



PD 11938



003085735

COBISS

GRAĐEVINSKI FAKULTET
UNIVERZITETA U BEOGRADU

MIOBRAG JOVANOVIĆ

MODELIRANJE PROCESA EROZIJE
NASUTHI OBJEKATA IZLOŽENIH
PRELIVANJU

DOKTORSKA DISERTACIJA

BEOGRAD
1987

P.17 11938

UNIVERZITET U BEOGRADU
FIZIKALNO-MATEMATIČKI FAKULTET
BEOGRAD

GRADJEVINSKI FAKULTET
UNIVERZITETA U BEOGRADU



MIODRAG JOVANOVIĆ

MODELIRANJE PROCESA EROZIJE NASUTIH OBJEKATA
IZLOŽENIH PRELIVANJU

DOKTORSKA DISERTACIJA

BEOGRAD, 1987

5

S A D R Ž A J

str.

REZIMIRANI PRIKAZ RADA

ABSTRACT

SPISAK OZNAKA

SPISAK SLIKA

SPISAK FOTOGRAFIJA

SPISAK TABELA

SPISAK PRILOGA

POGLAVLJE I

UVOD

1. CILJEVI ISTRAŽIVANJA 10
2. ORGANIZACIJA DISERTACIJE 12

POGLAVLJE II

KONCEPCIJA NUMERIČKOG MODELIRANJA PROCESA
EROZIJE NASUTIH OBJEKATA IZLOŽENIH PRELIVANJU,
STRUKTURA RAČUNSKOG MODELA I OBLAST NJEGOVE
PRIMENE

1. PROBLEMI MATEMATIČKOG MODELIRANJA EROZIONOG PROCESA
U SLUČAJU NASUTIH OBJEKATA IZLOŽENIH PRELIVANJU . . 15
2. PREGLED NEKIH POSTOJEĆIH RAČUNSKIH MODELA 19
 - 2.1 Model Cristofano-a 19
 - 2.2 Model Thiriot-a 20
 - 2.3 Model US Bureau of Reclamation 23
 - 2.4 Model Fread-a 24
 - 2.5 Model Sametz-a 25
3. STRUKTURA RAČUNSKOG MODELA RAZVIJENOG U OKVIRU
OVOG RADA 28

POGLAVLJE III

NUMERIČKI MODEL RAVANSKOG GRAVITACIONOG TEČENJA
 VODE SA IZRAZITOM ZAKRIVLJENOŠĆU STRUJNICA,
 PROGRAMSKI MODULI GEN81 I GEN82

1.	PREGLED NUMERIČKIH METODA ZA REŠVANJE RAVANSKIH GRAVITACIONIH TOKVA SA IZRAŽENOM ZAKRIVLJENOŠĆU STRUJNICA	32
1.1	Metode bazirane na rešvanju Navier-Stokes-ovih jednačina za strujanja sa slobodnom površinom . .	33
1.2	Metode bazirane na korišćenju uopštenih jednačina de st. Venant-a ("Dressler-ovih jednačina") . . .	33
1.3	Metode bazirane na teoriji potencijalnih strujanja sa slobodnom površinom	34
1.3.1	Analitičke metode	34
1.3.2	Metoda konačnih elemenata	35
1.3.3	Metoda graničnih elemenata	35
2.	TEORIJSKE OSNOVE METODE GRANIČNIH ELEMENATA	36
2.1	Uvodne napomene	36
2.2	Integralne jednačine za ravanski problem	36
2.3	Diskretizovane integralne jednačine. Linearni elementi	40
2.4	Formiranje sistema algebarskih jednačina	43
2.5	Rušenje unutar računskog domena	44
2.6	Neke napomene u vezi izbora tipa interpolacione funkcije i tretmana singularnih tačaka	46
3.	ODREĐIVANJE POLOŽAJA SLOBODNE POVRŠINE PRELIVNOG MLAZA	47
3.1	Definicija problema. Granični uslovi	47
3.2	Metoda Newton-Raphson	50
3.3	Gradijentna metoda	55
3.4	Numerički aspekti određivanja linije nivoa	56
4.	OSNOVNE KARAKTRISTIKE PROGRAMSKOG MODULA GEN81	58
4.1	Uvodne napomene	58
4.2	Algoritamska struktura	58
4.3	Osnovne karakteristike pojedinih potprograma	61

	str.
5. OSNOVNE KARAKTERISTIKE MODULA GEN82	63
5.1 Uvodne napomene	63
5.2 Algoritamska struktura	64
5.3 Osnovne karakteristike pojedinih potprograma . . .	64
6. VERIFIKACIJA RAZVIJENOG NUMERIKOG MODELA RAVANSKOG GRAVITACIONOG TEČENJA SA IZRAŽENOM ZAKRIVLJENOŠĆU STRUJNICA (PROGRAMSKIH MODULA GEN81 I GEN82)	68
6.1 Modelska ispitivanja preliva tipa "WES"	68
6.2 Modelska ispitivanja preliva brane Imperial Dam . .	75
6.3 Modelska ispitivanja preliva brane Buk Bijela . . .	76
7. KRATAK OSVRT NA PRAVCE DALJEG USAVRŠAVANJA HIDRAULIČKOG MODELA NA BAZI METODE GRANIČNIH ELEMENATA	83

POGLAVLJE IV

MODELIRANJE DEFORMACIJE OBJEKTA IZLOŽENOG PRELIVANJU, PROGRAMSKI MODUL GEN83

1. OSVRT NA PROBLEM ODREĐIVANJA EROZIONE OTPORNOSTI KOHERENTNIH MATERIJALA	85
2. FIZIČKI FAKTORI KOJI UTIČU NA EROZIONI PROCES	86
3. USLOVI SLIČNOSTI ZA FIZIČKO MODELIRANJE EROZIJE	87
3.1 Uslovi sličnosti za tečenje preko preliva	87
3.2 Uslovi sličnosti za filtraciono strujanje	89
3.3 Reološki i geomehnički uslovi sličnosti. Ekvivalentni materijal	90
4. IZBOR SASTAVA EKVIVALENTNOG MATERIJALA	91
5. PRIKAZ INSTALACIJE I EKSPERIMENTALNIH USLOVA	95
5.1 Opis kanala	95
5.2 Merni instrumenti	95
5.3 Tehnika merenja	98
6. REZULTATI LABORATORIJSKIH EKSPERIMENATA	102
6.1 Kvalitativni rezultati	104
6.2 Kvantitativni rezultati	104

	str.
7. EFEKTI RAZMERE I ANALIZA MOGUĆNOSTI EKSTRAPOLACIJE DOBIJENIH REZULTATA	120
8. OSNOVNE KARAKTERISTIKE PROGRAMSKOG MODULA ZA PRORAČUN DEFORAMCIJE (GEN83)	120
8.1 Uvodne napomene	120
8.2 Kritična brzina toka kao parametar graničnog stanja za početak erozije	122
8.3 Proračun deformacije nasutog objekta	124
8.4 Algoritamska struktura modula GEN83	126

POGLAVLJE V

VERIFIKACIJA PROGRAMSKOG SISTEMA GEN8

POGLAVLJE VI

ZAKLJUČCI I PREDLOZI U VEZI SA DALJIM ISTRAŽIVANJIMA

LITERATURA

PRILOZI

REZIMIRANI PRIKAZ RADA

U ovom radu su prikazani rezultati razvoja matematičkog modela erozije nasutih objekata izloženih prelivanju. Prelivanje i erozija se u ovom modelu tretiraju kao ravanski fenomeni. Analizira se isključivo dubinska erozija nasutog objekta izgradjenog od koherentnog materijala homogenog sastava.

Matematički model se sastoji od dve komponente: "hidrauličke, koja služi za proračun ravanskog ubrzanog tečenja preko preliva proizvoljne forme, i "eroziona", koja služi za proračun pronosa erodiranog materijala i deformacije. Proračun se obavlja u kvazi-ustaljenim uslovima - po unapred zadatim vremenskim intervalima, pri čemu se za proračun deformacije koriste rezultati hidrauličkog proračuna.

Kako prelivanje spada u kategoriju tokova sa dominantnim inercijalnim uticajima, to je proračun hidrauličkih karakteristika toka: linije nivoa, brzina i pritisaka, baziran na teoriji potencijalnih strujanja sa slobodnom površinom. Dobijeni rezultati su pokazali da je ova teorija generalno primenljiva za analizu kratkih gravitacionih tokova sa izraženom zakrivljenošću strujnica.

Za proračun potencijalnog strujanja sa slobodnom površinom može se uspešno koristiti Metoda graničnih elemenata. Odredjivanje položaja slobodne površine je u numeričkom smislu složeno, jer podrazumeva rešavanje nelinearnog problema. U tu svrhu mogu se koristiti Newton-Raphson-ova iterativna metoda i gradijentna metoda. Računski postupak je verifikovan na nekoliko primera iz prakse.

Proračun deformacije nasutog objekta izloženog prelivanju mora se bazirati na rezultatima laboratorijskih ispitivanja erozije vezanih materijala, jer ne postoji opšti analitički pristup kada je u pitanju ovaj fenomen. Ispitivanje erozionog procesa obavljeno je pomoću fizičkih modela, u laboratorijskom kanalu dužine 22 m i širine 0,6 m. Fizički modeli visine 0,3 m izgradnjeni su od ekvivalentnog vezanog materijala, čiji je sastav usvojen u skladu sa precizno definisanim uslovima sličnosti.

Ekspperimentalno je utvrđeno da se zavisnost izmedju protoka vode na prelivu (Q) i pronosa erodiranog materijala (G) može analitički iskazati eksponentijalnom funkcijom oblika:

$$\frac{Q}{G} = C_1 e^{C_2 E_r},$$

pri čemu je vremenska dimenzija erozionog procesa sadržana u parametru (E_r) - odnosu erodirane i početne zapremine objekta. Ovaj parametar je tako pokazatelj trenutnog erozionog stanja nasutog objekta. Za eksperimentalne uslove pod kojima

su sprovedeni opiti, utvrđene su vrednosti regresionih konstanti $C_1 = 1,6$ i $C_2 = 4,5$. Konstatovano je takodje da se pri datim uslovima brzina dubinske erozije može smatrati konstantnom.

Imajući u vidu da se, obzirom na efekte razmere, rezultati laboratorijskih ispitivanja mogu smatrati pouzdanim samo ako razmera nije manja od 1:10, dobijeni rezultati se mogu ekstrapolovati na objekte u prirodi čija visina ne prelazi 3-4 m, a koji su izgradjeni od homogenog, vezanog materijala sa vrednošću kohezije od 10 - 20 kPa. Ovo znači da su konkretni rezultati primenljivi na niske nasute objekte, kao što su male brane na mikroakumulacijama, rečni nasipi i sigurnosni prelivni.

Ustanovljena zavisnost izmedju protoka vode i pronosa erodiranog materijala predstavlja osnovu za proračun deformacije objekta. Deformacija se računa po unapred zadatim računskim preseccima, a u funkciji srednje brzine prelivnog mlaza u ovim preseccima. Na taj način se može u svakom računskom koraku dobiti krivilinijska prelivna kontura. Ovi računski prelivni profili su po svom obliku u skladu sa erozionim profilima snimljenim na fizičkim modelima. U tom smislu predloženi model ima prednost u odnosu na neke dosadašnje računске modele, po kojima se uzdužni profil breše shematizuje na odredjeni način, a tečenje opisuje jednačinom nepotopljenog prelivanja preko širokog praga.

Razvijeni matematički model erozije nasutih objekata, kao i odgovarajući programi za računar, verifikovani su na jednom od laboratorijskih eksperimenata. Dobijeno je dobro slaganje rezultata.

Predloženi model predstavlja solidnu osnovu za dalji razvoj u ovoj oblasti, posebno u pravcu modeliranja trodimenzionalnog tečenja i bočne erozije.

ABSTRACT

This dissertation presents the results of investigations undertaken in order to develop a mathematical model of erosion of earth dams and embankments exposed to overtopping. The flow over the crest of a dam and the resulting erosion are treated by this model as two-dimensional phenomena. The earth structures made of homogenous, cohesive material are considered.

The proposed mathematical model consists of two components: the "hydraulic" component is used for calculation of 2D accelerated flow over a spillway of arbitrary shape, while the "erosive" component is used for calculation of the flow rate of the eroded material and deformation of the dam. The quasi-steady flow conditions are assumed, thus the calculation is performed for given time increments. The resulting deformation of the earth structure is computed using the results of the preceding hydraulic calculation.

The flow over a dam is a free-surface curvilinear gravity flow dominated by inertial effects, thus the evaluation of the hydraulic characteristics: water surface profile, velocities and pressures, can be based upon the potential flow theory. The obtained results confirm the general applicability of this theory.

The Boundary Element Method can be efficiently used for calculating the free-surface potential flows. The determination of the free-surface is numerically difficult due to the nonlinear nature of the problem. The solution is based on the Newton-Raphson iterative method, or the gradient method. The numerical procedure has been verified by several case studies.

The calculation of deformation must be based upon laboratory investigations of erosive behaviour of cohesive materials, since there is no analytical approach to this phenomenon. The investigations have been carried out using physical models placed in a laboratory flume 22 m long and 0,6 m wide. The 0,3 m high models have been constructed using equivalent cohesive material, composed according to the precise laws of similitude.

The experimentally determined relation between the flow rates of water (Q) and eroded material (G) can be expressed in the form:

$$\frac{Q}{G} = C_1 e^{C_2 E_r},$$

where time is implicitly taken into account by the parameter (E_r) - the ratio of the eroded volume to the initial dam volume. This parameter is thus representative of the temporal state of dam erosion. The values of the regression

constants $C_1 = 1.6$, and $C_2 = 4.5$, have been determined for the specific experimental conditions. The erosion rate has been found to be constant for the same conditions.

Considering the scale effects, the obtained experimental results are valid for scales not smaller than 1:10. Thus, the extrapolation of these results to nature implies that they are valid for prototype earth structures up to 3-4 m high, constructed of homogenous cohesive material, with cohesion values of 10-20 kPa. This means that the results are applicable to small structures, such as small earth dams, dykes, embankments, and emergency spillways.

The determined relationship between the flow rates of water and the eroded material is the basis for computing the deformation. The calculation is carried out for chosen cross-sections along the flow, and the deformation is locally proportional to the mean cross-sectional water velocity. As the result of calculation, a curvilinear solid boundary profile is obtained at each computational step. Such profiles agree in shape with the erosion profiles filmed on the laboratory models. In this way the proposed mathematical model is a step further in respect to some of the existing ones, in which the longitudinal profile of the breach is schematized in various ways, and the flow is determined by the broad-crested weir formula.

The developed mathematical model, and the corresponding computer codes, have been verified by one of the laboratory experiments. A good agreement between calculation and measurements has been obtained.

The proposed model provides a sound basis for further developments, particularly in the field of mathematical modelling of 3D breach flows and the lateral erosion.

SPISAK OZNAKA

A	- površina
A_o	- površina čestice izložena dejstvu uzgona
B	- širina objekta, širina kanala
b	- širina breše u izrazu Fread-a, dužina breše u jednačini Cristofano-a
C	- kohezija
\bar{C}	- prosečna koncentracija nanosa
C_D	- koeficijent otpora oblika u horizontalnom pravcu
C_L	- koeficijent otpora oblika u vertikalnom pravcu
C_f	- granična vrednost kohezije
C_Q	- koeficijent protoka
C_{QP}	- koeficijent protoka za široki prag pravougaone forme
C_{QT}	- koeficijent protoka za široki prag trougaone forme
C_τ	- koeficijent tangencijalnog napona
D	- računski domen, dubina breše u izrazu USBR
D_{10}	- prečnik zrna zastupljenosti 10%
D_{60}	- prečnik zrna zastupljenosti 60%
D_{90}	- prečnik zrna zastupljenosti 90%
d	- prečnik merodavnog zrna
E	- energetska kota, Young-ov modul elastičnosti
\bar{E}	- srednja vrednost energetske kote
E_r	- erozioni broj
E_z	- erozioni broj u izrazu Sametz-a
F	- zapreminske sile
F_i	- inercijalna sila
F_g	- sila gravitacije
F_p	- sila pritiska
F_s	- sila viskoznosti
G	- zapreminski pronos erodiranog materijala
g	- gravitaciono ubrzanje
G_s	- maseni pronos erodiranog materijala
g_s	- jedinični maseni pronos erodiranog materijala
G_w	- težina čestice u vodi

H	- visina prelivnog mlaza
HD	- projektna visina prelivnog mlaza
H_o	- početna visina nasutog objekta koji se progresivno ruši
h	- dubina vode
h_p	- visina objekta
J	- uzdužni pod breše u izrazu USBR
K	- koeficijent filtracije; konstanta proporcionalnosti u jednačini Cristofano-a; koeficijent homogenosti u izrazu Mirchulave
k	- ekvivalentna peščana rapavost
K^T	- koeficijent termičke provodljivosti
L	- dužina elementa; dužina modela
L_o	- početna dužina akumulacije
L_{ij}	- element matrice koeficijenta u MGE
l	- trenutna dužina akumulacije u toku njenog pražnjenja
m	- koeficijent preliivanja u izrazu Thiriot-a; oznaka za model
n	- ort normale
P_h	- sila hidrostatičkog pritiska na česticu koherentnog tla
P_x	- sila otpora oblika u horizontalnom pravcu
P_y	- sila otpora oblika u vertikalnom pravcu
p	- pritisak; oznaka za prototip
Q	- protok vode
q	- jedinični protok vode
R_e	- Reynolds-ov broj
R_{ij}	- element matrice koeficijenata u MGE
r	- odstojanje singularne tačke do proizvoljne tačke na granici računskog domena
r_o	- prečnik elementarnog kruga
S	- krivolinijska koordinata; izvor/ponor u jednačini (77)
T	- trajanje rušenja nasutog objekta; temperatura u izrazu (77)
t	- vreme
u, u^*	- opšte funkcije u teoriji MGE
u, V	- komponente brzine u pravcima (x, y)
V	- trenutna zapremina nasutog objekta
V_e	- erodirana zapremina nasutog objekta u datom trenutku
V_o	- početna zapremina nasutog objekta
\bar{v}	- srednja brzina po vertikali
v_c	- kritična brzina
v_f	- brzina filtracije

W	- sumarne količine erodiranog materijala
w_0	- otporni moment
w	- vlažnost
(x,y,z)	- Descartes-ove koordinate
Z_b	- kota dna breše
α	- faktor prigušenja
α_1	- koeficijent erozije otpornosti tla
β	- ugao koji element zaklapa sa horizontalom; odnos kontaktne površine čestice i površine (A_0)
Γ	- granica računskog domena
Δ	- oznaka za priraštaj
∇	- oznaka za gradijent
δ	- elementarno pomeranje
δ_{ij}	- Kronekerov simbol
ϵ	- računaska tolerancija kao kriterijum konvergencije rešenja
ϵ_M	- koeficijent molekularne difuzije
ϵ_T	- koeficijent turbulentne difuzije
λ	- koeficijent trenja; konstanta u jednačini (77)
μ	- dinamički koeficijent viskoznosti
ν	- Poisson-ov koeficijent plastičnosti
η	- normalno odstojanje singularne tačke do posmatranog elementa
ξ	- lokalna koordinata u MGE
σ	- napon; standardna devijacija normalne raspodele
σ_g	- geometrijska standardna devijacija
φ	- ugao unutrašnjeg trenja
ρ	- gustina vode
ρ_s	- gustina materijala
ρ'_s	- gustina vodom zasićenog materijala
τ	- tangencijalni napon
θ	- unutrašnji ugao između susednih elemenata; konstanta u jedn. (77)
ϕ	- relativna brzina poremećaja; potencijal
ϕ_d	- ugao trenja u jednačini Cristofano-a
ψ	- strujna funkcija; transportni parametar toka u izrazu de Vries-a

SPISAK SLIKA

Broj slike	N a s l o v	str.
1	Mogući uzroci rušenja nasutih objekata /E14/ .	3
2	Mogući uzroci prelivanja objekata /E7/	5
3	Hidrogrami oticaja u profilu brane za različita trajanja postepenog rušenja	8
4	Odnos maksimalnih protoka postepenog i trenutnog rušenja u funkciji bezdimenzionalnog odstojanja nizvodno od brane za različito trajanje rušenja (t_{k*}).	
5	Shematiski prikaz faktora koji utiču na erozioni proces nasutih objekata izloženih prelivanju i na rezultujući hidrogram oticaja	11
6	Relativne brzine poremećaja /E7/	17
7	Vrednosti Froude-ovog broja na prelivu (fizički model)	18
8	Shematizacije breše po Cristofano-u /A5/ . . .	20
9	Algoritam proračuna dubinske erozije po metodi Cristofano-a	21
10	Shematizacija breše prema /A3/	23
11	Shematizacija breše u modelu Fread-a /A6/, /A14/	24
12	Linearni zakon vremenskog razvoja breše /A6/, /A14/	25
13	Shematizacija breše u modelu Sametz-a /A11/ . .	26
14	Uopšteni algoritam proračuna progresivnog rušenja nasutih objekata usled prelivanja . . .	29
15	Blok shema proračuna nivoa u akumulaciji u toku progresivnog rušenja nasutog objekta . . .	30
16	Metode numeričkog rešavanja ravanskih gravitacionih tokova sa izraženom zakrivljenošću strujnica	32

Broj slike	N a s l o v	str.
17	Položaj singularne tačke unutar domena /C16/ . . .	37
18	Položaj singularne tačke na granici domena /C16/ .	39
19	Diskretizacija dvodimenzionalnog računskog domena	39
20	Lokalni koordinatni sistem i interpolacione funkcije	41
21	Geometrijski odnosi za proračun unutar domena /C16/	45
22	Neki tipovi interpolacionih funkcija višeg reda /C15/	46
23	MGE - Računski domen i granični uslovi	48
24	Blok shema Newton-Raphson-ovog postupka za odre- đjivanje položaja slobodne površine	54
25	Zona usporene konvergencije ("nestabilnosti") . .	57
26	Blok-shema glavnog programa GEN81	60
27	Blok-shema glavnog programa GEN82	65
28	Diskretizacija u računskim modulima GEN81 i GEN82	66
29	Odredjivanje računskih profila	67
30	Računski domen za primer iz literature /E4/ . . .	69
31	Linije nivoa i raspored pritisaka	71
32	Linije nivoa i raspored pritisaka	72
33	Linije nivoa i raspored pritisaka	73
34	Računsko polje brzina	74
35	Poprečni presek preliva brane Imperial Dam /E1/ .	75
36	Poredjenje rezultata modelskih ispitivanja preliva brane Imperial/E1/ i rezultata proračuna primenom MGE /C11/	77
37	Poredjenje rezultata modelskih ispitivanja preliva brane Imperial /E1/ i rezultata proračuna primenom MGE /C11/	78
38	Rezultati proračuna primenom MGE /C11/	79
39	Rezultati proračuna primenom MGE - kruna preliva /C11/	80
40	Uzdužni profil preliva brane Buk Bijela /E21/ . .	81
41	Preliv brane Buk Bijela. Poredjenje izmerenih /E21/ i sračunatih brzina /C11/	82
42	Poligon sila koje deluju na fluidni delić u uslo- vima ubrzanog strujanja	87

Broj slike	N a s l o v	str.
43	Granulometrijski sastav ekvivalentnog materijala	94
44	Skica kanala	96
45	Merna oprema u laboratorijskom kanalu	98
46	Fizički model: erozioni profili	107
47	Fizički model: erozioni profili	108
48	Fizički model: erozioni profili	109
49	Fizički model: erozioni profili	110
50	Hidrogrami prelivanja registrovani na fizičkom modelu	111
51	Hidrogrami jediničnog oticaja	112
52	Funkcije pronosa erodiranog materijala	113
53	Sumarne krive oticaja na prelivu	114
54	Sumarne krive erodiranog materijala	115
55	Protok vode i pronos materijala u funkciji vremena	116
56	Eroziono stanje objekta u funkciji vremena . . .	117
57	Eroziono stanje objekta u funkciji protoka vode i pronosa materijala	118
58	Brzina dubinske erozije	119
59	Sile koje deluju na česticu koherentnog tla /D9/ .	123
60	Koordinatni sistem za proračun deformacije	125
61	Blok shema programskog modula GEN83	126
62-a	Rezultati računskog koraka br. 1.	129
62-b	Rezultati računskog koraka br. 1.	130
63-a	Rezultati računskog koraka br. 2.	131
63-b	Rezultati računskog koraka br. 2.	132
64-a	Rezultati računskog koraka br. 3.	133
64-b	Rezultati računskog koraka br. 3.	134
65-a	Rezultati računskog koraka br. 4.	135
65-b	Rezultati računskog koraka br. 4.	136
66-a	Rezultati računskog koraka br. 5.	137
66-b	Rezultati računskog koraka br. 5.	138
67-a	Rezultati računskog koraka br. 6.	139
67-b	Rezultati računskog koraka br. 6.	140
68-a	Rezultati računskog koraka br. 7.	141
68-b	Rezultati računskog koraka br. 7.	142

SPISAK FOTOGRAFIJA

Broj fotografije	N a s l o v	str.
1	Rušenje nasute brane Teton - (SAD) 5. juna 1976 /A6/, /E14/.	3
2	Prelivanje nasipa uzvodno od Nove Palanke 1965. godine /E13/	7
3	Univerzalni merni most	97
4	Hronološki prikaz procesa erozije na modelu nasutog objekta od koherentnog materijala . . .	102

SPISAK TABELA

Broj tabele	N a s l o v	str.
1	Pregled nasutih objekata oštećenih ili srušenih usled preliivanja u periodu 1800-1985	4
2	Uporedni pregled karakteristika nekih modela za proračun erozije nasutih objekata izloženih preliivanju	27
3	MGE -Granični uslovi i nepoznate veličine	50
4	MGE - Raspored pritisaka na prelivu tipa "WES"	70
5	Razmere za realizaciju ekvivalentnog materijala	90
6	Analiza izbora granulometrijskog sastava ekvivalentnog materijala	92
7	Analiza kohezionih i filtracionih karakteristika ekvivalentnih materijala	93
8	Registar laobratorijskih eksperimenata	103
9	Rezultati regresione analize	106
10	Ekstrapolacija rezultata opita u funkciji usvojene razmere	121

SPISAK PRILOGA

Broj priloga	N a s l o v
1	Analitički izrazi za integrale u osnovnim jednačinama MGE /C15/
2	Programski modul GEN81 - Izgled datoteke ulaznih podataka
3-1	Programski modul GEN81 - Izgled datoteke sa rezultatima
3-2	Programski modul GEN81 - Izgled datoteke sa pomoćnim rezultatima
4	Programski modul GEN82 - Interaktivno učitavanje merodavnih profila sa računskim tačkama unutar domena
5	Programski modul GEN82 - Intrpolacija rezultata na granici i odredjivanje položaja računskih tačaka unutar domena
6	Programski modul GEN82 - Izgled datoteke sa rezultatima proračuna
7	Rezultati proračuna preliivanja na fizičkom modelu brane Imperial (SAD)
8	Rezultati laboratorijskih ispitivanja
9	Medjusobna veza modula i datoteka u programskom sistemu GEN8
10	Rezultati simulacije laboratorijskog eksperimenta - računski korak br. 7

POGLAVLJE I

UVOD

"Kada sam se okrenuo, ugledao sam ogroman talas mulja kako dolazi prema selu... Dok sam pokušavao da se spasem, talas me je sve više obuzimao da bi me konačno prekrrio... To je Stava-mesto na kojem više ne vidite ništa ..."

("Politika", 21. jul 1986.)

Ovi zastrašujući iskazi preživelih, tragedije koja se dogodila u blizini grada Trenta na severu Italije, kada se za oko 20 sekundi izlilo više od 250 000 m³ vode, uništavajući sve pred sobom, i odnoseći 250 ljudskih života, rečito govore o katastrofalnim posledicama rušenja brana i ukazuju na odgovornost ljudi koji brane projektuju, grade i održavaju.

Spomenut je samo najsvežiji primer rušenja jedne brane, i to brane koja po svojim dimenzijama nije spadala u kategoriju visokih i značajnih objekata. Statistika ICOLD-a^{*)} registruje do 1965. godine više od 500 udesa, od čega 200 rušenja "u gotovo svim zemljama gde se brane grade" /A13 /. Prema istom izvoru, od 92 havarije u periodu 1806-1969, 53 (58%) se odnose na nasute objekte.

Ovaj rad će se isključivo baviti rušenjem nasutih objekata.

Nekoliko je uzroka rušenja nasutih objekata (shema na slici 1 i fot. 1). Svi navedeni uzroci dovode do formiranja breše kroz koju voda ističe iz akumulacije. Povećanje zapremine breše u toku vremena je posledica erozionog procesa koji je predmet istraživanja u ovom radu.

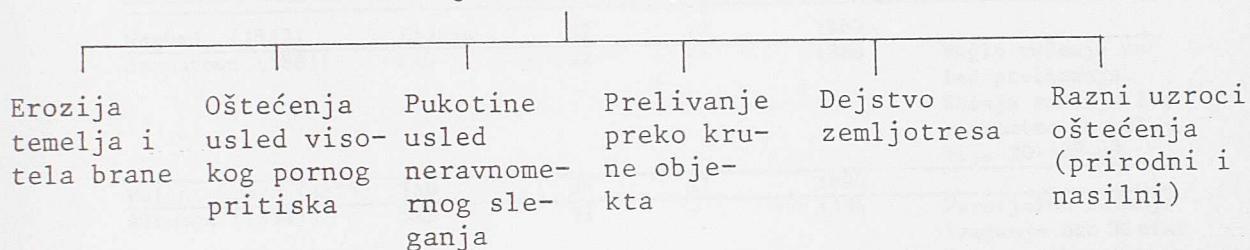
Od navedenih uzroka rušenja nasutih objekata razmatraće se isključivo prelivanje preko krune objekta.

Da je ovo jedan od najčešćih uzroka govore mnogi podaci. Tako je od 325 srušenih brana u Švajcarskoj do 1966. godine, 27% imalo za uzrok prelivanje / A13/. U SAD, ovaj procenat iznosi 39% / D4 /.

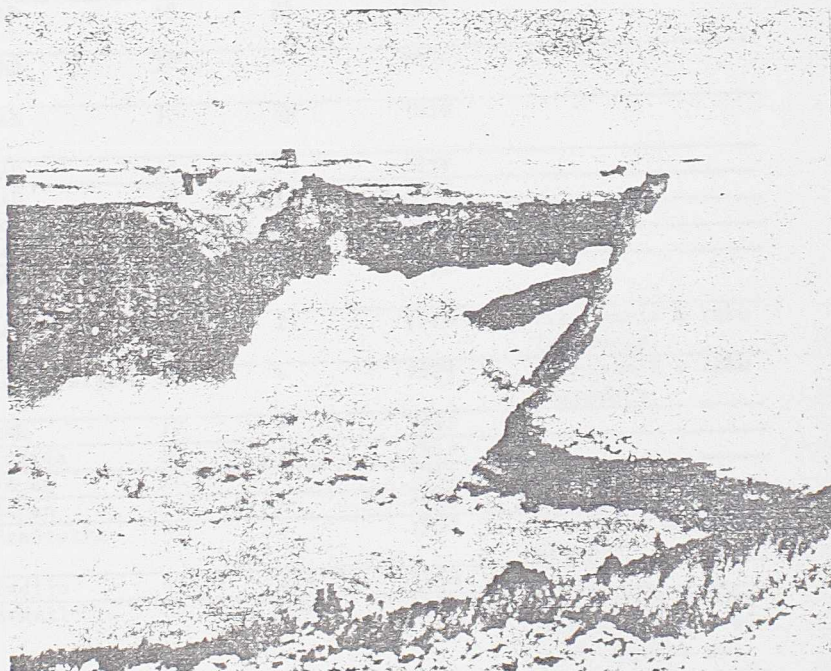
Tabela 1 daje pregled nasutih objekata u svetu koji su oštećeni, ili u potpunosti srušeni usled prelivanja u periodu 1800-1985, / A9 /, / A13/, / D4 /.

*) Medjunarodni komitet za visoke brane

Uzroci rušenja nasutih objekata



Sl. 1. - Mogući uzroci rušenja nasutih objekata /E14/



Fot. 1. - Rušenje nasute brane Teton - (SAD) 5. juna 1976 / A6 /, / E14/. Rušenje je inicirano nekontrolisanim procurivanjem. Visina brane je 89 m. Za nekoliko sati iz jezera je isteklo oko $100 \cdot 10^6 \text{ m}^3$ vode i odneto oko $3 \cdot 10^6 \text{ m}^3$ materijala iz tela brane. Stradalo je 11 ljudi, a 25000 je ostalo bez domova; poplavljeno je više od 400000 ha obradive površine i uništeno desetak hiljada grla stoke. Ukupna šteta je procenjena na više od 1 milijarde dolara.

Tabela 1: Pregled nasutih objekata oštećenih ili srušenih usled preliivanja u periodu 1800-1985

Ime objekta i god. završetka izgradnje	Zemlja	Visina objekta (m)	Zapremina nasute brane (hm ³)	Godina preliivanja	Napomena
Waghad (1883)	Indija	32	17	1883	
Johnstown (1881)	SAD	22	-	1889	Naglo rušenje usled preliivanja. Stanje rušenja 2h; zapremina akumulacije 20·10 ⁶ m ³
Walunt Grove (1888)	SAD	34	11	1890	
Altoona (1894)	SAD	11	-	1894	Parcijalno rušenje trajanja oko 30 min. Zaprem. akumulac. 2,5·10 ⁵ m ³ .
Oackford Park (1893)	SAD	6	-	1903	Naglo rušenje; Trajanje preliivanja 2-3h. Zapremina akul. 80000 m ³
Red Rock (1910)	SAD	20	-	1910	
Wisconsin Dells (1909)	SAD	18	25	1911	
Sepulveda Canyon (1914)	SAD	20	-	1914	
Lookout Shoals (1915)	SAD	25	49	1916	
Lower Otay (1897)	SAD	41	52	1916	
Mammoth (1916)	SAD	23	14	1917	
Tigra (1917)	Indija	27	-	1917	
Scott Falls (1921)	Kanada	15	-	1923	
Mac Mahon Gulch (1924)	SAD	17	1	1926	
Puddingstone (1928)	SAD	55	21	1926	Prelivanje u toku izgradnje
Briseis (1934)	Australija	27	-	1929	Prelivanje u toku izgradnje
Hebron (1913)	SAD	17	-	1942	
Pagara (1927)	Indija	30	166	1943	
Heiwaikē (1949)	Japan	20	-	1951	
Ashizawa (1912)	Japan	15	-	1956	
Serre-Ponçon	Francuska	-	-	1957	Oštećenje nizvodne kosine
Kaddam (1957)	Indija	41	215	1958	
Oros (1962)	Brazil	54	1000	1960	Prelivanje u toku izgradnje, pri visini objekta od 35 m i zaprem.akum. od 700·10 ⁶ m ³
Panshet (1961)	Indija	49	212	1961	Prelivanje u toku izgradnje
Kharagpur (1956)	Indija	24	56	1961	
Ogayarindo Tameika (1944)	Japan	19	1	1963	
Lower Two Medicine (1913)	SAD	11	-	1964	Zapremina akumulacije 19200 m ³
Rot a.d. Rot (1958)	SR Nemačka	5,5	-	1969	Progresivno rušenje drumskog nasipa. Trajanje preliivanja 2h. Zapremina akumulac. 300000 m ³
Dhuibara (1975)	Indija	21	61	1976	
Bolan (1961)	Pakistan	19	89	1976	
Salles de Oliveira (1966)	Brazil	41	25	1977	Zaprem. akumulac. u trenutku rušenja 25000 m ³
Laurel Run	SAD	12	-	1977	
Sandy Run	SAD	8.5	-	1977	
Macchu 2 (1973)	Indija	26	101	1979	

Interesantan je podatak da od 8500 brana ispitanih od strane Carps of Engineers u okviru Programa za ispitivanje sigurnosti brana u SAD /E16 /, preko 3000 nasutih objekata je svrstano u kategoriju potencijalno nesigurnih, od čega 85% zbog pod-dimenzionisanih evakuacionih objekata, ili zbog nedovoljne visine. Kao što je poznato, u američkoj praksi se brane dimenzionišu na velike vode PMF i PMS ("probable maximum flood/storm"). Kako se danas raspolaže dužim nizovima osmatranja, konstatovano je da se u nekim slučajevima mogu očekivati veći maksimalni protoci od onih koji su poslužili za dimenzionisanje objekata, te da se moraju preduzeti odgovarajuće mere zaštite *)

Izneti uzrok preliivanja nažalost nije i jedini. Izvesni nerpedvidjeni događaji u prirodi, kao što su odroni, lavine, prolomi uzvodne brane, itd. mogu dovesti do preliivanja posmatranog objekta, kao i niz grešaka na planu njegovog održavanja i eksploatacije. Mogući uzroci preliivanja objekata sistematizovani su shemom na slici 2.

Treba napomenuti da je izučavanje erozionog procesa naročito aktuelno kada su u pitanju niski nasuti objekti (do 15 m visine), i to iz dva razloga. Prvo, posledice rušenja ovakvih objekata mogu biti veoma ozbiljne, i drugo, niski objekti su potencijalno više izloženi oštećenju. Dobar deo ovih objekata projektovan je i izgradjen u periodu skromnih teorijskih saznanja i tehnoloških mogućnosti izgradnje, a što je još važnije, dimenzionisan je na osnovu nepotpunih i nedovoljnih hidroloških podataka. Čak i danas, ovakvim objektima se često ne posvećuje dovoljna pažnja. U svojoj knjizi o nasutim branama, prof. E. Nonveiller kaže /E14/:

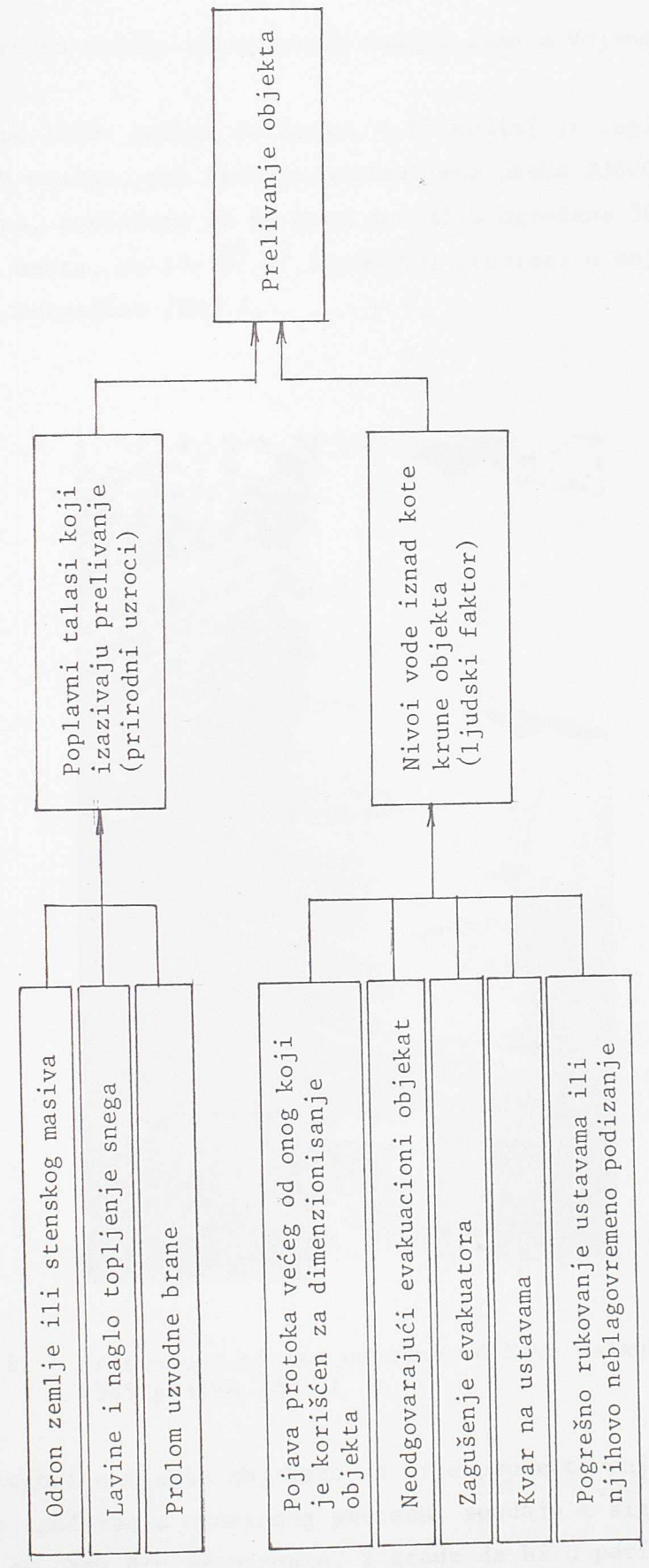
"... projektiranje i gradjenje niskih brana često se povjerava organizacijama s malo iskustva ili koje nisu kvalificirane za takve radove. Istraživanjima se također ne poklanja potrebna pažnja. Smatra se da ih valja provesti više da bi se zadovoljile formalnosti nego zbog stvarne potrebe pa se svega nekoliko bušotina smatra dovoljnim ... Tako osnove za projektiranje ili nisu potpune ili su čak pogrešno interpretirane ... Ako brana u svim detaljima ne zadovoljava uvjete za potpunu sigurnost, posledice se neminovno pojavljuju kada je ona pod punim opterećenjem..."

Za našu zemlju je od naročitog interesa upravo pitanje sigurnosti niskih nasutih brana, jer je u posleratnom periodu izgradjeno više desetina ovakvih objekata za potrebe formiranja malih akumulacija. Pored toga, izgradjen je i

*) Kada su u pitanju niski objekti čija visina ne prelazi 15 m, безусловna zaštita od preliivanja često nije ekonomski opravdana, a ponekad ni fizički izvodljiva. Stoga se u okviru "rehabilitacije" starih objekata preduzima niz konstruktivnih mera koje bi omogućile opstanak ovih objekata i nakon preliivanja. Na ovom pitanju se u svetu vrlo intenzivno radi /E10 /, /E16 /.

Događaji koji neposredno izazivaju kritične uslove stabilnosti objekta:

Uzročni događaji:



Sl. 2. - Mogući uzroci prelivanja objekta / E7 /

veliki broj nasipa. Ukupna dužina odbrambenih nasipa samo u Vojvodini iznosi 1075 km /E13 /.

Počev od 1859. godine do danas, u Vojvodini je registrovano oko 50 prodora odbrambenih nasipa, pri čemu je poplavljeno preko 330000 ha (fot.2.). Direktno ili indirektno, poplavama je na ovom području ugroženo 50% ukupne površine, 173 naseljena mesta, sa $14 \cdot 10^6 \text{ m}^2$ stambenog prostora u kojem živi skoro polovina stanovništva Pokrajine /E13 /.



Fot. 2. - Prelivanje nasipa uzvodno od Nove Palanke
1965 godine /E13 /

U kategoriju niskih objekata za čije projektovanje i izgradnju je takodje neophodno izučavanje erozionog procesa, spadaju i sigurnosni pre-
livi - objekti koji se, kao što je poznato, i grade da bi u periodu ekstremno

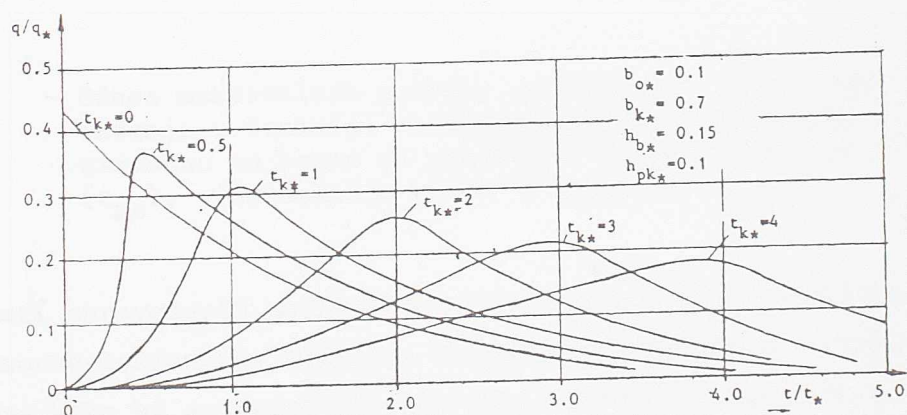


velikih voda bili srušeni erozionim dejstvom prelivnog toka.

Za hidrotehničku praksu je modeliranje erozionog procesa značajno i sa gledišta unapredjenja dosadašnje metodologije proračuna hidrauličkih posledica rušenja nasutih objekata. Ovi, zakonski regulisani proračuni /A10/, baziraju se na hipotezama totalnog trenutnog, ili delimičnog trenutnog rušenja, koje su neodržive kada su u pitanju nasuti objekti.

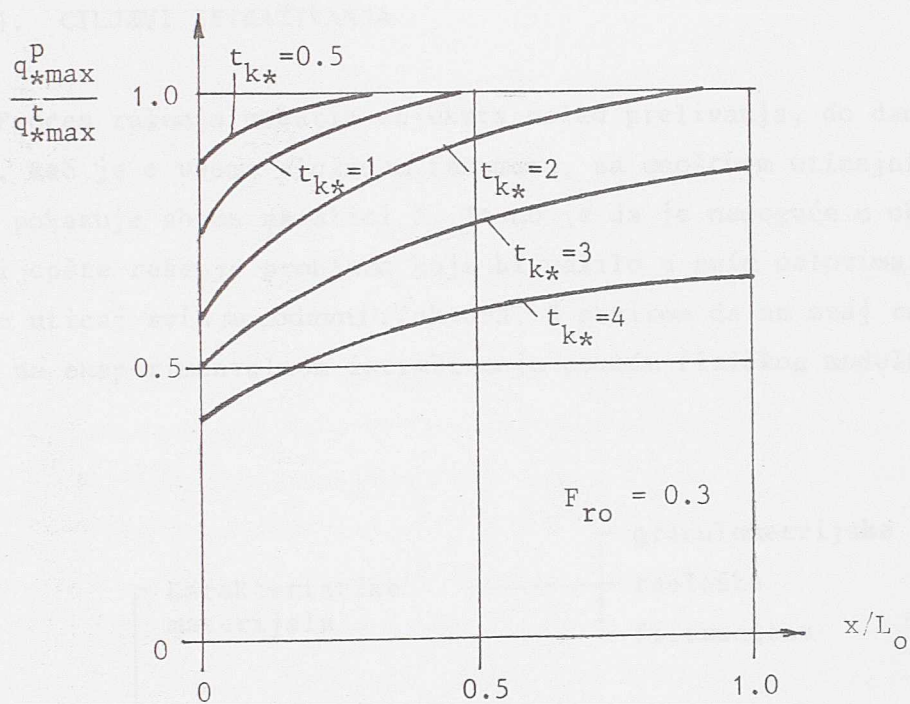
Da bi sagledao uticaj načina rušenja na proračun hidrauličkih posledica nizvodno od brane, autor ovog rada je 1982. godine izradio računski model postepenog rušenja i obavio niz numeričkih eksperimenata /A14/. U proračunima je pretpostavljena breša trapeznog oblika sa linearnim zakonom uvećanja.

Numeričkim rešavanjem jednačine pražnjenja akumulacije pri različitim brzinama razvoja breše, simulirana je serija hidrograma oticaja u profilu brane (slika 3). Na osnovu dobijenih rezultata, pokazano je da u poredjenju sa trenutnim totalnim rušenjem, postepeno rušenje izaziva ublaženje hidrograma oticaja proporcionalno trajanju rušenja.



Sl. 3. - Hidrogrami oticaja u profilu brane za različita trajanja postepenog rušenja; hidrogram ($t_{k*}=0$) odgovara trenutnom totalnom rušenju, dok hidrogramiza ostale vrednosti bezdimenzionalnog trajanja rušenja (t_{k*}), odgovaraju postepenom rušenju. (Fiksni bezdimenzionalni parametri odražavaju početne i krajnje geometrijske karakteristike breše i njihova definicija se može naći u radu /A14 /)

Analizirajući transformaciju generisanih hidrograma na deonici nizvodno od brane, (u rečnom koritu pravougaone forme), došlo se do zaključka da u poredjenju sa trenutnim, postepeno rušenje izaziva smanjenje protoka na datoj deonici, samo ako je dovoljno dugotrajno (slika 4).

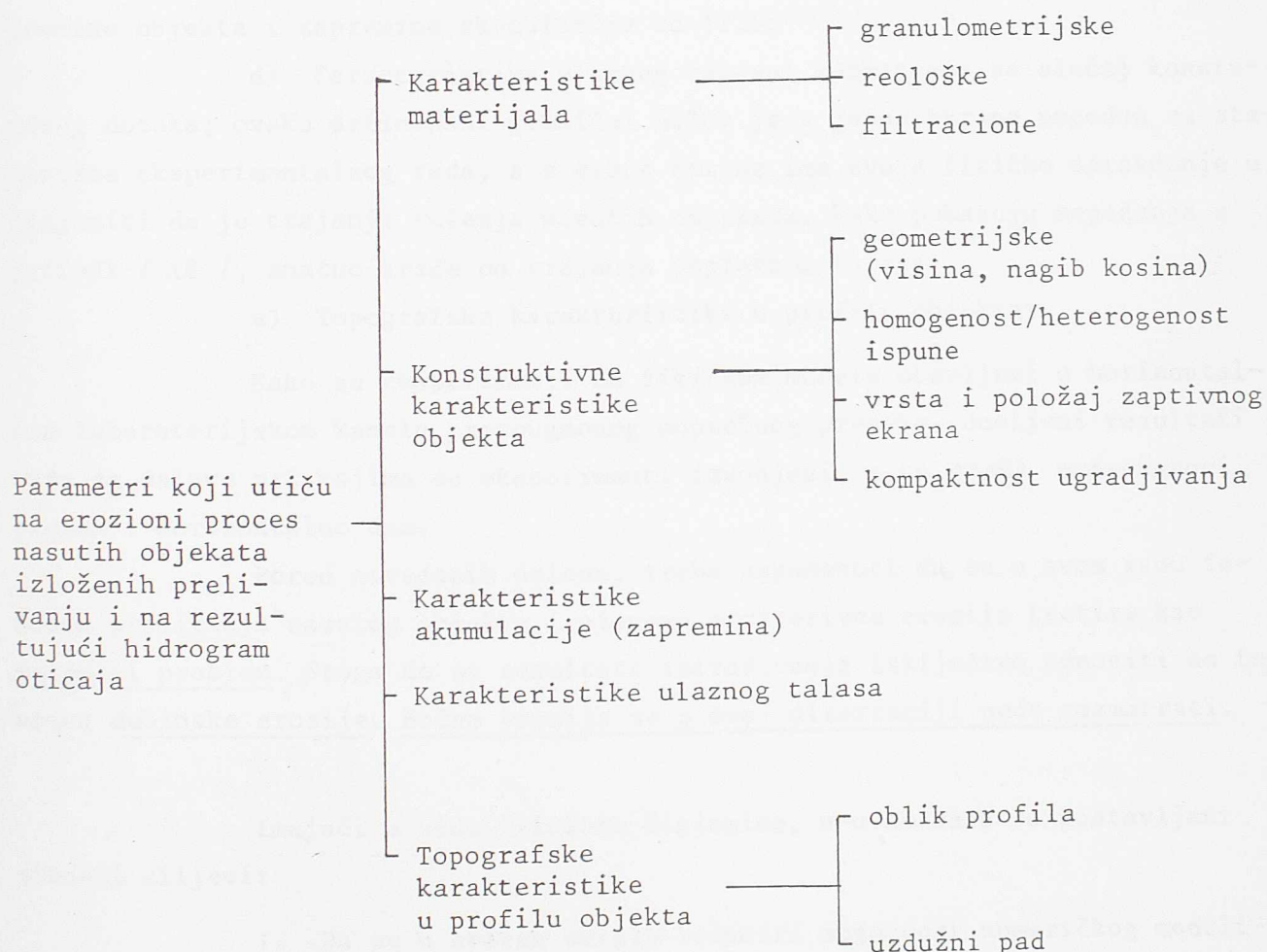


Sl. 4 - Odnos maksimalnih protoka postepenog i trenutnog rušenja u funkciji bezdimenzionalnog odstojanja nizvodno od brane za različito trajanje rušenja (t_{k*}). (Za detalje videti / A14/).

Rezultati sprovedenih numeričkih eksperimenata sa proizvoljno usvojenim brzinama, odnosno trajanjima rušenja, ukazuju na neophodnost izučavanja erozionog procesa kako bi se proračuni bazirali na fizički realnim, a ne shematizovanim uslovima. To je i neposredni povod za istraživanja započeta ovim radom.

1. CILJEVI ISTRAŽIVANJA

Proces rušenja nasutih objekata usled preliivanja, do danas nije dovoljno izučen. Reč je o veoma složenom fenomenu, sa mnoštvom uticajnih parametara, kao što pokazuje shema na slici 5. Jasno je da je nemoguće u okviru jednog rada dati opšte rešenje problema koje bi važno u svim uslovima i obuhvatalo istovremeno uticaj svih merodavnih faktora. S obzirom da se ovaj rad delimično zasniva i na eksperimentalnom istraživanju pomoću fizičkog modela, bilo



Sl. 5. - Shematski prikaz faktora koji utiču na erozioni proces nasutih objekata izloženih preliivanju i na rezultujući hidrogram oticaja

je neophodno uvesti određena ograničenja i opredeliti se za određene uslove ispitivanja:

a) Karakteristike materijala; ispitivanja su obavljena za objekte od koherentnog materijala;

b) Konstruktivne karakteristike objekta; razmatrani su nasuti objekti sa usvojenim nagibom kosine (uzvodne, 1:1,5 i nizvodne, 1:2), formirani od homogenog, koherentnog materijala, kompaktno ugradjenog, bez vodonepropusnog ekrana;

c) Karakteristike akumulacije; raspoloživa eksperimentalna instalacija čini ograničavajući faktor za opseg istraživanja u ovom pogledu. Rezultati eksperimentalnih ispitivanja u ovom radu važe za vrednost odnosa zapremine objekta i zapremine akumulacije od 1:25;

d) Karakteristike ulaznog talasa; razmatraće se slučaj konstantnog dotoka; ovako definisani granični uslov je s jedne strane pogodan sa stanovišta eksperimentalnog rada, a s druge strane ima svoje fizičko opravdanje u činjenici da je trajanje rušenja nasutih objekata, kako pokazuju zapažanja u prirodi / A8 /, znatno kraće od trajanja poplavnog talasa.

e) Topografske karakteristike u profilu objekta;

Kako su eksperimenti na fizičkom modelu obavljeni u horizontalnom laboratorijskom kanalu pravougaonog poprečnog preseka, dobijeni rezultati važe za uslove pri kojima su eksperimenti izvodjeni, a to znači pravougaoni presek i horizontalno dno.

Pored navedenih uslova, treba napomenuti da se u ovom radu fenomen preliivanja nasutog objekta i njegove progresivne erozije tretira kao ravanski problem. Stoga će se rezultati istraživanja isključivo odnositi na fenomen dubinske erozije. Bočna erozija se u ovoj disertaciji neće razmatrati.

Imajući u vidu izložene činjenice, u ovom radu su postavljeni sledeći ciljevi:

1. Da se u opštem smislu razmotri mogućnost numeričkog modeliranja erozionog procesa nasutih objekata izloženih preliivanju. Ovo praktično podrazumeva istraživanja:

- na planu proračuna hidrauličkih karakteristika gravitacionih tokova velike zakrivljenosti i

- na planu modeliranja erozionog procesa i deformacije objekta nasutog od koherentnog materijala.



2. Da se predloži računski model koji bi tačno opisivao uslove tečenja na prelivu (linija nivoa, raspored brzine i pritiska, koeficijent prelivanja). Precizno definisanje ovih uslova omogućilo bi i pouzdano modeliranje procesa dubinske erozije u celini;

3. Da se kvalitativno i kvantitativno u određenom opsegu eksperimentalnih parametara, izuči fenomen dubinske erozije nasutih objekata od koherentnog materijala. U tom cilju predvidja se istraživanje pomoću fizičkih modela;

4. Da se teorijski i praktično sagledaju različiti aspekti izrade fizičkih modela od koherentnog materijala. Ispitivanja na ovakvim modelima su znatno teža i neizvesnija od onih na modelima od nekoherentnog materijala, ali za inženjersku praksu puno interesantnija;

5. Da se na bazi teorijskih i eksperimentalnih istraživanja formuliše jedinstveni postupak za proračun deformacije nasutog objekta izloženog prelivanju, sa ciljem da se po mogućstvu učini određeni napredak u odnosu na neke dosadašnje računске modele.

2. ORGANIZACIJA DISERTACIJE

Nakon definisanja problema i ciljeva ovog rada u Poglavlju I, u nastavku se (Poglavlje II), komentarišu osnovni problemi matematičkog modeliranja erozije nasutih objekata izloženih prelivanju i daje sažet prikaz nekih postojećih računskih modela. U istom poglavlju prikazuje se koncepcija originalnog računskog modela koji obuhvata: a) modeliranje kvazi-ustaljenog tečenja preko preliva proizvoljne forme i b) modeliranje deformacije nasutog objekta izloženog dejstvu prelivnog mlaza. Data je globalna algoritamska struktura odgovarajućeg računskog postupka.

U Poglavlju II govori se o modeliranju kvazi ustaljenog, ravninskog, gravitacionog tečenja sa izrazitom zakrivljenošću strujnica. Ovaj vid tečenja može se uspešno analizirati primenom teorije potencijalnog strujanja sa slobodnom površinom. Razradjen je odgovarajući iterativni postupak na bazi Metode graničnih elemenata, koji omogućava da se sračunaju svi hidraulički parametri neophodni za analizu erozionog procesa. Pored teorijskih i numeričkih aspekata primene spomenute metode, u ovom poglavlju prikazani su i rezultati

verifikacije predloženog modela na nekoliko primera iz prakse, pri čemu su korišćeni prelive na projektovanim ili već izgradjenim branama. Verifikacijom su obuhvaćene linije nivoa, pritisci, brzine i koeficijenti protoka.

U Poglavlju IV govori se o modeliranju erozionog procesa, odnosno deformacije nasutog objekta. Razradjeni računski postupak omogućava da se za dato strujno polje i karakteristike materijala od koga je objekat izgradjen, sračuna najpre količina erodiranog materijala u posmatranom vremenskom intervalu, a zatim i deformacija samog objekta. U ovom poglavlju prikazani su i rezultati laboratorijskih istraživanja koja su poslužila za određivanje zavisnosti izmedju prelivnog protoka i pronosa erodiranog materijala. Pri tome je posebna pažnja posvećena uslovima sličnosti koji se moraju ispuniti prilikom izrade fizičkih modela od koherentnog tla.

U Poglavlju V dati su rezultati kalibracije i verifikacije modela erozije nasutih objekata, a u Poglavlju VI, zaključci i sugestije u pogledu budućih istraživanja u ovoj oblasti.

POGLAVLJE II

KONCEPCIJA NUMERIČKOG MODELIRANJA PROCESA EROZIJE NASUTIH OBJEKATA IZLOŽENIH PRELIVANJU, STRUKTURA RAČUNSKOG MODELA I OBLAST NJEGOVE PRIMENE

1. PROBLEMI MATEMATIČKOG MODELIRANJA EROZIONOG
 PROCESA U SLUČAJU NASUTIH OBJEKATA IZLOŽENIH
 PRELIVANJU

Erozija nasutih objekata u toku njihovog prelivanja predstavlja vrlo složen proces, čije modeliranje zahteva rešenje niza problema, kako na planu matematičkog modeliranja same pojave, tako i na numeričkom planu. Može se reći da su problemi matematičkog modeliranja koncepcijske prirode - vezani za osnovno pitanje kakvim jednačinama što vernije opisati neki fenomen, dok su numerički problemi vezani za realizaciju matematičkog modela.

U datom slučaju osnovni problemi su:

(a) Neustaljenost pojave: Prelivanje deformabilne konture predstavlja vid prostornog i vremenski promenljivog tečenja. Površinska erozija objekta je takodje neustaljen proces u uskoj vezi sa hidrauličkim parametrima toka.

U modeliranju ovako složenog kretanja vode i nanosa pošlo se od uprošćenog koncepta po kome se proces aproksimira nizom ustaljenih stanja kratkog trajanja (Δt), sa osrednjenim hidrauličkim i psamološkim parametrima unutar datog intervala.

Ovakav pristup se može smatrati kao medjukorak u pravcu razvoja modela koji bi se bazirao na jednačinama neustaljenog kretanja vode i nanosa.

Treba medjutim istaći da modeliranje ubrzanih tokova velike zakrivljenosti nije jednostavno čak ni u slučaju ustaljenog tečenja. Naime, odredjivanje položaja slobodne površine predstavlja u matematičkom smislu nelinearni granični problem, a poznato je da je rešavanje nelinearnih problema skopčano sa brojnim numeričkim teškoćama. Rešenje se traži iterativnim putem, poboljšanjem niza rešenja linearnih graničnih problema. Ovo je kao što će se videti u nastavku, jedna od centralnih tema ovog rada.

(b) Uzajamna uslovljenost tečenja vode i deformacije prelivne konture: U razradi matematičkog modela poći će se od pretpostavke da se hidraulička komponenta modela može razdvojiti od deformacione. Koherentnost materijala naime deluje usporavajuće na erozioni proces, tako da se može smatrati da se deformacione promene prelivne konture odvijaju sporije od hidrauličkih promena.

Imajući ovo u vidu, predviđeno je da se u svakom računskom koraku, proračun deformacije obavlja nakon proračuna linije nivoa i strujne slike na prelivu, a da izmenjena geometrija prelivne konture, u povratnoj sprezi, služi za korekciju strujne slike u narednom računskom intervalu.

Teorijska osnova etapnog proračuna deformacije iznesena je u radu de Vries-a / E7 /.

Polazeći od osnovnih jednačina održanja mase i količine kretanja za vodu i nanos, kao i od pretpostavke da je pronos nanosa proporcionalan srednjoj brzini toka, ovaj autor je analizirao medjusobni odnos propagacije poremećaja na liniji nivoa i u rečnom koritu i došao do kubne jednačine:

$$\phi^3 - 2\phi^2 + (1 - F_r^{-2} - \psi F_r^{-2})\phi + \psi F_r^{-2} = 0 \quad (1)$$

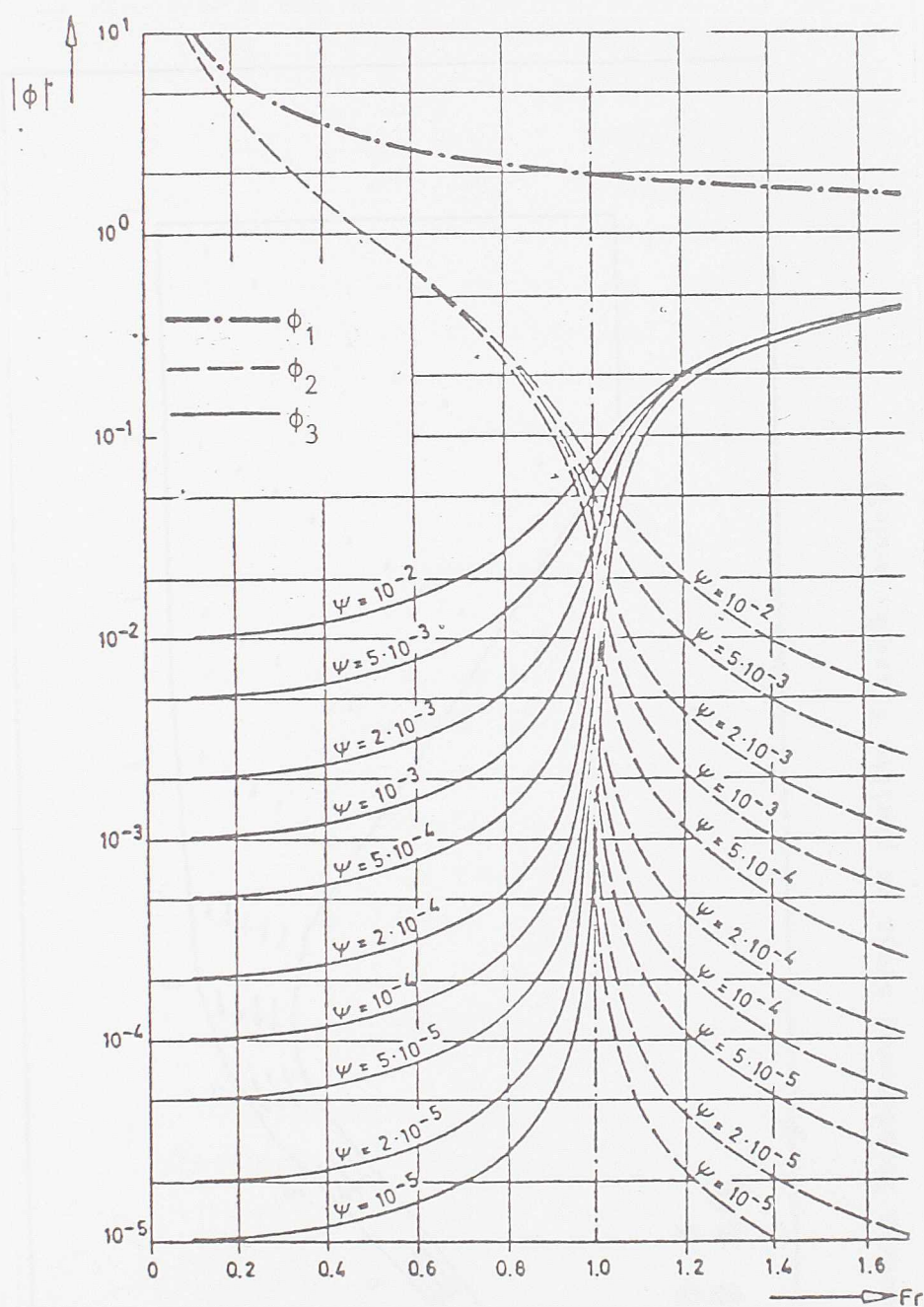
koja sadrži tri bezdimenzionalne varijable:

- ϕ - relativnu brzinu poremećaja;
- F_r - Froude-ov broj, i
- ψ - transportni parametar toka koji je proporcionalan odnosu pronosa nanosa i protoka vode.

Koreni jednačine (1):

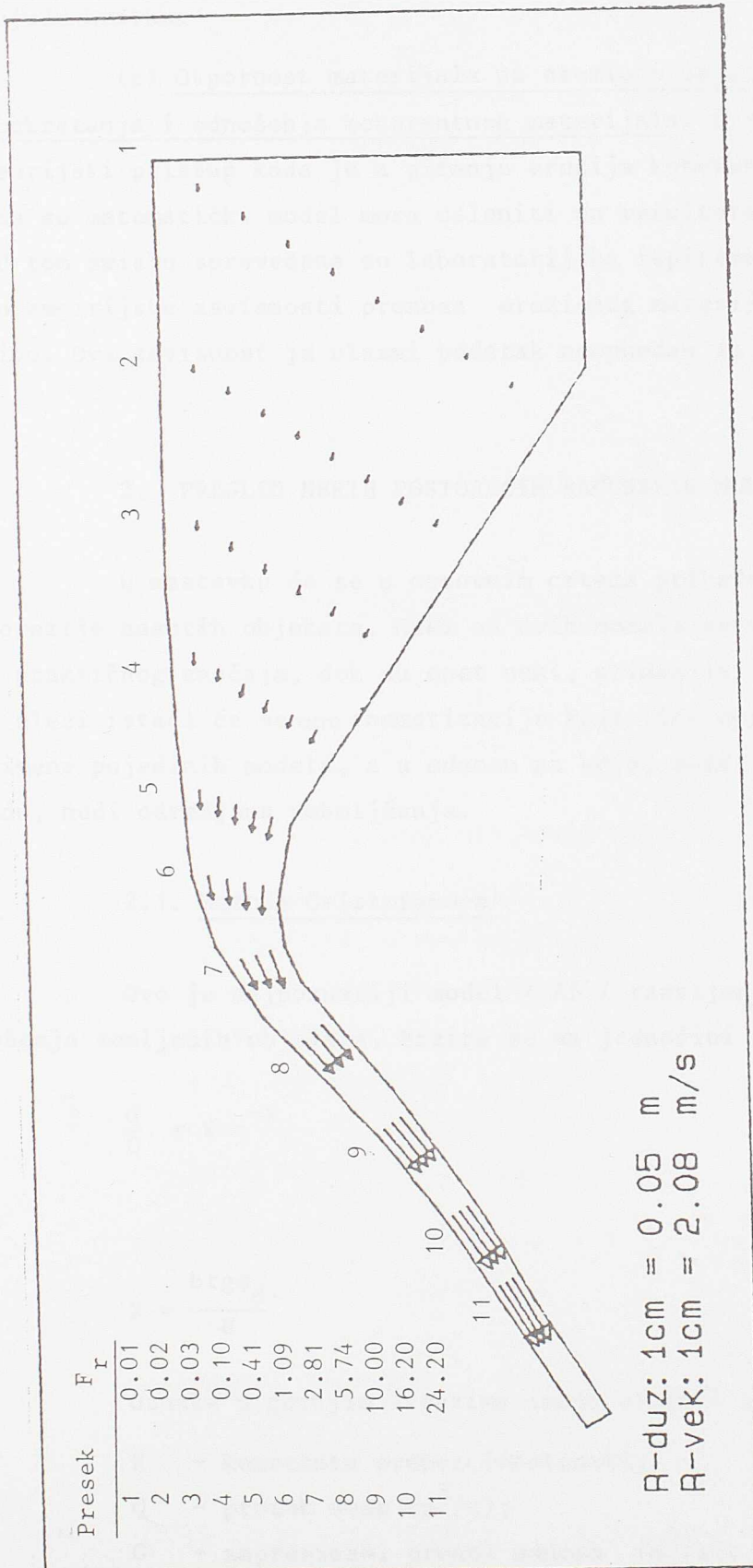
$$\begin{aligned} \phi_1 &= 1 + \frac{1}{F_r} \\ \phi_2 &= 1 - \frac{1}{F_r} \\ \phi_3 &= \frac{\psi}{1 - F_r^2} \end{aligned} \quad (2)$$

prikazani su na slici 6. Koreni ϕ_1 i ϕ_2 odražavaju brzine poremećaja na slobodnoj površini, a ϕ_3 - brzinu promene korita usled kretanja nanosa. Može se konstatovati da su kako u mirnom, tako i u silovitom režimu tečenja, brzine (ϕ_1) i (ϕ_2) nezavisne od mobilnosti dna (ϕ_3), a da samo u zoni kritičnog tečenja ($F_r=1$), brzine ϕ_2 i ϕ_3 postaju iste u apsolutnom smislu.



Sl. 6. - Relativne brzine poremećaja / E7 /

Izloženo ukazuje na mogućnost razdvajanja proračuna strujanja vode od proračuna deformacije kada je u pitanju prelivanje nasutih objekata, sa izuzetkom profila u kome se javlja kritična dubina (zona temena breše). Ilustracije radi, na slici 7 prikazano je trenutno stanje erozije registrovano na fizičkom modelu nasutog objekta u okviru laboratorijskih ispitivanja o kojima će biti reč u ovom radu. Sračunate vrednosti F_r - broja u odredjenom broju profila duž toka jasno ukazuju na zone mirnog i burnog tečenja, i pokazuju da je zona kritičnog tečenja, sa aspekta proračuna deformacija,



Sl. 7 - Vrednosti Froude-ovog broja na prelivu (fizički model)

zanemarujuće kratka.

(c) Otpornost materijala na eroziono dejstvo vode - kritični uslovi pokretanja i odnošenja koherentnog materijala. S obzirom da ne postoji opšti teorijski pristup kada je u pitanju erozija koherentnih materijala, izvesno je da se matematički model mora osloniti na rezultate empirijskih istraživanja. U tom smislu sprovedena su laboratorijska ispitivanja, sa ciljem da se dodje do empirijske zavisnosti pronosa erozionog materijala od pritoka vode na prelivu. Ova zavisnost je ulazni podatak neophodan za primenu matematičkog modela.

2. PREGLED NEKIH POSTOJEĆIH RAČUNSKIH MODELA

U nastavku će se u osnovnim crtama prikazati neki od postojećih modela erozije nasutih objekata. Neki od ovih modela su više od teorijskog nego od praktičnog značaja, dok su opet neki, primenjivi u praksi. U pregledu koji sledi istaći će se one shematizacije koje čine ograničavajući faktor šire primene pojedinih modela, a u odnosu na koje, model koji je razvijen u ovom radu, nudi određena poboljšanja.

2.1. Metoda Cristofano-a

Ovo je najpoznatiji model / A5 / razvijen za proračun progresivnog rušenja zemljanih objekata. Bazira se na jednačini erozije u obliku:

$$\frac{G}{Q} = K \cdot e^{-X} \quad (3)$$

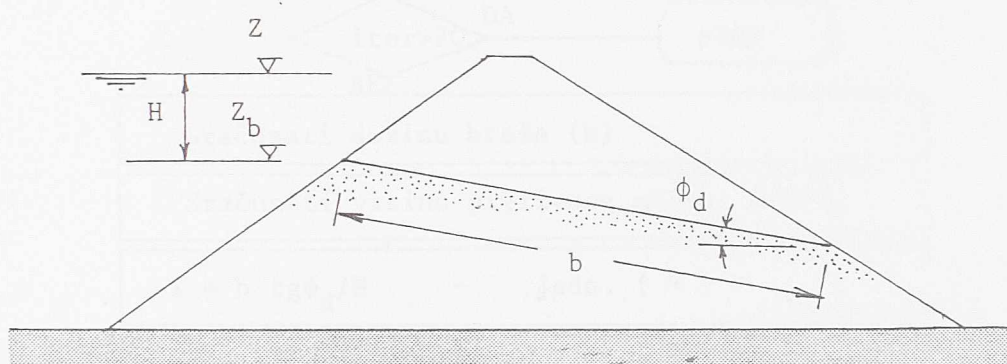
gde je:

$$X = \frac{btg\phi_d}{H} \quad (4)$$

Oznake u gornjim izrazima imaju sledeće značenje:

- K - konstanta proporcionalnosti;
- Q - protok vode (m^3/s);
- G - zapreminski pronos nanosa (m^3/s);
- e - osnova prirodnog logaritma

- ϕ_d - ugao trenja materijala koji nastaje pod dejstvom prelivnog toka ($11^\circ-15^\circ$);
- b - dužina breše u pravcu toka (m), (sl. 8);
- H - visina prelivnog mlaza (m), (sl. 8).



Sl. 8. - Shematizacija breše po Cristofano-u /A5 /

Za primenu ove metode neophodne su sledeće pretpostavke:

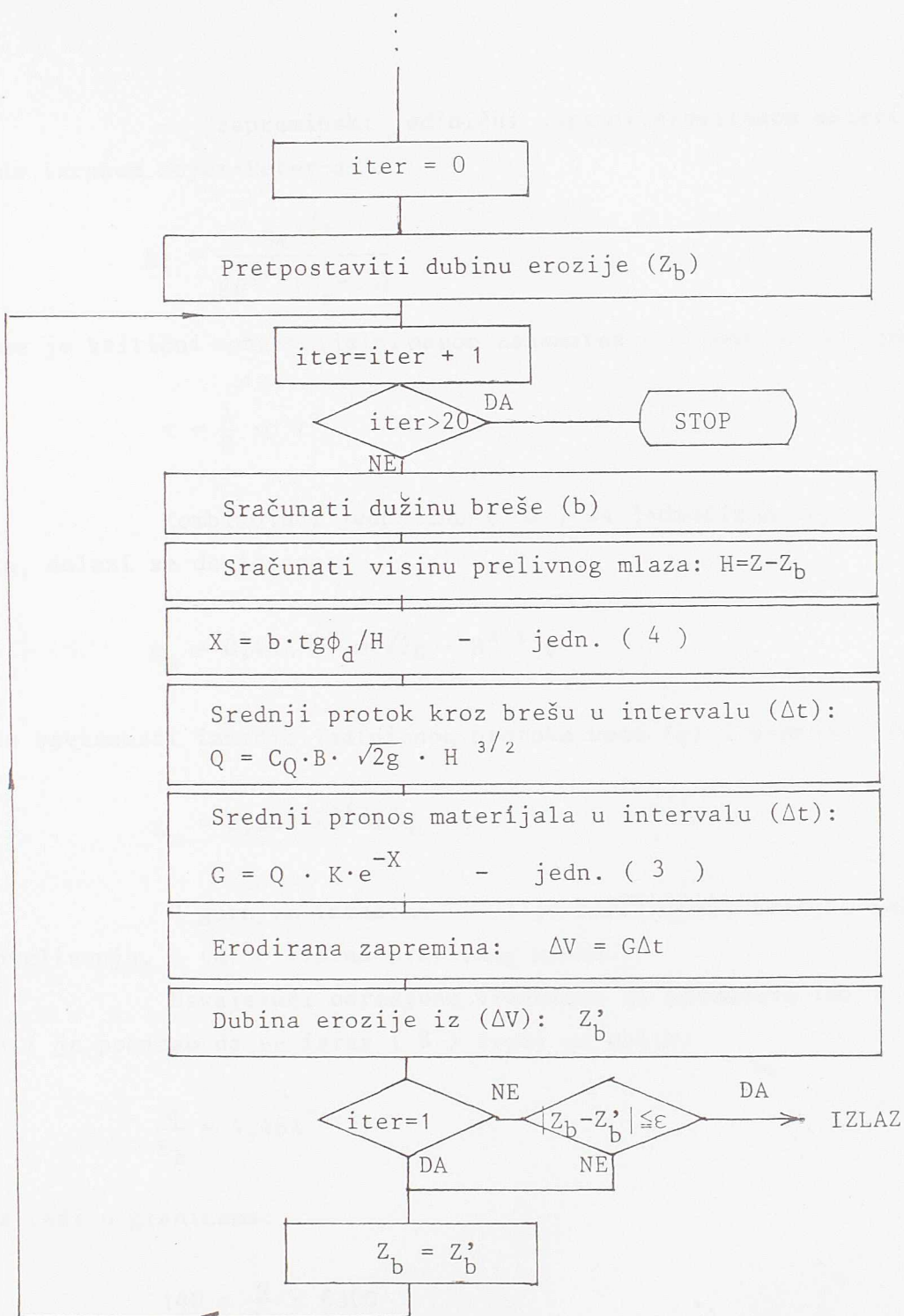
- oblik breše je trapezni, a ugao (ϕ_d) konstantan;
- širina breše u dnu se u toku rušenja povećava po nekom unapred usvojenom zakonu;
- nivo u akumulaciji je u periodu rušenja konstantan, a otičaj kroz brešu se definiše jednačinom nepotopljenog preliivanja;
- erozija se odvija po slojevima dužine (b).

Proračun dubinske erozije se obavlja iterativno, metodom zamenne prema blok shemi prikazanom na slici 9.

2.2. Model Thiriot-a

Polazne pretpostavke u modelu Thiriot-a /A12 / su sledeće:

- tečenje kroz brešu proizvoljnog poprečnog preseka se tretira kao preliivanje preko širokog praga, a dno breše u uzdužnom preseku je horizontalano;



Sl. 9 - Algoritam proračuna dubinske erozije po metodi Cristofano-a

- zapreminski jedinični pronos erodiranog materijala se definiše izrazom Meyer-Peter-a:

$$g_s = \frac{8\tau^{3/2}}{g\rho^{1/2}(\rho_s - \rho)}, \quad (5)$$

u kome je kritični tangencijalni napon zanemaren u odnosu na stvarni:

$$\tau = \frac{\lambda}{8} \cdot \rho v^2 \quad (6)$$

Kombinujući jednačinu (5) sa jednačinom nepotopljenog preliivanja, dolazi se do izraza:

$$g_s = 0,44\lambda^{3/2} \cdot m^3 \sqrt{2g} \cdot H^{3/2}, \quad (7)$$

te do zavisnosti izmedju jediničnog protoka vode (q) i pronosa nanosa (g_s):

$$g_s = 0,663 \cdot \lambda^{3/2} m^2 q \quad (8)$$

U gornjim izrazima (λ) je koeficijent trenja, (m) - koeficijent preliivanja, a (H) - visina prelivnog mlaza.

Usvajajući određene vrednosti za parametre (m) i (λ), Sametz /A14 / je pokazao da se izraz (8) svodi na oblik:

$$\frac{q}{g_s} = 4,48\lambda^{-3/2} \quad (9)$$

i da važi u granicama:

$$140 < \frac{q}{g_s} < 6300 \quad (10)$$

Pozivajući se na sopstvene eksperimente, isti autor dovodi u pitanje ove granice i navodi da u konkretnim proračunima obrazac Thiriot-a ne daje logične rezultate. Thiriot /A12 / takodje ističe aproksimativnost metode i sugeriše istraživanja koja bi obuhvatila koherentnost materijala, kao i modeliranje uzdužnog pada breše.

2.3. Model US Bureau of Reclamation

Polazeći od nerealnosti totalnog trenutnog rušenja, autori ovog modela / A3 / koriste za proračun rešenja nasutih brana dva modela:

(1) model progresivnog rušenja, pomoću koga se definiše hidrogram oticaja. Pretpostavlja se pri tome da se može smatrati da je nivo u akumulaciji horizontalan i konstantan u kratkom periodu rušenja brane;

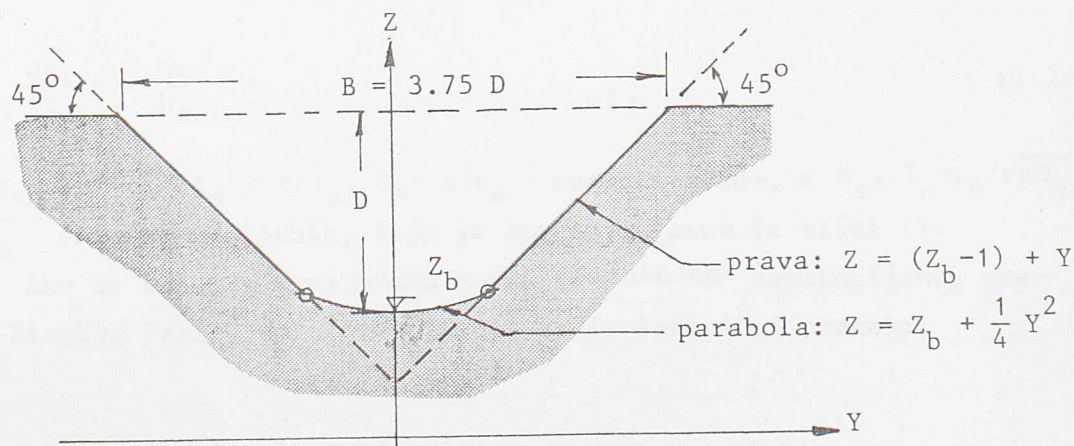
(2) Model propagacije dobijenog hidrograma nizvodno, pri čemu se koristi neka od poznatih numeričkih metoda.

Za proračun količine erodiranog materijala, autori koriste formulu Schoklitsch-a

$$G_s = \frac{7000 J^{3/2} Q}{\sqrt{d}} \quad (\text{kg/s}) \quad (11)$$

gde je J - uzdužni pad breše (5° - 20° u zavisnosti od vrste materijala), a d - krupnoća zrna (mm)

Breša, čija je forma prikazana na slici 10, uvećava se tokom erozionog procesa, ali joj oblik uvek ostaje isti. Ovakva shematizacija breše, proizašla iz nekih zapažanja u prirodi, posebno onih u vezi rušenja brane Teton / A4 /, podrazumeva da nema bočne erozije koja bi uticala na promenu oblika. Uvećanje zapremine breše računa se po vremenskim intervalima iterativnim postupkom koji je analogan postupku Cristofano-a (slika 9.).

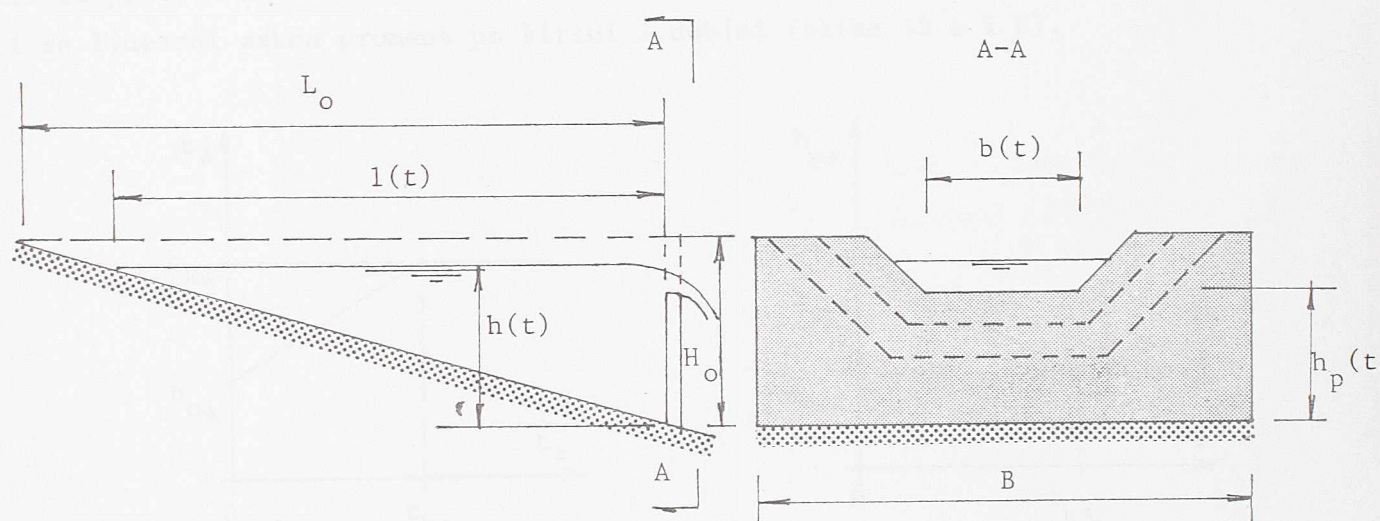


S1. 10. - Shematizacija breše prema / A3 /.

2.4. Model Fread-a

Ovaj model / A6 / je u potpunosti konceptualan i ne koristi bilo kakve fizičke parametre erozionog procesa. Biće ukratko prikazan sa jednačinama u bezdimenzionalnoj formi, kako su korišćene u radu /A14/.

Na slici 11 shematizovano je prikazana akumulacija, brana i breša trapeznog oblika.



Sl. 11. - Shematizacija breše u modelu Fread-a / A6 / , /A14/

Bilansna jednačina za akumulaciju u funkciji jediničnog otičaja (q_*) kroz brešu ima bezdimenzionalni oblik:

$$\frac{dh_*}{dt_*} = - \frac{q_*}{h_*} \quad , \quad (12)$$

Pri čemu su $h_* = h/H_0$, $t_* = t/t_0$, $q_* = q/q_0$ normalizovane, a H_0 , $T_0 = L_0/\sqrt{gH_0}$ i $q_0 = H_0 \sqrt{gH_0}$ osnovne varijable, čije je značenje jasno iz slike 11.

Ako se tečenje kroz brešu definiše zakonom nepotopljenog prelivanja preko širokog praga, može se pokazati da je jedinični protok:

$$q_* = C_{QP} \cdot b_* (h_* - h_{p*})^{3/2} + C_{QT} \cdot (H_0/B) \cdot (h_* - h_{p*})^{5/2} \quad , \quad (13)$$

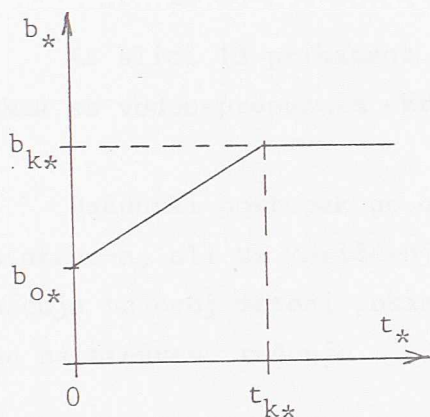
a početni problem koji definiše pražnjenje akumulacije:

$$\frac{dh_*}{dt_*} = - \frac{C_{QP} \cdot b_* (h_* - h_{p*})^{3/2}}{h_*} + \frac{C_{QT} \cdot (H_o/B) \cdot (h_* - h_{p*})^{5/2}}{h_*} \quad (14)$$

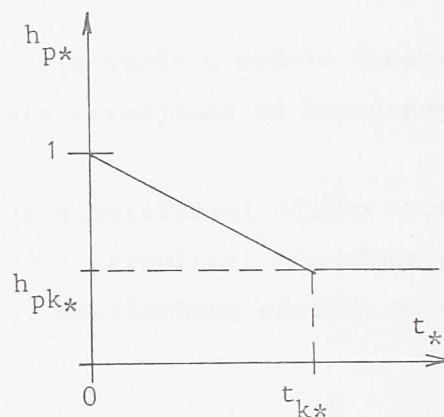
$$h_*(0) = 1$$

Veličine C_{QP} i C_{QT} su koeficijenti prelivanja za pravougaoni, odnosno trougaoni presek, usvojeni iz literature.

Da bi se problem definisan jednačinama (14) numerički rešio, mora se pretpostaviti zakon vremenske razrade breše. U konkretnom slučaju koristi se linearni zakon promene po širini i dubini (slika 12 a i b).



(a)



(b)

$$b_*(t_*) = b_{o*} + (b_{k*} - b_{o*}) \frac{t_*}{t_{k*}} \quad \dots \quad 0 < t_* \leq t_{k*}$$

$$b_*(t_*) = b_{k*} \quad \dots \quad t_* > t_{k*}$$

$$h_{p*}(t_*) = h_{pk*} + (1 - h_{pk*}) \frac{(t_{k*} - t_*)}{t_{k*}} \quad \dots \quad (0 < t_* \leq t_{k*})$$

$$h_{p*}(t_*) = h_{pk*} \quad \dots \quad t_* > t_{k*}$$

S1. 12. - Linearni zakon vremenskog razvoja breše / A6 /, /A14 /.

2.5. Model Sametz-a

Model Sametz-a /A11 / je interesantan jer predstavlja pokušaj da se proračun progresivne erozije nasutog objekta bliže veže za fizičke karakteristike samog procesa. Eksperimentišući sa modelima od nevezanog materijala *)

*) Eksperimenti Sametz-a sa koherentnim materijalom nemaju sistematski karakter

sa i bez vodonepropusnih ekrana, ovaj autor je došao do eroziona jednačine u obliku:

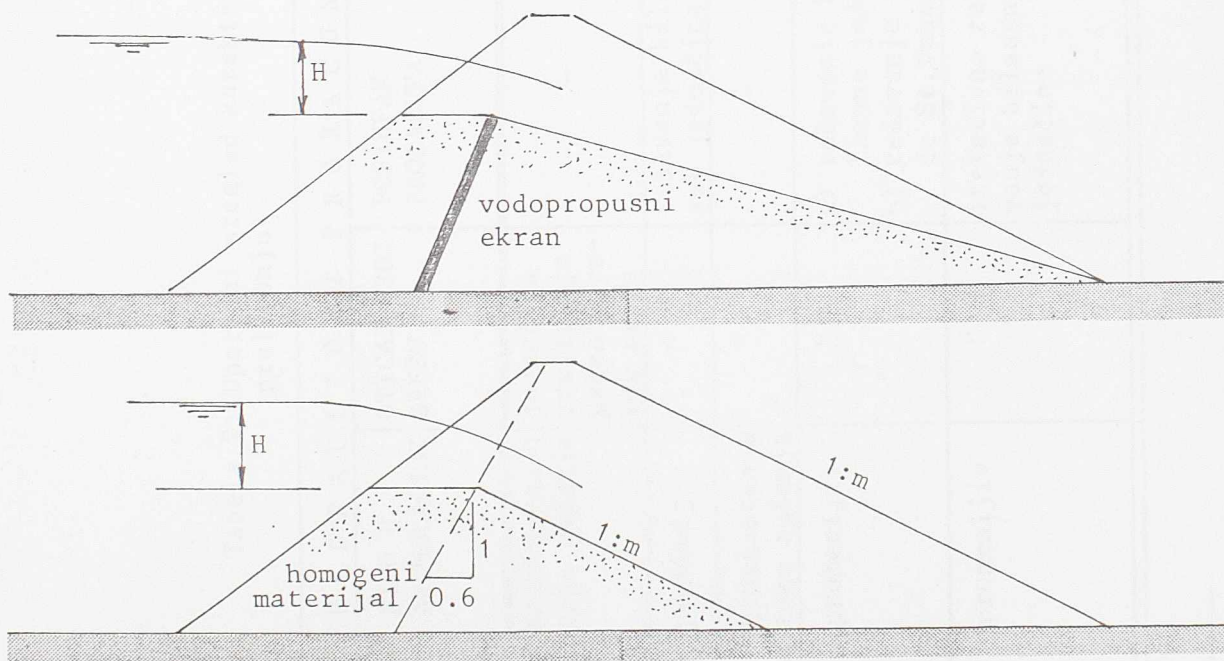
$$\frac{Q}{G} = C_1 \cdot e^{C_2 E_z} \quad (15)$$

gde je $\left(\frac{Q}{G}\right)$ - odnos zapreminskih protoka vode i materijala, (e) - osnova prirodno logaritma, (E_z) - "erozioni broj" definisan kao odnos zapremine breše i zapremine preostalog, ne-erodiranog dela brane, a (C_1) i (C_2) - empirijski koeficijenti u opsegu:

$$\begin{aligned} 0,07 \leq C_1 \leq 0,2 \\ 3 \geq C_2 \geq 2 \end{aligned} \quad (16)$$

Na slici 13 prikazana je shematizacija breše u modelu Sametz-a za slučaj objekta sa vodonepropusnim ekranom i objekta izradjenog od homogenog materijala.

Računski postupak po ovoj metodi je algoritamski sličan onom u modelu Cristofano-a, ali uz korišćenje izraza (15). Rezultati proračuna postepenog rušenja po ovoj metodi pokazuju redukciju maksimalnog protoka od oko 40% u odnosu na trenutno rušenje.



Sl. 13. - Shematizacija breše u modelu Sametz-a / A11/

U tabeli 2 dat je uporedni pregled osnovnih karakteristika navedenih modela.

Tabela 2: Uporedni pregled karakteristika nekih modela za proračun erozije nasutih objekata izloženih prelivanju

M O D E L	H I D R A U L I Č K I P P O R A Č U N		P R O R A Č U N D E F O R M A C I J E O B J E K T A					
	NIVO U AKUMULACIJI	OTICAJ KROZ BREŠU	POSTUPAK PRORAČUNA	OBLIK POPREČNOG PROFILA BREŠE	VRSTA MATERIJALA	JEDNAČINA PRONOSA ERODIRANOG MAT	POSTUPAK PRORAČUNA	
Cristofano	Konstantan u toku rušenja	jednačina prelivanja preko širokog praga	-	trapezni	pravolinijski pod nagibom	nekoherentan i koherentan	polu-empirijska	iterativan; računana se stanje deformacije globalno, za ceo objekat
Thiriote	promenljiv	"	rešavanje bilansne jednačine	peoizvoljan	horizontalan	nekoherentan	Meyer-Peter	"
Bureau of Reclamation	konstantan u toku rušenja	"	-	paraboličan trougaon	horizontalan	nekoherentan	Schoklitsch	"
Fread	promenljiv	"	a) rešavanje bilansne jednač. b) rešavanje jed. de St.Venant-a	trapezni pravougaoni trougaoni	horizontalan	-	*	"
Sametz	promenljiv	"	iterativno rešavanje bilansne jednačine	trapezni	pravolinijski, pod nagibom nizvodne kosine objekta	nekoherentan i koherentan	empirijska	"

*) brzina procesa se proizvoljno definiše

3. STRUKTURA RAČUNSKOG MODELA RAZVIJENOG U OKVIRU OVOG RADA

Kao što je rečeno u uvodnom delu, matematički model razvijen u ovom radu sadrži dve komponente:

- hidrauličku, kojom se modelira prelivni tok, i
- erozionu, kojom se računa deformacija objekta.

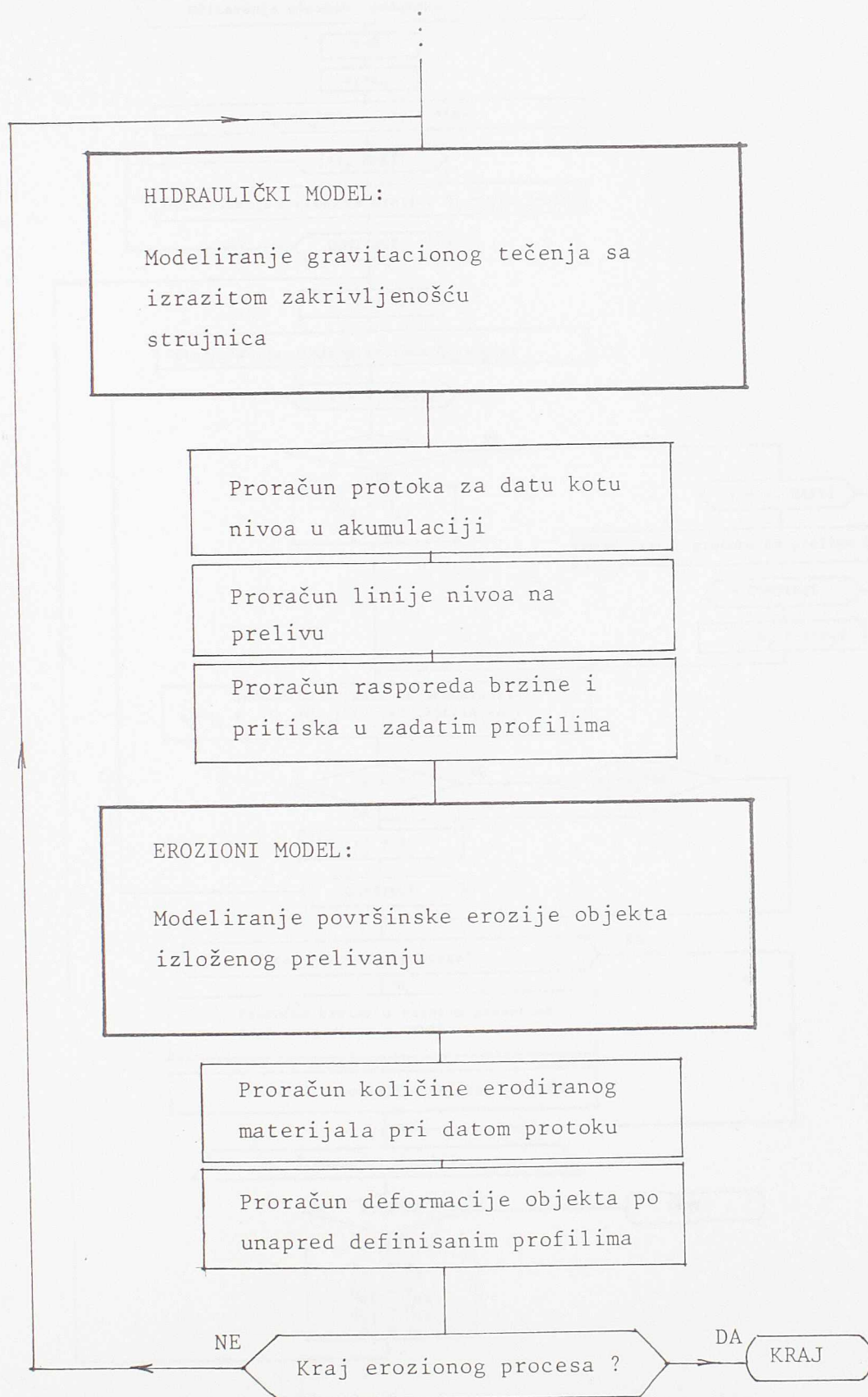
Medjusobna veza ovih modela shematski je prikazana na slici 14. Primena navedenih modela omogućena je pomoću skupa programa za elektronski računar, pod nazivom GEN8^{*)}. Ovaj programski sistem sastoji se od tri programska modula:

- GEN81 - programski modul za proračun hidrauličkih parametara prelivnog toka (linije nivoa, pritisci, koeficijent protoka);
- GEN82 - programski modul za proračun rasporeda brzina u zadatim presecima prelivnog mlaza;
- GEN83 - programski modul za proračun deformacije nasutog objekta

Programski sistem GEN8 može se koristiti u sprezi sa uobičajenim računskim modelom transformacije poplavnog talasa u akumulaciji, koji se zasniva na iterativnom rešenju bilansne jednačine (slika 15). Pri tome predlaže se korišćenje promenljivog računskog koraka po vremenu, da bi se u periodu rušenja koristila odgovarajuća vremenska diskretizacija.

U nastavku se daje detaljan prikaz pojedinih komponenti razvijenog računskog modela, kao i odgovarajućih programskih modula.

*) Granični Elementi za Nasute objekte - verzija 8



Sl. 14. - Uopšteni algoritam proračuna progresivnog rušenja nasutih objekata usled prelivanja

POGLAVLJE III

NUMERIČKI MODEL RAVANSKOG GRAVITACIONOG TEČENJA VODE
SA IZRAZITOM ZAKRIVLJENOŠĆU STRUJNICA,
PROGRAMSKI MODULI GEN81 I GEN82.

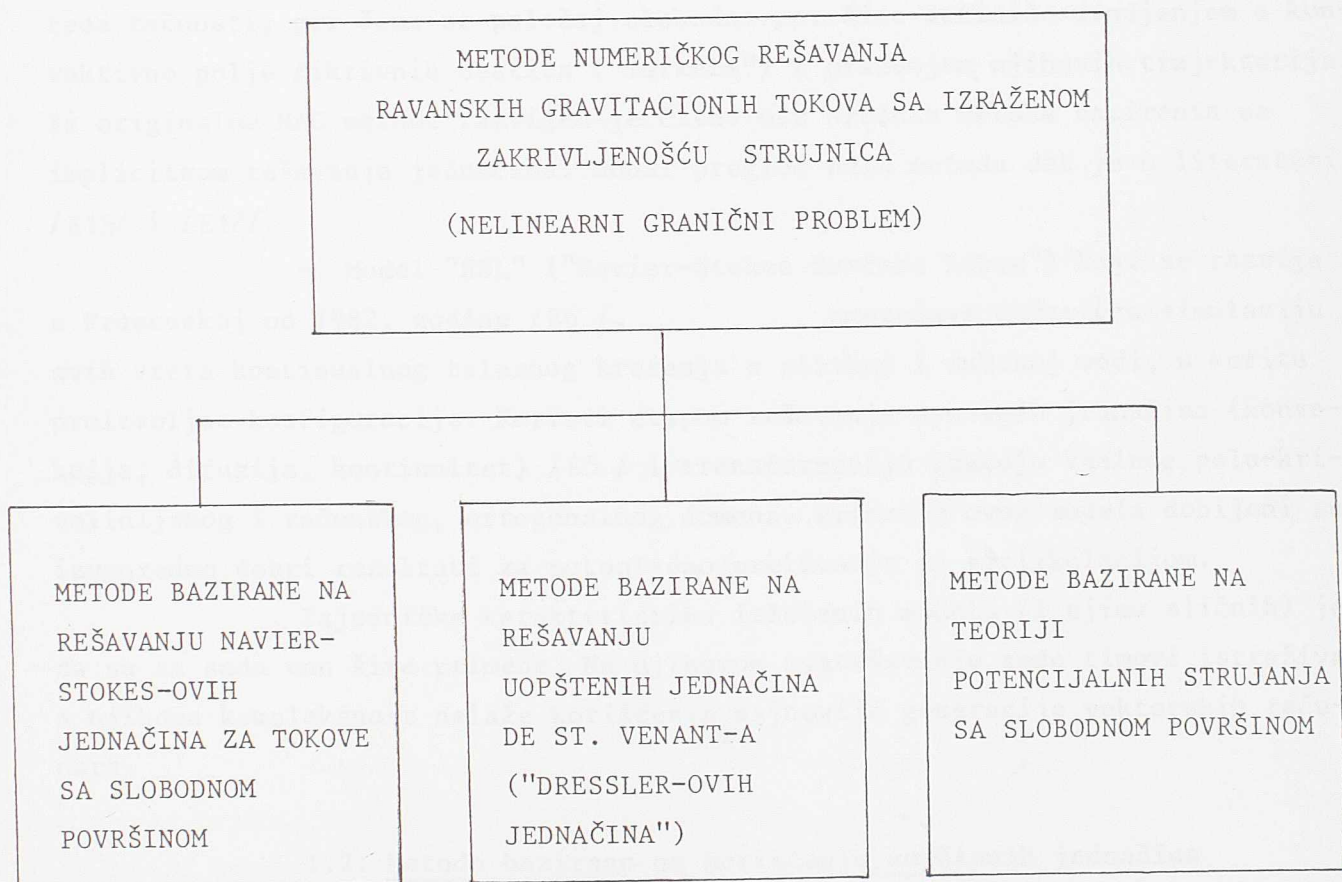


SL. 10. Struktura numeričkog modela ravnanskog gravitacionog tečenja vode sa izrazitom zakrivljenošću strujnica.

1. PREGLED NUMERIČKIH METODA ZA REŠAVANJE RAVANSKIH GRAVITACIONIH TOKOVA SA IZRAŽENOM ZAKRIVLJENOŠĆU STRUJNICA

Problem gravitacionih tokova sa izraženom zakrivljenošću strujnica (kao što su različiti tipovi preliivanja i isticanja) spadaju u one probleme hidraulike "kratkih objekata" koji se po tradiciji rešavaju pomoću fizičkih modela. Razvoj numeričkih metoda u zadnje dve decenije doprineo je da se i ovi problemi sve uspešnije rešavaju numeričkim putem, i u tom pogledu postoje tri osnovna pravca razvoja, kao što je prikazano dijagramom na slici 16.

U nastavku će se dati kraći prikaz navedenih metoda.



Sl. 16 - Metode numeričkog rešavanja ravanskih gravitacionih tokova sa izraženom zakrivljenošću strujnica

1.1. Metode bazirane na rešavanju Navier-Stokes-ovih jednačina za strujanja sa slobodnom površinom

Ovde je reč o najopštijem prilazu problemu. Integrišu se kompletne Navier-Stokes-ove jednačine za ravansko, neustaljeno, turbulentno tečenje sa slobodnom površinom u koritu proizvoljne geometrije. Reč je o najsloženijim modelima za koje se može reći da još uvek nemaju širu primenu.

Poznati modeli iz ove kategorije su na primer:

- Model "MAC" ("Marker and Cell") /E11/, koji omogućava rešavanje "primitivnih" varijabli (u, v, p) na bazi centralnih konačnih razlika drugog reda tačnosti, pri čemu se položaj slobodne površine definiše uvodjenjem u konvektivno polje fiktivnih čestica ("markera") i praćenjem njihovih trajektorija. Iz originalne MAC metode razvijen je čitav niz srodnih metoda baziranih na implicitnom rešavanju jednačina. Dobar pregled ovih metoda dat je u literaturi /E15/ i /E18/.

- Model "NSL" ("Navier-Stokes Surface Libre") koji se razvija u Francuskoj od 1982. godine /E6/, omogućava numeričku simulaciju svih vrsta kontinualnog talasnog kretanja u plitkoj i dubokoj vodi, u koritu proizvoljne konfiguracije. Koristi etapno rešavanje osnovnih jednačina (konvekcija, difuzija, kontinuitet) /E5/ i transformaciju izmedju realnog, polu-krivolinijskog i računskog, ortogonalnog domena. Primenom ovog modela dobijeni su izvanredno dobri rezultati za potopljeno preliivanje sa recirkulacijom.

Zajednička karakteristika izloženih modela (i njima sličnih) je da su za sada van šire primene. Na njihovom usavršavanju rade timovi istraživača, a njihova kompleksnost nalaže korišćenje najnovije generacije vektorskih računara.

1.2. Metode bazirane na korišćenju uopštenih jednačina de St. Venant-a ("Dressler-ovih jednačina")

Kao što je poznato, klasične jednačine de St. Venant-a se baziraju, izmedju ostalih, i na hipotezi male zakrivljenosti strujnica i zanemarljive vertikalne komponente ubrzanja. Dressler /E8/ i Sivakumaran i dr. /E19/ su različitim putem izveli jednačine koje sadrže uticaj zakrivljenosti korita u vertikalnoj ravni na komponente brzina i na raspored pritisaka. Ove jednačine se mogu smatrati rezultatom uopštavanja jednačina de St. Venant-a. U radu

/E9 / navode se određene teškoće u praktičnoj primeni ove metode usled lokalnih diskontinuiteta funkcije zakrivljenosti. Prema navodima u istom radu, ozbiljan rad na verifikaciji jednačina i računskog postupka, tek predstoji.

1.3. Metode bazirane na teoriji potencijalnih strujanja sa slobodnom površinom

Poznato je da se kod određenog broja strujanja sa izraženim inercijalnim efektima, kao što je na primer isticanje ispod ustava ili prelivanje preko objekata, uticaji viskoznosti mogu zanemariti, te da se ovakva strujanja, ukoliko nema recirkulacije, mogu tretirati kao potencijalna. Ustaljena strujanja ovog tipa opisuju se jednačinom Laplace-a. Iako je numeričko rešavanje same Laplace-ove jednačine danas rutinski postupak, numeričko rešavanje potencijalnih strujanja sa slobodnom površinom to ni izdaleka nije, s obzirom da je reč o složenom, nelinearnom problemu. To je razlog što se u literaturi i danas sreću radovi iz oblasti preliivanja i isticanja. Predlažu se novi numerički postupci, ili se daju poboljšanja već postojećih. Moglo bi se reći da je hronološki gledano, period sedamdesetih godina bio period dominacije analitičkih postupaka i iteracionih rešenja na bazi konačnih razlika. Početkom osamdesetih godina našle su u ovoj oblasti svoju punu primenu metode konačnih, a zatim i graničnih elemenata. Razvoj ovih metoda na planu tačnosti i efikasnosti traje i danas, nesmanjenim tempom, posebno u pravcu modeliranja neustaljenih i trodimenzionalnih tokova sa slobodnom površinom.

1.3.1. Analitičke metode

Osnovna karakteristika većine analitičkih metoda je da su bazirane na primeni konformnog preslikavanja i da su primenljive samo za najjednostavniji geometrijske uslove. Iz ove oblasti objavljeni su radovi Moayeri-a /B9/, Ray-a /B10/, Garg-a /B3/, Strelkoff i Moayeri-a /B8 /, /B11/, kao i radovi Jeppson-a /B6 / i Larock-a /B7 / koji se odnose na numeričko definisanje isticajnih profila, primenom metode relaksacije. Probleme preliivanja analitički su rešavali Henderson /B4 /, /B5 /, i Watters i Street /B12/. Značajan je i rad Cassidy-ja /B2 /, koji je, korićenjem metode relaksacije u kompleksnoj ravni, a dugotrajnim ručno-mašinskim postupkom, uspeo da odredi linije nivoa i sračuna koeficijente preliivanja za hidraulički oblikovane prelive.

Ozbiljan napredak u proračunu potencijalnih strujanja sa slobodnom površinom načinjen je najpre pojavom metode konačnih, a zatim i graničnih elemenata. Prednost ovih metoda u odnosu na analitičke i metode konačnih razlika je pre svega, u njihovoj izvanrednoj prilagodljivosti zakrivljenim računskim domenima, kakvi se javljaju u slučaju preliivanja.

1.3.2. Metoda konačnih elemenata

Metoda konačnih elemenata (MKE) bazira se na Ritz-ovom postupku minimizacije funkcionala čije značenje u fizičkom smislu može biti vezano za energetski sadržaj posmatrane kontrolne zapremine, ili za kvadrat odstupanja računskih brzina u odnosu na tačne vrednosti. Varijacionu formulaciju za potencijalno strujanje sa slobodnom površinom prvi su dali Chan i Larock / C4 /. Reč je o primeni MKE za proračun isticanja ispod ustave, pri čemu su obuhvaćeni odgovarajući granični uslovi na slobodnoj površini. Proračun se obavlja iterativno polazeći od pretpostavljene linije nivoa. Ovaj postupak su Dirsch i dr. /C7/, / C8 / prilagodili problemu preliivanja tako što su u proračun uveli i koeficijent protoka kao parametar kontrole konvergencije rešenja. Washizu i Ikegawa /C19 / u svom postupku kontrolišu konvergenciju rešenja procenom "glatkosti" dobijene linije nivoa. Potreba da se koriste ovakvi pomoćni kriterijumi proizilazi po mišljenju Finn-a i Varoglu-a /C9 /, iz nedovoljno opšte varijacione formulacije, koja ne sadrži i varijaciju po protoku. Otklanjajući ovaj nedostatak, pomenuti autori dolaze od stabilnog i jedinstvenog rešenja. Pri tome koriste specifičan postupak rešavanja, po kome je strujna funkcija jedna od čvornih koordinata, a nepoznate veličine su ordinate čvorova na slobodnoj površini i protok. Kako strujna funkcija nije prostorna koordinata, to ni mreža konačnih elemenata nije prostorno fiksirana, već se automatski prilagodjava promeni granice računskog domena. Postupak Finn-a i Varoglu-a ima u tom smislu velike prednosti i svakako predstavlja do sada najpouzdaniji postupak za rešavanje prelivnih tokova na bazi MKE.

1.3.3. Metoda graničnih elemenata

U toku osamdesetih godina počela se koristiti metoda graničnih elemenata (MGE) za rešavanje potencijalnih strujanja sa slobodnom površinom. Ova metoda se bazira na integralnoj formulaciji, tako da se u

slučaju ravanskog problema, rešenje traži samo po linijskoj granici izučavane oblasti. Za razliku od MKE, ova metoda daje mogućnost istovremenog proračuna nepoznate funkcije i njenog izvoda po normali na odgovarajućim delovima granice. Rešenje unutar oblasti se dobija iz rešenja na granici, i to isključivo u tačkama koje su od interesa, tako da je obim ulaznih podataka sveden na minimum. U ovom radu je MGE izabrana za osnovu računskog modela prelivanja nasutih objekata, pa će se u nastavku dati detaljan prikaz ove metode.

2. TEORIJSKE OSNOVE METODE GRANIČNIH ELEMENATA

2.1. Uvodne napomene

Osnovna ideja MGE u rešavanju graničnih problema je u tome da se neka parcijalna diferencijalna jednačina zameni odgovarajućom integralnom jednačinom, tako da se rešavanje svede na izračunavanje nepoznatih veličina samo na granici izučavane oblasti. Na taj način se dimenzionalnost problema smanjuje za jedan. Integracija se obavlja na nizu segmenata - "elemenata", pomoću kojih se granica domena diskretizuje, pri čemu se rešenje na nivou svakog elementa aproksimira interpolacionom funkcijom određenog oblika. Rešenje unutar oblasti dobija se naknadno iz rešenja na granici, i to samo u tačkama čiji je položaj unapred zadat.

2.2. Integralne jednačine za ravanski problem

Integralne jednačine na kojima se bazira MGE dobijaju se primenom poznate Druge Green-ove formule. Posmatra se isključivo ravanski problem.

Ako je (Γ) zatvorena kriva koja ograničava površinu (D) , i ako su (u) i (u^*) dvostruko diferencijabilne funkcije nezavisno-promenljivih (x,y) , tada je shodno Drugoj Green-ovoj formuli:

$$\int_D (u^* \nabla^2 u - u \nabla^2 u^*) dA = \int_{\Gamma} (u^* \frac{\partial u}{\partial n} - u \frac{\partial u^*}{\partial n}) ds \quad (17)$$

U gornjem izrazu je ∇^2 - operator Laplace-a, (\vec{n}) - ort normale na konturu (Γ) , dA - elementarna površina, a ds - elementarna dužina granice (Γ) .

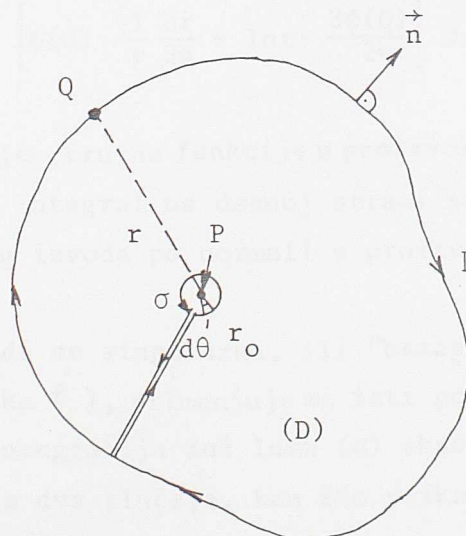
Da bi se rešavanje datog problema svelo isključivo na granicu posmatrane oblasti, potrebno je tako izabrati funkcije (u) i (u^*) da zadovolje Laplace-ovu jednačinu:

$$\nabla^2 u = \nabla^2 u^* = 0 \quad (18)$$

U problemu koji se razmatra, funkcija (u) može biti potencijal (ϕ) ili strujna funkcija (ψ), dok funkcija (u^*) mora imati oblik "fundamentalnog rešenja" Laplace-ove jednačine. Ovo rešenje se formira tako da zadovolji datu diferencijalnu jednačinu u svim tačkama domena, izuzev u singularnoj tački $P_i(x_i, y_i)$. U slučaju dvodimenzionalnog problema, može se pokazati da je /C16/:

$$u^* = \ln r \quad (19)$$

U gornjem izrazu (r) je odstojanje izmedju singularne tačke $P(r=0)$ i proizvoljne tačke Q na granici (Γ) dvodimenzionalnog domena (D), kao što prikazuje slika 17.



Sl. 17 - Položaj singularne tačke unutar domena /C16/.

Da bi se mogla primeniti jednačina (17), tačka (P) se izuzima krugom elementarnog poluprečnika (r_0):

$$\int_{\Gamma} \left[\psi \frac{\partial(\ln r)}{\partial n} - \ln r \frac{\partial \psi}{\partial n} \right] ds + \lim_{r_0 \rightarrow 0} \int_{\sigma} \left[\psi \frac{\partial(\ln r)}{\partial n} - \ln r \frac{\partial \psi}{\partial n} \right] ds = 0 \quad (20)$$

pri čemu se u formulaciji problema koristi strujna funkcija: $u = \psi$. Pravolinijski delovi granice, obzirom na smer integracije, dovode do međusobnog potiranja rezultata.

Imajući u vidu orijentaciju spoljne normale na elementarni krug (σ):

$$\frac{\partial(\ln r)}{\partial n} = \frac{1}{n} \cdot \frac{\partial r}{\partial n} = \frac{1}{r} (\nabla \vec{r} \cdot \vec{n}) = -\frac{1}{r}, \quad (21)$$

kao i činjenicu da funkcija $\psi(x, y)$ ne zavisi od (r_0), može se pokazati da je drugi član jednačine (20):

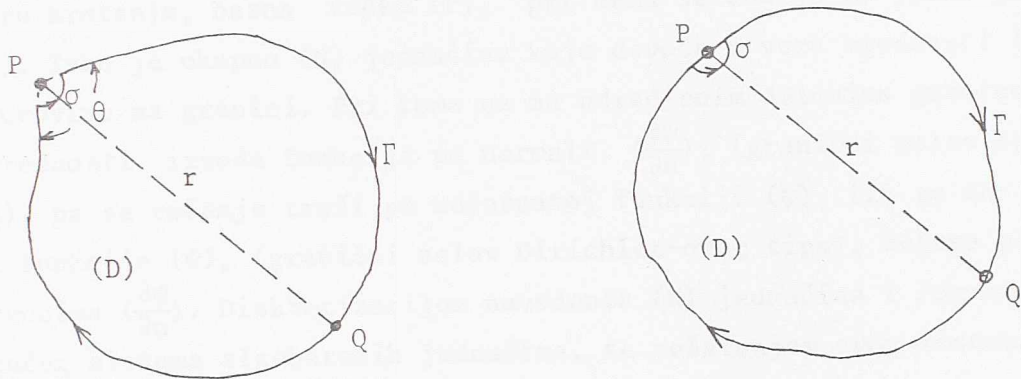
$$\lim_{r_0 \rightarrow 0} \int_0^{2\pi} \left(-\psi \frac{1}{r_0} - \ln r_0 \cdot \frac{\partial \psi}{\partial r_0} \right) r_0 d\theta = -2\pi\psi(P) \quad (22)$$

Konačno sledi da je /C15/:

$$2\pi\psi(P) = \int_{\Gamma} \left[\psi(Q) \cdot \frac{1}{r} \frac{\partial r}{\partial n} - \ln r \cdot \frac{\partial \psi(Q)}{\partial n} \right] ds \quad (23)$$

Ova jednačina daje rešenje strujne funkcije u proizvoljnoj tački (P) unutar računskog domena, pri čemu integral na desnoj strani sadrži poznate vrednosti strujne funkcije i njenog izvoda po normali u proizvoljnoj tački (Q) konture (Γ).

U slučaju da se singularna, ili "bazna" tačka (P) nalazi na samoj granici oblasti (slika 8), primenjuje se isti postupak kao u prethodnom slučaju, izuzev što se integracija duž luka (σ) obavlja pod uglom (θ) manjim od 2π , pri čemu su moguća dva slučaja, kao što prikazuju skice (a) i (b) na slici 8.

(a) $\theta \neq \pi$ (b) $\theta = \pi$ ("glatka granica")

Sl. 18 - Položaj singularne tačke na granici domena /C16/

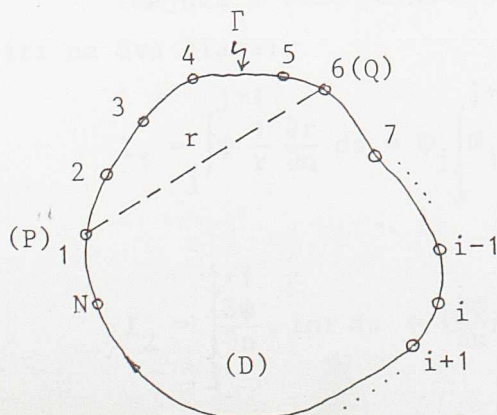
Tada su rešenja za čvorove na granici /C15/:

$$(a) \theta\psi(P) = \int_{\Gamma} \left[\psi(Q) \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial r}{\partial n} - \ln r \cdot \frac{\partial \psi(Q)}{\partial n} \right] ds \quad (24)$$

$$(b) \pi\psi(P) = \int_{\Gamma} \left[\psi(Q) \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial r}{\partial n} - \ln r \cdot \frac{\partial \psi(Q)}{\partial n} \right] ds \quad (25)$$

Jednačina (24) daje u opštem slučaju rešenje za bilo koju tačku na granici, a jednačina (25) se odnosi na specijalni slučaj "glatke granice", kada je $\theta = \pi$.

Primena navedenih izraza podrazumeva da se granica domena (Γ) diskretizuje odredjenim brojem tačaka ("čvorova") i aproksimira poligonom čije stranice predstavljaju "elemente", (slika 19).



Sl. 19 - Diskretizacija dvodimenzionalnog računskog domena

Svaki od ovih čvorova ($i=1,2,\dots,N$) postaje redom, prema usvojenom smeru kretanja, bazna tačka (P), pri čemu se dobija po jedna jednačina tipa (24). Tako je ukupno (N) jednačina koje dovode u vezu vrednosti (ψ) i $(\frac{\partial\psi}{\partial n})$ u čvorovima na granici. Pri tome se na određenim delovima granice mogu zadati vrednosti izvoda funkcije po normali $(\frac{\partial\psi}{\partial n})$, (granični uslov Neumann-ovog tipa), pa se rešenje traži po nepoznatoj funkciji (ψ), ili se za date vrednosti funkcije (ψ), (granični uslov Dirichlet-ovog tipa), rešava po nepoznatim izvodima $(\frac{\partial\psi}{\partial n})$. Diskretizacijom navedenih (N) jednačina i formiranjem odgovarajućeg sistema algebarskih jednačina, te rešavanjem ovog sistema, dolazi se konačno do rešenja na granici. Primenom jednačine (23) naknadno se obavlja proračun unutar oblasti.

2.3. Diskretizovane integralne jednačine. Linearni elementi

Prema osnovnoj ideji MGE, rešenje se u opštem slučaju duž posmatranog elementa sa čvorovima (j) i (j+1) može aproksimirati u obliku:

$$\psi = \psi_j \cdot N_1 + \psi_{j+1} \cdot N_2 \quad (26)$$

i

$$\frac{\partial\psi}{\partial n} = (\frac{\partial\psi}{\partial n})_j \cdot N_1 + (\frac{\partial\psi}{\partial n})_{j+1} \cdot N_2 \quad (27)$$

Veličine N_1 i N_2 se određuju u lokalnom koordinatnom sistemu, kao što prikazuje slika 20, iz uslova:

$$N_1 = 1; N_2 = 0 \dots \quad \text{za } \xi = \xi_j \quad (28)$$

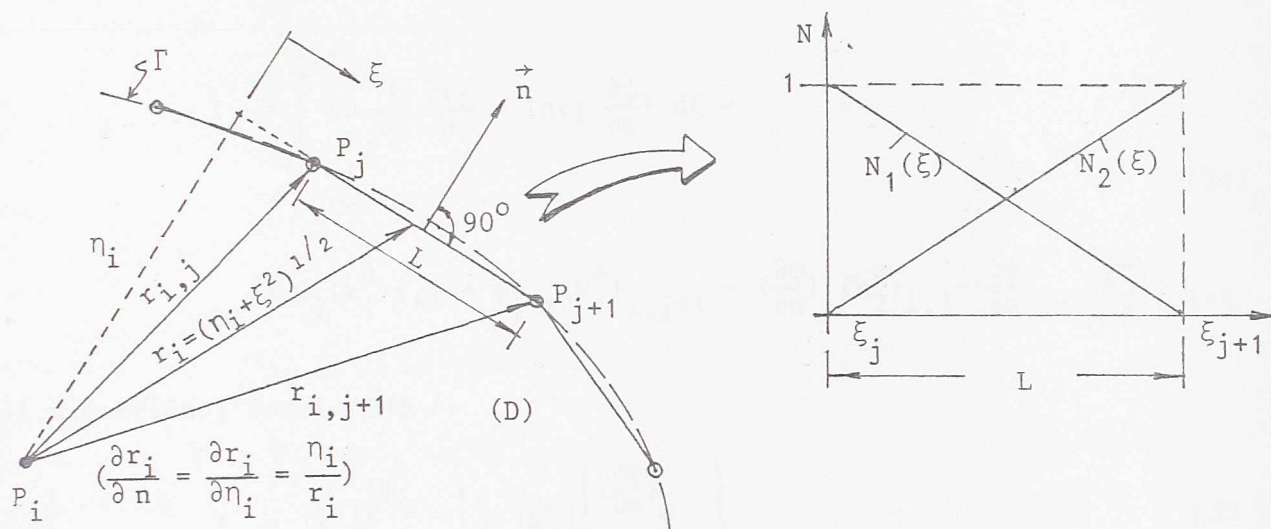
$$N_1 = 0; N_2 = 1 \dots \quad \text{za } \xi = \xi_{j+1}$$

Imajući u vidu jednačine (26,27), integral se u jednačini (24) može razdvojiti na dva člana:

$$I_1 = \int_j^{j+1} \psi \frac{1}{r} \frac{\partial r}{\partial n} ds = \psi_j \int_j^{j+1} N_1 \cdot \frac{1}{r} \frac{\partial r}{\partial n} ds + \psi_{j+1} \int_j^{j+1} N_2 \cdot \frac{1}{r} \frac{\partial r}{\partial n} ds, \quad (29)$$

i

$$I_2 = \int_j^{j+1} \frac{\partial\psi}{\partial n} \cdot \ln r ds = (\frac{\partial\psi}{\partial n})_j \int_j^{j+1} N_1 \ln r ds + (\frac{\partial\psi}{\partial n})_{j+1} \int_j^{j+1} N_2 \ln r ds \quad (30)$$



Sl. 20 - Lokalni koordinatni sistem i interpolacione funkcije

Izrazi (29,30), pokazuju da je vrednost integrala uslovljena izborom interpolacione funkcije, pri čemu veličine N_1 i N_2 sadrže i "doprinos" prethodnog elementa. Jednačine (26,27) važe za elemente koji sadrže samo 2 čvora, dok je izbor interpolacionih funkcija, $N_1(\xi)$ i $N_2(\xi)$, u principu proizvoljan.

Za najjednostavniji oblik interpolacione funkcije - linearan*):

$$N_1 = \frac{\xi_{j+1} - \xi}{\xi_{j+1} - \xi_j}; \quad N_2 = \frac{\xi - \xi_j}{\xi_{j+1} - \xi_j} \quad (31)$$

sledi da je za svaki, "linearni" element:

$$\psi = [(\xi_{j+1}\psi_j - \xi_j\psi_{j+1}) + (\psi_{j+1} - \psi_j)\xi] / (\xi_{j+1} - \xi_j) \quad (32)$$

odnosno

$$\frac{\partial \psi}{\partial n} = \left[\xi_{j+1} \left(\frac{\partial \psi}{\partial n} \right)_j - \xi_j \left(\frac{\partial \psi}{\partial n} \right)_{j+1} \right] + \left[\left(\frac{\partial \psi}{\partial n} \right)_{j+1} - \left(\frac{\partial \psi}{\partial n} \right)_j \right] \xi / (\xi_{j+1} - \xi_j) \quad (33)$$

($\xi_j \leq \xi \leq \xi_{j+1}$)

*) najjednostavniji slučaj je zapravo, konstantna interpolaciona funkcija, ali se ovaj tip funkcije, kao što prikazuje primer u literaturi / C3/, usled ograničene tačnosti, retko koristi

Ako se izrazi (32) i (33) uvrste u osnovnu jednačinu (24), dobija se kao rezultat integracije duž jednog elementa za bazni čvor P_i (sl. 21):

$$I_e = \int_{\xi_j}^{\xi_{j+1}} \left(\psi \frac{1}{r_i} \frac{\partial r_i}{\partial n} - \ln r_i \frac{\partial \psi}{\partial n} \right) d\xi = \quad (34)$$

$$= \psi_j (k_1^e)_{i,j} + \psi_{j+1} (k_1^e)_{i,j+1} - \left(\frac{\partial \psi}{\partial n} \right)_j (k_2^e)_{i,j} - \left(\frac{\partial \psi}{\partial n} \right)_{j+1} (k_2^e)_{i,j+1}$$

ili u matričnoj formi /C15 /:

$$I_e = |k_1^e| \begin{Bmatrix} \psi_j \\ \psi_{j+1} \end{Bmatrix} + |k_2^e| \begin{Bmatrix} \left(\frac{\partial \psi}{\partial n} \right)_j \\ \left(\frac{\partial \psi}{\partial n} \right)_{j+1} \end{Bmatrix} \quad (35)$$

$$|k_1^e| = |(k_1^e)_{i,j} \quad (k_1^e)_{i,j+1}| \quad (36)$$

$$|k_2^e| = |(k_2^e)_{i,j} \quad (k_2^e)_{i,j+1}|$$

gde je:

$$(k_1^e)_{i,j} = \frac{-1}{\xi_{j+1} - \xi_j} \int_{\xi_j}^{\xi_{j+1}} \xi \cdot \frac{1}{r_i} \frac{\partial r_i}{\partial n} d\xi + \frac{\xi_{j+1}}{\xi_{j+1} - \xi_j} \int_{\xi_j}^{\xi_{j+1}} \frac{1}{r_i} \frac{\partial r_i}{\partial n} d\xi \quad (37)$$

$$(k_1^e)_{i,j+1} = \frac{1}{\xi_{j+1} - \xi_j} \int_{\xi_j}^{\xi_{j+1}} \xi \frac{1}{r_i} \frac{\partial r_i}{\partial n} d\xi - \frac{\xi_j}{\xi_{j+1} - \xi_j} \int_{\xi_j}^{\xi_{j+1}} \frac{1}{r_i} \frac{\partial r_i}{\partial n} d\xi \quad (38)$$

$$(k_2^e)_{i,j} = \frac{-1}{\xi_{j+1} - \xi_j} \int_{\xi_j}^{\xi_{j+1}} \ln r_i \xi d\xi + \frac{\xi_{j+1}}{\xi_{j+1} - \xi_j} \int_{\xi_j}^{\xi_{j+1}} \ln r_i d\xi \quad (39)$$

$$(k_2^e)_{i,j+1} = \frac{1}{\xi_{j+1} - \xi_j} \int_{\xi_j}^{\xi_{j+1}} \ln r_i \xi d\xi - \frac{\xi_j}{\xi_{j+1} - \xi_j} \int_{\xi_j}^{\xi_{j+1}} \ln r_i d\xi \quad (40)$$

Integrali u gornjim jednačinama mogu se analitički sračunati /C15/ a odgovarajuća rešenja data su u Prilogu 1. Ako se za ove integrale, redom uvedu oznake I_{11} , I_{12} , I_{21} i I_{22} , može se konačno napisati:

$$|k_1^e| = |(k_1^e)_{i,j} \quad (k_1^e)_{i,j+1}| = \begin{vmatrix} -I_{11} + \xi_{j+1}I_{12} & I_{11} - \xi_j I_{12} \end{vmatrix} \quad (41)$$

$$|k_2^e| = |(k_2^e)_{i,j} \quad (k_2^e)_{i,j+1}| = \begin{vmatrix} -I_{21} + \xi_{j+1}I_{22} & I_{21} - \xi_j I_{22} \end{vmatrix} \quad (42)$$

2.4. Formiranje sistema algebarskih jednačina

U prethodnoj tački pokazano je kako se u slučaju linearnih elemenata računa vrednost integrala u osnovnoj jednačini (24). Sumirajući doprinos svih elemenata i uzimajući redom za bazne tačke čvorove P_i ($i=1,2,\dots,N$), dolazi se do sistema algebarskih jednačina u kojima figurišu veličine ψ_j i $(\frac{\partial \psi}{\partial n})_j$. Ovaj sistem se može prikazati u obliku:

$$\sum_{j=1}^N R_{i,j} \psi_j = \sum_{j=1}^N L_{i,j} \left(\frac{\partial \psi}{\partial n}\right)_j, \quad (43)$$

$$(i=1,2,\dots,N)$$

pri čemu koeficijenti:

$$R_{i,j} = |(k_1^e)_{i,j} - \delta_{i,j} \theta_i| \quad (44)$$

$$\delta_{i,j} = \begin{cases} 0 & \dots & i \neq j \\ 1 & \dots & i = j \end{cases}$$

$$L_{i,j} = (k_2^e)_{i,j}, \quad (45)$$

zavise isključivo od geometrije računskog domena. Kada se u jednačine (43) uvrste granični uslovi, nepoznate grupišu u matricu koeficijenata, a poznate u vektor slobodnih članova, rezultujući sistem se može rešiti primenom nekog od poznatih numeričkih postupaka.

2.5. Rešenje unutar računskog domena

Nakon odredjivanja vrednosti (ψ) i $(\frac{\partial\psi}{\partial n})$ na granici, rešenje u izabranim tačkama unutar računске oblasti može se direktno dobiti primenom jednačine (23). Mora se međjutim, voditi računa o tome da izabrana tačka ne bude isuviše blizu granice, jer to, kako iskustvo pokazuje, može imati negativan uticaj na tačnost rezultata *).

Diferenciranjem strujne funkcije po koordinatama (x,y) mogu se sračunati komponente brzine, kao na primer:

$$v = - \frac{\partial\psi}{\partial x} = -2\pi \frac{\partial\psi(P)}{\partial x} = - \int_{\Gamma} \left[\psi(Q) \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial r}{\partial n} \right) - \frac{\partial}{\partial x} (\ln r) \frac{\partial\psi(Q)}{\partial n} \right] ds \quad (46)$$

odnosno, kako je $\frac{\partial r}{\partial n} = \frac{\eta}{r}$,

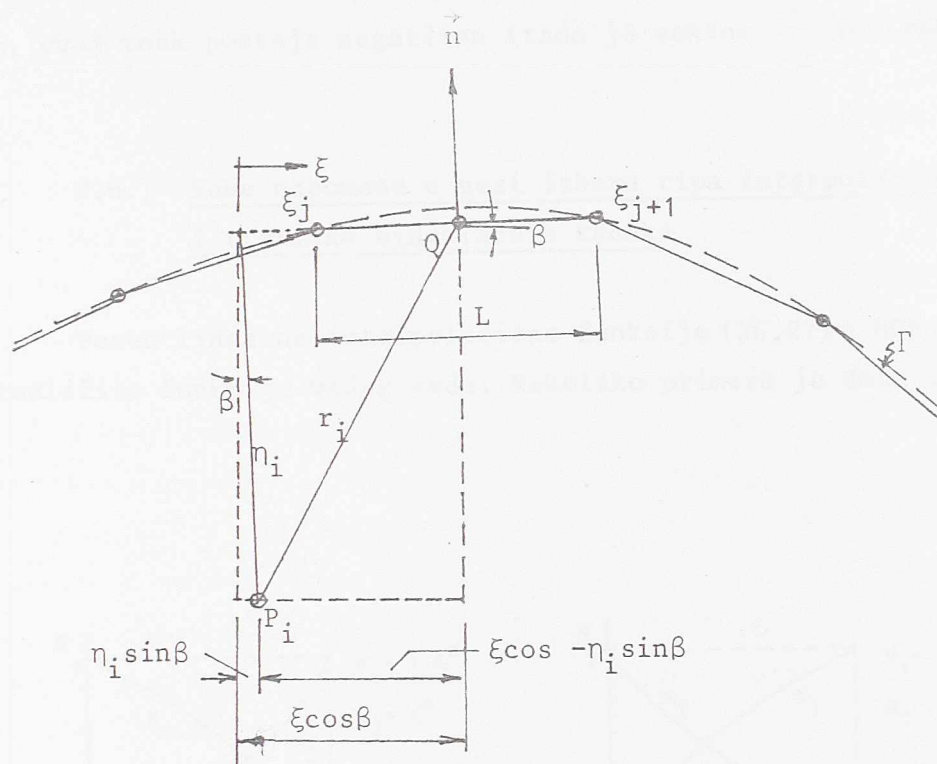
$$v = - \int_{\Gamma} \left[\left(\frac{\psi(Q)}{r^2} \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{2\psi(Q)\eta}{r^3} \frac{\partial r}{\partial x} - \frac{1}{r} \frac{\partial r}{\partial x} \frac{\partial\psi(Q)}{\partial n} \right) \right] ds, \quad (47)$$

pri čemu je (Q) jedna od tačaka na granici. Imajući u vidu sledeće izraze koji proizilaze iz geometrijskih odnosa na slici 21 :

$$\left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right)_Q = \left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \right)_P = \frac{\eta_i \sin \beta}{\eta_i} = \sin \beta = \frac{y_{i+1} - y_i}{L} \quad (48)$$

$$\left(\frac{\partial r}{\partial x} \right)_Q = \left(\frac{\partial x}{\partial r} \right)_P = - \frac{\xi \cos \beta - \eta_i \sin \beta}{r} = - \frac{x - x_i}{r},$$

*) Iskustveno je pravilo da odstojanje tačke od granice bude približno jednako dužini elementa /C15/, tako da generalno, veća tačnost zahteva i viši stepen diskretizacije granice računskog domena.



Sl. 21 - Geometrijski odnosi za proračun unutar domena /C16/

može se definitivno napisati:

$$v = -\frac{\partial \psi(P)}{\partial x} = -\frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma} \left[\frac{\psi(Q) \sin \beta}{r_i^2} + \frac{2\psi(Q) \eta_i (\xi \cos \beta - \eta_i \sin \beta)}{r_i^4} + \frac{\xi \cos \beta - \eta_i \sin \beta}{r_i^2} \cdot \frac{\partial \psi(Q)}{\partial n} \right] ds \quad (49)$$

Analogno se može pokazati da je:

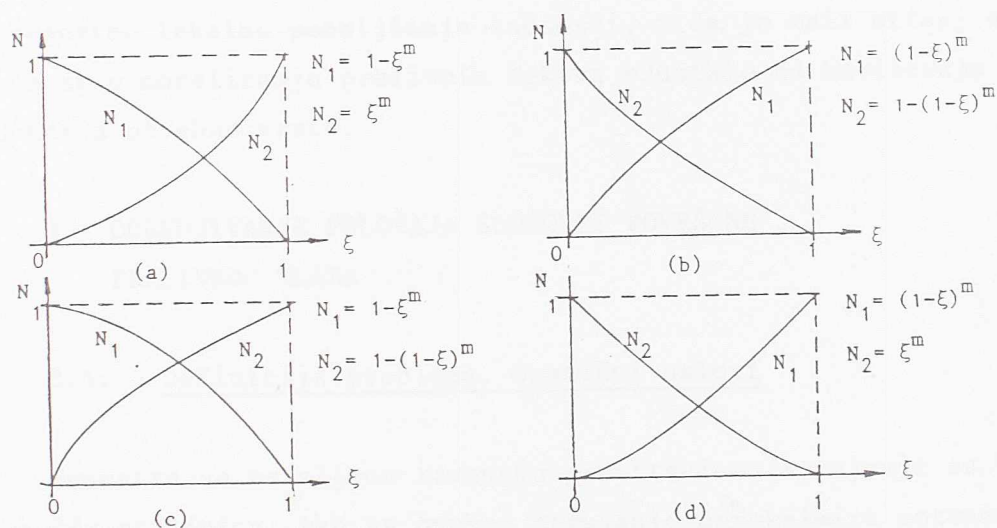
$$u = \frac{\partial \psi(P)}{\partial y} = \frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma} \left[\frac{-\psi(Q) \cos \beta}{r_i^2} + \frac{2\psi(Q) \eta_i (\eta_i \cos \beta + \xi \sin \beta)}{r_i^4} + \frac{\eta_i \cos \beta + \xi \sin \beta}{r_i^2} \frac{\partial \psi(Q)}{\partial n} \right] ds \quad (50)$$

Analitički izrazi za integrale u jednačinama (49) i (50) mogu se naći u literaturi /C15/. U proračunu treba voditi računa o znaku veličine (η_i) , s obzirom na orijentaciju spoljne normale (\vec{n}). Po pravilu, ukoliko su vektori $\vec{\eta}_i$ i \vec{n} istog smera (kao na sl. 21), znak veličine (η_i) je pozitivan,

u protivnom, ovaj znak postaje negativan (tada je vektor \vec{r}_i van računskog domena).

2.6. Neke napomene u vezi izbora tipa interpolacione funkcije i tretmana singularnih tačaka

Pored linearne interpolacione funkcije (26,27) u MGE se mogu koristiti i različite funkcije višeg reda. Nekoliko primera je dato na slici 22.



Sl. 22 - Neki tipovi interpolacionih funkcija višeg reda /C15/

U ovom radu korišćeni su isključivo linearni elementi iz dva razloga.

Prvo, linearni elementi omogućavaju, kao što je prikazano u prethodnim tačkama, direktnu analitičku integraciju koja najbrže dovodi do rešenja. Ovo je značajna prednost kada je u pitanju rešavanje tokova sa slobodnom površinom, koje zahteva veliki broj iteracija. S druge strane, kod interpolacionih funkcija višeg reda neophodna je numerička integracija, pri čemu se koristi Gauss-Legendre-ova kvadratura, koja zahteva duže trajanje proračuna.

Drugo, dosadašnja praksa je pokazala /C15 / da korišćenje interpolacionih funkcija višeg reda ne podrazumeva po pravilu i tačnije rešenje, te da ovo pitanje treba razmatrati od slučaja do slučaja. S tim u vezi razmatrano je i pitanje numeričkog tretmana singularnih tačaka, u kojima brzina teži nuli ("zaustavne tačke"), ili teži beskonačnosti. U slučaju prelivnih tokova, ove tačke se javljaju na mestima nagle promene geometrijskog oblika prelivne konture (na primer, zaustavna tačka u podnožju preliva). U proračunima se može koristiti kombinacija "standardnih" i regularnih elemenata (na primer, linearnih) i "specijalnih" - koji rešavaju singularitete na bazi specijalnih interpolacionih funkcija, odabranih prema tipu singulariteta. Generalno, ovakav pristup povećava tačnost rešenja. U ovom radu je ispitan uticaj lokalnog korišćenja specijalnih elemenata u podnožju i na kruni preliva. Došlo se do zaključka da se time može postići neznatno lokalno poboljšanje tačnosti, a da je mali uticaj na globalno rešenje, pa se u modeliranju prelivnih tokova odustalo od korišćenja interpolacionih funkcija posebne vrste.

3. ODREĐIVANJE POLOŽAJA SLOBODNE POVRŠINE PRELIVNOG MLAZA

3.1. Definicija problema. Granični uslovi

Posmatra se ustaljeno ravansko gravitaciono strujanje sa izrazitom zakrivljenošću strujnica. Ako se ovakvo strujanje aproksimira potencijalnim, a problem formuliše preko strujne funkcije (ψ), onda se rešenje, kao što je već rečeno, svodi na rešenje Laplace-ove jednačine:

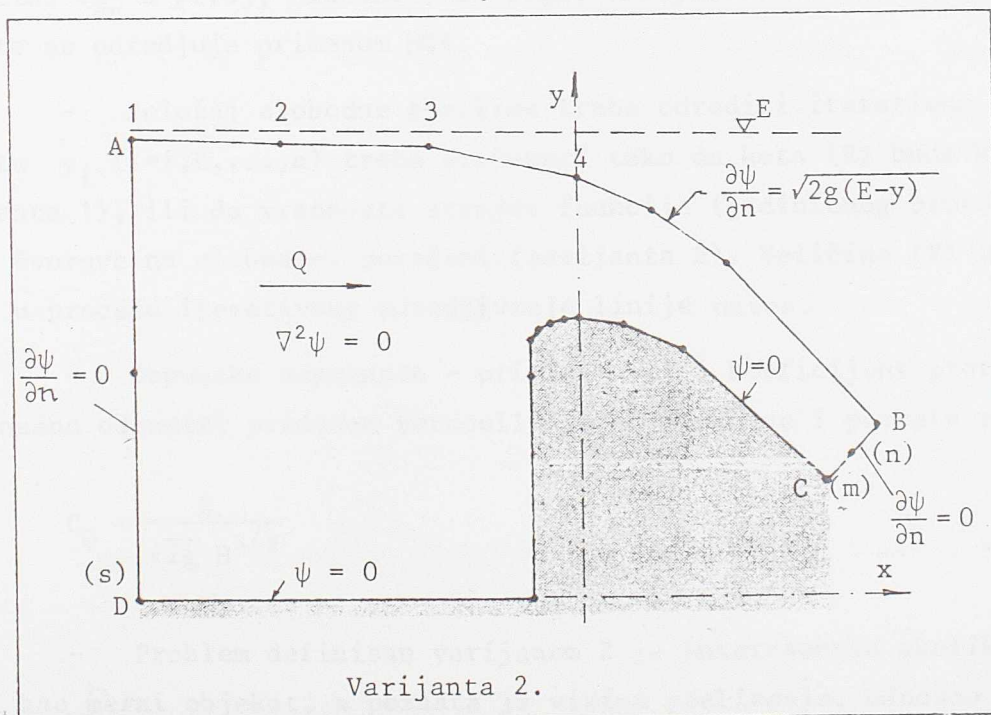
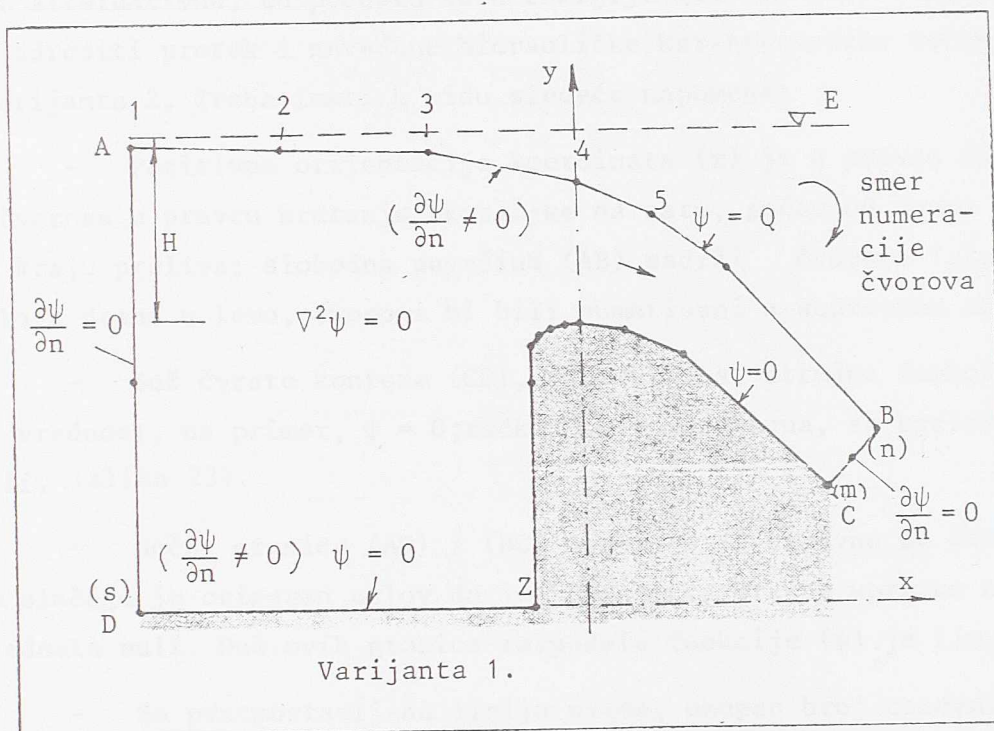
$$\nabla^2 \psi = 0, \quad (51)$$

uz uslov da je pritisak konstantan (jednak nuli) u svim čvorovima na slobodnoj površini. Ovaj zahtev, sadržan u jednačini energetskog bilansa, može se iskazati na sledeći način:

$$y + \frac{1}{2g} \left(\frac{\partial \psi}{\partial n} \right)^2 = E \quad (52)$$

Veličina (E) predstavlja energetska kotu koja je ista za sve čvorove na slobodnoj površini (slika 23), izvod po spoljnoj normalni $\left(\frac{\partial \psi}{\partial n} \right)$ je u

fizičkom smislu intenzitet brzine u pravcu toka, a (y)-vertikalna koordinata. Položaj slobodne površine nije unapred poznat, nego se određuje iterativno, i predstavlja deo ukupnog rešenja.



Sl. 23 - MGE - Računski domen i granični uslovi

Problem se može formulirati na dva načina: za poznati protok na prelivu potrebno je sračunati kotu energije i hidrauličke karakteristike tečenja (liniju nivoa, raspored brzina i pritiska, koeficijent preliivanja) - varijanta 1, ili alternativno, za poznatu kotu energije (visinu prelivnog mlaza) potrebno je odrediti protok i navedene hidrauličke karakteristike tečenja na prelivu - varijanta 2. Treba imati u vidu sledeće napomene:

- Pozitivna orijentacija koordinata (x) je u pravcu toka, a numeracija čvorova u pravcu kretanja skazaljke na satu, počev od čvora br. 1 na uzvodnom kraju preliiva; slobodna površina (AB) sadrži čvorove 1,2,3,...n. (Za smer toka s desna u levo, čvorovi bi bili numerisani u suprotnom smeru).

- Duž čvrste konture (CD), čvorovi m -s, strujna funkcija ima proizvoljnu vrednost, na primer, $\psi = 0$; tačka (Z) je zaustavna, sa brzinom $(\frac{\partial\psi}{\partial n})$ jednakom nuli, (slika 23).

- Bočne granice (AD) i (BC) moraju biti upravne na čvrstu konturu. U tom slučaju je osiguran uslov da je komponenta brzine upravna na tok $(\frac{\partial\psi}{\partial n})$ uvek jednaka nuli. Duž ovih granica raspodela funkcije (ψ) je linearna.

- Za pretpostavljenu liniju nivoa, ukupan broj osnovnih nepoznatih veličina $(\frac{\partial\psi}{\partial n})$ u prvoj, odnosno ψ u drugoj varijanti) iznosi $n+(s-m+1)$. Ove nepoznate se određuju primenom MGE.

- Položaj slobodne površine treba odrediti iterativno, pri čemu ordinate y_i ($i=1,2,\dots,n$) treba sračunati tako da kota (E) bude konstantna (varijanta 1), ili da vrednosti strujne funkcije (jediničnog protoka) budu iste za sve čvorove na slobodnoj površini (varijanta 2). Veličine (E) ili (Q) dobijaju se u procesu iterativnog određivanja linije nivoa.

- Dopunske nepoznate - pritisak (p) i koeficijent protoka (C_Q) mogu se naknadno odrediti primenom Bernoulli-jeve jednačine i poznate relacije:

$$C_Q = \frac{Q}{\sqrt{2g} H^{3/2}} \quad (53)$$

- Problem definisan varijanom 2 je interesantan ukoliko se preliv koristi kao merni objekat, a poznata je visina preliivanja, odnosno energetska kota.

U tabeli 3 rezimirani su svi granični uslovi i navedene su nepoznate veličine za obe varijante proračuna.

Tabela 3: MGE - granični uslovi i nepoznate veličine

VARIJANTA	DEO RAČUNSKOG DOMENA	GRANIČNI USLOV	OSNOVNE NEPOZNATE VELIČINE (MGE)	BROJ ČVOROVA	DOPUNSKE NEPOZNATE VELIČINE
1	Slobodna površina	$\psi=Q$	$\frac{\partial\psi}{\partial n}, y, E$	1, 2, 3, ..., n	p, C_Q
	Bočne granice	$\frac{\partial\psi}{\partial n} = 0$	ψ	n, n+1, n+2, ..., m s, s+1, s+2, ..., 1	p
	Čvrsta kontura	$\psi = 0$	$\frac{\partial\psi}{\partial n}$	m, m+1, ..., s	p
2	Slobodna površina	$\frac{\partial\psi}{\partial n}, E$	$\psi=Q, y$	1, 2, 3, ..., n	p, C_Q
	Bočne granice	$\frac{\partial\psi}{\partial n} = 0$	ψ	n, n+1, n+2, ..., m s, s+1, s+2, ..., 1	p
	Čvrsta kontura	$\psi=0$	$\frac{\partial\psi}{\partial n}$	m, m+1, ..., s	p

Odredjivanje položaja slobodne površine kao ključnog dela rešenja gravitacionog krivolinijskog strujanja, predstavlja u numeričkom smislu rešenje izrazito nelinearnog problema. Ova nelinearnost proizilazi iz činjenice da je reč o graničnom problemu sa delom granice unapred nedefinisanog položaja, za koji istovremeno važe dva, već spomenuta granična uslova - po pritisku i po strujnoj funkciji (odnosno njenom izvodu).

Kao što je poznato, rešavanje nelinearnih problema obavlja se iterativno, polazeći od početnog, pretpostavljenog rešenja, a kroz rešavanje niza linearnih problema, sve dok se ne zadovolji postavljeni kriterijum konvergencije. U konkretnom slučaju, ovaj kriterijum je vezan za prostornu invarijantnost energetskih kota (odnosno jediničnih protoka) u čvorovima na slobodnoj površini.

U nastavku se najpre daju teorijske osnove dva iterativna postupka korišćena u ovom radu, a zatim i rezultati njihove primene.

3.2. Metoda Newton-Raphson

Složenost iterativnog odredjivanja linije nivoa na prelivu proizilazi iz činjenice da je položaj čvorova na slobodnoj površini medjusobno uslovljen, i da se korekcije položaja moraju obaviti istovremeno u svim čvorovima

/C6 /. Naime, vrednost energetske kote u svakom od (n) čvorova na slobodnoj površini zavisi od koordinata (y) svih čvorova, pri čemu su x-koordinate fiksne:

$$\begin{aligned}
 E_1 &= E_1(y_1, y_2, \dots, y_n) \\
 E_2 &= E_2(y_1, y_2, \dots, y_n) \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 E_n &= E_n(y_1, y_2, \dots, y_n)
 \end{aligned}
 \tag{54}$$

Razvijanjem u Taylor-ov red, pri čemu se zanemaruju članovi višeg reda, sistem jednačina (54) se može napisati u vektorskom obliku:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \frac{d\vec{E}}{d\vec{y}} (\vec{y} - \vec{y}_0) + \dots
 \tag{55}$$

gde je:

$$\begin{aligned}
 \vec{E} &= \{E_1, E_2, \dots, E_n\} \\
 \vec{E}_0 &= \{E_{01}, E_{02}, \dots, E_{0n}\} \\
 \vec{y} &= \{y_1, y_2, \dots, y_n\} \\
 \vec{y}_0 &= \{y_{01}, y_{02}, \dots, y_{0n}\}
 \end{aligned}
 \tag{56}$$

Iz jednačina (55) neposredno sledi:

$$\begin{aligned}
 \Delta E_1 &= \frac{\partial E_1}{\partial y_1} \Delta y_1 + \frac{\partial E_1}{\partial y_2} \Delta y_2 + \dots + \frac{\partial E_1}{\partial y_n} \Delta y_n \\
 \Delta E_2 &= \frac{\partial E_2}{\partial y_1} \Delta y_1 + \frac{\partial E_2}{\partial y_2} \Delta y_2 + \dots + \frac{\partial E_2}{\partial y_n} \Delta y_n \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 \Delta E_n &= \frac{\partial E_n}{\partial y_1} \Delta y_1 + \frac{\partial E_n}{\partial y_2} \Delta y_2 + \dots + \frac{\partial E_n}{\partial y_n} \Delta y_n
 \end{aligned}
 \tag{57}$$

ili, u matičnom obliku:

$$\{\Delta E\} = \left[\frac{dE}{dy} \right] \{\Delta y\}
 \tag{58}$$

Konačno se dobija vektor korekcionih pomeranja čvorova na slobodnoj površini:

$$\{\Delta y\} = \left[\frac{dE}{dy} \right]^{-1} \{\Delta E\} \quad (59)$$

U gornjoj jednačini $\{\Delta E\}$ predstavlja vektor odstupanja kota energije u čvorovima na slobodnoj površini od srednje vrednosti energetske kote iz prethodne iteracije.

Matrica izvoda $\left[\frac{dE}{dy} \right]$ - Jakobijan, dobija se numeričkim putem, tako što se redom, za elementarno pomeranje svakog čvora na slobodnoj površini, računaju odgovarajuće promene energetske kote u odnosu na vrednosti iz prethodne iteracije. Tako se na primer, za elementarno pomeranje čvora br. 1 dobijaju primenom MGE energetske kote E_{11} , E_{21} , E_{31} , ..., E_{n1} , pa se mogu formirati razlike:

$$\begin{aligned} \Delta E_{11} &= E_{11} - E_1 \\ \Delta E_{21} &= E_{21} - E_2 \\ &\vdots \\ \Delta E_{n1} &= E_{n1} - E_n \end{aligned} \quad (60)$$

Prvi indeks označava broj čvora na slobodnoj površini, a drugi, broj čvora koji se pomera. Deljenjem dobijenih razlika elementarnim pomeranjem (δ), dobija se prva kolona Jakobijana. Na isti način se, pomeranjem ostalih čvorova i primenom MGE, dobijaju ostale kolone Jakobijan matrice, koja se u literaturi /C6 / naziva i "perturbacionom":

$$\begin{array}{cccc} \frac{\Delta E_{11}}{\delta} & \frac{\Delta E_{12}}{\delta} & \dots & \frac{\Delta E_{1n}}{\delta} \\ \frac{\Delta E_{21}}{\delta} & \frac{\Delta E_{22}}{\delta} & \dots & \frac{\Delta E_{2n}}{\delta} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\Delta E_{n1}}{\delta} & \dots & & \frac{\Delta E_{nm}}{\delta} \end{array} \quad (61)$$

Ovakav način formiranja matrice $\left[\frac{dE}{dy}\right]$ izgleda na prvi pogled veoma zametan i dugotrajan, obzirom da svako elementarno pomeranje iziskuje kompletno rešenje u svim čvorovima. Povoljna je međutim, okolnost da je relativno mali broj čvorova na slobodnoj površini na osnovu čijih elementarnih pomeranja se formira perturbaciona matrica. Pored toga, ukoliko se u konkretnom slučaju pokaže da se članovi perturbacione matrice malo menjaju od iteracije do iteracije, ova matrica se ne mora računati u svakoj iteraciji (modifikovana Newton-Raphson-ova metoda).

Nakon proračuna korekcionih pomeranja (jedn. 59), moguće je sračunati i korigovane ordinate svih tačaka na slobodnoj površini koje se koriste u sledećoj, (k+1)-oj iteraciji:

$$\{y\}^{k+1} = \{y\}^k + \alpha\{\Delta y\}^k \quad (62)$$

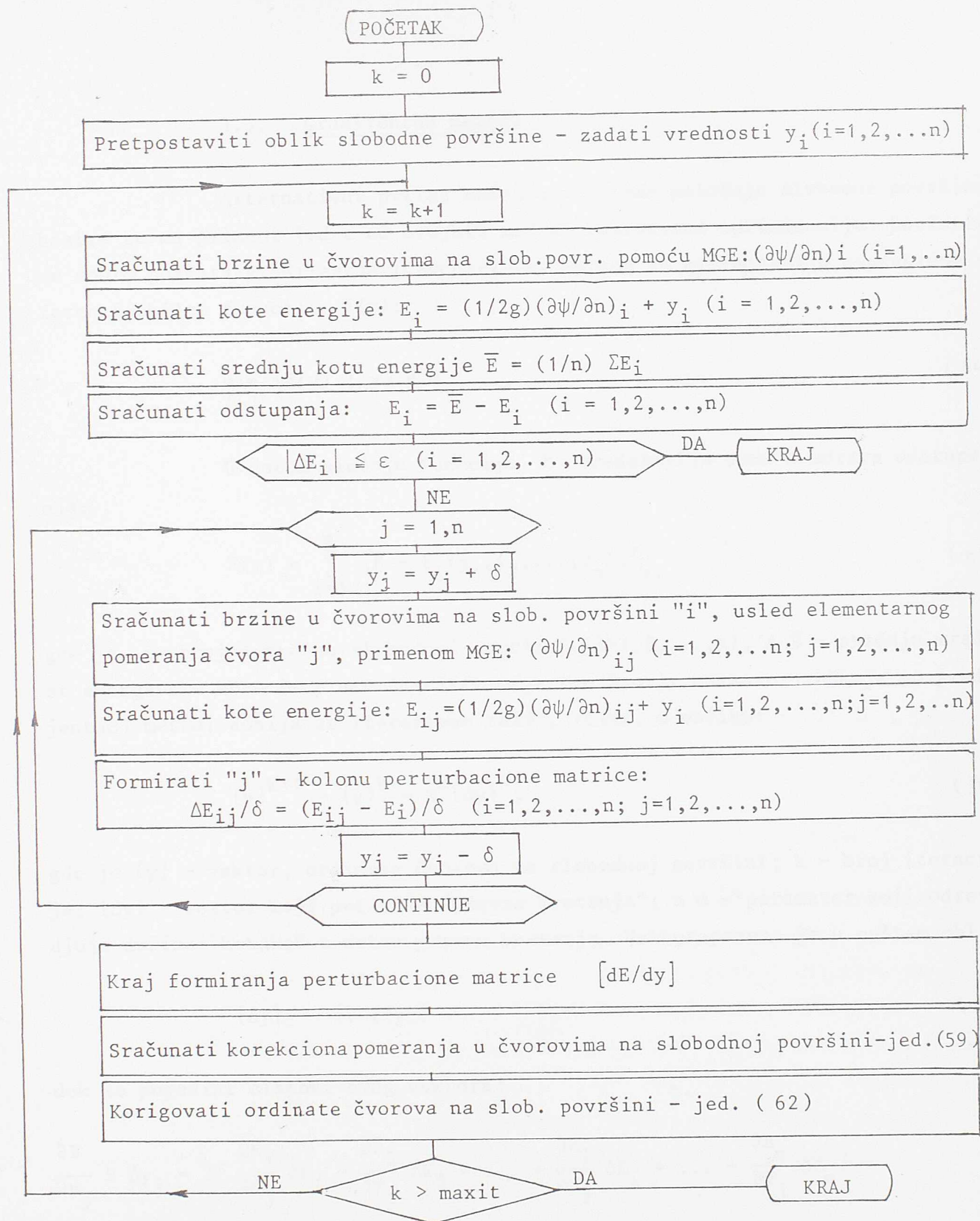
U gornjem izrazu parametar α predstavlja faktor prigušenja, koji se određuje empirijski ($\alpha < 1$).

Algoritam Newton-Raphson postupka prikazan je na slici 24 .

Ukoliko se problem definiše inverzno, pa se za zadatu kotu energije traži protok, odnosno vrednosti strujne funkcije u čvorovima na slobodnoj površini (varijanta 2), primenjuje se isti postupak, pri čemu je u priloženoj blok-shemi, kao i u jednačinama (54 - 61) potrebno simbol "E" zameniti simbolom " ψ ". Jednačina (59) bi u tom slučaju imala oblik:

$$\{\Delta y\} = \left[\frac{d\psi}{dy}\right]^{-1} \{\Delta\psi\}. \quad (63)$$

Rešenje se smatra da je konvergiralo kada sračunata odstupanja energetske kote (ili protoka) u odnosu na srednju vrednost prethodne iteracije budu manja od zadate tolerancije, ili kada sračunate korekzione vrednosti $\{\Delta y\}$ za tačke na slobodnoj površini postanu zanemarljivo male.



S1. 24 - Blok shema Newton-Raphson-ovog postupka za određivanje položaja slobodne površine

3.3. Gradijentna metoda

Alternativni prilaz rešenju problema položaja slobodne površine bazira se na primeni jedne od brojnih metoda bezuslovne optimizacije. Koristiće se dobro poznata gradijentna (Cauchy-jeva) metoda za minimizaciju neprekidno diferencijabilne funkcije $F(y)$:

$$\min_{\{y\}} \{F(y) \mid y \in \mathbb{R}^n\} \quad (64)$$

U datom slučaju funkcija F predstavlja sumu kvadrata odstupanja:

$$F(y) = \sum_{i=1}^n |\bar{E} - E_i(y_1, y_2, \dots, y_n)|^2, \quad (65)$$

gde je i - broj čvora na slobodnoj površini ($i=1, 2, \dots, n$), a \bar{E} - srednja vrednost energetske kote iz prethodne iteracije. Kao što je poznato, rešenje po gradijentnoj metodi dobija se iterativno [E23], [C11], u obliku:

$$\{y\}^{k+1} = \{y\}^k + \alpha^k \{\Delta y\}^k, \quad (66)$$

gde je $\{y\}$ - vektor, ordinata čvorova na slobodnoj površini; k - broj iteracije; $\{\Delta y\}$ - vektor koji definiše "pravac kretanja"; a α - parametar koji određuje dužinu "koraka" u datom pravcu kretanja. Vektor pravca je u opštem obliku:

$$\{\Delta y\} = -\{\nabla F(y)\} \quad (67)$$

dok su pojedini članovi ovog vektora:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial y_j} \equiv \Delta y_j &= 2 \left\{ \frac{\partial E_1}{\partial y_j} \Delta E_1 + \frac{\partial E_2}{\partial y_j} \Delta E_2 + \dots + \frac{\partial E_i}{\partial y_j} \Delta E_i + \dots + \frac{\partial E_n}{\partial y_j} \Delta E_n \right\} = \\ &= 2 \sum_{i=1}^n \frac{\partial E_i}{\partial y_j} \Delta E_i \end{aligned} \quad (68)$$

$$(i=1, 2, \dots, n; \quad j = 1, 2, \dots, n)$$

U gornjem izrazu koristi se oznaka $\Delta E_i = \bar{E} - E_i$

U matricnom obliku može se napisati:

$$\begin{bmatrix} \Delta y_1 \\ \Delta y_2 \\ \vdots \\ \Delta y_n \end{bmatrix} = 2 \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial E_1}{\partial y_1} & \frac{\partial E_2}{\partial y_1} & \dots & \frac{\partial E_n}{\partial y_1} \\ \frac{\partial E_1}{\partial y_2} & \frac{\partial E_2}{\partial y_2} & \dots & \frac{\partial E_n}{\partial y_2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial E_1}{\partial y_n} & \frac{\partial E_2}{\partial y_n} & \dots & \frac{\partial E_n}{\partial y_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E_1 \\ \Delta E_2 \\ \vdots \\ \Delta E_n \end{bmatrix} \quad (69)$$

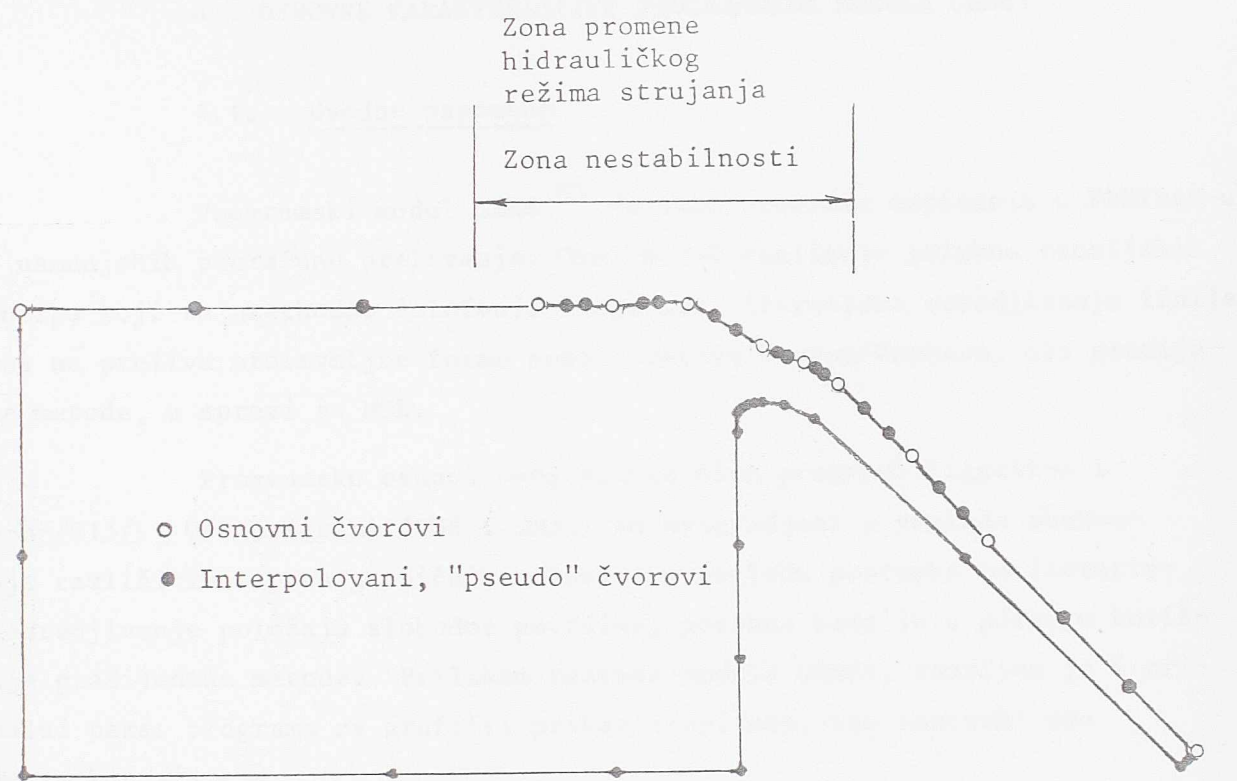
ili skraćeno,

$$\{\Delta y\} = 2 \left[\frac{dE}{dy} \right] \{\Delta E\} \quad (70)$$

Elementi matrice $\left[\frac{dE}{dy} \right]$ dobijaju se numeričkim postupkom objašnjenim u prethodnoj tački.

3.4. Numerički aspekti određivanja linije nivoa

Osnovni problem iterativnog određivanja linije nivoa kod preliva predstavlja spora konvergencija u zoni promene hidrauličkog režima. Ova zona "nestabilnosti", prikazana na slici 25, nameće potrebu visokog stepena diskretizacije ovog dela slobodne površine. Povećanje broja čvorova međjutim, ima nepovoljan efekat na trajanje proračuna, imajući u vidu način na koji se formira perturbaciona matrica. Liggett je predložio /C6/ da se ovaj problem reši na taj način što će se između zadatih čvorova na slobodnoj površini ("osnovnih"), interpolovati određeni broj "pseudo-čvorova", tako da se perturbaciona matrica računa za sve, ali na bazi elementarnih pomeranja isključivo osnovnih čvorova. Na taj način nije bitno ugrožena brzina i efikasnost metode, a dobijena je veća tačnost, jer se odstupanja energetske kota (ili protoka) minimizira na većem broju tačaka slobodne površine. Reperkuzije ove numeričke nadgradnje ogledaju se u sledećem; ako je (n) - broj osnovnih čvorova slobodne površine, a (p) - broj interpolovanih, "pseudo-čvorova", onda perturbaciona matrica $\left[\frac{dE}{dy} \right]$ postaje pravougaona, reda (n+p) x n. S obzirom da se korijuju



S1. 25 - Zona usporene konvergencije ("nestabilnosti")

ordinate samo osnovnih čvorova, jedančina (59) se mora transformisati na sledeći način:

$$\{\Delta y\} = \left(\begin{bmatrix} \frac{dE}{dy} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \frac{dE}{dy} \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} \frac{dE}{dy} \end{bmatrix}^T \{\Delta E\}, \quad (71)$$

pri čemu je $\{\Delta E\}$ -vektor odstupanja energetskih kota za sve čvorove - osnovne i interpolovane.

Sračunata korekciona pomeranja množe se faktorom prigušenja (α), kao što je objašnjeno u prethodnoj tački.

4. OSNOVNE KARAKTERISTIKE PROGRAMSKOG MODULA GEN81

4.1. Uvodne napomene

Programski modul GEN81^{*)} je skup programa napisanih u FORTRAN-u IV, namenjenih proračunu prelivanja. Ovaj modul realizuje primenu teorijskih principa koji su prethodno izloženi. Omogućava iterativno određivanje linije nivoa na prelivu proizvoljne forme pomoću metode Newton-Raphson, ili gradijentne metode, u sprezi sa MGE.

Programsku osnovu ovog modula čine programi Liggett-a i Liu-a /C15/. Ovi programi (GM8 i GMJS) su nadgradjeni u pogledu obuhvatanja različitih tipova graničnih uslova i u pogledu postupka za iterativno određivanje položaja slobodne površine, posebno kada je u pitanju korišćenje gradijentne metode. Prilikom razrade modula GEN81, razvijen je i originalni paket programa za grafički prikaz rezultata, kao sastavni deo programskog sistema.

4.2. Algoritamska struktura

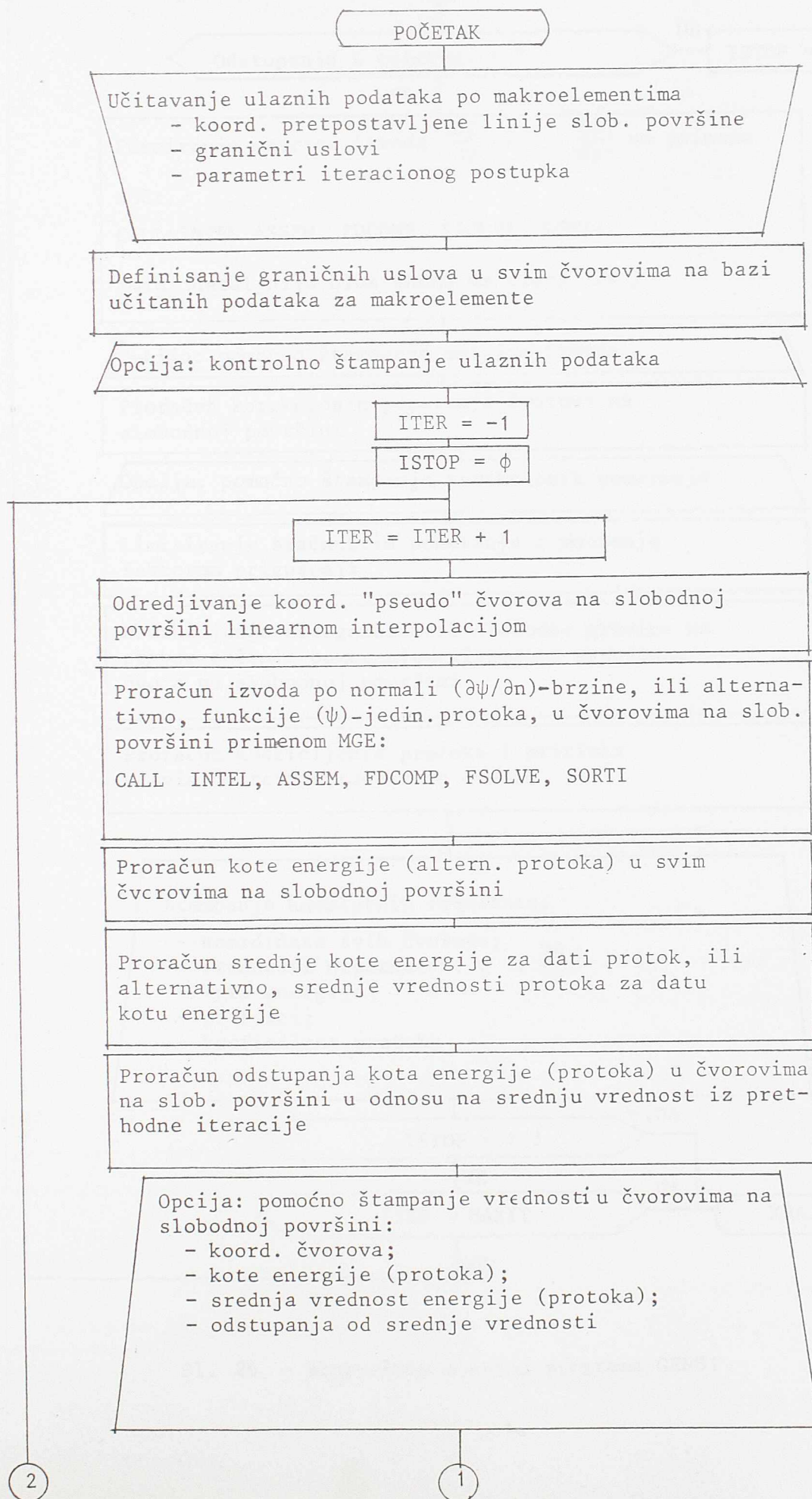
Glavni program GEN81, čija je uopštena blok-shema prikazana na slici 26, poziva sledeće potprograme^{**)}:

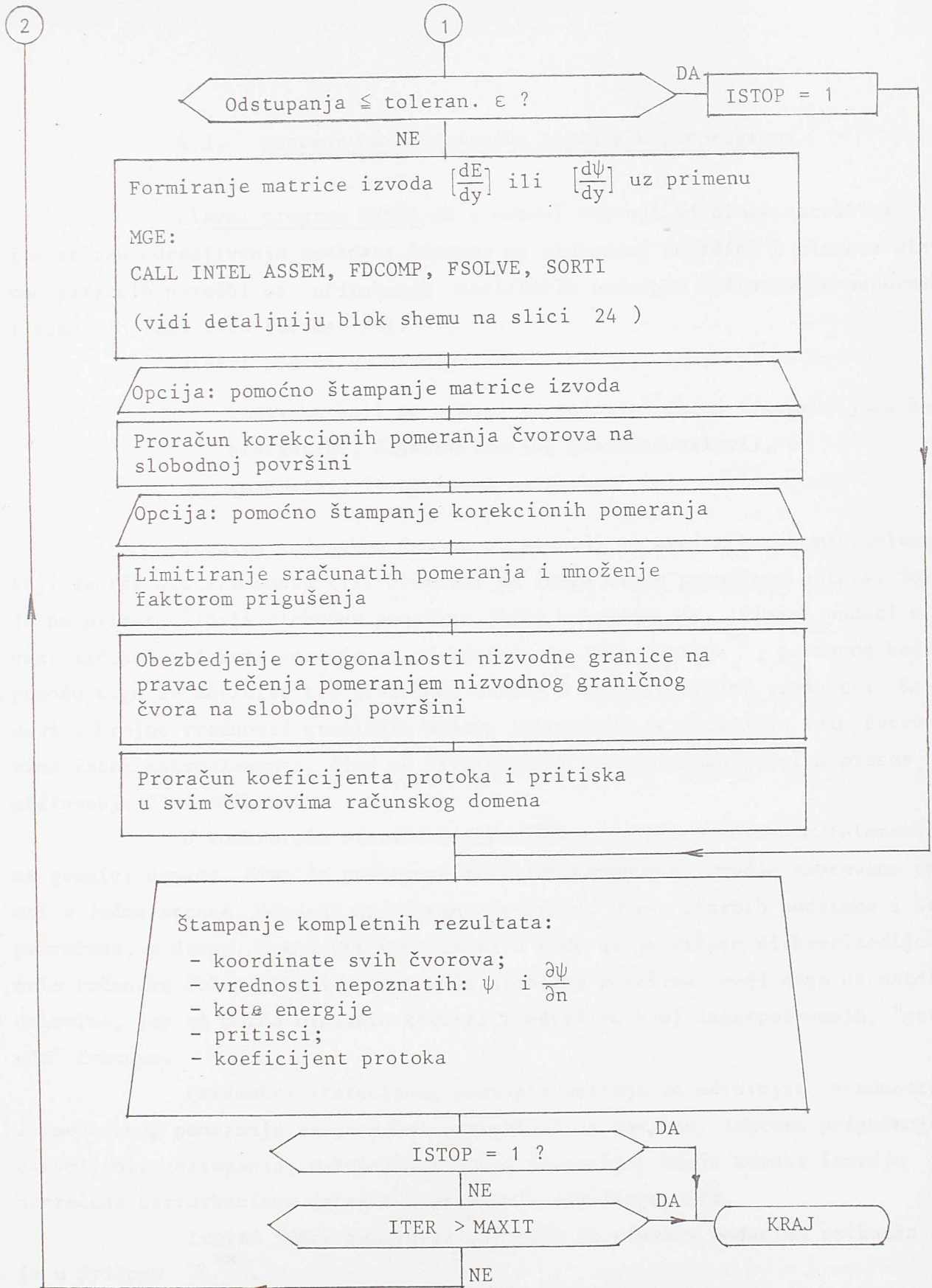
- INTEL - potprogram za integraciju (linearni elementi);
- UGLOVI - potprogram za određivanje unutrašnjeg ugla između susednih elemenata;
- ASSEM - potprogram za formiranje sistema algebarskih jednačina;
- FDCOMP - potprogram za trougaonu dekompoziciju matrice koeficijenata;
- FSOLVE - potprogram za rešavanje linearnog sistema algebarskih jednačina;
- SORTI - potprogram za identifikaciju nepoznatih nakon rešavanja sistema.

U nastavku će se uz pomoć blok-sheme na slici 26 detaljnije objasniti algoritamska struktura glavnog programa GEN81, kao i način funkcionisanja pojedinih potprograma.

*) Granični Elementi za Nasute objekte - verzija 8, modul 1

***) Svi programi pisani su u dvostrukoj tačnosti, što je kako iskustvo pokazuje, neophodno za efikasnu primenu MGE u datom problemu.





Sl. 26 - Blok-shema glavnog programa GEN81

4.3. Osnovne karakteristike pojedinih potprograma

Glavni program GEN81 se u osnovi sastoji od bloka naredbi za iterativno određivanje ordinata čvorova na slobodnoj površini i blokova ulazno-izlaznih naredbi za učitavanje različitih podataka i štampanje osnovnih i pomoćnih rezultata (slika 26).

Ulazni podaci se sastoje od:

- podataka koji se odnose na računski domen (geometrijske karakteristike, diskretizacija, granični uslovi), i
- parametara iteracionog postupka.

Granica računskog domena se sastoji od manjeg broja makroelemenata, koji sadrže niz elemenata (ili čvorova) sa istim tipom graničnog uslova. Tako je na primer, linija slobodne površine jedan makroelement. Ulazni podaci u vezi računskog domena sastoje se od koordinata svih čvorova^{*)}, posebnog koda pomoću koga se definiše tip graničnog uslova i njegove brojne vrednosti. Kodovi i brojne vrednosti graničnih uslova automatski se dodeljuju svim čvorovima istog makroelementa, čime se obim ulaznih podataka smanjuje, a proces učitavanja čini efikasnim.

U konkretnim proračunima korišćeno je oko 30 čvorova (elemenata) na granici domena, čime je postignut izvestan kompromis između zahtevane tačnosti s jedne strane, odnosno angažovane memorije, obima ulaznih podataka i brzine proračuna, s druge. Treba pri tome imati u vidu da je stepen diskretizacije dela računске oblasti koji predstavlja slobodnu površinu, veći nego na ostalim delovima, jer se pored osnovnih koristi i određen broj interpolovanih, "pseud" čvorova.

Parametri iteracionog postupka sastoje se od: brojne vrednosti elementarnog pomeranja za proračun perturbacione matrice, faktora prigušenja, dozvoljenog odstupanja, maksimalnog broja iteracija, broja koraka između proračuna perturbacione matrice i štampanja rezultata, itd.

Izgled jedne kompletne datoteke sa ulaznim podacima prikazan je u Prilogu 2^{**)}.

Ključni deo glavnog programa GEN 81 je procedura iterativnog određivanja linije nivoa. Uopštenom blok-shemom na slici 26 ovaj deo je samo

*) uključujući pretpostavljenu liniju slobodne površine

***) Objašnjenja se ilustruju brojnim primerom o kome će više biti reči u tački 6 ovog poglavlja.

naznačen, dok je detaljno obrazloženje već dato u tački 3.2, gde je priložen i odgovarajući blok-dijagram (slika 24).

Izlazne datoteke glavnog programa GEN81 sastoje se od štampanih osnovnih rezultata (sračunatih vrednosti ψ , $\frac{\partial\psi}{\partial n}$, itd.) i pomoćnih rezultata za praćenje konvergencije (odstupanja, korekciona pomeranja, perturbaciona matrica, itd.). Pomoćni rezultati se štampaju u svakoj iteraciji, ili nakon određenog broja iteracija (slika 26). Izgled pojedinih izlaznih datoteka prikazan je u Prilozima 3-1 i 3-2.

Potprogram INTEL služi za rešavanje integralne jednačine (24), odnosno (34), pri čemu se za proračun elemenata vektora $|k_1^e|$ (jednačina 41) i $|k_2^e|$ (jednačina 42) koriste analitički izrazi dati u Prilogu 1. Ovi su izrazi, kao što je ranije naglašeno, izvedeni pod pretpostavkom linearne promene funkcije i njenog izvoda po normalni duž posmatranog elementa. Sumirajući doprinos svih elemenata, kao rezultat proračuna u potprogramu INTEL dobijaju se brojne vrednosti koeficijenata $R_{i,j}$ i $L_{i,j}$ (jednačine 44 i 45). Iz istog potprograma poziva se potprogram UGLOVI u kome se primenom kosinusne teoreme računaju vrednosti unutrašnjih uglova između susednih elemenata. Od ovih uglova zavise brojne vrednosti koeficijenata $R_{i,j}$ za $i=j$, kao što pokazuje jednačina (44).

Potprogram ASSEM je potprogram u kome se formira sistem algebarskih jednačina. Koeficijenti $R_{i,j}$ i $L_{i,j}$ (jednačine 44 i 45) uz nepoznate (ψ) i $(\frac{\partial\psi}{\partial n})$ grupišu se u matricu koeficijenata sistema, a preostali koeficijenti, u vektor slobodnih članova. Na taj način se konačno formira sistem algebarskih jednačina:

$$[A]\{x\}=\{b\} \quad (72)$$

gde je:

- $[A]$ - kvadratna matrica koeficijenata uz nepoznate;
- $\{x\}$ - vektor nepoznatih veličina (ψ i $\frac{\partial\psi}{\partial n}$);
- $\{b\}$ - vektor slobodnih članova.

Potprogrami FDCOMP i FSOLVE su standardni sistemski potprogrami za rešavanje jednačina (72) metodom trougaonog razlaganja /E12/. Reč je o jednoj od direktnih metoda koja sadrži dve etape proračuna. U prvoj se primenom konačnog broja elementarnih transformacija, matrica $[A]$ iz jednačine (72)

razlaže u proizvod gornje i donje trougaone matrice:

$$[A] = [L][U] \quad (73)$$

a u drugoj etapi se problem:

$$[L][U]\{x\} = \{b\} \quad (74)$$

svodi na rešavanje dva sistema jednačina:

$$[U]\{x\} = \{y\} \quad (75)$$

$$i \quad [L]\{y\} = \{b\} \quad (76)$$

Iz prvog se, zamenom unapred odredjuju vrednosti pomoćnog vektora $\{y\}$, a zatim iz drugog, zamenom unazad, tražene vrednosti vektora $\{x\}$

Razlaganje matrice $[A]$ na trougaone matrice $[U]$ i $[L]$ obavlja se u potprogramu FDCOMP, a rešavanje sistema u potprogramu FSOLVE.

Broj računskih operacija u izloženom postupku je isti kao kod standardne Gauss-ove metode eliminacije, ali je suštinska razlika u tome što se metodom trougaonog razlaganja elementi ovih matrica formiraju samo jednom, a koriste za različite vektore slobodnih članova, što je veoma bitno kada se račun sprovodi u dvostrukoj tačnosti. U tom smislu može se smatrati da je izabrana metoda u konkretnom slučaju optimalna sa stanovišta tačnosti, utroška računarskih resursa, kao i vremena za rešavanje problema u celini.

Potprogram SORTI je zadnji u nizu potprograma MGE koji služe za identifikaciju nepoznatih nakon rešavanja sistema (72). Ovde se naime, uz pomoć uvedenih kodova, identifikuju u vektoru rešenja $\{x\}$ vrednosti koje predstavljaju strujnu funkciju, odnosno izvod strujne funkcije po normalni.

5. OSNOVNE KARAKTERISTIKE MODULA GEN82

5.1. Uvodne napomene

Programski modul GEN82^{*)} koristi se za proračun brzina u izabranim presećima prelivnog mlaza, a dobijeni rezultati su osnova za erozioni model. Ovaj modul, kao i prethodni, bazira se na MGE sa linearnim interpolacionim funkcijama. Rešenje unutar domena dobija se nakon rešenja po konturi, tako da se

*) Granični Elementi za Nasute objekte, verzija 8, modul 2

kao ulazni podaci za modul GEN82 koriste rezultati iz programa GEN81, kao što prikazuje shema na slici 27 .

5.2. Algoritamska struktura

Pored glavnog programa koji nosi ime GEN82, ovaj modul sadrži i dva potprograma (slika 27):

- DOMEN - potprogram za odredjivanje koordinata tačaka unutar domena;
- INTUD - potprogram za integraciju po unutrašnjosti domena.

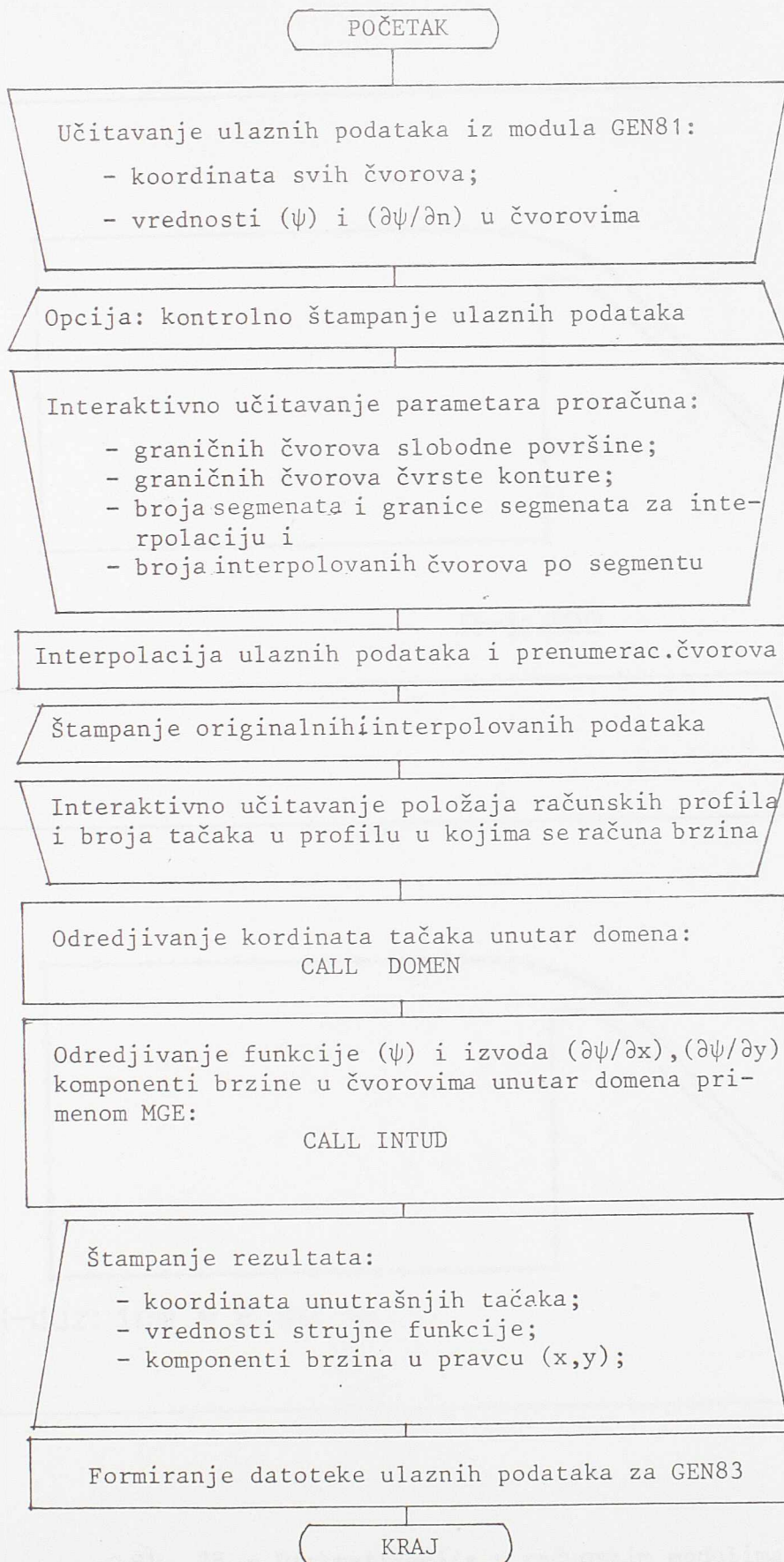
5.3. Osnovne karakteristike pojedinih potprograma

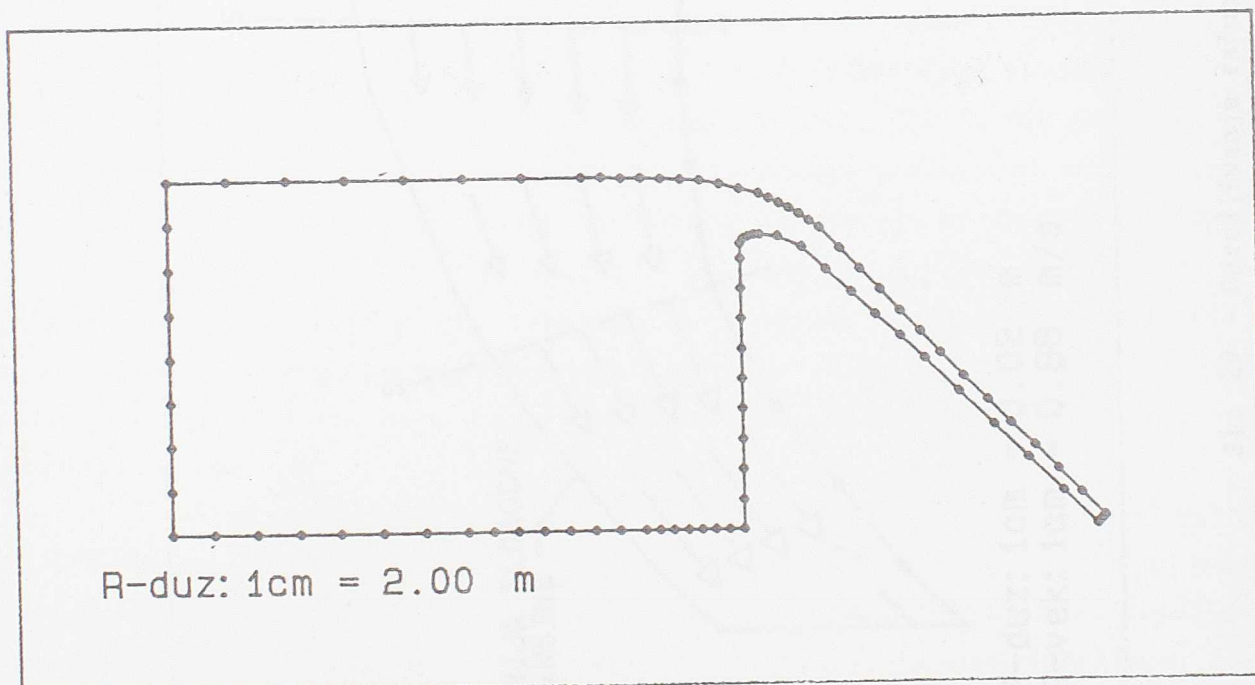
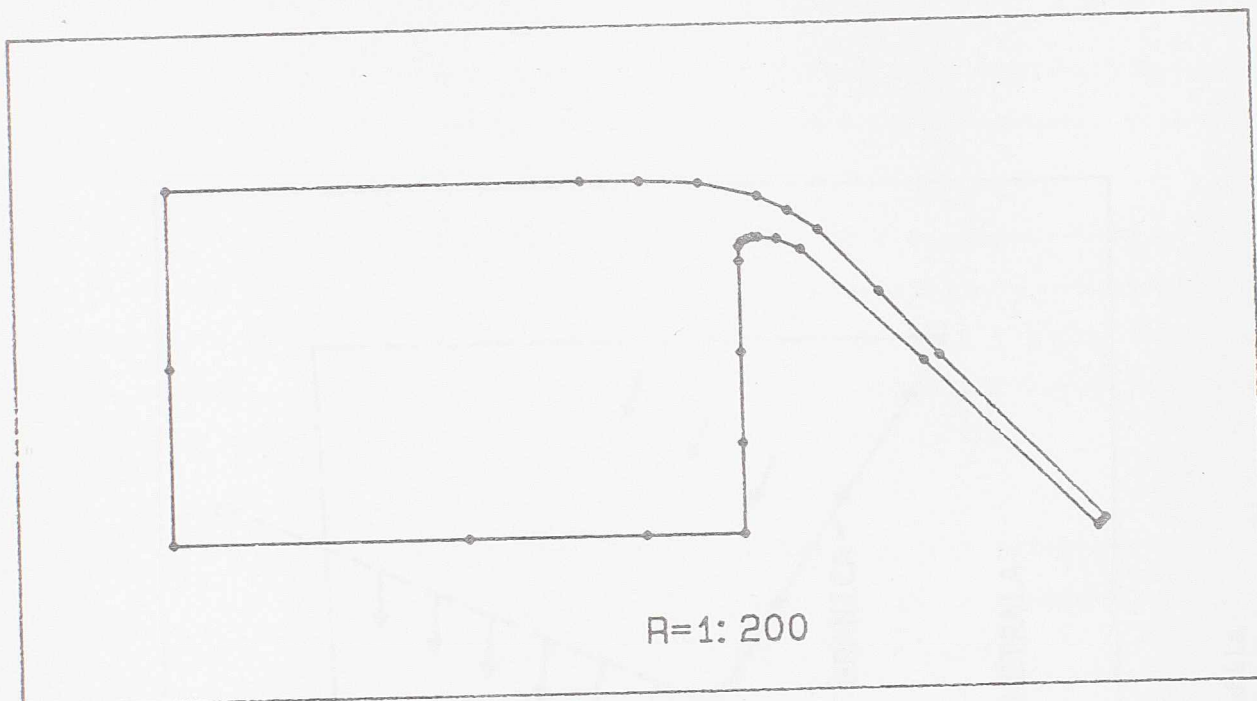
Da bi se postigla veća tačnost unutar računске oblasti, potrebno je povećavati broj čvorova po konturi domena u odnosu na onaj koji se koristi u modulu GEN81. U glavnom programu modula GEN82 predviđena je mogućnost interpolacije većeg broja čvorova i to selektivno, na onim delovima granice gde je to neophodno. Takav je slučaj sa zonom krune preлива i duž prelivnog mlaza, gde je potrebno doći do rešenja u nizu tačaka unutar relativno uske oblasti. Na slici 28 prikazana su na jednom primeru, dva nivoa diskretizacije: početni ili osnovni, korišćen za odredjivanje linije nivoa (modul GEN81), i naknadni, sa većim brojem čvorova, za proračun polja brzine (modul GEN82)*)

Nakon interpolacije čvorova i njihove prenumeracije, pristupa se učitavanju položaja računskih profila i broja tačaka duž ovih profila u kojima će se računati komponente brzine. Ovaj deo posla se obavlja interaktivno (Prilog 4).

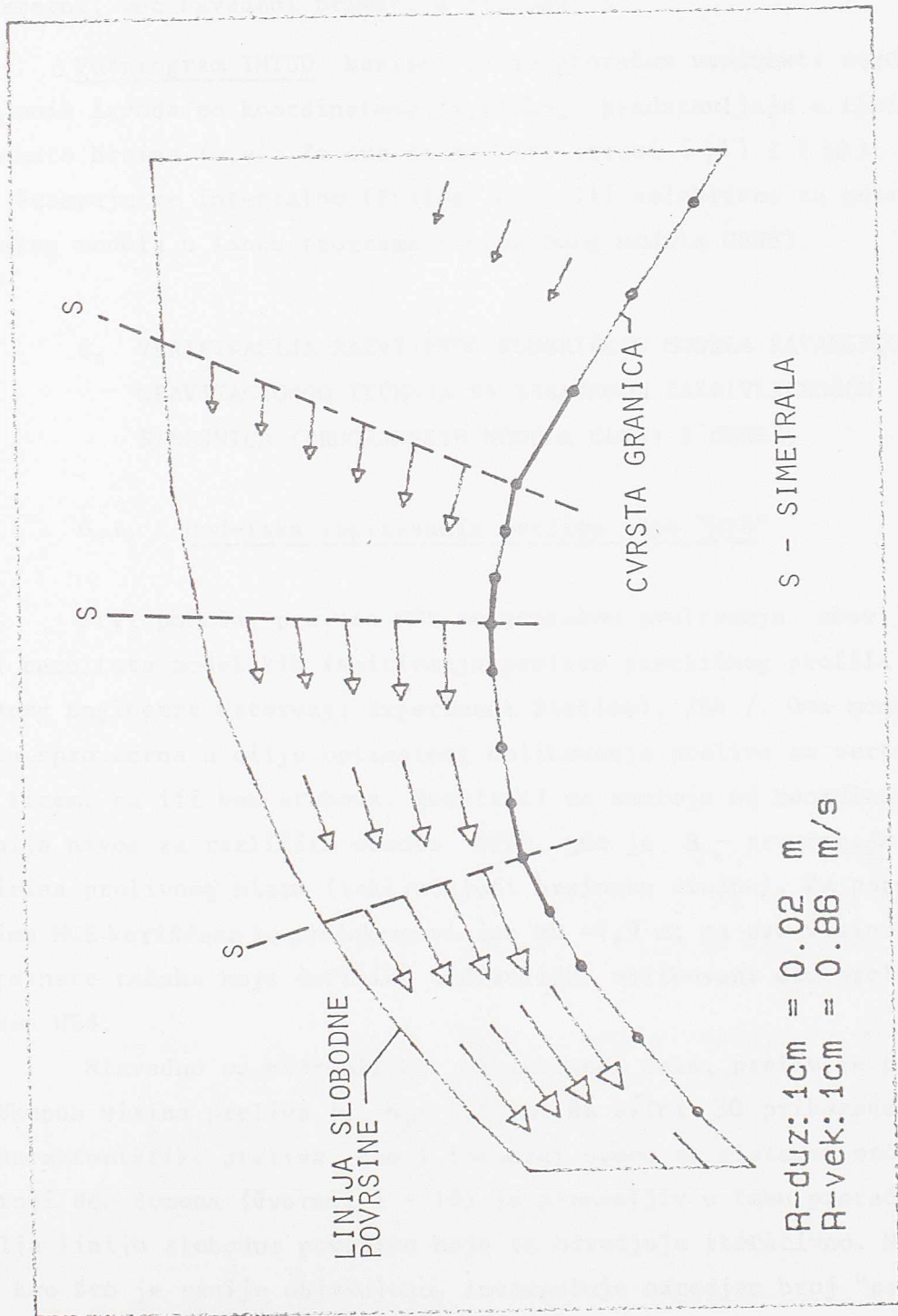
Potprogram DOMEN se koristi za odredjivanje jednačina pravih koje predstavljaju računске profile. Da bi ove prave bile upravne na čvrstu granicu, njihovi pravci se moraju poklapati sa pravcima simetrala susednih elemenata na granici, kao što prikazuje slika 29. U datom potprogramu se automatski odredjuju ne samo jednačine pravih kroz zadate čvorove na granici, već i koordinate proizvoljnog broja ekvidistantnih tačaka duž definisanih profila, u kojima će se računati komponente brzine.

*) Segmenti, ili delovi granice u kojima se interpoluju dodatni čvorovi, pri čemu se i računске vrednosti varijabli (ψ) i $(\frac{\partial \psi}{\partial n})$ takodje interpoluju, zadaju se interaktivno, kao što je prikazano u Prilogu 4 za primer sa sl. 28.





S1. 28 - Diskretizacija u računskim modulima GEN81 i GEN82



Sl. 29 - Odredjivanje računskih profila

Izgled datoteke sa rezultatima interpolacije dopunskih čvorova i rezultatima generisanja računskih profila i tačaka unutar domena, prikazan je za konkretni, već navedeni primer, u Prilogu 5 .

Potprogram INTUD koristi se za proračun vrednosti strujne funkcije i njenih izvoda po koordinatama (x,y) koji predstavljaju u fizičkom smislu komponente brzina (u,v). Za ovo se koriste izrazi (49) i (50). Dobijeni rezultati štampaju se integralno (Prilog 6), ili selektivno za potrebe sledećeg računskog modula u lancu programa - erozionog modula GEN83.

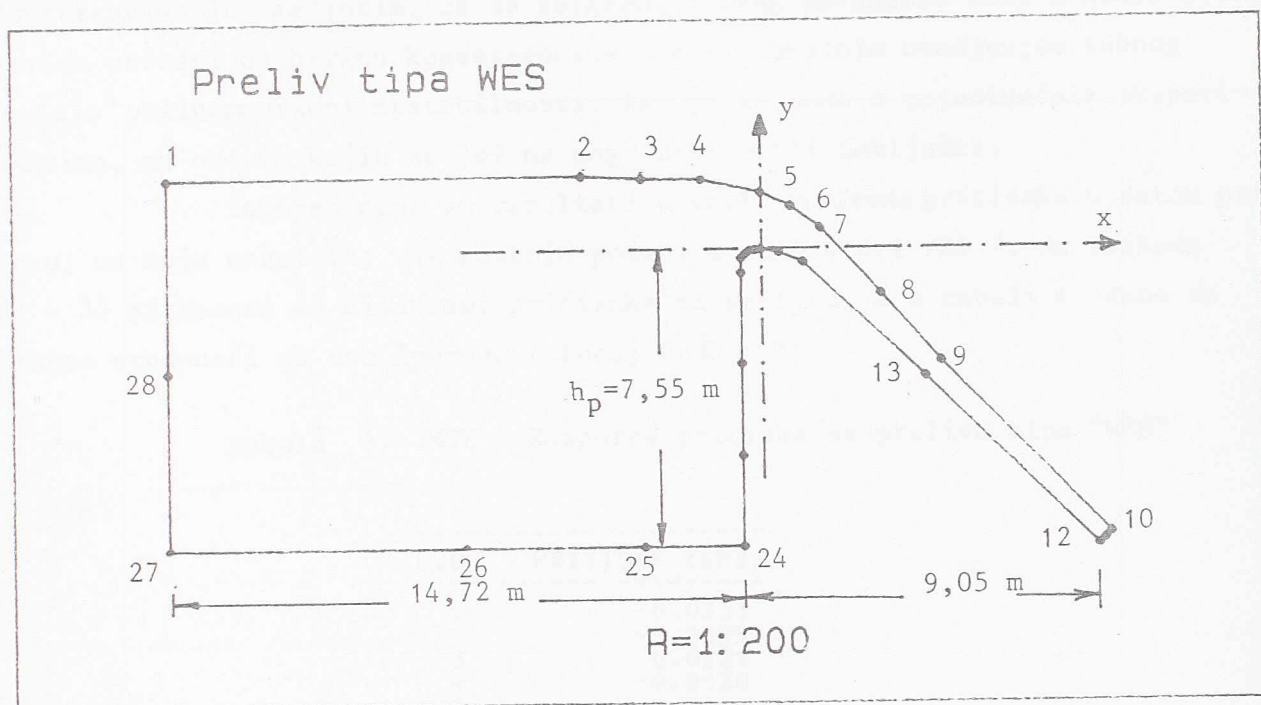
6. VERIFIKACIJA RAZVIJENOG NUMERIČKOG MODELA RAVANSKOG GRAVITACIONOG TEČENJA SA IZRAŽENOM ZAKRIVLJENOŠĆU STRUJNICA (PROGRAMSKIH MODULA GEN81 I GEN82)

6.1. Modelska ispitivanja preliva tipa "WES"

Prvi pokušaj provere MGE za proračun preliivanja obavljen je koristeći rezultate modelskih ispitivanja preliiva praktičnog profila tipa WES (US Army Engineers Waterways Experiment Station), /E4 /. Ova modelska ispitivanja su sprovedena u cilju optimalnog oblikovanja preliiva sa vertikalnim uzvodnim licem, sa ili bez stubova. Rezultati se sastoje od koordinata izmerenih linija nivoa za različite odnose H/HD , gde je H - stvarna, a HD - projektna visina prelivnog mlaza (isključujući brzinsku visinu). Za poredjenje sa rezultatima MGE korišćena je projektna visina $HD = 1,9$ m; za ovu visinu su sračunate koordinate tačaka koje definišu hidraulički oblikovani deo preliiva, prema preporukama WES.

Nizvodno od hidraulički oblikovanog dela, preliv je pod uglom od 45° . Ukupna visina preliiva je $h_p = 7,55$ m. Na slici 30 prikazane su geometrijske karakteristike preliiva, kao i računski domen sa sistemom osnovnih čvorova. Gornji deo domena (čvorovi 1 - 10) je promenljiv u toku proračuna, jer predstavlja liniju slobodne površine koja se određuje iterativno. Na ovom delu se, kao što je ranije objašnjeno, interpoluje određen broj "pseudo-čvorova".

Prema navodima u literaturi /E4 /, za odnos $H/HD = 1$ i zanemarljivu brzinsku visinu uzvodno od preliiva (slučaj $h_p/HD > 1.33$), vrednost koeficijenta protoka iznosi: $C_Q = Q / (\sqrt{2g} H^{3/2}) = 0.49$. U razmatranom primeru je tada jedinični protok $Q = 5,501 \text{ m}^3/\text{sm}$.



S1. 30 - Računski domen za primer iz literature /E4 /.

Na slici 31 prikazano je poredjenje rezultata proračuna i merenja. Gornji crtež na ovoj slici prikazuje liniju nivoa za domen u celini, a donji, prikazuje izdvojeni i uvećani deo prelivnog mlaza za koji postoje podaci merenja. Može se konstatovati veoma dobro slaganje rezultata. Sračunati koeficijent protoka iznosi 0,47.

Na slikama 32 i 33 dati su rezultati proračuna za još dva slučaja: $H/HD = 0.8$ ($Q = 3.716 \text{ m}^3/\text{sm}$) i $H/HD = 0.5$ ($Q = 1.70 \text{ m}^3/\text{sm}$). Ponovo se može konstatovati veoma dobro slaganje rezultata proračuna sa podacima iz literature.

Uočeno je da se nakon 50 - 60 iteracija u datim primerima postiže dobro rešenje, osim u "zoni nestabilnosti" - neposredno uzvodno od krune preлива. Daljim povećanjem broja iteracija mogu se numeričke oscilacije u rešenju potpuno eliminisati, kao što pokazuju slike 31 - 33, ali po cenu veoma velikog broja iteracija (>200)*). U konkretnim proračunima korišćena je vrednost $\alpha = 0.20$.

*) 28-40 s CPU vremena računara DEC2040

Konstatovano je međutim, da se variranjem ovog parametra može u nekim slučajevima uticati na brzinu konvergencije, kao i lokalnim uvodjenjem kubnog "splajn" polinoma u zoni nestabilnosti. Reč je za sada o pojedinačnim eksperimentima, na osnovu kojih se još ne mogu dati opšti zaključci.

Interesantni su rezultati u vezi rasporeda pritisaka u datom primeru, za koje nažalost, ne postoje podaci u literaturi /E4 /. Na slikama 31 - 33 prikazani su dijagrami pritisaka na prelivu, a u tabeli 4 date su brojne vrednosti za sve čvorove (slučaj $H/HD = 1$).

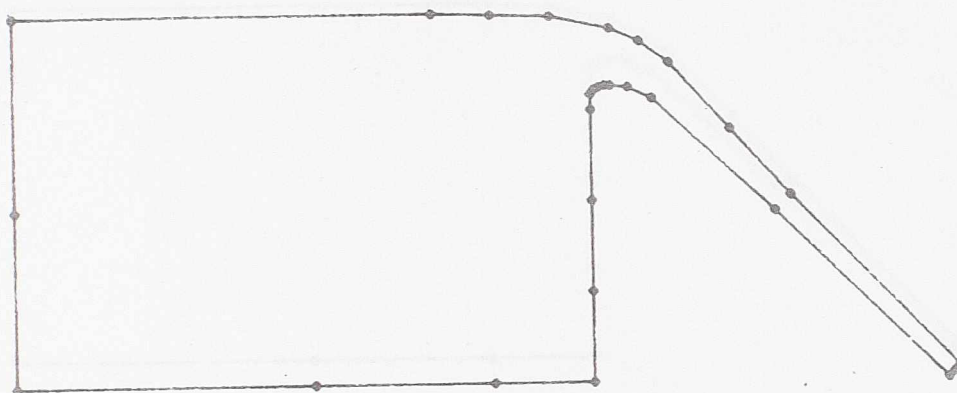
Tabela 4: MGE - Raspored pritiska na prelivu tipa "WES"

CVOR	PRITISAK (kPa)
1	-0.0151
2	-0.0435
3	0.0239
4	-0.0130
5	-0.0244
6	0.0040
7	-0.3619
8	-0.2461
9	-0.8428
10	-0.6905
11	91.3142
12	1.8838
13	4.5594
14	-1.4405
15	-1.0379
16	-0.6319
17	-0.0122
18	-0.5265
19	0.1143
20	5.4085
21	23.2878
22	47.2207
23	70.0271
24	92.7391
25	92.7051
26	92.6069
27	92.5652
28	48.5637

Iz priložene tabele se vidi da je pritisak u čvorovima na slobodnoj površini (1-10) približno jednak nuli (u proseku 0.2 kPa), što je logično i očekivati. U čvorovima krune preлива i neposredno nizvodno (14-19) javljaju se neznatni potpritisaci, jer je preliv optimalno oblikovan baš za odnos $H/HD = 1$. Za odnose $H/HD \neq 1$, raspored pritisaka duž prelivne konture je nepovoljniji, kao što se vidi na dijagramima, slike 32 i 33.

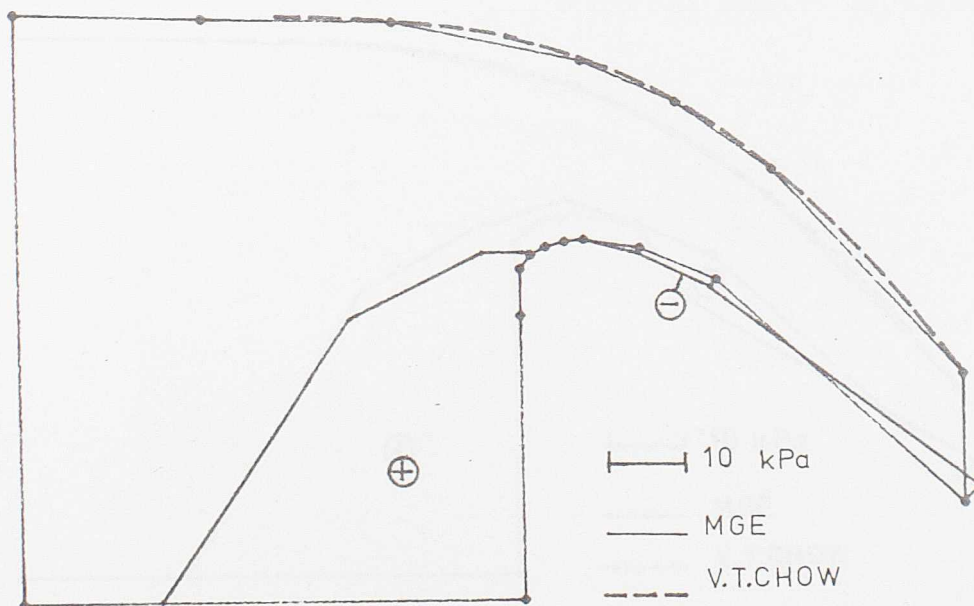
Na slici 34 prikazano je sračunato polje brzina za razmatrani preliv.

Preliv tipa WES - $Q=5.501 \text{ m}^3/\text{sm}$; $H/H_D=1$

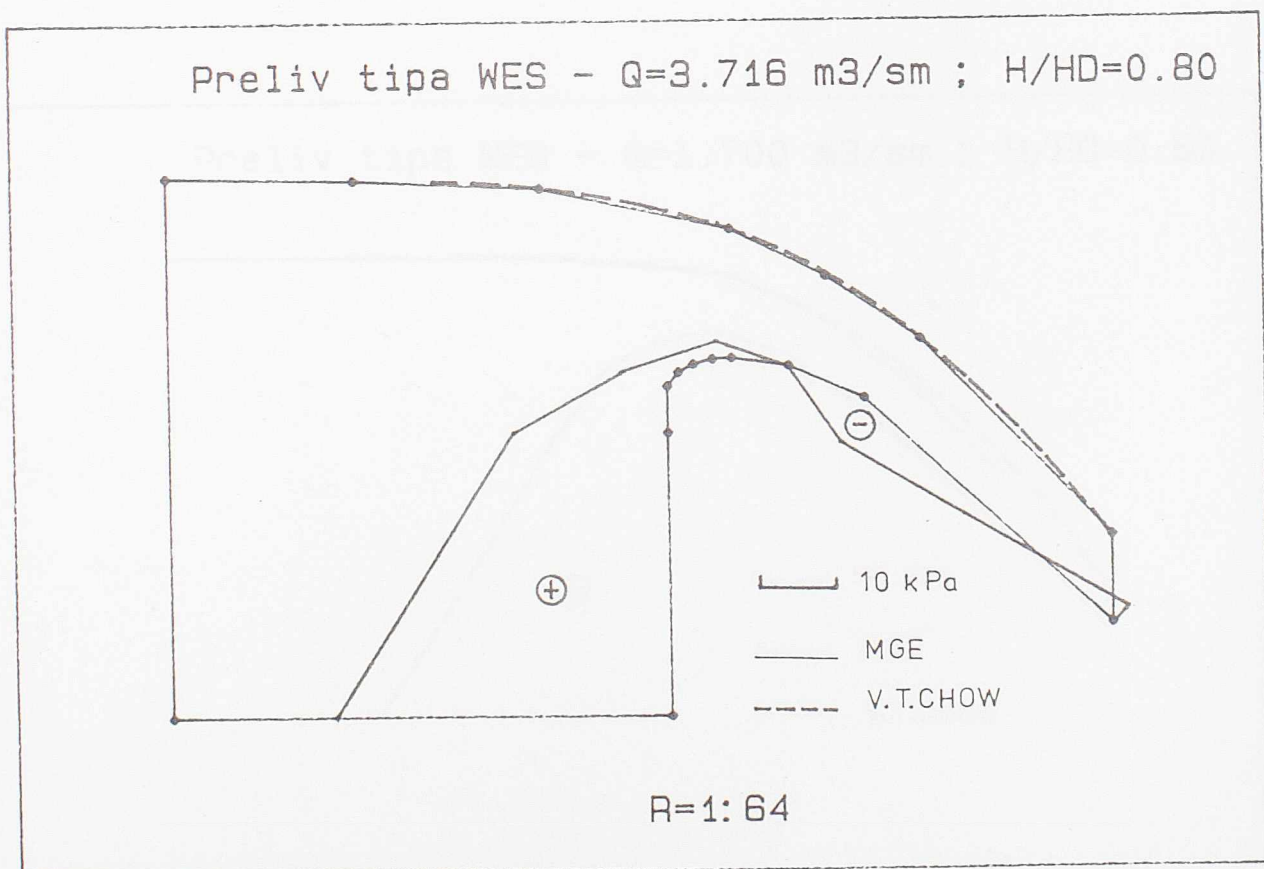
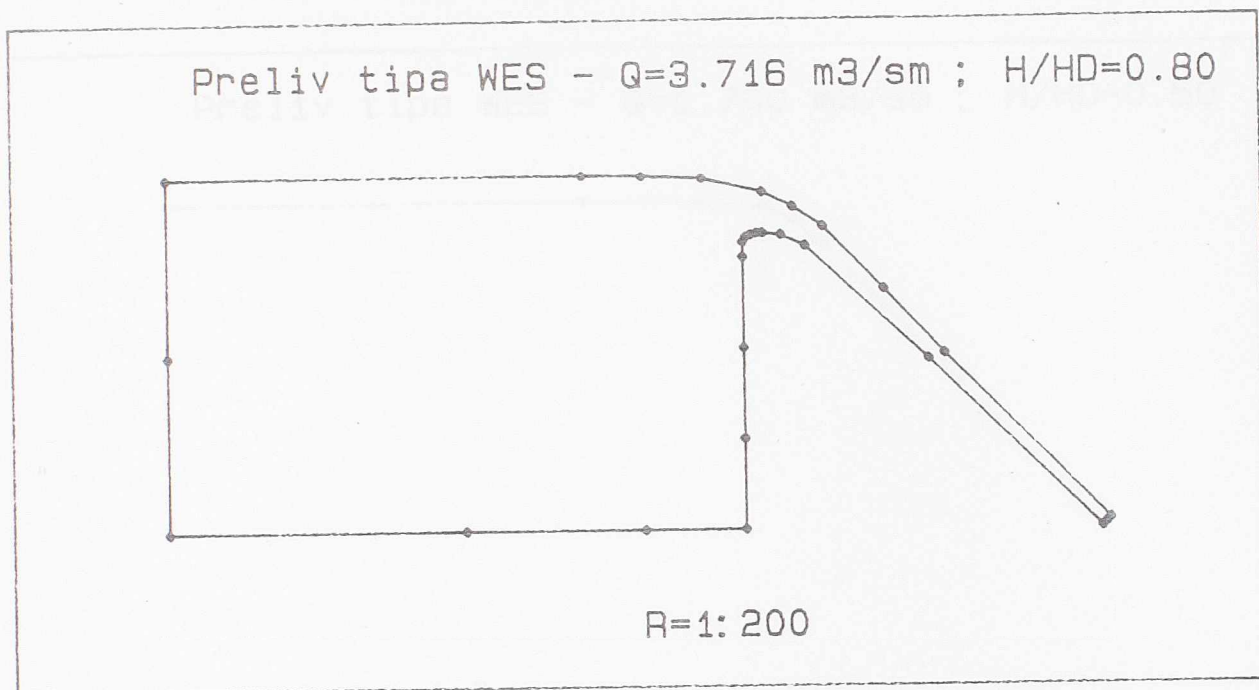


$R=1:200$

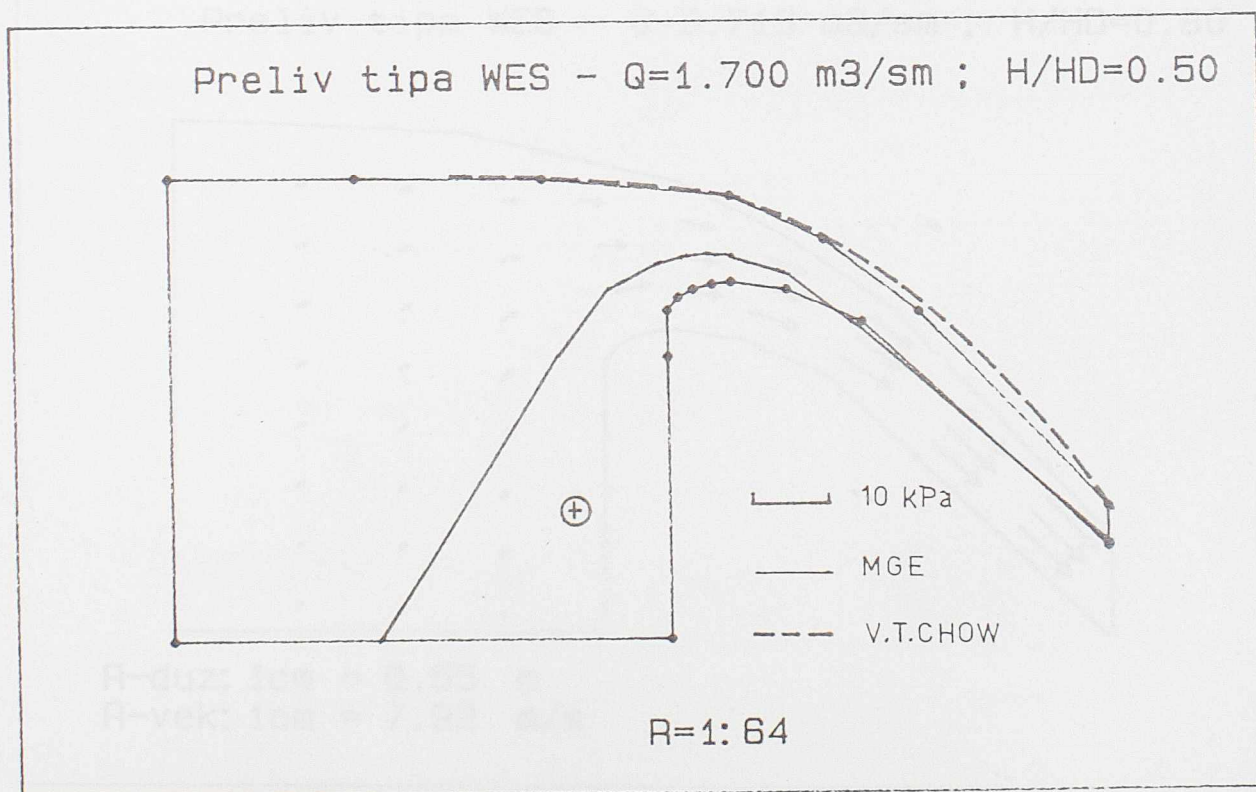
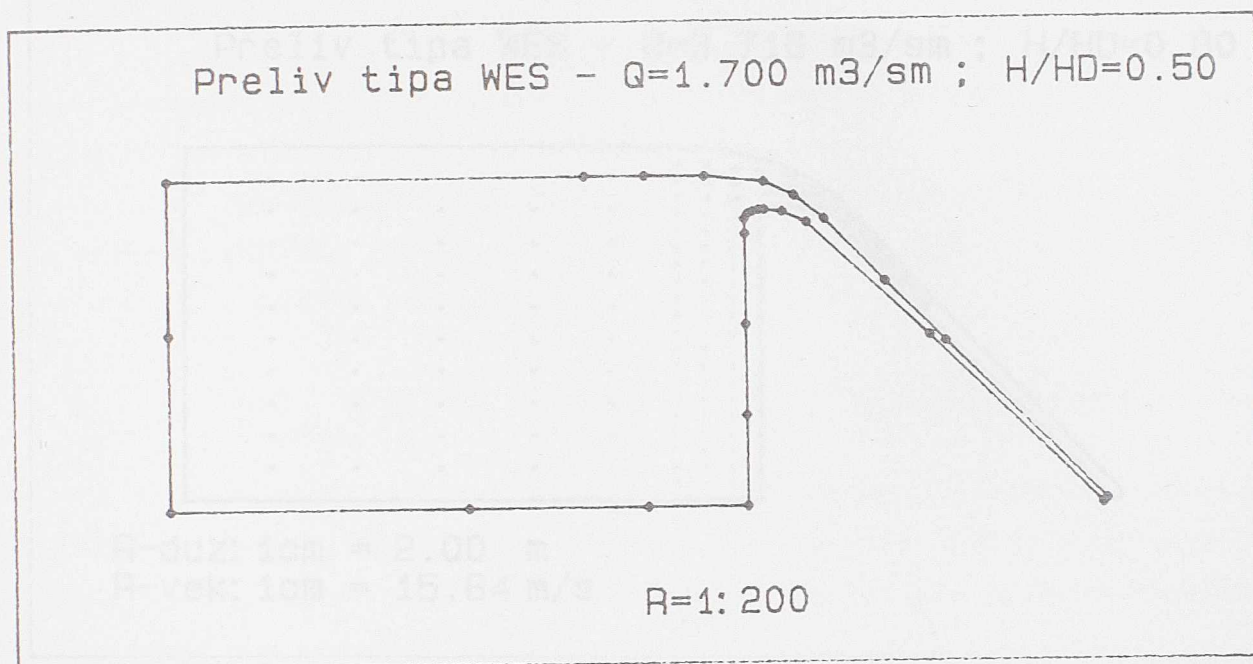
Preliv tipa WES - $Q=5.501 \text{ m}^3/\text{sm}$; $H/H_D=1$



$R=1:63$

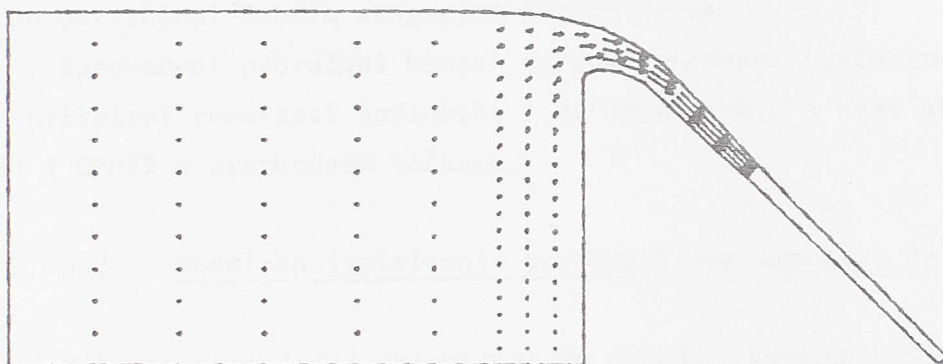


s1. 32 - Linija nivoa i raspored pritisaka



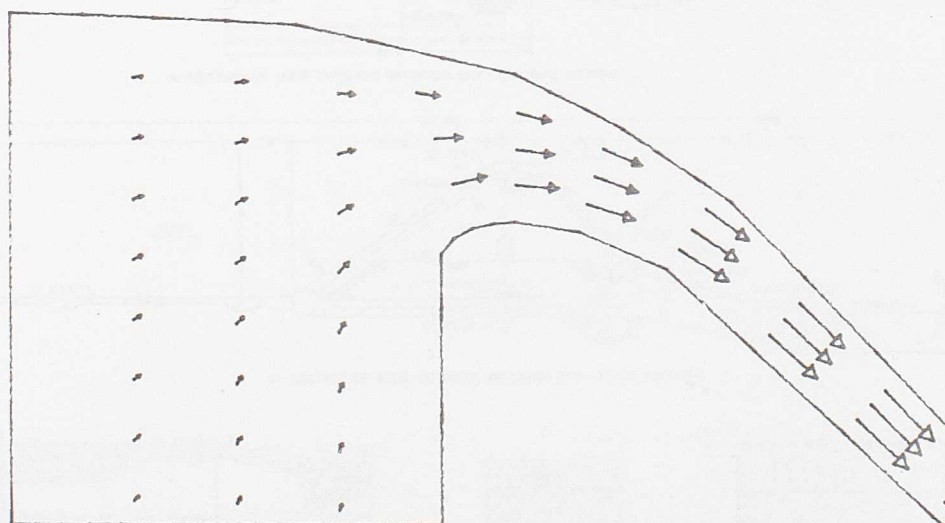
S1. 33 - Linija nivoa i raspored pritisaka

Preliv tipa WES - $Q=3.716 \text{ m}^3/\text{sm}$; $H/HD=0.80$



R-duz: 1cm = 2.00 m
R-vek: 1cm = 15.84 m/s

Preliv tipa WES - $Q=3.716 \text{ m}^3/\text{sm}$; $H/HD=0.80$



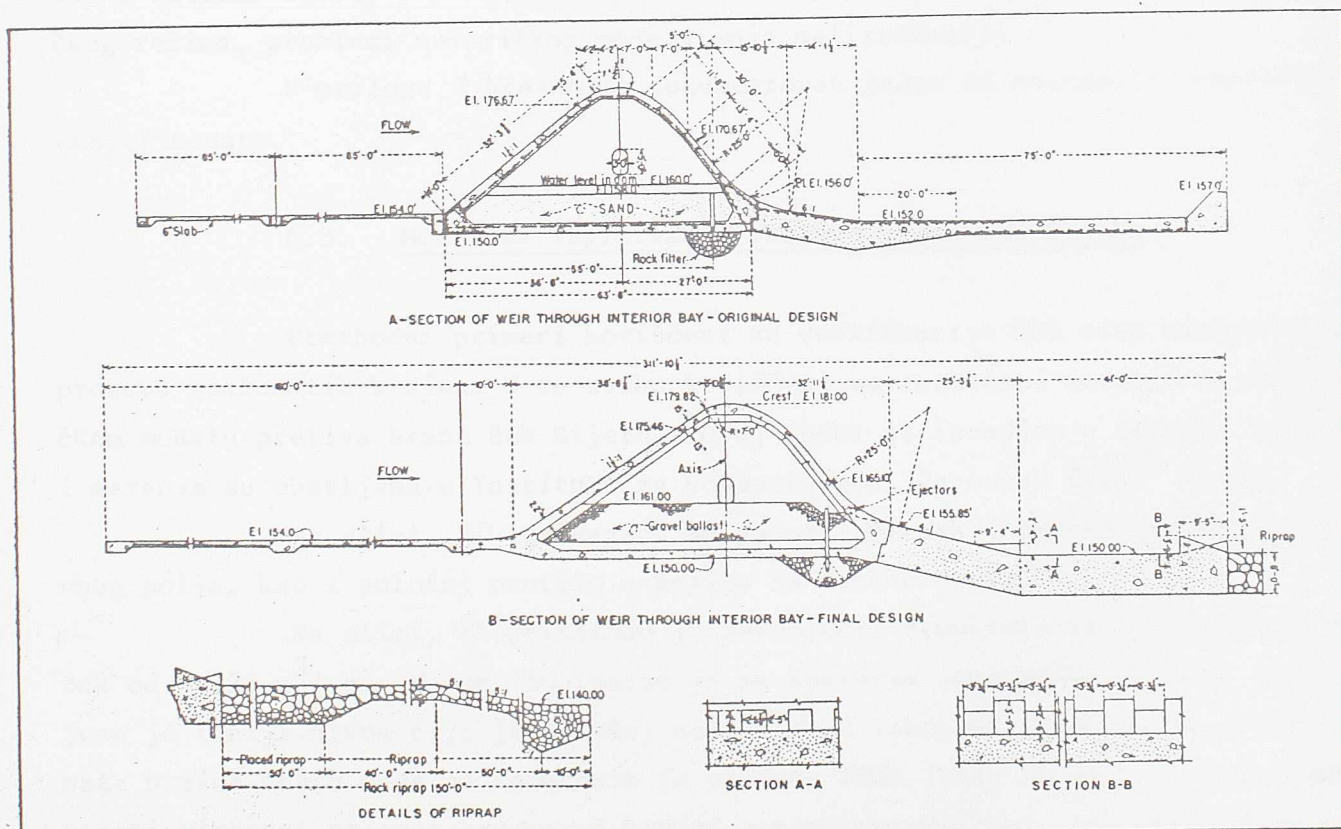
R-duz: 1cm = 0.55 m
R-vek: 1cm = 7.92 m/s

Iako su prikazani rezultati u pogledu pritiska i brzina bez eksperimentalne potvrde, može se reći da su u celini gledano logični, a da su indirektno potvrđeni dobrim slaganjem linija nivoa.

Sprovedeni proračuni brojno su dokumentovani Prilozima 2 - 6, pri čemu su priloženi rezultati poslužili i za objašnjenja u vezi programskih modula GEN81 i GEN82 u prethodnim tačkama.

6.2. Modelska ispitivanja preliva brane Imperial Dam

U literaturi /E1 / objavljena je opsežna dokumentacija modelskih ispitivanja objekata izgradjenih u sklopu reke Kolorado (SAD). Jedan od najznačajnijih objekata u ovom sistemu je brana Imperial Dam. Brana je olakšana, Ambursenovog tipa, visine 8,23 m (sl. 35).



Sl. 35 - Poprečni presek preliva brane Imperial Dam / E1 /

Obavljena su opsežna ispitivanja prelivanja ove brane na modelu u razmeri 1:30, u cilju optimalnog oblikovanja prelivne konture sa stanovišta mogućih potpritisaka. Rezultati, koji se sastoje od linija nivoa i piježometarskih pritisaka izmerenih za opseg protoka $0,017 - 0,0635 \text{ m}^3/\text{sm}$, poslužili su za verifikaciju MGE, odnosno programskih modula GEN81 i GEN82^{*)}.

Na slici 36 prikazane su izmerene i sračunate linije nivoa, kao i izmerene i sračunate piježometarske kote u nizu tačaka u zoni krune preliwa. Može se konstatovati veoma dobro slaganje.

Na slici 37 prikazane su krive protoka - jedna, na bazi merenja, i druga, dobijena primenom MGE. Ponovo se može konstatovati dobro slaganje. Na istoj slici prikazana je i zavisnost koeficijenta protoka od visine prelivnog mlaza. Može se uočiti da se primenom MGE dobijaju nešto više vrednosti ovog koeficijenta. Maksimalna razlika pri tome ne prelazi 3%.

Slika 38 prikazuje globalno rešenje razmatranog slučaja, a slika 39, uvećani detalj u zoni krune preliwa u kojoj su, usled promene hidrauličkog režima, problemi numeričkog modeliranja najizraženiji.

U prilogu 7 brojno je dokumentovan jedan od navedenih numeričkih eksperimenata.

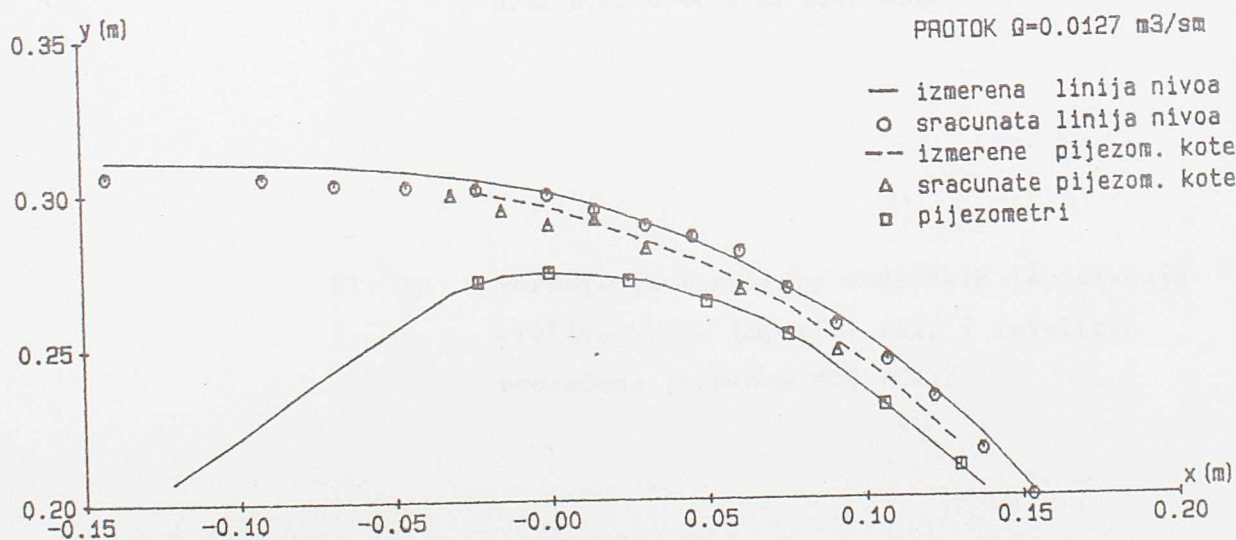
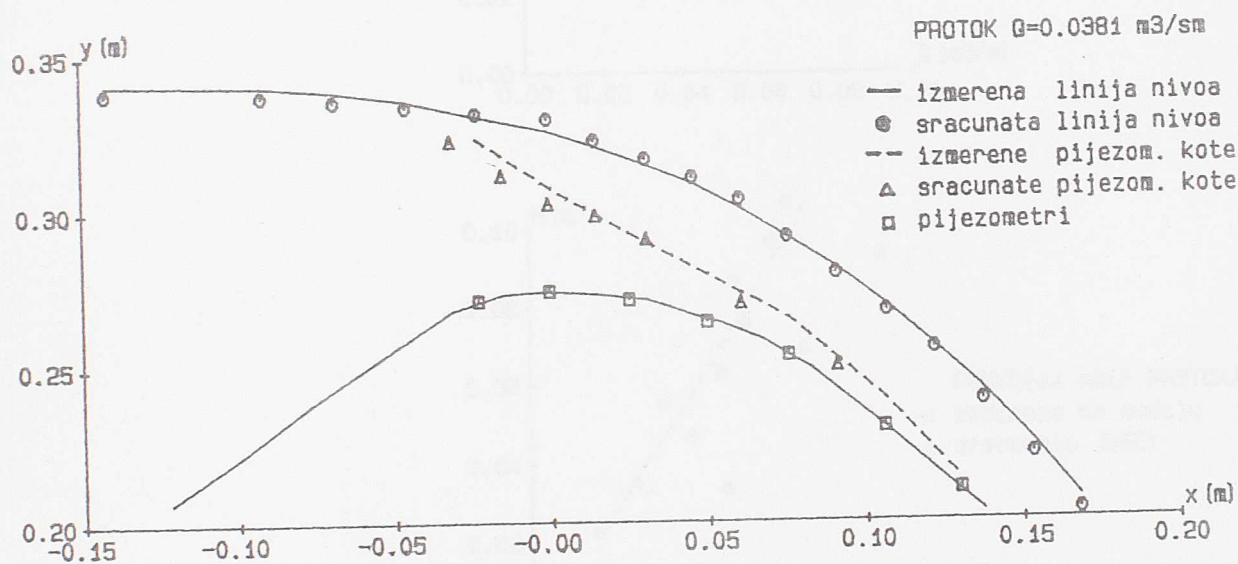
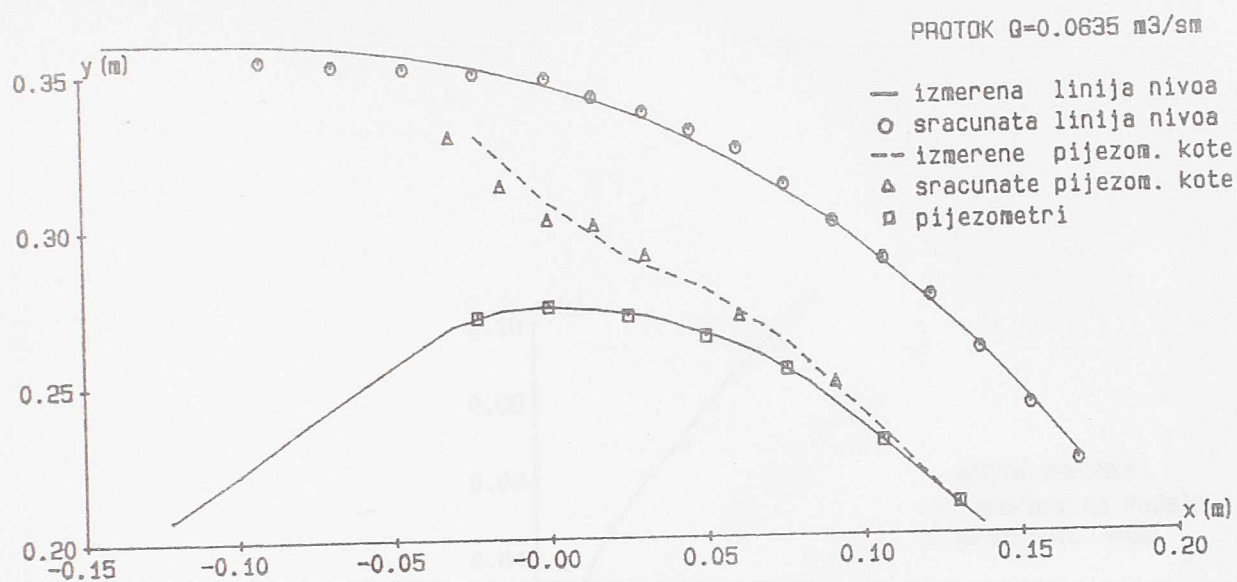
6.3. Modelska ispitivanja preliwa brane Buk Bijela

Prethodni primeri korišćeni za verifikaciju MGE nisu omogućavali proveru sračunatih brzina. U tu svrhu korišćeni su rezultati merenja na fizičkom modelu preliwa brane Buk Bijela. Ovaj model je izradjen u razmeri 1:25 i merenja su obavljena u Institutu za vodoprivredu "Jaroslav Černi" /E21/.

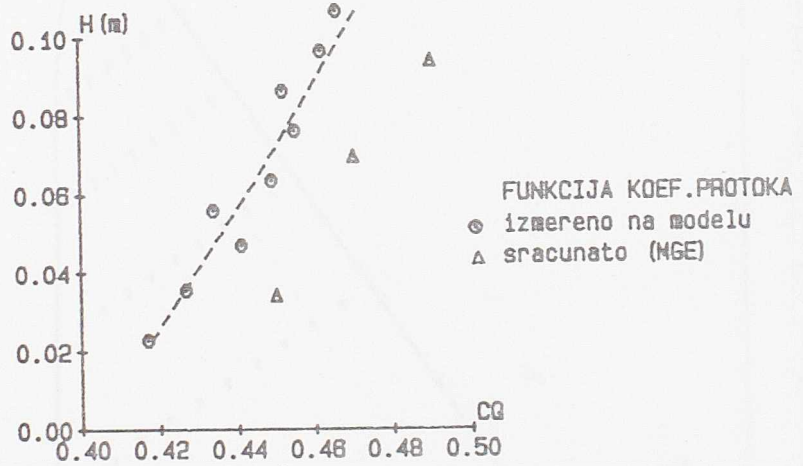
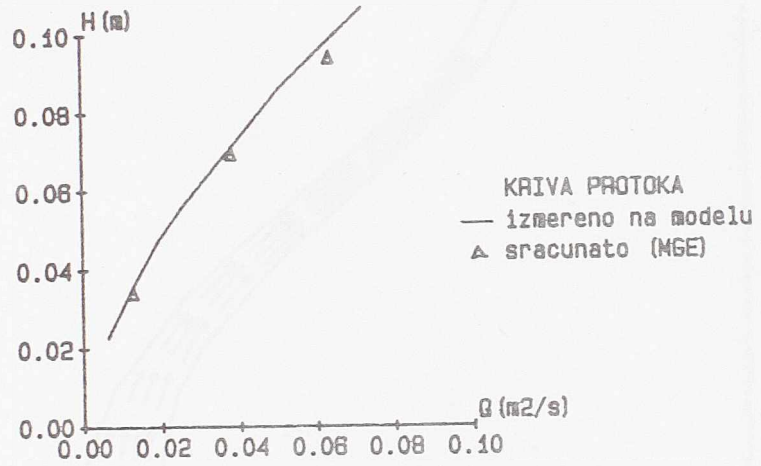
Na slici 40 prikazani su podužni presek i osnova jednog prelivnog polja, kao i položaj profila u kojima su merene brzine.

Na slici 41 prikazano je poredjenje rezultata za jedinični protok od $91.33 \text{ m}^3/\text{sm}$. Nakon 150 iteracija sa faktorom prigušenja $\alpha = 0.2$ dobijena je linija nivoa čiji je položaj nešto ispod izmerene, tako da su sračunate brzine nešto veće od izmerenih (u proseku 10%). Vidi se da, iako su zane-
marení viskozni uticaji, raspored brzina generalno odgovara izmerenom, osim

*) Prelivna brana Imperial svojim oblikom podseća na konture nasutih objekata, pa je i to bio jedan od razloga što je ova brana izabrana za verifikaciju računskog modela



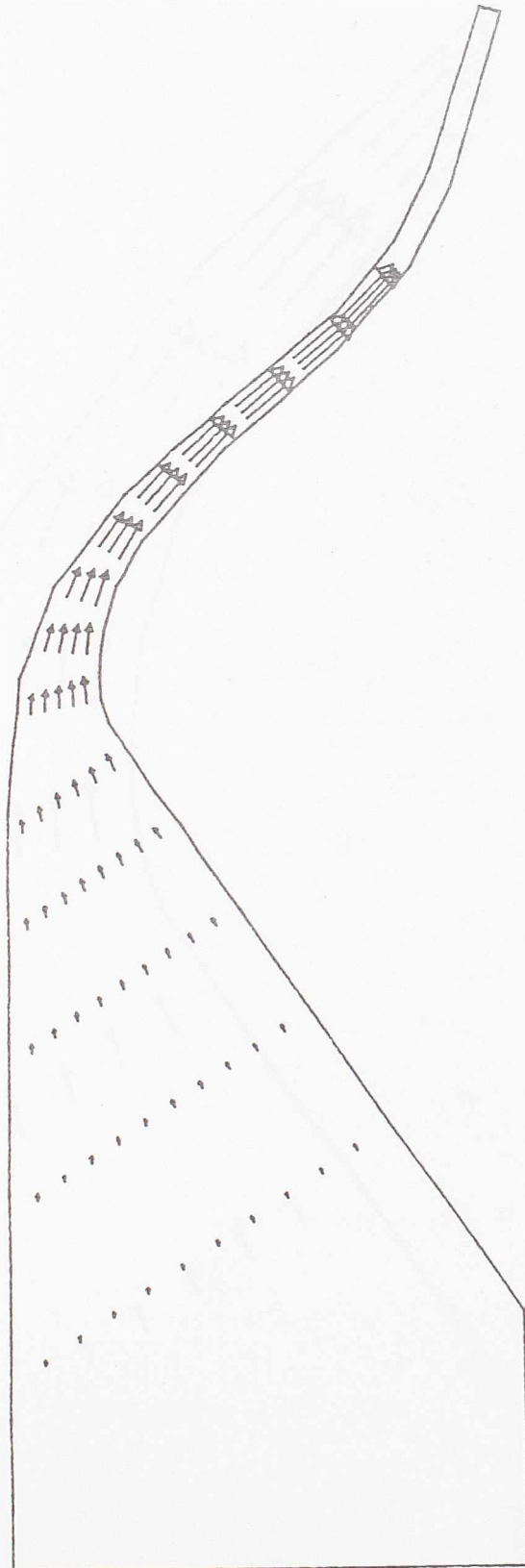
S1. 36 - Poredjenje rezultata modelskih ispitivanja preliva brane Imperial / E1 / i rezultata proračuna primenom MGE /C11/



S1. 37 - Poredjenje rezultata modelskih ispitivanja preliva brane Imperial /E1/ i rezultata proračuna primenom MGE /C11/

IMPERIAL DAM (MODEL) : Q=0.038 m³/sm

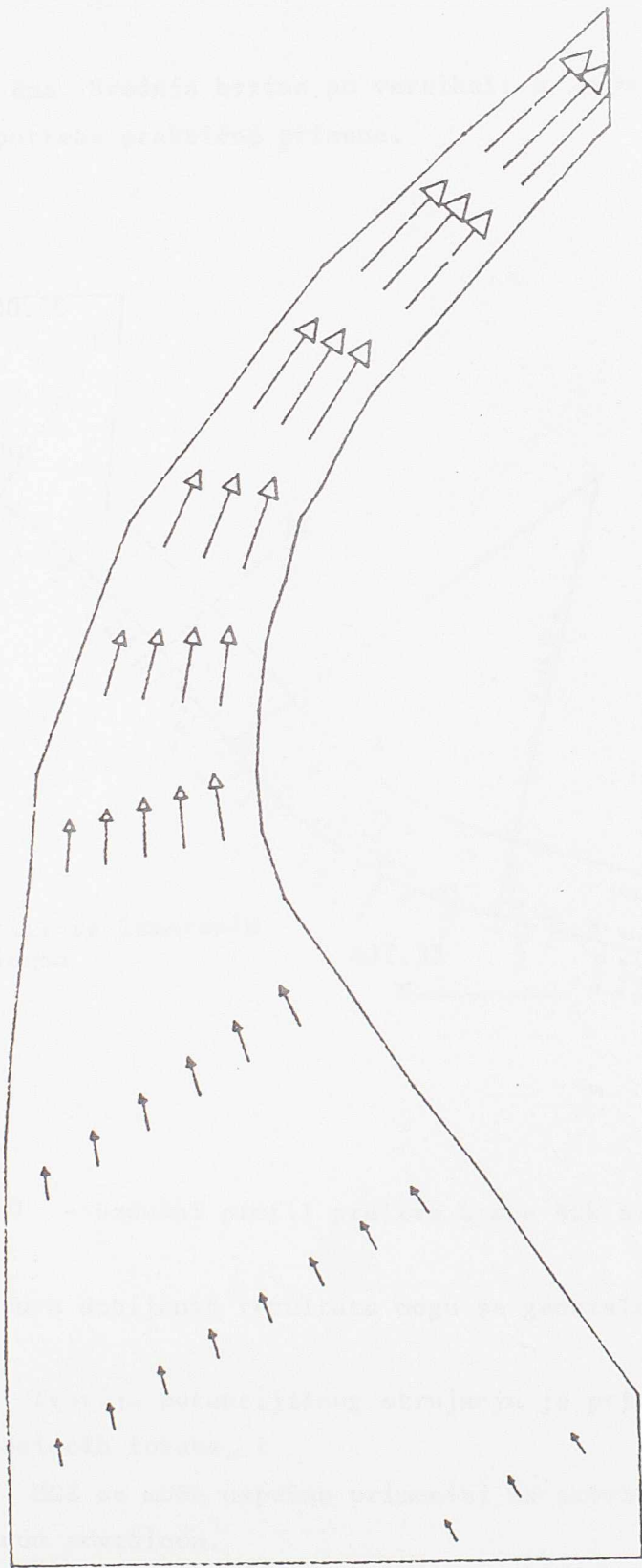
IMPERIAL DAM (MODEL) : Q=0.038 m³/sm



R-duz: 1cm = 0.05 m
R-vek: 1cm = 2.16 m/s

Sl. 38 - Rezultati proračuna primenom MGE / C11 /

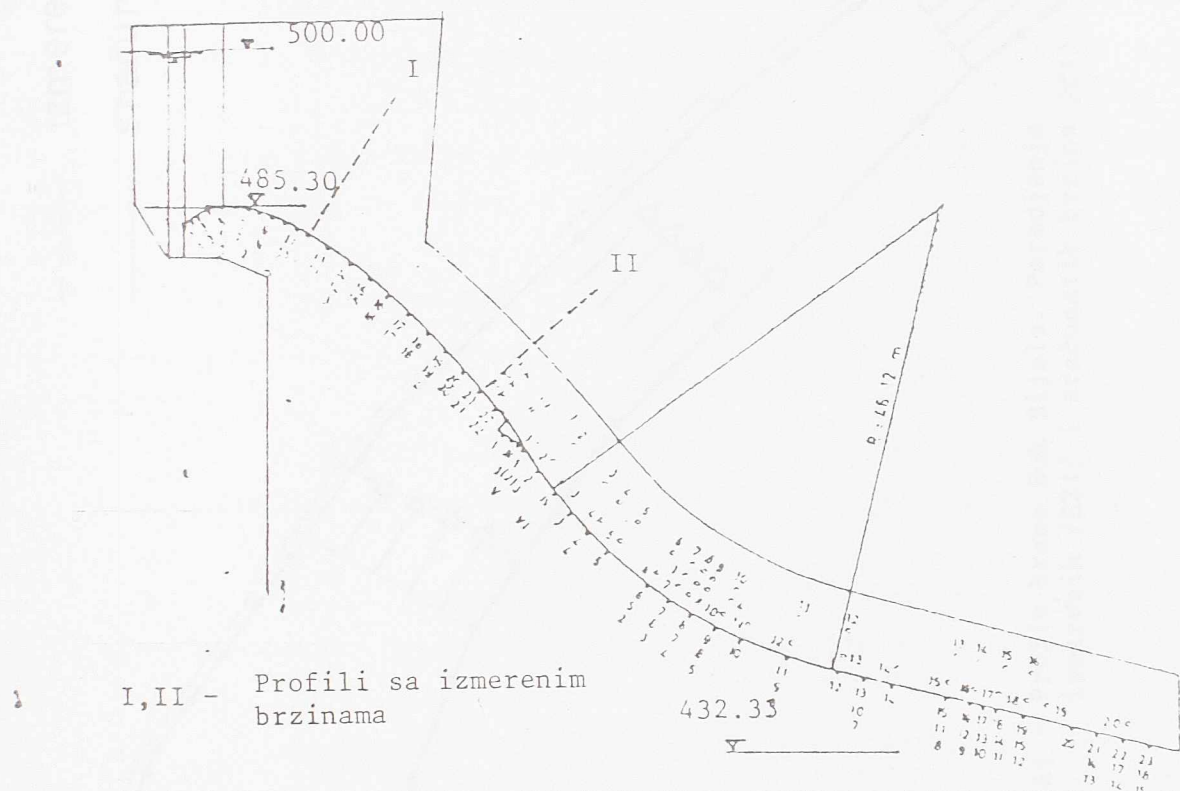
IMPERIAL DAM (MODEL) : $Q=0.038 \text{ m}^3/\text{sm}$



R-duz: 1cm = 0.02 m
R-vek: 1cm = 0.81 m/s

Sl. 39 - Rezultati proračuna primenom MGE - kruna preliva /C11 /

naravno, u blizini dna. Srednja brzina po vertikali se može prihvatiti kao relativno tačna za potrebe praktične primene.

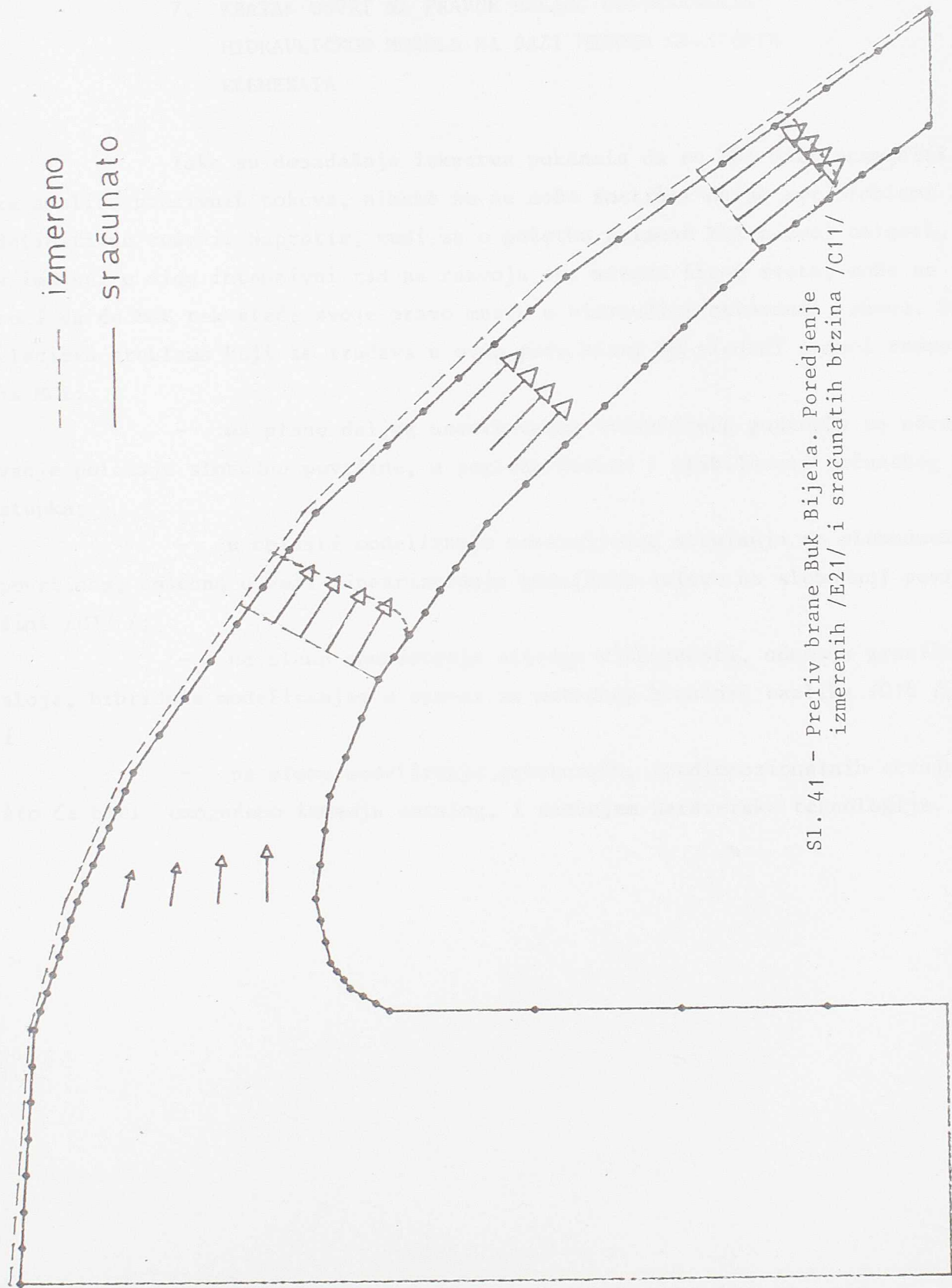


Sl. 40 - Uzdužni profil preлива brane Buk Bijela /E21/.

Na osnovu dobijenih rezultata mogu se generalno doneti dva zaključka:

- (a) Teorija potencijalnog strujanja je primenljiva za analizu zakrivljenih gravitacionih tokova, i
- (b) MGE se može uspešno primeniti za proračun potencijalnih strujanja sa slobodnom površinom.

PRELIV HE "BUK BIJELE": $Q=91.33 \text{ m}^3/\text{sm}$



S1. 41 - Preliv brane Buk Bijela. Poredjenje izmerenih /E21/ i sračunatih brzina /C11/

R-duz: 1cm = 2.32 m
 R-vek: 1cm = 12.64 m/s

7. KRATAK OSVRT NA PRAVCE DALJEG USAVRŠAVANJA
HIDRAULIČKOG MODELA NA BAZI METODE GRANIČNIH
ELEMENATA

Iako su dosadašnja iskustva pokazala da se MGE može primeniti za analizu prelivnih tokova, nikako se ne može smatrati da su svi problemi definitivno rešeni. Naprotiv, radi se o početku primene MGE u ovoj oblasti, a imajući u vidu intenzivni rad na razvoju ove metode širom sveta, može se reći da će MGE tek steći svoje pravo mesto u hidraulici otvorenih tokova. Sa gledišta problema koji se izučava u ovom radu, bitni su sledeći pravci razvoja MGE:

- na planu daljeg usavršavanja iteracionog postupka za određivanje položaja slobodne površine, u pogledu brzine i stabilnosti računskog postupka;
- u oblasti modeliranja neustaljenog strujanja sa slobodnom površinom, posebno u vezi linearizovanja graničnih uslova na slobodnoj površini /C17 /;
- na planu obuhvatanja uticaja viskoznosti, odnosno graničnog sloja, hibridnim modeliranjem u sprezi sa metodama konačnih razlika /C18 /,
i
- na planu modeliranja prostornih, trodimenzionalnih strujanja, što će biti omogućeno između ostalog, i razvojem hardverske tehnologije.

POGLAVLJE IV

MODELIRANJE DEFORMACIJE OBJEKTA IZLOŽENOG PRELIVANJU,

PROGRAMSKI MODUL GEN83

1. OSVRT NA PROBLEM ODREĐJIVANJA EROZIONE OTPORNOSTI
KOHERENTNIH MATERIJALA

Erozija koherentnih materijala je veoma složen fenomen, a njegovo izučavanje je interdisciplinarnog karaktera. Za razliku od nevezanih materijala, gde su krupnoća i težina čestice osnovni parametri koji utiču na eroziju, kod vezanih materijala je eroziona otpornost uslovljena elektrohemijском vezom između pojedinih čestica. Ova veza je opet zavisna od prisustva elektrolita, mineraloške strukture, temperature, pH sadržaja, itd. /D1/, /D16/. Specifičan način na koji navedeni faktori deluju na erozioni proces, kao i njihova međusobna veza, čine problem erozije veoma složenim, pa se može reći da do danas mehanizam erozije koherentnih materijala nije u potpunosti rasvetljen. Shodno tome, ne postoji ni opšti analitički pristup kada je u pitanju ovaj fenomen. Jednačinama održanja mase, količine kretanja i energije, može se naime opisati erozija ili istaložavanje koherentnih materijala u uslovima neustaljenog, turbulentnog, trodimenzionalnog strujanja /D19/:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \bar{c}_j \epsilon_{Tij}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j \bar{c}_j) = \epsilon_{Tij} \frac{\partial (\rho \bar{c}_j)}{\partial x_j} + \frac{\partial^2}{\partial x_j^2} (\epsilon_M \bar{c}_j \rho) \pm S_j$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \bar{c}_j u_i \epsilon_{Tij}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \bar{c}_j u_i u_j) &= \epsilon_{Tij} \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i \bar{c}_j) - \frac{\partial p}{\partial x_i} + F + \\ &+ \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \rho u_i u_j \right) + (\lambda + \mu) \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \end{aligned} \quad (77)$$

$$\frac{D}{Dt} (\rho E + \frac{1}{2} \rho u_i^2) = \rho F_i u_i + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ [(-p + \lambda \theta) \delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)] u_i \right\} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{K \partial T}{\partial x_i} \right)$$

ali se nažalost, ove jednačine, i pored određenih uprošćenja, ne mogu rešiti *). Jedini izlaz je u istraživanjima polu-empirijskog karaktera. Ova istraživanja su usmerena u nekoliko pravaca:

*) objašnjenje oznaka u navedenim jednačinama dato je u spisku oznaka

- ispitivanja u laboratorijskim uslovima;
- ispitivanja u prirodnim uslovima;
- ispitivanja za potrebe projektovanja neobloženih kanala, i
- ispitivanja vezana za eksploataciju poljoprivrednog zemljišta.

Za ovaj rad su od neposrednog interesa laboratorijska istraživanja. Ona su delom usmerena ka boljem razumevanju mehanizma same pojave (fundamentalna istraživanja na mikro-planu) /D14 /, /D16 /, a delom ka definisanju parametara graničnog stanja pri kome dolazi do erozije - kritične brzine toka / D9 /, /D10 /, ili kritičnog tangencijalnog napona / D6 /, / D7 /, /D13 /, /D15 /, (istraživanja namenjena praktičnoj primeni). Nažalost, rezultati dosadašnjih laboratorijskih ispitivanja se ne mogu neposredno koristiti za modeliranje erozije nasutih objekata izloženih prelivanju, bilo zbog toga što se rezultati odnose na konkretnu vrstu materijala / D3 /, /D12 /, bilo zbog toga što su dobijeni pod uprošćenim uslovima (ustaljeno, jednoliko tečenje). Zbog toga je bilo neophodno da se u okviru ovoga rada obave ispitivanja pomoću fizičkih modela nasutih objekata gde bi se empirijskim putem utvrdila veza između hidrauličkih parametara ubrzanog strujanja vode i količine erodiranog materijala. Ova veza je ključna za primenu matematičkog modela o kome se govori u ovom radu.

2. FIZIČKI FAKTORI KOJI UTIČU NA EROZIONI PROCES

Objekat je u toku prelivanja izložen sledećim uticajima:

- sili gravitacije;
- površinskom dejstvu prelivnog mlaza, i
- pornim pritiscima koji se razvijaju unutar objekta.

Dejstvo prelivnog mlaza na površinu objekta ogleda se pre svega u pojavi smičućeg napona čiji je intenzitet proporcionalan kvadratu brzine toka i apsolutnoj rapavosti. Pored toga, objekti od koherentnih materijala izloženi su i dejstvu hidrostatičkog pritiska, kohezionih sila i pornog pritiska.

Porni pritisci nastaju u procesu zasićenja materijala. Voda se adsorbuje na površini čestica, a zarobljeni vazduh biva sabijen, pri čemu se formira dvostruki sloj na nivou svake čestice. Ovo izaziva pojavu nadpritiska u odnosu na hidrostatički, a opisani fenomen utiče na globalnu erozionu otpornost materijala.

O izloženim uticajima se mora voditi računa prilikom razmatranja uslova sličnosti pod kojima se obavljaju laboratorijska ispitivanja.

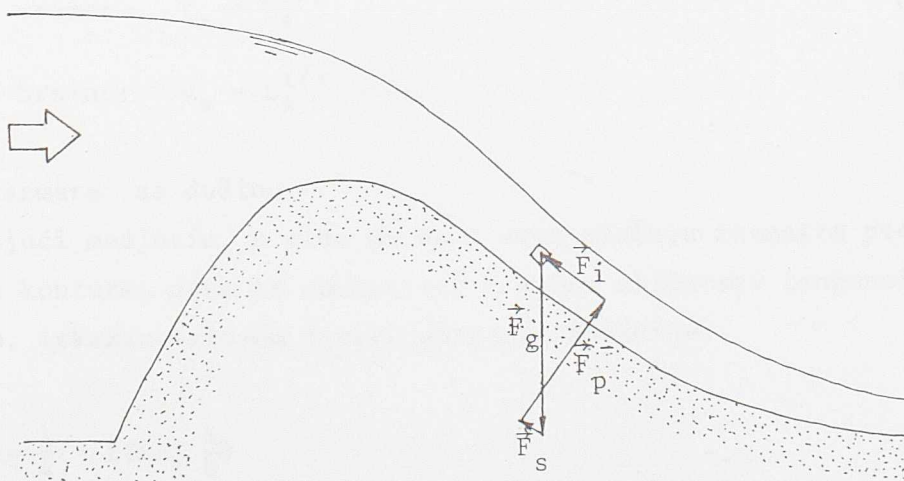
3. USLOVI SLIČNOSTI ZA FIZIČKO MODELIRANJE EROZIJE OBJEKATA OD KOHERENTNOG MATERIJALA, IZLOŽENIH PRELIVANJU

Pri izboru razmera za fizičko modeliranje procesa erozije nasutih objekata izloženih prelivanju, mora se strogo voditi računa da se na fizičkom modelu ispune uslovi sličnosti u pogledu:

- hidrauličkih karakteristika prelivnog toka;
- karakteristika filtracionog strujanja, i
- deformacionog stanja objekta (reoloških i geomehaničkih osobina materijala).

3.1. Uslovi sličnosti za tečenje preko preliva

Na slici 42 prikazan je pogon sila koje deluju na fluidni deo prelivne struje. Skica prikazuje relativni odnos sila gravitacije (\vec{F}_g), viskoznosti (\vec{F}_s), pritiska (\vec{F}_p) i inercijalne sile (\vec{F}_i) u uslovima ubrzanog strujanja vode. Potpuna sličnost modela i prototipa podrazumeva geometrijsku sličnost poligona sila na modelu (m) i u prirodi (p), /E22 /:



S1. 42 - Poligon sila koje deluju na fluidni delić u uslovima ubrzanog strujanja

$$\frac{(F_i)_m}{(F_g)_m} = \frac{(F_i)_p}{(F_g)_p} \quad (78)$$

$$\frac{(F_i)_m}{(F_s)_m} = \frac{(F_i)_p}{(F_s)_p} \quad (79)$$

$$\frac{(F_i)_m}{(F_p)_m} = \frac{(F_i)_p}{(F_p)_p} \quad (80)$$

Ovo su dobro poznati izrazi jednakosti odnosa inercijalnih i gravitacionih sila (Froude-ov broj), inercijalnih i sila viskoznosti (Reynolds-ov broj) i inercijalnih i sila pritiska (Euler-ov broj). S obzirom da su u slučaju preliivanja uticaji viskoznosti znatno manji od gravitacionih (što se vidi po relativnom odnosu sila u poligonu na slici 42), to je za modeliranje mero-davna Froude-ova sličnost:

$$F_{r*} = \frac{(F_r)_m}{(F_r)_p} = 1 \quad (81)$$

pri čemu simbol (*) označava razmeru. Tada su u važnosti dobro poznate raz-
mere za:

$$\text{- protok: } Q_* = L_*^{5/2} \quad (82)$$

$$\text{- vreme: } t_* = L_*^{1/2} \quad (83)$$

$$\text{- brzinu: } v_* = L_*^{1/2} \quad (84)$$

pri čemu je L_* razmera za dužinu.

Imajući međjutim, u vidu da se u ovom slučaju razmatra preliivanje preko deformabilne konture, mora se obuhvatiti i uslov sličnosti tangencijalnog napona na kontaktu, iskazan uslovom invarijantnosti funkcije:

$$C_\tau = \frac{\lambda}{4} = f(Re, \frac{k}{h}) \quad (85)$$

Kako je za turbulentno tečenje gornja funkcija nezavisna od Reynolds-ovog broja (Re), to se postavljeni uslov svodi na:

$$\left(\frac{k}{h}\right)_* = 1 \quad (86)$$

odnosno,

$$k_* = h_* = L_* \quad (87)$$

Veličina (k) predstavlja ekvivalentnu peščanu rapavost, a (h) - dubinu toka. Pod pretpostavkom da se ekvivalentna rapavost može dobro reprezentovati krupnoćom karakterističnog zrna $D_{90} / D_4 /$, uslov (87) se može zameniti relacijom:

$$(D_{90})_* = L_* \quad (88)$$

Sa praktičnog stanovišta, da bi se ostvario turbulentni karakter strujanja na fizičkom modelu, potrebno je da debljine prelivnog mlaza ne budu manje od 1-2 cm.

3.2. Uslovi sličnosti za filtraciono strujanje

Bez obzira što je za erozioni proces dominantno površinsko dejstvo vode, na modelu se moraju ispuniti i određeni uslovi sličnosti filtracionog strujanja i pornih pritisaka, kako bi se reprodukovalo "ponašanje" objekta s obzirom na dejstvo vode u celini. Prema razmatranjima Mandel-a / D8 / i Weber-a / D20 /, za modeliranje filtracije potrebno je ispuniti sličnost u pogledu:

$$- \text{zasićene gustine materijala } (\rho'_s)_* = 1 \quad (89)$$

$$- \text{poroznosti } n_* = 1, i \quad (90)$$

$$- \text{koeficijenta filtracije: } K_* = L_*^{1/2} \quad (91)$$

Polazeći od Hazen-ovog obrasca / D4 /:

$$K \sim D_{10}^2 \quad (92)$$

uslov (92) se može iskazati alternativno, na sledeći način:

$$(D_{10})_* = L_*^{1/4} \quad (93)$$

Rezmera za filtracione brzine biće u tom slučaju:

$$v_{f*} = K_* = L_*^{1/2} \quad (94)$$

3.3. Reološki i geomehanički uslovi sličnosti. Ekvivalentni materijal

Pitanje reološke i geomehaničke sličnosti vezano je za izučavanje deformacije tla pomoću fizičkog modela, a posebno za izučavanje ponašanja materijala u uslovima graničnih stanja deformacije.

Sličnost zapreminskih sila (mase) i inercijalnih nije moguća ukoliko su prototip i model izradjeni od istog materijala, / D8 /, /D20 /. Za postizanje ove sličnosti, materijal za izradu fizičkog modela mora biti izabran tako da njegove mehaničke i reološke karakteristike budu u vezi sa karakteristikama materijala u prirodi, preko razmera za napone, vreme i deformacije. Tako izabran materijal se zove "ekvivalentni" / D8 /. Njegov sastav se mora smišljeno komponovati tako da se ostvari geometrijska sličnost deformacija na modelu i u prirodi. Ovo je moguće samo ukoliko se pri usvojenoj razmeri za dužine (L_*), ispune uslovi navedeni u tabeli 5 .

Tabela 5: Razmere za realizaciju ekvivalentnog materijala

FIZIČKE VELIČINE	RAZMERA
zasićena gustina	$\rho_*' = 1$
ugao unutrašnjeg trenja	$\varphi_* = 1$
naponi/porni pritisci	$\sigma_* = p_* = L_*$
kohezija	$C_* = L_*$
Young-ov modul elastičnosti	$E_* = 1$
Poisson-ov koef. plastičnosti	$\nu_* = 1$

4. IZBOR SASTAVA EKVIVALENTNOG MATERIJALA

Imajući u vidu sve navedene hidrauličke, mehaničke i reološke uslove sličnosti, ekvivalentni materijal je komponovan tako što su uskladjene razmere za:

- prečnik zrna obzirom na filtraciju (jedn. 93):

$$(D_{10})_* = \frac{(D_{10})_m}{(D_{10})_p} = L_*^{1/4}$$

- prečnik zrna obzirom na površinsku rapavost (jedn. 88):

$$(D_{90})_* = \frac{(D_{90})_m}{(D_{90})_p} = L_*$$

- koheziju materijala (jedn. 95):

$$C_* = \frac{C_m}{C_p} = L_*$$

- koeficijent filtracije (jedn. 91):

$$K_* = \frac{K_m}{K_p} = L_*^{1/2}$$

Ekvivalentni materijal je izradjen od mešavine peska čiji je granulometrijski sastav usvojen u skladu sa izrazima (88) i (93), i vezivnog materijala, doziranog tako da budu zadovoljeni uslovi (91) i (95). Kao vezivo korišćen je šamotni prah i bentonit. Reč je o komercijalnim nazivima za minerale kaolinita i montmorilonita čija je zapreminska masa $1,8 - 1,9 \text{ t/m}^3$, a osnovne hemijske komponente / D2 /:

- SiO_2 60-80% (kaolin); 50% (bentonit);
- Al_2O_3 33-40% (kaolin); 17-25% (bentonit);
- Fe_2O_3 $\leq 3\%$
- CaO $< 5\%$

Istovremeno ispunjenje uslova (88) i (93) iziskuje da se za izradu ekvivalentnog materijala koristi sitnozrni pesak uniformnog sastava. Ovo će se ilustrovati sledećim primerom. Pretpostavimo da su karakteristični prečnici prirodnog materijala:

$$(D_{90})_p = 10 \text{ mm}$$

i

$$(D_{10})_p = 1 \text{ mm}$$

Sračunati karakteristični prečnici ekvivalentnog materijala na modelu prikazani su u funkciji razmere u tabeli 6.

Tabela 6 : Analiza izbora granulometrijskog sastava ekvivalentnog materijala

R A Z M E R E	L_*	1:1	1:5	1:10	1:15	1:20	1:25	1:30	1:40
	$(D_{90})_*$	1	0.200	0.100	0.067	0.050	0.040	0.033	0.025
	$(D_{10})_*$	1	0.669	0.562	0.509	0.473	0.447	0.426	0.398
M O D E L	$(D_{90})_m$ (mm)	10	2	1	0.67	0.5	0.4	0.33	0.25
	$(D_{10})_m$ (mm)	1	0.67	0.56	0.51	0.47	0.45	0.43	0.40

Iz priloženih rezultata se može videti da se fizički modeli u razmerama manjim od 1:10 moraju formirati od ekvivalentnog materijala uniformnog granulometrijskog sastava.

Ispunjenje uslova (91) i (95), prouzrokuje određene teškoće praktične realizacije ekvivalentnog materijala. Naime, fizički modeli u sitnoj razmeri iziskuju mali procenat veziva, pri čemu se obično ne mogu postići potrebne vrednosti koeficijenta filtracije, bez dodavanja određene hidrofobne supstance. Ovo će se takodje ilustrovati jednim primerom. Pretpostavimo da su osnovni parametri prototipa^{*)}:

*) U primeru se koriste elementi iz projekta brane za mikroakumulaciju "Bela Reka" u okolini Beograda (Hidroprojekt, 1986)

- visina objekta: $H_p = 15$ m;
- kohezija materijala: $C_p = 12$ kPa;
- koeficijent filtracije: $K_p = 5 \cdot 10^{-9}$ m/s

Odgovarajuće vrednosti na fizičkom modelu prikazane su u tabeli 7.

Tabela 7: Analiza kohezionih i filtracionih karakteristika ekvivalentnih materijala

R A Z M E R E	L_*	1:1	1:2	1:5	1:10	1:20	1:40	1:50
	C_*	1	0.500	0.200	0.100	0.050	0.025	0.020
	K_*	1	0.707	0.447	0.316	0.224	0.158	0.141
M O D E L	H_m (m)	15	7.5	3.0	1.5	0.75	0.38	0.30
	C_m (kPa)	12	6	2.4	1.2	0.6	0.3	0.24
	K_m (m/s)	$5 \cdot 10^{-9}$	$3,54 \cdot 10^{-9}$	$2,24 \cdot 10^{-9}$	$1,58 \cdot 10^{-9}$	$1,12 \cdot 10^{-9}$	$7,9 \cdot 10^{-10}$	$7,0 \cdot 10^{-10}$

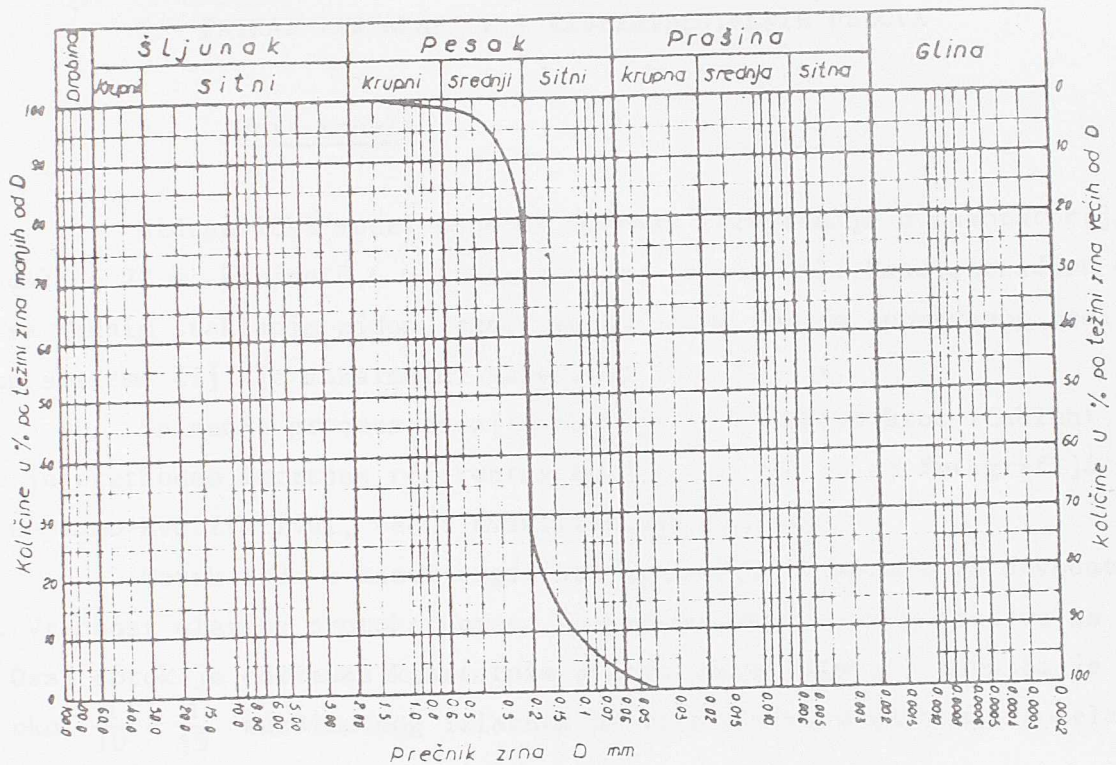
Iz proložene tabele se vidi da potrebne vrednosti kohezije i koeficijenta filtracije na modelu opadaju sa smanjenjem razmere, pri čemu se neophodna vodonepropusnost ekvivalentnog materijala može postići jedino dodavanjem neke hidrofobne supstance.

Imajući u vidu sve izložene aspekte izrade ekvivalentnog materijala, za modelska ispitivanja u ovom radu korišćena je mešavina sitnozrnog peska i šamotnog, odnosno bituminoznog veziva u iznosu od 2-3%. Sitnozrni peščani materijal, krupnoće zrna $D_{50} = 0,2$ mm, čija je granulometrijska kriva prikazana na slici 43, sadrži sledeće karakteristične krupnoće^{*)}:

$$D_{10} = 0,13 \text{ mm}$$

$$D_{90} = 0,25 \text{ mm}$$

*) ispitavanja su obavljena u Laboratoriji za mehaniku tla Gradjevinskog fakulteta u Beogradu



S1. 43 - Granulometrijski sastav ekvivalentnog materijala

Kao što pokazuje dijagram granulometrijskog sastava, materijal je skoro sasvim uniformne krupnoće - 90% zrna ima prečnik između 0,1 i 0,3 mm, koeficijent neravnomernosti iznosi: $D_{60}/D_{10} = 1,54$, a geometrijska standardna devijacija $\sigma_g = (D_{84.1}/D_{15.9})^{1/2} = 1,22$.

Zasićena gustina ovako komponovanog materijala kretala se u granicama $1.85 - 1.96 \text{ t/m}^3$, pri vlažnostima od oko 20%. Laboratorijski su utvrđene vrednosti kohezije od 1-5 kPa. Koeficijent filtracije je, bez dodatka hidrofobne substance, reda veličine 10^{-8} m/s .

5. PRIKAZ INSTALACIJE I EKSPERIMENTALNIH USLOVA

5.1. Opis kanala

Hidraulički model nasutog objekta formiran je u laboratorijskom kanalu dužine 22 m, širine 0,6 m i visine 1 m, (slika 44). Kanal, izradjen od betona sa jednim staklenim zidom, snabdeva se vodom pomoću sopstvenog recirkulacionog sistema čiji je maksimalni kapacitet oko 180 l/s.

Snimanje procesa erozije obavlja se direktno kroz stakleni zid, na kome je prethodno iscrtana referentna mreža, tako da se sa fotografija mogu dobiti ne samo kvalitativni, već i kvantitativni rezultati.

Dotok vode u kanal regulisan je pomoću zatvarača na dovodnom cevovodu. Vrednost ulaznog protoka merena je pomoću oštroičnog prelića sa mernom iglom. Ovaj dotok je održavan konstatnim u toku eksperimenta i iznosio je 4 l/s, što je oko $\frac{1}{10} \div \frac{1}{15}$ maksimalnog izlaznog protoka u toku prelićanja modela i njegovog rušenja.

Na uzvodnom kraju kanala voda se umiruje sistemom umirivaća smještenih u nizvodnoj komori oštroičnog prelića. Dotok u kanal je tako usmeren da u njemu vlada paralelno strujanje, što omogućava ravnomerno tečenje po celoj širini modela i obezbedjuje dvodimenzionalnost prelićanja i erozije.

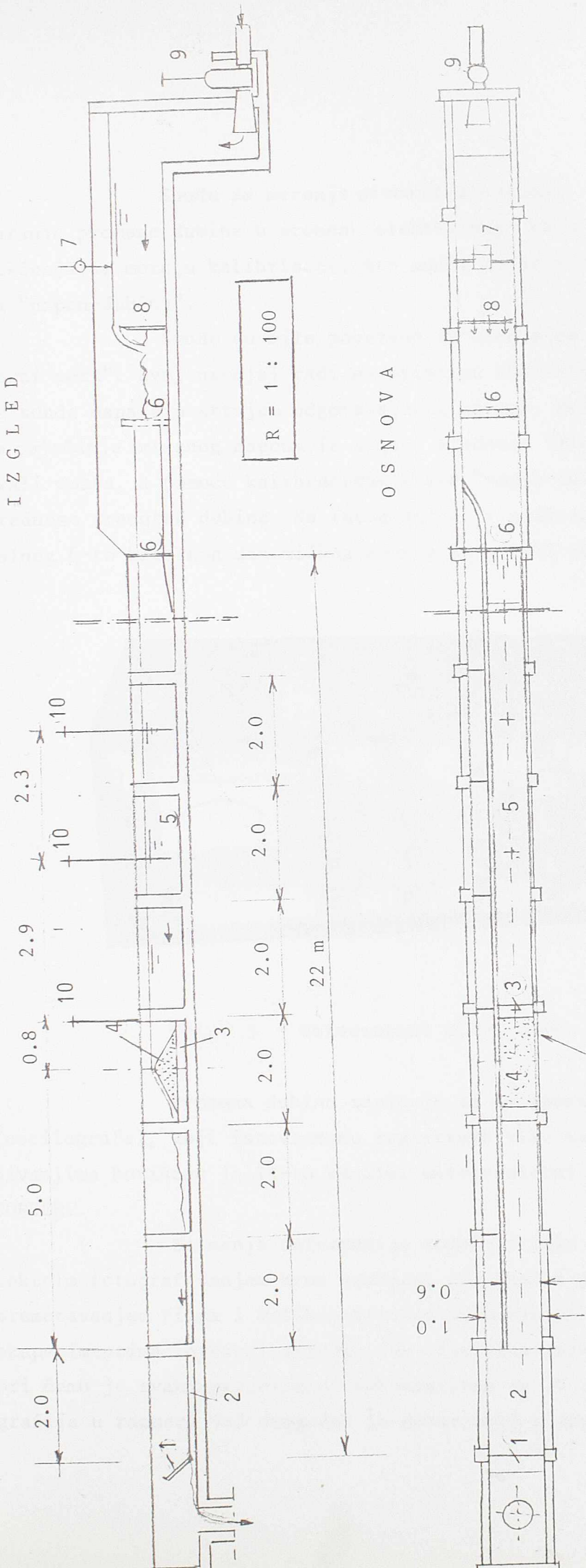
Nizvodni kraj kanala sastoji se od taložnice za zadržavanje erodiranog materijala. Njene dimenzije su: dužina 2,0 m, širina 1,0 m i efektivna dubina 0,5 m.

5.2. Merni instrumenti

Oprema koja je korišćena za eksperimente u laboratorijskom kanalu sastoji se od:

- uređjaja za kontinualno merenje i zapisivanje promene nivoa vode, i
- uređjaja za snimanje procesa erozije fizičkog modela u toku prelićanja.

Uređjaj za kontinualno merenje i zapisivanje promene nivoa sastoji se od: (a) - sonđi koje pretvaraju promenu dubine u električni signal, (b) uređjaja za napajanje sonđi strujom željenog napona, (c) pojačala za pojačanje izlaznog signala i (d) uređjaja za zapisivanje izlaznog signala na papiru (oscillografa). Uređjaji (b) i (c) objedinjeni su u jednom instrumentu - "univerzalnom mernom mostu".



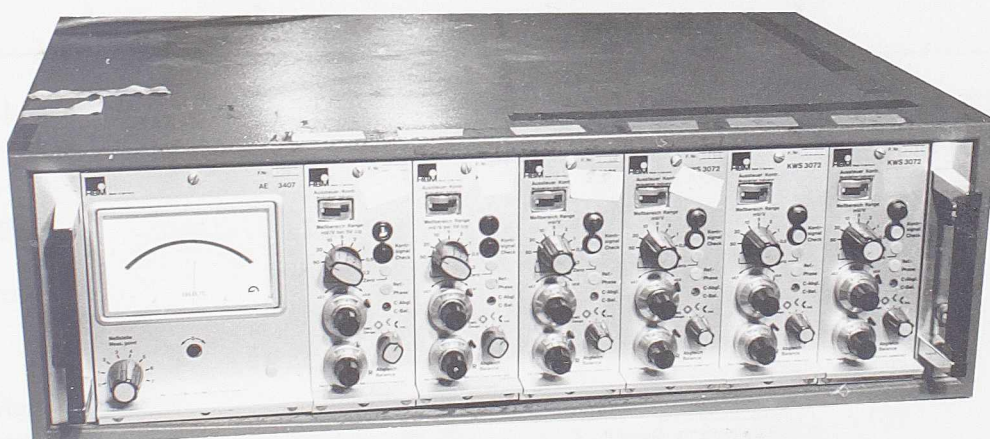
STAKLENI ZID

- 1 ... Pokretna ustava
- 2 ... Taložnica
- 3 ... Platforma
- 4 ... Model nasutog objekta
- 5 ... Uzvodna deonica sa horizontalnim dnom
- 6 ... Umirivači
- 7 ... Merna igla
- 8 ... Oštroični preliv
- 9 ... Zatvarač na dovodnoj cevi
- 10 ... Sonde za merenje nivoa

Sl. 44 Skica kanala

Sonde za merenje nivoa konstruisane su na bazi analognog pretvaranja promene dubine u promenu električnog kapaciteta ili otpora. Pre korišćenja se moraju kalibrisati, što znači da se mora odrediti kalibraciona kriva "napon-dubina".

Sonde su bile povezane sa uređajem koji se zove "univerzalni merni most". Ovaj uređaj radi na principu Wheatston-ovog mosta i pomoću njega se sonde napajaju strujom odgovarajućeg napona. Merni most sadrži i pojačivač za pojačanje izlaznog napona iz sonde. Vrednost izlaznog napona se očitava na skali mosta, a pomoću kalibracione krive "napon-dubina" određuje se stvarna vrednost trenutne dubine. Na fotografiji 3 prikazan je spoljni izgled univerzalnog 6-to kanalnog dinamičkog mernog mosta KWS HOTTINGER 6/T.



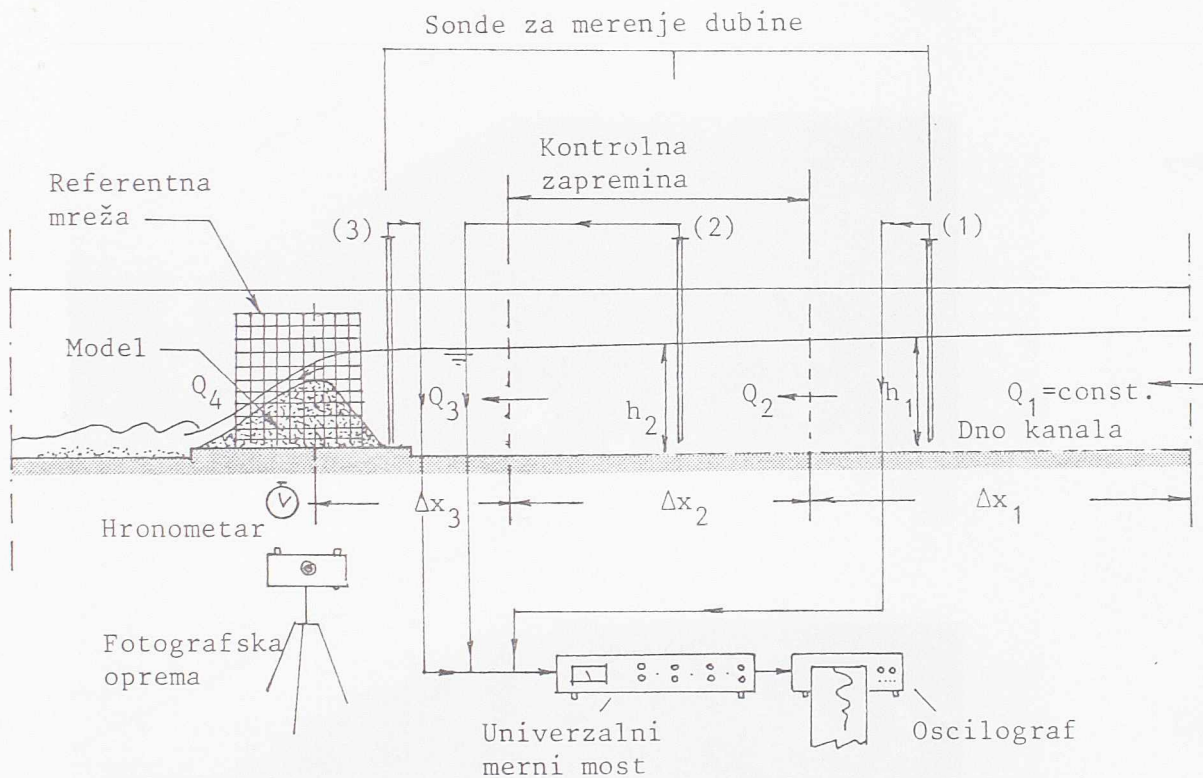
Fot. 3 - Univerzalni merni most

Promena dubine zapisuje se na specijalnom papiru pomoću pisača (oscilografa), koji istovremeno registruje više nivograma. U konkretnim ispitivanjima korišćen je 14-to kanalni ultravioletni registrator HONEWELL VISICORDER.

Snimanje deformacije modela u toku preliivanja obavljeno je direktnim fotografisanjem kroz stakleni zid kanala pomoću aparata sa automatskim premotavanjem filma i velikom brzinom snimanja (4 slike u sekundi). U datim eksperimentima interval izmedju dva uzastopna snimka iznosio je u proseku 5 s, pri čemu je svaki eksperiment dokumentovan sa 36 snimaka. Razvijanjem fotografija u razmeri 1:5 omogućen je dobar uvid u sam proces erozije, a korišćenjem

referentne mreže (iscrtane na staklenom zidu kanala), i proračun erodiranih količina materijala u pojedinim vremenskim presecima. Vreme je tokom eksperimenta mereno pomoću električnog hronometra JAQUET koji je postavljen ispred modela, tako da trenutak snimanja biva zabeležen na fotografiji.

Na slici 45 šematski je prikazan način povezivanja opisanih instrumenata.

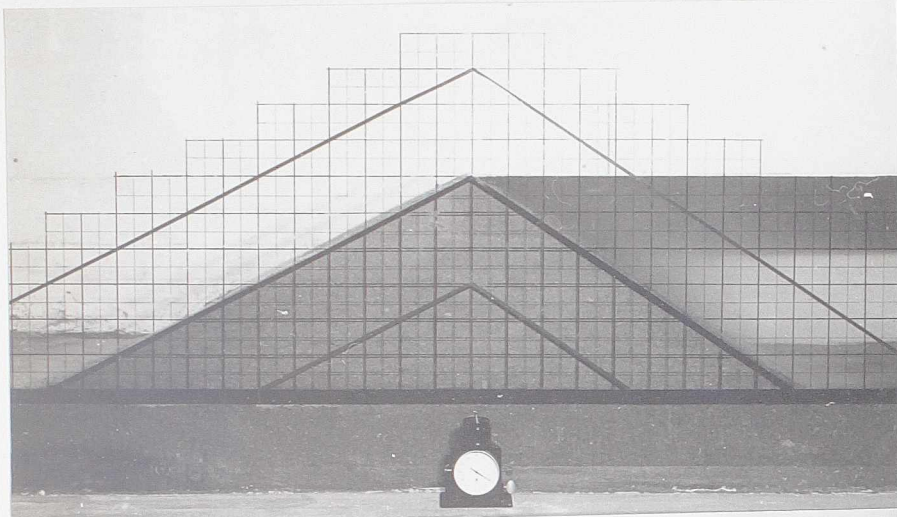


S1. 45 - Merna oprema u laboratorijskom kanalu

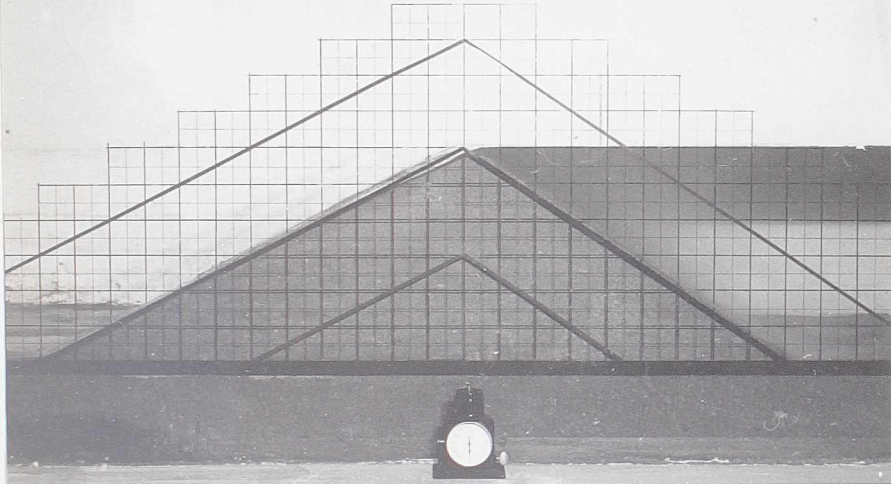
5.3. Tehnika merenja

Model nasutog objekta formira se od ekvivalentnog materijala, nabijanjem u slojevima debljine 3-4 cm, pri čemu je kompaktnost ugradjivanja bila ista za sve modele. Eksperiment započinje punjenjem kanala konstantnim dotokom od 4 l/s, (fotografija 4, str. 99-101).

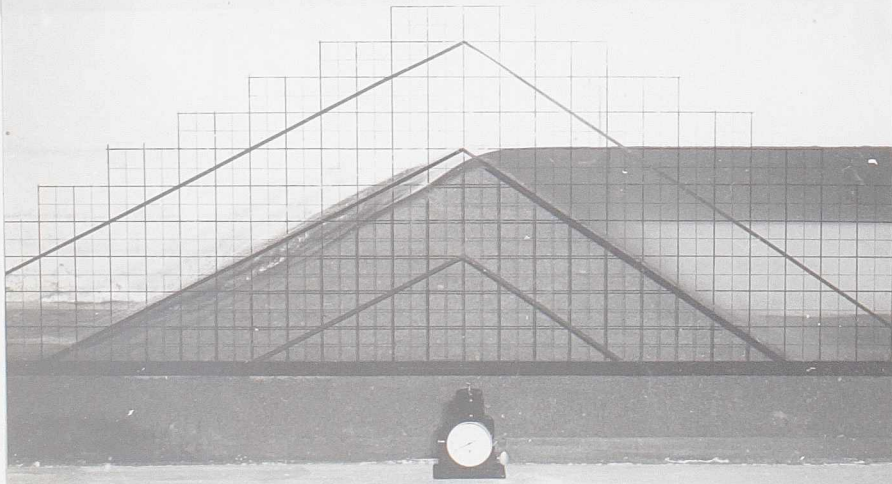
U jednom trenutku voda počinje da prelazi model po celoj širini



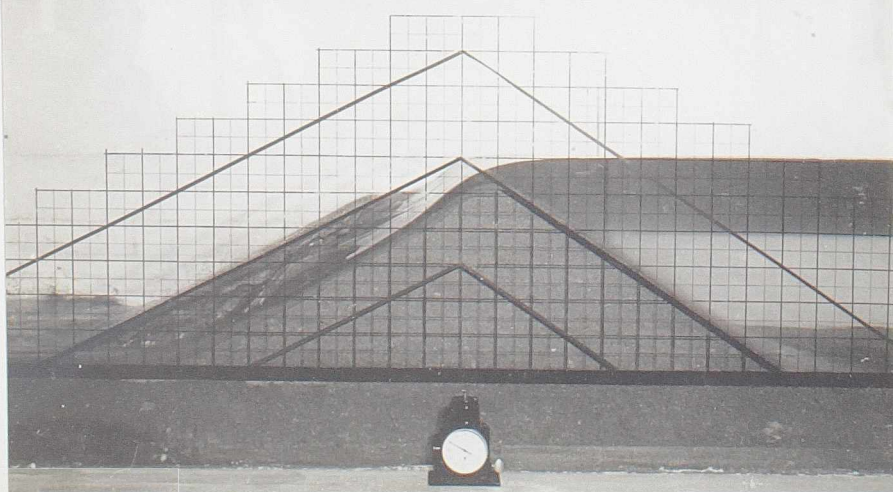
t=0 s



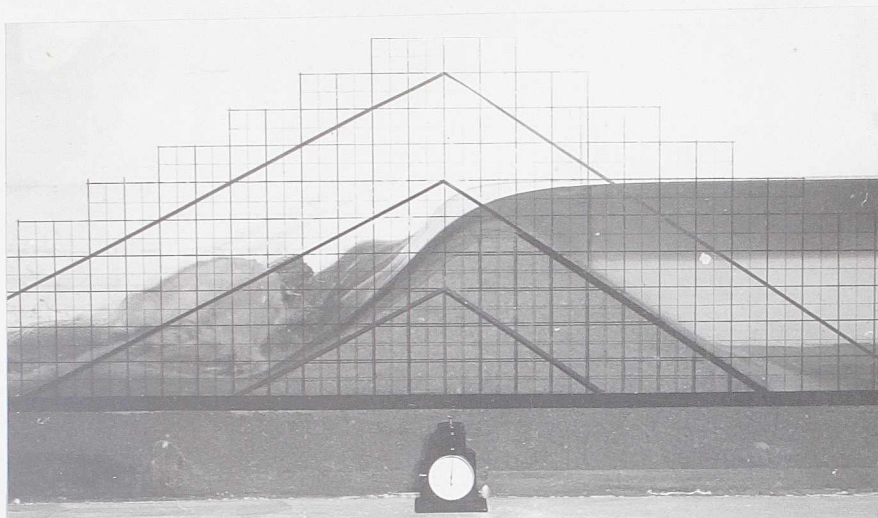
t=10 s



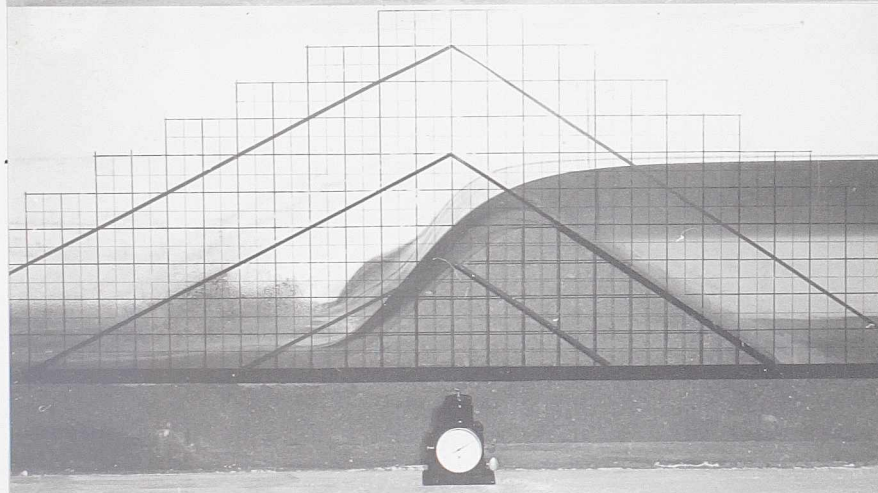
t=20 s



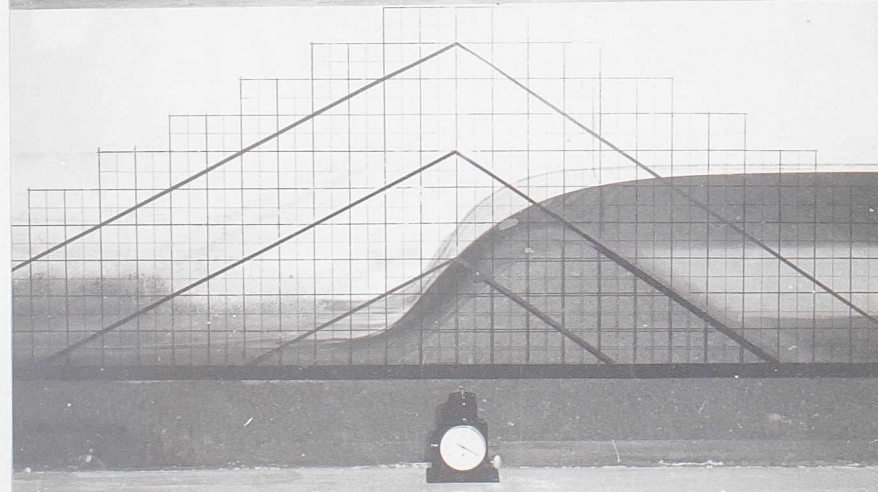
t=30 s



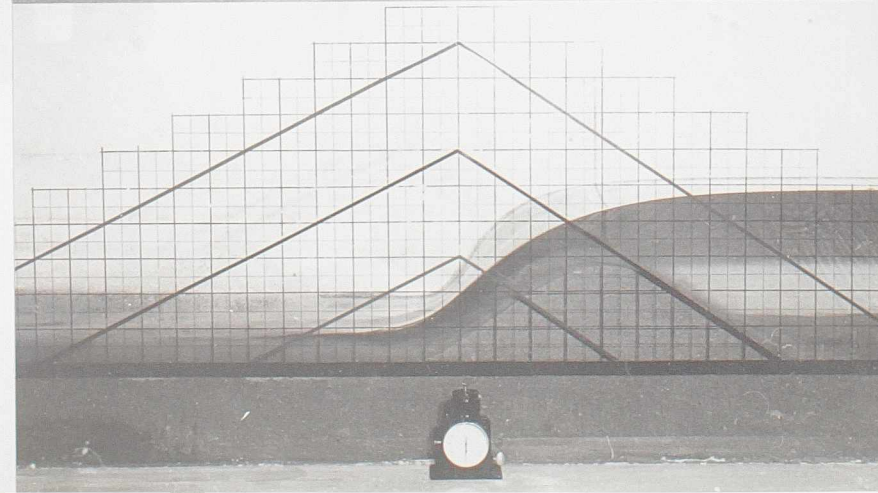
t=41 s



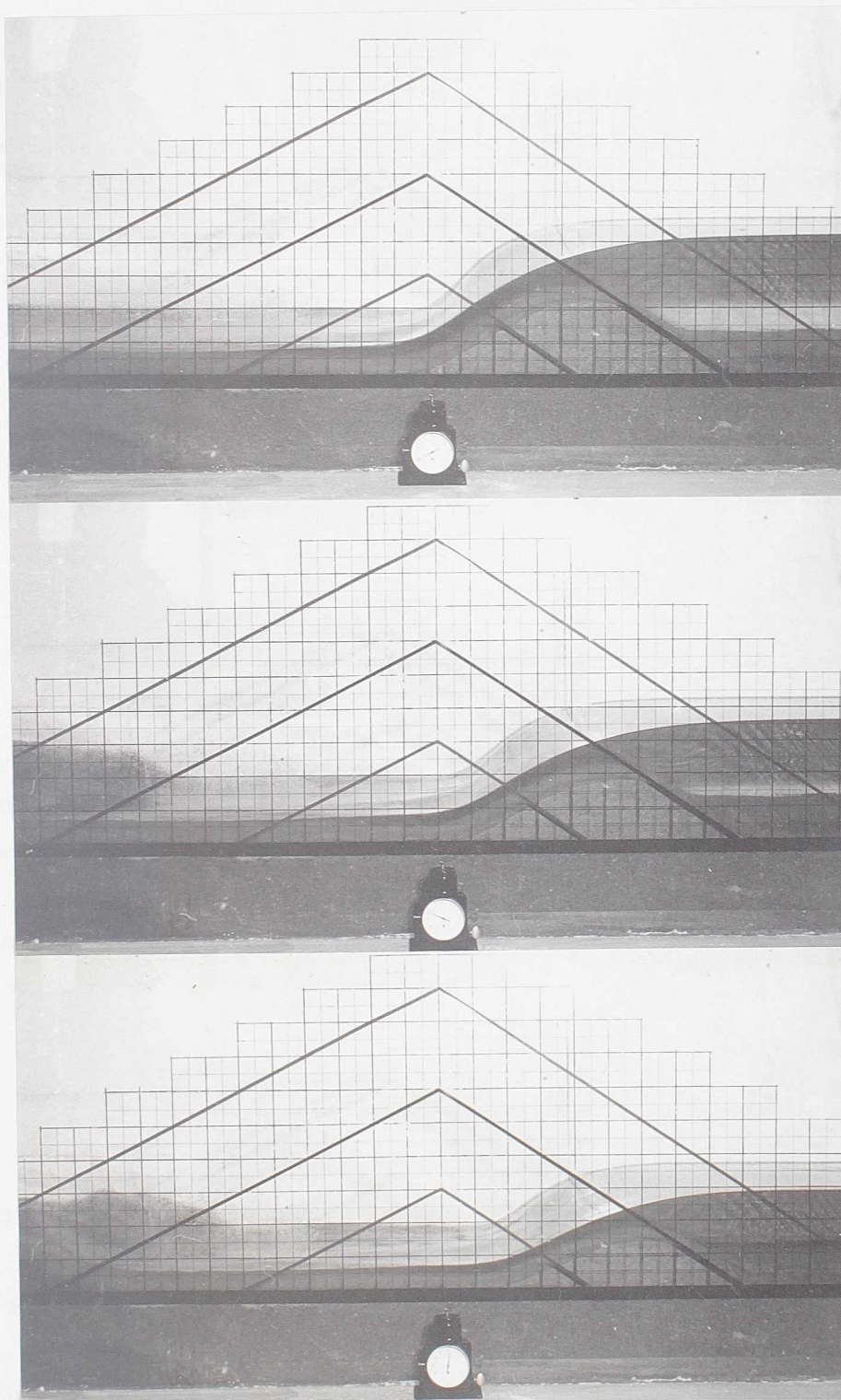
t=50 s



t=60 s



t=70 s



t=80 s

t=89 s

t=101 s

Fot. 4 - Hronološki prikaz procesa erozije na modelu nasutog objekta od koherentnog materijala

kanala^{*)}. Započinje erodiranje modela koje se registruje fotografski. Smanjenje zapremine modela praćeno je povećanjem protoka na prelivu. Ubrzo nakon početka prelivanja, oticaj preko modela postaje veći od dotoka - nivo u kanalu počinje da opada i kanal se postepeno prazni. Brzina ovog procesa uslovljena je između ostalog, i odnosom zapremine objekta (modela) i zapremine akumulirane vode u kanalu. Kao što je već napomenuto, u konkretnom slučaju ovaj odnos iznosi 1:25. Proces površinske erozije modela u laboratorijskom kanalu hronološki je prikazan serijom fotografija na prethodnim stranicama.

Hidrogram prelivanja može se u laboratorijskim uslovima odrediti pomoću diskretizovane jednačine održanja mase:

$$Q_{i+1} = Q_i - B \cdot \frac{\Delta h_i}{\Delta t} \Delta x_i \quad (96)$$

(i=1,2,3)

pri čemu su Q_i i Q_{i+1} ulazni, odnosno izlazni protok pojedinih kontrolnih zapremina prikazanih na slici 45, a Δh_i - promene dubine u ovim zapreminama, izmerene u vremenskom intervalu Δt . Veličina B je širina kanala.

Zapreminski prenos erodiranog materijala može se sračunati evidentiranjem promene zapremine modela, i to za svaki posmatrani vremenski interval, između dva uzastopna snimka.

6. REZULTATI LABORATORIJSKIH EKSPERIMENATA

Iz niza eksperimenata obavljenih u toku istraživanja, izdvojena su četiri, čiji će rezultati biti prikazani u nastavku.

U tabeli 8 prikazane su karakteristike korišćenih fizičkih modela i dat je pregled eksperimentalnih parametara.

Tri eksperimenta, 1, 2 i 4, izvedena su pod istim početnim i graničnim uslovima i odnose se na materijal čija je kohezija reda veličine 1-2 kPa. U eksperimentu br. 3 korišćen je ekvivalentni materijal veće koherentnosti (4-5 kPa), sa ciljem da se izvrši uporedjenje rezultata.

*) ovo podrazumeva da je kruna modela horizontalna

Tabela 8: Registar laboratorijskih eksperimenata

Eksp. br.	K A R A K T E R I S T I K E M A T E R I J A L A											G E O M E T R I J S K E K A R A K T E R I S T I K E F I Z I Č . M O D E L A				P A R A M E T R I E K S P E R I M E N T A	
	ρ'_s (t/m^3)	w (%)	D ₁₀ (mm)	D ₉₀ (mm)	D ₅₀ (mm)	$\frac{D_{60}}{D_{10}}$ (-)	σ_g (-)	φ (°)	V E Z I V O		C (kPa)	K (m/s)	V I S I - N A (m)	N A G I B U Z V O D N E K O S I N E -	N A G I B N I Z V O D N E K O S I N E -	O D N O S Z A P - R E M I N E O B - J E K T A I A K U M U L . V O D E U K A N A L U	D O T O K (1/s)
									VRSTA	SADRŽAJ %							
1	1,93	22,5	0,13	0,25	0,20	1,54	1,22	32	ŠAMOT	2	1-2	10^{-8}	0,30	1:1,5	1:2	1:25	4,0
2	1,90	20,0	0,13	0,25	0,20	1,54	1,22	34	ŠAMOT	2	1-2	10^{-8}	0,30	1:1,5	1:2	1:25	4,0
3	1,94	23,1	0,13	0,25	0,20	1,54	1,22	27	BENTO-NIT	3	4-5	10^{-9}	0,30	1:1,5	1:2	1:25	4,0
4	1,90	19,6	0,13	0,25	0,20	1,54	1,22	34	ŠAMOT	2	1-2	10^{-8}	0,30	1:1,5	1:2	1:25	4,0

6.1. Kvalitativni rezultati

Na slikama 46-49 prikazani su erozioni profili fotografski registrovani na fizičkom modelu. Preglednosti radi izabrani su i nacrtani samo neki od snimljenih profila, tako da se jasno hronološki, prikaže odvijanje erozionog procesa.

Tokom laboratorijskih ispitivanja zapaženo je da u početku prelivanja, u vremenskom intervalu od 10-15% trajanja rušenja, nema većih oštećenja nizvodne kosine modela, da bi tek nakon ovog perioda, sa povećanjem debljine prelivnog mlaza, došlo do intenzivne erozije.

U tri ponovljena opita sa manjim sadržajem vezivnog materijala (eksperimenti 1,2 i 4), odnošenje materijala je kontinualno. Brzina erozionog procesa je konstantna, a formiraju se karakteristični krivolinijski prelivni profili koji svojim oblikom podsećaju na hidraulički oblikovane prelive. U slučaju koherentnijeg materijala (opit br. 3.), proces se odvija sporije, odnošenje materijala je "skokovito", a prelivne konture nemaju opisani karakteristični oblik, pri čemu se nizvodna kosina formira pod blažim nagibom.

Zapaženo je takodje da se modeli nasutog objekta ne ruše u potpunosti, već da jedan manji deo ostaje i nakon pražnjenja akumulisane zapremine. Visina ovog "zaostalog" dela iznosi 10-30% početne visine objekta, u zavisnosti od koherentnosti materijala.

6.2. Kvantitativni rezultati

Na slici 50 prikazani su hidrogrami prelivanja sračunati pomoću jednačine (96), a na bazi kontinualnog merenja nivoa u laboratorijskom kanalu širine 0,6 m.

Na slici 51 dati su odgovarajući hidrogrami jediničnog oticaja (za širinu kanala od 1 m). Ovi hidrogrami, sračunati na bazi prethodnih, koriste se za verifikaciju računskog modela.

Evidentno je da se u ponovljenim opitima javljaju određena odstupanja u sračunatim hidrogramima. Ova odstupanja su neizbežna i posledica su činjenice da se u praksi, i pored pažljivog ugradjivanja, ne može postići idealna homogenost materijala, te da je sama pojava takvog karaktera da se ponavljanjem opita nikada ne može dobiti isto rešenje. Merodavni rezultati će se stoga dobiti osrednjavanjem.

Iz priloženih hidrograma eksperimenata 1, 2 i 4 s jedne, i eksperimenata 3 s druge strane, jasno se uočava da maksimalni protok opada sa povećanjem koherentnosti materijala.

Na slici 52 prikazane su računске funkcije pronosa erodiranog materijala. Reč je o zapreminskom pronosu, koji je sračunat na osnovu promene zapremine modela u pojedinim vremenskim intervalima. Promene zapremine su ustanovljene na osnovu snimljenih poprečnih preseka u toku vremena. Detalji proračuna dati su u Prilogu 8.

Analizom sumarnih krivih prelivnog oticaja i erodiranog materijala (slike 53 i 54), može se konstatovati sporija dubinska erozija u slučaju koherentnijeg materijala u opitu br. 3. Sumarna kriva erodiranog materijala u ovom opitu ima blaži nagib i manje je glatka od ostalih krivih, što je posledica "skokovitog" odnošenja materijala.

Kombinujući funkcije protoka vode (Q) i pronosa nanosa (G) moguće je formirati dijagram promene veličine (Q/G) u funkciji bezdimenzionalnog vremena (t/T), gde je (T) - trajanje rušenja. Reč je o zavisnosti koja se može prikazati eksponencijalnom funkcijom. Na slici 55 prikazane su dve takve funkcije - prva, dobijena osrednjavanjem rezultata iz opita 1, 2 i 4, i druga, dobijena u opitu br. 3.

Umesto bezdimenzionalnog vremena, u proračunima je pogodnije koristiti "erozioni broj" (E_r), kao pokazatelj trenutnog stanja erozije. Ovaj parametar se može definisati kao odnos erodirane zapremine objekta u datom trenutku i njegove početne zapremine:

$$E_r = \frac{V_e}{V_0} = \frac{V_0 - V}{V_0} = 1 - \frac{V}{V_0} \quad (97)$$

U gornjem izrazu (V_0) - je početna, (V) - trenutna, a ($V_e = V_0 - V$) - erodirana zapremina objekta u posmatranom trenutku.

Erozioni broj (E_r) se kreće u istim granicama kao bezdimenzionalno vreme (od 0 do 1), a kao pokazatelj trenutnog stanja erozije, sadrži u sebi vremensku dimenziju samog procesa (slika 56). Uvodjenjem ovog parametra mogu se u računskom postupku na pogodan način povezati trajanje erozijskog procesa i globalno stanje deformacije objekta izloženog prelivanju.

Kombinovanjem zavisnosti $\frac{Q}{G}(t/T)$ i $E_r(t/T)$, sl. 55 i 56 može se

uspostaviti zavisnost $\frac{Q}{G}(E_r)$, kao što to pokazuje dijagram na slici 57. (Detalji proračuna dati su u Prilogu 8).

Analitički se dobijena zavisnost može izraziti funkcijom oblika:

$$\frac{Q}{G} = C_1 e^{C_2 \cdot E_r} \quad (98)$$

pri čemu su u konkretnom slučaju, dobijene sledeće vrednosti regresionih konstanti:

Tabela 9 Rezultati regresione analize

Opit br.	C_1	C_2	Koeficijent korelacije
1, 2, 4	1.6540	4.4819	0.9473
3	0.4936	9.7770	0.9607

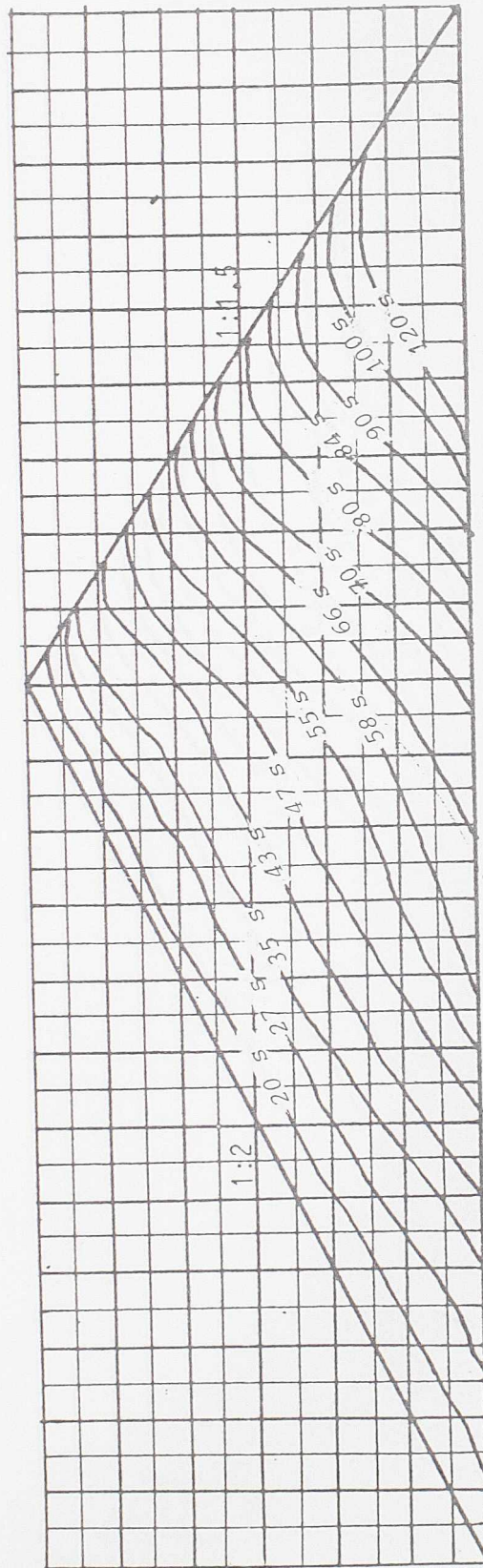
Iz priloženog se vidi da koherentnijim materijalima odgovaraju manje vrednosti koeficijenta (C_1), a veće, koeficijenta (C_2). Ovo je evidentno iz međusobnog položaja i nagiba krivih na slici 57. Izneto poredjenje treba shvatiti isključivo u kvalitativnom smislu, a takodje treba naglasiti da se dobijeni rezultati odnose na konkretne geometrijske karakteristike modela, i na usvojeni ekvivalentni materijal. O mogućnostima uopštavanja rezultata biće reči u narednoj tački ovog poglavlja.

Na kraju je, na slici 58, prikazana promena bezdimenzionalne visine modela tokom rušenja, pri čemu je (h_p/H_o) odnos trenutne i početne visine, a (T) - trajanje rušenja. Prikazani rezultati daju mogućnost sagledavanja brzine procesa dubinske erozije. Vidi se da se nakon odredjenog vremena, $t/T \geq 0.15$, u opitima 1,2 i 4 dobijena zavisnost može smatrati linearnom, a brzina dubinske erozije, konstantnom^{*)}.

U slučaju veoma koherentnog materijala (opit br. 3), dobijena zavisnost nije linearna.

*) U konkretnom slučaju, za $t/T > 0.15$, ova veza je oblika $h_p/H_o = 1.1 - 0.93 (t/T)$ sa koeficijentom korelacije 0.989.

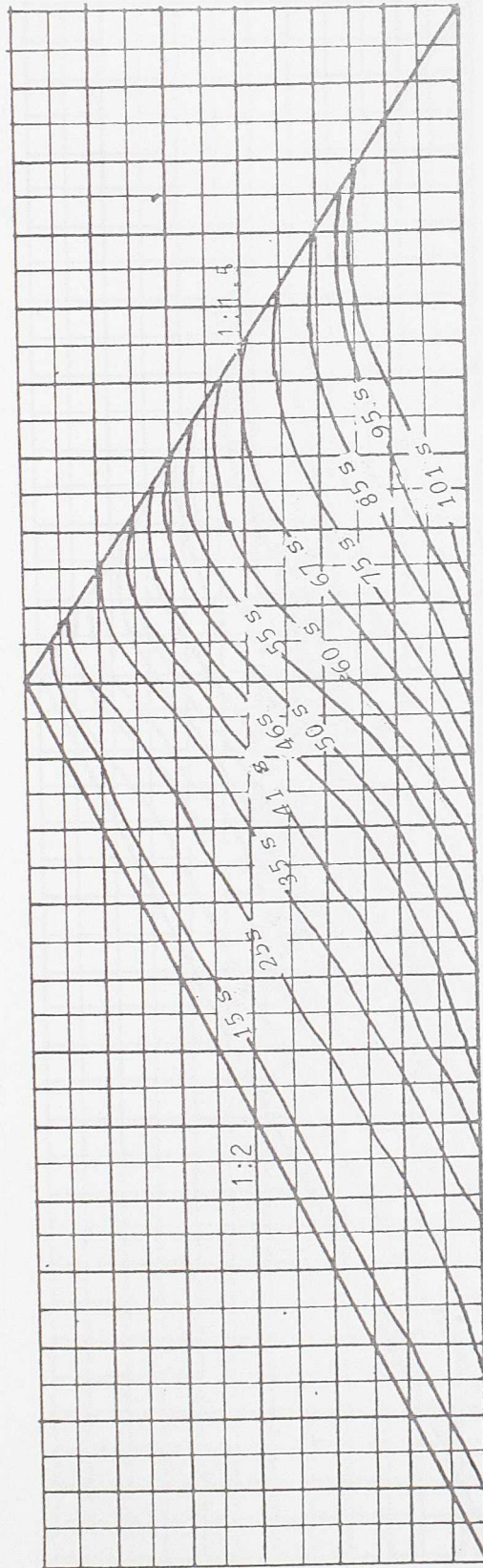
EKSPERIMENT BR. 1



R = 1:5

S1. 46 - Fizički model: erozioni profili

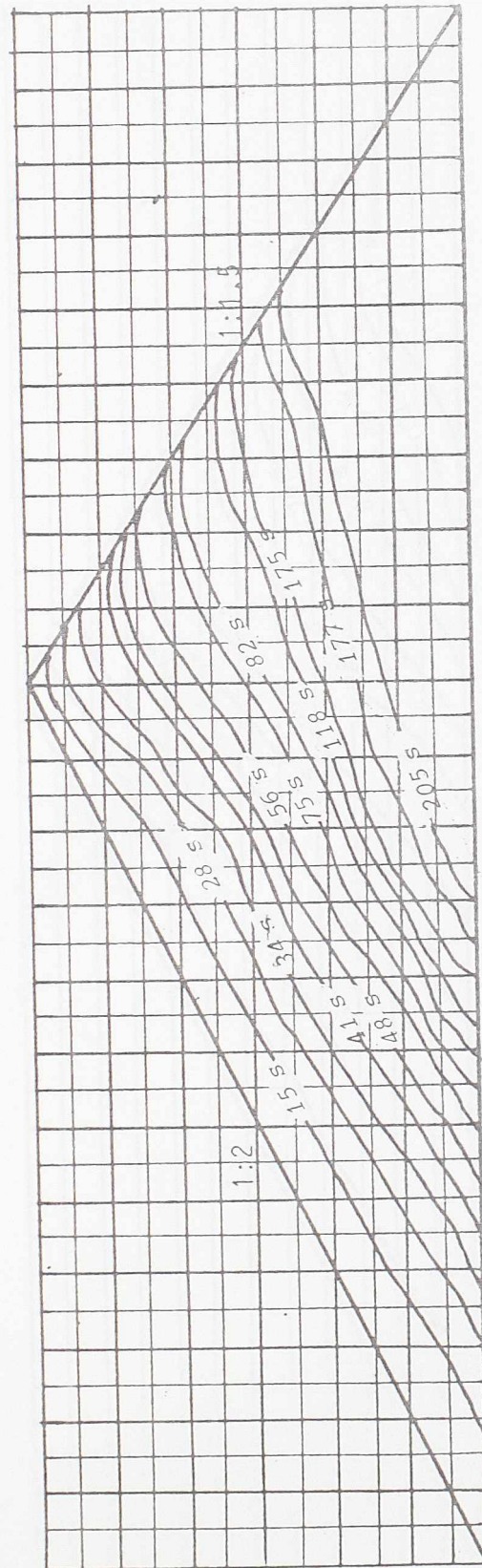
EKSPERIMENT BR. 2



R = 1:5

Sl. 47 - Fizički model: erozioni profili

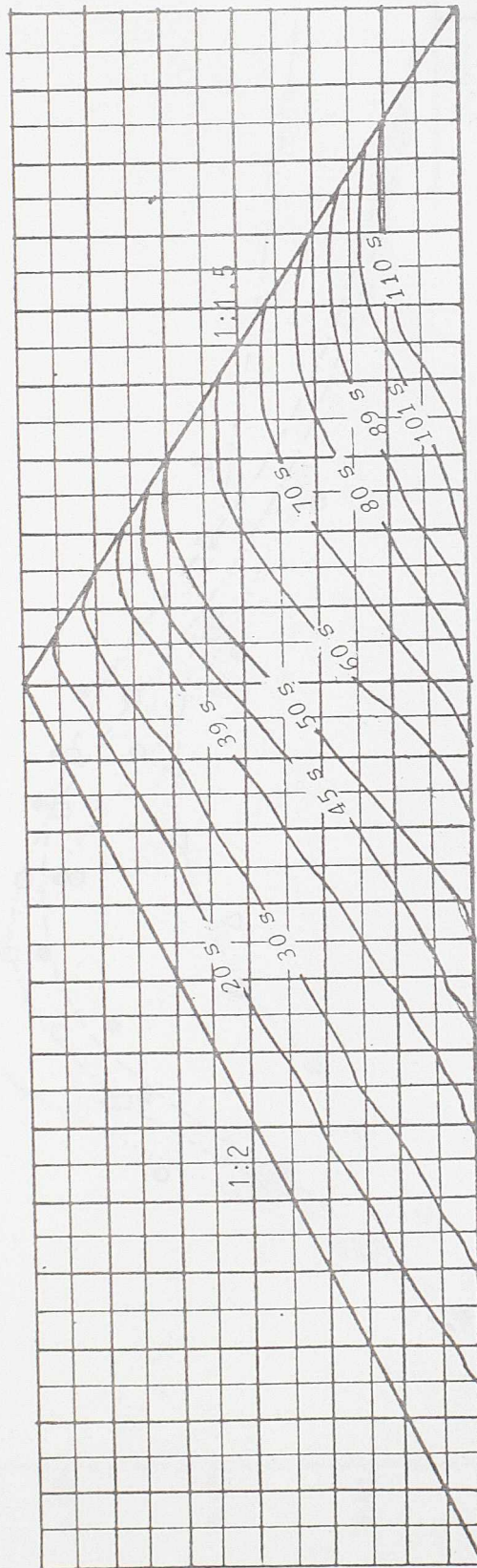
EKSPERIMENT BR. 3



R = 1:5

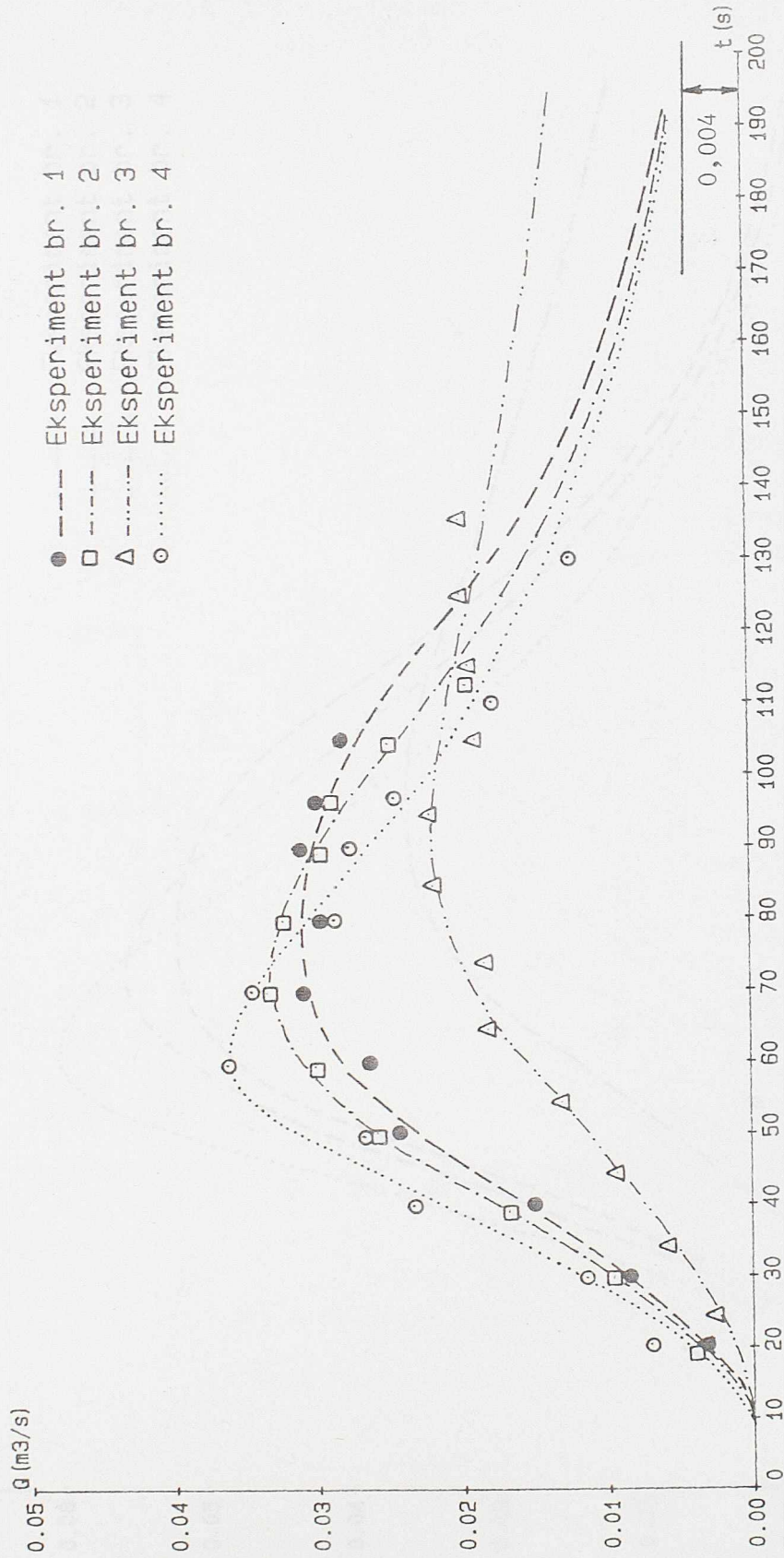
Sl. 48 - Fizički model: erozioni profili

EKSPERIMENT BR. 4

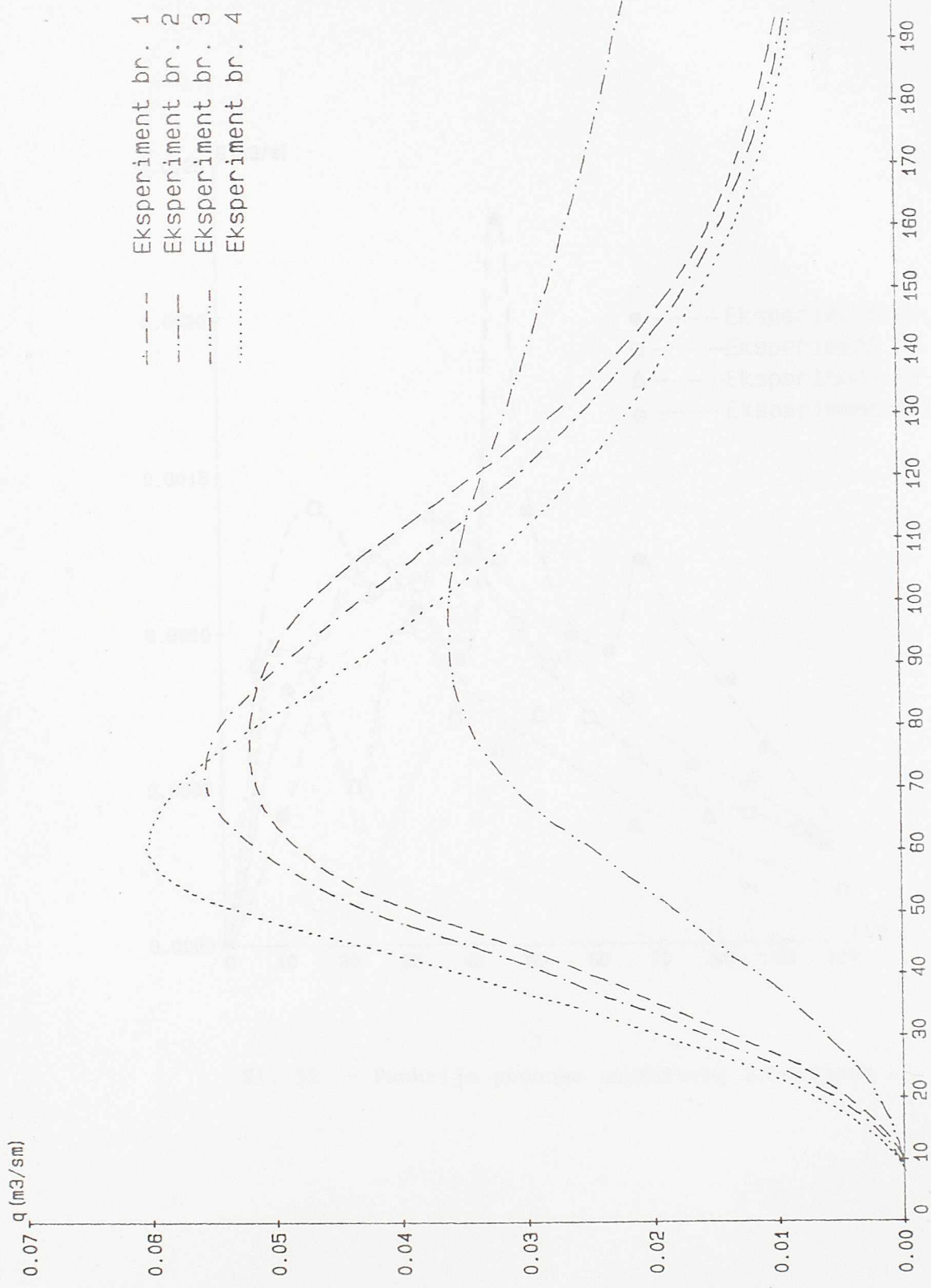


R = 1:5

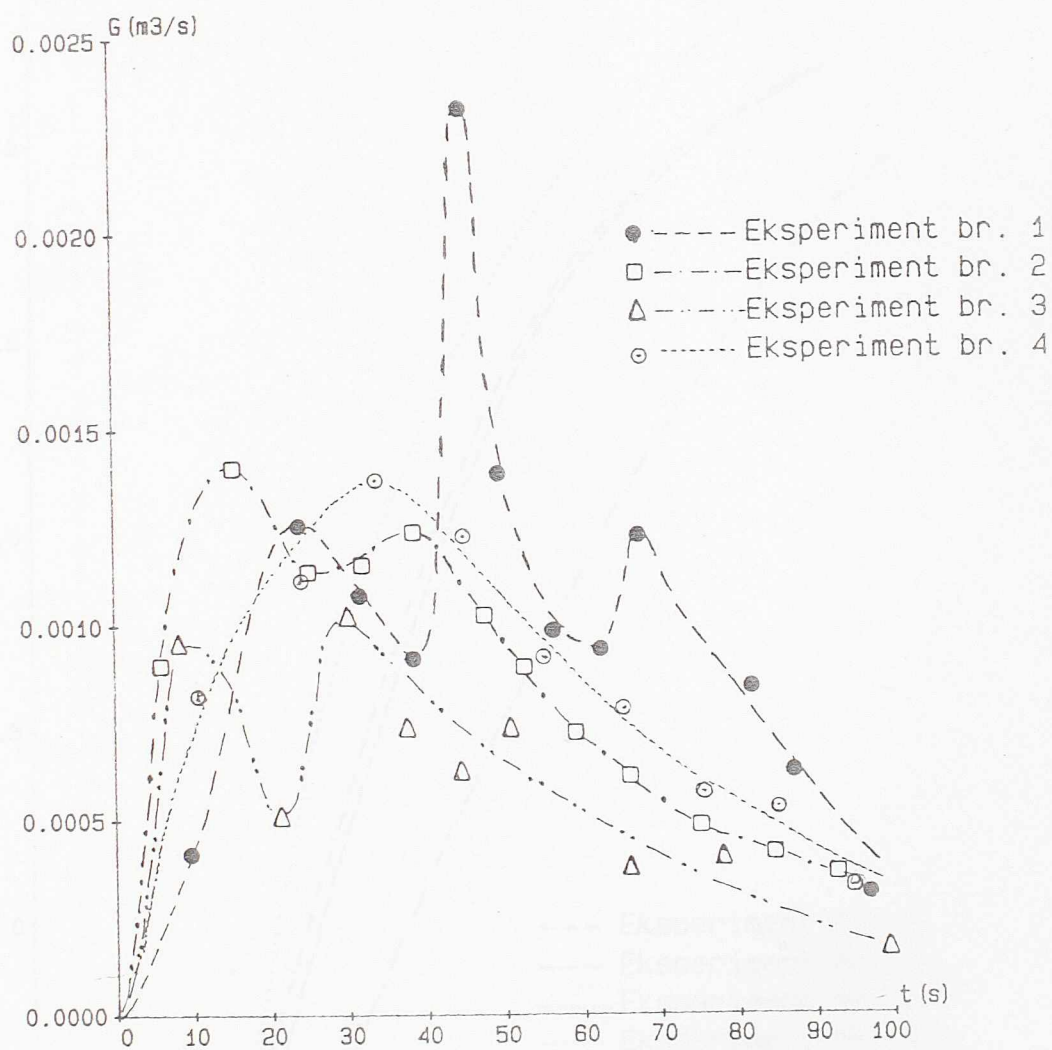
Sl. 49 - Fizički model: erozioni profili



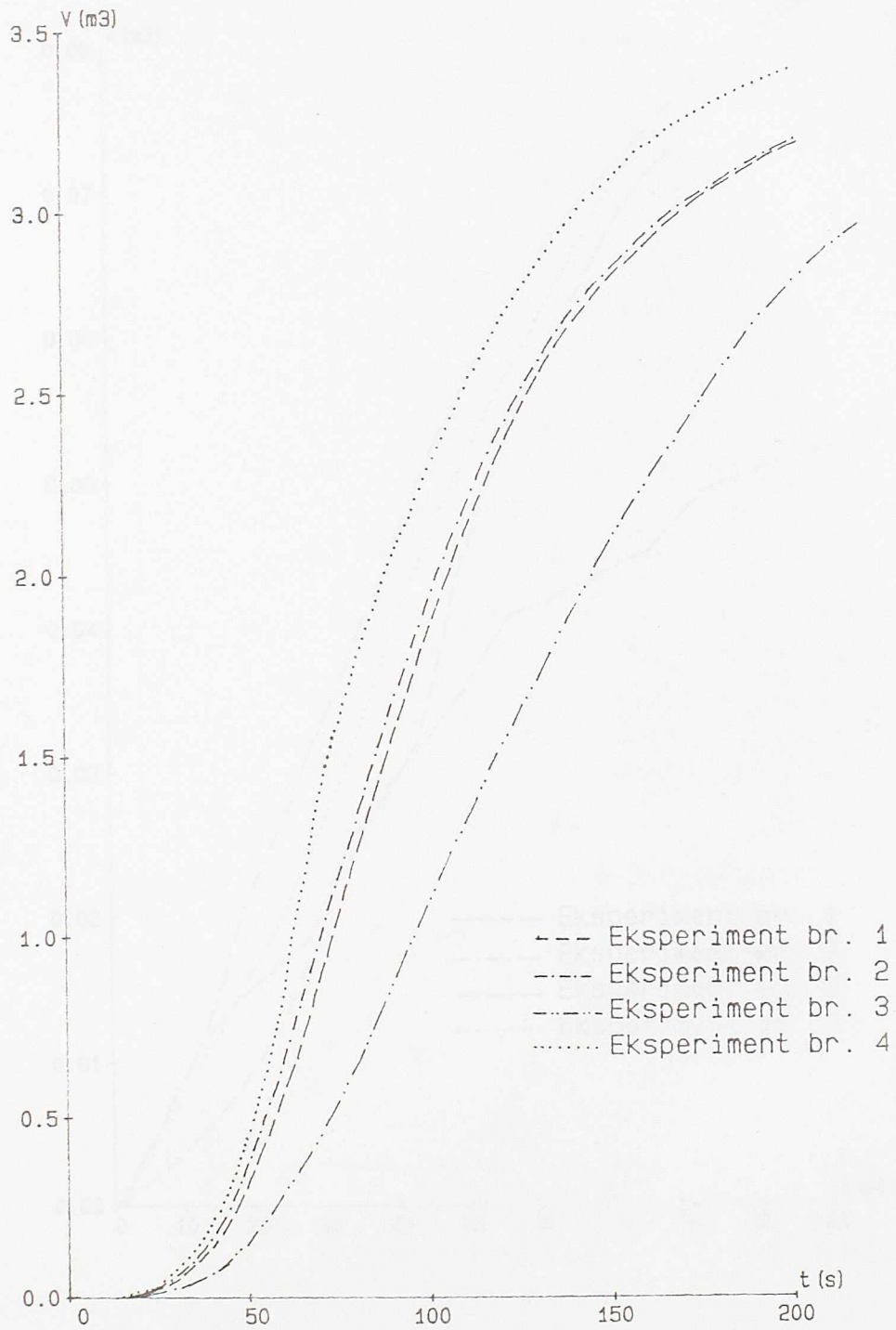
Sl. 50 - Hidrogrami preliivanja registrovani na fizičkom modelu



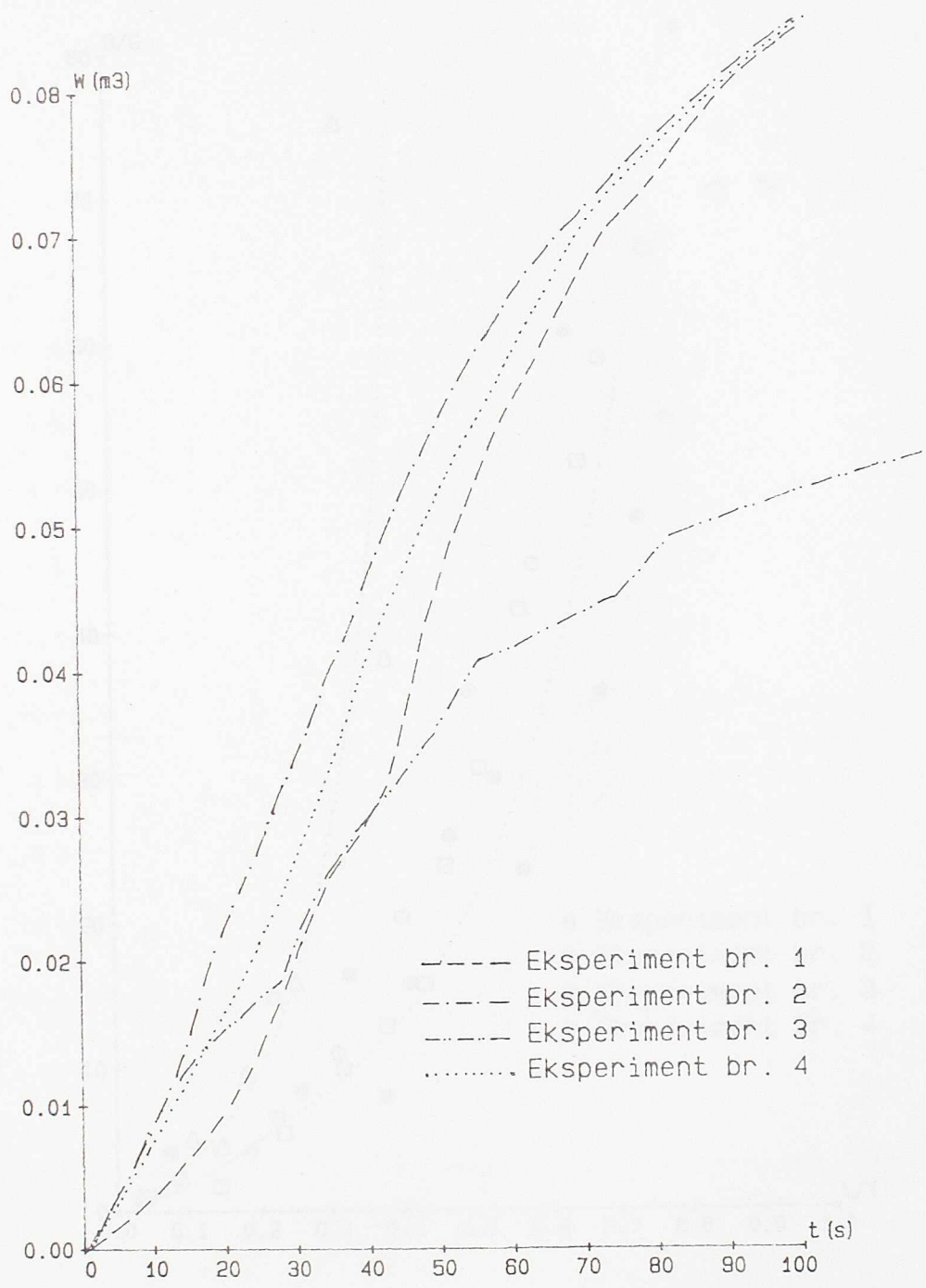
Sl. 51 - Hidrogrami jediničnog oticaja



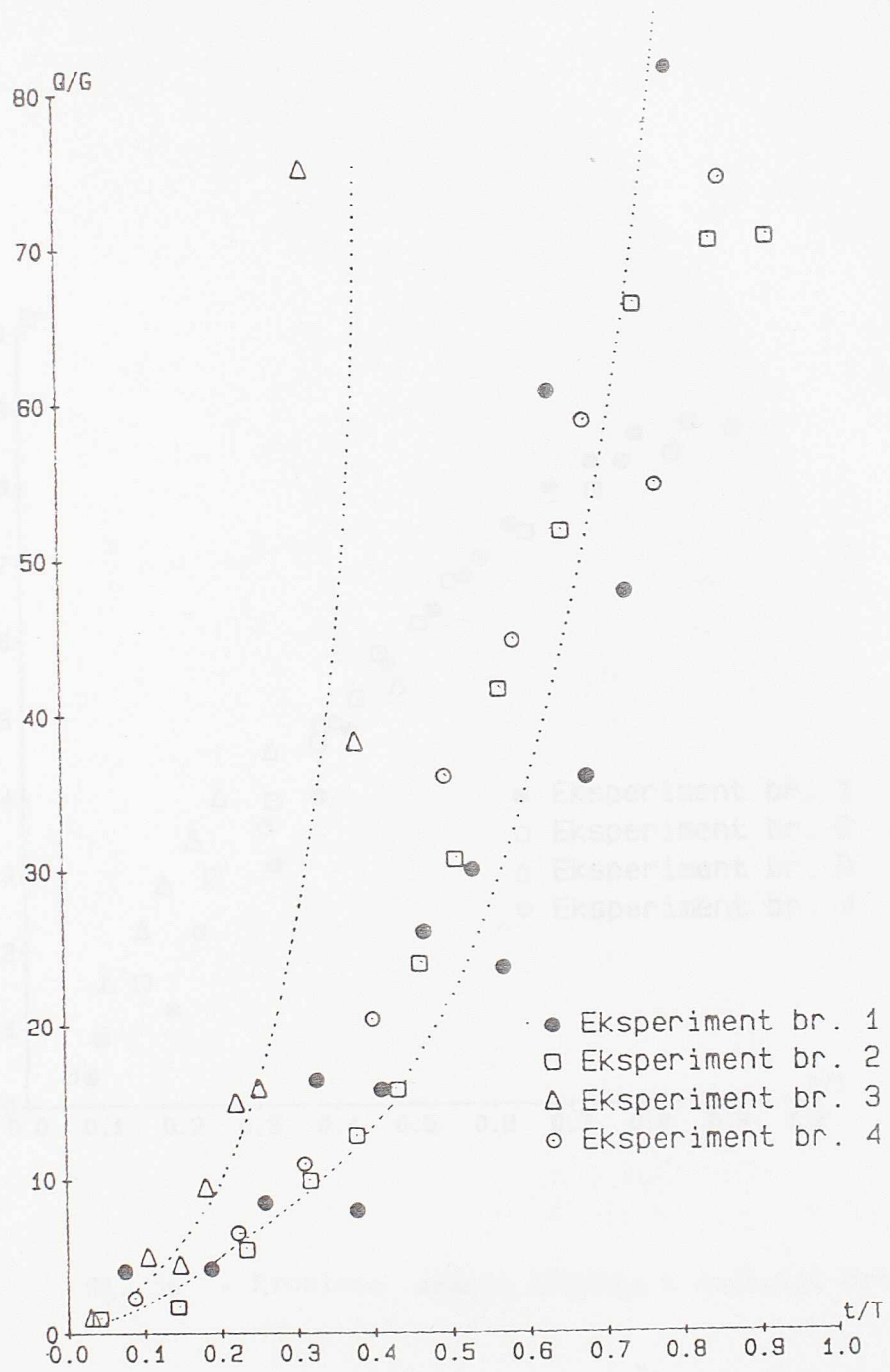
Sl. 52 - Funkcije pronosa erodiranog materijala



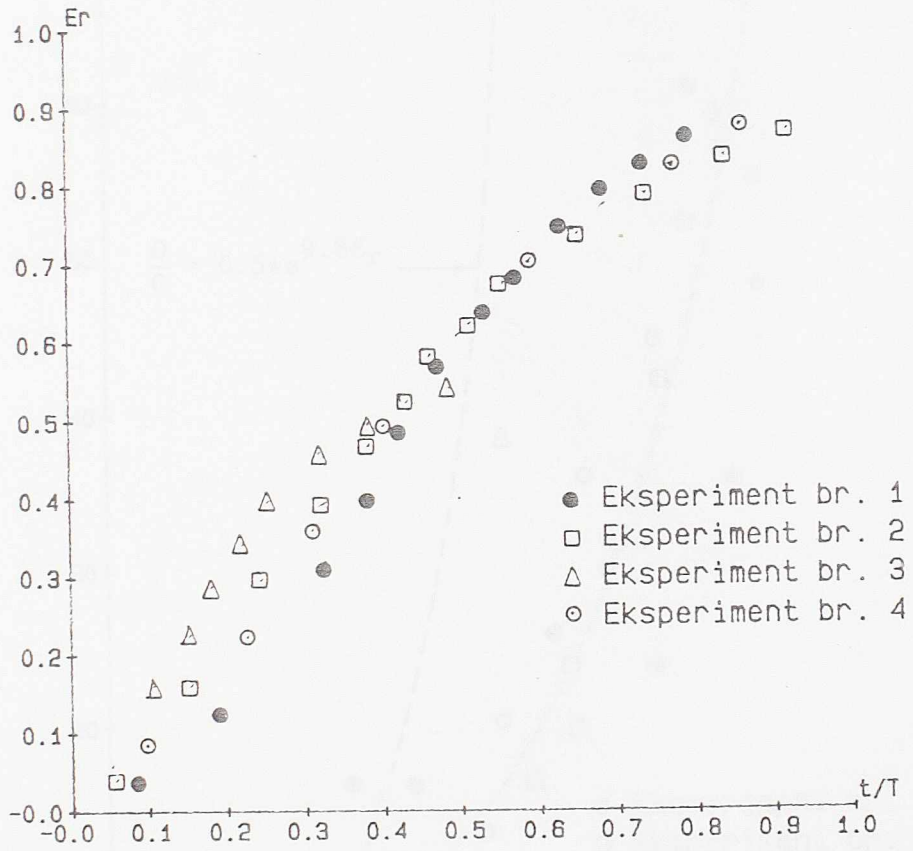
Sl. 53 Sumarne krive oticaja na prelivu



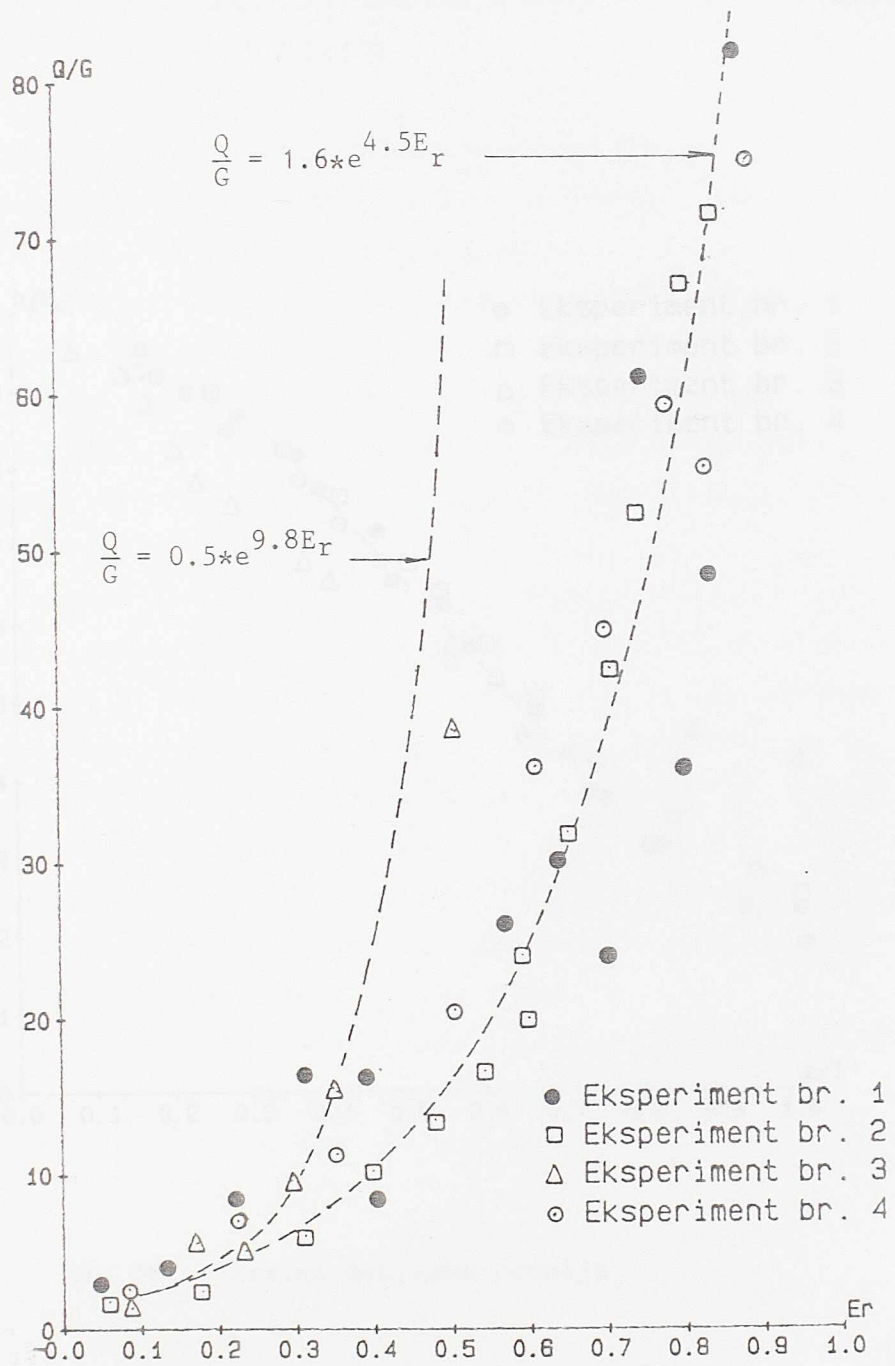
Sl. 54 - Sumarne krive erodiranog materijala



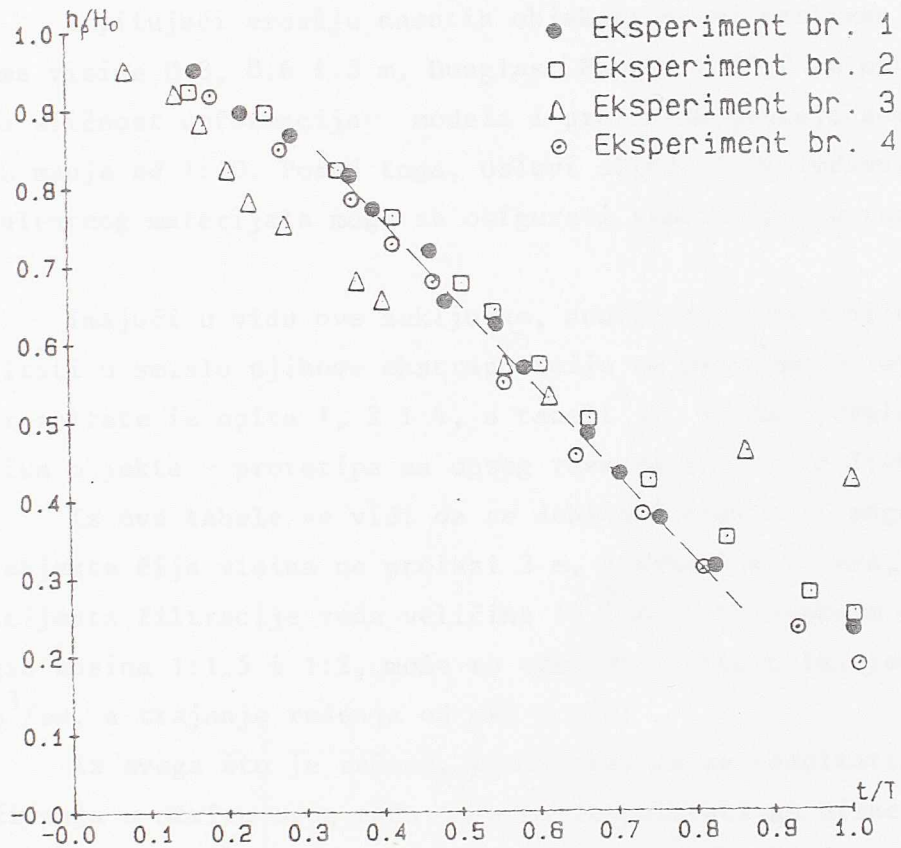
Sl. 55 - Protok vode i pronos materijala u funkciji vremena



Sl. 56 - Eroziorno stanje objekta u funkciji vremena



Sl. 57 - Eroziiono stanje objekta u funkciji protoka vode i pronosa materijala



Sl. 58 - Brzina dubinske erozije

7. EFEKTI RAZMERE I ANALIZA MOGUĆNOSTI EKSTRAPOLACIJE DOBIJENIH REZULTATA

Efekti razmere se manifestuju u odstupanju izmerenih vrednosti od onih koji proizilaze iz definisanog zakona sličnosti, pri čemu su ova odstupanja po pravilu veća, ukoliko je razmera sitnija.

Ispitujući eroziju nasutih objekata usled preliivanja na fizičkim modelima visine 0.3, 0.6 i 3 m, Dunglas i Fayoux / D4 / su utvrdili da geometrijska sličnost deformacija modela i prototipa postoji samo ukoliko razmere nisu manje od 1:10. Pored toga, uslovi sličnosti merodavni za komponovanje ekvivalentnog materijala mogu se osigurati samo u opsegu razmera 1:4 do 1:10.

Imajući u vidu ove zaključke, analizirani su dobijeni eksperimentalni rezultati u smislu njihove ekstrapolacije na prirodne uslove. Koristeći osrednjene rezultate iz opita 1, 2 i 4, u tabeli 10 je dat pregled osnovnih karakteristika objekta - prototipa za opseg razmera od 1:2 do 1:40.

Iz ove tabele se vidi da se dobijeni rezultati mogu smatrati pouzdanim za objekte čija visina ne prelazi 3 m, a kohezija 20 kPa, i čija je vrednost koeficijenta filtracije reda veličine 10^{-8} m/s. Na ovakvim objektima, čiji je nagib kosina 1:1,5 i 1:2, može se očekivati maksimalni jedinični protok od oko $20 \text{ m}^3/\text{sm}$, a trajanje rušenja od oko 6 min.

Iz svega što je rečeno, proizilazi da se rezultati eksperimentalnog istraživanja u okviru ovog rada mogu ekstrapolovati na niske nasute objekte, kao što su brane na mikroakumulacijama, nasipi duž reka i sigurnosni prelivni.

8. OSNOVNE KARAKTERISTIKE PROGRAMSKOG MODULA ZA PRORAČUN DEFORMACIJA (GEN83)

8.1. Uvodne napomene

Programski modul GEN83^{*)} služi za proračun deformacije nasutog objekta pod erozionim dejstvom prelivnog mlaza. U skladu sa usvojenom koncepcijom etapnog rešavanja, ovaj modul se oslanja na rezultate proračuna prethodna dva,

*) zadržana je oznaka u skladu sa prethodna dva računska modula, mada ovaj, treći u nizu programa koji čine sistem GEN8, nema neposredne veze sa MGE.

Tabela 10: Ekstrapolacija rezultata opita 1, 2 i 4 u funkciji usvojene razmere

Geometrijska razmera	1:1									
	1:1 (model)	1:2	1:5	1:7	1:10	1:15	1:20	1:25	1:30	1:40
VISINA OBJEKTA (m)	0.3	0.6	1.5	2.14	3.0	4.5	6	7.5	9	12
M D ₁₀ (mm)	0.13	0.26	0.65	0.93	1.30	1.94	2.60	3.25	3.94	5.20
A D ₅₀ (mm)	0.20	0.40	1.00	1.43	2.00	2.99	4.00	5.00	6.06	8.00
T D ₉₀ (mm)	0.25	0.50	1.25	1.79	2.50	3.73	5.00	6.25	7.58	10.00
E R	1-2	2-4	5-10	7-14	10-20	15-30	20-40	25-50	30-60	40-80
I J	10 ⁻⁸	10 ⁻⁸	10 ⁻⁸	10 ⁻⁸	10 ⁻⁸	10 ⁻⁸	10 ⁻⁸	10 ⁻⁸	10 ⁻⁸	10 ⁻⁸
A L	10 ⁻⁸	10 ⁻⁸	10 ⁻⁸	10 ⁻⁸	10 ⁻⁸	10 ⁻⁸	10 ⁻⁸	10 ⁻⁸	10 ⁻⁸	10 ⁻⁸
MAKSIMALNI HIDRO- JEDINIČNI GRAM PROTOK (m ³ /sm)	0.06	0.3	3.5	8	19	52	107	188	303	607
PRE- LIVA- RUŠENJA (min)	2	3	4	5	6	8	9	10	11	13

što znači da se za proračun erozije koriste rezultati hidrauličkog proračuna obavljenih pomoću modula GEN81 i GEN82.

Proračun deformacije bazira se na empirijski utvrđenoj zavisnosti $\frac{Q}{G}(E_r)$, kao i na korišćenju kritične brzine toka kao parametra graničnog stanja za početak erozije koherentnog tla. Osnovna je ideja pri tome da se sračunata srednja brzina toka u posmatranom profilu uporedi sa kritičnom brzinom, i da se proporcionalno njihovoj razlici definiše lokalna dubina erozije. Na taj način bi se u svakom računskom koraku dobio oblik prelivne konture objekta u trenutnom stadijumu erozionog procesa, bez ikakvih shematizacija.

8.2. Kritična brzina toka kao parametar graničnog stanja za početak erozije

Za proračun kritične brzine toka u ovom radu se koristi izraz T.E. Mirchulave / D9 /, / D10 /, baziran na dugogodišnjim eksperimentalnim istraživanjima, koja su obuhvatila uticaj različitih faktora, od kojih su najznačajniji:

- krupnoća agregata, od koje zavise uslovi pokretanja zrna, trenje, raspored brzine, itd., i
- kohezija zasićenog tla, koja zavisi od homogenosti materijala, čiji se stepen definiše koeficijentom:

$$K = 1 - \frac{\alpha_1 \sigma}{C} \quad (99)$$

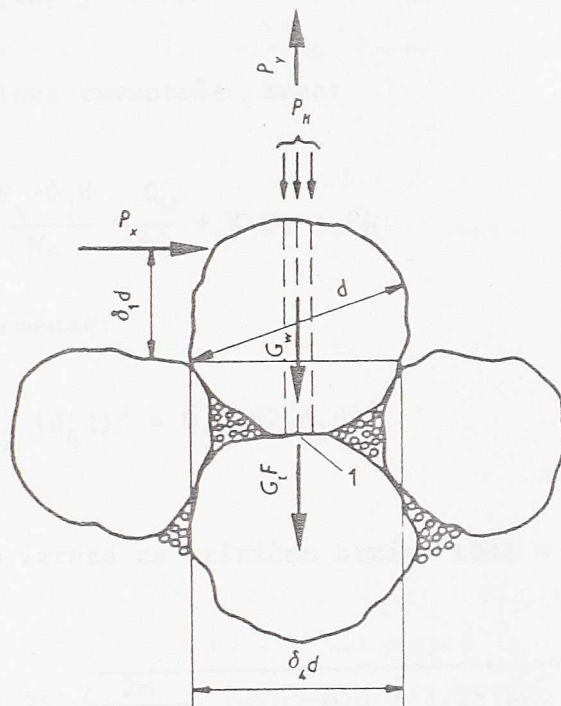
gde je

- σ - standardna devijacija normalne raspodele,
- α_1 - koeficijent koji je odraz verovatnoće minimalne otpornosti tla;
- C - srednja vrednost kohezije, određene nekom od standardnih metoda.

Minimalna otpornost tla na smicanje iskazuje se proizvodom koeficijenta (K) i granične otpornosti kohezionih veza na pulzaciono dejstvo toka (C_f):

$$C_f \cong 0,035 C \quad (100)$$

Na slici 59 prikazane su sile koje deluju na česticu koherentnog tla.



Sl. 59 Sile koje deluju na česticu koherentnog tla / D9 /.

Težina agregata u vodi iznosi: $G_w = g(\rho_s - \rho) \cdot \frac{\pi}{6} d^3$

Hidrodinamička sila na čestice sfernog oblika sadrži dve komponente:

- silu otpora oblika:

$$P_x = C_D \cdot \frac{1}{2} \rho V^2 (\delta_2 d^2) , \quad i \quad (101)$$

- silu podizanja:

$$P_y = C_L \cdot \frac{1}{2} \rho V^2 (\delta_3 d^2) \quad (102)$$

gde su koeficijenti otpora $C_D = 0,42$ i $C_L = 0,10$, a $(\delta_2 d^2)$ i $(\delta_3 d^2)$ predstavljaju površine projekcija zrna na vertikalnu, odnosno horizontalnu ravan, pri čemu je $\delta_1 = 0,5$, a $\delta_2 = \frac{\pi}{4} = 0,785$.

Specifični kontakt između agregata koherentnog tla vezan za adsorpcioni sloj i porni pritisak, utiče da zrno biva izloženo dopunskom pritisku $P_h = \beta \rho g h$, gde je (h) dubina toka, a (β) - odnos kontaktne površine i

ukupne površine uzgona $A_0 = \frac{\pi}{4} (\delta_4 d) = 0,785(\delta_4 d)$ (slika 59).

Utvrđeno je eksperimentalnim putem /D10 /, da vrednost (δ_4) iznosi približno 0,9.

Iz uslova ravnoteže zrna:

$$\frac{P_y}{A_0} + \frac{P_x \cdot \delta_4 d}{W_0} = \frac{G_W}{A_0} + K \cdot C_f + P_h \quad (103)$$

gde je (W_0) otporni momenat:

$$W_0 = \frac{\pi}{32} (\delta_4 d)^3 = 0,0982(\delta_4 d)^3 \quad (104)$$

dolazi se konačno do izraza za kritičnu brzinu toka u obliku / D9 /:

$$v_c = 1,25 \sqrt{\frac{2m}{2,6 \cdot \rho \cdot n} |g(\rho_s - \rho)d + 1,25(KC_f + \beta \rho gh)|} \quad (105)$$

U gornjem izrazu uvedena su i dva parametra kao odraz stohastičke prirode erozionog procesa: "koeficijent prenaprezanja" (n), i "koeficijent uslova tečenja" (m). Prvi parametar jednak je kvadratu odnosa trenutne maksimalne i srednje brzine toka pri dnu, a drugi se u praksi obično zanemaruje ($m=1$).

8.3. Proračun deformacije nasutog objekta

Proračun deformacije obavlja se na sledeći način:

(1) Iz sračunate trenutne vrednosti protoka vode na prelivu i empirijski utvrđene zavisnosti za dati materijal (jednačina 98)

$$\frac{Q}{G} = C_1 e^{C_2(E_r)}$$

sračuna se trenutna vrednost zapreminskog pronosa erodiranog materijala (G). Reč je zapravo o srednjoj vrednosti pronosa u vremenskom intervalu (Δt);

(2) Zapremina erodiranog materijala u intervalu (Δt) dobija se kao:

$$\Delta V = G \cdot \Delta t \quad (106)$$

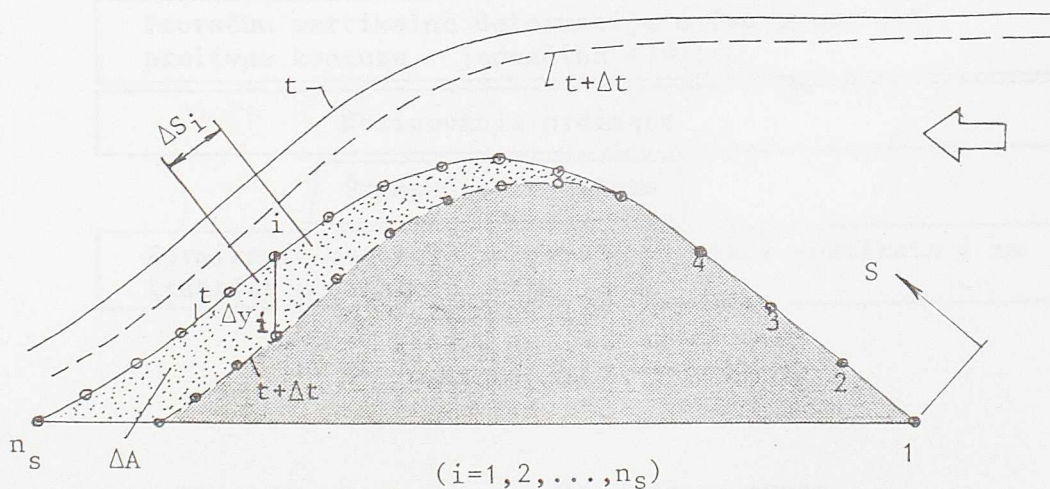
što je istovremeno, s obzirom na ravanski karakter problema, i promena površinske poprečnog preseka objekta (ΔA);

(3) Vrednost vertikalne deformacije može se sračunati lokalno, u svakom čvoru duž čvrste konture (slika 60), primenom sledeće jednačine:

$$\Delta y_i = \frac{\bar{v}_i - v_c}{\sum_{i=1}^n (\bar{v}_i - v_c) \Delta S_i} \cdot \Delta A \quad (107)$$

gde je:

(Δy_i) - korekcija ordinate i-tog čvora; (\bar{v}_i) - srednja brzina prelivnog mlaza u profilu upravnom na prelivnu konturu, povučenom iz čvora (i); (v_c) - kritična brzina toka; (ΔS_i) - dužina duž prelivne konture koja "pripada" čvoru (i) u lokalnom koordinatnom sistemu prikazanom na slici 60;

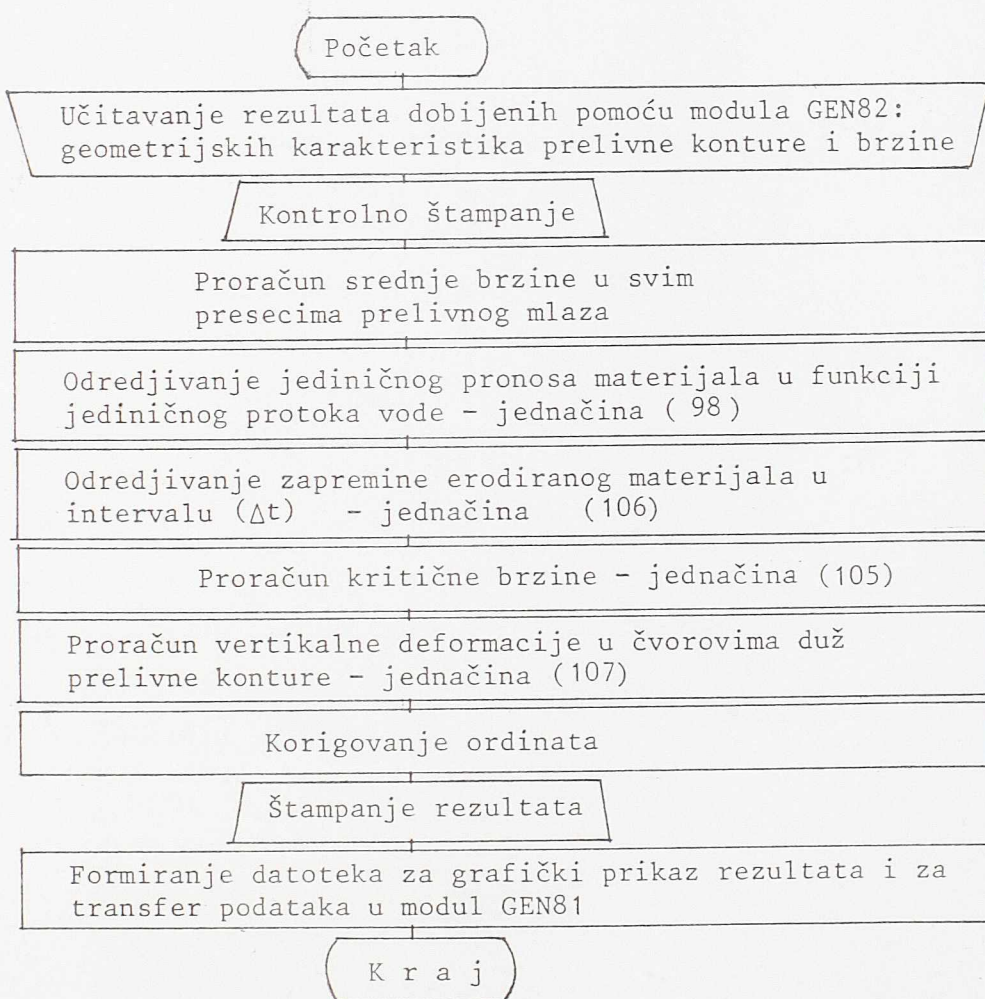


S1. 60 - Koordinatni sistem za proračun deformacije

(4) Korigovanjem ordinata svih čvorova dobija se geometrijski oblik prelivne konture za sledeći računski interval, nakon čega se postupak nastavlja.

8.4. Algoritamska struktura modula GEN83

Izloženi postupak proračuna deformacije je kodiran u programu GEN83 čija je blok shema prikazana na slici 61.



S1. 61 Blok shema programskog modula GEN83

POGLAVLJE V

VERIFIKACIJA PROGRAMSKOG SISTEMA GEN8

Verifikacijom je u opštem slučaju obuhvaćena kontrola kako numeričkog modela - u pogledu konvergencije i valjanosti rešenja, tako i matematičkog modela - sa aspekta pouzdanosti sa kojom primenjene jednačine opisuju dati fenomen.

Za verifikaciju modela o kome je reč u ovom radu, korišćeni su rezultati laboratorijskog eskperimenta br. 2. Numerički je simulirano 60 s erozionog procesa registrovanog na fizičkom modelu. Na ovom primeru testirano je funkcionisanje svih modula u programskom sistemu GEN8, pri čemu je medjusobna veza modula i datoteka koje se koriste u toku rada shematski prikazana u Prilogu 9 .

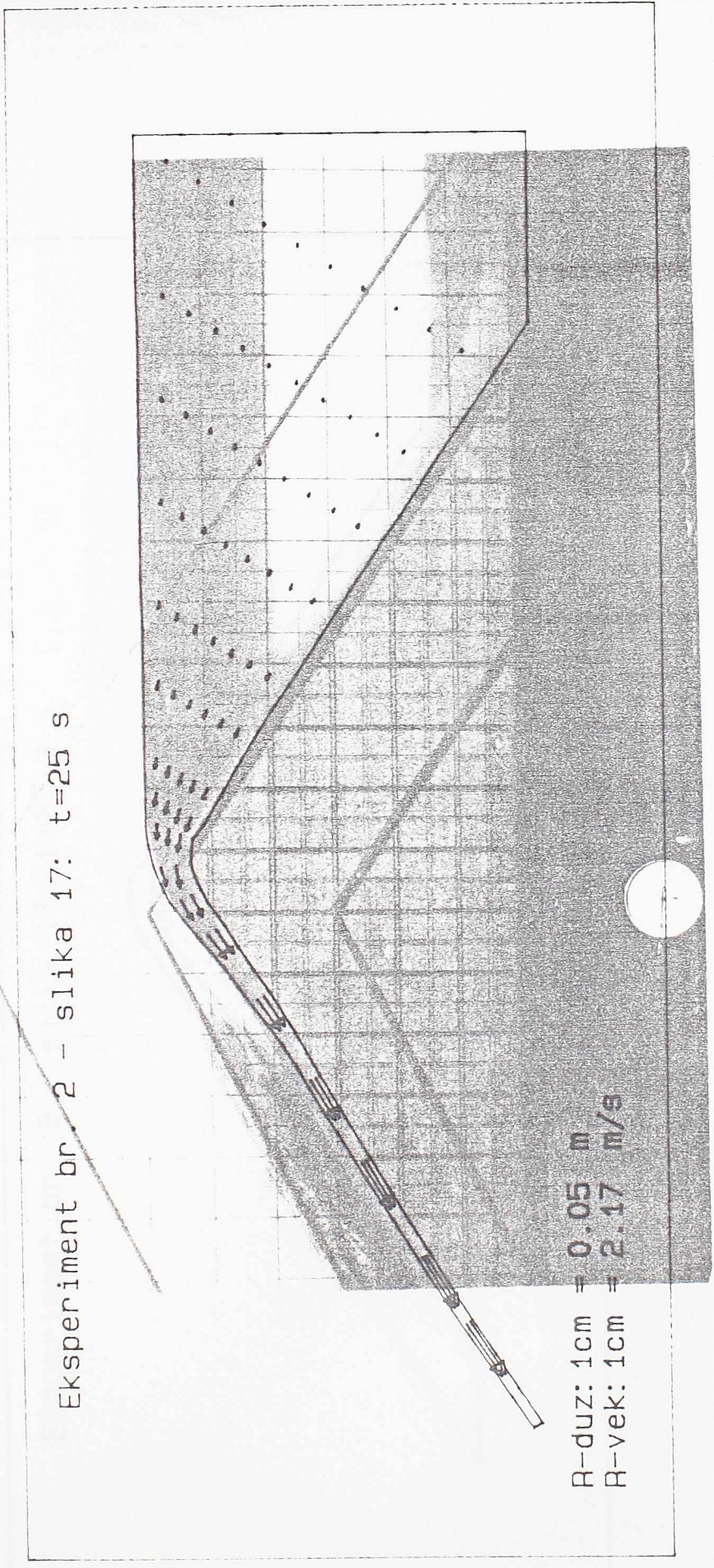
Početna linija nivoa i početno eroziono stanje moraju se usvojiti. U konkretnom slučaju, za početno stanje je usvojeno eroziono stanje fizičkog modela u trenutku $t = 25$ s od početka prelivanja. Za računске korake po vremenu korišćeni su vremenski intervali između snimljenih fotografija. Rezultati jednog računskog koraka predstavljali su ulazne podatke za sledeći.

U nastavku su prikazani dobijeni rezultati: linije nivoa, brzine u izabranim presecima i odgovarajuće deformacije^{*)}. U celini, može se konstatovati dobro slaganje rezultata.

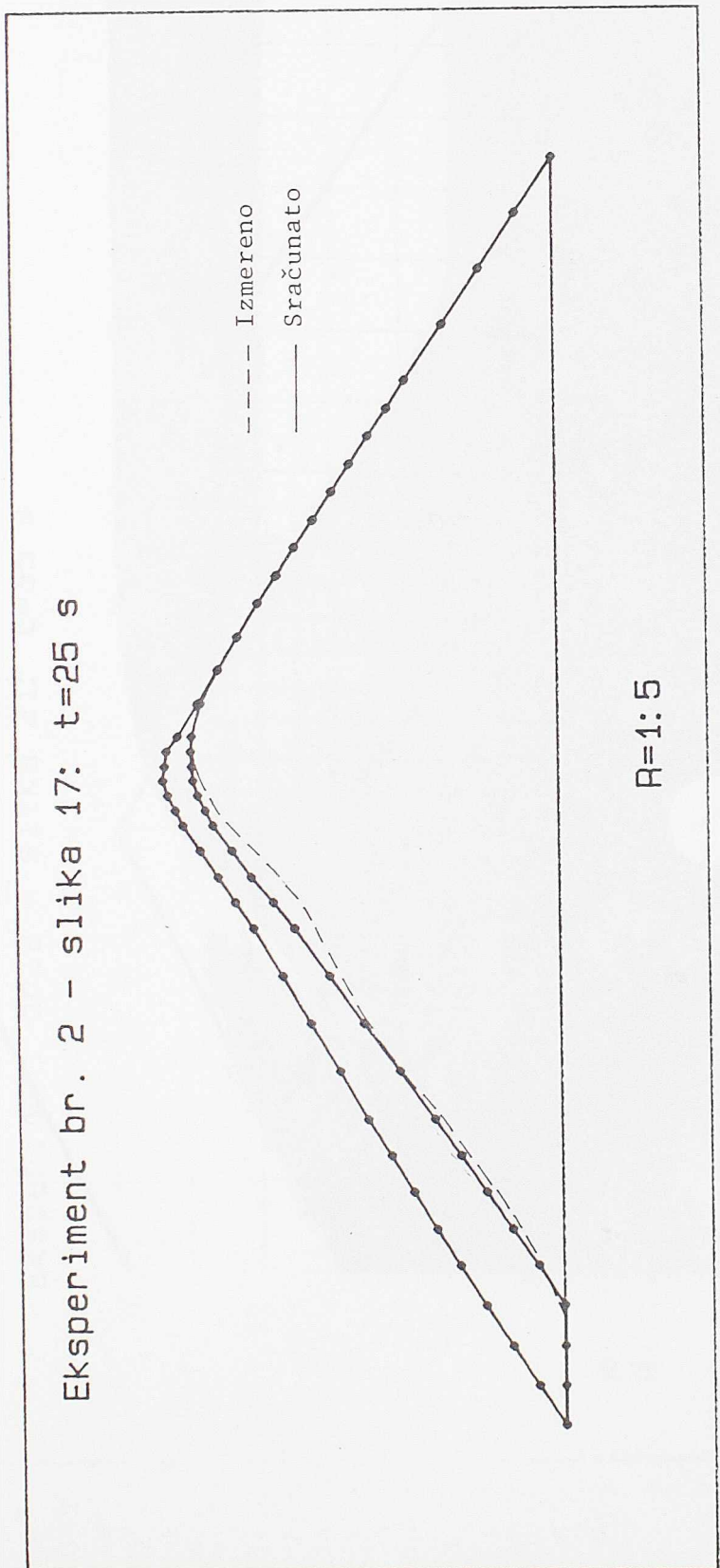
U konkretnom proračunu se broj iteracija menja od koraka do koraka, a u zavisnosti od toga koliko je početna linija nivoa "bliska" konačnom rešenju. Taj broj je varirao između 17 i 66, pri čemu je utrošak CPU vremena računara PDP11/34 iznosio oko 11 s po iteraciji. Ukupno računsko vreme u datom primeru iznosilo je oko 1,5 čas.

*) U Prilogu 10 dati su neki detalji proračuna za jedan izabrani računski korak

Eksperiment br. 2 - slika 17: $t=25$ s

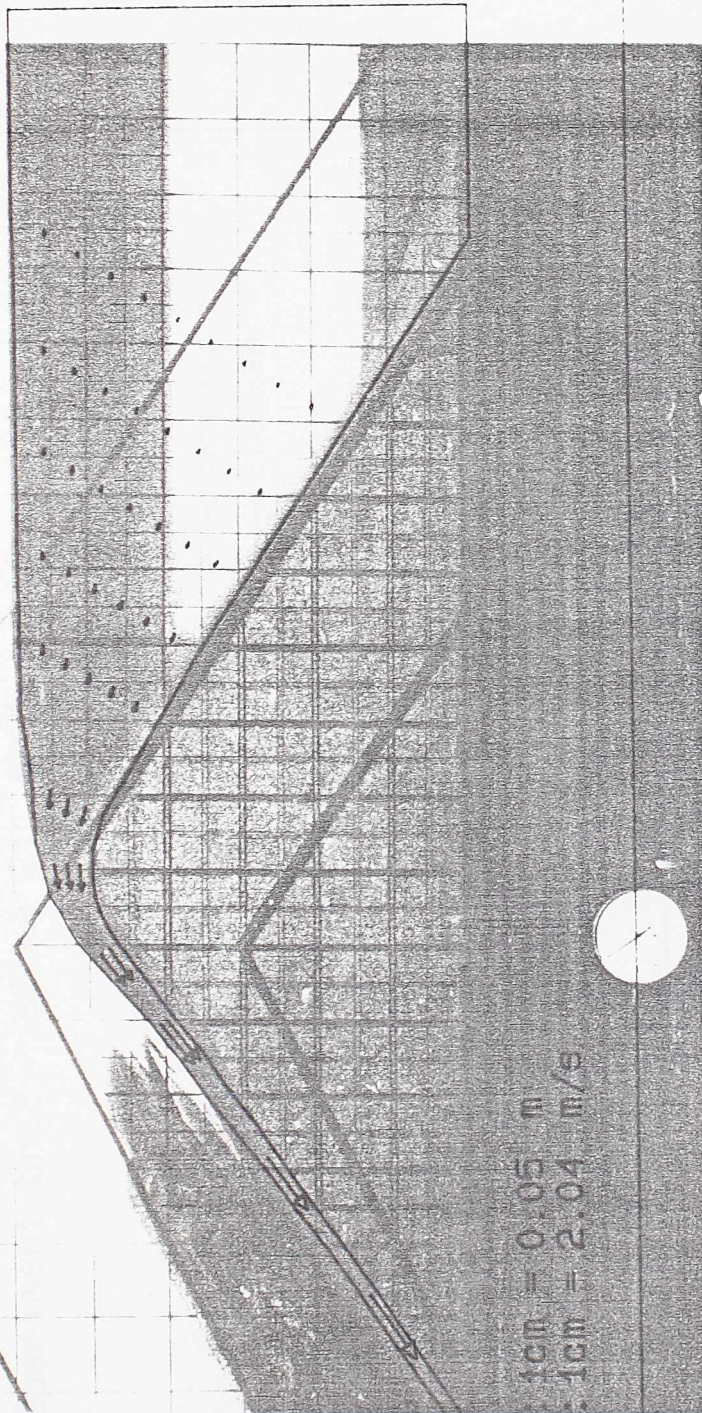


Sl. 62-a - Rezultati računskog koraka br. 1



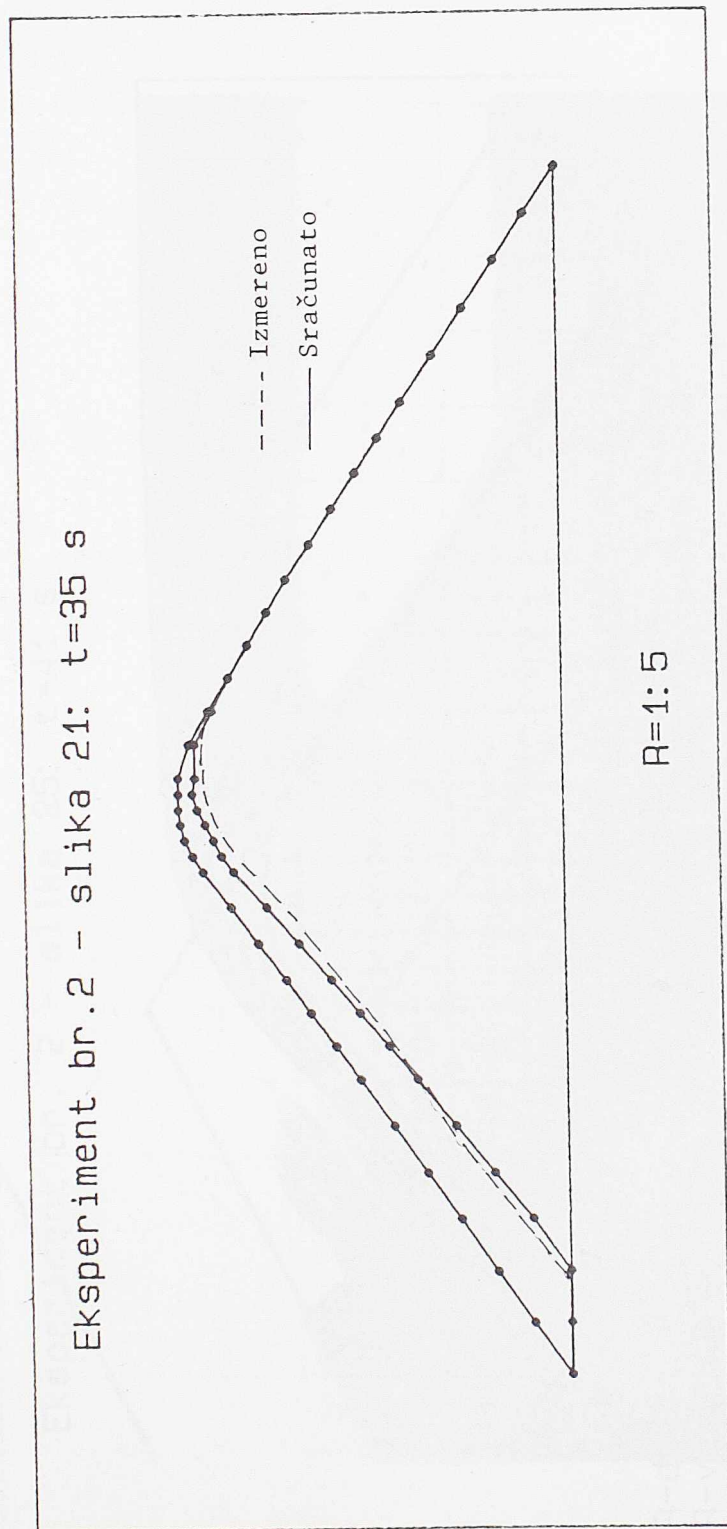
Sl. 62-b - Rezultati računskog koraka br. 1

Eksperiment br.2 - slika 21: $t=35$ s



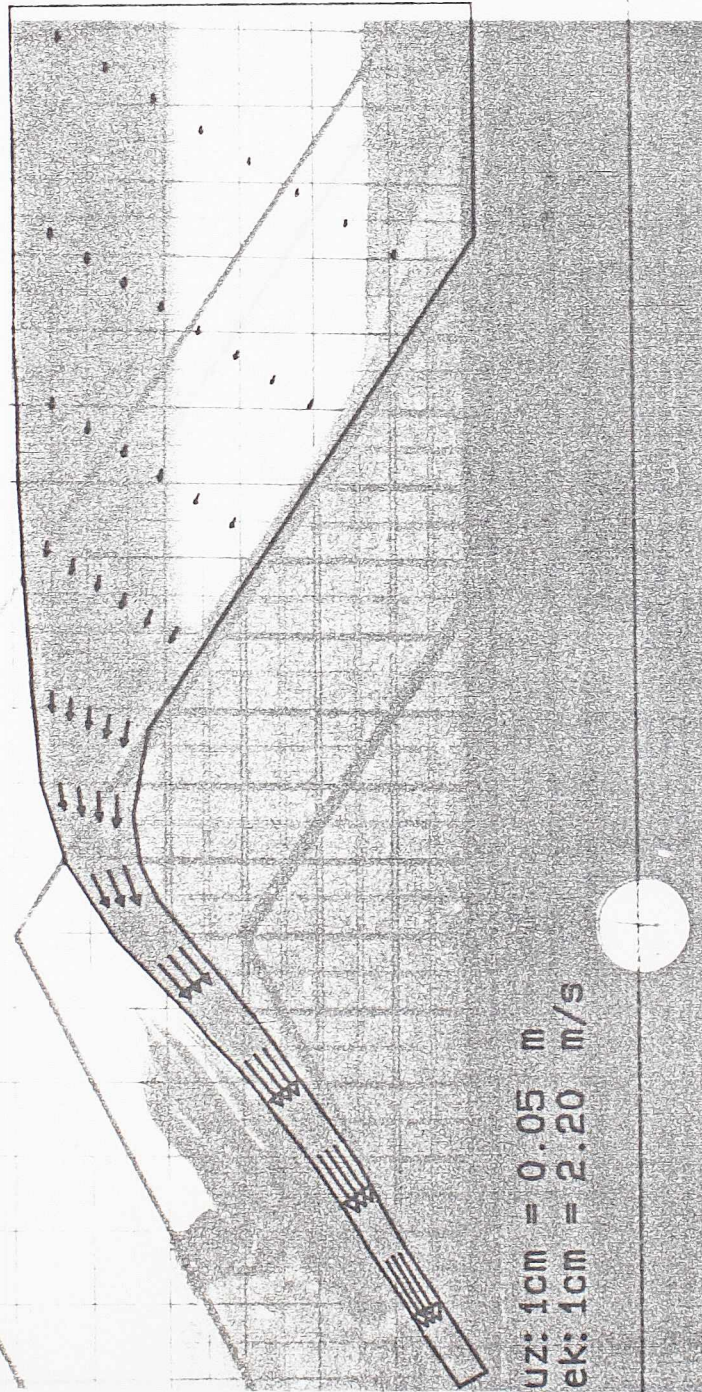
R-duz 1cm = 0.05 m
R-vek 1cm = 2.04 m/s

Sl. 63-a - Rezultati računskog koraka br. 2

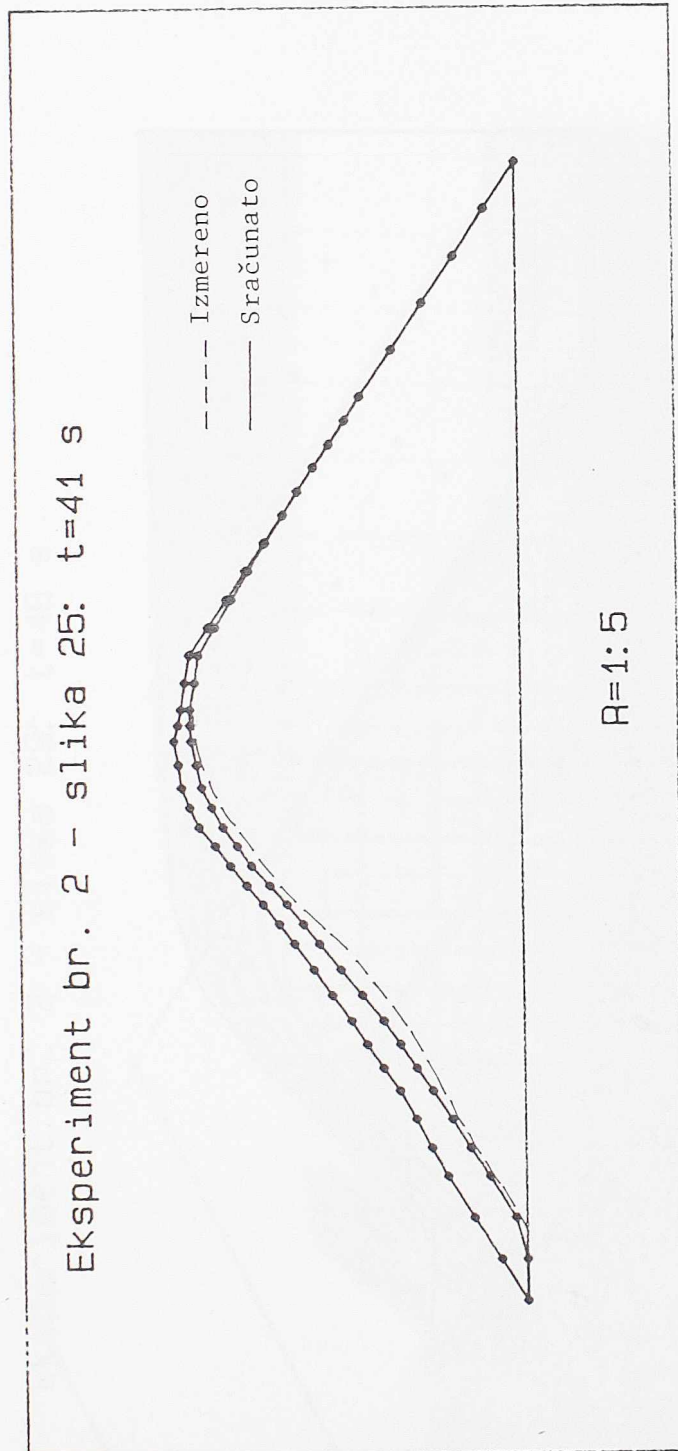


Sl. 63-b - Rezultati računskog koraka br. 2

Ekspiriment br. 2 - slika 25: $t=41$ s

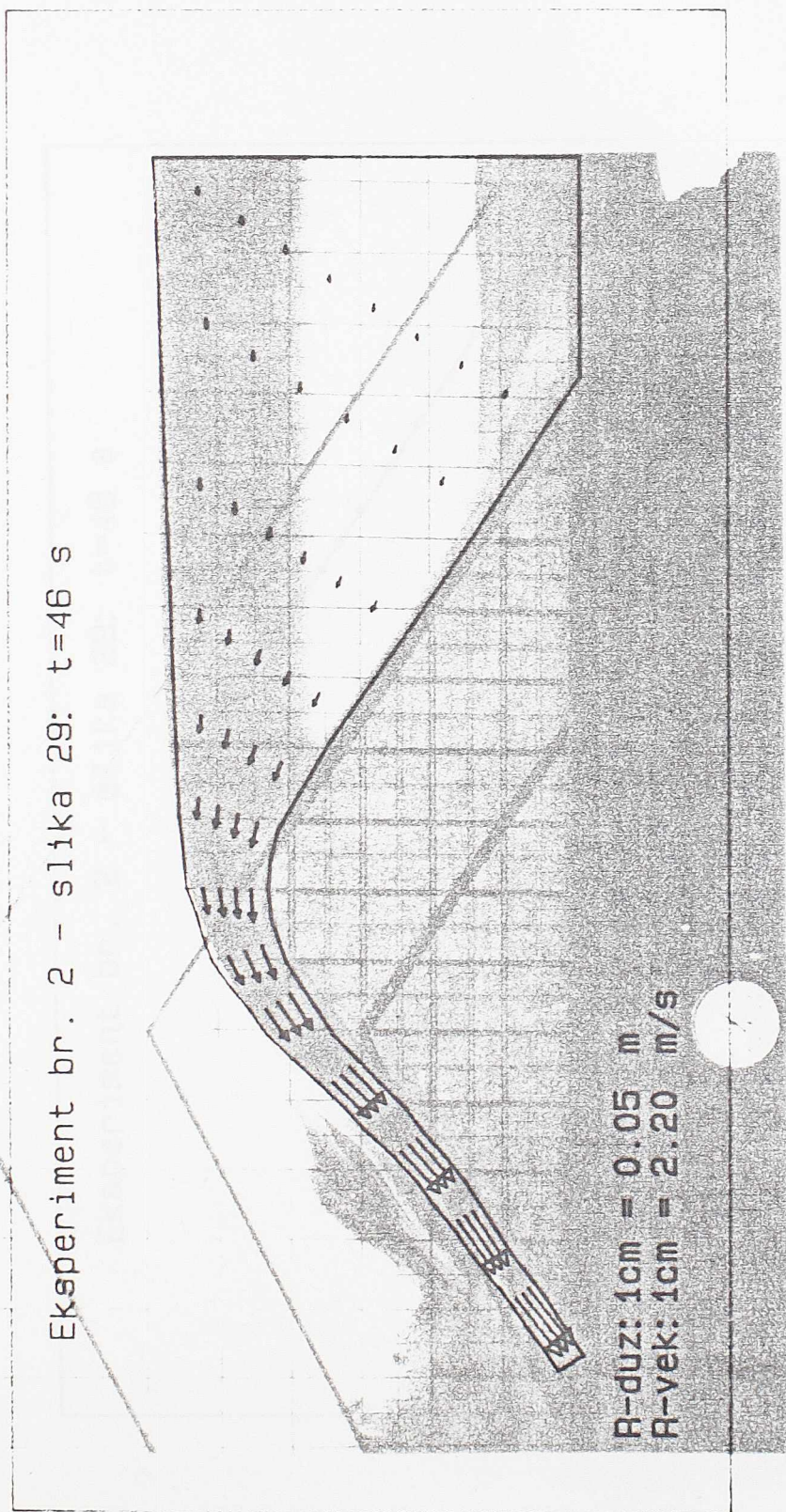


R-duz: 1cm = 0.05 m
R-vek: 1cm = 2.20 m/s

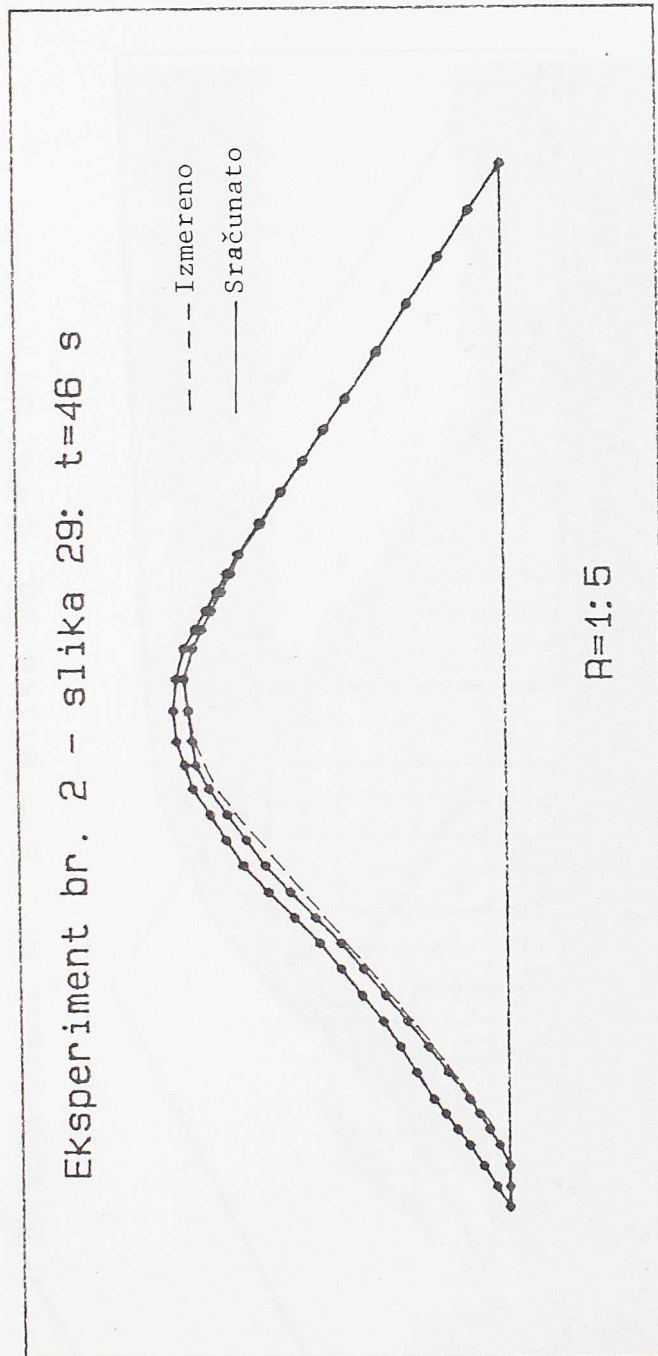


Sl. 64-b - Rezultati računskog koraka br. 3.

Eksperiment br. 2 - slika 29: t=46 s

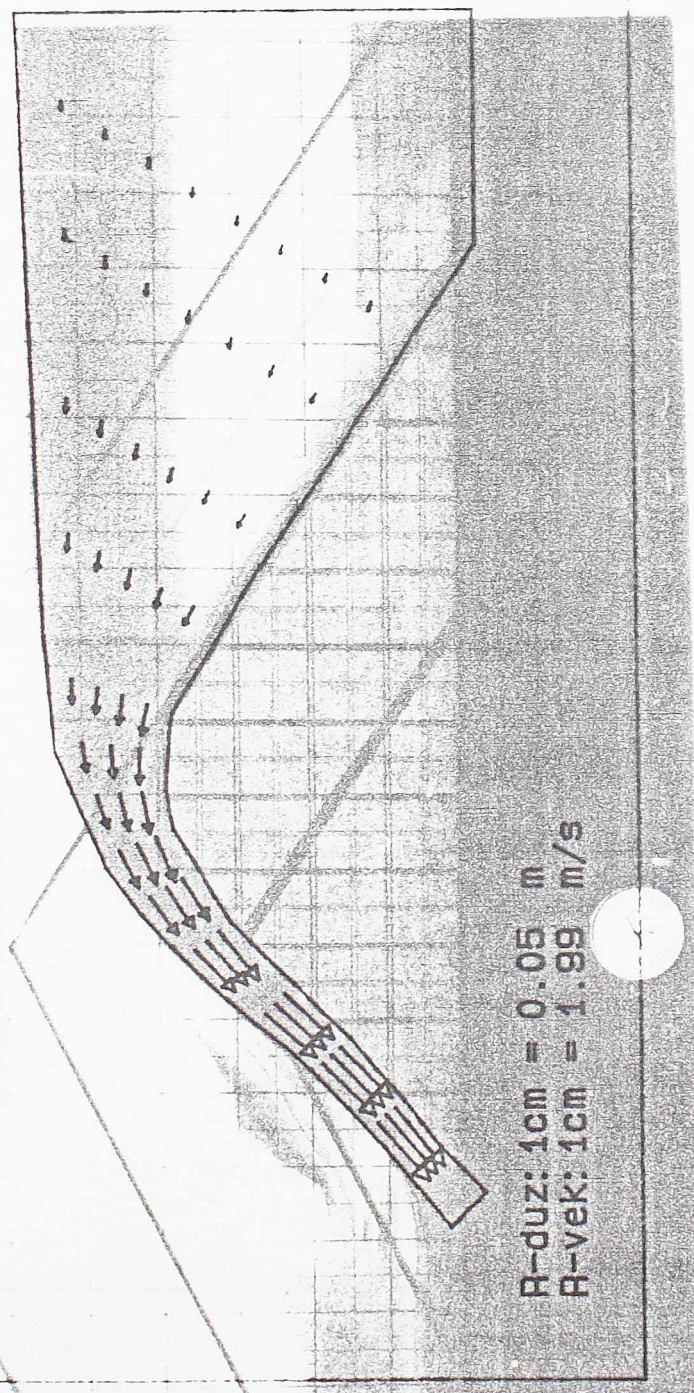


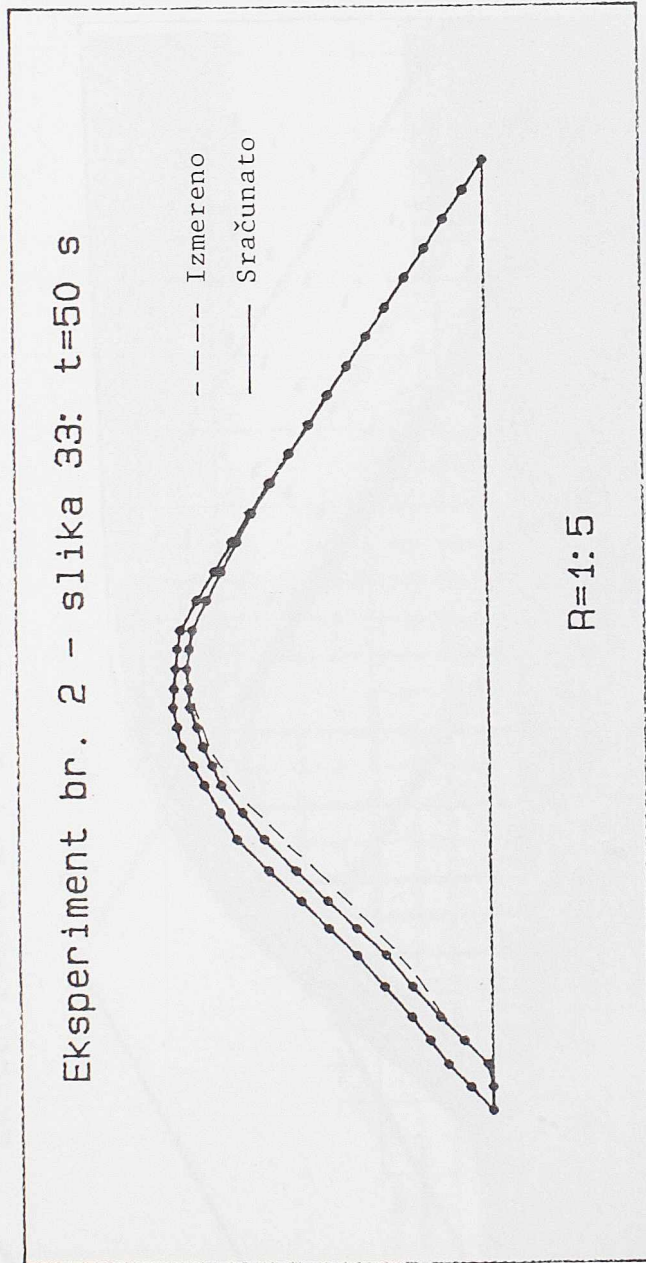
Sl. 65-a - Rezultati računskog koraka br. 4.



Sl. 65-b - Rezultati računskog koraka br. 4.

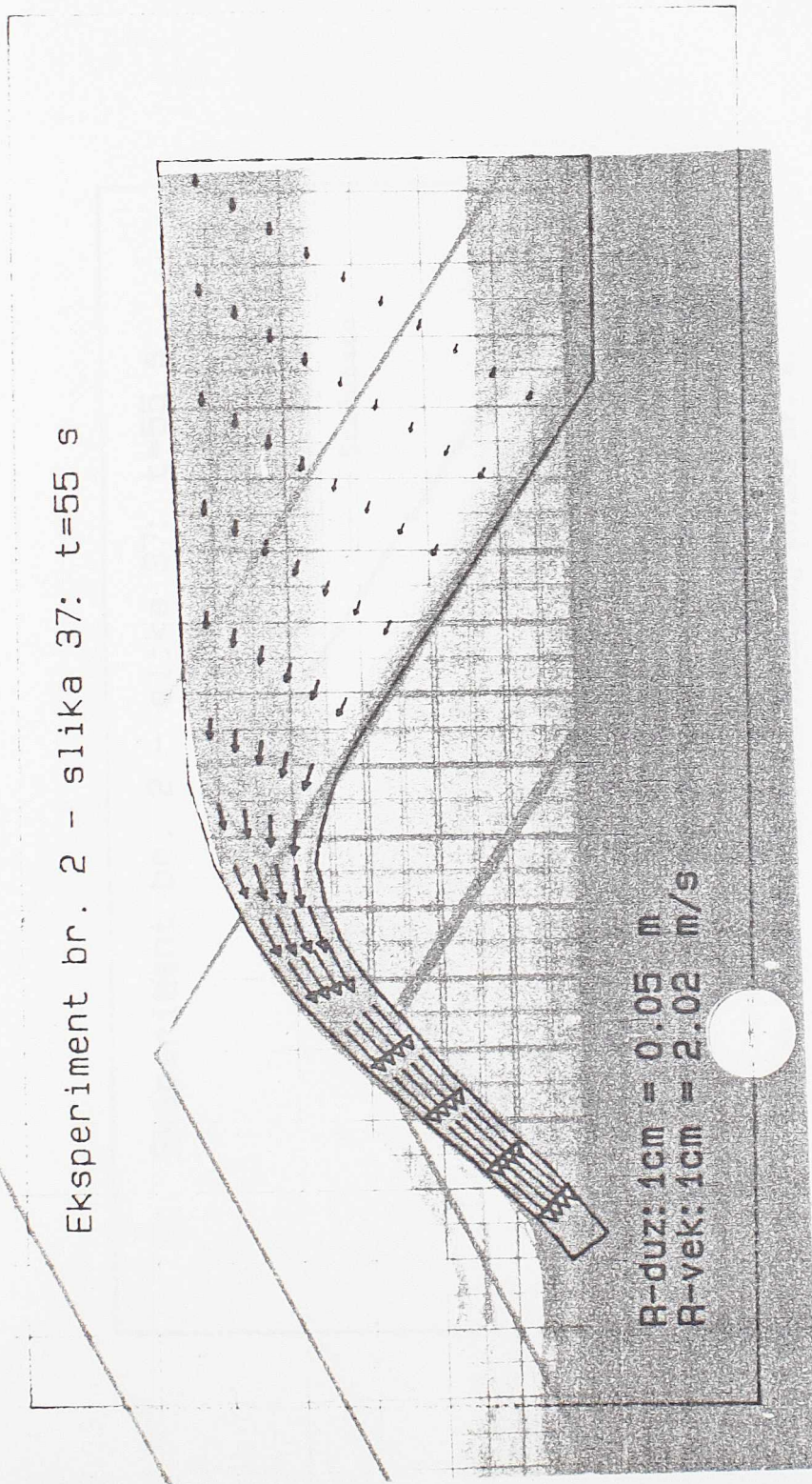
Eksperiment br. 2 - slika 33: $t=50$ s

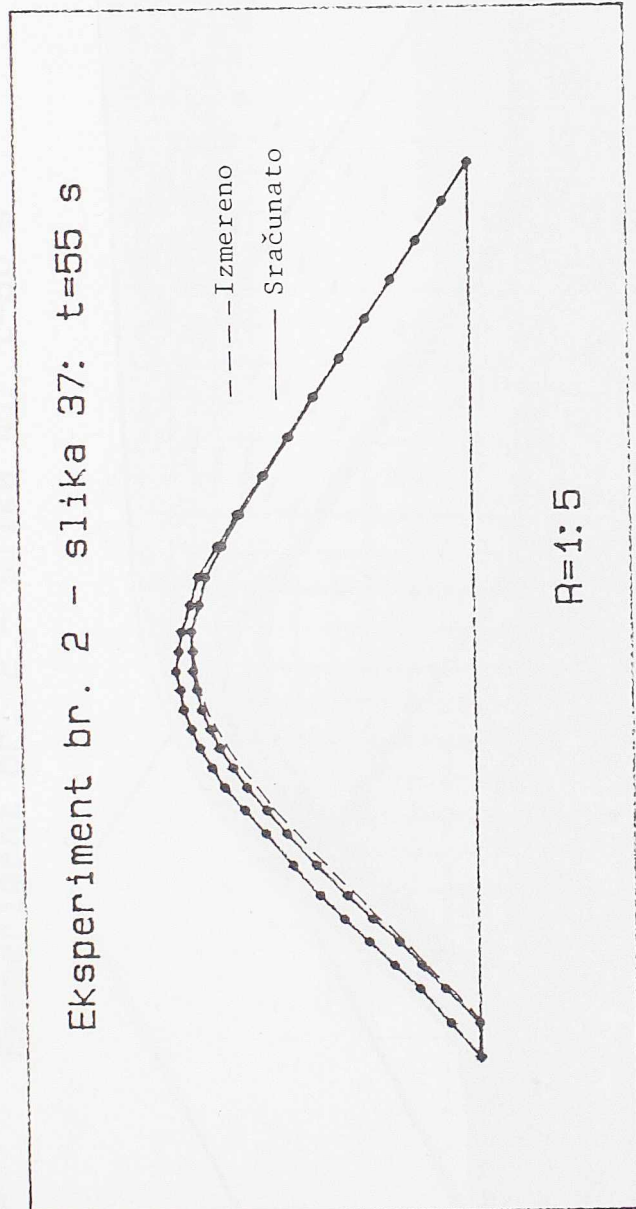




S1. 66-b - Rezultati računskog koraka br. 5.

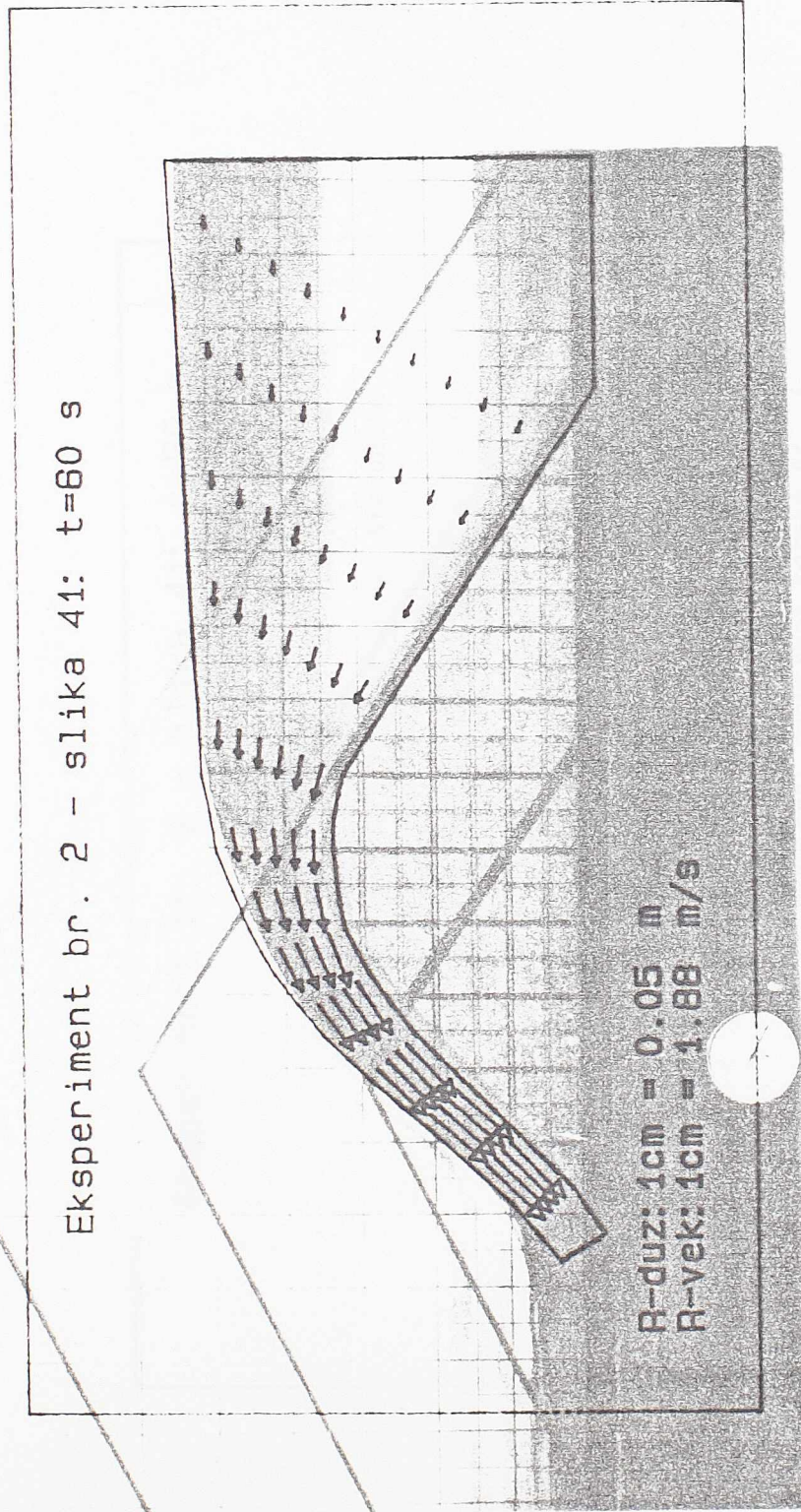
Eksperiment br. 2 - slika 37: $t=55$ s

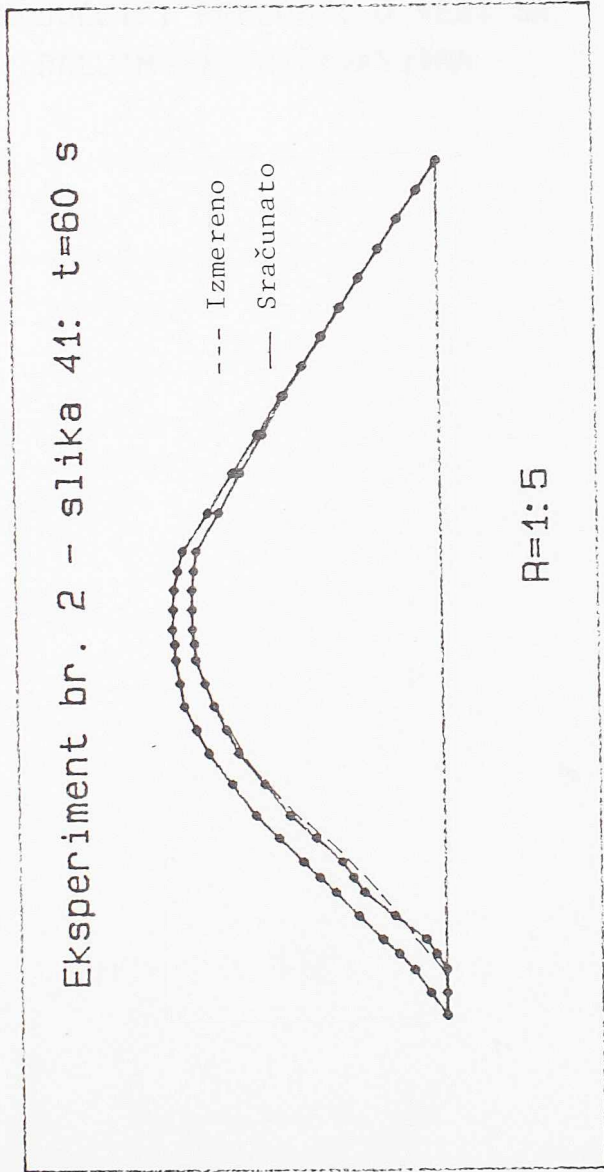




Sl. 67-b - Rezultati računskog koraka br. 6.

Eksperiment br. 2 - slika 41: $t=60$ s





S1. 68-b - Rezultati računskog koraka br. 7.

POGLAVLJE VI

ZAKLJUČCI I PREDLOZI U VEZI SA DALJIM ISTRAŽIVANJIMA

Na osnovu sprovedenih istraživanja mogu se doneti sledeći zaključci:

1. Erozijski procesi nasutih objekata izloženih prelivanju je veoma složen proces. Iako se brojni fizički faktori koji utiču na eroziju koherentnih materijala ne mogu u celini računom obuhvatiti, numeričko modeliranje je moguće ako su ispunjena dva osnovna uslova:

(a) problem se tretira kao ravanski, pa se računa isključivo dubinska erozija, i

(b) materijal od koga je izgrađen objekat je homogen.

2. Model progresivnog rušenja nasutih objekata usled dejstva prelivnog mlaza morao bi da omogućiti:

(a) proračun hidrauličkih karakteristika neustaljenog, ravanskog, gravitacionog tečenja sa izraženom zakrivljenošću strujnica, i

(b) proračun količine erodiranog materijala u funkciji vremena, kao i deformacije samog objekta. Takav računski model razvijen je u ovom radu.

3. Predloženi model sastoji se od modela kvazi-ustaljenog ravanskog, ubrzanog tečenja preko preliva proizvoljne forme ("hidraulička" komponenta) i modela deformacije objekta usled prelivanja ("eroziona" komponenta). Proračun erozije se obavlja nakon hidrauličkog proračuna po unapred zadatim vremenskim intervalima.

4. Modeliranje prelivanja bazira se na primeni teorije potencijalnih strujanja. Na osnovu dobijenih rezultata može se generalno zaključiti da je ova teorija primenljiva za analizu kratkih gravitacionih tokova sa izraženom zakrivljenošću strujnica.

5. Metoda graničnih elemenata (MGE) može se uspešno koristiti za proračun potencijalnog strujanja sa slobodnom površinom.

6. Modeliranje erozije mora se bazirati na rezultatima laboratorijskih ispitivanja. Kada su u pitanju prelivni objekti od koherentnog materijala, fizički modeli se moraju graditi od ekvivalentnog materijala, čiji se sastav određuje u skladu sa precizno definisanim uslovima sličnosti.

7. Ispitivanja pomoću fizičkog modela, pokazuju da se zavisnost između protoka vode i pronosa erodiranog materijala može analitički prikazati u formi:

$$\frac{Q}{G} = C_1 e^{C_2(E_r)}$$

gde je "erozioni broj" (E_r) - parametar koji na pogodan način odražava eroziono stanje objekta.

8. Za određene eksperimentalne uslove, utvrđjena je vrednost regresionih parametara $C_1=1.6$ i $C_2=4.5$ i uspešno je verifikovana utvrđjena zavisnost. Obzirom na efekte razmere, dobijeni rezultati se mogu ekstrapolovati na objekte u prirodi čija visina ne prelazi 3-5 m. Ovo znači da su konkretni rezultati merodavni za niske nasute objekte kao što su male brane na mikroakumulacijama, nasipi u rečnim inundacijama i sigurnosni prelivni.

9. Na osnovu laboratorijskih eksperimenata, utvrđjeno je da se brzina dubinske erozije niskih objekata izgrađenih od materijala čija je kohezija u granicama koje se normalno sreću u praksi (10-20 kPa), može smatrati konstantnom, a da je trajanje erozionog procesa kod ovih objekata do 10 min.

10. Predloženi računski model omogućava da se sračuna deformacija objekta, odnosno da se u svakom računskom koraku odredi krivolinijska prelivna kontura i to na bazi rasporeda brzine duž nizvodne kosine objekta. Ovo opet sa svoje strane, omogućava tačniji proračun hidrauličkih karakteristika prelivnog toka, uključujući liniju nivoa, raspored brzine i koeficijent prelivanja. Ovo je značajan napredak u odnosu na dosadašnje modele (Cristofano, Thiriot, Sametz, itd.) koji se baziraju na određenim shematizacijama geometrijskih karakteristika breše i hidraulike prelivnog toka.

11. Šira primena u praksi modela koji je konceptijski i metodološki uobličen u ovom radu, iziskivala bi dodatna laboratorijska ispitivanja na modelima od ekvivalentnog materijala kako bi se ustanovio opseg parametara (C_1) i (C_2) za različite geometrijske karakteristike objekta (visine i nagibe kosina), odnosno različite vrednosti odnosa zapremine objekta i akumulacije. Pri tome bi ova ispitivanja bila i dalje u domenu niskih objekata - nasutih brana i nasipa.

12. Budući rad na numeričkom planu trebalo bi pre svega usmeriti ka usavršavanju postupka za proračun linije nivoa, u pogledu brzine i stabilnosti konvergencije. Kao što je napomenuto, sadašnji intenzivni razvoj MGE nagoveštava mogućnost značajnog usavršavanja predloženog modela u perspektivi pre svega u oblasti modeliranja graničnog sloja, trodimenzionalnog tečenja i bočne erozije.



L I T E R A T U R A

1941. ...

1942. ...

1943. ...

1944. ...

1945. ...

1946. ...

1947. ...

1948. ...

1949. ...

1950. ...

1951. ...

1952. ...

1953. ...

1954. ...

1955. ...

1956. ...

1957. ...

1958. ...

1959. ...

1960. ...

1961. ...

1962. ...

1963. ...

1964. ...

1965. ...

1966. ...

1967. ...

1968. ...

1969. ...

1970. ...

1971. ...

1972. ...

1973. ...

1974. ...

1975. ...

1976. ...

1977. ...

1978. ...

1979. ...

1980. ...

1981. ...

1982. ...

1983. ...

1984. ...

1985. ...

1986. ...

1987. ...

1988. ...

1989. ...

1990. ...

1991. ...

1992. ...

1993. ...

1994. ...

1995. ...

1996. ...

1997. ...

1998. ...

1999. ...

2000. ...

A. RUŠENJE BRANA

- /A1/ Bay, E.M., Miller D.L., "Inflow Design Flood for Hyrum Dam-Utah-Flood Studies for Existing Reservoirs", Bureau of Reclamation, 1965.
- /A2/ Benoist, G., "Analyse schematique de la rupture progressive d'un barrage en terre", Direction des etudes et recherches, E43/76/15, Chatou, 1976.
- /A3/ Brown, R.J., "A simulation of the Hydraulic Events During and Following the Teton Dam Failure", Proceedings of Dam-Break Flood Routing Model Workshop Held in Bethesda, Maryland, Oct. 1977, Water Resources Council, Washington D.C, 1977.
- /A4/ Cecilio, C.B., "Criteria for Routing the Dam-Break Flood", Proceedings of Dam-Break Flood Routing Model Workshop Held in Bethesda, Maryland, Oct. 1977, Water Resources Council, Washington D.C, 1977.
- /A5/ Cristofano, E.A., "Method of Computing Erosion Rate for Failure of Earthfill Dams", Bureau of Reclamation, Engineering and Research Center, Denver, Colorado, 1965.
- /A6/ Fread, D.L., "The Development and Testing of a Dam-Break Flood Forecasting Model" - Proceedings of Dam-Break Flood Routing Model Workshop Held in Bethesda, Maryland, Oct. 1977, Water Resources Council, Washington D.C, 1977.
- /A7/ Gruetter F., Schnitter, N.J, "Analytical Risk Assessment for Dams", XIV International Congress on Large Dams, Rio de Janeiro, 1982.
- /A8/ Hydrologic Engineering Center, Water Resources Support Center, US Army Corps of Engineers: DAMBRK - The NWS Dam-Break Flood Forecasting Model, 1984.
- /A9/ Mac Donald, C.T., Langridge - Monopolis, J., "Breaching Characteristics of Dam Failures", Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 110, No.5, May 1984.
- /A10/ Program za izradu elaborata o obaveštavanju i uzbunjivanju stanovništva na području ugroženom od rušenja brana/nasipa", Službeni glasnik SRS, br. 39, 1972.
- /A11/ Sametz, Z. "Beitrag zur Frage der Flutwellenbildung bei Progressiven Dammbrüchen Infolge Überstromung. Doktorska disertacija, Tehnički univerzitet u Gracu, 1981.
- /A12/ Thiriot, C., "Modele mathematique approche de l'erosion de digues ou barrages en terre soumis a submersion". XV Congress IAHR, Vol.2., Sao Paolo, 1975.
- /A13/ Udesi na branama i stečena iskustva - ICOLD/Jugoslovenski komitet za visoke brane, Beograd, 1975.
- /A14/ Jovanović M, "Hidraulička analiza postepenog rušenja nasutih brana" VIII Savetovanje JDHI, Portorož, 1982.

B. POTENCIJALNA TEČENJA SA SLOBODNOM POVRŠINOM -
ANALITIČKE METODE

- /B1/ Ali, K.H.M., "Flow over Rounded Spillways", Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 98, No.HY2, Feb. 1972.
- /B2/ Cassidy, J.J., "Irrotational Flow over Spillways of Finite Height", Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol.91, No.EM6, Dec. 1965.
- /B3/ Garg, S.P., "Distribution of Head at a Rectangular Conduit Outlet", Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol.92., NoHY4, July 1966.
- /B4/ Henderson, F.M., "Flow at the Toe of a Spillway - part I: The Open-Toe Spillway", La Houille Blanche, No.6, Nov. 1962.
- /B5/ Henderson, F.M., Tierney, D.G., "Flow at the Toe of a Spillway - part II: The Solid-Toe Spillway", La Houille Blanche, No.1, Jan. - Febr., 1963.
- /B6/ Jeppson, R.W., "Inverse Formulation and Finite Difference Solution for Flow from a Circular Orifice", Journal of Fluid Mechanics, Vol. 40, part 1, 1970.
- /B7/ Larock, B.E., "A Theory for Free Outflow beneath Radial Gates", Journal of Fluid Mechanics, Vol. 41, part 4, 1970.
- /B8/ Moayeri, M.S., Strelkoff, T.S., "Potential Flow at a Two-Dimensional Conduit Outlet", Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 99, No.HY4, Sept. 1973.
- /B9/ Moayeri, M.S., "Flow in Open Channels with Smooth Curved Boundaries", Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 99, No.Hy12, Dec. 1973.
- /B10/ Ray, S.K., "Note sur la profondeur d'eau a l'extremite d'un deversoir horizontal a chute libre", La Houille Blanche, Nov. - Dec. 1949.
- /B11/ Strelkoff, T.S., Moayeri, M.S., "Pattern of Potential Flow in a Free Overfall", Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol.96, No.HY4, April 1970.
- /B12 Watters, G.Z., Street, R.L., "Two-Dimensional Flow over Sills in Open Channels", Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol.90, No.HY4, July 1964.

C. POTENCIJALNO STRUJANJE SA SLOBODNOM POVRŠINOM -
METODE KONAČNIH I GRANIČNIH ELEMENATA

- /C1/ Baker, A.J., Finite Element Computational Fluid Mechanics , McGraw-Hill, 1985.
- /C2/ Brebbia, C.A., Spanos, K.A., "Application of the Finite Element Method to Steady Irrotational Flow", Rev. Roum. Sci. Tech. - Mec. Appl. Tome 18, No.3, Bucarest, 1973.
- /C3/ Brebbia, C.A., The Boundary Element Method for Engineers, Pentech Press, 1978.
- /C4/ Chan, S.T., Larock, B.E., "Fluid Flows from Axisymmetric Orifices and Valves", Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 99, No.Hy1, Jan. 1973.
- /C5/ Chan, S.T., Larock, B.E., "Free-Surface Ideal Fluid Flows by Finite Elements", Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 99, No.HY6, June 1973.
- /C6/ Cheng, A.H.D., Liggett, J.A., Liu, P.L.F., "Boundary Calculations of Sluice and Spillway Flows", Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 107, No.HY10, Oct. 1981.
- /C7/ Diersch, J.J., Schirmer, A., Busch, K.F., "Analysis of Flows with Initially Unknown Discharge", Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 103, No.HY3, March, 1977.
- /C8/ Diersch, H.J., Martin, H., "The Numerical Treatment of Free Surface Flows by Finite Elements", Finite Elements in Water Resources, Proceedings of the II. International Conference, Imperial College London, Pentech Press, 1978.
- /C9/ Finn, W.D., Varoglu, E., "Variational Formulation of Free Surface Gravity Flow Including Gated Flow Using Adaptive Finite Elements", Computational Techniques in Transient and Turbulent Flow, Vol. 2, Ed. Taylor & Morgan, Pineridge Press, 1981.
- /C10/ Isaacs, L.T., "Numerical Solution for Flow under Sluice Gates", Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 103, No.HY5, May, 1977.
- /C11/ Jovanović, M. "Application of the Boundary Element Method for the Solution of Spillway Flows", BETECH'87, Rio de Janeiro, 1987.
- /C12/ Lennon, G.P., Liu, P.L-F., Liggett, J.A., "Boundary Integral Solutions of Water Wave Problems", Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 108, No.HY8, Aug. 1982.

- /C13/ Liggett, J.A., "Location of Free Surface in Porous Media", Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 103, No.HY4, April, 1977.
- /C14/ Liu, P.L-F, Liggett, J.A., "Boundary Solutions to Two Problems in Porous Media", Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 105, No.HY3, March 1979.
- /C15/ Liggett, J.A., Liu, P.L-F, The Boundary Integral Equation Method for Porous Media Flow, George Allen & Unwin, London, 1983.
- /C16/ Radojković, M., Pečarić, J., Klem, N., "Primena metode graničnih elemenata u hidrotehnici", Naučno-istraživačka tema Gradjevinskog fakulteta, Beograd, 1983.
- /C17/ Salmon, J.R., Liu, P.L-F, Liggett, J.A., "Integral Equation Method for Linear Water Waves", Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 106, No.HY12., Dec. 1980.
- /C18/ Topics in Boundary Element Research, ed. Brebbia, C.A., Vol. I, II. Springer-Verlag, Berlin, 1984.
- /C19/ Washizu, N.T., Ikegawa, M., "Application of the Finite Element Method to Some Free Surface Fluid Problems", Finite Elements in Water Resources, Proceedings of the I. International Conference, Princeton University, Pentech Press, 1976.
- /C20/ Waters, J.J., Nelson, J.M., "A program for Solving Potential Problems on a Desktop Computer", Adv.Eng. Software, Vol. 2, No.2, 1980.

D. EROZIJA KOHERENTNIH MATERIJALA

- /D1/ Arulanandan, K., "Fundamental Aspects of Erosion of Cohesive Soils", Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 101., No.HY5, May 1975.
- /D2/ Cailler, S., Minerologie d'Argiles, Masson, 1963.
- /D3/ Cormault, P., "Determination experimentale du debut solide d'erosion de Sediments fins cohesifs", XIV Congrés AIHR, Vol. 4, Paris, 1971.
- /D4/ Dunglas, J., Fayoux, D., "Destruction des barrages en terre par submersion. Essais sur modeles reduits". Journees Nationales: "Le Comportement des sols avant la rupture", Ministere de l'equipement et du logement, Laboratoires des Ponts et Chaussees, Paris, 1972.
- /D5/ Erosion of Cohesive Sediments - Report of the Task Cimmittee on Erosion of Cohesive Materials, Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol.94, No.HYr, July 1968.
- /D6/ Kamphuis, W.J., Hall, K.R., "Cohesive Material Erosion by Unidirectional Current", Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 109., No.1, Jan. 1983.
- /D7/ Kelly, W.E., Gularte, R.C., "Erosion Resistance of Cohesive Soils", Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 107, No.HY10, Oct. 1981.
- /D8/ Mandel, J., "Essais sur modeles reduits en mecanique des terrains. Etude des conditions de similitude", Centre national d'etudes techniques et de recherches technologiques pour l'agriculture, les forets et l'equipement rural (CERAFER), 1961.
- /D9/ Mirtskhulava, Ts.E., "Erosional Stability of Cohesive Soils", Journal of Hydraulic Research, Vol.4, No.1, 1966.
- /D10/ Мирцхулава, Ц.Е., "Инженерные методы расчета и прогноза водной эрозии" Колос - Москва, 1970.
- /D11/ Migniot: "Etude des proprietes physiques de differents sediments tres fins et de leur comportement sous des actions hydrodynamiques", La Houille Blanche, No.7, 1968.
- /D12/ Murray, W., "Erodibility of Coarse Sand-Clayey Silt Mixtures", Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 103, No.HY10, Oct. 1977.
- /D13/ Otsubo, K., Muraoka, K., "Resuspension Rate Function for Cohesive Sediments in Stream", Journal of Hydroscience and Hydraulic Engineering, Kyoto University, Vol. 3, No.3, 1985.
- /D14/ Partheniades, E., Paaswell, R.E., "Erodibility of Channels with Cohesive Boundary", Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 96., No.HY3, March, 1970.

- /D15/ Parchure, T.M., Mehta, A.J., "Erosion of Soft Cohesive Sediment Deposits", Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 111, No.10, Oct. 1985.
- /D16/ Raudkivi, A.J., Tau, S.K., "Erosion of Cohesive Soils", Journal of Hydraulic Research, Vol. 22, No.4, 1984.
- /D17/ Sediment Transportation Mechanics: Initiation of Motion, Progress Report, Task Committee on Preparation of Sedimentation Manual, Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 92, No.HY2, March, 1966.
- /D18/ Shen, H.W., River Mechanics , Vol. II, Chapter 25: "Erosion and Deposition of Cohesive Materials", Fort Collins, Colorado, 1971.
- /D19/ Swain, A., Palmer, H.D., Tzou, K.T.S., "An Investigation of the Erosional and Depositional Behavior of Cohesive Sediments", XV Congress IAHR; Vol.2, Sao Paolo, 1975.
- /D20/ Weber J-D., "Les applications de la similitude physique aux problemes de la mecanique des sols", Editions Eyrolles, 1971.

E. OSTALA LITERATURA

- /E1/ Boulder Canyon Project - Final Reports: Part VI - Hydraulic Investigation Bulletin 4: Model Studies of Imperial Dam, Desilting Works, All-American Canal Structures, U.S. Department of the Interior, Bureau of Reclamation, Denver, 1949.
- /E2/ Bowyer, A., Woodwark, J., A Programmer's Geometry, Butterworths, London, 1983.
- /E3/ Cassidy, J.J., "Designing Spillway Crests for High-Head Operation", Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol.96, No.HY3, March 1970.
- /E4/ Chow, V.T., Open-Channel Hydraulics, McGraw-Hill, 1959.
- /E5/ Daubert, O., Cahouet, J., "Approche numerique de la houle per les equations de Navier-Stokes", EDF, Direction des etudes et recherches, HE41/84-05, Chatou, 1984.
- /E6/ Daubert, O. Rabiller, C., "Resolution numerique des equations de Navier-Stokes a surface libre - cas des obstacles", EDF, Direction des etudes et recherches, HE41/83-24, Chatou, 1983.
- /E7/ de Vries, M., "Application of Physical and Mathematical Models for River Problems", Delft Hydraulics Laboratory, publication No. 112, 1973.
- /E8/ Dressler, R.F. "New Nonlinear Shallow - Flow Equations with Curvature", Journal of Hydraulic Research, No.3, 1978.
- /E9/ Dressler, R.F., Yevjevich, V.M., "Comparison of the Dressler and de Saint-Venant Equations for Shallow Curved Flow", XX Congress IAHR, Sept. 5-9, 1983.
- /E10/ Hansen, K.D., France, J.W., "RCC: A Dam Rehab Solution Unearthed", Civil Engineering, ASCE, Sept. 1986.
- /E11/ Harlow, F.H., Welch, J.E., "Numerical Calculation of Time - Dependent Viscous Incompressible Flow of Fluid with Free Surface", Physics of Fluids, Vol. 8, No.12, 1965.
- /E12/ Klem, N., "Eksperimentalna analiza direktnih postupaka za rešavanje sistema linearnih jednačina", Magistarski rad, Gradjevinski fakultet u Beogradu, 1979.
- /E13/ Milovanov, D., "Dovršenje rekonstrukcije odbrambenih linija u Vojvodini", Vode Vojvodine, 1974.

- /E14/ Nonveiller, E., Nasute brane - Projektiranje i gradjenje , Školska knjiga, Zagreb 1983.
- /E15/ Peyret, R., Taylor, T.D., Computational Methods for Fluid Flow, Springer - Verlag, New York, 1983.
- /E16/ Powledge, G.R., Dodge, R.A., "Overtopping of Small Dams - An Alternative for Dam Safety", US Bureau of Reclamation, 1983.
- /E17/ Rezniček, K., "Odbrana od poplava u ravničarskim predelima", Doktorska disertacija, Novi Sad, 1978.
- /E18/ Roache P.J., Computational Fluid Dynamics, Hermosa Publishers, Albuquerque, 1982.
- /E19/ Sivakumaran, N.S., Hosking, R.J., Tingsanchali, T., "Steady Shallow Flow over a Spillway", Journal of Fluid Mechanics, Vol. 111, 1981.
- /E20/ Vallentine, H.R., Applied Hydrodynamics, Butterworths, 1970.
- /E21/ Muškatirović, J., Modelska ispitivanja evakuacionih objekata HE Buk Bijela, Institut "Jaroslav Černi", Beograd, 1986.
- /E22/ Babb, A.F., Mih, W.C., "Selection of Model Test Programs with Reparance to Viscons and Gravity Force Similitude", Symposium on Scale Effects in Modelling Hydraulic Structures, Eshingen, 1984.

P R I L O Z I

$$I_{10} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \int \cos x \, dx = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \left[\sin x + C \right] \quad (1.10)$$

$$I_{11} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \int \sin x \, dx = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \left[-\cos x + C \right] \quad (1.11)$$

$$I_{12} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \int \cos^2 x \, dx = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \left[\frac{1}{2} x + \frac{1}{4} \sin 2x + C \right] \quad (1.12)$$

$$I_{11} = \frac{1}{\xi_{j+1} - \xi_j} \int_{\xi_j}^{\xi_{j+1}} \ln r_i \xi d\xi = \frac{1}{\xi_{j+1} - \xi_j} \cdot \frac{1}{2} \eta_i \ln \left[\frac{\eta_i^2 + \xi_{j+1}^2}{\eta_i^2 + \xi_j^2} \right] \quad (a)$$

$$I_{12} = \frac{1}{\xi_{j+1} - \xi_j} \int_{\xi_j}^{\xi_{j+1}} \ln r_i d\xi = \frac{1}{\xi_{j+1} - \xi_j} \left[\operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\xi_{j+1}}{\eta_i} \right) - \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\xi_j}{\eta_i} \right) \right] \quad (b)$$

$$I_{21} = \frac{1}{\xi_{j+1} - \xi_j} \int_{\xi_j}^{\xi_{j+1}} \ln r_i \xi d\xi = \frac{1}{\xi_{j+1} - \xi_j} \cdot \frac{1}{4} \left[(\eta_i^2 + \xi_{j+1}^2) \left[\ln(\eta_i^2 + \xi_{j+1}^2) - 1 \right] - (\eta_i^2 + \xi_j^2) \left[\ln(\eta_i^2 + \xi_j^2) - 1 \right] \right] \quad (c)$$

$$I_{22} = \frac{1}{\xi_{j+1} - \xi_j} \int_{\xi_j}^{\xi_{j+1}} \ln r_i d\xi = \frac{1}{\xi_{j+1} - \xi_j} \cdot \frac{1}{2} \left[\xi_{j+1} \ln(\eta_i^2 + \xi_{j+1}^2) - \xi_j \ln(\eta_i^2 + \xi_j^2) - 2(\xi_{j+1} - \xi_j) + 2\eta_i \left[\operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\xi_{j+1}}{\eta_i} \right) - \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\xi_j}{\eta_i} \right) \right] \right] \quad (d)$$

PRILOG 2: Programski modul GEN81 - Izgled datoteke ulaznih podataka

Preliv tipa WES - Q=3,716 m³/s ; H/HD=0,80

1 0 0 0

kodovi pomocnog stampanja
 ukupni broj cvorova
 koordinate x,y

28
 -15.24 1.463708
 -4.572 1.453179
 -3.048 1.439249
 -1.524 1.402080
 0 0.990600
 0.762 0.770115
 1.524 0.167127
 3.048 -1.470269
 4.572676 -3.093654
 8.736946 -7.410749
 8.676742 -7.468514
 8.5344 -7.552944
 4.166921 -3.245815
 1.0668 -0.335280
 0.4572 -0.067056
 0 0
 -0.1524 -0.012789
 -0.3048 -0.051816
 -0.42672 -0.119930
 -0.515722 -0.230124
 -0.515722 -0.609600
 -0.515722 -2.923032
 -0.515722 -5.239512
 -0.515722 -7.552944
 -3.04800 -7.552944
 -7.62 -7.552944
 -15.24 -7.552944
 -15.24 -3.048000

7
 1 10 1 1 2 1 3,716
 2 3 3 1 1 1 0
 3 3 3 1 2 1 0
 4 7 3 1 2 1 0
 5 5 2 1 2 1 0
 6 4 3 1 2 1 0
 7 3 4 1 1 1 0

broj makroelemenata
 podaci za dati makroelement

8
 .05 .05 9.806 .785398 -7.552944
 .2 .5 .2
 1 100 1 3
 3
 10

red Gauss-ove kvadrature
 parametri racunskog primera
 parametri limitiranja
 parametri iteracionog postupka
 broj 'pseudo' cvorova
 korak za stampanje rezultata

Preliv tipa WES - Q=3.716 m³/sm ; H/HD=0.80

Broj čvorova na granici domena
28

CVOR	X	Y	NTYP	PHI	PHIN	PHINL
1	-15.240	1.497	3	3.7160	0.0000	0.3762
2	-4.572	1.490	2	3.7160	0.5702	0.5702
3	-3.048	1.457	2	3.7160	0.9092	0.9092
4	-1.524	1.389	2	3.7160	0.8826	0.8826
5	0.000	1.042	2	3.7160	3.3592	3.3592
6	0.762	0.661	2	3.7160	4.0503	4.0503
7	1.524	0.141	2	3.7160	5.2440	5.2440
8	3.048	-1.470	2	3.7160	7.6668	7.6668
9	4.573	-3.105	2	3.7160	9.5900	9.5900
10	8.731	-7.353	4	3.7160	13.2295	0.0000
11	8.633	-7.453	1	1.8511	0.0000	0.0000
12	8.534	-7.553	3	0.0000	0.0000	-13.2478
13	4.167	-3.246	2	0.0000	-9.3735	-9.3735
14	1.067	-0.335	2	0.0000	-6.1128	-6.1128
15	0.457	-0.067	2	0.0000	-5.4718	-5.4718
16	0.000	0.000	2	0.0000	-5.1919	-5.1919
17	-0.152	-0.013	2	0.0000	-5.0472	-5.0472
18	-0.305	-0.052	2	0.0000	-5.0743	-5.0743
19	-0.427	-0.120	2	0.0000	-4.9843	-4.9843
20	-0.516	-0.230	2	0.0000	-4.3252	-4.3252
21	-0.516	-0.610	2	0.0000	-1.2367	-1.2367
22	-0.516	-2.923	2	0.0000	-0.3487	-0.3487
23	-0.516	-5.240	2	0.0000	-0.1664	-0.1664
24	-0.516	-7.553	2	0.0000	0.0044	0.0044
25	-3.048	-7.553	2	0.0000	-0.1886	-0.1886
26	-7.620	-7.553	2	0.0000	-0.3672	-0.3672
27	-15.240	-7.553	4	0.0000	-0.4174	0.0000
28	-15.240	-3.048	1	1.8427	0.0000	0.0000

Koeficijent protoka = 0.455

CVOR PRITISAK (kPa)

1	-0.0118
2	-0.0330
3	0.0306
4	-0.2922
5	-0.1460
6	0.0470
7	-0.4048
8	-0.2407
9	-0.8005
10	-0.6682
11	87.8217
12	1.0474
13	2.6308
14	-0.6637
15	0.4153
16	1.2512
17	2.1166
18	2.3673
19	3.4873
20	7.6397
21	19.9499
22	43.3391
23	66.1015
24	88.8008
25	88.7830
26	88.7334
27	88.7137
28	44.6253

O Z N A K E

- NTYP - Kod čvora
- PHI - Vrednost strujne funkcije
- PHIN - Izvod strujne funkcije po normali
- PHINL - Izvod strujne funkcije po normali (pomoćni niz)

Koord.	X,Y	i	brzine	na	slob.povrsini,	iter,															
-15,240	-11,684	-8,128	-1,016	1,270	-4,572	-4,064	-3,556	-3,048	-2,540	-2,032	-1,524	-1,016	-0,508	0,000	0,254	0,508					
0,762	1,464	1,457	1,460	1,453	1,524	2,032	2,540	3,048	3,556	4,064	4,573	5,961	7,349	8,737	0,917	0,844					
0,770	0,569	0,368	0,569	0,167	1,453	1,449	1,444	1,439	1,427	1,414	1,402	1,265	1,128	0,991	4,796	4,772					
0,571	0,670	0,768	0,569	0,867	0,167	-0,379	-0,924	-1,470	-2,011	-2,553	-3,094	-4,533	-5,972	-7,411							
4,748	5,723	6,698	7,674	8,667	9,657	10,646	11,635	12,624	13,613	14,602	15,591	16,580	17,569	18,558	23,071						

Koord.	X,Y	i	brzine	na	slob.povrsini,	iter,															
-15,240	-11,684	-8,128	-1,016	1,270	-4,572	-4,064	-3,556	-3,048	-2,540	-2,032	-1,524	-1,016	-0,508	0,000	0,254	0,508					
0,762	1,464	1,457	1,460	1,453	1,524	2,032	2,540	3,048	3,556	4,064	4,573	5,961	7,349	8,737	0,912	0,826					
0,741	0,593	0,444	0,593	0,296	1,911	1,919	1,927	1,935	1,858	1,780	1,701	1,467	1,232	0,997	5,032	5,269					
0,528	0,627	0,725	0,528	0,824	0,296	-0,209	-0,714	-1,218	-1,779	-2,340	-2,901	-4,356	-5,811	-7,266							
5,506	5,791	6,076	6,361	6,646	6,931	7,216	7,501	7,786	8,071	8,356	8,641	8,926	9,211	9,496	13,645						

Koord.	X,Y	i	brzine	na	slob.povrsini,	iter,															
-15,240	-11,684	-8,128	-1,016	1,270	-4,572	-4,064	-3,556	-3,048	-2,540	-2,032	-1,524	-1,016	-0,508	0,000	0,254	0,508					
0,762	1,464	1,457	1,460	1,453	1,524	2,032	2,540	3,048	3,556	4,064	4,573	5,961	7,349	8,737	0,982	0,895					
0,807	0,657	0,507	0,657	0,356	2,075	2,057	2,038	2,019	1,741	1,464	1,187	0,910	0,633	0,356	4,726	4,881					
0,533	0,615	0,697	0,533	0,780	0,356	-0,154	-0,664	-1,175	-1,741	-2,307	-2,872	-4,338	-5,802	-7,265							
5,036	5,331	5,626	5,921	6,216	6,511	6,806	7,101	7,396	7,691	7,986	8,281	8,576	8,871	9,166	13,605						

Koord.	X,Y	i	brzine	na	slob.povrsini,	iter,															
-15,240	-11,684	-8,128	-1,016	1,270	-4,572	-4,064	-3,556	-3,048	-2,540	-2,032	-1,524	-1,016	-0,508	0,000	0,254	0,508					
0,762	1,464	1,457	1,460	1,453	1,524	2,032	2,540	3,048	3,556	4,064	4,573	5,961	7,349	8,737	0,997	0,908					
0,819	0,668	0,516	0,668	0,365	2,063	2,043	2,023	2,003	1,738	1,471	1,204	0,937	0,670	0,403	4,650	4,809					
0,534	0,616	0,698	0,534	0,780	0,365	-0,147	-0,659	-1,171	-1,738	-2,305	-2,872	-4,336	-5,801	-7,265							
4,969	5,268	5,567	5,866	6,165	6,464	6,763	7,062	7,361	7,660	7,959	8,258	8,557	8,856	9,155	13,592						

Koord.	X,Y	i	brzine	na	slob.povrsini,	iter,															
-15,240	-11,684	-8,128	-1,016	1,270	-4,572	-4,064	-3,556	-3,048	-2,540	-2,032	-1,524	-1,016	-0,508	0,000	0,254	0,508					
0,762	1,464	1,457	1,460	1,453	1,524	2,032	2,540	3,048	3,556	4,064	4,573	5,961	7,349	8,737	1,008	0,918					
0,829	0,676	0,524	0,676	0,372	2,046	2,025	2,005	1,985	1,720	1,455	1,190	0,925	0,660	0,395	4,587	4,752					
0,534	0,617	0,700	0,534	0,782	0,372	-0,142	-0,655	-1,168	-1,735	-2,303	-2,870	-4,335	-5,800	-7,265							
4,917	5,220	5,523	5,827	6,131	6,434	6,737	7,040	7,343	7,646	7,949	8,252	8,555	8,858	9,161	13,580						

Perturbacions matrica

0.995	0.017	-0.001	0.000	-0.001	-0.000	0.000	-0.001	0.000	-0.008
0.662	0.333	0.001	0.000	0.001	-0.000	0.000	-0.001	0.000	-0.007
0.329	0.642	0.004	-0.000	0.002	-0.001	0.000	-0.000	0.000	-0.005
-0.003	0.945	0.007	-0.001	0.004	-0.001	0.000	-0.000	-0.000	-0.002
0.001	0.648	0.304	0.021	0.000	0.001	0.000	-0.000	-0.000	-0.003
0.006	0.359	0.594	0.047	-0.005	0.004	0.000	-0.000	-0.000	-0.005
0.011	0.081	0.878	0.078	-0.011	0.007	-0.000	-0.000	-0.000	-0.006
0.008	0.053	0.606	0.310	0.068	-0.018	0.002	-0.001	-0.000	-0.008
0.004	0.028	0.330	0.555	0.142	-0.040	0.004	-0.001	-0.000	-0.009
0.001	0.004	0.051	0.812	0.214	-0.060	0.006	-0.001	-0.000	-0.010
0.002	0.010	0.075	0.395	0.054	0.157	-0.011	-0.001	-0.001	-0.022
0.003	0.016	0.053	0.187	-0.893	0.718	-0.056	0.002	-0.002	-0.032
0.004	0.021	-0.015	0.186	-2.626	1.623	-0.130	0.006	-0.003	-0.041
0.003	0.018	-0.009	0.113	-1.374	-0.702	0.477	-0.024	0.000	-0.051
0.003	0.014	-0.003	0.033	0.116	-3.113	1.144	-0.056	0.003	-0.061
0.002	0.010	0.004	-0.055	1.843	-5.611	1.873	-0.091	0.007	-0.073
0.002	0.010	0.003	-0.040	1.235	-3.631	-0.350	0.184	-0.036	-0.087
0.002	0.010	0.002	-0.024	0.564	-1.207	-2.734	0.489	-0.084	-0.102
0.002	0.010	0.001	-0.006	-0.170	1.659	-5.280	0.824	-0.136	-0.119
0.002	0.009	0.001	-0.006	-0.112	1.059	-4.077	-0.664	-0.413	-0.070
0.002	0.009	0.001	-0.005	-0.037	0.307	-2.316	-2.505	-0.743	-0.008
0.001	0.007	0.001	-0.004	0.053	-0.596	0.004	-4.699	-1.126	0.067
0.001	0.006	0.001	-0.004	0.037	-0.415	-0.026	-3.349	-4.449	-0.263
0.001	0.005	0.001	-0.003	0.020	-0.202	-0.061	-1.659	-8.205	-0.640
0.000	0.004	0.000	-0.002	-0.001	0.045	-0.100	0.373	-12.394	-1.063
0.001	0.009	0.001	-0.003	0.002	0.027	-0.035	0.153	-9.360	-4.287
0.003	0.016	0.002	-0.004	0.005	0.005	0.047	-0.120	-5.166	-8.173
0.005	0.024	0.002	-0.006	0.009	-0.021	0.144	-0.446	0.190	-12.720

Pomeranja DELTA-Y na slobodnoj površini

0.088	0.090	0.043	0.361	0.039	0.037	0.034	0.024	0.015	0.000
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

Pomeranja DELTA-Y na slobodnoj površini

0.068	0.070	0.032	0.286	0.032	0.030	0.027	0.019	0.012	0.000
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

Pomeranja DELTA-Y na slobodnoj površini

0.053	0.054	0.026	0.223	0.025	0.024	0.022	0.016	0.009	0.000
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

Perturbacions matrica

0.993	0.012	-0.004	0.000	-0.001	-0.000	0.000	-0.001	0.000	-0.008
0.662	0.333	0.001	-0.000	0.001	-0.000	0.000	-0.001	0.000	-0.007
0.333	0.650	0.008	-0.001	0.002	-0.001	0.000	-0.000	0.000	-0.005
0.004	0.964	0.017	-0.001	0.004	-0.001	0.000	-0.000	-0.000	-0.002
0.003	0.653	0.307	0.017	0.002	0.001	0.000	-0.000	-0.000	-0.003
0.002	0.352	0.585	0.042	-0.000	0.004	0.000	-0.000	-0.000	-0.005
0.001	0.060	0.850	0.072	-0.004	0.007	-0.000	-0.000	-0.000	-0.006
0.001	0.034	0.598	0.312	0.067	-0.018	0.002	-0.001	-0.000	-0.007
0.000	0.015	0.327	0.584	0.115	-0.034	0.004	-0.001	-0.000	-0.008
0.000	0.001	0.035	0.888	0.141	-0.041	0.004	-0.001	-0.000	-0.008
0.001	0.004	0.068	0.445	0.091	0.136	-0.009	-0.001	-0.000	-0.020
0.001	0.009	0.052	0.190	-0.767	0.673	-0.051	0.001	-0.001	-0.030
0.001	0.015	-0.013	0.121	-2.432	1.569	-0.122	0.006	-0.003	-0.037
0.001	0.012	-0.009	0.067	-1.223	-0.668	0.468	-0.022	-0.000	-0.047
0.000	0.008	-0.004	0.009	0.188	-2.958	1.109	-0.053	0.003	-0.058
-0.000	0.004	0.000	-0.054	1.802	-5.299	1.803	-0.086	0.006	-0.070
-0.000	0.004	-0.000	-0.040	1.213	-3.433	-0.303	0.179	-0.035	-0.084
-0.000	0.004	-0.001	-0.025	0.560	-1.131	-2.574	0.474	-0.081	-0.099
-0.000	0.004	-0.002	-0.009	-0.158	1.607	-5.010	0.798	-0.130	-0.116
-0.000	0.004	-0.002	-0.008	-0.103	1.032	-3.880	-0.632	-0.387	-0.068
-0.000	0.004	-0.001	-0.006	-0.034	0.308	-2.201	-2.414	-0.694	-0.008
-0.000	0.004	-0.001	-0.004	0.051	-0.568	0.027	-4.547	-1.051	0.066
-0.000	0.003	-0.001	-0.004	0.037	-0.396	-0.010	-3.242	-4.288	-0.256
0.000	0.002	-0.000	-0.003	0.020	-0.192	-0.053	-1.599	-7.956	-0.624
0.000	0.002	-0.000	-0.002	0.000	0.043	-0.102	0.382	-12.055	-1.038
0.000	0.005	-0.001	-0.002	0.004	0.026	-0.038	0.163	-9.148	-4.239
0.000	0.008	-0.002	-0.002	0.009	0.004	0.042	-0.110	-5.074	-8.120
-0.000	0.012	-0.004	-0.002	0.014	-0.022	0.138	-0.439	0.167	-12.680

Pomeranja DELTA-Y na slobodnoj površini

0.041	0.039	0.024	0.166	0.018	0.019	0.019	0.013	0.008	0.000
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

Pomeranja DELTA-Y na slobodnoj površini

0.032	0.030	0.017	0.131	0.015	0.016	0.015	0.011	0.006	0.000
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

Pomeranja DELTA-Y na slobodnoj površini

0.024	0.022	0.013	0.103	0.013	0.013	0.013	0.009	0.005	0.000
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

PRILOG 4: Programski modul GEN82 - Interaktivno učitavanje merodavnih profila sa računskim tačkama unutar domena

>>>>>> PROGRAM G E N 8 2 <<<<<<<<

- granicni cvorovi slobodne površine? 1,10
- granicni cvorovi čvrste konture? 12,27

* INTERPOLACIJA CVOROVA PO KONTURI DOMENA SE OBAVLJA PO SEGMENTIMA, PRI CEMU PODELA NA SEGMENTE POCINJE OD CVORA BR. 1 ...

- broj interpolacionih sesmenata? 9

Sesment br. 1

- broj završnos cvora datos sesmenta? 2
- broj interpolovanih cvorova? 6

Sesment br. 2

- broj završnos cvora datos sesmenta? 9
- broj interpolovanih cvorova? 2

Sesment br. 3

- broj završnos cvora datos sesmenta? 10
- broj interpolovanih cvorova? 6

Sesment br. 4

- broj završnos cvora datos sesmenta? 12
- broj interpolovanih cvorova? 1

Sesment br. 5

- broj završnos cvora datos sesmenta? 14
- broj interpolovanih cvorova? 4

Sesment br. 6

- broj završnos cvora datos sesmenta? 21
- broj interpolovanih cvorova? 0

Sesment br. 7

- broj završnos cvora datos sesmenta? 24
- broj interpolovanih cvorova? 2

Sesment br. 8

- broj završnos cvora datos sesmenta? 27
- broj interpolovanih cvorova? 6

Sesment br. 9

- broj završnos cvora datos sesmenta? 1
- broj interpolovanih cvorova? 3

* ODREDJIVANJE POLOZAJA RACUNSKIH PROFILA; PROFILI SE BIRAJU PO SEGMENTIMA DUZ CVRSTE KONTURE, A CVOROVIM SU PRENUMERISANI NAKON INTERPOLACIJE ...

Sesment br. 5 cvorovi: 40 - 50

- profil iz cvora br.? (0 = kraj) 47
- cvorovi odsov. elem. na slob. povrscini? 26,27
- broj vektora brzine u datom profilu? 3
- profil iz cvora br.? (0 = kraj) 48
- cvorovi odsov. elem. na slob. povrscini? 25,26
- broj vektora brzine u datom profilu? 3
- profil iz cvora br.? (0 = kraj) 49
- cvorovi odsov. elem. na slob. povrscini? 24,25
- broj vektora brzine u datom profilu? 3
- profil iz cvora br.? (0 = kraj) 50
- cvorovi odsov. elem. na slob. povrscini? 23,24
- broj vektora brzine u datom profilu? 3
- profil iz cvora br.? (0 = kraj) 0

Sesment br. 6 cvorovi: 50 - 57

- profil iz cvora br.? (0 = kraj) 51
- cvorovi odsov. elem. na slob. povrscini? 20,21
- broj vektora brzine u datom profilu? 3
- profil iz cvora br.? (0 = kraj) 52
- cvorovi odsov. elem. na slob. povrscini? 17,18
- broj vektora brzine u datom profilu? 3
- profil iz cvora br.? (0 = kraj) 54
- cvorovi odsov. elem. na slob. povrscini? 15,16
- broj vektora brzine u datom profilu? 3
- profil iz cvora br.? (0 = kraj) 0

Sesment br. 7 cvorovi: 57 - 66

- profil iz cvora br.? (0 = kraj) 0

Sesment br. 8 cvorovi: 66 - 87

- profil iz cvora br.? (0 = kraj) 68
- cvorovi odsov. elem. na slob. povrscini? 14,15
- broj vektora brzine u datom profilu? 20
- profil iz cvora br.? (0 = kraj) 70
- cvorovi odsov. elem. na slob. povrscini? 13,14
- broj vektora brzine u datom profilu? 20
- profil iz cvora br.? (0 = kraj) 72
- cvorovi odsov. elem. na slob. povrscini? 11,12
- broj vektora brzine u datom profilu? 20
- profil iz cvora br.? (0 = kraj) 75
- cvorovi odsov. elem. na slob. povrscini? 8,9
- broj vektora brzine u datom profilu? 10
- profil iz cvora br.? (0 = kraj) 78
- cvorovi odsov. elem. na slob. povrscini? 6,7
- broj vektora brzine u datom profilu? 10
- profil iz cvora br.? (0 = kraj) 81
- cvorovi odsov. elem. na slob. povrscini? 5,6
- broj vektora brzine u datom profilu? 10
- profil iz cvora br.? (0 = kraj) 83
- cvorovi odsov. elem. na slob. povrscini? 3,4
- broj vektora brzine u datom profilu? 10
- profil iz cvora br.? (0 = kraj) 85
- cvorovi odsov. elem. na slob. povrscini? 2,3
- broj vektora brzine u datom profilu? 10
- profil iz cvora br.? (0 = kraj) 0

KRAJ UCITAVANJA ULAZNIH PODATAKA
 KRAJ ODREDJIVANJA KOORD. TACAKA UNUTAR DOMENA
 KRAJ INTEGRACIJE U CVOROVIMA UNUTAR DOMENA
 KRAJ STAMPANJA REZULTATA MERODAVNIH ZA GEN83

PRILOG 5: Programski modul GEN82: Interpolacija rezultata na granici i
odredjivanje položaja računskih tačaka unutar domena

Preliv tipa WES - Q=3,716 m³/sm ; H/HD=0.80

ORIGINALNI ULAZNI PODACI:

Broj cvorova na granici domena:
28

CVOR	X	Y	NTYP	PHI	PHIN	PHINL
1	-15.240	1.497	3	3.7160	0.0000	0.3762
2	-4.572	1.490	2	3.7160	0.5702	0.5702
3	-3.048	1.457	2	3.7160	0.9092	0.9092
4	-1.524	1.389	2	3.7160	0.8826	0.8826
5	0.000	1.042	2	3.7160	3.3592	3.3592
6	0.762	0.661	2	3.7160	4.0503	4.0503
7	1.524	0.141	2	3.7160	5.2440	5.2440
8	3.048	-1.470	2	3.7160	7.6668	7.6668
9	4.573	-3.105	2	3.7160	9.5900	9.5900
10	8.731	-7.353	4	3.7160	13.2295	0.0000
11	8.633	-7.453	1	1.8511	0.0000	0.0000
12	8.534	-7.553	3	0.0000	0.0000	-13.2478
13	4.167	-3.246	2	0.0000	-9.3735	-9.3735
14	1.067	-0.335	2	0.0000	-6.1128	-6.1128
15	0.457	-0.067	2	0.0000	-5.4718	-5.4718
16	0.000	0.000	2	0.0000	-5.1919	-5.1919
17	-0.152	-0.013	2	0.0000	-5.0472	-5.0472
18	-0.305	-0.052	2	0.0000	-5.0743	-5.0743
19	-0.427	-0.120	2	0.0000	-4.9843	-4.9843
20	-0.516	-0.230	2	0.0000	-4.3252	-4.3252
21	-0.516	-0.610	2	0.0000	-1.2367	-1.2367
22	-0.516	-2.923	2	0.0000	-0.3487	-0.3487
23	-0.516	-5.240	2	0.0000	-0.1664	-0.1664
24	-0.516	-7.553	2	0.0000	0.0044	0.0044
25	-3.048	-7.553	2	0.0000	-0.1886	-0.1886
26	-7.620	-7.553	2	0.0000	-0.3672	-0.3672
27	-15.240	-7.553	4	0.0000	-0.4174	0.0000
28	-15.240	-3.048	1	1.8427	0.0000	0.0000

ORIGINALNI + INTERPOLOVANI ULAZNI PODACI:

Broj cvorova na granici domena:
94

CVOR	X	Y	NTYP	PHI	PHIN	PHINL
1	-15.240	1.497	3	3.7160	0.0000	0.3762
2	-13.716	1.496	2	3.7160	0.4039	0.4039
3	-12.192	1.495	2	3.7160	0.4316	0.4316
4	-10.668	1.494	2	3.7160	0.4593	0.4593
5	-9.144	1.493	2	3.7160	0.4871	0.4871
6	-7.620	1.492	2	3.7160	0.5148	0.5148
7	-6.096	1.491	2	3.7160	0.5425	0.5425
8	-4.572	1.490	2	3.7160	0.5702	0.5702
9	-4.064	1.479	2	3.7160	0.6832	0.6832
10	-3.556	1.468	2	3.7160	0.7962	0.7962
11	-3.048	1.457	2	3.7160	0.9092	0.9092
12	-2.540	1.434	2	3.7160	0.9003	0.9003
13	-2.032	1.412	2	3.7160	0.8915	0.8915
14	-1.524	1.389	2	3.7160	0.8826	0.8826
15	-1.016	1.273	2	3.7160	1.7081	1.7081
16	-0.508	1.158	2	3.7160	2.5337	2.5337
17	0.000	1.042	2	3.7160	3.3592	3.3592
18	0.254	0.915	2	3.7160	3.5896	3.5896
19	0.508	0.788	2	3.7160	3.8199	3.8199
20	0.762	0.661	2	3.7160	4.0503	4.0503
21	1.016	0.488	2	3.7160	4.4482	4.4482
22	1.270	0.314	2	3.7160	4.8461	4.8461
23	1.524	0.141	2	3.7160	5.2440	5.2440
24	2.032	-0.396	2	3.7160	6.0516	6.0516
25	2.540	-0.933	2	3.7160	6.8592	6.8592
26	3.048	-1.470	2	3.7160	7.6668	7.6668
27	3.556	-2.015	2	3.7160	8.3079	8.3079
28	4.065	-2.560	2	3.7160	8.9489	8.9489
29	4.573	-3.105	2	3.7160	9.5900	9.5900
30	5.167	-3.712	2	3.7160	10.1099	10.1099

31	5,761	-4,319	2	3,7160	10,6299	10,6299
32	6,355	-4,926	2	3,7160	11,1498	11,1498
33	6,949	-5,532	2	3,7160	11,6697	11,6697
34	7,543	-6,139	2	3,7160	12,1896	12,1896
35	8,137	-6,746	2	3,7160	12,7096	12,7096
36	8,731	-7,353	4	3,7160	13,2295	0,0000
37	8,682	-7,403	1	2,7836	0,0000	0,0000
38	8,633	-7,453	1	1,8511	0,0000	0,0000
39	8,584	-7,503	1	0,9255	0,0000	0,0000
40	8,534	-7,553	3	0,0000	0,0000	-13,2478
41	7,661	-6,692	2	0,0000	-12,4729	-12,4729
42	6,787	-5,830	2	0,0000	-11,6981	-11,6981
43	5,914	-4,969	2	0,0000	-10,9232	-10,9232
44	5,040	-4,107	2	0,0000	-10,1484	-10,1484
45	4,167	-3,246	2	0,0000	-9,3735	-9,3735
46	3,547	-2,664	2	0,0000	-8,7214	-8,7214
47	2,927	-2,082	2	0,0000	-8,0692	-8,0692
48	2,307	-1,499	2	0,0000	-7,4171	-7,4171
49	1,687	-0,917	2	0,0000	-6,7649	-6,7649
50	1,067	-0,335	2	0,0000	-6,1128	-6,1128
51	0,457	-0,067	2	0,0000	-5,4718	-5,4718
52	0,000	0,000	2	0,0000	-5,1919	-5,1919
53	-0,152	-0,013	2	0,0000	-5,0472	-5,0472
54	-0,305	-0,052	2	0,0000	-5,0743	-5,0743
55	-0,427	-0,120	2	0,0000	-4,9843	-4,9843
56	-0,516	-0,230	2	0,0000	-4,3252	-4,3252
57	-0,516	-0,610	2	0,0000	-1,2367	-1,2367
58	-0,516	-1,381	2	0,0000	-0,9407	-0,9407
59	-0,516	-2,152	2	0,0000	-0,6447	-0,6447
60	-0,516	-2,923	2	0,0000	-0,3487	-0,3487
61	-0,516	-3,695	2	0,0000	-0,2879	-0,2879
62	-0,516	-4,468	2	0,0000	-0,2272	-0,2272
63	-0,516	-5,240	2	0,0000	-0,1664	-0,1664
64	-0,516	-6,011	2	0,0000	-0,1095	-0,1095
65	-0,516	-6,782	2	0,0000	-0,0525	-0,0525
66	-0,516	-7,553	2	0,0000	0,0044	0,0044
67	-0,878	-7,553	2	0,0000	-0,0232	-0,0232
68	-1,239	-7,553	2	0,0000	-0,0507	-0,0507
69	-1,601	-7,553	2	0,0000	-0,0783	-0,0783
70	-1,963	-7,553	2	0,0000	-0,1059	-0,1059
71	-2,325	-7,553	2	0,0000	-0,1335	-0,1335
72	-2,686	-7,553	2	0,0000	-0,1610	-0,1610
73	-3,048	-7,553	2	0,0000	-0,1886	-0,1886
74	-3,701	-7,553	2	0,0000	-0,2141	-0,2141
75	-4,354	-7,553	2	0,0000	-0,2396	-0,2396
76	-5,007	-7,553	2	0,0000	-0,2651	-0,2651
77	-5,661	-7,553	2	0,0000	-0,2907	-0,2907
78	-6,314	-7,553	2	0,0000	-0,3162	-0,3162
79	-6,967	-7,553	2	0,0000	-0,3417	-0,3417
80	-7,620	-7,553	2	0,0000	-0,3672	-0,3672
81	-8,273	-7,553	2	0,0000	-0,3927	-0,3927
82	-8,926	-7,553	2	0,0000	-0,4182	-0,4182
83	-10,886	-7,553	2	0,0000	-0,3887	-0,3887
84	-11,974	-7,553	2	0,0000	-0,3959	-0,3959
85	-13,063	-7,553	2	0,0000	-0,4031	-0,4031
86	-14,151	-7,553	2	0,0000	-0,4102	-0,4102
87	-15,240	-7,553	4	0,0000	-0,4174	0,0000
88	-15,240	-6,427	1	0,4607	0,0000	0,0000
89	-15,240	-5,300	1	0,9214	0,0000	0,0000
90	-15,240	-4,174	1	1,3820	0,0000	0,0000
91	-15,240	-3,048	1	1,8427	0,0000	0,0000
92	-15,240	-1,912	1	2,3110	0,0000	0,0000
93	-15,240	-0,776	1	2,7794	0,0000	0,0000
94	-15,240	0,361	1	3,2477	0,0000	0,0000

CVORUVI KOJI DEFINISU PROFILE I BROJ VEKTORA:

47	3	48	3	49	3	50	3	51	3
52	3	54	3	68	20	70	20	72	20
75	10	78	10	81	10	83	10	85	10

Ukupan broj unutarasnjih cvorova = 131

CVORovi UNUTAR DOMENA:

CVOR	KOORD.X	KOORD.Y
1	3.0137	-1.9892
2	3.1004	-1.8969
3	3.1872	-1.8045
4	2.4027	-1.3974
5	2.4985	-1.2955
6	2.5942	-1.1935
7	1.7914	-0.8061
8	1.8957	-0.6949
9	2.0001	-0.5838
10	1.1603	-0.1938
11	1.2536	-0.0527
12	1.3469	0.0885
13	0.5132	0.1287
14	0.5694	0.3243
15	0.6256	0.5200
16	0.0077	0.2566
17	0.0155	0.5133
18	0.0232	0.7699
19	-0.4324	0.2679
20	-0.5598	0.5877
21	-0.6872	0.9076
22	-1.2394	-7.1303
23	-1.2394	-6.7076
24	-1.2394	-6.2848
25	-1.2394	-5.8621
26	-1.2394	-5.4394
27	-1.2394	-5.0167
28	-1.2394	-4.5939
29	-1.2394	-4.1712
30	-1.2394	-3.7485
31	-1.2394	-3.3258
32	-1.2394	-2.9030
33	-1.2394	-2.4803
34	-1.2394	-2.0576
35	-1.2394	-1.6349
36	-1.2394	-1.2121
37	-1.2394	-0.7894
38	-1.2394	-0.3667
39	-1.2394	0.0560
40	-1.2394	0.4788
41	-1.2394	0.9015
42	-1.9629	-7.1263
43	-1.9629	-6.6995
44	-1.9629	-6.2728
45	-1.9629	-5.8460
46	-1.9629	-5.4193
47	-1.9629	-4.9925
48	-1.9629	-4.5658
49	-1.9629	-4.1391
50	-1.9629	-3.7123
51	-1.9629	-3.2856
52	-1.9629	-2.8588
53	-1.9629	-2.4321
54	-1.9629	-2.0054
55	-1.9629	-1.5786
56	-1.9629	-1.1519
57	-1.9629	-0.7251
58	-1.9629	-0.2984
59	-1.9629	0.1284
60	-1.9629	0.5551
61	-1.9629	0.9818
62	-2.6863	-7.1247
63	-2.6863	-6.6964
64	-2.6863	-6.2682
65	-2.6863	-5.8399
66	-2.6863	-5.4116
67	-2.6863	-4.9833
68	-2.6863	-4.5550
69	-2.6863	-4.1268
70	-2.6863	-3.6985

71	-2.6863	-3.2702
72	-2.6863	-2.8419
73	-2.6863	-2.4137
74	-2.6863	-1.9854
75	-2.6863	-1.5571
76	-2.6863	-1.1288
77	-2.6863	-0.7005
78	-2.6863	-0.2723
79	-2.6863	0.1560
80	-2.6863	0.5843
81	-2.6863	1.0126
82	-4.3543	-6.7313
83	-4.3543	-5.9097
84	-4.3543	-5.0880
85	-4.3543	-4.2664
86	-4.3543	-3.4447
87	-4.3543	-2.6230
88	-4.3543	-1.8014
89	-4.3543	-0.9797
90	-4.3543	-0.1580
91	-4.3543	0.6636
92	-6.3137	-6.7308
93	-6.3137	-5.9086
94	-6.3137	-5.0864
95	-6.3137	-4.2642
96	-6.3137	-3.4420
97	-6.3137	-2.6198
98	-6.3137	-1.7976
99	-6.3137	-0.9754
100	-6.3137	-0.1532
101	-6.3137	0.6689
102	-8.7086	-6.7307
103	-8.7086	-5.9083
104	-8.7086	-5.0860
105	-8.7086	-4.2636
106	-8.7086	-3.4413
107	-8.7086	-2.6190
108	-8.7086	-1.7966
109	-8.7086	-0.9743
110	-8.7086	-0.1520
111	-8.7086	0.6704
112	-10.8857	-6.7305
113	-10.8857	-5.9081
114	-10.8857	-5.0856
115	-10.8857	-4.2631
116	-10.8857	-3.4407
117	-10.8857	-2.6182
118	-10.8857	-1.7957
119	-10.8857	-0.9733
120	-10.8857	-0.1508
121	-10.8857	0.6717
122	-13.0629	-6.7304
123	-13.0629	-5.9078
124	-13.0629	-5.0852
125	-13.0629	-4.2626
126	-13.0629	-3.4400
127	-13.0629	-2.6174
128	-13.0629	-1.7948
129	-13.0629	-0.9722
130	-13.0629	-0.1496
131	-13.0629	0.6730

Preliv tipa WES - Q=3.716 m³/sm ; H/HD=0.80

Broj cvorova unutar domena:
131

CVOR	KOORD.X	KOORD.Y	PSI-FUNKC.	BRZINA-X	BRZINA-Y	BRZINA-V
1	3.0137	-1.9892	0.7271	5.6164	-5.5824	7.9188
2	3.1004	-1.8969	1.7294	5.5346	-5.6565	7.9138
3	3.1872	-1.8045	2.7305	5.4527	-5.7313	7.9107
4	2.4027	-1.3974	0.6627	5.1305	-5.0241	7.1808
5	2.4985	-1.2955	1.6655	5.0324	-5.0991	7.1642
6	2.5942	-1.1935	2.6654	4.9321	-5.1763	7.1498
7	1.7914	-0.8061	0.6864	4.7376	-4.4029	6.4676
8	1.8957	-0.6949	1.6683	4.6111	-4.4552	6.4118
9	2.0001	-0.5838	2.6414	4.4755	-4.5153	6.3575
10	1.1603	-0.1938	1.0658	4.9283	-3.3135	5.9387
11	1.2536	-0.0527	2.0361	4.5289	-3.2238	5.5591
12	1.3469	0.0885	2.9499	4.2151	-3.1455	5.2593
13	0.5132	0.1287	1.0799	4.7761	-1.6012	5.0373
14	0.5694	0.3243	2.0578	4.2970	-1.6730	4.6112
15	0.6256	0.5200	2.9544	3.8951	-1.7401	4.2661
16	0.0077	0.2566	1.1960	4.2759	-0.2700	4.2844
17	0.0155	0.5133	2.2140	3.6702	-0.5716	3.7145
18	0.0232	0.7699	3.1021	3.2240	-0.8375	3.3310
19	-0.4324	0.2679	1.3760	3.2592	0.7670	3.3482
20	-0.5598	0.5877	2.3675	2.6565	0.1398	2.6601
21	-0.6872	0.9076	3.1408	2.2582	-0.2731	2.2746
22	-1.2394	-7.1303	0.0132	0.0533	0.0316	0.0620
23	-1.2394	-6.7076	0.0360	0.0547	0.0633	0.0837
24	-1.2394	-6.2848	0.0595	0.0567	0.0956	0.1111
25	-1.2394	-5.8621	0.0841	0.0595	0.1288	0.1419
26	-1.2394	-5.4394	0.1100	0.0631	0.1634	0.1752
27	-1.2394	-5.0167	0.1376	0.0677	0.1999	0.2111
28	-1.2394	-4.5939	0.1673	0.0734	0.2390	0.2500
29	-1.2394	-4.1712	0.1998	0.0804	0.2815	0.2927
30	-1.2394	-3.7485	0.2355	0.0888	0.3289	0.3407
31	-1.2394	-3.3258	0.2751	0.0991	0.3840	0.3966
32	-1.2394	-2.9030	0.3200	0.1142	0.4512	0.4655
33	-1.2394	-2.4803	0.3734	0.1415	0.5339	0.5523
34	-1.2394	-2.0576	0.4425	0.1895	0.6313	0.6591
35	-1.2394	-1.6349	0.5377	0.2664	0.7432	0.7895
36	-1.2394	-1.2121	0.6740	0.3886	0.8726	0.9552
37	-1.2394	-0.7894	0.8786	0.6007	1.0144	1.1789
38	-1.2394	-0.3667	1.2059	0.9778	1.0772	1.4548
39	-1.2394	0.0560	1.7148	1.4116	0.8532	1.6494
40	-1.2394	0.4788	2.3655	1.6202	0.4120	1.6718
41	-1.2394	0.9015	3.0497	1.5825	-0.0371	1.5830
42	-1.9629	-7.1263	0.0356	0.1064	0.0296	0.1105
43	-1.9629	-6.6995	0.0814	0.1083	0.0603	0.1239
44	-1.9629	-6.2728	0.1282	0.1114	0.0912	0.1439
45	-1.9629	-5.8460	0.1767	0.1160	0.1227	0.1688
46	-1.9629	-5.4193	0.2274	0.1222	0.1554	0.1977
47	-1.9629	-4.9925	0.2813	0.1304	0.1896	0.2301
48	-1.9629	-4.5658	0.3391	0.1410	0.2259	0.2663
49	-1.9629	-4.1391	0.4021	0.1546	0.2649	0.3067
50	-1.9629	-3.7123	0.4716	0.1722	0.3074	0.3523
51	-1.9629	-3.2856	0.5498	0.1956	0.3544	0.4048
52	-1.9629	-2.8588	0.6398	0.2278	0.4064	0.4659
53	-1.9629	-2.4321	0.7461	0.2730	0.4629	0.5374
54	-1.9629	-2.0054	0.8754	0.3363	0.5218	0.6208
55	-1.9629	-1.5786	1.0366	0.4243	0.5781	0.7171
56	-1.9629	-1.1519	1.2420	0.5439	0.6215	0.8259
57	-1.9629	-0.7251	1.5059	0.6984	0.6319	0.9418
58	-1.9629	-0.2984	1.8412	0.8734	0.5803	1.0486
59	-1.9629	0.1284	2.2482	1.0259	0.4516	1.1210
60	-1.9629	0.5551	2.7065	1.1071	0.2706	1.1397

61	-1.9629	0.9818	3.1797	1.0954	0.0938	1.0994
62	-2.6863	-7.1247	0.0566	0.1566	0.0282	0.1591
63	-2.6863	-6.6964	0.1240	0.1581	0.0561	0.1678
64	-2.6863	-6.2682	0.1924	0.1618	0.0841	0.1824
65	-2.6863	-5.8399	0.2628	0.1677	0.1126	0.2020
66	-2.6863	-5.4116	0.3363	0.1758	0.1418	0.2259
67	-2.6863	-4.9833	0.4138	0.1865	0.1719	0.2537
68	-2.6863	-4.5550	0.4965	0.2003	0.2032	0.2853
69	-2.6863	-4.1268	0.5859	0.2178	0.2358	0.3209
70	-2.6863	-3.6985	0.6837	0.2400	0.2697	0.3610
71	-2.6863	-3.2702	0.7923	0.2683	0.3047	0.4060
72	-2.6863	-2.8419	0.9147	0.3046	0.3401	0.4565
73	-2.6863	-2.4137	1.0546	0.3508	0.3742	0.5129
74	-2.6863	-1.9854	1.2169	0.4092	0.4041	0.5751
75	-2.6863	-1.5571	1.4071	0.4811	0.4253	0.6421
76	-2.6863	-1.1288	1.6309	0.5663	0.4310	0.7116
77	-2.6863	-0.7005	1.8934	0.6603	0.4135	0.7791
78	-2.6863	-0.2723	2.1964	0.7535	0.3669	0.8381
79	-2.6863	0.1560	2.5367	0.8320	0.2921	0.8818
80	-2.6863	0.5843	2.9053	0.8843	0.1999	0.9066
81	-2.6863	1.0126	3.2901	0.9089	0.1089	0.9154
82	-4.3543	-6.7313	0.1987	0.2490	0.0410	0.2523
83	-4.3543	-5.9097	0.4076	0.2606	0.0787	0.2722
84	-4.3543	-5.0880	0.6291	0.2799	0.1163	0.3031
85	-4.3543	-4.2664	0.8701	0.3085	0.1522	0.3440
86	-4.3543	-3.4447	1.1390	0.3481	0.1838	0.3937
87	-4.3543	-2.6230	1.4456	0.4002	0.2067	0.4504
88	-4.3543	-1.8014	1.7999	0.4637	0.2141	0.5108
89	-4.3543	-0.9797	2.2093	0.5330	0.1979	0.5686
90	-4.3543	-0.1580	2.6741	0.5959	0.1530	0.6152
91	-4.3543	0.6636	3.1824	0.6363	0.0807	0.6414
92	-6.3137	-6.7308	0.2596	0.3231	0.0218	0.3238
93	-6.3137	-5.9086	0.5284	0.3319	0.0459	0.3350
94	-6.3137	-5.0864	0.8068	0.3460	0.0673	0.3525
95	-6.3137	-4.2642	1.0989	0.3654	0.0853	0.3753
96	-6.3137	-3.4420	1.4091	0.3900	0.0984	0.4022
97	-6.3137	-2.6198	1.7413	0.4186	0.1048	0.4315
98	-6.3137	-1.7976	2.0980	0.4494	0.1030	0.4610
99	-6.3137	-0.9754	2.4800	0.4794	0.0918	0.4881
100	-6.3137	-0.1532	2.8850	0.5047	0.0721	0.5099
101	-6.3137	0.6689	3.3078	0.5222	0.0467	0.5243
102	-8.7086	-6.7307	0.2981	0.3738	0.0124	0.3740
103	-8.7086	-5.9083	0.6070	0.3779	0.0224	0.3786
104	-8.7086	-5.0860	0.9205	0.3851	0.0315	0.3864
105	-8.7086	-4.2636	1.2411	0.3950	0.0386	0.3969
106	-8.7086	-3.4413	1.5707	0.4069	0.0431	0.4092
107	-8.7086	-2.6190	1.9107	0.4203	0.0443	0.4226
108	-8.7086	-1.7966	2.2620	0.4341	0.0418	0.4361
109	-8.7086	-0.9743	2.6245	0.4473	0.0358	0.4488
110	-8.7086	-0.1520	2.9973	0.4592	0.0264	0.4600
111	-8.7086	0.6704	3.3791	0.4690	0.0144	0.4693
112	-10.8857	-6.7305	0.3175	0.3927	0.0054	0.3927
113	-10.8857	-5.9081	0.6416	0.3957	0.0102	0.3958
114	-10.8857	-5.0856	0.9687	0.3998	0.0143	0.4001
115	-10.8857	-4.2631	1.2996	0.4050	0.0172	0.4054
116	-10.8857	-3.4407	1.6351	0.4111	0.0187	0.4115
117	-10.8857	-2.6182	1.9758	0.4176	0.0183	0.4180
118	-10.8857	-1.7957	2.3220	0.4242	0.0161	0.4245
119	-10.8857	-0.9733	2.6735	0.4304	0.0118	0.4306
120	-10.8857	-0.1508	3.0299	0.4360	0.0055	0.4361
121	-10.8857	0.6717	3.3905	0.4407	-0.0026	0.4407
122	-13.0629	-6.7304	0.3235	0.4034	0.0008	0.4034
123	-13.0629	-5.9078	0.6557	0.4045	0.0036	0.4045
124	-13.0629	-5.0852	0.9892	0.4063	0.0055	0.4064
125	-13.0629	-4.2626	1.3244	0.4087	0.0067	0.4088
126	-13.0629	-3.4400	1.6616	0.4114	0.0070	0.4115
127	-13.0629	-2.6174	2.0012	0.4143	0.0064	0.4143
128	-13.0629	-1.7948	2.3431	0.4169	0.0048	0.4169
129	-13.0629	-0.9722	2.6869	0.4189	0.0021	0.4189
130	-13.0629	-0.1496	3.0320	0.4201	-0.0020	0.4201
131	-13.0629	0.6730	3.3776	0.4201	-0.0076	0.4201

PRILOG 7: Rezultati proračuna preliivanja na fizičkom modelu
brane Imperial (SAD)

IMPERIAL DAM : $Q=0.038 \text{ m}^3/\text{sm}$

Broj cvorova na granici domena = 28

CVOR	X	Y	NTYP	PHI	PHIN	PHINL
1	-0.600	0.344	3	0.0381	0.0000	0.0717
2	-0.091	0.337	2	0.0381	0.3348	0.3348
3	0.000	0.329	2	0.0381	0.5751	0.5751
4	0.061	0.303	2	0.0381	0.9069	0.9069
5	0.122	0.255	2	0.0381	1.3266	1.3266
6	0.183	0.186	2	0.0381	1.7633	1.7633
7	0.243	0.112	2	0.0381	2.1314	2.1314
8	0.290	0.073	2	0.0381	2.3027	2.3027
9	0.338	0.049	2	0.0381	2.4036	2.4036
10	0.446	0.014	4	0.0381	2.5411	0.0000
11	0.444	0.007	1	0.0190	0.0000	0.0000
12	0.442	0.000	3	0.0000	0.0000	-2.6020
13	0.326	0.036	2	0.0000	-2.2759	-2.2759
14	0.272	0.064	2	0.0000	-2.0937	-2.0937
15	0.217	0.113	2	0.0000	-1.9553	-1.9553
16	0.152	0.189	2	0.0000	-1.7639	-1.7639
17	0.091	0.244	2	0.0000	-1.3593	-1.3593
18	0.061	0.262	2	0.0000	-1.2502	-1.2502
19	0.031	0.271	2	0.0000	-1.0195	-1.0195
20	0.015	0.273	2	0.0000	-0.8301	-0.8301
21	0.000	0.274	2	0.0000	-0.9002	-0.9002
22	-0.015	0.273	2	0.0000	-0.8008	-0.8008
23	-0.031	0.268	2	0.0000	-0.6450	-0.6450
24	-0.122	0.207	2	0.0000	-0.2516	-0.2516
25	-0.260	0.114	2	0.0000	-0.1692	-0.1692
26	-0.427	0.000	2	0.0000	-0.0647	-0.0647
27	-0.600	0.000	4	0.0000	-0.1129	0.0000
28	-0.600	0.180	1	0.0195	0.0000	0.0000

Koeficijent protoka = 0.470

CVOR	FRITISAK (kPa)
1	-0.0037
2	0.0027
3	-0.0206
4	-0.0108
5	-0.0130
6	-0.0114
7	-0.0044
8	0.0007
9	0.0002
10	-0.0001
11	3.2983
12	-0.0172
13	0.4249
14	0.5486
15	0.3532
16	-0.0381
17	0.0563
18	0.0192
19	0.1907
20	0.3512
21	0.2759
22	0.3752
23	0.5329
24	1.3074
25	2.2357
26	3.3658
27	3.3615
28	1.6028

Broj iteracija = 50

CVOR	KOORD.X	KOORD.Y	PSI-FUNKC.	BRZINA-X	BRZINA-Y	BRZINA-V
1	0.3276	0.0399	0.0088	2.0673	-0.8568	2.2379
2	0.3292	0.0439	0.0185	2.1214	-0.8992	2.3041
3	0.3309	0.0478	0.0284	2.1563	-0.9447	2.3541
4	0.2743	0.0673	0.0077	1.6780	-1.1704	2.0458
5	0.2766	0.0707	0.0162	1.7336	-1.2332	2.1274
6	0.2789	0.0740	0.0249	1.7645	-1.2887	2.1850
7	0.2335	0.1038	0.0104	1.4971	-1.4456	2.0811
8	0.2362	0.1069	0.0190	1.5043	-1.4844	2.1134
9	0.2390	0.1100	0.0278	1.5186	-1.5409	2.1635
10	0.2046	0.1353	0.0098	1.2282	-1.4707	1.9161
11	0.2084	0.1386	0.0195	1.2224	-1.4821	1.9212
12	0.2123	0.1419	0.0293	1.2156	-1.4951	1.9269
13	0.1723	0.1735	0.0090	1.1527	-1.3730	1.7927
14	0.1764	0.1770	0.0187	1.1381	-1.3746	1.7846
15	0.1805	0.1805	0.0283	1.1193	-1.3760	1.7738
16	0.1407	0.2072	0.0081	1.1519	-1.1350	1.6171
17	0.1447	0.2116	0.0176	1.1186	-1.1513	1.6052
18	0.1487	0.2160	0.0271	1.0860	-1.1657	1.5932
19	0.1110	0.2355	0.0085	1.0548	-0.9302	1.4063
20	0.1158	0.2408	0.0184	1.0169	-0.9337	1.3805
21	0.1205	0.2461	0.0281	0.9682	-0.9375	1.3477
22	0.0799	0.2595	0.0089	1.0625	-0.6773	1.2600
23	0.0838	0.2660	0.0183	1.0138	-0.6872	1.2249
24	0.0877	0.2725	0.0274	0.9656	-0.6994	1.1923
25	0.0489	0.2760	0.0099	0.9813	-0.3601	1.0453
26	0.0517	0.2855	0.0199	0.9005	-0.3899	0.9813
27	0.0546	0.2950	0.0292	0.8216	-0.4037	0.9154
28	0.0159	0.2825	0.0083	0.8459	-0.1250	0.8551
29	0.0168	0.2921	0.0162	0.7954	-0.1591	0.8112
30	0.0177	0.3016	0.0237	0.7434	-0.1909	0.7675
31	0.0187	0.3111	0.0308	0.6936	-0.2226	0.7285
32	-0.0168	0.2827	0.0076	0.7234	0.0844	0.7283
33	-0.0186	0.2924	0.0145	0.6657	0.0366	0.6667
34	-0.0204	0.3021	0.0207	0.6200	0.0011	0.6200
35	-0.0223	0.3119	0.0265	0.5821	-0.0251	0.5827
36	-0.0241	0.3216	0.0320	0.5519	-0.0443	0.5537
37	-0.0620	0.2650	0.0057	0.4367	0.2033	0.4817
38	-0.0702	0.2773	0.0125	0.4268	0.1501	0.4524
39	-0.0785	0.2896	0.0187	0.4104	0.1077	0.4243
40	-0.0867	0.3019	0.0244	0.3912	0.0746	0.3983
41	-0.0949	0.3142	0.0296	0.3709	0.0497	0.3742
42	-0.1032	0.3265	0.0343	0.3512	0.0333	0.3528
43	-0.1090	0.2367	0.0049	0.2828	0.1775	0.3339
44	-0.1187	0.2512	0.0107	0.2928	0.1449	0.3267
45	-0.1284	0.2657	0.0162	0.2964	0.1162	0.3183
46	-0.1381	0.2802	0.0215	0.2956	0.0914	0.3094
47	-0.1478	0.2947	0.0266	0.2922	0.0702	0.3005
48	-0.1575	0.3092	0.0313	0.2875	0.0521	0.2922
49	-0.1672	0.3237	0.0359	0.2823	0.0365	0.2847
50	-0.1682	0.2010	0.0051	0.2088	0.1212	0.2415
51	-0.1798	0.2183	0.0101	0.2173	0.1066	0.2420
52	-0.1915	0.2356	0.0151	0.2232	0.0906	0.2409
53	-0.2031	0.2529	0.0199	0.2268	0.0745	0.2387
54	-0.2148	0.2702	0.0246	0.2283	0.0589	0.2357
55	-0.2264	0.2875	0.0292	0.2282	0.0441	0.2324
56	-0.2381	0.3048	0.0335	0.2270	0.0302	0.2290
57	-0.2497	0.3221	0.0377	0.2250	0.0171	0.2256
58	-0.2392	0.1576	0.0045	0.1638	0.0931	0.1884
59	-0.2529	0.1779	0.0091	0.1692	0.0808	0.1875
60	-0.2666	0.1983	0.0136	0.1737	0.0683	0.1866
61	-0.2804	0.2186	0.0181	0.1770	0.0557	0.1855
62	-0.2941	0.2390	0.0224	0.1791	0.0433	0.1843
63	-0.3078	0.2593	0.0265	0.1801	0.0312	0.1828
64	-0.3215	0.2797	0.0305	0.1801	0.0195	0.1811
65	-0.3352	0.3000	0.0344	0.1790	0.0083	0.1792
66	-0.3489	0.3204	0.0380	0.1772	-0.0025	0.1772
67	-0.3177	0.1088	0.0040	0.1236	0.0707	0.1424
68	-0.3336	0.1322	0.0080	0.1297	0.0597	0.1428
69	-0.3496	0.1555	0.0119	0.1348	0.0490	0.1435
70	-0.3655	0.1789	0.0158	0.1389	0.0388	0.1442

(nastavak)

71	-0.3814	0.2022	0.0197	0.1417	0.0291	0.1446
72	-0.3974	0.2256	0.0234	0.1432	0.0197	0.1446
73	-0.4133	0.2489	0.0270	0.1436	0.0108	0.1440
74	-0.4292	0.2723	0.0304	0.1427	0.0022	0.1427
75	-0.4452	0.2956	0.0337	0.1406	-0.0059	0.1407
76	-0.4611	0.3190	0.0368	0.1372	-0.0137	0.1379
77	-0.4048	0.0572	0.0034	0.0906	0.0407	0.0993
78	-0.4244	0.0859	0.0069	0.1015	0.0323	0.1065
79	-0.4440	0.1145	0.0105	0.1096	0.0253	0.1124
80	-0.4636	0.1432	0.0142	0.1152	0.0190	0.1168
81	-0.4831	0.1719	0.0178	0.1188	0.0130	0.1195
82	-0.5027	0.2006	0.0215	0.1206	0.0075	0.1208
83	-0.5223	0.2293	0.0250	0.1207	0.0026	0.1207
84	-0.5419	0.2580	0.0285	0.1192	-0.0014	0.1192
85	-0.5615	0.2866	0.0318	0.1160	-0.0039	0.1161
86	-0.5810	0.3153	0.0350	0.1108	-0.0036	0.1108

PRILOG 8: Rezultati laboratorijskih ispitivanja

U tabelama koje slede koriste se sledeće oznake

- A - površina poprečnog preseka (m^2)
- DA - promena površine poprečnog preseka u intervalu DT (m^2)
- DV - promena zapremine objekta u intervalu DT (m^3)
- DT - računski vremenski interval (s)
- E - srednja vrednost erozionog broja u vremenskom intervalu DT
- EM - erozioni broj
- G - srednji pronos nanosa u intervalu DT (m^3/s)
- Q - izmerena vrednost protoka (m^3/s)
- QG - odnos zapreminskih protoka vode i nanosa (Q/G)
- T - vreme (s)
- TSR - vreme na sredini računskih intervala DT (m^3)
- W - sumarne vrednosti pronosa (m^3)

T	A	R	EM	R	G	RG	E
0.000000	0.157500	0.000000	0.000000	0.000000	0.000408	3.672959	0.043216
20.000000	0.143887	0.003000	0.086432	0.001500	0.001264	3.955069	0.133254
27.000000	0.129138	0.007000	0.180076	0.005000	0.001101	3.863087	0.226697
33.000000	0.114462	0.012000	0.273267	0.011500	0.000910	3.744466	0.311797
43.000000	0.102322	0.018000	0.350336	0.019400	0.000751	3.525110	0.400989
47.000000	0.086650	0.020800	0.449841	0.026250	0.001404	3.25334	0.486754
52.000000	0.074950	0.025000	0.524127	0.028750	0.001095	3.018372	0.567540
60.000000	0.061275	0.027500	0.610952	0.030250	0.001261	2.79391	0.641191
66.000000	0.051750	0.030000	0.671429	0.030750	0.000501	2.51337	0.691340
70.000000	0.043340	0.030500	0.724825	0.031000	0.000866	2.25438	0.734794
80.000000	0.034988	0.031000	0.777854	0.030000	0.000632	2.01735	0.76197
84.000000	0.029213	0.031000	0.814821	0.030500	0.000359	1.80966	0.784794
90.000000	0.022827	0.030000	0.855067	0.029500	0.000359	1.62259	0.834794
100.000000	0.016850	0.029000	0.893016	0.029500	0.000359	1.47758	0.874041

TSR	DT	DA	DV	R	G	RG	E
10.000000	20.000000	0.013613	0.008168	0.001500	0.000408	3.672959	0.043216
23.500000	7.000000	0.014749	0.008849	0.005000	0.001264	3.955069	0.133254
31.000000	8.000000	0.014676	0.008806	0.011500	0.001101	3.863087	0.226697
39.000000	8.000000	0.012140	0.007284	0.019400	0.000910	3.744466	0.311797
49.500000	4.000000	0.015622	0.009403	0.026250	0.000751	3.525110	0.400989
56.000000	8.000000	0.011700	0.007020	0.028750	0.001404	3.25334	0.486754
63.000000	8.000000	0.009525	0.005715	0.028750	0.001095	3.018372	0.567540
68.000000	4.000000	0.008410	0.005046	0.030250	0.001261	2.79391	0.641191
75.000000	10.000000	0.008352	0.005011	0.030750	0.000501	2.51337	0.691340
82.000000	4.000000	0.008775	0.003465	0.031000	0.000866	2.25438	0.734794
87.000000	6.000000	0.006386	0.003832	0.030500	0.000632	2.01735	0.76197
95.000000	10.000000	0.005977	0.003586	0.029500	0.000359	1.80966	0.784794

T	U
0.000000	0.000000
20.000000	0.008168
27.000000	0.017017
33.000000	0.025823
43.000000	0.033107
47.000000	0.042510
52.000000	0.049535
60.000000	0.057735
66.000000	0.063450
70.000000	0.068496
80.000000	0.073507
84.000000	0.076972
90.000000	0.080904
100.000000	0.084390

T	R	EM
0.000000	0.000000	0.000000
10.000000	0.010000	0.094857
10.000000	0.004000	0.245143
20.000000	0.008500	0.354349
30.000000	0.014000	0.439429
40.000000	0.021000	0.505651
50.000000	0.028000	0.559683
60.000000	0.036000	0.614289
70.000000	0.045000	0.660127
80.000000	0.053500	0.713079
90.000000	0.063000	0.766413
9.6.000000	0.030000	0.818667
9.6.000000	0.028000	0.865333
9.6.000000	0.028000	0.891175

TBR	IT	DA	IV	R	G	RG	E
5.000000	10.000000	0.014940	0.008964	0.000500	0.0000896	0.557786	0.047429
15.500000	10.000000	0.023670	0.014202	0.002500	0.001420	1.760316	0.170000
15.500000	19.000000	0.017200	0.010320	0.006250	0.001147	1.450581	0.299743
15.500000	27.500000	0.013400	0.008040	0.011250	0.001149	9.794778	0.396889
15.500000	45.000000	0.010430	0.006258	0.016000	0.001252	9.783635	0.472540
15.500000	45.000000	0.008510	0.005106	0.024500	0.001032	12.059534	0.532684
15.500000	55.000000	0.007220	0.004332	0.027250	0.000866	14.334519	0.586984
15.500000	77.000000	0.008340	0.005004	0.030000	0.000715	16.740509	0.637206
15.500000	8.000000	0.008400	0.005048	0.030500	0.000630	19.66434	0.686603
15.500000	10.000000	0.008230	0.004938	0.032000	0.000634	51.582892	0.739254
15.500000	10.000000	0.007350	0.004410	0.033000	0.000494	66.828690	0.792540
15.500000	16.000000	0.004070	0.002442	0.031250	0.000441	70.861679	0.842000
15.500000	16.000000	0.004070	0.002442	0.029000	0.000407	71.253059	0.879254

T	W
0.000000	0.000000
10.000000	0.008964
10.000000	0.023166
20.000000	0.033486
30.000000	0.041526
40.000000	0.047894
50.000000	0.052890
60.000000	0.058050
70.000000	0.062382
80.000000	0.067386
90.000000	0.072428
9.6.000000	0.081754
9.6.000000	0.084216

T	A	B	EM
0	0.157500	0.000000	0.000000
158	0.135861	0.001000	0.137390
1234	0.125775	0.004000	0.204229
154	0.115510	0.008000	0.268730
49	0.109925	0.011000	0.323149
45	0.099000	0.014000	0.369221
26	0.091875	0.020000	0.408159
119	0.085575	0.022000	0.520857
		0.020000	0.583651

TSR	DT	DA	DV	R	G	GG	E
7	15.000000	0.021639	0.012993	0.000500	0.000865	0.577661	0.068695
21	15.000000	0.010866	0.006052	0.000500	0.000468	5.370480	0.169410
37	7.000000	0.010500	0.006242	0.000500	0.001060	4.716981	0.129507
44	7.000000	0.008570	0.005142	0.000700	0.000735	9.529365	0.239937
53	7.000000	0.007367	0.004420	0.000500	0.000631	15.049666	0.274653
66	7.000000	0.007125	0.004135	0.000500	0.000769	15.029622	0.402419
67	19.000000	0.007125	0.004135	0.000500	0.000769	2.553575	0.457540
67	19.000000	0.006410	0.003846	0.000500	0.000649	1.691221	0.552084
10	35.000000	0.009890	0.005934	0.000500	0.000165	127.401443	0.000000

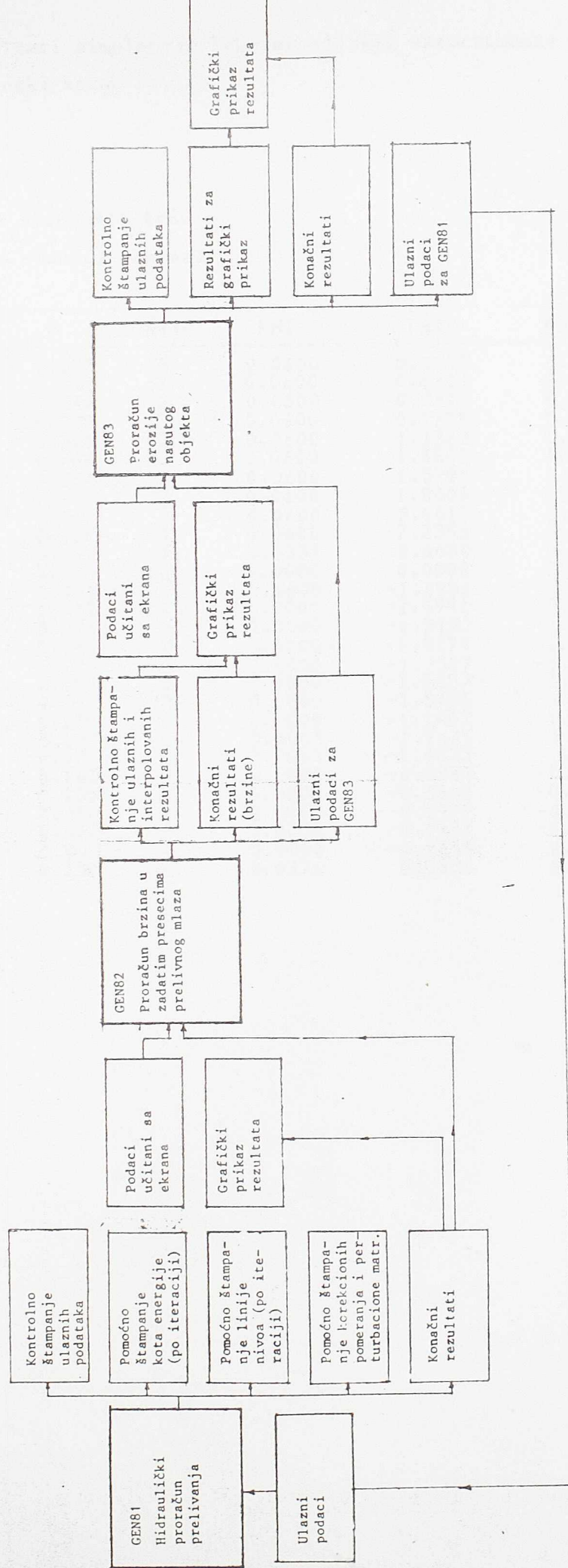
T	W
0	0.000000
15	0.012923
1234	0.019033
154	0.025325
49	0.030337
45	0.034957
26	0.041100
119	0.045375
	0.049221
	0.055153

T	A	R	EM	R	DV	R	G	RG	E
0	0.157500	0.000000	0.000000	0.000000	0.002000	0.000819	2.442002	0.086667	0.000000
20	0.130200	0.004000	0.173333	0.004000	0.007500	0.001126	6.662045	0.232898	0.000000
30	0.11437	0.011000	0.292464	0.011000	0.015500	0.001387	11.177887	0.358495	0.000000
39	0.09637	0.020000	0.424527	0.020000	0.025000	0.001631	20.302694	0.496194	0.000000
50	0.080910	0.033500	0.567860	0.033500	0.033250	0.001915	36.764026	0.616279	0.000000
60	0.069500	0.045500	0.749206	0.045500	0.043750	0.002250	54.765529	0.728939	0.000000
80	0.030150	0.071000	0.885730	0.071000	0.059000	0.002561	74.623293	0.778951	0.000000
89	0.022350	0.082000	0.900476	0.082000	0.069000	0.002729	74.524712	0.879660	0.000000
101	0.015675	0.092000		0.092000	0.074500	0.002829			

T	BT	DA	DV	R	G	RG	E
10	20.000000	0.027300	0.016380	0.002000	0.000819	2.442002	0.086667
25	10.000000	0.018763	0.011258	0.007500	0.001126	6.662045	0.232898
34	9.000000	0.020800	0.012480	0.015500	0.001387	11.177887	0.358495
44	11.000000	0.022575	0.013545	0.025000	0.001631	20.302694	0.496194
55	10.000000	0.015252	0.009151	0.033250	0.001915	36.764026	0.616279
65	10.000000	0.013310	0.007986	0.043750	0.002250	54.765529	0.728939
74	9.000000	0.007900	0.005610	0.059000	0.002561	74.623293	0.778951
95	12.000000	0.006575	0.004740	0.069000	0.002729	74.524712	0.879660

T	W
0	0.000000
20	0.016380
30	0.027633
39	0.040118
50	0.053663
60	0.062814
70	0.070800
80	0.076410
89	0.081150
101	0.085095

PRILOG 9: Medjusobna veza modula i datoteka u programskom sistemu GEN8



PRILOG 10: Rezultati simulacije laboratorijskog eksperimenta -
 računski korak br. 7

Eksperiment br. 2 - slika 41: $t=60$ s

Broj cvorova na granici domena:
 28

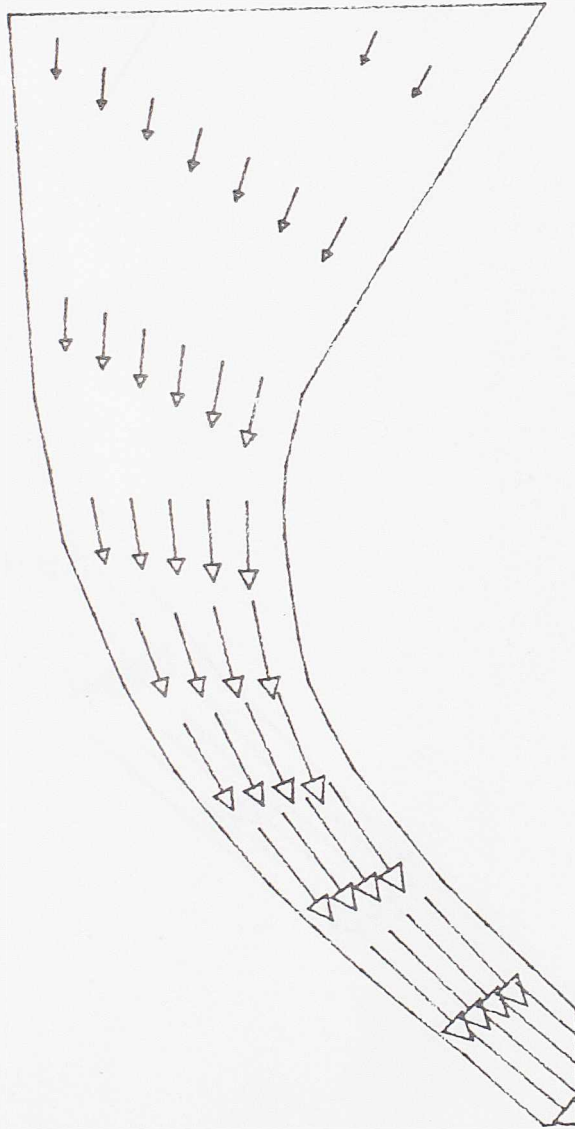
CVOR	X	Y	NTYP	PHI	PHIN	PHINL
1	-0.600	0.275	3	0.0600	0.0000	0.1950
2	-0.200	0.257	2	0.0600	0.6265	0.6265
3	-0.150	0.248	2	0.0600	0.7611	0.7611
4	-0.100	0.228	2	0.0600	0.9759	0.9759
5	-0.070	0.211	2	0.0600	1.1363	1.1363
6	-0.030	0.180	2	0.0600	1.3803	1.3803
7	0.000	0.149	2	0.0600	1.5789	1.5789
8	0.030	0.114	2	0.0600	1.8009	1.8009
9	0.080	0.060	2	0.0600	2.0017	2.0017
10	0.118	0.028	4	0.0600	2.2358	0.0000
11	0.109	0.014	1	0.0339	0.0000	0.0000
12	0.100	0.000	3	0.0000	0.0000	-2.1189
13	0.070	0.020	2	0.0000	-1.6806	-1.6806
14	0.050	0.040	2	0.0000	-2.0941	-2.0941
15	0.020	0.070	2	0.0000	-1.5152	-1.5152
16	0.000	0.090	2	0.0000	-1.9174	-1.9174
17	-0.030	0.120	2	0.0000	-1.7527	-1.7527
18	-0.070	0.150	2	0.0000	-1.5657	-1.5657
19	-0.100	0.165	2	0.0000	-1.5485	-1.5485
20	-0.130	0.170	2	0.0000	-1.1407	-1.1407
21	-0.150	0.172	2	0.0000	-1.1421	-1.1421
22	-0.175	0.171	2	0.0000	-1.0525	-1.0525
23	-0.200	0.165	2	0.0000	-0.8987	-0.8987
24	-0.300	0.100	2	0.0000	-0.3669	-0.3669
25	-0.375	0.050	2	0.0000	-0.2977	-0.2977
26	-0.450	0.000	2	0.0000	-0.1473	-0.1473
27	-0.600	0.000	4	0.0000	-0.2659	0.0000
28	-0.600	0.150	1	0.0376	0.0000	0.0000

Broj cvarova unutar domena:

69

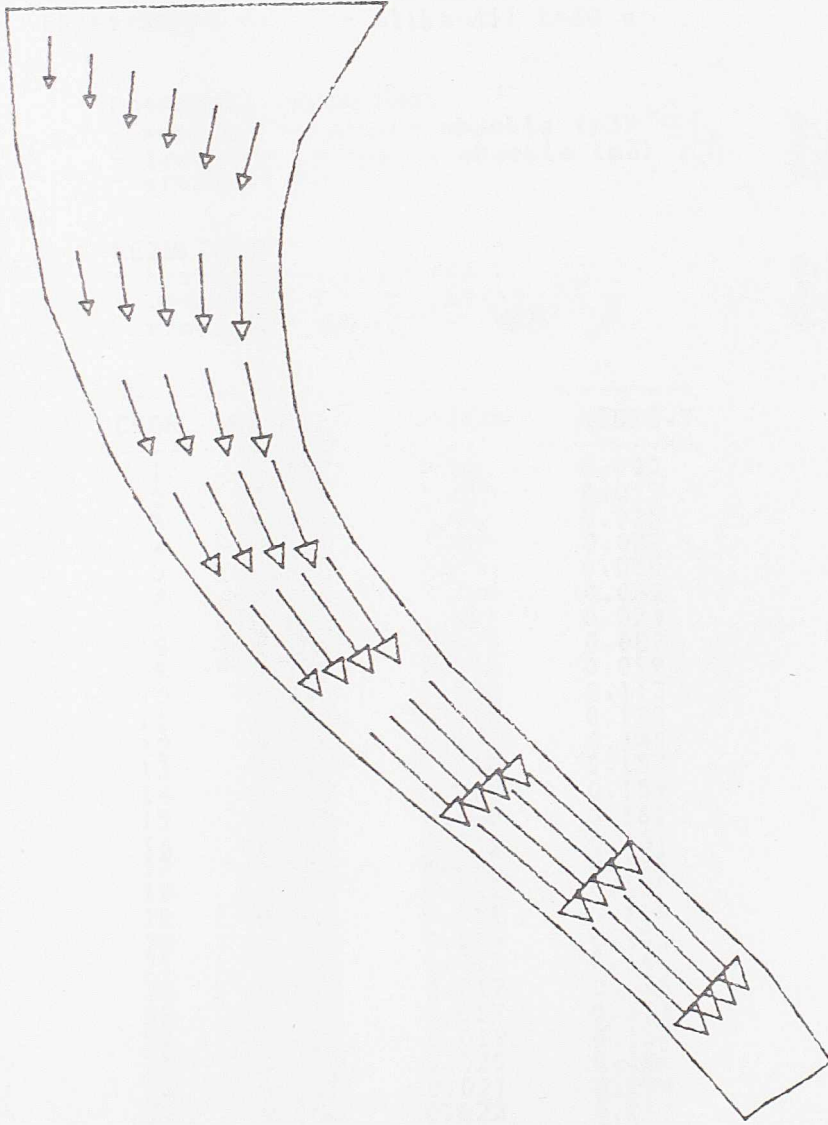
POVR	KOORD.X	KOORD.Y	PSI-FUNKC.	BRZINA-X	BRZINA-Y	BRZINA-V
1	0.0402	0.0602	0.0096	1.3375	-1.2678	1.8429
2	0.0453	0.0653	0.0230	1.3205	-1.3004	1.8533
3	0.0505	0.0705	0.0366	1.3086	-1.3284	1.8647
4	0.0556	0.0756	0.0502	1.2983	-1.3536	1.8756
5	0.0604	0.0804	0.0638	1.2125	-1.3280	1.7982
6	0.0108	0.1008	0.0219	1.2000	-1.3181	1.7825
7	0.0163	0.1063	0.0356	1.1886	-1.3206	1.7767
8	0.0217	0.1117	0.0492	1.1761	-1.3338	1.7783
9	-0.0245	0.1263	0.0089	1.2601	-1.1505	1.7063
10	-0.0190	0.1327	0.0229	1.2026	-1.1420	1.6585
11	-0.0135	0.1390	0.0366	1.1526	-1.1402	1.6212
12	-0.0080	0.1453	0.0500	1.1049	-1.1388	1.5867
13	-0.0649	0.1582	0.0093	1.2657	-0.8198	1.5081
14	-0.0598	0.1665	0.0235	1.1909	-0.8091	1.4398
15	-0.0547	0.1747	0.0372	1.1253	-0.8058	1.3841
16	-0.0496	0.1830	0.0503	1.0680	-0.8063	1.3382
17	-0.0965	0.1756	0.0105	1.2727	-0.4812	1.3607
18	-0.0931	0.1863	0.0250	1.1543	-0.4970	1.2567
19	-0.0896	0.1969	0.0386	1.0634	-0.5117	1.1801
20	-0.0862	0.2076	0.0513	0.9875	-0.5228	1.1174
21	-0.1282	0.1833	0.0097	1.1141	-0.1996	1.1318
22	-0.1265	0.1966	0.0244	1.0370	-0.2459	1.0657
23	-0.1247	0.2099	0.0382	0.9607	-0.2807	1.0009
24	-0.1229	0.2232	0.0510	0.8928	-0.3081	0.9445
25	-0.1630	0.1847	0.0078	1.0057	0.0016	1.0057
26	-0.1636	0.1979	0.0205	0.9323	-0.0417	0.9332
27	-0.1641	0.2112	0.0324	0.8672	-0.0791	0.8708
28	-0.1646	0.2244	0.0434	0.8083	-0.1090	0.8156
29	-0.1651	0.2376	0.0537	0.7556	-0.1294	0.7666
30	-0.2058	0.1784	0.0074	0.7946	0.2262	0.8262
31	-0.2115	0.1918	0.0188	0.7408	0.1551	0.7549
32	-0.2173	0.2052	0.0291	0.6982	0.1048	0.7060
33	-0.2230	0.2186	0.0387	0.6622	0.0675	0.6657
34	-0.2288	0.2320	0.0477	0.6320	0.0396	0.6333
35	-0.2346	0.2454	0.0562	0.6079	0.0183	0.6082
36	-0.2606	0.1488	0.0040	0.4921	0.2719	0.5622
37	-0.2712	0.1651	0.0146	0.4967	0.2114	0.5398
38	-0.2818	0.1815	0.0247	0.4937	0.1601	0.5190
39	-0.2924	0.1978	0.0341	0.4865	0.1171	0.5004
40	-0.3030	0.2141	0.0431	0.4773	0.0808	0.4841
41	-0.3137	0.2304	0.0515	0.4674	0.0495	0.4700
42	-0.3243	0.2467	0.0594	0.4573	0.0219	0.4578
43	-0.3122	0.1185	0.0041	0.3463	0.2083	0.4041
44	-0.3243	0.1370	0.0130	0.3657	0.1724	0.4043
45	-0.3365	0.1555	0.0218	0.3764	0.1372	0.4006
46	-0.3487	0.1740	0.0302	0.3813	0.1041	0.3952
47	-0.3609	0.1925	0.0384	0.3821	0.0736	0.3891
48	-0.3730	0.2110	0.0462	0.3799	0.0457	0.3827
49	-0.3852	0.2294	0.0535	0.3756	0.0200	0.3762
50	-0.3974	0.2479	0.0605	0.3697	-0.0037	0.3697
51	-0.3701	0.0833	0.0035	0.2713	0.1520	0.3110
52	-0.3840	0.1041	0.0112	0.2848	0.1269	0.3117
53	-0.3978	0.1248	0.0189	0.2959	0.1019	0.3129
54	-0.4117	0.1456	0.0263	0.3037	0.0778	0.3135
55	-0.4255	0.1664	0.0336	0.3080	0.0549	0.3128
56	-0.4394	0.1872	0.0406	0.3089	0.0334	0.3107
57	-0.4532	0.2079	0.0474	0.3069	0.0130	0.3072
58	-0.4671	0.2287	0.0537	0.3023	-0.0063	0.3024
59	-0.4809	0.2495	0.0597	0.2954	-0.0249	0.2965
60	-0.4276	0.0476	0.0025	0.2065	0.1044	0.2314
61	-0.4427	0.0703	0.0089	0.2288	0.0837	0.2437
62	-0.4578	0.0929	0.0154	0.2453	0.0670	0.2543
63	-0.4729	0.1156	0.0220	0.2564	0.0522	0.2616
64	-0.4880	0.1382	0.0286	0.2625	0.0384	0.2653
65	-0.5031	0.1608	0.0350	0.2641	0.0252	0.2653
66	-0.5182	0.1835	0.0412	0.2617	0.0122	0.2620
67	-0.5332	0.2061	0.0472	0.2558	-0.0010	0.2558
68	-0.5483	0.2288	0.0528	0.2471	-0.0145	0.2475
69	-0.5634	0.2514	0.0579	0.2358	-0.0280	0.2375

Eksperiment br. 2 - slika 41: $t=60$ s



R-duz: 1cm = 0.03 m
R-vek: 1cm = 0.90 m/s

Eksperiment br. 2 - slika 41: $t=60$ s



R-duz: 1cm = 0.03 m
R-vek: 1cm = 0.94 m/s

Eksperiment br. 2 - slika 41: t=60 s

PARAMETRI PRORACUNA:

- početna zapremina objekta (m³) 0.157500
- trenutna zapremina objekta (m³) 0.055107
- erozioni broji 0.650111

REZULTATI:

- kritična brzina (m/s): 0.292140
- Jedinicni prinos (m³/s) 0.000983
- erodirana zapremina (m³) 0.006879

CVOR	KOORD.X	EROZIJA	KOORD.Y
1	-0.450	0.000	0.000
2	-0.431	0.000	0.012
3	-0.412	0.000	0.025
4	-0.394	0.000	0.037
5	-0.375	0.000	0.050
6	-0.356	0.000	0.062
7	-0.337	0.001	0.074
8	-0.319	0.001	0.087
9	-0.300	0.001	0.099
10	-0.275	0.003	0.113
11	-0.250	0.005	0.128
12	-0.225	0.006	0.142
13	-0.200	0.008	0.157
14	-0.187	0.009	0.159
15	-0.175	0.010	0.161
16	-0.162	0.011	0.161
17	-0.150	0.012	0.160
18	-0.140	0.012	0.159
19	-0.130	0.011	0.159
20	-0.115	0.014	0.153
21	-0.100	0.017	0.148
22	-0.085	0.017	0.140
23	-0.070	0.017	0.133
24	-0.050	0.019	0.116
25	-0.030	0.020	0.100
26	-0.015	0.021	0.084
27	0.000	0.022	0.068
28	0.010	0.019	0.061
29	0.020	0.017	0.053
30	0.035	0.020	0.035
31	0.050	0.024	0.016
32	0.060	0.022	0.008
33	0.070	0.019	0.001
34	0.085	0.022	0.000
35	0.100	0.025	0.000





