

UNIVERZITET U BEOGRADU  
GRAĐEVINSKI FAKULTET

mr Branislav J. Bajat, dipl.geod.inž.

**PRILOG ISTRAŽIVANJU NESIGURNOSTI  
DIGITALNIH MODELA TERENA KAO  
PRIMARNE BAZE PODATAKA TOPOGRAFSKIH  
INFORMACIONIH SISTEMA**

- doktorska disertacija -



Beograd, 2004







PA 18342

Univerzitet u Beogradu  
Građevinski fakultet  
Odsek za geodeziju

mr Branislav Bajat, dipl.geod.inž.

**Prilog istraživanju nesigurnosti digitalnih modela terena  
kao primarne baze podataka topografskih informacionih  
sistema**

Doktorska disertacija



Beograd 2004

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА  
"СВЕТОЗАР МАРКОВИЋ"-БЕОГРАД



и бр. 130479

Документ



Mentor rada:  
prof. dr Dušan Joksić, dipl.geod.inž.

### Članovi komisije:

Datum odbrane:



## Rezime

U radu je razmatran uticaj nesigurnosti DMT-a na rezultate analiza u kojima se ova baza podataka o prostoru koristi. Za primer je izabrana kvantitativna geomorfološka analiza, odnosno izračunavanje primarnih topografskih parametara, kao što su nagib, aspekt i zakrivljenost terena.

Topografski parametri kvantitativno oslikavaju teren i sami po sebi čine bazu podataka o reljefu, koja je sastavni deo Topografskih informacionih sistema (TIS). Računanje vrednosti topografskih parametara je posebno pogodno u DMT-u sa gridnom strukturu podataka. Visine terena u DMT-u su atributi tačaka, koje su osnovni entitet ovih baza. Ovakva struktura podataka DMT-a se naziva 2.5D GIS organizacijom podataka. S obzirom na tu činjenicu analiza nesigurnosti DMT-a tretirana je kao ocena atributske tačnosti podataka. Kao osnovna mera tačnosti koristi se srednja kvadratna greška visina u DMT-u, dobijena na osnovu mreže kontrolnih tačaka koje su hijerarhijski veće tačnosti u odnosu na visine u DMT-u. Veoma važan podatak u analizi je i korelativna zavisnost grešaka visina u DMT-u, koja je sračunata kovarijacionom analizom reziduma visina DMT-a i visina kontrolne mreže tačaka.

Na test području "Zlatibor" za DMT dobijen digitalizacijom orohidrografskih oleata osnovne državne karte R = 1:5000 sračunate su srednja kvadratna greška visina i korelaciona dužina grešaka visina, i one iznose 1.3m i 110m, respektivno.

Ovi podaci korišćeni su u daljem postupku ocene nesigurnosti DMT-a na test području "Zlatibor". U radu su primenjene dve metode za ocenu kvaliteta DMT-a. Prva se zasniva na Monte Karlo metodi stohastičkih simulacija polja grešaka sa srednjom kvadratnom greškom visine i korelacionom dužinom kao ulaznim parametrima. Tako generisana polja grešaka, koja su istih dimenzija i rezolucije kao polazni grid, dodaju se na njega. Na taj način se dobijaju moguće realizacije DMT-a iz kojih se statističkom obradom dobijaju podaci o najverovatnijim vrednostima topografskih parametara i njihovim standardnim greškama za svaku ćeliju grida. U radu je pokazano da se sa relativno malim brojem generisanih simulacija (25) mogu dobiti statistički pouzdani podaci.

Druga metoda je analitički postupak ocene nesigurnosti DMT-a i zasniva se na Gausovom zakonu o prenosu grešaka. Metoda se svodi na teorijsko izvođenje za greške funkcija topografskih parametara. Praktičan problem koji nastaje uzimanjem u obzir korelisanosti grešaka visina, prevaziđen je jednostavnim numeričkim rešenjem. Rezultati dobijeni na ovaj način potvrđeni su poređenjem sa rezultatima dobijenim stohastičkim simulacijama. Primenom standardnih statističkih postupaka potvrđen je visok stepen saglasnosti rezultata dobijenih ovim metodama, i to za sve topografske parametre.

U radu je posebno razmatran projektni pristup određivanja kontrolnih mreža tačaka u cilju dobijanja pouzdanih rezultata koji su potrebni za ocenu kvaliteta DMT-a. Na jednom klasičnom GIS upitu, kao što je analiza dogledanja terena, pokazano je kakav uticaj može imati nesigurnost DMT-a, i kako se taj uticaj može prikazati pomoću karata verovatnoća, i u drugim primenama DMT-a.

DMT sa gridnom strukturu podataka predstavlja pogodnu bazu za proračune kao što su geomorfometrijske analize. Međutim, njihov glavni nedostatak je ograničena mogućnost nadogradnje u kvalitativnom smislu. Primenom kokriging geostatističke interpolacione metode u radu je prikazano moguće rešenje ovoga problema sa zadovoljavajućim rezultatom. Sa relativno malim brojem naknadno merenih tačaka na terenu (156 tačaka) srednja greška visina u polaznom DMT-u je sa  $1.30m$  svedena na  $1.22m$ .

**Ključne reči:**

Nesigurnost DMT-a, Topografski informacioni sistemi, topografski parametri, kovarijaciona funkcija terena, srednja greška visina, Monte Karlo stohastičke simulacije, polja grešaka, numeričko rešenje za analitičku metodu ocene nesigurnosti, karte verovatnoća, kokriging interpolacija, dinamičko modeliranje terena.

## Resume

This work deals with the influence of DTM's uncertainty on the results of analysis where this kind of spatial data base is used. Geomorphometric analysis, more exactly calculation of primary topographic indices (parameters), like slope, aspect and curvature of the terrain, were chosen as a case study. Topographic indices are quantitative characteristics of terrain and they are also a data base of relief, which is a segment of Topographic Information System (TIS). Estimation of the topographic indices is especially suitable with grid DTM's, called digital elevation models (DEM). Terrain heights are attributes of points as basic entities in this kind of spatial date bases. This kind of data structure is well known as 2.5D GIS data bases. In respect to this, uncertainty assessment of DTM is treated as attribute accuracy estimation. A standard deviation of height error is used as a basic accuracy measure, and it is obtained from control network points which are more accurate than in DTM's heights. Very important information in this kind of analysis is correlation dependence of height errors, obtained by covariance analysis of DTM heights and residuums of control point.

For DTM obtained by digitalization of contours layer of Base State Map ( $S = 1:5000$ ) at test area "Zlatibor", standard deviation of height error and correlation distance were calculated to be  $1.30m$  and  $110m$ , respectively.

These data have been used in the further procedure of uncertainty assessment of DTM's on the same test area. Two methods for DTM quality assessment were used in this work. The first one is based on the Monte Carlo method of stochastic simulations of error fields, with standard deviation of height error and correlation distance as entry parameters. The error fields, generated by this way, and which are of the same dimension and resolution as the initial grid, were added to it. Thus, the possible realizations of DTM were obtained, and data related to the most probable values of topographic parameters, as well as of their standard errors for the each grid cell, were obtained by statistical data processing. It was shown in this work that with relatively small number of generated simulations (25) statistically reliable data could be acquired.

Second method is analytical approach of DTM uncertainty assessment is based on Gaussian law of error propagation. This method is based on theoretical evaluation of error function of topographic parameters. The problem which arises when correlation of heights errors is taken into account could be solved by a simple numerical solution for this method of uncertainty assessment. The results obtained by this way were verified by comparing them with the ones obtained by stochastic simulations. The high level of agreement of the results obtained by these two methods, for all topographic parameters, was confirmed by standard statistical procedures

The project procedure for establishing the control networks, with the aim of getting reliable results necessary for DTM quality assessment, was particularly examined in this work. The influence of DTM uncertainty, as well as the method of its presentation (probability maps) in the other DTM applications, were shown in a classical GIS query, such as a viewshed analysis.

DTM with grid data structure is a suitable data base for estimations such as geomorphometrical analysis. However, the main disadvantage of these data bases is the limited possibility of their upgrading. The possible solution of this problem was presented in this work by applying cokriging geostatistical interpolation procedure with acceptably good (adequate) results. With relatively small number of subsequently measured terrain points (156 points), the standard deviation of height error in the initial DTM was decreased from  $1.30m$  to  $1.22m$ .

## **Keywords**

uncertainty of DEM, Topographic Information Systems, topographic parameters, covariance function of a terrain, root mean height error, Monte Carlo stochastic simulation, error fields, numerical solution for analytical uncertainty assessment, probability maps, kriging interpolation, dynamical terrain modeling

## **Predgovor**

Koncept i tehnologija izrade digitalnih modela terena (DMT) poslednjih godina sve više zaokuplja pažnju mnogobrojnih korisnika ovakve vrste podataka o prostoru. Osim što je načinjen veliki pomak u pojavi novih tehnologija za prikupljanje podataka na terenu (LIDAR, InSAR, GPS, digitalna fotogrametrija) koje su omogućile dobijanje visoko kvalitetnih baza podataka o reljefu, formirano je i tržište na kojem se nudi široka lepeza ovakvih proizvoda. U našoj zemlji je od ove godine na raspolaganju i prvi komercijalni proizvod ovoga tipa, digitalni model terena *kartografskog* porekla koji pokriva celu teritoriju države sa prosečnom rezolucijom od 30m.

Ovakve baze podataka zahtevaju i razvoj metoda i postupaka koji će omogućiti ocenu njihovog kvaliteta. Iako se problematika kvaliteta i tačnosti DMT razmatra trideset godina unazad, u svetu za sada ne postoji nedvosmisleno usvojena metodologija ocene kvaliteta (tačnosti) DMT-a.

U ovom radu je dat predlog za realizaciju zaokruženog ciklusa ocene kvaliteta DMT-a, od postupka za optimizaciju kontrolne mreže tačaka, ocene uticaja nesigurnosti DMT na izvedene parametre Geo Informacione baze podataka kao što su topografski informacioni sistemi, pa do uticaja nesigurnosti DMT-a na jedan klasični GIS upit kao što je analiza dogledanja terena.

Rad je organizovan u vidu sedam poglavlja.

U *prvom*, uvodnom poglavlju date su polazne hipoteze i definisani ciljevi istraživanja. Navedena su objašnjenja i definicije za pojedine termine, kao i kratak pregled dosadašnjih istraživanja na polju kvaliteta DMT-a.

U *drugom* poglavlju dat je osvrt na termine koji se koriste u literaturi, a odnose se na sam pojam DMT-a. Takođe je data i definicija Topografskih informacionih sistema kao dela Geo-informacionih baza podataka.

Kvantitativna geomorfološka analiza, predstavlja temu prvog dela *trećeg* poglavlja. U njemu su date formule za računanje primarnih geomorfoloških parametara u DMT-u sa gridnom strukturuom visina, kao što su nagib, aspekt i zakrivljenost terena. U drugom delu je reč o geostatističkim metodama, teoriji regionalizovane promenljive i variogramima, odnosno kovarijacionoj funkciji terena kao meri prostornog kontinuiteta površi terena. Drugi deo ovog poglavlja obuhvata i matematički model Kriging geostatističke interpolacione metode, kao osnove za primenu kokriging metode interpolacije koja se koristi za potrebe poboljšanja kvaliteta polaznog gridno strukturnog DMT-a.

*Četvrto* poglavlje bavi se analizom kvaliteta DMT-a, i ono obuhvata pregled svih dosadašnjih radova i trendova koji su bili prisutni u ovoj oblasti. Dat je i osvrt na radove koji su bili aktuelni osamdesetih godina prošlog veka i koji su vođeni pod pokroviteljstvom ISPRS-a. U ovom poglavlju prikazani su postojeći kartografski standardi koji se koriste u oceni tačnosti prikaza topografskih podloga, a potom su dati i podaci tačnosti merenja za relevantne izvore podataka koji se koriste za izradu DMT-a, kao što su kartografske podloge, fotogrametrijski snimci, laserska i InSAR merenja. Date su takođe i mere za ocenu tačnosti DMT. Važan

segment ovog dela rada predstavlja matematičko statistička osnova projekatovanja kontrolnih mreža koje služe za ocenjivanje standardne greške visina DMT-a.

U poslednjem delu ovog poglavlja prikazani su i dosadašnji radovi i napor na objedinjavanju i standardizaciji postupaka o oceni kvaliteta baza podataka o prostoru. Posebno je istaknut značaj standarda koji se odnose na geografske informacione sisteme i geomatiku.

Peto poglavlje predstavlja teorijsku osnovu postupaka ocenjivanja nesigurnosti DMT-a. U njemu je izložen matematički model ocenjivanja nesigurnosti DMT pomoću Monte Karlo stohastičkih simulacija, i izvedene formule za analitički pristup. U ovom poglavlju je dat originalni postupak za numeričko rešenje analitičkog pristupa, kao alternativa Monte Karlo stohastičkim simulacijama i klasičnom analitičkom pristupu.

Potvrda svih polaznih hipoteza obavljena je u šestom poglavlju, koje se sastoji iz četiri segmenta, kroz numerička istraživanja na test području "Zlatibor".

U prvom segmentu izvršena je optimizacija kontrolne mreže tačaka za ocenu kvaliteta DMT-a, sa ocenom pouzdanosti sračunatih kvantitativnih parametara, kao što su sistematska i srednja kvadratna greška DMT-a.

U drugom segmentu urađena je ocena nesigurnosti sračunatih topografskih parametara na dva načina, stohastičkim simulacijama i predloženim numeričkim rešenjem za analitički pristup. Standardnom statističkom analizom potvrđena je saglasnost ocena dobijenih na oba načina.

U trećem segmentu prikazan je jedan od mogućih načina vizuelizacije uticaja nesigurnosti DMT na analizu dogledanja terena putem *karata verovatnoća*.

U završnom, četvrtom segmentu ovoga poglavlja praktično je primenjena teorija kokriginga u cilju poboljšanja postojeće DMT baze sa gridnom strukturu podataka, korišćenjem naknadnih terenskih merenja.

Svi dobijeni numerički rezultati prikazani su tabelarno u okviru teksta, dok su dobijene tematske karte i grafički izlazi dati u vidu priloga na kraju rada.

*Sedmo*, završno poglavlje, je prikaz najvažnijih rezultata rada, i u njemu su izloženi mogući pravci daljih istraživanja.

## Priznanja

U izradi ove disertacije imao sam bezrezervnu pomoć velikog broja ljudi. U prvom redu zahvalnost dugujem mentoru profesoru dr Dušanu Joksiću, koji mi je svojim sugestijama i primedbama pružio punu podršku u definisanju teme i izradi doktorske disertacije. Veliku zahvalnost dugujem i docentu dr Dragunu Blagojeviću na ukazanoj pomoći u samoj tehničkoj realizaciji ovoga rada, kao i na savetima koji su mi značajno pomogli da rad na disertaciji bude efikasan. Zahvaljujem se i ostalim članovima komisije koji su mi svojim zapažanjima pomogli u radu, profesoru dr Toši Ninkovu, docentu dr Ivanu Nestorovu i profesoru dr Radmili Pavlović sa Rudarsko-geološkog fakulteta, čiji su komentari i saveti vezani za oblast geomorfološke analize bili vrlo važni za konačni izgled i kvalitet rada.

Pored podataka merenih na terenu, u eksperimentalnom delu rada korišćeni su i podaci dobijeni od Republičkog geodetskog zavoda Srbije. Zbog toga bih želeo da se zahvalim rukovodstvu i kolegama iz RGZ-a, a posebno su mi je značili pomoć i predusretljivost kolega Dragana Dimitrića, Saše Stefanovića i Predraga Živića.

Kod obrade podataka korišćeni su i komercijalni softveri, pa bih se za ustupanje ovih programa zahvalio kolegama iz Biroa za puteve, geodeziju i GIS, Energoprojekt Hidroinženjeri u Livonu d.o.o.

Na kraju, želeo bih da se zahvalima i svima koji su za sve ovo vreme bili uz mene.

Beograd, 2004

Branislav Bajat

## Uvod

### Digitalni model terena - komponenta geografske informacijske sistema

#### 2.1 Digitalni model terena

##### 2.1.1 Pomen digitalnog modela terena

##### 2.1.2 Značaj digitalnog modela terena

#### 2.2 Geografska informacijska sistema

##### Geografski modeli i geografske informacijske sisteme

#### 3.1 Roboti i geometrički modeli

#### 3.2 Geometrički modeli i geografski modeli

#### 3.3 Geometrički modeli i geografski modeli

#### 3.4 Geometrički modeli

##### 3.4.1 Tocnički geometrički modeli i geografski modeli

##### 3.4.2 Vrste vrhova

##### 3.4.3 Odnos varijabli i parametara

##### 3.4.4 Kognitivne potencije modela

##### 3.4.5 Konceptualne i teoretičke karakteristike

##### 3.4.6 Vokabular

#### Analiza strukture digitalnog modela terena

#### 4.1 Projekti digitalnih modела terena (DGM) i digitalnih reljefnih modela (DRM)

##### 4.1.1 Modeli za predstavljanje DGM - standardi IAG

##### 4.1.2 Negativne i načine razlike između standarda IAG

#### 4.2 Standardizacija modela terena (DTM)

##### 4.2.1 Konceptualni modeli za predstavljanje DTM

##### 4.2.2 Metodologija standarda

##### 4.2.3 Predstavljanje modela terena

##### 4.2.4 Modeli za predstavljanje DTM

#### 4.3 Standardi za kontrolu kvaliteta DGT

#### 4.4 Kontrola kvaliteta modela

##### 4.4.1 Kriterije kontrolnih modela, raspodela i metodologija

##### 4.4.2 Kriteriji kontrolnih modela na globalnom i regionalnom nivou

##### 4.4.3 Ucenje novih kontrolnih modela, raspodela i metodologija

##### 4.4.4 Evidencija i raspodela kontrolnih modela na globalnom nivou

##### 4.4.5 Blokovi rasporeda kontrolnih modela na regionalnim GWT

#### 4.5 Opis kvaliteta geografskih modela podataka

##### 4.5.1 Elementi kvaliteta

##### 4.5.2 Standardi za pretpostavke i podatkovne strukture

##### 4.5.3 Procesi za postavljanje i ocenu kvaliteta

##### 4.5.4 Analitički predstavljanje rezultata geografskih modela

##### 4.5.5 Reguli za kvalitet geografskih modela



## Sadržaj

<b>1</b>	<b>Uvod.....</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Digitalni modeli terena - komponenta topografskih informacionih sistema.....</b>	<b>5</b>
<b>2.1</b>	<b>Digitalni modeli terena .....</b>	<b>5</b>
2.1.1	Primena digitalnih modela terena.....	7
2.1.2	Zahtevi za tačnošću DMT-a .....	8
<b>2.2</b>	<b>Topografski informacioni sistemi .....</b>	<b>9</b>
<b>3</b>	<b>Geomorfološka analiza i geostatističke metode.....</b>	<b>13</b>
<b>3.1</b>	<b>Reljef i geomorfološki procesi .....</b>	<b>13</b>
<b>3.2</b>	<b>Kvantitativna geomorfološka analiza.....</b>	<b>14</b>
<b>3.3</b>	<b>Geomorfološki parametri .....</b>	<b>15</b>
3.3.1	Nagib i aspekt terena kao primarni topografski parametari .....	16
3.3.2	Zakrivljenost terena.....	21
<b>3.4</b>	<b>Geostatističke metode .....</b>	<b>23</b>
3.4.1	Teorija regionalizovane promenljive .....	24
3.4.2	Variogrami .....	25
3.4.3	Odnos variograma i kovariograma .....	28
3.4.4	Kriging interpolaciona metoda.....	30
3.4.5	Kriging formule iskazane variogramima.....	33
3.4.6	Kokriging .....	33
<b>4</b>	<b>Analiza kvaliteta digitalnih modela terena .....</b>	<b>37</b>
<b>4.1</b>	<b>Pregled dosadašnjih radova na verifikaciji kvaliteta DMT-a .....</b>	<b>37</b>
4.1.1	Modeli za prethodnu ocenu tačnosti DMT-a.....	37
4.1.2	Nagib terena kao značajni parametar u analizi kvaliteta DMT-a .....	39
<b>4.2</b>	<b>Standardi za ocenu tačnosti DMT-a .....</b>	<b>41</b>
4.2.1	Kartografski standardi za topografske karte.....	41
4.2.2	Fotogrametrijski standardi.....	43
4.2.3	Tačnost laserskog skeniranja terena .....	45
4.2.4	Tačnost radarskih merenja ili SAR interferometrije .....	47
<b>4.3</b>	<b>Standardi za kontrolu kvaliteta DMT-a.....</b>	<b>48</b>
<b>4.4</b>	<b>Mreže kontrolnih tačaka .....</b>	<b>51</b>
4.4.1	Uticaj broja kontrolnih tačaka na pouzdanost ocena tačnosti DMT-a .....	52
4.4.2	Uticaj broja kontrolnih tačaka na pouzdanost ocene konstantne sistematske greške $\bar{d}$ .....	52
4.4.3	Uticaj broja kontrolnih tačaka na pouzdanost ocene standardnog odstupanja $\sigma_z$ .....	53
4.4.4	Efekat tačnosti određivanja visina kontrolnih tačaka na pouzdanost ocene tačnosti DMT-a .....	54
4.4.5	Efekat rasporeda kontrolnih tačaka na ocenu kvaliteta DMT-a .....	55
<b>4.5</b>	<b>Ocena kvaliteta prostornih baza podataka .....</b>	<b>56</b>
4.5.1	Elementi kvaliteta prostornih baza podataka.....	56
4.5.2	Standardi za ocenu kvaliteta prostornih baza podataka.....	58
4.5.3	Postupci za ocenu kvaliteta prostornih baza podataka .....	60
<b>5</b>	<b>Ocena nesigurnosti geomorfoloških parametara .....</b>	<b>63</b>
<b>5.1</b>	<b>Analitički pristup za ocenu nesigurnosti topografskih parametara .....</b>	<b>64</b>
<b>5.2</b>	<b>Monte Karlo stohastičke simulacije.....</b>	<b>67</b>

5.2.1 Generisanje nekorelisanog polja grešaka .....	68
5.2.2 Generisanje korelisanog polja grešaka .....	69
5.3 Numeričko rešenje analitičkog pristupa za ocenu nesigurnosti topografskih parametara .....	70
6 Numerička istraživanja.....	73
6.1 Test područje "Zlatibor".....	73
6.1.1 Geološke i geomorfološke karakteristike test područja.....	73
6.1.2 Digitalni model terena test područja "Zlatibor" .....	74
6.1.3 GPS merenja na test području Zlatibor.....	77
6.1.4 Fotogrametrijska merenja na test području .....	79
6.2 Optimizacija kontrolne mreže tačaka za test područje "Zlatibor" .....	80
6.2.1 Pouzdanosti računanja kvalitativnih parametara DMT-a .....	80
6.2.2 Efekat rasporeda kontrolnih tačaka na ocene parametara kvaliteta DMT-a "Zlatibor" .....	81
6.3 Statistički tretman reziduuma.....	83
6.3.1 Osnovna statistička obrada .....	83
6.3.2 Analiza kovarijacija.....	85
6.4 Ocenjivanje nesigurnosti digitalnog modela terena stohastičkim simulacijama .....	87
6.4.1 Simulacija polja nekorelisanih i korelisanih grešaka.....	87
6.4.2 Statistička obrada simuliranih polja grešaka .....	88
6.5 Utvrđivanje uticaja nesigurnosti DMT-a na topografske parametre .....	89
6.5.1 Ocenjivanje nesigurnosti nagiba.....	90
6.5.2 Ocenjivanje nesigurnosti aspekta .....	91
6.5.3 Ocenjivanje nesigurnosti zakrivenosti.....	91
6.5.4 Analiza i upoređivanje rezultata stohastičkog i analitičkog pristupa .....	91
6.6 Analiza dogledanja terena .....	95
6.6.1 Karte verovatnoća.....	97
6.6.2 Analiza dogledanja test područja "Zlatibor" .....	98
6.7 Dinamičko modeliranje postojeće baze DMT-a.....	98
7 Zaključna razmatranja .....	101

## Spisak skraćenica

ACSM	American Congress of Surveying Mapping
ALS	Airborne Laser Scanning
ASPRS	American Society of Photogrammetry and Remote Sensing
BLUE	Best Linear Unbiased Estimator
CEN	Comité Européen de Normalisation
DEM	Digital Elevation Model
DGM	Digital Ground Model
DHM	Digital Height Model
DIGEST	Digital Geographic Information Exchange Standards
DLG	Digital Line Graphs
DMT	Digitalni Model Terena
DTM	Digital Terrain Model
FEMA	Federal Emergency Management Agency
FGDC	Federal Geographic Data Committee
FIG	Fédération Internationale des Géomètres
GIS	Geographical Information Systems
GeoIS	Geo-Informationssysteme
GPS	Global Positioning System
IAG	International Association of Geodesy
ICA	International Cartographic Association
INS	Inertial Navigation Sensors
InsAR	INterferometric Synthetic Aperture Radar
ISPRS	International Society for Photogrammetric Engineering and Remote Sensing
ISO	International Organization for Standardization
ITRF	International Terrestrial Reference Frame
LIDAR	LIght Detection And Ranging
LIS	Land Information Systems
MIT	Massachusetts Institute of Technology
NASA	National Aeronautics And Space Administration
NATO	North Atlantic Treaty Organization
NCDCDS	National Committee on Digital Cartographic Data Standards
NDCDB	National Digital Cartographic Data Base
NMR	Numerički Model Reljefa
NMZO	Numerički Model Zemljavičnih Oblika
ODK	Osnovna Državna Karta
OEPE	European Organization for Experimental Photogrammetric Research
OGC	Open GIS Consortium
OTF	On The Fly
PIS	Prostorni Informacioni Sistemi
PPC	Percent Correctly Classified
RMSE	Root Mean Square Error
RTK	Real Time Kinematic

## Spisak skraćenica

---

SAIF	Spatial <u>A</u> rchiving and <u>I</u> nterchange <u>F</u> ormat
SDTS	Spatial <u>D</u> ata <u>T</u> ransfer <u>S</u> tandard
TC211	Technical Committee 211
TIN	Triangulated <u>I</u> rrregular <u>N</u> etwork
TIS	Topographic <u>I</u> nformation <u>S</u> ystems
USGS	United <u>S</u> tates <u>G</u> eological <u>S</u> urvey
WG3	Working <u>G</u> roup 3

## **Spisak važnih oznaka**

- A – aspekt terena  
S – nagib terena  
 $K_p$  – profilna (vertikalna) zakriviljenost terena  
 $K_c$  – konturna (horizontalna) zakriviljenost terena  
 $K_t$  – tangencijalna zakriviljenost terena  
K – ukupna zakriviljenost terena  
d – dimenzija grida u DMT-u  
 $z_i$  – visina u gridnoj ćeliji  
 $\Delta z$  – priraštaj visina u gridnoj ćeliji  
 $d_i$  – reziduum (razlika) između visina u modelu i visine na terenu  
Rs – razmera snimanja  
hl – visina leta  
 $\gamma(h)$  – variogram  
Cov(h) – kovarijaciona funkcija  
 $\sigma_S$  – standardna devijacija veličine S



## Spisak slika

Slika 1-1. Grafikon rezultata ankete sprovedene među korisnicima DMT proizvoda (Wechsler (2000)) .....	2
Slika 2-1. Mreža prostornih trouglova dobijena Delaunay-vom triangulacijm .....	6
Slika 2-2. Digitalni model terena sa gridnom strukturu podataka .....	6
Slika 2-3. Geo Informacioni Sistemi i njihove osnovne kategorije.....	10
Slika 2-4. Komponente TIS-a (Kraus (2000)).....	10
Slika 2-5. 2D GIS podaci (levo), DTM-TIN (sredina), 2.5D integrисани model (desno) (Heipke (2004)).....	11
Slika 3-1. Shematski prikaz rasporeda visina u matrici za računanje parametara .....	16
Slika 3-2. Pravilo kretanja topa i pravilo kretanja kraljice.....	17
Slika 3-3. Izgled Morrison-ove veštački generisane površi.....	19
Slika 3-4. Aspekt terena .....	21
Slika 3-5. Prikaz izohipse i vertikalnog profila terena u DMT-u .....	21
Slika 3-6. Prikaz modela horizontalne zakrivljenosti terena .....	22
Slika 3-7. Prikaz modela profilne zakrivljenosti terena .....	23
Slika 3-8. Klasifikacija zemljišnih formi u skladu sa osnovnim tipovima vertikalne i horizontalne zakrivljenosti .....	23
Slika 3-9. Rastojanje između tačaka prikazano kao razlika vektora.....	24
Slika 3-10. Pretraživane podatke sa zadatim korakom $h=10m$ , tolerancijom $\Delta h=1m$ i ugonom tolerancijom $\Delta\phi=20^\circ$ .....	25
Slika 3-11. Prikaz eksperimentalnog i modelovanog variograma .....	26
Slika 3-12. Prikaz grafika funkcija teorijskih modela variograma .....	27
Slika 3-13. Određivanje parova tačaka za računanje direkcionog variograma čiji je azimut orijentacije $\alpha=90^\circ$ ...	28
Slika 3-14. Direkcioni variogrami dobijeni iz podataka sa A. geometrijskom i B. zonalnom anizotropijom....	28
Slika 4-1. Transfer informacija u linearnoj telekomunikacijskoj mreži i prilikom izrade DMT-a.....	38
Slika 4-2 Tačnost merenja visina za različite metode snimanja u funkciji nagiba terena (Ackermann (1978))....	40
Slika 4-3. Lasersko snimanje terena .....	45
Slika 4-4. Grafik zavisnosti standardnih grešaka visina merenih fotogrametrijski i laserski i nagiba terena.....	46
Slika 4-5. InSAR snimanje terena za potrebe izrade DMT .....	47
Slika 4-6. Odstupanje u visinama grida M i stvarnog terena T .....	49
Slika 4-7. Poređenje profila modela (tanja linija) i stvarnog terena (deblja linija).....	51
Slika 4-8. Odnos broja kontrolnih tačaka i zahtevane pouzdanosti $R(\bar{d})$ .....	53
Slika 4-9. Klasifikacija metoda ocene kvaliteta baza .....	61
Slika 5-1. Dijagram određivanja nesigurnosti funkcije više promenljivih .....	63
Slika 5-2. Shematski prikaz simulacija topografskih parametara.....	68
Slika 5-3. Odnos korelisanog i nekorelisanog polja grešaka.....	70

## Spisak slika

Slika 5-4. Dijagram toka funkcija za numeričko rešenje ocene nesigurnosti topografskih parametara.....	72
Slika 6-1, Panorama test područja "Zlatibor".....	73
Slika 6-2. Prikaz orohidrografske oleate test područja (listovi ODK sa oznakama 7V23-04 i 7V23-05) .....	75
Slika 6-3. Ilustracija Douglas&Pucker-ovog algoritma za generalizaciju krivih linija .....	76
Slika 6-4. Generalizacija linije sa zadatim pragom tolerancije $\epsilon$ .....	76
Slika 6-5. Konverzija visina iz TIN u gridnu strukturu .....	77
Slika 6-6. 3D prikaz digitalnog modela test područja "Zlatibor".....	77
Slika 6-7, Grafik empirijski određene korelace funkcije za GPS i fotogrametrijske reziduume .....	86
Slika 6-8. Šematski prikaz ocene nesigurnosti sračunatih topografskih parametra primenom stohastičkih simulacija.....	89
Slika 6-9. Profil terena u gridnoj strukturi DMT-a sa vidljivim i nevidljivim čelijama grida .....	96
Slika 6-10. Prikaz mogućih načina određivanja dogledanja terena u pravcu linije dogledanja.....	97
Slika 6-11. Tačke u gridu i mereni terenski podaci .....	99
Slika 6-12. DMT "Zlatibor" i položaj 1244 izabrane tačke.....	99
Slika 6-13. Empirijska i modelovana kros-kovarijaciona funkcija za test područje "Zlatibor" .....	100

## Spisak tabela

Tabela 3-1 Formule za računanje nagiba .....	18
Tabela 4-1. Odnos tačnosti visina i nagiba terena na topografskim podlogama .....	39
Tabela 4-2 Položajna tačnost kartografskih podloga (Merchant (1987)) .....	42
Tabela 4-3 Visinska tačnost kartografskih podloga u funkciji ekvidistance(Committee for Standards and Specifications (1985)) .....	43
Tabela 4-4 Tačnost različitih sistema za lasersko snimanje terena .....	46
Tabela 4-5 Uporedni parametri InSAR i LIDAR tehnologije .....	48
Tabela 6-1. Kategorizacija terena na osnovu varijacije visina .....	73
Tabela 6-2. Popравке sedmoparametarske transformacije sličnosti .....	78
Tabela 6-3. Popравке polinomske transformacije visina.....	79
Tabela 6-4. Parametri kvaliteta DMT-a dobijeni iz 14 slučajno generisanih kontrolnih mreža.....	81
Tabela 6-5. Osnovna statistička obeležja reziduuma.....	83
Tabela 6-6. Signifikantnosti pojedinih statističkih obeležja.....	84
Tabela 6-7. Koeficijenti korelacije i njihove statističke značajnosti .....	85
Tabela 6-8. Vrednosti kovarijacije za GPS i fotogrametrijske reziduume .....	86
Tabela 6-9. Procenat prolaznosti hipoteze o srednjoj vrednosti simulacija.....	88
Tabela 6-10. Procenat prolaznosti hipoteze o standardnoj devijaciji simulacija.....	89
Tabela 6-11. Vrednosti ukupne srednje vrednosti nagiba i ukupne srednje vrednosti standarda nagiba dobijenih iz stohastičkih simulacija. ....	90
Tabela 6-12. Procenat prolaznosti testa o jednakosti sračunatih standarda nagiba (iz korelisanih simulacija) dobijenih različitim metodama za računanja nagiba. ....	90
Tabela 6-13. Prolaznost F testa o saglasnosti simulacionih i analitičkih metoda ocene nesigurnosti sračunatih topografskih aparametara. ....	92
Tabela 6-14. Koeficijenti korelacije standarda geomorfoloških parametara dobijenih iz simulacija nekorelisanim poljem grešaka .....	92
Tabela 6-15. Koeficijenti korelacije standarda geomorfoloških parametara dobijenih iz simulacija korelisanim poljem grešaka .....	93
Tabela 6-16. Koeficijenti korelacije rezultata Fisher- testova o saglasnosti stohastički simuliranih i analitičkih ocena grešaka parametra dobijenih za nekorelisani slučaj grešaka .....	93
Tabela 6-17. Koeficijenti korelacije rezultata Fisher- testova o saglasnosti stohastički simuliranih i analitičkih ocena grešaka parametra dobijenih za korelisci slučaj grešaka.....	94
Tabela 6-18. Koeficijenti korelacije standarda topografskih parametra dobijenih stohastičkim simulacijama i rezultata Fisher-ovog testa (nekorelisani slučaj) .....	94
Tabela 6-19. Koeficijenti korelacije standarda topografskih parametra dobijenih stohastičkim simulacijama i rezultata Fisher-ovog testa (korelisci slučaj) .....	94
Tabela 6-20. Broj čvrstih tačaka u setovima za dinamičko modeliranje DMT-a i odgovarajući standardi visina DMT-a.....	100



## **Spisak priloga**

PRILOG A, TABELE SA KARAKTERISTIKAMA RAZLIČITIH NIVOA DMT-a

PRILOG B, GEOLOŠKA KARTA ŠIREG PODRUČJA KRALJEVIH VODA

Slika B.1 Prikaz geološke karte šireg područja 'Kraljevih voda'

PRILOG C, OSNOVNA STATISTIČKA OBRADA REZIDUUMA

Slika C.1. Grafik GPS reziduuma i visina

Slika C.2. Grafik GPS reziduuma i nagiba

Slika C.3. Grafik GPS reziduuma i hrapavosti

Slika C.4. Histogram GPS reziduuma

Slika C.5. Grafik 458 fotogrametrijskih reziduuma i visina

Slika C.6. Grafik 458 fotogrametrijskih reziduuma i nagiba

Slika C.7. Grafik 458 fotogrametrijskih reziduuma i hrapavosti

Slika C.8. Histogram 458 fotogrametrijskih

Slika C.9. Grafik 894 fotogrametrijskih reziduuma i visina

Slika C.10 Grafik 894 fotogrametrijskih reziduuma i nagiba

Slika C.11 Grafik 894 fotogrametrijskih reziduuma i hrapavosti

Slika C.12 Histogram 894 fotogrametrijskih reziduuma

PRILOG D, PRIKAZ POLJA NEKORELISANIH I KORELISANIH GREŠAKA

Slika D.1 Polje nekorelisanih grešaka

Slika D.2 Polje korelisanih grešaka

PRILOG E, ANALIZA NAGIBA TEST PODRUČJA "ZLATIBOR"

Slika E.1 Nagibi sračunati queen's case metodom

Slika E.2 Stohastički simulirane ocene standardnih grešaka nagiba sračunatih queen's case metodom (korelisani slučaj)

Slika E.3 Analitički dobijene ocene standardnih grešaka nagiba sračunatih queen's case metodom (korelisani slučaj)

Slika E.4 Tematski prikaz saglasnosti testa o jednakosti standardnih grešaka dobijenih stohastičkim simulacijama i analitičkim pristupom (queen's case)

Slika E.5 Nagibi sračunati rook's case metodom

Slika E.6 Stohastički simulirane ocene standardnih grešaka nagiba sračunatih rook's case metodom (korelisani slučaj)

Slika E.7 Nagibi sračunati metodom max. gradijenta

Slika E.8 Stohastički simulirane ocene standardnih grešaka nagiba sračunatih metodom max. gradijenta (korelisani slučaj)

Slika E.9 Analitički dobijene ocene standardnih grešaka nagiba sračunatih queen's case metodom (nekorelisani slučaj)

## Spisak priloga

Slika E.10 Stohastički simulirane ocene standardnih grešaka sračunatih queen's case metodom (nekorelisani slučaj)

### PRILOG F, ANALIZA ASPEKATA TERENA TEST PODRUČJA "ZLATIBOR"

Slika F.1 Aspekti sračunati queen's case metodom

Slika F.2 Stohastički simulirane ocene standardnih grešaka aspekata sračunatih queen's case metodom (korelisani slučaj)

Slika F.3 Analitički dobijene ocene standardnih grešaka aspekata sračunatih queen's case metodom (korelisani slučaj)

Slika F.4 Tematski prikaz saglasnosti testa o jednakosti standardnih grešaka dobijenih stohastičkim simulacijama i analitičkim pristupom (queen's case)

Slika F.5 Aspekti sračunati rook's case metodom

Slika F.6 Stohastički simulirane ocene standardnih grešaka aspekata sračunatih rook's case metodom (korelisani slučaj)

### PRILOG G, ANALIZA ZAKRIVLJENOSTI TERENA NA TEST PODRUČJU "ZLATIBOR"

Slika G.1 Horizontalna zakriviljenost terena sračunata queen's case metodom

Slika G.2 Stohastički simulirane ocene standardnih grešaka horizontalne zakriviljenosti terena sračunate queen's case metodom (korelisani slučaj)

Slika G.3 Analitički dobijene ocene standardnih grešaka horizontalne zakriviljenosti terena sračunate queen's case metodom (korelisani slučaj)

Slika G.4 Tematski prikaz saglasnosti testa o jednakosti standardnih grešaka horizontalne zakriviljenosti terena dobijenih stohastičkim simulacijama i analitičkim pristupom (queen's case)

Slika G.5 Horizontalna zakriviljenost terena sračunata rook's case metodom

Slika G.6 Stohastički simulirane ocene standardnih grešaka horizontalne zakriviljenosti terena sračunate rook's case metodom (korelisani slučaj)

Slika G.7 Vertikalna zakriviljenost terena sračunata queen's case metodom

Slika G.8 Stohastički simulirane ocene standardnih grešaka vertikalne zakriviljenosti terena sračunate queen's case metodom (korelisani slučaj)

Slika G.9 Analitički dobijene ocene standardnih grešaka vertikalne zakriviljenosti terena sračunate queen's case metodom (korelisani slučaj)

Slika G.10 Tematski prikaz saglasnosti testa o jednakosti standardnih grešaka vertikalne zakriviljenosti terena dobijenih stohastičkim simulacijama i analitičkim pristupom (queen's case)

Slika G.11 Verikalna zakriviljenost terena sračunata rook's case metodom

Slika G.12 Stohastički simulirane ocene standardnih grešaka vertikalne zakriviljenosti terena sračunate rook's case metodom (korelisani slučaj)

Slika G.13 Tangencijalna zakriviljenost terena sračunata queen's case metodom

Slika G.14 Stohastički simulirane ocene standardnih grešaka tangencijalne zakriviljenosti terena sračunate queen's case metodom (korelisani slučaj)

Slika G.15 Analitički dobijene ocene standardnih grešaka tangencijalne zakriviljenosti terena sračunate queen's case metodom (korelisani slučaj)

Slika G.16 Tematski prikaz saglasnosti testa o jednakosti standardnih grešaka tangencijalne zakriviljenosti terena dobijenih stohastičkim simulacijama i analitičkim pristupom (queen's case)

Slika G.17 Tangencijalna zakriviljenost terena sračunata rook's case metodom

Slika G.18 Stohastički simulirane ocene standardnih grešaka tangencijalne zakriviljenosti terena sračunate rook's case metodom (korelisani slučaj)

### PRILOG H, ANALIZA DOGLEDANJA TERENA NA TEST PODRUČJU "ZLATIBOR"

Slika H.1 Tematska karta dogledanja test područja "Zlatibor"

Slika H.2 Karta verovatnoća dogledanja terena na test području "Zlatibor"





# 1 Uvod

*Greške se ne broje, no se mere.*

*Jovan Skerlić, 1910.*

Digitalni modeli terena (DMT) predstavljaju osnovnu komponentu prostorne baze podataka koja je vezana za prikaz oblika reljefa. Podaci o reljefu, dati u digitalnom zapisu, i struktuirani na poseban način, čine posebnu kategoriju Geografskih Informacionih Sistema (GIS) koja se naziva Topografskim informacionim sistemima (TIS), a čiji najvažniji segment čine digitalni modeli terena.

U GIS okruženju podaci o reljefu dati su kao klase objekata (tačke, izohipse, strukturne linije itd.), čije visine predstavljaju atribute prostornih entiteta koji karakterišu teren. DMT u kojem je baza o visinama terena data u obliku matrice visina (grida) ili polja rasutih tačaka (TIN), najčešće su korišćeni oblici organizacije baza podataka o reljefu, pre svega zbog lakše primene i obrade u kompjuterskim aplikacijama. U radu se razmatraju modeli terena sa gridnom strukturu visinskih tačaka. Ovakva struktura podataka o visinama terena čini DMT polaznom bazom podataka pogodnom za računanje topografskih parametara koji se koriste u kvantitativnim geomorfološkim analizama (geomorfometriji). Primarni topografski parametri (nagib, aspekt, vertikalna i planarna zakrivljenost terena) koriste se kao polazni podaci u mnogobrojnim inženjerskim primenama i analizama (hidrologija, ekologija, šumarstvo itd.).

Iz jedne od definicija DMT-a sledi da je "DMT numerička i matematička predstava terena dobijena korišćenjem odgovarajućih visinskih i položajnih merenja, kompatibilnih u gustini i rasporedu sa terenom, tako da visina bilo koje tačke na obuhvaćenom terenu može automatski da se dobije interpolacijom uz odgovarajuću tačnost" (Ayeni (1982)). Iz priložene definicije mogu se uočiti dve najvažnije komponente DMT-a:

- 1) skup reprezentativnih tačaka, memorisanih u bazi, koje predstavljaju površ terena,
- 2) algoritmi za interpolaciju novih tačaka.

Obe komponente su u uzajamnoj sprezi, pošto način organizacije podataka određuje algoritme za interpolaciju i obrnuto.

Sedamdesetih godina prošlog veka interes istraživača koji su se bavili razvojem koncepta DMT-a bio je najviše usmeren na izbor optimalne interpolacione metode. Međutim, pojavom softverskih paketa baziranih na različitim algoritmima za interpolaciju, koji su davali gotovo identične rezultate, težište se polako prebacuje na drugi segment, a to su podaci koji čine ove baze (Ackermann (1995)).

U isto vreme pojavljuju se i nove tehnologije za masovno prikupljanje ovakve vrste podataka, kao što su digitalna fotogrametrija, laseri, InSAR, GPS. Tačnost i ekonomičnost merenja, kvalitet baza podataka, njihovo testiranje i verifikacija, kao i način prezentacije informacija o kvalitetu postaju glavna tema istraživanja i razvoja koncepta DMT-a.

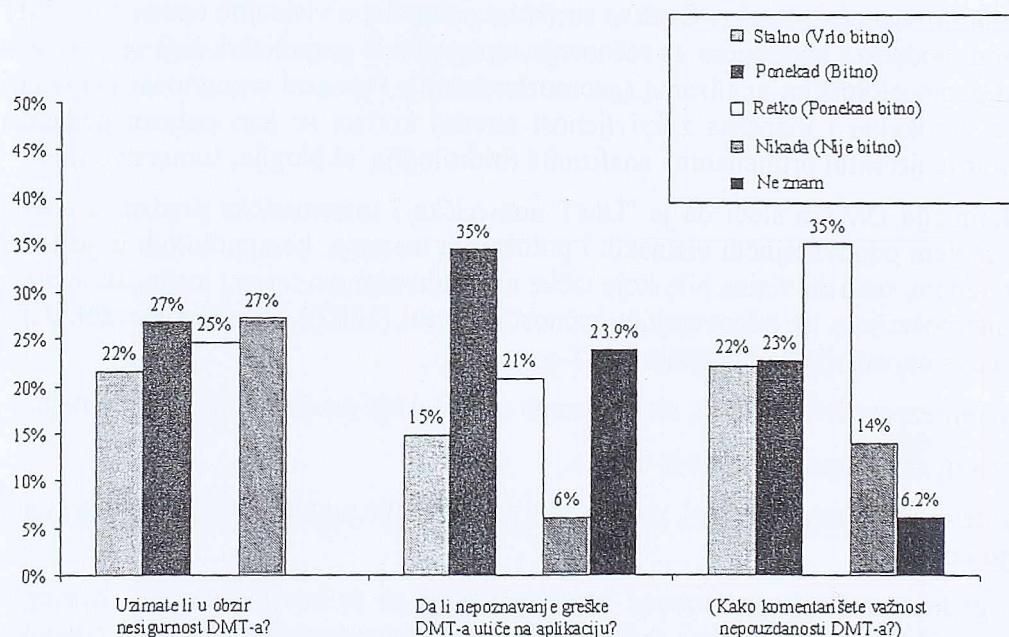
Ova činjenica zahteva potrebu za izradom izveštaja o kvalitetu DMT, u cilju obezbeđivanja detaljne informacije korisnicima na osnovu kojih će biti moguća ocena pogodnosti DMT

podataka za mnogobrojne primene. S jedne strane, termin "kvalitet DMT-a" je suviše uopšten, dok s druge strane termin "grešaka visina u DMT-u" ima negativnu konotaciju, s obzirom na to da se "greška" odnosi i na nešto što se može korigovati. Pojam greške se vezuje za odstupanje od istinite vrednosti. U GIS analizama, u kojima se koriste prostorni podaci, ne postoji način da se dođe do istinitih vrednosti. Nepoznavanje istinite vrednosti i pouzdanosti merenih vrednosti iskazuje se nesigurnošću<sup>1</sup>. Zato je termin *nesigurnost* DMT-a, prihvaćen kao sveobuhvatniji, jer se odnosi na meru opsega vrednosti visina terena u određenoj tački, od kojih svaka od njih može biti prihvatljiva, i može biti rezultat primene određenih metoda merenja kao i metoda interpolacije.

Za ovu problematiku interesantni su rezultati velike ankete sprovedene 2000. godine među korisnicima DMT proizvoda (Wechsler (2000)). Anketa je obuhvatila 200 učesnika (firmi i institucija) iz 25 zemalja širom sveta (učestvovale su i firme iz naše zemlje). Pored pitanja kog profila su korisnici ovih podataka i u koje se svrhe oni koriste, glavna pitanja bila su usmerena i na to da li korisnici u svom radu uzimaju u obzir kvalitet, odnosno, *nesigurnost* DMT-a, i koliko pažnje poklanjaju ovom problemu.

Na osnovu rezultata ankete, DMT podaci se najviše koriste u upravljanju prirodnim resursima (24%), zatim u hidrotehnici i hidrologiji (13.5%), potom u prostornom planiranju (10.5%), projektovanju (9%), šumarstvu (6.6%), saobraćaju (4.2%), u vojne svrhe (3.0%), komunalnim sistemima (2.7%).

Na pitanje da li prilikom korišćenja DMT podataka vode računa o njihovom kvalitetu, odnosno da li u svom radu uzimaju u obzir i *nesigurnost* DMT-a potvrđno je odgovorilo samo 22% učesnika ankete, da ponekad vode računa o tome 27% anketiranih, dok 27% o tome nisu nikada ni razmišljali (Slika 1-1).



Slika 1-1. Grafikon rezultata ankete sprovedene među korisnicima DMT proizvoda (Wechsler (2000))

Generalni zaključak je da korisnici DMT proizvoda u najvećem broju nisu svesni činjenice da se ovakvi podaci ne mogu smatrati apsolutno tačnim, i da zbog toga utiču na pouzdanost rezultata analiza, projekata, istraživanja i drugih delatnosti u kojima su korišćeni.

<sup>1</sup> uncertainty (eng.)

Širom sveta poznat je USGS (United States Geological Survey) standard za nacionalne visinske baze podataka koji se koristi prilikom izrade izveštaja o kvalitetu DMT. Iako je ovaj dokument kritikovan od strane mnogobrojnih autora, korisnici DMT i danas koriste srednju kvadratnu grešku visina predloženu USGS standardom, kao osnovnu meru za kvalitet DMT-a. Ona se po pravilu računa na osnovu razlika visina tačaka u DMT-u i visina određenog skupa kontrolnih tačaka koje su određene metodama superiornije tačnosti. Ovakvi podaci se u svetu distribuiraju uz DMT baze podataka u okviru *meta* baze podataka DMT-a.

I pored toga što ovakva ocena predstavlja uopštenu ocenu tačnosti koja ne daje pravu sliku o prostornom rasporedu grešaka u okviru DMT, ona se koristi kao polazni podatak u ocenjivanju uticaja nesigurnosti DMT-a na rezultate u mnogobrojnim inženjerskim primenama (određivanje polja dogledanja, slivnih područja, predviđanje poplavnih površina, erozionih procesa itd.) u kojima se ovakve baze o terenu koriste. Ukoliko se pored srednje kvadratne greške visina poznaje i korelativna zavisnost grešaka visina, analiza nesigurnosti DMT-a može dati verniju ocenu.

Ako se DMT posmatra kao segment GIS baza, u kojima su visine praktično atributi klase podataka, ocena kvaliteta DMT je zapravo ocena atributske tačnosti. U dosadašnjoj praksi su se primenjivala dva postupka za njeno ocenjivanje, i to postupak stohastičkih simulacija i analitička metoda.

U primjenjenim simulacionim metodama realizacija DMT praktično se simuliraju greške određivanja visina (polje grešaka), koje odgovaraju svakoj tački gridne rešetke. Ciljna prostorna korelacija između simuliranih grešaka ostvaruje se ili primenom odgovarajućih niskofrekventnih filtera ili interpolacijom veličina grešaka koje su dobijene nekim od generatora slučajnih brojeva.

Analitička metoda bazira se na Gausovom zakonu o prenosu grešaka, odnosno pronalaženju funkcionalne zavisnosti veličine čija se greška ocenjuje i ulaznih veličina smeštenih u bazi, u ovom slučaju visina tačaka. Svaka od ovih metoda ima svojih dobroih i loših strana.

Jedan od najvećih nedostataka gridne strukture DMT-a je vrlo sužen prostor za nadgradnju ovih baza u kvalitativnom smislu. Fiksna struktura baza (najčešće je to kvadratna mreža interpolovanih tačaka) onemogućava intervencije u cilju poboljšanja geomorfološkog prikaza terena i kvaliteta same baze.

Istraživanje sprovedeno u ovom radu zasnivalo se na sledećim polaznim hipotezama:

- U sadašnjoj praksi DMT baze podataka najčešće se distribuiraju bez odgovarajućih *meta* baza u kojima bi se nalazio i izveštaj o kvalitetu ovih proizvoda.
- Postojeća mera kvaliteta DMT-a, kvantitativno izražena kao srednja kvadratna greška na lokacijama kontrolnih tačaka, predstavlja uopštenu i neadekvatnu ocenu.
- Sagledavanjem efekata koje broj, raspored i tačnost merenja u kontrolnim tačkama imaju na pouzdanost ocene tačnosti DMT-a, može se unaprediti postupak verifikacije kvaliteta DMT-a.
- Ocena korelativne zavisnosti grešaka visina u DMT-u je vrlo značajan parametar u oceni nesigurnosti ovakvih baza.
- Metode za ocenu nesigurnosti DMT zahtevaju rešenje za njihovu što jednostavniju tehničku realizaciju, koja će inače biti bazirana na teorijskim postavkama tih metoda.
- DMT sa gridnom strukturu podataka, i pored pogodnosti koje nudi u smislu jednostavnih algoritama za računanje i analizu topografskih parametara, kao

najveći nedostatak ima nemogućnost nadgradnje u smislu poboljšanja kvaliteta.

U skladu sa iznetim hipotezama, postavljeni su sledeći ciljevi istraživanja:

- Sagledavanje karakteristika i nedostataka postojećih metoda verifikacije kvaliteta DMT.
- Unapređenje postupka kontrole i verifikacije kvaliteta DMT-a.
- Razvoj metodologije za projektovanje kontrolne mreže tačaka koja će služiti za verifikaciju kvaliteta DMT.
- Razvoj pouzdanih, efikasnih i jednostavnih rešenja za postojeće modele koji se koriste u oceni nesigurnosti DMT.
- Istraživanje mogućnosti integracije naknadno merenih terenskih podataka, koji su hijerarhijski veće tačnosti, sa podacima gridno struktuiranog DMT-a, odnosno razvoj postupka dinamičkog modeliranja DMT-a u cilju poboljšanja njegovog kvaliteta.

Rezultati ovoga rada nedvosmileno ukazuju na nužnost analize podataka koji se nude u prostornim bazama podataka, i predstavljaju pokušaj unapređenja postupaka i metodologije koja se koristi za utvrđivanje kvaliteta takvih baza.

## 2 Digitalni modeli terena - komponenta topografskih informacionih sistema

Koncept digitalnih modela terena prvi put se pominje u radu Miller-a i Laflamme-a "Digitalni modeli terena-teorija i primena<sup>2</sup>" objavljenog 1958 na MIT<sup>3</sup>-u. U njemu su razmatrane mogućnosti kompjuterskog projektovanja puteva i saobraćajnica. U narednoj deceniji koncept i tehnologija DMT-a biće isključivo ograničen na primene koje se odnose na automatizaciju projektovanja u građevinarstvu.

Ekspanzija primene i razvoja DMT-a usledila je razvojem kompjuterske tehnologije, kao i saznanjem da ovaj koncept nudi novi pristup u prezentovanju i vizuelizaciji podataka o reljefu terena i da, kao takav, može imati primenu u različitim oblastima.

Sredinom šezdesetih godina prošlog veka počinje i razvoj tehnologije Geografskih Informacionih Sistema (GIS). Engleski termin *Geographic Information System*, vrlo brzo je postao opšte prihvaćen iako bi, s obzirom na tematiku i podatke kojima se bavi, ispravnije bilo koristiti termin Prostorni Informacioni Sistemi (PIS). Jedan od značajnih segmenata PIS-a su i Topografski Informacioni Sistemi (TIS).

### 2.1 Digitalni modeli terena

U gore pomenutom radu Miller-a i Laflamme-a data je prva definicija za DMT koja je i danas primenljiva: "Digitalni modeli terena su jednostavna statistička predstava kontinualne površi terena uz pomoć velikog broja izabranih tačaka sa poznatim prostornim koordinatama u proizvolnjem koordinatnom sistemu". U ovom pionirskom radu autori su preko profila pokušali da definišu teren. Od tada pa do današnjih dana u literaturi su se pojavili i drugi termini koji su opisivali iste ili slične proizvode. Tako se sreću nazivi kao što su Digitalni Elevacioni Model<sup>4</sup>, Digitalni Model Visina<sup>5</sup>, Digitalni Zemljišni Model<sup>6</sup>, itd. (Petrie&Kennie(1990)). U literaturi na nemачkom jeziku praktično postoji preslikana situacija, te se može naići na nazive kao što su Digitale Gelaende Modell (DGM) ili Digitale Hohen Modell (DHM). Iako na prvi pogled izgleda da se radi o sinonimima, navedeni termini odnose se na potpuno različite proizvode.

Pod terminom *Digital Terrain Model* (DTM) podrazumevaju se baze sa TIN<sup>7</sup> stруктуром podataka, koju čine nepravilno raspoređene, najčešće originalno merene tačke na terenu, koje predstavljaju temena mreže nepravilnih nepreklapajućih trouglova (**Kumler** (1994)). Stranice trouglova su formirane na osnovu Delaunay<sup>8</sup>-eve triangulacije (Slika 2-1), odnosno postupkom spajanja težišta susednih Thiessen-ovih poligona. Dobijeni trouglovi su obično

<sup>2</sup> *Digital Terrain Models-theory and applications* (eng.)

<sup>3</sup> *Massachusetts Institute of Technology* (skr.)

<sup>4</sup> *Digital Elevation Model(DEM)* (eng.)

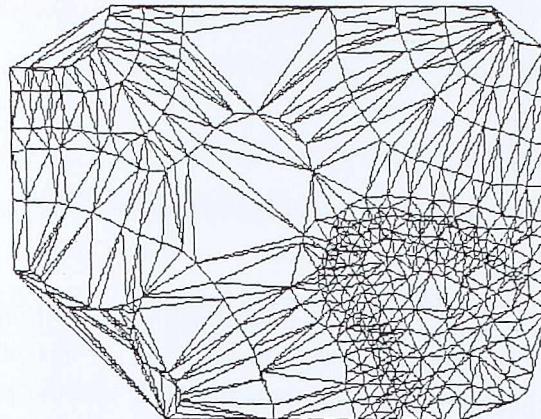
<sup>5</sup> *Digital Height Model(DHM)* (eng.)

<sup>6</sup> *Digital Ground Model (DGM)* (eng.)

<sup>7</sup> *Triangulated Irregular Network* (skr.)

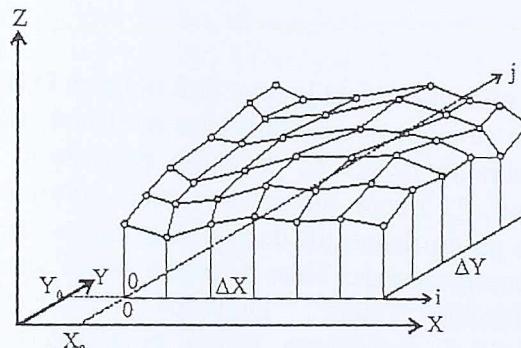
<sup>8</sup> *DELONE Boris Nikolaevich* (1890-1980) ruski matematičar

ravanski. TIN struktura podataka obavezno podrazumeva i dodatne strukturne linije terena kao zasebne entitete.



Slika 2-1. Mreža prostornih trouglova dobijena Delaunay-vom triangulacijm

Pojam *Digital Elevation Models* (DEM) podrazumeva podatke o terenu u obliku matrice visina terena. Ona se često naziva gridnom (rešetkastom) strukturom podataka. Gridne ćelije su obično u obliku kvadrata čija temena predstavljaju visinske tačke, a stranice su paralelne sa osama koordinatnog sistema (Slika 2-2). Vrednosti visina gridnih tačaka najčešće su dobijene interpolacijom merenih podataka. Prednost ovakvih modela podataka je njihova jednostavna struktura koja omogućava lakšu manipulaciju, dok je u slučaju TIN strukture glavna prednost vernija predstava terena.



Slika 2-2. Digitalni model terena sa gridnom strukturu podataka

Što se tiče naše prakse u početku su se pojavljivali različiti temini kao što su na primer Numerički Model Zemljisnih Oblika (NMZO) ili Numerički Model Reljefa (NMR), a danas se koristi isključivo termin Digitalni Modeli Terena. On praktično podrazumeva sve proekte ovog tipa, bez obzira na organizaciju i strukturu podataka. U važećoj *Uredbi o digitalnom geodetskom planu* (**Službeni glasnik RS** (2003)) u uvodnim odredbama definiše se ovaj temin kao digitalni prikaz reljefa terena (zemljine površine) pogodan za računarsku podlogu. S obzirom na to da zvanično u našoj praksi nije ponuđen ni jedan drugi termin, naziv Digitalni Modeli Terena je zadržan u ovom radu, iako bi lingvistički on više odgovarao engleskom *Digital Terrain Models*. Kao moguće rešenje trebalo bi ustanoviti termin Digitalni Model Visina, koji bi se odnosio na rastersku strukturu podataka.

### 2.1.1 Primena digitalnih modela terena

Od prvih inženjerskih primena u oblasti projektovanja saobraćajnica sredinom pedesetih godina prošlog veka do današnjih dana digitalni modeli terena polako zauzimaju svoje mesto u sve većem broju tehničkih disciplina i drugim delatnostima, potiskujući polako konvencionalne metode prikazivanja reljefa, kao što su topografske karte i planovi.

Organizacija podataka u bazama kao što su digitalni modeli terena, omogućila je i primenu novih tehnologija, pa čak i promene u pristupu i metodologiji rešavanja problema u disciplinama u kojima se oni koriste.

Neke od oblasti u kojima se koriste DMT su:

Agronomija i proučavanje zemljišta:

- Prognoziranje i kartiranje vlažnosti zemljišta, sastava organskih materija, debljine zemljišnih slojeva,
- Kartiranje zemljišnih klasa,
- Prognoziranje distribucije pesticida i drugih sredstava zaštite biljaka,
- Prognoziranje i kartiranje salinizacije zemljišta,
- Prognoziranje i kartiranje rizika od erozije.

Hidrologija:

- Prostorno i vremensko modeliranje i prezentacija slivova, zasićenosti zemljišta vodom i predviđanje poplavnih područja,
- Modeliranje i prezentacija isparavanja,
- Prognoziranje snežnih nanosa i otapanja snega,
- Automatizacija određivanja i kartiranja drenažne mreže i slivnih područja.

Geomorfologija:

- Kvantitativna klasifikacija oblika reljefa,
- Fraktalni modeli reljefa i drenažne mreže.

Geologija:

- Potvrda prstenastih struktura, raseda i drugih geoloških struktura, dobijenih drugim geološkim metodama,
- Trodimenzionalni modeli geološke građe.

Geobotanika i šumarstvo:

- Kartiranje vegetacije.

Glaciologija:

- Prognoziranje i modeliranje otapanja glečera,
- Modeliranje pomeranja lednika.

Zaštita životne sredine:

- Predviđanje i prezentacija pomeranja i akumulacije otpadnih materija i agenasa.

Prirodne nepogode:

- Prognoziranje i prezentacija rizika klizanja zemljišta,



- Prognoziranje i prezentacija rizika bujičnih nanosa.

Klimatologija:

- Modeliranje i vizuelizacija osunčanosti,
- Modeliranje i vizuelizacija mrazeva,
- Modeliranje i vizuelizacija režima vetrova.

Inženjerstvo:

- Izrada modela dogledanja,
- Trodimenzionalni modeli terena za potrebe izrade 3D projekata.

Urbanizam i arhitektura:

- 3D Vizuelizacija urbanističkih projekata,
- Pejsažna arhitektura.

Vojna primena:

- Optimizacija putanja za kretanje borbenih sredstava,
- Simulacija borbenih letova,
- Procena dogledanja meta.

Daljinska detekcija:

- Poboljšanja analize avio i satelitskih snimaka u kombinaciji sa DMT-om,
- Topografske korekcije avio i satelitskih snimaka,
- Kombinovana obrada snimaka i DMT-a u cilju korekcije geometrijske distorzije snimaka.

GIS:

- Izrada 2.5D baza podataka,
- Izrada 3D baza podataka.

U mnogim od ovih primena DMT ne služi kao obična baza visina terena. U raznim disciplinama topografski parametri dobijeni iz DMT predstavljajuće polazne projektne parametre u odlučivanju i analizama. Tu posebno treba istaći ekološke discipline, hidrologiju, agronomiju, šumarstvo, klimatologiju, geobotaniku i dr.

### 2.1.2 Zahtevi za tačnošću DMT-a

Primena DMT-a u različitim disciplinama i studijama zahteva i različite nivoe njihove tačnosti. Interesantna je na primer oblast predviđanja poplavnih područja i mogućih rizika. U studijama za procenu poplavnih područja na osnovu instrukcija koje je propisala američka FEMA<sup>9</sup> od digitalnog modela terena zahteva se tačnost od  $\pm 15\text{cm}$ . U Holandiji, u kojoj postoje ogromna područja izložena potencijalnim poplavama, zahtevana tačnost iznosi  $\pm 30\text{cm}$ . Poslednja navedna tačnost odgovara visinskoj tačnosti topografskih planova razmere 1: 1 000. Prema tome, u ravničarskim područjima izloženim velikom riziku od poplava potreban je viši nivo tačnosti digitalnih modela terena.

Opšte preporuke tačnosti kreću se od  $\pm 15\text{cm}$  za ravničarske predele sa srednjim nagibom terena do 1%, a  $\pm 30\text{cm}$  za sva ostala područja koja su izložena riziku od poplava (Koelbl

---

<sup>9</sup> Federal Emergency Management Agency (skr.)

(2001)). Slični zahtevi se postavljaju u oblasti urbanizma i projektovanja za područja sa intenzivnom gradnjom. Navedeni zahtevi za tačnošću DMT-a su vrlo visoki i zahtevaju primenu novih tehnologija za masovno prikupljanje podataka o visinama terena. Za brdovite terene i terene koji nisu područja sa intenzivnom gradnjom, zahtevana tačnost DMT-a za navedeni nivo studija odgovarala bi tehničkim normativima karata razmara 1: 5000 i 1: 10000.

Zahtevi za tačnošću i potencijalna namena DMT-a nameće potrebu za njihovom klasifikacijom. Jedan pokušaj klasifikacije DMT-a, kao moguća smernica potencijalnim korisnicima ovakvih produkata, urađen je u Italiji (Koelbl (2001)). Svi DMT proizvodi podeljeni su u šest nivoa (od 0. nivoa do 5. nivoa), a tabele sa svim relevantnim karakteristikama za svaki od njih date su u prilogu A.

## 2.2 Topografski informacioni sistemi

Termin Topografski informacioni sistemi svoje korene vodi iz vremena kada su prostorne informacione sisteme činile analogne tehnike prikazivanja prostora, odnosno karte i planovi (Kraus (1995)). Savremeni prostorni informacioni sistemi takođe vizualizuju podatke u obliku digitalnih karata. Imajući u vidu sadržaj, razmeru i namenu, kako klasičnih tako i digitalnih kartografskih podloga, oni se mogu grupisati u tri kategorije:

- *Katastarski planovi, gradski planovi i tehničke podloge.* Ove podloge su u razmeri od 1:500 do 1:5000.
- *Topografske karte,* koje prikazuju reljef sa prirodnim oblicima reljefa, izgrađenim objektima izrađene su u razmerama od 1:2500 do 1:100000.
- *Geografske i tematske karte,* čiji sadržaj potiče iz različitih izvora. Geografske karte su obično sitnijih razmara od 1:100000, dok se tematske karte mogu pojaviti i u razmeri krupnijoj od navedene.

Kao pandan prethodnoj podeli, savremeni prostorni informacioni sistemi se takođe mogu grupisati u tri kategorije:

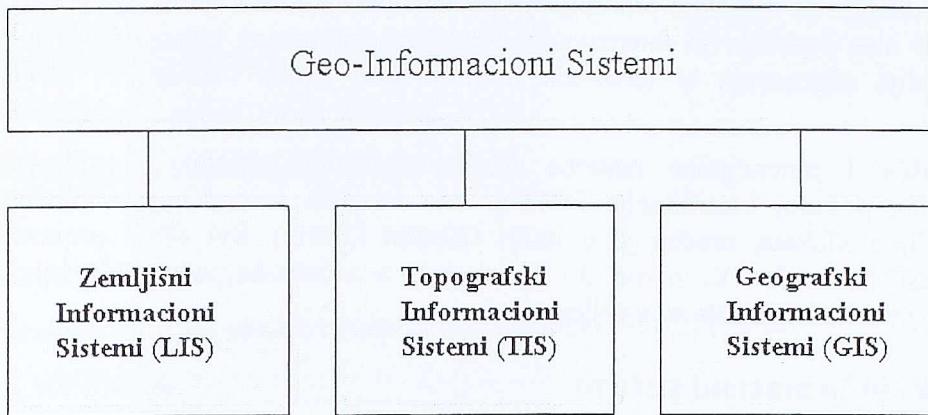
- *Zemljišni informacioni sistemi*<sup>10</sup> (LIS) , predstavljaju informatičku osnovu višenamenskog katastra.
- *Topografski informacioni sistemi*<sup>11</sup> (TIS), sadrže informacije o reljefu i veštačkim oblicima terena (nastalim kao rezultat ljudske aktivnosti). Digitalni modeli terena su njihova najvažnija komponenta.
- *Geografski informacioni sistemi* (GIS) koji pored generalizovanih informacija o prirodnim i veštačkim oblicima u prostoru, sadrže i specifične tematske sadržaje. Ako je određena tema dominantna, ovakav GIS može nositi i naziv po njoj, na primer, Hidrografske Informacioni Sistemi, Informacioni sistemi o životnoj sredini itd.

Iako naziv Prostorni Informacioni Sistemi<sup>12</sup> sve više ulazi u upotrebu, posebno u literaturi na engleskom jeziku, interesantno je pomenuti naziv koji se koristi u Nemačkoj literaturi, *Geo-Informationssysteme* što bi se moglo prevesti kao Geo-informacioni sistemi (GeoIS) (Slika 2-3.).

<sup>10</sup> Land Information Systems (eng.)

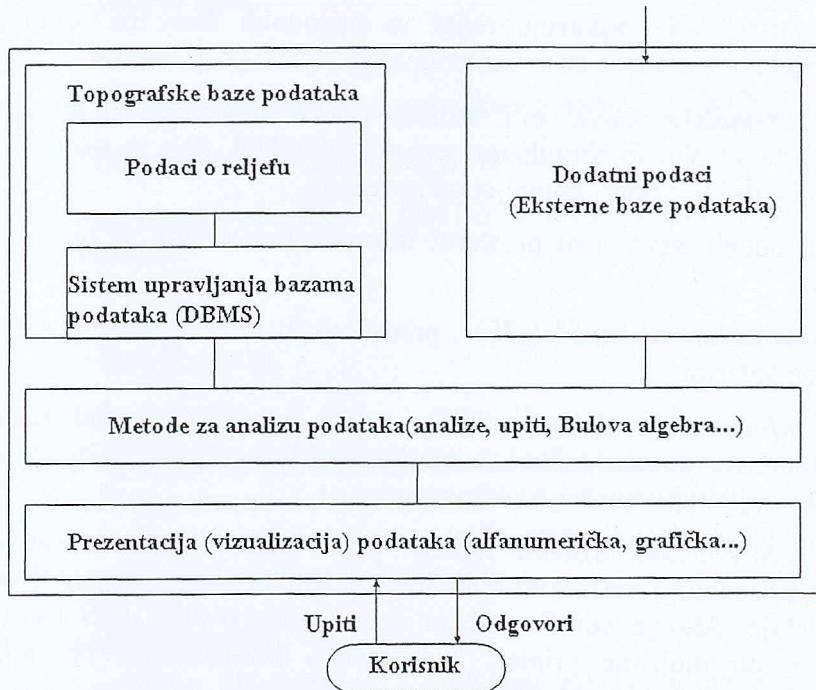
<sup>11</sup> Topographic Information Systems (eng.)

<sup>12</sup> Spatial Information Systems (eng.)



Slika 2-3. Geo Informacioni Sistemi i njihove osnovne kategorije

Prema Krausu (2000), Topografski informacioni sistemi definišu se kao sistemi bazirani na kompjuterskoj podršci namenjeni održavanju, korišćenju, modelovanju i analizi topografskih podataka i njihovoj multimedijalnoj prezentaciji i vizuelizaciji. TIS se sastoji od dve komponente , a to su topografske baze podataka i aplikacioni programi (Slika 2-4)

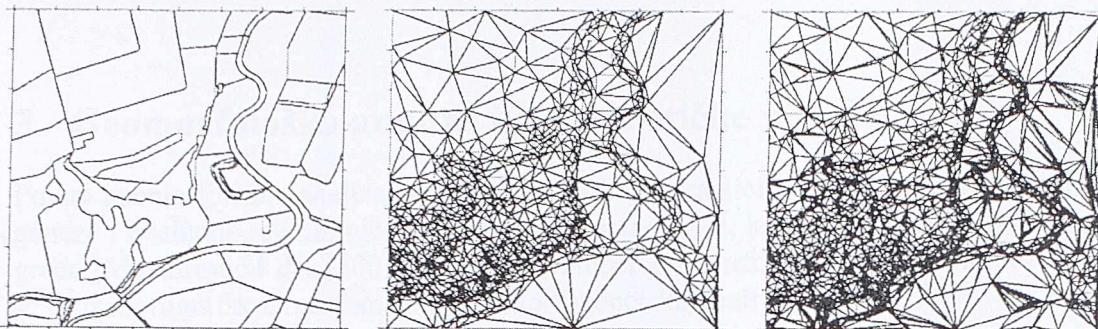


Slika 2-4. Komponente TIS-a (Kraus (2000))

Danas prisutne tendencije u razvoju GeoIS aplikacija su korišćenje integrisanih softverskih paketa koji omogućavaju korisniku istovremenu GIS manipulaciju podataka, obradu aerofotogrametrijskih i satelitskih snimaka i digitalno modelovanje terena, bez napuštanja jedne, prilikom prelaska u drugu aplikaciju.

U današnje vreme najveći broj GIS proizvoda je po svojoj prostornoj strukturi dvodimenzionalno (2D) orijentisan. Razlog leži u tome što su digitalizovane i skenirane karte i planovi praktično bili najdostupniji izvor za geopozicioniranje podataka. Planimetrijska

struktura ovih izvora uslovila je da i GIS baze budu dvodimenzionalno referencirane. Korišćenje DMT podataka omogućilo je korak napred. Razvijene su 2.5D GIS aplikacije, u kojima su prostornim entitetima visine pridodate kao atributi. U vektorskim GIS aplikacijama 2D podaci su integrисани sa TIN bazama (Slika 2-5), dok se u slučaju rasterskih GIS aplikacija podaci o visinama koriste iz gridnih struktura DMT-a.



Slika 2-5. 2D GIS podaci (levo), DTM-TIN (sredina), 2.5D integrisani model (desno)  
(Heipke (2004))

U današnje vreme pojavljuju se i prve 3D GIS baze u kojima sve klase podataka imaju pored planarnih koordinata i treću (visinsku) komponentu. Ovakve baze podataka zahtevaju drugačiju topološku strukturu podataka u odnosu na postojeće modele podataka. Semantička tačnost ovakvih baza podataka proverava se ne samo horizontalnom, već i vertikalnom topologijom podataka. 3D GIS aplikacije se u ovom trenutku nalaze još u fazi razvoja modela podataka.

Termin na koji se danas nailazi u literaturi su i 4D GIS aplikacije, a on podrazumeva 3D GIS kojem je pridodata i četvrta, vremenska komponenta. Vizuelizacija ovakvih baza podataka obavlja se u *on the fly* režimu pogleda na ove baze, pri čemu se oni interpoluju kroz vremensku koordinatu.



### 3 Geomorfološka analiza i geostatističke metode

Pojam geomorfološke analize podrazumeva primenu različitih metoda u proučavanju procesa geneze i evolucije reljefa, njegovih brojčanih parametara, kao i zavisnosti reljefa od geološke građe (Maraković i dr. (2003)). Sveobuhvatnost geomorfološkog proučavanja reljefa odvija se kroz morografsku, morfometrijsku i morfogenetsku analizu.

Morografija se bavi inventurom, opisom i klasifikacijom oblika koji čine reljef jedne oblasti. Morogeneza ima za zadatak proučavanje nastanka reljefnih oblika, odnosno njihovom istorijom i rekonstrukcijom evolucije reljefa, kao i predikcijom daljeg razvoja procesa koji utiču na stvaranje zemljinih oblika. Zadatak morfometrije je utvrđivanje brojčanih parametara koji karakterišu pojedine geomorfološke procese, odnosno oblike reljefa.

U geonaukama se koriste podaci koji imaju izraženu prostornu komponentu. Za kvantitativne analize ovakve vrste podataka posebno je značajna primena geostatističkih metoda koje uvažavaju prostorni kontinuitet podataka. U okviru ovog poglavlja date su matematičke osnove za neke od ovih metoda, koje će se koristiti u eksperimentalnom delu rada.

#### 3.1 Reljef i geomorfološki procesi

Reljef po jednoj od definicija predstavlja sveukupnost oblika izgrađenih u površinskom delu stenske mase. Reljef zapravo jeste granična površina tri različite sredine: čvrste (litosfera), tečne (hidrosfera) i gasovite (atmosfera). Reljef nastaje kao rezultat uzajamnog dejstva tri različita činioca. U prvom redu to su energetske sile (agensi) koje se dele na spoljašnje (egzogene) sile, koje obuhvataju dejstva površinskih voda, vetrova, gravitacije, dejstvo flore i faune, temperature, kao i antropogenog faktora odnosno čovekovih aktivnosti, i s druge strane, unutrašnje (endogene sile) u koje spadaju tektonski i magmatski pokreti. U procesu formiranja reljefa ove sile deluju antagonistički, odnosno nastoje da međusobno ponište rezultate. Tako na primer, pod dejstvom egzogenih sila razaraju se delovi reljefa koji su nastali tektonskim izdizanjem.

Sledeći činilac u formiraju reljefa je materijalni faktor koji podrazumeva stensku masu, određenog sastava i strukture, na koju deluju sile i koja trpi promene.

I treći bitni faktor je vreme kroz koje se neprekidno odvijaju procesi razaranja postojećih i stvaranja novih oblika reljefa.

Zbog toga se reljef posmatrane oblasti  $R$  može smatrati rezultantom jedinstvenog procesa koji čini skup svih zbivanja koja nastaju u vremenu dejstva agensa na stensku masu (pacijens) i funkcionalno se može predstaviti (Marković (1983)):

$$R = f(A, P, V)$$

gde je:

A - skup agensa (endogenih i egzogenih sila),

P - pacijens (stenska masa određenih karakteristika),

V - vremenski faktor.

Dejstvo endogenih sila koje se definišu kao geološki agensi, izaziva regionalne promene reljefa, obrazujući najkrupnije geološke i morfološke celine, odnosno jedinice koje se

nazivaju morfostrukture, te se i procesi koji nastaju dejstvom ovih sila nazivaju morfostrukturalni procesi.

Dejstvo egzogenih sila koje čine geomorfološki agens, oblikuje površinu stenske mase, ne menjajući pri tom njen sastav ni sklop. One praktično oblikuju skulpturu morfostrukturalnih jedinica i zbog toga se ovi agensi nazivaju morfokulturnim, a procesi izazvani njihovim dejstvom morfokulturnim. Prilikom sagledavanja učinka ovih procesa mora se voditi računa o tome da ove sile deluju uzajamno. Dejstvo egzogenih sila je inače izazvano i kontrolisano dejstvom endogenih sila.

Dejstvom egzogenih sila nastaje razaranje postojećih oblika, transporta pokrenutog stenskog materijala i njegovog taloženja. U sagledavanju i proučavanju ovih promena vrlo bitnu ulogu igra geomorfometrija i to posebno kvantitativna geomorfološka analiza terena.

Koliki je značaj ovakvih analiza reljefa najbolje govori to što reljef ima najveći uticaj na kretanje i akumulaciju supstanci koje se pod dejstvom sile gravitacije kreću po zemljinoj kori i unutar nje, zatim na mikroklimatske i hidrološke karakteristike nekog podučja, vrste zemljišta i vegetaciju koja na njemu uspeva. Reljef je takođe indikator geoloških struktura i raseda koji utiču na mineralne naslage i seizmička žarišta.

### **3.2 Kvantitativna geomorfološka analiza**

Postupci geomorfološke analize terena mogu se izvoditi kvalitativno i kvantitativno. Iako se ovi postupci šematski razdvajaju, oni se odvijaju paralelno i samo sinteza njihovih rezultata omogućava kompleksnu geomorfološku analizu.

Kvalitativna geomorfološka analiza podrazumeva utvrđivanje svojstava geomorfoloških procesa u celini. Ona obuhvata: popis postojećih oblika reljefa, utvrđivanje funkcionalne zavisnosti između pojedinih oblika, odnosno određivanje tipa reljefa, određivanje istorijskog razvoja reljefa, odnosno povezivanje evolucije terena sa geološkom istorijom. Može se smatrati da je ona u suštini deskriptivnog karaktera i često subjektivno obojena, što iziskuje uvođenje egzaktnih brojčanih parametara putem kvantitativne analize.

Kvantitativna geomorfološka analiza predstavlja metod prikupljanja kvalitativno novih podataka o geomorfologiji ispitivanog terena putem proučavanja odnosa njegovih kvantitativno izraženih, osobina (Marković (1983)). Sredinom prošlog veka ona je definisana kao naučna disciplina koja "razmatra geometriju terena" (Mark (1975)). Definicija morfoloških osobenosti jedne oblasti kvalitativnim parametrima iziskuje potrebu merenja, te se postupak utvrđivanja ovih parametara naziva morfometrija.

Uvođenje kvantitativnog pristupa u geomorfološku analizu omogućava:

- Opisivanje razlika morfoloških procesa i pojedinačnih oblika i reljefa u celini,
- Primenu različitih statističkih metoda i drugog matematičkog aparata u obradi podataka,
- Upotrebu kompjuterske tehnike u obradi, skladištenju i prezentaciji podataka o reljefu.

Metodi kompleksne geomorfološke analize po svom karakteru mogu biti kancelarijski i terenski. I dok u terenskim osmatranjima preovlađuju postupci kvalitativne geomorfološke analize, u kancelarijskim metodama dominantni su morfometrijski postupci. To podrazumeva analizu i obradu podataka iz svih izvora značajnih za prikazivanje reljefa, njegove geneze i evolucije. Izvori sa kojih se prikupljaju podaci o reljefu su:

- geološke karte,
- topografske karte različitih razmara,

- satelitski i fotogrametrijski snimci i ortofoto karte,
- digitalni modeli terena.

Dva poslednja izvora podataka postali su dominantni u poslednje vreme razvojem računarske tehnologije. Digitalni modeli terena svojom struktrom i organizacijom podataka predstavljaju posebno pogodnu bazu podataka za računanje kvantitativnih geomorfoloških parametara, kao za dalju analizu relacija između topografskih, geoloških, hidroloških i antropogenih komponenti terena.

Interpretacija rezultata kvantitativne geomorfološke analize mora da se izvodi uz uvažavanje svih specifičnosti područja koje se proučava, jer njihovo formalno prikazivanje i mehaničko tumačenje može dovesti i do pogrešnih zaključaka (Marković i dr.(1996)). Zbog toga je potrebna koordinacija rezultata ove i ostalih metoda geomorfološkog istraživanja.

### 3.3 Geomorfološki parametri

Topografski atributi ili geomorfološki parametri predstavljaju "numerički opis kontinualne površi terena" (Wood (1996)). Oni se mogu podeliti na primarne topografske attribute koji se računaju direktno iz DMT-a, i složene, ili sekundarne attribute, koji sadrže kombinaciju primarnih atributa i konstituišu fizički bazirane ili empirijski izvedene indekse, koji mogu okarakterisati geomorfološke procese, a koji se odvijaju prilikom formiranja reljefa i zemljišnih oblika (Moore (1991)).

Kao primarni topografski parametri izdvajaju se veličine koje mogu karakterisati i bilo koju dvodimenzionalnu površ i to su:

- nagib,
- aspekt<sup>13</sup>,
- horizontalna (planarna) zakriviljenost terena,
- vertikalna (profilna) zakriviljenost terena.

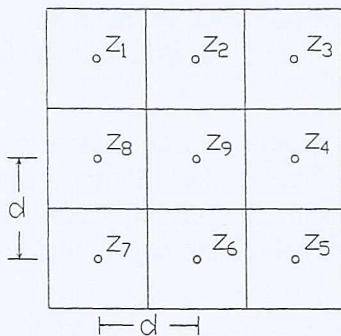
Nagib i aspekt terena definišu gradijent terena koji predstavlja vektor koji pokazuje pravac najvećeg rasta skalarne funkcije  $z=f(x,y)$ , a čije su komponente jednake parcijalnim izvodima u pravcu  $x$  i  $y$  koordinatnih osa. Nagib terena predstavlja magnitudu ovog vektora, ili intenzitet promene visine u pravcu najveće kosine, a aspekt terena je orientacioni ugao horizontalne projekcije ovog vektora odnosno linije najveće kosine terena (Hunter et al. (1997)). Aspekt se može definisati kao orientacioni ugao (azimut) pravca najvećeg pada terena. Određuje se od pravca severa do pravca najvećeg pada terena, mereno u pravcu kretanja skazaljke na satu.

Zakriviljenost (konveksnost) površi terena predstavlja brzinu promene nagiba i aspekta terena u određenim pravcima. Zakriviljenost profila terena je vertikalna komponenta zakriviljenosti terena i predstavlja brzinu promene nagiba duž podužnog profila, dok je zakriviljenost horizontalne projekcije terena brzina promene aspeksa duž izohipse terena. Ukoliko se površ terena posmatra kao funkcija  $z=f(x, y)$ , čiji su argumenti položajne koordinate tačaka, nagib i aspekt terena mogu se matematički definisati kao izvodi prvog reda, a zakriviljenost terena kao izvod drugog reda po određenim pravcima. Analitički je moguće izvesti i izvode višeg reda, ali oni nemaju nikakvo geomorfološko značenje.

DMT, kao baza o visinama terena predstavlja jedinstveni izvor podataka pogodan za kompjutersku kvantitativnu geomorfološku analizu. S obzirom na to da nacionalne baze podataka o visinama u najvećem broju slučajeva imaju gridnu strukturu podataka, za jediničnu površinu za koju se računaju parametri određena je površina jedne gridne celije. Kod računanja parcijalnih izvoda prvog i drugog reda koriste se i visine susednih gridnih

<sup>13</sup> aspect (engl.), u našoj literaturi u široj upotrebi je i termin ekspozicija terena

ćelija koje na taj način formiraju prozor dimenzije  $3 \times 3$  gridne ćelije (Slika 3-1). Visine tačaka predstavljene su oznakama  $z_i$  i odnose se na visine gridne ćelije, a centralna ćelija na koju se odnosi vrednost sračunatog parametra ima oznaku  $z_9$ .



Slika 3-1. Shematski prikaz rasporeda visina u matrici za računanje parametara

Saglasno prikazanoj shemi visina, parcijalni izvodi mogu se odrediti metodom konačnih razlika:

$$\begin{aligned}
 z_x &= \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{z_4 - z_8}{2d} \\
 z_y &= \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{z_2 - z_6}{2d} \\
 z_{xx} &= \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \approx \frac{z_4 - 2z_9 + z_8}{d^2} & P = z_x^2 + z_y^2 \\
 z_{yy} &= \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \approx \frac{z_2 - 2z_9 + z_6}{d^2} & Q = P + 1 \\
 z_{xy} &= \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \approx \frac{-z_1 + z_3 + z_7 - z_5}{4d^2}
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

### 3.3.1 Nagib i aspekt terena kao primarni topografski parametari

Nagib terena predstavlja najznačajniji topografski parametar, s obzirom na to da je "površ terena kompletno formirana od nagiba i nagibni uglovi kontrolisu gravitacione sile koje pokreću na geomorfološke procese" (Evans (1972)). Nagib terena u nekoj tački definiše se kao ugao meren u vertikalnoj ravni koji zahvata tangencijalna ravan na površ terena u dатој tački sa horizontalnom ravni u istoj tački.

Nagib terena je sredstvo uz pomoć kojeg gravitaciona sila indukuje protok vode i transport stenskog materijala i zbog toga je vrlo bitan u geomorfologiji i hidrologiji. Od nagiba terena, između ostalog, zavisi brzina oticanja površinskih i podzemnih voda i zasićenost zemljišta vlagom. Od njega zavisi i intenzitet geomorfoloških procesa. Nagib terena je jedan od bitnijih kontrolnih faktora intenziteta koluvijalnih geomorfoloških procesa.

U hidrologiji se koriste i još neki drugi topografski indikatori, kao što su specifična površina sliva ili topografski indeks, koji je definisan kao prirodni logaritam slivne površi po jedinici izohipse podeljen sa nagibom. U hidrologiji je poznat i indeks snage oticanja<sup>14</sup>, vrlo bitan u proceni opasnosti od erozije, koji matematički predstavlja proizvod nagiba i specifične površi sliva. I drugi izvedeni topografski atributi vrlo često u sebi sadrže nagib kao osnovni

<sup>14</sup> stream power index (engl.)

parametar (topografski pokazatelj vlažnosti terena, erozivna moć, indeks prostorne sposobnosti toka u pogledu nanosa itd.)

Nagib terena može se matematički predstaviti formulom:

$$S = \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2} = \sqrt{z_x^2 + z_y^2} \quad (3.2)$$

gde je:

$\partial z / \partial x$  - parcijalni izvod površi u pravcu x koordinatne ose (apcise),

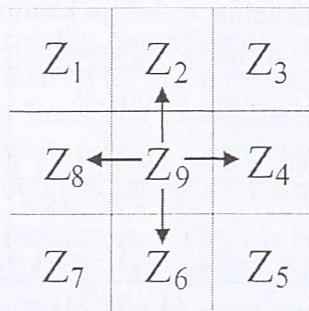
$\partial z / \partial y$  - parcijalni izvod površi u pravcu y koordinatne ose (ordinate).

Matrična struktura podataka u gridnom DMT-u omogućuje nekoliko različitih pristupa računanju nagiba terena. Zajedničko za sve algoritme je da se sračunate vrednosti uvek odnose na površinu zahvaćenu gridnom ćelijom. Važno je svakako napomenuti da postoji određen broj algoritama koji omogućavaju računanje nagiba i DMT-a kod kojih je prisutna TIN struktura podataka ili gde se podaci o visinama nalaze u vidu digitalizovanih izohipse.

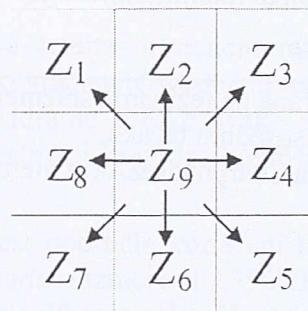
Ulagni podaci za računanje nagiba su visine tačaka u ćeliji za koju se računa nagib kao i visine u ćelijama koje je okružuju. Šematski se oni mogu prikazati matricom dimenzije  $3 \times 3$  (Slika 3-2) gde veličine  $z_i$  predstavljaju visine terena u gridnim ćelijama (centralno polje matrice  $z_9$  je ćelija za koju se računa nagib).

Nagib u centralnoj gridnoj ćeliji računa se na osnovu visina u matrici. Različita pravila za računanje mogu se podeliti u tri grupe:

- Pravilo kretanja topa<sup>15</sup>,
- Pravilo kretanja kraljice<sup>16</sup>,
- Metode maksimalnog gradijenta.



Rook's case



Queen's case

Slika 3-2. Pravilo kretanja topa i pravilo kretanja kraljice.

Pravilo kretanja topa kao ulazne podatke koristi visine samo četiri susedne ćelije (kardinalni pravci), dok se pravilo kretanja kraljice odnosi na algoritme kojima se uzimaju u obzir svih osam susednih ćelija (Slika 3-2). U oba slučaja visina centralne ćelije ne koristi se u formulama. Visina centralne gridne ćelije koristi se jedino kod metoda maksimalnog gradijenta.

Pridržavajući se priložene šeme u Tabeli 3-1, date su različite formule za računanje nagiba terena DMT-a sa gridnom strukturu podataka.

<sup>15</sup> Rook's case (engl.) –šahovski termin koji opisuje pravce kretanja topa

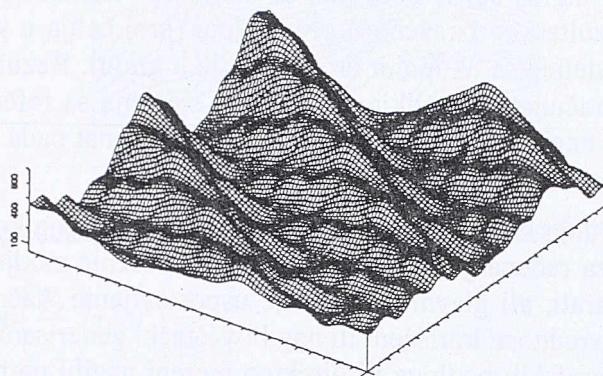
<sup>16</sup> Queen's case (engl.) –šahovski termin koji opisuje pravce kretanje kraljice

Tabela 3-1 Formule za računanje nagiba

Br.	Naziv metode, napomene	Formule za računanje nagiba
1	Modifikovana metoda konačnih razlika trećeg reda, u literaturi poznata i kao modifikovana Sharpnack&Akin (imena autora) metoda. Primenjena je kod programskih paketa kao što su ArcInfo i GRASS. ( <i>queen's case</i> )	$S = \sqrt{S_{e-w}^2 + S_{n-s}^2} \times 100$ $S_{e-w} = \frac{(z_3 + 2z_4 + z_5) - (z_1 + 2z_8 + z_7)}{8 \times d}$ $S_{n-s} = \frac{(z_1 + 2z_2 + z_3) - (z_7 + 2z_6 + z_5)}{8 \times d}$ <p style="text-align: center;"><math>d</math> = dimenzije grida</p>
2	Metoda kvadratne površi ( <i>rook's case</i> ), primenjena kod programskog paketa Surfer; metoda konačnih razlika drugog reda. Ova metoda daje dobre rezultatate kod modela sa velikim dimenzijama gridnih celija	$S = \sqrt{S_{e-w}^2 + S_{n-s}^2} \times 100$ $S_{e-w} = \frac{z_4 - z_8}{2 \times d}$ $S_{n-s} = \frac{z_2 - z_6}{2 \times d}$
3	Metoda maksimalnog nagiba. Primenjena je kod programskog paketa IDRISI, osnovni nedostatak ove metode je da praktično dva puta koristi istu sračunatu vrednost za susedne celije grida gde je visinska razlika najveća po apsolutnoj vrednosti.	$S = \max\left(\frac{ z_9 - z_i }{d_c}\right) \times 100$ <p style="text-align: center;"><math>d_c</math> = rastojanje između centralne celije i susednih celija, u slučaju kardinalnih pravaca to je <math>d</math>, a u slučaju dijagonalnih <math>d \times \sqrt{2}</math></p>
4	Metoda maksimalnog padnog gradijenta. Ova metoda daje dobre ocene gradijenta kod terena kod kojih je prisutna pojava zemljišnih oblika manjih dimenzija.	$S = \max\left(\frac{z_9 - z_i}{d_c}\right) \times 100$ <p style="text-align: center;"><math>d_c</math> = rastojanje između centralne celije i susednih celija, u slučaju kardinalnih pravaca to je <math>d</math>, a u slučaju dijagonalnih <math>d \times \sqrt{2}</math></p>
5	Metoda bazirana na težinama srazmernim rastojanjima susednih tačaka, modifikovana Sharpnack&Akin metoda.	$S = \sqrt{S_{e-w}^2 + S_{n-s}^2} \times 100$ $S_{e-w} = \frac{(z_3 + \sqrt{2}z_4 + z_5) - (z_1 + \sqrt{2}z_8 + z_7)}{(4 + 2\sqrt{2}) \times d}$ $S_{n-s} = \frac{(z_1 + \sqrt{2}z_2 + z_3) - (z_7 + \sqrt{2}z_6 + z_5)}{(4 + 2\sqrt{2}) \times d}$
6	Metoda konačnih razlika trećeg reda, Sharpnack&Akin metoda, primenjena kod ERDAS IMAGINE programskog paketa.	$S = \sqrt{S_{e-w}^2 + S_{n-s}^2} \times 100$ $S_{e-w} = \frac{(z_3 + z_4 + z_5) - (z_1 + z_8 + z_7)}{6 \times d}$ $S_{n-s} = \frac{(z_1 + z_2 + z_3) - (z_7 + z_6 + z_5)}{6 \times d}$
7	Dijagonalna metoda kvadratne površi.	$S = \sqrt{S_i^2 + S_j^2} \times 100$ $S_i = \frac{z_5 - z_1}{2\sqrt{2} \times d}$ $S_j = \frac{z_3 - z_7}{2\sqrt{2} \times d}$

Br.	Naziv metode, napomene	Formule za računanje nagiba
8	Prosta metoda, vrlo dobra na terenima sa malim fluktuacijama.	$S = \sqrt{S_{e-w}^2 + S_{n-s}^2} \times 100$ $S_{e-w} = \frac{z_8 - z_9}{2 \times d}$ $S_{n-s} = \frac{z_6 - z_9}{2 \times d}$

Sveobuhvatnu analizu izloženih metoda dao je Jones (1998), koji je koristio veštački generisani površ na kojoj je analitičkim putem došao do vrednosti traženih nagiba koje je usvojio kao referentne veličine. Test područje je činila generisana Morrison-ova površ, dobijena iz 49-to člane trigonometriske funkcije sa gridom dimenzija  $100 \times 100$  celija (Slika 3-3.)



Slika 3-3. Izgled Morrison-ove veštački generisane površi

Za svaku gridnu celiju je sračunata vrednost nagiba terena primenom različitih metoda računanja i potom su od tih vrednosti oduzete analitički sračunate vrednosti nagiba. Dobijene razlike su potom korišćene za računanje srednje kvadratne greške svake od primenjenih metoda, a na osnovu toga je i izvršeno rangiranje tačnosti metoda. In interesantno je da su najbolji rezultati dobijeni za metodu 2 (rook's case).

Značajan je rad (Skidmore (1989)) u kojem su za test područje korišćeni podaci dobijeni digitalizacijom izohipsi i hidrološkog sadržaja sa karte razmere 1: 25000, a uz pomoć prikupljenih podataka potom je generisan grid dimenzije 30 metara<sup>17</sup>. Za referentne veličine nagiba uzete su vrednosti nagiba manuelno određene sa karata. Iz razlike vrednosti nagiba dobijenih primenom različitih metoda i usvojenih referentnih vrednosti takođe je izvršeno rangiranje metoda. Rezultati sprovedene analize doveli su do oprečnih rezultata sa prethodnim radom, tako da se kao najbolja pokazala metoda br.1 (queen's case).

<sup>17</sup> interesantno je da je ova rezolucija vrlo često korišćena u raznim analizama jer odgovara rezoluciji 7.5 minutnog DEM-a koji distribuira USGS ( United States Geological Survey)

Svakako je interesantno i istraživanje koje je sproveo U.S. Army Topographic Engineering Center (Ryder et al. (1996)) po kome su nagibi terena kategorisani u šest različitih nivoa:

- A: do 3%,
- B: od 3% do 10%,
- C: preko 10% do 20%,
- D: preko 20% do 30%,
- E: preko 30 do 45%,
- F: preko 45%.

Za referentne vrednosti nagiba uzeti su direktno mereni nagibi na terenu (uz primenu najsavremenije GPS i laserske tehnologije). Ulazni podaci za formiranje DMT su takođe dobijeni direktnim merenjima na terenu (GPS tehnologija). Uz primenu metoda za računanje nagiba ocenjivana je i tačnost manuelno određenih nagiba (sa podloga razmara 1:24 000 i 1:50 000). DMT je urađen u tri različite rezolucije (5, 30 i 100 metara). Sračunate su vrednosti nagiba u svakoj od celija, a potom je urađena klasifikacija prema navedenoj šemi. Klasifikovane vrednosti nagiba su upoređivane sa merenim "tačnim" vrednostima za svaku celiju grida. Slaganje rezultata je izraženo u procentima (broj celija u kojima su se rezultati poklopili sa "tačnim" podeljen sa ukupnim brojem celija u gridu). Rezultati su varirali unutar klase. Manji nagibi su sračunati sa velikim procentom slaganja sa referentnim vrednostima, oko 90%, dok kod većih nagiba (između 30% i 45%) taj procenat pada na oko 50% (za grid rezolucije 100 metara i na 10%).

Za sva navedena istraživanja karakteristična je različita metodologija koja je primenjena kod valorizacije algoritama za računanje nagiba terena. Za donošenje zaključaka upotrebljeni su standardni statistički aparati, ali glavni problem je uspostavljanje "tačnih" vrednosti nagiba tako da su za referentne vrednosti korišćeni ili nagibi veštački generisanih površi ili manualno sračunati nagibi sa topografskih podloga ili direktno mereni nagibi na terenu. To je i dovelo da različitih zaključaka o efikasnosti ovih algoritama.

Bez obzira na sve nedostatke ovih pristupa mogu se izvući opšti zaključci koji mogu da budu od značaja kod korišćenja različitih GIS aplikacija kod kojih se računanje nagiba izvodi u okviru gridne strukture DMT (Chang&Tsai (1991)):

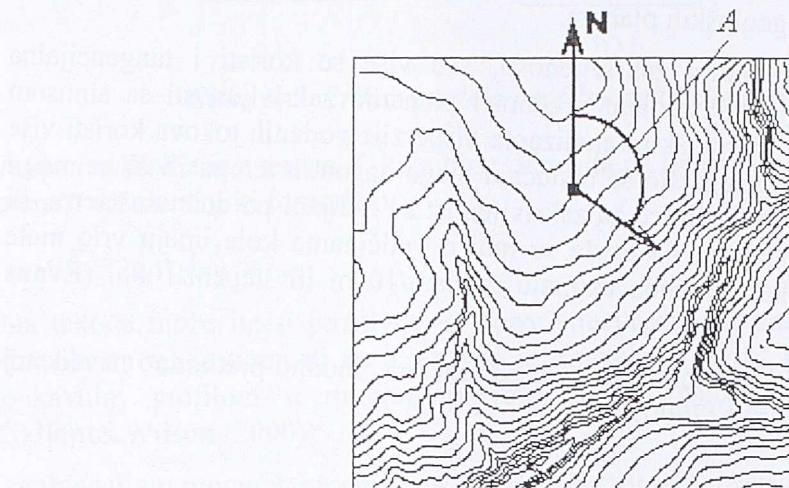
- DMT visoke rezolucije rezultiraju visokom tačnošću sračunatih nagiba.
- Srednja vrednost i disperzija sračunatih nagiba opadaju sa povećanjem rastojanja (dimenzije gridne celije) DMT-a.
- Efekat rezolucije DMT-a je očigledniji duž istaknutih zemljишnih oblika (doline, vododelnice itd.)
- Uticaj nesigurnosti DMT-a mnogo je veći na tačnost sračunatih nagiba nego na tačnost interpolovanih visina.
- Postoji značajna korelisanost između sračunatih i "pravih" nagiba.

Posebno treba istaknuti vezu između dimenzije gridnih celija i veličine sračunatih vrednosti nagiba. Korisnici koji pored primarnih topografskih parametara koriste i sekundarne parametre (u principu se dobijaju kao kombinacija sračunatih primarnih parametara i odgovarajućih fizičkih veličina) o ovome posebno moraju voditi računa. DMT niske rezolucije (veće dimenzije gridnih celija) u ovakvim slučajevima često ne mogu odgovoriti zahtevima tačnosti računanja nagiba. Kao jedna mogućnost prevazilaženja ovog problema primenjena je fraktalna teorija samosličnosti<sup>18</sup>. Određivanjem fraktalne dimenzije  $D$  za teren koji se analizira, omogućeno je da se iz DMT niske rezolucije dobiju rezultati nagiba koji bi odgovarali DMT visoke rezolucije (Zhang et al. (1999)).

---

<sup>18</sup> self-similarity(engl.)

Aspekt terena predstavlja orijentaciju linije najvećeg nagiba za posmatranu tačku (Slika 3-4). Ovaj topografski parametar posebno je značajan u hidrologiji, ekološkom inženjerstvu i agronomiji. Aspekt praktično određuje pravac oticanja površinskih voda i vrlo je bitan kod izrade modela osunčanosti terena (Zakšek et al (2003)). On takođe utiče na sadržaj vlage u zemljištu, isparenja, kao i zastupljenost biljnih vrsta.



Slika 3-4. Aspekt terena

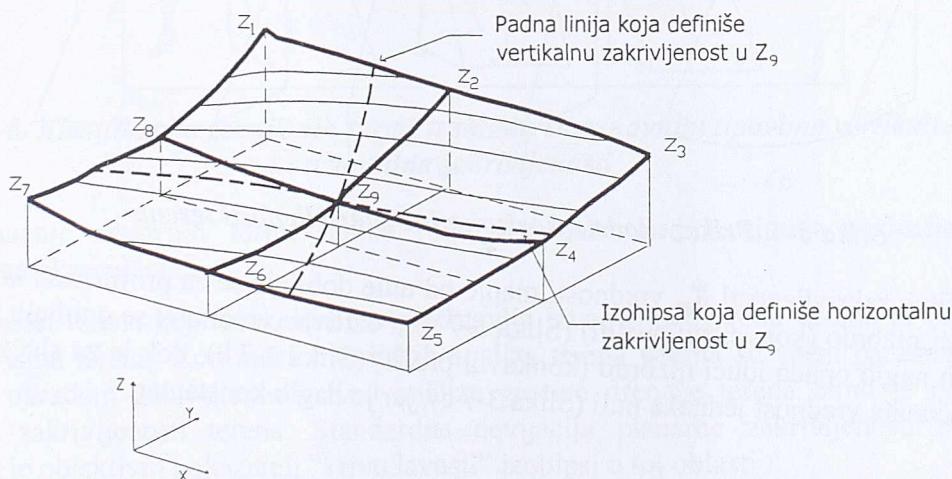
Aspekt terena *A* izražen u stepenima, računa se uz pomoć sledeće formule:

$$A = 180^\circ - \arctan\left(\frac{z_y}{z_x}\right) + 90^\circ \left( \frac{z_x}{|z_x|} \right) \quad (3.3)$$

Računanje aspekta za ravničarske terene nema nikakvog smisla, tako da se kod pojedinih programske paketa može uneti vrednost praga ispod kojeg se aspekt ne računa.

### 3.3.2 Zakrivljenost terena

Zakrivljenost terena je topografski parametar baziran na izvodu drugog reda krivih koje su dobijene presekom horizontalne ravni i površi terena (izohipse), odnosno podužnog profila dobijenog presekom vertikalne ravni i terena (Slika 3-5). Fizički posmatrano, zakrivljenost predstavlja poluprečnik tih krivih linija u odgovarajućoj tački terena.



Slika 3-5. Prikaz izohipse i vertikalnog profila terena u DMT-u

Profilna (vertikalna) zakrivljenost,  $K_p$ , je mera promene veličine nagiba i značajna je za određivanje promene brzine protoka površinskih tokova, kao i za transport i istaložavanje

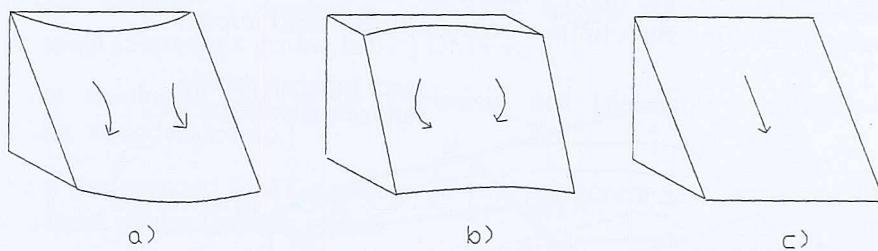
nanosa. Planarna (horizontalna) zakriviljenost,  $K_c$ , je mera topografske konvergencije i divergencije, odnosno mera sklonosti vodenih tokova ka konvergenciji. Ocena ovog parametra je važna kod proučavanja karakteristika tla, posebno zasićenosti tla vlagom. Oba ova parametra su odlučujući lokalni faktori dinamike površinskih i podzemnih tokova vode, vlažnosti zemljišta, nivoa pH faktora tla, raspada organskih materija. Oni mogu biti takođe indikator prstenastih struktura i geoloških planara.

Pored ova dva standardna parametra zakriviljenosti, sve više se koristi i tangencijalna zakriviljenost,  $K_t$ , koja se dobija množenjem vrednosti planarne zakriviljenosti sa sinusom nagibnog ugla terena. Ona se u hidrološkim analizama disperzije vodenih tokova koristi više nego planarna zakriviljenost, zbog toga što se u slučaju blago nagnutih terena za  $K_t$  ne mogu dobiti ekstremno velike vrednosti. Jedinice za zakriviljenost su radijani po dužnom metru, ili stepeni po dužnom metru. S obzirom na to da se radi o veličinama koje imaju vrlo male numeričke vrednosti često se kao jedinice uzimaju radijani/100m ili stepeni/100m (Evans (1980)).

Formule koje se mogu primeniti za računanje ovih parametara, shodno prethodno navedenoj gridnoj shemi, su (Gallant&Wilson (2000)):

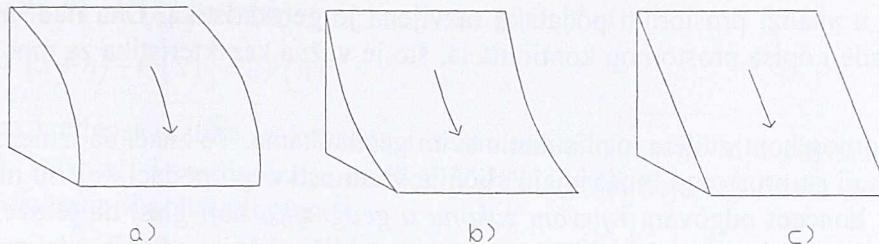
$$\begin{aligned} K_p &= \frac{z_{xx}z_x^2 + 2z_{xy}z_xz_y + z_{yy}z_y^2}{P\sqrt{Q^3}} \\ K_c &= \frac{z_{xx}z_y^2 - 2z_{xy}z_xz_y + z_{yy}z_x^2}{\sqrt{P^3}} \\ K_t &= \frac{z_{xx}z_y^2 - 2z_{xy}z_xz_y + z_{yy}z_x^2}{P\sqrt{Q}} \end{aligned} \quad (3.4)$$

Za planarnu zakriviljenost,  $K_c$ , sračunata vrednost može biti negativna, što je recimo slučaj kod vododelnica, gde se nailazi na divergenciju vodenih tokova, i tada se govori o takozvanoj konveksnoj planarnej zakriviljenosti (Slika 3-6 a). Pozitivna vrednost za  $K_c$  karakteristična je za terene sa konvergentnim vodenim tokovima, kao što su doline (Slika 3-6 b), i tada se govori o konvergentnoj planarnej zakriviljenosti, dok se u slučaju da je sračunata vrednost jednak nuli, radi o nagnutoj ravni (Slika 3-6 c).



Slika 3-6. Prikaz modela horizontalne zakriviljenosti terena

Kod profilne zakriviljenosti  $K_p$ , vrednosti manje od nule dobijaju se za profile kod kojih nagib raste idući nizbrdo (konveksni profili) (Slika 3-7 a). Pozitivne vrednosti se dobijaju za profile kod kojih nagib opada idući nizbrdo (konkavni profil) (Slika 3-7 b), dok je za slučaj nagnute ravni sračunata vrednost jednak nuli (Slika 3-7 c), jer je nagib konstantan.



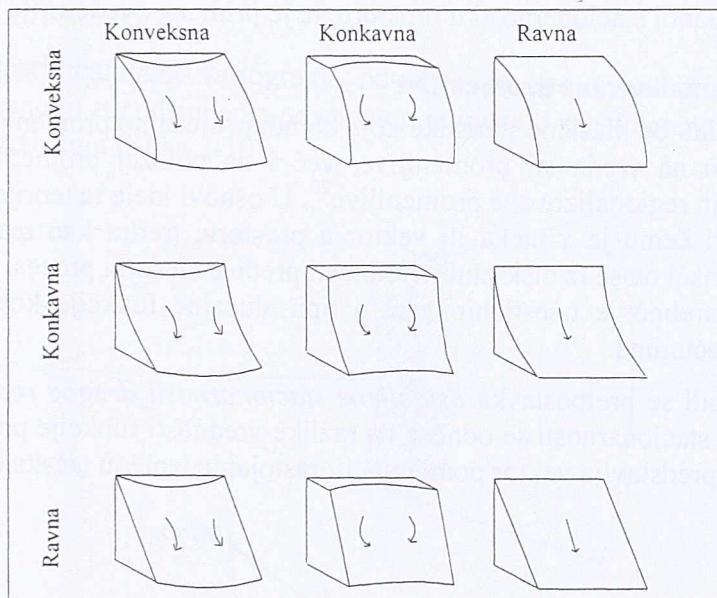
Slika 3-7. Prikaz modela profilne zakrivljenosti terena

Ukupna zakrivljenost terena  $K$ , koja bi se odnosila na teren kao površ, a ne na specifične linije terena, može se dobiti formulom:

$$K = z_{xx}^2 + 2z_{xy}^2 + z_{yy}^2 \quad (3.5)$$

Ona takođe može imati pozitivne ili negativne vrednosti, kao i vrednost nula, koja bi se odnosila na ravan teren ili na teren gde je konveksan profil u jednom pravcu izbalansiran konkavnim profilom u drugom pravcu, što je slučaj sa terenom u obliku sedla (Gallant&Wilson (2000)).

Kombinacijom mogućih modela vertikalne i horizontalne zakrivljenosti može se dobiti devet osnovnih formi zemljišnih modela (Slika 3-8) (Wilson&Gallant (1998)).



Slika 3-8. Klasifikacija zemljišnih formi u skladu sa osnovnim tipovima vertikalne i horizontalne zakrivljenosti

Prepoznavanje osnovnih formi oblika reljefa pomaže kod kartiranja područja erozije, transporta i akumulacije.

Zakrivljenost terena koja funkcionalno predstavlja izvod drugog reda veoma je osetljiva na tačnost visina terena. Kod morfometrijskih analiza terena veoma su važni parametri koji se dobijaju obradom zakrivljenosti. Kod analize gustine drenaže terena bitno je poznavanje planarne zakrivljenosti terena. Standardna devijacija planarne zakrivljenosti na nekom području je objektivni pokazatelj "krivudavosti" izohipsi u toj oblasti.

### 3.4 Geostatističke metode

Klasični statistički metodi koji se koriste u raznim naučnim disciplinama često nisu dovoljni u slučaju podataka koji imaju i svoju prostornu komponentu. Usled potrebe za metodama koje

če se koristiti u analizi prostornih podataka razvijena je geostatistika. Ona nudi mogućnost analitičke obrade i opisa prostornog kontinuiteta, što je važna karakteristika za mnoge pojave u prirodi.

Koncept prostornog kontinuiteta je prisutan u svim geonaukama. To znači da izmereni podaci neke pojave, koji su prostorno bliži, imaju sličnije vrednosti nego podaci koji su međusobno udaljeniji. Taj koncept odgovara i *prvom zakonu u geografiji*, koji glasi da sve u nekom odnosu sa ostalim, ali da su vrednosti koje su prostorno bliže sličnije od onih udaljenijih.

U geostatistici se primenjuju dve grupe metoda (Perišić (1983)):

A.) *Tranzitivni metodi* pristupaju geostatističkim problemima kroz kovariogram eksperimentalnih podataka dobijenih uzorkovanjem i analizom. Oni su skoro opšti, ne vode računa o pojavi u prostoru (o stacionarnosti) i ne zahtevaju hipoteze koje proizilaze iz prirode verovatnoće.

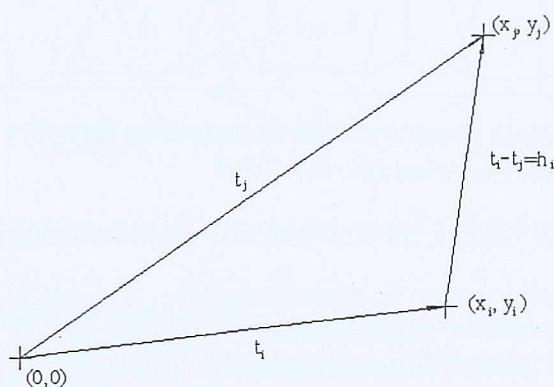
B.) Metodi koji u osnovi imaju *hipotezu o prirođenosti*<sup>19</sup>. Kod ovih metoda primenjuje se teorija slučajnih procesa, koja uvodi pretpostavku o kvazistacionarnosti pojave u prostoru uz interpretaciju verovatnoće. To se ostvaruje uz primenu variograma.

Teorija prirođenosti ima daleko širu primenu u praksi. Kod nje se pretpostavka pojave stacionarnosti ne primenjuje striktno ako se radi o geostatističkom modelu u kome se porast rasipanja podataka povećava uvođenjem uzoraka iz sve većeg prostranstva (oblasti). U tom slučaju se govori o slaboj stacionarnosti u prostoru, te je primena ove teorije i opravdana.

### 3.4.1 Teorija regionalizovane promenljive

Geostatistika za razliku od klasične statistike koja obrađuje slučajno promenljive veličine, nije skoncentrisana samo na vrednosti promenljive, već i na položaj promenljive u prostoru, odakle i potiče termin regionalizovane promenljive<sup>20</sup>. U osnovi ideje te teorije je nastojanje da se vrednost  $v(x)$ , pri čemu je  $x$  tačka ili vektor u prostoru, tretira kao realizacija slučajne funkcije  $V(x)$ , a to znači da se iz diskretnih vrednosti pređe u slučajni proces. Da bi se slučajni proces definisao potrebno je uvesti hipoteze o tipu slučajne funkcije koja će poslužiti u geostatističkim proračunima.

U ovom slučaju uvodi se pretpostavka *oslabljene stacionarnosti drugog reda*, ili hipoteza o prirođenosti. Uslovi stacionarnosti se odnose na razlike vrednosti funkcije posmatrane u tački  $x$  i tački  $x+h$ , gde  $h$  predstavlja vektor pomeraja, ili rastojanje između tačaka (Slika 3-9).



Slika 3-9. Rastojanje između tačaka prikazano kao razlika vektora

Uslovi koji zadovoljavaju hipotezu o prirođenosti su:

<sup>19</sup> Intrinsic Hypothesis (engl.)

<sup>20</sup> regionalized variable (engl.)

$$\begin{aligned} E[V(x+h) - V(x)] &= m(h) \\ \text{Var}[V(x+h) - V(x)] &= 2\gamma(h) \end{aligned} \quad (3.5)$$

tj. očekivana vrednost razlike je konačna i nezavisna od lokacije  $x$ , a zavisna je samo od rastojanja  $h$ . Isto važi i za disperziju razlika. Veličina  $\gamma(h)$ , koja figuriše u drugom izrazu, naziva se variogram ili poluvariogram<sup>21</sup>.

### 3.4.2 Variogrami

Variogrami karakterišu prostorni kontinuitet i varijacije podataka regionalne promenljive. Analiza podataka pomoću variograma sastoji se iz dve faze:

- 1) Računanja eksperimentalnih variograma,
- 2) Modelovanju eksperimentalnih variograma.

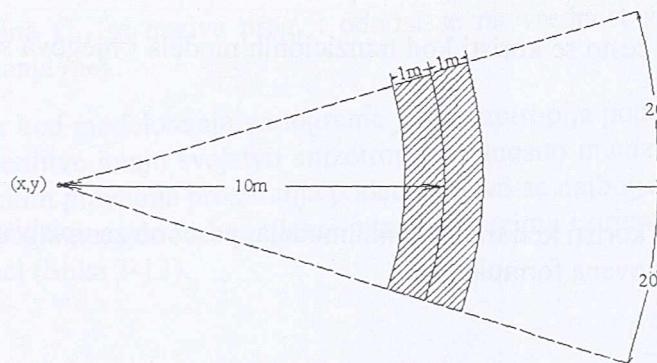
U prvoj fazi se iz skupa merenih podataka računaju vrednosti funkcije kao polovina sume kvadrata razlika podataka u okviru zadatog koraka  $h$  u svim zadatim pravcima.

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{(i,j)|h_{ij} \approx h} (v_i - v_j)^2 \quad (3.6)$$

gde je :

$N$  - broj parova u okviru koraka  $h$ .

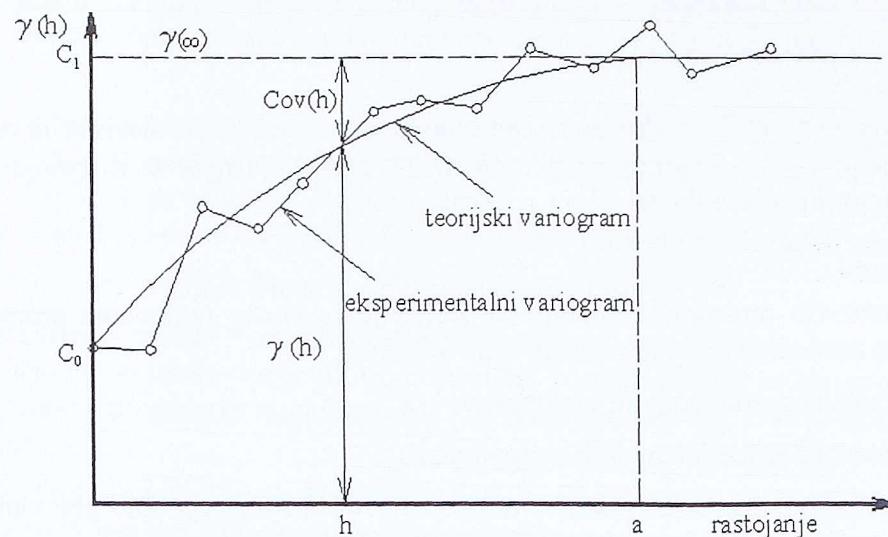
Kod računanja eksperimentalnog variograma potrebno je kao uslov pretraživanja zadati radijus  $h$ , kao i toleranciju  $\Delta h$  odstupanja od zadatog radijusa, i  $\Delta\varphi$  toleranciju odstupanja od zadatog pravca pretraživanja (Slika 3-10).



Slika 3-10. Pretraživane podatke sa zadatim korakom  $h=10m$ , tolerancijom  $\Delta h=1m$  i ugaonom tolerancijom  $\Delta\varphi=20^\circ$

U sledećem koraku se ovako dobijene vrednosti za funkciju  $\gamma(h)$  modeliraju teorijskim funkcijama (Slika 3-11).

<sup>21</sup> semivariogram (engl.). U literaturi se koriste oba naziva, s tim da treba voditi računa samo o formuli po kojoj se računa.



Slika 3-11. Prikaz eksperimentalnog i modelovanog variograma

Među najčešće korišćenim teorijskim modelima su (Slika 3-12):

**Sferni model** - najčešće korišćeni model variograma, čija standardizovana formula glasi:

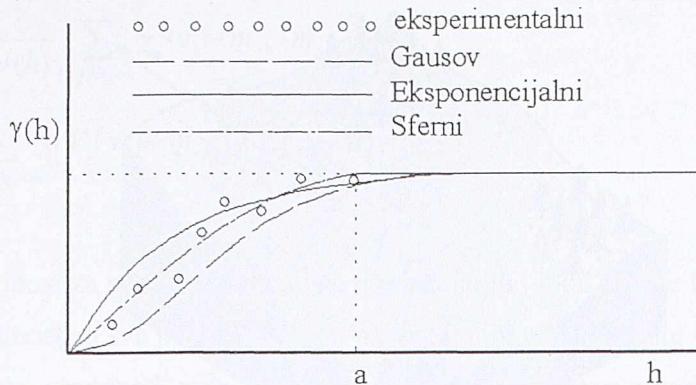
$$\gamma(h) = \begin{cases} 1.5 \frac{h}{a} - 0.5 \left(\frac{h}{a}\right)^3 & \text{za } h \leq a \\ 1 & \text{za ostale slučajeve} \end{cases} \quad (3.7)$$

**Eksponencijalni model** – često se koristi kod tranzicionih modela i njegova standardizovana jednačina glasi:

$$\gamma(h) = 1 - \exp\left(-\frac{3h}{a}\right) \quad (3.8)$$

**Gausov model** - takođe se koristi kod tranzicionih modela, posebno za opisivanje neprekidnih pojava. Njegova standardizovana formula je:

$$\gamma(h) = 1 - \exp\left(-\frac{3h^2}{a^2}\right) \quad (3.9)$$



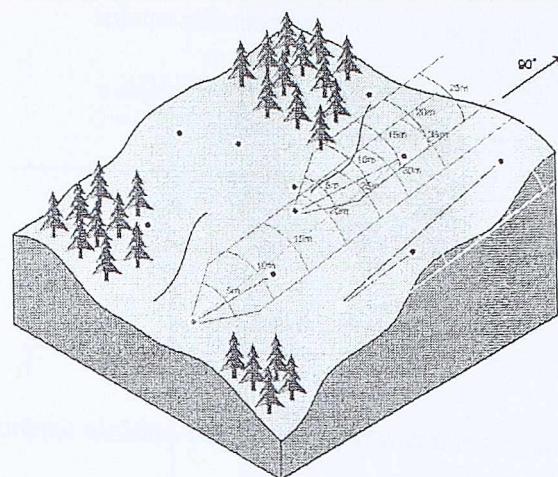
Slika 3-12. Prikaz grafika funkcija teorijskih modela variograma

Važne komponente svakog variograma čine sledeće veličine:

- $C_0$ , obično se zove "grumenski efekt"<sup>22</sup> (Slika 3-11), i označava diskontinuitet u odnosu na koordinatni početak. Ovaj termin su uveli rudarski inženjeri koji pojedine rude nalaze u grumenju kao što je ruda zlata (Rossi et al (1992)). Veličina  $C_0$  u sebi sadrži dve komponente. Prva komponenta je disperzija grešaka merenja, a druga je vezana za mikro varijacije veličine koja se analizira. Konkretno, u slučaju visina terena to su svi zemljavi oblici čiji je radijus prostiranja manji od rastojanja između tačaka koje su merene.
- $a$ , se naziva domet, i označava rastojanje na kojem variogram dobija konstantnu vrednost. Kod pojedinih teorijskih modela kao što je linearni, domet ne postoji.
- Veličina  $C_1$ , se naziva prag, i odnosi se na vrednost variograma za velika rastojanja  $\gamma(\infty)$ .

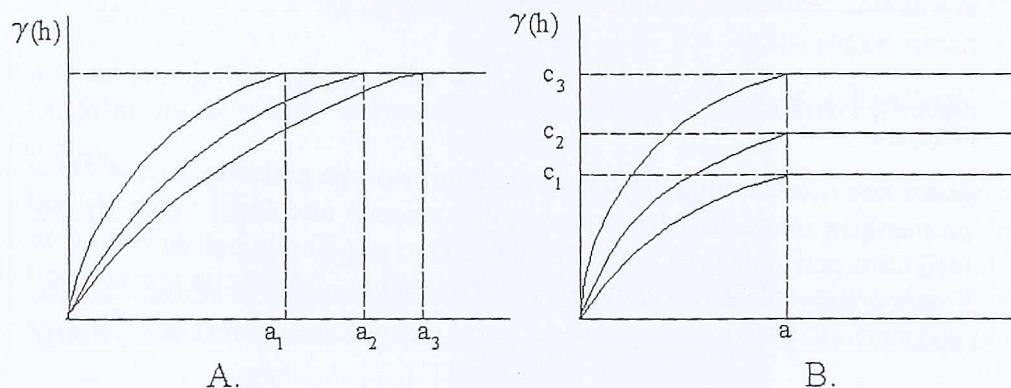
Bitan parametar kod modelovanja variograma je i anizotropija podataka koji se obrađuju. Sve prostorne promenljive imaju svojstvo anizotropije, odnosno intenziteti varijacije podataka su različiti u različitim pravcima prostiranja podataka. Ovo se najbolje ogleda kod računanja tzv. direkcionih variograma, gde se kao ulazni parametar uzima i orijentacija pravaca po kojem se pretražuju podaci (Slika 3-13).

<sup>22</sup> Nugget effect (engl.)



Slika 3-13. Određivanje parova tačaka za računanje direkcionog variograma čiji je azimut orijentacije  $\alpha=90^\circ$

Anizotropija se može podeliti na zonalnu i geometrijsku anizotropiju (Slika 3-14). Kod zonalne anizotropije prag variograma se menja sa orijentacijom dok domet ostaje isti, dok kod geometrijske anizotropije prag ostaje isti dok se domet menja u zavisnosti od orijentacije pravca pretraživanja podataka. U prirodi se retko ovakvi modeli anizotropije javljaju sami za sebe, već su obično zastupljeni istovremeno.



Slika 3-14. Direkcioni variogrami dobijeni iz podataka sa A. geometrijskom i B. zonalnom anizotropijom.

Kod modelovanja variograma mora se voditi računa o stepenu anizotropnosti podatka posebno kada se računaju višedirekcionih<sup>23</sup> variogrami koji se dobijaju osrednjavanjem vrednosti iz variograma računatih po zadatim pravcima.

### 3.4.3 Odnos variograma i kovariograma

U geodeziji, a isto se može reći i za ostale geonauke, primena kovarijacione funkcije, odnosno kovariograma, mnogo je rasprostranjenija u odnosu na variograme. To je glavni razlog što će se u radu prostorni kontinuitet podataka određivati kovarijacionom funkcijom. Formula za računanje kovarijacione funkcije, analogno formuli za računanje variograma, glasi:

<sup>23</sup> omnidirectional (engl.)

$$\begin{aligned} \text{Cov}(h) &= \frac{1}{N(h)} \sum_{(i,j)|h_{ij}=h} v_i \cdot v_j - m_{-h} \cdot m_{+h} \\ &= \frac{1}{N(h)} \sum_{(i,j)|h_{ij}=h} \{[V(x_i) - m_{-h}] \cdot [V(x_i + h) - m_{+h}]\} \end{aligned} \quad (3.10)$$

gde je:

$m_{-h}$  – srednja vrednost za sve podatke koji su na rastojanju  $-h$  od zadate lokacije,

$m_{+h}$  – srednja vrednost za sve podatke koji su na rastojanju  $+h$  od zadate lokacije.

U praksi ove dve vrednosti nisu jednake ukoliko je prisutan trend među podacima, u suprotnom  $m_{-h} = m_{+h} = m$ . Isti slučaj je i sa disperzijom  $\sigma_{-h}^2 = \sigma_{+h}^2 = \sigma^2$  (Rossi et al (1992)).

Polazeći od teorijske definicije kovarijacione funkcije uz pretpostavku odsustva trenda među merenim podacima (transformacijom podataka trend je uvek moguće ukoniti):

$$E\{[V(x) - m][V(x + h) - m]\} = \text{Cov}(x, x + h) = \text{Cov}(h) \quad (3.11)$$

i definicije variograma:

$$\begin{aligned} 2\gamma(h) &= E[V(x + h) - V(x)]^2 \\ &= E[V(x + h)^2 - 2V(x) \cdot V(x + h) + V(x)^2] \\ &= E[V(x + h)^2] - 2E[V(x) V(x + h)] + E[V(x)^2] \end{aligned} \quad (3.12)$$

može se izvesti veza između kovarijacione funkcije i variograma, oduzimanjem  $m^2$  od pozitivnih članova u izrazu za variogram i dodavanjem  $2m^2$  negativnom članu izraza:

$$2\gamma(h) = E[V(x + h)^2] - m^2 - 2\{E[V(x) V(x + h)] - m^2\} + E[V(x)^2] - m^2 \quad (3.13)$$

Prvi član predstavlja disperziju za  $V(x+h)$ , pa se uz navedene pretpostavke dobija:

$$E[V(x + h)^2] - m^2 = E[V(x)^2] - m^2 = \text{Var}[V(x)] \quad (3.14)$$

odakle je:

$$\begin{aligned} 2\gamma(h) &= 2\text{Var}[V(x)] - 2\{E[V(x + h)V(x)] - m^2\} \\ \gamma(h) &= \text{Var}[V(x)] - \{E[V(x + h)V(x)] - m^2\} \end{aligned} \quad (3.15)$$

Drugi član izraza je po definiciji kovarijaciona funkcija  $\text{Cov}(h)$ . Ako je  $h=0$  onda je:

$$\text{Cov}(0) = E[V(x) \cdot V(x)] - m^2 = \text{Var}[V(x)] = \sigma_v^2 \quad (3.16)$$

Kao konačna veza dobija se sledeći izraz:

$$\gamma(h) = \text{Cov}(0) - \text{Cov}(h) = \sigma^2 - \text{Cov}(h) \quad (3.17)$$

Pored kovariograma u geostatistici su u upotrebi i korelace funkcije  $\rho(h)$  koje se dobijaju normalizacijom kovarijacione funkcije:

$$\rho(h) = \text{Cov}(h) / \sigma^2 \quad (3.18)$$

Iako su pojmovi kovarijacione i korelace funkcije intuitivno bliži kao mera prostorne zavisnosti podataka, oni se u geostatistici koriste manje nego variogrami. Razlog tome je što na velikoj oblasti (uzorku) može biti prisutna velika disperzija podataka, tako da se dobijaju velike vrednosti za korelaciju, što može stvoriti iskrivljenu sliku o zoni međusobne zavisnosti podataka.

### 3.4.4 Kriging interpolaciona metoda

Kriging je jedna od najpoznatijih intrepolacionih geostatističkih metoda. Naziv ove metode vezan je za ime D.G. Krige-a koji je prvi koristio prostornu korelaciju u valorizaciji rudarskih ležišta. Tehniku računanja ove metode postavio je Georges Matheron, francuski geomorfolog, razvijajući teoriju regionalizovane promenljive. Matheron je ovu metodu razvio otrprilike u isto vreme kada je prof. Moritz razvio kolokaciju metodom najmanjih kvadrata, krajem šezdesetih godina dvadesetog veka. Obe metode su bazirane na stohastičkim procesima i praktično daju iste rezultate (Hardy (1984)).

Kriging je interpolaciona metoda uz koju se često vezuje skraćenica "B.L.U.E"<sup>24</sup>, koja znači najbolju linearu nepomerenu ocenu. On je linearna ocena pošto u njegovim formulama figuriše linearna kombinacija merenih podataka. Kriging metoda je "nepomerena" ocena jer je njegova srednja vrednost ocene grešaka jednaka 0, a najbolja jer nastoji da minimalizuje disperziju grešaka.

Neka slučajnoj veličini  $V$ , koja ima odlike regionalizovane promenljive, odgovara skup realizacija na pojedinim lokacijama ( $v_1, v_2, \dots, v_n$ ), tada će linearna ocena vrednosti slučajne promenljive na lokaciji  $x_0$  glasiti:

$$\hat{V}(x_0) = \sum_{i=1}^n w_i \cdot V(x_i) \quad (3.19)$$

gde su:

$w_i$ - težinski koeficijenti,

$V(x_i)$  – izmerena vrednost na lokaciji  $x_i$ , odnosno realizacija  $v_i$ .

Ocenjena greška, koja je definisana kao razlika između ocnjene i istinite veličine, je takođe slučajna veličina  $R$ , kojoj odgovara skup realizacija ( $r_1, r_2, \dots, r_n$ ):

$$R(x_0) = \hat{V}(x_0) - V(x_0) \quad (3.20)$$

Kombinacijom prethodnih jednačina dobija se izraz:

$$R(x_0) = \sum_{i=1}^n w_i \cdot V(x_i) - V(x_0) \quad (3.21)$$

Greške koje se prave ocenom nepoznate veličine na lokaciji  $x_0$  su realizacije slučajne veličine  $R(x_0)$ . Izraz za matematičko očekivanje za grešku  $R(x_0)$  je:

$$\begin{aligned} E\{R(x_0)\} &= E\left\{\sum_{i=1}^n w_i \cdot V(x_i) - V(x_0)\right\} \\ &= \sum_{i=1}^n w_i E\{V(x_i)\} - E\{V(x_0)\} \end{aligned} \quad (3.22)$$

Uz pretpostavku stacionarnosti za veličinu  $V$ , matematička očekivanja će imati vrednost  $E\{V\}$ , pa se može pisati:

$$E\{R(x_0)\} = \sum_{i=1}^n w_i E\{V\} - E\{V\} \quad (3.23)$$

<sup>24</sup> Best Linear Unbiased Estimator (engl.)

Očekivana vrednost greške na određenoj lokaciji često se odnosi na konstantnu sistematsku grešku. Ako se njena vrednost izjednači sa 0, obezbeđuje se uslov nepomerenosti iz čega se mogu dobiti sledeći izrazi:

$$\begin{aligned} E\{R(x_0)\} &= 0 = E\{V\} \sum_{i=1}^n w_i - E\{V\} \\ E\{V\} \sum_{i=1}^n w_i &= E\{V\} \\ \sum_{i=1}^n w_i &= 1 \end{aligned} \quad (3.24)$$

Ovim izrazima je zadovoljen uslov nepomerenosti.

Sledeći uslov koji Kriging metoda ispunjava je minimalizovanje disperzije grešaka. može Disperzija grešaka se može izraziti sledećom formulom:

$$\sigma_R^2 = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k (r_i - m_R)^2 = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \left[ \hat{v}_i - v_i - \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k (\hat{v}_i - v_i) \right]^2 \quad (3.25)$$

gde su  $v_1, \dots, v_n$  istinite vrednosti, a  $\hat{v}_1, \dots, \hat{v}_n$  ocenjene vrednosti. Iz izraza (3.20) sledi da je:

$$Var\{R(x_0)\} = Cov\{\hat{V}(x_0) \hat{V}(x_0)\} - 2Cov\{\hat{V}(x_0) V(x_0)\} + Cov\{V(x_0) V(x_0)\} \quad (3.26)$$

Prvi član sa desne strane je disperzija za veličine  $\hat{V}(x_0)$  koja je po definiciji linearna kombinacija  $\sum w_i V(x_i)$ :

$$Var\{\hat{V}(x_0) \hat{V}(x_0)\} = Var\left\{ \sum_{i=1}^n w_i \cdot V_i \right\} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j Cov\{V_i V_j\} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \tilde{C}_{ij} \quad (3.27)$$

Treći član je disperzija od  $V(x_0)$  i uz prepostavku da je ona jednoznačna nad celim poljem, može se označiti sa  $\sigma^2$ .

Drugi član u formuli (3.26) može se napisati u obliku:

$$\begin{aligned} 2Cov\{\hat{V}(x_0) V(x_0)\} &= 2Cov\left\{ \left( \sum_{i=1}^n w_i V_i \right) V_0 \right\} \\ &= 2E\left\{ \sum_{i=1}^n w_i V_i \cdot V_0 \right\} - 2E\left\{ \sum_{i=1}^n w_i V_i \right\} \cdot E(V_0) \\ &= 2 \sum_{i=1}^n w_i \cdot E\{V_i, V_0\} - 2 \sum_{i=1}^n w_i \cdot E(V_i) \cdot E(V_0) \\ &= 2 \sum_{i=1}^n w_i \cdot Cov\{V_i V_0\} = 2 \sum_{i=1}^n w_i \tilde{C}_{i0} \end{aligned} \quad (3.28)$$

Kombinujući napred navedene formule dobija se konačna jednačina za disperziju grešaka u funkciji od  $n$  promenljivih i njihovih  $n$  težinskih koeficijenata  $w_i$ :

$$\tilde{\sigma}_R^2 = \tilde{\sigma}^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \tilde{C}_{ij} - 2 \sum_{i=1}^n w_i \tilde{C}_{i0} \quad (3.29)$$

Ako se  $n$  parcijalnih prvih izvoda za  $\tilde{\sigma}_R^2$  izjednači sa 0 dobiće se  $n$  jednačina sa  $n$  nepoznatih. Uslov nepomerenosti je još jedna jednačina u sistemu bez dodatnih nepoznatih veličina. Dobija se sistem od  $n+I$  jednačina sa  $n$  nepoznatih, čije rešenje nije jednoznačno. Da bi se prevazišao nekozistentan sistem jednačina, uvodi se nepoznata veličina  $\mu$  u jednačinu za  $\tilde{\sigma}_R^2$ , poznata kao Lagranžov parametar.

$$\tilde{\sigma}_R^2 = \tilde{\sigma}^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \tilde{C}_{ij} - 2 \sum_{i=1}^n w_i \tilde{C}_{i0} + 2\mu \left( \sum_{i=1}^n w_i - 1 \right) \quad (3.30)$$

gde je:

$$2\mu \left( \sum_{i=1}^n w_i - 1 \right) = 0$$

Minimalizacija disperzije grešaka izvodi se računanjem  $n+I$  parcijalnih izvoda prethodne formule i njihovim izjednačavanjem sa 0. Parcijalni izvod za  $\tilde{\sigma}_R^2$  po  $\mu$  je:

$$\frac{\partial(\tilde{\sigma}_R^2)}{\partial \mu} = \frac{\partial \left( 2\mu \left( \sum_{i=1}^n w_i - 1 \right) \right)}{\partial \mu} = 2 \sum_{i=1}^n w_i - 2 \quad (3.31)$$

Izjednačavanjem ovog izraza sa 0 dobija se uslov nepomerenosti:

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1 \quad (3.32)$$

Diferenciranjem formule (3.30) po težinskim koeficijentima dobijaju se sledeći izrazi:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\tilde{\sigma}_R^2)}{\partial w_1} &= 2 \sum_{j=2}^n w_j \tilde{C}_{1j} - 2 \tilde{C}_{10} + 2\mu = 0 \Rightarrow \sum_{j=1}^n w_j \tilde{C}_{1j} + \mu = \tilde{C}_{10} \\ &\vdots \\ \frac{\partial(\tilde{\sigma}_R^2)}{\partial w_i} &= 2 \sum_{j=2}^n w_j \tilde{C}_{ij} - 2 \tilde{C}_{i0} + 2\mu = 0 \Rightarrow \sum_{j=1}^n w_j \tilde{C}_{ij} + \mu = \tilde{C}_{i0} \\ &\vdots \\ \frac{\partial(\tilde{\sigma}_R^2)}{\partial w_n} &= 2 \sum_{j=2}^n w_j \tilde{C}_{nj} - 2 \tilde{C}_{n0} + 2\mu = 0 \Rightarrow \sum_{j=1}^n w_j \tilde{C}_{nj} + \mu = \tilde{C}_{n0} \end{aligned} \quad (3.33)$$

Na osnovu prikazanih formula težinski koeficijenti koji minimalizuju disperziju grešaka formiraju sistem  $n+I$  jednačina:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n w_j C_{ij} + \mu &= C_{i0} \quad \forall i = 1, \dots, n \\ \sum_{i=1}^n w_i &= 1 \end{aligned} \quad (3.34)$$

Ovaj sistem jednačina predstavlja Kriging sistem i može se prikazati u matričnom obliku:

$$\begin{array}{ccc} C & \cdot & w \\ \left[ \begin{array}{ccc|c} \tilde{C}_{11} & \cdots & \tilde{C}_{1n} & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \tilde{C}_{n1} & \cdots & \tilde{C}_{nn} & 0 \\ 1 & \cdots & 1 & 0 \end{array} \right] & \cdot & \left[ \begin{array}{c} w_1 \\ \vdots \\ w_n \\ \mu \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c} \tilde{C}_{10} \\ \vdots \\ \tilde{C}_{n0} \\ 1 \end{array} \right] \end{array} \quad (3.35)$$

Rešenje skupa težinskih koeficijenata dobija se kao:

$$w = C^{-1} \cdot D \quad (3.36)$$

a disperzija grešaka:

$$\tilde{\sigma}_R^2 = \tilde{\sigma}^2 - w \cdot D \quad (3.37)$$

Izložena teorija odgovara standardnom Kriging<sup>25</sup> algoritmu za interpolaciju. Pored ovih formula razvijene su i druge formule kao varijante standardnih formula Kriginga. Tako se u geostatistici koriste i blok Kriging, univerzalni Kriging, indikator Kriging, kokriging i dr.

### 3.4.5 Kriging formule iskazane variogramima

Prilikom izvođenja formula za disperziju grešaka prepostavljeno je da slučajne veličine imaju isto matematičko očekivanje i istu disperziju. Te dve prepostavke omogućuju da se formuliše veza između variograma i kovarijacione funkcije:

$$\begin{aligned} \gamma_{ij} &= \frac{1}{2} E \left\{ [V_i - V_j]^2 \right\} = \frac{1}{2} E(V_i^2) + \frac{1}{2} E(V_j^2) - E(V_i \cdot V_j) \\ &= E(V^2) - E(V_i \cdot V_j) = E(V^2) - \tilde{m}^2 - [E(V_i \cdot V_j) - \tilde{m}^2] \\ &= \tilde{\sigma}^2 - \tilde{C}_{ij} \end{aligned} \quad (3.38)$$

Time je omogućeno da se Kriging sistem jednačina izrazi putem variograma, te se formula (3.34) može pisati:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n w_j \tilde{\gamma}_{ij} - \mu &= \tilde{\gamma}_{i0} \quad \forall i = 1, \dots, n \\ \sum_{i=1}^n w_i &= 1 \end{aligned} \quad (3.39)$$

Odgovarajući izraz za disperziju grešaka glasi:

$$\tilde{\sigma}_R^2 = \sum_{i=1}^n w_i \tilde{\gamma}_{i0} + \mu \quad (3.40)$$

### 3.4.6 Kokriging

Većina interpolacionih metoda je izvedena tako da se nepoznate vrednosti ocenjuju na osnovu merenog uzorka istorodne veličine. Na primer, za ocene nepoznatih vrednosti slučajne promenljive  $V$ , koriste se samo poznate, odnosno merene vrednosti, iste te promenljive. Međutim, nije redak slučaj da pored jedne veličine koja se ocenjuje, takozvane primarne promenljive, postoje i podaci o drugoj veličini koja je korelisana sa primarnom i naziva se sekundarnom promenljivom. Podaci o sekundarnim veličinama sadrže i informacije o

<sup>25</sup> ordinary Kriging (engl.).

primarnim veličinama. To je vrlo čest slučaj u procenama rudnih nalazišta, gde postoji vrlo visoka korelacija između pojedinih ruda kao što su na primer rude srebra i zlata.

Statistička interpolaciona metoda koja koristi podatke različitog tipa u cilju interpolacije vrednosti primarne promenljive naziva se kokriging.

Kokriging ocena je linearna kombinacija primarnih i sekundarnih merenih podataka i data je formulom:

$$\hat{u}_0 = \sum_{i=1}^n a_i \cdot u_i + \sum_{j=1}^m b_j \cdot v_j \quad (3.41)$$

gde je  $\hat{u}_0$  ocenjena vrednost promenljive  $U$  na lokaciji 0;  $u_1, \dots, u_n$  su mereni podaci primarne veličine na  $n$  lokacija u susedstvu ocenjene vrednosti;  $v_1, \dots, v_m$  su sekundarni podaci na  $m$  susednih lokacija;  $a_1, \dots, a_n$  i  $b_1, \dots, b_m$  su kokriging težinski koeficijenti, koji treba da se odrede.

Razvoj formula za kokriging je sličan kao i za običan Kriging sistem jednačina:

Ako se kreće od definicije ocene greške:

$$R = \hat{U}_0 - U_0 = \sum_{i=1}^n a_i U_i + \sum_{j=1}^m b_j V_j - U_0 \quad (3.42)$$

Prethodna jednačina data u matričnom obliku glasi:

$$R = w^t Z \quad (3.43)$$

gde je  $w^t = (a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_m)$ , a  $Z^t = (U_1, \dots, U_n, V_1, \dots, V_m, U_0)$ .

Prethodna jednačina je linearna kombinacija  $n+m+1$  slučajnih promenljivih  $U_1, \dots, U_n, V_1, \dots, V_m$  i  $U_0$ .

Na osnovu jednačine (3.27) disperzija od  $R$  se može predstaviti:

$$Var\{R\} = w^t C_z w \quad (3.44)$$

gde je  $C_z$ , kovarijaciona matrica od  $Z$ .

Razvojem prethodne jednačine dobija se ocena greške izražena u funkciji težinskih koeficijenata kokriginga i kovarijacije između slučajnih promenljivih:

$$\begin{aligned} Var\{R\} &= w^t C_z w \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_i a_j Cov\{U_i U_j\} + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m b_i b_j Cov\{V_i V_j\} \\ &\quad + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m a_i b_j Cov\{U_i V_j\} - 2 \sum_{i=1}^n a_i Cov\{U_i U_0\} \\ &\quad - 2 \sum_{i=1}^m b_i Cov\{V_i U_0\} + Cov\{U_0 U_0\} \end{aligned} \quad (3.45)$$

gde je  $Cov\{U_i U_j\}$  kovarijaciona funkcija promenljive  $U$ ,  $Cov\{V_i V_j\}$  kovarijaciona funkcija promenljive  $V$ , i  $Cov\{U_i V_j\}$  kroskovarijaciona funkcija između promenljivih  $U$  i  $V$ .

Koeficijenti težina kokriginga moraju da zadovolje uslove nepomerenosti i minimalne disperzije.

Prvi uslov:

$$\begin{aligned} E\{\hat{U}_0\} &= E\left\{\sum_{i=1}^n a_i U_i + \sum_{j=1}^m b_j V_j\right\} = \sum_{i=1}^n a_i E\{U_i\} + \sum_{j=1}^m b_j E\{V_j\} = \\ &= \tilde{m}_U \cdot \sum_{i=1}^n a_i + \tilde{m}_V \sum_{j=1}^m b_j \end{aligned} \quad (3.46)$$

gde je:

$$\tilde{m}_U = E\{U_i\}, \text{ a } \tilde{m}_V = E\{V_j\}$$

Da bi bio ispunjen uslov nepomerenosti ocene nepoznate veličine potrebno je da:

$$\sum_{i=1}^n a_i = 1, \text{ odnosno } \sum_{j=1}^m b_j = 0 \quad (3.47)$$

Kao i kod Kriginga Lagranžov koeficijent se koristi za minimalizaciju funkcije.

$$Var\{R\} = w^t C_z w + 2\mu_1 \left( \sum_{i=1}^n a_i - 1 \right) + 2\mu_2 \left( \sum_{j=1}^m b_j \right) \quad (3.48)$$

gde su  $\mu_1$  i  $\mu_2$  Lagranžovi koeficijenti.

U cilju minimalizacije prethodne jednačine računaju se parcijalni izvodi od  $Var\{R\}$  po koeficijentima  $a_i$  i  $b_j$  i Lagranžovim koeficijentima:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(Var\{R\})}{\partial a_j} &= 2 \sum_{i=1}^n a_i Cov\{U_i U_j\} + \sum_{i=1}^m b_i Cov\{V_i U_j\} - 2Cov\{U_0 U_j\} + 2\mu_1 \text{ za } j = 1,..n \\ \frac{\partial(Var\{R\})}{\partial b_j} &= 2 \sum_{i=1}^n a_i Cov\{U_i V_j\} + \sum_{i=1}^m b_i Cov\{V_i V_j\} - 2Cov\{U_0 V_j\} + 2\mu_2 \text{ za } j = 1,..m \\ \frac{\partial(Var\{R\})}{\partial \mu_1} &= 2 \sum_{i=1}^n a_i - 1 \\ \frac{\partial(Var\{R\})}{\partial \mu_2} &= 2 \sum_{i=1}^m b_i \end{aligned} \quad (3.49)$$

Izjednačavanjem navedenih  $n+m+2$  parcijalnih izvoda sa 0 dobija se kokriging sistem jednačina:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n a_i Cov\{U_i U_j\} + \sum_{i=1}^m b_i Cov\{V_i U_j\} + \mu_1 &= Cov\{U_0 U_j\} \text{ za } j = 1,..n \\ \sum_{i=1}^n a_i Cov\{U_i V_j\} + \sum_{i=1}^m b_i Cov\{V_i V_j\} + \mu_2 &= Cov\{U_0 V_j\} \text{ za } j = 1,..m \\ \sum_{i=1}^n a_i &= 1 \\ \sum_{i=1}^m b_i &= 0 \end{aligned} \quad (3.50)$$

Polazeći od osnovne pretpostavke da je kros-kovarijaciona funkcija simetrična, odnosno da važi jednakost  $Cov\{U_i V_j\} = Cov\{V_j U_i\}$ , sistem kokriging jednačina može se iskazati uz pomoć variograma. Mada kros-kovarijaciona funkcija može biti i nesimetrična, u najvećem

broju slučaja u praksi ona je simetrična (Isaaks&Srivastava (1989)). Veza između kovarijacije i variograma izražena je sledećom jednakošću:

$$C_{UV}(h) = \gamma_{UV}(\infty) - \gamma_{UV}(h) \quad (3.51)$$

Da bi rešenje kokriging sistema jednačina egzistiralo i bilo jedinstveno, variogrami i kros-variogrami moraju biti pozitivno definitni.

U pojedinim situacijama kokriging interpolacija neće dati bolje rezultate u odnosu na Kriging. To će se desiti u slučaju kada podaci za obe promenljive postoje praktično na istim lokacijama i ako su njihovi variogrami, odnosno kovarijacione funkcije, slični po obliku.

U radu je kokriging interpolaciona metoda iskorišćena za modeliranje terena podacima koji su različitog nivoa tačnosti. Ovakvi podaci su tretirani kao raznorodne veličine sa ciljem da se dobije model terena koji će odgovarati podacima kojih ima manje po obimu, ali su većeg nivoa tačnosti.

## 4 Analiza kvaliteta digitalnih modela terena

Pojava digitalnih modela terena kao novog načina predstavljanja reljefa zahtevala je vrlo brzo pojavu i razvoj postupaka za verifikaciju njihovog kvaliteta. Kontrola kvaliteta DMT-a je sastavni deo procesa njegove izrade i podrazumeva projektni zadatak i upotrebu odgovarajućeg hardvera, programskih paketa i procedura (**Caruso (1987)**). Svrha postojanja izveštaja o kontroli kvaliteta je da obezbedi korisniku proizvoda detaljne informacije uz pomoć kojih će proceniti njegovu pogodnost za određenu namenu (**Morrison (1995)**).

### 4.1 Pregled dosadašnjih radova na verifikaciji kvaliteta DMT-a

Tačnost DTM-a je od interesa kako za korisnike tako i za one koji se bave njihovom produkcijom. Prvi radovi na ovu temu počinju da se objavljuju početkom sedamdesetih godina dvadesetog veka. Većina istraživanja je bazirana na razvoju matematičkih modela koji omogućavaju prethodnu ocenu tačnosti DMT-a. Na 14. Kongresu ISPRS<sup>26</sup>-a u Hamburgu 1980. godine usvojena je rezolucija po kojoj je kao glavni zadatak usvojeno istraživanje na polju prikupljanja podataka, primene interpolacionih metoda i tačnosti DMT-a. To je bila i glavna tema rada III Komisije ISPRS-a, sve do 1988, kada je na 16. Kongresu ISPRS-a prof. Kubik podneo izveštaj tvrdeći da su osnovni problemi koji se odnose na ocenu tačnosti DMT rešeni. Otada je rad na oceni tačnosti DMT-a zamro u okviru aktivnosti ISPRS-a. Rad je nastavila OEEPE<sup>27</sup> koja je na sastanku marta 1992 u Bazelu odlučila da formira posebnu radnu grupu pod nadzorom prof. Krausa sa Univerziteta u Beču, koja će nastaviti rad na oceni tačnosti različitih modela podataka DMT. Rad ove radne grupe bio je posebno usredsređen na DMT proizvode koji se koriste u inženjerstvu.

#### 4.1.1 Modeli za prethodnu ocenu tačnosti DMT-a

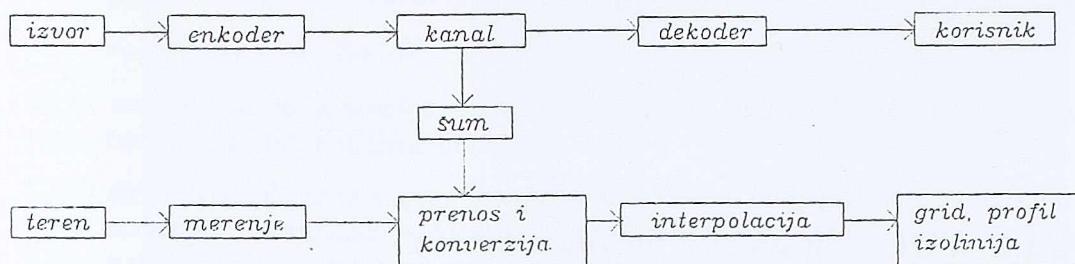
Prvi radovi iz ove oblasti odnose se na istraživanja prof. Makarovića koji je primenom Furijeove analize ispitivao vernost<sup>28</sup> DMT površi. Njegov rad je zasnovan na modelima koji su poznati iz teorije telekomunikacija i obrade signala. Kao polaznu osnovu koristio je karakteristične profile terena, a takođe je razvio i modele za funkcije prenosa interpolacionih funkcija.

Ovaj model je svoju dalju razradu doživeo u posmatranju procesa modeliranja terena kao linearog telekomunikacijskog sistema kod kojeg su spektralnom analizom razvijene formule za ocenu tačnosti DMT-a (Slika 4-1) (**Tempfli (1980)**).

<sup>26</sup> International Society for Photogrammetric Engineering and Remote Sensing (skr.)

<sup>27</sup> European Organization for Experimental Photogrammetric Research (skr.)

<sup>28</sup> fidelity (engl.)



*Slika 4-1. Transfer informacija u linearnoj telekomunikacijskoj mreži i prilikom izrade DMT-a*

Prva istraživanja na polju ocene tačnosti DMT-a koja su uzimala u obzir prostornu strukturu rasporeda visina kroz ocenu kovarijacione funkcije visina terena data su u radu **Kubik&Botman** (1976). Oni prvi put uvode modele eksponencijalne i Gausove krive kod ocene teorijskog modela kovarijacije. To je pionirski rad na polju uvođenja variograma kao funkcije koja analitički opisuje teren. Prvi put se variogrami u oceni prethodne tačnosti DMT-a koriste u istraživanju koje su objavili Frederiksen, Jacobi i Kubik (1986).

Takođe su značajna i istraživanja na Tehničkom Univerzitetu u Danskoj koja su u oceni modela tačnosti koristila ocenu spektralne analize visokih frekvencija profila terena (Nyqvistova frekvencija). Za ovo istraživanje je značajno da je prvi put razmatran odnos između tipa terena, tačnosti i gustine merenih podataka, kao i ocena troškova realizacije projekta.

Većina ovih istraživanja je obavljena pod pokroviteljstvom ISPRS-a, koja je svim učesnicima obezbedila podatke sa šest geomorfološki različitih test područja sa teritorije zapadne Europe (Švedska, Norveška i Nemačka). Podaci su dobijeni fotogrametrijski sa različitim razmerama snimanja (od 1: 4 000 do 1: 30 000). Tada je prvi put uveden i pojam "istinitog" terena, odnosno podataka o visinama tačaka koje su više tačnosti, odnosno višeg hijerarhiskog nivoa. U ovom slučaju su korišćeni takođe fotogrametrijski podaci krupnije razmere snimanja. Broj kontrolnih tačaka koji je korišćen za ocenu tačnosti dobijenih DMT-a bio je više od 1800 tačaka za svako test područje.

Rezultati obrada ovih podataka od strane mnogobrojnih učesnika širom sveta značajni su posebno sa stanovišta ocene tačnosti merenih podataka fotogrametrijskom metodom koja se tada nametnula kao vodeća metoda u prikupljanju podataka za potrebe izrade DMT:

- Standardna greška visina fotogrametrijski izrađenih DMT-a je u rasponu od 0.2 do 0.4% visine leta za ravne i brežuljkaste terene. U brdovitim terenima ona iznosi oko 1-2%. Maksimalna greška je oko 4-8 puta veća od standardne greške.
- Broj grubih grešaka koje se pojavljuju u procesu fotogrametrijskog merenja je u rasponu od 0% do 3%, gde je 0.5% najčešća vrednost. Ovakve greške se pojavljuju češće kod "težih" terena, s time da je većina ovih grešaka nezavisna u odnosu na tip terena.
- Tačnost DTM-a raste sa povećanjem gustine merenih tačaka.
- Primena navedenih modela *a priori* ocene tačnosti, pokazale su da rezultati dobijeni njihovom primenom daju prilično optimističke ocene u odnosu na rezultate dobijene iz *a posteriori* ocene.

Poslednji navedeni zaključak imao je i presudnu ulogu u tome da modeli koji su razvijani za potrebe prethodne ocene tačnosti nisu doživeli široku upotrebu kao sastavni delovi programskih paketa za izradu DMT-a. Osnovna ideja njihove primene je da se sproveđe

prethodna ocena tačnosti kvaliteta DMT-a, a samim tim i postave projektni parametri izrade DMT-a. Ono što je karakteristično za sve navedene metode je prilično komplikovani matematički aparat.

#### 4.1.2 Nagib terena kao značajni parametar u analizi kvaliteta DMT-a

Paralelno sa razvojem modela za prethodnu ocenu tačnosti prof. Akerman sa Univerziteta u Štutgartu radio je sedamdesetih godina prošlog veka prve eksperimente sa modelima visoke rezolucije za inženjerske potrebe. On je došao do linearne zavisnosti između tačnosti DMT-a i gustine merenih tačaka iskazane formulom:

$$\sigma_z^2 = \beta^2 + (\alpha \times d)^2 \quad (4.1)$$

gde je:

$\sigma_z$  - srednja kvadratna greška interpolovane visine,

$\alpha$  - faktor koji se odnosi na karakteristike terena,

$d$  - srednje rastojanje izmedju merenih tačaka,

$\beta$  - standard merenja ulaznih podataka.

Vrednosti za parametar  $\alpha$  do kojih je prof. Akerman došao su:

$\alpha = 0.004$  za ravničarske i terene sa blagim nagibima

$\alpha = 0.010$  za "srednje" terene.

$\alpha = 0.022$  za "teške" terene.

Iako specifikacija atributa za terene nije data eksplisitno, formula (4.1) ima vrlo praktičnu upotrebu kod DMT-a visoke rezolucije (OEEPE (2000)).

Još početkom dvadesetog veka nemački geodeta Koppe je postavio formulu za zahtevanu visinsku tačnost izohipsi na kartama i ona glasi:

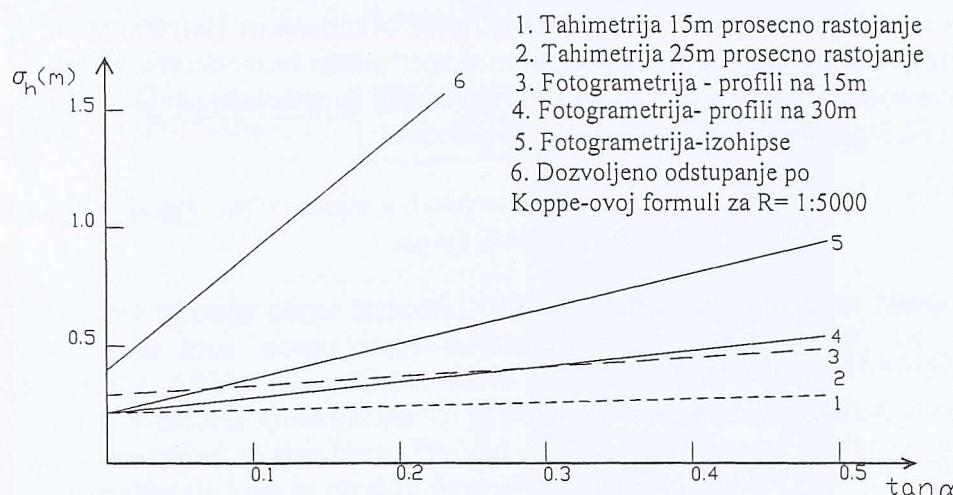
$$\sigma_z = \pm(A + B \times \tan S) \quad (4.2)$$

gde su A i B konstante koje zavise od razmere i zahtevane tačnosti karte, a  $S$  nagib terena. Ova formula i danas figuriše u kartografskim standardima širom sveta (Tabela 4-1) (Petrie et al. (1990)). Njena vrednost je u tome što je prvi put jasno uočeno da je tačnost prikaza visina u direktnoj korelaciji sa nagibom terena.

Tabela 4-1. Odnos tačnosti visina i nagiba terena na topografskim podlogama

Razmara	država	$\sigma_z(m)$
1: 5 000	Nemačka	$\pm(0.4 + 5 \times \tan S)$
1:10 000	Švajcarska	$\pm(1 + 3 \times \tan S)$
1:25 000	Velika Britanija Nemačka Švajcarska	$\pm\sqrt{1.8^2 + 3^2 \times \tan S}$ $\pm(0.5 + 5 \times \tan S)$ $\pm(1 + 7 \times \tan S)$
1: 50 000	Velika Britanija Švajcarska SAD ISPRS	$\pm\sqrt{1.8^2 + 7.8^2 \times \tan S}$ $\pm(1.5 + 10 \times \tan S)$ $\pm(1.8 + 15 \times \tan S)$ $\pm(1 + 7.5 \times \tan S)$

Prof. Akerman je takođe uočio funkcionalnu zavisnost tačnosti visina izohipsi dobijenih iz DMT sa nagibom terena (Slika 4-2). Tačnost je prikazana i u funkciji od metode prikupljanja podataka i gustine merenih tačaka.



Slika 4-2 Tačnost merenja visina za različite metode snimanja u funkciji nagiba terena (Ackermann (1978))

Polazeći od stanovišta da je nagib terena presudni parametar u oceni tačnosti visinske predstave terena, Li Zhilin je razvio opšti model ocene tačnosti DMT-a (Li (1993b)), čija formula glasi:

$$\sigma_{DEM}^2 = K_1 \sigma_z^2 + K_2 \left(1 + \frac{4d}{W}\right) \times (d \tan S)^2 \quad (4.3)$$

gde je:

$\sigma_{DEM}^2$  - srednja kvadratna greška visina u "gridnom" DMT-u,

$\sigma_z^2$  - srednja kvadratna greška merenih visina tačaka (ulazni podaci),

$K_1$  - konstanta čija vrednost zavisi od primenjene interpolacione metode,

$K_2$  - konstanta čija vrednost zavisi od topografskih karakteristika terena,

$d$  - dimenzija gridne ćelije,

$S$  - srednja vrednost nagibnog ugla terena,

$W$  - talasna dužina terena koja je data formulom:

$$W = (H_{\max} - H_{\min}) \cot S \quad (4.4)$$

gde je  $H_{\max}$ , odnosno  $H_{\min}$ , maksimalna, odnosno minimalna, visina terena. Razlika ovih visina na određenom području često se naziva "energija" reljefa i ona predstavlja parametar vertikalnog raščlanjenja reljefa, odnosno potencijalnu energiju određenog terena (Manojlović i Dragićević. (2002)).

Formula za opšti model ocene tačnosti DMT-a ima svoju verziju i za DMT gde su kombinovani podaci visina u gridu i dodatnih podataka o strukturi reljefa (prelomne linije, vododelnice, jaruge itd.).

$$\sigma_{DTM}^2 = K_1 \sigma_z^2 + K_2 \times (d \tan S)^2 \quad (4.5)$$

- Za meru tačnosti je uzet moment drugog reda (RMSE<sup>30</sup>),
- Specificirana je i procedura za analizu kvaliteta karata.

Po prvi put se uvodi termin test tačaka čije se prostorne koordinate sa karte upoređuju sa koordinatama dobijenim merenjem na terenu. Za jedan list karte preporučuje se najmanje 20 test tačaka.

RMSE se računa iz razlika prostornih koordinata očitanih na karti u test tačkama i njihovih "istinitih" vrednosti. Moment drugog reda za visine računa se po formuli:

$$RMSE_z = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n d_i^2}{n}} \quad (4.6)$$

gde je:

$d_i$  - razlika visine dobijene interpolacijom sa karte i visine sa terena  $d_i = z_{int} - z_t$

$n$  - ukupan broj test tačaka.

Uslovi koje topografske karte moraju da zadovoljavaju u pogledu horizontalne tačnosti dati su u Tabela 4-2:

Tabela 4-2 Položajna tačnost kartografskih podloga (Merchant (1987)).

Tačnost u položajnom smislu (po Y ili X koordinati)	
Dozvoljena RMSE (m)	Razmera plana/karte
0.0125	1: 50
0.025	1:100
0.050	1:200
0.125	1:500
0.25	1:1 000
0.50	1:2 000
1.00	1:4 000
1.25	1:5 000
2.50	1:10 000
5.00	1:20 000

Vrednosti u tabeli odgovaraju iskazu da 90% jasno uočljivih<sup>31</sup> tačaka (detalji koji se mogu prepoznati i na terenu) bude kartirano sa tačnošću od 0.43mm u razmeri karte, odnosno plana. Prikazana tačnost odgovara kartama prve klase, dok za karte druge, odnosno treće klase, ta vrednost množi se sa koeficijentom dva, odnosno tri.

Za visinsku tačnost dozvoljena RMSE je iznos od jedne trećine ekvidistance osnovne izohipse na topografskoj podlozi za jasno uočljive tačke, odnosno jednu šestinu vrednosti ekvidistance za tačke koje su kartirane sa pikicom i kotom. Numerički se to može prikazati vrednostima u tabeli (Tabela 4-3). Vrednosti razlika koje prelaze trostruku vrednost dozvoljene RMSE smatraju se grubim greškama.

<sup>30</sup> root mean square error (skr.)

<sup>31</sup> well-defined (engl.)

Vrednosti koeficijenata  $K_1$  i  $K_2$  odredjene su empirijski i iznose 4/9 odnosno 5/768 (Li.(1993b)).

Ova metoda je verifikovana na tri od šest test područja (Uppland u Švedskoj i Sohnstetten i Spitze u Nemačkoj) koje je Radna Grupa 3 Komisije III *ISPRS* ustanovila kao etalon za ispitivanje metoda za ocenu tačnosti DMT. U poređenju sa već navednim metodama za prethodnu ocenu tačnosti, ona je dala najbolje rezultate (Li (1993a)).

## 4.2 Standardi za ocenu tačnosti DMT-a

Prema definiciji, digitalni modeli terena predstavljaju skup podataka, koji omogućuje interpolaciju visine terena na proizvoljnoj lokaciji sa unapred određenom visinskom tačnošću. U ovom smislu je i glavna razlika između DMT-a i visinske predstave terena pomoću izohipsa na kartama. Izohipse daju striktne visinske informacije vezane za linije kojim su predstavljene, dok njihov izgled, gustina i prostorni raspored daju impresiju o morfologiji terena. U tom smislu manualno izrađene topografske karte sa izohipsima daju bolju vizuelnu predstavu o pojedinim zemljjišnim oblicima nego izohipse dobijene iz DMT baze podataka.

### 4.2.1 Kartografski standardi za topografske karte

S obzirom da postojeći kartografski materijal predstavlja nepresušni izvor podataka za izradu DMT baza podataka svakako je bitno naznačiti standarde i procedure koji se koriste za ocenu tačnosti kartografskog materijala. Najinteresantnija je tačnost geometrijskih informacija koje karte nose sa sobom. Ona zavisi od kvaliteta matematičkih elemenata karte (projekcije, razmere), kvaliteta baze premera (geodetske mreže), metode prikupljanja podatka (tahimetrija, fotogrametrija, GPS snimanje), vrste i kvaliteta mernih instrumenta, a potom i od pribora i materijala, tehnoloških postupaka kartografske obrade i reproduksijske tehnike pripreme, kao i od deformacija listova koje nastaju u periodu njihove eksploatacije. Prema tome, geometrijska tačnost karte zavisi od tačnosti premera i tačnosti kartografsko-reprodukcijskih radova.

Pri oceni geometrijske tačnosti ispituju se elementi koji definišu horizontalni, odnosno vertikalni, položaj tačke na karti, te se zbog kartometrijskih osobina plana, odnosno karte, za to koriste pravougle koordinate i visine. To znači da je za meru tačnosti karata prihvaćeno odstupanje pojedinih tačaka od njihovog stvarnog položaja po osovinama koordinatnog sistema.

Ocena tačnosti dobija se iz razlika koordinata ispitivanih tačaka na karti sa njihovim istinitim vrednostima, odnosno vrednostima koordinata višeg stepena tačnosti. Ekspanzija kartografske produkcije u toku 20. veka dovela je i do pojave standarda koji bi trebalo da posluže za verifikaciju kvaliteta kartografskih proizvoda. Na žalost, u našoj kartografskoj praksi normativi ovoga tipa nisu nikada razvijani.

Među najpoznatije standarde ovog tipa mogu se ubrojiti najviše citirani i u praksi i istraživanjima najčešće korišćeni, Američki Standardi za krupno razmerne topografske karte (*Merchant* (1987)). Ovi standardi razvijeni su pod pokroviteljstvom komiteta za standarde ASPRS<sup>29</sup>-a sredinom 80-tih godina prošlog veka. Oni se odnose na krupnorazmerne topografske karte koje su namenjene za inženjerske potrebe. Ovaj dokument je značajan pošto je po svom sadržaju i metodologiji predstavljao osnovu za razvoj budućeg standarda za ocenu kvaliteta DMT.

Takođe su veoma važne i sledeće odrednice tog dokumenta:

- Prostorna tačnost prezentuje se u prirodnoj veličini,

<sup>29</sup> American Society of Photogrammetry and Remote Sensing (skr.)

Tabela 4-3 Visinska tačnost kartografskih podloga u funkciji ekvidistance(Committee for Standards and Specifications (1985)).

Tačnost u visinskom smislu	
Ekvidistanca (m)	Dozvoljena RMSE (m)
0.05	0.015
0.10	0.03
0.50	0.15
1.0	0.30
2.0	0.61
2.5	0.76
5	1.52
10	3.04

Preporuka prilikom formiranja skupa kontrolnih tačaka za potrebe vertikalne ocene tačnosti je da horizontalna tačnost tačaka ne prelazi više od dvostrukе vrednosti dozvoljene RMSE za položajnu tačnost (Tabela 4-2). Za raspored tačaka se preporučuje da one budu raspoređene duž dijagonala lista karte, odnosno plana. Za tačnost određivanja visinskih razlika između kontrolnih tačaka greška merenja ne bi smela da bude veća od 1/20 ekvidistance.

Preporuke i normativi u zemljama zapadne Evrope vrlo su slični navedenim američkim standardima (Koelbl (2001)).

#### 4.2.2 Fotogrametrijski standardi

Fotogrametrijska metoda prikupljanja je dominantna metoda direktnog prikupljanja podataka za izradu DMT-a poslednjih decenija. Prednost fotogrametrijske metode je ta što omogućuje da se mereni podaci progušuju u skladu sa potrebama koje DMT treba da ispuni. S druge strane, velika prednost ove metode je i visoka tačnost prikupljenih podataka. Fotogrametrijska tehnologija prikupljanja podataka doživela je veliki napredak, počev od analognih stereorestitucionih instrumenata, preko analitičkih steroploter, do digitalnih fotogrametrijskih stanica.

Podaci o terenu dobijeni ovom metodom znatno su većeg ranga tačnosti nego podaci dobijeni iz kartografskog materijala.

Tačnost merenih podataka u fotogrametriji zavisi od mnogobrojnih faktora, a kao najčešće pominjani standard pojavlju se sledeće formule dobijene empirijskim putem (Kraus (1989)): za signalisane tačke (merenja u modelu):

$$\text{položajna: } \sigma_{xy} = \pm 8 \mu m \times R_s, \quad R_s - \text{imenilac razmere snimka},$$

$$\text{visinska: } \sigma_z = \pm 0.08 \% \times h_l, \quad \text{za normalnu i širokougaonu kameru},$$

$$\sigma_z = \pm 0.01 \% \times h_l, \quad \text{za superširokougaonu kameru}.$$

gde je  $h_l$  visina leta.

za detaljne tačke na ove vrednosti treba dodati grešku koja odražava nesigurnost u definiciji tačke  $\sigma_{(def)}$  koja se kreće u rasponu od 0.07 do 1.0 metar, pa bi konačna formula glasila:

$$\begin{aligned} \text{položajno: } \sigma_{xy} &= \sqrt{\sigma_{xy(sig)}^2 + \sigma_{(def)}^2} \\ \text{visinski: } \sigma_z &= \sqrt{\sigma_{z(sig)}^2 + \sigma_{(def)}^2} \end{aligned} \quad (4.6)$$

Izbor kamere zavisi od stepena izgrađenosti snimanog područja. Gradska područja se snimaju sa uskougaonim i normalnougaonim kamerama, zbog mogućnosti stvaranja mrtvih uglova kod visokih objekata. Za nenaseljena područja najpogodnije su široko i supersirokougaone kamere (Joksić (1983)).

Kod analitičkih stereorestitucionih instrumenata tačnost merenja se povećava za 25%.

Osim merenja diskretnih tačaka terena, ne treba zaboraviti da se u procesu stereorestitucije mogu direktno izvlačiti izohipse. Za njihovu visinsku tačnost koristi se već navedena Koppeova formula:

$$\sigma_H = \sigma_z + \sigma_G \times \tan S \quad (4.7)$$

gde je :

$S$  - nagib terena,

$\sigma_z$  - visinska tačnost kontinuirano izvučenih linija koja usled dinamičkog procesa merenja ima sledeće vrednosti,

$\sigma_z = \pm 0.25\% \times hl$ , za normalnu i širokougaonu kameru,

$\sigma_z = \pm 0.3\% \times hl$ , za superširokougaonu kameru.

$\sigma_G$  - položajna tačnost merenja kontinualno izvučenih linija i iznosi:

$\pm 100 \mu m \times Rs$ , za krupnorazmernu karte,

$\pm 0.2 mm \times Rk$ , za sitnorazmernu karte (**Rk**-imenilac razmere kartiranja).

Za grubu procenu često se koristi formula:

$$\sigma_z = \pm 0.3\% \times hl \quad (4.8)$$

Za potrebe izrade ortofotoa, vrše se merenja po profilima, odnosno u rasteru, i tu se za visinsku tačnost merenih podataka usvaja formula:

$$\sigma_z = 0.1 - 0.15\% \times hl \quad (4.9)$$

Kod blok aerotriangulacije ocene položajne i visinske tačnosti dobijaju se iz izravnjanja. Ove ocene se odnose na signalisane tačke, tako da se primenom formule (4.9) može predstaviti i ocena tačnosti za detaljne tačke. U svim prethodnim formulama nije uzeta u obzir nesigurnost koja se pojavljuje kod terena sa intenzivnom vegetacijom.

Krajem osamdesetih godina počinje nova era u fotogrametriji razvojem tehnologije digitalnih fotogrametrijskih stаница. Razvoj digitalne fotogrametrije a time i ekspanzija ortofoto produkcije, u prvi plan je stavila izradu DMT kao neophodnih podataka za dobijanje ovih proizvoda.

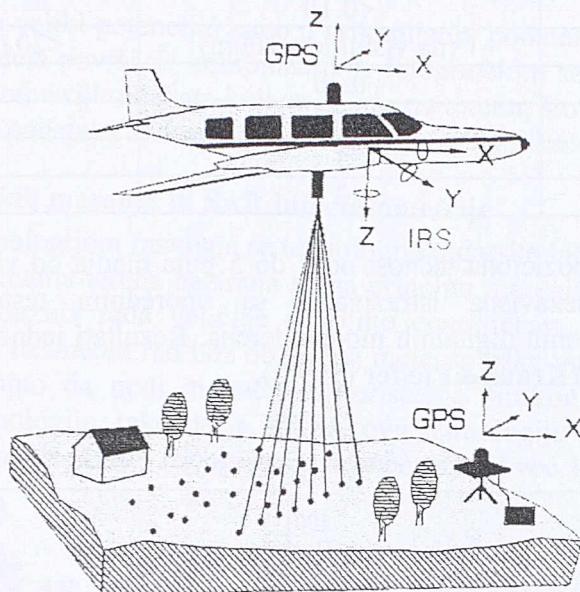
Sa stanovišta prikupljanja podataka za izradu DMT-a, ova tehnologija je interesantna pošto nudi mogućnost automatskog generisanja visina u modelu. Visine se obično mere u gridu ili po zadatim profilima sa zadatim korakom. Ovaj proces se obavlja prosečnom brzinom od 150 tačaka u sekundi, što omogućava operateru da za 10 minuta obavi posao za koji je na analitičkom stereoploteru potrebno od 6 do 8 sati (Gooch & Chandler (2001)). Pored ovakvog načina prikupljanja podataka omogućena su i manuelna merenja u modelu. Automatsko prikupljanje podataka zahteva i obaveznu naknadnu obradu podataka; u prvom redu zbog filtracije podataka koji ne pripadaju terenu (veštački objekti, vegetacija), a zatim i zbog toga što algoritmi koji to atomatski obavljaju na pojedinim oblastima mogu biti i neuspešni. Razlog za to su kvalitet skeniranog fotografskog materijala, nagle promene nagiba površi, itd.

Za potrebe digitalne obrade materijal mora biti skeniran sa najmanjom veličinom piksela od  $15 \mu m$ , pri čemu je napogodnije 10 do  $12 \mu m$ , pa čak i manje. Skeniranje mora biti obavljeno visokopreciznim skenerom koji mora obezbediti geometrijsku preciznost od  $\pm 3 \mu m$ .

#### 4.2.3 Tačnost laserskog skeniranja terena

Lasersko skeniranje terena (ALS<sup>32</sup> ili LIDAR<sup>33</sup>) je nova tehnologija prikupljanja podataka za potrebe izrade DMT-a. Ovaj tehnologija je počela da se razvija u zadnjih deset godina i vrlo brzo je u razvijenim zemljama Evrope i SAD u pojedinim segmentima i potisla fotogrametrijsku metodu, kako po zahtevima tačnosti tako i po troškovima vezanim za realizaciju.

S obzirom na to da se radi o novoj tehnologiji, koja se još dinamično razvija, vrlo je teško govoriti o nekim opštim merama tačnosti. Značajno je istaći neke od osobenosti laserskog skeniranja terena koje su interesantne sa stanovišta DMT produkcije.



*Slika 4-3. Lasersko snimanje terena*

Ovom metodom moguće je obezbiti veliku gustinu merenih podataka sa visokom tačnošću. Snimanje se vrši iz vazduhoplova (avioni, helikopteri) sa visina od 20 do 6000 metara. Najčešće se radi o visinama leta oko 1000 metara (Slika 4-3). Visina je vrlo bitan parametar projektovanja snimanja, jer se minimalni razmak merenih podataka (razmak u rasteru) dobija iz sledeće formule:

$$\Delta d = hl \cdot \gamma / 2000 \quad (4.10)$$

gde je:

hl – visina leta,

$\gamma$  – ugao rasipanja laserskog zraka izražen u miliradijima.

Uobičajena vrednost za  $\gamma$  je 1mrad, tako da se minimalni razmak dobija iz odnosa  $hl/2000$ .

<sup>32</sup> Airborne Laser Scanning (skr.)

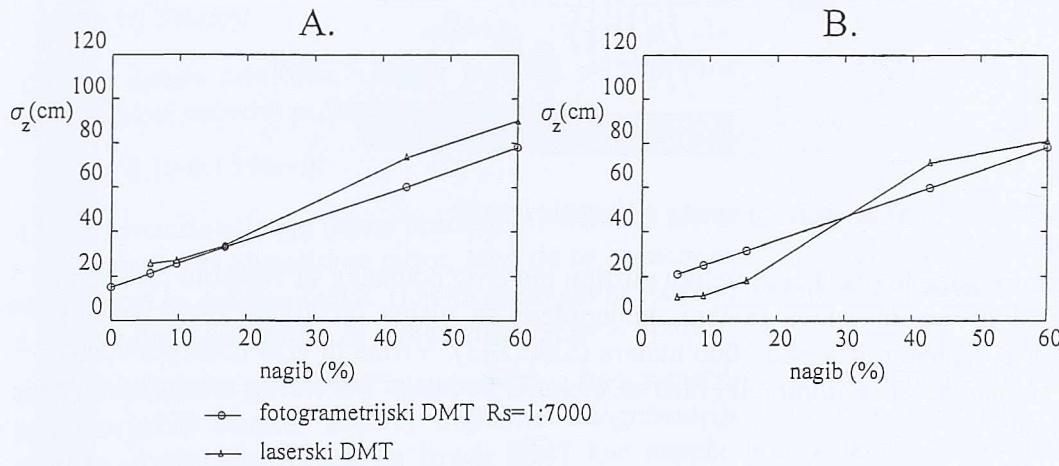
<sup>33</sup> LIght Detection And Ranging (skr.)

U svetu trenutno postoji nekoliko proizvođača ove opreme koji imaju različite standarde tačnosti kako pozicione tako i visinske (Baltsavias (1999b)) a neki od njih su prikazani u Tabeli 4-4:

Tabela 4-4 Tačnost različitih sistema za lasersko snimanje terena

Naziv sistema	Horizontalna tačnost (m)	Visinska tačnost (cm)
ALTM 1020 Aero Asahi	1‰ hl	<15
TopoSys	0.5‰ hl	<15
Nakanihon	1 (na visini leta 200m)	10-25 (hl = 200m)
FLI-MAP II	<0.10	<10
ScaLARS	1 (na visini leta 700m)	<20 (hl = 700m)
AeroScan	0.30	20
RAMS	0.30	30
DATIS	1	15
HawkEye	3	30

Posebno je interesantno da je poziciona tačnost od 2 do 5 puta manja od visinske tačnosti. Urađena su mnogobrojna nezavisna istraživanja sa uporednim testovima tačnosti fotogrametrijski i laserski izrađenih digitalnih modela terena. Rezultati jednog od uporednih testova prikazani su na slici 4.4 (Kraus & Pfeifer (1998)).



Slika 4-4. Grafik zavisnosti standardnih grešaka visina merenih fotogrametrijski i laserski i nagiba terena

Visinska tačnost DMT-a dobijenog ALS tehnologijom odgovara tačnosti DMT-a dobijenog fotogrametrijskim merenjima za razmere snimanja  $Rs=1:7\,000$  i  $Rs=1:10\,000$ . Uklanjanjem sistematskih grešaka, koje se u prvom redu odnose na greške pozicioniranja vazduhoplova koji se dobija iz GPS i INS<sup>34</sup> merenja za terene sa nagibom manjim od 30% ALS tehnologija daje bolje rezultate (Slika 4-4B.).

Zanemarujući uticaj nagiba terena očekivana tačnost merenja laserima je od 5cm do 20cm (odnosi se prvenstveno na grešku GPS pozicioniranja vazduhoplova i merenja rastojanja) sa pogoršanjem od 0.5-2cm za svakih dodatnih 100m visine leta (ovo se odnosi na uglove skeniranja do 30°) (Baltsavias (1999a)).

Laserski sistemi novih generacija omogućavaju prodiranje laserskih snopova kroz vegetaciju, tako da je moguće dobiti DMT bez obzira na obraslost terena rastinjem, što je inače veliki

<sup>34</sup> Inertial Navigation Sensors (skr.)

problem kod fotogrametrije. Dobijena tačnost za DMT tačke u šumovitim terenima može se izraziti formulom (Kraus (2000)):

$$\sigma_z(\text{cm}) = \pm \sqrt{18 + 120 \tan S} \quad (4.11)$$

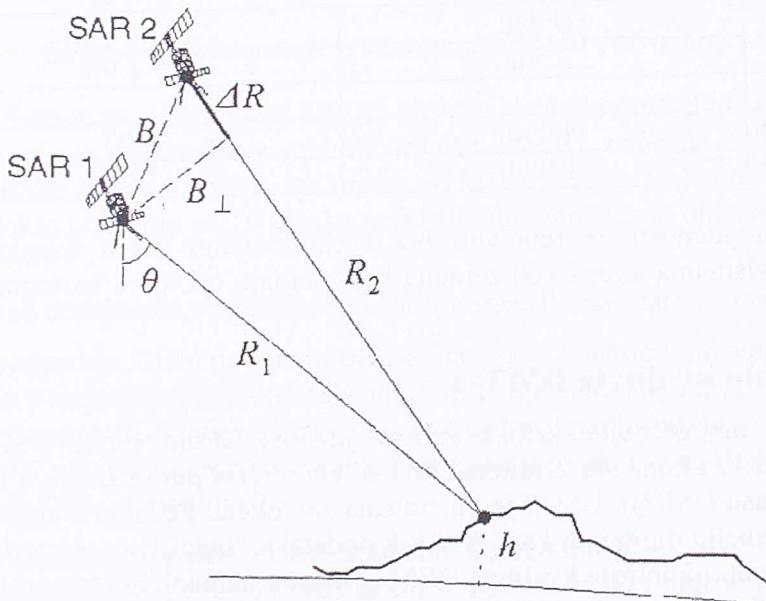
gde je  $\alpha$  nagib terena.

Dosadašnji pokušaji da se iz laserskih merenja direktno dobijaju izohipse pokazali su se kao nedovoljno kvalitetni sa stanovišta geomorfoloških prikazivanja detalja. Za takvu svrhu preporučuje se kombinovanje ovih podataka sa drugim izvorima podataka (dodata GPS merenja ili fotogrametrijska merenja) (Kraus & Pfeifer (1998)).

LIDAR tehnologija ima veliki potencijal kako u prikupljanju podataka za izradu DMT, tako i za izradu digitalnih modela površi. U kombinaciji sa fotografskim senzorima ona obezbeđuje bogate informacije o geometriji objekata koji se nalaze na terenu, što će je vrlo brzo izbaciti u prvi plan kod akvizicije podataka za krupnorazmerne 3D-GIS aplikacije.

#### 4.2.4 Tačnost radarskih merenja ili SAR interferometrije

Uporedno sa LIDAR tehnologijom razvijala se tehnologija radarske interferometrije (InSAR<sup>35</sup>). Merenja podataka o visinama terena bazirana su na principu merenja stereoparalakse signala радара чија је таласна дужина реда величине неколико centimetara што омогућава njihovo prodiranje kroz oblake i nesmetan rad bez obzira na meteorološke uslove (Slika 4-5). Za ovu tehnologiju je interesantno da nudi mogućnost korišćenja širokog dijapazona letelica, za razliku od laserske tehnologije, tako da je NASA ovu tehnologiju prikupljanja podataka o terenu primenila i na *Shuttle Radar Topographic Mapper* misiji već 1999 godine.



Slika 4-5. InSAR snimanje terena za potrebe izrade DMT

Tačnost DMT merenja InSAR tehnologijom određena je sa tri osnovna faktora:

- tačnost određivanja faze radarskih signala,
- tačnost određivanja položaja letelice,
- atmosferski uslovi.

<sup>35</sup> INterferometric Synthetic Aperture Radar (skr.)

U poređenju sa LIDAR tehnologijom SAR interreferometrija ima samo nešto manji nivo tačnosti, ali je mnogo ekonomičnija za prikupljanje podataka za DMT koji pokrivaju veća područja, posebno za teritorije koje nisu izgrađene i na kojima nema vegetacije. Sistemi kao što su na primer *Star -3i* pod idealnim uslovima mogu da pokriju područje od 30 000 km<sup>2</sup>, za samo jedan dan snimanja (**Mercer&Schnick** (1999)). Posebno je interesantno da merenja radarskom tehnologijom mogu da se obavljaju u pravilnim rasterima, tako da je gridni DMT dobijen na ovakav način praktično rezultat integracije merenih podataka bez primene interpolacije.

U Tabela 4-5 je dato poređenje parametara InSAR tehnologije komercijalnog sistema *Star -3i* koji je operativan letelicama tipa LearJet od 1997 godine sa LIDAR tehnologijom (**Mercer** (2001)).

*Tabela 4-5 Uporedni parametri InSAR i LIDAR tehnologije*

Parametar	INSAR (Star-3i)	LIDAR
Visina leta	6000m - 9000m	300m – 1800m
Brzina leta	750km/čas	~200km/čas
Ugao zahvatanja	30°-60°	+/- 20° (35°max)
Širina zahvata (na tlu)	5 – 8km	0.7 – 1 km
Rezolucija ortorektifikovane slike	2.5m	/
Rezolucija merenja terena	2.5m, 5m, 10m	3 – 5m (0.5min)
Vertikalna tačnost DTM-a		
Apsolutna	1.0m	15-35cm
Relativna (1σ)	~30cm	/
Horizontalna tačnost DTM-a	2.5m	0.5-1.0m
Brzina akvizicije podataka		
Maksimalna (km <sup>2</sup> /čas)	4 000	~200
Prosečna (km <sup>2</sup> /čas)	1 000	?

InSAR tehnologija otvara mogućnosti za relativno brz i ekonomičan način formiranja nacionalnih baza podataka o visinama terena kod zemalja koje nemaju razvijeni kartografski materijal (**Holland** (2002)).

#### 4.3 Standardi za kontrolu kvaliteta DMT-a

I pored toga što je doživeo mnogobrojne kritike stručne javnosti širom sveta, USGS<sup>36</sup> standard je najpoznatiji standard za kontrolu kvaliteta DMT-a. On je prvi put prikazan u vidu dokumenta 1986 godine (**Caruso** (1987)). USGS je imenovana za vodeću Federalnu agenciju u SAD za prikupljanje i distribuciju digitalnih kartografskih podataka. Specificirani standardi odnose se na prikupljanje, obradu i kontrolu kvaliteta DEM podataka namenjenih kao ulaz za Nacionalnu Digitalnu kartografsku Bazu (NDCDB).

Namena ovog standarda je u prvom redu da olakša razmenu i upotrebu DEM podataka, odnosno stvaranje jedne kompatibilne baze koja će biti dostupna svim korisnicima u privatnom i javnom sektoru, bez obzira na sisteme koji se koriste za prikupljanje i editovanje ove vrste podataka.

S obzirom na to da se u dokumentu razmatraju podaci sa gridnom strukturu, kvalitet DEM-a se definiše sa sledeća tri parametra:

- Horizontalna tačnost,

<sup>36</sup> United States Geological Survey (skr.)

- Vertikalna tačnost,
- Usklađenost granica<sup>37</sup> DEM.

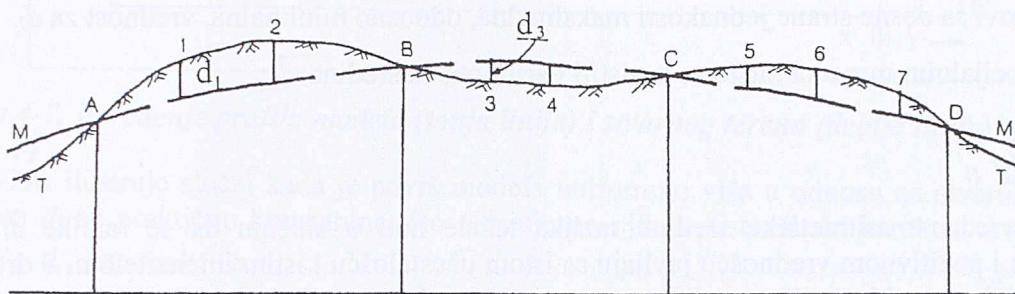
S obzirom na gridnu strukturu USGS DEM-a, gde se podaci o visinama nalaze na fiksnom rastojanju, horizontalna tačnost se praktično ocenjuje kroz vertikalnu tačnost tačaka u gridu. Kao mera koristi se moment drugog reda, RMSE :

$$RMSE_z = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n d_i^2}{n}} \quad (4.12)$$

gde je:

$d_i$  – razlika visina u modelu i na terenu,

$n$  – broj kontrolnih tačaka.



Slika 4-6. Odstupanje u visinama grida M i stvarnog terena T

Kako je format za distribuciju USGS DEM-a u blokovima dimenzija 7.5' po geografskim koordinatama sa dimenzijama gridnih stranica od 30m, odnosno 30' sa dimenzijama grida od 3" geografske širine i dužine, za ocenu RMSE predlaže se skup od najmanje 28 tačaka u okviru bloka, pri čemu se 20 tačaka nalazi unutar zahvaćene oblasti, a 8 tačaka u graničnom području bloka.

U skladu sa ocenjenom vertikalnom tačnošću specificirana su i tri različita nivoa DEM-a.

**Nivo 1** predstavlja DEM dobijen profilisanjem terena analitičkim stereoploterom<sup>38</sup>. Vertikalna RMSE do 7 m je poželjna, a RMSE do 15 m je maksimalna dozvoljena za ovaj nivo DEM-a. Niz od 49 susednih gridnih čvorova ne sme da ima grešku veću od 21 m (trostruka vrednost RMSE od 7 m). Postojanje sistematskih grešaka u ovom nivou DEM-a se toleriše. Ovaj nivo obuhvataju DEM dimenzija 7.5'.

**Nivo 2** DEM, obuhvata baze dobijene fotogrametrijski ili digitalizacijom postojećih topografskih podloga, gde su pored izohipsi digitalizovani i hidrografske podaci. Ovakve baze podrazumevaju i naknadnu obradu radi uklanjanja uočenih sistematskih grešaka. Maksimalno dozvoljena RMSE iznosi polovinu vrednosti ekvidistance digitalizovane podloge, a greške veličine ekvidistance nisu dozvoljene.

Za **Nivo 3** DEM koji je takođe izведен iz DLG<sup>39</sup> podataka uz dodatne informacije o reljefu, kao što su vododelnice, kanali, jezera i druge, dozvoljena RMSE iznosi jednu trećinu ekvidistance, a greške koje su veće od dve trećine ekvidistance nisu dozvoljene.

<sup>37</sup> edge matching (engl.)

<sup>38</sup> Gestalt PhotoMapping System

<sup>39</sup> Digital Line Graphs (skr.)

Koncept vertikalne RMSE definisan USGS standardom je vrlo često kritikovan. U prvom redu koncept RMSE kao mera tačnosti nije pogodan u smislu određivanja sistematskog uticaja u tačnosti DMT-a. Zbog toga se RMSE u praksi vrlo često zamenjuje centralnim momentom drugog reda, odnosno standardnom devijacijom  $\sigma_z$  (Li (1988)):

$$\sigma_z = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2}{n-1}} , \quad \bar{d} = \frac{\sum d_i}{n} \quad (4.13)$$

gde je:

$d_i$ - razlika visine dobijene interpolacijom iz DMT-a i visine sa terena  $d_i = z_{\text{int}} - z_i$ ,

$n$  – ukupan broj kontrolnih tačaka.

Kao moguće mera tačnosti koristi se i raspon  $R$  sračunatih razlika  $d_i$ :  $R = d_{\max} - d_{\min}$

gde su članovi sa desne strane jednakosti maksimalna, odnosno minimalna, vrednost za  $d_i$ .

Među potencijalnim merama može se koristiti i aritmetička sredina  $\bar{d}$ :

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^n d_i}{n} \quad (4.14)$$

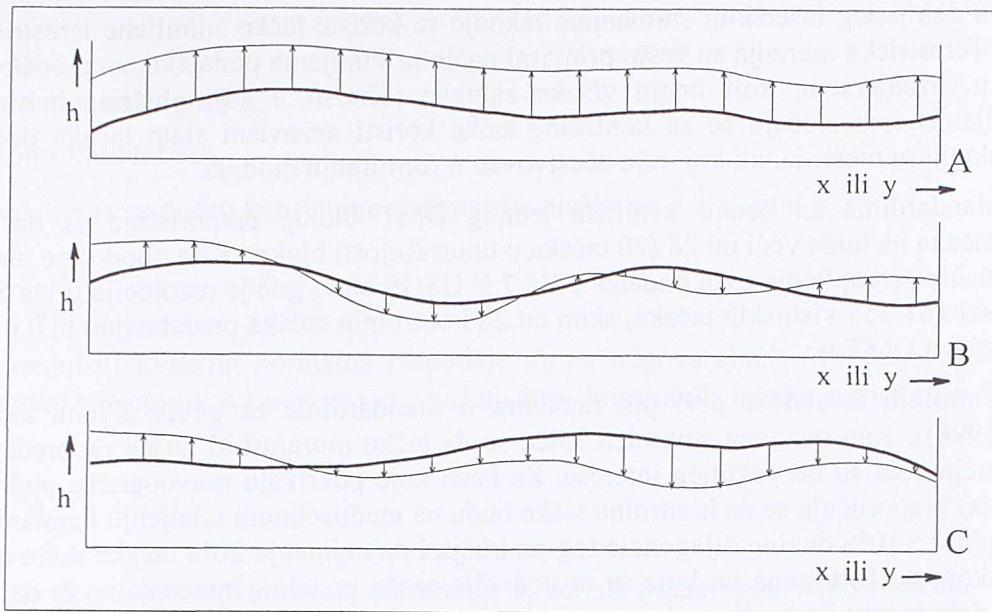
Sračunata vrednost aritmetičke sredine razlika težiće nuli u slučaju da se razlike  $d_i$  sa negativnom i pozitivnom vrednošću javljaju sa istom učestalošću i istim intenzitetom. S druge strane, značajna pozitivna ili negativna vrednost aritmetičke sredine ukazuje na sistematsku komponentu sračunatih razlika, te ova veličina predstavlja ocenu konstantne sistematske greške.

Takođe je moguće koristiti i prosečnu grešku:

$$ME = \frac{\sum_{i=1}^n |d_i|}{n} \quad (4.15)$$

U ovoj formuli se razlike  $d_i$  uzimaju po absolutnoj vrednosti. Zbog toga je vrednost za ME uvek veća od nule i ona oslikava raspon raspodele razlika  $d_i$ . 50% razlika leži u rasponu od  $-ME$  do  $+ME$  (Petrie & Kenzie (1990)).

Odnos navedenih mera tačnosti najbolje se može uočiti na sledećim slučajevima (Slika 4-7).



Slika 4-7. Poređenje profila modela (tanja linija) i stvarnog terena (deblja linija)

Slika 4-7A. ilustruje slučaj kada je površ modela uniformno viša u odnosu na stvarni teren. Vrednosti  $d_i$  su praktično konstantne, što ukazuje na njihov sistematski karakter, i tada je:  $\bar{d} = ME \approx d_i$ , za  $i = 1 \dots n$ .

Slika 4-7B. predstavlja potpuno slučajnu karakteristiku razlika  $d_i$ , kako po pitanju iznosa tako i po pitanju predznaka. Aritmetička sredina njihovih razlika teži nuli pa se raspored i veličine grešaka najbolje mogu prikazati RMSE ocenom.

U slučaju prikazanom na Slika 4-7C. vrednosti za  $d_i$  variraju po iznosu, ali preovlađuju vrednosti sa negativnim predznakom, što ukazuje na prisustvo kako slučajne tako i sistematske komponente razlika. Sračunata vrednost aritmetičke sredine biće mera sistematskog uticaja, a  $\sigma_z$  će oslikavati iznos i raspodelu veličina  $d_i$ . Ukoliko bi se od svake tačke u DMT-u oduzela sračunata vrednost algebarske sredine, ponovo sračunate vrednosti za  $d_i$  imale bi slučajni karakter.

Druga zamerka koja je vrlo često upućivana USGS konceptu analize kvaliteta DTM odnosi se na mrežu kontrolnih tačaka.

#### 4.4 Mreže kontrolnih tačaka

Važan segment projektovanja DMT-a predstavlja projekat mreže kontrolnih tačaka ili takozvane kalibracione mreže. Ovaj skup predstavljaju tačke koje su hijerarhijski veće tačnosti od tačaka koje su korištene kao inicijalna baza DTM-a. U literaturi se za ove tačke često koristi termin "uslovno tačne veličine"<sup>40</sup>, ukazujući na to da bi one trebalo da predstavljaju istinitu vrednost veličina koje se ocenjuju (Torlegard et al. (1986)).

U praksi se za ocene kartografskih DMT-a koriste tačke koje su dobijene sa topografskim podloga krupnije razmere, ili fotogrametrijske ako razmera snimanja odgovara krupnijoj razmeri kartiranja, kao i tahimetrijski ili GPS tehnologijom snimljene tačke. DMT dobijen iz fotogrametrijskih snimanja takođe se ocenjuje fotogrametrijskim tačkama iz krupnije razmere snimanja, kao i terestričkim merenjima (tahimetrija, GPS).

<sup>40</sup> ground truth (engl.)

Kod DMT-a dobijenog laserskim snimanjem takodje se koriste tačke snimljene terestričkim metodama. Terestrička merenja su često primarni način prikupljanja podataka, za modele koji se koriste u inženjerstvu, koji imaju visoke zahteve tačnosti, i koji obično obuhvataju mikrolokacije. U tom slučaju se za kontrolne tačke koristi nezavisni skup tačaka dobijen istom tehnologijom merenja, ali koji nije učestvovao u formiranju modela.

U USGS standardima za ocenu kvaliteta jednog DMT bloka, preporučuje se da broj nezavisnih tačaka ne bude veći od 28 (20 tačaka u unutrašnjosti bloka i 8 na obodu) ne ulazeći u to koji je način prikupljanja ovih podataka. Za 7.5' USGS blok, gde je rezolucija grida 30 m i gde se nalazi 161 355 visinskih tačaka, skup od 28 kontrolnih tačaka predstavlja bi 0.017% od broja tačaka u DMT-u.

Lokacija kontrolnih tačaka se prvi put razmatra u Standardima za geopozicionu tačnost (FGDC<sup>41</sup> (1998)). Kao osnovna smernica ističe se da tačke moraju biti gušće raspoređene u blizini područja koja su od važnijeg interesa. Za baze koje pokrivaju pravougaona područja (listovi karata) preporučuje se da kontrolne tačke budu na međusobnom udaljenju najmanje za rastojanje jednako 10% dužine dijagonale tog područja i da najmanje 20% tačaka mora da se nalazi u svakom od kvadranta na koje se to područje može podeliti. Interesantno je da se u navedenom dokumentu ističe da, s obzirom na razlike zahteve korisnika ovakvih proizvoda, nije realno zadati strogo definisane smernice o distribuciji kontrolnih tačaka.

Da bi se bolje sagledale ocene koje se dobijaju iz kontrolnih merenja, potrebno je razmotriti sve faktore koji utiču na njihovu pouzdanost.

#### **4.4.1 Uticaj broja kontrolnih tačaka na pouzdanost ocena tačnosti DMT-a**

Očigledno je da veći broj kontrolnih tačaka daje pouzdanije rezultate. U već navedenim istraživanjima koje je sprovela radna grupa Komisije III ISPRS-a (Torlegard at al. (1986)) za svako test područje korišćeno je više od 1800 kontrolnih tačaka. Međutim, obezbeđivanje velikog broja tačaka koje se koriste za kontrolu kvaliteta DMT-a može značajno da poskupi proizvod, a katkad i da bude vrlo teško izvodljivo. Zbog toga se postavlja pitanje da li je toliko veliki broj kontrolnih tačaka neophodan, odnosno koliko je minimalno tačaka potrebno da bi se postigao zahtevani stepen pouzdanosti.

#### **4.4.2 Uticaj broja kontrolnih tačaka na pouzdanost ocene konstantne sistematske greške $\bar{d}$**

Sa stanovišta statističke teorije, veličina uzorka nad kojim se vrši statistička obrada zavisi od varijacija slučajne veličine, koju u ovom slučaju predstavljaju razlike  $d_i$  izmedju visina u modelu i visina na terenu. Što su varijacije manje potreban je i manji uzorak sa kojim se može postići pouzdana ocena parametara. Ekstremni slučaj bi bio kada je standardno odstupanje za  $d_i$  jednako nuli, jer bi tada praktično bila dovoljna samo jedna kontrolna tačka, bez obzira na veličinu modela.

Ukoliko se pođe od pretpostavke normalnog rasporeda za  $d_i$  i da veličina  $\sigma_d$  praktično predstavlja  $\sigma_z$ , tada za odgovarajući nivo poverenja  $\beta$ , intervalska ocena za konstantnu sistematsku grešku  $\bar{d}$ , koja fizički predstavlja srednju vrednost reziduma  $d_i$ , glasi:

$$P(\bar{d} - d_i \cdot \sigma_z / \sqrt{n} \leq \hat{d} \leq \bar{d} + d_i \cdot \sigma_z / \sqrt{n}) = \beta \quad (4.16)$$

---

<sup>41</sup> Federal Geographic Data Committee (skr.)

gde je:

- $\hat{d}$  - istinita sistematska greška,
- n - broj kontrolnih tačaka.

Interval poverenja za ocenu konstantne sistematske greške je  $\bar{d} \pm \varepsilon$ , gde je  $\varepsilon$ :

$$\varepsilon = \frac{\hat{d}_i \cdot \sigma_z}{\sqrt{n}} \quad (4.17)$$

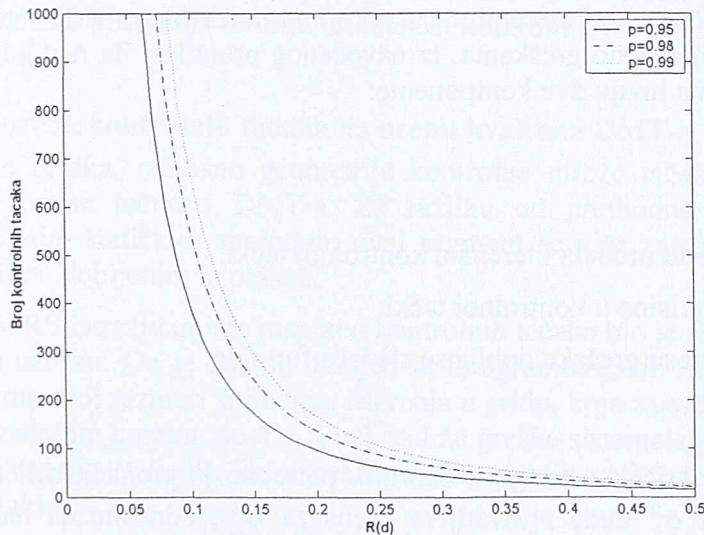
Pomoću vrednosti kvantila normalne raspodele  $d_\beta$  za odgovarajući nivo poverenja  $\beta$  i uz zadati interval poverenja  $\varepsilon$  i poznato  $\sigma_z$ , traženi broj kontrolnih tačaka  $n$  može se dobiti iz formule:

$$n = \frac{d_\beta^2 \cdot \sigma_z^2}{\varepsilon^2} \quad (4.18)$$

U praksi se često umesto intervala poverenja  $\varepsilon$ , koristi pojam pouzdanosti ocene tražene veličine  $R(\bar{d})$  čije fizičko značenje prestavlja količnik  $\varepsilon / \sigma_z$  izražava u procentima. U skladu sa tim formula (4.18) glasi:

$$n = \frac{d_\beta^2}{R^2(\bar{d})} \quad (4.19)$$

Dijagram funkcije (4.19) prikazan je na Slika 4-8.



Slika 4-8. Odnos broja kontrolnih tačaka i zahtevane pouzdanosti  $R(\bar{d})$

**4.4.3 Uticaj broja kontrolnih tačaka na pouzdanost ocene standardnog odstupanja  $\sigma_z$**   
Disperzija standardnog odstupanja,  $\sigma_z$ , razlika visina u modelu i "stvarnog" terena, dobija se iz sledeće formule:

$$\sigma_{\sigma_z}^2 = \frac{\sigma_z^2}{2(n-1)} \quad (4.20)$$

To znači da ukoliko su visine u kontrolnim tačkama oslobođene grešaka merenja ili imaju vrednost koja je manja od kritične, tada je standardno odstupanje standarda visina jednako količniku  $\sigma_z$  i  $\sqrt{(2n-2)}$ , ili iskazano u procentima:

$$R(\sigma_z) = \frac{1}{\sqrt{2(n-1)}} \times 100\% \quad (4.21)$$

pri čemu veličina  $R(\sigma_z)$  predstavlja pouzdanost ocene  $\sigma_d$ . Prema tome, na osnovu unapred zadatog parametra pouzdanosti  $R(\sigma_z)$ , može se sračunati minimalni broj kontrolnih tačaka koje će ispuniti zahtev za pouzdanost ocene  $\sigma_z$ :

$$n = \frac{1}{2 \cdot R^2(\sigma_z)} + 1 \quad (4.22)$$

U praksi je broj kontrolnih tačaka dovoljno veliki da se prethodna jednačina može koristiti u jednostavnijem obliku:

$$n = \frac{1}{2 \cdot R^2(\sigma_z)} \quad (4.23)$$

gde je  $R(\sigma_z)$  dato u procentima. Na primer, za vrednost  $R(\sigma_z)$  koja iznosi 5% traženi broj kontrolnih tačaka iznosi 200.

#### 4.4.4 Efekat tačnosti određivanja visina kontrolnih tačaka na pouzdanost ocene tačnosti DMT-a

U do sada navedenim formulama visine kontrolnih tačaka razmatrane su kao apsolutno tačne, odnosno neopterećene greškama merenja. Po definiciji za kontrolne tačke one samo moraju biti hijerarhijski veće tačnosti od merenih tačaka kojima je formiran DMT, što ne znači da i njihovo merenje nije opterećeno greškama. Iz navedenog proizilazi da razlike  $d_i$ , dobijene iz modela i "stvarnog" terena imaju dve komponente:

$$d_i = d_{Ti} + d_{Ki} \quad (4.24)$$

gde je:

$d_{Ti}$  – istinita razlika između modela i terena u kontrolnoj tački,

$d_{Ki}$  – greška određivanja visine u kontrolnoj tački.

Primenom zakona o prenosu grešaka dobija se sledeća formula:

$$\sigma_z^2 = \sigma_{z_T}^2 + \sigma_{z_K}^2 \quad (4.25)$$

Pošto je veličinu  $d_{Ti}$  praktično nemoguće odrediti, potrebno je pronaći kritičnu vrednost za  $\sigma_{z_K}^2$ , tako da disperzija  $\sigma_z^2$  bude prihvatljiva ocena za  $\sigma_{z_T}^2$ , odnosno da bude prava mera tačnosti DMT-a.

Prema formuli (4.20) disperzija za  $\sigma_{z_T}$  je:

$$\sigma_{\sigma_{z_T}}^2 = \sigma_{z_T}^2 / 2(n-1) \quad (4.26)$$

Prema tome, prihvatljivi interval za koji  $\sigma_z$  može da odstupa od  $\sigma_{z_T}$  je:

$$\sigma_{z_T} - \sigma_{z_T} / \sqrt{2(n-1)} < \sigma_z < \sigma_{z_T} + \sigma_{z_T} / \sqrt{2(n-1)} \quad (4.27)$$

Kvadriranjem članova ove formule i njenim uprošćavanjem može se dobiti sledeća jednakost (Li (1991)):

$$\sigma_z^2 = \sigma_{z_r}^2 + \sigma_{z_r}^2 / (2n - 2) = (2n - 1) \cdot \sigma_{z_r}^2 / (2n - 2) \quad (4.28)$$

Kombinujući ovu formulu sa formulom (4.25) dobija se:

$$\sigma_{z_k}^2 = \sigma_z^2 / 2n - 1 \quad (4.29)$$

odnosno, izraženo u vidu standardnog odstupanja:

$$\sigma_{z_k} = \sigma_z / \sqrt{2n - 1} \quad (4.30)$$

Na osnovu broja kontrolnih tačaka  $n$  dobijenih iz formule (4.23) i predviđene  $\sigma_z$ , može se dobiti kritična vrednost za tačnost kontrolnih tačaka.

Ako se uvede oznaka  $K$  tako da je  $K = \sigma_{z_k} / \sigma_z$  tada se formula (4.30) može napisati kao:

$$K = 1 / \sqrt{(2n - 1)} \quad (4.31)$$

gde je  $K$  u funkciji broja kontrolnih tačaka  $n$ .  $K$  opada sa povećanjem broja kontrolnih tačaka, što znači da disperzija ocenjene  $\sigma_{z_r}$  biva sve manja.

Uvođenjem ove formule u formulu (4.21), može se dobiti sledeća relacija:

$$R(\sigma_z) = \frac{K}{\sqrt{(1 - K^2)}} \times 100\% \quad (4.32)$$

Ova formula prikazuje vezu između  $K$  (odnosa tačnosti kontrolnih tačaka i tačnosti DMT-a) i pouzdanosti ocene  $\sigma_z$ . U slučaju da je tačnost kontrolnih tačaka veća od kritične vrednosti navedena formula i formula (4.21) daju identične rezultate. U slučaju da je tačnost kontrolnih tačaka niža od zahtevane, pouzdanost dobijena iz navedene formule biće manja u odnosu na formulu (4.21), a to samo potvrđuje tvrdnju da tačnost kontrolnih tačaka utiče na pouzdanost ocene tačnosti DMT-a.

#### 4.4.5 Efekat rasporeda kontrolnih tačaka na ocenu kvaliteta DMT-a

Raspored kontrolnih tačaka, odnosno geometrija kontrolne mreže tačaka takođe je važan segment "projekta" ocene tačnosti DMT-a. Za razliku od prethodno izloženih analiza, obrazloženih adekvatnim statičkim aparatom, ovaj segment se više zasniva na dosadašnjim iskustvima i rezultatima dobijenim iz prakse.

U već navedenim ISPRS istraživanjima raspored kontrolnih tačaka bio je u obliku grida, pošto se radilo o velikom uzorku. On je takođe dobijen iz fotogrametrijskih merenja kao i DMT, samo što se radilo krupnijoj razmeri snimanja. Merenja u gridu, koja započinju od jedne tačke a potom se vrše po zadatom koraku, po Y i X osi, sadrže greške sistematskog karaktera, što se kosi sa stanovištem teorije statistike da u ocenama nepoznatih veličina uzorak mora imati potpuno slučajni karakter.

U svim dosadašnjim istraživanjima ističe se da skup ovih tačaka treba da pokriva celo područje DMT-a. Čak se može naići i na stanovištu da tu mrežu treba da čine pored inicijalno merenih i interpolovane tačke (Ley (1986)).

Prvi izrađeni DMT proizvodi bili su mahom "kartografskog" porekla i za ocenu kvaliteta je obično korišćena poznata geodetska osnova (poligonske tačke sa kotama i trigonometrijske tačke) ili tačke na terenu koje su kartirane sa kotama. Ovakav uzorak kontrolnih tačaka ne može da se nazove reprezentativnim pošto je njihov položaj na specifičnim lokacijama kao što su uzvišenja, vrhovi brda, planina, zatim duž određenih komunikacija, ili na veštačkim profilima kao što su nasipi. To su praktično lokacije na kojima se usled prirode interpolacionih metoda pojavljuju najveća ostupanja u modelu od stvarnog terena, što ima za posledicu pomerene ocene parametara tačnosti.

Pojava GPS merne tehnike omogućava dobijanje tačaka koje visoko ispunjavaju zahteve za tačnošću kontrolnih tačaka s jedne strane, i s druge strane, troškovi realizacije ovakvih merenja mogu se smatrati ekonomičnim (**Acharya & Chaturvedi** (1997)).

Pravi reprezent terena može biti samo slučajni uzorak tačaka homogenog raporeda, što podrazumeva da tačke ne smeju biti grupisane na pojedinim lokacijama. Na test područjima ISPRS-a naknadno je urađen eksperiment na petnaest nezavisno određenih mreža sa istim brojem tačaka (Li (1991)). Varijacije u ocenama konstantne sistematske greške i standardnog odstupanja  $\sigma_z$  su zanemarljive. Standarna devijacija ovih ocena za svih petnaest lokacija bila je veća kod terena sa izraženijim nagibom i hrapavoćšu<sup>42</sup>.

Sličan pristup primjenjen je u eksperimentalnom delu ovoga rada i dobijeni rezultati su potvrđili izloženu hipotezu da slučajan izbor lokacija za kontrolne tačke daje venu ocenu parametara kvaliteta DMT-a.

## **4.5 Ocena kvaliteta prostornih baza podataka**

Nove tehnologije olike u primeni kompjuterskih sistema promenile su tradicionalnu ulogu kartografskog proizvoda. One su omogućile uključenje većeg broja učesnika u izradi prostornih podataka i, što je još važnije, značajno proširile broj korisnika ovih proizvoda.

Promenjena je i filozofija izrade kartografskih produkata, finalizovane karte i planovi odštampane na papiru zamenjene su bazama, čije strukture omogućavaju da podaci budu prikazani na onaj način koji je najpogodniji za korisnika, odnosno u zavisnosti od svrhe i potrebe.

Činjenica je i da digitalne baze prilikom distribucije nude mogućnost njihovog nadgrađivanja i od strane korisnika. Nije redak slučaj da sadržaj jedne baze podataka o prostoru bude sastavljen od strane više firmi koje se bave njihovim prikupljanjem i obradom.

Dva aspekta su vrlo značajna, s obzirom na navedene okolnosti u ciklusu proizvodnje i distribucije ovih baza. Prvo, korisnici moraju sami doneti odluke koja od raspoloživih baza podataka može zadovoljiti njihove potrebe, odnosno koji nivo kvaliteta podatka je potreban za određenu aplikaciju. S druge strane, vizuelizacija digitalnih podataka na računarima često može dovesti u zabluđu jer dobijeni pogledi na baze mogu predstavljati podatke tačnjim nego što oni to zapravo jesu. Zbog toga korisnik mora imati na raspolaganju metode kojima će ukazati na kvalitet izabranog skupa podataka u procesu analize i vizuelizacije.

### **4.5.1 Elementi kvaliteta prostornih baza podataka**

Rad na ovoj tematiki počeo je već početkom osamdesetih godina prošlog veka. Jedini do tada postojeći standardi koji su mogli da se koriste kao polazište bili su postojeći kartografski standardi. U prvom redu treba istaći radove u okviru Međunarodne Kartografske Asocijacije<sup>43</sup> (ICA) koja je prva sprovela istraživanja s ciljem da se standardizuju različiti aspekti digitalnih baza podataka o prostoru. U tome su najviše odmakle SAD koje su već 1982 godine formirale Nacionalni Komitet za Digitalne Kartografske Standarde<sup>44</sup> (NCDCTS) pod pokroviteljstvom Američkog Kongresa za Geodeziju i Kartografiju<sup>45</sup> (ACSM). "Nacrt predloženih standarda za digitalne kartografske podatke" koje je ovo telo predstavilo javnosti prvi je sveobuhvatni dokument sa tom tematikom u svetu. U njemu je jasno naznačeno da je svrha izveštaja o kvalitetu digitalnih podataka da omogući korisniku da proceni njihovu pogodnost za određenu namenu.

---

<sup>42</sup> roughness (engl.)

<sup>43</sup> International Cartographic Association (engl.)

<sup>44</sup> National Committee on Digital Cartographic Data Standards (engl.)

<sup>45</sup> American Congress of Surveying Mapping (engl.)

U okviru dokumenta prvi put je jasno naznačeno pet komponenti kvaliteta prostornih podataka i to:

- poreklo<sup>46</sup>,
- poziciona tačnost,
- atributska tačnost,
- sveobuhvatnost<sup>47</sup> podataka,
- logička konzistencija podataka.

ICA komisija za Kvalitet prostornih baza podataka prihvatile je navedenih pet komponenti kao polazne elemente kvaliteta baza podatka o prostoru. Kasnije je došlo do toga da njima treba pridodati i još dva nova elementa a to su: semantička tačnost i vremenske komponente baza podataka.

**Poreklo** podataka uključuje opis izvornog materijala iz kojeg su dobijeni podaci kao i metode koje su korišćene prilikom formiranja, uključujući sve transformacije podataka koje su obuhvaćene dobijanjem finalnog proizvoda. Ova komponenta mora sadržati i sve vremenske instance koje su važne bilo da su vezane za izvorni materijal bilo za proces nadgradnje podataka.

Poreklo je obično prva komponenta koja se navodi u izveštaju o kvalitetu baza. To je zbog toga što su sve ostale komponente kvaliteta pod uticajem sadržaja porekla i obrnuto. Krajnja svrha porekla je da sačuva budućim korisnicima dragocene informacije o istoriji podataka (Morrison (1995)).

**Poziciona tačnost** je tačnost prostorne komponente baze podataka. Njena vrednost je razlika u koordinatama nekog elementa baze i njegovog položaja u nekom referentnom sistemu. Poziciona tačnost uključuje mere horizontalne, vertikalne ili zbirne tačnosti entiteta koji su sadržani u bazi podataka. Ona je indirektno rezultat celokupne obrade kroz koju podaci u bazi prolaze dok se ne dođe do finalnog formata u kojem su skladišteni. To znači da u indirektnom ocenjivanju pozicione tačnosti veliki značaj imaju podaci o poreklu podataka.

Metrika pozicione tačnosti zavisi od dimenzionalnosti entiteta koji se razmatra. U slučaju tačkastih entiteta, ona se predstavlja klasičnim statističkim pokazateljima kao što su RMSE ili standardna devijacija, intervali poverenja itd. Kod liničkih i površinskih entiteta situacija je kompleksnija, pošto je poziciona tačnost rezultat pozicione tačnosti tačaka koje definišu liniju i segmenta koji se odnosi na generalizaciju tog entiteta.

Postoje dva načina za ocenjivanje pozicione tačnosti i to:

- direktnim upoređivanjem sa referentnim veličinama višeg nivoa tačnosti,
- ocenjivanjem tačnosti indirektnim metodama.

Prvi pristup je već detaljno objašnjen na primeru mreže kontrolnih tačaka za potrebe ocene kvaliteta DMT-a. Pristup ocenjivanja tačnosti može se ilustrovati primenom zakona o prenosu grešaka, o čemu će detaljno biti reči u eksperimentalnom delu rada.

Kada je u pitanju poziciona tačnost, razlikuju se tri nivoa:

- apsolutna ili spoljašnja tačnost – razlika koordinata u bazi i vrednosti koje su prihvaćene kao tačne
- relativna ili unutrašnja tačnost – razlika relativnih položaja entiteta u bazi i odgovarajućih relativnih položaja koji su usvojeni kao tačni

<sup>46</sup> *Lineage* (engl.)

<sup>47</sup> *completeness* (engl.)

- poziciona tačnost podataka u gridu – razlika položaja podataka u gridu u odnosu na vrednosti koje su usvojene kao tačne.

**Atributska tačnost**, ili kako se u nekim standardima naziva tematska tačnost, odnosi se na tačnost atributa za svaki od entiteta koji se nalazi u bazi. Za razliku od pozicione tačnosti koja razmatra prostorne kordinate entiteta, atributska tačnost, njene mere i metode procene, zavise od domena u kojem su atributi predstavljeni. Pojam tačnosti često se zamenjuje pojmom nesigurnosti u slučaju atributa. Oni mogu biti nominalni, ordinalni ili intervalski. Ukoliko se radi o nominalnom i ordinalnom domenu tada se koriste matrice grešaka sa indikatorima tačnosti, kao što su procenat korektne klasifikacije<sup>48</sup>(PPC) ili Kappa indeks  $\kappa$  (Veregin&Hargitai (1995)).

U slučaju intervalskih domena atributa primenjuju se metode koje su iste kao i u slučaju pozicione tačnosti. Digitalni modeli visina predstavljaju 2.5D GIS aplikacije gde visine terena predstavljaju atribute tačkastih entiteta. Visine mogu imati kontinualne vrednosti u rasponu između mininimalne i maksimalne visine terena za razmatrano područje. Analize i metode koje su primenjene u ovom radu praktično se odnose na atributsku tačnost prostorne baze podataka.

Izveštaj o *sveobuhvatnosti* opisuje koliko su u nekoj bazi obuhvaćeni pojedini entiteti, njihovi atributi i relacije između entiteta. Ona opisuje koliko je iscrpno predstavljen skup podataka u bazi, podrazumevajući pri tome njihova i prostorna i atributska svojstva.

Sveobuhvatnost se može podeliti na:

- sveobuhvatnost podataka,
- sveobuhvatnost modela.

Sveobuhvatnost podataka se može ilustrovati odnosom broja entiteta koji su uneti u bazu i broja sa kojim su oni zastupljeni u realnom svetu. Ona obuhvata sveobuhvatnost entiteta u bazi i sveobuhvatnost njihovih atributa. Sveobuhvatnost modela predstavlja stepen s kojim model baze podataka realno opisuje neke procese i pojave u stvarnosti. Ovaj element praktično daje odgovor na to koliko je neka baza podataka pogodna za neku primenu. Modelska sveobuhvatnost je u korelaciji sa semantičkom tačnošću.

**Logička konzistencija** – predstavlja stepen ostvarene pouzdanosti logičkih pravila i veza u strukturi baza. Najslikovitiji primer je topološka konzistencija.

**Semantička tačnost** podrazumeva kvalitet sa kojim su objekti u bazi predstavljeni u skladu sa prostornim modelom podataka. Ona se više bavi značenjem objekata nego njihovom geometrijskom prezentacijom.

**Vremenske komponente baza** podataka navode datume inicijalnog prikupljanja podataka, njihove izmene i kada su one obavljene (dopune, brisanja, modifikacije), kao i vremenski period u kojem će se podaci smatrati punovažnim.

#### **4.5.2 Standardi za ocenu kvaliteta prostornih baza podataka**

Na sastanku ICA održanom 1991 određena je komisija za Kvalitet prostornih baza podataka a kao glavni zadaci komisije definisani su:

- Razvoj i izrada dokumentacije sveobuhvatnog skupa kriterijuma za utvrđivanje kvaliteta digitalnih baza podataka,
- Razvoj i izrada dokumentacije za standardizaciju metoda ocena na osnovu prethodno definisanih kriterijuma,

---

<sup>48</sup> percent correctly classified (engl.)

- Razvoj metodologije za testiranje kvaliteta,
- Izrade pravilnika za ocenu kvaliteta digitalnih baza podataka.

Uporedno sa radom ICA i druge međunarodne asocijacije koje se koriste ovakvim bazama podataka rade na uspostavljanju sopstvenih standarda za utvrđivanje kvaliteta ovakve vrste proizvoda. Početkom devedesetih godina u prvi plan ulaze radovi međunarodne organizacije za standardizaciju (ISO)<sup>49</sup> i njenog tehničkog komiteta TC 211 za geografske informacije i geometriku. Cilj rada ovog komiteta je usklađivanje svih standarda vezanih za prostorne baze podataka. Rad komiteta je vrlo usko vezan sa radom međunarodnih organizacija koje se bave GIS-om i geometrikom, a to su: ICA, FIG<sup>50</sup>-a, IAG<sup>51</sup>, ISPRS, OGC<sup>52</sup> i dr. Takođe je važna i kordinacija sa regionalnim organizacijama, kao što je CEN<sup>53</sup> i njen komitet TC287 za geografske informacije.

Radna grupa 3 (WG3) komiteta TC211 koja se bavi administracijom prostornih podataka<sup>54</sup> radi na standardima koji su najznačajniji za oblast kvaliteta prostornih baza podataka, među kojima su posebno značajni:

- ISO 19113 Načela kvaliteta<sup>55</sup>
- ISO 19114 Postupci za utvrđivanje kvaliteta<sup>56</sup>
- ISO 19114 Metapodaci<sup>57</sup>

Takođe je interesantan i projekat pod radnom grupom 9 (WG9) koja je zadužena za upravljanje podacima<sup>58</sup>, gde treba izdvojiti standarde:

- ISO 19138<sup>59</sup> Mere za utvrđivanje kvaliteta
- ISO 19139<sup>60</sup> Metapodaci-načela implementacije

ISO standardi određuju principe za opisivanje kvaliteta geografskih podataka i označavaju komponente za podnošenje izveštaja o njihovom kvalitetu. Oni se takođe staraju o pristupu organizaciji informacija o kvalitetu podataka. Namenjeni su kako onima koji se bave izradom ovakvih baza podataka tako i korisnicima ovih baza. Prvima služe u oceni i opisivanju koliko takvi podaci realno opisuju stvarnost, formalno ili implicitno, dok korisnicima pomažu u odlučivanju da li neka baza sadrži dovoljno kvalitetne i upotrebljive podatke za primenu u odgovarajućoj aplikaciji. Realizacija projekta na ISO standardima trebalo bi da bude okončana 2006. godine.

Treba pomenuti i standarde i asocijacije koji se bave ovakvom tematikom na nacionalnom nivou, kao što su SDTS<sup>61</sup> standard koji se razvija od strane USGS-a, potom Kanadski SAIF<sup>62</sup> ili DIGEST<sup>63</sup>, standard za razmenu geopozicioniranih podataka u vojne svrhe razvijen od strane NATO-a.

<sup>49</sup> International Organization for Standardization (skr.)

<sup>50</sup> Fédération Internationale des Géomètres (skr.)

<sup>51</sup> International Association of Geodesy (skr.)

<sup>52</sup> Open GIS Consortium (skr.)

<sup>53</sup> Comité Européen de Normalisation (skr.)

<sup>54</sup> Data Administration (eng.)

<sup>55</sup> Quality principles (eng.)

<sup>56</sup> Quality evaluation procedures (eng.)

<sup>57</sup> Metadata(eng.)

<sup>58</sup> Information management (eng.)

<sup>59</sup> Data quality measures (eng.)

<sup>60</sup> Metadata – Implementation specification (eng.)

<sup>61</sup> Spatial Data Transfer Standard (skr.)

<sup>62</sup> Spatial Archiving and Interchange Format (skr.)

<sup>63</sup> Digital Geographic Information Exchange Standards(skr.)

#### **4.5.3 Postupci za ocenu kvaliteta prostornih baza podataka**

Kvalitet baza podataka može se opisati dvema komponentama:

- kvantitativnom,
- preglednom.

Kvantitativna komponenta obezbeđuje kvantitativne informacije o kvalitetu ovih baza i ona se ugrađuje u specifikaciju ovih produkata, dok pregledna daje opštu sliku o kvalitetu baze.

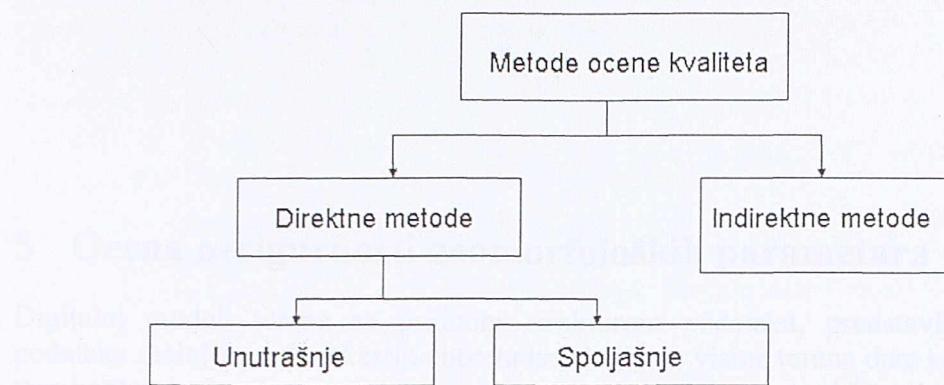
ISO 19114 standard obezbeđuje okvir za postupke određivanja i ocenu kvaliteta digitalnih geografskih podataka i konzistentan je sa principima koji su definisani u ISO 19113 standardu. On takođe ustanavljava okvire za izradu izveštaja o kvalitetu podataka, bilo da su oni dati kroz meta podatke ili izveštaje o oceni kvaliteta podataka. Namenjen je onima koji se bave izradom prostornih baza kao šema po kojoj treba prezenovati tehničke podatke o kvalitetu baze, kao i korisnicima koji na osnovu ovih izveštaju treba da donesu odluku koliko su takve baze pogodne za konkretnu primenu. Standard ISO 19114 je primenljiv na sve vrste digitalnih prostornih podataka kao što su karte, grafikoni, tekstualni podaci, itd.

Ovaj standard je u saglasnosti sa standardom ISO 19113 koji se odnosi na principe kvaliteta podataka. ISO 19114 utvrđuje okvir za ocenu i prikaz kvaliteta podataka, bilo da su oni deo metapodataka ili izveštaja o kvalitetu podataka, što govori da su u korelaciji i sa ISO 19115 standardom o metapodacima.

ISO 19113 uspostavlja principe za opis kvaliteta geografskih podataka i propisuje komponente izveštaja o kvalitetu baza. On takođe predviđa i organizacionu šemu podataka o kvalitetu.

Cilj ISO 19115 standarda je da definiše jasan postupak za opis digitalnih baza podataka kako bi korisnici bili u mogućnosti da odrede da li su podaci u bazi pogodni za određenu aplikaciju kao i kako da pristupe tim istim podacima. Ovim standardom se utvrđuje opšti skup pravila i definicija koje obezbeđuju pogodno i efektno korišćenje prostornih podataka.

Metode ocene kvaliteta podeljene su na dve grupe, direktnе i indirektnе (Slika 4-9). Posredne metode baziraju se na zaključcima izvedenim iz eksternih referentnih baza, kao što su metapodaci ili izveštaji o poreklu podataka. Direktnе metode određuju kvalitet podataka kroz poređenje podataka sa referentnim podacima.



*Slika 4-9. Klasifikacija metoda ocene kvaliteta baze*

Direktne metode ocene kvaliteta se dalje dele na unutrašnje i spoljašnje, u zavisnosti od toga da li se referentni podaci za ocenu kvaliteta nalaze u sklopu postojeće baze ili se za to koriste eksterni podaci. Ocena standarda visina u DTM obavljena na osnovu naknadnih terestičkih merenja predstavlja primer spoljašnje direktne metode ocene kvaliteta prostorne baze podataka.

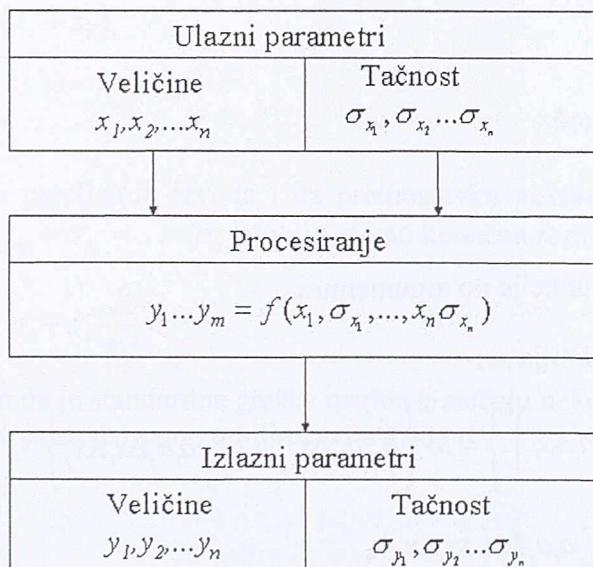


## 5 Ocena nesigurnosti geomorfoloških parametara

Digitalni modeli terena sa gridnom strukturom podataka, predstavljaju prostornu bazu podataka sačinjenu od tačkastih entiteta kod kojih su visine terena date kao njihovi atributi. U tom kontekstu kvalitet podataka u ovakvoj bazi treba posmatrati kroz komponentu atributske tačnosti.

Pojam tačnosti obično se vezuje za pojam greške, odnosno odstupanje od istinite vrednosti. U analizama koje se rade u GIS aplikacijama korišćenjem prostornih baza podataka istinita vrednost tih podataka nije poznata. Na osnovu izvora, metoda prikupljanja i obrade podataka mogu se izvesti parametri o kvalitetu tih podataka koji se u odsustvu referentnih tačnih veličina pre definišu kao nesigurnost nego tačnost.

S druge strane, računanje geomorfoloških parametara predstavlja TIS funkciju navedenih prostornih baza. Zbog toga nesigurnost dobijenih parametra može da se odredi primenom zakona o prenosu grešaka, odnosno greške funkcija (Slika 5-1). Računanje geomorfoloških parametara koristi kao ulazne veličine visine terena, tako da nesigurnost visina predstavlja polaznu komponentu za određivanje nesigurnosti parametra.



Slika 5-1. Dijagram određivanja nesigurnosti funkcije više promenljivih

Kao izvore nesigurnosti visina u DMT-u treba istaći (Burrough (1986)):

- Zastarele podatke o izmerenim visinama terena i nedovoljnu gustinu pokrivenosti terena merenim tačkama s obzirom na varijacije terena.
- Greške merenja visina i sistematike greške kao posledice primenjene tehnike prikupljanja podataka.
- Obrada podataka, interpolacija merenih visinskih tačaka.

Rešenje problema nesigurnosti veličina dobijenih GIS operacijama može da se obavi na više načina. Ukoliko se radi o jednostavnim algebarskim operacijama sa ulaznim veličinama koje su uzajamno nezavisne to se može rešiti jednostavnom matematičkom analizom. Međutim u slučaju računanja topografskih parametara radi se o nešto složenijim matematičkim funkcijama i ulaznim veličinama koje su prostorno korelisane.

### 5.1 Analitički pristup za ocenu nesigurnosti topografskih parametara

Nesigurnost (greške) topografskih parametara treba posmatrati kao greške funkcija čije su ulazne veličine visine terena. Istinete greške ulaznih parametara su nepoznate veličine, kao i vrednosti funkcija, tako da se rešenje može dobiti primenom Gausovog zakona o prenosu grešaka.

Ako je  $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  i ako su  $A_i$  istinite vrednosti za ulazne parametre  $x_i$ , tada se po definiciji absolutna greška, odnosno odstupanje funkcije od teorijske ili tačne vrednosti, može dobiti kao:

$$\Delta y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) - f(A_1, A_2, \dots, A_n) \quad (5.1)$$

Ako se uvede oznaka za greške ulaznih parametara  $\Delta x_i$ , tada je  $x_i = A_i + \Delta x_i$ , pa se formula (5.1) može pisati kao:

$$\Delta y = f(A_1 + \Delta x_1, A_2 + \Delta x_2, \dots, A_n + \Delta x_n) - f(A_1, A_2, \dots, A_n) \quad (5.2)$$

odakle se liniarizacijom u  $x_0$  dobija vrednost:

$$\Delta y \approx f(A_1, A_2, \dots, A_n) + \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)_0 \Delta x_i - f(A_1, A_2, \dots, A_n) \quad (5.3)$$

odnosno:

$$\Delta y \approx \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)_0 \Delta x_i = \sum_{i=1}^n a_i \Delta x_i \quad (5.4)$$

gde je:

$$a_i = \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)_0, \text{ parcijalni izvod funkcije po argumentu } x_i.$$

Saglasno definiciji disperzije dobija se:

$$\begin{aligned} \sigma_y^2 &= M\{\Delta y^2\} = M\left\{\left(\sum_{i=1}^n a_i \Delta x_i\right)^2\right\} = M\left\{\sum_{i=1}^n a_i^2 \Delta x_i^2 + 2 \sum_{i \neq j} a_i a_j \Delta x_i \Delta x_j\right\} \\ &= \sum_{i=1}^n a_i^2 M(\Delta x_i^2) + 2 \sum_{i \neq j} a_i a_j M(\Delta x_i \Delta x_j) \end{aligned} \quad (5.5)$$

Pošto je  $M(\Delta x_i^2) = \sigma_{x_i}^2$ , odnosno  $M(\Delta x_i \Delta x_j) = Cov_{ij}$ ,  $Cov_{ij} = r_{ij} \sigma_{x_i} \sigma_{x_j}$  tada se formula (5.5) može pisati:

$$\sigma_y^2 = \sum_{i=1}^n a_i^2 \sigma_{x_i}^2 + 2 \sum_{i \neq j} a_i a_j Cov_{ij} = \sum_{i=1}^n a_i^2 \sigma_{x_i}^2 + 2 \sum_{i \neq j} a_i a_j r_{ij} \sigma_{x_i} \sigma_{x_j} \quad (5.6)$$

U slučaju nekorelisanosti ulaznih parametara formula (5.6) ima jednostavniji oblik:

$$\sigma_y^2 = \sum_{i=1}^n a_i^2 \sigma_{x_i}^2 \quad (5.7)$$

Izvođenje analitičkih formula za topografske parametre može se relativno jednostavno izvesti u slučaju da se ulazni parametri (greške visina okolnih tačaka) posmatraju kao nekorelisane veličine.

U slučaju računanja nagiba i to formule za *queen's case*, parcijani izvodi po ulaznim argumentima glase:

$$\begin{aligned}\frac{\partial S}{\partial z_1} &= -\frac{1}{8 \cdot d \cdot S} (z_x - z_y), \\ \frac{\partial S}{\partial z_2} &= \frac{2z_y}{8 \cdot d \cdot S}, \\ \frac{\partial S}{\partial z_3} &= \frac{1}{8 \cdot d \cdot S} (z_x + z_y), \\ \frac{\partial S}{\partial z_4} &= \frac{2z_x}{8 \cdot d \cdot S}, \\ \frac{\partial S}{\partial z_5} &= \frac{1}{8 \cdot d \cdot S} (z_x - z_y), \\ \frac{\partial S}{\partial z_6} &= -\frac{2z_y}{8 \cdot d \cdot S}, \\ \frac{\partial S}{\partial z_7} &= -\frac{1}{8 \cdot d \cdot S} (z_x + z_y) \\ \frac{\partial S}{\partial z_8} &= -\frac{2z_x}{8 \cdot d \cdot S},\end{aligned} \quad (5.8)$$

Sumiranjem kvadrata parcijalnih izvoda i uz prepostavku nekorelisanosti grešaka visina i jednakosti standarda  $\sigma_{z_1} = \sigma_{z_2} = \dots = \sigma_z$ , dobija se kao konačna formula:

$$\sigma_S^2 = \frac{3\sigma_z^2}{16d^2}, \quad \sigma_S = \sigma_z \frac{\sqrt{3}}{4d} \quad (5.9)$$

Rezultat ukazuje na to da je standardna greška nagiba u slučaju nekorelisanih grešaka visina očigledno konstanta koja zavisi samo od dimenzija grida  $d$ .

U slučaju apekta (ponovo se razmatra samo nekorelisani slučaj i *queen's case*) parcijalni izvodi glase:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial A}{\partial z_1} &= -\frac{1}{8 \cdot d \cdot S^2} (z_x - z_y), \\
 \frac{\partial A}{\partial z_2} &= \frac{2z_x}{8 \cdot d \cdot S^2}, \\
 \frac{\partial A}{\partial z_3} &= \frac{1}{8 \cdot d \cdot S^2} (z_x + z_y), \\
 \frac{\partial A}{\partial z_4} &= \frac{2z_y}{8 \cdot d \cdot S^2}, \\
 \frac{\partial A}{\partial z_5} &= \frac{1}{8 \cdot d \cdot S^2} (z_y - z_x), \\
 \frac{\partial A}{\partial z_6} &= -\frac{2z_x}{8 \cdot d \cdot S^2}, \\
 \frac{\partial A}{\partial z_7} &= -\frac{1}{8 \cdot d \cdot S^2} (z_y + z_x), \\
 \frac{\partial A}{\partial z_8} &= -\frac{2z_y}{8 \cdot d \cdot S^2}, \tag{5.10}
 \end{aligned}$$

Sumiranjem kvadrata parcijalnih izvoda i uz pretpostavku  $\sigma_{z_1} = \sigma_{z_2} = \dots = \sigma_z$ , dobija se izraz:

$$\sigma_A^2 = \frac{3\sigma_z^2}{16d^2 \cdot S^2}, \quad \sigma_S = \sigma_z \frac{\sqrt{3}}{4d \cdot S} \tag{5.11}$$

Kao zaključak sledi da u slučaju  $S=0$  (nagib jednak nuli), standard aspekta nije definisan, odnosno u slučaju vrlo malih nagiba standardna greška aspekta dobija velike vrednosti.

Formula (5.11) može se alternativno pisati u obliku:

$$\sigma_A = \frac{\sigma_S}{S} \tag{5.12}$$

Što znači da je standardna greška aspekta teorijski jednaka relativnoj grešci nagiba za nekorelisani slučaj grešaka visina.

Izvođenje formula za greške zakriviljenosti terena je mnogo složenije, tako da se kao relativno jednostavna formula može prikazati greška ukupne zakriviljenosti terena. Parcijalni izvodi za ukupnu zakriviljenost po ulaznim argumentima su:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial K}{\partial z_1} &= -\frac{z_{xy}}{d^2}, \\
 \frac{\partial K}{\partial z_2} &= \frac{2z_{yy}}{d^2}, \\
 \frac{\partial K}{\partial z_3} &= \frac{z_{xy}}{d^2}, \\
 \frac{\partial K}{\partial z_4} &= \frac{2z_{xx}}{d^2}, \\
 \frac{\partial K}{\partial z_5} &= -\frac{z_{xy}}{d^2}, \\
 \frac{\partial K}{\partial z_6} &= \frac{2z_{yy}}{d^2}, \\
 \frac{\partial K}{\partial z_7} &= \frac{z_{xy}}{d^2}, \\
 \frac{\partial K}{\partial z_8} &= \frac{2z_{xx}}{d^2}, \\
 \frac{\partial K}{\partial z_9} &= -\frac{4}{d^2}(z_{xx} + z_{yy})
 \end{aligned} \tag{5.13}$$

Standardna greška ukupne zakriviljenosti je:

$$\begin{aligned}
 \sigma_K^2 &= \frac{4\sigma_z^2}{d^4} \left[ z_{xy}^2 + 2(z_{xx}^2 + z_{yy}^2) + 4(z_{xx} + z_{yy})^2 \right], \\
 \sigma_K &= \frac{2\sigma_z}{d^2} \sqrt{z_{xy}^2 + 2(z_{xx}^2 + z_{yy}^2) + 4(z_{xx} + z_{yy})^2}
 \end{aligned} \tag{5.14}$$

Analitičke formule za greške vertikalne, horizontalne i tangencijalne zakriviljenosti su mnogo komplikovanije. U slučaju da se uzima u obzir i korelacija ulaznih parametara formule za druge topografske parametre postaju takođe znatno složenije.

## 5.2 Monte Karlo stohastičke simulacije

Analize koje se sprovode nad podacima u mnogobrojnim GIS aplikacijama su dovoljno kompleksne da je analitičko rešenje problema gotovo i nemoguće. Stoga se koriste stohastičke simulacije realizacija baza podataka i prenosa grešaka u okviru GIS operacija. U literaturi su ove stohastičke simulacije poznate pod nazivom Monte Karlo<sup>64</sup> stohastičke simulacije.

Polazna tačka stohastičkih simulacija u GIS aplikacijama je tretiranje baze podataka kao samo jedne od mogućih realizacija raspodela veličina koju nju čine. U skladu s time i pogled na takvu bazu (na primer tematska karta nastala kao proizvod nekog upita ili operacije nad podacima) predstavlja samo jednu od mnoštva mogućih realizacija pogleda unutar kojih leži i onaj koji se smatra "istinitim" ili apsolutno tačnim.

<sup>64</sup> Metod je nazvan po Monte Karlu, glavnom gradu kneževine Monako, poznatom po mnogobrojnim kockarnicama. Brojevi koji se dobijaju na ruletu predstavljaju najprostiji prikaz generatora slučajnih brojeva. Termin i sistematski razvoj ove metodologije datira iz 1944 godine.

Modelovanje prostorne nesigurnosti kroz alternativne, jednakoverovatne, digitalne predstave (tematske prikaze) prostorno distribuiranih pojava, koje se često naziva i stohastičkim oslikavanjem<sup>65</sup> (**Journel** (1996)) čini osnovu Monte Karlo stohastičkih simulacija u cilju ocene kvaliteta prostornih baza podataka.

U slučaju DMT-a, model koji je dobijen na osnovu raspoloživih ulaznih podataka može se smatrati samo jednom od njegovih mogućih realizacija. Gridna struktura DMT omogućava relativno jednostavan algoritam za simulacije mogućih realizacija DMT-a.

Ideja se sastoji u tome da se generiše polje grešaka koje će biti istih dimenzija i rezolucije kao inicijalni DMT. U okviru svake realizacije polja grešaka, u svakoj gridnoj ćeliji se uz pomoć generatora slučajnih brojeva generiše slučajna brojna vrednost sa raspodelom  $N(0, \sigma_z^2)$ , gde je  $\sigma_z$  standard greške visina u DTM. Sabiranjem polja grešaka sa inicijalnim DMT, dobija se jedna simulirana realizacija. Postupak se ponavlja za svaku sledeću iteraciju, dok se ne dobije željeni broj simulacija. Iz svake od dobijenih simulacija DMT-a računaju se traženi topografski parametri (Slika 5-2).



Slika 5-2. Shematski prikaz simulacija topografskih parametara

Kako se vrednosti parametara računaju za svaku gridnu ćeliju, vrednosti dobijene iz simulacija će omogućiti da se statističkom analizom dobiju parametri raspodele za dati topografski parametar, a to su najverovatnija vrednost i njen standard kao mera nesigurnosti.

Monte Karlo stohastičke simulacije su uopštenija i robusnija tehnika za ocenu prenosa nesigurnosti nego striktna matematička analiza, posebno stoga što one mogu biti primenljive na bilo koji problem vezan za prenos grešaka, bez obzira na njegovu kompleksnost, kao i na bilo koji model grešaka (**Goodchild&Gopal** (1989)). Glavni nedostatak ove metode je neophodna softverska i hardverska podrška kao i vreme potrebno za generisanje velikog broja simulacija i njihovu naknadnu obradu.

Broj neophodnih simulacija za ovakve analize varira u radovima različitih autora od 20 do 50 (**Fisher** (1991), **Holmes et al** (2000)) pa do nekoliko stotina (**Raaflaub** (2002), **Wechsler** (2000)). U ovom radu uzet je manji broj simulacija (25), ali je dokazano da je taj broj dovoljan za dobijanje pouzdnih rezultata.

### 5.2.1 Generisanje nekorelisanog polja grešaka

Jedna od varijanti dobijanja mogućih realizacija DMT je generisanje nekorelisanih polja grešaka. Naime, u ovom slučaju koristi se jednostavno generator slučajnih brojeva sa normalnom raspodelom (danasa se ova rutina nudi u okviru raznih aplikacija ili u bibliotekama sa numeričkim programima) gde se kao jedini ulazni parametar koristi standardna devijacija koja je jednaka  $\sigma_z$ , ocenjenoj standardnoj greški visina u DMT -u.

<sup>65</sup> stochastic imaging (eng.)

Za matematičko očekivanje generisanih grešaka uzima se vrednost 0, iz jednostavnog razloga što bilo kakva ocenjena konstatna sistematska greška u DMT-u nema nikakav uticaj na sračunate vrednosti topografskih parametara.

Ovako dobijene realizacije DMT-a nazivaju se u literaturi "najgorim scenarijem"<sup>66</sup>. On podrazumeva da su greške visina DTM nekorelisane, što ne odgovara realnosti. I pored toga, u ovakvim analizama on se često primenjuje u cilju sagledavanja graničnih slučajeva ocene nesigurnosti.

### 5.2.2 Generisanje korelisanog polja grešaka

U stvarnosti greške DMT-a predstavljaju korelisane veličine, čiju je prostornu komponentu korelacije vrlo teško utvrditi. Bez obzira na primjenjenu metodu prikupljanja podataka greške merenih veličina na terenu biće manje ili više korelisane, a njihova zavisnost će biti između ostalog posledica geomorfologije terena. Geomorfološki parametar koji u tom smislu najviše utiče na intenzitet grešaka je nagib, o čemu je i bilo reči u poglavljju 4.1.1.

Ocena korelativne zavisnosti grešaka DMT na nekom području svodi se na ocenu parametra kao što je Moran's I (Goodchild (1980), Fisher (1991)), koji se računa kao koeficijent korelacije grešaka za celo područje obuhvaćeno DMT-om. Razvijen je algoritam koji za unapred usvojenu vrednost parametra Moran's I u iterativnom postupku vrši peturbaciju (zamene vrednosti ćelija grida) nad poljem nekorelisanih grešaka, i svaki put iznova računa vrednost ovog parametra dok se ne dobije željena vrednost.

Ehlschlaeger i Shortridge (1996;2002) su za simuliranje korelisanog polja grešaka koristili reziduum dobjene iz gridova različite rezolucije (USGS gridovi rezolucija 30m i 3") za isto područje. Na osnovu njih su ocenjivali geomorfološke karakteristike terena koje su korišćene za modelovanje polja nekorelisanih grešaka. Nedostatak ove metode leži u tome što su za isto područje potrebna dva DMT različitog nivoa kvaliteta.

Hunter i Goodchild (1997) su eksperimentalno dobili vrednosti za koeficijent  $\rho$  koji služi takođe za modelovanje polja nekorelisanih grešaka, autoregresionim procesom prema formuli:

$$e = \rho W e + N(0,1) \quad (5.15)$$

gde je  $e$  vektor vrednosti grešaka u jednoj ćeliji polja grešaka, a  $W$  prozorska funkcija dimenzija 3x3 u kojoj kardinalni pravci u odnosu na centralnu ćeliju imaju vrednost 1, a dijagonalni vrednost 0. Član  $N(0,1)$  odnosi se na vektor generisanih slučajnih brojeva sa očekivanjem 0 i standardom 1.

U većini slučajeva koriste se jednostavni niskopropusni filteri u vidu prozorskih funkcija različitih dimenzija (3x3, 5x5, 7x7 gridnih ćelija) koji modeluju postojeće polje nekorelisanih grešaka.

Za potrebe ovog rada korišćena je prozorska funkcija koja predstavlja modelovanu kovarijacionu funkciju reziduum dobjivenih iz kontrolne mreže i inicijalnog DMT-a. Za model je korišćen eksponencijalni tip funkcije:

$$Cov(x) = \sigma_0^2 e^{-\frac{x}{D}} \quad (5.16)$$

<sup>66</sup> worst-case-scenario (eng.)

gde je:

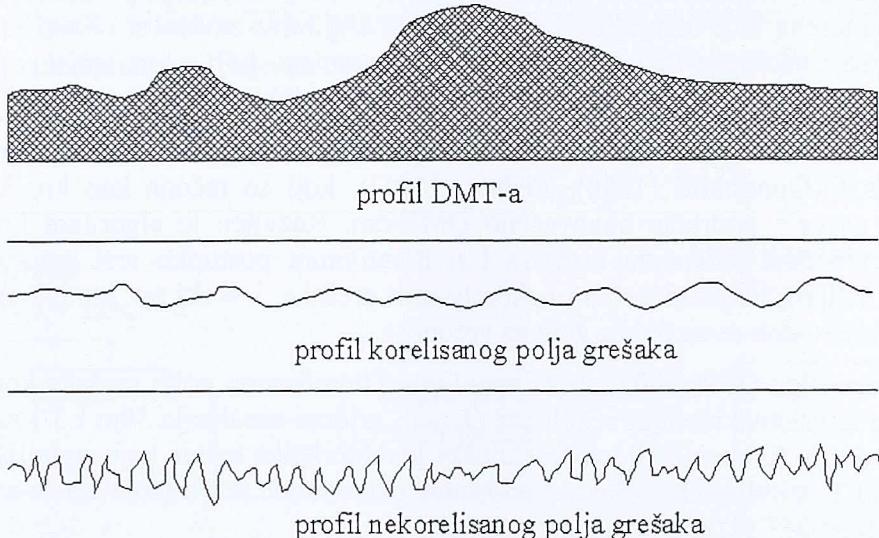
$\sigma_0^2$  - disperzija reziduuma,

$x$ - rastojanje,

$D$ - korelaciona dužina.

Dimenziije filtera dobijene su iz količnika  $n_x = n_y = D/d$ , gde je  $n_x$ ,  $n_y$  broj gridnih celija filtera u pravcu  $x$ , odnosno  $y$  ose, a veličina  $d$  dimenzija gridne celije u DMT-u.

U osnovi svih navedenih metoda leži činjenica da se korelisano polje grešaka dobija modelovanjem nekorelisanog polja grešaka (Slika 5-3)



Slika 5-3. Odnos korelisanog i nekorelisanog polja grešaka.

### 5.3 Numeričko rešenje analitičkog pristupa za ocenu nesigurnosti topografskih parametara

Kao alternativa teorijskom analitičkom postupku koji podrazumeva vrlo složena izvođenja, u radu je ponuđeno numeričko rešenje za taj postupak.

U radu je već rečeno da se vrednosti geomorfoloških parametara u okviri gridne celije računaju kao funkcija visina te i okolnih celija:

$$y = f(z_1, z_2, \dots, z_n) \quad (5.17)$$

pri čemu je  $y$  odgovarajući geomorfološki parametar, a  $z_i$  su visine celija grida. Njihov broj  $n$  zavisi od parametra koji se računa i iznosi 4 (rook's case), odnosno 9 (queen's case).

Pošto je funkcionalna veza (5.17) po pravilu nelinearna, vrši se njena linearizacija:

$$y = y_0 + \left( \frac{\partial f}{\partial z_1} \right)_0 \Delta z_1 + \left( \frac{\partial f}{\partial z_2} \right)_0 \Delta z_2 + \dots + \left( \frac{\partial f}{\partial z_n} \right)_0 \Delta z_n \quad (5.18)$$

Veličina  $y_0$  je približna vrednost funkcionalne veze (5.17), i pošto predstavlja konstantu, nema dalje značaja za prethodnu ocenu tačnosti. Parcijalni izvodi:

$$a_i = \left( \frac{\partial f}{\partial z_i} \right)_0 \quad (5.19)$$

računaju se u približnim vrednostima okolnih celija. Numerički postupak za njihovo računanje sastoji se u nalaženju količnika:

$$a_i = \frac{f(z_1, z_2, \dots, z_i + \Delta z, \dots, z_n) - f(z_1, z_2, \dots, z_n)}{\Delta z} \quad (5.20)$$

gde je sa  $\Delta z$  označen proizvoljno mali priraštaj visina okolnih celija. Prema tome, linearna verzija funkcije (5.18) može se napisati u obliku:

$$y = y_0 + a_1 \Delta z_1 + a_2 \Delta z_2 + \dots + a_n \Delta z_n \quad (5.21)$$

ili u vektorskom obliku:

$$y = A^T \cdot \Delta Z + y_0, \quad A^T = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_n], \quad \Delta Z^T = [\Delta z_1 \ \Delta z_2 \ \dots \ \Delta z_n] \quad (5.22)$$

Za veličinu koja se može izraziti kao kombinacija (5.22) disperzija se određuje primenom Gausovog zakona o prenosu grešaka:

$$\sigma_y^2 = A^T \cdot C_z \cdot A \Rightarrow \sigma_y = \sqrt{A^T \cdot C_z \cdot A} \quad (5.23)$$

gde je  $\sigma_y^2$  disperzija odgovarajućeg geomorfološkog parametra, a  $C_z$  je kovarijaciona matrica grešaka visina celija grida koje figurišu u funkcionalnoj vezi:

$$C_z = \begin{bmatrix} \sigma_{11}^2 & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{n1} & \sigma_{22}^2 & \dots & \sigma_{2n} \\ \vdots & & & \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \dots & \sigma_{nn}^2 \end{bmatrix} \quad (5.24)$$

Veličine  $\sigma_{ii}^2$  su disperzija grešaka visina, a  $\sigma_{ij}$  kovarijacije grešaka visina. Matrica  $C_z$  je osim toga i simetrična tako da je  $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ .

U slučaju da su greške visina međusobno nezavisne, matrica  $C_z$  ima sledeću strukturu:

$$C_z = \begin{bmatrix} \sigma_{11}^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_{22}^2 & \dots & 0 \\ \vdots & & & \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_{nn}^2 \end{bmatrix} \quad (5.25)$$

U slučaju da su disperzije grešaka visina okolnih celija međusobno jednake i iznose  $\sigma_z^2$ , tada je:

$$C_z = \sigma_z^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & & & \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} = \sigma_z^2 \cdot I \quad (5.26)$$

gde je  $I$  oznaka za jediničnu matricu. Za slučajeve (5.25) i (5.26) izrazi za prethodnu ocenu tačnosti glase:

$$\begin{aligned} \sigma_y^2 &= a_1^2 \cdot \sigma_{11}^2 + a_2^2 \cdot \sigma_{22}^2 + \dots + a_n^2 \cdot \sigma_{nn}^2 \\ \sigma_y^2 &= (a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2) \cdot \sigma_z^2 \end{aligned} \quad (5.27)$$

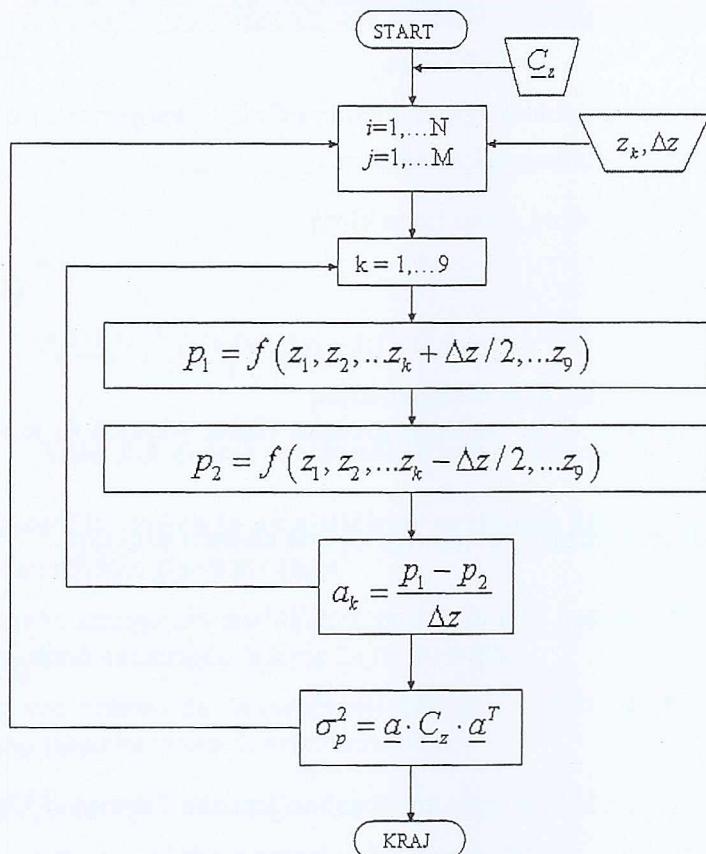
U slučaju koreliranih grešaka visina čeija neophodno je odrediti vandijagonalne članove matrice  $C_z$ . Ako se pretpostavi da zavisnost slabi sa povećanjem udaljenosti između okolnih čelija, tada se kovarijacije mogu numerički odrediti uz pomoć kovarijacione funkcije eksponencijalnog tipa:

$$\sigma_{ij} = \sigma_z^2 \cdot e^{-\frac{d_{ij}}{D}} \quad (5.28)$$

gde je  $d_{ij}$  rastojanje između čelija  $i$  i  $j$ , a  $D$  je korelaciona dužina. Korelaciona dužina je ono rastojanje između čelija za koje kovarijacija  $\sigma_{ij}$  iznosi 36% od disperzije grešaka visina  $\sigma_z^2$ .

U radu su razmatrani i nekorelirani slučaj grešaka visina za koji su korišćene formule (12) kao i korelirani slučaj za koji važe formule (5.23).

Dijagram toka numeričkog rešenja analitičkog metoda prikazan je na Slika 5-4



Slika 5-4. Dijagram toka funkcija za numeričko rešenje ocene nesigurnosti topografskih parametara

Izloženi postupak za numeričko rešenje ocene nesigurnosti sračunatih topografskih parametara predlaže se kao najekonomičnije rešenje u pogledu vremenskih i računarskih resursa, a rezultati dobijeni ovom metodom verifikovani su poređenjem sa rezultatima dobijenim simulacijama.

## 6 Numerička istraživanja

### 6.1 Test područje "Zlatibor"

Teorija izložena u prethodnim poglavljima praktično je primenjena na realnom terenu. Za test područje je uzet centralni deo područja Zlatibora, Kraljeve vode (Slika 6-1), ukupne površine  $13.5 \text{ km}^2$  (dva lista ODK razmere 1:5 000).



*Slika 6-1, Panorama test područja "Zlatibor"*

Na osnovu kategorizacije date u Tabela 6-1, test područje pripada kategoriji umerenog talasastog terena (Sakude et al (1998)). Sračunata standardna devijacija visina na datom području iznosi  $\sigma_h = 37.68m$ .

*Tabela 6-1. Kategorizacija terena na osnovu varijacije visina*

Kategorija terena	$\sigma_h$	
	Stopa	Metri
Ravničarski	<60	<18
Umereno talasast	60-200	18-61
Neravan	200-800	61-243
Vrlo neravan	>800	>243

#### 6.1.1 Geološke i geomorfološke karakteristike test područja

Zlatiborski masiv se odlikuje velikom geomorfološkom raznovrsnošću, koja je posledica geološko-tektonske evolucije i delovanja različitih geomorfoloških agenasa.

Reljef test područja karakterišu promenljive visinske razlike, različito usečene potočne i rečne doline sa promenljivim nagibom padina, što je pre svega uslovljeno litološkim sastavom terena. Oblici fluvijalnog reljefa<sup>67</sup> značajno su modifikovani tokom klimatskih promena u pleistocenu (kvartaru).

Za vreme ledenog doba, tokom pleistocena, zaravan Zlatibora nalazila se ispod snežne granice, tako da nije bilo uslova za formiranje glacijalnih oblika. Tragovi toga doba ogledaju se u intenzivnom dejstvu padinskih procesa što je dovelo do popunjavanja rečnih dolina, koje su u najvećoj meri ostale bez fluvijalnog transporta (Menković, Košćal (1994)). U post glacijalnom dobu, sa uspostavljanjem normalnog režima fluvijalnog procesa, u tim dolinama formiraju se uklješteni meandri, kao posledica neotektonske aktivnosti.

Zlatibor se sastoji pretežno od ultrabazičnih magmatskih stena (stena siromašnih silicijumom a bogatih magnezijumom i gvožđem), na kojima je formirana prostrana Zlatiborska zaravan. U istočnim delovima planine, na širem području Čajetine, vezane su za krečnjačke ploče trijaske starosti (klizne listove u ofiolitskom melanžu), brojne kraške pojave.

Kraljeve vode, što se tiče geološke građe, pripadaju centralnom delu Zlatiborskog masiva, i izgrađene su od peridotita, ultrabazične dubinske magmatske stene. Po svojim tektonskim osobinama Zlatiborski peridotitski masiv predstavlja pločasto telo, sa dužom osom pravca severozapad-jugoistok, debljine oko 1200 m (Mojsilović i dr. (1987)),.

Postanak ovog tela se vezuje za magmatske pokrete koji su se desili tokom gornje jure, kada je došlo do submarinskih izliva ultrabazične magme, te tako ovaj masiv leži preko krečnjaka gornjeg trijasa ili gornjih delova dijabaz-rožnačke formacije<sup>68</sup>.

Sa hlađenjem peridotitske mase nastaje period formiranja endokinetičkih pukotina, koje su razvijene u tri dosta jasno izražena sistema. U daljoj fazi deformacija, delom ohlađeno peridotitsko telo trpilo je nova oblikovanja nabiranjem, kada nastaju blagi nabori pravca severozapad-jugoistok.

Sastav Zlatibora, serpentiniti<sup>69</sup> i njima srodne ultrabazične stene, u inženjerskog geološkom smislu omogućava duboko prodiranje procesa raspadanja, praćeno fizičko-hemijskim promenama mineralnog sastava (Lokin, Božović (1994)). Zbog toga je stabilnost ovih stena u otvorenim i zatvorenim iskopima veoma ugrožena. Tereni sa oskudnom vegetacijom zahvaćeni su odronjavanjem, osipanjem, spiranjem i jaružanjem. Slična svojstva imaju i stene dijabaz-rožnačke formacije. Stabilnost krečnjačkih stena je uglavnom dobra, ali se u veštačkim zasećima javljaju odronjavanja koja mogu biti i većih razmera.

Za stenski kompleks serpentinita treba naglasiti osetljivost sa gledišta stabilnosti u uslovima građevinskih zahvata, u zonama sa peskovito-glinovitom i laporovitom građom i pod uticajem vode. Geološka karta šireg područja Kraljevih voda je data kao prilog B. ovoga rada.

### 6.1.2 Digitalni model terena test područja "Zlatibor"

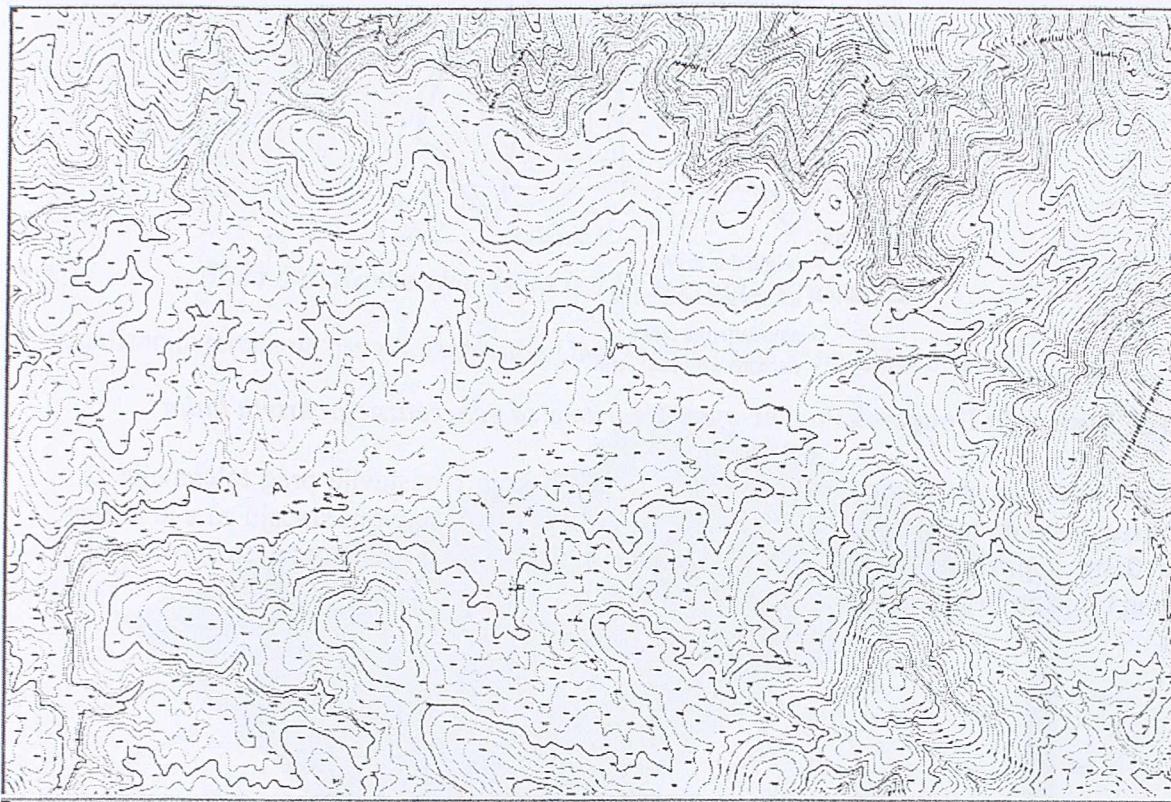
Za potrebe istraživanja na navedenom test području izrađen je digitalni model terena gridne strukture sa rezolucijom od 10m. Kao izvor podataka poslužila je digitalizovana osnovna državna karta (ODK) razmere R= 1: 5 000. Dobijeni DMT pripada grupi "kartografskih" i prema shemi datoj u tabeli nivoa DMT može se klasirati u nivo 3 (prilog A).

<sup>67</sup> Fluvijalni process je geomorfološki proces koji nastaje delovanjem stalnih linijskih tokova (reke i njihove pritoke) na nerastvorljivim stenskim masama (Marković et al (2003))

<sup>68</sup> Pod terminom dijabaz se podrazumeva izlivna i žična stena gabro grupe (dubinske i bazične stene, siromašne silicijom). To su stene tamnozelene do crne boje.

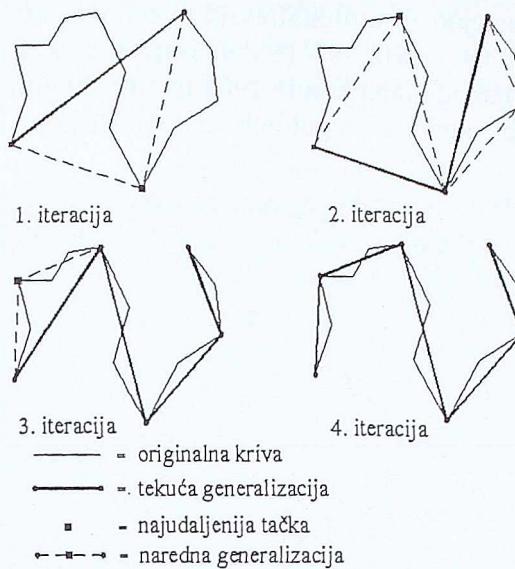
<sup>69</sup> Serpentiniti su metamorfne stene orto porekla (nastale preobražajem magmatskih stena)

Tehnološki proces izade DMT sastojao se u digitalizaciji skeniranih orohidrografskeoleata listova ODK sa oznakama 7B23-04 i 7B23-05 (Slika 6-2). Visinska predstava terena je dobijena restitucijom fotogrametrijskog materijala iz 1983 godine, kontinuiranim izvlačenjem izohipsi. Skeniranje karata je obavljen u Republičkom Geodetskom Zavodu na skeneru ANATech Evolution.



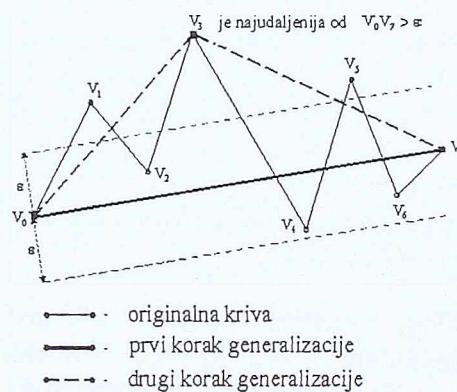
*Slika 6-2. Prikaz orohidrografske oleate test područja (listovi ODK sa oznakama 7V23-04 i 7V23-05)*

Rezolucija skeniranih podloga je 400dpi. Skenirane podloge su transformisane u državni koordinatni sistem pomoću afine transformacije drugog reda. Transformisane podloge su putem *I/GEOVEC* programskog paketa firme *Intergraf* poluautomatski digitalizovane. Na navedenim listovima nije bilo hidrografskog sadržaja, što je u mnogome olakšalo postupak digitalizacije, tako da je za vektorizaciju izohipsi oba lista bio potreban jedan radni dan. Greške koje su načinjene u toku ovog procesa uklonjene su editovanjem izohipsi u 3D modelu. U ovakvim slučajevima digitalizacije, greške su uglavnom vezane za unos pogrešne visine izohipse. Linije izohipsi su potom razdvojene u tačkaste entitete uz pomoć ekstenzije razvijene u *Avenue* programskom jeziku koji je namenjen razvoju aplikacija u *ArcView* softverskom okruženju. Tom prilikom dobijeno je 233293 visinskih tačaka. Taj broj tačaka je potom redukovana uz pomoć *Douglas&Pucker*-ovog algoritma za generalizaciju linija (*Sunday* (2002)). Postupak generalizacije *Douglas&Pucker*-ovim algoritmom je iterativni, gde se polazna kriva u prvoj iteraciji aproksimira pomoću duži koja je definisana početnom i završnom tačkom inicijalne krive. U svakoj sledećoj iteraciji kriva se aproksimira sa novoformiranom tačkom koja je najudaljenija od segmenata koji aproksimiraju krivu u prethodnoj iteraciji (Slika 6-3.).



Slika 6-3. Ilustracija Douglas&Pucker-ovog algoritma za generalizaciju krivih linija

Kao ulazna komponenta algoritma koristi se veličina  $\epsilon$ , koja predstavlja prag tolerancije za koji je dozvoljeno da tačke odstupaju od segmenta (Slika 6-4.). U ovom slučaju za  $\epsilon$  je uzeta veličina 0.3m u prirodnoj razmeri. Na taj način broj tačaka je redukovana sa navedenog inicijalnog broja na 51847.

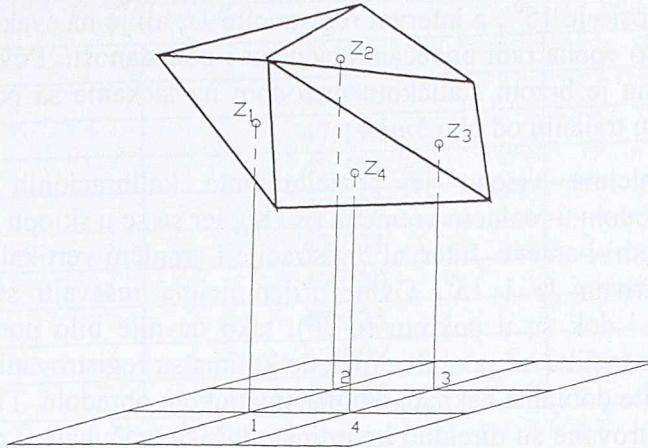


Slika 6-4. Generalizacija linije sa zadatim pragom tolerancije  $\epsilon$

Cilj redukcije broja tačaka pomoću kojih će biti izrađen DMT, bio je da se na taj način simuliraju tačke, koje bi se dobile u postupku klasične manuelne digitalizacije izohipsi.

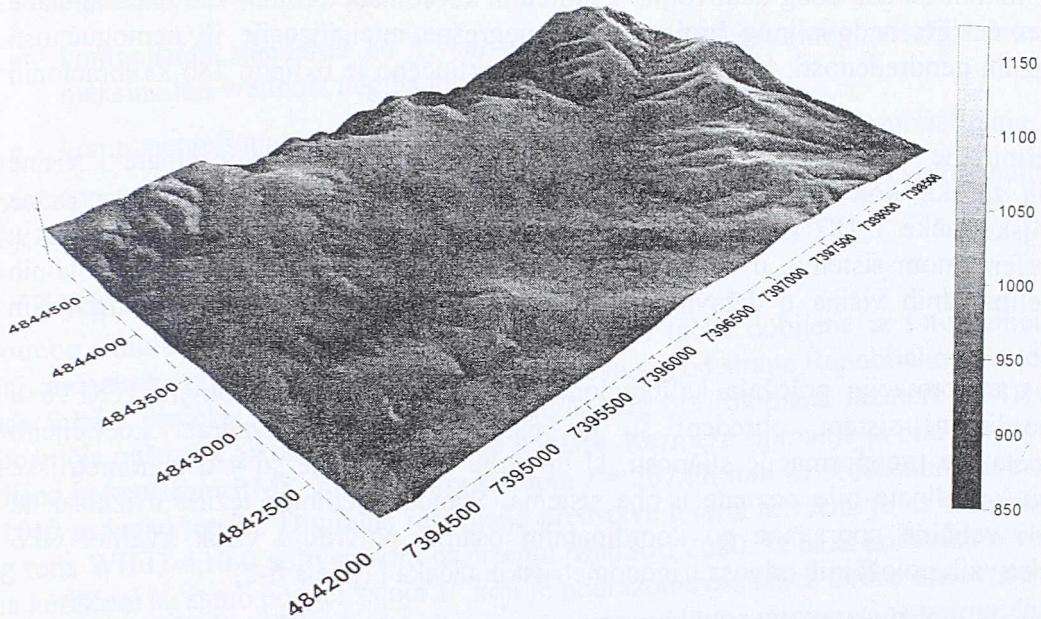
Pored izohipsi, sa kartografske podloge su digitalizovane i sve pojedinačne karakteristične tačke terena koje su date pikijom i kotom. Suma ovih tačaka i tačaka dobijenih iz izohipsi posle njihove redukcije čini ukupnu bazu podataka koja je korišćena za izradu DMT-a.

Za dobijanje grida nije se koristila ni jedna od poznatih geostatističkih metoda (Kriging, kolokacija i dr.) ili determinističkih metoda (inverzna distanca i sl.) već je prvo formiran TIN primenom standardnog algoritma Delaunay-eve triangulacije, a potom je urađena konverzija ovako dobijenog modela u gridnu strukturu (Slika 6-5).



Slika 6-5. Konverzija visina iz TIN u gridnu strukturu

3D vizuelizacija terena na osnovu izrađenog DMT-a prikazana je na Slika 6-6



Slika 6-6. 3D prikaz digitalnog modela test područja "Zlatibor"

### 6.1.3 GPS merenja na test području Zlatibor

Satelitska merenja na test području Zlatibor izvršena su parom jednofrekventnih GPS prijemnika firme TRIMBLE i parom dvofrekventnih GPS prijemnika firme THALES. Oba para prijemnika, zajedno sa pripadajućim antenama, karakteriše mogućnost faznih merenja, odnosno postizanja geodetski relevantne tačnosti pozicioniranja.

Za kalibracione tačke usvajane su karakteristične tačke reljefa, uz uslove neophodne za izvođenje GPS merenja, kao što su elektronsko dogledanje satelita i odsustvo fizičkih prepreka, reflektujućih površi i jakih izvora radio zračenja. Relativno GPS pozicioniranje kalibracionih tačaka izvršeno je s osloncem na trigonometrijsku tačku T-182 kao početnu tačku, i to u tri režima rada:

- TRIMBLE prijemnici korišćeni su za brzu statičku metodu merenja, sa vremenom zadržavanja na tačkama od po 15min, pri čemu je interval registracije podataka iznosio 15s, a granični vertikalni ugao  $15^0$ .
- Istim prijemnicima pozicionirane su kalibracione tačke kinematičkom metodom sa naknadnom matematičkom obradom podataka. Granični

vertikalni ugao iznosio je  $15^0$ , a interval registracije 1s, ali je na svakoj tački mereno po nekoliko epoha radi povećanja tačnosti i pouzdanosti. Povremena inicijalizacija vršena je brzom statičkom metodom na tačkama sa poznatim koordinatama, i to u trajanju od oko 5min.

- THALES prijemnicima vršeno je pozicioniranje kalibracionih tačaka kinematičkom metodom u realnom vremenu (RTK), jer su se u sklopu opreme nalazili radio modemi i antene. Interval registracije i granični vertikalni ugao iznosili su respektivno 1s i  $15^0$ . Ovim prijemnicima rešavaju se fazne neodređenosti čak i dok su u pokretu (OTF), tako da nije bilo potrebe za inicijalizacijom. Za razliku od prve dve metode kojima su registrovani podaci merenja a koordinate dobijane naknadnom matematičkom obradom, THALES prijemnicima registrovane su direktno koordinate tačaka sračunate u realnom vremenu.

Obrada podataka merenja brze statičke i kinematičke metode izvršena je komercijalnim softverskim paketom GPSurvey V2.2 firme TRIMBLE. Oko 18% kalibracionih tačaka odbačeno je tokom obrade zbog nedovoljno kvalitetnih koordinata nastalih kao rezultat slabe satelitske geometrije, nedovoljnog broja satelita, pogrešne inicijalizacije ili nemogućnosti rešavanja faznih neodređenosti. U definitivnu obradu uključeno je ukupno 280 kalibracionih tačaka.

Rezultat definitivne obrade GPS merenja predstavljale su položajne koordinate i visine kalibracionih tačaka koje se nominalno odnose na referentni okvir usvojene početne trigonometrijske tačke T-182 (ITRF96). S obzirom na to da je DMT test područja zadat u državnom referentnom sistemu, u daljem postupku izvršena je transformacija horizontalnih položaja i elipsoidnih visina u državni koordinatni sistem odnosno sistem ortometrijskih visina.

Za potrebe transformacije položaja kalibracionih tačaka iz referentnog okvira ITRF96 u državni koordinatni sistem, određeni su po metodi najmanjih kvadrata koeficijenti sedmoparametarske transformacije sličnosti. U tu svrhu upotrebljene su 4 trigonometrijske tačke čije su koordinate bile poznate u oba sistema. Standard jedinice težine u iznosu od 1.7cm, kao i veličine popravaka po koordinatnim osama, potvrđuju visok kvalitet GPS merenja i relativnih položajnih odnosa trigonometrijskih tačaka (Tabela 6-2)

*Tabela 6-2. Popravke sedmoparametarske transformacije sličnosti.*

Tačka	Vx (m)	Vy (m)
T-1	-0.015	+0.001
T-182	+0.006	-0.022
T-303	+0.013	+0.013
T-585	-0.004	+0.008

Transformacija elipsoidnih GPS visina kalibracionih tačaka u sistem državnih ortometrijskih visina sprovedena je na osnovu 3 trigonometrijske tačke i 6 repera koji su imali visine u oba sistema. Razlike elipsoidnih i ortometrijskih visina ovih tačaka modelirane su polinomom drugog stepena po položajnim koordinatama:

$$N = a_0 + a_1 X + a_2 Y + a_3 XY + a_4 X^2 + a_5 Y^2 \quad (6.1)$$

pri čemu su koeficijenti polinoma ocenjeni po metodi najmanjih kvadrata. Za standard jedinice težine dobijena je vrednost od 2.4cm. Popravke date u Tabela 6-3 takođe svedoče o adekvatnosti polinomskog modela.

Tabela 6-3. Popравке polinomske transformacije visina.

Tačka	N (m)	Vh (m)
T-1	46.986	-0.019
T-182	47.192	+0.005
T-585	47.531	-0.011
R-35	47.028	-0.008
R-34	47.031	-0.012
R-31	47.020	-0.041
R-28	47.025	+0.015
R-25	47.008	+0.047
R-19	46.992	+0.024

Standard definitivno određenih visina kalibracionih tačaka sastoji se načelno od tri glavne komponente:

- komponente standarda od oko  $2\text{cm}$  koji potiče od tačnosti izvršenih GPS merenja,
- komponente standarda od  $1.7\text{cm}$  usled greške horizontalnog položaja i za maksimalnu vrednost nagiba terena od  $45^{\circ}$ ,
- komponente standarda od  $2.4\text{cm}$  usled nesigurnosti polinomskog modeliranja.

Za konačni pokazatelj kvaliteta visina usvojen je rezultujući standard sve tri komponente, i za njega je dobijena vrednost od  $3.5\text{cm}$ .

#### 6.1.4 Fotogrametrijska merenja na test području

Za potrebe simulacija kontrolnih tačaka korišćene su i tačke dobijene iz fotogrametrijskih merenja za potrebe projekta "Čajetina 2002", realizovanog od strane Republičkog Geodetskog Zavoda Srbije. Projekat je obuhvatao izradu digitalnog ortofotoplana razmere R=1:1000 za deo područja opštine Čajetina površine 1800 hektara. Razmera snimanja je bila  $R_s = 1:5000$  i obavljena je kamerom RMK 21/23 sa konstantom  $f = 207.96$  mm sa prosečnom visinom leta oko 1040 m iznad terena. Digitalna restitucija predstave terena izvršena je na instrumentima prvog reda WILD A10 u softverskom okruženju MapSoft 2000. Iz baze podataka o visinama terena korišćeni su samo podaci "sloja 1" koji je podrazumevao tačke terena osnovnog rastera prosečnih dimenzija  $15 \times 15\text{m}$ . Na delovima terena gde restitutor nije mogao sigurno da odredi visinu terena (područja pod šumom) visine tačaka nisu merene u ovom sloju, kao ni u slučaju da tačka pada na neki izgrađeni objekat. Ukupan broj fotogrametrijskih tačaka je 46 021 i pokriva najveći deo test područja, izuzetak je severozapadni deo područja, koji inače nije bio obuhvaćen projektom izrade ortofotoa.

Visinska tačnost detaljnih tačaka određena je formulom:

$$\sigma_z = 0.1 - 0.15 \% \times hl \approx 15\text{cm} \quad (6.2)$$

Ovaj standard fotogrametrijskih merenja omogućava da ona budu korišćena kao kontrolna merenja za ispitivanje kvaliteta "kartografskih" DMT-a. Veliki obim podataka fotogrametrijskih podataka iskorišćen je za ispitivanje efekata rasporeda kontrolnih tačaka na ocenu kvaliteta DMT-a, ocenu visinskog standarda DMT-a, kao i za potrebe dinamičkog modeliranja DTM-a. Za svaki od navedenih eksperimenta formirane su datoteke sa unapred zadatim brojem tačaka, bilo da se radilo o slučajnom uzorku tačaka ili o datotekama sa željenim rasporedom tačaka, kao što je bio slučaj sa dinamičkim modeliranjem DTM-a. Slučajni uzorak tačaka dobijen je algoritmom za slučajan izbor tačaka, dok je u slučaju datoteka sa željenim rasporedom tačaka raspored tačaka biran editovanjem datoteke sa svim fotogrametrijskim tačkama superponiranim preko skenirane podloge.

## 6.2 Optimizacija kontrolne mreže tačaka za test područje "Zlatibor"

U okviru numeričke obrade podataka za test područje "Zlatibor" razmatran je aspekt broja tačaka kontrolne mreže, njegovog uticaja na pouzdanost računanja konstantne sistematske greške  $\bar{d}$  i  $\sigma_z$  standarda visina u DMT-u. Kako se radi o "kartografskom" DMT-u u obzir je uzeta mogućnost korišćenja i GPS i fotogrametrijskih merenja, kao hijerarhiski većeg ranga tačnosti u odnosu na digitalizovane tačke sa topografske podloge.

Takođe je razmatran i efekat rasporeda kontrolnih tačaka na ocenu navedenih rasporeda. Na ovaj način se uvodi projektni pristup u optimizaciji kontrolnih mreža za analizu kvaliteta DMT-a.

### 6.2.1 Pouzdanosti računanja kvalitativnih parametara DMT-a

Teorija koja je izneta u poglavlju 4.4, primenjena je za optimizaciju kontrolne mreže test područja "Zlatibor". Kao polazni parametar uzeta je željena pouzdanost ocene konstantne sistematske greške  $R(\bar{d})$ . Za polaznu vrednost ovog parametra uzeta je vrednost 10%. Primenom formule (4.19) za verovatnoću  $p=0.95\%$  dobijeno je:

$$n = \frac{d_\beta^2}{R^2(\bar{d})} = \frac{1.96^2}{0.1^2} = 384 \text{ tačke} \quad (6.3)$$

Sa ovim brojem tačaka sračunata kritična vrednost za tačnost određivanja kontrolnih tačaka iznosi:

$$\sigma_{z_k} = \sigma_z / \sqrt{2n-1} = 1.5m / \sqrt{2 \cdot 384 - 1} = 0.054m \quad (6.4)$$

Za očekivanu vrednost standarda DMT-a uzeta je vrednost koja je približno jednaka trećini vrednosti izohipse, a to je 1.5m.

Vrednost standarda za GPS merenja kontrolnih tačaka je  $\sigma_{z_{GPS}} = 0.035m$ . Pošto je ova vrednost manja od kritične vrednosti dobijene formulom (6.4), vrednost za pouzdanost visinskih standarda može se dobiti kao:

$$R(\sigma_z) = \frac{1}{\sqrt{2(n-1)}} \times 100\% = \frac{1}{\sqrt{2(384-1)}} \times 100\% = 3.61\% \quad (6.5)$$

Za fotogrametrijska merenja usvojen je standard  $\sigma_{z_{fot.}} = 0.15m$ , a kako je ova vrednost veća od kritične za dati broj tačaka za pouzdanost standarda dobija se sledeća vrednost:

$$K = \sigma_{z_{fot.}} / \sigma_z = 0.15m / 1.5m = 0.10$$

$$R(\sigma_z) = \frac{K}{\sqrt{(1-K^2)}} \times 100\% = \frac{0.10}{\sqrt{(1-0.10^2)}} \times 100\% = 10.0\% \quad (6.6)$$

Na terenu je mereno 280 GPS tačaka za potrebe kontrolne mreže, tako da se mogu dobiti sledeće vrednosti za pouzdanost parametara kvaliteta DMT-a test područja koji su sračunati iz ovog skupa tačaka ( $p=0.95$ ).

$$R(\bar{d}) = \sqrt{\frac{d_\beta^2}{n}} = \sqrt{\frac{1.96^2}{280}} = 0.117 = 11.7\% \quad (6.7)$$

$$R(\sigma_z) = \frac{1}{\sqrt{2(n-1)}} \times 100\% = \frac{1}{\sqrt{2(280-1)}} \times 100\% = 4.23\%$$

U poređenju sa željenim parametrima pouzdanosti može se uočiti da sa smanjenjem broja kontrolnih tačaka pouzdanost dobijenih rezultata više opada za konstantnu sistematsku grešku nego za standard visina.

Kod fotogrametrijskih merenja u statističkoj obradi korišćena su dva skupa od 458 i 894 tačke, što predstavlja veći broj tačaka od predviđenog, tako da je pouzdanost za određivanja standarda visina u DMT-u:

$$\begin{aligned} K_1 &= 1/\sqrt{2 \cdot n - 1} = 1/\sqrt{2 \cdot 458 - 1} = 0.033 \\ K_2 &= 1/\sqrt{2 \cdot n - 1} = 1/\sqrt{2 \cdot 894 - 1} = 0.024 \\ R(\sigma_{z1}) &= \frac{K_1}{\sqrt{(1 - K_1^2)}} \times 100\% = 3.3\% \\ R(\sigma_{z2}) &= \frac{K_2}{\sqrt{(1 - K_2^2)}} \times 100\% = 2.4\% \end{aligned} \quad (6.8)$$

### 6.2.2 Efekat rasporeda kontrolnih tačaka na ocene parametara kvaliteta DMT-a "Zlatibor"

Pomoću podataka test područja verifikovana je tvrdnja da slučajan izbor lokacija za kontrolne tačke daje venu ocenu parametara kvaliteta DMT-a. Za ovakvu vrstu eksperimenta iskorišćene su fotogrametrijske tačke merene za potrebe projekta "Čajetina 2002". Raspored visinskih tačaka praktično predstavlja pravilan grid dimenzija 15x15 m. Primenom algoritma za slučajan izbor tačaka (ArcGIS<sup>70</sup> programska opcija) formirano je 14 datoteka sa istim brojem tačaka (460) koje najvećim delom pokrivaju test područje. Za svaku od dobijenih datoteka sračunati su reziduumi a uz pomoć njih parametri  $\bar{d}$  i  $\sigma_z$ . Dobijeni parametri za svaki skup kontrolnih tačaka prikazani su u Tabeli 6-4.

Tabela 6-4. Parametri kvaliteta DMT-a dobijeni iz 14 slučajno generisanih kontrolnih mreža

No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$\sigma_z$	1.528	1.369	1.506	1.521	1.385	1.452	1.415	1.418	1.419	1.386	1.347	1.501	1.371	1.403
$\sigma_z^2$	2.335	1.874	2.268	2.313	1.918	2.108	2.002	2.011	2.014	1.921	1.814	2.253	1.880	1.968
$\bar{d}$	-0.27	-0.23	-0.23	-0.34	-0.42	-0.39	-0.39	-0.43	-0.21	-0.35	-0.46	-0.44	-0.40	-0.41

Za proveru hipoteze o jednakosti standarda visina, odnosno disperzija reziduma, korišćen je Bartletov test (Perović (1989)). To znači da se testira hipoteza:

$$H_0 : \sigma_{z1} = \sigma_{z2} = \sigma_{z3} = \dots = \sigma_{z14} = \sigma_z \quad (6.9)$$

Ako je nulta hipoteza istinita, onda veličina

$$\sigma^2 = \frac{1}{f_m} \sum_{i=1}^{14} f_i \sigma_{zi}^2, \quad f_m = \sum_{i=1}^{14} f_i \quad (6.10)$$

ima  $\frac{\chi^2}{f} \cdot \sigma_z^2$  raspored, odnosno  $\frac{\sigma^2}{\sigma_z^2} \cdot f \sim \chi^2$  sa  $f$  stepeni slobode.

<sup>70</sup> programski paket firme ESRI

Takođe se računa veličina:

$$c = 1 + \frac{1}{3(k-1)} \left( \sum_{i=1}^k \frac{1}{f_i} - \frac{1}{f_m} \right), \quad k = 14 \quad (6.11)$$

i test veličina glasi

$$\chi^2 = \frac{1}{c} \left( f_m \cdot \ln \sigma^2 - \sum_{i=1}^k f_i \cdot \ln \sigma_{zi}^2 \right), \quad f = k-1 \quad (6.12)$$

Prema Bartletu, za svako  $f_i \geq 4$ , gde je  $i = 1, 2, \dots, k$ , pod pretpostavkom istinitosti  $H_0$ , veličina data formulom (6.12), ima  $\chi^2$  raspored sa  $k-1$  stepeni slobode.

Test odluka glasi:

$$\begin{aligned} \chi^2 \leq \chi^2_{1-\alpha}(k-1) & - prihvatom H_0 \\ \chi^2 > \chi^2_{1-\alpha}(k-1) & - odbacujemo H_0 \end{aligned} \quad (6.13)$$

Na osnovu datih formula dobijaju se sledeće vrednosti:

$$\begin{aligned} f_m &= 14 \times 459 = 6426 \\ \sigma &= 2.049 \\ c &= 1.001 \\ \chi^2 &= \frac{1}{1.001} (6426 \cdot \ln 2.049 - 459 \cdot 9.995) = 21.976 \\ \chi^2 &= 21.976 < 27.69 = \chi^2_{0.99}(13) \end{aligned} \quad (6.14)$$

Prema tome, prihvata se hipoteza  $H_0$  o jednakosti disperzija reziduum, odnosno standarda visina dobijenih iz nezavisno određenih skupova kontrolnih tačaka.

Kod provere hipoteze o jednakostima konstantnih sistematskih grešaka korišćen je  $F$  test.

Konstantna sistematska greška  $\bar{d}$  fizički predstavlja srednju vrednost reziduuma  $d_i$  kontrolnih tačaka. Sračunate vrednosti za  $\bar{d}$  sadrže u sebi sledeće komponente:

$$\bar{d}_i = \hat{d} + \delta_i + \varepsilon_i \quad (6.15)$$

gde je:

$\hat{d}$  - istinita vrednost konstantne sistematske greške,

$\delta_i$  - sistematska greška ocenjene konstantne sistematske greške,

$\varepsilon_i$  - slučajna greška ocenjene konstantne sistematske greške.

Provera jednakosti dobijenih konstantnih sistematskih grešaka, obavlja se testiranjem hipoteze o nepostojanju sistematskih grešaka ocenjenih veličina:

$$H_0: \delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = \dots = \delta_{14} = 0 \quad (6.16)$$

Za potrebe  $F$  testa računaju se test veličine:

$$\begin{aligned} \chi^2_1 &= \sum_{i=1}^k (\bar{d}_i - \bar{d})^2, \quad \bar{d} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \bar{d}_i, \quad f_1 = k-1, \quad k = 14 \\ \chi^2_2 &= \sum_{i=1}^k \sigma_{zi}^2 / f_i, \quad f_i = 459, \quad f_2 = f_i \cdot k \end{aligned} \quad (6.17)$$

Veličina  $F = \frac{\chi_1^2 / f_1}{\chi_2^2 / f_2}$  ima  $F$  raspodelu sa  $f_1$  i  $f_2$  stepeni slobode. Na osnovu podataka iz Tabela 6-4, za test veličinu  $F$  dobija se:

$$F = 0.00724 / 0.00446 = 1.622 < 2.14 = F_{0.99}(13, \infty) \quad (6.18)$$

Ovim se prihvata hipoteza  $H_0$ , a sa time i tvrdnja o jednakosti konstantnih sistematskih grešaka. Iz dobijenih rezultata potvrđeno je da slučajan raspored kontrolnih tačaka daje verodostojne ocene i za konstantnu sistematsku grešku i za standarde visina u DMT-u.

### 6.3 Statistički tretman reziduuma

Za potrebe određivanja ulaznih parametara kako za stohastičke simulacije tako i numeričkog rešenja za ocenu nesigurnosti topografskih parametara iskorišćeni su podaci GPS merenja i podaci iz fotogrametrijskog skupa tačaka.

GPS merenja su obuhvatila skup od 280 tačaka, dok su za fotogrametrijska merenja uzeta dva skupa od po 458 i 894 tačke. Na osnovu reziduuma (razlika) visina u DMT i visina navedenih kontrolnih mreža tačaka, ocenjeni su i ulazni parametri za dalje istraživanja (prilog C).

#### 6.3.1 Osnovna statistička obrada

Osnovna statistička obrada se sastojala u ocenjivanju parametara srednje vrednosti reziduma  $\bar{d}$ , koja predstavlja konstantnu sistematsku grešku DMT, standarda reziduma  $\sigma_z$  koji predstavlja ocenu greške visina DMT kao osnovne mere nesigurnosti DMT, a potom i asimetrije i ekscesa. Asimetrija A i eksces E (koeficijent spljoštenosti) računati su po formulama:

$$A = \frac{\sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^3}{n\sigma_z^3}, \quad E = \frac{\sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^4}{n\sigma_z^4} \quad (6.19)$$

Rezultati su prikazani u Tabela 6-5.

Tabela 6-5. Osnovna statistička obeležja reziduumu

Obeležje	GPS reziduumi	Fotogrametrijski reziduumi (1)	Fotogrametrijski reziduumi (2)
Broj podataka ( $n$ )	280	458	894
Minimum	-2.55 m	-3.50 m	-4.52 m
Maksimum	4.22 m	3.11 m	4.42 m
Standard reziduma	1.32 m	1.19 m	1.22 m
Standard standarda reziduma	0.06 m	0.04 m	0.03 m
Srednja vrednost	0.91 m	-0.29 m	-0.41 m
Standard srednje vrednosti	0.08 m	0.06 m	0.04 m
Asimetrija	-0.351	0.192	0.083
Standard asimetrije	0.146	0.114	0.082
Eksces	-0.177	0.116	0.493
Standard ekscesa	0.293	0.229	0.164

Sprovedeni su testovi značajnosti pojedinih statističkih obeležja. Rezultati testova su prikazani u Tabela 6-6. Iz priloženog se vidi da je srednja vrednost reziduma značajna, što ukazuje na postojanje konstantne sistematske greške kod DMT-a. Testirano je odstupanje srednje vrednosti od nule, sa test veličinom koja ima Studentov raspored sa  $f=n-1$  stepeni slobode:

$$t_f = \frac{\bar{d}\sqrt{n}}{\sigma_z} \quad (6.20)$$

U simulacijama DMT-a i formulama za analitičku ocenu nesigurnosti sistematska greška ne figuriše, tako da ona više neće biti predmet razmatranja.

Normalnost rasporeda reziduma testirana je po kriterijumu asimetrije i ekscesa.

Test veličine sa Studentovim rasporedom i  $f=n-1$  stepeni slobode su:

$$t_A = \frac{A\sqrt{n}}{6}, \quad t_E = \frac{(E-3)\sqrt{n}}{\sqrt{24}} \quad (6.21)$$

*Tabela 6-6. Signifikantnosti pojedinih statističkih obeležja*

Obeležje	GPS reziduumi test veličina (kritična vrednost za 95%, 99%, 99.9%)	Fotogrametrijski reziduumi (1) test veličina (kritična vrednost za 95%, 99%, 99.9%)	Fotogrametrijski reziduumi (2) test veličina (kritična vrednost za 95%, 99%, 99.9%)
Srednja vrednost	11.37 (1.97, 2.59, 3.32)	4.83 (1.97, 2.59, 3.31)	10.25 (1.96, 2.58, 3.29)
Asimetrija	2.40 (1.97, 2.59, 3.32)	1.68 (1.97, 2.59, 3.31)	1.01 (1.96, 2.58, 3.29)
Eksces	0.60 (1.97, 2.59, 3.32)	0.51 (1.97, 2.59, 3.31)	3.01 (1.96, 2.58, 3.29)

Dobijeni rezultati pokazuju normalnost rasporeda reziduma u odnosu na asimetriju i eksces za verovatnoću 99.9% za sva tri skupa podataka.

U sledećem koraku ispitana je korelaciona zavisnost reziduma i parametara terena, kao što su visina, nagib i hrapavost. Hrapavost<sup>71</sup> (neravnost) terena, kao mera undulacija terena računata je po formuli:

$$r = \frac{1}{3} \sqrt{\sum_{i=1}^9 (z_i - \bar{z})^2}, \quad \bar{z} = \frac{1}{9} \sum_{i=1}^9 z_i \quad (6.22)$$

gde je indeksiranje tačaka izvršeno prema već zadatoj šemi u poglavljiju 3.3.1. Rezultati proračuna su dati u Tabela 6-7.

<sup>71</sup> roughness (eng.)

Tabela 6-7. Koeficijenti korelacije i njihove statističke značajnosti

Koeficijent korelacije	GPS reziduumi	Fotogrametrijski reziduumi (1)	Fotogrametrijski reziduumi (2)
Reziduumi – visine	0.033	-0.043	-0.051
Standard	0.060	0.047	0.033
test veličina (kritična vrednost za 95%, 99%, 99.9%)	0.55 (1.97, 2.59, 3.32)	0.91 (1.97, 2.59, 3.31)	1.55 (1.96, 2.58, 3.29)
Reziduumi – nagibi	0.410	0.031	-0.057
Standard	0.055	0.047	0.033
test veličina (kritična vrednost za 95%, 99%, 99.9%)	7.45 (1.97, 2.59, 3.32)	0.66 (1.97, 2.59, 3.31)	1.73 (1.96, 2.58, 3.29)
Reziduumi – hrapavost	0.266	0.080	-0.057
Standard	0.058	0.047	0.033
test veličina (kritična vrednost za 95%, 99%, 99.9%)	4.59 (1.97, 2.59, 3.32)	1.70 (1.97, 2.59, 3.31)	1.73 (1.96, 2.58, 3.29)

Formula korišćena za računanje standarda koeficijenta korelacije je:

$$\sigma_r = \sqrt{\frac{1-r^2}{f}} \quad (6.23)$$

gde  $r$  označava koeficijent korelacije, a  $f$  je broj stepeni slobode koji je jednak  $n-2$  gde je  $n$  broj tačaka u kontrolnoj mreži.

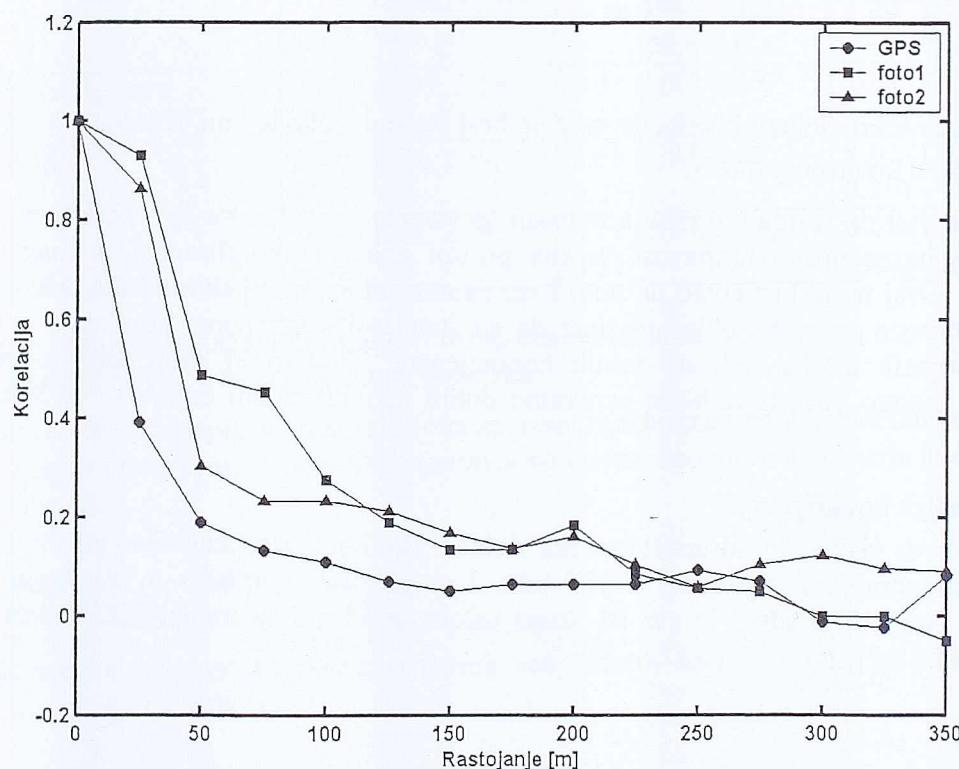
Iz tabele se vidi da reziduumi nisu korelirani sa visinama tačaka, što je i očekivano, dok u slučaju nagiba, odnosno hrapavosti terena postoji značajna korelisanost u slučaju GPS reziduma. Ovaj trend bi trebalo da prati i reziduume fotogrametrijskih tačaka. Međutim, to nije dobijeno što se može objasniti time da su standardi koeficijenta korelacije u slučaju fotogrametrijskih tačaka veći od samih koeficijenata. Ukoliko bi skup fotogrametrijskih tačaka bio mnogo veći, tada bi se verovatno dobili rezultati slični onima iz GPS merenih tačaka.

### 6.3.2 Analiza kovarijacija

Pored standarda visina, korelisanost grešaka visina u DMT-u je sledeća važna informacija i to kako za simuliranje nesigurnosti DMT tako i za analitički pristup u rešavanju ovoga problema. Dobijeni rezultati iz sva tri skupa tačaka prikazani su numerički (Tabela 6-8) i grafički (Slika 6-7).

Tabela 6-8. Vrednosti kovarijacije za GPS i fotogrametrijske reziduume

Korelaciona dužina (m)	Kovarijacija GPS reziduumu ( $m^2$ )	Kovarijacija fotogrametrijskih reziduumu (1) ( $m^2$ )	Kovarijacija fotogrametrijskih reziduumu (2) ( $m^2$ )
0.0	1.73	1.41	1.54
25.0	0.68	1.31	1.33
50.0	0.33	0.69	0.47
75.0	0.23	0.64	0.36
100.0	0.19	0.39	0.36
125.0	0.12	0.27	0.33
150.0	0.09	0.19	0.26
175.0	0.11	0.19	0.21
200.0	0.11	0.26	0.25
225.0	0.11	0.12	0.16
250.0	0.16	0.08	0.09
275.0	0.12	0.07	0.16
300.0	-0.02	0.00	0.19
325.0	-0.04	0.00	0.15
350.0	0.14	-0.07	0.14



Slika 6-7, Grafik empirijski određene korelacione funkcije za GPS i fotogrametrijske reziduume

Empirijski određene korelacione funkcije su osrednjene i iz ukupnog seta modelovana je eksponencijalna korelaciona funkcija:

$$r(x) = e^{-\frac{x}{D}} \quad (6.24)$$

gde je:

$x$  – rastojanje

$D$  – korelacina dužina.

Metodom najmanjih kvadrata je za ocenu korelacine dužine dobijena vrednost 110m, i ona je korišćena kao ulazni podatak u generisanju korelisanog polja tačaka i numeričkom rešenju analitičkog postupka ocene nesigurnosti topografskih parametara.

## 6.4 Ocenjivanje nesigurnosti digitalnog modela terena stohastičkim simulacijama

Na osnovu dobijenih rezultata iz poglavlja 6.3. izvršene su simulacije DMT-a "Zlatibor". Kako sistematska greška, koja je uočena obradom reziduma kontrolne mreže, nema uticaj na računanje parametara unutar područja koje se ispituje, ona u daljem istraživanju nije uzimana u obzir, odnosno u generisanju polja grešaka tretirana je kao da je jednaka nuli. Ocenjeni standardi visina iz tri skupa podataka su osrednjeni i za simulacije su usvojeni nesigurnost visina  $\sigma_z = 1.3m$  i koreaciona dužina od 110m.

### 6.4.1 Simulacija polja nekorelisanih i korelisanih grešaka

Određivanje neophodnog broja stohastičkih simulacija primenom Monte Karlo metode u literaturi je prilično proizvoljna odrednica. Rezultati dobijeni iz 400 simulacija mogu biti isti i kao posle 100 simulacija. U ovakvim slučajevima se mora voditi računa o neophodnom minimalnom broju realizacija simulacija koje će dati zadovoljavajuće rezultate.

Neki autori su u ovakvim slučajevima generisali i po nekoliko stotina simulacija polja grešaka (Raaflaub (2002), Wechsler (2000)). Metodologija koju su primenili oslanja se na *Zakon o opadajućim prinosima*<sup>72</sup>. Ona se sastoji u tome da za svaku ćeliju polja grešaka posle svake simulacije polja treba računati standardnu devijaciju u toj ćeliji i iz dobijenog grida standardnih devijacija sračunati ukupnu standardnu devijaciju nad celim poljem (standardnu devijaciju standardnih devijacija). Postupak se ponavlja posle svake realizovane simulacije, ukupne standarde devijacije se upoređuju posle svake iteracije i simulacije se prekidaju u trenutku kad razlika poslednje i prethodno sračunate standardne devijacije polja grešaka padne ispod 5% vrednosti poslednje sračunate ukupne stanadardne devijacije.

Hope (1986) je dokazao da je samo 19 realizacija simulacija dovoljno da se dobiju statistički upotrebljivi rezultati sa 95% nivoom poverenja. U ovom radu simulirano je 25 polja grešaka, prvo nekorelisanih, a potom i korelisanih i kasnije je dokazano (poglavlje 6.4.2.) da su one normalnog rasporeda sa zadatim parametrima, što opravdava ovaj broj primenjenih realizacija simulacija.

Nekorelisana polja grešaka realizovana su generatorom slučajnih brojeva sa normalnom raspodelom  $N(0, 1.3)$ . Rezolucija grida (10m x 10m) i njegova veličina identični su sa inicijalnim DMT-om "Zlatibor". Prikaz jednog nekorelisanog polja grešaka je dat u prilogu D. Za svaku simulaciju nekorelisanog polja grešaka urađena je statistika koja je potvrdila normalni raspored veličina grešaka nad celim poljem sa navedenim parametrima.

Korelisana polja grešaka dobijena su modifikacijom nekorelisanih polja grešaka prema metodologiji koja je opisana u poglavlju 5.1.2., a za koreACIONU dužinu uzeta je vrednost 110m na osnovu rezultata iz poglavlja 6.3.2. Filter funkcija je bila dimenzija 10 x 10 ćelija u cilju dobijanja iste vrednosti za koreACIONU dužinu grešaka. Prikaz jednog ovakvog polja

<sup>72</sup> Law of Diminishing Returns (eng.)

grešaka dat je u prilogu D. Kao i u slučaju nekorelisanih polja grešaka urađena je statistička obrada koja je potvrdila normalnost rasporeda sa zadatim parametrima i ostvarenu korelacionu dužinu.

Sabiranjem svakog generisanog polja grešaka sa inicijalnim DMT-om dobijene su simulacije terena.

#### 6.4.2 Statistička obrada simuliranih polja grešaka

Pored provere normalnosti rasporeda grešaka u okviru jedne simulacije, ispitana je normalnost rasporeda  $N(0, 1.3)$  za svaku ćeliju grida polja grešaka između svake od realizacija simulacija, odnosno normalnost u vertikalnom smislu.

Iz 25 realizacija simulacija polja grešaka (nekorelisi i korelisi slučaj su tretirani odvojeno) formirana su dva nova grida tačaka. Jedan grid predstavlja sredine realizacija polja grešaka, odnosno vrednost u svakoj ćeliji grida je dobijena kao sredina iz 25 realizacija vrednosti grešaka za tu ćeliju. U drugom gridu vrednost ćelije je standardna devijacija iz 25 generisanih polja grešaka za istu tu ćeliju.

Hipoteza da srednja vrednost grešaka unutar jedne ćelije grida za 25 simulacija iznosi 0 testirana je test veličinom koju predstavlja grid  $t_{grid}$ , čije vrednosti imaju studentov raspored sa  $f=25-1$  stepeni slobode.

$$t_{grid} = \frac{grid_{\bar{x}}}{grid_{\sigma} / \sqrt{25}} \quad (6.25)$$

gde je:

$grid_{\bar{x}}$  - grid sa vrednostima srednjih vrednosti 25 realizacija polja grešaka,

$grid_{\sigma}$  - grid sa vrednostima standardne devijacije 25 realizacija polja grešaka.

Za svaku ćeliju generisanog  $t_{grid}$  postavljen je upit da li je ona manja ili jednaka kvantilu Studentovog rasporeda  $t_{(0.99,24)} = 2.797$ , odnosno  $t_{(0.99,24)} = 2.064$ . Dobijena prolaznost za nekorelise i za korelise simulacije prikazana je u Tabela 6-9.

Tabela 6-9. Procenat prolaznosti hipoteze o srednjoj vrednosti simulacija

	$t_{(0.99,24)}$	$t_{(0.95,24)}$
Nekorelisi	98.98%	94.93%
Korelisi	99.15%	95.26%

Za testiranje hipoteze da je standardna devijacija polja grešaka u svakoj ćeliji polja grešaka kroz 25 simuliranih realizacija jednaka  $1.3m$  sproveden je  $F$  test sa test većinom koju predstavlja  $F_{grid}$  koji je dobiten na sledeći način:

$$F_{grid} = \frac{grid_{\sigma^2}}{grid_{1.3^2}} \quad (6.26)$$

gde je:

$grid_{\sigma^2}$  - grid sa vrednostima disperzije 25 realizacija polja grešaka ( $f=25-1$ ).

$grid_{1,3^2}$  - grid u kojem svaka ćelija ima vrednost  $1.3^2$ . ( $f=\infty$ ).

Za svaku ćeliju generisanog  $F_{grid}$  grida postavljen je upit da li je ona manja ili jednaka od  $F(0.99, 24, \infty) = 1.79$ , odnosno  $F(0.95, 24, \infty) = 1.52$ . Dobijena prolaznost za nekorelisane i za korelisane simulacije je prikazana u Tabeli 6-10.

Tabela 6-10. Procenat prolaznosti hipoteze o standardnoj devijaciji simulacija

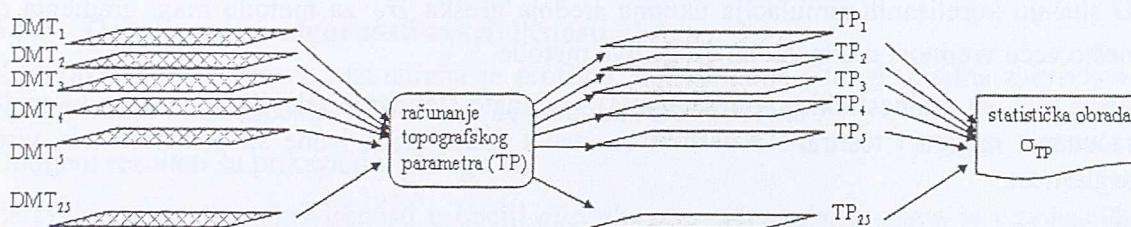
	$F(0.99, 24, \infty)$	$F(0.95, 24, \infty)$
Nekorelisani	97.9%	90.8%
Korelisani	98.2%	91.0%

Na osnovu dobijenih rezultata može se slobodno tvrditi da simulacije polja grešaka imaju normalni raspored sa zadatim parametrima i u vertikalnom smislu, odnosno može se tvrditi da za svaku simuliranu ćeliju u polju grešaka, ako se uzmu u obzir njenih 25 vrednosti dobijenih u svakoj od simulacija, ima raspored  $N(0, 1.3)$ .

## 6.5 Utvrđivanje uticaja nesigurnosti DMT-a na topografske parametre

U eksperimentalnom delu rada uticaj nesigurnosti DMT-a na sračunate primarne topografske parametre ispitivan je primenom stohastičkih simulacija DMT-a i numeričkog rešenja analitičkog pristupa ocene nesigurnosti parametara.

Ocena uticaja nesigurnosti stohastičkim simulacijama sastojala se u računanju topografskih parametara za svaku realizovanu simulaciju DMT-a, a potom u računanju standardne devijacije parametra u svakoj ćeliji grida. Kao izlaz se dobija grid standardnih devijacija za traženi parametar (Slika 6-8).



Slika 6-8. Šematski prikaz ocene nesigurnosti sračunatih topografskih parametra primenom stohastičkih simulacija.

Numeričko rešenje analitičkog pristupa urađeno je na osnovu opisanog postupka i formula datih u poglavlju 5.3. Analitički pristup ocene nesigurnosti rađen je samo za *queen's case* računanja parametara, zbog toga što se tada uzima u obzir nesigurnost visina svih susednih ćelija grida u odnosu na ćeliju za koju se računa topografski parametar. U matematičkom smislu to je složeniji slučaj nego *rook's case* pa prema tome, rezultati dobijeni za *queen's case* trebalo bi da budu očekivani i za *rook's case* prostiju varijantu.

Kod obe metode ocena je urađena za slučaj nekorelisanih i korelisanih grešaka visina DMT-a. Dobijeni rezultati primenom obe metode su na kraju i upoređeni.

Topografski parametri su dobijeni primenom različitih algoritama za njihovo računanje, tako da su u analizi pored samih parametra razmatrani i rezultati dobijeni u zavisnosti od primenjenih formula.

### 6.5.1 Ocenjivanje nesigurnosti nagiba

Za računanje nagiba terena primenjena su sva tri pravila koja se koriste u gridnom DMT-u, *queen's case*, *rook's case*, i *metoda najvećeg padnog gradijenta*. Korišćene formule se nalaze u Tabela 3-1 pod rednim brojevima; 1, 2 i 4.

Sračunate vrednosti nagiba za sve tri primenjene metode računanja, kao i karte standardnih devijacija (nesigurnosti) nagiba prikazani su u prilogu E. Nagibi su računati u stepenima.

Za sve tri metode sračunate su ukupne srednje vrednosti nagiba  $\bar{S}$  na celom području, kao i ukupne srednje vrednosti standarda nagiba  $\bar{\sigma}_S$  (oba parametra su dobijena iz svih 135 000 ćelija grida). Rezultati su prikazani u Tabela 6-11.

*Tabela 6-11. Vrednosti ukupne srednje vrednosti nagiba i ukupne srednje vrednosti standarda nagiba dobijenih iz stohastičkih simulacija.*

Metoda/parametar	$\bar{S}$	korelisane	nekorelisane
		$\bar{\sigma}_S$	$\bar{\sigma}_S$
Rook's case	9.55°	1.67°	4.09°
Queen's case	9.47°	1.64°	2.72°
Max gradient	9.62°	2.01°	7.30°

Srednje vrednosti nagiba nad celim test područjem, dobijene korišćenjem sve tri metode, daju gotovo identične rezultate.

Prva stvar vezana za standarde nagiba koja se može uočiti je da nekorelisane simulacije daju znatno veće ocene grešaka u odnosu na korelisane. To se posebno odnosi na metodu max.gradienta, dok je za *queen's case* ta disproporcija najmanja. Zbog toga slučaj nekorelisanih grešaka treba posmatrati kao granični slučaj.

U slučaju korelisanih simulacija ukupna srednja greška  $\bar{\sigma}_S$  za metodu max. gradienta daje nešto veću vrednost u odnosu na druge dve metode.

Zbog toga su (stohastičkim simulacijama) sračunate standardne devijacije za sve tri metode računanja nagiba i testirane *F*-testom za svaku ćeliju grida i one su pokazale vrlo visoku saglasnost.

$$H_0: \sigma_{S\text{rook}} = \sigma_{S\text{queen}} = \sigma_{S\text{maxg}}$$

$$H_1: \sigma_{S\text{rook}} \neq \sigma_{S\text{queen}} \neq \sigma_{S\text{maxg}}$$

Testirane su sve standardne greške nagiba jedne metode sa drugom, gde je test veličina *F* za svaku ćeliju grida  $F \sim F_{0.99}(24, 24) | H_0 = 2.66$

Stepen prolaznosti hipoteze  $H_0$  o jednakosti standarda različitih metoda računanja nagiba dat je u Tabela 6-12.

*Tabela 6-12. Procenat prolaznosti testa o jednakosti sračunatih standarda nagiba (iz korelisanih simulacija) dobijenih različitim metodama za računanja nagiba.*

	$F = \frac{\sigma_{S\text{rook}}^2}{\sigma_{S\text{queen}}^2}$	$F = \frac{\sigma_{S\text{rook}}^2}{\sigma_{S\text{maxg}}^2}$	$F = \frac{\sigma_{S\text{maxg}}^2}{\sigma_{S\text{queen}}^2}$
$H_0:$ prihvata se	100.00%	97.93%	97.45%

Nesigurnosti nagiba dobijene *rook* i *queen* metodom saglasne su 100%, odnosno u svakoj ćeliji grida. Rezultati *F* testa u slučaju poređenja standarda za metodu *max gradienta* sa preostale dve nemaju prolaznost u svim ćelijama grida, što govori da u ćelijama u kojima test nije prošao ova metoda daje značajno veće nesigurnosti računanja nagiba.

### 6.5.2 Ocenjivanje nesigurnosti aspekta

Računanje i ocena standarda aspekta rađene su na isti način kao i za nagibe, s time da je i za aspekte računanje parcijalnih izvoda  $z_x$  i  $z_y$  izvedeno na dva načina. Usvojeno je da za računanje po formulama:

$$\begin{aligned} z_x &= \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{z_4 - z_8}{2d} \\ z_y &= \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{z_2 - z_6}{2d} \end{aligned} \quad (6.27)$$

to bude ponovo *rook's case*, a da ukoliko se koriste formule:

$$\begin{aligned} z_x &= \frac{(z_3 + 2z_4 + z_5) - (z_1 + 2z_8 + z_7)}{8 \times d} \\ z_y &= \frac{(z_1 + 2z_2 + z_3) - (z_7 + 2z_6 + z_5)}{8 \times d} \end{aligned} \quad (6.28)$$

taj način računajnja dobije naziv *queen's case*.

Utvrđivanje nesigurnosti aspekta čija se vrednost kreće oko  $0^\circ$ , odnosno  $360^\circ$ , je nedefinisano, posebno ukoliko se radi o stohastičkim simulacijama pošto se u tom slučaju simulirane vrednosti kreću u velikom rasponu i tada se dobijaju prilično veliki standardi.

U slučaju numeričkog rešenja analitičkog pristupa u oceni tačnosti aspekata problem nastaje kod terena sa malim nagibima, gde se dobijaju ogromne vrednosti za standarde aspekta, za šta je dato objašnjenje u poglavlju 5.1. Na slici F-3. u prilogu F te oblasti su prikazane belom bojom.

Sračunate vrednosti aspekata i njihove standardne devijacije nalaze se u prilogu F.

### 6.5.3 Ocenjivanje nesigurnosti zakriviljenosti

Kod zakriviljenosti terena razmatrana je profilna, horizontalna i tangencijalna zakriviljenost, zasebno. Kao i kod aspekta, prvi izvodi su računati na dva načina.

Dobijeni rezultati su prikazani u prilogu G.

Za svaki parametar zakriviljenosti u opciji *queen's case* računanja, urađena je i stohastička i analitička ocena nesigurnosti.

### 6.5.4 Analiza i upoređivanje rezultata stohastičkog i analitičkog pristupa

U prvom koraku analize rezultata ocena nesigurnosti (standardnih grešaka) sračunatih parametara upoređivane su dobijene vrednosti primenom metode stohastičkih simulacija  $\sigma_{sim}$  i vrednosti dobijene analitičkim pristupom  $\sigma_{an}$ . Upoređivani su rezultati dobijeni kako za slučaj nekorelisanih, tako i korelisanih grešaka visina i razmatran je uvek *queen's case* iz već navedenih razloga.

Saglasnost standarda sračunatih topografskih parametara je testirana u svakoj ćeliji grida uz hipoteze:

$H_0$ : ocene standarda su jednake  $\sigma_{an} = \sigma_{sim}$

$H_1$ : ocene standarda su različite  $\sigma_{an} \neq \sigma_{sim}$

Analitički dobijena ocena ima  $f = \infty$  stepeni slobode dok simulirana ocena  $f = n-1 = 24$  stepeni slobode, gde je  $n=25$ , broj simulacija. U zavisnosti od toga koja je od dve testirane vrednosti u celiji veća, kvantili za test veličine su:

$$F \sim F_{0.99}(\infty, 24) | H_0 = 2.21, F \sim F_{0.99}(24, \infty) | H_0 = 1.79$$

Prolaznost  $F$  testa (prihvatanje hipoteze  $H_0$  o jednakosti standarda) data je u Tabeli 6-13 i iskazana je u procentima koji pokazuju broj celija u kojima se ona prihvata u odnosu na ukupan broj celija grida.

*Tabela 6-13. Prolaznost F testa o saglasnosti simulacionih i analitičkih metoda ocene nesigurnosti sračunatih topografskih parametara.*

	$F_{\sigma_S}$	$F_{\sigma_A}$	$F_{\sigma_{kc}}$	$F_{\sigma_{kp}}$	$F_{\sigma_{kt}}$
Neokorelisane greške visina	89.7%	61.9%	97.7%	69.8%	96.7%
Korelisane greške visina	84.8%	71.8%	90.9%	73.0%	85.9%

**Legenda:**  $F_{\sigma_i}$ - Rezultati F testa za  $i$ -ti topografski parametar,  $\sigma_S$ - standardna devijacija za nagibe,  $\sigma_A$ - standardna devijacija za aspekte,  $\sigma_{kc}$ - standardna devijacija za horizontalnu zakrivljenost,  $\sigma_{kp}$ - standardna devijacija za vertikalnu zakrivljenost,  $\sigma_{kt}$ - standardna devijacija za tangencijalnu zakrivljenost.

Saglasnost ovih ocena varira od parametra do parametra, s time da je ona nešto niža za aspekte, što je i očekivano s obzirom na osobenosti aspekta koji su bliski vrednostima  $0^\circ$  odnosno  $360^\circ$ .

Analiza ne može dati odgovor koja od dve ponuđene metode za ocenu nesigurnosti daje pouzdanije rezultate, ali daje potvrđan odgovor na pitanje da li se analitička metoda može smatrati jednako validnom kao i stohastička.

U sledećem koraku analizirana je međusobna zavisnost standarda topografskih parametara (dobijenih stohastičkim simulacijama), kao i njihova zavisnost od nagiba, odnosno *hrapavosti* terena. U Tabeli 6-14 prikazani su dobijeni rezultati za slučaj nekorelisanih visinskih grešaka u gridu, a u Tabeli 6-15 za korelisane.

*Tabela 6-14. Koeficijenti korelacije standarda geomorfoloških parametara dobijenih iz simulacija nekorelisanim poljem grešaka*

	nagib	$\sigma_S$	$\sigma_A$	$\sigma_{kc}$	$\sigma_{kp}$	$\sigma_{kt}$	$\sigma_{Nagib}$
hrapavost	+0.997	+0.132	-0.470	-0.362	-0.469	-0.191	+0.386
nagib		+0.153	-0.483	-0.373	-0.465	-0.189	+0.358
$\sigma_S$			-0.200	-0.124	-0.014	-0.005	+0.026
$\sigma_A$				+0.252	+0.208	+0.091	-0.139
$\sigma_{kc}$					+0.199	+0.152	-0.118
$\sigma_{kp}$						+0.610	-0.162
$\sigma_{kt}$							-0.062

**Legenda:**  $\sigma_{Nagib}$ - standardna devijacija nagiba dobijena u svakoj celiji grida na osnovu rezultata sračunatih nagiba sa tri različite metode. Ostale oznake su iste kao i u prethodnoj tabeli. Vrednosti hrapavosti i nagiba su sračunati iz inicijalnog DMT-a.

*Tabela 6-15. Koeficijenti korelacije standarda geomorfoloških parametara dobijenih iz simulacija korelisanim poljem grešaka*

	nagib	$\sigma_s$	$\sigma_A$	$\sigma_{kc}$	$\sigma_{kp}$	$\sigma_{kt}$	$\sigma_{Nagib}$
hrapavost	+0.997	-0.065	-0.402	-0.322	-0.428	-0.206	+0.386
nagib		-0.047	-0.416	-0.339	-0.441	-0.222	+0.358
$\sigma_s$			-0.156	-0.113	+0.063	0.022	-0.058
$\sigma_A$				+0.271	+0.225	+0.165	-0.116
$\sigma_{kc}$					+0.189	+0.180	-0.054
$\sigma_{kp}$						+0.458	-0.039
$\sigma_{kt}$							+0.048

Uvidom u prikazane rezultate mogu se izvesti sledeći zaključci:

- Nagib i hrapavost terena su visoko korelirani atributi terena ( $r = +0.997$ ), tako da njihova korelativna zavisnost sa ostalim parametrima daje približno iste rezultate.
- Greške nagiba pokazuju značajnu korelaciju sa nagibom odnosno hrapavošću terena u slučaju nekoreliranih grešaka visina, a bezznačajnu korelaciju u slučaju koreliranih grešaka visina.
- Beznačajni koeficijent korelacije između standarda nagiba i samih nagiba u slučaju koreliranog polja grešaka, posledica je korelativne zavisnosti grešaka visina, što utiče na to da su u simulacijama varijacije nagiba male, bez obzira na veličinu nagiba terena.
- Na delovima terena sa većim nagibom nesigurnost aspekta i zakrivljenosti su manje (koeficijenti korelacije su sa negativnim predznakom)
- Na delovima terena sa većim nagibom veće su razlike u sračunatim vrednostima nagiba dobijene različitim metodama za njihovo računanje.
- Značajnih koeficijenata korelacije između standarda parametara nema osim u slučaju  $\sigma_{kp}$  i  $\sigma_{kt}$ , što se može objasniti činjenicom da se tangencijalna zakrivljenost  $K_t$  dobija množenjem vrednosti horizontalne zakrivljenosti  $K_p$  sa sinusom nagibnog ugla terena.

Interesantna je takođe i analiza uzajamne korelisanosti rezultata prolaznosti Fisher-ovih testova o saglasnosti stohastički simuliranih i analitičkih ocena grešaka parametra (queen' case), kao i sama njihova korelisanost sa nagibom, odnosno hrapavošću. Analiza je takođe urađena za nekorelirane i korelirane slučajevne visinske grešake u DMT-u i rezultati su predstavljeni u Tabelama 6-16 i 6-17.

*Tabela 6-16. Koeficijenti korelacije rezultata Fisher- testova o saglasnosti stohastički simuliranih i analitičkih ocena grešaka parametra dobijenih za nekorelirani slučaj grešaka*

	$F_{\sigma_s}$	$F_{\sigma_A}$	$F_{\sigma_{kc}}$	$F_{\sigma_{kp}}$	$F_{\sigma_{kt}}$
hrapavost	+0.268	+0.296	+0.363	+0.017	+0.082
nagib	+0.281	+0.302	+0.373	+0.019	+0.086
$F_{\sigma_s}$		+0.102	-0.164	+0.036	+0.180
$F_{\sigma_A}$			+0.207	+0.015	+0.081
$F_{\sigma_{kc}}$				+0.059	+0.191
$F_{\sigma_{kp}}$					+0.197

*Tabela 6-17. Koeficijenti korelacije rezultata Fisher-testova o saglasnosti stohastički simuliranih i analitičkih ocena grešaka parametra dobijenih za korelisani slučaj grešaka*

	F <sub>σ<sub>S</sub></sub>	F <sub>σ<sub>A</sub></sub>	F <sub>σ<sub>kc</sub></sub>	F <sub>σ<sub>kp</sub></sub>	F <sub>σ<sub>kt</sub></sub>
hrapavost	+0.200	+0.305	+0.332	+0.129	+0.111
nagib	+0.211	+0.316	+0.346	+0.138	+0.118
F <sub>σ<sub>S</sub></sub>		+0.116	-0.041	+0.085	+0.063
F <sub>σ<sub>A</sub></sub>			+0.225	+0.103	+0.075
F <sub>σ<sub>kc</sub></sub>				+0.195	+0.350
F <sub>σ<sub>kp</sub></sub>					+0.268

Rezultati za nekorelisane i korelisane greške visina su približno isti. Generalni zaključak je da se na terenu sa većim nagibom povećava prolaznost  $F$  testa o saglasnosti simuliranih i analitički dobijenih ocena nesigurnosti parametara, posebno u slučaju nagiba i aspekta i horizontalne zakrivljenosti.

Ne postoji tendencija da uspešnost  $F$  testa za jedan parametar uslovljava uspešnost testa i za drugi parametar. Izuzetak je ponovo slučaj horizontalne i tangencijalne zakrivljenosti u slučaju korelisanih grešaka ( $r = +0.350$ ), što se ponovo može objasniti na isti način kao i u slučaju korelisanosti njihovih grešaka.

Na kraju je razmatrana i korelativna zavisnost ocena grešaka topografskih parametra dobijenih stohastičkim simulacijama i uspešnosti  $F$  testa o saglasnosti simuliranih i analitički dobijenih ocena nesigurnosti parametara, i rezultati su prikazani u Tabelama 6-18 i 6-19.

*Tabela 6-18. Koeficijenti korelacije standarda topografskih parametra dobijenih stohastičkim simulacijama i rezultata Fisher-ovog testa (nekorelisani slučaj)*

	F <sub>σ<sub>S</sub></sub>	F <sub>σ<sub>A</sub></sub>	F <sub>σ<sub>kc</sub></sub>	F <sub>σ<sub>kp</sub></sub>	F <sub>σ<sub>kt</sub></sub>
σ <sub>S</sub>	+0.521				
σ <sub>A</sub>		-0.711			
σ <sub>kc</sub>			-0.348		
σ <sub>kp</sub>				-0.002	
σ <sub>kt</sub>					-0.021

*Tabela 6-19. Koeficijenti korelacije standarda topografskih parametra dobijenih stohastičkim simulacijama i rezultata Fisher-ovog testa (korelisani slučaj)*

	F <sub>σ<sub>S</sub></sub>	F <sub>σ<sub>A</sub></sub>	F <sub>σ<sub>kc</sub></sub>	F <sub>σ<sub>kp</sub></sub>	F <sub>σ<sub>kt</sub></sub>
σ <sub>S</sub>	+0.750				
σ <sub>A</sub>		-0.753			
σ <sub>kc</sub>			-0.322		
σ <sub>kp</sub>				-0.287	
σ <sub>kt</sub>					-0.286

Iz prikazanih rezultata može se zaključiti da je za veće greške nagiba, veća i uspešnost Fisher-ovog testa, dok je u slučaju aspekta i horizontalne zakrivljenosti obrnut slučaj. U slučaju nekorelisanih grešaka visina za profilnu i tangencijalnu zakrivljenost korelacija je praktično jednak nuli, dok se u slučaju korelisanih grešaka može govoriti o tome da sa povećanjem grešaka parametara prolaznost Fisherovog testa o saglasnosti simuliranih i analitički dobijenih vrednosti grešaka opada.

U svim navednim analizama težište je najviše bačeno na saglasnost ocena grešaka parametara iz stohastičkih simulacija i istih tih ocena dobijenih analitičkim putem. Cilj je bio da se što bolje sagleda mogućnost zamene etabliranog principa stohastičkih simulacija u oceni kvaliteta prostornih podataka primenom alternativnog numeričkog rešenja, koje može da se sproveđe sa ograničenim resursima (vremenskim, hardversko-softverskim).

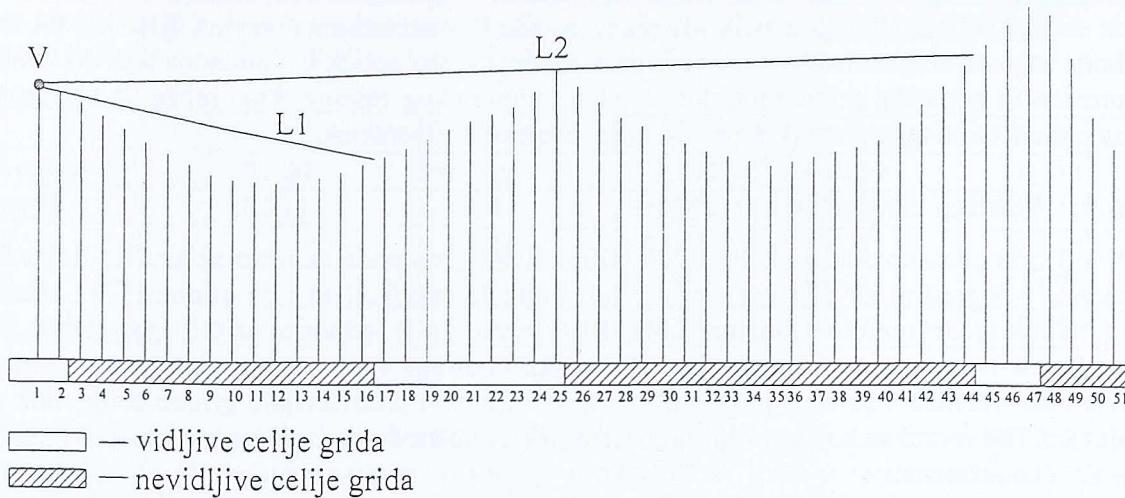
## 6.6 Analiza dogledanja terena

Kao jedna od osnovnih funkcija u 3D GIS aplikacijama podrazumeva se analiza dogledanja terena.<sup>73</sup> Algoritmi za ovu vrstu prostornih funkcija razvijeni su i za gridne i TIN strukture digitalnih modela terena (Floriani&Magillo(1999)). To je jednostavna GIS operacija u kojoj se površi koje se vide sa jedne ili više tačaka kodiraju vrednošću 1, dok preostale površi dobijaju vrednost 0 (u slučaju gridne strukture te površi predstavljaju gridne celije, dok se u slučaju TIN-a radi se o prostornim trouglovima). Analiza dogledanja terena ima mnogostruku praktičnu primenu.

U prostornom planiranju izgradnje novih naselja analiza dogledanja terena koristi se za otkrivanje pozicija sa kojih su ona vidljiva, ili za određivanje najmanje vidljivih putanja do naselja ili lokacija za projektovanje većih konstrukcija u cilju nenarušavanja prirodnog pejzaža. Na šumovitim terenima ona se koristi za otkrivanje najpogodnijih lokacija za postavljanje osmatračica u slučaju požara. U pejsažnoj arhitekturi koristi se za definisanje prostora koji su manje vidljivi ili potpuno otvoreni. U vojne svrhe se koristi kod planiranja najmanje vidljivih maršruta za pomeranje trupa, ili za lociranje radarskih sistema. U telekomunikacijama je nezaobilazni deo projekta pokrivenosti terena relejnim vezama ili kod projektovanja lokacija primopredajnih antena itd. U već pomenutoj anketi (poglavlje 1.) karte dogledanja terena zauzimaju vrlo visoko mesto u produktima koji se dobijaju direktnom primenom DMT-a. Sa učešćem od 8% ona se nalazi odmah iza hidroloških analiza slivnih područja (10.7%) i izrade karata drenažnih mreža (8.6%). U svim ovim aplikacijama ocena pouzdanosti rezultatata ovakvih analiza umnogome povećava vrednost odluka koje se donose primenom ovih GIS funkcija.

Bez obzira na razlike u rezultatima kod različitih algoritmima za analizu dogledanja terena koji se koriste kod gridnih struktura DMT-a (Fisher (1993)), postupak određivanja vidljivih celija sa stajališta  $V$  se može relativno lako prikazati preko linija dogledanja  $L1$  i  $L2$  (Slika 6-9).

<sup>73</sup> *viewshed area* (engl.) ili *intervisibility* (engl.)



Slika 6-9. Profil terena u gridnoj strukturi DMT-a sa vidljivim i nevidljivim celijama grida

Praktični algoritam za analizu dogledanja sastoji se u sledećim upitima (Slika 6-10):

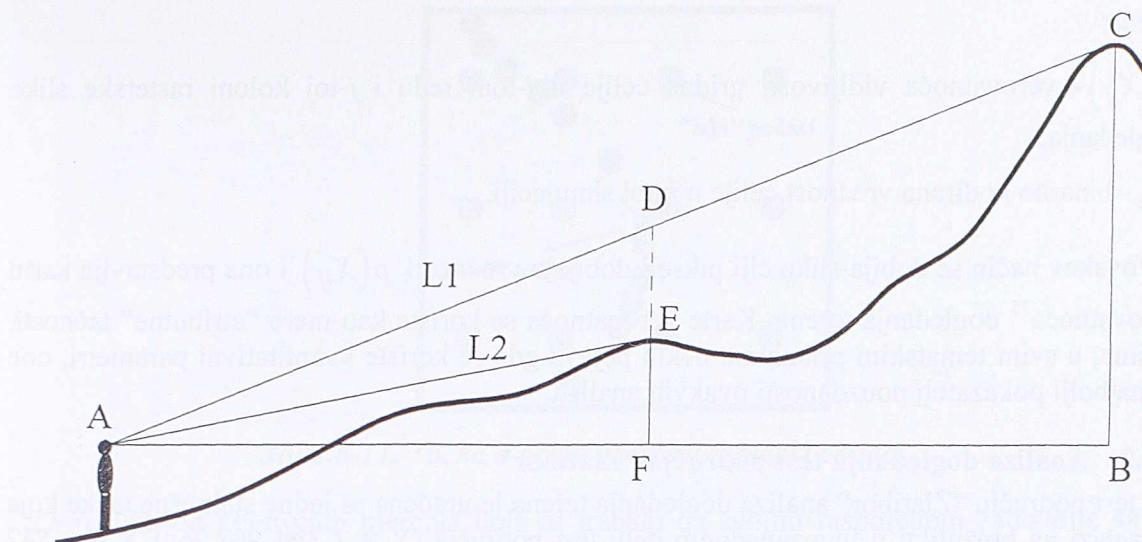
IF  $AD > AE$   
 OR  $DF > EF$   
 OR  $\angle ACB < \angle AEF$   
 OR  $\angle BAC < \angle FAE$   
 OR  $AC/BC > AE/FE$   
 THEN C može da se vidi sa A  
 ELSE C ne može da se vidi sa A

gde je:

A stajalište sa zadatom visinom (visina čoveka ili konstrukcije),

B ciljna pozicija u horizontalnoj ravni kojoj odgovara visina terena BC iznad tačke A,

F ciljna pozicija u horizontalnoj ravni kojoj odgovara visina terena FE iznad tačke A.



Slika 6-10. Prikaz mogućih načina određivanja dogledanja terena u pravcu linije dogledanja.

Iznete formule se odnose na teren koji se nalazi iznad horizonta stajališta sa kojeg se teren osmatra, a u slučaju posmatranja terena koji se nalazi ispod horizonta, uslovni iskazi će biti suprotni (umesto "manje" koristiće se upit "veće" i obrnuto).

Ova analiza može da sadrži u sebi i mnogo složenija ograničenja kao što su zakrivljenost zemlje, efekat izmaglice, uračunatu visinu vegetacije ili izgrađenih objekata, potom mogućnost specificiranja azimuta osmatranja ili razdaljine do koje se ispituje osmatranje itd. Rezultati ove analize se prikazuju u vidu rasterske slike u kojoj su pikseli (u ovom slučaju oni su dimenzija gridne ćelije) kodirani vrednostima Bulove<sup>74</sup> algebre; 0 (*false*), u slučaju da se ne vide, odnosno 1 (*true*) za ćelije koje se vide. Slični način prezentovanja rezultata dobijenih kao izlazi analiza javljaju se i kod drugih GIS funkcija, kao što su karte slivova, procena poplavnih područja i drugi prikazi tematskog karaktera.

### 6.6.1 Karte verovatnoća

Osnovni nedostatak ovako prezentovanih podataka je ocena njihove pouzdanosti. Ukoliko uz prateći DMT postoje podaci o njegovom kvalitetu (izvor DMT-a, standardna greška visina i sl.) moguće je primeniti Monte Karlo simulacije na sličan način kao i kod ocene tačnosti izvednih topografskih parametara terena, u cilju određivanja verovatnoće dobijenih rezultata analize dogledanja terena.

Postupak se sastoji u tome da se na standardne greške visina ugrade simulacije polja grešaka, odnosno simulirani DMT-ovi. Za svaki simulirani DMT izrađuje se karta analize dogledanja terena. Na svakoj od dobijenih karata nalaziće se ćelije grida (pikseli na karti) koje će u svakoj realizaciji imati uvek vrednost 0, odnosno 1, dok će se u ostalim ćelijama ove vrednosti pojavljivati sa određenom učestalošću.

Ukoliko se za svaku gridnu ćeliju saberi vrednosti simuliranih realizacija analiza dogledanja i potom se taj zbir podeli sa brojem simulacija, dobiće se verovatnoća sa kojom je ta ćelija vidljiva. Analitički, to se može predstaviti sledećom formulom (Fisher (1999)):

$$p(X_{ij}) = \frac{\sum_{k=1}^n x_{ijk}}{n} \quad (6.29)$$

<sup>74</sup> George Boole (1815-1864) engleski matematičar, osnivač savremene matematičke logike

gde je:

$p(X_{ij})$  - verovatnoća vidljivosti gridne ćelije u  $i$ -tom redu i  $j$ -toj koloni rasterske slike dogledanja,

$x_{ijk}$  - binarno kodirana vrednost ćelije u  $k$ -toj simulaciji.

Na ovakav način se dobija slika čiji pikseli dobijaju vrednosti  $p(X_{ij})$  i ona predstavlja kartu verovatnoća<sup>75</sup> dogledanja terena. Karte verovatnoća se koriste kao mere "atributne" tačnosti. Naime, u svim tematskim prikazima nekih pojava gde se koriste kvantitativni parametri, one su najbolji pokazatelj pouzdanosti ovakvih analiza.

#### 6.6.2 Analiza dogledanja test područja "Zlatibor"

Na test području "Zlatibor" analiza dogledanja terena je urađena sa jedne stajališne tačke koja se nalazi na brežuljku u jugozapadnom delu test područja ( $Y = 7\ 394\ 967.26m$   $X = 4\ 842\ 664.61m$   $H = 992.45m$  u državnom koordinatnom sistemu). U analizi nije uzeta u obzir visina vegetacije, kao ni postojeći izgrađeni objekti.

Za inicijalni DMT je urađena analiza dogledanja terena koja je data u prilogu H. Broj vidljivih ćelija grida procentualno iznosi 30.7% od ukupne površine test područja, što predstavlja 414.8 hektara.

Simulacije koje su urađene za ocenu topografskih parametara sa korelisanim poljem grešaka i istom standardnom greškom visina korišćene su u izradi karte verovatnoća dogledanja terena. Dobijena karta je prikazana u prilogu H.

#### 6.7 Dinamičko modeliranje postojeće baze DMT-a

Teorija Kokriginga koja je izneta u poglavljiju 3.4.6 primenjena je na test području "Zlatibor". Naknadna merenja na terenu koja se sprovode u cilju procene kvaliteta DMT-a, ili iz nekog drugog razloga, na primer GPS merenja pojedinih koridora u cilju izrade projektovanja komunikacija, mogu da posluže i za modeliranje postojećih digitalnih modela terena u cilju dobijanja novih baza koje će biti poboljšane u kvalitetnom smislu.

Podaci fotogrametrijskih merenja iskorišćeni su u cilju dobijanja "kvalitetnijeg" DMT-a za test područje. Polazeći od stanovišta da izrađeni DMT, koji je kartografskog porekla s jedne strane i mereni terenski podaci koji su hijerarhijski veće tačnosti, s druge strane, mogu biti tretirani kao "raznorodne" promenjlive, u cilju ocene vrednosti jedne od njih, primenjena je Kokriging geostatistička metoda metoda interpolacije.

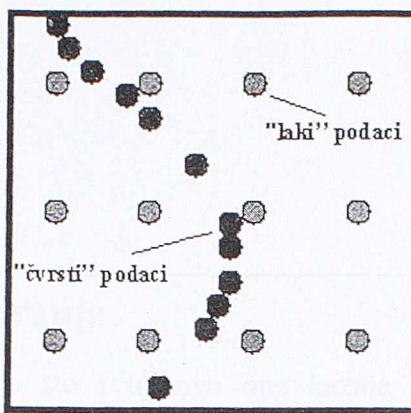
Podaci fotogrametrijskih merenja koriste se za modeliranje postojeće rasterske baze u kojoj praktično figurišu tačke u rasteru koje su dobijene procesom interpolacije.

Podaci u rasteru tretirani su kao sekundarna promenljiva  $V$ , a direkno mereni podaci na terenu kao primarna promenljiva  $U$ , tj. kao "laki"<sup>76</sup> i "čvrsti"<sup>77</sup> podaci (Kyriakidis et al (1999)) (Slika 6-11)

<sup>75</sup> probability map (engl.)

<sup>76</sup> soft data (eng.)

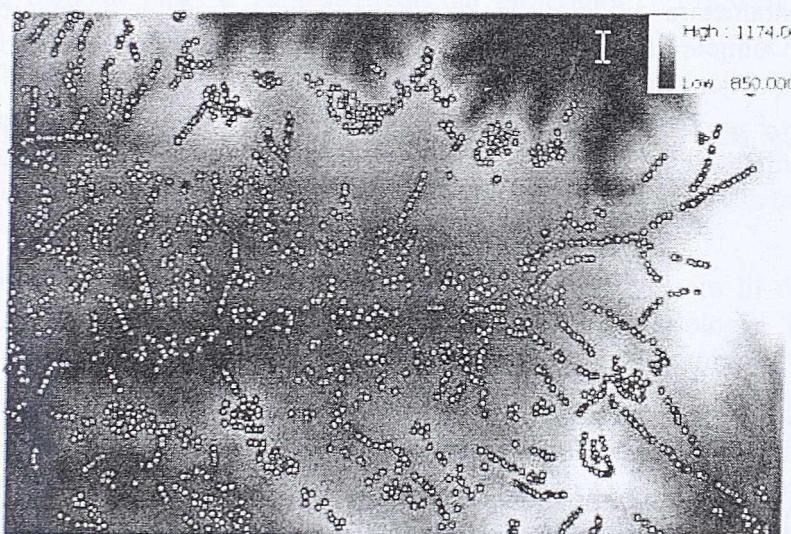
<sup>77</sup> hard data (eng.)



Slika 6-11. Tačke u gridu i mereni terenski podaci

Za razliku od kontrolnih merenja koja bi trebalo da svojim rasporedom zadovolje slučajni uzorak na području koje pokriva DMT, podaci koji se koriste za dinamičko modeliranje postojeće baze morali bi da budu mereni na terenu na lokacijama sa naznačenim geomorfološkim oblicima, kao što su vododelnice, jaruge, uvale, vrhovi, drenažna mreža itd.

U cilju sprovođenja eksperimenta, preko skenirane topografske podloge editovana je na ekranu celokupna baza fotogrametrijskih tačaka. U iterativnom postupku birane su tačke koje su karakterisale, ili se nalazile u blizini istaknutih geomorfoloških oblika. Na taj način je dobijen početni skup od 156 tačaka, koji je potom dopunjavan, pa su formirani skupovi od 311, 622, 933 i 1244 tačke. Poslednji skup tačaka (Slika 6-12) je korišćen i za ocenu kros-korelace ione funkcije. Ovi podaci su predstavljali primarne podatke za modeliranje terena, nasuprot visinama koje čine gridnu strukturu DMT-a, a koju čini 135 000 tačaka.



Slika 6-12. DMT "Zatibor" i položaj 1244 izabrane tačke

Za modeliranje je izabrana eksponencijalna funkcija (Slika 6-13):

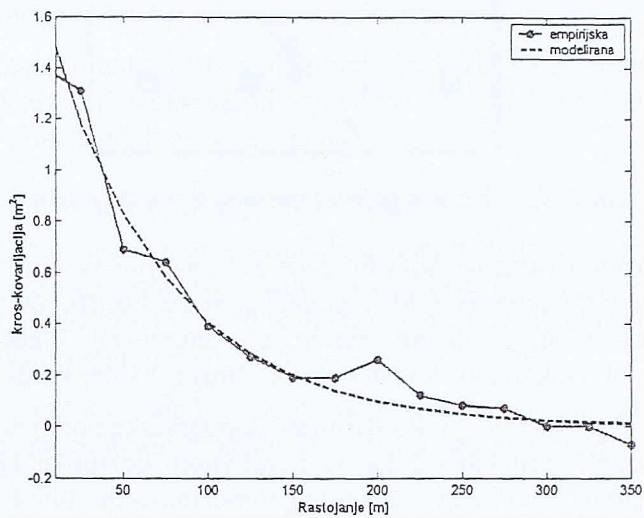
$$Cov_{UV} = \sigma_0^2 e^{-\frac{h}{D}} \quad (6.30)$$

gde je:

$\sigma_0^2$  - disperzija,

$h$ - rastojanje,

$D$ - korelaciona dužina.



Slika 6-13. Empirijska i modelovana kros-kovarijaciona funkcija za test područje "Zlatibor"

Na osnovu parametara modelovane kros-kovarijacione funkcije primenjena je Kokriging interpolacija. Dobijeni modeli terena za svaki skup tačaka ocenjeni su preko kontrolne mreže tačaka (458). Dobijeni standardi visina dati u su Tabela 6-20.

Tabela 6-20. Broj čvrstih tačaka u setovima za dinamičko modeliranje DMT-a i odgovarajući standardi visina DMT-a.

Broj čvrstih tačaka	$\sigma_z$ (m)
156	1.22
311	1.21
622	1.15
933	1.08
1244	1.04

Dobijeni rezultati su pokazali da već sa malim skupom tačaka (156 tačaka procentualno čini 0.12% ukupnog broja tačaka u gridu) standard visina može da se poboljša za 7%.

Taj iznos bi svakako bio još veći da su za kontrolnu mrežu birane karakteristične tačke terena (geomorfološki izražene tačke).

Primenjena metodologija omogućava da se postojiće gridne baze podataka, koje su mahom kartografskog porekla, mogu poboljšati na osnovu manjeg broja tačaka direktno merenih na terenu ali čija je cena po jedinici (tački) mnogo skupljia u odnosu na postojeću bazu.

## 7 Zaključna razmatranja

Digitalni modeli terena, kao što i njihovo ime kazuje, predstavljaju model, odnosno aproksimaciju, stvarne površi terena. Korisnici ovakvih prostornih baza podataka obično ih ne tretiraju kao modele već kao *istinitu* predstavu terena. Cilj ovog rada je da upravo ukaže na činjenicu da ova, kao i sve druge digitalne baze podataka, nosi u sebi nesigurnost ili neodređenost koja je posledica stepena aproksimacije stvarnosti.

U radu je dat uticaj nesigurnosti ovih baza na topografske parametre, kao veličine koje se određuju isključivo računanjem na osnovu poznavanja visina terena (izuzetak je jedino nagib koji se može direktno odrediti i na terenu). Slična analiza bi mogla de se primeni i na parametre koji se koriste u hidrologiji, a koji su praktično izvedeni iz primarnih topografskih parametara. Istovremeno, uticaj nesigurnosti DMT ilustrovan je i kroz funkciju dogledanja terena kao jednog klasičnog GIS upita nad prostornom bazom podataka, sa namerom da se ukaže na mogućnost prevazilaženja problema tematskih prikaza putem korišćenja karata verovatnoća.

Razvoj koncepta DMT-a nameće i potrebu iznalaženja postupaka za njegovu valorizaciju. Višekorisnička namena DMT-a zahteva uvođenje projektnog pristupa u njegovoj izradi. Tačnost visina u DMT-u, odnosno njegov kvalitet, glavni su parametri u odlučivanju da li ovakva baza može biti upotrebljiva za određenu aplikaciju.

DMT treba posmatrati kao integralni deo Geo-Informacionih Sistema, i u skladu sa time postupke i metodologiju izrade ovakvih baza treba uskladiti sa naporima međunarodnih asocijacija koje rade na standardima koji su najznačajniji za oblast kvaliteta prostornih baza podataka.

Svi koji rade na izradi ovakvih baza podataka imaju na raspolaganju ili do sada usvojene međunarodne standarde ili sopstvene razvijene postupke i metodologije koje omogućuju donošenje zaključaka o kvalitetu proizvoda, takozvane *de facto* standarde.

Preporuka je svakako da se usvoje ISO standardi, i tu se u prvom redu misli na standarde TC211 koji se odnose na geografske informacije i geometriku. Tu treba izdvojiti standarde vezane za administraciju prostornih baza podataka (ISO 19113, ISO 19114, ISO 19115) i upravljanje podacima (ISO 19138, ISO 19139). Kako realizacija projekta na ISO standardima treba da bude okončana 2006. godine, svi učesnici u životnom ciklusu ovakvih baza podataka morali bi da se polako prilagođavaju i upoznaju sa ponuđenim rešenjima.

Referentni podaci na osnovu kojih se mogu dobiti informacije o kvalitetu DMT su kontrolne mreže tzv. *ground truth* tačke. Njihov značaj je uočen još u početnim istraživanjima iz ove oblasti (Torlegard et al (1986)). Na žalost, ni do danas nije razvijen opšteprihvaćeni postupak za njihovo projektovanje. U poglavljju 6.2. dato je moguće rešenje za optimizaciju ovakvih mreža, pri čemu je za ulazni parametar u njihovom projektovanju usvojena pouzdanost veličina koje definišu kvalitet jednog DMT-a.

Kako izvori podataka za izradu DMT-a mogu biti različiti, od kartografskih dobijenih iz podloga različitih razmara (što je najčešći slučaj), preko fotogrametrijskih, potom onih dobijenih laserskim snimanjem ili InSAR tehnologijom i korišćenjem GPS-a, tako i kontrolne

tačke mogu biti određivane različitim tehnologijama merenja. Kao najekonomičnija metoda svakako se može izdvojiti GPS, pod uslovom da rezultati budu transformisani u horizontalni i vertikalni datum u kojem su podaci DMT-a. Podaci dobijeni GPS merenjima su hijerarhijski višeg nivoa tačnosti, i umnogome olakšavaju sve proračune vezane za optimizaciju kontrolne mreže tačaka kao referentne osnove za direktnu metodu ocene prostorne baze podataka, kao što je DMT. U radu su, s obzirom na to da je u pitanju "kartografski" DMT, iskorišćeni pored GPS i fotogrametrijski merene tačke, kao podaci hijerarhijski višeg nivoa tačnosti, i za njih su takođe dati projektni parametri kontrolne mreže.

Iz dobijenih rezultata može se uočiti da za isti broj kontrolnih tačaka GPS mreže daju veću pouzdanost od fotogrametrijskih, i to kako za određivanje konstantne sistematske greške, tako i za određivanje standardne greške visina. Takođe se može uočiti da sa smanjenjem broja kontrolnih tačaka pouzdanost dobijenih rezultata brže opada za konstantnu sistematsku grešku nego za standard visina.

Što se tiče efekta rasporeda kontrolnih tačaka, na test primeru od 14 formiranih slučajnih skupova sa istim brojem kontrolnih tačaka, statistički je dokazana jednakost disperzija reziduuma, što potvrđuje tezu da u izboru položaja tačaka treba težiti njihovom nasumičnom pozicioniranju. Ukoliko bi izbor pozicije tačaka bio usmeren na specifične geomorfološke oblike, kao što su dna jaruga ili uzvišenja, potom tačke duž strukturnih linija terena, dobijena ocena bila bi pomerena, odnosno znatno veća od realne.

Kada se DMT posmatra u kontekstu topografskih informacionih sistema, tada se ova baza može smatrati ne samo skupom informacija o visinama terena, već i kao baza geomorfoloških parametara koji su direktno izvedeni iz visina. Ocena kvaliteta ovakvih baza zahteva i specifičan pristup u njenom ocenjivanju. Ona se bazira na informaciji o tačnosti visina u DMT, odnosno pripada grupaciji indirektnih metoda za ocenu kvaliteta baza podataka.

Ocenu topografskih atributa moguće je sprovesti metodom stohastičkih simulacija, ili analitičkim pristupom, odnosno numeričkim rešenjem za analitičku metodu, što je u radu ponuđeno kao originalno rešenje. Svi pristupi zahtevaju da se greške visina, odnosno nesigurnost DMT, tretiraju uzimajući u obzir njihovu prostornu komponentu. To podrazumeva ne samo ocenu intenziteta grešaka već i njihove korelace zavisnosti. Na taj način dobija se model grešaka visina koji više odgovara realnosti.

Ocena korelisanosti sprovodi se na osnovu reziduuma kontrolne mreže tačaka, određivanjem parametara empirijske kovarijacione funkcije, a naročito njene korelace dužine (poglavlje 6.3.). Postupak se sastoji u modeliranju empirijske funkcije nekom od analitičkih nenegativnih funkcija. U radu je empirijska kovarijacija modelirana eksponencijalnom funkcijom, sa korelacijom dužinom od 110m. Izbor funkcije se može obaviti vizuelnom inspekcijom grafika empirijske funkcije i izabranog modela, i utvrđivanjem stepena njihovog podudaranja. U slučaju da, na primer, grafik funkcije brže opada na kraćim rastojanjima, tada eksponencijalni model više odgovara nego model Gausove krive.

Kroz primer nagiba terena ispitana je odnos ocena nesigurnosti iz simulacija kod kojih jeste, odnosno nije uzeta u obzir korelacija grešaka visina u DMT-u. Ocene standardnih grešaka nagiba iz nekorelisanih simulacija znatno je veći u odnosu na korelisani slučaj (Tabela 6-11), a posebno se to odnosi na metodu maksimalnog gradijenta.

Model nekorelisanih grešaka visina takođe može biti prihvatljiv, posebno ako korisnik ovakvih baza nema nikakve druge podatke o kvalitetu DMT osim srednje kvadratne greške visina u DMT, odnosno podatka o poreklu visina u DMT. Modeliranje polja nekorelisanih grešaka (tzv. *worst case scenario*) takođe može poslužiti za donošenje suda o graničnim vrednostima nesigurnosti.

U radu je dokazano (poglavlje 6.4.2.) da se sa relativno malim brojem simulacija (25 generisanih simulacija) mogu dobiti statistički upotrebljivi rezultati sa određenim nivoom

poverenja. Ovakav rezultat značajan je zbog toga što generisanje ogromnog broja simulacija zahteva znatne resurse, a da se pri tome sa stanovišta statističke analize ne dobija kvalitativno ništa novo.

U ovom istraživanju dat je postupak za numeričko rešenje analitičkog pristupa koje se predlaže kao alternativa stohastičkim simulacijama i njihovoj statističkoj obradi. Osnovni motiv predstavlja je činjenica da ukoliko se radi o velikim bazama, generisanje brojnih simulacija predstavlja neekonomičan postupak. Rezultati analiza i upoređenje rezultata stohastičkog i analitičkog pristupa dati su u okviru poglavља 6.5.4., za sve razmatrane topografske parametre. Analiza saglasnosti ocenjenih standardnih grešaka parametara (Tabela 6-13) dokazuje da analitički pristup može zameniti metod stohastičkih simulacija, uz određena ograničenja, kao što je to u slučaju aspekta kod ravnih terena ili terena sa malim nagibom.

Pored referentne osnove u oceni kvaliteta DMT, naknadna merenja za potrebe izrade kontrolne mreže podataka sagledana su još i sa aspekta dinamičkog modeliranja terena. Ukoliko korisnik sprovodi merenja na terenu u cilju određivanja parametara kvaliteta DMT-a, uz dodatne napore može prikupiti podatke koji bi poslužili za modeliranje već postojećeg DMT u cilju poboljšanja njegovog kvaliteta u geomorfološkom smislu. To podrazumeva merenja visina tačaka na izraženim geomorfološkim oblicima, kao što su jaruge, vododelnice, vrhovi uzvišenja itd., odnosno obuhvatanje svih onih lokacija koje se inače ne preporučuju kod lociranja tačaka kontrolne mreže. Predložena je primena kokriginga kao geostatističke metode koja omogućava da se izvrši integracija hijerarhijski tačnijih podataka izmerenih na terenu i postojeće baze podataka DMT bez obzira na njihov izvor, odnosno poreklo. U Tabeli 6-20, prikazani su rezultati ocenjene standardne greške visina u DMT-u posle primene kokriginga za skupove sa različitim brojem tačaka. Može se uočiti da se sa vrlo malim brojem ovako merenih tačaka može dobiti značajno poboljšanje kvaliteta DMT-a. Skup od 156 tačaka, koje procentualno čine 0.12% ukupnog broja tačaka u gridu, smanjile su standardnu grešku visina u DMT sa  $1.30m$  na  $1.22m$ . Važna napomena je da ova metoda može dati dobre rezultate jedino u slučaju DMT-a sa gridnom strukturu podataka. Modeli sa TIN strukturu sadrže u svojoj bazi inicijalno prikupljenje podatke, pa je logično da bi novosnimljeni podaci bili samo pridodati postojećoj bazi, koja bi ponovnom primenom *Delaunay*-eve triangulacije bila nadgrađena.

U skladu sa iznetim činjenicama, preporučuju se sledeći koraci za formiranje prostornih baza podataka poput DMT-a:

- Distribucija ovakvih proizvoda mora obavezno da podrazumeva i odgovarajuće *meta baze* podataka o njima. One moraju da sadrže sve relevantne informacije, kao što su izvori podataka, metode prikupljanja, primjenjeni modeli za njihovu obradu (transformacije, interpolacija, filtriranje itd.) kao i druge, na osnovu kojih bi korisnici mogli da procenjuju da li DMT može biti iskorišćen u određenoj aplikaciji.
- Podaci o oceni kvaliteta DMT trebalo bi da predstavljaju sastavni deo informacija koji se distribuiraju korisnicima. To može biti standardna greška visina DMT, ali svakako bi bilo dobro da uz nju idu i podaci kontrolne mreže na osnovu kojih bi se korisniku ostavila mogućnost da sam donosi odluke o nesigurnosti ovakvih baza u određenoj primeni. Iz takvih podataka dobila bi se i informacija o prostornoj komponenti grešaka visina (njihova korelativna zavisnost) ili veličini grešaka u pojedinim područjima.
- U nedostatku podataka kontrolne mreže korisnik bi trebalo da sam sproveđe testiranje kvaliteta DMT naknadnim merenjima na terenu, i to prema metodologiji koja je opisana u delu vezanom za optimizaciju kontrolnih

mreža. Statističkom obradom reziduma dobija se ocena o standardnoj grešci visina u DMT-u, kao i o korelativnoj zavisnosti ovih grešaka.

- Ukoliko nije moguće sprovesti kontrolna merenja, tada se u krajnjem slučaju mogu koristiti i poznati standardi tačnosti koji se odnose na metodu kojom su prikupljeni podaci za izradu DMT-a (poglavlje 4.2.).
- U analizama koje se odnose na topografske parametre terena preporučuje se numeričko rešenje analitičke metode ocene nesigurnosti dobijenih vrednosti, kao jednostavnije i ekonomičnije u pogledu resursa i vremena. Ovaj postupak je u potpunosti primenljiv kod procene relevantnih parametara i u drugim disciplinama, kao što je hidrologija.
- DMT sa gridnom strukturu podataka ostavlja malo mogućnosti za poboljšanje kvaliteta, iz prostog razloga što bazu podataka čine mahom interpolovane tačke, i što ovakve baze podataka zahtevaju striktno poštovanje rasporeda tačaka. Međutim, primena kriging metode interpolacije može poslužiti za njihovu nadgradnju. Na taj način pruža se mogućnost korisniku da sam, prema svojim potrebama, nadgrađuje i prilagođava aplikaciji bazu podataka koju je nabavio na tržištu.

Istraživanje je obuhvatilo digitalne modele terena koji se zasnivaju na gridnoj strukturi podataka, a glavni razlog za to je što se algoritmi koji su razvijeni za računanje topografskih parametara uglavnom odnose na ovaku strukturu baza podataka o visinama. U daljim istraživanjima neophodna je odgovarajuća analiza modela sa TIN strukturu podataka. Kao jedno od mogućih rešenja može se koristiti i intervalska metoda ocene nesigurnosti (**Hugentobler (2001)** i **Schneider (2000)**).

Ovde je prikazan i uticaj nesigurnosti DMT na jednu standardnu GIS aplikaciju kao što je dogledanje terena. Kao rešenje za vizuelizaciju rezultata predstavljena je karta verovatnoća zasnovana na stohastičkim simulacijama. Ona predstavlja rezultat modeliranja neodređenosti prostornih podataka kroz alternativne, jednakoverovatne numeričke prezentacije (karte) prostorno distribuiranih fenomena (**Journel (1996)**). Prednost ovakvog pristupa u odnosu na klasični tematski prikaz je što korisnik ima uvid i u pouzdanost dobijenih rezultata. Mogućnost generisanja karti verovatnoća nekom drugom metodom, a ne samo stohastičkim simulacijama, takođe je interesantno polje daljih istraživanja.

Nesigurnost digitalnih baza podataka odavno je predmet interesovanja, tako da postoje različiti postupci u njenom ocenjivanju i prikazivanju. Najvažnije je da svi koji učestvuju u životnom ciklusu ovakvih baza podataka, od onih koji ih kreiraju pa do njihovih korisnika, imaju jasnu predstavu o njenoj prisutnosti i potrebi da se njen uticaj oceni i prikaže u rezultatima aplikacija koje koriste ovaku vrstu podataka.

## Reference

1. Acharya B. and Chaturvedi A. (1997). Digital Terrain Model: Elevation Extraction and Accuracy Assessment. *Journal of Surveying Engineering* Vol.123. No.2:71-76
2. Ackermann F.(1978). Experimental investigation into the accuracy of contouring through DTM. *Proceedings of Digital Terrain Modelling Symposium*, St. Louis: 165-192
3. Ackermann F.(1995). Techniques and Strategies for DEM Generation. in Digital Photogrammetry, an Addendum to the Manual of Photogrammetry of ASPRS:135-141
4. Ayeni O.O. (1982) Optimum Sampling for Digital Terrain Models: A Trend Towards Automation. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, Vol.48, No.11: 1687-1694
5. Baltsavias E.P. (1999a) A comparison between photogrammetry and laser scanning. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 54 (2-3): 83-94
6. Baltsavias E.P. (1999b) Airborne laser scanning: existing systems and firms and other resources. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 54 (2-3): 164-198
7. Burrough, P. (1986). Principles of Geographical Information Systems for Land Resource Assessment. Oxford University Press, New York, NY:194 pp.
8. Caruso V.M. (1987) Standards for digital elevation models. *Proceesings of the ACSM/ASPRS Annual Convention*, Baltimore:159-166
9. Chang K. , Tsai B. (1991): The effect of DEM resolution on slope and aspect mapping. - *Cartography an Geographic Information Systems*, 18 (1): 69-77;
10. Committee for Standards and Specifications (1985). Accuracy Specifications for Large-Scale Line Maps, *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing* 51(2):195-199
11. Ehlschlaeger C. and Shortridge A. (1996). Modeling Elevation Uncertainty in Geographical Analyses. *Proceedings of the International Symposium on Spatial Data Handling*, Delft, Netherlands, 9B.15-9B.25.
12. Ehlschlaeger C. (2002). Representing multiple spatial statistics in generalized elevation uncertainty models: moving beyond the variogram. *International Journal of Geographical Information Science*, Vol. 16, No.3,: 259 – 285
13. Evans I.S. (1972) General geomorphometry, derivatives of altitude, and descriptive statistics , ch. in *Spatial Analysis in Geomorphology*(ed.):17-90.
14. Evans I.S. (1980) An integrated system of terrain analysis and slope mapping. *Zeitschrift fur Geomorphologie*. Supplementband 36.:274-295
15. FGDC (1998) Geospatial Positioning Accuracy Standards Part 3: National Standard for Spatial Data Accuracy [www.fgdc.gov/standards/documents/standards/accuracy/chapter3.pdf](http://www.fgdc.gov/standards/documents/standards/accuracy/chapter3.pdf)

16. Fisher P. (1991). First Experiments in Viewshed Uncertainty: The Accuracy of the Viewshed Area. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing* 57 (10):1321-1327.
17. Fisher P. (1993). Algorithm and implementation uncertainty in viewshed analysis. *International Journal of Geographic Information Science*, Vol. 7, No. 4:331-347.
18. Fisher P. (1999) Models of uncertainty in spatial data- In: Longley P.A., Goodchild M.F., Maguire D.J., Rhind D.W.: *Geographical Information Systems, Vol 1*. John Wiley&Sons: 191-205.
19. Floriani L., Magillo P. (1999) Intevisibility on terrains. - In: Longley P.A., Goodchild M.F., Maguire D.J., Rhind D.W.: *Geographical Information Systems, Vol 1*. John Wiley&Sons.: 543-556.
20. Frederiksen P., Jacobi O., Kubik K. (1986) Optimal Sample Sapacing in Digital Elevation Models. *International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing*, vol 26. part 3.:
21. Gallant J.C., Wilson J.P. (2000) Primary Topographic Attributes, ch.3 in *Terrain Analysis-Principles and Applications*:51-84
22. Gooch M.J., Chandler J.H.( 2001)Failure prediction in automatically generated digital elevation models, *Computers and Geosciences* , Vol.27 No. 8:913-920
23. Goodchild M.F. (1980) Algorithm 9: Simulation of autocorrelation for aggregate data. Environment and planning A, 12: 1073-1081.
24. Goodchild M.F., Gopal, S. (eds.) (1989) The Accuracy of Spatial Databases. Taylor and Francis, London.
25. Hardy R.L.(1984) Kriging, collocation, and biharmonic models for applications in earth sciences. *Tech. Papers of the 44<sup>th</sup> Amer. Cong. on Surveying and Mapping*:363-372.
26. Heipke C. (2004) Some Requirements for Geographic Information Systems: A Photogrammetric Point of View. *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing* 70 (2):185-195.
27. Holland D. (2002) Developing a national height database. *Symposium on Geospatial Theory, Processing and Applications*, Ottawa  
<http://www.isprs.org/commission4/proceedings/pdfs/papers/348.pdf>
28. Hope A.C.A. (1968) A simplified Monte Carlo significance test procedure. *Journal of the Royal Statistical Society B*, 30: 582-598
29. Holmes K.W., Chadwick O.A., Kyriakidis P.C. (2000) Error in a USGS 30-meter digital elevation model and its impact on terrain modeling . *Journal of Hydrology* Vol. 233:154-173.
30. Hugentobler M. (2001) Propagation of Uncertainties in Digital Terrain Models with Interval Methods. *Proceedings of GIS Research in the UK 2001* (GISRUK 2001):341-344.
31. Hunter, G., Goodchild, M. (1995). Dealing with Error in Spatial Databases: A Simple Case Study. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, Vol. 61, No. 5,:529-537.
32. Hunter G., Goodchild M. (1997). Modeling the Uncertainty of Slope and Aspect Estimates Derived From Spatial Databases. *Geographical Analysis*, Vol. 29, No. 1,:35-49.

33. Isaaks E., Srivastava R. (1989). An Introduction to Applied Geostatistics. *Oxford University Press*, New York, NY: 561.
34. Joksić D. (1983) Fotogrametrija 1. *Naučna knjiga*, Beograd:159
35. Jones, K.H. (1998). A comparison of algorithms used to compute hill slope as a property of the DEM. *Computers&Geoscience*, 24: 315-323.
36. Journel, A. (1996). Modelling uncertainty and spatial dependence: stochastic imaging. *International Journal of Geographical Information Systems*, Vol. 10, No. 5, p. 517-522.
37. Koelbl O. (2001) Technical Specifications for the Elaboration of Digital Elevation Models. *EPFL www.intesagis.it/Specifiche\_Tecniche/ DTM/DTM16I\_Spec\_Apr01.PDF*
38. Kraus K. (1995). From digital elevation model to topographic information system. *45th. Photogram metric Week*, D. Fritsch and D. Hubbie (eds.), Stuttgart,:277-285
39. Kraus K., Pfeifer N. (1998) Determination of terrain models in wooded areas with airborne laser scanner data. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 53(4): 193-203
40. Kraus K. (2000) Photogrammetrie Band 3: Topographische Informationssysteme, *Dummller Verlag*
41. Kubik K., Botman A.G. (1976) Interpolation Accuracy for Topographic and Geological Surfaces. *ITC-Journal* no.2
42. Kumler M.P. (1994) An intensive comparison of triangulated irregular networks (TINs) and Digital Elevation Models (DEMs), *Cartographica, Monograph*, Vol. 31, No. 2.
43. Kyriakidis P.C., Shortridge A.M, Goodchild M. F. (1999). Geostatistics for conflation and accuracy assessment of digital elevation models. *International Journal of Geographical Information Science*.Vol.13,No.7,:677-707.
44. Ley R. (1986) Accuracy assessment of digital terrain models. *Proceedings, Auto Carto London* vol. 1:455-464.
45. Li Z. (1988). On the Measure of Digital Terrain Model Accuracy, *Photogrammetric Record*, Vol. 12, No. 72, p. 873-877.
46. Li Z.(1991). Effects of Check Points on the Reliability of DTM Accuracy Estimates Obtained from Experimental Tests. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, Vol. 57, No. 10, :1333-1340.
47. Li Z. (1993a). Theoretical models of the accuracy of digital terrain models: An evaluation and some observations, *Photogrammetric Record 14 (82)*, pp.651-659.
48. Li Z. (1993b). Mathematical models of the accuracy of digital terrain model surfaces linearly constructed from square gridded data, *Photogrammetric Record 14 (82)*, pp.661-673.
49. Lokin P., Božović B. (1994) Inženjerskogeološke prilike Zlatibora. *Naučni skup, "Geologija Zlatibora"*, Sirogojno.
50. Makarović B.(1974) Conversion of Fidelity into Accuracy. *ITC-Journal* no.4.
51. Mark D.M.(1975) Geomorphometric Parameters: A Review and Evaluation, *Geografiska Annaler* Vol.57(3-4):165-177
52. Marković M.(1983) Osnovi primenjene geomorfologije, *Geoinstitut*, posebna izdanja, knjiga br. 8, Beograd

53. Marković M., Pavlović R., Čupković T. (1996) Kvantitativna geomorfološka analiza – jedan od pravaca daljeg razvoja geomorfologije. *Zbornik radova Geografskog instituta "Jovan Cvijić" SANU* br.46: 107-119.
54. Marković M., Pavlović R., Čupković T. (2003) Geomorfologija, *Zavod za udžbenike i nastavna sredstva*, Beograd: st.461
55. Menković Lj. i Košćal M. (1994) Geomorfološke karakteristike Zlatibora. *Naučni skup, "Geologija Zlatibora"*, Sirogojno.
56. Mercer J. B., Schnick S. (1999). Comparison of DEMs from STAR-3i® Interferometric SAR and Scanning Laser. *Proceedings of the ISPRS Workshop*, La Jolla, CA, :127 – 134.
57. Mercer B. (2001) Comparing LIDAR and IFSAR: What can you expect? *Proceedings of Photogrammetric Week 2001 Stuttgart*:  
[http://www.intermaptechnologies.com/PDF\\_files/paper\\_Stuttgart01\\_JBM3.pdf](http://www.intermaptechnologies.com/PDF_files/paper_Stuttgart01_JBM3.pdf)
58. Merchant, D.C. (1987). Spatial accuracy specification for large scale topographic maps, *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing* 53:958-961.
59. Mojsilović S., Baklajić D., Đoković I., i Avramović V. (1978.) Oosnovna geološka karta SFRJ 1: 100 000, Tumač za list Titovo Užice. *Savezni geološki zavod*, Beograd
60. Moore, I.D., Grayson, R.B., Ladson, A.R. (1991): Digital terrain modelling: a review of hydrological, geomorphological and biological applications. - In: Beven, K.J. & Moore, I.D. [Hrsg.]: *Terrain analysis and distributed modelling in hydrology*, 7-34; Chichester, N.Y., Brisbane.
61. Morrison J.L. (1995) Spatial data quality. In: Guptill S.C., Morrison J.L.: *Elements of Spatial Data Quality* ch.1.:1-12, Pergamon
62. OEEPE (2000) Precision Terrain Models for Civil Engineering. *Proceedings of the OEEPE Workshop on National Mapping Agencies and the Internet& Precision Terrain Models for Civil Engineering*, Flotron A., Koelbl O. (ed.), Southampton
63. Perišić M. (1983) Primenjena geostatistika, *Rudarski Institut*, knjiga I, Beograd
64. Perović G. (1989) Račun izravnjanja, *Naučna knjiga*, knjiga I, Beograd, st. 423
65. Petrie, G., Kennie, T.J. (1990) (eds) *Terrain Modelling in Surveying and Civil Engineering*, Caithness: Whittles.
66. Raaflaub L.D. (2002) The effect of Error in Gridded Digital Elevation Models on Topographic Analysis and on the Distributed Hydrological Model TOPOMODEL. *Master Thesis*, Department of Geomatics, University of Calgary, Canada
67. Rossi R., Mulla D., Journel A., Franz E. (1992) Geostatistical Tools for Modeling and Interpreting Ecological Spatial Dependence. *Ecological Monographs* 62(2):277-314
68. Ryder, W. and Voyadgis D. (1996). Measuring the Performance of Algorithms for Generating Ground Slope. In *Spatial Accuracy Assessment in Natural Resources and Environmental Sciences: Second International Symposium*, USDA-Forest Service, Ft. Collins, CO.:208-216
69. Sakude M., Schiavone G, Morelos-Borja H., Martin G., Cortes A. (1998). Recent Advances on Terrain Database Correlation Testing *SPIE '98* Vol. 3369
70. Schneider, B. (2000). Uncertainty Propagation in Digital Terrain Modelling with Taylor Methods and Interval Arithmetic. *Proceedings of the Accuracy 2000* Amsterdam: 561-568.

71. Skidmore, A. (1989). A Comparison of techniques for Calculating Gradient and Aspect From A Gridded Digital Elevation Model. *International Journal of GIS*, Vol. 3, No. 4: 323-334.
72. Sunday D. (2002) Polyline Simplification, [http://geometryalgorithms.com/Archive/algorithm\\_0205/algorithm\\_0205.htm](http://geometryalgorithms.com/Archive/algorithm_0205/algorithm_0205.htm)
73. Službeni glasnik RS (2003) Uredba o digitalnom geodetskom planu, No. 15/03, 18/03
74. Tempfli K. (1980) Spectral Analysis of Terrain Relief for the Accuracy estimation of Digital Terrain Models. *ITC Journal* no3.
75. Torlegard K., Ostman A., Lindgren R. (1986) A comparative test of photogrammetrically sampled digital elevation models. *Photogrammetria* No.41: 1-16.
76. Veregin H., Hargitai P. (1995) An evaluation matrix for geographical data quality In: Guptill S.C., Morrison J.L.: *Elements of Spatial Data Quality* ch.9. :167-188, Pergamon
77. United States Geological Survey (USGS), (1997) . Standards For Digital Elevation Models, Part 1: General, Part 2: Specifications, Part3: Quality Control. Department of the Interior, Washington, DC.
78. Wechsler S.P. (2000) Effect of Digital Elevation Model (DEM) uncertainty on topographic parameters, DEM scales and terrain evaluation, Ph.D. Dissertation, New York
79. Wilson J.P., Gallant J.C. (1998) Terrain-based Approach to Environmental Resource Evaluation. ch.10 in Landform Monitoring, Modelling and Analysis. John Wiley&Sons:219-240
80. Wood, J. (1996). The Geomorphological Characterization of Digital Elevation Models. Ph.D. Dissertation, Department of Geography, University of Leicester, Leicester, UK
81. Zakšek K, Oštir K, Podobnikar T. (2003) – Osončenost površja Slovenije. Geodetski Vestnik vol. 47, no.1&2 :55-63
82. Zhang X., Drake N., Wainwright J., Mulligan M. (1999). Comparison of Slope Estimates from Low resolution DEMs: Scaling Issues and a Fractal Method for their Solution. *Earth Surface Processes and Landforms* Vol.24:763-779



PRILOG A

**TABELE SA KARAKTERISTIKAMA  
RAZLIČITIH NIVOA DMT-a**

<b>Nivo 0</b>			
Visinska tačnost $\pm 10m$	Dimenzije grida 20m	Bias $< 5m$	Položajna tačnost za visinske tačke i izolinije $\pm 5m$ (0.1mm u razmeri R=1:50000)
<i>Namena:</i> Izrada ortofoto karata razmere 1:10 000 i 1: 5000 iz krunnorazmernih satelitskih snimaka (IKONOS)			
<i>Obuhvaćena područja:</i> Moguća zamena za sva područja gde nema podataka veće tačnosti			
<i>Poželjni podaci o struktturnim linijama:</i> granične linije jezera, šire reke, morska obale			
<i>Izvor podataka:</i> Nacionalni grid visina			

<b>Nivo 1</b>			
Visinska tačnost $\pm 5m$	Dimenzije grida 20m	Bias $< 2.5m$	Položajna tačnost za visinske tačke i izolinije $\pm 2.5m$ (0.1mm u razmeri R=1:25000)
<i>Namena:</i> Ortofoto karte razmire 1:10 000 za snimke iz normalnougaonih kamera ( $f=300mm$ ), kao i ortofotokarte razmira 1:10 000 i 1: 5000 iz krunnorazmernih satelitskih snimaka visoke rezolucije (IKONOS)			
<i>Obuhvaćena područja:</i> Planinske oblasti sa manjim naseljima			
<i>Obavezni podaci o struktturnim linijama:</i> vijadukti viši od 10m, granične linije jezera, šire reke, morska obale, vodotokovi			
<i>Izvor podataka:</i> Digitalizacija karata razmire 1:10 000			

<b>Nivo 2</b>			
Visinska tačnost $\pm 2m$	Dimenzije grida 20m	Bias $< 1m$	Položajna tačnost za visinske tačke i izolinije $\pm 1m$ (0.1mm u razmeri R=1:10000)
<i>Namena:</i> Izrada ortofoto karata razmira 1: 10 000 ili 1: 5 000 za snimanja normalnougaonim kamerama ( $f=300mm$ )			
<i>Obuhvaćena područja:</i> Područja sa velikom poljoprivrednom proizvodnjom ili oblasti na kojima nema DMT većeg kvaliteta			
<i>Obavezni podaci o struktturnim linijama i objektima:</i> brane, vijadukti, granične linije jezera, reka, morska obale			
<i>Izvor podataka:</i> Digitalizacija karata razmire 1:10 000 i krupnije, fotogrametrija i laserska altimetrija			

<b>Nivo 3</b>			
Visinska tačnost $\pm 1m$	Dimenzije grida 10m	Bias $< 0.5m$	Položajna tačnost za visinske tačke i izolinije $\pm 0.5m$ (0.1mm u razmeri R=1:5000)
<i>Namena:</i> Ortofoto produkcija razmire 1:10 000, 1: 5 000 i 1: 2 000 (za snimke sa normalnougaonom kamerom ( $f=300$ ))			
<i>Obuhvaćena područja:</i> Izgrađena područja, srednje razvijene industrijske zone, područja sa visoko razvijenom poljoprivrednom proizvodnjom			
<i>Poželjni podaci o struktturnim linijama:</i> brane, mostovi, granice jezera, mora , velikih reka, srednja linija toka manjih reka			
<i>Izvor podataka:</i> Topografske karte razmire 1: 5 000 i krupnije, fotogrametrija, laserska altimetrija			

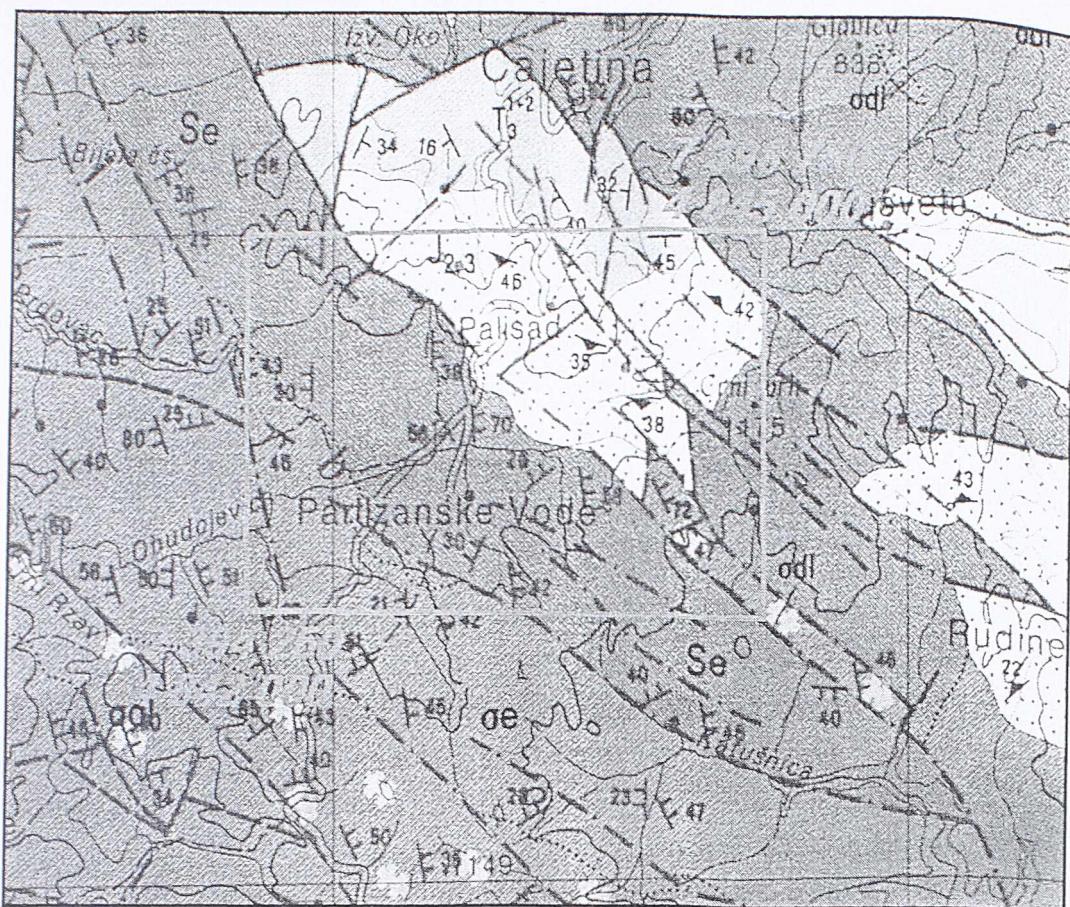
<b>Nivo 4</b>			
Visinska tačnost $\pm 0.3m$	Dimenzije grida 5m	Bias <0.15 m	Položajna tačnost za visinske tačke i izolinije $\pm 0.3m$ (0.3mm u razmeri R=1:1000)
<i>Namena:</i> Ortofoto produkcija razmere 1:1 000 i 1: 500, planiranje i inženjerska primena			
<i>Obuhvaćena područja:</i> Urbane zone i zone intenzivne gradnje, sve aplikacije gde se traži nivo detaljnosti 1:1000			
<i>Neophodni podaci o strukturalnim linijama:</i> saobraćajne komunikacije, mostovi, brane, hidrologija itd.			
<i>Izvor podataka:</i> lasersko skeniranje terena sa fotogrametrijskom kontrolom, kao i planovi razmere 1: 1000			

<b>Nivo 5</b>			
Visinska tačnost $\pm 0.15m$	Dimenzije grida 5m	Bias <0.08 m	Položajna tačnost za visinske tačke i izolinije $\pm 0.3m$ (0.3mm u razmeri R=1:1000)
<i>Namena:</i> Hidrauličko modeliranje poplavnih zona, druge inženjerske aplikacije, izrada ortofoto planova razmre 1: 500			
<i>Obuhvaćena područja:</i> Područja sa srednjim nagibom terena manjim od 1% i oblasti sa velikim rizikom poplava, sve aplikacije gde se traži nivo detaljnosti 1:500			
<i>Neophodni podaci o strukturalnim linijama, objekima:</i> osovine ulica, brane (kruna i osnova), mostovi, obale reka jezera i mora,			
<i>Izvor podataka:</i> lasersko skeniranje terena sa fotogrametrijskom kontrolom, kao i planovi razmere 1: 500			

PRILOG B

**GEOLOŠKA KARTA ŠIREG PODRUČJA  
KRALJEVIH VODA**

Štamplj: Županija Šibenik-Knin, Šireg područje Kraljevih voda



Autori osnove geološke karte: S.Mojsilović, D.Baklač i I.Đoković  
Zavod za geološka i geofizička istraživanja Beograd, 1965 - 1970

Legenda kartiranih jedinica :



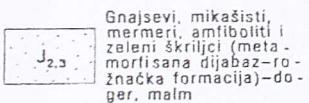
Serpentiniti



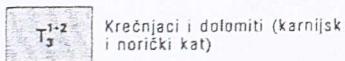
Lherzoliti



Harcburgiti

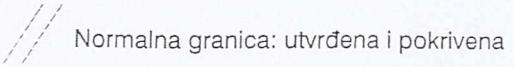


Gnjajevi, mikašisti,  
mermar, amphiboliti i  
zeleni škriljci (meta -  
morfisana dijabaz-ro -  
žnačka formacija)-do -  
ger, malim



Krečnjaci i dolomiti (karnijski  
i norički kat)

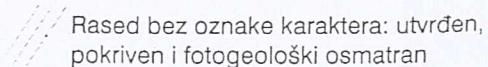
Legenda standardnih oznaka:



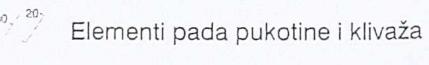
Normalna granica: utvrđena i pokrivena



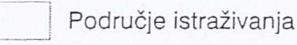
Tektonsko-eroziona granica: utvrđena i pokrivena



Rased bez označe karaktera: utvrđen,  
pokriven i fotogeološki osmatran



Elementi pada pukotine i klivaža

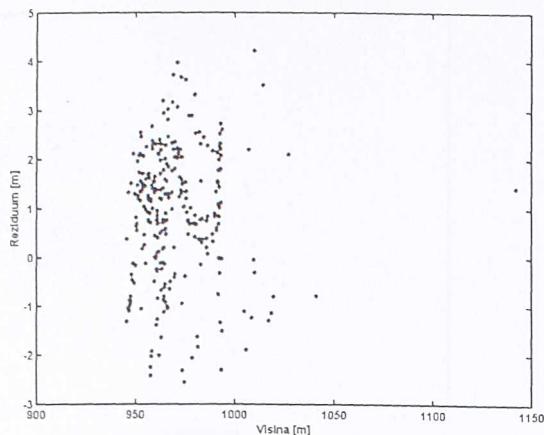


Područje istraživanja

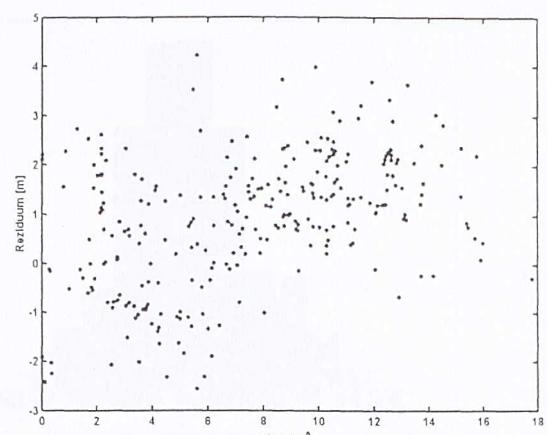
Slika B.1 Prikaz geološke karte šireg područja 'Kraljevih voda'

PRILOG C

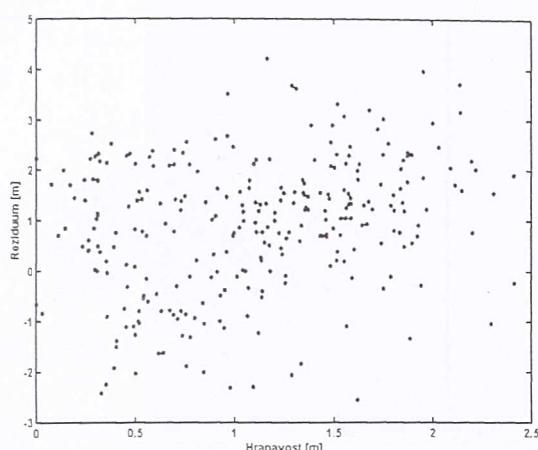
**OSNOVNA STATISTIČKA OBRADA  
REZIDUUMA**



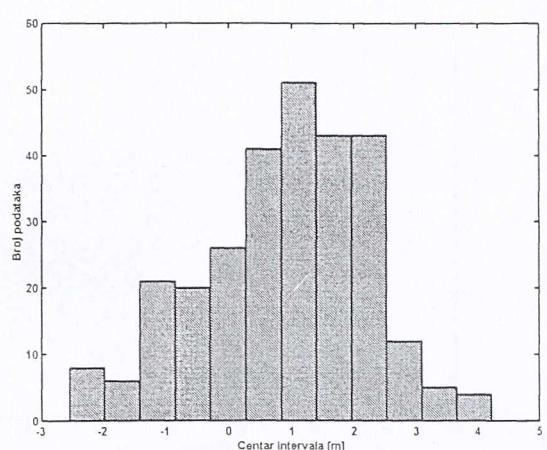
Slika C.1. Grafik GPS reziduumma i visina



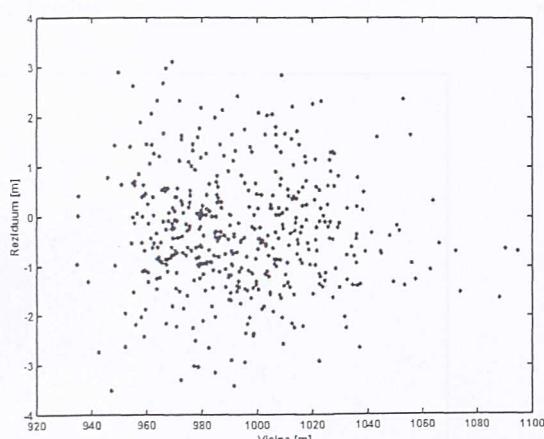
Slika C.2. Grafik GPS reziduumma i nagiba



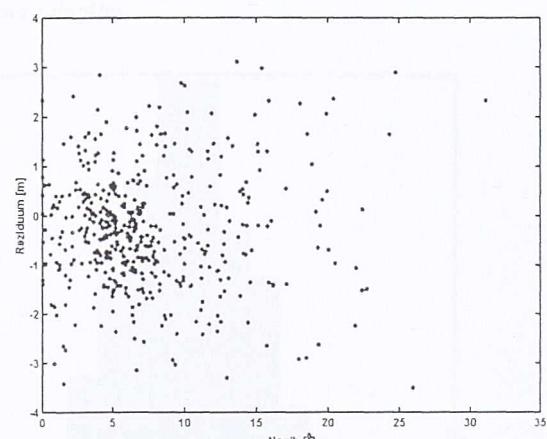
Slika C.3. Grafik GPS reziduumma i hrapavosti



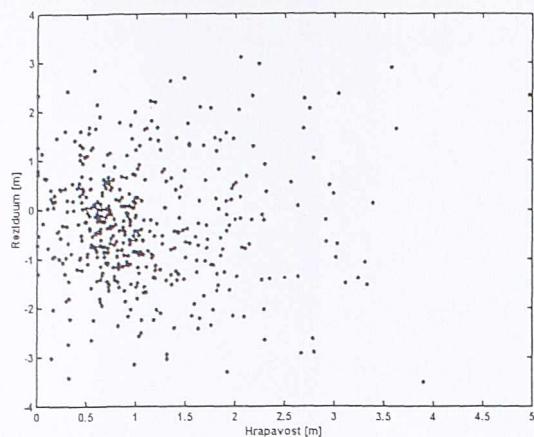
Slika C.4. Histogram GPS reziduumma



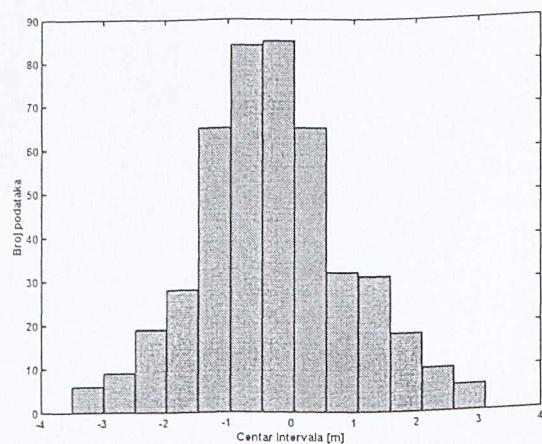
Slika C.5. Grafik 458 fotogrametrijskih reziduumma i visina



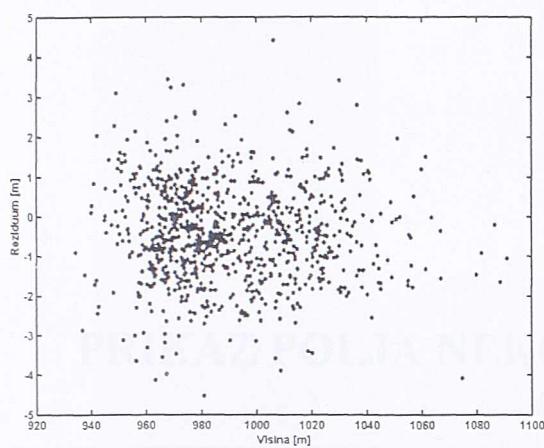
Slika C.6. Grafik 458 fotogrametrijskih reziduumma i nagiba



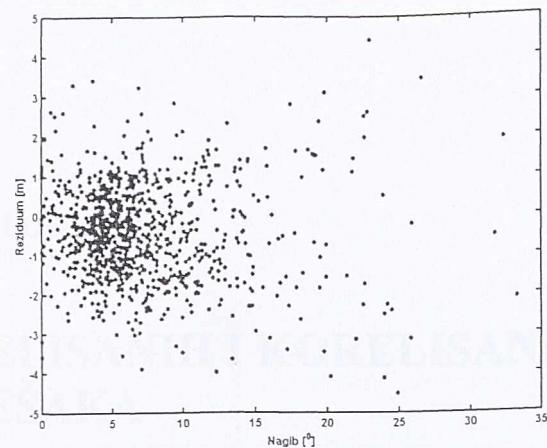
Slika C.7. Grafik 458 fotogrametrijskih reziduuma i hrapavosti



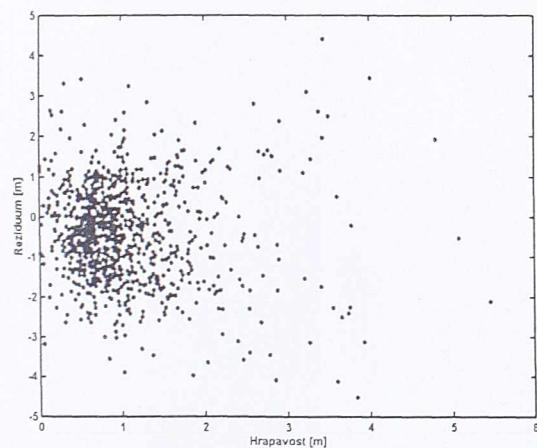
Slika C.8. Histogram 458 fotogrametrijskih reziduum



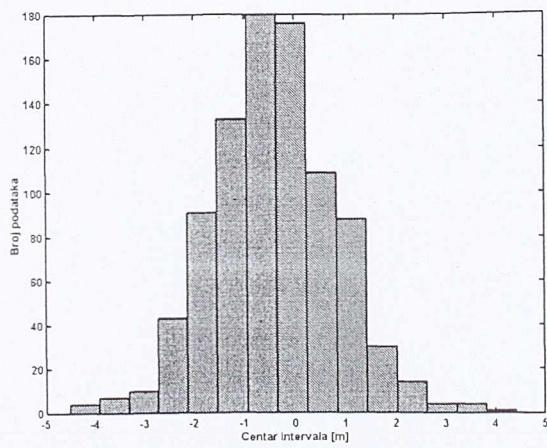
Slika C.9. Grafik 894 fotogrametrijskih reziduuma i visina



Slika C.10 Grafik 894 fotogrametrijskih reziduuma i nagiba



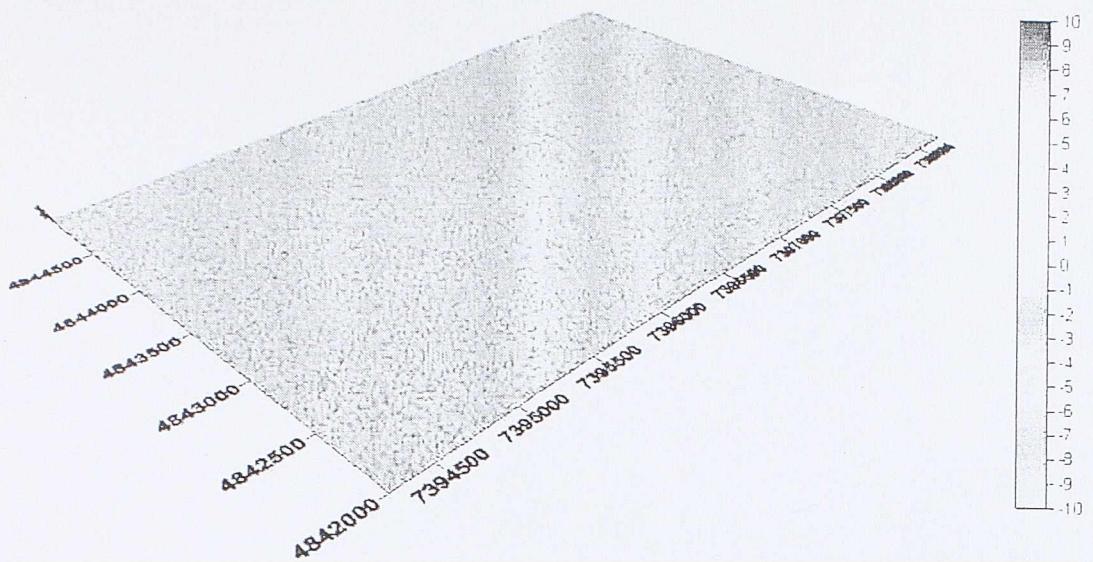
Slika C.11 Grafik 894 fotogrametrijskih reziduuma i hrapavosti



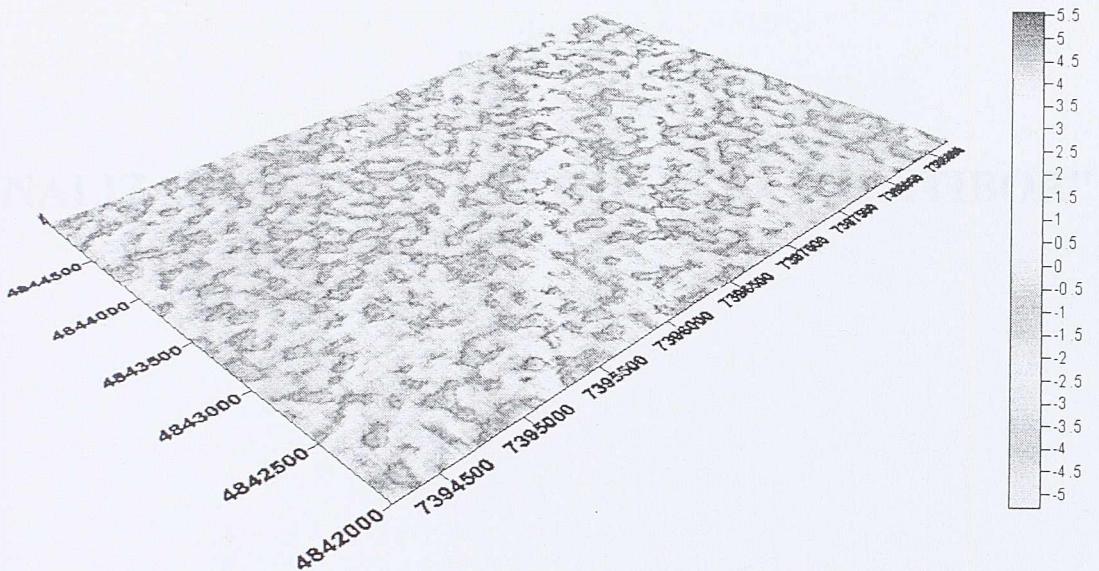
Slika C.12 Histogram 894 fotogrametrijskih reziduum

PRILOG D

**PRIKAZ POLJA NEKORELISANIH I KORELISANIH  
GREŠAKA**



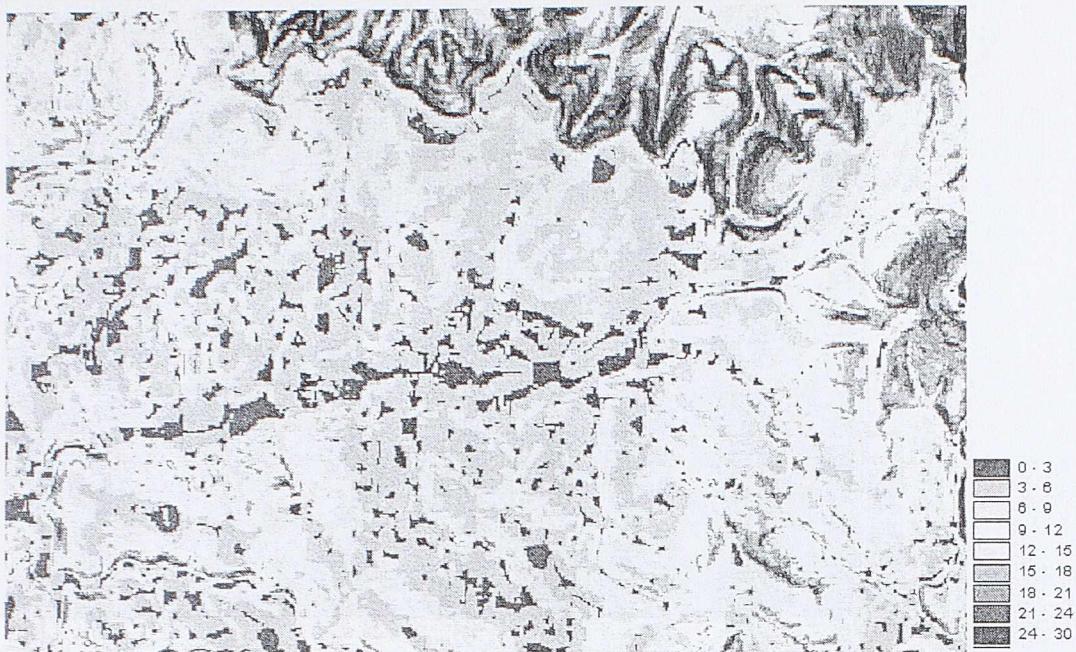
Slika D.1 Polje nekorelisanih grešaka



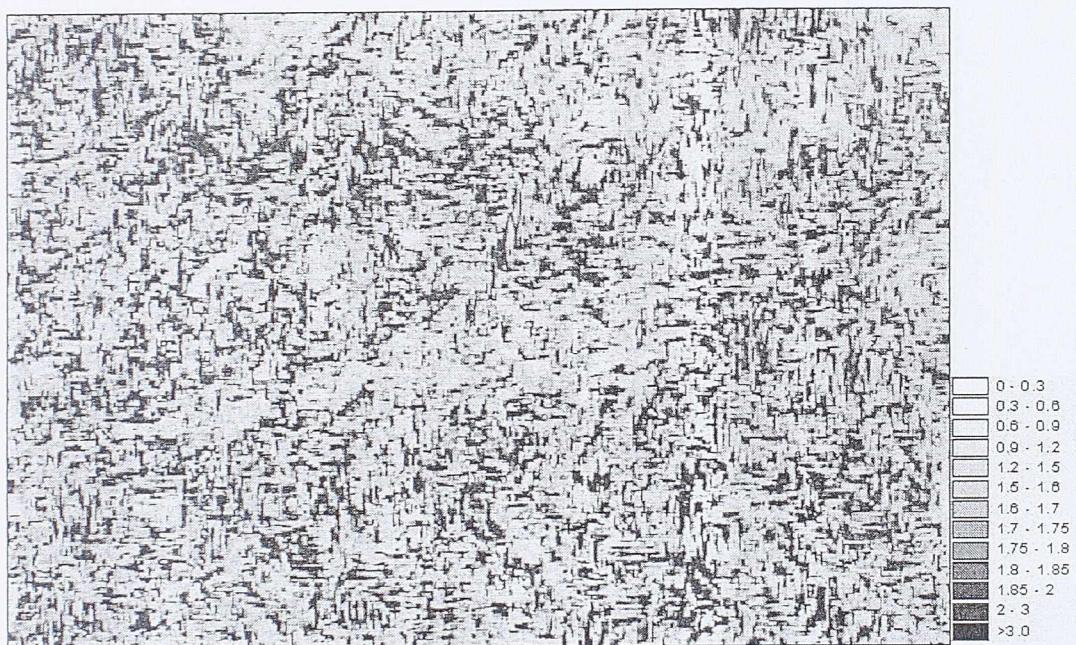
Slika D.2 Polje korelisanih grešaka

PRILOG E

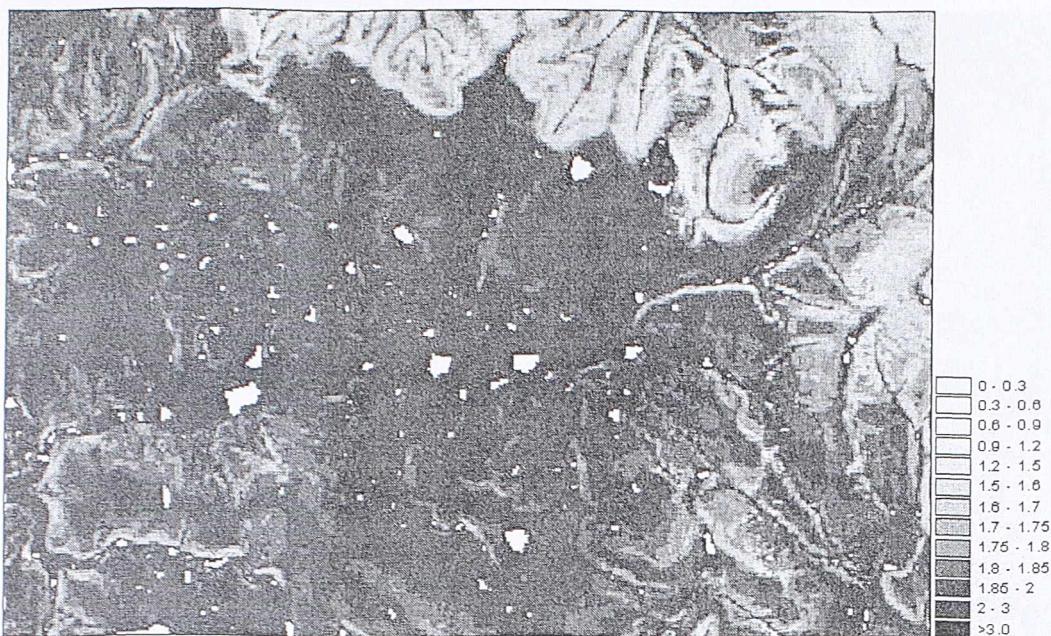
**ANALIZA NAGIBA TEST PODRUČJA "ZLATIBOR"**



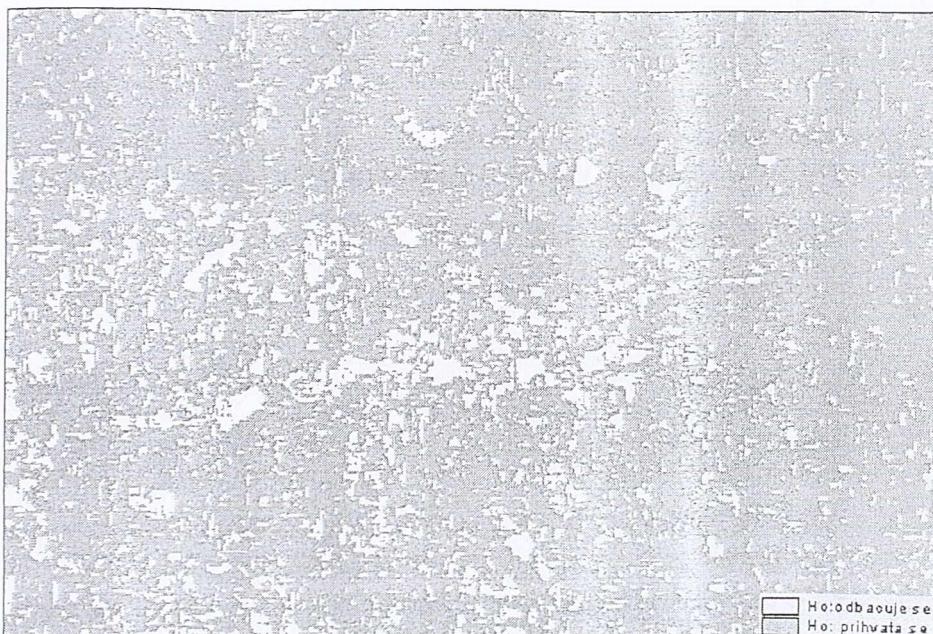
Slika E.1 Nagibi sračunati queen's case metodom



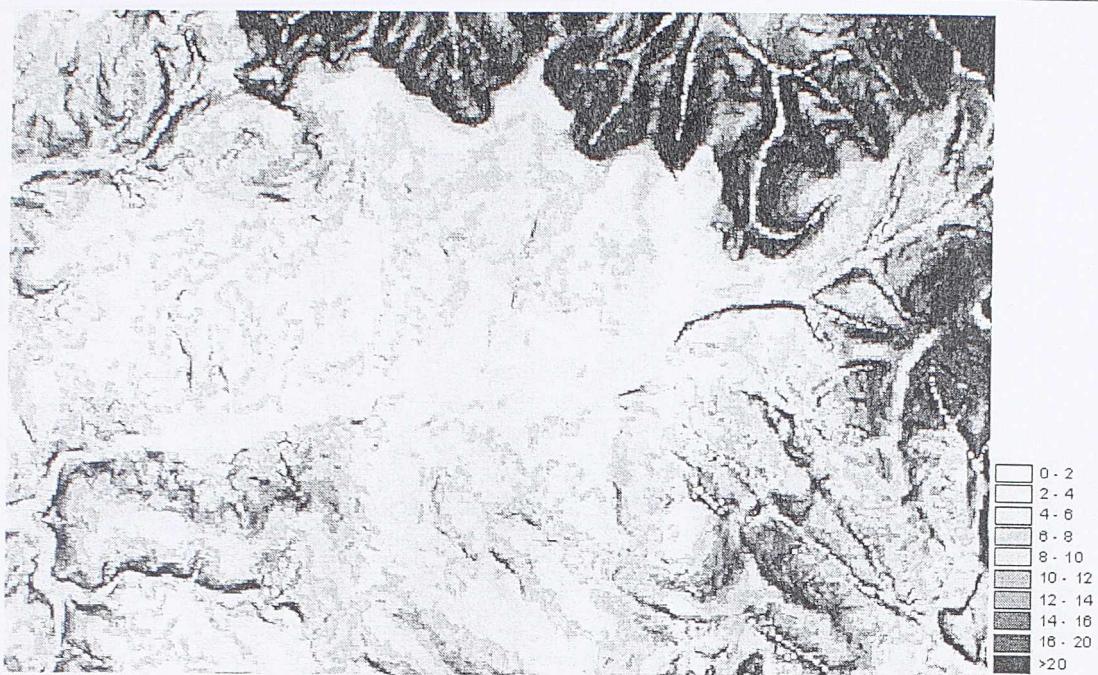
Slika E.2 Stohastički simulirane ocene standardnih grešaka nagiba sračunatih queen's case metodom (korelisani slučaj)



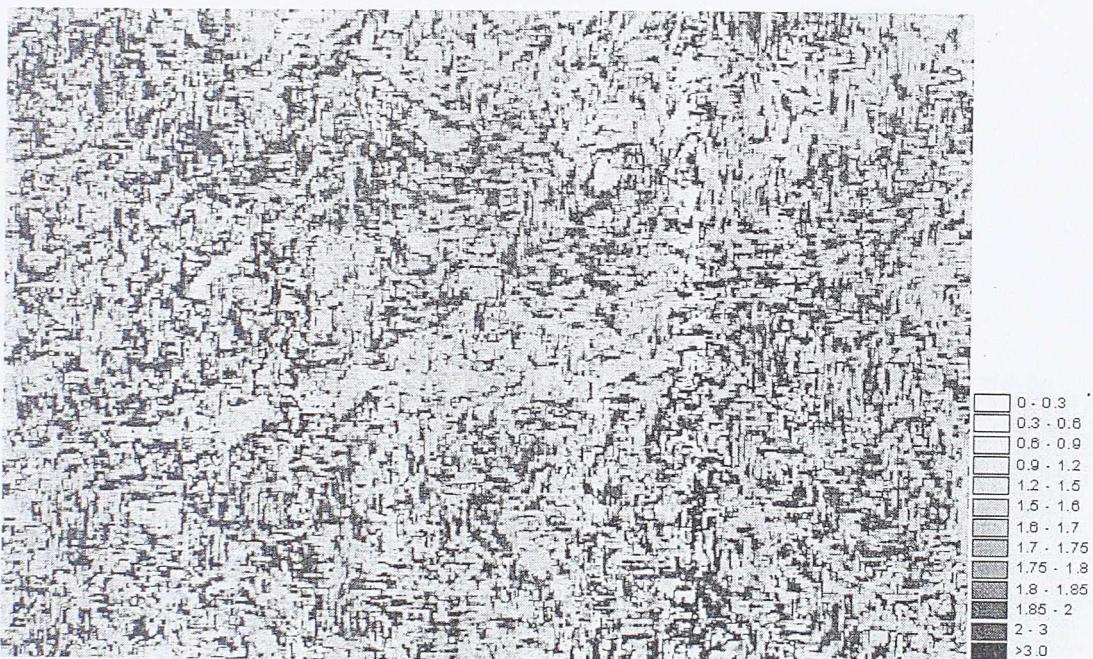
Slika E.3 Analitički dobijene ocene standardnih grešaka nagiba sračunatih queen's case metodom (korelisani slučaj)



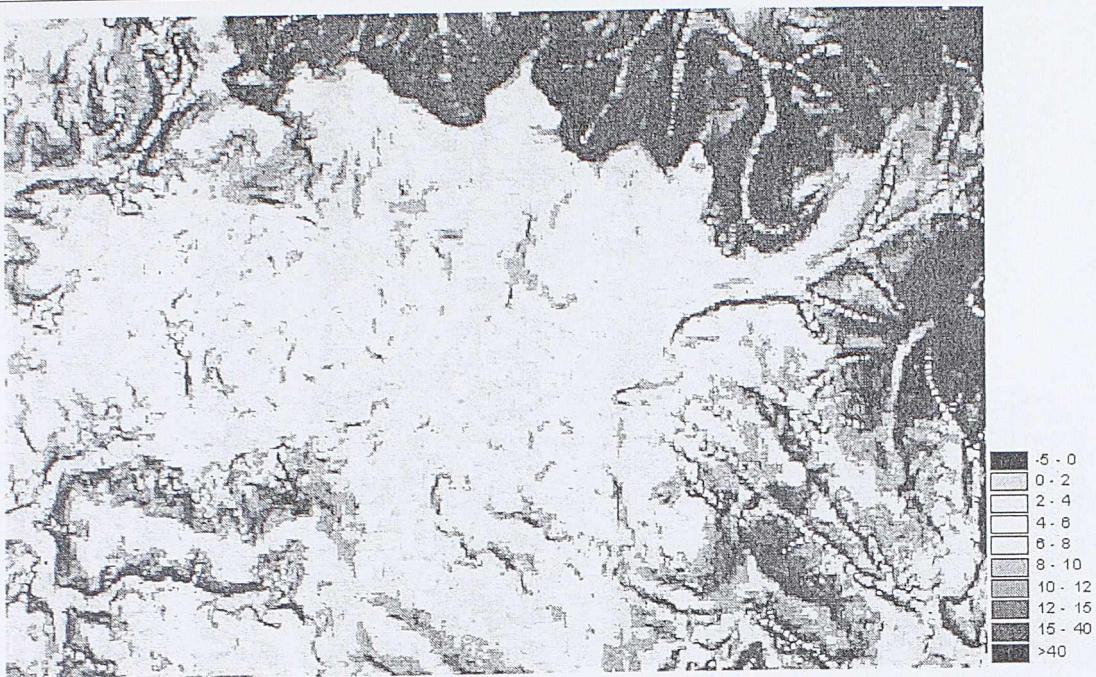
Slika E.4 Tematski prikaz saglasnosti testa o jednakosti standardnih grešaka dobijenih stohastičkim simulacijama i analitičkim pristupom (queen's case)



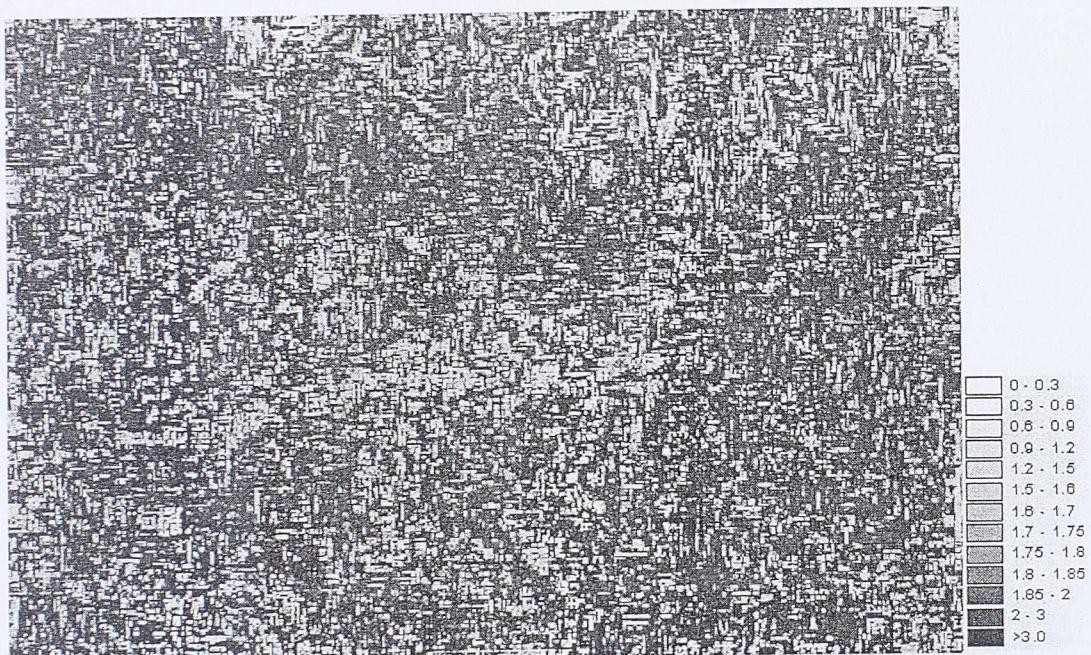
Slika E.5 Nagibi sračunati rook's case metodom



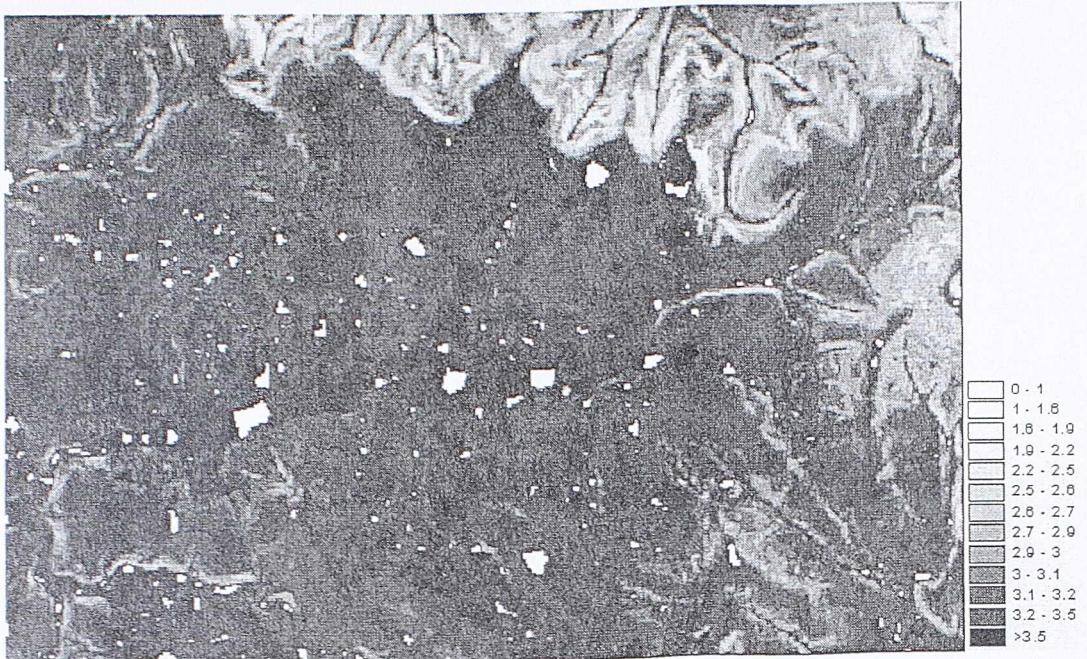
Slika E.6 Stohastički simulirane ocene standardnih grešaka nagiba sračunatih rook's case metodom (korelisani slučaj)



Slika E.7 Nagibi sračunati metodom max. gradijenta



Slika E.8 Stohastički simulirane ocene standardnih grešaka nagiba sračunatih metodom max. gradijenta (korelisani slučaj)



Slika E.9 Analitički dobijene ocene standardnih grešaka sračunatih queen's case metodom (nekorelisani slučaj)



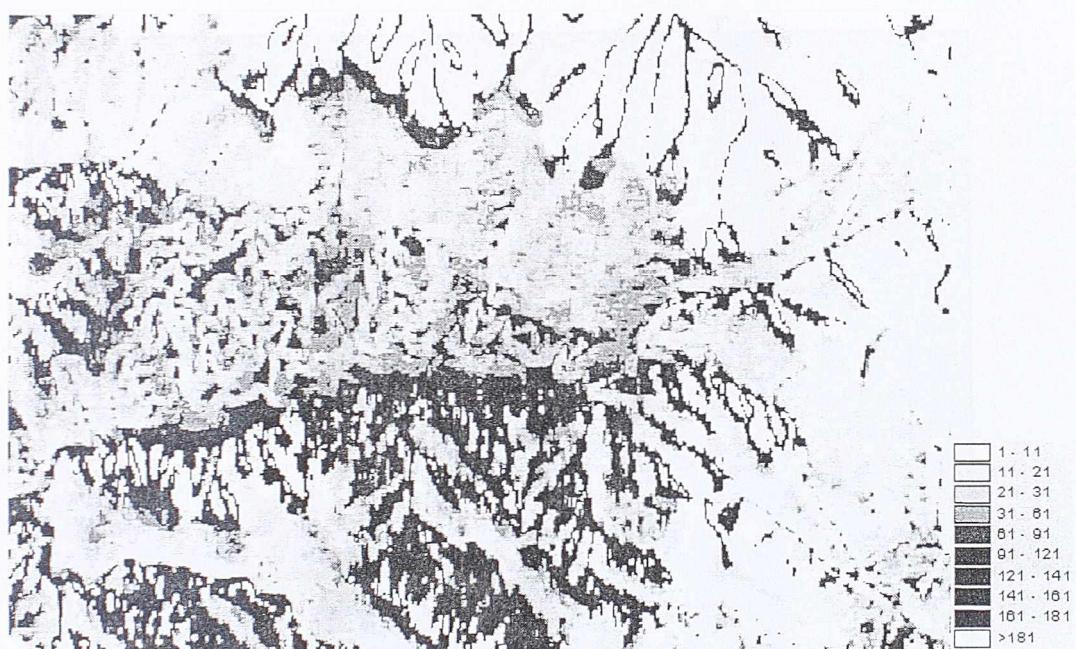
Slika E.10 Stohastički simulirane ocene standardnih grešaka sračunatih queen's case metodom (nekorelisani slučaj)

PRILOG F

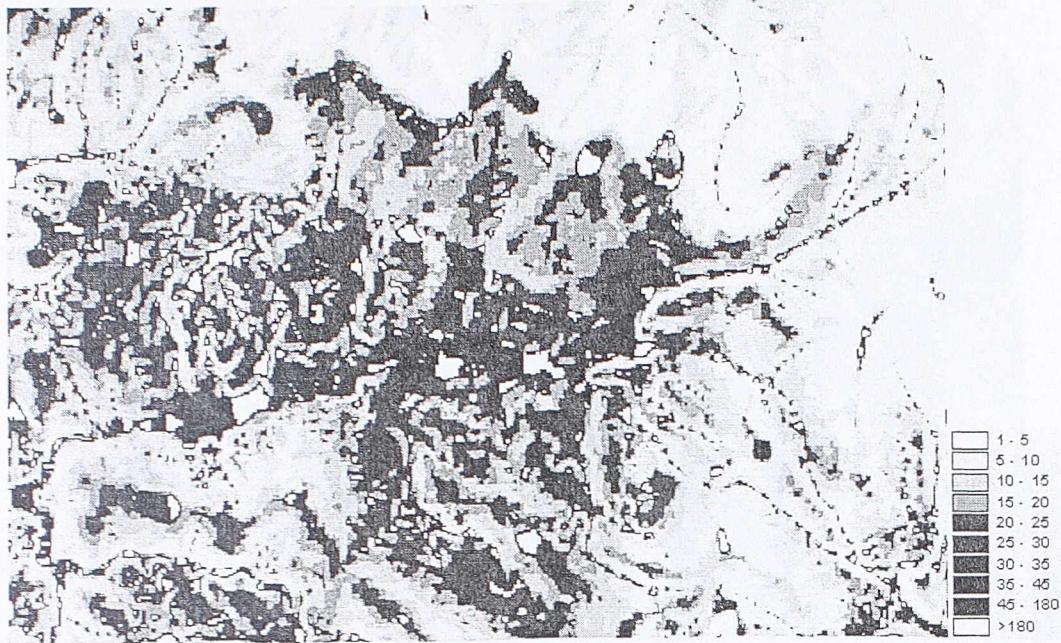
**ANALIZA ASPEKATA TERENA TEST PODRUČJA  
"ZLATIBOR"**



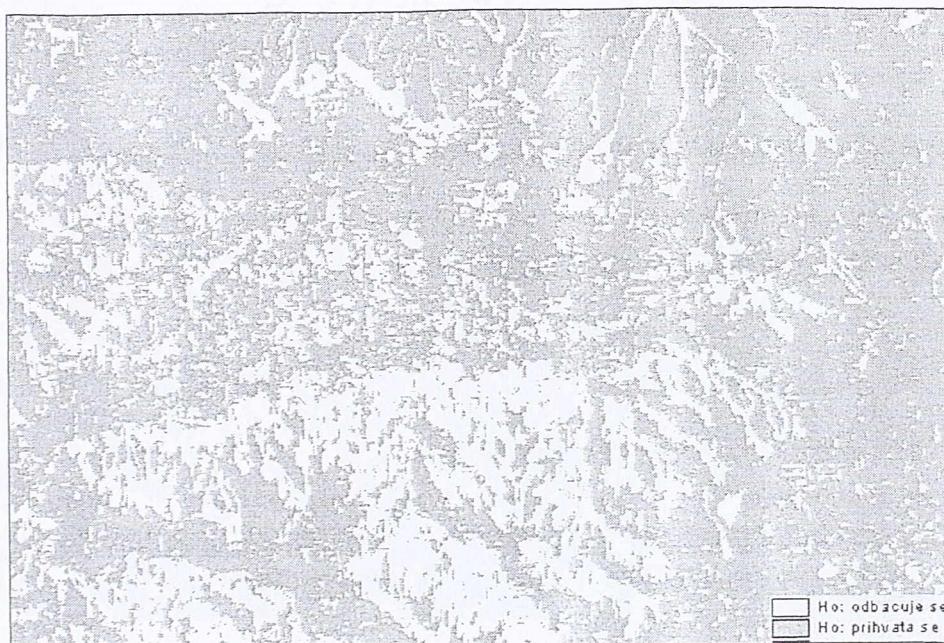
Slika F.1 Aspekti sračunati queen's case metodom



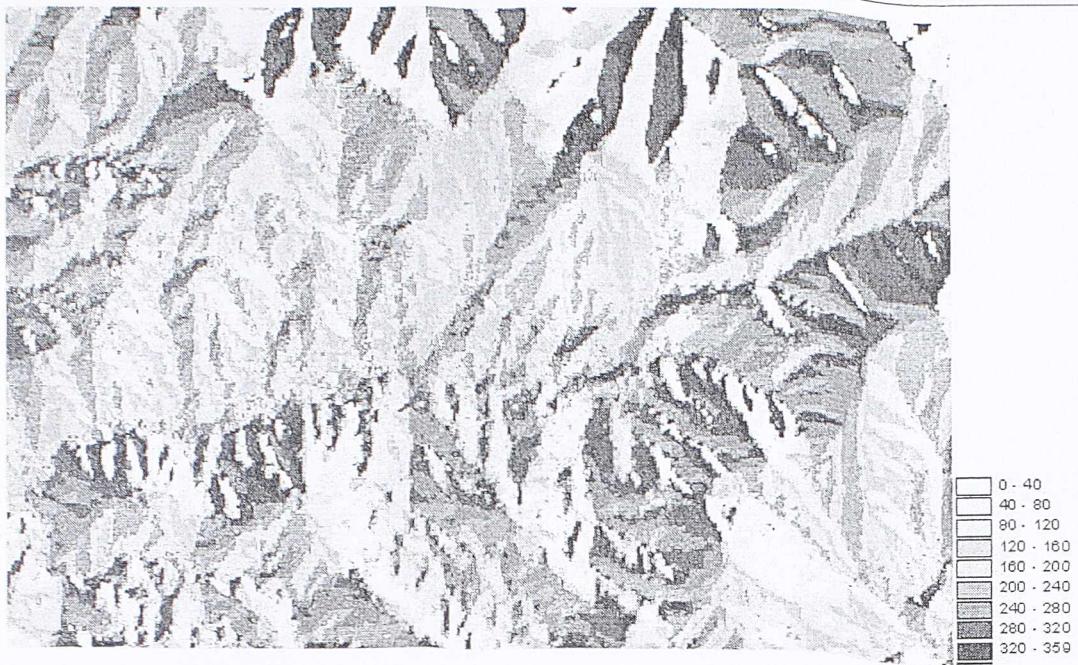
Slika F.2 Stohastički simulirane ocene standardnih grešaka aspekata sračunatih queen's case metodom (korelisani slučaj)



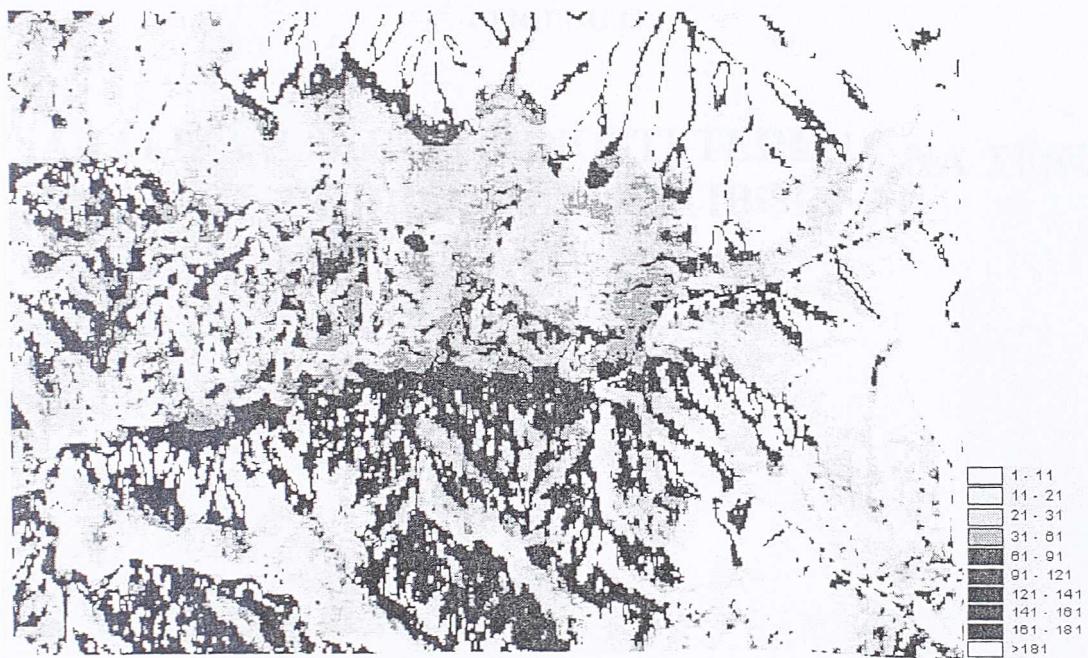
Slika F.3 Analitički dobijene ocene standardnih grešaka aspekata sračunatih queen's case metodom (korelisani slučaj)



Slika F.4 Tematski prikaz saglasnosti testa o jednakosti standardnih grešaka dobijenih stohastičkim simulacijama i analitičkim pristupom (queen's case)



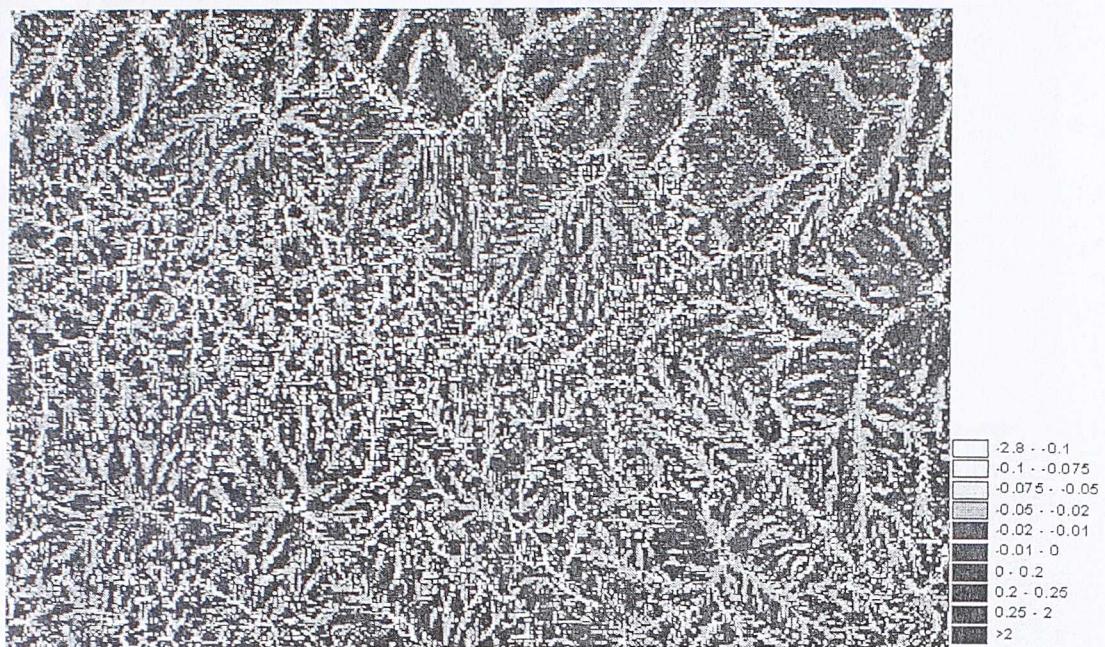
Slika F.5 Aspekti sračunati rook's case metodom



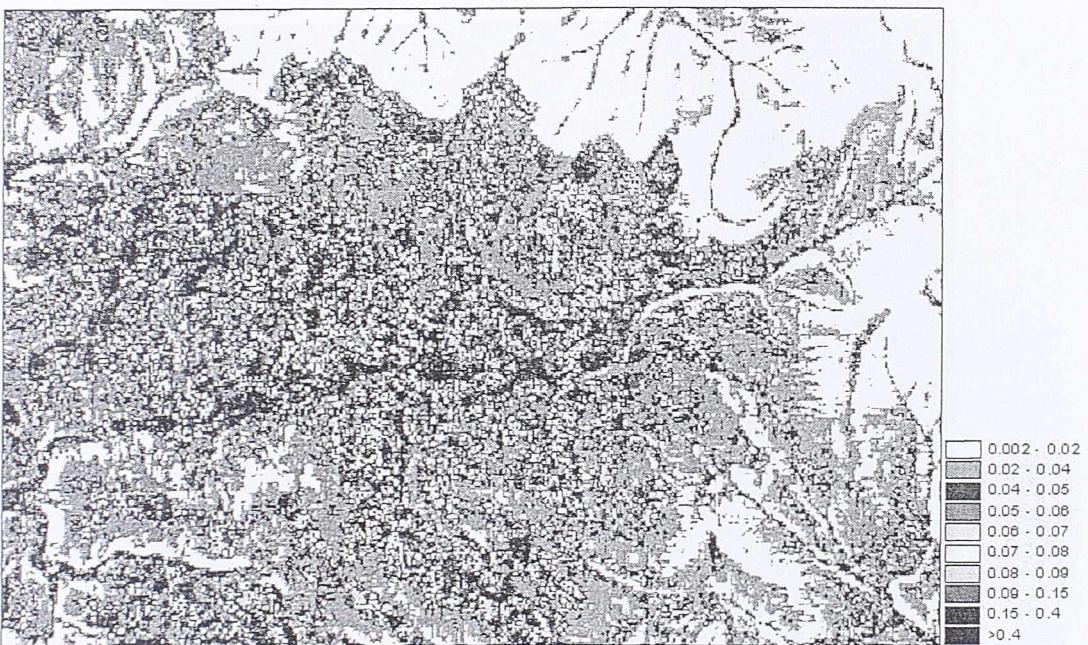
Slika F.6 Stohastički simulirane ocene standardnih grešaka aspekata sračunatih rook's case metodom (korelisani slučaj)

**PRILOG G**

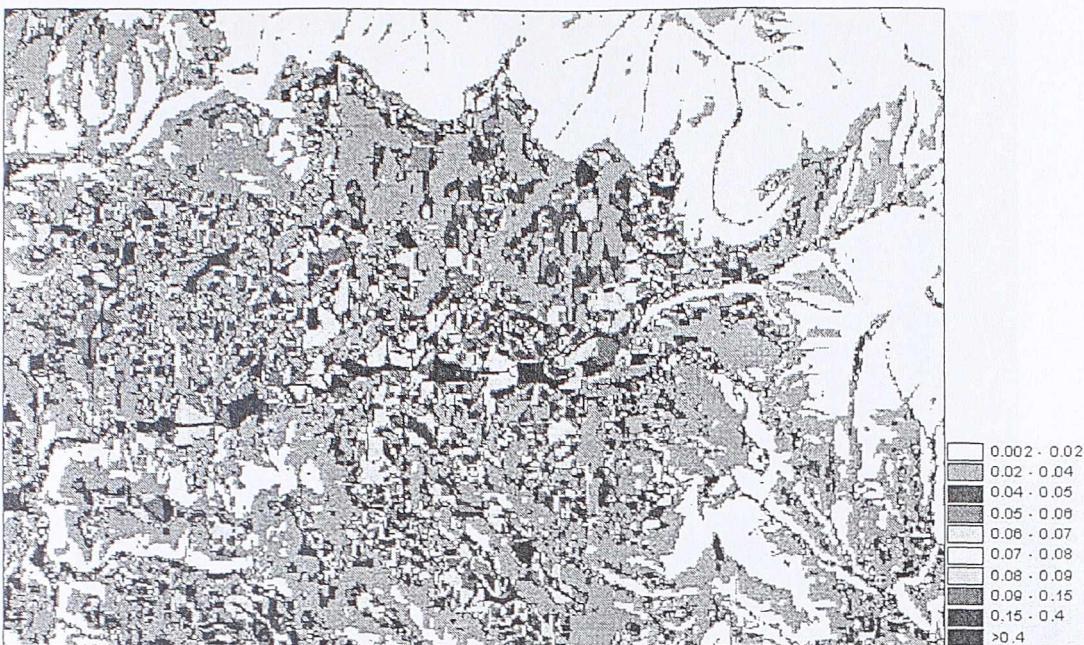
**ANALIZA ZAKRIVLJENOSTI TERENA NA TEST  
PODRUČJU "ZLATIBOR"**



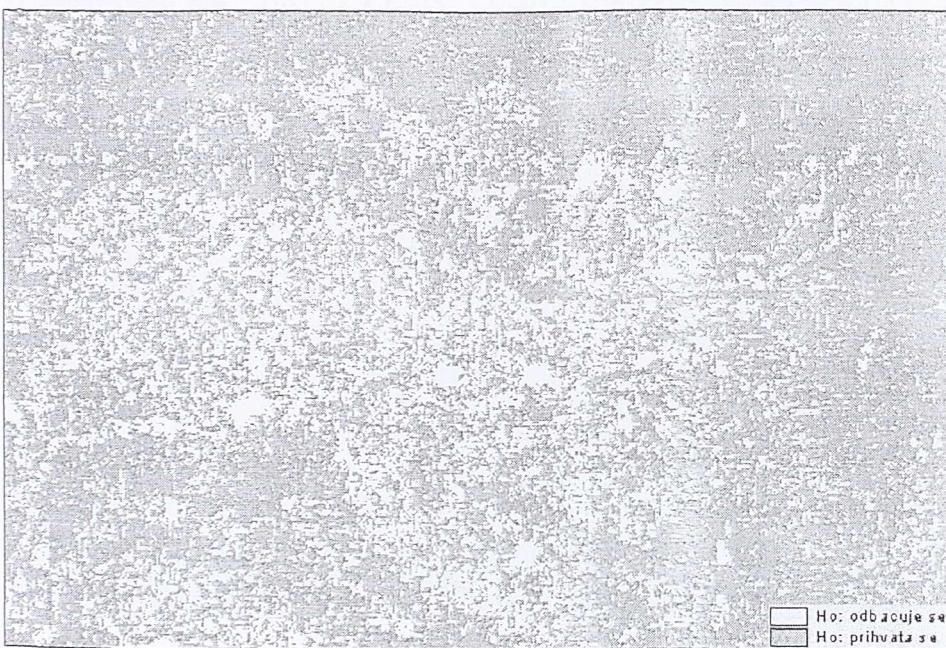
Slika G.1 Horizontalna zakrivljenost terena sračunata queen's case metodom



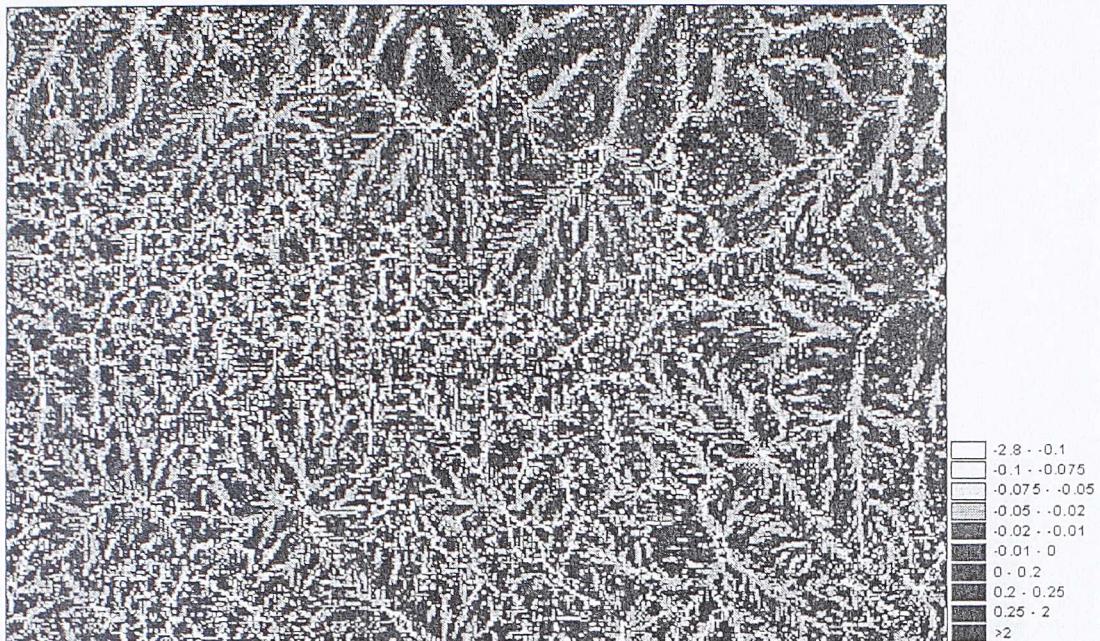
Slika G.2 Stohastički simulirane ocene standardnih grešaka horizontalne zakrivljenosti terena sračunate queen's case metodom (korelisani slučaj)



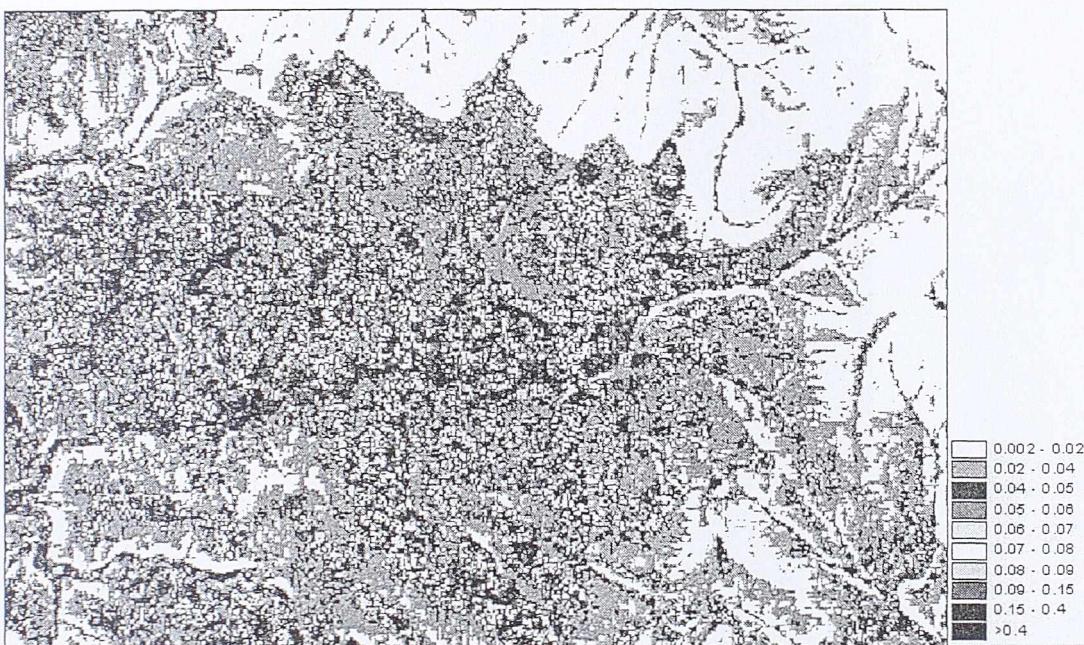
Slika G.3 Analitički dobijene ocene standardnih grešaka horizontalne zakrivljenosti terena sračunate queen's case metodom (korelisani slučaj)



Slika G.4 Tematski prikaz saglasnosti testa o jednakosti standardnih grešaka horizontalne zakrivljenosti terena dobijenih stohastičkim simulacijama i analitičkim pristupom (queen's case)



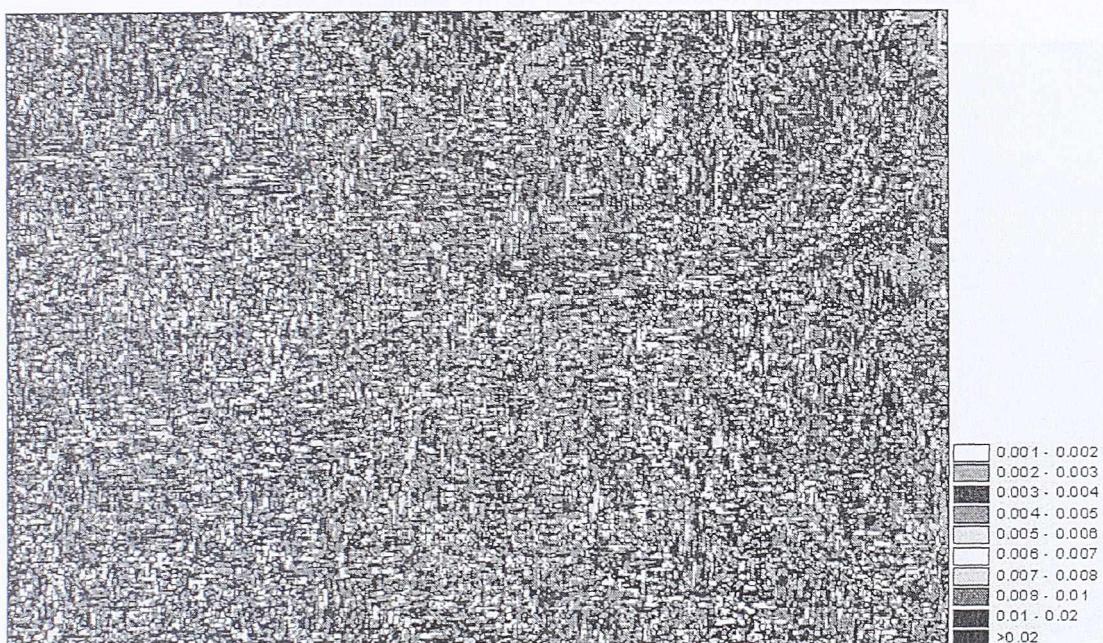
Slika G.5 Horizontalna zakrivljenost terena sračunata rook's case metodom



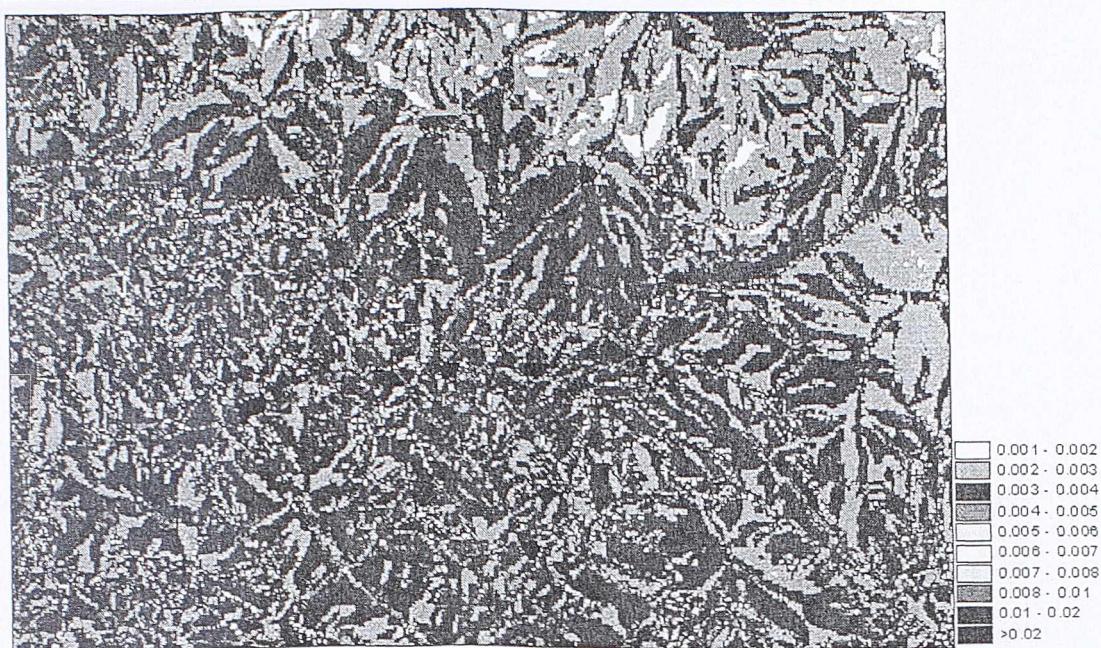
Slika G.6 Stohastički simulirane ocene standardnih grešaka horizontalne zakrivljenosti terena sračunate rook's case metodom (korelisiани slučaj)



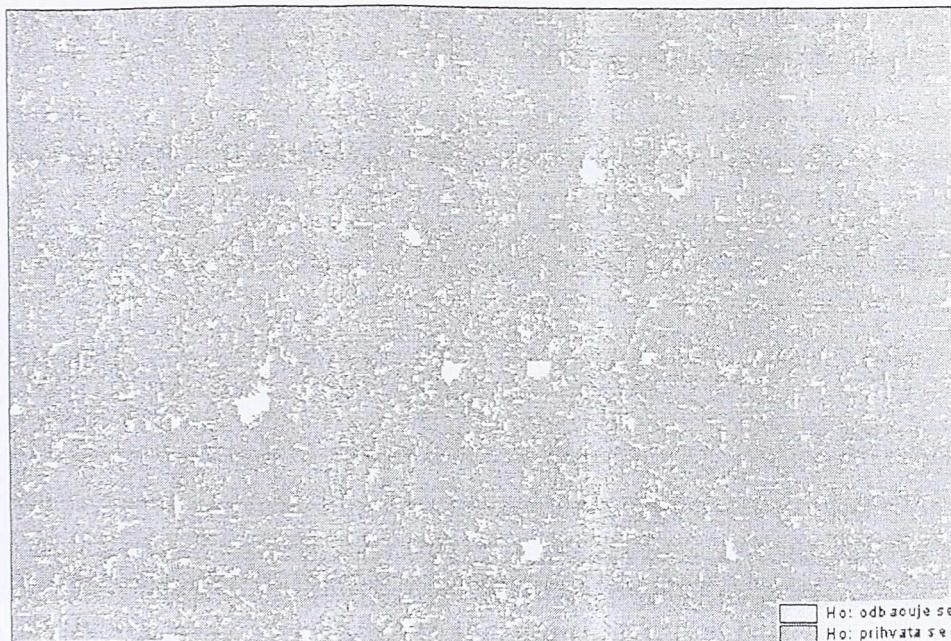
Slika G.7 Vertikalna zakrivljenost terena sračunata queen's case metodom



Slika G.8 Stohastički simulirane ocene standardnih grešaka vertikalne zakrivljenosti terena sračunate queen's case metodom (korelisani slučaj)



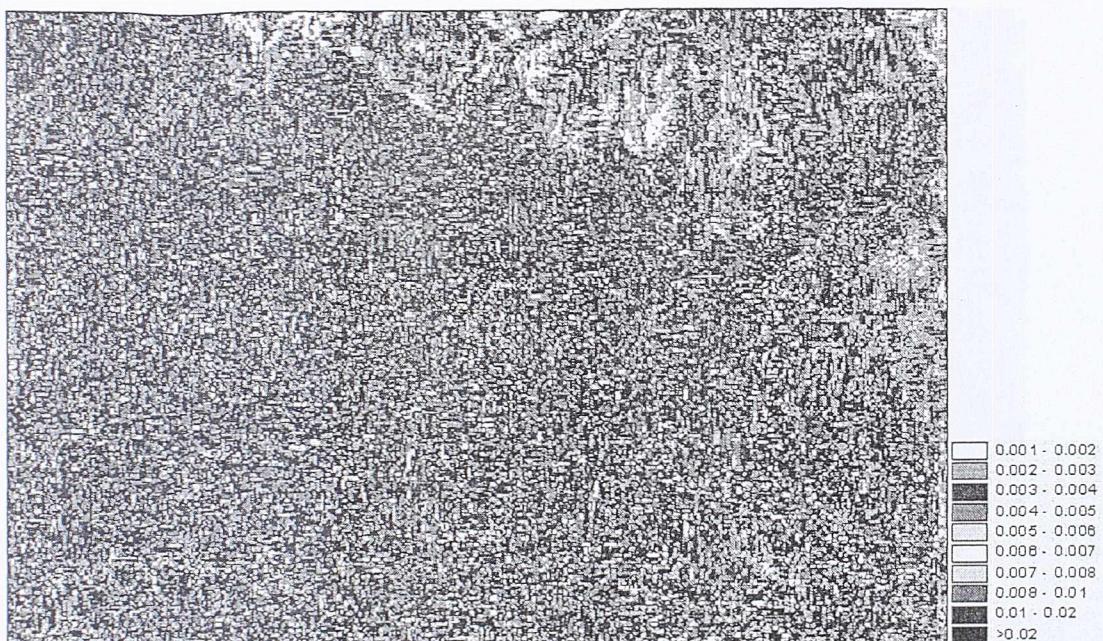
Slika G.9 Analitički dobijene ocene standardnih grešaka vertikalne zakrivljenosti terena sračunate queen's case metodom (korelisani slučaj



Slika G.10 Tematski prikaz saglasnosti testa o jednakosti standardnih grešaka vertikalne zakrivljenosti terena dobijenih stohastičkim simulacijama i analitičkim pristupom (queen's case)



Slika G.11 Verikalna zakrivljenost terena sračunata rook's case metodom

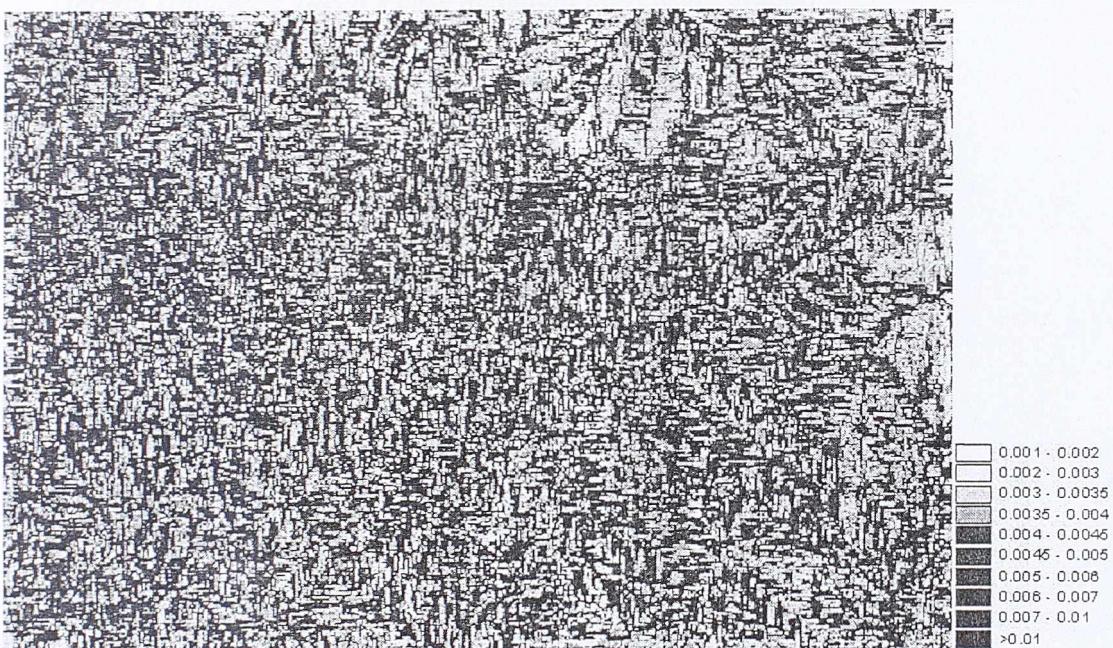


Slika G.12 Stohastički simulirane ocene standardnih grešaka vertikalne zakrivljenosti terena sračunate rook's case metodom (korelisani slučaj)



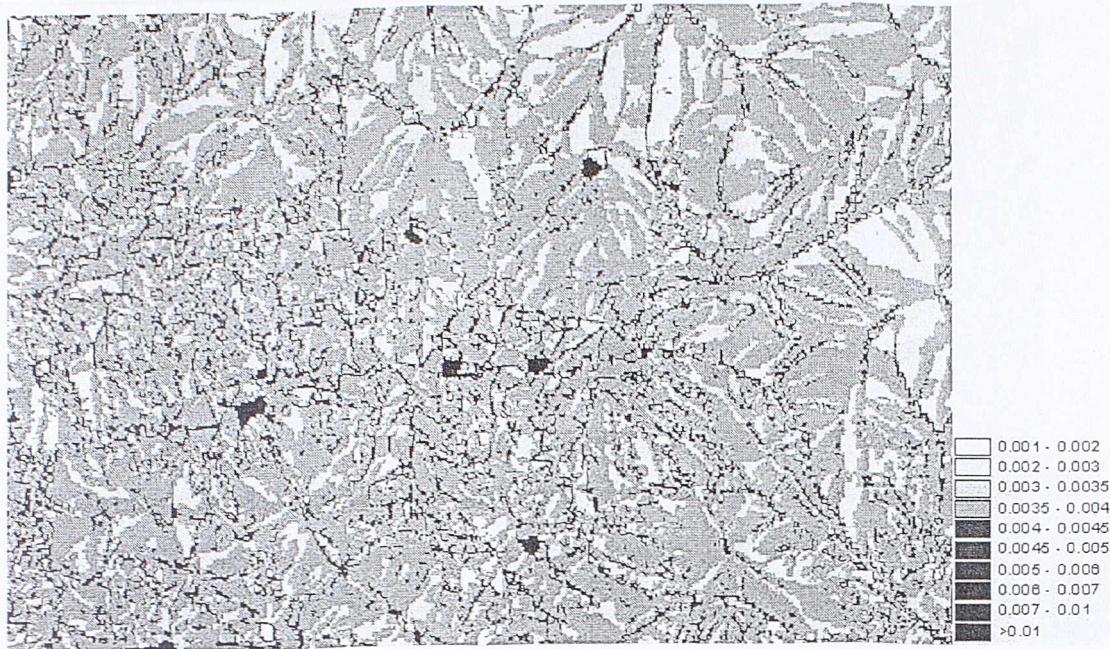


Slika G.13 Tangencijalna zakrivljenost terena sračunata queen's case metodom



Slika G.14 Stohastički simulirane ocene standardnih grešaka tangencijalne zakrivljenosti terena sračunate queen's case metodom (korelisani slučaj)





Slika G.15 Analitički dobijene ocene standardnih grešaka tangencijalne zakrivljenosti terena sračunate queen's case metodom (korelisani slučaj)

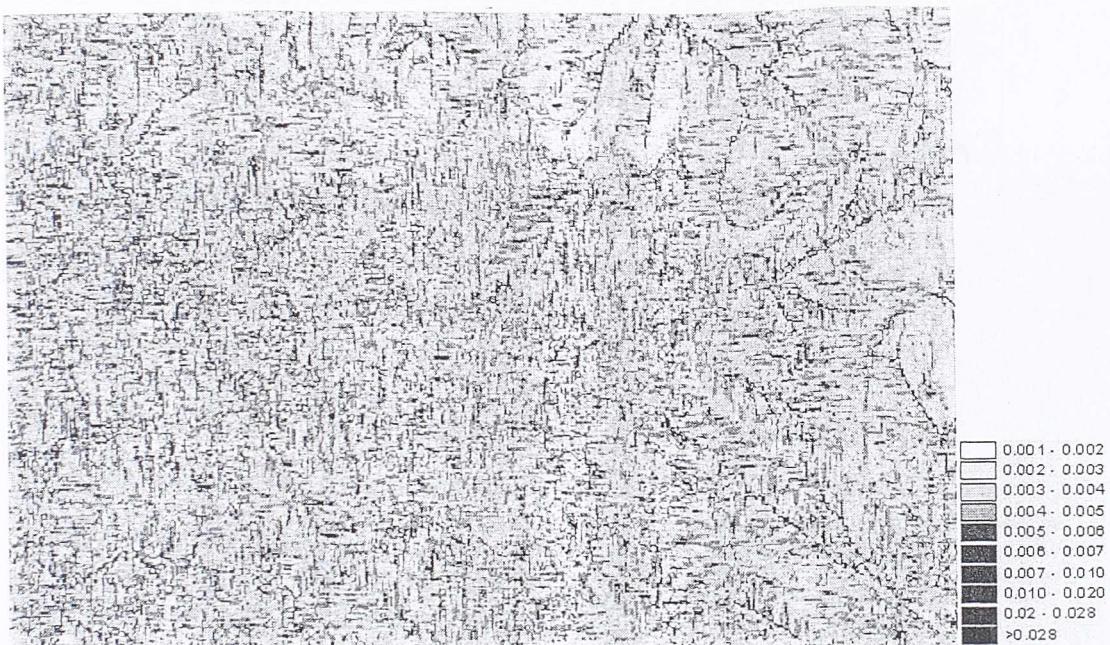


Slika G.16 Tematski prikaz saglasnosti testa o jednakosti standardnih grešaka tangencijalne zakrivljenosti terena dobijenih stohastičkim simulacijama i analitičkim pristupom (queen's case)





Slika G.17 Tangencijalna zakrivljenost terena sračunata rook's case metodom

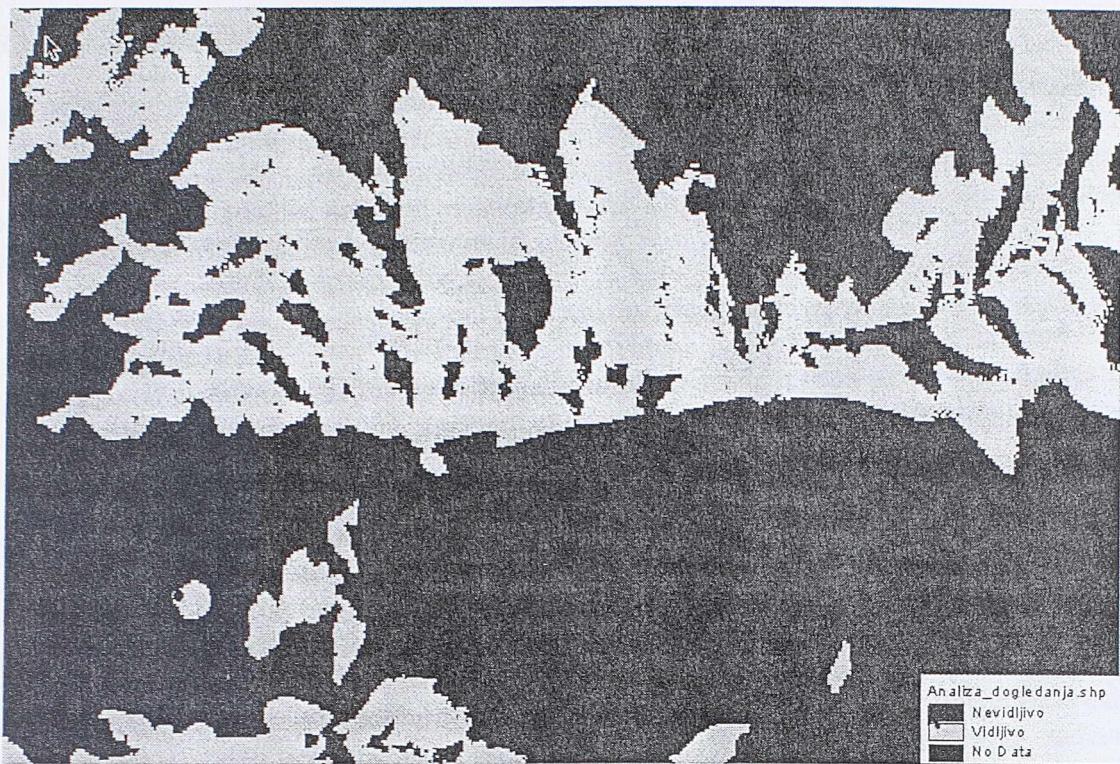


Slika G.18 Stohastički simulirane ocene standardnih grešaka tangencijalne zakrivljenosti terena sračunate rook's case metodom (korelisani slučaj)

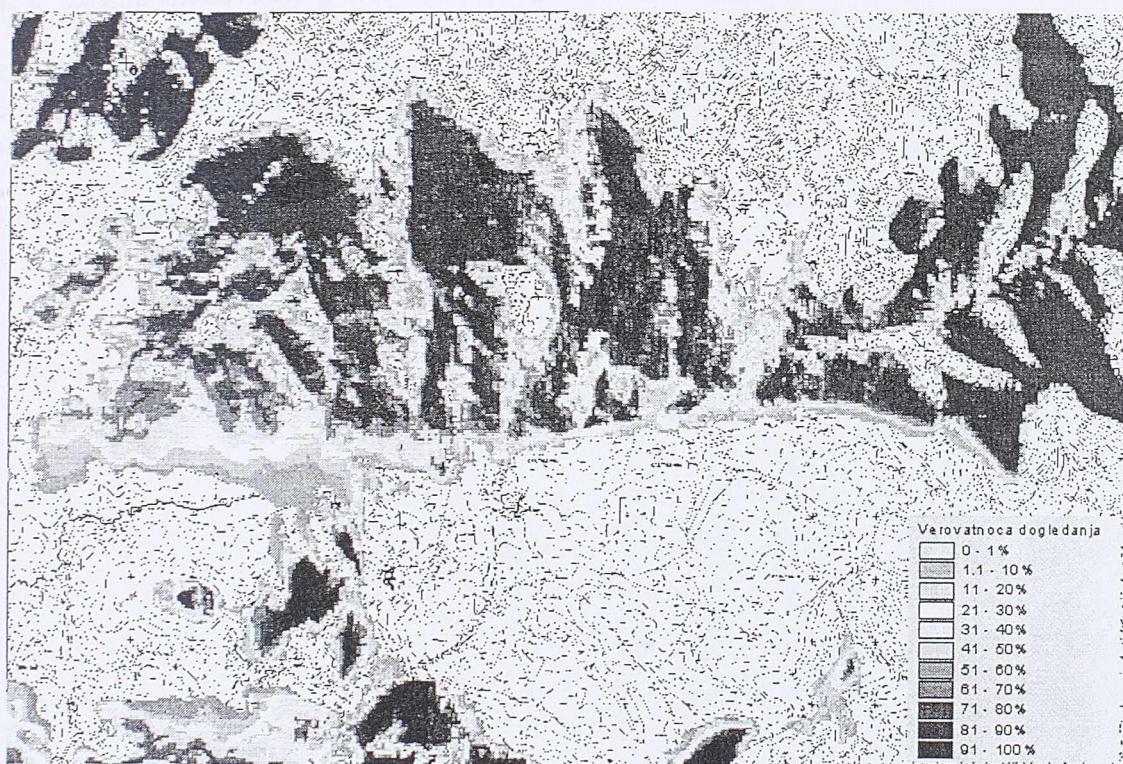
PRILOG H

**ANALIZA DOGLEDANJA TERENA NA TEST  
PODRUČJU "ZLATIBOR"**

*Tabla H.3 Karta razgledanja dogledanja terena na test području "Zlatibor".*



Slika H.1 Tematska karta dogledanja test područja 'Zlatibor'



Slika H.2 Karta verovatnoća dogledanja terena na test području „Zlatibor”

## BIOGRAFIJA KANDIDATA

Mr Branislav Bajat, dipl.geod.inž. rođen je 22.09.1963. godine u Kosovskoj Mitrovici, Republika Srbija. Osnovnu školu i gimnaziju završio je u Beogradu sa odličnim uspehom. Na Odsek za geodeziju Građevinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu upisao se školske 1982/83 godine, i položio sve predviđene ispite sa prosečnom ocenom 8.03. Diplomski rad iz predmeta Inženjerska geodezija odbranio je 1989. godine sa ocenom 10 (deset).

Poslediplomske studije na Građevinskom fakultetu u Beogradu – smer Fotogrametrija i Kartografija upisao je 1990. godine, i položio sve predviđene ispite sa prosečnom ocenom 9.56. Magistarski rad pod nazivom **“Analiza kvaliteta digitalnih modela terena primenom izabranih analitičkih metoda”** odbranio je 1996. godine, čime je stekao zvanje magistra tehničkih nauka iz oblasti geodezije.

Kandidat je zaposlen na Građevinskom fakultetu od školske 1989/90. godine, prvo kao inženjer saradnik na Katedri za Geodeziju i Inženjersku geodeziju, a zatim je maja 1990. godine izabran za asistenta pripravnika na grupi predmeta Geodezija (za studente građevinskog odseka) i Geodezija u saobraćajnicama. Decembra 1997. godine izabran je u zvanje asistenta za istu grupu predmete. Pored toga održavao je vežbanja i na predmetima: Geodezija u komunalnim sistemima (od uvođenja tog predmeta na smeru za Planiranje i građenje naselja), Geodezija 1, Račun izravnjanja 1, Kartografija 1, Uvod u primenu računara i Tehničko crtanje. Koautor je zbirke zadataka **“Geodezija za građevince”** i **“Praktikum iz geodezije”**, koji su štampani 2001., odnosno 2002. godine u izdanju Građevinskog fakulteta u Beogradu.

U toku 2002. godine kandidat je proveo četiri meseca na stručnom usavršavanju na Tehničkom univerzitetu Hamburg – Harburg. Do sada je samostalno ili kao koautor objavio 7 naučnih i 23 stručna rada.

Mr Branislav Bajat piše, čita i govori engleski jezik, i služi se nemačkim i francuskim jezikom.



РД 18342



300130479

COBISS