

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ  
ГРАЂЕВИНСКИ ФАКУЛТЕТ

***ПРИЛОГ ТЕРМИЧКОМ ПРОРАЧУНУ  
ГРАВИТАЦИОНИХ БРАНА ОД ВАЉАНОГ БЕТОНА***

***- ДОКТОРСКА ДИСЕРТАЦИЈА -***

*мр Владан М. Кузмановић*

Београд, 2007. године





РА 19413

UG 512782482

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ  
ГРАЂЕВИНСКИ ФАКУЛТЕТ

**ПРИЛОГ ТЕРМИЧКОМ ПРОРАЧУНУ  
ГРАВИТАЦИОНИХ БРАНА ОД ВАЉАНОГ БЕТОНА**

**- ДОКТОРСКА ДИСЕРТАЦИЈА -**

мр Владан М. Кузмановић, дипл. грађ. инж.

Београд, 2007. године

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА  
СВЕТОЗАР Београд  
И. Бр. 147184



## ПРИЛОГ ТЕРМИЧКОМ ПРОРАЧУНУ ГРАВИТАЦИОНИХ БРАНА ОД ВАЉАНОГ БЕТОНА

### РЕЗИМЕ

У овој дисертацији приказани су сви битни аспекти термичког прорачуна и дат је целовит одговор о утицају најважнијих чинилаца на термичко понашање гравитационих брана од ваљаног бетона. Прорачун температурног поља, са анализом утицаја почетних и граничних услова, карактеристика мешавине и дебљине слојева, урађен је на *раванском моделу* попречног пресека карактеристичне непреливне ламеле. За одређивање дужине ламеле и испитивање зависности између температуре, напона затезања и дужине ламеле, формиран је *просторни нумерички модел*. Верификација раванског модела извршена је на основу резултата мерења са бране Платановриса, чиме су резултати потврђени у размери 1:1.

*Раванским моделом*, уз претпоставку о равном стању деформација, извршен је прорачун температурног поља за период од пет година. При томе су реално моделиране врсте материјала, димензије и облик попречног пресека, а одговарајућим избором мреже коначних елемената узета је у обзир и технологија ваљаног бетона.

Термичке особине материјала усвојене су према резултатима мерења на брани Платановриса, док је процес размене топлоте између бране и спољашње средине неустаљен (нестационаран), у зависности начина неге одговарајућих хоризонталних спојница и пауза при бетонирању.

Гранични услови обухватају константну температуру на спољашњим контурама стене и променљиву температуру на узводној и низводној контури (тј. на узводном и низводном лицу), на круни бране и у галеријама. Гранични услови по померањима једнаки су нули на границама садејствујуће стенске масе, док су почетни услови задати по температурама, преко вредности у чворовима коначних елемента.

На основу добијених резултата прорачуна и поређења са одговарајућим резултатима мерења, следи да дефинисани равански модел омогућава реално моделирање термичких процеса и *поуздано одређивање промене температурног поља у функцији времена*, код произвољне гравитационе бране од ваљаног бетона.

*Просторни модел* обухвата једну ламелу и користи се за фазну термичко-напонску анализу и одређивање дужине ламеле. Уместо стварне дебљине слојева, уведена је *заменењујућа дебљина слојева*, чиме је смањен број коначних елемената, број условних једначина проблема и време трајања прорачуна, тако да је могуће извршити овај нумерички веома захтеван прорачун. Параметарском анализом показано је да се утицај заменењујуће дебљине слојева на квалитет резултата прорачуна може занемарити.

Термичке особине материјала исте су као у раванском моделу, а механичке особине усвојене су према резултатима мерења на брани Платановриса. Чврстоћа на

притисак, чврстоћа на затезање, модул еластичности и Поасонов коефицијент задати су у функцији времена и температуре. Такође, помоћу "*Double Power Law*" модела дефинисана је функција течења, чиме је узето у обзир вискоеластично понашање ваљаног бетона.

У првом делу термичко-напонске анализе врши се прорачун неустаљеног просторног температурног поља кроз време. У другом делу (водећи рачуна о еквивалентној старости бетона) претходно одређене температуре задају се као утицаји, и врши се, у материјалном смислу *нелинеарна, вискоеластична анализа*, у којој се карактеристике материјала мењају кроз време и где је узет у обзир утицај течења на напоне и деформације. Прорачун је урађен по фазама, при чему сваки замењујући слој представља нову (замењујућу) фазу грађења, чије је трајање једнако збиру трајања грађења стварних слојева који су апроксимирани замењујућим.

Резултати приказани у поглављу 6. показују да просторни модел омогућава *поуздан прорачун термичких напона и одређивање дужине ламеле* гравитационе бране од ваљаног бетона, узимајући у обзир реалну геометрију, стварне почетне и граничне услове, термичке и механичке особине материјала у функцији времена и температуре, вискоеластично понашање ваљаног бетона, као и динамику грађења бране у слојевима.

**Кључне речи:** термички прорачун, гравитациона брана од ваљаног бетона, метода коначних елемената, нумерички модел, фазна неустаљена нелинеарна анализа, вискоеластичност, температурно поље, термички напон затезања, дужина ламеле.

# THERMAL–STRESS ANALYSIS OF ROLLER COMPACTED CONCRETE DAMS

## ABSTRACT

This thesis deals with a thermal analysis of the roller compacted concrete dams, with an emphases on the most important factors on thermal RCC dams behavior. Thermal field computation with initial and boundary condition analysis has been done using 2D model of characteristic non-overflow cross-section. 3D numerical model has been developed for temperature-stress relationship analysis and estimation on the section length. 2D model verification has been done based on Platanovyssi dam field investigations.

Thermal field computation has been modeled for five years period, with specific dimensions and shape of the dam cross-section, and adequate description of materials and RCC technology and appropriate finite element mesh.

Thermal characteristics of materials are estimated based on field and laboratory investigations. The unsteady thermal flow exchange between the dam and surroundings has been influenced by the curing conditions and the summer and winter concreting breaks. Temperature boundary conditions represent the constant temperature at the rock foundation outer boundaries, as well as observed temperatures at upstream and downstream dam face, the dam crest and galleries. Displacements on boundaries of rock foundations are given to be zero. Initial conditions represent the initial temperatures at the mesh nodes.

Having in mind a good agreement of the computed and observed temperatures, one can conclude that the developed 2D model is capable of reliable estimation of the time-driven temperature field for a given RCC dam.

*3D model* treats one transversal joint distance for thermal stress analysis and transversal joint distance estimation. Instead of an actual layer-thickness, an *exchanged thickness* is introduced, which allows for the smaller finite element model, and acceptable length of the computational time, without compromising on the results quality. Thermal characteristics of the materials are the same as for the 2D model, while the mechanical characteristics have been obtained from the in-situ investigations. Compression strength, tensile strength, elasticity modulus and Poisson's coefficient are given as a function of the time and temperature. Creeping function is defined by a "*Double Power Law*", keeping in mind viscoelastic behavior of roller compacted concrete.

In the first stage of the thermal-stress analysis, unsteady thermal field has been computed. The second stage uses the results of the aforementioned thermal-stress analysis, for the *nonlinear viscoelastic analysis*, with time depend characteristics of RCC, and *influence of creeping on stress and strain state*, keeping in mind the equivalent age of concrete. The computation has been done in phases, with each exchanged layer representing a separate



# THERMAL-STRESS ANALYSIS OF ROLLER COMPACTED CONCRETE DAMS

## ABSTRACT

This thesis deals with a thermal analysis of the roller compacted concrete dams, with an emphases on the most important factors on thermal RCC dams behavior. Thermal field computation with initial and boundary condition analysis has been done using 2D model of characteristic non-overflow cross-section. 3D numerical model has been developed for temperature-stress relationship analysis and estimation on the section length. 2D model verification has been done based on Platanovyssi dam field investigations.

Thermal field computation has been modeled for five years period, with specific dimensions and shape of the dam cross-section, and adequate description of materials and RCC technology and appropriate finite element mesh.

Thermal characteristics of materials are estimated based on field and laboratory investigations. The unsteady thermal flow exchange between the dam and surroundings has been influenced by the curing conditions and the summer and winter concreting breaks. Temperature boundary conditions represent the constant temperature at the rock foundation outer boundaries, as well as observed temperatures at upstream and downstream dam face, the dam crest and galleries. Displacements on boundaries of rock foundations are given to be zero. Initial conditions represent the initial temperatures at the mesh nodes.

Having in mind a good agreement of the computed and observed temperatures, one can conclude that the developed 2D model is capable of reliable estimation of the time-driven temperature field for a given RCC dam.

*3D model* treats one transversal joint distance for thermal stress analysis and transversal joint distance estimation. Instead of an actual layer-thickness, an *exchanged thickness* is introduced, which allows for the smaller finite element model, and acceptable length of the computational time, without compromising on the results quality. Thermal characteristics of the materials are the same as for the 2D model, while the mechanical characteristics have been obtained from the in-situ investigations. Compression strength, tensile strength, elasticity modulus and Poisson's coefficient are given as a function of the time and temperature. Creeping function is defined by a "*Double Power Law*", keeping in mind viscoelastic behavior of roller compacted concrete.

In the first stage of the thermal-stress analysis, unsteady thermal field has been computed. The second stage uses the results of the aforementioned thermal-stress analysis, for the *nonlinear viscoelastic analysis*, with time depend characteristics of RCC, and *influence of creeping on stress and strain state*, keeping in mind the equivalent age of concrete. The computation has been done in phases, with each exchanged layer representing a separate

construction phase, with duration equal to the total duration of the all actual phases approximated by the exchanged layer.

The results of the computation (given at the chapter 6.) demonstrate that *3D model enables reliable thermal-stress computation and transversal joint distance estimation for the RCC gravity dams*, with the actual geometry, actual initial and boundary conditions, thermal and mechanical characteristics of materials, as functions of time and temperature, viscoelastic behavior of RCC, as well as specific time schedule for the dam construction.

**Key words:** thermal analysis, roller compacted concrete gravity dam, finite element method, numerical model, unsteady phased nonlinear analysis, viscoelasticity, temperature field, tensile thermal stress, transversal joint distance.

## САДРЖАЈ

<b>1. УВОД</b>	1
1.1. ОПИС ПРОБЛЕМА	1
1.2. ПРЕДМЕТ И ЦИЉ ИСТРАЖИВАЊА	2
1.3. ПРЕГЛЕД ДОСАДАШЊИХ ИСТРАЖИВАЊА	3
1.3.1. Гравитационе бране од хидротехничког бетона	4
1.3.2. Гравитационе бране од ваљаног бетона	16
<b>2. ОСНОВЕ ТЕРМИЧКОГ ПРОРАЧУНА</b>	32
2.1. ОСНОВНИ ПОЈМОВИ И ЈЕДНАЧИНЕ	32
2.1.1. Температурно поље	32
2.1.2. Диференцијална једначина проводљивости топлоте	33
2.1.3. Почетни и гранични услови	34
2.1.4. Формулисање задатка о проводљивости топлоте	36
2.1.5. Решавање задатка о проводљивости топлоте	37
2.1.6. Одређивање напона и деформација услед температуре	38
2.1.7. Услов за појаву прслине	41
2.2. ТЕРМИЧКЕ ОСОБИНЕ ВАЉАНОГ БЕТОНА	42
2.2.1. Адијабатски пораст температуре	42
2.2.2. Специфична топлота	45
2.2.3. Топлотна проводљивост	45
2.2.4. Термичка дифузија	46
2.2.5. Коефицијент термичког ширења	47
2.3. МЕХАНИЧКЕ ОСОБИНЕ ВАЉАНОГ БЕТОНА	48
2.3.1. Модул еластичности	48
2.3.2. Поасонов коефицијент	51
2.3.3. Чврстоћа на притисак	51
2.3.4. Чврстоћа на затезање	54
2.3.5. Течење	56
2.3.6. Запреминска тежина	59
<b>3. РЕЗУЛТАТИ МЕРЕЊА НА БРАНИ "ПЛАТАНОВРИСИ"</b>	61
3.1. УВОД	61
3.2. ОСНОВНИ ПОДАЦИ О БРАНИ	61
3.3. ОСОБИНЕ МЕШАВИНЕ	62
3.3.1. Програм испитивања	62
3.3.2. Састав мешавине	63
3.4. МЕХАНИЧКЕ КАРАКТЕРИСТИКЕ МАТЕРИЈАЛА	67
3.4.1. Ваљани бетон у телу бране	68
3.4.2. Контурни бетон	74
3.4.3. Изравнавајући бетон	76
3.4.4. Стенска маса у темељу	77

3.5. ПОДАЦИ ЗА ТЕРМИЧКИ ПРОРАЧУН	77
3.5.1. Термичке особине бетона	77
3.5.2. Термичке особине стенске масе	80
3.5.3. Температура мешавине у тренутку уграђивања	81
3.5.4. Динамика грађења	81
3.5.5. Температура спољашње средине	81
3.5.6. Динамика пуњења и промене нивоа воде у акумулацији	83
3.6. ТЕМПЕРАТУРНО ПОЉЕ	83
3.6.1. Термометри	83
3.6.2. Температуре у фази грађења бране и пре пуњења акумулације	84
3.6.3. Температуре у фази експлоатације	86
<b>4. НУМЕРИЧКИ МОДЕЛ</b>	92
4.1. УВОД	92
4.2. ТЕОРИЈСКА ОСНОВА	92
4.2.1. МКЕ формулација једначине провођења топлоте	92
4.2.2. Временска интеграција једначине провођења топлоте	94
4.2.3. Нелинеаран температурни проблем	95
4.2.4. Фазна термичко-напонска анализа	96
4.2.5. МКЕ формулација термичко-напонске анализе	98
4.2.6. Вискоеластичност	99
4.2.7. Топлота хидратације	106
4.3. НУМЕРИЧКИ МОДЕЛИ БРАНЕ "ПЛАТАНОВРИСИ"	107
4.3.1. Равански модел попречног пресека – модел М1	108
4.3.2. Просторни модел	115
4.4. ПРОРАЧУН ТЕМПЕРАТУРЕ – ВЕРИФИКАЦИЈА МОДЕЛА	119
4.4.1. Температуре у фази грађења бране	120
4.4.2. Температуре после завршетка грађења, пре пуњења акумулације	126
4.4.3. Температуре у фази експлоатације	127
<b>5. АНАЛИЗА ТЕРМИЧКОГ ПОНАШАЊА ГРАВИТАЦИОНИХ РСБ БРАНА</b>	135
5.1. УТИЦАЈ ПОЧЕТНИХ УСЛОВА	135
5.1.1. Модел М1РУ-3	136
5.1.2. Модел М1РУ+5	139
5.1.3. Оцена утицаја почетних услова	142
5.2. УТИЦАЈ КАРАКТЕРИСТИКА МЕШАВИНЕ	145
5.2.1. Модел М1КМ-10	145
5.2.2. Модел М1КМ-5	149
5.2.3. Модел М1КМ+5	152
5.2.4. Оцена утицаја карактеристика мешавине	156
5.3. УТИЦАЈ ГРАНИЧНИХ УСЛОВА	159
5.3.1. Модел М1ГУ-10	159
5.3.2. Модел М1ГУ-5	163

5.3.3. Модел MIGU+10	166
5.3.4. Оцена утицаја граничних услова	169
5.4. УТИЦАЈ ДЕБЉИНЕ СЛОЈЕВА	173
5.4.1. Модел M1DS60	173
5.4.2. Модел M1DS90	177
5.4.3. Оцена утицаја дебљине слојева	180
5.5. ПОРЕЂЕЊЕ РЕЗУЛТАТА ПРОРАЧУНА ПО МОДЕЛИМА	183
<b>6. УТИЦАЈ ТЕМПЕРАТУРЕ НА ДУЖИНУ ЛАМЕЛА</b>	<b>188</b>
6.1. ЧИНИОЦИ КОЈИ УТИЧУ НА ДУЖИНУ ЛАМЕЛА	188
6.2. МОДЕЛ 3DL20	189
6.2.1. Верификација прорачуна температуре	190
6.2.2. Модел 3DL20 – напони у фази грађења бране	196
6.2.3. Модел 3DL20 – напони у фази експлоатације	203
6.2.4. Модел 3DL20 – напони у карактеристичним чворовима	215
6.3. МОДЕЛ 3DL24	221
6.3.1. Модел 3DL24 – напони у фази грађења бране	222
6.3.2. Модел 3DL24 – напони у фази експлоатације	226
6.3.3. Модел 3DL24 – напони у карактеристичним елементима	236
6.4. МОДЕЛ 3DL16	240
6.4.1. Модел 3DL16 – напони у фази грађења бране	240
6.4.2. Модел 3DL16 – напони у фази експлоатације	243
6.4.3. Модел 3DL16 – напони у карактеристичним чворовима	249
6.5. ОЦЕНА УТИЦАЈА ДУЖИНЕ ЛАМЕЛЕ НА ТЕРМИЧКЕ НАПОНЕ	252
<b>7. ЗАКЉУЧАК</b>	<b>259</b>
7.1. ОЦЕНА РАВАНСКОГ МОДЕЛА	259
7.2. ОЦЕНА ТЕРМИЧКОГ ПОНАШАЊА ГРАВИТАЦИОНИХ РСБ БРАНА	259
7.3. ОЦЕНА ПРОСТОРНОГ МОДЕЛА	262
<b>8. ПРИЛОЗИ</b>	<b>264</b>
8.1. ГЕОМЕТРИЈА БРАНЕ	265
8.1.1. Основа	265
8.1.2. Подужни пресек у оси бране	266
8.1.3. Карактеристичан попречни пресек непреливне ламеле	267
8.2. ИСПИТИВАЊЕ МЕШАВИНЕ	268
8.2.1. Пројектни параметри мешавине	268
8.2.2. Гранулометријски састав агрегата у испитиваним мешавинама	269
8.2.3. Потребне количине воде у испитиваним мешавинама	270
8.3. ДИНАМИКА ГРАЂЕЊА И РЕЗУЛТАТИ МЕРЕЊА ТЕМПЕРАТУРА	271
8.3.1. Температуре ваздуха	271
8.3.2. Распоред термометара у попречном пресеку на Ст.0+200,5	272
<b>9. ЛИТЕРАТУРА</b>	<b>273</b>



# 1. УВОД

## 1.1. ОПИС ПРОБЛЕМА

Гравитационе бране од ваљаног бетона представљају релативно нови тип бетонских брана, који је у свету почео интензивно да се примењује последњих двадесет година. Њихов развој је у почетку био спор, јер је у периоду од 1980. до 1986. године изграђено мање од двадесет оваквих брана. Међутим, захваљујући веома позитивним искуствима широм света, до данас је изграђено близу 300 брана од ваљаног бетона, лит. [90].

Назив *ваљани бетон* (*Roller Compacted Concrete - RCC*) указује на једну од две основне карактеристике овог материјала. То је технолошки поступак транспорта, разастирања и збијања бетона механизацијом за насуте земљане бране. На тај начин омогућени су изузетно велики дневни учинци и значајно скраћење времена грађења. Друга битна карактеристика ваљаног бетона је врло крута конзистенција бетонске мешавине са малом количином цемента и значајним додатком пуцолана, лит. [12].

С обзиром на овакве особине мешавине, могло би се закључити да анализа термичких утицаја код RCC брана није потребна. Међутим, иако је топлота хидратације релативно ниска, досадашња искуства показују да је термички прорачун неопходан, нарочито код високих брана. Узроци су краће време грађења у односу на бране од класичног бетона и технологија грађења у слојевима, што значајно смањује могућност одавања топлоте са слободних површина бране. Због тога по уграђивању бетона долази до повећања температуре, а након завршетка процеса хидратације, почиње хлађење бетона до просечне вишегодишње температуре ваздуха. Температурне промене изазивају ширење и скупљање конструкције. Пошто је промена запремине ограничена, као последица скупљања јављају се термички напони затезања. Уколико су ови напони већи од чврстоће ваљаног бетона на затезање, долази до појаве прслина.

Прслине услед утицаја температуре ("*термичке*" прслине) су по правилу вертикалне. Обично се јављају у близини узводног и низводног лица, али је могуће да се јаве и по дубини попречног пресека бране, као и у зони темељне спојнице. У зависности од граничних услова, тј. температуре ваздуха, воде у акумулацији и садејствујуће стене, температура у маси бетона веома споро опада. Због тога је неопходно извршити дуготрајну анализу која обухвата вишегодишњи рачунски период.

Да би се одредио број и положај разделница, потребно је урадити термички прорачун вредности напона затезања у правцу осе бране. Прорачун обухвата дефинисање термичких и механичких особина ваљаног бетона у зависности од температуре и времена, одређивање температурног поља у конструкцији у свим временским фазама и прорачун напона. Пошто код раванских модела попречног пресека, напони у правцу осе бране не зависе од дужине конструкције, неопходно је формирати просторни (тродимензионални) нумерички модел. Уколико постоје услови



за настанак прслина, брана се помоћу вертикалних трансверзалних разделница дели на ламеле, које у конструктивном смислу представљају међусобно независне делове. Дужина ламеле у правцу осе бране (од једне према другој обали) одређује се тако да има максималну вредност, а да напони услед температуре (и сопствене тежине конструкције) буду мањи од чврстоће ваљаног бетона на затезање. Тиме се онемогућава појава вертикалних прслина, уз минималан број конструктивних разделница и пуну искоришћеност предности технологије ваљаног бетона.

Развој термичког прорачуна брана од ваљаног бетона текао је паралелно са развојем овог типа брана. Због мале количине цемента у мешавини, у почетку се сматрало да проблем термичких утицаја није изражен, да прорачун није потребан и да се RCC бране трансверзалним разделницама не морају делити на ламеле. Појава прслина и процуривање на већини америчких брана изграђених до 1990. године, указала је на неопходност термичког прорачуна и примену разделница. У свету су од тада урађена бројна експериментална истраживања термичких карактеристика ваљаног бетона, објављен велики број радова о утицају температуре код RCC брана и дате одређене препоруке за прорачун дужине ламела.

У нашој земљи до сада није изграђена ниједна брана од ваљаног бетона, нити су вршена истраживања у области њиховог термичког прорачуна. Имајући у виду несумњиве предности RCC брана и очекивана улагања у области хидротехнике, аутор сматра да ће врло брзо и код нас бити изграђене прве бране овог типа. Због свега наведеног, предмет истраживања је веома актуелан, а добијени резултати представљају вредан допринос грађевинској теорији и пракси.

## 1.2. ПРЕДМЕТ И ЦИЉ ИСТРАЖИВАЊА

Предмет дисертације је термички прорачун гравитационих брана од ваљаног бетона и анализа термичког понашања у зависности од почетних и граничних услова, карактеристика мешавине и дебљине слојева, као и одређивање дужине ламеле. У том циљу, најпре су у другом поглављу приказане основе термичког прорачуна са основним појмовима и једначинама, термичким и механичким особинама ваљаног бетона.

Следе опис и анализа резултата мерења на брани Платановриса (Платановружн, висина 95 m) који обухватају податке о брани, особинама мешавине, механичким карактеристикама материјала, податке за термички прорачун лит. [48] до [52] и мерења температуре, лит. [107]. Резултати су добијени од фирме "Public Power Corporation", приликом студијског боравка аутора на брани Платановриса, у Грчкој, крајем јануара и почетком фебруара месеца 2004. године и приказани су у трећем поглављу. Резултати се односе на период од почетка лабораторијских испитивања мешавине, преко грађења и пуњења акумулације, закључно са фазом експлоатације. Извршени су преглед, анализа и обрада података и приказ величина потребних за верификацију и калибрацију нумеричког модела.

У четвртном поглављу, приказан је оригиналан нумерички модел који је развијен помоћу програмског пакета *DIANA* (Делфт, Холандија), лит. [80] до [86]. Најпре су



описане могућности примене програма *DIANA*, а затим теоријске основе на којима се модел заснива. Следи опис раванског модела попречног пресека за прорачун температурног поља у телу бране и просторног модела за тродимензионалну термичко-напонску анализу. Оба модела имају реалне почетне и граничне услове, задате на основу резултата мерења на брани Платановриси. На крају овог поглавља извршен је прорачун температурног поља помоћу раванског модела попречног пресека бране, калибрација и верификација модела на основу расположивих резултата мерења. Прорачун обухвата временски период од пет година, од почетка грађења до три и по године након почетка рада.

На примеру бране Платановриси, у петом поглављу је извршена анализа термичког понашања гравитационих брана од ваљаног бетона. Помоћу претходно верификованог раванског модела, разматрана је промена температурног поља у зависности од почетних услова, карактеристика мешавине, граничних услова и дебљине слојева. На основу добијених резултата, дата је оцена термичког понашања, имајући у виду специфичности бране Платановриси.

За одређивање дужине ламеле коришћен је просторни модел. У поглављу 6, прво су описани чиниоци који утичу на дужину ламела, а затим је извршен прорачун помоћу модела 3DL20. Прорачуном је показано да се за дужину посматране ламеле од 20 m добијају напони затезања незнатно мањи од чврстоће ваљаног бетона на затезање, односно да је то максимална дужина ламеле која проистиче из услова термичког напрезања. Затим је на моделима 3DL24 и 3DL16 испитивана зависност између дужине ламеле и термичких напона затезања, у циљу сагледавања могућности појаве прслина. Осим према дужини ламеле, модели 3DL24 и 3DL16 се од модела 3DL20 разликују и по коригованом граничном услову (хоризонтално померање чворова у правцу осе бране) на контакту бране и стене на левој и десној граници ламеле, чиме је сагледан утицај овог граничног услова на напонско стање у темељној спојници. На крају поглавља дата је оцена утицаја дужине ламеле на термичке напоне и препоруке за прорачун дужине ламела код гравитационих брана од ваљаног бетона.

Помоћу два типа модела, који су верификовани резултатима мерења на брани Платановриси, омогућена је фазна термичко-напонска анализа гравитационих брана од ваљаног бетона. Раванским моделом је извршена анализа термичког понашања у зависности од почетних и граничних услова, карактеристика мешавине и дебљине слојева. Ова анализа омогућила је да се у просторном моделу уведе замењујућа дебљина слојева и на тај начин смањи број коначних елемената, без битнијег утицаја на квалитет резултата. Свеобухватним просторним моделом одређено је напонско-деформацијско стање, дужине ламеле и утицај дужине ламеле на термичке напоне.

### 1.3. ПРЕГЛЕД ДОСАДАШЊИХ ИСТРАЖИВАЊА

У циљу сагледавања досадашњих истраживања и достигнућа у области термичког прорачуна брана од ваљаног бетона, аутор је прегледао и проучио сву доступну

литературу (видети списак у поглављу 9.) Следи преглед најважнијих референци, при чему се најпре даје законска регулатива и препоруке најважнијих светских институција у области брана од класичног хидротехничког бетона, а затим истраживања у области гравитационих брана од ваљаног бетона.

### 1.3.1. Гравитационе бране од хидротехничког бетона

#### *Препоруке СН 123-60, 1961.*

Према совјетским нормама из 1961. године, лит. [1] и [2], пораст температуре избетонираног блока код гравитационих брана од хидротехничког бетона одређује се у зависности од висине блокова и интензитета повећања висине бране за месец дана. Дијаграмима су дати максималан и просечан (средњи) пораст температура у бетонском блоку услед егзотермног процеса. При изради номограма претпостављене су следеће вредности:

- $\beta = 23,28 \text{ J}/(\text{m}^2 \cdot \text{s} \cdot ^\circ\text{C})$  – коефицијент предаје топлоте;
- $T_b - T_v = 0$  – пад температуре, као разлика температуре бетона и температуре ваздуха, при чему се претпоставља да је хлађење преко горње и свих бочних површина блока;
- $Q = 260 \text{ kg}/\text{m}^3$  – количина цемента у јединици запремине мешавине;
- $h = 293 \text{ kJ}/\text{kg}$  – топлота хидратације цемента.

Средња температура избетонираног блока у тренутку престанка егзотермног процеса ослобађања топлоте хидратације цемента одређује се према изразу:

$$T_{sr} = T_v + T_{e, sr} + T_{kor} \quad (1.1)$$

где су:

- $T_{sr}$  – средња температура избетонираног блока у тренутку престанка ослобађања топлоте хидратације;
- $T_v$  – средња температура ваздуха који окружује блок у току бетонирања;
- $T_{e, sr}$  – повећање средње температуре у средини блока услед топлоте хидратације цемента, које се приближно може одредити помоћу номограма и помоћу израза:

$$T_{e, sr} = T'_{e, sr} \cdot \frac{T_{ad}}{30^0} \quad (1.2)$$

- $T'_{e, sr}$  – просечан пораст температуре у средини блока, услед ослобађања топлоте хидратације цемента, за  $T_{ad} = 30^\circ\text{C}$ ;
- $T_{ad}$  – адијабатска (стална) температура, која се приближно може одредити према изразу:

$$T_{ad} = \frac{Q \cdot H}{c \cdot \rho} \quad (1.3)$$

- $Q$  – количина цемента по јединици запремине бетона, у  $[\text{kg}/\text{m}^3]$ ;
- $H$  – укупна топлота хидратације која се ослободи из 1 kg цемента, у  $[\text{J}/\text{kg}]$ ;

- $c$  – специфични топлотни капацитет бетона, у  $[J/(kg \cdot ^\circ C)]$ ;
- $\rho$  – запреминска маса бетона, у  $[kg/m^3]$ ;
- $T_{kor}$  – корекција температуре бетонске мешавине у односу на температуру ваздуха која окружује блок у току бетонирања, која се приближно одређује према изразу:

$$T_{kor} = T'_{kor} \cdot \frac{T_{bm} - T_v}{10^\circ C} \quad (1.4)$$

- $T'_{kor}$  – корекција температуре бетонске мешавине у односу на температуру ваздуха при  $T_{bm} - T_v = 10^\circ C$ , која је дата номограмом, а зависи од брзине грађења и висине блока ( $T'_{kor} = 2 \div 9$ );
- $T_{bm}$  – температура бетонске мешавине.

Према *СН 123-60*, да би се избегла појава пукотина у првих неколико блокова изнад темеља, препоручује се ограничавање температуре на:  $T_0 + 20^\circ C$ , где је  $T_0$  – прорачуном добијена температура у току рада конструкције.

Прорачун термичких напона односи се на вертикалне површине у средини пресека (у средини ламеле), за блокове са вертикалним спојницама. У циљу поједностављења прорачуна, учињене су следеће претпоставке:

- хлађење масе избетонираног блока настаје само са спољашње стране, тј. сматра се да је температурно поље једнодимензионално;
- разматрају се само делови бране (избетонирани блокови) који су удаљени најмање  $0,4 \cdot d$  од темеља бране, где је  $d$  – дужина ламеле;
- напони се одређују као за равно стање деформација.

Вредност термичког напона, насталог услед периодичне промене температуре спољашње средине (ваздуха), одређује се према изразу:

$$\sigma = \frac{E_b \cdot \alpha_t \cdot T_a}{1 - \nu_b} \left[ f_1 \cdot \cos \frac{2 \cdot \pi \cdot t}{\theta} - f_2 \cdot \sin \frac{2 \cdot \pi \cdot t}{\theta} \right], \quad (1.5)$$

где су:

- $f_1$  – коефицијент који зависи од дужине ламеле, топлотне проводљивости бетона и периода колебања температуре

$$f_1 = 1 - 6,72 \cdot \left( \frac{1}{4 \cdot k_o \cdot d + 13,44} + \frac{k_o \cdot d + 3,36}{4 \cdot k_o^2 \cdot d^2 + 45,2} \right) \quad (1.6)$$

- $f_2$  – коефицијент који зависи од дужине ламеле, топлотне проводљивости бетона и периода колебања температуре

$$f_2 = 6,72 \cdot \left( \frac{1}{4 \cdot k_o \cdot d + 13,44} + \frac{k_o \cdot d - 3,36}{4 \cdot k_o^2 \cdot d^2 + 45,2} \right) \quad (1.7)$$

- $k_o$  – коефицијент који зависи од топлотне проводљивости бетона и периода колебања температуре:



$$k_0 = \sqrt{\frac{\pi}{\theta \cdot a_t}} \quad (1.8)$$

- $E_b$  – модул еластичности бетона, у [GPa];
- $\alpha_t = 1 \cdot 10^{-5} 1/^\circ\text{C}$  – коефицијент линеарне топлотне дилатације бетона;
- $T_a$  – амплитуда колебања температуре ваздуха на месту бране;
- $\nu_b$  – Поасонов коефицијент бочне контракције бетона;
- $t$  – време, у [h];
- $\theta$  – разматрани период колебања температуре (за почетни корак треба узети тренутак највећег одступања температуре од њене средње вредности), у [h];
- $d$  – дужина ламеле у правцу осе бране, у [m];
- $a_t = 0,003 \text{ m}^2/\text{h}$  – коефицијент топлотне проводљивости бетона,

при чему се најнеповољнији тренутак времена ( $t$ ) одређује из једначине:

$$f_1 \cdot \cos \frac{2 \cdot \pi \cdot t}{\theta} + f_2 \cdot \sin \frac{2 \cdot \pi \cdot t}{\theta} = 0 \quad (1.9)$$

Вредност напона услед деловања температуре мора да задовољи услов:

$$\sigma \cdot k_p = \frac{R_{p.usl}}{k} \quad (1.10)$$

где су:

- $k_p$  – коефицијент релаксације (при годишњем колебању температуре треба узети  $k_p = 0,65$ )
- $R_{p.usl}$  – граница чврстоће бетона на затезање, у [kPa];
- $k$  – коефицијент сигурности (узима се  $k = 1,20$ ).

Вредност модула еластичности бетона треба узети у зависности од старости бетона. Такође, препоручује се узимање месечног и годишњег колебања температуре. На крају ових норми, даје се пример прорачуна термичких напона у блоку висине 3 m, ширине 14 m и дужине 14 m, помоћу *методе коначних разлика*.

Основни недостаци препорука *СН 123-60* проистичу из усвојених претпоставки за прорачун термичких напона: температурно поље је једнодимензионално, не уводи се утицај ограничености померања у темељу (јер се разматрају само делови бране који су довољно удаљени од темеља) и претпостављено је равно стање деформација. Због тога, описаним поступком није могуће одредити ширину прслине, нити дужину ламеле (блока), у зависности од вредности граничног напона затезања у хидротехничком бетону.

### *Упутства ИМС-а, 1972.*

Предметна упутства садржана су у студији "Температурни утицаји у масивном бетону и упутства против појаве прслина", коју је 1972. године на захтев Заједнице југословенске електропривреде урадио *Институт за испитивање материјала СР*

Србије (ИМС), лит. [7]. Студија се заснива на совјетским нормама и искуствима са грађења америчких брана.

У студији се приказују неки видови појаве прлина, са шемом карактеристичних прлина код гравитационих бетонских брана, топлотно физичка својства бетона, чиниоци који утичу на деформацију бетона и услов сигурности против појаве прлина са примерима прорачуна термичких напона затезања према СН 123-60, лит. [1]. Оцена стања дотадашњих достигнућа у СФРЈ у овој области најбоље је илустрована у уводу студије где се каже: "У нас се до данас није систематски прилазило проучавању појединих чинилаца и њиховог комбинованог деловања, а мере које су предузимане ради спречавања појаве прлина више су палијативне него ефикасне."

Услов сигурности против појаве прлина дефинише се преко *граничне деформације бетона при затезању* ( $\varepsilon_z$ ) и даје се критеријум да до лома при затезању долази када деформације бетона достигну вредност од 0,06 до 1,5 mm/m. За бране средње и веће висине прописује се обавезно експериментално одређивање  $\varepsilon_z$ . За мање бране и оријентационе прорачуне, може претпоставити  $\varepsilon_z = 1 \cdot 10^{-4}$ , односно 0,1 mm/m, уз обавезно узимање течења у обзир и само за бетоне старије од месец дана.

Према упутствима, сматра се да не постоји опасност од појаве прлина када је задовољен израз:

$$\sigma_z = \frac{\varepsilon_z \cdot E_b}{k_s} = \frac{\beta_z}{k_s}, \quad (1.11)$$

где су:

- $\sigma_z$  – напон затезања у бетону у датом тренутку, услед температурног градијента и спољашњег оптерећења, узимајући у обзир утицај течења, у [МПа], који се одређује према СН 123-60, израз (1.5);
- $\varepsilon_z = 1 \cdot 10^{-4} = 0,1$  mm/m – гранична дилатација бетона при затезању;
- $E_b$  – модул еластичности бетона при затезању у датом тренутку, у [МПа];
- $k_s$  – коефицијент сигурности, који се узимама као 1,2 у фази грађења, односно од 1,4 до 2,0 у фази експлоатације, у зависности од могућег утицаја прлина на стабилност објекта;
- $\beta_z$  – механичка чврстоћа бетона при затезању, у [МПа].

Предметна студија ИМС-а значајна је због тога што по први пут у Србији (и бившој СФРЈ) прописује основне једначине и критеријуме за процену опасности од појаве прлина у масивном бетону. Недостаци проистичу из преузетих израза и претпоставки СН 123-60 и то: температурни градијент је исти за читаву конструкцију, занемарује се утицај средине у којој је конструкција темељена и претпоставља се равно стање деформација.

### **Препоруке USBR, 1981.**

Препоруке USBR-а (*United States Department of the Interior, Bureau of Reclamation*) односе се на димензије блокова при бетонирању гравитационих бетонских брана од хидротехничког бетона. На основу тридесетогодишњег искуства са



највећих америчких гравитационих и лучно-гравитационих брана (изграђених у првој половини 20. века), бројних истраживања и објављених радова, написана је *Engineering Monograph No. 34, Control of Cracking in Mass Concrete Structures*, лит. [13].

Према овој монографији, термички напони постоје само уколико је спречено (или ограничено) померање блока, нпр. на контакту бетона и стене. Напон услед промене температуре рачуна се према изразу:

$$\sigma = \frac{R \cdot E \cdot \alpha_b \cdot (T_2 - T_1)}{1 - (1 - i) \nu_b}, \quad (1.12)$$

где су:

- $E$  – ефективни модул еластичности бетона, у  $[GPa]$ ;

$$E = \frac{E_b}{1 + 0,4 \cdot \frac{E_b}{E_s}} \quad (1.13)$$

- $E_b$  – модул еластичности бетона, у  $[GPa]$ ;
- $E_s$  – модул еластичности средине (стене) на којој је брана темељена, у  $[GPa]$ ;
- $\alpha_b$  – коефицијент линеарне топлотне дилатације бетона, у  $[1/^\circ C]$ ;
- $(T_2 - T_1)$  – пад температуре, у  $[^\circ C]$ ;
- $i = 1, 2$ , или  $3$  – број праваца у којима је спречено померање;
- $\nu_b$  – Поасонов (Poisson) коефицијент бочне контракције бетона;
- $R$  – фактор ограничености померања.

Фактор ограничености померања зависи од односа ширине блока ( $B$ ), (у правцу узводно-низводно) и његове висине ( $H$ ), као и од вертикалне удаљености од темеља. Фактор  $R$  (у процентима) се одређује помоћу номограма, али је у монографији приказан само за дужину блока ( $L$ ) од 15 m.

Фактор ограничености померања зависи и од положаја у односу на вертикалну осу у правцу ширине блока, па су дата три номограма: за тачке у оси блока (на половини растојања  $B$ ), за тачке на растојању  $B/4$  и за тачке на растојању  $B/10$  од крајева блока. Са номограма се може уочити да је фактор ограничености померања (а самим тим и термички напон затезања) већи, ако је већи однос ширине и висине блока, ако је тачка у којој се тражи напон затезања ближа оси блока и ближа врху блока.

У препорукама се затим коментаришу вредности Поасоновог коефицијента, модула еластичности и коефицијента линеарне топлотне дилатације у зависности од марке и старости бетона. Према *USBR*, најчешћа вредност  $\nu_b$  је између 0,15 и 0,20 за бетоне старости 28 дана, док је после годину дана између 0,16 и 0,27. За модул еластичности бетона се каже да после 2 дана износи од 14 до 28  $GPa$ , после 7 дана од 21 до 42  $GPa$ , после 28 дана од 33 до 57  $GPa$  и после годину дана између 33 и 68  $GPa$ . Коефицијент термичког ширења  $\alpha_b$  такође расте са временом и износи од  $0,43 \cdot 10^{-5}$  до  $0,57 \cdot 10^{-5} 1/^\circ C$ .

На основу изнетог у монографији се закључује да је веома тешко одредити стварне термичке напоне затезања који ће се јавити у блоку одређених димензија. Због



тога се на крају дају препоруке за ширине блокова за бетонирање, под претпоставком да дужина блока (тј. ламеле) износи 15 m и то само ако се врши хлађење бетона због топлоте хидратације. У зависности од пада температуре у маси блока за бетонирање од максималне температуре  $T_2$  до температуре  $T_1$  (у тренутку инјектирања радних спојница између блокова), ширине блокова износе од 18 до 60 m, табела 1.

Табела 1.1. Ширине блокова (дужине 15 m), уколико је пад температуре при инјектирању од  $T_2$  до  $T_1$

Ширина блока	Пад температуре од $T_2$ до $T_1$		
	код темеља до $H = 0,2 \cdot B$	од $H = 0,2 \cdot B$ до $H = 0,5 \cdot B$	изнад $H = 0,5 \cdot B$
$B =$ од 45 до 60 m	-3,9 °C	1,7 °C	4,4 °C
$B =$ од 37 до 45 m	-1,1 °C	4,4 °C	7,2 °C
$B =$ од 27 до 37 m	1,7 °C	7,2 °C	нема ограничења
$B =$ од 18 до 27 m	4,4 °C	нема ограничења	нема ограничења
$B \leq 18$ m	7,2 °C	нема ограничења	нема ограничења

За дужину блокова ( $L$ ) се каже да обично износи 15 m, тј. да је једнака дужини ламела. У вези са тим, сматра се да је однос  $B/L$  треба да буде мањи од 2 (максимално 2,5), јер се у противном појављују пукотине на трећини веће димензије.

На основу описаног поступка (као што је и *USBR* закључио) практично је готово немогуће одредити поље напона у блоковима за бетонирање и њихове димензије. Такође, не даје се поступак за одређивање дужине блокова при бетонирању, нити за прорачун прслина. Нарочит недостатак препорука је што се уопште не дају упутства за одређивање дужине блокова у правцу подужне осе бране, тј. растојања између конструктивних вертикалних разделница код гравитационих бетонских брана.

### Стандард *JUS U.E3.010, 1987.*

Предметни стандард односи се на *Хидротехнички бетон, Услови за израду и употребу*, и донет је 1987. године, лит. [23]. Хидротехнички бетон специфичан је по томе што мора да има одређени степен водонепропустљивости, а по потреби и отпорност на мраз, отпорност на агресивне утицаје средине и мале запреминске деформације услед скупљања и температуре.

Према *JUS U.E3.010*, пројекат гравитационе бране од хидротехничког бетона (као и пројекти других масивних хидротехничких објеката) мора да садржи термички прорачун. Стандардом је предвиђено да се овим прорачуном одређује следеће:

- највиша температура бетона у телу бране (која обухвата температуру бетонске мешавине у тренутку уграђивања и повећање температуре бетона услед топлоте хидратације цемента);
- мере које се предузимају у циљу контроле температурног режима у бетону и спречавања појаве штетних прслина у објекту већих од 0,3 mm;

- доказ да су мере предузете ради контроле температурног режима довољне и да неће бити прекорачена највиша прописана температура бетона и допуштени температурни градијент.

Термичким прорачуном такође треба одредити величину скупљања бетона услед пада почетне температуре, распоред и димензије блокова и редослед бетонирања блокова.

У вези са овим стандардом, аутор истиче да је чланом 1. *Правилника о техничким нормативима за бетон и армирани бетон* из 1987. године, лит. [22], прописано да се "*одредбе овог правилника примењују и на специјалне врсте ... бетона за хидротехничке конструкције ...*". То значи да би ширину прслине и растојање између прслина у телу бране требало одредити поступком предвиђеним за армирани бетон, иако је код гравитационих бетонских брана реч о неармираном хидротехничком бетону. Поред тога, стандард *JUS U.E3.010* је недоречен и због вредности максималне ширине прслине (0,3 mm), јер није прецизирано да ли се мисли на ширину појединачне прслине, или на збир свих ширина прслина по дужном метру конструкције у правцу осе бране.

#### *Техничка упутства USACE, 1997.*

Техничка упутства *United States Army Corps of Engineers* за термички прорачун масивних бетонских конструкција приказана су у лит. [36] и [59]. Према *USACE*, масивне бетонске конструкције деле се на:

- гравитационе конструкције (као што су бетонске бране и масивни зидови);
- дебеле љуске (као што су лучне бране);
- дебеле армирано-бетонске конструкције (као што су бродске преводнице, велике пумпне станице, машинске зграде, велики темељи и масивни мостовски стубови).

Иако су упутства писана за бране од класичног хидротехничког бетона, у лит. [59] (тачка 4.b. увода), каже се да масивне бетонске конструкције изграђене технологијом ваљаног бетона према овим упутствима треба рачунати на исти начин као бетонске конструкције изграђене класичним методама грађења помоћу блокова.

У зависности од захтеване сложености, постоје три типа термичке анализе масивних бетонских конструкција и то:

- *Ниво 1* – према препорукама *ACI (American Concrete Institute)*, који се користи у почетној фази пројектовања, за оцену термичког понашања мањих хидротехничких конструкција (осим брана), код којих постоји мали ризик од нарушавања функционалности услед појаве термичких прслина;
- *Ниво 2* – 1D и 2D нумерички термички прорачун, који се користи за пројектовање и прорачун масивних бетонских конструкција, укључујући средње високе гравитационе бетонске, као и ниже лучне бране, код којих постоји умерен ризик од нарушавања функционалности услед појаве термичких прслина;



- *Ниво 3* – термички прорачун применом нелинеарне инкременталне статичке анализе (методом коначних елемената) за одређивање напонско-деформацијског стања код најзначајнијих масивних бетонских конструкција, као што су веома високе лучне и гравитационе бетонске бране и друге конструкције код којих постоји велики ризик од нарушавања функционалности услед појаве термичких прслина.

**USACE Ниво – 1** представља најједноставнији поступак за термички прорачун, за који није потребно вршити било каква лабораторијска испитивања термичких и механичких карактеристика бетона. Заснива се на бројним претпоставкама о условима уграђивања на градилишту и фактору ограничености померања.

Прорачун температуре своди се на приближно одређивање максималне температуре у бетону, као збира температуре мешавине при уграђивању и топлоте хидратације бетона. Одређивање дилатација и прслина заснива се на промени температуре од максималне температуре бетона до средње годишње температуре ваздуха у околини конструкције. Поступак се састоји од следећих корака:

- одређивање амбијенталних услова (средњих месечних температура ваздуха);
- процена следећих карактеристика бетона на основу *ACI (American Concrete Institute)* техничких публикација и упутстава: коефицијента линеарне топлотне дилатације ( $C_{th}$ ), адијабатског пораста температуре ( $\Delta T_{ad}$ ) и граничне дилатације ( $\epsilon_{tc}$ );
- процена температуре бетонске мешавине у тренутку уграђивања ( $T_p$ ), у зависности од средње месечне температуре ваздуха;
- одређивање максималне температуре у бетону

$$T_{max} = T_p + \Delta T_{ad} \quad ; \quad (1.14)$$

- одређивање минималне стабилне температуре у бетону ( $T_{min}$ ), која је за масивне конструкције једнака средњој годишњој температури ваздуха;
- одређивање дуготрајне промене температуре, као разлике максималне и минималне стабилне температуре у бетону

$$dT = T_{max} - T_{min} \quad ; \quad (1.15)$$

- процена фактора ограничености померања конструкције ( $K_R$ ) и фактора ограничености померања темеља ( $K_f$ ). Обично се узима  $K_R = 1$  и  $K_f \approx 0,60 \div 1,00$ ;
- одређивање укупне термичке дилатације услед промене температуре у маси конструкције

$$\epsilon = C_{th} \cdot dT \cdot K_R \cdot K_f \quad ; \quad (1.16)$$

- одређивање термичке дилатације прслине

$$\Delta \epsilon = \epsilon - \epsilon_{tc} \quad ; \quad (1.17)$$

- одређивање укупне ширине прслине, у зависности од укупне дужине конструкције ( $L$ )



$$a_T = L \cdot \Delta \varepsilon \quad ; \quad (1.18)$$

- претпостављање збира ширина прслина ( $a_{as}$ ) у једној ламели конструкције, на бази процене фактора спречености померања темеља. Ако је крутост темеља већа (конструкција на стени, већи  $K_f$ ), може се очекивати већи број прслина, на мањем растојању и мањих ширина – и обрнуто, ако је крутост темеља мања (мањи  $K_f$ ), јавиће се мањи број прслина, на већем растојању и већих ширина;
- процена броја прслина, тј. броја ламела

$$n = a_T / a_{as} \quad ; \quad (1.19)$$

- процена растојања између прслина ( $\Delta l_c$ ), тј. дужине ламела

$$\Delta l_c = L / n \quad . \quad (1.20)$$

Упркос бројним претпоставкама, описани поступак ипак омогућава (веома грубу) процену могућности појаве термичких прслина, у зависности од дужине конструкције. Највећи проблем је претпостављање збира ширина прслина ( $a_{as}$ ) у једној ламели, који је потпуно произвољан, а који директно утиче на број ламела у конструкцији, односно њихову дужину.

**USACE Ниво – 2** разликује се од претходног нивоа по знатно озбиљнијем приступу при одређивању термичких и механичких карактеристика бетона, као и сложенијем математичком апарату за прорачун температуре. Оцена могућности појаве термичких прслина врши се посебно у маси конструкције, а посебно у зони спољашњих контура, али принципијелно на исти начин као у Нивоу – 1.

Прорачун температуре врши се Шмитовим (Schmidh), или Карлсоновим (Carlson) итеративним поступком. Упутства предвиђају и могућност примене методе коначних елемената коришћењем 1D модела (модел "траке" у средњој линији), или 2D модела попречног пресека конструкције. Поступак се састоји од следећих делова:

- одређивање амбијенталних услова (средњих месечних температура ваздуха – за једноставније конструкције, односно очекиваних средњих дневних температура за сваки месец – за сложеније конструкције). За прецизнији прорачун промене температурног поља потребни су подаци о брзини ветра и подаци о могућим екстремним температурама ваздуха у околини конструкције;
- одређивање термичких и механичких карактеристика бетона, као што су: топлотна проводљивост ( $K$ ), у [ $W/(m \cdot ^\circ C)$ ]; специфична топлота ( $c$ ) у [ $kJ/(kg \cdot ^\circ C)$ ]; адијабатски пораст температуре бетонске мешавине ( $T_{ad}$ ), у [ $^\circ C$ ]; коефицијент линеарне топлотне дилатације ( $C_{th}$ ), у [ $1/^\circ C$ ]; гранична дилатација ( $\varepsilon_{tc}$ ), у [ $10^{-6} mm/m$ ]; запреминска маса бетона ( $\gamma$ ), у [ $kg/m^3$ ] и модул еластичности бетона ( $E_c$ ), у [ $GPa$ ];
- одређивање термичких и механичких особина средине у којој је конструкција темељена (одређују се практично исте величине, као за бетон);
- дефинисање параметара конструкције као што су: температура бетонске мешавине у тренутку уграђивања ( $T_p$ ), облик конструкције; висина блокова

(слојева), датум почетка грађења, динамика грађења и начин неге слободних бетонских површина;

- припрема нумеричког модела и одређивање температуре у бетону интеграцијом корак-по-корак, или применом методе коначних елемената. У оба случаја предвиђа се употреба рачунара, при чему се *1D модел траке* препоручује за почетну параметарску анализу, а *2D модел попречног пресека* конструкције за детаљнију анализу промене температурног поља кроз време.
- одређивање промене температуре у маси бетона, као разлике максималне и минималне стабилне температуре у бетону, чиме се процењује опасност од појаве термичких прслина у унутрашњем делу конструкције;
- одређивање промене температуре у зони спољашњих контура конструкције у функцији времена, чиме се процењује опасност од појаве термичких прслина у површинским деловима конструкције;
- одређивање фактора ограничености померања конструкције (према препорукама АСI), у зависности од дужине (L) и висине конструкције (H) и растојања посматране зоне од површине на којој је ограничено померање (h)

$$K_R = \left( \frac{\frac{L}{H} - 2}{\frac{L}{H} + 1} \right)^{h/H}, \quad \text{ако је } \frac{L}{H} \geq 2,5 ; \quad (1.21)$$

$$K_R = \left( \frac{\frac{L}{H} - 2}{\frac{L}{H} + 10} \right)^{h/H}, \quad \text{ако је } \frac{L}{H} < 2,5 ; \quad (1.22)$$

- одређивање фактора ограничености померања темеља ( $K_f$ ), у зависности од: површине попречног пресека бетона у равни темеља ( $A_g$ ), површине зоне у којој је ограничена деформација бетона ( $A_f$ ), модула еластичности бетона ( $E_c$ ) и модула еластичности средине у којој је конструкција темељена ( $E_f$ )

$$K_f = \frac{1}{1 + \frac{A_g \cdot E_c}{A_f \cdot E_f}}, \quad (1.23)$$

при чему се као максимална вредност препоручује  $A_f = 2,5 \cdot A_g$  ;

- одређивање укупне термичке дилатације услед промене температуре у маси конструкције ( $\varepsilon$ ), према једначини (1.16), и поређење са граничном дилатацијом бетона ( $\varepsilon_{ct}$ ) у циљу оцене могућности појаве термичких прслина у маси бетона;
- да би се узео у обзир и утицај течења бетона, на основу укупне термичке дилатације и модула еластичности у функцији старости бетона ( $E_{ct}$ ), може се одредити термички напон затезања у маси бетона

$$\sigma = \varepsilon \cdot E_{ct} , \quad (1.24)$$

који се затим пореди са чврстоћом бетона на затезање и тако (преко напона) оцењује могућности појаве термичких прслина у маси бетона;



- одређивање површинских термичких дилатација у дискретним временским тренуцима ( $\varepsilon$ ) помоћу израза

$$\varepsilon = C_{th} \cdot dT \cdot K_R \quad , \quad (1.25)$$

при чему се коефицијет  $K_R$  одређује према једначинама (1.21) и (1.22), али са следећим значењем променљивих:  $L$  – дужина блока,  $H$  – растојање од спољашње контуре до термички неутралне површине (тј. ширина дела блока у коме владају напони затезања) и  $h$  – удаљеност од спољашње контуре;

- поређење површинских термичких дилатација са граничним дилатацијама бетона ( $\varepsilon_{tc}$ ) у одговарајућим тренуцима времена и оцена могућности појаве термичких прслина у зони спољашњих контура конструкције;
- одређивање термичке дилатације прслине ( $\Delta\varepsilon$ ) у маси конструкције према изразу (1.17);
- одређивање укупне ширине прслине у маси конструкције ( $a_T$ ), према изразу (1.18);
- процена ширина прслина и растојања између прслина, посебно у маси конструкције, а посебно у зони спољашњих површина, према изразима (1.19) и (1.20);
- закључци и препоруке: очекиване максималне температуре, датум почетка грађења, очекиване прслине у конструкцији ако се не предузму никакве мере; препоруке о максималној температури мешавине при уграђивању, осетљивост на промену параметара, растојање између разделница, оцена потребе за сложенијом термичком анализом.

*USACE Ниво – 2* омогућава потпуније сагледавање термичког понашања масивних бетонских конструкција на основу одређивања температуре и термичких дилатација. Битан недостатак тачности приказаног поступка је утицај коефицијента ограничености померања конструкције ( $K_R$ ) и темеља ( $K_f$ ), јер се исти одређују према емпиријским формулама веома широког опсега. Због тога није могућа ни озбиљнија анализа конструкција сложенијих облика. *Одређивање дужине ламела практично је на исти начин као у претходном нивоу* (претпостављањем збира ширина прслина у једној ламели), *на тачнији прорачун температуре нема битнији утицај на тачније одређивање дужине ламела.*

**USACE Ниво – 3**, лит. [36], назива се и *NISA – Nonlinear, Incremental Structural Analysis*. То је најпотпунији и најсложенији USACE поступак статичког прорачуна масивних бетонских конструкција, заснован на методи коначних елемената, који препоручује у следећим случајевима:

- када претходно изграђене конструкције сличног типа имају нежељено понашање у току експлоатације (нпр. изражене деформације, и/или прслине);
- када за неки тип конструкција нема довољно инжењерског искуства, а жели се тачније предвиђање понашања конструкције током експлоатације;

- да би се смелијим (мање конзервативним) пројектантским и конструктивним решењима постигле значајније уштеде у цени грађења и/или експлоатације конструкције.

*NISA* се заснива се на програмском пакету ABAQUS, који су 1989. године развили Хиббит (Hibbitt), Карлсон (Karlsson) и Соренсен (Sorensen) и потпрограмима за термички прорачун UMAT, DFLUX и HETVAL. Прорачун се врши помоћу 2D и 3D модела коначних елемената, чије формирање обухвата следеће кораке:

- дискретизација конструкције и темеља на коначне елементе;
- формирање група елемената, у зависности од врста материјала, почетних и граничних услова;
- задавање следећих термичких карактеристика материјала: максимална температура ваздуха у околини конструкције, коефицијенти конвекције ("*film coefficients*"), почетна расподела температура у темељу, гранични услови по температурама у темељу, температура бетонске мешавине при уграђивању, адијабатски пораст температуре у бетону, топлотна проводљивост, специфична топлота, и коефицијент линеарне топлотне дилатације;
- задавање следећих механичких карактеристика материјала: запреминске масе, модул еластичности бетона при старости 3 дана, чрстоћа бетона за притисак при старости 3 дана, дилатација прслине, зависност модула еластичности бетона од времена, крива течења, крива скупљања, Поасонов коефицијент, почетак везивања бетона, фактор течења, фактор скупљања,
- задавање броја бетонских мешавина и времена уграђивања сваког дела конструкције (блок, слој, и сл.);
- задавање граничних услова;
- задавање осталих оптерећења (сопствене тежине);
- задавање времена трајања сваке фазе прорачуна и временских корака у којима се прорачун врши;

Најчешће се примењује дводимензионални МКЕ модел, заснован на равном стању деформација, који по правилу представља попречни пресек масивне бетонске конструкције. Примена 3D модела предлаже се само код појединих (најважнијих) делова конструкције, када је неопходно сагледати просторно понашање и проверити претходно добијене резултате 2D модела. Примена 3D модела је оправдана и код дугачких конструкција, када постоје значајни утицаји управно на раван разматраног попречног пресека, који се не могу обухватити 2D моделом.

У *NISA* моделима карактеристике материјала зависе од времена, тако да су (од једног до другог временског корака) у сваком временском тренутку различите. Пошто особине материјала могу зависити и од температуре (материјална нелинеарност модела) користи се принцип суперпозиције, а конститутивна матрица за прорачун померања се мења током анализе.

На крају USACE препорука за Ниво – 3, даје се пример термичког прорачуна бродске преводнице помоћу *NISA* поступка. Разматра се 2D попречни пресек



конструкције и одређује промена температурног поља кроз време, а затим и термички напони и дилатације. На крају примера се приказује временска промена *потенцијала прслине* (у процентима), који представља проценат искоришћености чврстоће бетона на затезање, или граничне дилатације.

На основу изнетог, може се закључити да се USACE Ниво – 3 практично заснива на програму ABAQUS, који је један од најпознатијих и најчешће коришћених пакета за прорачун конструкција у Сједињеним Америчким Државама и Канади. Аутор није имао прилике да се непосредно упозна са могућностима овог програма. Из препорука USACE проистиче да се њиме могу узети у обзир сви релевантни чиниоци потребни за коректан 2D и 3D термички прорачун масивних бетонских конструкција. Ипак, у техничким упутствима USACE нема конкретног примера 3D прорачуна којим би се потврдиле препоруке за *NISA (Nonlinear, Incremental Structural Analysis)* поступак.

### 1.3.2. Гравитационе бране од ваљаног бетона

У самом почетку развоја брана од ваљаног бетона, коришћене су методе термичког прорачуна преузете са класичних бетонских брана, засноване на теорији ограничености померања. Наредних десетак година вршене су разне модификације, али без суштинске промене приступа проблему и узимања у обзир специфичности технологије ваљаног бетона. Крајем осамдесетих година појављују се радови у којима се користи метода коначних елемената и 2D модели попречног пресека.

Први пример термичког прорачуна RCC брана на 3D моделу потиче из 1995. године, лит. [39]. Од тада до данас, више аутора је дало свој допринос сагледавању просторног напонско-деформацијског стања брана од ваљаног бетона под утицајем температуре, лит. [41], [45], [63], [67] и [114]. Модели су најпре били веома груби, са упрошћеним почетним и граничним условима, засновани на линеарној теорији еластичности, без узимања у обзир скупљања, течења и утицаја времена и температуре на термичке и механичке карактеристике ваљаног бетона. Временом је схваћен значај процеса грађења, па су модели све реалније описивали стварну динамику изградње RCC брана у слојевима.

Следи преглед најважнијих радова. Из периода од 1980. до 1995. године приказане су најбитније референце на основу којих се може сагледати историјски допринос развоју термичког прорачуна. Од појаве првог 3D модела, дати су само радови битни за просторно сагледавање утицаја температуре на напоне и деформације код гравитационих брана од ваљаног бетона.

#### *Упутства ACI, 1980.*

Упутства америчког института за бетон (*American Concrete Institute – ACI*) из 1980. године, лит. [12], представљају први документ у коме се разматра утицај температуре код гравитационих RCC брана. На почетку се даје кратак осврт на гравитационе бране од класичног хидротехничког бетона и методе грађења у

блоковима. У вези са тим истиче се да пре 1930. године проблем појаве прслина није разматран. Према *ACI*, брана Хувер (Hoover Dam) била је прва на којој су предузете мере за контролу прслина: брана је вертикалним разделницама издељена на ламеле и предузете су мере за снижавање топлоте хидратације.

Разлог за појаву термичких напона затезања код гравитационих брана од ваљаног бетона представља ограниченост померања. Ако је ограниченост померања максимална, термички напон затезања износи:

$$\sigma_t = \alpha \cdot \Delta T \cdot E_t, \quad (1.26)$$

где су:

- $\sigma_t$  – напон затезања услед хлађења бетона;
- $E_t$  – ефективни модул еластичности бетона при затезању, који износи од 50 до 60 % од вредности модула еластичности бетона исте старости;
- $\alpha$  - коефицијент линеарне топлотне дилатације бетона, који практично не зависи од времена;
- $\Delta T$  – пад температуре.

Услов за појаву прслина је да термички напон затезања буде већи од чврстоће бетона на затезање ( $f_t$ ):

$$\sigma_t > f_t. \quad (1.27)$$

Према искуствима *ACI* са првих брана од ваљаног бетона, могло се закључити следеће:

- грађење у слојевима уједначеном динамиком, може повољно утицати на смањење ограничености померања у хоризонталним спојницама између слојева;
- просечно дневно повећање висине изграђеног дела бране има већи утицај на пораст температуре у телу бране од висине слојева;
- спољашња температура ваздуха има већи утицај на максималну температуру бетона у телу бране, него температура мешавине при уграђивању;
- повећање времена између уграђивања два узастопна слоја за неколико часова, има позитиван утицај, уколико је температура ваздуха мања од температуре мешавине, односно негативан утицај, ако је температура ваздуха већа од температуре мешавине.
- да би се избегле прекомерне температуре у телу бране, дневно повећање висине изграђеног дела бране треба да буде до 45 cm.

На основу изнетог, види се да ова упутства *ACI* првенствено представљају искуствене препоруке у вези са технологијом грађења RCC брана, којима се умањује негативан утицај температуре. Начин прорачуна термичких напона затезања веома је сличан поступку *USBR* за гравитационе бране од хидротехничког бетона, само што није дефинисан фактор ограничености померања. Описаним поступком није могуће одредити реалну слику температура, напона и деформација, нити растојања између конструктивних вертикалних разделница код брана од ваљаног бетона.

**Фуџисава и Нагајама, 1985.**

Фуџисава (Т. Fujisava) и Нагајама (I. Nagayama), лит. [19], најпре дају кратак историјски преглед развоја термичког прорачуна код брана од класичног бетона, а затим дефинишу *спољашњи и унутрашњи степен ограничености промене запремине* код ваљаног бетона. Под претпоставком линеарне промене температуре, предлажу да се спољашњи степен ограничености ( $R$ ) рачуна према изразу,

$$R = \frac{1}{1 + 0,4 \cdot \frac{E_C}{E_R}}, \quad (1.28)$$

где су:

- $E_C$  – модул еластичности бетона;
- $E_R$  – модул еластичности стене на којој је брана темељена.

За прорачун термичког напона даје се формула

$$\sigma = \int R \cdot E_C \cdot \beta \cdot d\phi = \int R \cdot E_C \cdot \beta \cdot \frac{d\phi}{dt} \cdot dt, \quad (1.29)$$

где су:

- $\beta$  – коефицијент линеарног термичког ширења бетона;
- $\phi$  – адијабатски пораст температуре у бетону;
- $t$  – време.

За унутрашњи степен ограничености промене запремине се не даје израз по коме би се могао одредити, већ се на примеру модела од 4 слоја ваљаног бетона приказује прорачун температура и напона у раванском моделу попречног пресека. На основу добијених резултата предлажу се мере за ограничавање температуре код РСС брана. На крају се закључује следеће:

- термички напони услед топлоте хидратације се не могу елиминисати код брана од ваљаног бетона, те је неопходна строга контрола пораста температуре;
- величина спољашњег степена ограничености зависи од односа висине и дужине конструкције, иако се ово не може уочити из израза (1.28);
- унутрашњи степен ограничености је главни узрок појаве прслина у масивном бетону и првенствено зависи од дужине слојева;
- подужне разделнице се могу избећи контролом пораста температуре, али се РСС бране (трансверзалним) разделницама морају изделити на ламеле.

**Видман, 1985.**

Видман (R. Widmann), лит. [20], проблем прслина код масивних брана раздваја на *прслине у близини спољашњих контура*, које су последице градијента температуре у бетону (нпр. услед изненадног пада температуре ваздуха) и *прслине у телу бране*, које су последица термичких напона затезања услед дуготрајног хлађења бетона.



За прорачун температуре у близини спољашњих контура предлажу се програми засновани на диференцној методи, са одговарајућим граничним условима по температурама. За одређивање напона на основу добијене промене температурног поља, предлажу се равански и просторни модели коначних елемената, са обавазним узимањем у обзир појава течења и релаксације. Поређењем максималних напона затезања са одговарајућом чврстоћом бетона на затезање добија се *коэффициент сигурности против појаве прлина*.

При анализи прлина у телу бране напомиње се да треба имати у виду како слободне (ничим ограничене) деформације услед промене температуре не изазивају напоне. Због тога се предлаже следећи услов за појаву прлина

$$\varepsilon' - \alpha \cdot \Delta T < \varepsilon_{кр} \quad , \quad (1.30)$$

где су:

- $\varepsilon'$  – измерена дилатација (иако се у раду даље не објашњава на који начин);
- $\alpha$  – коефицијент линеарног термичког ширења бетона;
- $\Delta T$  – пад температуре бетона у телу брени;
- $\varepsilon_{кр}$  – гранична дилатација бетона.

На основу искустава са аустријских брана (од класичног хидротехничког бетона) проистиче да гранична дилатација износи 0,22 mm/m.

### *Хироши, Нагајама, Такемура и Сато, 1988.*

Хироши (Т. Hirose), Нагајама (I. Nagayama), Такемура (К. Takemura), и Сато (Н. Sato), лит. [25], у уводу истичу разлике у концепту RCC и јапанске RCD технологије и напомињу да су све RCD бране у Јапану пројектоване тако да се онемогући појава прлина. Затим се укратко приказује традиционални концепт са унутрашњим и спољашњим степеном ограничености померања и набрајају предности брана од ваљаног бетона по питању контроле пораста температуре.

За прорачун термичких напона препоручују *Генералисну методу ограниченог померања*, код које се попречни пресек бране дели на одређен број хоризонталних трака (слојева). Када се температура слоја "i" смањи за један степен, термички напон  $\sigma_{ij}$  у слоју "j" може се изразити као  $r_{ij} \cdot E_c \cdot \alpha$ . Када се температуре слојева "i" ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) смање за  $\Delta T_i$ , оне у слоју "j" изазивају термички напон  $\sigma_j$ , који се може срачунати као

$$\sigma_j = \sum_i \sigma_{ij} = \sum_i r_{ij} \cdot E_c \cdot \alpha \cdot \Delta T_i \quad , \quad (1.31)$$

где су

- $\sigma$  – термички напон затезања;
- $r$  – генералисани степен ограничености померања;
- $E_c$  – модул еластичности бетона;
- $\alpha$  – коефицијент линеарног термичког ширења бетона;
- $\Delta T$  – пад температуре у бетону.



Аутори концепт генерализаног степена ограничености померања пореде са утицајном линијом у теорији конструкција и запажају да вредности  $r_{ij}$  постају блиске нули, чим је растојање између слојева "i" и "j" довољно велико. На примеру бране Мијагасе (Јапан, 155 m) приказано је поређење са методом коначних елемената на 2D моделу, са релативно добрим слагањем резултата.

У закључку се (поред општих напомена о неопходности строге контроле температуре и изради трансверзалних разделница) истиче да је приказана метода довољно тачна, а знатно једноставнија од временске анализе термичких напона.

### *Бофанг, 1995.*

Бофанг (Z. Bofang) у свом раду, лит. [43], истиче утицај методологије грађења RCC брана у слојевима, на напонско стање. Због различите старости појединих слојева, различитих модула еластичности, течења и температуре, прорачун напона мора се радити по слојевима. Да би се превазишао проблем великог броја (чак и више стотина) слојева, Бофанг предлаже *Методу обједињених слојева (Compound Layer Method)*.

Према овом поступку, у горњем делу бране (у области бетона релативно мале старости), прорачун се ради по слојевима. У доњем делу бране (где је бетон веће старости) мале су разлике у механичким и термичким карактеристикама између слојева, па се више њих може објединити у један. На тај начин се брана која има нпр. 100-200 слојева, дели на 10-20 *обједињених слојева*, што знатно поједностављује поступак прорачуна методом коначних елемената, посебно код веома високих конструкција и 3D нумеричких модела. При томе, најбитније је одредити старости слојева између којих се сви слојеви могу објединити у један.

У зависности од разлике у модулима еластичности, усваја се критеријум

$$\frac{E(\tau_j) - E(\tau_i)}{E(\tau_i)} \leq \varepsilon_1 \quad (1.32)$$

где су

- $\tau_i$  – старост бетона слоја "i";
- $\tau_j$  – старост бетона слоја "j";
- $E(\tau)$  – модул еластичности при старости бетона од  $\tau$  дана;
- $\varepsilon_1$  – усвојено дозвољено одступање модула еластичности слојева "i" и "j" да би се слојеви између њих могли објединити у један.

Ако се претпостави експоненцијална зависност модула еластичности од старости бетона

$$E(\tau) = E_0 \cdot (1 - e^{-a\tau^b}) \quad (1.33)$$

где су

- $E_0$  – модул еластичности при старост бетона  $\tau \rightarrow \infty$ ;
- $a$  и  $b$  – константе материјала,

добива се да сви слојеви старости мањи од

$$\tau_{jE} = \left\{ -\frac{1}{a} \cdot \ln \left[ (1 + \varepsilon_1) \cdot e^{-a\tau_i^b} - \varepsilon_1 \right] \right\}^{1/b} \quad (1.34)$$

могу објединити у један слој, а да разлике у модулима еластичности не буду веће од  $\varepsilon_1$ .

На сличан начин, претпостављајући функцију течења у облику

$$C(t, \tau) = \sum_s \frac{1}{E_0} \cdot a_s \cdot (1 + b_s \cdot \tau^{-c_s}) \cdot [1 - e^{-\tau_s(t-\tau)}] , \quad (1.35)$$

где су

- $C(t, \tau)$  – течење;
- $t$  – време;
- $a_s, b_s, c_s$  и  $\tau_s$  – константе материјала које се одређују експериментима,

добија се да се сви слојеви старости мањи од

$$\tau_{jC} = \left[ \frac{p}{(1 - \varepsilon_2) \cdot g_i - m} \right]^{1/\beta} \quad (1.36)$$

где су

- $g(\tau) = m + p \cdot \tau^{-\beta}$  (1.37)
- $m, p$  и  $\beta$  – константе материјала које се одређују експериментима;
- $g_i = g(\tau_i)$

могу објединити у један слој, а да разлике у течењу не буду веће од  $\varepsilon_2$ .

Ако се посматра разлика у адиабатском порасту температура између слојева, према експоненцијалној зависности

$$\theta(t) = \theta_0 \cdot (1 - e^{-mt}) , \quad (1.38)$$

где су

- $\theta(\tau)$  – адијабатски пораст температуре;
- $\theta_0$  – максимални пораст температуре;
- $m$  – константа које се одређује експериментима,

добија се да се сви слојеви старости мањи од

$$\tau_{j\theta} = -\frac{1}{m} \cdot \ln \left[ (1 + \varepsilon_3) \cdot e^{-m\tau_i} - \varepsilon_3 \right] \quad (1.39)$$

могу објединити у један слој, а да разлике у адијабатском порасту температура не буду веће од  $\varepsilon_3$ .

Коначно, као критеријум према коме се слојеви могу објединити у један слој, усваја се

$$\tau_j = \min(\tau_{jE}, \tau_{jC}, \tau_{j\theta}) , \quad (1.40)$$

а затим се одређује еквивалентна старост обједињених слојева и класичним прорачуном помоћу методе коначних елемената одређује стање напона у RCC бранама.

Описани поступак илустрован је на примеру бране висине 120 m, код које је 120 слојева обједињено у 7 слојева.

### *Бовамбатиса, 1995.*

Рад проф. Ђовамбатисте (А. Giovambattista, Грађевински факултет Универзитет у Ла Плати), лит. [37], заснива се на примеру бране Urugua-í (у Аргентини, грађевинска висина 76 m). У уводу се дају општи подаци о брани, начин и динамика грађења, а затим следе механичке и термичке особине класичног и ваљаног бетона уграђеног у брану Urugua-í.

Термичка анализа обухвата прорачун температуре у карактеристичним тачкама бране. Прорачун је рађен методом коначних елемената, применом програма California University (Berkeley) који је развијен за потребе USACE. У доње две трећине висине попречног пресека бране нумерички модел је једнодимензионалан, а у горњој трећини, дводимензионалан.

На два дијаграма дато је поређење измерених температура са резултатима прорачуна у 5 карактеристичних тачака на двама kotaма (од којих је једна у близини темељне спојнице, а друга око средине висине бране). Четири чвора су у зони узводне контуре, а један је у средњој линији бране. Дијаграми приказују релативно добро слагање измерених и рачунских вредности, са највећим одступањем од око 7 °C.

У тексту се даље наводи да је рађен прорачун термичких напона затезања (али резултати овог прорачуна нису приказани), при чему је утицај ограничености померања према препорукама АСІ. Поређењем добијених напона са чврстоћом бетона на затезање одређени су коефицијенти сигурности против појаве прслина. На крају се закључује да опасност од појаве прслина постоји у зони узводне контуре и да је у складу са тим усвојено растојање између разделница и њихова висина.

### *Бофанг и Пинг, 1995.*

У свом раду, лит. [44], Бофанг и Пинг (Х. Ping) указују на особености термичког понашања брана од ваљаног бетона и разлике у односу на класичне гравитационе бетонске бране. Пошто су модул еластичности и коефицијент линеарног термичког ширења слични вредностима за класичан бетон, а адијабатски пораст температуре нешто нижи него код класичног бетона, пресудан утицај на термичко понашање РСС брана има производ

$$E(\tau) \cdot C(\tau) = C(\tau) \div \frac{1}{E(\tau)} \quad (1.41)$$

где су

- $E(\tau)$  – модул еластичности РСС-а старости  $\tau$  дана;
- $C(\tau)$  – коначна вредност јединичног течења РСС-а, тј. вредност течења  $C(t, \tau)$  за  $t \rightarrow \infty$ .

Што је производ  $E(\tau) \cdot C(\tau)$  мањи, већи је термички напон услед јединичне промене температуре.

Аутори на примерима класичног бетона и ваљаног бетона са брана *Три клисури* и *Јангтан* показују да је производ  $E(\tau) \cdot C(\tau)$  нижи код РСС-а и закључују да је стога код брана од ваљаног бетона већа опасност од појаве прслина. Проблем термичких напона принципијелно раздвајају на напоне у зони спољашњих контура, напоне услед ограничености померања темеља и напоне услед разлике температура у вертикалном правцу.

Затим се објашњава МКЕ поступак прорачуна температурног поља и напона услед течења и промене температуре и закључује да се прорачун мора радити по слојевима, уз могућност коришћења Методе обједињених слојева, лит. [43]. На крају се дају препоруке за допуштене вредности хоризонталних и вертикалних напона затезања, према којима је

$$[\sigma] = E \cdot \varepsilon_t / K, \quad (1.42)$$

где су

- $\sigma$  – допуштени хоризонтални напон затезања;
- $E$  – модул еластичности;
- $\varepsilon_t$  – гранична дилатација;
- $K$  – коефицијент сигурности.

Ако се претпостави  $K = 1,50$  и узму вредности модула еластичности и граничне дилатације при старости РСС-а од 90 дана, добија се  $\sigma = 1,18$  МПа за марку бетона МВ 15, односно  $\sigma = 1,38$  МПа за марку бетона МВ 20. Као илустрација, одговарајуће вредности овог напона код класичног хидротехничког бетона износе 1,26 МР, односно 1,70 МПа.

Вертикални напони затезања су по правилу мањи од хоризонталних, зато што је чврстоћа на затезање у хоризонталним спојницама између слојева мања од чврстоће бетона на затезање. Због тога се предлаже следећи израз за одређивање допуштених вертикалних напона

$$[\sigma'] = r \cdot R_t / K \quad (1.43)$$

где су

- $\sigma'$  – вертикални напон затезања;
- $r = 0,5 \div 0,7$  – однос чврстоће хоризонталних спојница на затезање и чврстоће бетона на затезање;
- $R_t$  – чврстоћа бетона на затезање;
- $K$  – коефицијент сигурности.

За  $r = 0,6$  и  $K = 1,50$  добијају се допуштене вредности вертикалних напона затезања од  $\sigma' = 0,61$  МПа за марку бетона МВ 15, односно  $\sigma' = 0,66$  МПа за марку бетона МВ 20. Одговарајуће вредности овог напона код класичног хидротехничког бетона износе 0,65 МР, односно 0,90 МПа.



На крају се закључује да

- температуре у телу RCC брана опадају веома споро, те се прслине могу јавити у близини контура током зиме;
- термички напони затезања у вертикаланом правцу већи су него одговарајући напони код брана од класичног бетона које се граде методом блокова;
- сопствена тежина (и донекле хидростатички притисак) повољно делују на смањење термичких напона затезања.

### *Нолет и Робитеил, 1995.*

Пројектанти канадске фирме "Хидро-Квебек" Нолет (M. J. Nollet) и Робитеил (F. Robitaille) у овом раду, лит. [38], приказали су прорачун температуре у брани Лак Робертсон (Канада, 40 m). Занимљивост представљају сурови климатски услови на месту бране, са просечном годишњом температуром од 0 °C и екстремима од + 30 °C до – 35 °C, који изазивају велике температурне градијенте између средишњег дела бране и спољашњих контура. Због тога су у брану уграђени термометри са аутоматским читавањем, који су искоришћени за калибрацију и верификацију нумеричког модела.

Термички модел је дводимензионалан и представља попречни пресек бране, са садејствујућом стенском масом, на стационажи где су инсталирани термометри. Коришћени су изопараметарски елементи са три скупа термичких особина (за RCC у телу бране, за класичан бетон на контурама и за стену у темељу). Прорачун је извршен програмом COSMOS/M у коме резултати прорачуна претходне фазе представљају почетно стање у наредној фази.

Због кратке грађевинске сезоне, просечно су рађена 4 слоја од по 30 cm у току једног дана, што је обухваћено нумеричким моделом. Гранични услови по температурама пратили су дневне промене температура, а почетна температура мешавине је иста за све слојеве. Утицај акумулације моделиран је константном температуром воде по читавој дубини. Најважнији резултати параметарске анализе обухватају следеће:

- рачунске температуре у слојевима чија је почетна температура мешавине била виша од усвојених 14 °C биле су ниже за 2 до 3 °C у односу на измерене. Због тога се препоручује коришћење стварне почетне температуре мешавине за сваки слој у моделу;
- измерене температуре на деловима контура које су биле изложене директном утицају сунчевих зрака, генерално су више него температуре добијене прорачуном, иако је у моделу усвојена виша температура ваздуха од температуре у хладу;
- дневне варијације температуре могу имати значајан утицај на температурно поље, посебно код брана мањих димензија и уколико паузе између бетонирања узастопних слојева износе више дана;

- груписање слојева дебљине 30 cm у рачунске слојеве веће дебљине нема битнији утицај на резултате прорачуна температуре, уколико су слојеви уграђени у периоду од једног до два дана.

На основу свега изложеног, у закључку се констатује следеће

- климатски услови у провинцији Квебек захтевали су озбиљну термичку анализу током пројектовања бране Лак Робертсон;
- уколико се располаже реалним подацима о динамици грађења, спољашњим температурама и термичким особинама бетона, могуће је постићи веома добро слагање резултата прорачуна и измерених температура;
- највећи утицај на резултате прорачуна имају крива адијабатског пораста температуре у бетону и почетне температуре мешавина по слојевима.

Помоћу истог модела, до сличних резултата термичке анализе бране Лак Робертсон дошли су *Болие и Гоцевски, 1997*, лит. [58]. На основу параметарске анализе утицаја термичких особина бетона на максималне температуре у телу бране, закључено је да је најбитнија топлота хидратације, која првенствено зависи од типа цемента и количине везивних материјала у мешавини RCC-а.

#### *Јамазуми, Харита, Јикан и Кидо, 1995.*

Група јапанских аутора: Јамазуми (А. Yamazumi), Харита (К. Harita), Јикан (S. Jikan) и Кидо (К. Kido), лит. [40], извршила је параметарску анализу стања температура и напона у телу бране изграђене RCD (**R**oller **C**ompacted **D**am-concrete) технологијом. Циљ истраживања је спречавање појаве прелина услед термичких напона затезања правилним избором састава мешавине, датума почетка грађења и динамике изградње.

Прорачун је рађен генералисаном (матричном) методом ограниченог померања, лит. [25], која представља модификацију прорачуна коришћеног код брана од класичног хидротехничког бетона.

Модел је троугаоног облика, у равни попречног пресека бране, и састоји се од 24 слоја. Узводна контура је вертикална, а низводна у нагибу 1:0,8. Висина бране је  $H$ , а максимална ширина у темељној спојници  $0,8 H$ . У раду су приказани графички и табеларни резултати параметарске анализе утицаја дебљине слојева, почетних и граничних услова и динамике грађења у карактеристичним слојевима.

Као најважнији закључци студије издвојени су следећи:

- код RCD методе грађења брана од ваљаног бетона, највећи утицај на фактор ограничености померања има брзина грађења, тј. дневно повећање висине изграђеног дела бране;
- термичке дилатације на месту максималне температурне разлике могу се грубо проценити на основу претпостављене брзине грађења, али је у горњем делу бране потребна корекција у зависности од стварне динамике грађења;
- зависност термичких дилатација од брзине грађења у зони темељне спојнице није јасно изражена, тј. не може се закључити да повећање брзине грађења смањује фактор ограничености померања;

- у циљу смањења термичких дилатација у телу бране, препоручује се да повећање висине бране буде веће од 15 cm/dan;
- за мешавине које садрже око 130 kg везивних материјала по  $m^3$  бетона, и просечне амбијенталне услове у Јапану, температуре у бетону могу се успешно контролисати скраћењем интервала између уграђивања слојева, или повећањем дебљине слојева.

### *Хинкс и Коплеј, 1995.*

У свом раду, лит. [39], Хинкс (J. L. Hinks) и Коплеј (A. F. Copley) приказали су искуства енглеске фирме "Halcrow", која је радила термичке прорачуне за две RCC бране (једна у Грчкој, а друга у Аустралији). Коришћени су програми ABAQUS и PATRAN.

У раду се приказују два модела коначних елемената за прорачун температурног поља у телу бране. Модели су дводимензионални, у равни попречног пресека бране. Први модел је "*главни*" ("main mesh model"), и представља комплетан попречни пресек непреливне ламеле бране, без садејствујуће стенске масе; други модел је "*мини*" ("typical mini-model") и обухвата само део попречног пресека, висине неколико метара. Главним моделом се анализира слика температуре у читавом пресеку бране, а мини-моделом само локалне појаве у зони контура.

Затим се детаљно описују потребни улазни подаци за прорачун и величине од којих зависе термичке особине бетона, гранични и почетни услови. На примерима изабраних брана, пореде се резултати прорачуна и измерене температуре на нивоу попречног пресека и у карактеристичним чворовима. Графици показују добро слагање, са максималним одступањима до 4 °С.

Следи термичко-напонска анализа где аутори користе тродимензионални МКЕ модел, са садејствујућом стеном. Иако нема података, са слике се види да је модел прилично груб (са 13 елемената по једном слоју у правцу узводно-низводно) и обухвата половину једне ламеле, од средње линије (осе симетрије) до вертикалане конструктивне разделнице.

Као резултат прорачуна даје се један дијаграм хоризонталних напона у вертикалној равни паралелној оси бране, на растојању од 2,5 m од узводне контуре. Са дијаграма се закључује да је прекорачена чврстоћа бетона на затезање (иако максимални напони затезања износе само 1,25 МПа) и да се "*чак ни дупло већим бројем разделница не може избећи појава неприхватљивих напона затезања*" (мада се за овакву тврдњу не даје никакво образложење).

Због тога је закључено да температура мешавине при уграђивању мора бити 2 °С нижа, и да треба кориговати састав мешавине у циљу повећања чврстоће бетона на затезање. Затим се резултати приказују на другом дијаграму, али у равни попречног пресека и констатује да су напони затезања мањи од чврстоће бетона на затезање. У закључку се даље иситче да је описани поступак термичког прорачуна близак



оптималном, јер се "брзо и ефикасно одређује поље температуре и проверавају претпостављене дужине ламела код RCC брана".

Овај рад представља први пример у коме је коришћен 3D модел за одређивање стања напона у телу гравитационе RCC бране. Иако је мрежа коначних елемената веома груба, без моделирања инјекционе галерије и без узимања у обзир утицаја течења и зависности карактеристика бетона од времена и температуре, рад је веома значајан, јер је указао на неопходност просторног моделирања термичких напона затезања у циљу одређивања дужине ламела.

### *Цифрес и Ланча, 1995.*

Цифрес (E. Cifres) и Ланча (J. C. Lancha), лит. [42], су приказали термичку студију на примеру бране Алгар (Шпанија, 49 m). Потребне термичке и механичке особине ваљаног бетона добијене су лабораторијским тестовима и проверене на пробном пољу у две фазе.

Термички модел обухватио је прву (највишу) непреливну ламелу. Коришћен је 2D равански модел попречног пресека и 3D модел читаве ламеле са садејствујућом стенском масом. Мрежа коначних елемената за оба модела је веома груба, са само 4 елемента по слоју у правцу узводно-низводно, док је у вертикалном правцу сваки слој моделиран са два реда коначних елемената. У правцу осе бране 3D модел има 4 елемента у сваком слоју.

Резултати прорачуна температуре на 2D и 3D моделу међусобно се добро слажу, па се у даљој анализи користи 2D модел. Провером утицаја почетне температуре мешавине на максималне температуре у телу бране, утврђена је скоро линеарна зависност (уз претпоставку да сви слојеви имају исту почетну температуру). Затим је провераван утицај времена између бетонирања два узастопна слоја на максималне температуре у телу бране и добијено је да (на примеру бране Алгар) температура опада за скоро 2 °C, ако се интервал повећа са 3 на 20 часова.

У закључку се истиче да је за прорачун температурног поља сасвим довољан 2D модел попречног пресека, ако је растојање између разделница довољно велико. За снижавање максималних температура у телу бране препоручује се снижавање почетне температуре мешавине употребом леда, јер продужавање интервала између бетонирања узастопних слојева може захтевати везивни слој малтера, што поскупљује радове. Најпогоднији период за почетак грађења је јесен, док пролеће и лето свакако треба избегавати.

### *Саета, Скота и Виталиани, 1995.*

Саета (A. Saetta), Скота (R. Scotta) и Виталиани (R. Vitaliani), лит. [45], истичу да од термичких утицаја у великој мери зависи како напонско стање, тако и трајност масивних конструкција. Због тога предлажу нумерички поступак заснован на методи коначних елемената за прорачун напона и деформација, у зависности од температурног поља које је променљиво по времену и простору.



На примеру бране *Са Стриа* (Италија, 87 m) помоћу 2D модела приказана је термичка анализа која обухвата период од три године. Тело бране моделирано је слојевима висине од по 5 m (који се уграђују сваких 20 дана по један), уз закључак да оваква апроксимација нема превелики утицај на тачност резултата прорачуна. Температурно поље приказано је изотермама у попречном пресеку бране.

Прорачун хоризонталних напона у правцу осе бране извршен је на 3D моделу карактеристичне непреливне ламеле, дужине 25 m, такође у слојевима висине по 5 m. Моделом није обухваћена садејствујућа стенска маса и занемарене су галерије. Добијено је да максимални напони затезања износе око 0,6 МПа и јављају се у зони круне бране, у близини узводне контуре, после 680 дана од почетка грађења.

У закључку се каже да термички напони затезања зависе од дужине ламеле и да је предложеним моделом могуће реално сагледати напонско-деформацијско стање масивних конструкција услед утицаја температуре. Као наредни задаци за побољшање модела, предлажу се увођење материјалне нелинеарности, течења и скупљања.

### *BaCaRa, 1997.*

Да би објединили дотадашња искуства са изградње шест брана од ваљаног бетона, у Франскуској су покренули национални пројекат назван *BaCaRa*, лит. [55]. Као резултат пројекта објављена је монографија, у којој је једно поглавље посвећено термомеханичком понашању брана од ваљаног бетона.

У уводном делу дају се објашњења природе настанка термичких напона и указује на веома озбиљну могућност настанка прслина, уколико се тело бране вертикалним конструктивним разделницама не издели на ламеле одговарајућих дужина. Затим се истиче значај познавања климатских услова у зони бране, термичких и механичких особина материјала и услова уграђивања *RCC*-а.

За прорачун температуре препоручује се 2D или 3D модел заснован на методи коначних елемената. Да би се избегло просторно моделирање и олакшао прорачун, промена температуре у правцу осе бране може се проценити поређењем већег броја 2D модела попречних пресека на релативно малом растојању.

За прорачун термичких напона, *BaCaRa* препоручује обавезну употребу 3D модела који ће обухватати читаву ламелу, од једне до друге вертикалне конструктивне разделнице. Посебно се указује да 2D модел попречног пресека не може дати реалну слику напона у правцу осе бране, а управо су напони у овом правцу битни за оцену опасности од појаве термичких прслина.

У вези са избором конститутивних једначина, указује се да понашање *RCC*-а није ни еластично (због скупљања и течења), ни линеарно (због промене механичких особина у зависности од температуре и времена). Зато се препоручују *квази-линеарни*, или (у материјалном смислу) *нелинеарни* модели. Пре практичне примене, модел треба верификовати на основу података са неке претходно изграђене бране, за коју су познати сви битни улазни подаци.

Предвиђање ризика од појаве прслина заснива се на одређивању термичког поља у функцији времена, затим на прорачуну деформација и напона у телу ламеле и поређењу са чврстоћом ваљаног бетона на затезање (у датом тренутку и у посматраном чвору). Прслине ће се појавити ако је термички напон затезања већи од чврстоће бетона на затезање.

На основу искустава са брана на којима нема разделница: Галесвил (САД, 52 m), Апер Стилвотер (САД, 37 m), Оливети (Француска, 36 m) и Рио (Француска, 26 m), у монографији се закључује да се прслине јављају приближно на растојању једнаком грађевинској висини бране, али да закључак није применљив на све бране.

У закључку се каже да постојеће методе прорачуна могу успешно предвидети температуре у бранама од ваљаног бетона, али да је знатно теже проценити вредности термичких напона и оценити опасност од појаве прслина. Због тога се у почетним (нижим) фазама пројектовања препоручује само прорачун температура, ради избора састава мешавине, температуре слојева при уграђивању и динамике грађења, којима ће се избећи прекомерно повећање температуре у телу бране. Прорачун напона и деформација препоручује се тек на нивоу главног пројекта, када се располаже довољним бројем података лабораторијских испитивања и пробних мерења, и то обавезно помоћу 3D модела коначних елемената.

### **Бофанг и Пинг, 1999.**

Кинески професори у свом раду, лит. [67], предлажу "*Методу различитих временских корака у различитим регионима*" (*Methods of different time steps in different regions*), која уз претходно објављену *Методу обједињених слојева*, лит. [43] и лит. [62], треба да скрати веома дуготрајан рачунски процес и огромну захтевану меморију за прорачун напона код RCC брана. Метода различитих временских корака подразумева поделу конструкције на регион  $A$  у коме је "стари бетон" и регион  $B$  у коме је "млад бетон", са "контактном површином"  $CC$  између њих. Прорачун обухвата следеће кораке:

- 1) Прорачун региона  $B$  у кратким временским корацима, уз претпоставку да су на контактної површини  $CC$  померања једнака нули. Као резултат добијају се напони у региону  $B$  и реактивно оптерећење од  $B$  на контактну површину  $CC$ ;
- 2) Прорачун напона у региону  $A$  у дугачким временским корацима и реактивног оптерећења од  $A$  на контактну површину  $CC$ ;
- 3) Прорачун читаве конструкције (оба региона –  $A$  и  $B$ ) услед реактивног оптерећења из  $A$  и реактивног оптерећења из  $B$  на контактну површину  $CC$ ;
- 4) Сумирање напона по регионима, при чему су напони у региону  $A$  једнаки збиру напона из корака 2) и 3), а напони у региону  $B$  збиру напона из корака 1) и 3).

У другом делу рада приказује се алгоритам различитих временских корака у различитим регионима за нестационарно поље температуре. Конструкција се за прорачун температурног поља дели на регион  $R_1$  – у коме су велике и нагле промене

температуре, регион  $R_2$  – у коме је прелазно стање и регион  $R_3$  – у коме су умерене промене температуре. За сваки регион усвајају се одговарајући почетни и гранични (спољашњи) услови, као и услови на контакту региона и врши се засебан термички прорачун са различитим временским корацима. Укупно температурно поље добија се сумирањем утицаја из засебних термичких прорачуна свих региона.

На крају се закључује да је увођењем поједностављења по Методи обједињених слојева и Методи различитих временских корака у различитим регионима, могуће извршити симулацију процеса изградње и експлоатације великих брана од ваљаног бетона. На примеру бране Три клисуре, помоћу осносиметричног 3D модела преливне ламеле, на два дијаграма приказује се напонско стање у правцу средње линије дела попречног пресека бране (највећи напони затезања износе близу 2 МПа).

### *Кричтон, Бензенати, Киу и Вилијамс, 1999.*

Група аутора под руководством Кричтона (A. J. Crichton), лит. [63], покушала је да одговори на питање да ли упрошћени прорачунски модели могу реално да опишу промену термичких напона затезања кроз време. На примеру бране Кинта (Малезија, 90 m), помоћу 2D модела попречног пресека кроз највишу непреливну ламелу најпре се приказује прорачун промене температуре кроз време у карактеристичним чворовима.

Затим се ради прорачун напонског стања са раванским МКЕ моделима различите сложености:

- линеарно-еластичан модел;
- линеарно-еластичан модел са течењем;
- квази-линеарно-еластичан модел;
- квази-линеарно-еластичан модел са течењем

и приказују се напони у карактеристичним чворовима у правцу осе бране. На основу одступања између дијаграма, уочава се да су међусобно сагласни резултати првог и трећег, односно другог и четвртог модела. Имајући у виду очекиване резултате, закључује се да је веома важно узети у обзир утицај течења.

На крају рада, на основу прелиминарних резултата прорачуна на 3D квази-линеарно-еластичном моделу са течењем (за који нема података прорачуна) и поређења са раванским моделом закључује се да:

- 3D модели дају знатно мање напоне затезања у правцу осе бране;
- почетна температура мешавине је приближно једнака просечној температури ваздуха на месту бране;
- хлађењем мале зоне RCC-а у близини узводне контуре значајно се смањују термички напони;
- линеарно-еластичан модел прецењује термичке напоне и до 3,6 пута.

### *Руеда, Кампруби и Гарсија, 2005.*

Руеда (F. Rueda), Кампруби (N. Camprubi) и Гарсија (G. Garcia), лит. [113], су применом поступка *NISA*, лит. [36] анализирали утицај температуре на појаву напона



затезања у току предстојеће изградње бране Ла Брења (Шпанија, 124 m). Помоћу програмског пакета ABAQUS формиран је просторни модел карактеристичне непреливне ламеле и извршена фазна термичко-напонска анализа.

Модел реално описује геометрију конструкције, мрежа коначних елемената је прилагођена природи проблема и димензијама бране, а садејствујућа стенска маса је узета у обзир. Почетне температуре мешавина по слојевима претпостављене су на бази средњих месечних температура ваздуха; гранични услови по температурама одговарају расположивим хидро-метеоролошким подацима (без утицаја инсолације); гранични услови по померањима су реални и проистичу из физичког понашања конструкције.

На основу прорачунског периода од годину и по дана (предвиђено време грађења бране) закључује се да максималне очекиване температуре у маси ламеле износе око 42 °C. Напони затезања (око 1,5 МПа) могу се очекивати у правцу осе ламеле, у доњој трећини бране и то на узводној и низводној контури. У темељној спојници правац напона затезања је узводно-низводно, а рачунске вредности износе око 1 МПа.

Приликом оцене добијених резултата треба имати у виду да модел није узео у обзир течење и скупљање бетона, нити је разматрана могућа појава прелина. Такође, да би се стекао реалнији увид у термичко-напонско понашање, прорачунски период мора бити знатно дужи, тако да обухвати и вишегодишњи период у току експлоатације конструкције.

У закључку, аутори истичу неопходност просторног моделирања термичких напона у масивним гравитационим RCC бранама и указују да је утицај температуре пресудан за појаву затезања. Нарочито осетљиви делови конструкције су узводна и низводна контура бране, услед ниских температура ваздуха током зиме, као и темељна спојница због ограниченог померања на контакту бране и стенске масе.



## 2. ОСНОВЕ ТЕРМИЧКОГ ПРОРАЧУНА

### 2.1. ОСНОВНИ ПОЈМОВИ И ЈЕДНАЧИНЕ

#### 2.1.1. Температурно поље

*Температура* је мера топлотног стања и одређена је интензивношћу кретања честица (атома и молекула) посматраног тела, лит. [79]. У међународном SI систему јединица, температура је једна од седам основних величина и њена јединица је Келвинов степен ( $^{\circ}\text{K}$ ). Температура је пропорционална средњој кинетичкој енергији топлотног кретања атома и молекула тела. Уколико се честице тела не крећу, његова температура је на апсолутној нули. Поред Келвинове, у употреби су још три скале и то: Целзијусова, Фаренхајтова и Реомирова. Уређаји за мерење температуре зову се *термометри*.

*Температурно поље* представља топлотно стање посматраног простора у неком тренутку времена. Уколико се температура током времена не мења, поље је *стационарно*, тј.

$$T = f(x, y, z) . \quad (2.1)$$

У супротном, поље се назива *нестационарно* и температура је

$$T = f(x, y, z, \tau) . \quad (2.2)$$

Температурно поље се графички представља путем *изотермичких површина* које у свим тачкама поља имају исту температуру.

*Градијент температуре* је промена интензитета температуре у правцу нормале "n" на изотермичку површину, у смеру повећања температуре. Градијент се представља као вектор у правцу нормале и бројно је једнак парцијалном изводу температуре по правцу нормале. Општи израз је:

$$\text{grad } T = \frac{\partial T}{\partial n} \cdot \mathbf{n}^0 , \quad (2.3)$$

где је  $\mathbf{n}^0$  јединични вектор нормале на изотермичку површину. У систему Декартових (R. Descartes) правоуглих координата, градијент температуре у развијеном облику гласи:

$$\text{grad } T = \frac{\partial T}{\partial x} \cdot \mathbf{i} + \frac{\partial T}{\partial y} \cdot \mathbf{j} + \frac{\partial T}{\partial z} \cdot \mathbf{k} , \quad (2.4)$$

где су  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$  и  $\mathbf{k}$  ортови координатних оса  $x$ ,  $y$  и  $z$ .

*Закон о проводљивости топлоте* формулисао је 1882. године познати француски научник *Фурије* (J. B. Fourier). Према њему:

Вектор густине топлотног протицаја у свакој тачки температурног поља пропорционалан је градијенту температуре у тој тачки:

$$\mathbf{W} = -\lambda \cdot \text{grad } T, \quad (2.5)$$

где су:

- $\mathbf{W}$  – вектор густине топлотног протицаја у правцу нормале на изотермичку површину, а у смеру опадања температуре; бројно је једнак количини топлоте која пролази у јединици времена кроз изотермичку јединичну површину;
- $\lambda$  – коефицијент проводљивости топлоте у  $[\text{W}/(\text{m} \cdot ^\circ\text{C})]$ .

### 2.1.2. Диференцијална једначина проводљивости топлоте

Фуријеова диференцијална једначина проводљивости топлоте описује промену температуре у просторно–временским координатама, лит. [9] и [79], и за нехомогено изотропно тело гласи:

$$c \cdot \rho \cdot \frac{\partial T}{\partial \tau} = \text{div}(\lambda \cdot \text{grad } T) + q(x, y, z, \tau, T), \quad (2.6)$$

где су:

- $c$  – специфични топлотни капацитет материје (често се краће назива специфична топлота) у  $[\text{J}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C})]$ ;
- $\rho$  – запреминска маса у  $[\text{kg}/\text{m}^3]$ ;
- $q$  – моћност унутрашњих извора топлоте, тј. количина топлоте која се у јединици запремине тела и у јединици времена издваја из извора топлоте у  $[\text{J}/\text{m}^3]$ ;
- $\text{div}(\lambda \cdot \text{grad } T) = \text{div } \mathbf{B}$  – дивергенција или разилажење вектора  $\mathbf{B}$  које се може написати као:

$$\text{div } \mathbf{B} = \frac{\partial B_x}{\partial x} \cdot \mathbf{i} + \frac{\partial B_y}{\partial y} \cdot \mathbf{j} + \frac{\partial B_z}{\partial z} \cdot \mathbf{k}.$$

Уколико коефицијент проводљивости топлоте ( $\lambda$ ) не зависи од координата и температуре, диференцијална једначина проводљивости топлоте има једноставнији облик:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \alpha_T \cdot \Delta T + \frac{q}{c \cdot \rho}, \quad (2.7)$$

где су:

- $\alpha_T = \frac{\lambda}{c \cdot \rho}$  – коефицијент дифузије (проводљивости температуре) у  $[\text{m}^2/\text{s}]$ ;
- $\Delta T = \text{div}(\text{grad } T)$  – Лапласов оператор температуре (означава се и као  $\nabla^2 T$ ), тј. операција која се означава као:

$$\Delta T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} . \quad (2.8)$$

Ако је тело хомогено и изотропно, а температурно поље стационарно, диференцијална једначина проводљивости топлоте постаје Поасонова једначина:

$$\Delta T = - \frac{q}{\lambda} , \quad (2.9)$$

а ако нема унутрашњег извора топлоте, своди се на Лапласову једначину:

$$\Delta T = 0 . \quad (2.10)$$

Диференцијална једначина провођења топлоте за нестационарно температурно поље (2.6) представља парцијалну диференцијалну једначину параболичног типа. Ако су  $\lambda$ ,  $c$ ,  $\rho$  и  $q$  произвољне функције координата, времена и температуре, једначина је нелинеарна, односно квазилинеарна. Уколико су наведене величине произвољне функције координата и времена, а  $q$  линеарна функција температуре, једначина (2.9) је линеарна.

Имајући у виду све наведено, као и претпоставку о хомогености бетона, надаље ће се разматрати линеарна парцијална диференцијална једначина проводљивости топлоте за нестационарно температурно поље, која у Декартовим координатама има облик:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \alpha_T \cdot \Delta T + Q(x, y, z, \tau) , \quad (2.11)$$

где су:

- $\alpha_T = \text{const}$ ;
- $Q = \frac{q}{c \cdot \rho}$ .

Ако је  $Q \neq 0$ , једначина (2.11) је нехомогена, а ако је  $Q = 0$ , једначина је хомогена.

### 2.1.3. Почетни и гранични услови

Да би се од бесконачно много решења Фуријеове линеарне парцијалне диференцијалне једначине нестационарне проводљивости топлоте одредило оно које једнозначно описује конкретан проблем, потребно је увести почетне и граничне услове.

*Почетни услови* карактеришу топлотно стање тела у произвољно утврђеном тренутку времена  $\tau = \tau_0$ . Ако се претпостави да је тај тренутак времена нулто стање, тј.  $\tau_0 = 0$ , за произвољне функције координата се добија:

$$T(x, y, z, \tau) \Big|_{\tau=0} = T(x, y, z, 0) = f(x, y, z) . \quad (2.12)$$

*Гранични услови* на контури тела могу бити задати по температури, по протицају топлоте и по закону о размени топлоте са спољашњом средином. Према томе, постоје три основна типа граничних услова.

**Први услов:**

На контури  $\Gamma$  тела, у тачки  $P$ , задата је температура преко функције  $\xi(P, \tau)$ :

$$T(x, y, z, \tau)|_{\Gamma} = \xi(P, \tau). \quad (2.13)$$

**Други услов:**

На контури  $\Gamma$  тела, у тачки  $P$ , задат је протицај топлоте (топлотни флуks)  $\eta(P, \tau)$ :

$$\frac{\partial T(x, y, z, \tau)}{\partial n} \Big|_{\Gamma} = \frac{1}{\lambda} \cdot \eta(P, \tau). \quad (2.14)$$

**Трећи услов:**

Претпоставља се да је размена топлоте тела са спољашњом средином по *Њутновом закону о размени топлоте (о конвекцији)*, према коме је зависност густине протицаја топлоте на површини тела  $\Gamma$  при расхлађивању, пропорционална разлици температуре на површини тела и температуре средине која га окружује ( $\psi$ ), односно да је  $W_n = \alpha \cdot (\psi - T_n)$ . Задата је температура средине која окружује тело, на контури  $\Gamma$  тела, у тачки  $P$  је  $\psi(P, \tau)$ , па трећи услов гласи:

$$\frac{\partial T(x, y, z, \tau)}{\partial n} \Big|_{\Gamma} = K \cdot [\psi(P, \tau) - T(x, y, z, \tau)|_{\Gamma}], \quad (2.15)$$

где су:

- $n$  – спољашња нормала на површину  $\Gamma$  тела, у тачки  $P$ ;
- $K = \frac{\alpha}{\lambda}$  – релативан коефицијент одавања топлоте;
- $\alpha$  – коефицијент одавања топлоте;
- $T_n$  – температура површине тела у процесу размене топлоте.

На основу изложеног следи да се први и други гранични услов могу разматрати као гранични случајеви трећег граничног услова, При томе, први гранични услов се добија када  $K$  тежи бесконачности ( $K \rightarrow \infty$ ), а други гранични услов се добија када је  $K$  веома мало, тј. када  $K$  тежи нули ( $K \rightarrow 0$ ).

Сва три гранична услова могу се представити једним изразом:

$$A \cdot \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{\Gamma} + B \cdot T \Big|_{\Gamma} = C \cdot g(P, \tau), \quad (2.16)$$

где су  $A$ ,  $B$  и  $C$  константе.

Ако је  $g \neq 0$ , гранични услови типа (2.16) називају се нехомогеним граничним условима, а ако је  $g = 0$ , хомогеним граничним условима.



Услови компатибилности представљају услове једнакости температуре и протицаја топлоте на линији спајања два тела са различитим топлотно-физичким карактеристикама ( $\alpha_T$ ,  $\lambda$  и  $c \cdot \rho$ ), при идеалном топлотном контакту:

$$T_1(P, \tau) = T_2(P, \tau) \quad \text{и}$$

$$\lambda_1 \cdot \frac{\partial T_1(P, \tau)}{\partial n} = \lambda_2 \cdot \frac{\partial T_2(P, \tau)}{\partial n} . \quad (2.17)$$

#### 2.1.4. Формулисање задатка о проводљивости топлоте

Решити задатак о проводљивости топлоте за хомогено и изотропно тело значи одредити функцију температуре  $T = f(x, y, z, \tau)$ , дефинисану и непрекидну у затвореној области  $-A_1 \leq x \leq A_2$ ,  $-B_1 \leq y \leq B_2$ ,  $-C_1 \leq z \leq C_2$  и  $0 \leq \tau \leq t$ , која у отвореној области  $-A_1 < x < A_2$ ,  $-B_1 < y < B_2$ ,  $-C_1 < z < C_2$  и  $0 < \tau \leq t$  задовољава диференцијалну једначину (2.11):

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \alpha_T \cdot \Delta T + Q(x, y, z, \tau) ,$$

$$-A_1 < x < A_2, \quad -B_1 < y < B_2, \quad -C_1 < z < C_2 \quad \text{и} \quad 0 < \tau \leq t ,$$

са почетним условима (2.12):

$$T(x, y, z, 0) = f(x, y, z) ,$$

$$-A_1 \leq x \leq A_2, \quad -B_1 \leq y \leq B_2, \quad -C_1 \leq z \leq C_2 .$$

и граничним условима (2.16):

$$A \cdot \frac{\partial T(x, y, z, \tau)}{\partial n} \Big|_{\Gamma} + B \cdot T(x, y, z, \tau) \Big|_{\Gamma} = C \cdot g(P, \tau) .$$

При томе се претпоставља да функција температуре  $T = f(x, y, z, \tau)$  треба да задовољи наведену диференцијалну једначину (2.11) у отвореној области, али не на контури тела и не за  $\tau = 0$ . Услов непрекидности функције у затвореној области треба схватити као један од граничних услова.

Ако је функција температуре  $T = T(x, \tau)$ , провођење топлоте врши се само у правцу осе  $x$ , па је температурно поље једнодимензионално и важи:

$$\frac{\partial T}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial z} = 0 \quad \text{и} \quad \Delta T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} . \quad (2.18)$$

Ако је функција температуре  $T = T(x, y, \tau)$ , провођење топлоте врши се у два правца, у равни  $xy$ , па је температурно поље двдимензионално и важи:

$$\frac{\partial T}{\partial z} = 0 \quad \text{и} \quad \Delta T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} . \quad (2.19)$$

Код тродимензионалног температурног поља функција температуре је  $T = T(x, y, z, \tau)$ , провођење топлоте врши се у сва три правца и важи:

$$\Delta T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad (2.20)$$

### 2.1.5. Решавање задатка о проводљивости топлоте

Решење линеарне парцијалне диференцијалне једначине проводљивости топлоте за нестационарно температурно поље (2.11) има следеће особине:

- 1) Решење је непрекидно и зависи само од слободног члана  $Q(x, y, z, \tau)$ , коефицијента дифузивности  $\alpha_T$  и од почетних и граничних услова;
- 2) Ако је слободан члан  $Q(x, y, z, \tau) \geq 0$ , најмања вредност решења постиже се или када је  $\tau = 0$ , или на граници тела;
- 3) Ако је слободан члан  $Q(x, y, z, \tau) \leq 0$ , највећа вредност решења постиже се или када је  $\tau = 0$ , или на граници тела;
- 4) Ако је једначина хомогена, тј.  $Q \equiv 0$ , најмање или највеће решење добија се за  $\tau = 0$ , или на граници тела.

У математичкој физици која се бави проблемом проводљивости топлоте, користе се две групе метода за решавање предметне параболичке парцијалне диференцијалне једначине: аналитичке и нумеричке.

*Аналитичке методе* карактерише постојање решења проблема у затвореном облику. Поступци се заснивају на математичком решењу параболичких парцијалних диференцијалних једначина. Најпознатије аналитичке методе су:

- 1) Фуријеова метода раздвајања променљивих;
- 2) Метода интегралних трансформација;
- 3) Метода функције Грина (Green).

Заједничко за све ове методе је да решења постоје за релативно мали број проблема, по правилу једноставне геометрије, граничних и почетних услова. Због тога се аналитичке методе могу применити само у релативно малом броју случајева прорачуна проводљивости топлоте код линеарних проблема. Данас се најчешће користе за проверу решења добијених нумеричким методама и верификацију нумеричких модела.

*Нумеричке методе* омогућавају решавање сложених (линеарних и нелинеарних) проблема који се редовно јављају у термичким прорачунима у инжењерској пракси. Решења су приближна, а могућности знатно веће него код аналитичких метода. Две најпознатије и најчешће примењиване методе су:

- 1) Метода коначних разлика (диференцна метода);
- 2) Метода коначних елемената.

Метода коначних разлика је прва нумеричка метода која је због своје једноставности брзо нашла примену у многим областима. Иако је данас све мање у

употреби, овом методом могуће је решити велики број релативно сложених проблема. У методи коначних разлика изводи функције температуре у диференцијалној једначини проблема апроксимирају се коначним разликама у одређеним тачкама. Уз познате граничне и почетне услове, поступак решавања је једноставан и релативно брз.

Метода коначних елемената (МКЕ) је већ дужи низ година најчешће примењивана метода прорачуна инжењерских конструкција. Она пружа могућност ефикасног моделирања веома сложене геометрије, граничних и почетних услова, као и различитих механичких и термичких карактеристика материјала. Заснована је на физичкој дискретизацији разматраног континуума помоћу коначних елемената, чиме се омогућава и прорачуна садејства конструкције и средине у којој се налази.

### 2.1.6. Одређивање напона и деформација услед температуре

Да би се одредило померање услед деловања температуре на хомогено изотропно и еластично тело, користе се проширене Ламеове (Lamé) једначине и одговарајући гранични услови. Ламеове једначине теорије еластичности имају следећи облик:

$$\begin{aligned} G \cdot \left[ \Delta u + \frac{1}{1-2\nu} \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right] - \frac{1}{1-2\nu} \cdot \alpha \cdot E \cdot \frac{\partial T}{\partial x} + X &= 0 \\ G \cdot \left[ \Delta v + \frac{1}{1-2\nu} \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right] - \frac{1}{1-2\nu} \cdot \alpha \cdot E \cdot \frac{\partial T}{\partial y} + Y &= 0 \\ G \cdot \left[ \Delta w + \frac{1}{1-2\nu} \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right] - \frac{1}{1-2\nu} \cdot \alpha \cdot E \cdot \frac{\partial T}{\partial z} + Z &= 0 \end{aligned} \quad (2.21)$$

у којима су:

- $u$ ,  $v$  и  $w$  – померања у правцу координатних оса;
- $X$ ,  $Y$  и  $Z$  – запреминске силе у правцу координатних оса;
- $G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)}$  – модул клизања;
- $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$  – Лапласов (Laplace) оператор;
- $\varepsilon = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$  – кубна дилатација;
- $E$  – модул еластичности;
- $\nu$  – Поасонов (Poisson) коефицијент бочне контракције бетона;
- $\alpha$  – коефицијент линеарне топлотне дилатације.

Гранични услови могу бити задати на три начина:

- 1) преко померања;
- 2) преко површинских сила;
- 3) мешовито – преко померања и површинских сила



С обзиром да су Ламеове једначине дате по померањима, треба користити и површинске услове изражене преко померања, тј. Кошијеве (Cauchy) површинске услове:

$$\begin{aligned} P_{nx} &= \sigma_x \cdot \cos\varphi_{nx} + \tau_{xy} \cdot \cos\varphi_{ny} + \tau_{xz} \cdot \cos\varphi_{nz} \\ P_{ny} &= \tau_{yx} \cdot \cos\varphi_{nx} + \sigma_y \cdot \cos\varphi_{ny} + \tau_{yz} \cdot \cos\varphi_{nz} \\ P_{nz} &= \tau_{zx} \cdot \cos\varphi_{nx} + \tau_{zy} \cdot \cos\varphi_{ny} + \sigma_z \cdot \cos\varphi_{nz} , \end{aligned} \quad (2.22)$$

при чему су:

- $P_n$  – укупни напон, или оптерећење, на површини тела чија спољашња нормала  $n$  са позитивним смеровима оса  $x$ ,  $z$  и  $y$  заклапа редом углове  $\varphi_{nx}$ ,  $\varphi_{ny}$ , и  $\varphi_{nz}$ ;
- $P_{nx}$ ,  $P_{ny}$  и  $P_{nz}$  – пројекције укупног напона  $P_n$  на координатне осе.

Када се у наведене Кошијеве граничне услове унесу следећи изрази за напоне у функцији од померања:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= 2 \cdot G \cdot \frac{1}{1-2\nu} \cdot \left[ (1-\nu) \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + \nu \cdot \left( \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) - (1+\nu) \cdot \alpha \cdot T \right] \\ \sigma_y &= 2 \cdot G \cdot \frac{1}{1-2\nu} \cdot \left[ (1-\nu) \cdot \frac{\partial v}{\partial y} + \nu \cdot \left( \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial x} \right) - (1+\nu) \cdot \alpha \cdot T \right] \\ \sigma_z &= 2 \cdot G \cdot \frac{1}{1-2\nu} \cdot \left[ (1-\nu) \cdot \frac{\partial w}{\partial z} + \nu \cdot \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) - (1+\nu) \cdot \alpha \cdot T \right] \\ \tau_{xy} &= G \cdot \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ \tau_{yz} &= G \cdot \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ \tau_{zx} &= G \cdot \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) , \end{aligned} \quad (2.23)$$

добија се веза између површинских сила и померања:

$$\begin{aligned} \frac{P_{nx}}{G} &= \left[ c \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + b \cdot \frac{\partial v}{\partial y} + b \cdot \frac{\partial w}{\partial z} - (2 \cdot a + b) \cdot \alpha \cdot T \right] \cdot \cos\varphi_{nx} + \\ &+ \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \cdot \cos\varphi_{ny} + \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \cdot \cos\varphi_{nz} \\ \frac{P_{ny}}{G} &= \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \cdot \cos\varphi_{nx} + \left[ c \cdot \frac{\partial v}{\partial y} + b \cdot \frac{\partial w}{\partial z} + b \cdot \frac{\partial u}{\partial x} - (2 \cdot a + b) \cdot \alpha \cdot T \right] \cdot \end{aligned} \quad (2.24)$$

$$\begin{aligned} & \cdot \cos\varphi_{ny} + \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \cdot \cos\varphi_{nz} \\ \frac{P_{nz}}{G} = & \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \cdot \cos\varphi_{nx} + \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \cdot \cos\varphi_{ny} + \\ & + \left[ c \cdot \frac{\partial w}{\partial z} + b \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + b \cdot \frac{\partial v}{\partial y} - (2 \cdot a + b) \cdot \alpha \cdot T \right] \cdot \cos\varphi_{nz} \quad , \end{aligned}$$

у којима фигуришу следеће ознаке:

- $a = \frac{1}{1 - 2\nu}$  ;
- $b = \frac{2\nu}{1 - 2\nu}$  ;
- $c = \frac{2 \cdot (1 - \nu)}{1 - 2\nu}$  .

За одређивање деформацијског стања тела потребно је увести још и изразе за компоненте деформација изражене преко компонената померања:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} \quad ; \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} \quad ; \\ \varepsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z} \quad ; \tag{2.25} \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad ; \\ \gamma_{yz} &= \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \quad ; \\ \gamma_{zx} &= \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \quad . \end{aligned}$$

Ако су гранични услови задати преко померања, онда у било којој тачки А граничне површи морају бити испуњене следеће једнакости:

$$u = f(A), \quad v = \varphi(A) \quad \text{и} \quad w = \psi(A) \quad , \tag{2.26}$$

при чему су  $f$ ,  $\varphi$  и  $\psi$  задате функције померања.

У случају када на површинама тела нема ни спољашњег оптерећења, нити померања, леве стране једначина (2.24) су једнаке нули.

Поступак одређивања напона и деформација је следећи: најпре се из Ламеових једначина (2.21) уз коришћење граничних услова (2.24) или (2.26) одреде функције

померања  $u$ ,  $v$  и  $w$ . Уношењем ових функција у једначине (2.23) које представљају везу између напона и померања добијају се функције напона:  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_z$ ,  $\tau_{xy}$ ,  $\tau_{yz}$  и  $\tau_{zx}$ , а уношењем у једначине (2.25) добијају се функције деформација:  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$ ,  $\varepsilon_z$ ,  $\gamma_{xy}$ ,  $\gamma_{yz}$  и  $\gamma_{zx}$ . На тај начин одређено је напонско и деформацијско стање посматраног тела.

Решење Ламеових једначина за произвољно оптерећење није могуће у затвореном облику, али постоје бројна општа решења (парцијалних диференцијалних једначина) са хармонијским функцијама и приближна нумеричка решења. У случају када се претпостави да је модул еластичности константан (одсуство запреминских сила), решење Ламеових једначина састоји се од партикуларног решења једначина (2.21) и општег решења хомогених једначина (које се добијају када се у (2.21) унесе  $T = 0$ ) које задовољава граничне услове (2.24) или (2.26).

### 2.1.7. Услов за појаву прслине

С обзиром на знатно мање количине цемента по јединици запремине ваљаног у односу на класичан бетон, могло би се закључити да анализа утицаја температуре код брана од ваљаног бетона није потребна. Међутим, иако је топлота хидратације релативно ниска, досадашња искуства показују да је термичка анализа неопходна, нарочито код високих брана, лит. [28], [55] и [57]. Узроци су:

- краће време грађења у односу на бране од класичног бетона;
- технологија уграђивања у слојевима;
- изложеност површине слојева температурним утицајима средине.

Набројани разлози значајно смањују могућности одавања топлоте са слободних површина бране од ваљаног бетона. Непосредно по уграђивању бетона, под утицајем топлоте хидратације, долази до повећања температуре у телу бране. По завршетку адијабатског пораста температуре, почиње хлађење бетона до просечне годишње температуре ваздуха. Последице ових процеса су температурне промене које изазивају промену запремине (ширење и скупљање) конструкције, односно термичке дилатације. Уколико је промена запремине спречена, или ограничена, јављају се напони, лит. [19].

Услов за појаву прслине је да максимални главни напон затезања буде већи од чврстоће бетона на затезање у посматраном тренутку (и на посматраном месту у конструкцији), тј.

$$\sigma_1(t) > f_z(t) , \quad (2.27)$$

где су:

- $\sigma_1(t)$  – максимални главни напон затезања, у тренутку  $t$ ;
- $f_z(t)$  – рачунска чврстоћа ваљаног бетона на затезање, у тренутку  $t$ .

Услед утицаја температуре, прекорачење чврстоће бетона на затезање по правилу настаје у правцу осе бране. Због тога се прслине јављају у вертикалној равни, по висини попречног пресека бране. Ширина прслина и растојање попречних пресека у којима су се појавиле прслине зависе од *степенa ограничености*, лит. [55].



*Степен ограничености* је мера ограничености промене запремине тела (бране). На ограниченост промене запремине утичу средина у којој је брана темељена, друге конструкције са којима је брана у контакту и претходни слојеви ваљаног бетона. Због тога се дефинишу на *степен ограничености померања конструкције* и *степен ограничености померања темеља*.

Степен ограничености померања конструкције зависи од односа крутости претходног и новог слоја ваљаног бетона, смичуће чврстоће између слојева, облика попречног пресека конструкције и ограничености скупљања површине слоја (услед различите брзине хлађења хоризонталне спојнице у односу на унутрашњост слоја). Степен је већи у колико су већи однос крутости слојева, веће смичуће чврстоће и већа разлика температура између површине и унутрашњости слоја, лит. [36].

На ограниченост померања темеља првенствено утиче величина силе трења између конструкције и средине, однос модула еластичности бетона и модула еластичности стенске масе, као и дужина бране у зони темељне спојнице. Веће вредности степена ограничености померања темеља добијају се ако су веће силе трења, већи односи модула еластичности бетона и стене и већа дужина бране у темељној спојници.

## 2.2. ТЕРМИЧКЕ ОСОБИНЕ ВАЉАНОГ БЕТОНА

### 2.2.1. Адијабатски пораст температуре

*Адијабатски пораст температуре* у бетону услед топлоте хидратације цемента подразумева одсуство размене топлоте између посматране масе бетона и околне средине. Код масивних бетонских конструкција максимална температура у средини масе скоро да достиже вредност збира почетне температуре мешавине и адијабатског пораста температуре. У деловима конструкције који су близу контурама, максимална температура је знатно нижа и на њу првенствено утиче температура спољашње средине, лит. [7].

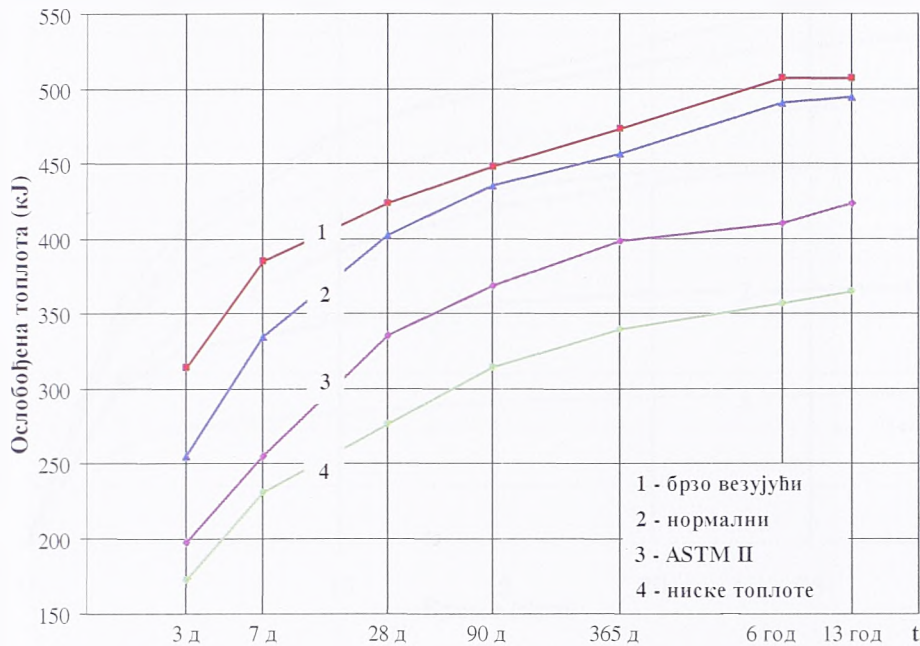
Најважнији чиниоци који утичу на *ослобађање топлоте у бетону* су: хемијски и минералoшки састав цемента, финоћа цементног млива, температура бетонске мешавине у тренутку уграђивања, температура спољашње средине и количина цемента по јединици запремине бетона. Вредност адијабатског пораста температуре и облик криве у функцији времена могу бити веома различите у зависности од састава мешавине. На основу низа истраживања, лит. [7], [9] и [18], *закон ослобађања топлоте* (егзотермије) у зависности од времена може се дефинисати као:

$$q(t) = q_{\max} \cdot (1 - e^{-mt}) \quad , \quad (2.28)$$

где су:

- $q(t)$  – количина хидратационе топлоте коју ослобађа цемент јединичне масе за време  $t$ , при адијабатским условима, у [J/kg];

- $q_{\max}$  – максимална ослобођена количина хидратационе топлоте цемента јединичне масе, за време  $t = \infty$ , при адијабатским условима, у  $[J/kg]$ ;
- $e$  – основа природног логаритма;
- $m$  – временски фактор ослобађања топлоте у зависности од минералoшког састава цемента и очекиване температуре мешавине при уграђивању, оријентационо се узима  $m = 0,010$  до  $0,015$   $1/h$ ;
- $t$  – време од производње мешавине до посматраног тренутка, у  $[h]$ .



Слика 2.1. Утицај врсте цемента на топлоту хидратације

Иако процес одавања топлоте хидратације траје врло дуго, за практичну примену се сматра завршеним после два до три месеца. Највећи део топлоте (60 – 80 %) ослободи се у првих 7 дана након бетонирања. На слици 2.1. приказане су зависности ослобађања топлоте хидратације од времена, лит. [13], за различите врсте цемента.

Истраживања су показала, лит. [8], да се заменом дела количине цемента другим везивним материјалима (пуцолан, електрофилтерски пепео, згура и сл.) снижавају апсолутне вредности и утичу на успорен развој хидратационе топлоте. Већа финоћа млива цемента, већи водовезивни фактор и виша температура мешавине у време уграђивања утичу на повећање количине ослобођене топлоте.

*Адијабатски пораст температуре* првенствено зависи од врсте и хемијског састава цемента, количине цемента по јединици запремине бетона, специфичне топлоте и запреминске масе бетона. Пораст температуре у зависности од времена може се приближно одредити према изразу:

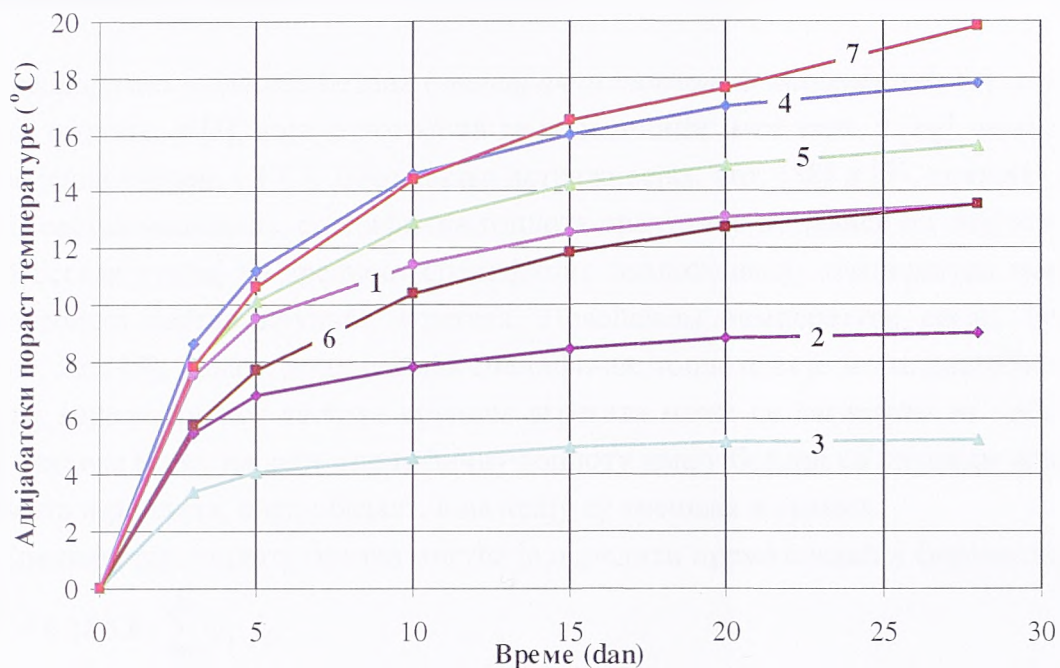
$$T_h(t) = \frac{q(t) \cdot C_c}{c \cdot \rho} \quad , \quad (2.29)$$

где су:

- $T_h(t)$  – дијабатски пораст температуре кроз време, услед топлоте хидратације везивних материјала, у  $[^{\circ}C]$ ;

- $q(t)$  – количина топлоте издвојена при хидратацији везивних материјала јединичне масе до посматраног тренутка, у  $[J/kg]$ ;
- $C_c$  – количина везивних материјала по јединици запремине бетона, у  $[kg/m^3]$ ;
- $c$  – специфична топлота.

За уобичајене врсте и количине цемента, максимални адијабатски пораст температуре код класичног бетона обично је до  $50\text{ }^\circ\text{C}$ .



Слика 2.2. Адијабатски пораст температуре у зависности од количине и односа везивних материјала

Имајући у виду особености ваљаног бетона, а пре свега мање количине цемента по јединици запремине и значајно учешће других везивних материјала, може се закључити да је адијабатски пораст температуре код RCC-а нижи него код класичног хидротехничког бетона. На слици 2.2. приказан је адијабатски пораст температуре у ваљаном бетону за бране Willow Creek и Longtan, лит. [56].

Табела 2.1. Максимални адијабатски пораст температуре, зависно од количине везивних материјала

Р. бр.	Брана	Укупно везивни материјали ( $kg/m^3$ )	Цемент ( $kg/m^3$ )	Електрофилтерски пепео ( $kg/m^3$ )	$T_{max}^{ad}$ ( $^\circ\text{C}$ )
1	Willow Creek	200	140	60	/
2	Willow Creek	115	80	35	/
3	Willow Creek	50	35	15	/
4	Longtan	200	90	110	20,4
5	Longtan	180	75	105	17,7
6	Longtan	160	55	105	16,2
7	Longtan	240	100	140	22,5

Подаци о количинама цемента и електрофилтерског пепела дати су у Табели 2.1. за сваки од седам графика. У последњој колони је максималан адијабатски пораст



температуре ( $T_{\max}^{\text{ad}}$ ) за мешавине са бране Longtan. Поређењем са вредностима адијабатског пораста температуре после 28 дана, уочава се да оне износе 80 до 90 % у односу на максималне вредности. Мешавине са већом количином везивних материјала имају бржи адијабатски пораст температуре и већу вредност максималног адијабатског пораста температуре бетона.

### 2.2.2. Специфична топлота

Специфична топлота бетона (специфични топлотни капацитет), ( $c$ ), једнака је количини топлоте, у [J], која је потребна да се јединици масе тела, у [kg], температура повећа за један степен, у [°C]. Досадашња истраживања, лит. [58] и [9], показују да, без обзира на састав мешавине, специфична топлота практично не зависи од старости.

Известан утицај на вредност специфичне топлоте имају температура мешавине и минералoшки састав крупног агрегата. Повећањем температуре свеже бетонске мешавине, лит. [7], долази до повећања специфичне топлоте које може достићи и до 20 %. Утицај минералoшког састава крупног агрегата може се сагледати из табеле 2.2. Иако су разлике мале, највећу специфичну топлоту имају бетони са крупним агрегатом од доломита и риолита, следи базалт, а на крају су кречњак и гранит.

Специфичну топлоту бетона могуће је одредити према следећој формули:

$$c = 4.186,8 \cdot \sum_{i=1}^n G_i \cdot f_{2i} \quad , \quad (2.30)$$

где су:

- специфична топлота, у [J/(kg · °C)];
- $G_i$  – процентуални (масени) садржај компоненте  $i$  у мешавини;
- $f_{2i}$  – параметар специфичне топлоте компоненте  $i$ , из табеле 2.2.

Табела 2.2. Параметри за одређивање специфичне топлоте и коефицијента проводљивости топлоте

Пара- метар	Компонента							
	вода	цемент	кварцни песак	доломит	риолит	базалт	кречњак	гранит
$f_{1i}$	0,0052	0,0110	0,0265	0,0364	0,0162	0,0164	0,0339	0,0253
$f_{2i}$	0,01000	0,00134	0,00178	0,00197	0,00186	0,00184	0,00182	0,00172

Као што се може приметити, у табели нису дати параметри за електрофилтерски пепео, пуцолан и згуру, јер се формула изворно односи на хидротехнички бетон. Међутим, с обзиром на мало масено учешће ових материјала, разлике између специфичне топлоте класичног и ваљаног бетона су веома мале. Уобичајене вредности специфичне топлоте ваљаног бетона су од 900 до 1000 J/(kg · °C).

### 2.2.3. Топлотна проводљивост

Топлотна проводљивост бетона односи се на устаљене (стационарне) процесе и изражава се *коефицијентом проводљивости топлоте*, ( $\lambda$ ), који је једнак количини

топлоте, у [J], која у јединици времена, [s], при одређеном топлотном режиму прође кроз јединицу изотермичне површине, у [m<sup>2</sup>], при јединичном температурном градијенту [°C/m]. Коефицијент  $\lambda$  може се дефинисати и као густина топлотног тока услед провођења топлоте при једном степену [°C].

Слично претходној формули, лит. [9], коефицијент проводљивости топлоте бетона могуће је одредити као:

$$\lambda = 1,1630 \cdot \sum_{i=1}^n G_i \cdot f_{1i} \quad , \quad (2.31)$$

где су:

- $\lambda$  – коефицијент проводљивости топлоте, у [W/(m·°C)]
- $f_{1i}$  – параметар проводљивости топлоте компоненте  $i$ , из табеле 2.2.

Ни за коефицијент проводљивости топлоте у табели 2.2. нису дати параметри за електрофилтерски пепео, пуцолан и згуру, па важи иста напомена као за специфичну топлоту. Вредности  $\lambda$  код ваљаног бетона, лит. [57] и [59], су од 1,80 до 3,00 W/(m·°C).

#### 2.2.4. Термичка дифузија

Мера термичке дифузије је *коефицијент дифузивности*, или *коефицијент проводљивости температуре*, ( $\alpha_T$ ). Уколико су познате запреминска маса ( $\rho$ ), специфична топлота ( $c$ ) и коефицијент проводљивости топлоте ( $\lambda$ ), коефицијент дифузивности може се израчунати према формули

$$\alpha_T = \frac{\lambda}{c \cdot \rho} \quad . \quad (2.32)$$

Коефицијент дифузивности односи се на неустаљени (нестационарни) режим провођења топлоте и изражава количину топлоте, у [J], која у току јединице времена, у [s], прође кроз јединицу површине, у [m<sup>2</sup>], при јединичном градијенту специфичног топлотног капацитета, у [(J/m<sup>3</sup>)/m]. Јединица за коефицијент дифузивности је [m<sup>2</sup>/s].

Коефицијет дифузивности, као и претходне термичке особине ваљаног бетона, зависи од врсте употребљеног крупног агрегата: највећи је за кварцит и доломит, затим следе кречњак и гранит и на крају риолит и базалт. Истраживања која се односе на класичан хидротехнички бетон, лит. [7], су показала да коефицијент дифузивности зависи и од водоцементног фактора, табела 2.3.

Табела 2.3. Зависност коефицијента дифузивности од водоцементног фактора

Водоцементни фактор	0,55	0,60	0,70	0,80	0,82
Коефицијент дифузивности [m <sup>2</sup> /s]	1,000 · 10 <sup>-6</sup>	0,972 · 10 <sup>-6</sup>	0,925 · 10 <sup>-6</sup>	0,888 · 10 <sup>-6</sup>	0,880 · 10 <sup>-6</sup>

Када је у питању ваљани бетон, уместо водоцементног, треба разматрати утицај водовезивног фактора, који представља однос збира количине цемента и пуцолана и

воде. Уобичајене вредности коефицијента  $\alpha_T$ , лит. [59], крећу се у границама од  $0,8 \cdot 10^{-6}$  до  $1,3 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ .

## 2.2.5. Коефицијент термичког ширења

Коефицијент линеарне топлотне дилатације, ( $\alpha_b$ ), или како се уобичајено назива коефицијент термичког ширења бетона, представља слободну релативну деформацију бетона при равномерној промени његове температуре за  $1^\circ\text{C}$  и изражава су у  $[1/^\circ\text{C}]$ . Величина коефицијента  $\alpha_b$  првенствено зависи од врсте крупног агрегата и састава бетона.

Према истраживањима Келера (Keller) и Дејвиса (Davis), лит. [7], у табели 2.4. приказане су вредности коефицијента линеарне топлотне дилатације неких стена које се користе за добијање агрегата, а у табели 2.5. вредности овог коефицијента за бетоне у зависности од врсте крупног агрегата.

Табела 2.4. Коефицијент термичког ширења појединих стена

\* управно на осу кристала, \*\*паралелно оси кристала

Врста стене	Кварц*	Кварц**	Пешчар	Шкриљци	Кречњак	Гранит
Коефицијент $\alpha_{\text{stene}}$ у $[1/^\circ\text{C}] \cdot 10^{-5}$	1,33	0,79	1,24	1,01	0,91	0,81

Табела 2.5. Коефицијент термичког ширења бетона зависно од врсте употребљеног крупног агрегата

Врста агрегата	Кварц	Пешчар	Измешан шљунак	Гранит	Базалт	Кречњак
Коефицијент $\alpha_b$ у $[1/^\circ\text{C}] \cdot 10^{-5}$	1,19	1,17	1,08	0,95	0,86	0,68

Бетони са већом количином цемента по јединици запремине имају веће коефицијенте  $\alpha_b$ . Разлог је чињеница да агрегати, без обзира на врсту, имају мањи коефицијент термичког ширења него цементни камен. У табели 2.6. приказан је утицај тежинског односа количине цемента и агрегата у јединици запремине бетона на коефицијент термичког ширења бетона.

Известан утицај на вредности коефицијента термичког ширења имају и старост и начин неговања бетона, док количина воде и уобичајене промене температуре мешавине (у границама од 4 до  $55^\circ\text{C}$ ), утичу незнатно.

Табела 2.6. Коефицијент термичког ширења бетона зависно од тежинског односа цемента и агрегата

Однос цемента и агрегата	1:0	1:1	1:2	1:3	1:4	1:6	1:8
Коеф. $\alpha_b$ у $[1/^\circ\text{C}] \cdot 10^{-5}$ према Келеру	1,26	1,10	1,01	/	1,00	0,92	0,95
Коеф. $\alpha_b$ у $[1/^\circ\text{C}] \cdot 10^{-5}$ према Мајерсу	1,84	1,33	/	1,12	/	1,04	/

Из свега наведеног следи да у бетону, чак и при равномерним променама температуре, настају локална температурна напрезања. Узрок је разлика у коефицијентима линеарне топлотне дилатације саставних делова бетона. Ваљани



бетони имају сличне коефицијенте  $\alpha_b$  као класични бетони и обично износе од  $0,8 \cdot 10^{-5}$  до  $1,1 \cdot 10^{-5} 1/^\circ\text{C}$ .

## 2.3. МЕХАНИЧКЕ ОСОБИНЕ ВАЉАНОГ БЕТОНА

### 2.3.1. Модул еластичности

*Модул еластичности* ваљаног бетона, ( $E_b$ ), највише зависи од чврстоће бетона, врсте агрегата и количине цементних материјала. Агрегати бољег квалитета (нпр. који садрже кварц) дају веће модуле еластичности него што их имају други бетони исте чврстоће, док се употребом пешчара и сличних агрегата добијају мање вредности. Мешавине ваљаног бетона у којима се користе класични агрегати и релативно висок садржај цемента (или цемента и пуцолана) имају модуле еластичности сличне класичном бетону.

Модул еластичности у значајној мери зависи и од старости бетона. У табели 2.7. приказани су резултати истраживања за масиван хидротехнички бетон према СНиП 123-60, лит. [1] и USACE, лит. [77].

Табела 2.7. Зависност модула еластичности од старости масивног хидротехничког бетона

Старост бетона, у [дан]		1	3	7	28	90
Модул еластичности, у [GPa]	СНиП 123-60	7	11	16	25	28
	USACE	7	/	19	27	30

За одређивање модула еластичности класичног бетона у зависности од његове старости и температуре постоје бројни "теоријски" модели (Model Codes). Неки од најпознатијих су, лит. [84]:

- модел *CEB-FIP 1990*;
- модел *ACI 209*;
- модел *JSCE*;
- модел *JCI*.

Заједничко за све ове моделе је да описују промену модула еластичности током времена, у функцији *зрелости* и температуре бетона. Зрелост ("maturity") се приказује на два начина: као *степен реакције хидратације* ("degree of reaction"), или као *еквивалентна старост* ("equivalent age").

Код модела *JSCE* и *ACI 209* користи се степен реакције хидратације и стварна старост бетона, тј. реално време. Степен реакције се уводи у прорачун преко коефицијената и константи које зависе од типа цемента и начина неге. Модели *CEB-FIP 1990* и *JCI* засновани су на еквивалентној старости бетона. У њима се на основу утицаја температуре, интеграцијом по времену, одређује еквивалентна старост, а затим модул еластичности и остале механичке особине.

### Модел CEB-FIP 1990

Према овом моделу Евромеђународног комитета за бетон (*CEB-Comité Euro-International du Béton*) и Међународне федерације за претходно напрезање (*FIP-Fédération Internationale de la Précontrainte*), модул еластичности, у зависности од старости бетона, одређује се на основу једначине (2.33):

$$E_b(t) = \sqrt{\beta_{cc}(t)} \cdot E_{b28} \quad , \quad (2.33)$$

где су:

- $E_b(t)$  – модул еластичности, у [MPa], при старости бетона  $t$ , у [dan];
- $E_{b28}$  – модул еластичности бетона старости 28 дана, у [MPa];
- $\beta_{cc}(t)$  – коефицијент који зависи од времена и рачуна се по формули

$$\beta_{cc}(t) = e^{s \left( 1 - \sqrt{\frac{28}{t_{eq}}} \right)} \quad ; \quad (2.34)$$

- $s$  – коефицијент који зависи од типа цемента и приказан је у табели 2.8;
- $t_{eq}$  – параметар еквивалентне старости бетона дефинисан формулом

$$t_{eq} = \int_0^t C_A \left( \frac{1}{T_{ref}} - \frac{1}{T(\tau)} \right) d\tau \quad ; \quad (2.35)$$

- $C_A = 4000 \text{ }^\circ\text{K}$  – Архениусова (Arrhenius) константа;
- $T_{ref}$  – референтна температура која према овом моделу износи  $T_{ref} = 293 \text{ }^\circ\text{K}$  ;
- $T(\tau)$  – температура бетона старости  $\tau$  дана, у [ $^\circ\text{K}$ ].

Табела 2.8. Коефицијенти течења за модел CEB-FIP 1990

Врста цемента	Ознака	Коефицијент $s$	Коефицијент $\alpha$
Брзо везујући високе чврстоће	RS	0,20	1
Нормалан и брзовезујући	N и R	0,25	0
Споровезујући	SL	0,38	-1

### Модел ACI 209

Према моделу Америчког института за бетон (*ACI-American Concrete Institute*), промена модула еластичности у зависности од старости бетона, може се проценити према једначини (2.37):

$$E_b(t) = E_{b28} \cdot \sqrt{\frac{t}{\alpha + \beta t}} \quad , \quad (2.37)$$

где су:

- $E_{b28}$  – модул еластичности бетона старости 28 дана, у [MPa], који се рачуна према формули:

$$E_{b28} = 0,043 \cdot \sqrt{\gamma^3 \cdot f_{p28}} \quad ; \quad (2.38)$$

- $f_{p28}$  – чврстоћа на притисак бетона старости 28 дана, у [MPa], према формули (2.47);

- $\gamma$  – запреминска маса бетона, у  $[\text{kg}/\text{m}^3]$ ;
- $\alpha$  и  $\beta$  – коефицијенти који зависе од начина неге бетона и типа цемента и приказани су у табели 2.9.

Табела 2.9. Коефицијенти чврстоће за модел АСI 209

Врста цемента	Нега бетона	Коефицијент $\alpha$	Коефицијент $\beta$
Тип I	Влажењем	4,00	0,85
	Запаривањем	1,00	0,95
Тип III	Влажењем	2,30	0,92
	Запаривањем	0,70	0,98

### Модел JSCE

Овај модел понашања бетона дефинисан је 1999. године према истраживању Јапанског друштва грађевинских инжењера, (JSCI-*Japan Society of Civil Engineers*), лит. [84]. Модул еластичности, у зависности од старости бетона, одређује се на основу једначине:

$$E_b(t) = E_{b91} \cdot \varnothing(t) \cdot \sqrt{\frac{t}{a + b \cdot t}}, \quad (2.39)$$

где су:

- $E_{b91}$  – модул еластичности бетона старости 91 дан, у  $[\text{MPa}]$ , који се рачуна као:

$$E_{b91} = 4700 \cdot \sqrt{f_{p91}}, \quad (2.40)$$

- $f_{p91}$  – чврстоћа на притисак при старости бетона од 91 дан, у  $[\text{MPa}]$ ;
- $\varnothing(t)$  – фактор корекције који зависи од старости бетона:

$$\varnothing(t) = \begin{cases} 0,73 & \text{за } 0 \leq t < 3 \text{ дана} \\ 0,135 \cdot t + 0,325 & \text{за } 3 \leq t < 5 \text{ дана} \\ 1 & \text{за } t \geq 5 \text{ дана} \end{cases}; \quad (2.41)$$

- $a$  и  $b$  – константе које зависе од типа цемента и одређују се из табеле 2.10.

Табела 2.10. Константе за модел JSCE

Врста цемента	Ознака	Константа $a$	Константа $b$	Константа $d$
Брзо везујући високе чврстоће	RS	2,9	0,97	1,07
Нормални и брзовезујући	N и R	4,5	0,95	1,11
Споровезујући	SL	6,2	0,93	1,15

### Модел JCI

Модел JCI дефинисан је на Јапанском институту за бетон, (JCI-*Japan Concrete Institute*). Према њему, модул еластичности бетона зависно од старости износи:

$$E_b(t) = (1,4367 \cdot \sqrt[3]{\beta_p(t)} - 0,4396) \cdot E_{b28}(t), \quad (2.42)$$

где су:

- $\beta_p(t)$  – параметар чврстоће на притисак који зависи од старости бетона и рачуна се према формули:



$$\beta_p(t) = 0,2289 \cdot \ln(t_{eq}) + 0,235 \quad (2.43)$$

- $t_{eq}$  – еквивалентна старост бетона у зависности од температуре и старости:

$$t_{eq} = \int_0^t \frac{T(\tau) - T_{ref}}{T_0 - T_{ref}} d\tau \quad (2.44)$$

- $T_{ref} = 293 \text{ }^\circ\text{K}$  – референтна температура;
- $T(\tau)$  – температура бетона старости  $\tau$  дана, у  $[\text{ }^\circ\text{K}]$ ;
- $T_0$  = температура бетона на крају завршетка процеса хидратације, у  $[\text{ }^\circ\text{K}]$ .

При описивању промене модула еластичности ваљаног бетона кроз време мора се имати у виду да се описани модели односе на класичне бетоне. Код већине масивних бетона пожељни су нижи модули еластичности, јер се на тај начин смањује могућност појаве прлина. Ово се може постићи са мешавинама мршаваг RCC-а, код којих се као fine честице користе природни или вештачки пуниоци, јер имају веома мале модуле еластичности.

Истраживања и мерења на изграђеним бранама од ваљаног бетона, (Willow Creek, Zintel Canyon, Elk Creek, Monksville, Upper Stillwater, Itaipu, Capanda, Salto Sahias,...) показују да су модули еластичности RCC-а нешто нижи него код класичног бетона и да је утицај температуре релативно мали.

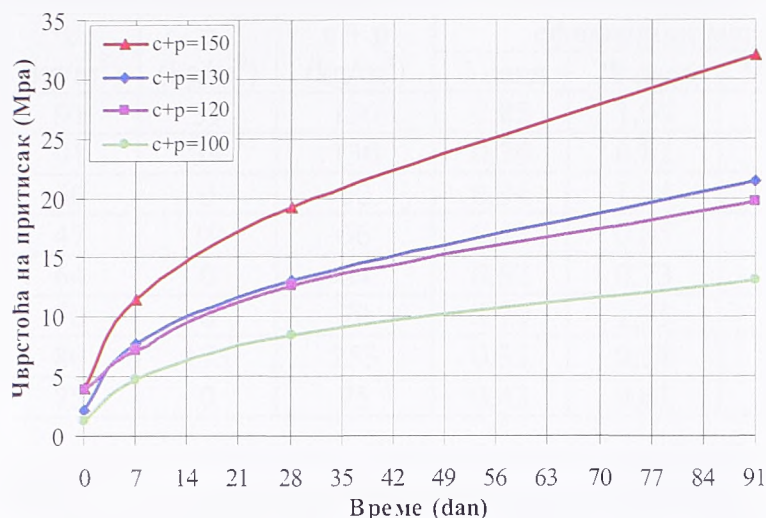
### 2.3.2. Поасонов коефицијент

*Поасонов коефицијент* ваљаног бетона, ( $\nu$ ), представља однос трансверзалне и одговарајуће аксијалне деформације, која настаје услед једнако подељеног аксијалног напона мањег од границе пропорционалности материјала. Досадашњи расположиви подаци, лит. [22], [31], [56] и др. указују да су вредности овог коефицијента код RCC-а сличне вредностима код класичног бетона и износе од 0,16 до 0,22. При томе, ваљани бетони у почетној фази (до 90 дана старости) имају нешто мање вредности Поасоновог коефицијента, него касније, након очвршћавања.

### 2.3.3. Чврстоћа на притисак

*Чврстоћа на притисак* ваљаног бетона, ( $f_p$ ), директно утиче на већину његових особина. Чврстоћа на притисак зависи првенствено од гранулометријског састава, врсте агрегата, степена збијености, количине воде ( $w$ ) и везивних материјала - цемента ( $c$ ) и пуцолана, или електрофилтерског пепела ( $p$ ). Слично као код класичног бетона, чврстоћа на притисак ваљаног бетона је функција водовезивног фактора  $w/(c + p)$ .

Чврстоћа на притисак се повећава са смањењем количине воде, све док је могуће потпуно збијање RCC-а. Максимална чврстоћа за одређену мешавину добија се употребом оптималне количине воде и прописаног поступка збијања. Мања количина воде од оптималне даје ниже чврстоће на притисак. Ово показује да постојање пора у мешавини има већи негативан утицај на чврстоћу, него што је позитиван утицај на смањење количине воде.



Слика 2.3. Чврстоће на притисак у функцији времена и количине везивних материјала (с+р), у [kg/m³]

За усвојену количину воде и поступак збијања, чврстоћа бетона на притисак првенствено зависи од садржаја цемента и пуцолана. Као што се види на слици 2.3, лит. [21], ваљани бетони са 120 kg цемента и пуцолана (по m³ бетона) достижу чврстоће од преко 20 Мра, а са 150 kg, чврстоће на притисак су око 30 Мра.

Да би се прецизније дефинисала чврстоћа на притисак, потребно је истовремено анализирати и садржај цементних материјала у мешавини. Због тога је уведен појам *ефикасност мешавине*, ( $\eta$ ), лит. [57], који се дефинише као:

$$\eta = \frac{f_p}{c+p}, \quad (2.45)$$

где су:

- $f_p$  – чврстоћа на притисак, у [МПа];
- $c$  – количина цемента, у [kg/m³];
- $p$  – количина пуцолана, електрофилтерског пепела, или згуре, у [kg/m³].

Поређењем овог фактора за бране од ваљаног и класичног бетона, уочава се да  $\eta$  код бетона старијих од 180 дана може бити веће за RCC него за класичан бетон.

Поред укупне количине везивних материјала, битан је и однос цемента и пуцолана у мешавини. Понекад се са мање цемента и више пуцолана могу постићи веће чврстоће на притисак. Због тога је важно пронаћи оптималну комбинацију односа везивних материјала у зависности од њихових везивних својстава, количине воде и финих честица агрегата у мешавини.

У табели 2.10. дате су вредности  $\eta$  за неколико брана при старостима бетона од 7, 28, 90 и 365 дана, лит. [16], [57]. Ради потпунијег сагледавања природе овог коефицијента приказани су и подаци о садржају везивних материјала у мешавини.

За оцену зависности чврстоће ваљаног бетона на притисак од старости бетона могу се користити модели набројани у делу 2.3.1. (*CEB-FIP 1990, ACI 209, JSCE, JCI*), иако се односе на класичан бетон.

Табела 2.11. Ефикасност мешавина ( $\eta$ ) различите старости и садржаја везивних материјала

Брана	с (kg/m <sup>3</sup> )	р (kg/m <sup>3</sup> )	с + р (kg/m <sup>3</sup> )	ефикасност мешавине ( $\eta$ )			
				7 дана	28 дана	90 дана	1 год
Tamagawa	91	39	130	0,85	1,08	1,52	2,25
Sakaigawa	91	39	130	0,39	0,82	1,54	/
Urugua-i	60	0	60	0,94	1,24	1,63	/
Willow Creek	47	19	66	0,43	0,85	1,25	/
Monksville	64	0	64	0,52	0,73	0,78	1,85
Capanda	70	0	70	0,79	1,15	1,35	1,62
Upper Stillwater	80	173	253	0,35	0,58	0,96	1,42
Jordao	75	0	75	0,43	0,61	0,84	/

### Модел CEB-FIP 1990

Према овом моделу, чврстоћа на притисак, у зависности од старости бетона, може се проценити према изразу:

$$f_{p,sr}(t) = \beta_{cc}(t) \cdot f_{b28,sr} \quad (2.46)$$

где су:

- $f_{p,sr}(t)$  – средња чврстоћа на притисак, у [MPa], при старости бетона  $t$ , у [dan];
- $f_{p28,sr}$  – средња чврстоћа на притисак, у [MPa], при старости бетона од 28 дана;
- $\beta_{cc}(t)$  – коефицијент дефинисан формулом (2.35).

### Модел ACI 209

Моделом Америчког института за бетон, чврстоћа на притисак дефинисана је као:

$$f_p(t) = \frac{t}{\alpha + \beta \cdot t} \cdot f_{p28} \quad (2.47)$$

где су:

- $f_p(t)$  – чврстоћа на притисак, у [MPa], при старости бетона  $t$ , у [dan];
- $\alpha$  и  $\beta$  – коефицијенти приказани у табели 2.9.
- $f_{p28}$  – чврстоћа на притисак, у [MPa], при старости бетона од 28 дана.

### Модел JSCE

Јапанско друштво грађевинских инжењера препоручује да се чврстоћа бетона на притисак одређује на основу једначине:

$$f_p(t) = \frac{t}{a + b \cdot t} \cdot f_{p91} \quad (2.48)$$

где су:

- $f_{p91}$  – чврстоћа на притисак, у [MPa], при старости бетона од 91 дан која се одређује на основу израза;

$$f_{p91} = d \cdot f_{p28} \quad (2.49)$$

- $a$ ,  $b$  и  $d$  – константе дефинисане у табели 2.9.



### Модел JCI

На основу истраживања Јапанског института за бетон чврстоћа на притисак у зависности од старости може се проценити према формули:

$$f_p(t) = \beta_p(t) \cdot f_{p28}, \quad (2.50)$$

где је:

- $\beta_p(t)$  – параметар чврстоће према формули (2.43).

### 2.3.4. Чврстоћа на затезање

Чврстоћа на затезање ваљаног бетона, ( $f_{bz}$ ), по правилу се дефинише у функцији чврстоће ваљаног бетона на притисак и генерално је нижа него код класичног бетона. Ово је нарочито изражено код RCC мешавина слабије уградљивости.

Однос чврстоће на затезање према чврстоћи на притисак код ваљаног бетона најчешће износи од 8 до 15 %, у зависности од квалитета агрегата, старости, употребљене количине цемента и чврстоће. Следе подаци о овом односу према истраживањима бразилских стручњака, лит. [57]:

- Urugua-i            10 – 18 %;
- Willow Creek      8 – 13 %;
- Monksville        9 – 14 %;
- Capanda            9 – 14 %;
- Upper Stillwater  4 – 8 %;
- Jordao              10 – 18 %;
- Miel I                9 – 15 %;
- Les Ollivetes       19 – 21 %.

RCC мешавине са веома мало везивних материјала и/или мешавине са агрегатом слабих механичких карактеристика, имају значајно ниже чврстоће на затезање. Насупрот њима, RCC мешавине направљене са класичним агрегатом и високом количином пасте имају знатно вишу чврстоћу на затезање, нарочито у раним фазама.

Чврстоћа на затезање у функцији старости бетона одређује се помоћу истог модела којим су дефинисане и промена чврстоће посматраног бетона на притисак и модул еластичности. При томе се мора водити рачуна да су наведени модели за класичан бетон и узети у обзир утицај конзистенције и количине везивних материјала.

### Модел CEB-FIP 1990

Чврстоћа бетона на затезање одређује се на основу чврстоће бетона исте старости на притисак:

$$f_{zk}(t) = f_{zk,m} \cdot \left( \frac{f_{pk}(t)}{f_{pko}} \right)^{\frac{2}{3}}, \quad (2.51)$$

где су:

- $f_{zk}(t)$  – карактеристична чврстоћа бетона на затезање, у [МПа], при старости бетона  $t$ , у [дан];
- $f_{zk,m} = 1,4$  МПа;
- $f_{pko} = 10$  МПа;
- $f_{pk}(t)$  – карактеристична чврстоћа на притисак бетона старости  $t$  дана, у [МПа], која се може одредити као:

$$f_{pk}(t) = f_{p,sr}(t) - \Delta f; \quad (2.52)$$

- $f_{p,sr}(t)$  – средња чврстоћа бетона на притисак, (2.46);
- $\Delta f = 8$  МПа;

### Модел ACI 209

Чврстоћа на затезање одређене старости према овом моделу зависи од чврстоће на притисак и запреминске масе бетона:

$$f_z(t) = 0,0069 \cdot \sqrt{\gamma \cdot f_p(t)}, \quad (2.53)$$

где су:

- $f_z(t)$  – чврстоћа на затезање, у [МПа], бетона старости  $t$ , у [дан];
- $f_p(t)$  – чврстоћа на притисак, у [МПа], према формули (2.47);
- $\gamma$  – запреминска маса бетона, у [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ];

### Модел JSCE

На основу познате чврстоће на притисак, чврстоћа бетона при аксијалном затезању, може се израчунати према изразу:

$$f_z(t) = 0,44 \cdot \sqrt{f_p(t)}, \quad (2.54)$$

где су:

- $f_z(t)$  – аксијална чврстоћа на затезање, у [МПа], бетона старости  $t$ , у [дан];
- $f_b(t)$  – чврстоћа бетона на притисак према изразу (2.42).

### Модел JCI

Слично одређивању чврстоћи на притисак, модел JCI за процену чврстоће на затезање заснива се на еквивалентној старости бетона:

$$f_z(t) = \beta_z(t) \cdot f_{z28}, \quad (2.55)$$

где су:

- $f_z(t)$  – чврстоћа на затезање, у [МПа], бетона старости  $t$ , у [дан];
  - $\beta_z(t)$  – параметар чврстоће који се одређује као:
- $$\beta_z(t) = 0,2632 \cdot \ln(t_{eq}) + 0,275, \quad (2.56)$$
- $f_{z28}$  – чврстоћа на затезање, у [МПа], при старости бетона од 28 дана.

Поред чврстоће на затезање аксијалним напрезањем, код ваљаног бетона је посебно важно обезбедити и потребну чврстоћу бетона на затезање смицањем

(смичућа чврстоћа), ( $f_{bzs}$ ). Она зависи од кохезије и угла унутрашњег трења. Укупна смичућа чврстоћа може се представити Кулоновим (Coulomb) изразом:

$$f_{bzs} = C + \sigma \cdot \operatorname{tg} \varphi , \quad (2.57)$$

где су:

- $C$  – кохезија, у [МПа];
- $\sigma$  – нормални напон, у [МПа];
- $\operatorname{tg} \varphi$  – коефицијент трења.

Минималне вредности смичуће чврстоће јављају се у радним спојницама, дуж површина између слојева РСС-а. С обзиром на мале висине слојева, (обично 30 до 50 см), и велики број радних спојница, смичућа чврстоћа (и њена строга контрола) је често значајнија од чврстоћа ваљаног бетона на притисак и затезање.

Испитивања показују, лит. [54], да се смичућа чврстоћа неће повећати у случају прекомерног повећања количине цемента у везивном малтеру. Тада лом настаје непосредно испод или изнад радне спојнице и смичућа чврстоћа спојнице је приближно је једнака смичућој чврстоћи у монолитном РСС-у, лит [17]. Да би се постигла одговарајућа чврстоћа ваљаног бетона на затезање смицањем, потребно је посветити нарочиту пажњу трајању прекида бетонирања и третману спојница ради уједначавања смичуће чврстоће по висини слојева.

### 2.3.5. Течење

*Течење бетона* представља појаву повећања дилатације током времена, при константном напону. Ова појава (назива се и *пузање*) у принципу се не разликује за ваљани и класичан бетон. Најбитнији чиниоци који утичу на вредност и временски ток течења ваљаног бетона су следећи:

- 1) *врста и количина цемента* (бетони са портланд цементом и са додатком адитива имају већа течења; маснији бетони, са већом количином цемента, имају мања течења);
- 2) *водоцементни фактор и крутост конзистенције* (мањи водоцементни фактор и крућа конзистенција дају мање течење);
- 3) *гранулометријски састав агрегата* (ако гранулометријски састав обезбеђује већу збијеност, течење је мање);
- 4) *механичке карактеристике агрегата* (бетони са агрегатом бољих механичких карактеристика имају мање течење);
- 5) *димензије елемента* (тањи елементи имају већа течења);
- 6) *старост бетона* (код старијих бетона, код којих је протекло више времена од бетонирања до момента наношења оптерећења, имају мања течења).

На основу наведеног може се закључити да због круће конзистенције, мањег водоцементног фактора, веће збијености и димензија бране, ваљани бетон има нешто мање течење него класичан бетон.



Течење бетона описује се *функцијом течења*. Да би се за конкретну бетонску мешавину одредила ова функција, неопходна су опсежна лабораторијска испитивања са анализом утицаја свих важнијих чинилаца. Уколико таква испитивања не постоје, течење је могуће дефинисати и неким од следећих "теоријских" модела.

### Модел CEB-FIP 1990

За бетоне који су изложени напонима у подручју експлоатационих оптерећења, тј. код којих је  $\sigma \leq 0,4 f_{p, sr}(t_0)$ , функција течења према овом моделу дефинише се као

$$J(t, t_0) = \frac{1}{E_b(t_0)} + \frac{\phi(t, t_0)}{E_{b28}} \quad , \quad (2.58)$$

где су:

- $J(t, t_0)$  – функција течења;
- $E_b(t_0)$  – модул еластичности у тренутку наношења оптерећења, у [MPa];
- $\phi(t, t_0)$  – коефицијент течења;
- $E_{b28}$  – модул еластичности бетона при старости од 28 дана, у [MPa].

Утицај врсте цемента и спољашње температуре за време неге бетона у изразу (2.58), може се узети у обзир корекцијом старости бетона у тренутку наношења оптерећења, према формули:

$$t_{0, mod} = \max \left( 0,5 ; t_{0, T} \left( \frac{9}{2 + t_{0, T}^{1,2}} + 1 \right)^\alpha \right) \quad , \quad (2.59)$$

где су:

- $t_{0, mod}$  – коригована старост бетона у тренутку наношења оптерећења;
- $\alpha$  – коефицијент који зависи од врсте цемента, према табели 2.8;
- $t_{0, T}$  – утицај температуре на старост бетона, која се рачуна по формули:

$$t_{0, T} = \int_0^{t_0} c_A \left( \frac{1}{T_{ref}} - \frac{1}{T(\tau)} \right) dt \quad . \quad (2.60)$$

*Коефицијент течења* одређује се према изразу:

$$\phi(t, t_0) = \phi_0 \beta_c(t-t_0) \quad , \quad (2.61)$$

где су:

- $\phi_0$  – називни коефицијент течења, који се рачуна као:

$$\phi_0 = \phi_{RH} \beta(f_{p28, sr}) \beta(t_0) \quad , \quad (2.62)$$

уз

$$\phi_{RH} = 1 + \frac{1 - \frac{RH}{RH_0}}{0,46 \left( \frac{h}{h_0} \right)^{1/3}} \quad , \quad (2.63)$$

$$\beta(f_{p28,sr}) = \frac{5.3}{\left(\frac{f_{p28,sr}}{f_{p0,sr}}\right)^{1/2}}, \quad (2.64)$$

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0.1 + t_0^{1/5}} \quad (2.65)$$

и

$$h = \frac{2F}{u}; \quad (2.66)$$

- RH – релативна влажност ваздуха, у [%];
- RH<sub>0</sub> = 100 % – максимална влажност ваздуха;
- h – димензија бетонског елемента, у [mm];
- h<sub>0</sub> = 100 mm – димензија бетонског елемента, у [mm];
- F – површина попречног пресека бетонског елемента, у [mm<sup>2</sup>], који је изложен атмосферским утицајима;
- u – дужина ивица бетонског елемента, у [mm] у додиру са атмосферским утицајима;
- β<sub>c</sub>(t-t<sub>0</sub>) – временски коефицијент течења, који се рачуна као:

$$\beta_c(t-t_0) = \left(\frac{t-t_0}{\beta_H + (t-t_0)}\right)^{0.3}, \quad (2.67)$$

уз

$$\beta_H = \min \left\{ 1500; 150 \left[ 1 + \left( 1.2 \frac{RH}{RH_0} \right)^{18} \right] \frac{h}{h_0} + 250 \right\}. \quad (2.68)$$

### Модел ACI 209

Према овом моделу, функција течења приказује се као

$$J(t, t_0) = \frac{1}{E_b(t_0)} (1 + \phi(t, t_0)), \quad (2.69)$$

где су:

- E<sub>b</sub>(t<sub>0</sub>) – модул еластичности бетона који се рачуна према формули (2.37);
- φ(t, t<sub>0</sub>) – коефицијент течења у тренутку наношења оптерећења, који се рачуна као:

$$\phi(t, t_0) = \frac{(t-t_0)^{0.6}}{10 + (t-t_0)^{0.6}} \phi_u, \quad (2.70)$$

- φ<sub>u</sub> – гранични коефицијент течења, који се рачуна као:

$$\phi_u = 2.35 \phi_{st} \phi_{rv} \phi_{vf} \phi_{sl} \phi_{fa} \phi_{pv}, \quad (2.71)$$

- $\phi_{st}$  – коефицијент корекције у зависности од старости бетона и начина неге (влажење дуже од 7 дана, или запаривање дуже од 1 дан):

$$\phi_{st} = \begin{cases} 1,25(t_0)^{-0,118} & , t_0 \geq 7\text{dan} \\ 1,13(t_0)^{-0,094} & , t_0 \geq 1\text{dan} \end{cases} \quad (2.72)$$

- $\phi_{rv}$  – коефицијент корекције у зависности од релативне влажности средине:

$$\phi_{rv} = 1,27 - 0,0067 RH \quad , \quad (2.73)$$

- $\phi_{vf}$  – коефицијент корекције у зависности од односа запремине и површине елемента, према формули (2.66):

$$\phi_{vf} = \frac{2}{3} \left( 1 + 1,13 e^{-0,0213 \frac{V}{F}} \right) \quad , \quad (2.74)$$

- $\phi_{sl}$  – коефицијент корекције у зависности од слегања, (s), у [mm]:

$$\phi_{sl} = 0,82 + 0,00264 s \quad , \quad (2.75)$$

- $\phi_{fa}$  – коефицијент корекције у зависности од процента финог агрегата, (f), у јединици запремине мешавине:

$$\phi_{fa} = 0,88 + 0,0024 f \quad , \quad (2.76)$$

- $\phi_{pv}$  – коефицијент корекције у зависности од процента ваздуха, (a), у јединици запремине мешавине:

$$\phi_{pv} = \max (1 ; 0,46 + 0,09 a) \quad . \quad (2.77)$$

У јапанским моделима *JSCE* и *JCI* понашање бетона дефинише се преко "Double Power law" модела у коме је функција течења  $J(t, \tau)$ :

$$J(t, \tau) = \frac{1}{E(\tau)} (1 + \alpha \tau^{-d} (t - \tau)^p) \quad . \quad (2.78)$$

где су:

- $E(\tau)$  – модул еластичности;
- $p > 0$  – параметар историје дилатације;
- $\alpha$  – коефицијент течења;
- $d$  – параметар времена оптерећења.

Опширнији приказ теоријске основе за ове моделе, преко "Double Power law" функције течења дат је у поглављу 4.2.6. Вискоеластичност.

### 2.3.6. Запреминска тежина

Пошто РСС има малу количину ваздуха (најчешће од 1 до 2 %) и малу почетну количину воде у мешавини, јединичну запремину попуњава првенствено чврста фаза.



Због ових особина и већег степена збијености, *запреминска тежина ваљаног бетона*, ( $\gamma_b$ ), обично је 2 до 4 % већа него код класичног бетона истог састава.

Запреминска тежина се смањује са повећањем водовезивног фактора (однос количине воде и збира количина цемента и пуцолана), јер је специфична тежина воде знатно мања од специфичне тежине агрегата и цемента. Запремина агрегата у мешавини износи око 80 %, па запреминска тежина бетона највише зависи од специфичне тежине агрегата.

Највећу запреминску тежину имају бетони код којих је крупан агрегат од базалта, а најмању са риолитним агрегатом. Искуства показују да се запреминске тежине РСС-а крећу у границама од 22,4 kN/m<sup>3</sup> до 25,6 kN/m<sup>3</sup> и да је занемарљив утицај температуре на величину запреминске тежине бетона, лит. [77].

## 3. РЕЗУЛТАТА МЕРЕЊА НА БРАНИ ПЛАТАНОВРИСИ

### 3.1. УВОД

Да би се урадио поуздан термички прорачун, поред геометрије конструкције, потребно је познавати почетне карактеристике мешавине, термичке и механичке особине материјала, динамику грађења, граничне (амбијенталне) услове и карактеристике стенске масе у којој је конструкција темељена. Сви ови подаци значајно утичу на термичко понашање, па је неопходно њихово прецизно одређивање пре почетка прорачуна. То је озбиљан и дуготрајан посао, посебно ако се има у виду технологија грађења и начин збијања ваљаног бетона.

У пракси, први подаци за приближан термички прорачун усвајају се на основу литературе и искустава са већ изграђених брана од ваљаног бетона приближних карактеристика. Следе лабораторијска испитивања на узорцима справљеним од мешавине пројектованог састава, којима се добијају тачније вредности улазних величина. Међутим, потврда добијених резултата мора се извршити на пробном пољу, у реалним условима производње, транспорта, разастирања и збијања ваљаног бетона. Минималне димензије пробног поља зависе од предвиђене механизације, али практично не могу бити мање од сса 25 x 10 x 3 m.

Имајући све наведено у виду, а нарочито стање у области изградње брана и могућности испитивања код нас, аутор дисертације се определио да калибрацију и верификацију нумеричког модела, изврши на основу података мерења са неке већ изграђене бране. Разматрањем положаја и карактеристика гравитационих брана од ваљаног бетона у Европи, као једно од најбољих решења наметнула се брана Платановрисси (на грчком Πλατανοβρύση, а на енглеском Platanovryssi).

Крајем јануара и почетком фебруара месеца 2004. године аутор је био на студијском боравку у Грчкој, на брани Платановрисси и у фирми "Public Power Corporation", која је власник бране. Том приликом добио је пројектну документацију која се односи на термички прорачун и све постојеће резултате мерења. Извршен је преглед, анализа и обрада података, па се у наредном делу дају основни подаци о брани и приказ величина потребних за верификацију и калибрацију модела.

### 3.2. ОСНОВНИ ПОДАЦИ О БРАНИ

Брана Платановрисси се налази на северу Грчке, 30 km североисточно од Дrame. Изграђена је на реци Места, (на грчком Νέστος) која извире у Бугарској, сса 70 km јужно од Софије, тече дуж југозападних обронака планине Западни Родопи и улива се у Егејско море наспрам острва Тасос, 30 km источно од Кавале.

Платановрисси је највећа од четири бране од ваљаног бетона колико их има у Грчкој и највиша брана овог типа у Европи. Она представља низводну акумулацију

бране Тисаврос (Thissavros, 170 m ) и има прибранску електрану снаге 2 x 50 MW. Следи приказ основних геометријских карактеристика бране, лит. [31].

Тип бране:	гравитациона RCC
грађевинска висина (m):	95,0
кота круне бране (mnm):	230,0
кота круне прелива (mnm):	217,0
најнижа кота темељења (mnm):	135,0
ширина у круни (m):	7,0
највећа ширина на коти темељења (m):	76,0
дужина у круни (m):	280,0
дужина непреливног дела (m):	200,0
дужина преливног дела (m):	80,0
број преливних поља (ком):	5
нагиб узводне контуре (V:H):	1:0,10
нагиб низводне контуре (V:H):	1:0,75
број трансверзалних разделница (ком):	12
висина слојева ваљаног бетона (m):	0,30

Основа, карактеристични попречни и подужни пресек приказани су у Прилогу 8.1.

### 3.3. ОСОБИНЕ МЕШАВИНЕ

#### 3.3.1. Програм испитивања

Претходним испитивањима мешавине са електрофилтерским пепелом из 380 km удаљене термоелектране "Птолемаида", утврђена је неопходност млевења пепела да би се омогућила његова примена, лит. [27]. Затим је обављено испитивање особина ваљаног бетона на узорцима справљеним са млевеним пепелом. Резултати су показали да је потребна велика количина воде по јединици запремине мешавине и да су расипања резултата превелика. Због тога је урађена студија оправданости млевења пепела, чији је циљ био проверити да ли је могуће:

- смањити потребну количину воде у мешавини;
- смањити неуједначеност потребне количине воде зависно од особина пепела;
- смањити садржај креча у пепелу у циљу ограничења топлоте хидратације;
- продужити време везивања.

Закључено је да се наведени циљеви могу постићи, али да је поред млевења неопходно извршити и хемијски третман пепела смањењем количине слободног креча.

Током поступка пројектовања и испитивања састава мешавине ваљаног бетона, на Универзитету "Аристотел" у Атини извршена су обимна лабораторијска испитивања, лит. [30] и [31]. Програм испитивања састојао се од три фазе:



- Фаза 1: испитивање утицаја млевеног и природног пепела на особине мешавина различитих састава;
- Фаза 2: детаљна испитивања утицаја количине цемента и пепела на особине мешавине и особине очврслог бетона, испитивања састава мешавине за контурни бетон и предлог састава мешавине;
- Фаза 3: испитивање утицаја квалитета пепела на особине очврслог РСС-а справљеног од мешавине предложеног састава.

Фазе 1 и 2 урађене су у периоду од марта до јула 1989. године. Испитивано је укупно 50 мешавина, од којих 46 са млевеним и 4 са немлевеним пепелом. Најпре је испитивано 9 мешавина са "старим" пепелом, узетим са постојеће депоније, а затим 25 мешавина са "новим" пепелом, узетим директно са филтара термоелектране. На основу добијених резултата, сагледан је утицај врсте пепела на понашање мешавине и у оквиру фазе 2 урађено је испитивање још 14 узорака са млевеним пепелом. На крају друге фазе испитивања установљено је да мешавина јединичне запремине РСС-а у телу бране треба да садржи сса 40 до 60 kg цемента и 200 до 250 kg млевеног пепела. Величина *максималног зрна агрегата* ограничена је на 38 mm и добијено је да потребна количина воде износи од 125 до 145 kg/m<sup>3</sup>. На основу свега, предложен је приближан састав мешавине, чије је механичке и термичке карактеристике требало проверити у фази 3, на почетку грађења бране.

Фаза 3 рађена је у марту и априлу 1996. године. Проверавањ је утицај састава мешавине, конзистенције и температуре на механичке карактеристике РСС-а. Урађена су лабораторијска испитивања за 57 узорака. На основу добијених резултата, усвојен је коначан састав мешавине за све три врсте бетона и проверене су њихове механичке и термичке карактеристике у зависности од старости бетона.

У циљу провере резултата, истовремено су вршена и контролна испитивања узорака бетона који је уграђиван у конструкцију. Испитано је 250 мешавина ваљаног бетона у телу бране, 84 мешавине *контурног (facing)* и 19 мешавина *изравнавајућег (levelling)* бетона, лит. [48].

### 3.3.2. Састав мешавине

#### *Пројектни критеријуми*

Испитивања су вршена на основу усвојених параметара мешавине, приказаних у прилогу 8.2.1. и следећих пројектних критеријума за ваљани бетон, лит [30]:

- 1) Бетон мора бити пројектован тако да има минималну сегрегацију;
- 2) *In situ* водопропустљивост бетона може бити највише 10<sup>-11</sup> m/s;
- 3) Запреминска тежина уграђеног бетона мора бити максимална у односу на карактеристике агрегата;
- 4) Због сеизмичког оптерећења, веза између слојева мора да обезбеди *in situ* чврстоћу РСС-а на затезање управно на хоризонталне слојнице од 2,2 МПа;

- 5) Због хидростатичког оптерећења, *in situ* чврстоћа RCC-а на смицање дуж хоризонталних спојница мора бити бар 1,0 МПа.

### Агрегат

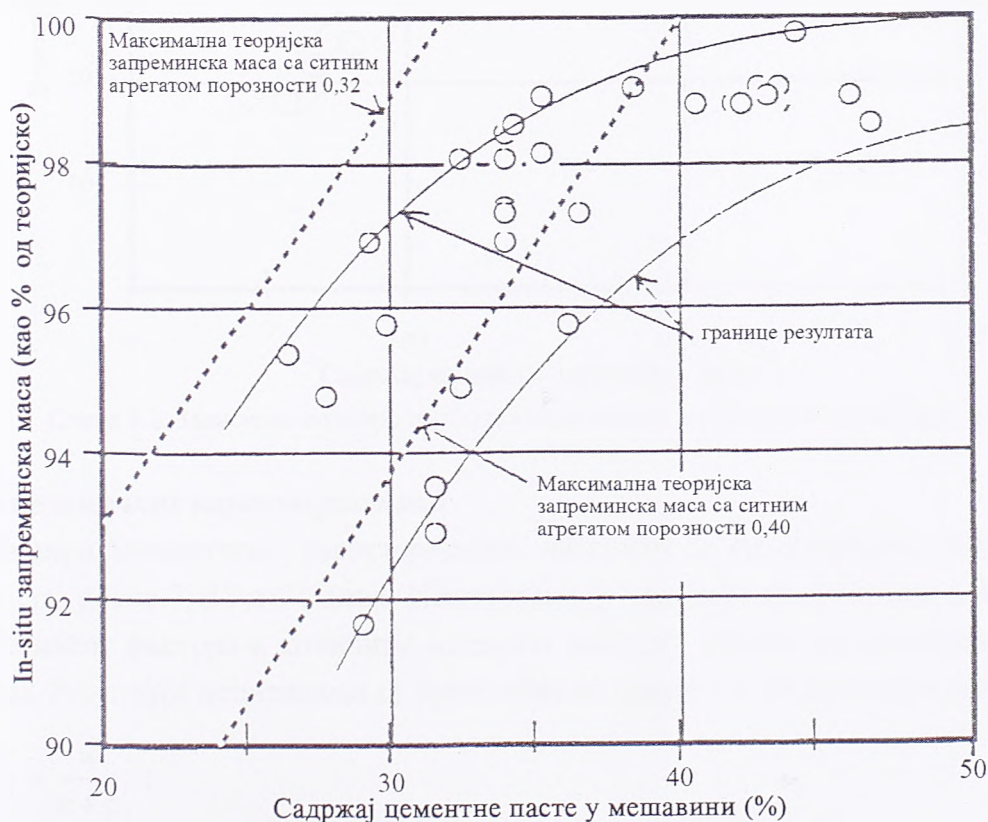
У току испитивања мешавине коришћен је дробљени агрегат веома различитог гранулометријског састава, прилог 8.2.2. Камен је узиман са три различита позајмишта низводно од профила бране, дробљен и сепарисан по фракцијама. Величина максималног зрна агрегата је 38 mm, а усвојене су следеће четири фракције: 0-5 mm (ситан агрегат) и 5-12 mm, 12-19 mm и 19-38 mm (крупан агрегат). Имајући у виду пројектне критеријуме и резултате испитивања, усвојен је запремински однос ситног и крупног агрегата од 0,30:0,70 и укупна количина агрегата у мешавини од 1.955 kg/m<sup>3</sup>.

### Количина воде

Количина воде у мешавини првенствено је зависила од врсте и количине употребљеног пепела, као и од односа количина пепела и цемента, видети прилог 8.2.3. Испитиване мешавине са млевеним пепелом, без цемента, имале су од 157 до 163 kg воде по јединици запремине бетона. Додавањем 10 % цемента у односу на количину пепела, захтевана количина воде смањивала се на 143 до 149 kg, а коначно је усвојена мешавина RCC-а са 128 kg воде.

### Запреминска маса

Испитивањима мешавине тежило се постизању што веће запреминске масе. у односу на теоријску запреминску масу бетона без ваздуха (*theoretical air-free density*).

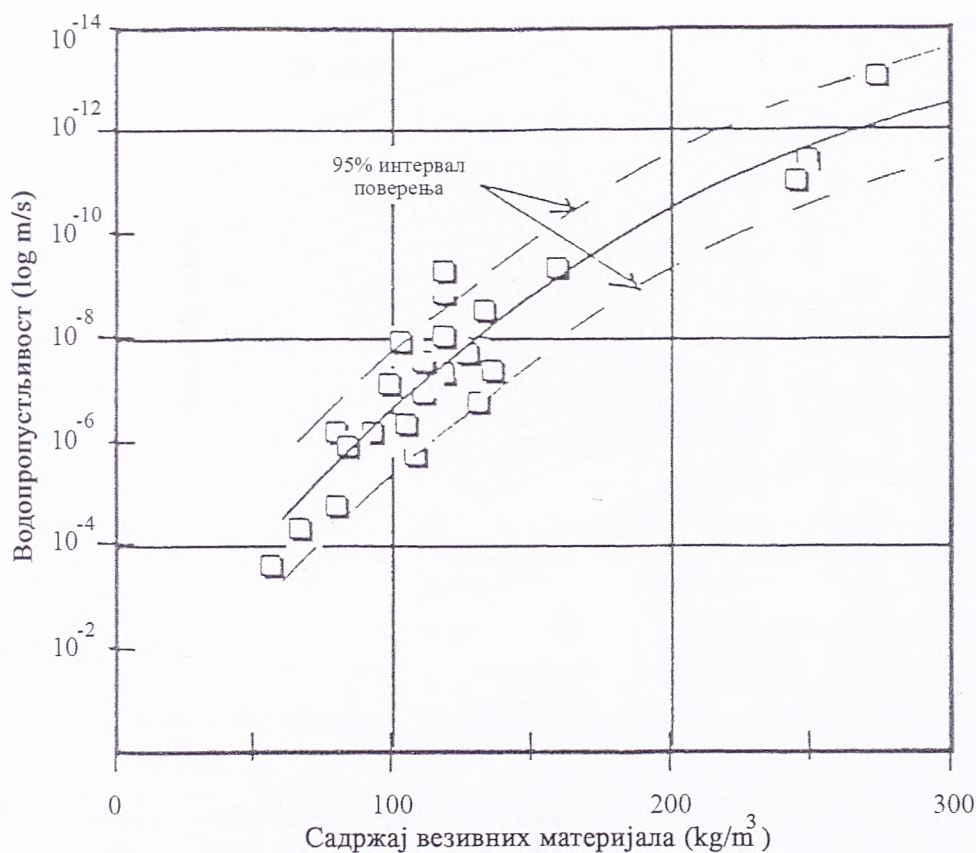


Слика 3.1. Зависност запреминске масе од коефицијента везивне пасте

Варирана је количина везивне пасте у односу на јединичну запремину РСЦ-а и посматран је утицај на запреминску масу, слика 3.1., лит. [30]. Да би се постигла запреминска маса од 98 % у односу на теоријску, усвојено је да *коэффициент везивне пасте* (количина пасте од цемента и пепела у односу на јединицу запремине) буде бар 0,43. Усвојена мешавина ваљаног бетона има запреминску масу од  $2.360 \text{ kg/m}^3$ .

### Водопропустљивост

Водопропустљивост је испитивана у зависности од укупног садржаја везивних материјала (цемент и пепео). Добијени резултати приказани су на слици 3.2. Имајући у виду врло строг пројектни критеријум од  $10^{-11} \text{ m/s}$  и 95 % интервал поверења, са слике се уочава да је потребно преко 250 kg везивних материјала по јединици запремине РСЦ-а. Због тога је усвојена мешавина која по јединици запремине садржи 50 kg цемента и 225 kg пепела.



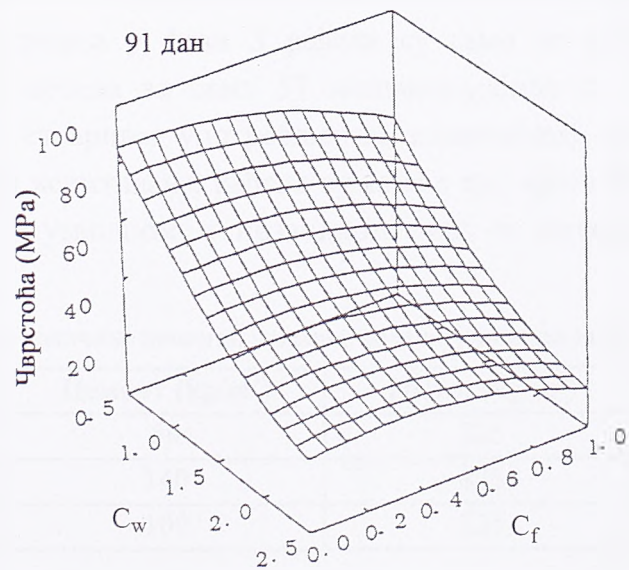
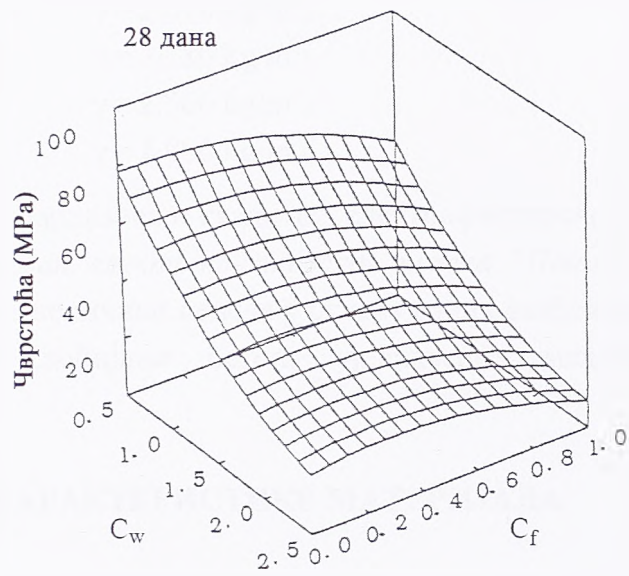
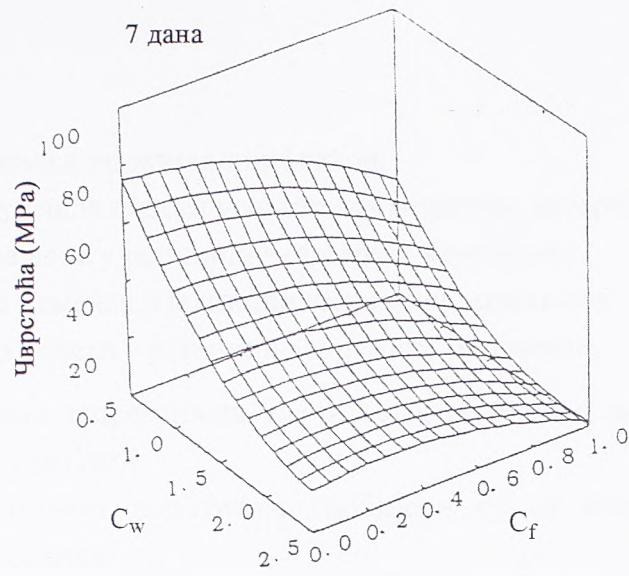
Слика 3.2. Зависност водопропустљивости од количине везивних материјала

### Провера механичких карактеристика

Провера механичких карактеристика обављена је на узорцима облика коцке ивице 20 cm, после 7, 28 и 91 дана. Испитивана је чврстоћа на притисак у зависности од водовезивног фактора и количине млевеног пепела у односу на количину везивних материјала. Резултати испитивања су приказани на слици 3.3. са следећим ознакама:

$$C_w = \frac{w}{c+p} ; \quad (3.1)$$



Слика 3.3. Тродимензионални модели зависности чврстоће на притисак од  $C_w$  и  $C_p$

$$C_f = \frac{P}{c+p}, \quad (3.2)$$

где су:

- $C_w$  - запремински водовезивни фактор;
- $C_f$  - фактор учешћа пепела у количини везивних материјала;
- $w$  - количина воде у јединици запремине мешавине;
- $c$  - количина цемента у јединици запремине мешавине;
- $p$  - количина пепела у јединици запремине мешавине,

при чему су коришћени запремински удели воде, цемента и пепела у мешавини, тј. наведене величине су у  $[m^3/m^3]$ .

Приказани резултати испитивања добијени су са компонентама мешавине следећих запреминских маса:

- крупан агрегат  $\gamma = 2.630 \text{ kg/m}^3$ ;
- ситан агрегат  $\gamma = 2.610 \text{ kg/m}^3$ ;
- цемент  $\gamma = 3.180 \text{ kg/m}^3$ ;
- пепео  $\gamma = 2.560 \text{ kg/m}^3$ ;
- вода  $\gamma = 1.000 \text{ kg/m}^3$ .

Да би се стандардизовао квалитет електрофилтерског пепела, изграђено је *Постројење за третман електрофилтерског пепела "Птолемаида"*. На тај начин обезбеђене су довољне количине пепела у складу са предвиђеном динамиком изградње бране и омогућено добијање бетона уједначених механичких и термичких карактеристика.

### 3.4. МЕХАНИЧКЕ КАРАКТЕРИСТИКЕ МАТЕРИЈАЛА

Захтеване механичке карактеристике бетона провераване су лабораторијским испитивањима у фази 3 и контролним испитивањима на почетку грађења бране. Лабораторијска испитивања у фази 3 рађена су само за ваљани бетон. Просечне количине цемента и пепела за свих 57 мешавина биле су  $51 + 233 \text{ kg/m}^3$ , што приближно одговара стварним употребљеним количинама за RCC, приказаним у табели 3.1. Контролна испитивања рађена су за све три врсте бетона (*ваљани* - у телу бране, *контурни* - на узводном и низводном лицу и *изравнавајући* - у темељној спојници).

Табела 3.1. Употребљене количине цемента, пепела и воде по јединици запремине бетона, лит. [51]

Врста бетона	Цемент ( $\text{kg/m}^3$ )	Пепео ( $\text{kg/m}^3$ )	Вода ( $\text{kg/m}^3$ )
RCC у телу бране	50	225	128
Контурни	140	175	173
Изравнавајући	100	225	187

На основу наведених испитивања, лит. [48], одређене су:

- чврстоћа RCC-а на притисак;
- чврстоћа на затезање директним затезањем;
- чврстоћа на затезање цепањем;
- модул еластичности при притиску.

Следи преглед добијених резултата испитивања, анализа вредности и поређење са теоријским моделима за класичан бетон.

### 3.4.1. Ваљани бетон у телу бране

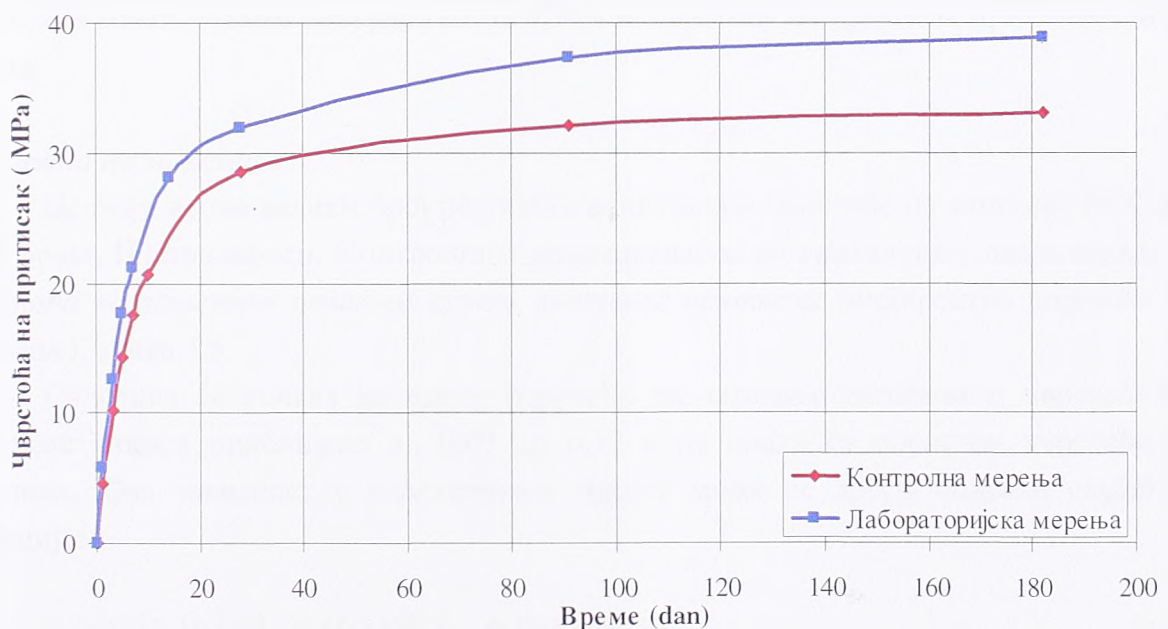
#### Запреминска маса

Поред количина цемента, пепела и воде из табеле 3.1, у мешавини је било  $605 \text{ kg/m}^3$  ситног,  $1.350 \text{ kg/m}^3$  крупног агрегата и  $2 \text{ kg/m}^3$  адитива. На тај начин добијена је запреминска маса RCC-а у телу бране од  $2.360 \text{ kg/m}^3$ . Усвојени састав мешавине донекле се разликује од предложеног, али су укупна количина везивних материјала и однос крупног и ситног агрегата у мешавини остали непромењени.

#### Чврстоћа на притисак

Да би се одредила промена чврстоће на притисак у току времена, разматрани су односи чврстоћа ваљаног бетона различитих старости и прираштај чврстоће кроз време. Према лит. [48], највећи прираштај чврстоће на притисак је од 7. до 14. дана, а затим је у постепеном паду. Вредности достигнуте после 6 месеци су блиске коначним.

На основу контролних *in situ* испитивања на градилишту, одређена је просечна чврстоћа на притисак уграђеног ваљаног бетона у телу бране у зависности од старости, слика 3.4. Поређењем са лабораторијским испитивањима спроведеним на "Аристотел" универзитету у Атини, уочава се да криве имају практично исти облик, односно да је прираштај чврстоће кроз време исти.



Слика 3.4. Чврстоћа на притисак ваљаног бетона у телу бране у зависности од старости



Разлика је у томе што су вредности чврстоћа добијене лабораторијским испитивањем сса 25 % веће него чврстоће добијене контролним испитивањем. Узрок ових одступања је свакако нешто већи садржај цемента и пепела и различите врсте пепела у лабораторијским мешавинама од стварно употребљеног при изградњи бране, лит. [75].

Имајући у виду наведене резултате испитивања чврстоће на притисак и теоријске основе приказане у делу 2.3.3., може се рећи да су резултати очекивани. Са количином од 275 kg везивних материјала по јединици запремине ваљаног бетона, добијају се чврстоће на притисак од око 35 МПа. Приликом поређења резултата, у обзир треба узети и неубичајено високо учешће пепела (од 82 %) у количини везивних материјала.

У циљу провере прираштаја чврстоће на притисак RCC-а током времена, у табели 3.2. је дато поређење измерених вредности са теоријским моделима за класичан бетон који су приказани у поглављу 2.3.

Табела 3.2. Чврстоће на притисак у зависности од старости RCC-а и врсте модела

\* Екстраполоване вредности

Старост бетона, у [дан]		1	3	5	7	10	28	91	182
Чврстоћа на притисак, у [МПа]	<i>Измерено</i>	4,46*	10,20*	14,33*	17,53	20,67	28,53	32,07	33,13
	CEB-FIP	0,48	8,01	13,87	17,27	20,34	28,10	33,79	36,04
	ACI	5,88	13,07	17,29	20,07	22,82	28,74	31,91	32,72
	JSCE	4,49	10,70	14,78	17,67	20,68	27,85	32,13	33,27
	JCI	2,78	11,48	15,65	18,17	20,66	27,93	35,88	40,51

Из табеле 3.2., може се уочити да сви модели дају релативно добра слагања са измереним вредностима при старостима од 7 до 90 дана, док у првих недељу дана и три месеца након уграђивања бетона, разлике постају значајније. Најбољу апроксимацију има модел JSCE са параметрима за **споровезујући цемент** са просечним одступањем од 1,6 % и максималним одступањем од 4,7 % за чврстоћу на притисак при старости од 3 дана.

### Чврстоћа на затезање

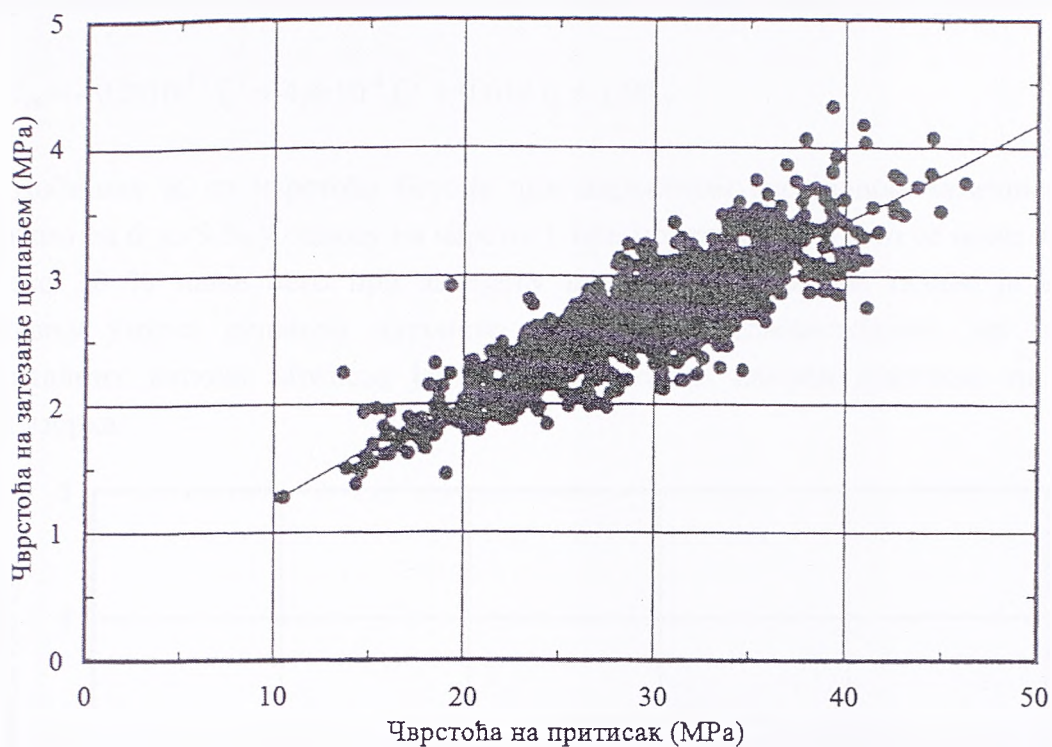
Постоји веома велики број резултата испитивања чврстоће на затезање RCC-а у телу бране Платановриси. Контролним испитивањима на градилишту анализирана је чврстоћа на затезање цепањем путем линијског притиска (индиректна чврстоћа на затезање), слика 3.5.

Са слике се уочава да однос чврстоће на затезање цепањем и чврстоће на притисак износи приближно од 0,09 до 0,12 и да опада са порастом чврстоће на притисак. Ова зависност у аналитичком облику може се добро описати следећом функцијом:

$$f_{zc} = 2,33 \cdot 10^{-5} f_p^3 - 1,60 \cdot 10^{-3} f_p^2 + 0,10 f_p + 0,49, \quad (3.1)$$

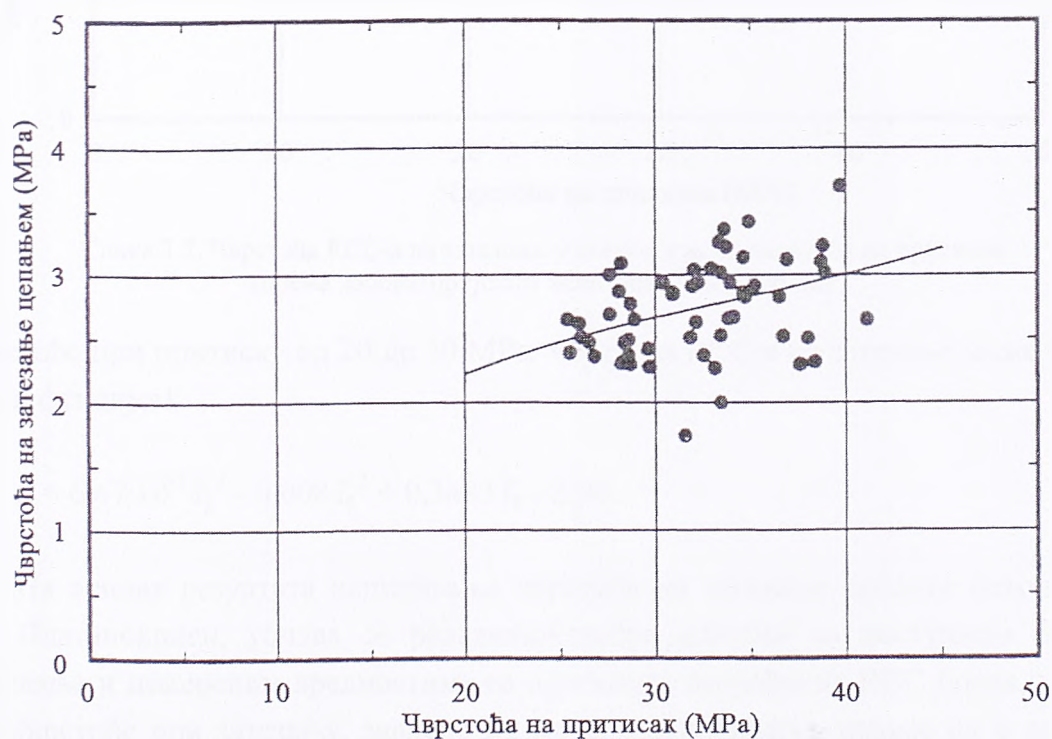
где су:

- $f_{zc}$  - чврстоћа бетона на затезање цепањем, у [МПа];
- $f_p$  - чврстоћа бетона на притисак, у [МПа].



Слика 3.5. Чврстоћа RCC-а на затезање цепањем у зависности од чврстоће на притисак (према контролним испитивањима у градилишној лабораторији)

Лабораторијским испитивањима у Атини, поред чврстоће на затезање цепањем, (слика 3.6.), испитивана је и чврстоћа RCC-а при директном аксијалном затезању, слика 3.7.

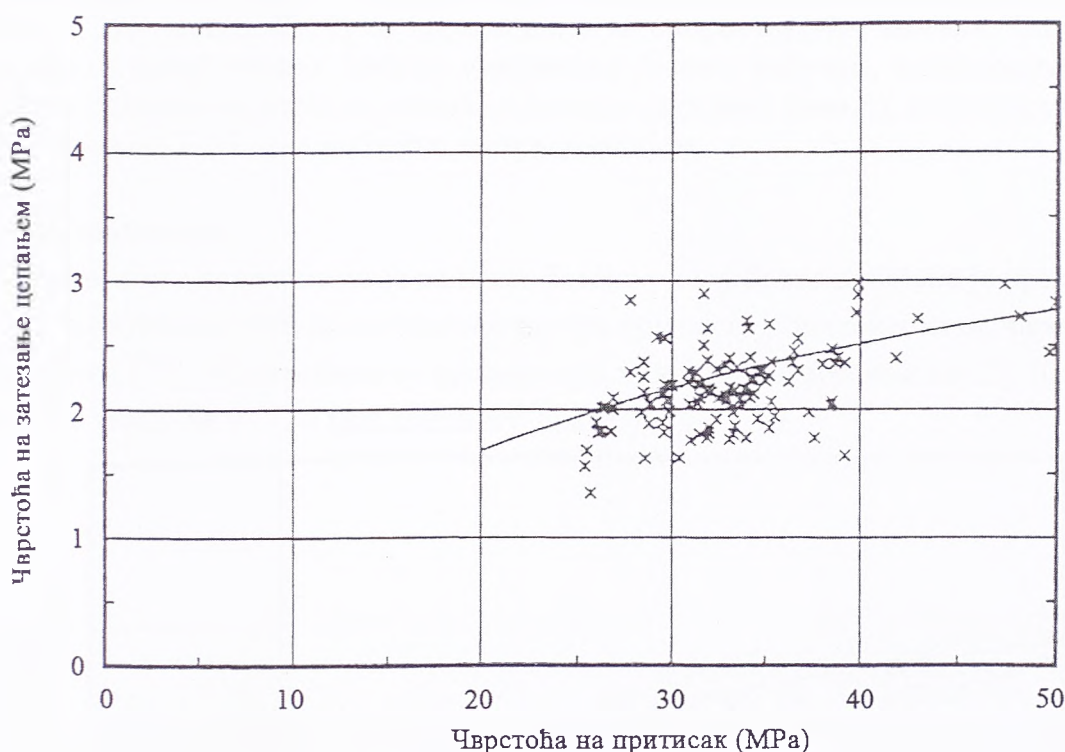


Слика 3.6. Чврстоћа RCC-а на затезање цепањем у зависности од чврстоће на притисак (према лабораторијским испитивањима у Атини)

На слици 3.6. се види да је број мерења мањи него код контролних испитивања на градилишту и да су односи чврстоће на затезање цепањем и чврстоће на притисак у просеку од 0,08 до 0,10. Зависност је слична и може се апроксимирати функцијом:

$$f_{zc} = -0,2 \cdot 10^{-13} f_p^3 + 4,0 \cdot 10^{-4} f_p^2 + 0,014 f_p + 1,90 . \quad (3.2)$$

Добијено је да чврстоћа бетона при директном аксијалном затезању износи приближно од 6 до 9 % у односу на чврстоћу при притиску. Као што се може запазити, то је око 20 % мање него при затезању цепањем. Узрок ове појаве је што при испитивању узорка цепањем напонско стање није једноаксијално, јер се поред хоризонталних напона затезања јавља и вертикални напони притиска по читавој висини узорка.



Слика 3.7. Чврстоћа RCC-а на затезање у зависности од чврстоће на притисак (према лабораторијским испитивањима у Атини)

За чврстоће при притиску од 20 до 50 MPa, чврстоћа RCC-а на затезање може се добро описати функцијом:

$$f_z = 6,67 \cdot 10^{-5} f_p^3 - 0,008 f_p^2 + 0,3483 f_p - 2,90 . \quad (3.3)$$

На основу резултата испитивања чврстоће на затезање ваљаног бетона у телу бране Платановриси, уочава се релативно добро слагање са доступним подацима испитивања и измереним вредностима са претходно изграђених RCC брана, поглавље 2.3.4. Чврстоће при затезању, зависно од методе испитивања, износе од 6 до 12 % у односу на чврстоћу при притиску. С обзиром на релативно високе чврстоће на притисак, овиме је пројектни критеријум  $f_{bz} = 2,2$  MPa задовољен.



Да би се упоредиле измерене чврстоће при директном аксијалном затезању са резултатима према теоријским моделима, у табели 3.3. су одређене промене чврстоће на затезање RCC-а током времена.

Табела 3.3. Чврстоће на затезање, зависно од старости RCC-а и врсте модела

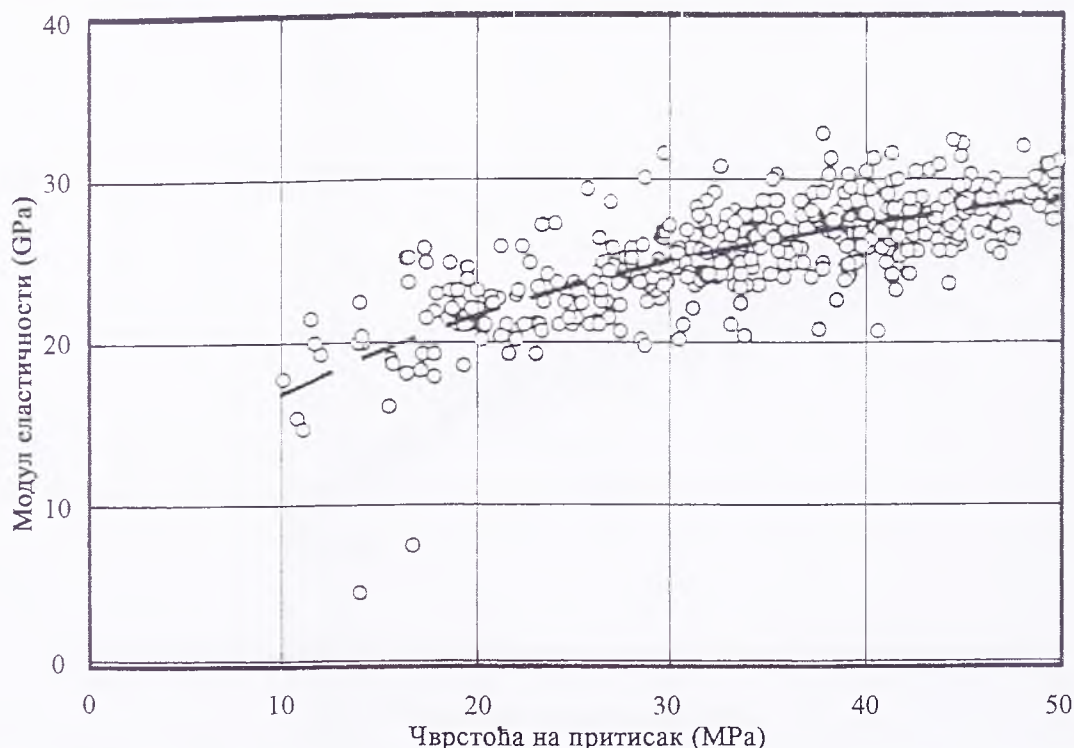
\* Екстраповане вредности

Старост бетона, у [дан]		3	5	7	10	28	91	182
Чврстоћа на затезање, у [МПа]	<i>Измерено</i>	0,90*	1,41*	1,70	1,90	2,37	2,50	2,58
	CEB-FIP	0,02	0,98	1,33	1,61	2,23	2,63	2,78
	ACI	1,22	1,40	1,51	1,62	1,81	1,91	1,93
	JSCE	1,44	1,69	1,85	2,00	2,32	2,49	2,54
	JCI	1,11	1,51	1,75	1,98	2,68	3,37	3,88

На основу претходног, уочава се да најбоља слагања са измереним чврстоћама на затезање даје модел **JSCE** са параметрима за **споровезујући цемент**. Одступања постоје само у првих недељу дана по уграђивању бетона, међутим, треба имати у виду да резултати мерења чврстоће на затезање постоје од седмог дана, тј. да су вредности за старост бетона од 3 и 5 дана добијене екстраполацијом.

### Модул еластичности

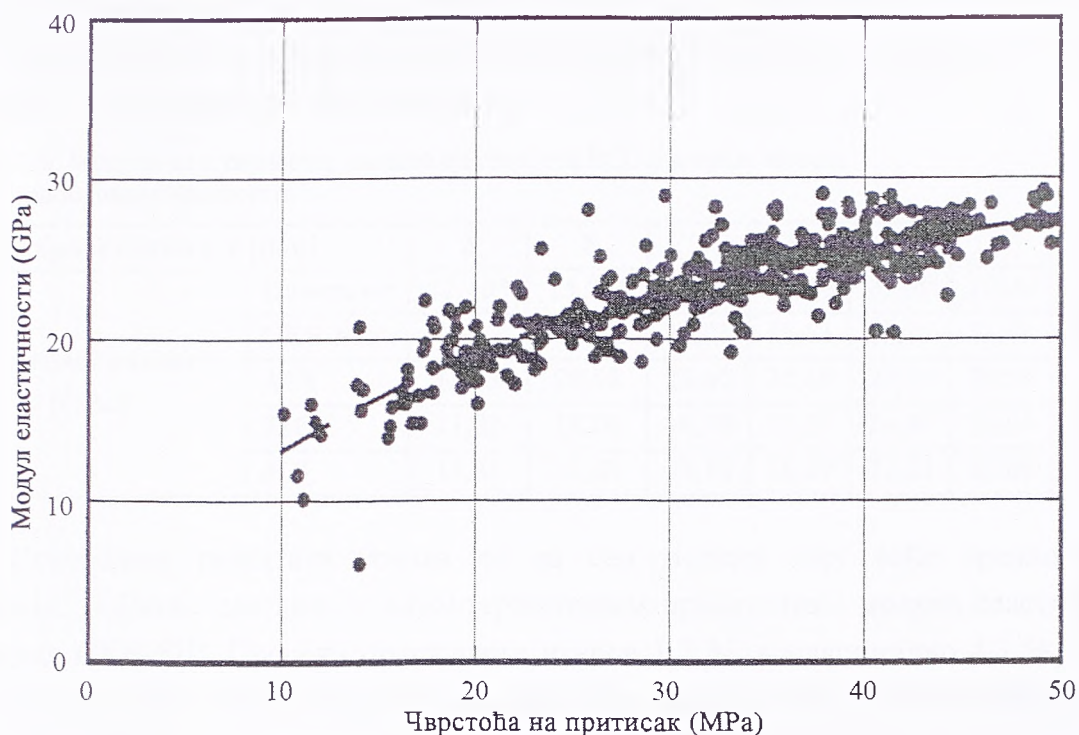
Контролним испитивањима ваљаног бетона у телу бране добијено је преко 2.000 резултата испитивања *модула еластичности при притиску* у зависности од чврстоће на притисак, лит. [75]. Испитивања су вршења при нивоима оптерећења од 25, 50 и 75 % од граничне чврстоће RCC-а при притиску, слике 3.8. до 3.10.



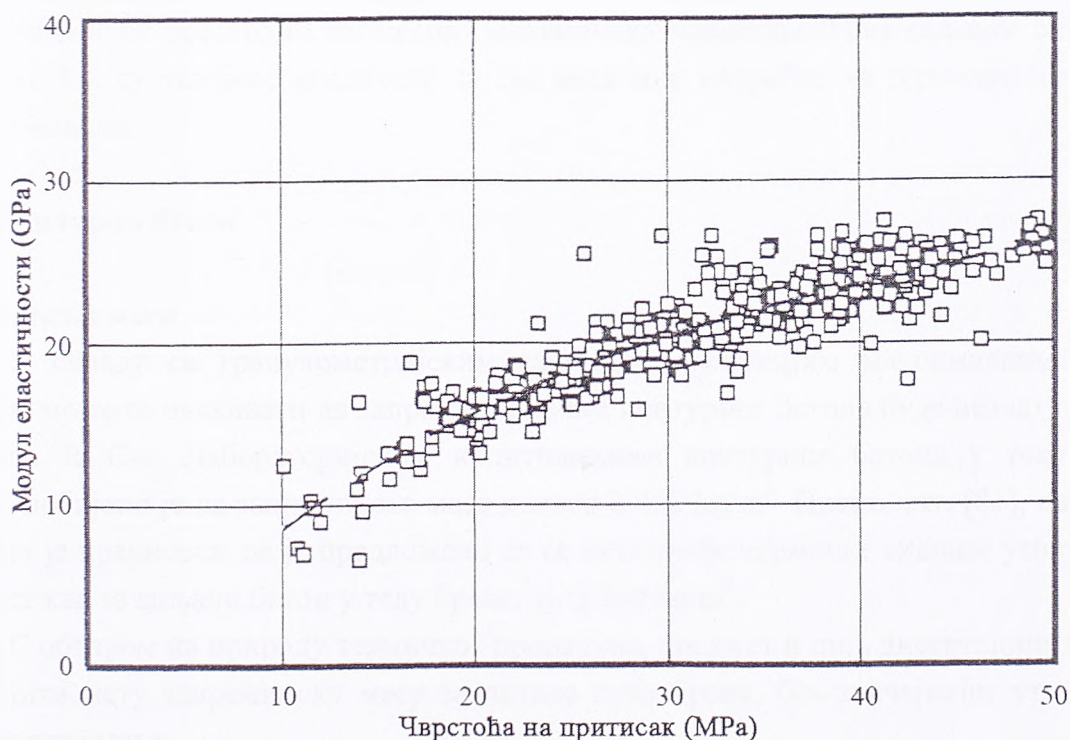
Слика 3.8. Модул еластичности RCC-а при нивоу оптерећења од 25 % од граничне чврстоће

Са слике 3.8. уочава се да (при нивоу оптерећења од 25 %), променама чврстоће на притисак од 10 до 50 МПа, одговара промена модула еластичности од 17 до 29 GPa.

Уколико се ниво оптерећења повећа (на 50 % од граничне чврстоће) модул еластичности се донекле смањују и износе од 13 до 27 GPa, слика 3.9. Даљим повећањем нивоа оптерећења (на 75 % од граничне чврстоће), слика 3.10, модули још више опадају, па износе од 8 до 26 GPa.



Слика 3.9. Модул еластичности RCC-а при нивоу оптерећења од 50 % од граничне чврстоће



Слика 3.10. Модул еластичности RCC-а при нивоу оптерећења од 75 % од граничне чврстоће

На основу изложеног следи да је (услед повећања нивоа оптерећења) пад модула еластичности, који одговара чврстоћи на притисак од 10 МПа, са 17 на 8 GPa (53 %).

Истовремено, модул еластичности који одговара чврстоћи на притисак од 50 МПа само се незнатно смањује са 29 на 26 GPa (10 %).

За ниво оптерећења од 50 % у односу на граничну чврстоћу, испитивана је и промена модула еластичности у зависности од старости RCC-а. Испитивања су рађена за старости бетона од 7 до 91 дан. Поређење измерених карактеристичних вредности модула еластичности са вредностима добијеним према теоријским моделима описаним у поглављу 2.3.1, приказано је у табели 3.4.

Табела 3.4. Модули еластичности, зависно од старости RCC-а и врсте модела

\* Екстраповане вредности

Старост бетона, у [дан]		3	5	7	10	28	91	182
Модул еластичности, у [GPa]	<i>Измерено</i>	11,40*	15,25*	16,60	18,12	21,50	22,44	23,10*
	CEB-FIP	11,37	14,97	16,71	18,11	21,28	23,35	24,13
	ACI	18,23	20,98	22,60	24,10	27,04	28,50	28,86
	JSCE	11,22	18,06	19,76	21,37	24,80	26,64	27,11
	JCI	13,41	15,83	17,13	18,29	21,22	23,89	25,27

Поређењем резултата уочава се да сви модели дају веће вредности од измерених. Најбоља слагања са карактеристичним вредностима модула еластичности има модел CEB-FIP. Просечно одступање износи 1,7 %, а максимално 4,3 %. Модел JSCE, који је давао најбоља слагања са измереним вредностима чврстоћа на притисак и затезање, даје модуле који су приближно 15 % већи од измерених вредности, без обзира на старост ваљаног бетона.

На основу претходно изложених механичких карактеристика ваљаног бетона, у поглављу 4.3. су усвојене вредности за све величине потребне за термичко-напонску анализу модела.

### 3.4.2. Контурни бетон

#### *Запреминска маса*

У складу са гранулометријским саставом и ситнијим максималним зрном агрегата, може се очекивати да запреминска маса контурног бетона буде незнатно виша него код RCC-а. Лабораторијским испитивањима контурног бетона у току 1990. године, добијено је да запреминска маса износи  $2.450 \text{ kg/m}^3$ . Према лит. [81], наведена вредност је превисока, па је предложено да се за потребе термичке анализе усвоји иста вредност као за ваљани бетон у телу бране, тј.  $2.360 \text{ kg/m}^3$ .

С обзиром на природу термичког прорачуна, предмет и циљ дисертације, могуће је усвојити исту запреминску масу за читаво тело бране, без значајнијег утицаја на тачност резултата.

#### *Чврстоћа на притисак*

Као и код ваљаног бетона, да би се одредила промена чврстоће на притисак у току времена, разматрани су односи чврстоћа контурног бетона различитих старости.



Мешавина за контурни бетон има особине класичног ситнозрног бетона круте конзистенције, са учешћем пепела од 45 % у односу на количину цемента по јединици запремине ( $c + p = 140 + 275 = 315 \text{ kg}$ ) и водовезивним фактором од 0,55. Према резултатима контролних испитивања, добијене чврстоће на притисак после шест месеци износе близу 40 МПа, лит. [75].

Измерене вредности чврстоће на притисак контурног бетона различите старости и срачунате вредности према теоријским моделима приказане су у табели 3.5.

Табела 3.5. Чврстоће на притисак у зависности од старости контурног бетона и врсте модела

\* Екстраполоване вредности

Старост бетона, у [dan]		1	3	5	7	14	28	91	182
Чврстоћа на притисак, у [МПа]	<i>Измерено</i>	*5,80	12,65*	17,60*	21,20	28,07	32,00	37,33	38,86
	СЕВ-FIP	1,86	12,13	18,50	22,85	29,16	33,79	39,29	41,41
	АСИ	6,60	14,66	19,39	22,51	28,18	32,23	35,80	36,70
	JSCE	5,23	12,44	17,18	20,53	27,15	32,37	37,30	38,66
	JCI	2,47	12,36	17,00	20,25	25,98	31,33	40,30	45,48

Слично као код ваљаног бетона у телу бране, и овде се добија да сви модели дају релативно добра слагања са измереним вредностима при старостима од 7 до 90 дана. Пре и после овог интервала, разлике су веће, нарочито код модела СЕВ-FIP и JCI, који узимају у обзир и утицај температуре на еквивалентну старост бетона. Модел JSCE са параметрима за **спорозезујући цемент** који је давао најбољу апроксимацију за RCC и код контурног бетона најбоље описује прираштај чврстоће са временом (просечно одступање износи од 2,7 %).

### Чврстоћа на затезање

Зависност чврстоће на затезање од старости контурног бетона одређена је лабораторијским испитивањима у Атени и проверавана контролним испитивањима на градилишту. Добијене карактеристичне вредности чврстоће на затезање контурног бетона старости 7, 14, 28 и 91 дан, приказане су у табели 3.6, заједно са вредностима према теоријским моделима. Вредности чврстоћа при старости од 3, 5 и 182 дана одређене су екстраполацијом.

Табела 3.6. Чврстоће на затезање, зависно од старости контурног бетона и врсте модела

\* Екстраполоване вредности

Старост бетона, у [dan]		3	5	7	14	28	91	182
Чврстоћа на затезање, у [МПа]	<i>Измерено</i>	1,06*	1,62*	1,93	2,34	2,58	2,73	2,81*
	СЕВ-FIP	0,78	1,45	1,82	2,31	2,63	3,00	3,13
	АСИ	1,27	1,46	1,57	1,76	1,88	1,98	2,01
	JSCE	1,55	1,82	1,99	2,29	2,50	2,69	2,74
	JCI	1,16	1,59	1,89	2,42	2,92	3,75	4,23

Најбоља слагања са измереним вредностима дају модели JSCE и СЕВ-FIP. Преостала два модела или потцењују (модел АСИ), или прецењују (модел JCI) измерене

чврстоће контурног бетона на затезање. Модел JSCE има просечно одступање од 2,5 % у односу на измерене вредности, док за вредности добијене екстраполацијом при старости од 3 и 5 дана показује веће разлике.

### Модул еластичности

Модул еластичности контурног бетона испитиван је при притиску на контролним узорцима старости 7, 14, 28 и 91 дан. Добијене су нешто веће вредности него за ваљани бетон у телу бране: при старости од 7 дана модул износи 18,4 GPa, а након 91 дан достиже 24,1 GPa. Промена модула еластичности у зависности од старости контурног бетона и вредности које дају теоријски модели приказане су у табели 3.7.

Табела 3.7. Модули еластичности, зависно од старости RCC-а и врсте модела

\* Екстраполоване вредности

Старост бетона, у [дан]		3	5	7	14	28	91	182
Модул еластичности, у [GPa]	<i>Измерено</i>	11,40*	16,30*	18,40	21,30	22,70	24,10	25,30*
	CEB-FIP	13,97	17,26	19,18	21,67	23,33	25,16	25,82
	ACI	18,16	20,89	22,50	25,18	26,96	28,38	28,73
	JSCE	12,10	19,48	21,30	24,95	26,68	28,70	29,22
	JCI	13,77	16,43	18,02	20,45	22,40	25,24	26,69

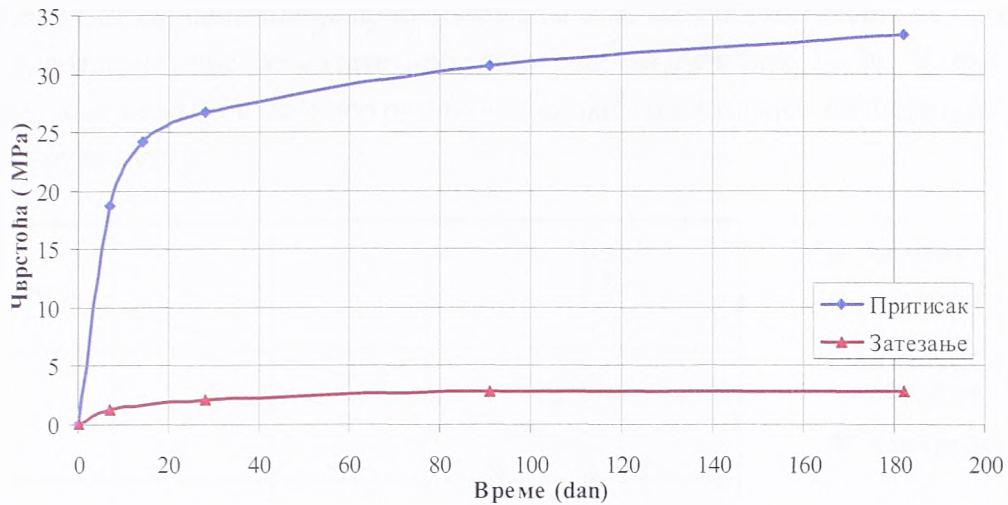
Најбоље слагање показује модел JCI чије је средње одступање од измерених вредности мање од 3 % и једино при старости од 3 дана показује веће неслагање (17 %). Слично као код ваљаног бетона у телу бране, модел JSCI за **спорозезујући цемент**, који је имао најбољу корелацију са измереним вредностима чврстоћа контурног бетона, даје модуле еластичности сса 15 % веће од измерених. Због тога је извршена провера понашања овог модела са параметрима за **нормалан и брзовезујући цемент**, али су добијени још већи модули еластичности, тј. још већа одступања. Да би се овај модел применио, треба извршити корекцију коефицијента  $\emptyset(t)$  из формуле (2.41).

### 3.4.3. Изравнавајући бетон

Изравнавајући бетон рађен је са 100 kg цемента, 225 kg пепела и 187 kg воде по јединици запремине мешавине, са максималним зрном агрегата од 19 mm. Резултати испитивања чврстоћа постоје за 19 контролних узорака облика цилиндра, лит. [75]. Зависност чврстоће на притисак испитивана је при старости бетона од 7, 14, 28, 91 и 182 дана, а зависност чврстоће на затезање при старости од 28, 91 и 182 дана.

Поређењем чврстоће на притисак изравнавајућег бетона са чврстоћама на притисак RCC-а и контурног бетона, види се да је средње одступање 3,8 % у односу на RCC и 10,5 % у односу на контурни бетон. За чврстоћу на затезање средња одступања износе редом 12,2 % и 6,7 %. Ако се има у виду да је изравнавајући бетон рађен само у темељној спојници, за потребе нумеричке анализе за овај бетон могу се усвојити исте

карактеристике као за контурни бетон. На овај начин ће бити избегнуто превелико детаљисање, без значајнијег утицаја на резултате прорачуна.



Слика 3.11. Чврстоће изравнавајућег бетона у зависности од старости

#### 3.4.4. Стенска маса у темељу

Стенска маса у којој је темељена брана Платановриси састоји се претежно од гранита и гнајса. На основу *in situ* истражних радова, лит. [31] и [52], усвојене су следеће механичке карактеристике стене у профилу бране:

- запреминска маса  $2.430 \text{ kg/m}^3$ ;
- модул еластичности  $20 \text{ GPa}$ ;
- Поасонов коефицијент  $0,20$ .

На основу претходно изложених механичких карактеристика материјала, у поглављу 4.3. су усвојене вредности свих величина потребних за термичко-напонску анализу модела.

### 3.5. ПОДАЦИ ЗА ТЕРМИЧКИ ПРОРАЧУН

#### 3.5.1. Термичке особине бетона

##### *Адијабатски пораст температуре*

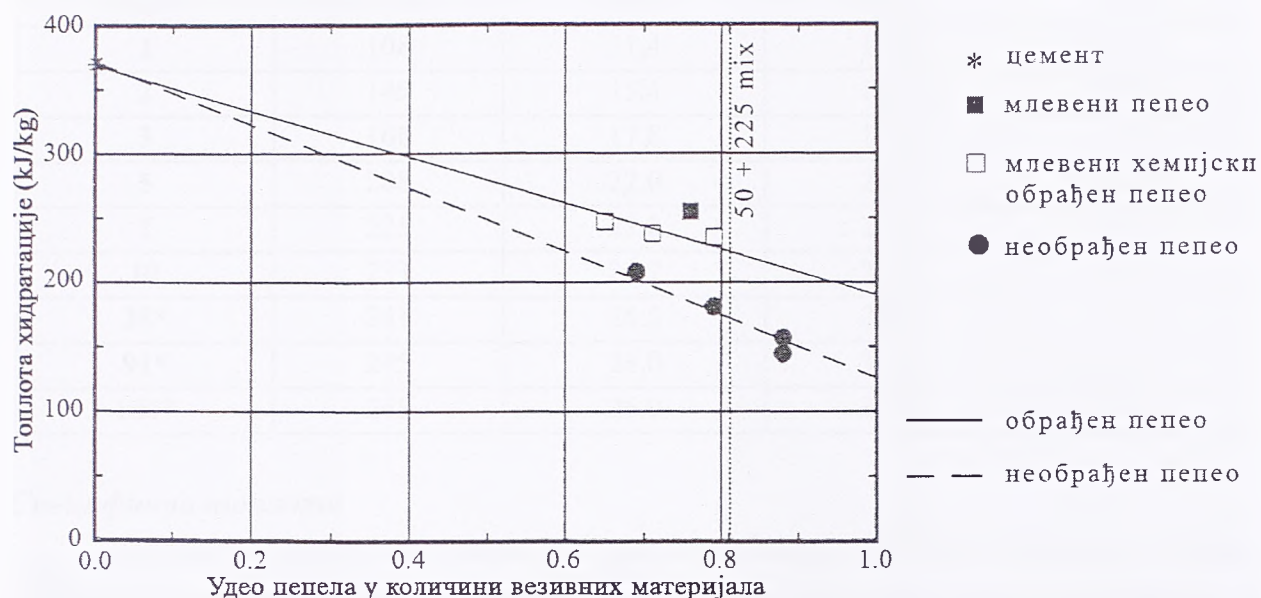
Адијабатски пораст температуре бетона одређиван је двема различитим методама. Прва метода (тзв. "врућа кутија") користила је узорке облика коцке, ивице  $30 \text{ cm}$ , са термометром уграђеним у средини коцке. Узорак је пажљиво изолован и постављен у пећ која одржава температуру једнаку оној коју мери термометар у узорку. На тај начин пораст температуре у узорку и пећи је истоветан.

Друга метода заснована је на одређивању топлоте хидратације везивне пасте за четири различите пропорције цемента и пепела. Прва мешавина справљена је од цемента и немлевог пепела у односу  $1:3,2$ ; друга мешавина састојала се само од портланд цемента; трећа мешавина била је од цемента и млевог пепела, у односу  $1:7$ ;



последња мешавина имала је исти однос као трећа, али је претходно извршен хемијски третман пепела.

Поређење резултата испитивања адијабатског пораста температуре у зависности од примењене методе показало је врло добра слагања. Метода заснована на одређивању топлоте хидратације даје резултате просечно веће за непуних 10 %. У даљем току испитивања, и за ваљани и за контурни бетон адијабатски пораст температуре одређен је методом вруће кутије.



Слика 3.12. Топлота хидратације млевеног и млевеног хемијски прерађеног пепела при старости од 10 дана у зависности од учешћа пепела у количини везивних материјала

У циљу ограничења температуре у телу бране, испитиван је и утицај односа млевеног пепела и цемента у мешавини RCC-а на адијабатски пораст температуре. На слици 3.12. приказана је топлота хидратације млевеног и млевеног хемијски прерађеног пепела при старости бетона од 10 дана. Добијено је да се хемијским третманом пепела мало повећава топлота хидратације у односу на необрађени, али су везивна својства тог пепела знатно боља. Због тога је у производњи све три врсте бетона коришћен само млевени, хемијски прерађен пепео из постројења "Птолемаида".

За усвојене саставе мешавина испитивана је топлота хидратације у зависности од старости ваљаног и контурног бетона, лит. [48] и [50]. Резултати су приказани у табели 3.8. Топлота хидратације RCC-а после 6 месеци износи нешто мање од 250 kJ/kg, а код контурног бетона преко 300 kJ/kg. Ако се имају у виду чињенице изнете у поглављу 2.2.1. за закон о ослобађању топлоте и утицај врсте цемента на топлоту хидратације, може се рећи да су добијени резултати у складу са очекиваним за усвојен однос цемента и пепела у мешавини.

Адијабатски пораст температуре директно зависи од топлоте хидратације. Вредности из табеле 3.8. добијене су на основу израза (2.30) из поглавља 2.2.1, при чему количина везивних материјала износи  $275 \text{ kg/m}^3$ , односно  $315 \text{ kg/m}^3$  за контурни бетон. Добијене вредности адијабатског пораста температуре после 6 месеци од преко

26 °C за ваљани и 37 °C за контурни бетон су релативно високе, али су последица велике количине везивних материјала.

Табела 3.8. Топлота хидратације и адијабатски пораст температуре у зависности од старости RCC-а  
\* Екстраповане вредности

Старост бетона [дан]	Ваљани бетон		Контурни бетон	
	Топлота [kJ/kg]	Температура [°C]	Топлота [kJ/kg]	Температура [°C]
0,5	55	5,8	77	9,4
1	108	11,4	128	15,6
2	145	15,4	170	20,7
3	168	17,8	195	23,8
5	208	22,0	235	28,6
7	225	23,8	273	33,3
10	233	24,7	288	35,1
28*	241	25,5	299	36,3
91*	245	26,0	305	37,0
180*	245	26,0	305	37,0

### Специфична топлота

Лабораторијским испитивањем термичких особина RCC-а и контурног бетона, добијене су сличне вредности специфичне топлоте за обе врсте бетона. Резултати су се кретали у границама од 1.030 до 1.160 J/(kg·°C). На основу тога, лит. [77], за потребе термичке анализе усвојена је вредност специфичне топлоте од 1.100 J/(kg·°C). У критичком коментару термичких особина материјала, лит. [81], због малог броја узорака на коме је вршено испитивање, предложено је да се за специфичну топлоту и ваљаног и контурног бетона (уместо наведене) усвоји вредност од  $c = 950 \text{ J/(kg}\cdot\text{°C)}$ .

На основу израза (2.31) из поглавља 2.2.2. и састава мешавине, добија се да специфична топлота ваљаног бетона износи 910 J/(kg·°C). При томе је претпостављено да је параметар специфичне топлоте ( $f_2$ ) за електрофилтерски пепео исти као за цемент и да се агрегат састоји од кварцног песка уместо од кварцита и пешчара. Имајући наведено у виду, реална специфична топлота је ближа вредности 950 J/(kg·°C). Све ово биће узето у обзир при усвајању улазних података за прорачун температурног поља и при верификацији и калибрацији нумеричког модела.

### Топлотна проводљивост

Коефицијент топлотне проводљивости ваљаног бетона ( $\lambda$ ) добијен је мерењем према стандарду BS-874. Према захтевима стандарда, максимално зрно агрегата ограничено је на 20 mm. Однос крупног и ситног агрегата остао је непромењен. Добијена је вредност топлотне проводљивости од 1,67 W/(m·°C). На основу искустава са претходно изграђених брана, за контурни бетон је усвојена топлотна проводљивост од 2,00 W/(m·°C). Слично као и за специфичну топлоту, у лит. [52] је предложено да се

коэффициент топлотне проводљивости коригује и за обе врсте бетона усвоји иста вредност од  $1,80 \text{ W}/(\text{m} \cdot ^\circ\text{C})$ .

Провером према изразу (2.32), уз претходно наведене претпоставке, добија се да топлотна проводљивост RCC-а износи  $2,7 \text{ W}/(\text{m} \cdot ^\circ\text{C})$ . Ово је врло висока вредност на коју првенствено утиче параметар проводљивости топлоте кварцног песка. Како не постоје прецизни подаци о односу кварцита и пешчара у мешавини, нити параметри проводљивости топлоте за ове материјале (види табелу 2.2.), добијена вредност мора се узети са резервом. Имајући све наведено у виду, реално је усвојити сличан коэффициент топлотне проводљивости за RCC као за контурни бетон:  $\lambda = 1,90 \text{ W}/(\text{m} \cdot ^\circ\text{C})$ .

### *Термичка дифузија*

На основу израза (2.33) и усвојених вредности коефицијента проводљивости топлоте, специфичне топлоте и запреминске масе, коефицијент термичке дифузије  $\alpha_T$  износи  $0,80 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ . Добијена вредност одговара ваљаним бетонима ниже термичке дифузије. Она је последица високог садржаја везивних материјала и воде у мешавини, као и врсте употребљеног агрегата, односно релативно мале топлотне проводљивости.

### *Коефицијент термичког ширења*

Коефицијент термичког ширења ваљаног бетона одређен је на истим узорцима као адијабатски пораст температуре, методом *вруће кутије*. Поред термометра, у узорак је уграђена и мерна трака која је регистровала слободну релативну деформацију бетона при равномерној промени његове температуре за  $1^\circ\text{C}$ . Добијена је вредност од  $1,15 \cdot 10^{-5} 1/^\circ\text{C}$ . Ако се има у виду да се дробљени агрегат састоји од кварцита и пешчара који имају веома високе коефицијенте термичког ширења (табела 2.4) и висок садржај везивних материјала у мешавини, добијена вредност је реална.

### **3.5.2. Термичке особине стенске масе**

Да би се узео у обзир утицај средине у којој је брана темељена на температурно поље у конструкцији, потребно је дефинисани следеће термичке особине стенске масе: топлотну проводљивост, специфичну топлоту и коефицијент термичког ширења. У том циљу вршена су испитивања, чији су резултати приказани у лит. [50] и усвојене следеће вредности:

- $\lambda_s = 2,40 \text{ W}/(\text{m} \cdot ^\circ\text{C})$ ;
- $c_s = 880 \text{ J}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C})$ ;
- $\alpha_s = 0,90 \cdot 10^{-5} (1/^\circ\text{C})$ .

Добијене вредности су у складу са теоријским резултатима наведеним у поглављу 2.2, а који се односе на стене од гранита и гнајса.

На основу претходно изложених термичких особина стене, ваљаног и контурног бетона, у поглављу 4.3. су усвојене вредности за све величине потребне за прорачун модела.



### 3.5.3. Температуре мешавина у тренутку уграђивања

Један од најважнијих чинилаца који утиче на температурно поље у телу бране је температура мешавине у тренутку уграђивања. Као што је напоменуто, максимална температура у средишњем делу конструкције највише зависи од почетне температуре мешавине и адијабатског пораста температуре. Због тога је снижавање почетне температуре мешавине један од најефикаснијих начина ограничења температуре код масивних бетонских брана.

Пројектним критеријумима предвиђено је да почетне температуре мешавина буду у границама од 5 °С до 13 °С, у зависности од просечне спољашње температуре ваздуха. Доња граница (5 °С) односи се на бетонирање у зимским месецима, а горња (13 °С) на април, мај, јун и октобар. У току летњих месеци (јул, август и септембар), због веома високих температура ваздуха, планиран је прекид грађења.

Остварене почетне температуре мешавина по слојевима преузете су из лит. [50]. На основу ових података могу се одредити просечне температуре по месецима (табела 3.9), које се крећу у границама од 9,5 °С до 13,1 °С.

Табела 3.9. Просечне почетне температуре мешавина уграђеног RCC-а по месецима

\*од 18. до 31. октобра

Месец	X	XI	XII	I	II	III	IV	V	VI
Просечна температура (°С)	10,0*	9,7	9,5	9,5	9,7	9,7	12,3	13,1	12,9

### 3.5.4. Динамика грађења

Датум почетка грађења бране Платановриси је 18. 10. 1995. године. До краја октобра месеца изграђено је 13 слојева, од коте 137,0 mm до коте 140,9 mm. Потом је у периоду од 1. 11. 1995. до 20. 6. 1996. године (са паузом за божићне и новогодишње празнике од 12 дана) изведен још 201 слој, па је брана достигла коту од 201,2 mm, лит. [50]. Бетонирање је настављено после летње паузе, 2. 11. 1996. године. Преосталих 96 слојева до круне бране на коти 230,0 mm изграђено је до 13. 3. 1997. године, поново са двонедељном паузом од 15. 12. 1996.

Детаљни подаци о динамици грађења налазе се у лит. [50] и овде се неће приказивати да се не би оптерећивао садржај дисертације. Поред датума дато је и средње време завршетка сваког слоја, кота хоризонталне спојнице, број слоја и температура мешавине у време уграђивања.

### 3.5.5. Температура спољашње средине

#### *Температура ваздуха*

Да би се обезбедили неопходни подаци о температурама ваздуха у зони бране, најпре су коришћени резултати мерења са метеоролошке станице Мезохори. Пошто се

она налази на сса 350 m вишој коти и удаљена је ваздушном линијом више од 25 km, изграђена је нова метеоролошка станица непосредно узводно од преградног профила.

Табела 3.10. Средње месечне температуре ваздуха на месту бране у току 1995. и 1996. године

Месец	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
T (°C)	0,1	3,2	2,3	6,8	18,2	20,9	25,2	24,2	18,3	14,1	6,8	1,4

У циљу добијања што потпунијих података, мерења су вршена свака два сата, 24 сата дневно. Комплетни доступни резултати ових мерења дати су у прилогу 8.3.1., лит. [50]. Средња годишња температура у посматраном периоду износи 11,8 °C, а подаци о средњим месечним температурама приказани су у табели 3.10. Недостатак ових резултата је у томе што су приказане осредњене температуре за периоде од по две недеље. Због тога ће гранични услов по температури моћи да се зада само приближно.

### *Температура у галеријама*

Вредности температуре у галеријама, усвојене су на основу резултата мерења температуре ваздуха на месту бране. Због релативно споре промене у односу на спољашњу средину, за температуре у галеријама најреалније је усвојити кориговане средње месечне температуре из табеле 3.10, јер је зими у галеријама топлије, а лети хладније него напољу. На основу искустава са претходно изграђених гравитационих бетонских брана, усвојене температуре ваздуха у галеријама приказане су у табели 3.11.

Табела 3.11. Усвојене средње месечне температуре ваздуха у галеријама

Месец	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
T (°C)	10,0	10,0	12,0	14,0	16,0	20,0	22,0	22,0	20,0	16,0	12,0	10,0

### *Температура стене у темељу*

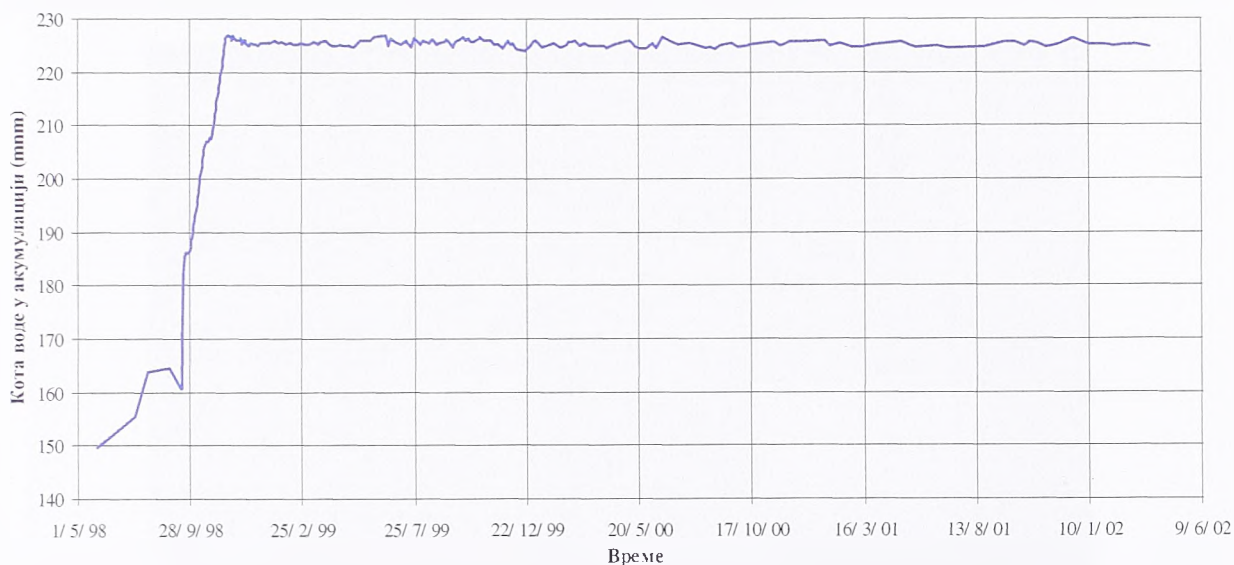
Температура стене практично не зависи од сезонских промена температуре ваздуха и, осим површинског слоја терена до дубине од сса 1,0 m, може се узети да има сталну температуру. Имајући у виду податке мерења, лит. [50], усвојена је температура стене у темељу једнака средњој вишегодишњој температури ваздуха од 13 °C.

### *Температура воде у акумулацији*

Пуњењем акумулације мења се гранични услов на узводној контури. Уместо температуре ваздуха, од коте дна реке до нивоа воде у акумулације треба узети температуру воде. Температура воде у језеру зависи од температуре ваздуха, дубине и почетне температуре воде при пуњењу акумулације. Међутим, нарочито је битан утицај захвата електране услед чега долази до мешања воде по дубини што онемогућава загревање површинских слојева у зони узводне контуре (видети резултате мерења у поглављу 3.6.3.) Због тога је усвојена променљива температура у фази пуњења акумулације и константна температура воде у току експлоатације од 9 °C.

### 3.5.6. Динамика пуњења и промене нивоа воде у акумулацији

С обзиром на разлике у температурама ваздуха и воде, за прецизнији термички прорачун неопходно је познавати динамику пуњења и промене нивоа воде у језеру током експлоатације. На основу резултата мерења, лит. [108], пуњење акумулације извршено је од 27. маја до 20. новембра 1998. године, слика 3.13.



Слика 3.13. Динамика пуњења и промене нивоа воде у акумулацији

Након пуњења, ниво воде одржан је практично константним око коте 225,0 mm. Одступања од овог нивоа су занемарљива, јер је најнижа кота (регистрована јула 2000. године) износила 224,4 mm, а највиша (децембра 2001.) 226,3 mm. Због тога се у прорачуну после новембра 1998. године може усвојити сталан ниво воде у акумулацији на коти 225,0 mm.

## 3.6. ТЕМПЕРАТУРНО ПОЉЕ

### 3.6.1. Термометри

У току изградње бране у три попречна пресека (на стациоณาма Ст.0+089,0 m, Ст.0+160,0 m и Ст.0+200,5 m), уграђено је преко 700 термопарова, лит. [108]. Од овог броја, готово половина (340 ком) налази се у пресеку на стационажи Ст. 0+200,5 m, у првој непреливној ламели десно од прелива. Термопарови се састоје од две жице (биметали) и раде на принципу мерења промене отпора у зависности од температуре. Опремљени су кабловима који се воде хоризонтално кроз слојеве RCC-а до вертикалног шахта на Ст.0+191,50 m, а затим наниже до галерија у којима су смештене мерне станице, слика 3.14.

Инструменти су постављени у средњој линији попречног пресека у сваком другом слоју, у темељној спојници, на узводној и низводној контури бране и у зонама око галерија, прилог 8.3.2. Поред тога, у слојевима број 31, 65, 75, 131, 197, 249 и 297



постављени су додатни термометри од узводне до низводне контуре на међусобном растојању које омогућава праћење промене температуре у оквиру слоја.

У току грађења, температура је мерена само у средњој линији попречног пресека, а по завршетку бране и сви остали термометри су стављени у функцију. Добијено је поље температуре у три попречна пресека и то у првој непреливној ламели на левој обали између захватне грађевине и прелива, у централној преливној ламели и у првој непреливној ламели до прелива на десној обали.



Слика 3.14. Мерна станица за мерење температуре у горњој галерији

За потребе верификације нумеричког модела, посматраће се попречни пресек бране на стационажи Ст.0+200,50 m. То је карактеристичан пресек непреливне ламеле, у коме се налази највећи број термометара и за који су доступни најпотпунији резултати мерења температуре.

### 3.6.2. Температуре у фази грађења бране и пре пуњења акумулације

Као што је у претходном поглављу речено, у току грађења температура је мерена само у средњој линији попречног пресека, термометрима који се налазе у сваком другом слоју. У табели 3.13. приказани су резултати четири мерења почетком 1996. године, и то максималне температуре у сваком од мерења, коте на којима су регистроване екстремне вредности и број слоја.

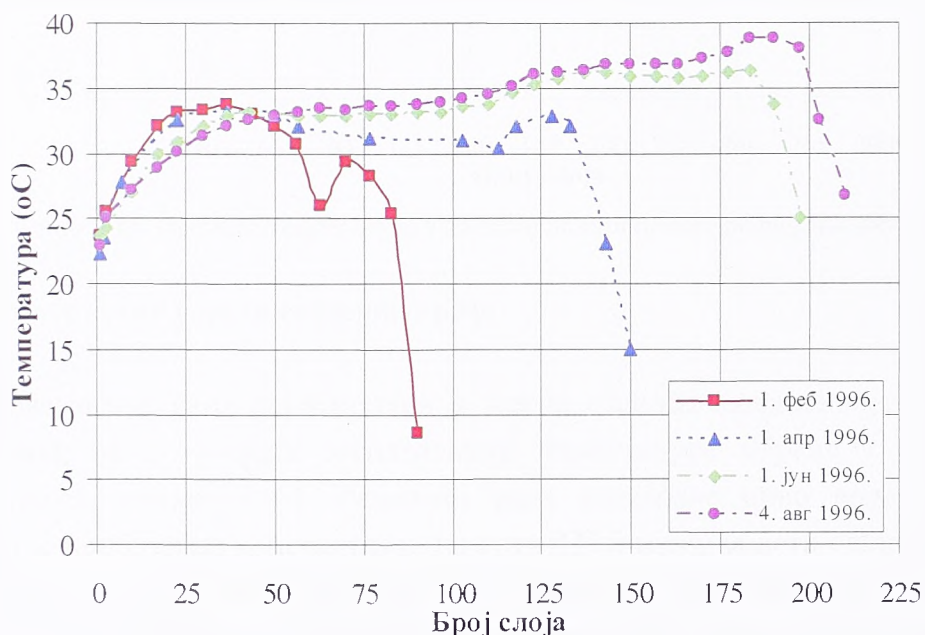
Из табеле се уочава да је у наведена четири мерења највећа температура износила 35,0 °C, забележена 9. јануара на коти 146,0 mm, односно у слоју број 30. Резултати преостала три мерења показују да температуре постепено опадају за 1 °C, а да зона у којој се јављају варира између слоја број 30 и 39. Наведене вредности указују само на максималне температуре. Да би се стекла представа о променама температуре

по висини бране, на слици 3.15. приказане су температуре у средњој линији за 1. фебруар, 1. април, 1. јун и 4. август 1996. године.

Табела 3.13. Максималне температуре према мерењима у средњој линији почетком 1996. године

Датум мерења	Мах температура (°C)	Кота (mm)	Број слоја (N°)
9. 1. 1996.	35,0	146,0	30
6. 2. 1996.	34,5	147,8	36
4. 3. 1996.	34,2	148,7	39
1. 4. 1996.	34,1	148,0	37

У посматраном периоду, за сва четири датума, температуре у почетним слојевима су између 23 и 24 °C. За мерења из фебруара и априла следи повећање температуре до сса 34 °C на коти 150 mm (слој 43), а затим пад према последњем изграђеном слоју са температуром на коју пресудно утичу амбијентални услови.



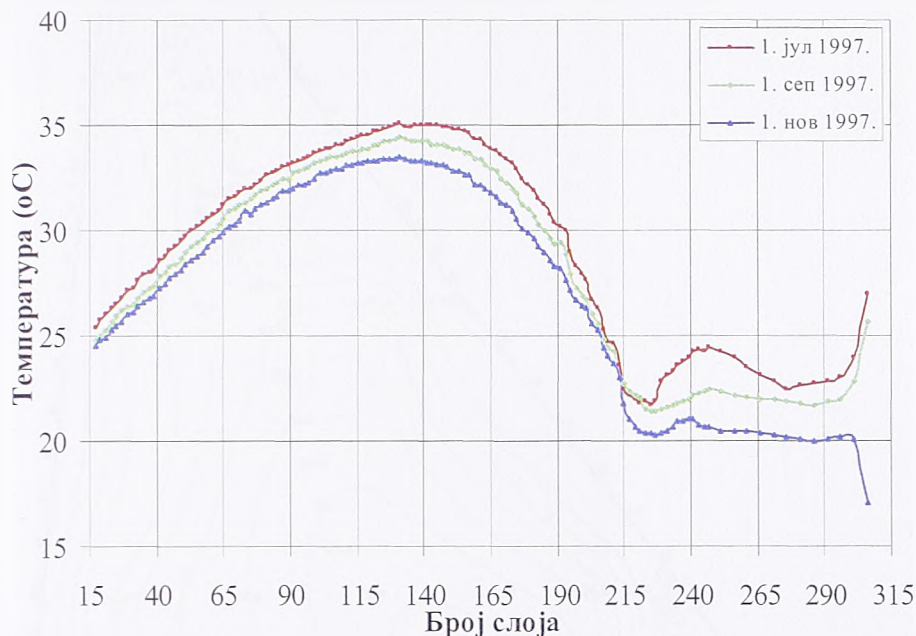
Слика 3.15. Температуре у средњој линији бране у фази грађења, лит. [49] и [50])

Мерења из јуна и августа показују тренд повећања температуре са 23 °C на коти 136 mm до максималних 36 °C у јуну на коти 192 mm, односно у августу до сса 39 °C на коти 195 mm. Температура затим пада до вредности од 25 °C, колико је измерено јуна на коти 196 mm, односно до 26 °C почетком августа на коти 200 mm.

После завршетка тела бране, и у току пуњења акумулације, грађена је машинска зграда. Радови су обављени у току 1997. и 1998. године. Прве године акумулација је била празна и у том периоду температурно поље у телу бране зависило је од топлоте хидратације и температуре ваздуха. Температуре у средњој линији бране контролисане су мерењима у току лета и јесени 1997. године. На слици 3.16. приказани су резултати три мерења у периоду од јула до новембра 1997. године.



Као што се са сва три графика слике 3.16. уочава, од темељне спојнице (слој 17,  $T \approx 25 \text{ }^\circ\text{C}$ ) до горње галерије (слој 215,  $T \approx 21,5 \text{ }^\circ\text{C}$ ), температура у средњој линији има облик параболе. Максимална вредност 1. јула је  $35 \text{ }^\circ\text{C}$ , а четири месеца касније је  $33,5 \text{ }^\circ\text{C}$ . У зони горње галерије температура расте, затим опада према круни бране, а у неколико највиших слојева доминантан је утицај спољашње температуре.



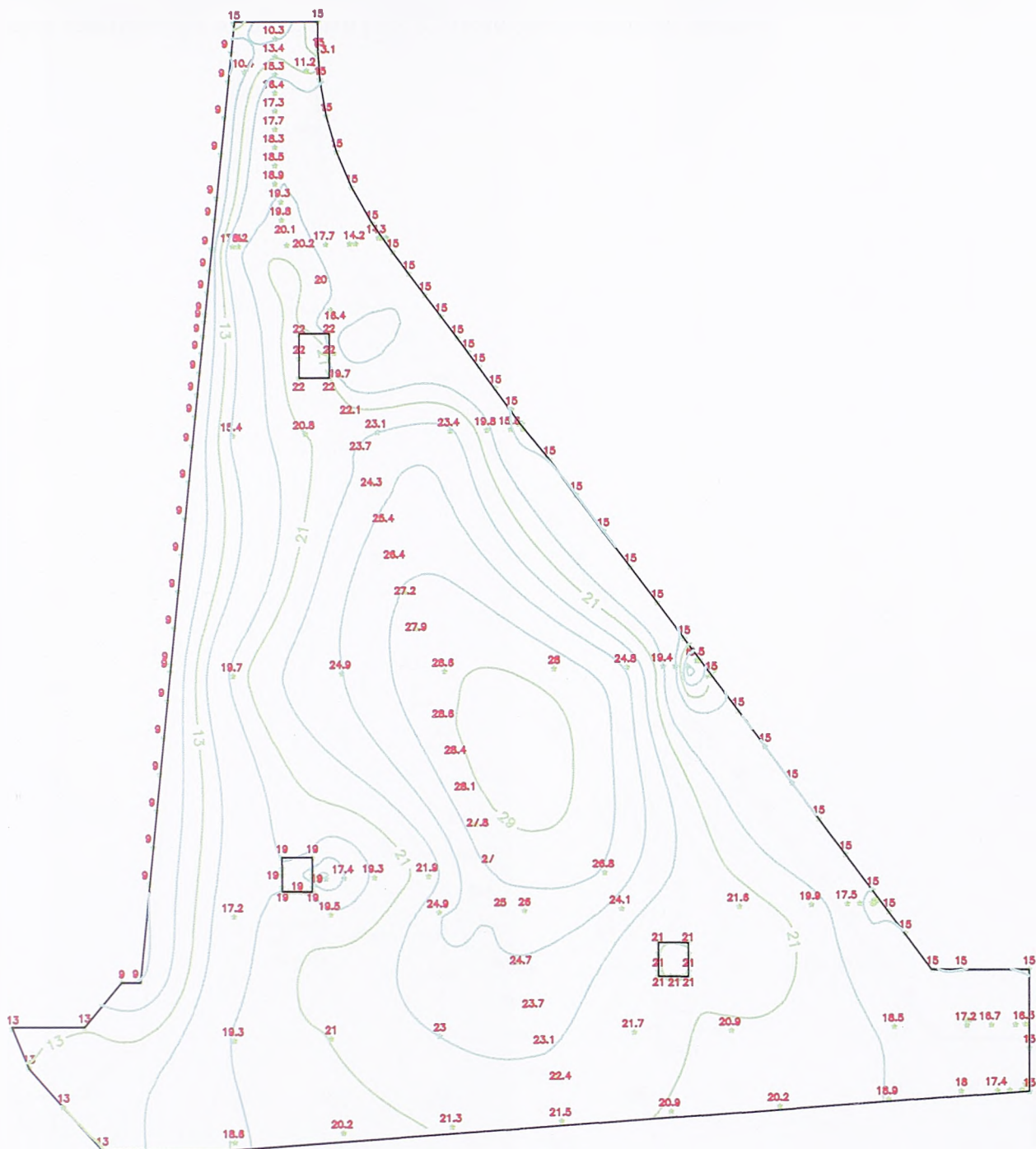
Слика 3.16. Промене температуре у средњој линији бране пре пуњења акумулације

### 3.6.3. Температуре у фази експлоатације

Повезивање свих термометара у мерне станице завршено је у току пуњења акумулације, па су у фази експлоатације температуре мерене у свим уграђеним термометрима, прилог 8.4.4. Режимом рада електране ниво воде у акумулацији одржан је приближно константним, на коти  $225,0 \text{ mmm}$ , видети слику 3.13. Због тога, почевши од краја новембра месеца 1998. године, на највећем делу узводне контуре гранични услов представља температура воде (осим на делу од коте  $225,0 \text{ mmm}$  до коте круне бране), док је на круни и са низводне стране температура ваздуха. Процес ослобађања топлоте хидратације практично је завршен, у конструкцији су достигнуте максималне температуре и почело је хлађење тела бране. Температурна поља су приказана помоћу измерених вредности температура и интерполованим изотермама. Следе карактеристичне слике температурног поља у фази експлоатације у току 1999. и 2000. године, према расположивим подацима из лит. [108].

Са слике 3.17. уочава се да максимална температура у посматраном пресеку на дан 11. 1. 1999. године износи близу  $29 \text{ }^\circ\text{C}$  и јавља се у доњем делу бране, изнад и низводно од средње галерије (око слоја 105). У осталом делу пресека температуре опадају ка темељној спојници и контурама. На узводној контури температура је уједначена по дубини акумулације и износи  $9 \text{ }^\circ\text{C}$ ; на низводној контури и у круни бране је  $15 \text{ }^\circ\text{C}$ , а на контакту са стеном променљива од  $13 \text{ }^\circ\text{C}$  узводно, преко  $21,5 \text{ }^\circ\text{C}$  у средини и  $17 \text{ }^\circ\text{C}$  на низводном крају темељне спојнице.



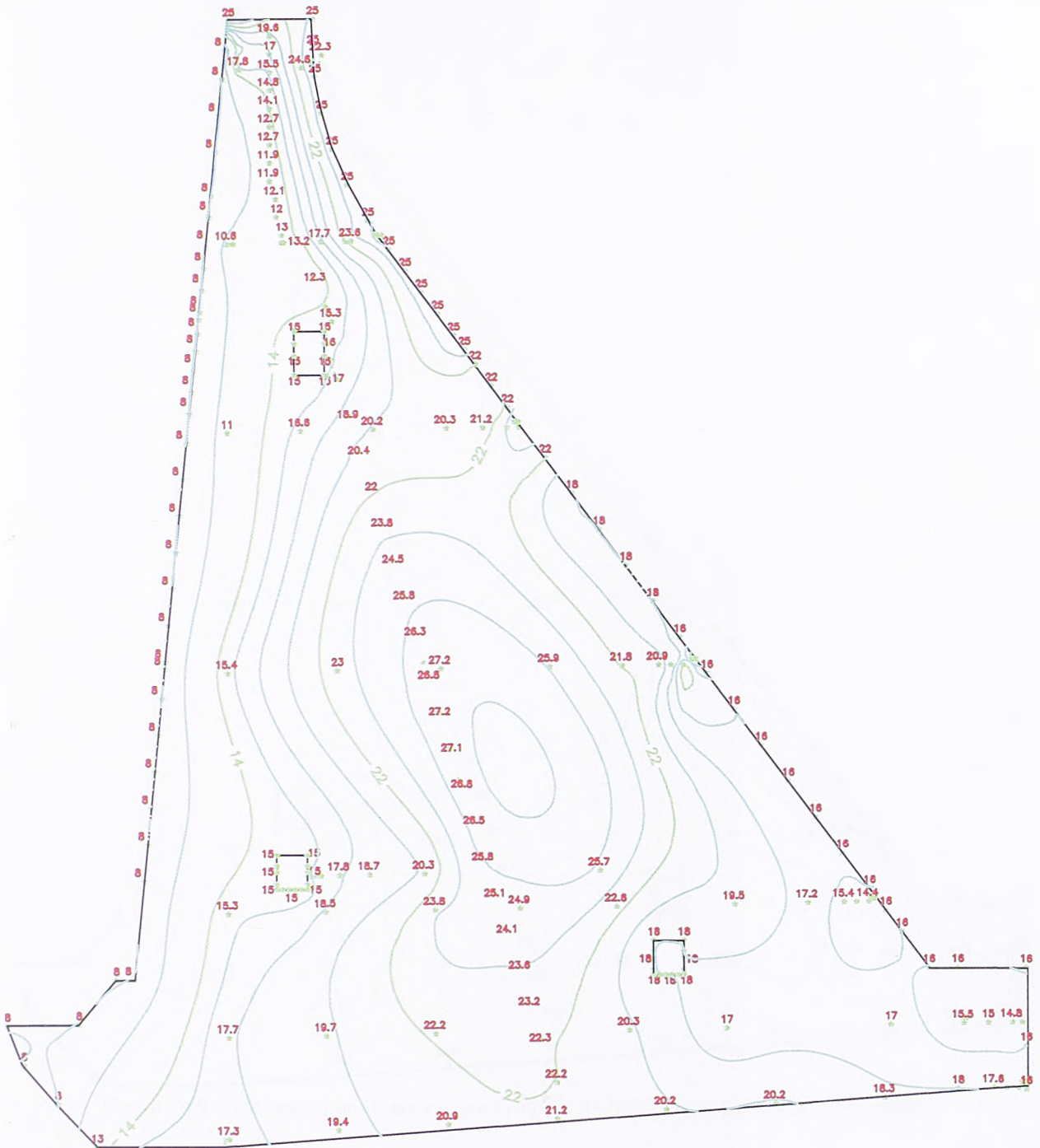


Слика 3.17. Температурно поље у пресеку на Ст.0+200,5 m на дан 11. 1. 1999. године

У непосредној близини галерија температура је око 20 °C, што је гранични услов по температурама ваздуха у галеријама. У горњој галерији осећа се највећи утицај граничних услова на узводној и низводној контури и у њој је температура 22 °C. На температуру у средњој галерији утиче температура у маси пресека и температура воде у акумулацији, па је ту 19 °C. Доња галерија је приближно једнако удаљена од темељне спојнице и низводне контуре, па температуре у њој најмање зависе од граничних услова на спољашњим контурама.

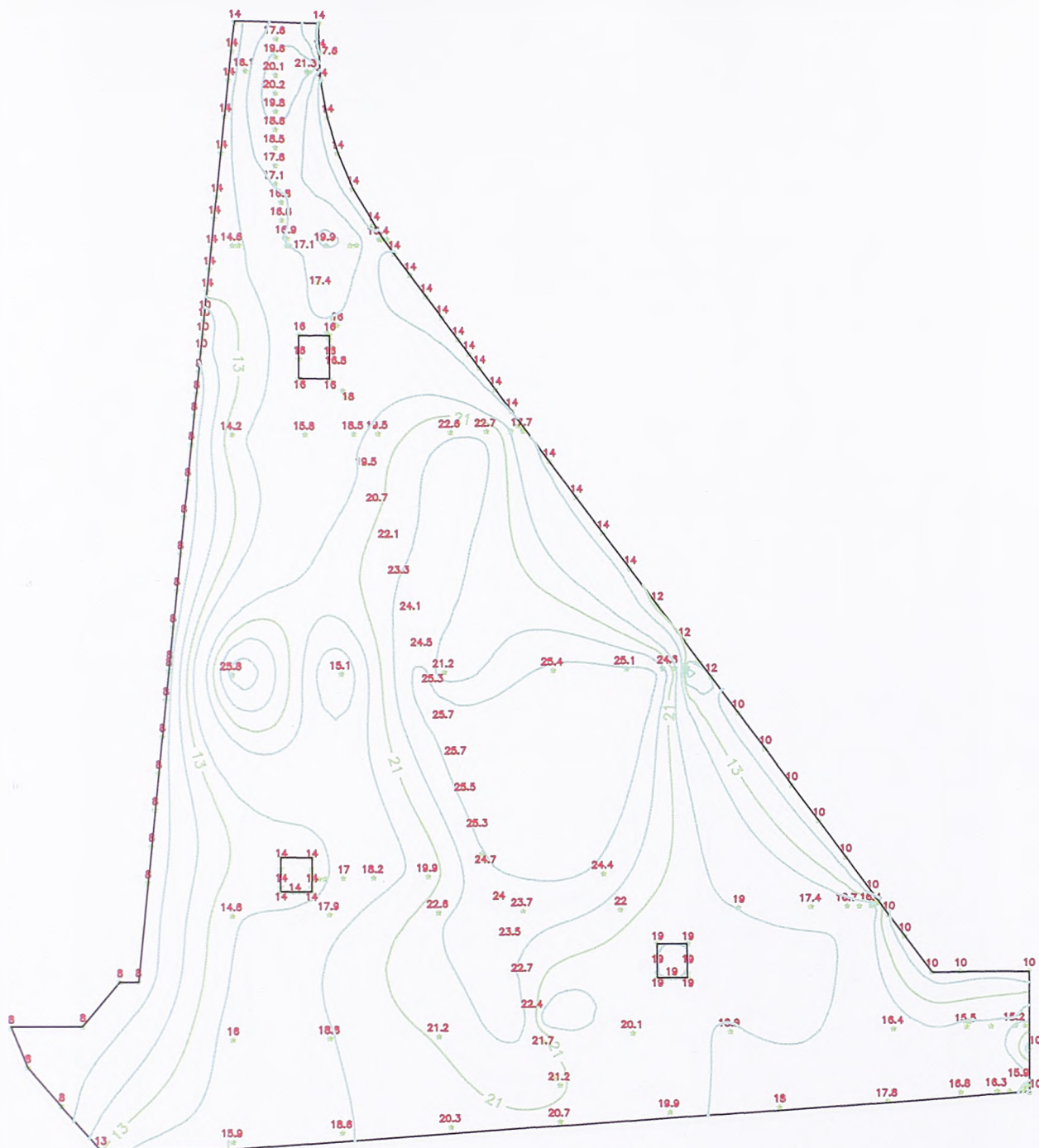
Температурно поље на слици 3.18. на дан 15. 6. 1999. године квалитативно је слично претходно описаном. Максимална температура јавља се у истој зони као на

слици 3.17. и износи око  $28^{\circ}\text{C}$ . На узводној контури у свим термометрима измерена је иста температура од  $8^{\circ}\text{C}$ , што је  $1^{\circ}\text{C}$  ниже него у јануару месецу.



Слика 3.18. Температурно поље у пресеку на Ст.0+200,5 m на дан 15. 6. 1999. године

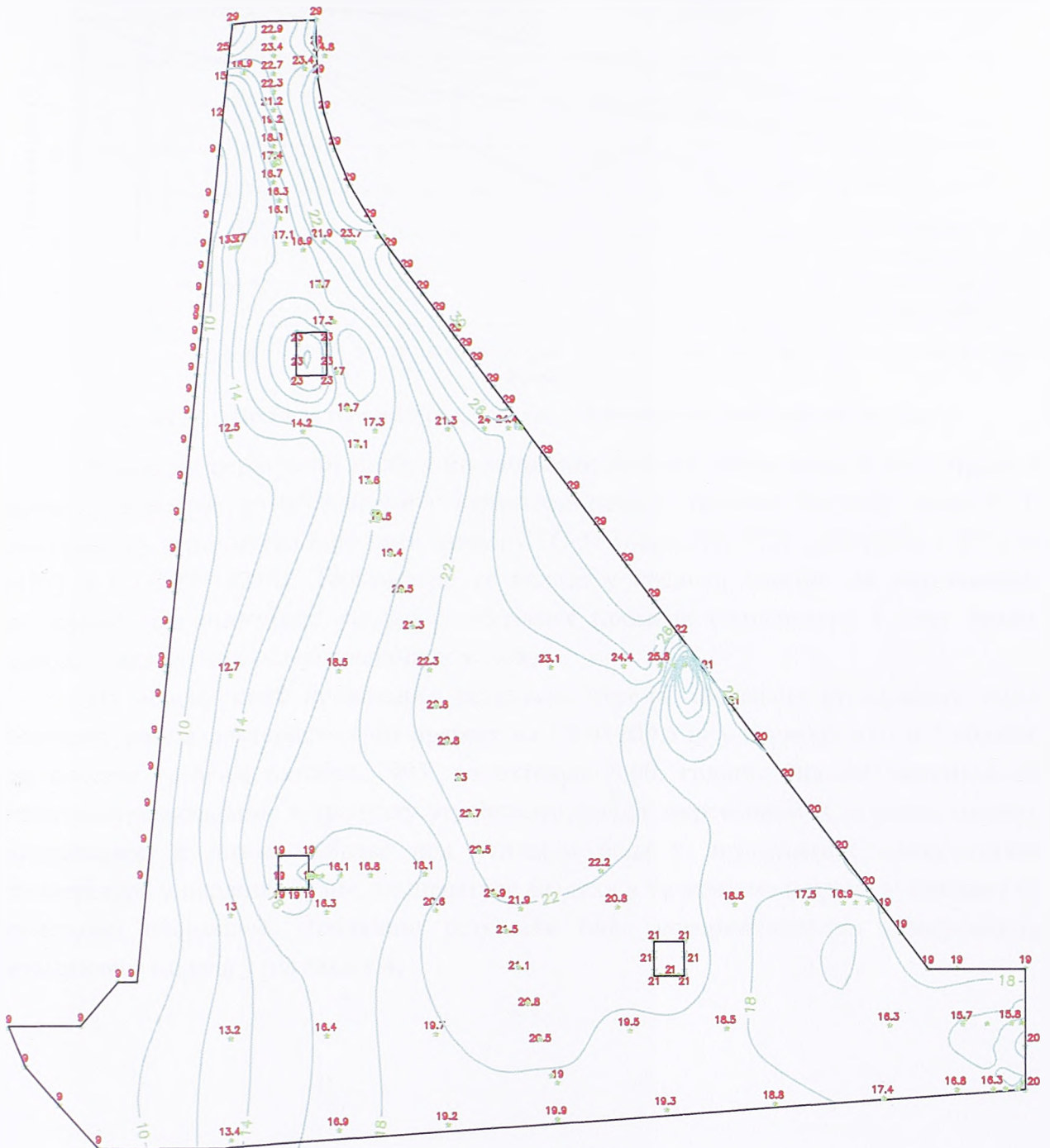
Ово се може објаснити приливом хладне воде услед пролећног топљења снега у горњем (планинском) делу тока реке Месте и утицајем рада турбина. Услед осунчаности низводне контуре, температура је променљива од  $25^{\circ}\text{C}$  (колико је и на круни бране) до  $16^{\circ}\text{C}$  на низводној ножици. Температуре на контакту са стеном су практично непромењене у односу на стање са претходне слике, а у галеријама су температуре осетно ниже ( $15^{\circ}\text{C}$  у горњој и средњој, тј.  $18^{\circ}\text{C}$  у доњој галерији).



Слика 3.19. Температурно поље у пресеку на Ст.0+200,5 m на дан 1. 12. 1999. године

На слици 3.19. приказано је стање на дан 1. 12. 1999. године. Максимална температура од 25,8 °C регистрована је у средишњем делу бране, у зони узводне контуре, што је нелогично, па се оправдано може поставити питање тачности читавања или интерпретације резултата. На узводној контури температура претежно износи 8 °C, с тим што расте у зони круне бране до 14 °C. На низводној контури поново је променљива температура услед осунчаности од 14 °C до 10 °C. Температуре на контакту са стеном су ниже за 1 °C него на претходној слици, док су у доњој средњој и горњој галерији више за 3 °C, 4 °C и 7 °C (18 °C у доњој, односно 15 °C у средњој и горњој галерији).

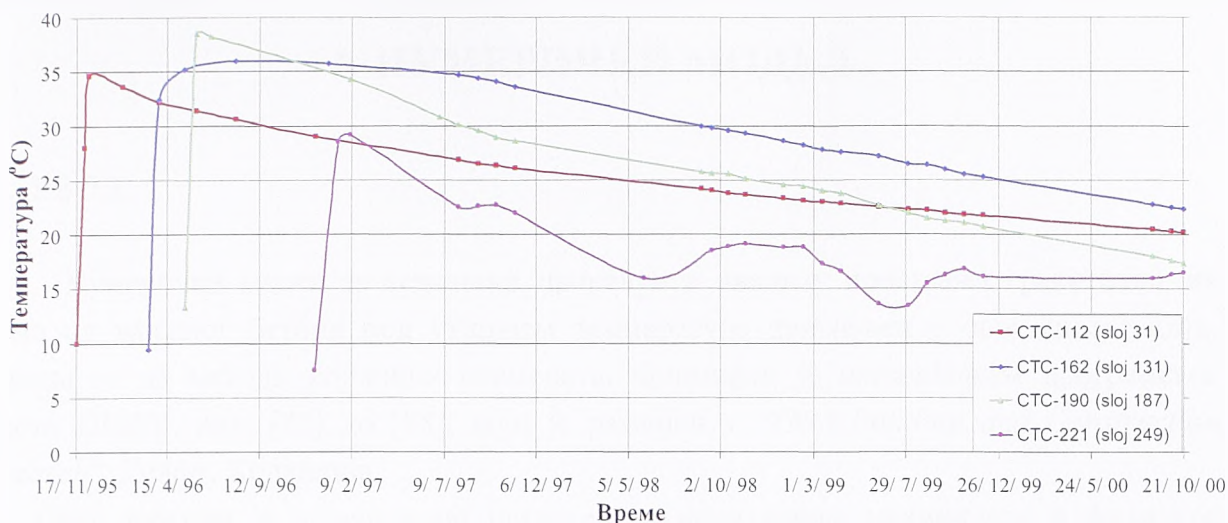




Слика 3.20. Температурно поље у пресеку на Ст.0+200,5 m на дан 1. 10. 2000. године

Пет година после почетка грађења температурно поље изгледа као на слици 3.20. Максимална температура у телу бране износи сса  $23\text{ }^{\circ}\text{C}$  и јавља се у истој зони као на сликама 3.17. и 3.18. На узводној контури температура је  $9\text{ }^{\circ}\text{C}$  по читавој дубини акумулације; на круни бране и горњем делу низводне контуре је  $29\text{ }^{\circ}\text{C}$ , а затим услед инсолације опада према низводној ножици на  $19\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Температуре на контакту са стеном су од  $9$  до  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ , а у галеријама  $21\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $19\text{ }^{\circ}\text{C}$  и  $23\text{ }^{\circ}\text{C}$  посматрано од доње према горњој галерији.

Очигледно да температура у телу бране веома споро опада, а да је у зонама контура и галерија доминантан утицај граничних услова.



Слика 3.21. Промене температуре кроз време у карактеристичним тачкама пресека

Поред температурног поља у посматраном пресеку, занимљиво је посматрати и промену температуре кроз време у карактеристичним тачкама пресека, слика 3.21. Изабрани су термометри који носе ознаке СТС-112 (слој 31), СТС-162 (131), СТС-190 (187) и СТС-221 (249). Термометри се налазе у средњој линији, на вертикалном растојању које омогућава реално сагледавање промене температуре у телу бране, довољно далеко од утицаја граничних услова.

На основу свих приказаних резултата мерења сагледане су промене поља температуре у карактеристичном пресеку на Ст.0+200,5 m у периоду дугом 5 година, од почетка грађења октобра 1995. до октобра 2000. године. Процес започиње од температуре мешавине у тренутку уграђивања, следи загревање RCC-а услед топлоте хидратације, а затим хлађење под утицајем воде у акумулацији, амбијенталне температуре у околини бране, температуре ваздуха у галеријама и стене у контакту са темељном спојницом. Приказани резултати биће искоришћени за верификацију нумеричког модела у поглављу 4.

## 4. НУМЕРИЧКИ МОДЕЛ

### 4.1. УВОД

Нумерички модел за термички прорачун и анализу понашања гравитационих брана од ваљаног бетона под утицајем температуре примењен у овој дисертацији, заснива се на методи коначних елемената. Формиран је коришћењем програмског пакета *DIANA*, лит. [82] до [88], који је развијен у "*TNO Building and Construction Research*", Делфт, Холандија.

Овај програм је првенствено намењен за испитивање механичког и физичког понашања различитих врста грађевинских конструкција, али се може користити и у другим техничким дисциплинама. *DIANA* (*Displacement method analyser*) користи методу деформација и омогућава решавање бројних проблема, укључујући нелинеарно понашање и просторну (тродимензионалну) анализу. Програм располаже веома развијеном библиотеком материјала, типова коначних елемената и процедура, заснованим на савременим техникама коришћења база података.

Да би се успешно решили различити системи једначина разнородних модела коначних елемената, *DIANA* располаже и великим бројем нумеричких поступака. Системи једначина могу се решавати директно, или итеративно, лит. [85].

У наредним поглављима биће приказане теоријске основе МКЕ формулације једначине провођења топлоте и термичко напонске анализе, као и карактеристике дефинисаног раванског и просторног нумеричког модела.

### 4.2. ТЕОРИЈСКА ОСНОВА

#### 4.2.1. МКЕ формулација једначине провођења топлоте

При формулисању проблема провођења топлоте у теорији методе коначних елемената, полази се од Фуријеове парцијалне диференцијалне једначине (2.6). Ако се наведена једначина подели запреминском масом,  $\rho$ , добија се

$$c \cdot \frac{\partial T}{\partial \tau} = - \operatorname{div} \mathbf{q} + q_v(x, y, z, \tau, T), \quad (4.1)$$

где су:

- $\mathbf{q}$  – вектор специфичног флукса

$$\mathbf{q} = - (k \cdot \operatorname{grad} T) \quad (4.2)$$

- $k = \lambda / \rho$  – проводљивост топлоте у  $[(W \cdot m^2)/(kg \cdot ^\circ C)]$ ;
- $q_v = q / \rho$  – количина топлоте која се по јединици масе тела и у јединици времена издваја из извора топлоте у  $[J/kg]$ .



Гранични услови (2.13), (2.14) и (2.15) могу се краће написати као:

Први услов (позната температура на граници В)

$$T = T_B \quad , \quad (4.3)$$

Други услов (познат топлотни флуks на граници В)

$$\frac{\partial T}{\partial n} \Big|_B = \varphi_B \quad \text{и} \quad (4.4)$$

Трећи услов (топлотни флуks на граници В зависи од разлике температуре средине која окружује тело и температуре тела на том месту):

$$\frac{\partial T}{\partial n} \Big|_B = K \cdot (T_E - T) \quad . \quad (4.5)$$

МКЕ формулација проблема провођења топлоте изводи се у складу са Галеркиновим (Б. Г. Галеркин) поступком, лит. [85]. Најпре се једначина (4.1) множи пробном функцијом ( $v$ ) и интегрални по разматраној запремини ( $V$ ):

$$\int_V v \cdot (\text{div } \mathbf{q} + c \cdot \dot{T}) dV = \int_V v \cdot q_V dV \quad . \quad (4.6)$$

Помоћу Гаусове (*Gauss*) теореме, добија се:

$$\int_V \text{div } \mathbf{q} \cdot v dV + \int_V \mathbf{q} \cdot \text{grad } v dV = \int_B \frac{\partial T}{\partial n} \cdot v dB \quad . \quad (4.7)$$

Заменом једначина (4.7), (4.4) и (4.5) у једначину (4.6), следи:

$$\int_V -\mathbf{q} \cdot \text{grad } v dV + \int_V c \cdot \dot{T} \cdot v dV + \int_B K \cdot T \cdot v dB = \int_V q_V \cdot v dV + \int_B (K \cdot T_E + q_B) \cdot v dB \quad . \quad (4.8)$$

Претпоставља се да је промена температуре и пробних функција унутар коначних елемената линеарна функција њихових вредности у чворовима елемента, односно:

$$T(\mathbf{x}) = \mathbf{N} \cdot \mathbf{T} \quad , \quad \text{grad } T(\mathbf{x}) = \mathbf{B} \cdot \mathbf{T} \quad (4.9)$$

$$v(\mathbf{x}) = \mathbf{N} \cdot \mathbf{v} \quad , \quad \text{grad } v(\mathbf{x}) = \mathbf{B} \cdot \mathbf{v} \quad . \quad (4.10)$$

За сваки елемент, вектор температуре ( $\mathbf{T}$ ) садржи температуре у чворовима, вектор пробне функције ( $v$ ) састоји од вредности ове функције у чворовима елемента, а матрице  $\mathbf{N}$  и  $\mathbf{B}$  представљају интерполационе матрице.

Заменом израза (4.2), (4.9) и (4.10) у једначину (4.8) добија се МКЕ формулација једначине провођења топлоте:

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{T} + \mathbf{C} \cdot \dot{\mathbf{T}} = \mathbf{Q} \quad (4.11)$$

где су:

$$\mathbf{K} = \int_V \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{k} \cdot \mathbf{B} dV + \int_B \mathbf{N}^T \cdot K \cdot \mathbf{N} dB \quad - \text{матрица проводљивости топлоте;} \quad (4.12)$$

$$\blacksquare C = \int_{V'} \mathbf{N}^T \cdot c \cdot \mathbf{N} \, dV \text{ – матрица специфичног топлотног капацитета;} \quad (4.13)$$

$$\blacksquare Q = \int_{V'} \mathbf{N}^T \cdot q_v \, dV + \int_B \mathbf{N}^T \cdot \varphi_B \, dB + \int_B \mathbf{N}^T \cdot K \cdot T_E \, dB \text{ – вектор чворног протицаја.} \quad (4.14)$$

#### 4.2.2. Временска интеграција једначине провођења топлоте

При решавању једначине провођења топлоте формулисана у МКЕ облику, (4.11), *DIANA* примењује директну временску интеграцију, користећи генерализовано трапезно правило. То значи да се за сваки временски корак  $\Delta t$ , једначина решава у тренутку  $t + \alpha \Delta t$ . На располагању су различите методе, у зависности од вредности параметра  $\alpha$ :

- $\alpha = 0$  представља Ојлерову (*Euler*) експлицитну интеграцију првог реда тачности и ограниченог временског корака да би решавање било стабилно;
- $\alpha = 1/2$  је за Кранк-Николсонову (*Crank-Nicolson*) интеграцију другог реда тачности;
- $\alpha = 2/3$  користи се у Галекриновој интеграцији првог реда тачности;
- $\alpha = 1$  је код Ојлерове имплицитне интеграције првог реда тачности, без осцилација.

Коришћењем једначине (4.11) и директне временске интеграције, добија се "ефективна једначина":

$$\mathbf{K}^* \cdot \mathbf{T}^* = \mathbf{Q}^* \quad (4.15)$$

у којој су:

- $\mathbf{K}^*$  – ефективна матрица кондукције (проводљивости топлоте);
- $\mathbf{T}^*$  – вектор чворних потенцијала (температура у чворовима);
- $\mathbf{Q}^*$  – ефективни вектор чворних протицаја (топлотни флуks).

*DIANA* омогућава како имплицитно, тако и експлицитно решавање једначине (4.15).

#### Имплицитно решавање

Код имплицитне временске интеграције, карактеристично је:

$$\alpha > 0 \text{ и } \mathbf{T}^* = \mathbf{T}^{t+\alpha \Delta t}, \quad (4.16)$$

при чему је извод температуре по времену

$$\dot{\mathbf{T}}^{t+\alpha \Delta t} = \frac{\mathbf{T}^{t+\alpha \Delta t} - \mathbf{T}^t}{\alpha \Delta t}, \quad (4.17)$$

ефективна матрица проводљивости топлоте

$$\mathbf{K}^* = \mathbf{C}^{t+\alpha\Delta t} + \alpha \Delta t \mathbf{K}^{t+\alpha\Delta t} \quad (4.18)$$

и ефективни вектор чворних протицаја

$$\mathbf{Q}^* = \alpha \Delta t \mathbf{Q}^{t+\alpha\Delta t} + \mathbf{C}^{t+\alpha\Delta t} \mathbf{T}^t. \quad (4.18)$$

У случају да се проводљивост топлоте и специфична топлота мењају кроз време (проблем је "временски нелинеаран") следи

$$\mathbf{K}^*_{(i)} \mathbf{T}^*_{(i+1)} = \mathbf{Q}^*_{(i)}. \quad (4.19)$$

Екстраполација за  $\alpha < 1$  гласи

$$\mathbf{T}^{t+\alpha\Delta t} = \mathbf{T}^t + \dot{\mathbf{T}}^{t+\alpha\Delta t} \Delta t. \quad (4.20)$$

### Експлицитно решавање

Код експлицитне временске интеграције, важи

$$\alpha = 0 \quad \text{и} \quad \mathbf{T}^* = \mathbf{T}^{t+\alpha\Delta t}. \quad (4.21)$$

Извод температуре по времену је

$$\dot{\mathbf{T}}^t = \frac{\mathbf{T}^{t+\Delta t} - \mathbf{T}^t}{\Delta t}, \quad (4.22)$$

ефективна матрица проводљивости топлоте гласи

$$\mathbf{K}^* = \mathbf{C}^t \quad (4.23)$$

и ефективни вектор чворних протицаја

$$\mathbf{Q}^* = \Delta t \mathbf{Q}^t - \Delta t \mathbf{K}^t \mathbf{T}^t + \mathbf{C}^t \mathbf{T}^t. \quad (4.24)$$

### 4.2.3. Нелинеаран температурни проблем

Ако су проводљивост топлоте, специфична топлота, и/или гранични услови функција температуре, проблем је нелинеаран у материјалном смислу, тј. каже се да постоји **физичка нелинеарност проблема**. У том случају, могуће је само итеративно решавање система једначина.

За решавање система нелинеарних једначина, у програму *DIANA* користе се инкрементално итеративне методе. То значи да се у  $(i+1)$  итерацији инкремент (промена) температуре  $\Delta T$  рачуна као:

$$\mathbf{K}^*_{mcr} \cdot \Delta T = \mathbf{Q}^*_{(i)} - \mathbf{K}^*_{sec.(i)} \cdot \mathbf{T}^*_{(i)}, \quad (4.25)$$

$$\mathbf{T}^*_{(i+1)} = \mathbf{T}^*_{(i)} + \Delta T \quad (4.26)$$

Ефективна секантна матрица проводљивости топлоте одређује се у свакој итерацији, а ефективни инкремент проводљивости може се такође одређивати у свакој итерацији (регуларна Њутн-Рафсонова метода)



$$\mathbf{K}_{mcr} = \mathbf{K}_{sec.(t)} \quad (4.27)$$

или само на почетку временског корака (модификована Њутн-Рафсонова метода):

$$\mathbf{K}_{mcr} = \mathbf{K}_{sec.(1)} \quad (4.28)$$

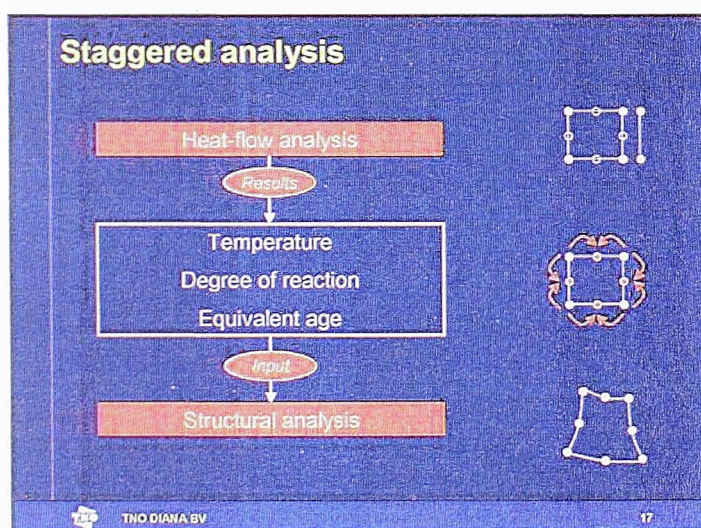
Провера постигнуте тачности у обе методе врши се преко норме инкремента вектора температуре:

$$|\Delta \mathbf{T}| \leq \varepsilon \times |\mathbf{T}^*_{(1)}| \quad (4.29)$$

#### 4.2.4. Фазна термичко-напонска анализа

Термичко-напонска анализа ("coupled heat-flow-stress analysis") може бити "једносмерна", или "двосмерна". Уколико температура утиче на деформацију и обрнуто (деформација на температуру), интеракција је двосмерна. У противном, уколико само температура утиче на деформацију, интеракција је једносмерна. Имајући у виду проблем термичког напрезања брана од ваљаног бетона, овде ће се разматрати само једносмерна термичко-напонска анализа.

У овој анализи прво се рачуна температурно поље у изабраним тренуцима времена, а затим се температура уводи у напонско-деформацијску анализу као спољашњи утицај. Температурно поље је вектор који представља решење система једначина (4.15), а температуре су скаларне величине одређене у чворовима коначних елемената. Поред температуре у оквиру термичког прорачуна могуће је одредити: флукс, степен реакције хидратације и еквивалентну старост бетона.



Слика 4.1. Шема термичко-напонске анализе

Помоћу модула "*LINSTA*", или "*NONLIN*", *DIANA* аутоматски конвертује модел из термичке у напонску анализу. Шематски приказ термичко-напонске анализе приказан је на слици 4.1. Оба дела прорачуна врше се расположивим модулима за термичку, односно напонску анализу. При томе треба имати у виду да је код термичког прорачуна ред интерполације за један нижи него код прорачуна напона и деформација.

Када се ради о *фазном* термичком прорачуну, мора се изабрати да ли се решава *стационаран*, или *нестационаран* проблем. Промена врсте анализе није могућа у току прорачуна. Резултати прорачуна из претходне фазе памте се за сваки елемент и користе се као почетне вредности за наредну фазу. На почетку сваке фазе дефинише се *активан део модела*, с обзиром на могућност да се из фазе у фазу појављују нови активни делови модела, односно да неки делови модела, који су били активни у претходним фазама, у наредној фази више не постоје. Уколико се другачије не дефинише, сматра се да су сви делови модела у свакој фази активни.

У нестационарној термичкој анализи, на почетку сваке фазе неопходно је дефинисати и временски тренутак од кога се наставља прорачун. Време се рачуна од почетног тренутка времена (на почетку прве фазе), чиме се постиже да је за читав модел време заједничка променљива. У оквиру сваке фазе, прорачун се ради по временским корацима. Запамћени резултати прорачуна из претходне фазе, користе се као почетне вредности за активне елементе у првом временском кораку наредне фазе. Прорачун се ради само за активне елементе.

На основу изнетог може се закључити да у фазној анализи постоји заједничко глобално време, али се старост сваког елемента прорачунава посебно, почевши од тренутка када је први пут тај елемент постао активан. Старост елемента представља укупан период времена током кога је елемент био активан. Почетна старост елемента увек је једнака нули. Задавање особина материјала може се извршити у зависности од времена, или од старости, према потребама прорачуна.

#### 4.2.5. МКЕ формулација термичко-напонске анализе

При решавању утицаја температуре на напонско-деформацијско стање, лит. [142] и [108], у теорији МКЕ се полази од Фуријеове диференцијалне једначине проводљивости топлоте, (4.1), написане у облику:

$$c \cdot \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q_v. \quad (4.30)$$

Као што је речено, величине  $c$ ,  $k$  и  $q_v$  у општем случају су функције координата, времена и температуре, тј.:

$$c = c(x, y, z, \tau, T), \quad k = k(x, y, z, \tau, T) \quad \text{и} \quad q_v = q_v(x, y, z, \tau, T). \quad (4.31)$$

У одређеном тренутку времена, извод температуре по времену и величине  $c$ ,  $k$  и  $q_v$  могу се третирати као задате функције просторних координата. Дискретизацијом домена помоћу просторних елемената, уводећи да је за сваки елемент:

$$\begin{aligned} T &= \sum_{i=1}^n N_i, \quad u_i = N \cdot \mathbf{u} \\ N &= N(x, y, z) \\ \mathbf{u} &= \mathbf{u}(t) \end{aligned} \quad (4.32)$$

и да је пробна функција

$$v = N_i \quad , \quad (4.33)$$

добиа се

$$\left( \int_{\Omega} \nabla^T N_i \mathbf{k} \nabla N_j d\Omega + \int_{\Gamma} N_i \alpha N_j d\Gamma \right) \mathbf{u} - \int_{\Omega} N_i q_v d\Omega + \int_{\Omega} N_i c \frac{\partial \Gamma}{\partial \tau} d\Omega + \int_{\Gamma} N_i \bar{q}_v d\Gamma = 0 \quad (4.34)$$

односно у облику матричне једначине система коначних елемената као:

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{u} + \mathbf{f} = 0 \quad , \quad (4.35)$$

где су:

$$K_{ij} = - \int_{\Omega} \nabla^T N_i \mathbf{k} \nabla N_j d\Omega + \int_{\Gamma} N_i \alpha N_j d\Gamma \quad (4.36)$$

$$f_i = - \int_{\Omega} N_i q_v d\Omega + \int_{\Omega} N_i c \frac{\partial \Gamma}{\partial \tau} d\Omega + \int_{\Gamma} N_i \bar{q}_v d\Gamma \quad . \quad (4.37)$$

Имајући у виду дискретизацију (4.32), следи да је

$$\bar{\mathbf{f}} = - \int_{\Omega} \mathbf{N}^T \left( q_v - c \frac{\partial \Gamma}{\partial \tau} \right) d\Omega \quad , \quad (4.38)$$

односно

$$\bar{\mathbf{f}} = - \int_{\Omega} \mathbf{N}^T q_v d\Omega + \left( \int_{\Omega} \mathbf{N}^T c \mathbf{N} d\Omega \right) \frac{d}{dt} \mathbf{u} \quad . \quad (4.39)$$

Проширивањем једначине (4.35) добија се коначни облик диференцијалне матричне једначине МКЕ формулације термичко-напонске анализе:

$$\mathbf{C} \cdot \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K} \cdot \mathbf{u} + \mathbf{f} = 0 \quad , \quad (4.40)$$

где су:

- $\mathbf{C}$  – матрица пригушења система;
- $\mathbf{K}$  – матрица крутости система;
- $\mathbf{f}$  – вектор чворног оптерећења;
- $\mathbf{u}$  – вектор непознатих померања у чворовима;
- $\dot{\mathbf{u}} = \frac{d}{dt} \mathbf{u}$  – вектор брзина. (4.41)

Све матрице система формирају се на уобичајен начин, помоћу субматрица елемената  $\mathbf{C}^e$ ,  $\mathbf{K}^e$  и  $\mathbf{f}^e$ , код којих је:

$$\mathbf{C}_{ij}^e = \int_{\Omega} N_i c N_j d\Omega \quad ; \quad (4.42)$$

$$\mathbf{K}_{ij}^e = \int_{\Omega} N_i \mathbf{k} N_j d\Omega \quad ; \quad (4.43)$$



$$f_{ij}^e = - \int_{\Omega} N_i q_v d\Omega . \quad (4.44)$$

Решавање једначине (4.40) врши се нумеричким поступцима описаним у претходном делу овог поглавља.

#### 4.2.6. Вискоеластичност

Код вискоеластичних материјала *историја деформација* утиче на вредност напона у тренутку прорачуна. Због тога се каже да је вискоеластичност врста понашања материјала "*са меморијом*". Основне појаве које описују вискоеластичне материјале су *течење* и *релаксација*. У експериментима течења, у почетном тренутку времена се задаје напон и прати се *промена дилатације у функцији времена – функција течења*. Код одређивања релаксације, у почетном тренутку се задаје дилатација, а прати се *функција релаксације*, тј. *промена напона у функцији времена*.

У складу са принципом суперпозиције, функција течења се може користити за одређивање дилатације у зависности од историје напона, и обрнуто, помоћу функције релаксације може се одредити напон у зависности од историје дилатације. Пошто принцип суперпозиције важи само за линеарну теорију, реч је о линеарној вискоеластичности, за коју важе основне једначине изнете у поглављу 2.1.6. Проблем код примене вискоеластичног понашања материјала у методи коначних елемената јесте да се пронађе алгоритам у коме није неопходно "памтити" читаву историју напона, или деформација, зато што би то за прорачун реалних конструкција захтевало сувише велику меморију рачунара.

#### Функција релаксације

Функција релаксације  $E(t, \tau)$ , користи се код модела познатог као Максвелов ланац (Maxwell Chain). Веза између напона и дилатација описује се функцијом

$$\sigma(t) = \int_{-\infty}^t E(t, \tau) \bar{D} \dot{\epsilon} d\tau , \quad (4.45)$$

$$\bar{D} = \frac{1}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} , \quad (4.46)$$

где је  $\bar{\mathbf{D}}$  бездимензионална матрица која повезује тродимензионално стање деформација са једнодимензионалном функцијом релаксације изражене преко Поасоновог коефицијента.

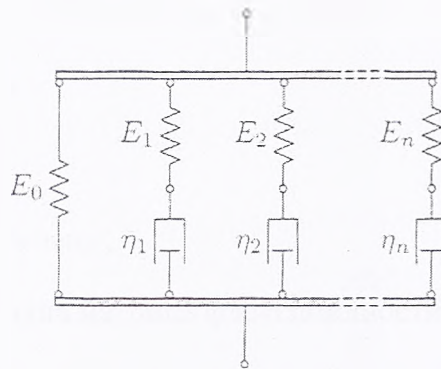
Да би се добио Максвелов модел, функција релаксације развија се у Дирихлеов (Dirichlet) ред:

$$E(t, \tau) = \sum_{i=0}^n E_i(\tau) e^{-\frac{t-\tau}{\lambda_i}} \quad (4.47)$$

где су:

- $E_i(\tau)$  – крутост опруге;
- $\lambda_i = \frac{\eta_i}{E_i}$  – време релаксације. (4.48)

За једнодимензионалан проблем, функција релаксације може се физички описати помоћу слике 4.2, као паралелан ланац опруга и пригушивача, тј. као комбинација Хукових (Hook) и Њутнових (Newton) тела.



Слика 4.2. Максвелов ланац

Функција  $E_i(\tau)$  указује да крутост модела може зависити од времена, нпр. услед утицаја температуре, или зрелости. Крутост опруге ( $E_i$ ) и коефицијент вискозност пригушивача ( $\eta_i$ ) у физичком смислу одређују *време релаксације* ( $\lambda_i$ ). Често се први елемент Максвеловог ланца представља само једном опругом, односно помоћу  $\eta_0 = \infty$ .

Ако се израз (4.32) замени у (4.30) за временске тренутке  $t$  и  $t + \Delta t$ , ако се промени редослед сумирања и интеграције и претпостави да се од тренутка  $t = -\infty$  до  $t = 0$  ништа не дешава, добија се:

$$\sigma(t) = \bar{\mathbf{D}} \sum_{i=0}^n \int_0^t E_i(\tau) e^{-\frac{t-\tau}{\lambda_i}} \dot{\epsilon} d\tau \quad (4.49)$$

$$\sigma(t + \Delta t) = \bar{\mathbf{D}} \sum_{i=0}^n \int_0^{t+\Delta t} E_i(\tau) e^{-\frac{t+\Delta t-\tau}{\lambda_i}} \dot{\epsilon} d\tau \quad (4.50)$$

На основу последње две једначине, прираштај напона се може одредити ако се интеграл од 0 до  $t + \Delta t$  раздвоји на интеграл од 0 до  $t$  и интеграл од  $t$  до  $t + \Delta t$ . Парцијални напон у сваком елементу Максвеловог ланца обележава се као  $\sigma_i$ :

$$\sigma_i(t) = \bar{\mathbf{D}} \int_0^t E_i(\tau) e^{-\frac{t-\tau}{\lambda_i}} \dot{\varepsilon} d\tau . \quad (4.51)$$

Уколико се претпостави константан прираштај дилатације од  $t$  до  $t + \Delta t$ , прираштај напона добија се као

$$\Delta \sigma = \sum_{i=0}^n \left( 1 - e^{-\frac{\Delta t}{\lambda_i}} \right) \left( \frac{E(t^*) \lambda_i}{\Delta t} \bar{\mathbf{D}} \Delta \varepsilon - \sigma_i(t) \right) , \quad (4.52)$$

где је  $t^*$  произвољна тачка, обично на половини инкремента времена. Због тога се добија да је једино битно да ли се модул еластичности мења током времена.

### Функција течења

Вискоеластично понашање материјала може се описати и *функцијом течења* (назива се и функција *пузања*, или *ретардације*). Примери примене функције течења су *Келвинов ланац* (*Kelvin chain*) и "*Double Power law*". Код функције течења, веза између напона и деформација дата је изразом:

$$\varepsilon(t) = \int_{-\infty}^t J(t, \tau) \bar{\mathbf{C}} \dot{\sigma} d\tau , \quad (4.53)$$

где су:

- $J(t, \tau)$  – функција течења;
- $\bar{\mathbf{C}}$  – бездимензионална матрица флексибилности која се рачуна као:

$$\bar{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & -\nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) \end{bmatrix} . \quad (4.54)$$

Ако се претпостави да се од тренутка тренутка  $t = -\infty$  до  $t = 0$  ништа не дешава, прираштај дилатације у периоду од  $t$  до  $t + \Delta t$  може се израчунати као

$$\Delta \varepsilon = \int_0^t (J(t + \Delta t, \tau) - J(t, \tau)) \bar{\mathbf{C}} \dot{\sigma} d\tau + \int_t^{t+\Delta t} J(t + \Delta t, \tau) \bar{\mathbf{C}} \dot{\sigma} d\tau , \quad (4.55)$$

Да би једначину (4.40) применили у МКЕ формулацији заснованој на померањима, Де Борст (De Borst) и Ван Ден Богард (Van den Boogaard) су прираштај напона изразили преко прираштаја дилатације и историје напона. При томе су увели тачку  $t^*$  такву да је  $t \leq t^* \leq t + \Delta t$ , претпоставили да се у оквиру прираштаја времена  $\Delta t$  напон мења линеарно и дефинисали матрицу  $\bar{\mathbf{D}} = \bar{\mathbf{C}}^{-1}$ . На тај начин добија се:



$$\Delta \sigma = \tilde{E}(t^*) \bar{D} \Delta \varepsilon + \tilde{\sigma}(t^*) \quad , \quad (4.56)$$

при чему је  $\tilde{E}$  еквивалентна крутост:

$$\frac{1}{\tilde{E}(t^*)} = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} J(t + \Delta t, \tau) d\tau \quad , \quad (4.57)$$

и

$$\tilde{\sigma}(t) = - \tilde{E}(t^*) \int_0^t (J(t + \Delta t, \tau) - J(t, \tau)) \dot{\sigma}(\tau) d\tau \quad . \quad (4.58)$$

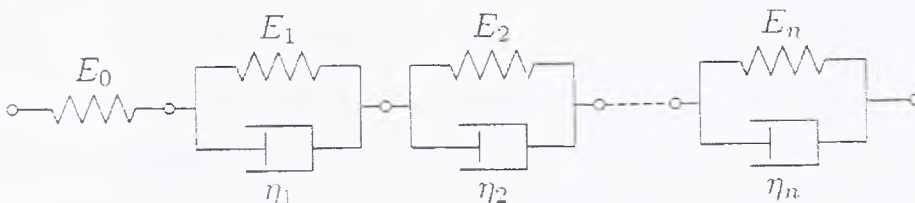
**Келвинов ланац** дефинише се на тај начин што се функција течења најпре развије у Дирихлеов ред:

$$J(t, \tau) = \sum_{i=0}^n \frac{1}{E_i(t)} \left( 1 - e^{-\frac{t-\tau}{\lambda_i}} \right) \quad , \quad (4.59)$$

где су:

- $E_i(\tau)$  – крутост опруге;
- $\lambda_i = \frac{\eta_i}{E_i}$  – време ретардације произвољног дела Келвиновог ланца. (4.60)

Функција  $E_i(\tau)$  указује да крутост модела може зависити од времена, нпр. услед утицаја температуре, или старости бетона. Физичка интерпретација израза (4.44) може се приказати Келвиновим ланцем, слика 4.3.



Слика 4.3. Келвинов ланац

Заменом једначине (4.44) у (4.42) и (4.43), добија се:

$$\frac{1}{\tilde{E}(t^*)} = \frac{1}{\Delta t} \sum_{i=0}^n \int_t^{t+\Delta t} \frac{1}{E_i(\tau)} \left( 1 - e^{-\frac{t+\Delta t-\tau}{\lambda_i}} \right) d\tau \quad (4.61)$$

и

$$\tilde{\sigma}(t) = - \tilde{E}(t^*) \sum_{i=0}^n \int_0^t \frac{1}{E_i(\tau)} \left( 1 - e^{-\frac{\Delta t}{\lambda_i}} \right) e^{-\frac{t-\tau}{\lambda_i}} \dot{\sigma}(\tau) d\tau \quad . \quad (4.62)$$

Уколико за  $E_i(\tau)$  узмемо време у тренутку  $t^*$ , интеграција преосталог дела интеграла може се извршити аналитички:

$$\frac{1}{\tilde{E}(t^*)} = \sum_{i=0}^n \frac{1}{E_i(t^*)} \left( 1 - \frac{\lambda_i}{\Delta t} \left( 1 - e^{-\frac{\Delta t}{\lambda_i}} \right) \right) \quad (4.63)$$

и

$$\tilde{\sigma}(t) = - \tilde{E}(t^*) \sum_{i=0}^n \left( 1 - e^{-\frac{\Delta t}{\lambda_i}} \right) \tilde{\xi}_i(t) , \quad (4.64)$$

при чему је

$$\tilde{\xi}_i(t) = \int_0^t \frac{1}{E_i(\tau)} e^{-\frac{t-\tau}{\lambda_i}} \dot{\sigma}(\tau) d\tau . \quad (4.65)$$

Вредност еквивалентне дилатације  $\tilde{\xi}_i(t)$  је потпуно дефинисана у тренутку  $t$ . Вредност на крају инкремента ( $t_j$ , на почетку наредног тренутка) одређује се као:

$$\begin{aligned} \tilde{\xi}_i(t + \Delta t) &= \int_0^t \frac{1}{E_i(\tau)} e^{-\frac{t+\Delta t-\tau}{\lambda_i}} \dot{\sigma}(\tau) d\tau + \int_t^{t+\Delta t} \frac{1}{E_i(\tau)} e^{-\frac{t+\Delta t-\tau}{\lambda_i}} \dot{\sigma}(\tau) d\tau \approx \\ &\approx e^{-\frac{\Delta t}{\lambda_i}} \tilde{\xi}_i(t) + \frac{\lambda_i \Delta \sigma}{E_i(t^*) \Delta t} \left( 1 - e^{-\frac{\Delta t}{\lambda_i}} \right) . \end{aligned} \quad (4.66)$$

"Double Power law" модел дефинише функцију течења  $J(t, \tau)$  помоћу израза:

$$J(t, \tau) = \frac{1}{E(\tau)} \left( 1 + \alpha \tau^{-d} (t - \tau)^p \right) . \quad (4.67)$$

где су:

- $E(\tau)$  – модул еластичности;
- $p > 0$  – параметар историје дилатације;
- $\alpha$  – коефицијент течења;
- $d$  – параметар времена оптерећења.

Да се не би узимала у обзир читава историја оптерећења, функција  $f(t) = (t - \tau)^p$  се развија у Тејлоров ред у околини тачке  $t_d = t - \tau$ , која приближно представља средину временског интервала за који се врши прорачун. Узимајући неколико првих чланова реда добија се:

$$f(t - \tau) = \sum_{r=0}^s h_r (t - t_d) \tau^r , \quad (4.68)$$

где је:

- $h_r$  – функција од  $t - t_d$  која зависи од параметра  $p$ .

Заменом једначина (4.52) и (4.53) у (4.42) и (4.43) добија се:

$$\frac{1}{\tilde{E}(t^*)} = \frac{1}{E(t^*)} \left( 1 + \frac{\alpha}{\Delta t} \sum_{r=0}^5 \frac{(t + \Delta t)^{r-d+1} - t^{r-d+1}}{r-d+1} h_r(t + \Delta t - t_d) \right) \quad (4.69)$$

И

$$\tilde{\sigma}(t) = -\tilde{E}(t^*) \alpha \sum_{r=0}^5 (h_r(t + \Delta t - t_d) - h_r(t - t_d)) \tilde{\varepsilon}_r(t) \quad , \quad (4.70)$$

где је:

$$\tilde{\varepsilon}_r(t) = \int_0^t \frac{1}{E(\tau)} \tau^{r-d} \dot{\sigma} \, d\tau \quad (4.71)$$

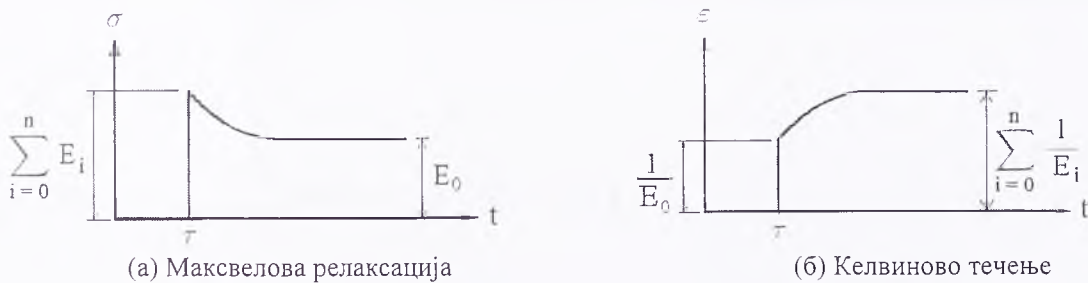
Током прорачуна дилатација  $\tilde{\varepsilon}$  може се одредити сумирањем према изразу:

$$\tilde{\varepsilon}_r(t + \Delta t) = \tilde{\varepsilon}_r(t) + \int_0^{t+\Delta t} \frac{1}{E(\tau)} \tau^{r-d} \dot{\sigma} \, d\tau \approx \tilde{\varepsilon}_r(t) + \frac{\Delta \sigma}{E(t^*) \Delta t} \frac{(t + \Delta t)^{r-d+1} - t^{r-d+1}}{r-d+1} \quad (4.72)$$

### Криве течења и релаксације

При решавању практичних проблема, вискоеластична зависност између напона и дилатација по правилу се одређује експериментално, или помоћу "теоријских" модела (*CEB-FIP 1990, ACI 209, JSCE и JCI*) уколико не постоје експерименти. Најчешће се примењују *криве течења*, које описују утицај јединичног оптерећења на тренутне и временске дилатације, а понекад се користе и *криве релаксације* којима се приказују тренутни и временски напони услед задате јединичне деформације.

*DIANA* има моделске криве (слика 4.4) којима се дефинишу особине вискоеластичних ланаца. Моделске криве течења одговарају Келвиновим ланцима, једначина (4.44), док моделске криве релаксације одговарају Максвеловим ланцима, једначина (4.32). Трансформација течења у релаксацију омогућава одређивање особина Максвелових ланаца помоћу кривих течења.



Слика 4.4. Моделске криве

У Максвеловим ланцима, слика 4.4.(a), сума крутости  $\sum_{i=0}^n E_i(\tau)$  једнака је тренутној крутости, док крутост  $E_0(\tau)$  (дела ланца који нема пригушење) одговара крајњем напону после релаксације. Код Келвинових ланаца, слика 4.4.(b), тренутна крутост дела који нема пригушење једнака је  $E_0(\tau)$ , а сума реципрочних вредности крутости  $\sum_{i=0}^n \frac{1}{E_i(\tau)}$  једнака је крајњој дилатацији после завршеног течења, за  $t = \infty$ .



Крутости и релаксације осталих делова ланаца (који имају пригушење), одређује се нелинеарном методом најмањих квадрата. При томе, почетне крутости и релаксације се усвајају итеративно, смањивањем суме квадрата разлике између дате криве  $f$  и приближне криве  $f^*$  за  $n$  дискретних временских тренутака:

$$\text{грешка} = \sum_{i=1}^n (f_i - f_i^*)^2 . \quad (4.73)$$

Код дискретних кривих, усвојени временски тренуци задају се директно, а код кривих "теоријских" модела су у логаритамској размери.

Прираштај једноаксијалне дилатације, у току временског интервала  $\Delta t$ , може се изразити у инкременталном облику, помоћу два интеграла конволуције течења:

$$\varepsilon(t + \Delta t) - \varepsilon(t) = \int_t^{t+\Delta t} J(t + \Delta t, \tau) \dot{\sigma}(\tau) d\tau + \int_0^t (J(t + \Delta t, \tau) - J(t, \tau)) \dot{\sigma}(\tau) d\tau . \quad (4.74)$$

Први интеграл из израза (4.59) апроксимира се коришћењем израза:

$$\dot{\sigma} \approx \frac{\sigma(t + \Delta t) - \sigma(t)}{\Delta t} \quad (4.75)$$

$$\int_t^{t+\Delta t} J(t + \Delta t, \tau) d\tau \approx J(t^*, t^*) \Delta t , \quad (4.76)$$

где за  $t^*$  важи  $t \leq t^* \leq t + \Delta t$ .

Крива релаксације  $\varepsilon(t, \tau)$  може се тада добити увођењем претпоставке да је  $\varepsilon(t + \Delta t) - \varepsilon(t) = 0$  и нумеричким решавањем другог интеграла из израза (4.59). Укупан временски корак од 0 до  $t$  дели се на  $n$  инкремената. У сваком временском кораку, промена дилатације на претпостављеној кривој течења, услед прираштаја напона из претходног временског корака, уједначава се са новим прираштајем напона, односно:

$$\Delta \sigma_1 = \frac{1}{J(t_1, t_1)} \quad (4.77)$$

$$\Delta \sigma_n = \frac{1}{J(t^*, t^*)} \sum_{i=1}^{n-1} \{ \Delta \sigma_i [J(t_n, t_i) - J(t_{n-1}, t_i)] \} \quad (4.78)$$

$$\varepsilon(t_n, t_1) = \sum_{i=1}^n \Delta \sigma_i . \quad (4.79)$$

Усваја се да је  $t^* = 10^{0,5(\log(t_{n-1}) + \log t_n)}$ , уз претпоставку да се напон кроз време мења по логаритамској функцији.

### Старење бетона

За материјале као што је бетон у фази очвршћавања ("млад" бетон), вредност тренутног и временског дела течења, или релаксације, зависи од старости бетона у

тренутку наношења оптерећења. Због тога *DIANA*, користећи "теоријске" моделе, одређује крутост у функцији од старости. При томе се користе крутости при карактеристичним старостима бетона, нпр. после 28 дана.

За Келвинов ланац користе се модели ACI 209 и СЕВ-FIP 1990. Посебно се дефинише крутост која одговара тренутној дилатацији, а посебно за временски део криве течења. Претпоставља се функција течења у облику:

$$J(t, \tau) = \frac{1}{\beta_E(\tau)E(\tau = 28)} + \frac{1}{\beta_\phi(\tau)E(\tau = 28)} \phi_0(RH, f_{pm}, \tau = 28)\beta_c(t) \quad , \quad (4.80)$$

где су:

- $\beta_E(\tau)$  – функција корекције за тренутни део дилатације;
- $\beta_\phi(\tau)$  – функција корекције за временски део дилатације;
- $E(\tau = 28)$  – модул еластичности при старости од 28 дана;
- $\phi_0$  – коефицијент течења;
- RH – релативна влажност ваздуха у %;
- $f_{pm}$  – средња чврстоћа бетона на притисак при старости од 28 дана;
- $\beta_c(t)$  – временски коефицијент течења после наношења оптерећења.

Помоћу функција корекције  $\beta_E(\tau)$  и  $\beta_\phi(\tau)$  добијају се крутости сваког дела Келвиновог ланца у произвољном тренутку времена  $\tau$ :

$$E_0(\tau) = \beta_E(\tau)E_0(\tau = 28) \quad , \quad (4.81)$$

$$E_1(\tau) = \beta_\phi(\tau)E_1(\tau = 28) \quad . \quad (4.82)$$

Криве релаксације не могу се извести из "теоријских" модела на исти начин као криве течења. Због тога *DIANA* одређује временски зависне Максвелове крутости помоћу независних кривих корекције за сваки изабрани временски тренутак. Времена релаксације одређују се за дискретан тренутак и сматрају се константним до следећег тренутка. Крутости у току временског интервала између два дискретна тренутка времена одређују се вишелинеарном интерполацијом.

#### 4.2.7. Топлота хидратације

Утицај хемијске реакције *хидратације цемента* на термичко понашање бетона, у нумерички модел се уводи преко *степен реакције* ("degree of reaction"). Топлота хидратације користи се и за дефинисање топлотне проводљивости и специфичне топлоте. Задавањем додатних улазних величина, помоћу топлоте хидратације може се одредити и еквивалентна старост бетона.

Процес хидратације цемента описује се променљивом величином *степен реакције*,  $r$ , који се дефинише као однос ослобођене топлоте хидратације до посматаног тренутка  $t$ , и укупне топлоте хидратације која се може ослободити у току реакције

$$r = \frac{\int_0^t q_{v,hy}(r, \tau) d\tau}{\int_0^{\infty} q_{v,hy}(r, \tau) d\tau}, \quad (4.83)$$

где су:

- $q_{v,hy}(r, T)$  – количина топлоте која се ослобађа као функција историје температуре;

$$q_{v,hy}(r, T) = \alpha \cdot q_r(r) \cdot q_T(T) \quad (4.84)$$

- $T$  – температура у  $^{\circ}\text{C}$ ;
- $\alpha$  – максимална вредност прираштаја топлоте;
- $q_r$  – део прираштаја топлоте који зависи од степена реакције, а који се обично одређује препроцесирањем уз задавање специфичне топлоте, адијабатског пораста температуре и почетног степена реакције  $r_0$ ;
- $q_T$  – део прираштаја топлоте који зависи од температуре;

$$q_T(T) = e^{-\frac{C_A(r,T)}{T+273}} \quad (4.85)$$

- $C_A$  – Архениусова константа која зависи од температуре и/или степена реакције (ако се не зада, подразумевајућа вредност износи  $6.000 \text{ }^{\circ}\text{K}$ ).

Део прираштаја топлоте који зависи од степена реакције,  $q_r$ , задаје се као нормализована вредност (у односу на јединицу). Уколико се располаже испитивањима реакције хидратације цемента за конкретну бетонску мешавину, ову величину могуће је задати и преко одговарајуће математичке функције.

### 4.3. НУМЕРИЧКИ МОДЕЛИ БРАНЕ ПЛАТАНОВРИСИ

Имајући у виду геометријске карактеристике бране Платановриса, природу термичко-напонских процеса и искуства са изграђених брана од ваљаног бетона, за одређивање температурног поља и анализу термичког понашања усвојен је равански модел попречног пресека, уз претпоставку о равном стању деформација. Недостатак овог модела је да *напони не зависе од дужине ламеле*. Због тога је за прорачун напонског стања и одређивање дужине ламеле развијен просторни модел карактеристичне ламеле.

Приликом формирања просторног модела треба имати у виду утицај технологије грађења у слојевима на број коначних елемената и дугачак временски



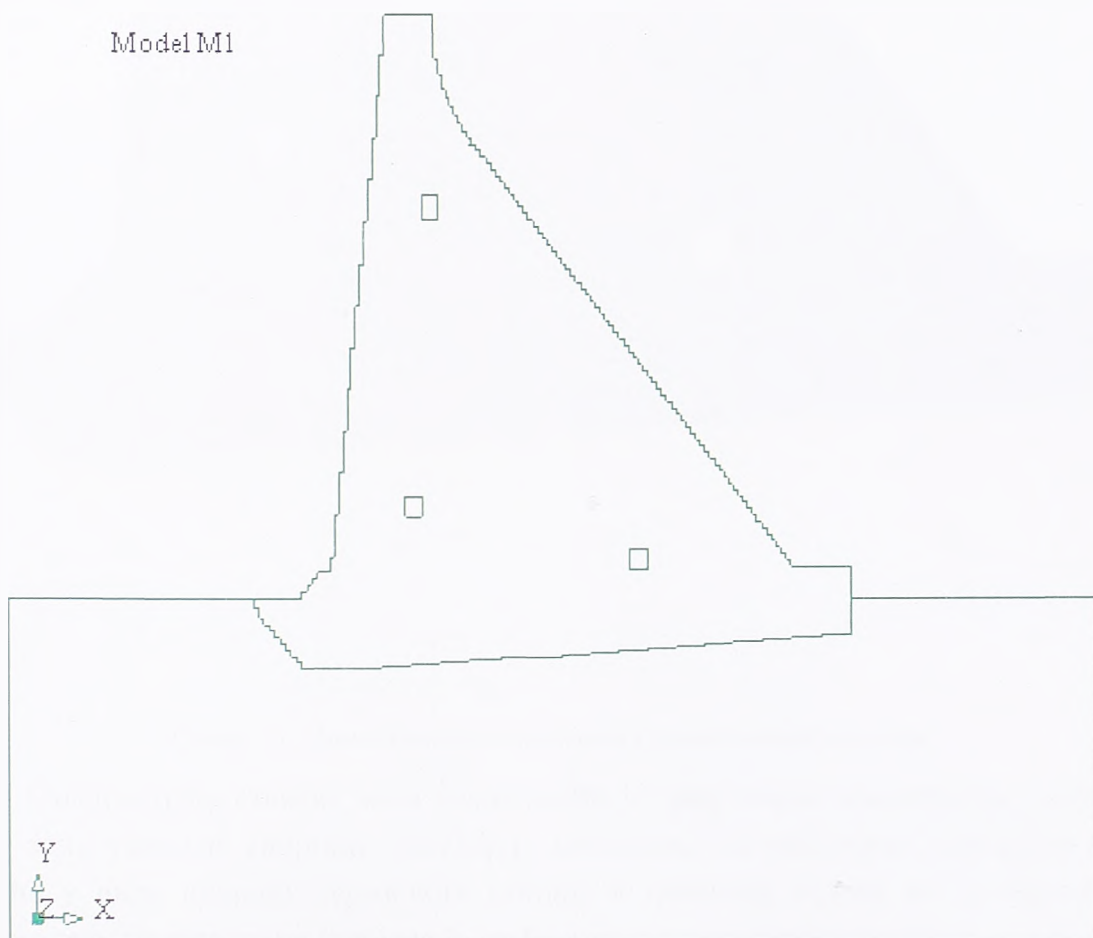
период који прорачун треба да обухвати. Ако се овоме дода да и расположиви типови коначних елемената имају велики број степени слободе померања, добија се да је време трајања прорачуна изузетно велико, посебно на рачунарима који немају могућност паралелног процесирања.

Због свега наведеног, у просторни модел се морају увести одређена поједностављења, али тако да њихов утицај на температурно поље и напонско-деформацијско стање буде што мањи. У том циљу, пре формирања просторног модела, на раванском моделу попречног пресека ( модел М1) извршена је параметарска анализа термичког понашања брана од ваљаног бетона (поглавље 5.). На основу резултата анализе, може се закључити да је најефикаснији начин за смањење броја коначних елемената *увођење слојева замењујуће дебљине*, уз задржавање стварних карактеристика мешавине, почетних и граничних услова.

#### 4.3.1. Равански модел попречног пресека – модел М1

##### *Геометрија модела*

Приликом формирања модела М1, узет је попречни пресек на Ст.0+200,5 m кроз прву (највишу) непреливну ламелу на десној обали, који је разматран у поглављу 3. Овај пресек је карактеристичан и може се усвојити као репрезентативан за термичко понашање свих непреливних ламела бране Платановриси.



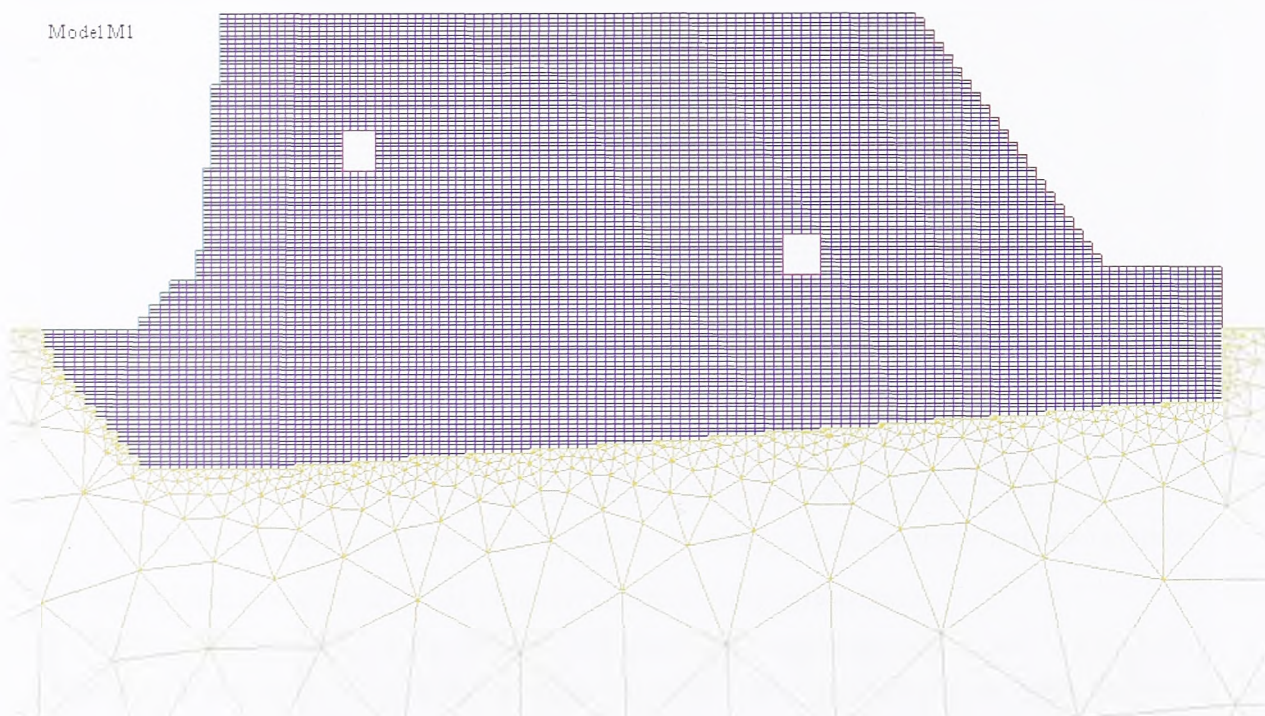
Слика 4.5. Геометрија раванског модела М1

При томе су потпуно реално моделиране димензије и облик попречног пресека: ширина бране у круни, степенести нагиби контура, висина бране, димензије зуба и темељне спојнице, слика 4.5. Модел обухвата и све три галерије (горња, средња и доња), такође са њиховим стварним димензијама.

Садејство конструкције и стенске масе у којој је брана темељена узето је у обзир увођењем дела модела у стени. С обзиром на природу проблема, усвојено је да модел обухвата стену по 35 m узводно и низводно од бране и 50 m испод коте дна реке. На тај начин је обезбеђено одговарајуће моделирање појава у зони темељне спојнице и размена топлоте између стене и бране.

### *Мрежа коначних елемената*

Мрежа коначних елемената проистиче из геометрије модела и технологије грађења бране Платановриси у слојевима од по 30 cm. Сваки нови слој представља нову фазу грађења. Због тога је за коректно моделирање термичко-напонских појава потребно поштовати висину слојева, динамику грађења, почетне температуре мешавине и одговарајуће граничне услове по температурама спољашње средине (стена, вода и/или ваздух). То значи да посматрани модел М1 има 313 слојева висине од по 30 cm, који су представљени правоугаоним коначним елементима. Поштујући уобичајене препоруке методе коначних елемената о односу дужина страна у коначном елементу, усвојене су дужине коначних елемената до сса 60 cm.



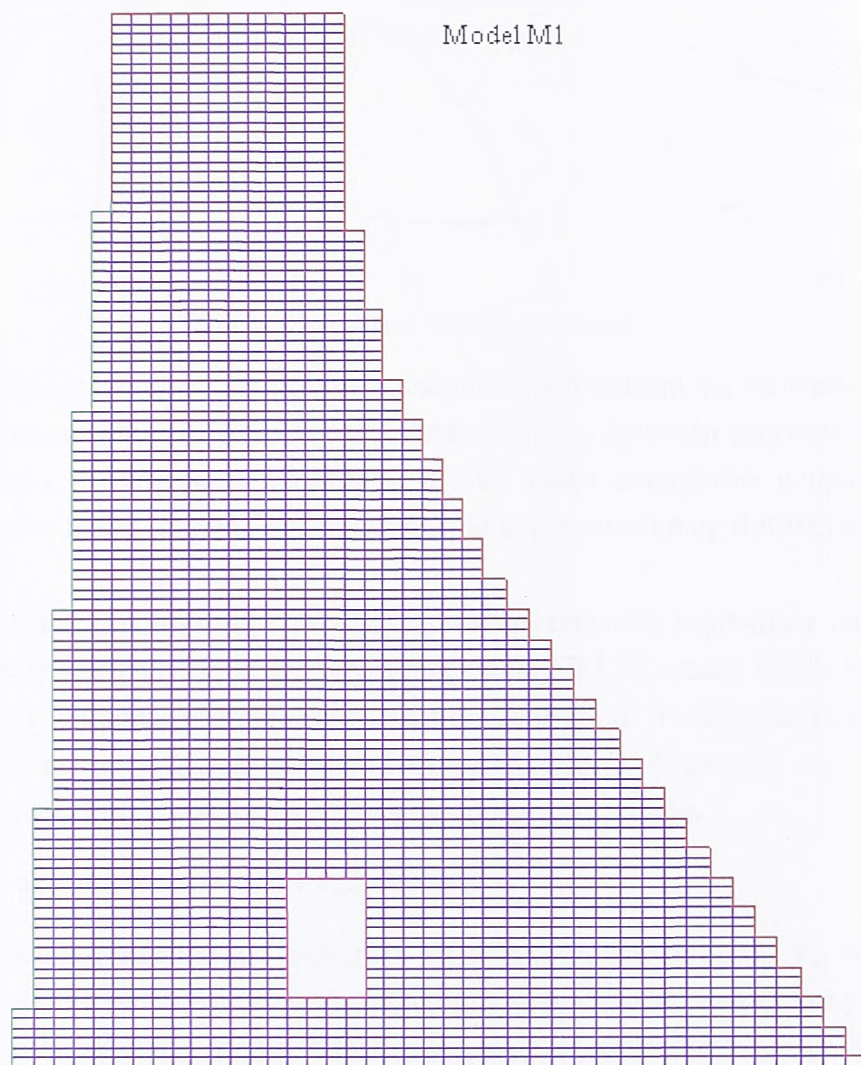
Слика 4.6. Мрежа коначних елемената у зони темељне спојнице

Садејствујућа стенска маса моделирана је троугаоним елементима, димензија које у зони темељне спојнице обезбеђују поклапање са чворовима елемената бране. Имајући у виду природу термичких утицаја и граничне услове по померањима, у осталом делу модела стене усвојена је грубља мрежа коначних елемената, слика 4.6. Да би се извршио термички прорачун, неопходно је моделирати и конвекцију, тј. размену



топлоте између бране и средине. То се постиже увођењем *граничних елемената* на свим слободним бетонским контурама.

Усвајају се линеарни гранични елементи, димензија које обезбеђују поклапање са воровима коначних елемената на контурама модела. При томе треба водити рачуна да гранични елементи морају постојати и у свакој хоризонталној спојници између слојева. Они су активни само док је спојница слободна, тј. само до nanoшења новог слоја ваљаног бетона. На слици 4.7. приказан је део мреже коначних и граничних елемената у зони круне бране и горње галерије.



Слика 4.7. Део мреже коначних и граничних елемената у зони круне бране и горње галерије

Због свега наведеног, модел М1 садржи следећи број елемената:

- 1 ÷ 18668 за тело бране (18.668 коначних елемената);
- 18669 ÷ 37194 за хоризонталне спојнице (18.526 граничних елемената);
- 37195 ÷ 37882 за контуре (688 граничних елемената);
- 37883 ÷ 37970 за галерије (88 граничних елемената);
- 37971 ÷ 39090 за стену (1.126 коначних елемената).

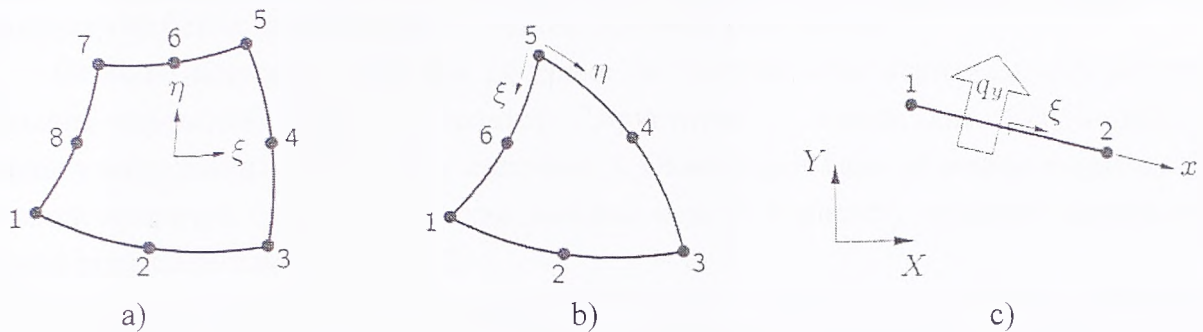
Максималан број активних елемената у прорачуну износи 20.564 и обухвата коначне елементе бране и стене, као и контурне елементе на круни бране, узводној и низводној контури, и у галеријама. Овај број елемената јавља се после завршетка грађења.



### Типови елемената

Тело бране апроксимирано је изопараметарским коначним елементима за равно стање деформација, *типа CQ16E*, слика 4.8.a). Овај коначни елемент има осам чворова (у угловима и срединама страна) и заснован је на квадратној интрполацији и Гаусовој интеграцији. Интерполационе функције за приказивање померања  $u_x$  и  $u_y$  унутар коначног елемента гласе:

$$u_i(\xi, \eta) = a_0 + a_1\xi + a_2\eta + a_3\xi\eta + a_4\xi^2 + a_5\eta^2 + a_6\xi^2\eta + a_7\xi\eta^2. \quad (4.86)$$



Слика 4.8. Усвојени типови елемената

Због тога је расподела дилатација следећа: дилатација  $\epsilon_{xx}$  се мења линеарно у правцу  $x$ -осе и квадратно у правцу  $y$ -осе; дилатација  $\epsilon_{yy}$  се мења линеарно у правцу  $y$ -осе и квадратно у правцу  $x$ -осе; смицање  $\tau_{xy}$  се мења квадратно у правцу обе осе. Обично се користи шема  $2 \times 2$  за Гаусову интеграцију, а могуће су и интеграционе шеме  $1 \times 1$  и  $3 \times 3$ .

Стенска маса приказана је такође изопараметарским коначним елементима за равно стање деформација. Облик је троугаони, *типа CT12E*, слика 4.8.b). Овај коначни елемент има шест чворова (у угловима и срединама страна) и заснован је на квадратној интрполацији у области интеграције. Интерполационе функције за приказивање померања  $u_x$  и  $u_y$  унутар коначног елемента су полиноми облика

$$u_i(\xi, \eta) = a_0 + a_1\xi + a_2\eta + a_3\xi\eta + a_4\xi^2 + a_5\eta^2. \quad (4.87)$$

Оваква интерполациона функција даје исту расподелу дилатација  $\epsilon_{xx}$ ,  $\epsilon_{yy}$  и смицање  $\tau_{xy}$  као код *CQ16E* типа коначног елемента. Користи се интеграциона шема у три тачке, а погодне су и шеме за 1 и 4 тачке. Шеме које садрже више од 4 тачке обично се не користе.

Моделирање размене топлоте између бране и спољашње средине извршено је елементима типа *B2HT*. То је линијски изопараметарски гранични елемент за потенцијално струјање, слика 4.8.c), који има два чвора. Користи линеарну интерполацију и Гаусову интеграцију. Интерполациона функција за температуру дуж елемента је приказана изразом

$$T(\xi) = a_0 + a_1\xi, \quad (4.88)$$

који условљава да је флуks,  $q_y$ , управан на границу и мења се линеарно дуж елемента. По правилу, код овог елемента користи се шема интеграције у две тачке.

### Врсте и особине материјала

У складу са анализом у поглављу 3, у моделу М1 се разликују три врсте материјала: ваљани бетон у телу бране, контурни бетон и стена. Стена се налази од темељне спојнице, испод, узводно и низводно од бране; контурни бетон обухвата по један ред елемената на круни бране и дуж узводне и низводне контуре; сви остали коначни елементи чине ваљани бетон у телу бране. Оваква подела постоји и на самој брани Платановриса, уз додатак изравнавајућег бетона на контакту бране и стене. Пошто су карактеристике изравнавајућег и контурног бетона веома сличне, у моделу је изравнавајући бетон (на контакту са стеном) замењен контурним.

Особине материјала усвојене су према лабораторијским испитивањима састава мешавине спроведеним на Универзитету "Аристотел" у Атини, лит. [49] и [50], а имајући у виду анализу извршену у поглављу 3. Овде се дају само величине потребне за термички прорачун, док су механичке особине које се користе у термичко-напонској анализи приказане у поглављу 4.3.2.

#### Ваљани бетон у телу бране

▪ термичка проводљивост	$\lambda = 1,8 \text{ W/(m} \cdot \text{°C)}$ ;
▪ специфична топлота	$c = 950 \text{ J/(kg} \cdot \text{°C)}$ ;
▪ адијабатски пораст температуре	$T_{ad} = 0 \div 26,0 \text{ °C}$ ;
▪ коефицијент термичког ширења	$\alpha = 1,15 \cdot 10^{-5} \text{ 1/°C}$ ;
▪ Архениусова константа	$C_A = 4.700 \text{ °K}$ .

#### Контурни бетон

▪ термичка проводљивост	$\lambda = 1,9 \text{ W/(m} \cdot \text{°C)}$ ;
▪ специфична топлота	$c = 1.000 \text{ J/(kg} \cdot \text{°C)}$ ;
▪ адијабатски пораст $T$	$T_{ad} = 0 \div 37,0 \text{ °C}$ ;
▪ коефицијент термичког ширења	$\alpha = 1,15 \cdot 10^{-5} \text{ 1/°C}$ ;
▪ Архениусова константа	$C_A = 5.000 \text{ °K}$ ;

#### Стена

▪ термичка проводљивост	$\lambda = 2,40 \text{ W/(m} \cdot \text{°C)}$ ;
▪ специфична топлота	$c = 880 \text{ J/(kg} \cdot \text{°C)}$ ;
▪ коефицијент термичког ширења	$\alpha = 0,90 \cdot 10^{-5} \text{ 1/°C}$ .

На тај начин свим коначним елементима задате су термичке особине неопходне за прорачун.

Преостаје још да се и контурним елементима зада *коефицијент конвекције*, ( $K$ ), којим се дефинише процес размене топлоте бране и спољашње средине. Овај коефицијент може бити константан, или зависити од времена и/или температуре. Имајући у виду технологију грађења бране без оплате, усваја се константан коефицијент конвекције за граничне елементе на узводној и низводној контури и за елементе у галеријама. За хоризонталне спојнице, коефицијент  $K$  ће узети у обзир негу у току зимских и летњих прекида у изградњи бране. При томе треба имати у виду да је у току зимских (новогодишњих) прекида површина одговарајућих спојница (слој 65 и слој 253) била покривена термоизолационим фолијама, а да је у току летње паузе (слој

214) покривена ланеним тракама и непрекидно одржавана у мокром стању. Због свега наведеног, а на основу резултата из поглавља 3, усвајају се следећи коефицијенти конвекције:

- |                                      |  |
|--------------------------------------|--|
| ▪ елементи уводне и низводне контуре | $K = 550,0 \text{ kJ}/(\text{m}^2 \cdot \text{dan} \cdot ^\circ\text{C});$ |
| ▪ елементи у галеријама              | $K = 520,0 \text{ kJ}/(\text{m}^2 \cdot \text{dan} \cdot ^\circ\text{C});$ |
| ▪ спојница на слоју 65               | $K = 545,0 \text{ kJ}/(\text{m}^2 \cdot \text{dan} \cdot ^\circ\text{C});$ |
| ▪ спојница на слоју 214              | $K = 500,0 \text{ kJ}/(\text{m}^2 \cdot \text{dan} \cdot ^\circ\text{C});$ |
| ▪ спојница на слоју 253              | $K = 545,0 \text{ kJ}/(\text{m}^2 \cdot \text{dan} \cdot ^\circ\text{C}).$ |

### *Оптерећења, гранични и почетни услови*

У моделу М1 који се користи за прорачун термичког поља и анализу термичког понашања бране, у обзир се узима само утицај температуре. *Гранични услови* обухватају константну температуру на спољашњим контурама стене и променљиву температуру на узводној и низводној контури, у галеријама и на круни бране. Сваки гранични услов задаје се засебно.

Први случај оптерећења је константна температура на спољашњим контурама стене од  $13 \text{ }^\circ\text{C}$ . Ова температура једнака је средњој вишегодишњој температури ваздуха на месту бране, у складу са поглављем 3.5.5. Преостали случајеви оптерећења (од другог до петог) односе се редом на следеће временски променљиве температуре: на узводној контури, на низводној контури, у хоризонталним спојницама и у галеријама. Ови гранични услови задати су преко *временских кривих* ( $TC$  - "time curve") којима је дефинисана промена спољашње температуре у функцији времена, према резултатима мерења наведеним у поглављу 3.

Највећи утицај на температурно поље у брани имају други, трећи и четврти случај оптерећења (узводна и низводна контура и хоризонталне спојнице). Због тога су временске криве  $TC2$ ,  $TC3$  и  $TC4$  задате са дневним променама температуре. Претпостављено је да се температура у току сваког дана мења линеарно, од минималне (ноћне или јутарње) до максималне (поподневне). Час када се јављају екстремне температуре зависи од годишњег доба. Према резултатима мерења, зими се минималне температуре јављају у зору (обично око  $3^{00}$  или  $4^{00}$  сата), а максималне око  $13^{00}$  сати. Лети, најниже температуре су око  $7^{00}$  сати, а највише између  $15^{00}$  и  $16^{00}$ . Све ово уврштено је у модел преко временских кривих. Одступање уведено због линеарне интерполације између дневних екстрема је занемарљиво, а број парова тачака једне криве смањен је са 22.056 на 3.675 (због непостојања података у електронском облику, уношење је било "ручно").

Временска крива  $TC2$  односи се на гранични услов на узводној контури. У фази грађења, ова крива дефинисана је дневним температурама ваздуха. Пуњењем акумулације, на делу узводне контуре од коте дна реке до нивоа воде у акумулације, узима се температура воде. По завршетку пуњења, имајући у виду практично сталан ниво воде у акумулацији, крива  $TC2$  дефинисана је температуром воде, а само се за



граничне елементе између коте норманог успора и коте круне бране дају температуре ваздуха.

Код трећег и четвртог случаја оптерећења посебан проблем представља утицај *осунчаности* (инсолације). Ова појава доводи до знатно виших температура бетонских површина које су директно изложених Сунчевим зрацима, него што су температуре бетонских површина у хладу. Пошто постоје резултати мерења температуре ваздуха само у хладу, претпостављено је да су температуре на "на сунцу" у летњим месецима више  $15 \div 20$  °С, у пролеће и јесен  $10 \div 15$  °С и зими  $5 \div 10$  °С, него одговарајуће температуре у хладу. Број сунчаних дана усвојен је као просечан по месецима за регију између Солуна и Кавале, лит. [108].

*Почетни услови* задати су по температурама, путем вредности у чворовима коначних елемента. Уколико се другачије не прецизира, *DIANA* претпоставља да почетна температура свих чворова износи 20 °С.

У складу са резултатима мерења приказаним у лит. [50], у моделу је задато да почетна температура елемената стене износи 13 °С, док је за сваки слој задата стварна (измерена) почетна температура мешавине у тренутку уграђивања. Ове температуре кретале су се у интервалу од 7,4 до 13,9 °С. Најниже почетне температуре имали су слојеви уграђивани у току децембра и јануара, а највише слојеви рађени у мају и до 20. јуна 1996. године.

### **Командни фајл**

На основу свих података до сада наведених у поглављу 4.3.1, формиран је улазни фајл за прорачун термичког понашања бране Платановриса. Да би се спровео прорачун, неопходно је дефинисати и командну процедуру. Командни фајл обухвата име улазног фајла за прорачун и тип анализе (фазна), списак *активних елемената* у зависности од фазе прорачуна и наредбу којом се дефинише да је *неустаљен температурни проблем*. Анализа је *нелинеарна*, јер особине материјала зависе од времена и температуре. Наредбом *INITIA* започиње се анализа утицаја са почетним стањем на крају претходне фазе прорачуна. Топлота хидратације цемента уводи се задавањем мале почетне вредности *степен реакције*, без одређивања *еквивалентне старости бетона*.

Затим се прелази на дефинисање временских корака у којима ће се решавати системи једначина. С обзиром на природу проблема, динамику грађења и велики број слојева (фаза прорачуна), у току сваког дана усвојени су следећи временски кораци: 0,025 дана, 0,225 дана и 3 пута по 0,25 дана. Тиме је на одговарајући начин у сваком слоју моделирана рана фаза процеса ослобађања топлоте хидратације цемента и утицај на температурно поље у телу бране.

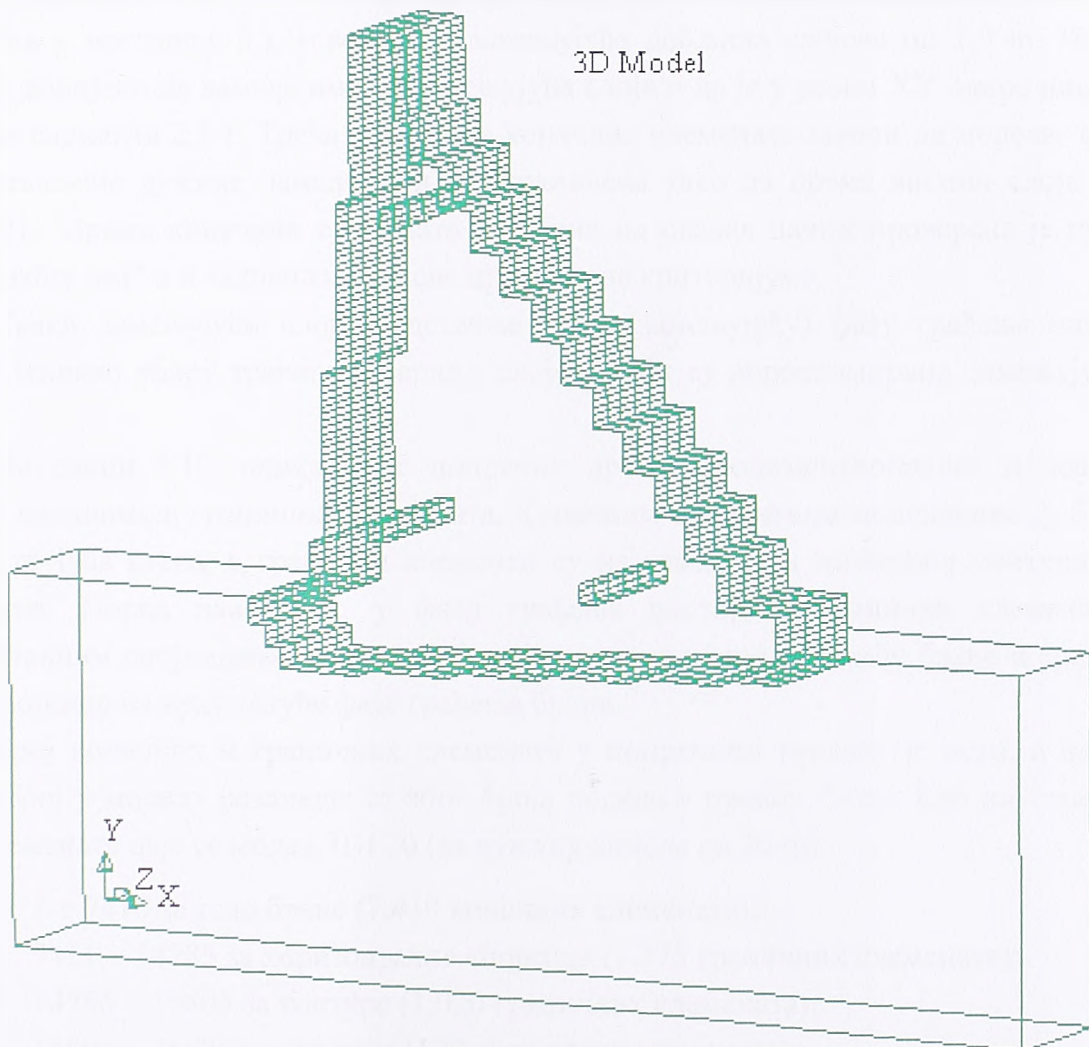
На крају сваке фазе командног фајла задаје се име излазног фајла у који се смештају резултати прорачуна и величине које треба прорачунати. Сви излазни фајлови имају почетну ознаку *T* (зато што приказују температурно поље) и ознаку фазе

$F_i$  ( $i = 1 \div 313$ , да би се јасно разликовало на коју фазу прорачуна се фајл односи), тј.  $TF1, TF2, \dots TF313$ .

#### 4.3.2. Просторни модел

##### *Геометрија модела*

Просторни (тродимензионални, или 3D) модел одговара првој непреливној ламели на десној обали, као највишој и карактеристичној ламели, у којој се налази попречни пресек на Ст.0+200,5 m. Узводна косина бране апроксимирана је са три степенасте вертикалне површине које дају генерализовани нагиб од 10:1. Низводна косина је такође степенаста, са висином степеника од 6,0 m и ширином од 5,0 m, чиме је добијен генерализовани нагиб од 1,2 : 1. Висина бране, ширина у круни, димензије зуба и темељне спојнице, број, положај и димензије галерија, одговарају геометрији ове ламеле на брани Платановриси, слика 4.9.



Слика 4.9. Геометрија просторног модела

Слично као и на раванском моделу попречног пресека, уводи се садејство конструкције и стенске масе. Приликом дефинисања геометрије бране водило се рачуна о уједначавању димензија коначних елемената у правцу X-осе, чиме је у

значајној мери поједностављен заметан посао реалног приказивања технологије грађења у слојевима.

Дужина у правцу осе бране (правац Z-осе, од десне према левој обали) је предмет посебне анализе која је приказана у поглављу 6. и односи се на *одређивање дужине ламеле*. Она се одређује се тако да има максималну вредност, а да напони услед температуре (и сопствене тежине конструкције) буду мањи од чврстоће ваљаног бетона на затезање. Тиме се онемогућава појава вертикалних, *"термичких" прслина*, уз минималан број конструктивних разделница, чиме је обезбеђена пуна искоришћеност предности технологије ваљаног бетона.

### *Мрежа коначних елемената*

Мрежа коначних елемената просторног модела пре свега је условљена бројем коначних елемената, тј. бројем условних једначина проблема и временом трајања прорачуна. Да би се уопште могао извршити овај нумерички веома захтеван прорачун, уместо дебљине слојева од по 30 см (у складу са резултатима анализе термичког понашања у поглављу 5.), усвојена је замењујућа дебљина слојева од 1,0 m. На тај начин је добијено да ламела има 94 замењујућа слоја и да је у равни XY однос ширине и висине елемента 2.5:1. Трећа димензија коначних елемената зависи од модела, тј. од претпостављене дужине ламеле, али је ограничена тако да према висини слоја даје однос 4:1. Мрежа коначних елемената добијена на овакав начин проверена је путем "mesh quality test"-а и задовољила је све предвиђене критеријуме.

Сваки замењујући слој представља нову (замењујућу) фазу грађења чије је трајање једнако збиру трајања стварних слојева који су апроксимирани замењујућим слојем.

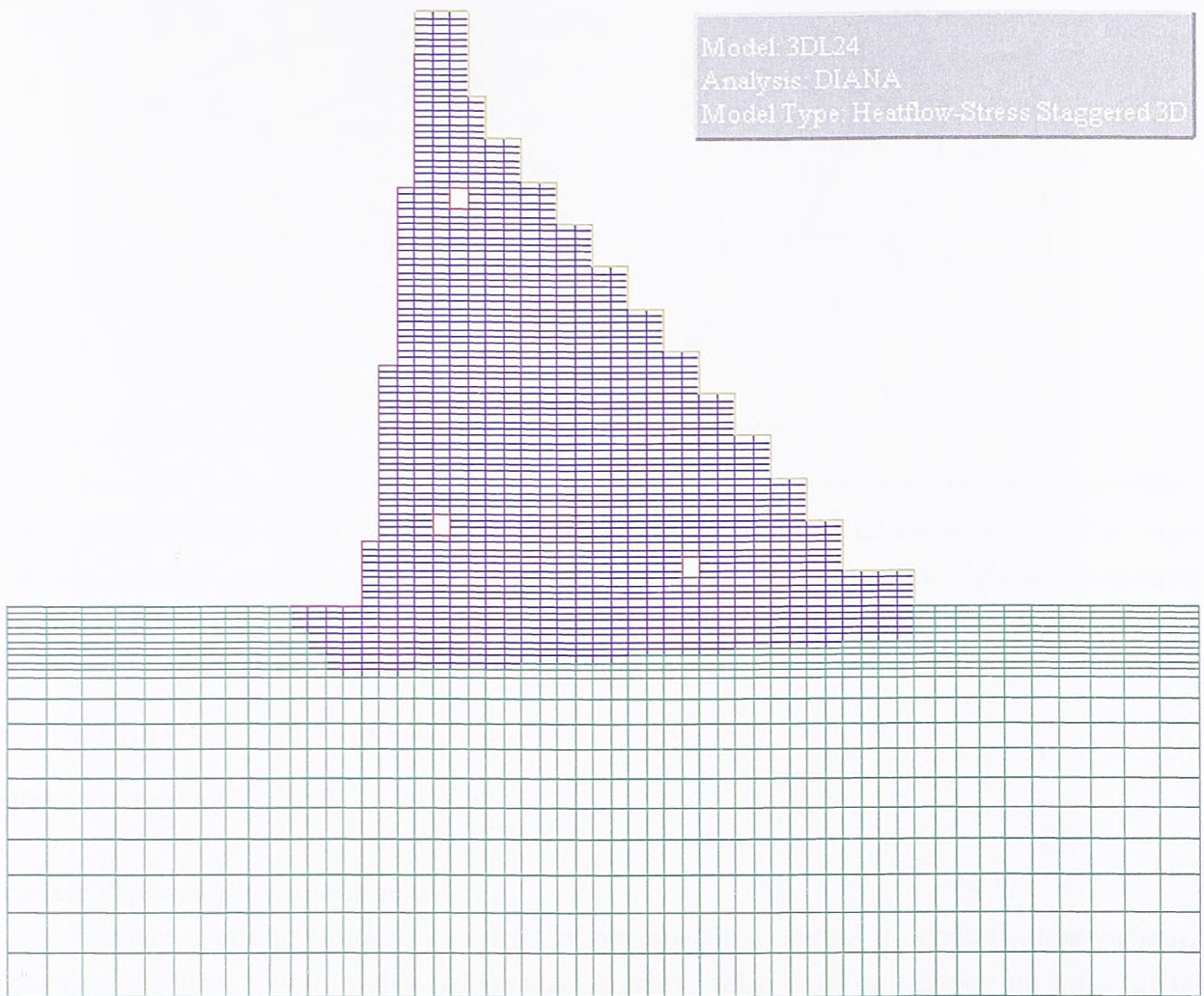
На слици 4.10. приказан је попречни пресек тродимензионалног модела са мрежом коначних и граничних елемената. Коначним елементима моделиране су брана и садејствујућа стена, а гранични елементи су на узводној и низводној контури и у галеријама. Поред наведених, у фази грађења постоје и гранични елементи у хоризонталним спојницама, који омогућавају размену топлоте између бране и средине преко спојнице на врху текуће фазе грађења бране.

Број коначних и граничних елемената у попречном пресеку је исти, а њихов укупан број у моделу разликује се због броја подела у правцу Z-осе. Као илустрација броја елемената даје се модел 3DL20 (за дужину ламеле од 20 m):

- 1 ÷ 7410 за тело бране (7.410 коначних елемената);
- 7411 ÷ 14785 за хоризонталне спојнице (7.375 граничних елемената);
- 14786 ÷ 15805 за контуре (1.020 граничних елемената);
- 15806 ÷ 15925 за галерије (120 граничних елемената);
- 15926 ÷ 20120 за стену (4.195 коначних елемената).

Максималан број активних елемената после завршетка грађења у овом моделу износи 12.745 и обухвата коначне елементе бране и стене, контурне елементе узводно, низводно, на круни бране и у галеријама.





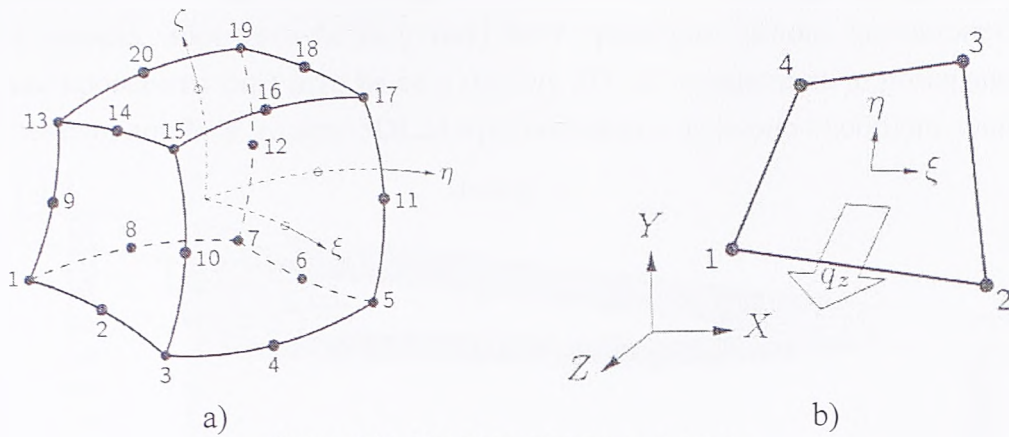
Слика 4.10. Мрежа коначних елемената 3D модела, попречни пресек

### Типови елемената

Тело бране и стена апроксимирани су 3D изопараметарским коначним елементима, типа *СНХ60* са 20 чворова и 60 степени слободе померања. Овај коначни елемент заснован је на квадратној интрполацији и Гаусовој интеграцији. Интерполационе функције за приказивање померања  $u_x$ ,  $u_y$  и  $u_z$  унутар коначног елемента гласе:

$$\begin{aligned}
 u_i(\xi, \eta, \zeta) = & a_0 + a_1\xi + a_2\eta + a_3\zeta + a_4\xi\eta + a_5\eta\zeta + a_6\xi\zeta + a_7\xi^2 + a_8\eta^2 + a_9\zeta^2 + \\
 & + a_{10}\xi\eta\zeta + a_{11}\xi^2\eta + a_{12}\xi^2\zeta + a_{13}\xi\eta^2 + a_{14}\xi\zeta^2 + a_{15}\eta^2\zeta + a_{16}\eta\zeta^2 + \\
 & + a_{17}\xi^2\eta\zeta + a_{18}\xi\eta^2\zeta + a_{19}\xi\eta\zeta^2.
 \end{aligned} \tag{4.89}$$

Промена дилатације  $\epsilon_{xx}$  и напона  $\sigma_{xx}$  је линеарна у правцу  $x$ -осе и квадратна у правцима  $y$ -осе и  $z$ -осе; дилатација  $\epsilon_{yy}$  и напон  $\sigma_{yy}$  се мењају линеарно у правцу  $y$ -осе и квадратно у правцима  $x$ -осе и  $z$ -осе; дилатација  $\epsilon_{zz}$  и напон  $\sigma_{zz}$  мењају се линеарно у правцу  $z$ -осе и квадратно у правцима  $x$ -осе и  $y$ -осе. Подразумева се шема интеграције (по default-у)  $3 \times 3 \times 3$ , а могућа је и интеграциона шема  $2 \times 2 \times 2$ .



Слика 4.11. Усвојени типови елемената

Размена топлоте између бране и спољашње средине моделирана је елементима типа  $BQ4HT$ . То су правоугаони изопараметарски гранични елементи са 4 чвора, који описују границе код просторног потенцијалног струјања, слика 4.11.b). Користе линеарну интерполацију и Гаусову интеграцију. Интерполациона функција за температуру дуж елемента је приказана изразом:

$$T(\xi, \eta) = a_0 + a_1\xi + a_2\eta + a_3\xi\eta, \quad (4.90)$$

а шема интеграције је  $2 \times 2$ .

### Остале карактеристике модела

Остале особине модела, као што су *оптерећења*, *врсте* и *особине материјала*, задати су на исти начин као у раванском моделу, само што се односе на просторне коначне и раванске граничне елементе.

### Гранични услови

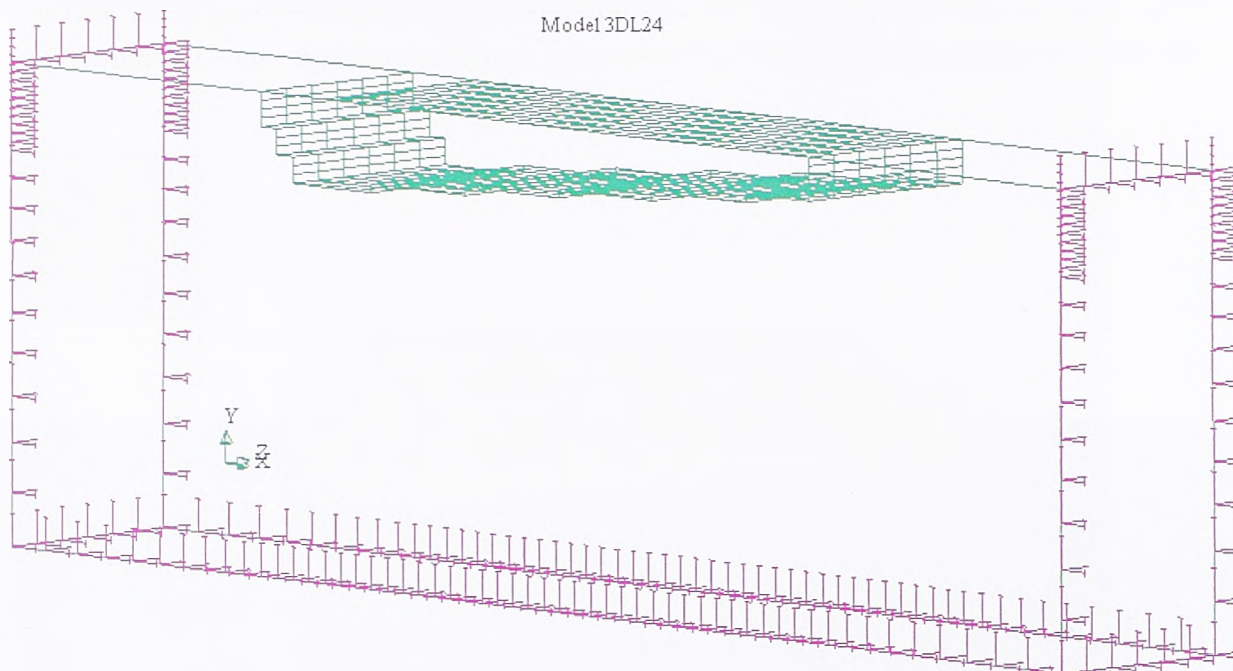
*Гранични услови по температурама* на круни бране, узводном и низводном лицу, аналогни су раванском моделу попречног пресека, само што се односе на површине, а не на линије. Новину у односу модел М1 представљају површине на левом и десном крају ламеле, које се налазе у разделницама. Имајући у виду природу проблема (суседне ламеле су на растојању од неколико cm), као гранични услов на овим површинама усвојено је да нема размене топлоте са околином.

*Гранични услови по померањима* задати су на границама садејствујуће стенске масе. У чворовима који се налазе на дну, на узводној и на низводној површини стене, усвојено је да су померања спречена у сва три правца. С обзиром на усвојене димензије модела и удаљеност ових површина од темељне спојнице, овакав гранични услов је потпуно реалан.

Поставља се питање шта је са граничним условом на вертикалним површинама стене према левој и десној суседној ламели. Померања чворова у овим равнима су могућа у вертикалном правцу и у правцу узводно-низводно. Померања у правцу осе бране, од једне према другој обали, делимично су ограничена, зато што је деформација стене испод посматране ламеле делимично ограничена деформацијом стене испод



суседних ламела. Због тога ће се утицај овог граничног услова на напонско стање у телу бране проверити тако што ће се у моделу 3DL20 усвојити да је померање у правцу z-осе спречено, док ће у моделу 3DL24 претпоставити да је оно слободно, слика 4.12.



Слика 4.12. Гранични услов по померањима на границама садејствујуће стенске масе

### *Почетни услови*

*Почетни услови задати су по температурама* за сваки замењујући слој. Почетна температура мешавине замењујућег слоја једнака је просечној вредности одговарајућих температура стварних слојева. Почетна температура стене иста је као у раванском моделу и износи 13 °С.

## 4.4. РЕЗУЛТАТИ ПРОРАЧУНА – ВЕРИФИКАЦИЈА МОДЕЛА

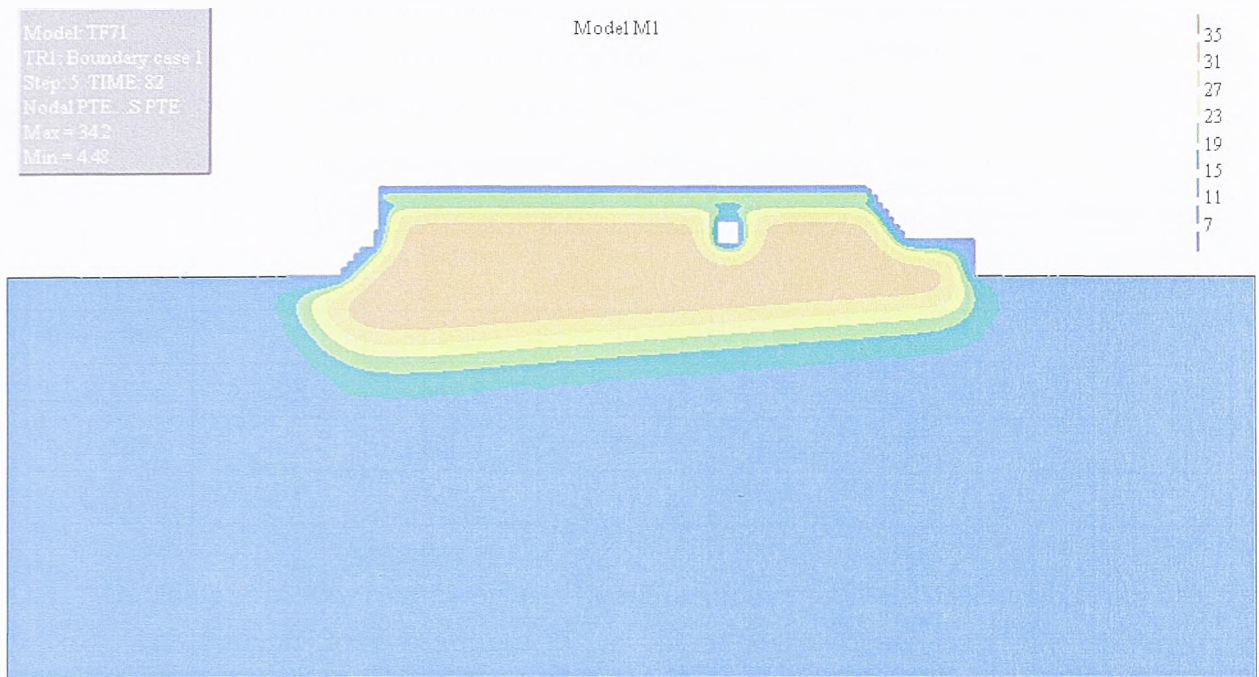
У овом поглављу, приказани су резултати термичког прорачуна бране Платановриси, у циљу верификације модела М1 и даље анализе термичког понашања гравитационих брана од ваљаног бетона. Прорачун обухвата период од 5 година, тј. од почетка грађења (18. 10. 1995.) до дана за који постоје последњи расположиви резултати мерења (1. 10. 2000.). Од веома обимних резултата, издвојени су само најважнији, у складу са резултати мерења приказаним у поглављу 3.6.

Калибрација модела извршена је на основу резултата мерења у фази грађења и пуњења акумулације. Након усвајања свих потребних параметара, урађен је прорачун који обухвата комплетан петогодишњи период. Верификација модела односи се на временски период од пуњења акумулације до завршетка прорачуна. Поређењем добијених рачунских вредности температура са расположивим резултатима мерења, одређивањем одступања за екстремне температуре, температуре у карактеристичним чворовима, температуре дуж средње линије и на нивоу читавог попречног пресека, дата је оцена нумеричког модела и његове погодности за даљи термички прорачун.

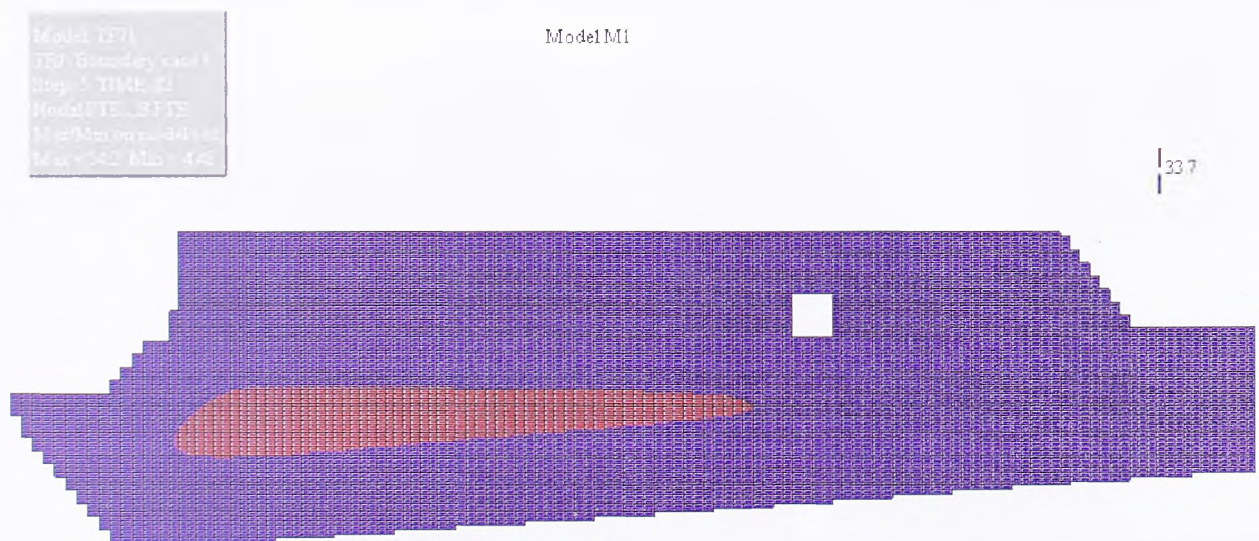


#### 4.4.1. Температуре у фази грађења бране

Као што је у табели 3.13. приказано, најранији резултати мерења температура у почетној фази грађења бране Платановриса постоје за четири датума од 9. 1. до 1. 4. 1996. године. Следи приказ резултата прорачуна модела М1 и поређење са измереним температурама.



Слика 4.13. Слика температурног поља на дан 9. 1. 1996.



Слика 4.14. Зона максималних температура у телу бране на дан 9. 1. 1996.

На слици 4.13. приказано је температурно поље у телу бране и садејствујућој стенској маси на дан 9. 1. 1996. године. Резултати су смештени у излазном фајлу TF71 (зато је у легенди назив Model TF71) пошто је 71. фаза прорачуна, тј. до тог дана био је изграђен 71 слој. Од почетка грађења прошло је 82 дана и прорачуном је добијено  $T_{\max} = 34,2 \text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $T_{\min} = 4,5 \text{ }^{\circ}\text{C}$ . У стени је температура једнака задатој температуре од  $13 \text{ }^{\circ}\text{C}$ , осим непосредно уз темељ бране, где је дошло до загревања од  $2,0 \text{ }^{\circ}\text{C}$  у зони од



приближно 4,0 m. На контурама модела температура бетона је једнака температури ваздуха која се тог дана кретала од 3,6 до 6,0 °C.

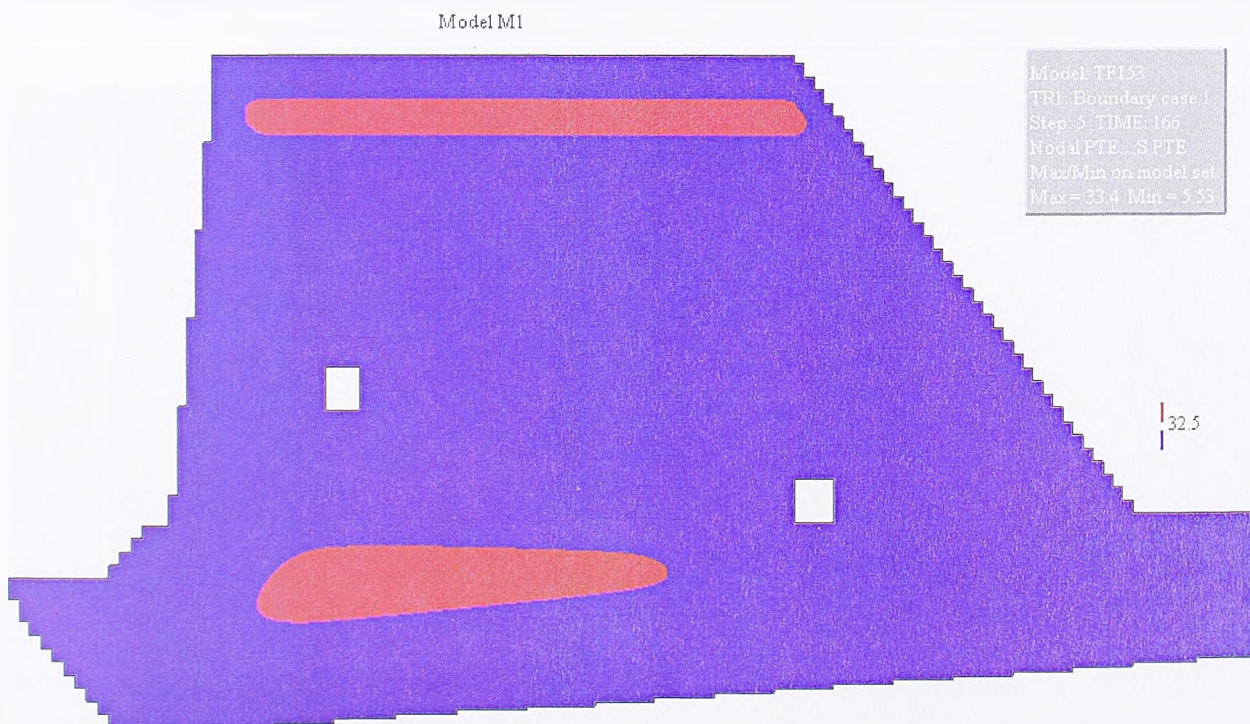
Да би се јасније уочила зона у којој се јавља  $T_{\max}$ , на слици 4.14. приказана је мрежа коначних елемената и температурно поље само у телу бране. Црвеном бојом је означена зона у којој су температуре више од 33,7 °C, а плавом бојом преостали део конструкције. Као што се може уочити,  $T_{\max}$  се јавља изнад "зуба", према средњој линији бране, у зони од 21 до 37 слоја, тј. од коте 143,3 mm до коте 148,1 mm.

За 6. 2. и 4. 3. 1996. године (да се не би превише оптеретио садржај дисертације) даће се само табелерни приказ резултата прорачуна (табела 4.1.).

Табела 4.1. Поређење измерених и рачунских  $T_{\max}$  у првом тромесечју 1996. године

Датум мерења	Измерене вредности			Резултати прорачуна - модел M1		
	$T_{\max}$ (°C)	Кота (mm)	Број слоја	$T_{\max}$ (°C)	Кота (mm)	Број слоја
9. 1. 1996.	35,0	146,0	30	34,2	145,7	29
6. 2. 1996.	34,5	147,8	36	33,8	146,9	33
4. 3. 1996.	34,2	148,7	39	33,5	148,0	36
1. 4. 1996.	34,1	148,0	37	33,4	147,2	34

На дан 1. 4. 1996. године брана Платановриси је била изграђена до слоја 153, тј. до коте 182,9 mm. Зоне у којима су се јавиле максималне рачунске температуре приказане су на слици 4.15. Види се да постоје две зоне са температурама преко 32,5 °C и то око слоја 34 и око слоја 140, при чему су у доњој зони температуре више за 0,5 °C.



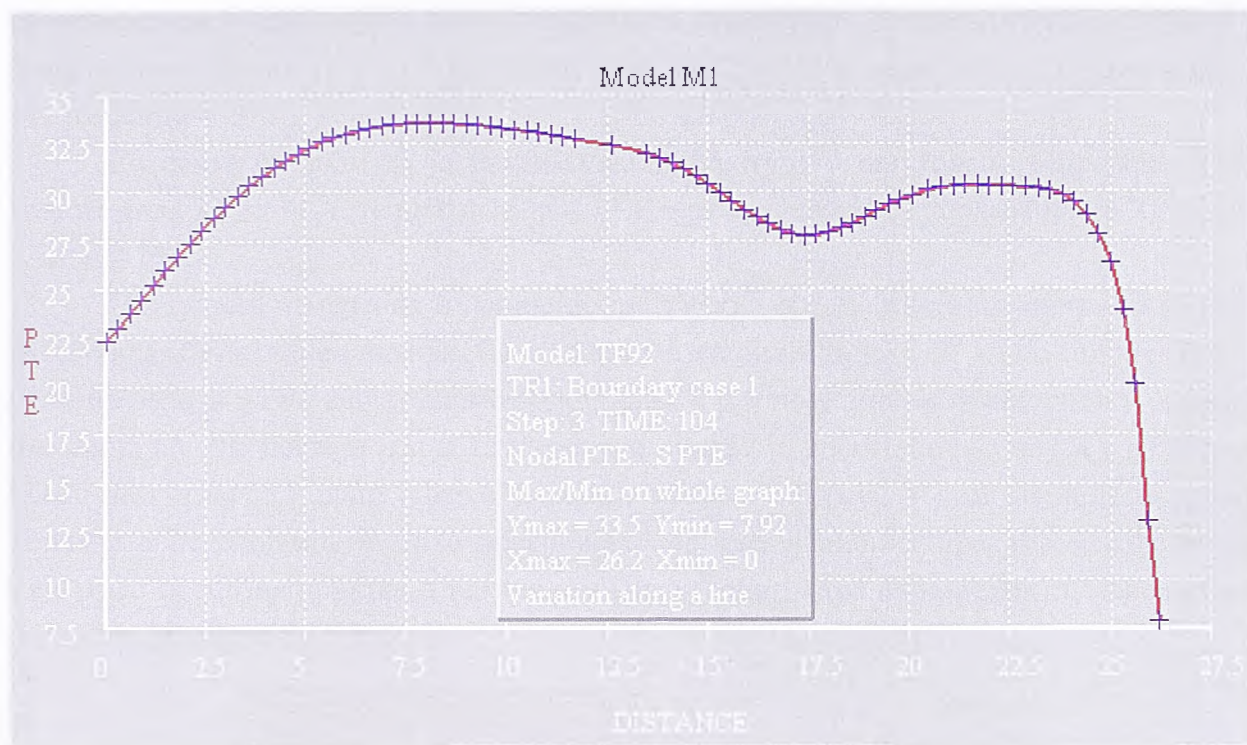
Слика 4.15. Зоне максималних температура у телу бране на дан 1. 4. 1996.

Имајући у виду резултате приказане у табели 4.1. и на сликама 4.13. до 4.15, може се закључити да постоји веома добро слагање резултата мерења максималних

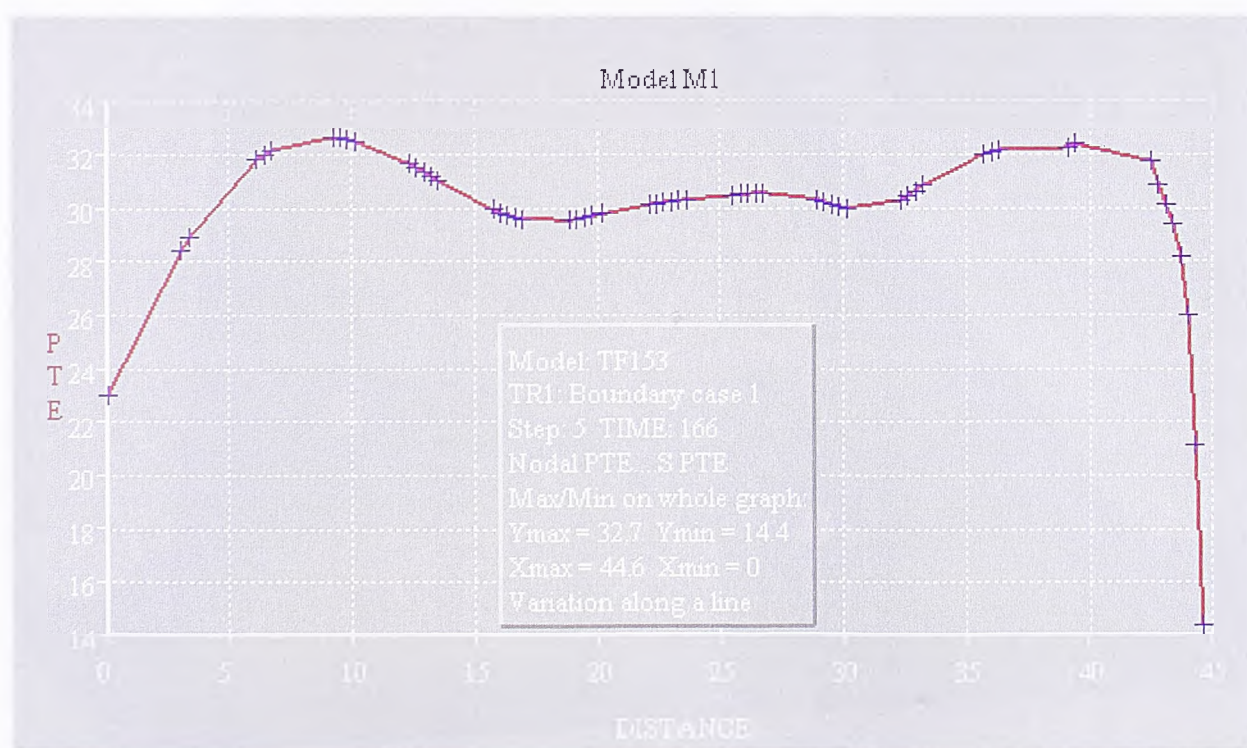


температура и рачунских вредности добијених моделом M1. У посматраном периоду од 9. јануара до 1. априла 1996. године, максималне рачунске температуре мање су за 2,2 % од измерених, а зона у којој се јављају је нижа просечно за 0,7 m. Ако се имају у виду димензије бране и чињеница да су термометри постављени у сваком другом слоју, одступање зона је занемарљиво.

Да би се стекла потпунија слика о слагању резултата мерења и рачунских вредности температура, извршиће се поређење температура у средњој линији бране.



Слика 4.16. Температура у средњој линији бране на дан 1. 2. 1996.



Слика 4.17. Температура у средњој линији бране на дан 1. 4. 1996.

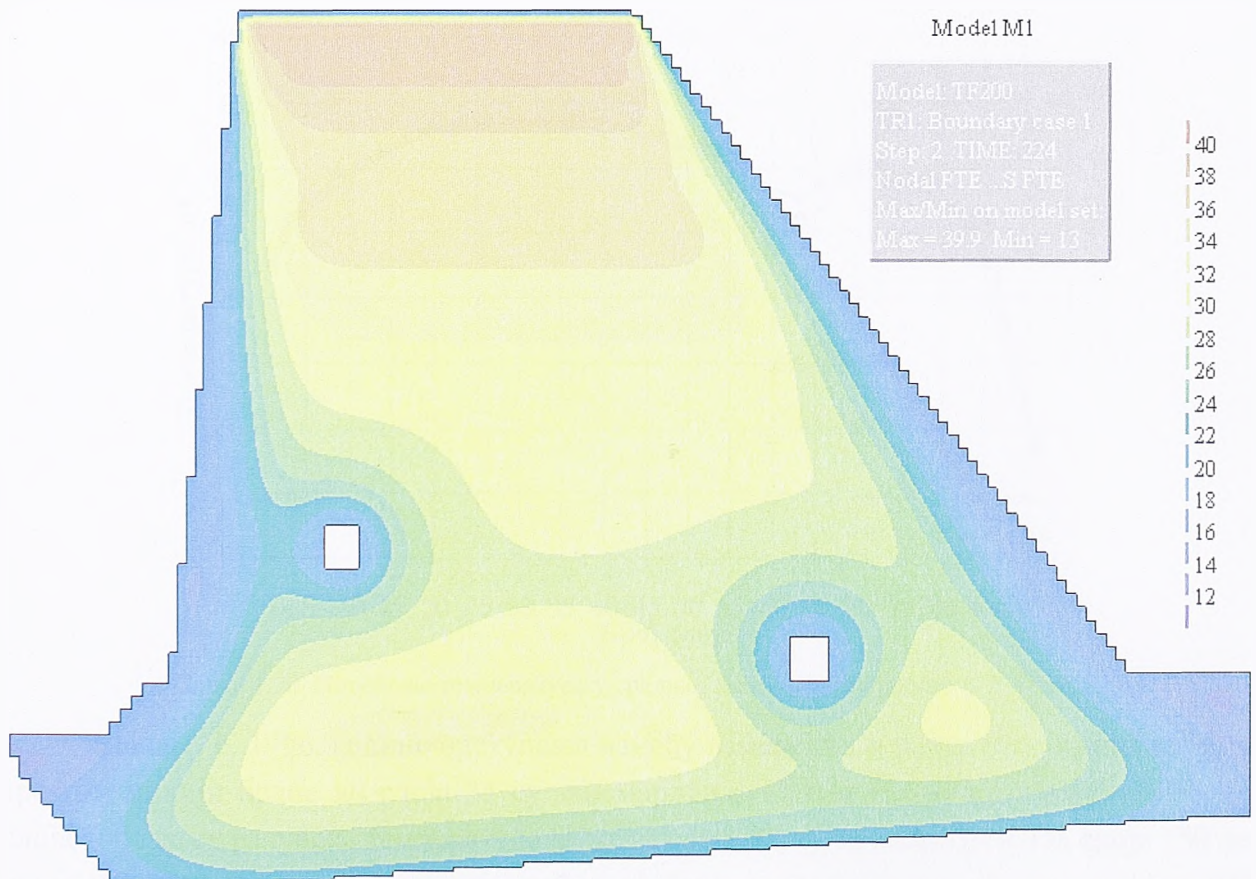


Као што је на слици 3.15. приказано, резултати ових мерења постоје за 1. фебруар, 1. април, 1. јун и 4. август 1996. године. Због тога су на сликама 4.16. до 4.19. за ове датуме приказани резултати прорачуна на моделу М1, а затим на сликама 4.20. до 4.23. поређење са одговарајућим резултатима мерења.

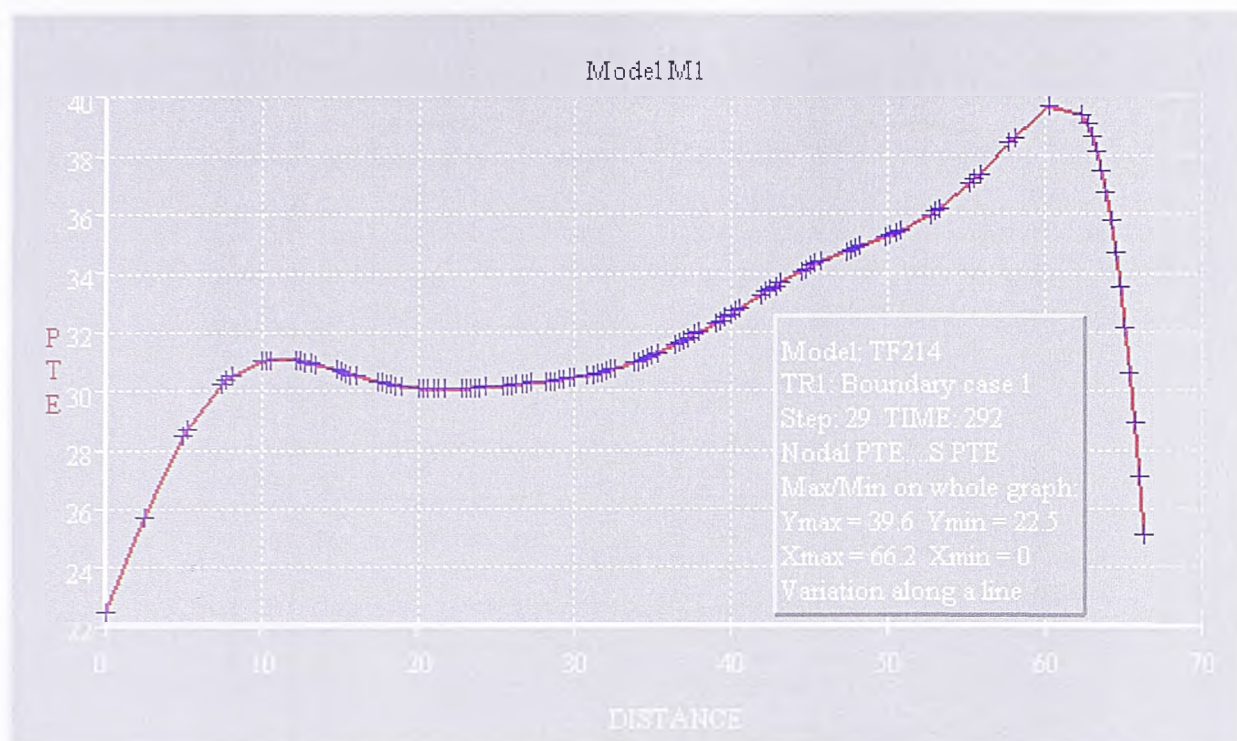
Слике 4.16, 4.17. и 4.19. односе се на графике температура у средњој линији бране, док је на слици 4.18. приказано поље температуре на дан 1. 6. 1996. године. Треба напоменути да су температуре у средњој линији бране дате у функцији дужине средње линије и да се облик ових кривих мало разликује ако се температуре прикажу у зависности од броја слојева (упоредити нпр. криву 4.16. и криву која одговара моделу М1 на слици 4.20.).

Са слика се види да је максимална температура у телу бране у пролеће 1996. године била 33 до 34 °C (слике 4.16. и 4.17.), а да је током лета порасла на 40 °C (слике 4.18. и 4.19.).

Одступања измерених и добијених рачунских вредности температура на моделу М1 су практично занемарљива. Са слике 4.20. се види да је 1. 2. 1996. године (брана била изграђена до 91 слоја) највеће одступање у средњој линији бране било у области око слоја 63, где постоји и пад температуре. Разлог је новогодишња пауза у изградњи бране на коти 155,9 mm (слој 63), која је трајала 13 дана. У том периоду површна хоризонталне спојнице је била прекривена термоизолационим тракама за које аутор није имао прецизне податке о термичким карактеристикама. И поред тога, максимално одступање је мање од 5,5 %.

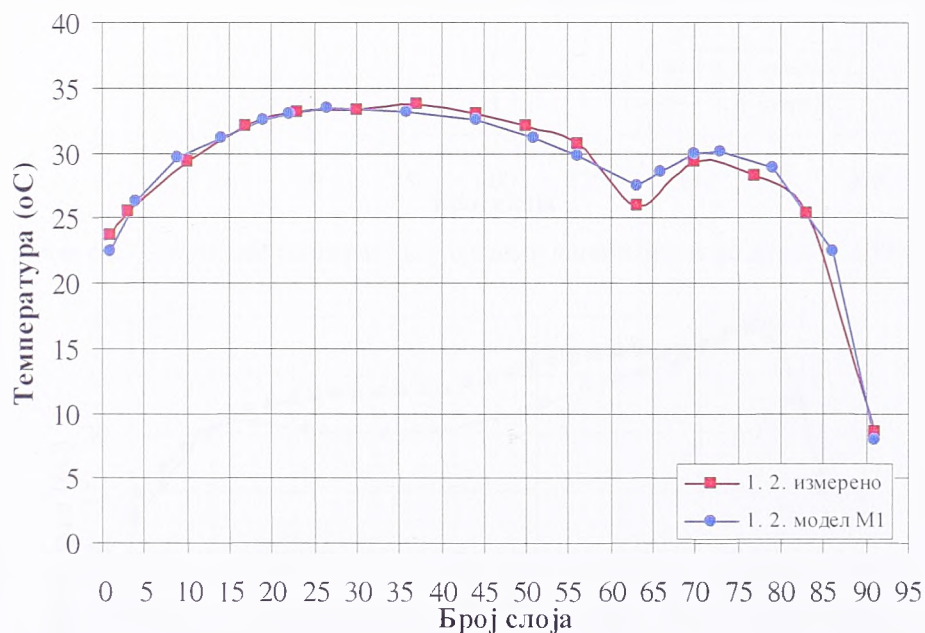


Слика 4.18. Температурно поље на дан 1. 6. 1996.



Слика 4.19. Температура у средњој линији бране на дан 4. 8. 1996.

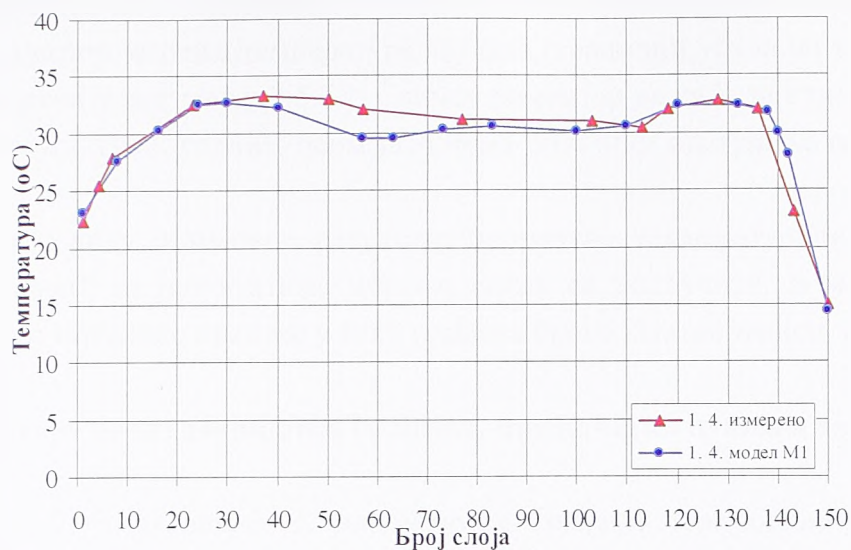
Са слике 4.21. уочава се веома добро слагање измерених и рачунских вредности температура: на контакту са стеном измерено је  $22,3\text{ }^{\circ}\text{C}$ , а рачунато  $23,1\text{ }^{\circ}\text{C}$ ; гранични услов на слоју 150 давао је  $15,0\text{ }^{\circ}\text{C}$ , а рачунска вредност је  $14,4\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Овакав тренд је и дуж средње линије, осим између слоја 40 и слоја 75, где су одступања од 3 до 7 %.



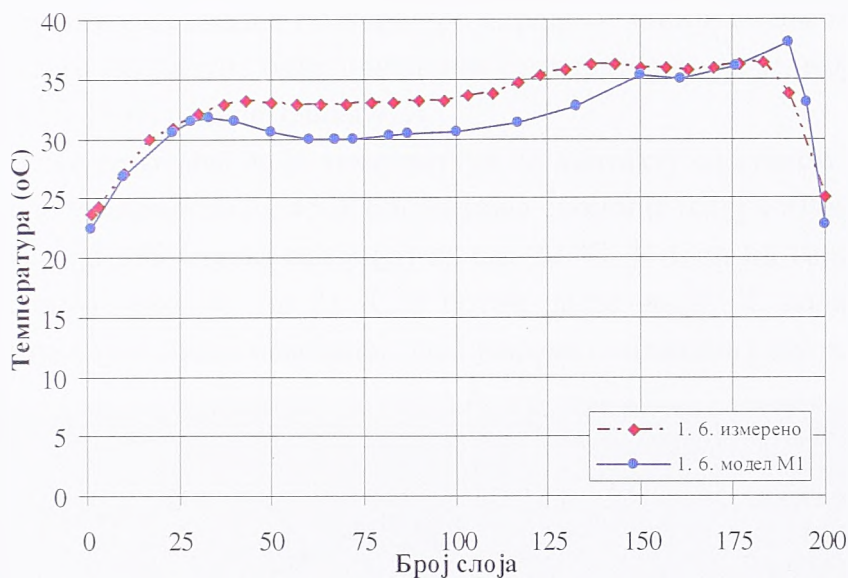
Слика 4.20. Поређење температура у средњој линији бране на дан 1. 2. 1996.

Дана 1. 6. 1996. године одступања између измерених и рачунских температура у средњој линији бране до слоја 35 су занемарљива. Потом следи зона од слоја 35 до слоја 150 где су рачунске температуре ниже за сса  $3\text{ }^{\circ}\text{C}$ , тј. за скоро 9 %. Од слоја 150 до слоја 185 слагања су поново веома добра, да би у последњих 4 до 5 m, око слоја 190 одступање порасло на  $4,2\text{ }^{\circ}\text{C}$  (11 %), а затим се на контури поново смањило на 9 %.

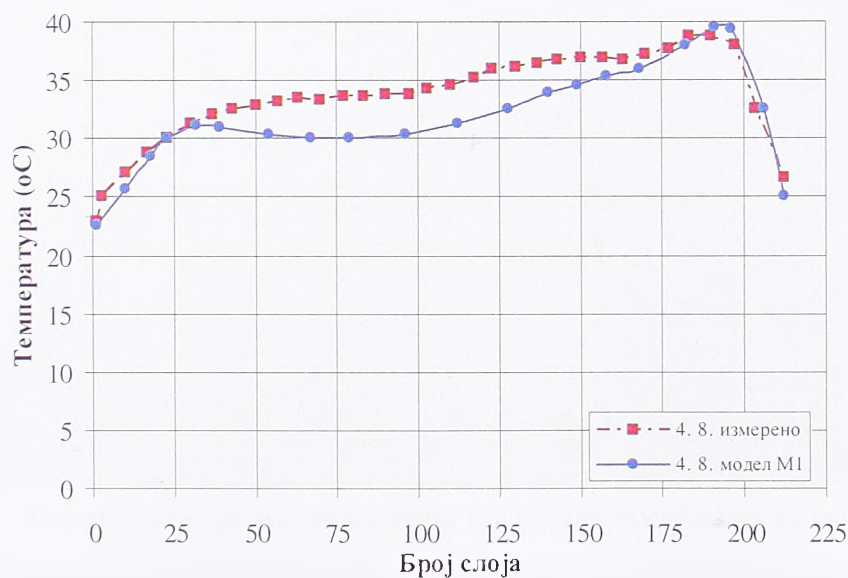




Слика 4.21. Поређење температура у средњој линији бране на дан 1. 4. 1996.



Слика 4.22. Поређење температура у средњој линији бране на дан 1. 6. 1996.



Слика 4.23. Поређење температура у средњој линији бране на дан 4. 8. 1996.



Аутор сматра да су одступања у средишњем делу и на крају графика последица непотпуних резултата мерења температуре ваздуха (гранични услов по температурама, о чему је било речи у поглављу 3.5.5.). Сличан коментар важи и за слику 4.23. која се односи на 4. август 1996. године, осим што нема битнијих одступања од слоја 190 до слоја 214.

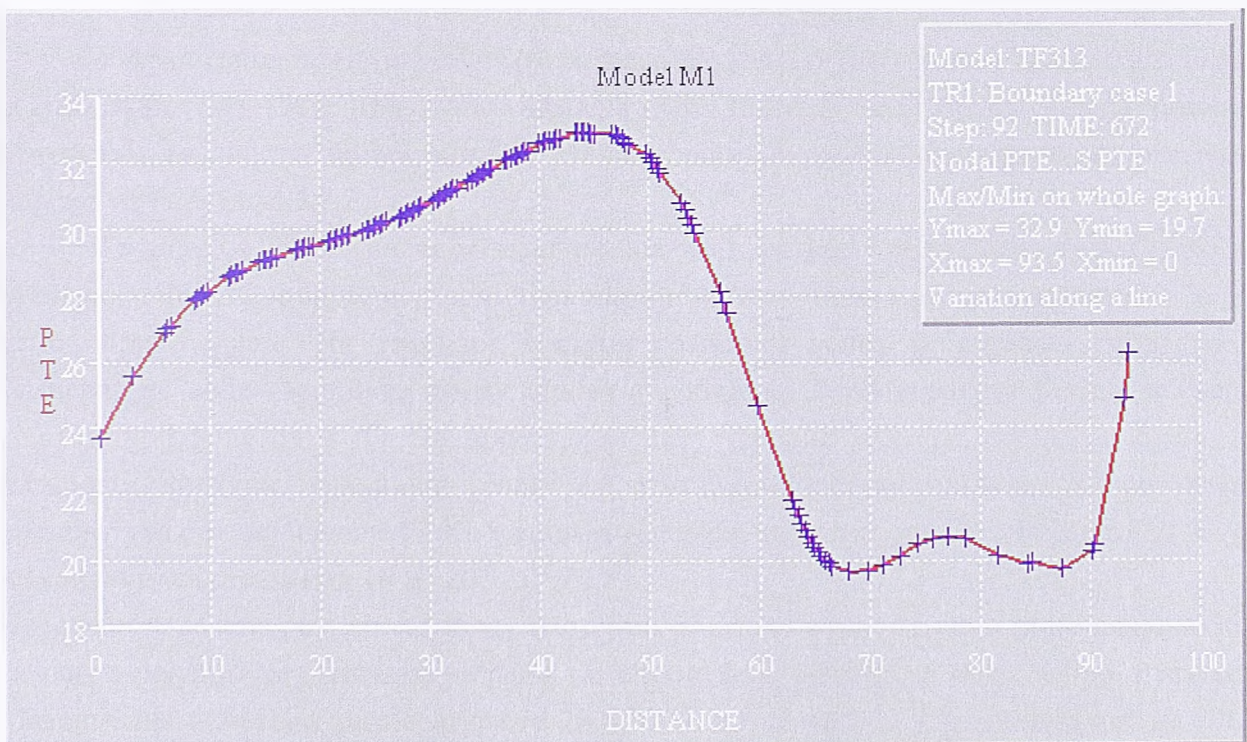
Имајући у виду приказане резултате прорачуна температурног поља у фази грађења и поређење са резултатима мерења, може се закључити да модел М1 врло коректно описује термичке процесе у току грађења бране Платановриса.

#### 4.4.2. Температуре после завршетка грађења, пре почетка пуњења акумулације

Као што је у поглављу 3. напоменуто, грађење тела бране Платановриса завршено је 13. 3. 1997. године. Крајем маја започето је пуњење акумулације и трајало је до 20. новембра исте године.

У том периоду максималне температуре у средњој линији смањене су са  $40\text{ }^{\circ}\text{C}$  на  $34\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Резултати прорачуна биће приказани температуром у средњој линији бране на дан 1. септембра 1997. године, слика 4.24.

Са ове слике се уочава да је температура на контакту са стеном приближно  $24\text{ }^{\circ}\text{C}$ , затим расте до удаљености од 45 m од темељне спојнице (слој 150) на  $33\text{ }^{\circ}\text{C}$ , а онда нагло опада до слоја 215 (горња галерија) на  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ . У зони од горње галерије до круне бране осцилује око  $20$  до  $21\text{ }^{\circ}\text{C}$  и потом расте на  $26\text{ }^{\circ}\text{C}$  колико је износио гранични услов на круни бране наведеног дана у време читавања резултата.

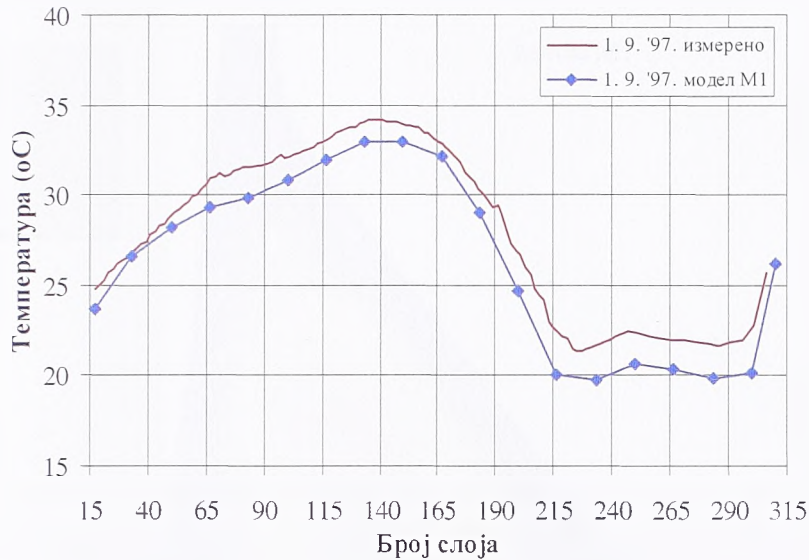


Слика 4.24. Температура у средњој линији бране пре пуњења акумулације, на дан 1. 9. 1997.

У циљу оцене добијених резултата, срачунате вредности температура пореде се са измереним вредностима у средњој линији бране на дан 1. 9. 1997, слика 4.25. Са

слике се види да крива рачунских вредности у потпуности прати облик криве резултата мерења, с тим да су рачунске вредности ниже за  $1 \div 2 \text{ }^\circ\text{C}$ , односно од 3 до 9 %.

Највећа одступања су од слоја 215 до слоја 300, односно у зони од горње галерије до круне бране. У овом делу је највећи утицај граничних услова на контурама и у галерији на температуре у средњој линији, што потврђује закључак везан за криве на сликама 4.20. и 4.21. о непотпуним резултатима мерења температуре ваздуха.



Слика 4.25. Поређење температура у средњој линији бране пре пуњења акумулације, на дан 1. 9. 1997.

#### 4.4.3. Температуре у фази експлоатације

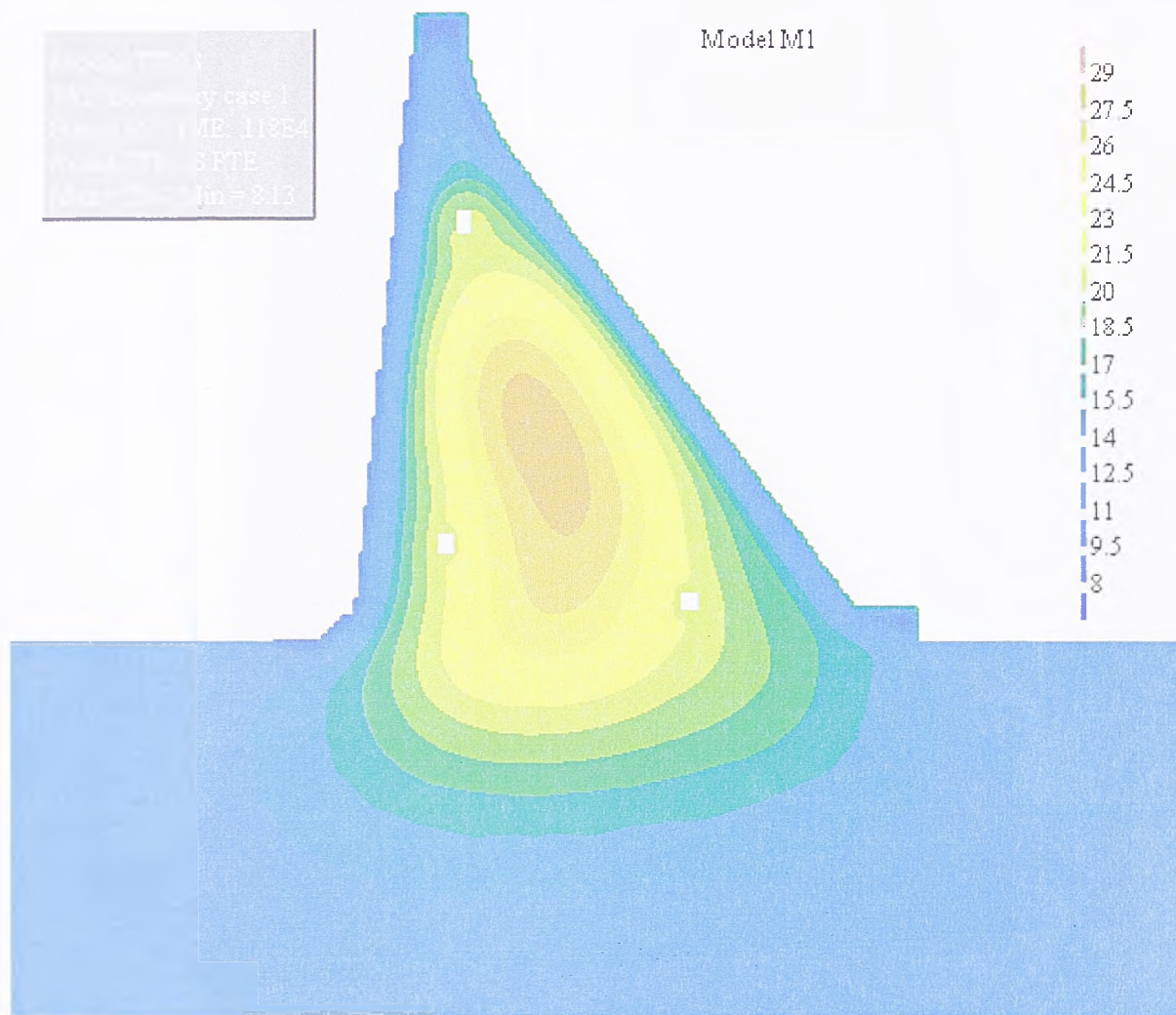
У фази експлоатације резултати мерења обухватају све термометре, тако да је на основу њих, лит [78], приказано температурно поље у телу бране. Следи приказ рачунских вредности према моделу М1 и поређење са одговарајућим резултатима мерења из поглавља 3.7.2.

Са слике 4.26. се уочава да максимална температура у телу бране према моделу М1 износи  $28,4 \text{ }^\circ\text{C}$  и јавља се у зони око слоја 130. Минимална температура од  $8,1 \text{ }^\circ\text{C}$  је испод круне бране. На узводној контури гранични услов је измењен задавањем температуре воде (до нивоа акумулације) и добијена је температура бетона једнака температури воде од  $9 \text{ }^\circ\text{C}$ . На преосталом делу узводне контуре, на круни бране и низводној контури, гранични услов је остала температура ваздуха, па рачунска температура бетона износи  $17 \text{ }^\circ\text{C}$ ; у зонама галерија, температура бетона је око  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ , а на контакту са стеном од 16 до  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Поредећи наведене резултате, облик изотерми и читаво температурно поље слике 4.26. са одговарајућим резултатима мерења на слици 3.17, уочава се врло добро слагање. Максимална измерена температура је  $28,6 \text{ }^\circ\text{C}$  (одступање  $0,2 \text{ }^\circ\text{C}$ ); минимална  $10,3 \text{ }^\circ\text{C}$  (одступање  $2,2 \text{ }^\circ\text{C}$ ); на узводној контури у контакту са водом је  $9 \text{ }^\circ\text{C}$  (исто толико је добијено и на моделу), на круни бране и низводној контури је  $15 \text{ }^\circ\text{C}$  (одступање  $2 \text{ }^\circ\text{C}$ ), на контакту са стеном од 16 до  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ . У бетону око галерија температура је следећа: 21



$^{\circ}\text{C}$  - доња галерија,  $19^{\circ}\text{C}$  - средња галерија и  $22^{\circ}\text{C}$  - горња галерија (гранични услов је био исти за све три галерије и на моделу је добијена иста температура у зони све три галерије од сса  $20^{\circ}\text{C}$ ). На основу свега може се закључити да 11. 1. 1999. године рачунско температурно поље према моделу M1 у потпуности одговара измереним вредностима. Максимална одступања су до  $2^{\circ}\text{C}$  и јављају се у зони круне бране, низводне контуре и горње галерије, што је очигледно последица немогућности да се тачно процене вредности температурама на овим границама.



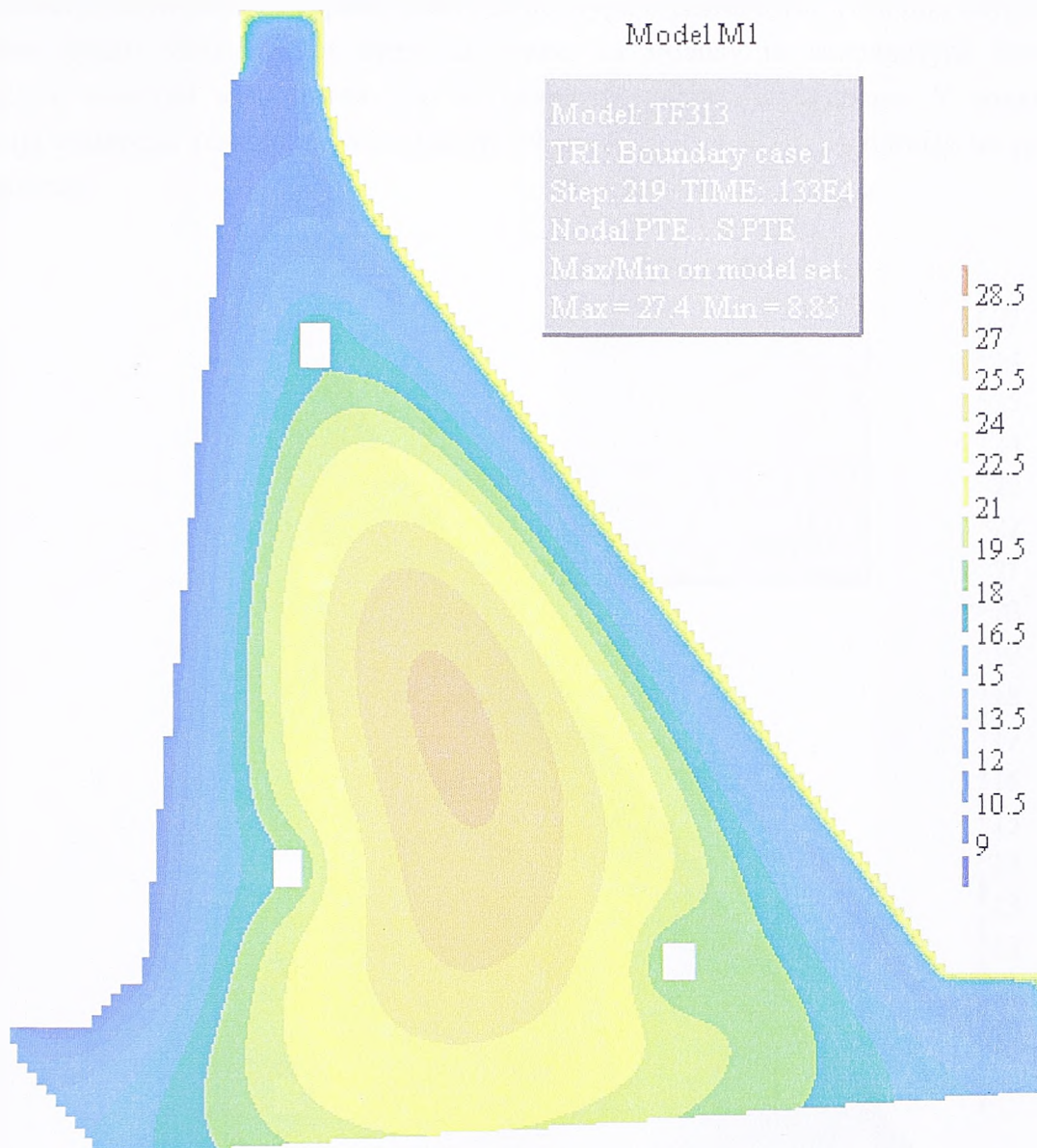
Слика 4.26. Температурно поље у моделу M1 на дан 11. 1. 1999. године

У складу са поглављем 3, резултати прорачуна температурног поља у току летњих месеци дати су за 15. јун 1999. године, слика 4.27. У циљу боље прегледности, приказано је само тело бране, пошто практично и нема промена температурног поља у стени у односу на слику 4.26. Максимална температура у моделу M1 је од јануара месеца опала за један степен, износи  $27,4^{\circ}\text{C}$  и јавља се око слоја 120. Минимална температура је на узводној контури и једнака је температури воде од  $8,8^{\circ}\text{C}$ . На низводној контури температура бетона је од 24 до  $25^{\circ}\text{C}$ , у зонама око галерија од 17 до  $18^{\circ}\text{C}$ , а на контакту са стеном од 16 до  $21^{\circ}\text{C}$ , (без већих промена у односу на јануар 1999.).

Ако се упореде ови резултати са резултатима мерења на слици 3.18, уочава се да максимална рачунска температура одступа за  $0,2^{\circ}\text{C}$  (измерено  $27,2^{\circ}\text{C}$ ); минимална



температура одступа за  $0,8\text{ }^{\circ}\text{C}$  (измерено  $8,0\text{ }^{\circ}\text{C}$ ); око галерија одступање је  $2\text{ }^{\circ}\text{C}$  само за горњу и средњу галерију (измерено је  $15\text{ }^{\circ}\text{C}$ ); на контакту са стеном измерене и рачунске вредности практично су једнаке.



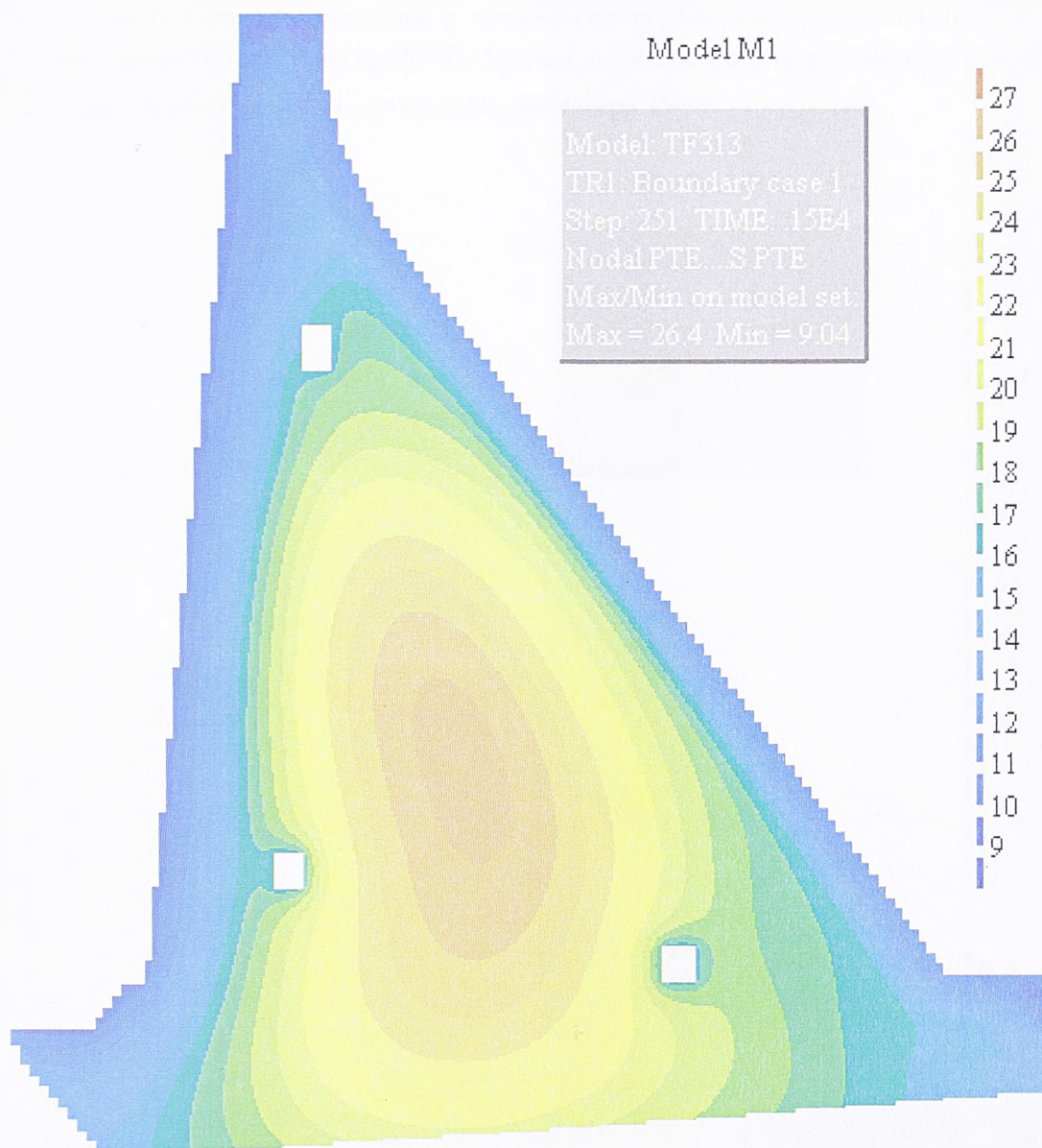
4.27. Температурно поље у моделу M1 на дан 15. 6. 1999. године

Због свега наведеног, може се констатовати веома добро слагање резултата прорачуна на моделу M1 и измерених вредности температура у брани на дан 15. 6. 1999. године.

Следећи карактеристичан датум за који су аутору били доступни резултати мерења јесте 1. децембар 1999. године. Максимална рачунска температура у телу бране је  $26,4\text{ }^{\circ}\text{C}$  (у зони око слоја 110), минимална је  $9,0\text{ }^{\circ}\text{C}$  и јавља се на узводној контури. На круни бране је око  $11,5\text{ }^{\circ}\text{C}$ , а на низводној контури  $12\text{ }^{\circ}\text{C}$ . У зонама око галерија је од  $16$  до  $17\text{ }^{\circ}\text{C}$ , а у темељној спојници  $15$  до  $21\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

Поређењем са резултатима мерења приказаним на слици 3.19, уочава се да одступање максималне рачунске температуре износи  $0,6\text{ }^{\circ}\text{C}$  (измерено  $25,8\text{ }^{\circ}\text{C}$ ); минимална температура се разликује за  $1\text{ }^{\circ}\text{C}$  (измерено  $8\text{ }^{\circ}\text{C}$  на узводној контури); на

круни бране и горњем делу низводне контуре измерено је  $14\text{ }^{\circ}\text{C}$  (одступање 2 до  $3\text{ }^{\circ}\text{C}$ ), затим је у средишњем делу низводне контуре измерено  $12\text{ }^{\circ}\text{C}$  (колико је добијено и на моделу M1) и у доњем делу  $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Неједнака температура на низводној контури последица је осунчаности горњег дела ове контуре и различитог угла под којим падају Сунчеви зраци. Као што се види са слике, на моделу је температура бетона на низводној контури константна, јер је наведена појава занемарена. У зонама око галерија измерена температура је између 19 и  $14\text{ }^{\circ}\text{C}$  (сва  $\pm 2\text{ }^{\circ}\text{C}$  у односу на рачунске вредности).



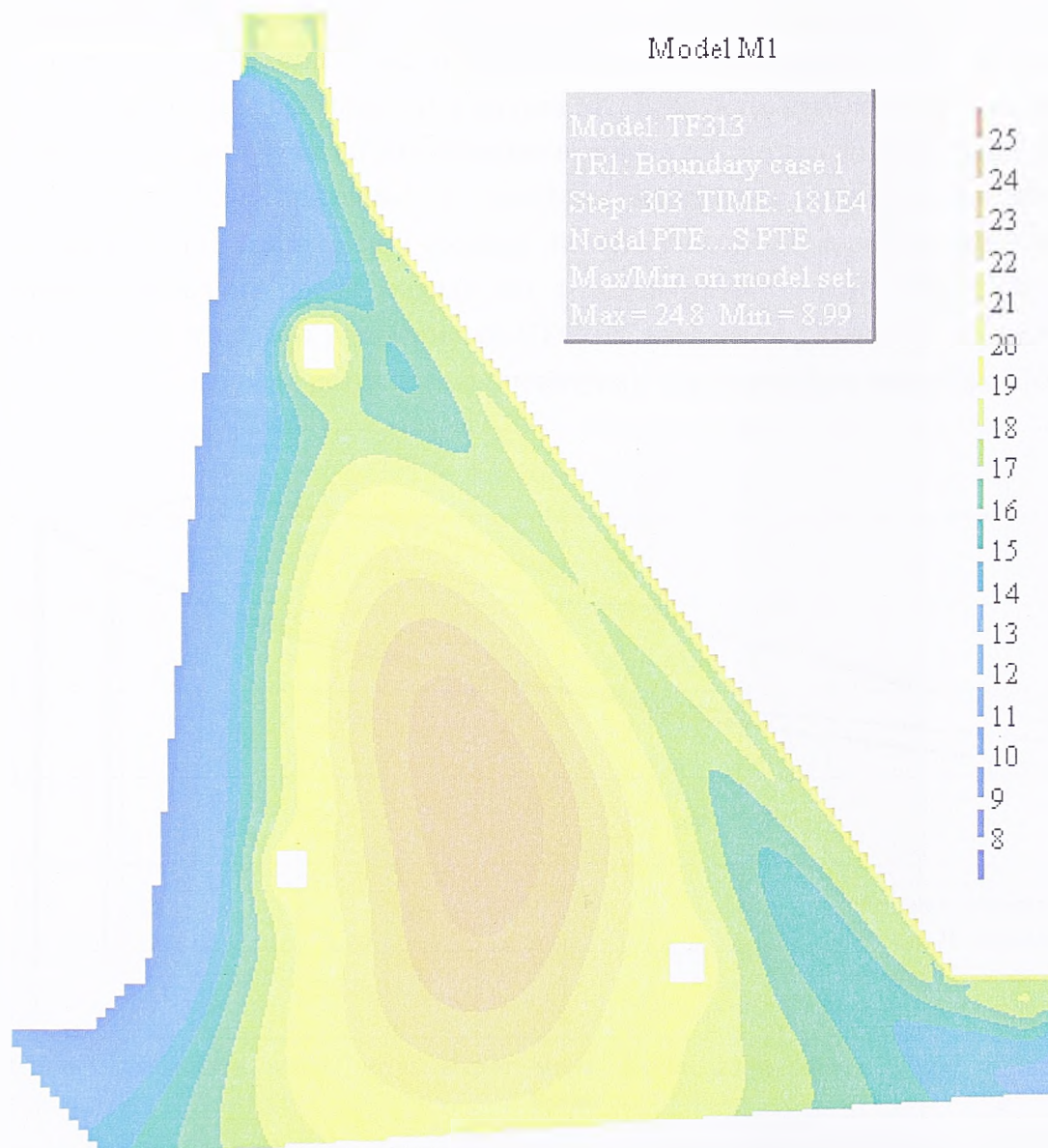
Слика 4.28. Температурно поље у моделу M1 на дан 1. 12. 1999. године

Поређењем рачунских вредности температурних поља од 11. јануара, 15. јуна и 1. децембра 1999. године, уочава се да се временом температура у телу бране смањила за  $2\text{ }^{\circ}\text{C}$  и да се зона максималних температура спустила према темељној спојници за сва 6 до 7 m. Исте појаве регистроване су и на основу резултата мерења. Из наведеног проистиче да је слагање резултата рачунског модела M1 и резултата мерења за 1. 12. 1999. године веома добро. Највећа одступања су до  $2\text{ }^{\circ}\text{C}$ , опет су у зонама око контура.



Последњи доступан резултат мерења температурног поља односи се на 1. 10. 2000. године, слика 3.20. Због тога следи приказ температурног поља у моделу М1 на тај дан.

Од почетка грађења (13. 10. 1995.) прошло је пет година и максимална температура у телу бране опала је на 24,8 °С, слика 4.29. Зона у којој се она јавља спустила се приближно до слоја 95, тј. скоро до средње галерије. Минимална температура је непромењена, и даље на узводној контури, у контакту са водом. На круни бране и на низводној контури температура је од 21 до 24 °С, са већим вредностима на врховима степеника; у зонама око горње и средње галерије  $T = 18,8 \div 19,5$  °С, а око доње галерије је сса 20 °С. У зони темељне спојнице температуре су од 14 до 20 °С, значи приближно 1 °С ниже него децембра 1999.



Слика 4.29. Температурно поље у моделу М1 на дан 1. 10. 2000. године

Поређењем наведених вредности са резултатима мерења на слици 3.20, следи да је максимална температура у телу бране према моделу М1 виша за 1,5 °С (измерено 23,3 °С). Минимална рачунска температура једнака је одговарајућој измереној од 9 °С. На контакту са стеном и у зонама око доње и средње галерије одступања су

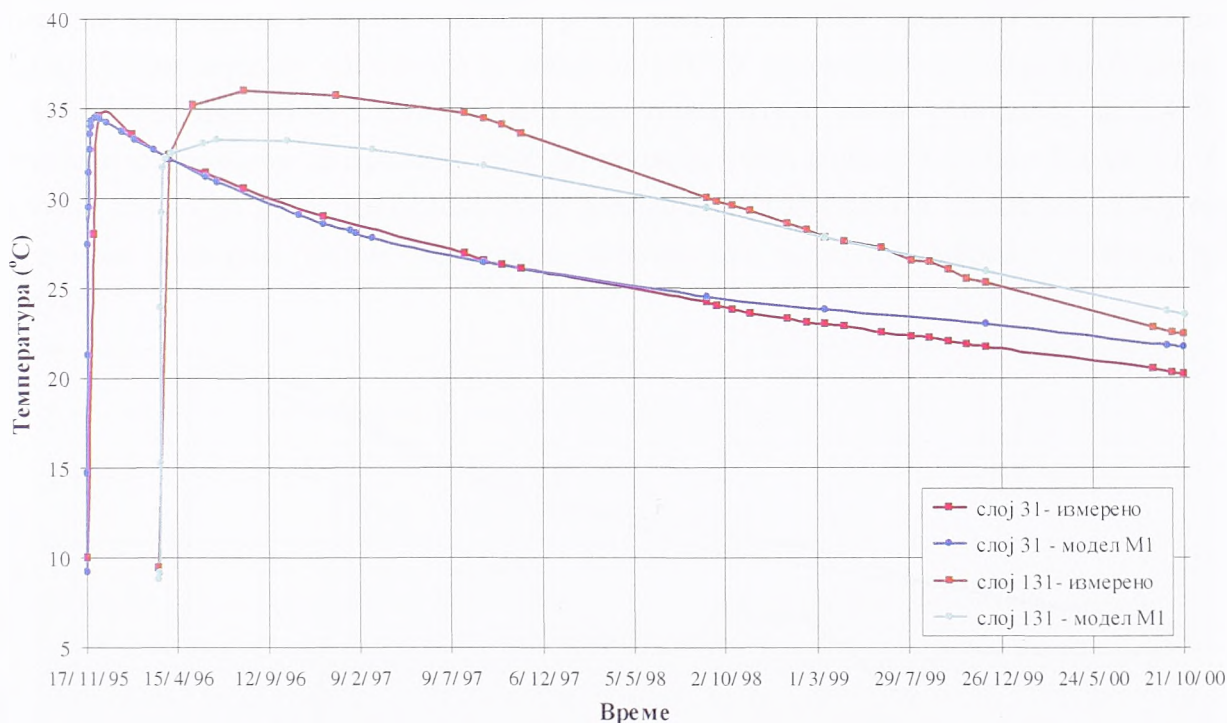


занемарљива, а код горње галерије рачунска температура је скоро 3 °C нижа. Посебно је интересантна низводна контура где су измерене вредности у распону од 10 °C, и то од 29 °C у близини круне бране (зона осунчаности) до 19 °C на најнижем делу према ножици. Услед недостатка података мерења о зони осунчаности и због непроменљивог граничног услова (на дан 1. 10. 2000. дуж читаве низводне контуре усвојена температура ваздуха од 25 °C), на моделу М1 одступање износи  $\pm 5$  °C.

Из наведеног следи да у моделу М1 максимална температура у телу бране нешто спорије опада него што то показују резултати мерења. Одступања у зони горње галерије и на низводној контури су последица усвојеног граничног услова, тј. недостатака комплетних резултата мерења температура спољашње средине и температуре ваздуха у галеријама.

Да би се стекао потпунији увид у промену температуре током времена, следи поређење резултата мерења у карактеристичним тачкама (слика 3.21.) и резултата прорачуна у одговарајућим чворовима модела М1. Због боље прегледности на свакој од наредних слика приказују се по два карактеристична термометра, односно чвора.

На слици 4.30. приказано је поређење измерених промена температуре у термометру СТС-112 (налази се у средњој линији, у слоју 31, на коти 146,3 mm) са резултатима прорачуна према моделу М1 у одговарајућем чвору број 8840, као и поређење резултата мерења у термометру СТС-162 (налази се у средњој линији, у слоју 131, на коти 176,3 mm) са резултатима прорачуна у одговарајућем чвору број 36852.



Слика 4.30. Поређење промене температуре током времена у карактеристичним тачкама – слој 31 и 131

За први пар кривих, који се односи на слој 31, слагање резултата је веома добро од тренутка уграђивања термометра новембра 1995., до краја разматраног периода октобра 2000. године. Највећа одступања износе 1,0 до 1,5 °C (ска 7 %) и настају у

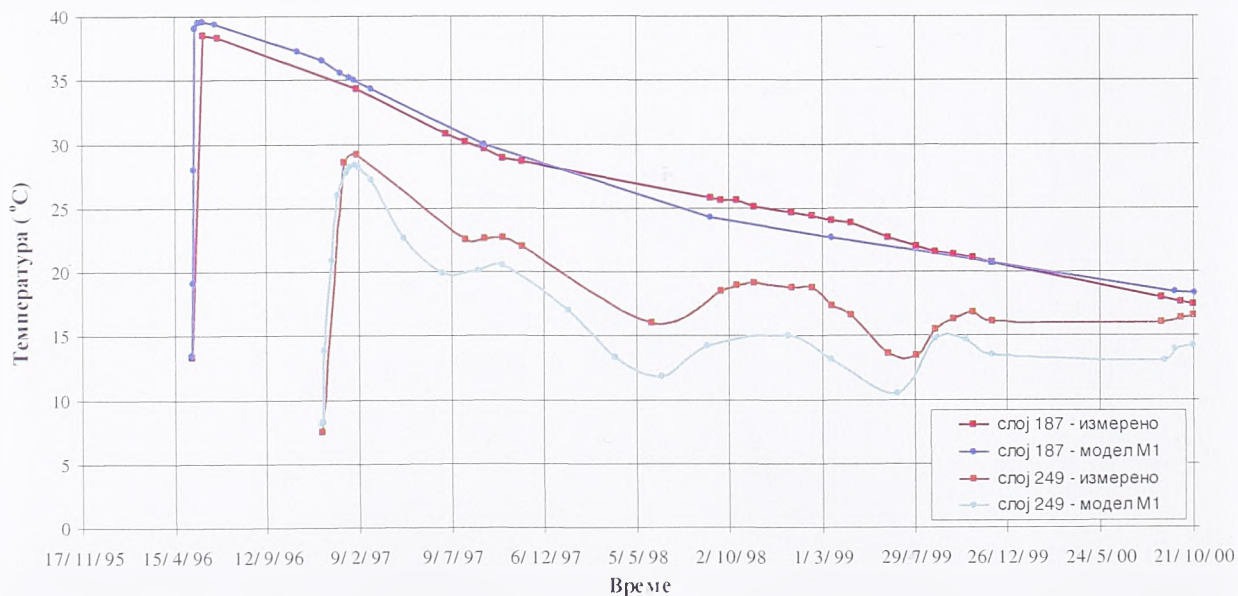
периоду од пролећа 1999. до јесени 2000. године. У осталом делу графика одступања су занемарљива и износе мање од  $0,5\text{ }^{\circ}\text{C}$ , односно до  $2\%$ .

Резултати који се односе на слој 131 номинално показују нешто већа одступања, нарочито од маја 1996. до децембра 1997., када износе од  $2,0$  до  $2,6\text{ }^{\circ}\text{C}$ , тј. до  $8\%$ . Потом се рачунске вредности (до јесени 1998. године) са доње стране приближавају измереним резултатима и одступања су мања од  $1,0\text{ }^{\circ}\text{C}$ . У току лета 1999. године измерене температуре брже опадају него рачунске, па рачунске вредности постају веће него измерене, али су одступања и даље до  $1,1\text{ }^{\circ}\text{C}$  (мање од  $5\%$ ) све до краја прорачуна.

Слика 4.31. приказује поређење измерених температура у термометру СТС-190 (у средњој линији, у слоју 187, на коти  $193,1\text{ mmm}$ ) са резултатима прорачуна у чвору број 46923, односно резултата мерења у термометру СТС-221 (у средњој линији, у слоју 249, на коти  $211,7\text{ mmm}$ ) са резултатима прорачуна у одговарајућем чвору 53750.

За слој 187 слагање резултата је изузетно добро од тренутка уграђивања термометра средином маја 1996., па до краја разматраног периода. График резултата прорачуна у потпуности прати облик графика измерених вредности, а одступања су практично занемарљива. Највећа су до  $1,4\text{ }^{\circ}\text{C}$ , тј. мање од  $6\%$  и настају у периоду од јесени 1998. до лета 1999. године. У осталом делу графика одступања су до  $3\%$ .

Слој 249 се налази у суженом делу попречног пресека, између горње галерије и круне бране. У овој зони велики је утицај граничних услова на промене температурног поља, што утиче на релативно велика одступања резултата прорачуна у односу на измерене вредности. Најбоље слагање је од завршетка овог слоја, до пролећа 1997. године. У том периоду одступања су мања од  $1\text{ }^{\circ}\text{C}$ . У преосталом делу графика, уочава се добро слагање облика, али су рачунске температуре мање у просеку за  $2,4\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Највећа одступања су од пролећа 1998. до пролећа 1999. године и износе  $2,5$  до  $4,1\text{ }^{\circ}\text{C}$ , односно сса  $15$  до  $20\%$ . На основу свих досадашњих разматрања, проистиче да су ова одступања највећим делом последица непотпуних резултата мерења температуре ваздуха.



4.31. Поређење промене температуре током времена у карактеристичним тачкама – слој 187 и 249

На основу приказаних резултата може се закључити да дефинисани равански нумерички модел даје температуре које се врло добро слажу са измереним вредностима на брани Платановриси. У свим карактеристичним зонама добијене су вредности блиске измереним. Најмања одступања су у средишњем делу пресека и у зони темељне спојнице, а највећа на низводној контури и на круни бране (последица непотпуних резултата мерења спољашњих температура, тј. недовољно прецизно задатог граничног услова).

У наредном поглављу применом предложеног раванског модела извршиће се параметарска анализа утицаја појединих чинилаца на термичко понашање гравитационих брана од ваљаног бетона.



## 5. АНАЛИЗА ТЕРМИЧКОГ ПОНАШАЊА ГРАВИТАЦИОНИХ RCC БРАНА

Као што је приказано у претходном поглављу, прорачун температурног поља кроз време представља најважнији корак у припреми напонско-деформацијске анализе и одређивању дужине ламеле. Због тога је пре почетка статичког прорачуна нарочито значајно извршити детаљну анализу термичког понашања брана од ваљаног бетона. Ова анализа треба да обухвати утицаје свих најважнијих параметара на промену температурног поља у телу бране.

На основу објављених искустава са до сада изграђених брана од ваљаног бетона, лит. [37], [38], [58], [75], [100] и др., резултата прорачуна и запажања аутора током верификације нумеричког модела, може се закључити да највећи утицај на термичко понашање RCC брана имају следећи чиниоци:

- почетни услови;
- карактеристике мешавине;
- гранични услови;
- дебљина слојева.

Почетни услови представљају температуре мешавине сваког слоја у тренутку уграђивања. У карактеристике мешавине спадају термичка проводљивост, специфична топлота, адијабатски пораст температуре, коефицијент термичког ширења и Архениусова константа. Гранични услови обухватају температуру стене, ваздуха на спољашњим контурама бране, воде у акумулацији и ваздуха у галеријама. Од дебљине слојева зависи маса бетона у којој се ослобађа топлота хидратације цемента и растојање до слободне површине хоризонталне спојнице. Имајући у виду вредности свих наведених величина на брани Платановриса, у овом поглављу ће се извршити параметарска анализа термичког понашања гравитационих брана од ваљаног бетона.

Резултати прорачуна биће приказани на сличан начин као приликом верификације модела М1 (основни модел бране Платановриса) и то термичким пољем у телу бране и температуром у средњој линији.

### 5.1. УТИЦАЈ ПОЧЕТНИХ УСЛОВА

Пошто су у моделу М1 почетне температуре мешавине биле у границама од 7,4 до 13,9 °С, анализа утицаја почетних услова извршиће се са температурама мешавине које су ниже за 3 °С (модел М1PU-3), односно више за 5 °С (модел М1PU+5). На тај начин обухватиће се почетне температуре од 4,5 °С до 19,0 °С, што представља реалан опсег у коме се могу наћи температуре мешавине у тренутку уграђивања.

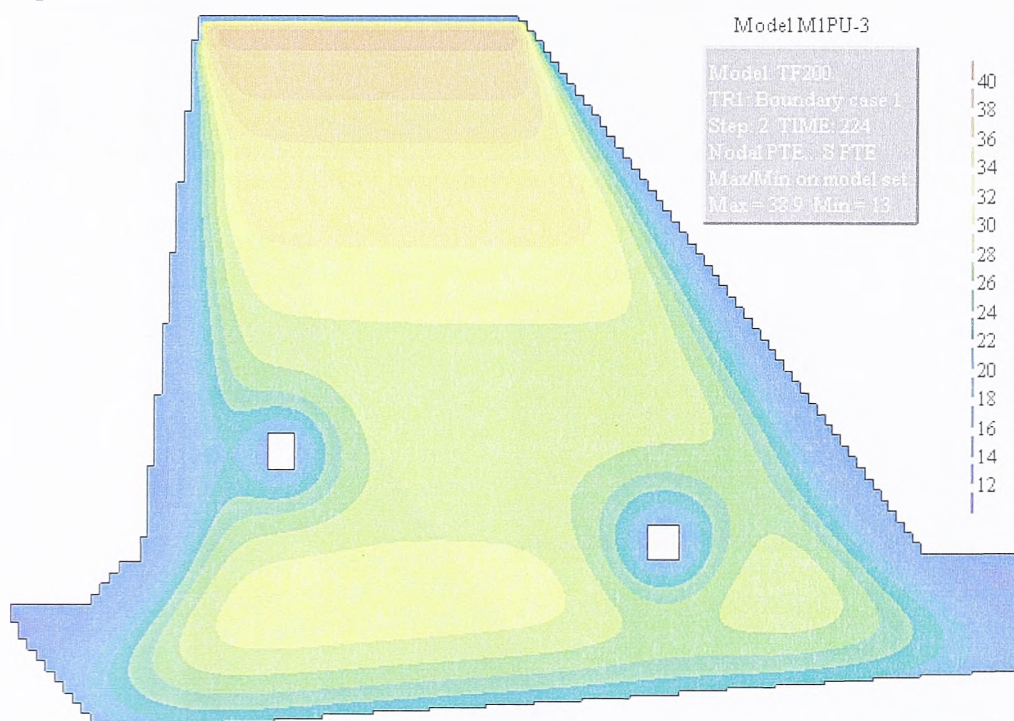
Резултати прорачуна биће приказани у са складу резултатима модела М1 из претходног поглавља, водећи рачуна да се садржај дисертације не оптерети превише, а да се омогући доследно праћење термичког понашања модела бране Платановриса у

другачијим условима од оних који су заиста владали у току њене изградње и експлоатације.

### 5.1.1. Модел M1PU-3

Модел M1PU-3 има потпуно исте особине као модел M1, осим што је температура мешавине у току уграђивања сваког слоја нижа за 3 °C. На овај начин добиће се одговор како би се понашала брана Платановриса да су сви услови исти, осим почетне температуре ваљаног бетона. Следе резултати прорачуна за карактеристичне датуме из поглавља 4.

Понашање модела M1PU-3 у периоду грађења приказаће се сликом температурног поља на дан 1. 6. 1996. године, слика 5.1.



Слика 5.1. Модел M1PU-3, температурно поље на дан 1. 6. 1996.

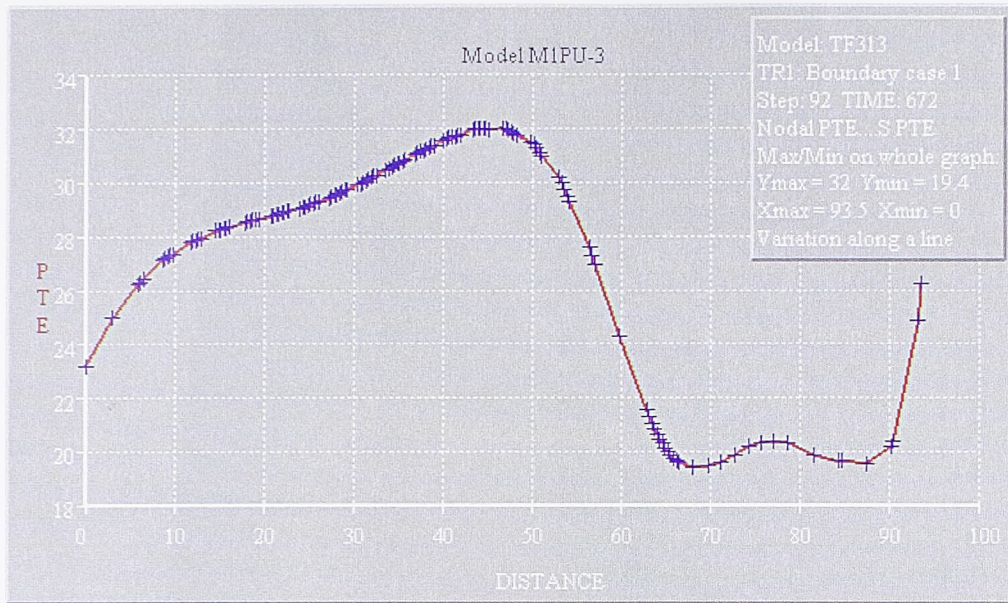
У односу на слику 4.18, уочава се да је максимална температура нижа за 1,0 °C (38,9 уместо 39,9 °C) и да је ужа област у којој се она јавља (на висини од сса 1,5 m, уместо сса 4,0 m). Такође у зони зуба, испод средње галерије температура је нижа сса 1 °C (31,0 уместо 32,0 °C). И у осталом делу пресека температуре су ниже, осим на контурама, где нема битнијих разлика у односу на модел M1.

Слично се може закључити и поређењем температура у средњој линији бране на дан 1. 9. 1997. године, слика 5.2. У односу на слику 4.24. разлика постоји од темељне спојнице до зоне горње галерије и приближно је читавом дужином нижа за 1,0 °C. Максимална температура је 32,0 °C, уместо 32,9 °C, колико је била у моделу M1 на тај дан. У зони од горње галерије до круне бране дијаграми се практично поклапају, што је потврда закључка да је у тој области доминантан утицај граничних услова.

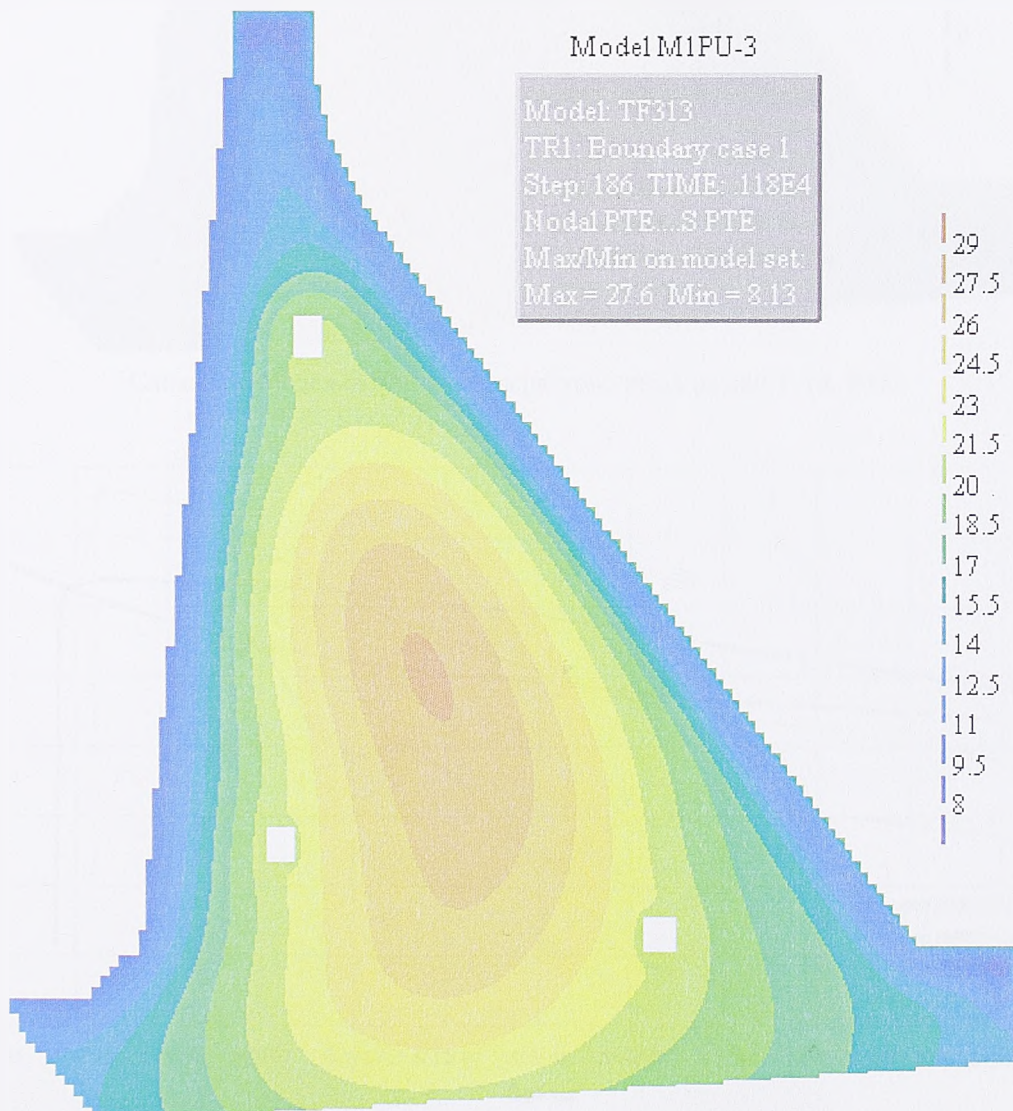
Описани тренд нижих температура у односу на модел M1 уочава се и на слици 5.3. У читавом пресеку на дан 11. 1. 1999. године температуре су ниже, осим на



контурама. Максимална температура мања је за 0,8 °C (види слику 4.26), а зона у којој се јавља је знатно ужа.

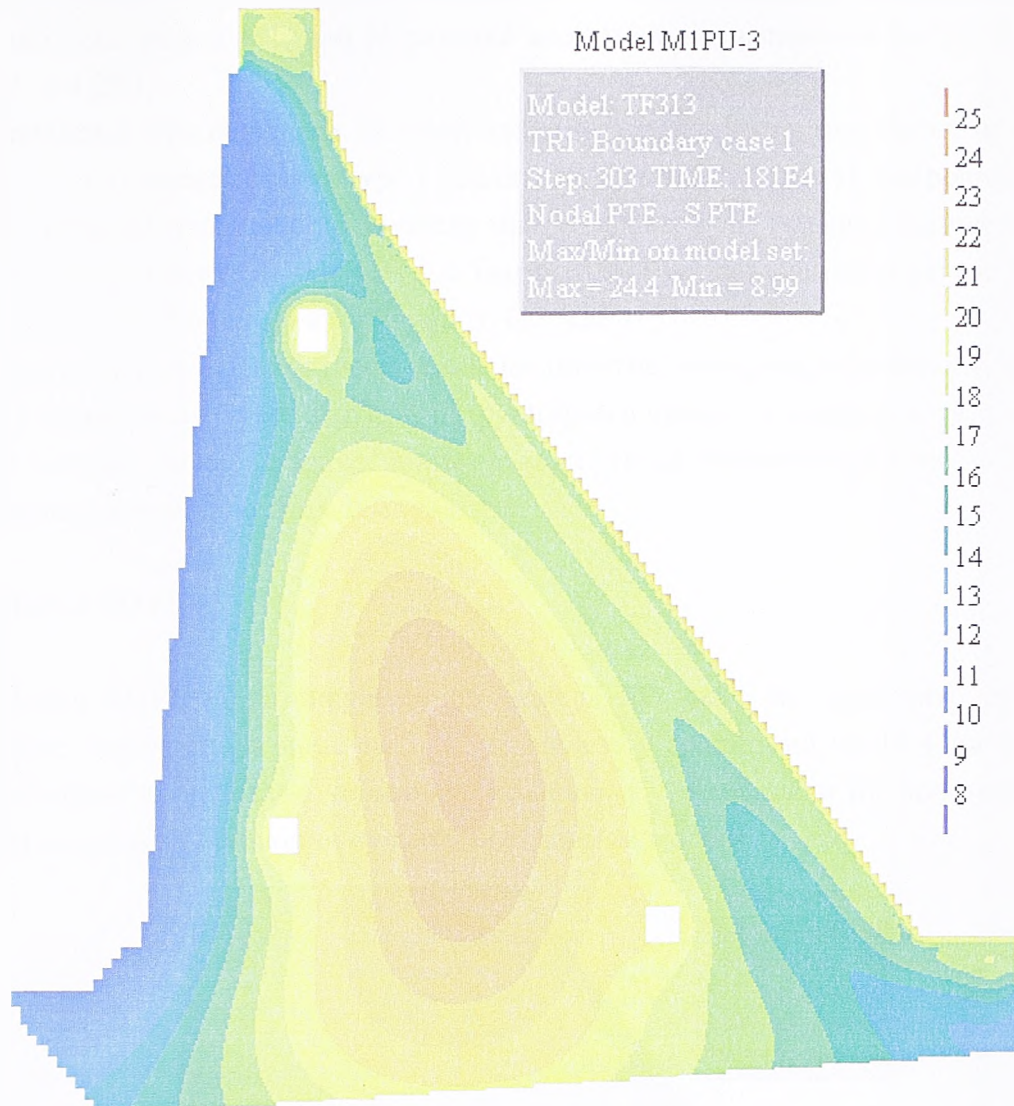


Слика 5.2. Модел М1PU-3, температура у средњој линији на дан 1. 9. 1997.

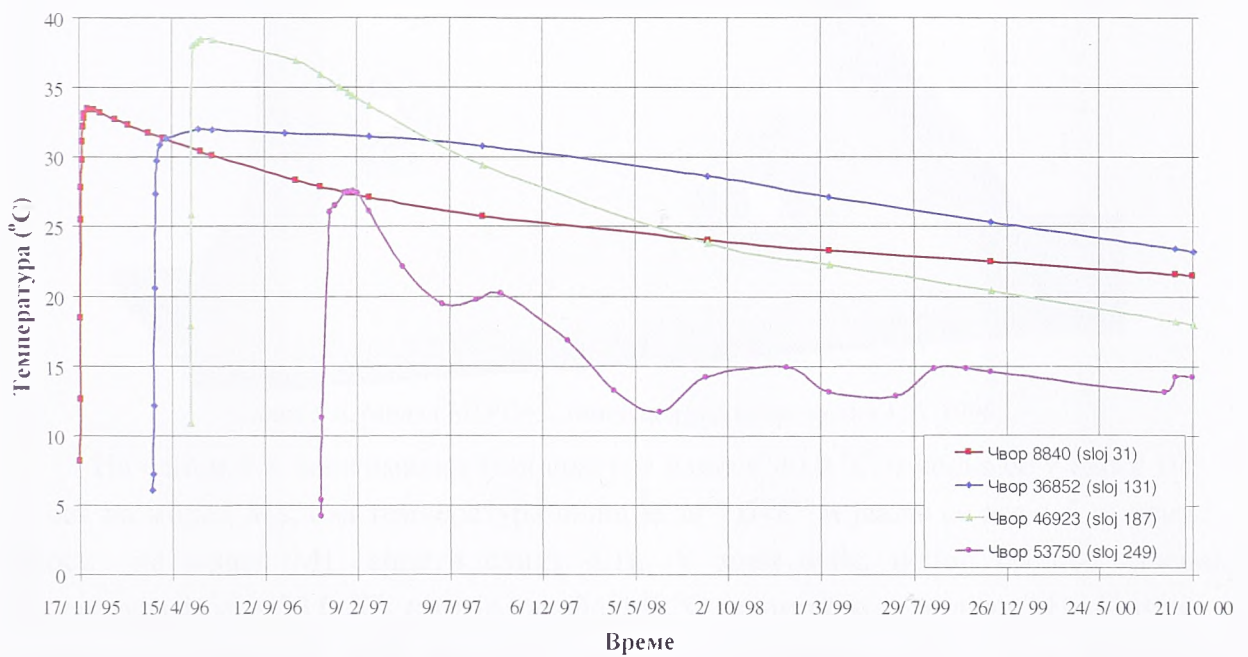


Слика 5.3. Модел М1PU-3, температурно поље на дан 11. 1. 1999.





Слика 5.4. Модел M1PU-3, температурно поље на дан 1. 10. 2000.



Слика 5.5. Модел M1PU-3, промене температуре током времена у карактеристичним тачкама

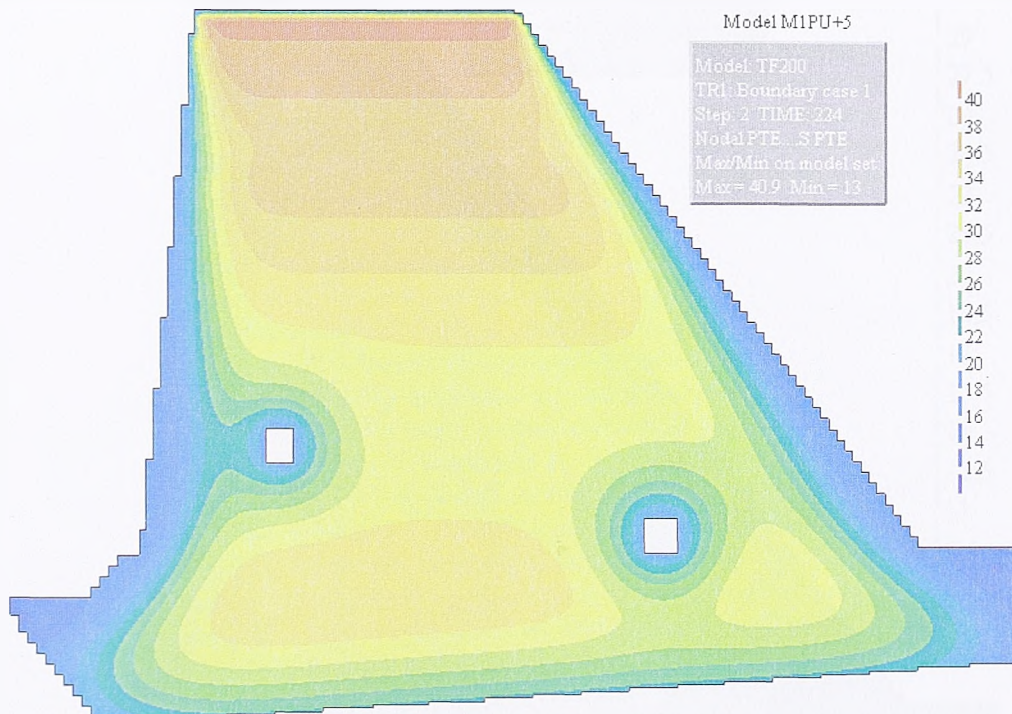
У току наредне две године, модел М1ПУ-3 и даље показује ниже температуре у телу бране него модел М1, али је разлика максималних вредности до  $0,5\text{ }^{\circ}\text{C}$  (видети слике 5.4. и 4.29.).

Запажања која се односе на слику температурног поља у телу бране на одређени дан, важе и за промене температуре у карактеристичним тачкама тј. чворовима модела, слика 5.5. Облици графика у потпуности прате одговарајуће графике који се односе на модел М1 (видети слике 4.30 и 4.31.), с тим што су максималне температуре у почетку ниже за сса  $1,0\text{ }^{\circ}\text{C}$ , а на крају прорачуна до  $0,5\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

Нешто већу осетљивост на снижавање почетне температуре мешавине показују чворови у доњем делу бране, где је конструкција масивнија. У горњем делу, а нарочито од горње галерије до круне бране, знатно је већи утицај граничних услова, па су мање разлике услед нижих почетних температура.

### 5.1.2. Модел М1ПУ+5

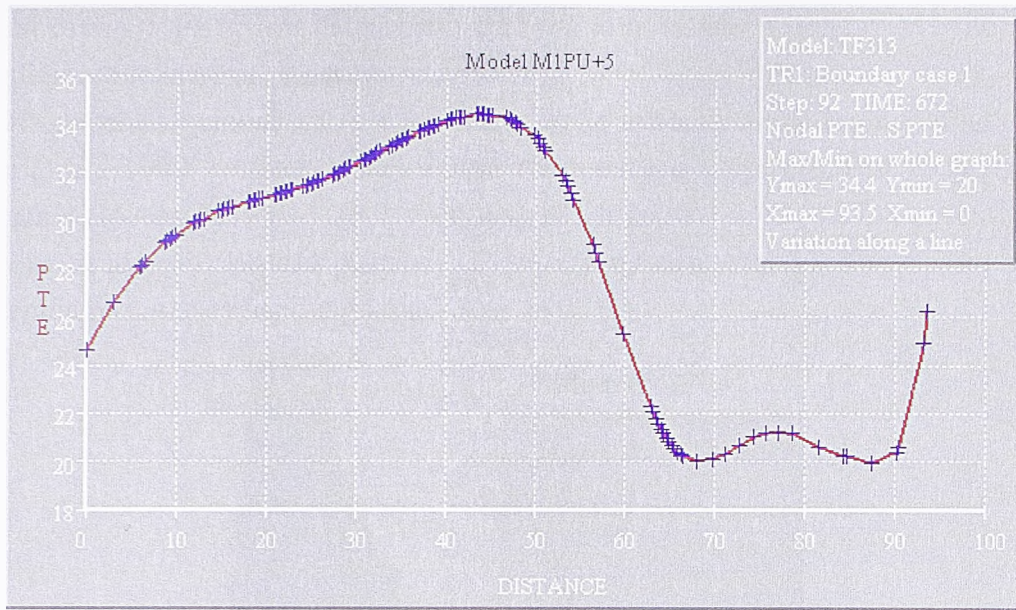
Модел М1ПУ+5 разликује се од модела М1 само по томе што су почетне температуре сваког слоја више за  $5\text{ }^{\circ}\text{C}$ , тј. налазе у границама од  $12,4$  до  $18,9\text{ }^{\circ}\text{C}$ . У циљу доследног сагледавања термичког понашања у зависности од почетних услова, резултати прорачуна приказани су као у претходном моделу.



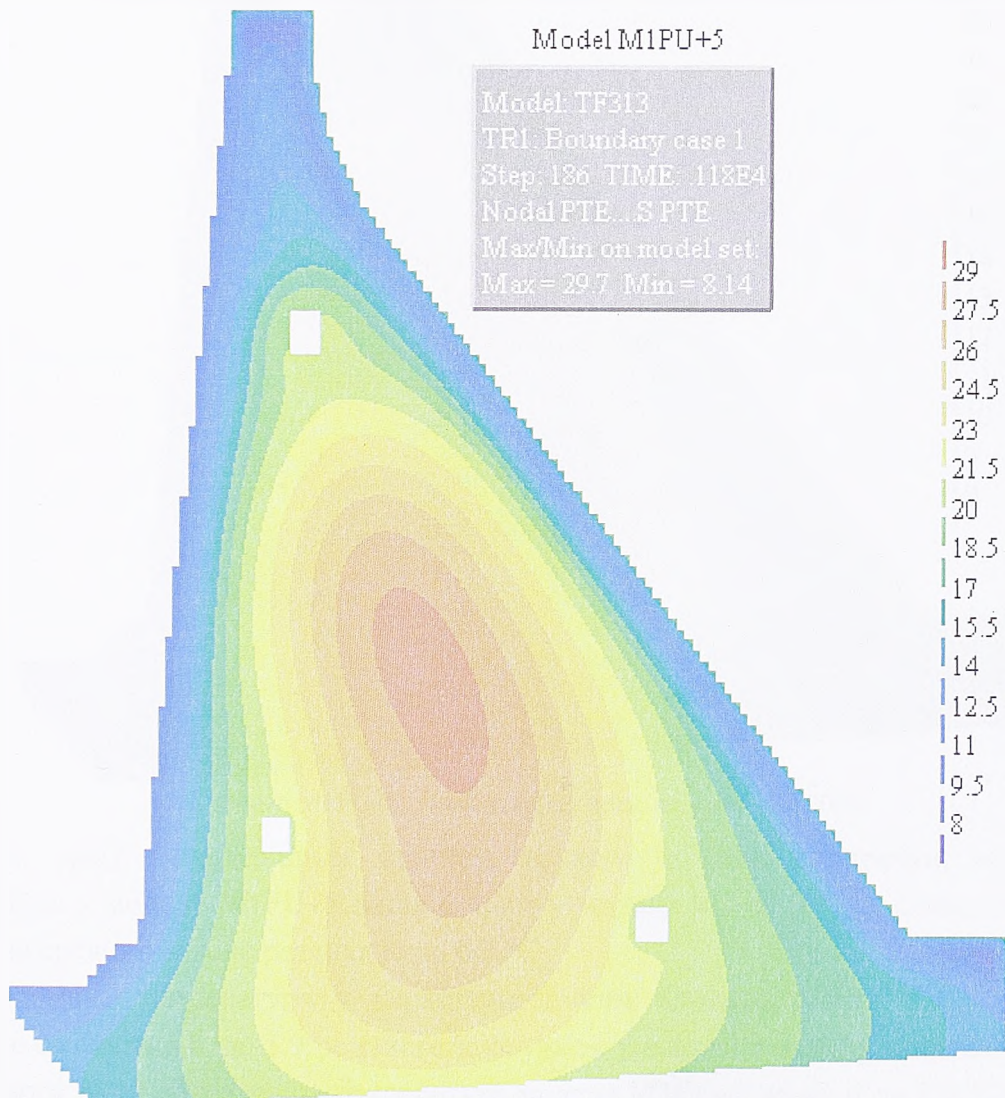
Слика 5.6. Модел М1ПУ+5, температурно поље на дан 1. 6. 1996.

На слици 5.6. максимална температура износи  $40,9\text{ }^{\circ}\text{C}$  и јавља се у слоју 195. У односу на модел М1, ова температура виша је за  $1,0\text{ }^{\circ}\text{C}$  и јавља се сса  $1,5\text{ m}$  изнад, у односу на модел М1, видети слику 4.16. У зони зуба, испод средње галерије, температура је сса  $33,0\text{ }^{\circ}\text{C}$ , што је такође  $1,0\text{ }^{\circ}\text{C}$  више него у моделу М1. Сличне су разлике и у осталом делу пресека, осим на контурама, где су практично исте температуре као на моделу М1.





5.7. Модел M1PU+5, температура у средњој линији на дан 1. 9. 1997.



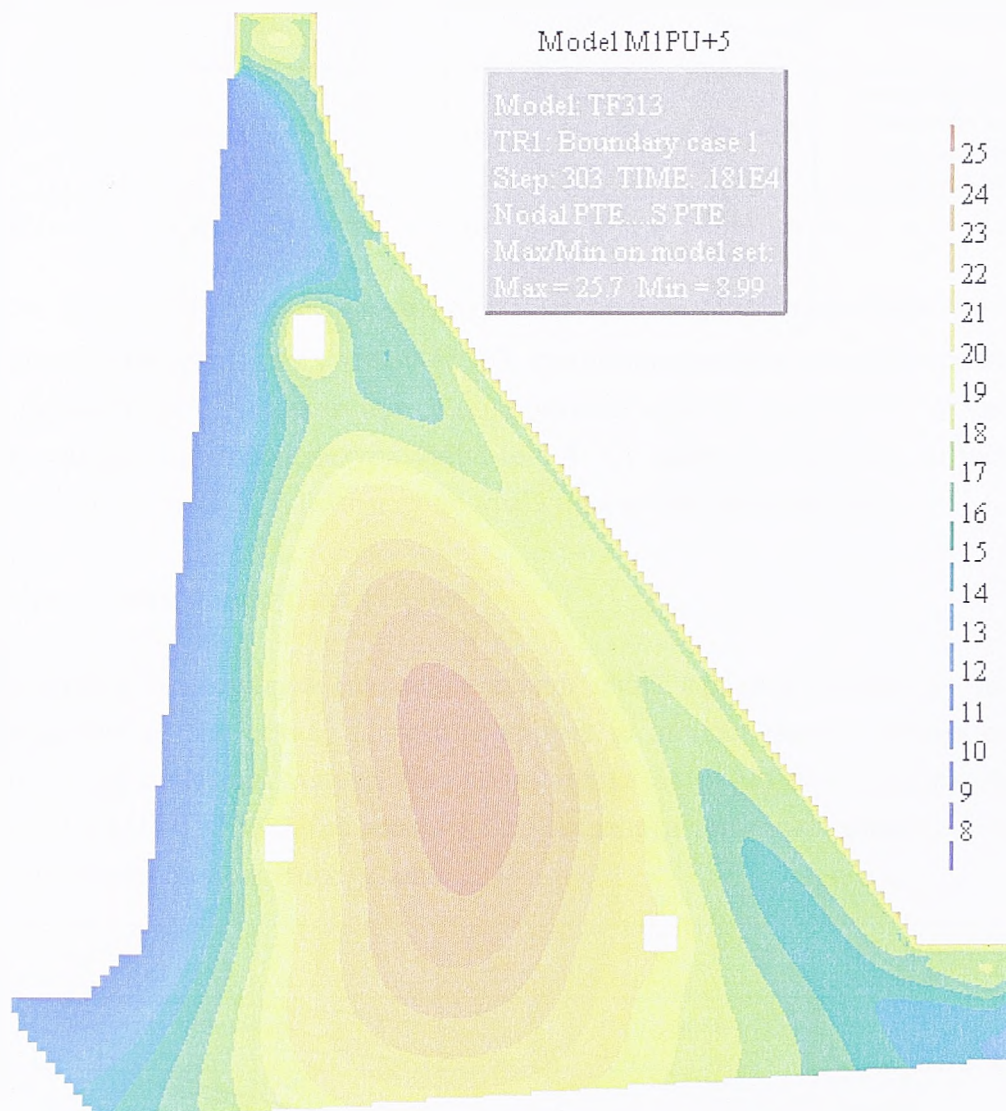
5.8. Модел M1PU+5, температурно поље на дан 11. 1. 1999.

Са слике 5.7. уочава се да су дуж средње линије температуре више за сса 1,0 до 1,5 °C него у моделу M1. Изузетак су почетак и крај графика, тј. контакт са стенском масом и круна бране. У темељној спојници температура је виша за 0,8 °C што указује



на утицај стене, а на круни бране температура је иста као у моделу М1 (26,3 °C), зато што је у оба модела исти гранични услов.

Из поређења слика 5.8. и 4.26. следи да је и после више од 3 године од почетка грађења (зима 1999. године) максимална температура у средишњем делу пресека још увек виша у моделу М1PU+5 него у моделу М1 и то за 1,3 °C (29,7 °C, уместо 28,4 °C). У осталим деловима пресека разлика је мања, а на спољашњим контурама и у зонама око галерија разлике су занемарљиве.

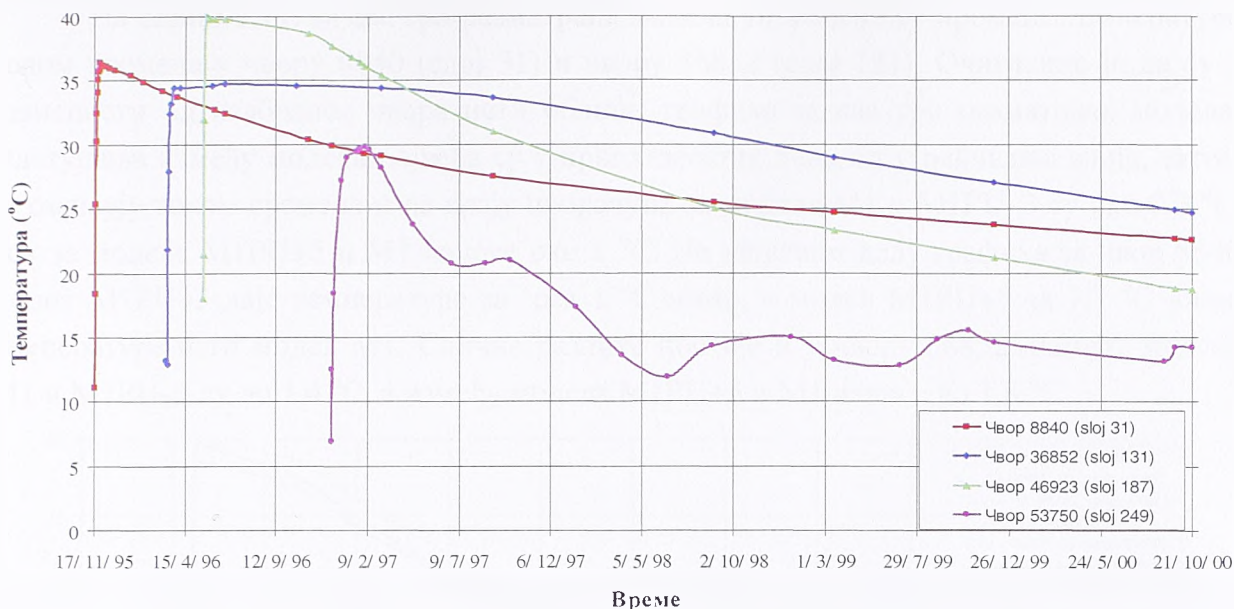


5.9. Модел М1PU+5, температурно поље на дан 1. 10. 2000.

На крају петогодишњег периода за који је рађен прорачун, максимална температура у моделу М1PU+5 виша је него у моделу М1 за 0,9 °C, слике 5.9. и 4.29. Изван ове средишње зоне разлика је до 0,5 °C.

Промене температура у карактеристичним тачкама (слика 5.10.) потврђују резултате са слика 5.6. до 5.9. и изнете закључке о разликама између модела М1PU+5 и М1. У чвору 8840 максимална температура модела М1PU+5 виша је за 2,0 °C. На даље, графици имају приближно исти облик, с тим што се разлика временом смањује и на крају прорачуна износи 0,7 °C.

У чвору 36852 разлике између наведених модела су највеће и износе до 3,2 °C врло слично као код чвора 8840.

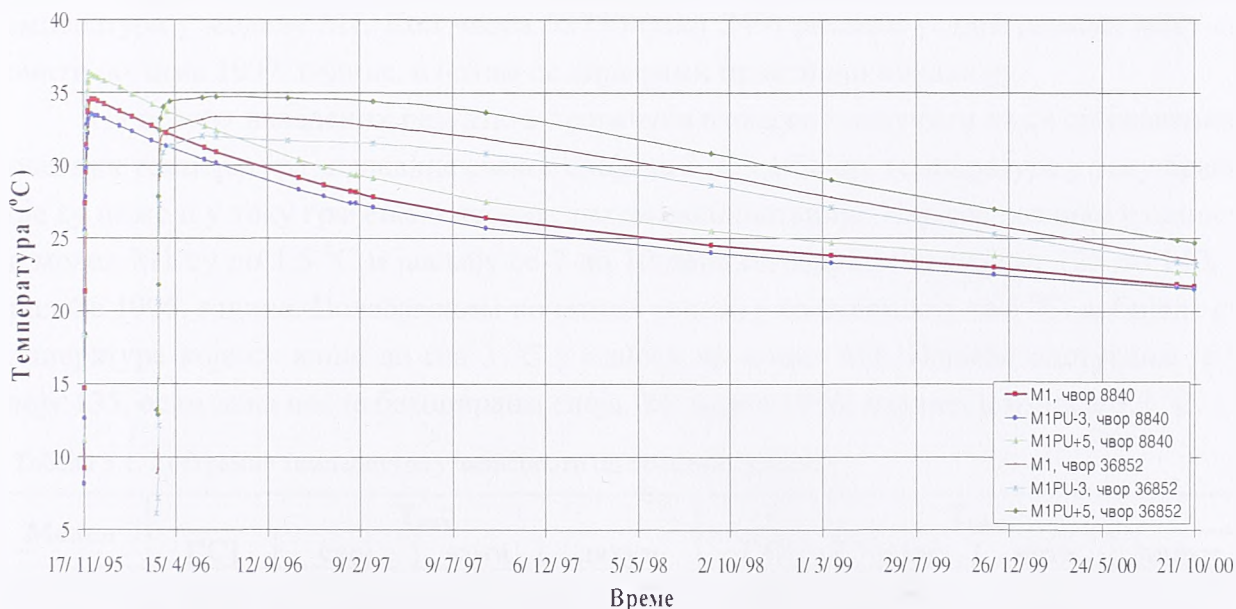


5.10. Модел M1PU+5, промене температуре током времена у карактеристичним тачкама

Најмања одступања су у чвору 46923, где је максимална температура код модела M1PU+5 виша за  $0,6^{\circ}\text{C}$ , а након пет година разлика износи само  $0,4^{\circ}\text{C}$ . У чвору 53750 (слој 249) максимална температура виша је  $1,4^{\circ}\text{C}$ , затим се разлике до јесени 1997. године смањују на сса  $1^{\circ}\text{C}$  и потом су до краја прорачуна занемарљиве.

### 5.1.3. Оцена утицаја почетних услова

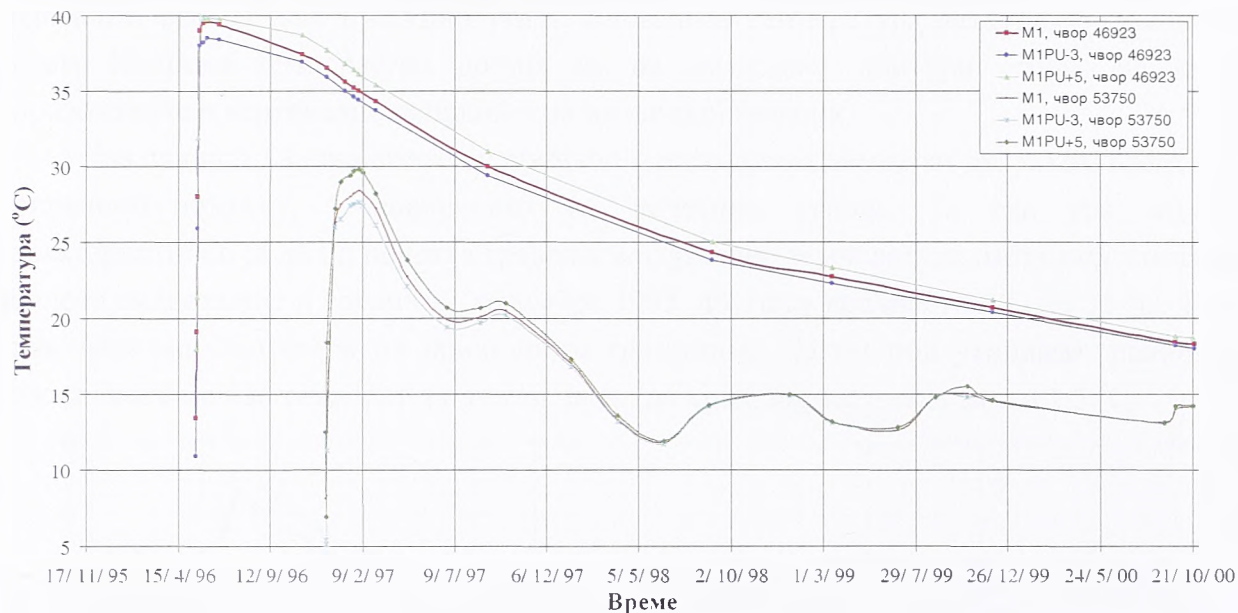
Променом температуре мешавине сваког слоја ваљаног бетона, уз задржавање истих вредности за све остале величине којима је описан модел, добија се одговор модела на утицај почетних услова. На основу приказаних резултата прорачуна модела M1, M1PU-3 и M1PU+5 може се веома добро сагледати термичко понашање предметне бране у зависности од почетних услова.



5.11. Поређење промене температуре у чворовима 8840 и 36852 у зависности од почетних услова



На слици 5.11. за сва три разматрана модела упоређене су промене температуре током времена у чвору 8840 (слој 31) и чвору 36852 (слој 131). Очигледно је да су у зависности од изабраног чвора исти облици графика за сва три разматрана модела. Одступања између модела највећа су у првих десетак дана од уграђивања слоја, затим се смањују током времена и на крају прорачуна за моделе М1 и М1ПУ-3 су око 0,3 °С, док за моделе М1ПУ+5 и М1 износе око 1 °С. На највећем делу графика за чвор 8840 модел М1ПУ-3 даје температуре за сса 1 °С ниже, а модел М1ПУ+5 за 1,7 °С више температуре него модел М1. Сличне разлике постоје и у чвору 36852: између модела М1 и М1ПУ-3 су до 1,4 °С, а између модела М1ПУ+5 и М1 износе до 1,8 °С.



5.12. Поређење промене температуре у чворовима 46923 и 53750 у зависности од почетних услова

У чворовима 46923 и 53750 утицај промене почетних температура мешавине је још мањи, слика 5.12. За чвор 46923 (слој 187) модел М1ПУ-3 даје температуре које су у просеку ниже за мање од 0,6 °С, а модел М1ПУ+5 температуре више до 1,3 °С од температура у моделу М1. Код чвора 53750 (слој 249) разлике у дијаграмима могу се уочити до зиме 1997. године, а потом се дијаграми практично поклапају.

На основу наведених резултата прорачуна може се закључити да се снижавањем почетних температура мешавине сваког слоја за 3 °С, добијају температуре у телу бране које су ниже и у току грађења и касније током експлоатације. Највеће разлике у односу на модел М1 су до 1,5 °С и јављају се 7 до 10 дана од завршетка слојева 125 до 140, у пролеће 1996. године. Повећавањем почетних услова у сваком слоју за 5 °С, добијене су температуре које су више до сса 3 °С у односу на модел М1. Највеће одступање је у слоју 135, осам дана после бетонирања слоја, 24. марта 1996. године, и износи 3,2 °С.

Табела 5.1. Екстремне температуре у зависности од почетних услова

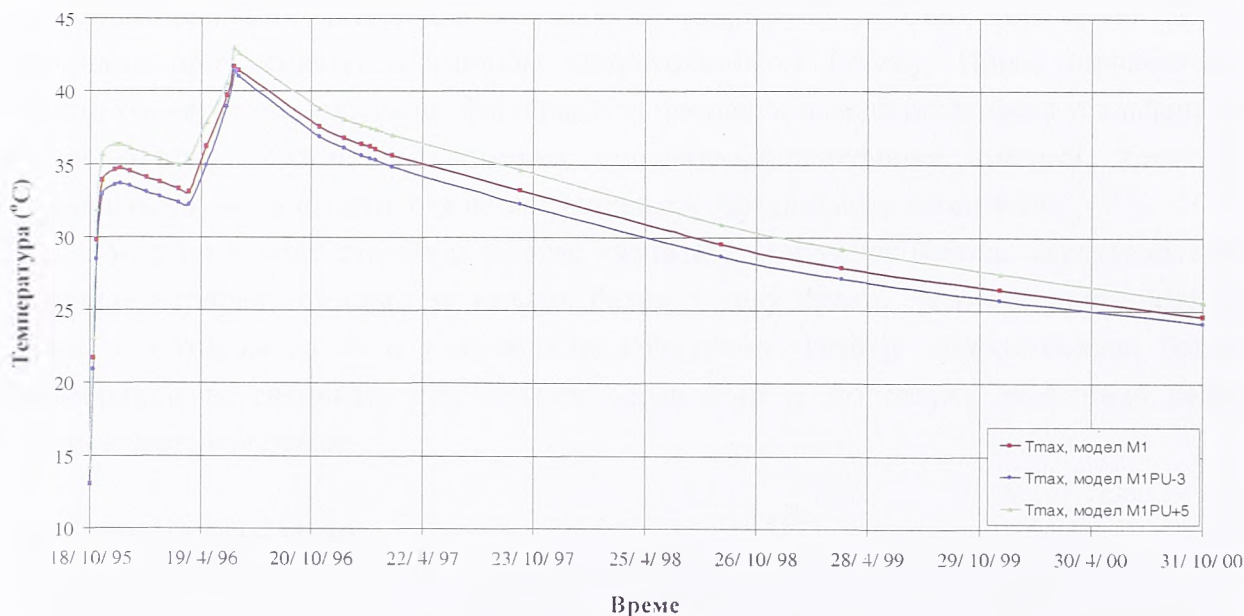
Модел	$T_{max}$				$T_{min}$			
	[°С]	слој	кота	датум	[°С]	слој	кота	датум
М1ПУ-3	41,4	201	197,3	12.6.'96	0,13	49	151,7	19.1.'95
М1	41,7	201	197,3	12.6.'96	0,14	49	151,7	19.1.'95
М1ПУ+5	43,0	200	197,0	12.6.'96	0,15	49	151,7	19.1.'95



Утицај почетних услова на апсолутне екстремне температуре током прорачунског периода приказан је у табели 5.1. Очигледно да промена почетних услова утиче само на вредност максималних температура, док су зона и време настанка исти. Максималне температуре јављају се 12. јуна 1996. године, непосредно пред летњу паузу у бетонирању, што указује да је било боље да су радови прекинути већ 1. јуна и да је хоризонтална спојница већ тада прекривена саргијама и одржавана у мокром стању. У том случају температуре ни у једном моделу не би прешле  $40^{\circ}\text{C}$ , без обзира на почетни услов.

Минималне температуре практично уопште не зависе од почетне температуре мешавине, већ на њих пресудно утиче спољашња температура ваздуха, тј. гранични услов. Најнижа температура добија се на низводној контури бране, на споју хоризонталне и вертикалне површине на низводној ножици.

На слици 5.13. приказане су промене максималних температура током времена у попречном пресеку, у зависности од почетних услова. За сва три модела карактеристично је да од почетка грађења максималне температуре расту под утицајем топлоте хидратације и средином децембра 1995. достижу вредности од око  $35^{\circ}\text{C}$ . То је први локални екстремум на приказаним графицима. Затим под утицајем граничних услова, максимална температура током зиме (до краја марта) опада за сса  $1,5^{\circ}\text{C}$ .



5.13. Поређење максималних температура током времена у зависности од почетних услова

Од почетка априла следи нагли пораст максималних температура, до средине јуна када је наступила планирана летња пауза у изградњи бране. Након тога, све до краја прорачунског периода, максималне температуре постепено опадају и у јесен 2000. године износе око  $25^{\circ}\text{C}$ . Са слике се види да је утицај почетног услова веома дуготрајан, јер је и после пет година максимална температура у моделу M1PU-3 нижа за  $0,5^{\circ}\text{C}$ , односно у моделу M1PU+5 виша за  $1,2^{\circ}\text{C}$  него у моделу M1.

Из свега наведеног следи да је потребно урадити техничко-економску анализу снижавања почетне температуре мешавине и наћи оптималне вредности. У разматраном случају бране Платановриси, снижавање почетног услова за  $3^{\circ}\text{C}$  (тако да

просечна температура слојева уместо  $9,7\text{ }^{\circ}\text{C}$  износи  $6,7\text{ }^{\circ}\text{C}$ ), даје температуре које су просечно ниже до  $1\text{ }^{\circ}\text{C}$ , што је технички занемарљиво, а економски неоправдано. Повећање почетних температура мешавине за  $5\text{ }^{\circ}\text{C}$  (просечна температура мешавине  $14,7\text{ }^{\circ}\text{C}$ ), даје око  $3\text{ }^{\circ}\text{C}$  више температуре у телу бране, што може бити значајно. Да би се избегло повећање екстремних температура изнад  $40\text{ }^{\circ}\text{C}$  неопходно је скраћење грађевинске сезоне. Пошто се на тај начин продужава рок изградње и губи једна од основних предности технологије ваљаног бетона, просечне почетне температуре мешавина при разматраним граничним условима треба ограничити на  $10$  до  $12\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

## 5.2. УТИЦАЈ КАРАКТЕРИСТИКА МЕШАВИНЕ

Анализа утицаја карактеристика мешавине извршиће се имајући у виду особине мешавине која је коришћена у моделу М1. Термичко понашање бране одредиће се за три типа мешавине (три модела) и то:

- модел М1КМ–10 ( $T_{ad} = 0 \div 16,0\text{ }^{\circ}\text{C}$ , тј.  $10\text{ }^{\circ}\text{C}$  мање него у моделу М1);
- модел М1КМ–5 ( $T_{ad} = 0 \div 21,0\text{ }^{\circ}\text{C}$ , тј.  $5\text{ }^{\circ}\text{C}$  мање него у моделу М1);
- модел М1КМ+5 ( $T_{ad} = 0 \div 31,0\text{ }^{\circ}\text{C}$ , тј.  $5\text{ }^{\circ}\text{C}$  више него у моделу М1).

На тај начин обухвата се веома широк опсег мешавина, од оних са малом количином везивних материјала по јединици запремине, до оних које се по својим особинама приближавају класичном хидротехничком бетону. Поред адијабатског пораста температуре, у улазним фајловима за прорачун наведених модела усклађени су и сви остали подаци за термички прорачун (специфична топлота, топлотна проводљивост, коефицијент термичког ширења и Архениусова константа).

Имајући у виду строжије захтеве квалитета контурног бетона, карактеристике мешавине вариране су само за ваљани бетон у телу бране. Усвојени критеријум је реалан, с обзиром да се и у пракси на контурама уграђују хидротехнички бетон, префабриковани елементи, или ваљани бетон који је по својим особинама веома сличан класичном бетону.

### 5.2.1. Модел М1КМ–10

Поред промене адијабатског пораста температуре, у моделу М1КМ–10 усклађене су и следеће (одговарајуће) термичке особине ваљаног бетона у телу бране:

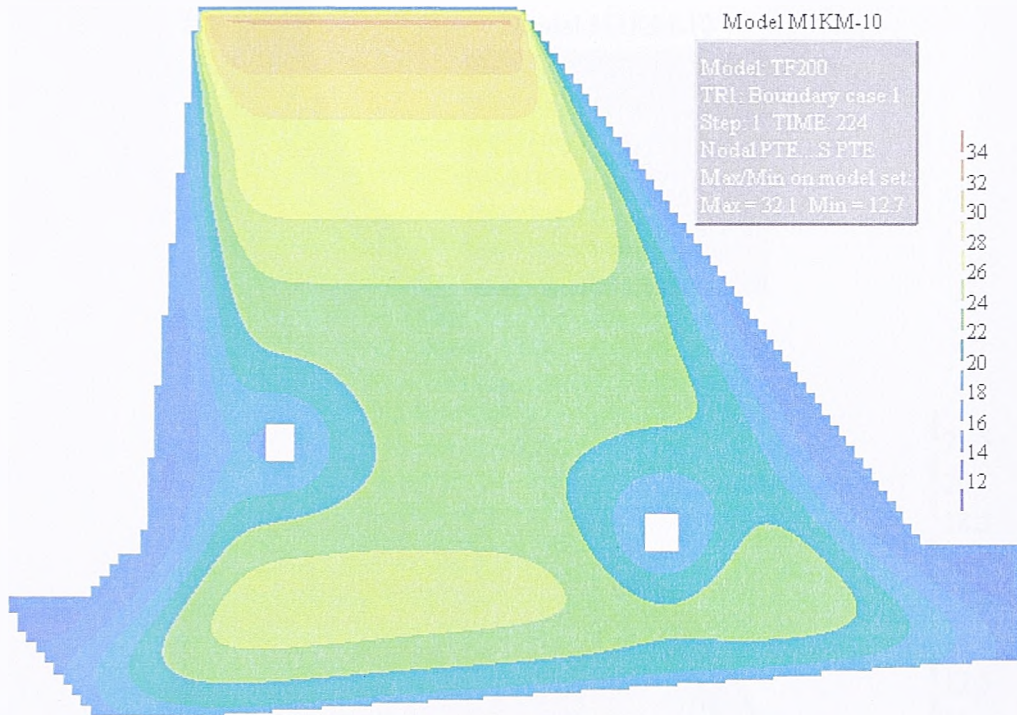
- |                                |   |
|--------------------------------|---|
| ▪ термичка проводљивост        | $\lambda = 1,6\text{ W}/(\text{m}\cdot^{\circ}\text{C});$ |
| ▪ специфична топлота           | $c = 800\text{ J}/(\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C});$      |
| ▪ коефицијент термичког ширења | $\alpha = 1,05\cdot 10^{-5}\text{ }1/^{\circ}\text{C};$   |
| ▪ Архениусова константа        | $C_A = 4.000\text{ }^{\circ}\text{C}.$                    |

Утицај измењених карактеристика мешавине модела М1КМ–10 на температурно поље у периоду грађења приказано је на слици 5.14. на дан 1. 6. 1996. године. Максимална температура нижа је за  $7,8\text{ }^{\circ}\text{C}$  него у моделу М1. Ова температура јавља се у слоју 215, сса  $1,5\text{ m}$  испод последње хоризонталне спојнице. И у осталом делу пресека температуре су ниже за  $7,0$  до  $7,5\text{ }^{\circ}\text{C}$ , осим у зонама спољашњих контура и

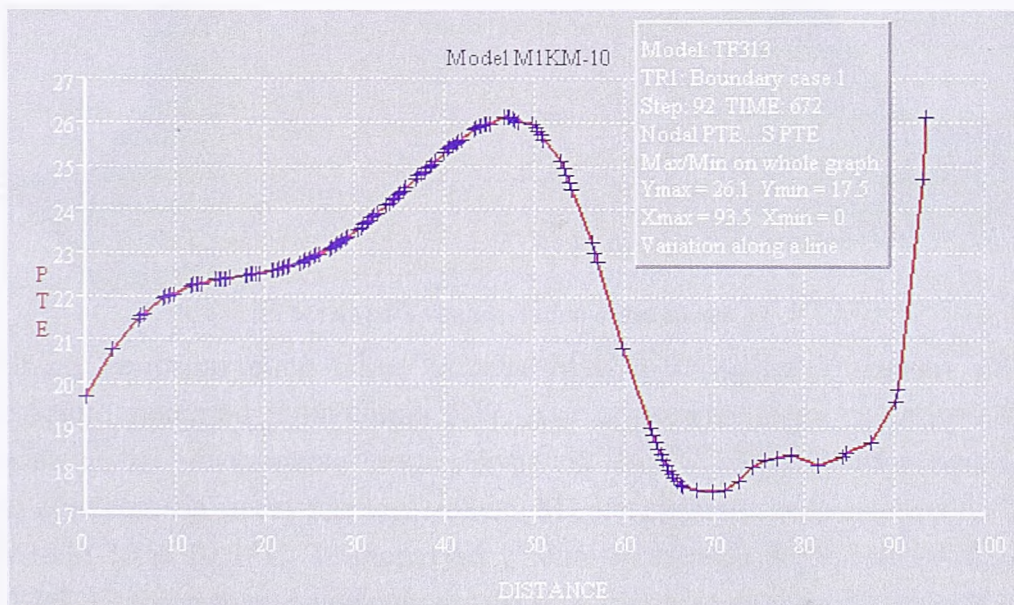


око галерија. На узводној и низводној контури нема разлика у односу на модел М1, а око галерија температура је за  $0,6\text{ }^{\circ}\text{C}$  нижа ( $18,0\text{ }^{\circ}\text{C}$ , уместо  $18,6\text{ }^{\circ}\text{C}$  у моделу М1). На контакту конструкције и стенске масе у темељној спојници, у моделу М1КМ-10 температуре су од  $15,0$  до  $19,1\text{ }^{\circ}\text{C}$ , што је у односу на модел М1 ниже за  $1,5$  до  $3,6\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

Ако се посматра температура у средњој линији бране на дан 1. 9. 1997. године, слика 5.15, може се уочити да облик графика модела М1КМ-10 донекле разликује од графика са слике 4.24. Највећа одступања су у зони између доње и средње галерије, као и у горњем делу модела. Максимална температура је нижа за  $6,8\text{ }^{\circ}\text{C}$  ( $26,1\text{ }^{\circ}\text{C}$ , уместо  $32,9\text{ }^{\circ}\text{C}$ ), а минимална за  $2,2\text{ }^{\circ}\text{C}$  ( $17,5\text{ }^{\circ}\text{C}$ , уместо  $19,7\text{ }^{\circ}\text{C}$ ).



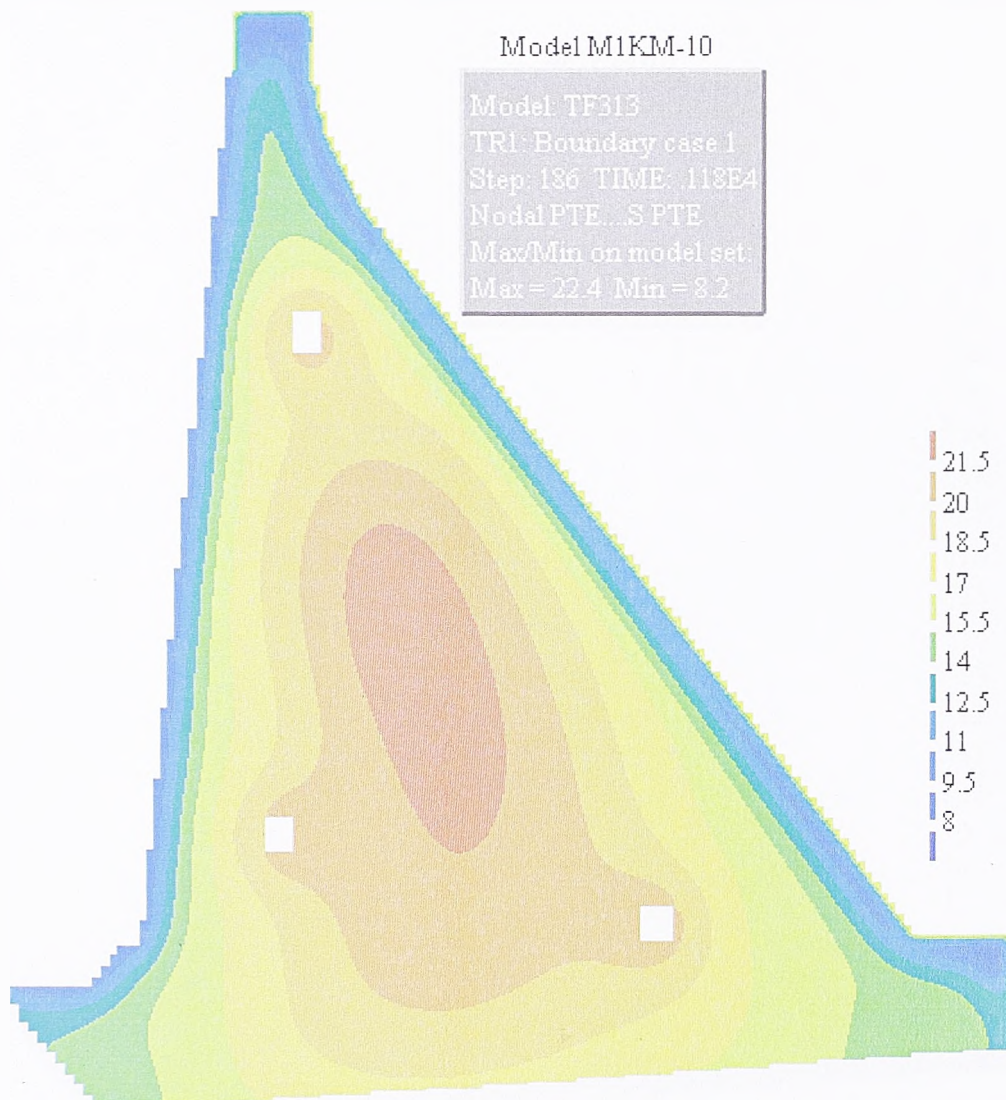
5.14. Модел М1КМ-10, температурно поље на дан 1. 6. 1996.



5.15. Модел М1КМ-10, температура у средњој линији на дан 1. 9. 1997.



Утицај мешавине ниске топлоте хидратације на температурно поље у телу бране после пуњења акумулације приказано је на дан 11. 1. 1999., слика 5.16. Максимална температура је  $22,4\text{ }^{\circ}\text{C}$ , што је  $6\text{ }^{\circ}\text{C}$  мање него у моделу М1 ( $28,4\text{ }^{\circ}\text{C}$ , видети слику 4.26.). Минимална температура се јавља испод круне бране, на истом месту као у моделу М1 и практично не зависи од термичких карактеристика мешавине. У осталом делу пресека температуре су ниже од  $6,0$  до  $1,5\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Најмање су разлике у зонама око спољашњих контура и око галерија, где пресудно утиче гранични услов. На контакту са стеном температуре модела М1КМ-10 су од  $13,7$  до  $18,2\text{ }^{\circ}\text{C}$ , што је  $0,5$  до  $3,2\text{ }^{\circ}\text{C}$  ниже него у моделу М1.

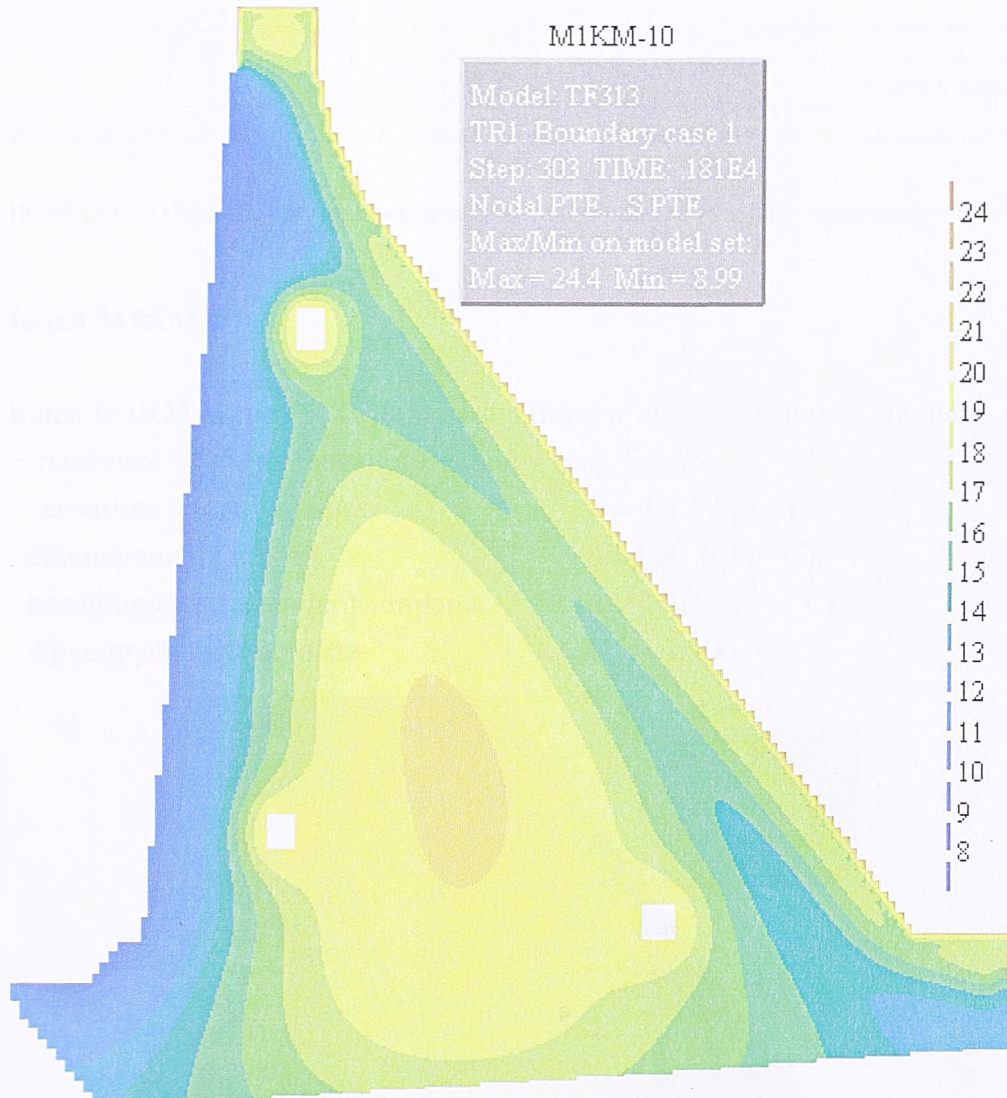


5.16. Модел М1КМ-10, температурно поље на дан 11. 1. 1999.

Изглед температурног поља модела М1КМ-10 после 5 година од почетка изградње бране приказан је на слици 5.17. Ако се иста упореди са сликом 4.27., као прво уочава се да максимална температура од  $24,4\text{ }^{\circ}\text{C}$  није у телу бране, већ на низводној контури. На месту где је у моделу М1 максимална температура од  $24,8\text{ }^{\circ}\text{C}$ , у моделу М1КМ-10 је  $20,3\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Температура у зонама галерија је  $19,2$  до  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ , на круни бране је  $22,3\text{ }^{\circ}\text{C}$ , на узводној контури сса  $9\text{ }^{\circ}\text{C}$ , а на низводној од  $20,8$  до  $24,4\text{ }^{\circ}\text{C}$ , што све одговара температурама у моделу М1. Једина контура где постоји разлика је темељна спојница у којој су добијене температуре од  $13,7$  до  $17,5\text{ }^{\circ}\text{C}$ , што је  $0,8$  до  $3,1$

°C ниже него у моделу М1. Из наведеног се може закључити да је утицај мешавине ниске топлоте хидратације на температурно поље у телу бране и темељној спојници значајан и након више од три године од завршетка изградње бране.

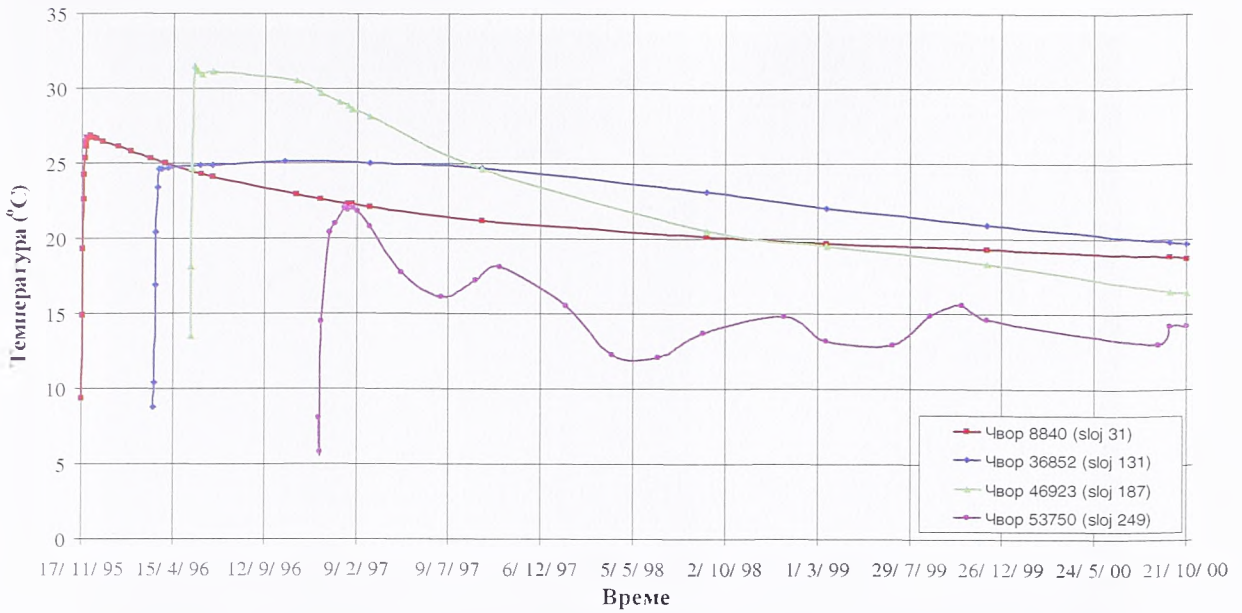
Основни закључак за све чворове са слике 5.18. јесте да су разлике између максималних температура и температура на крају прорачунског периода знатно мање него код модела М1. У чвору 8840 максимална температура јавља се 1. 12. 1995 године и износи 26,8 °C (7,7 °C ниже него у моделу М1), а на крају прорачуна је 18,7 °C. Још је мања разлика у чвору 36852, код кога максимална температура (јуна 1996.) износи 24,9 °C (код модела М1 било је 32,8 °C), а крајем 2000. године је 19,6 °C.



5.17. Модел М1КМ-10, температурно поље на дан 1. 10. 2000.

У чвору 46923 максимална температура је 31,5 °C (уместо 39,5 °C колико је било код модела М1), а на крају прорачуна 16,4 °C (свега 1,6 °C ниже него код М1). Код чвора 53750 разлике температура између модела М1КМ-10 и М1 постоје од дана уграђивања, до пролећа 1998. године, а затим се дијаграми практично поклапају. Највеће одступање је 6,4 °C, на дан 3. 2. 1997. године, када је максимална температура у оба модела (22,0 °C, односно 28,4 °C).

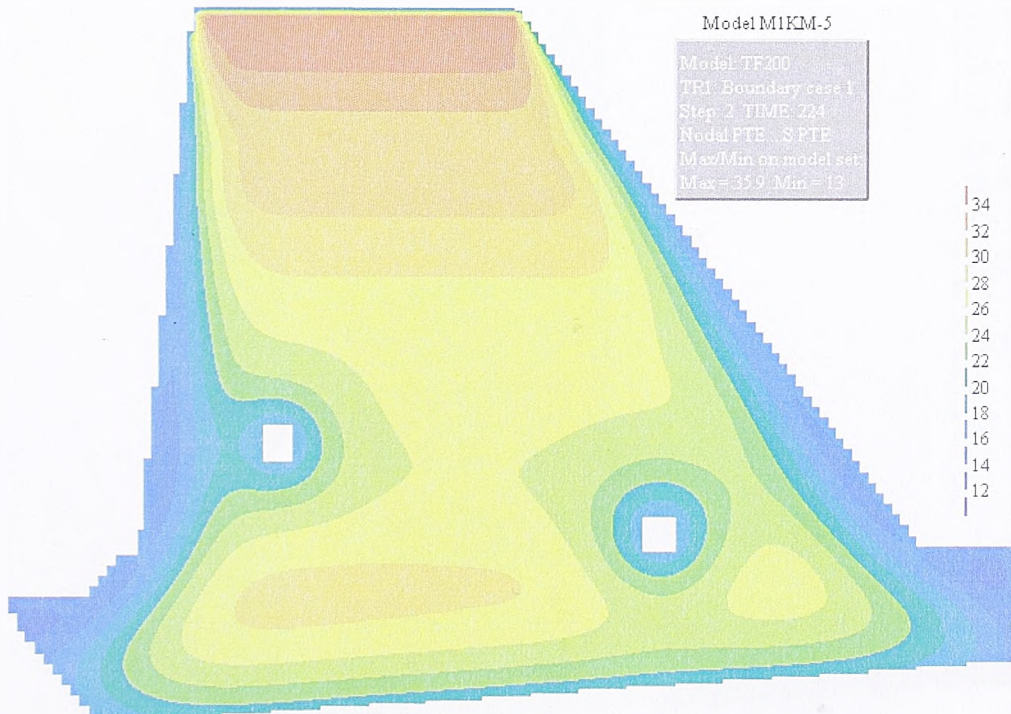




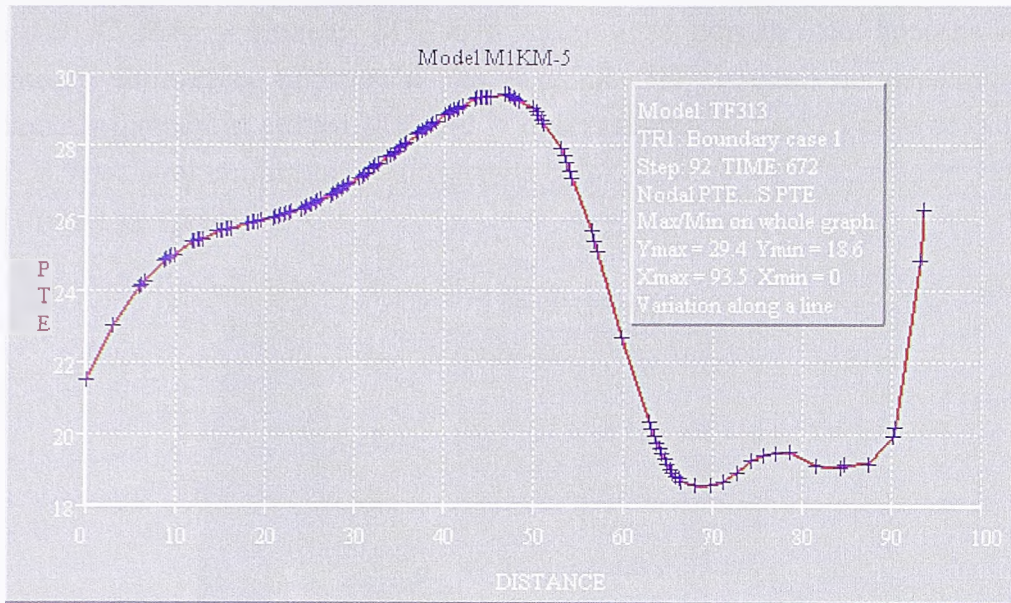
### 5.2.2. Модел М1КМ-5

Модел М1КМ-5 има 5 °C нижи адијабатски пораст температуре него модел М1 и следеће термичке особине ваљаног бетона у телу бране:

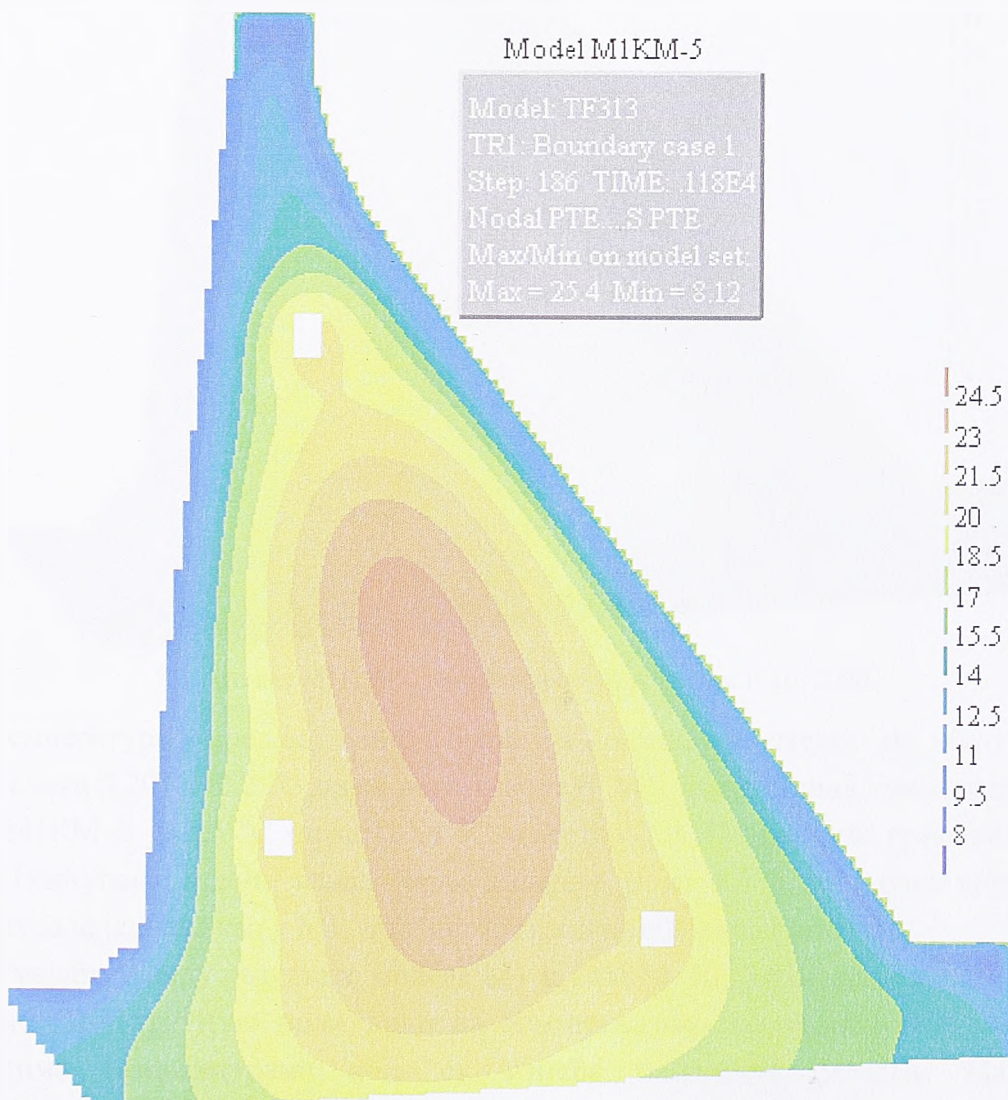
- термичка проводљивост  $\lambda = 1,7 \text{ W}/(\text{m}\cdot^\circ\text{C})$ ;
- специфична топлота  $c = 900 \text{ J}/(\text{kg}\cdot^\circ\text{C})$ ;
- коефицијент термичког ширења  $\alpha = 1,10\cdot 10^{-5} \text{ } 1/^\circ\text{C}$ ;
- Архениусова константа  $C_A = 4.300 \text{ } ^\circ\text{C}$ .







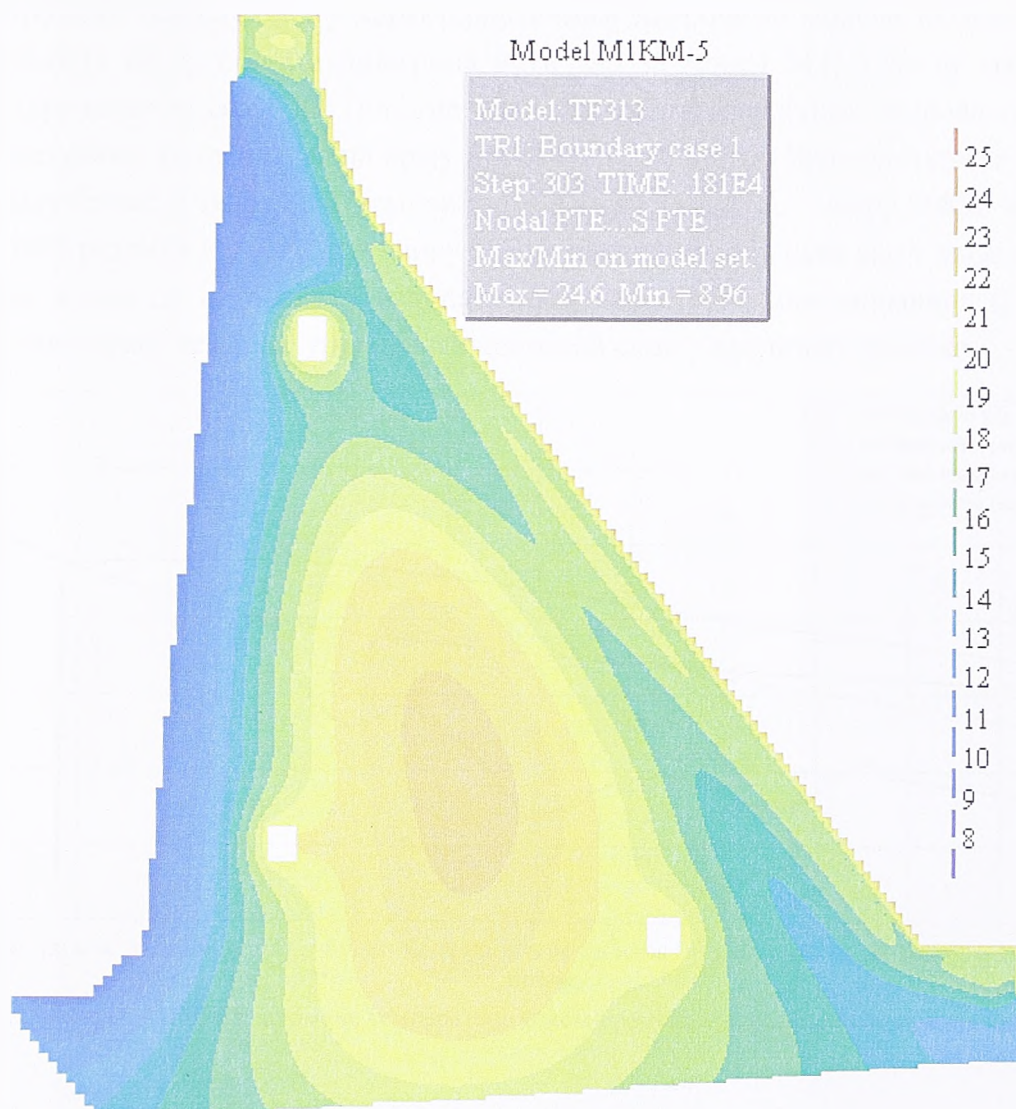
5.20. Модел M1KM-5, температура у средњој линији на дан 1. 9. 1997.



5.21. Модел M1KM-5, температурно поље на дан 11. 1. 1999.



Са слике 5.19. уочава се да је максимална температура на дан 1. 6. 1996. године нижа за 4,0 °С него у моделу М1, што важи и за остали део пресека који није непосредно уз спољашње контуре и око галерија. На узводној и низводној контури нема разлика у односу на модел М1, док је око галерија температура је за 0,3 °С нижа (18,3 °С). У темељној спојници, температуре су од 15,4 до 20,7 °С, што је у односу на модел М1 ниже за 1,5 до 2,0 °С.



5.22. Модел М1КМ-5. температурно поље на дан 1. 10. 2000.

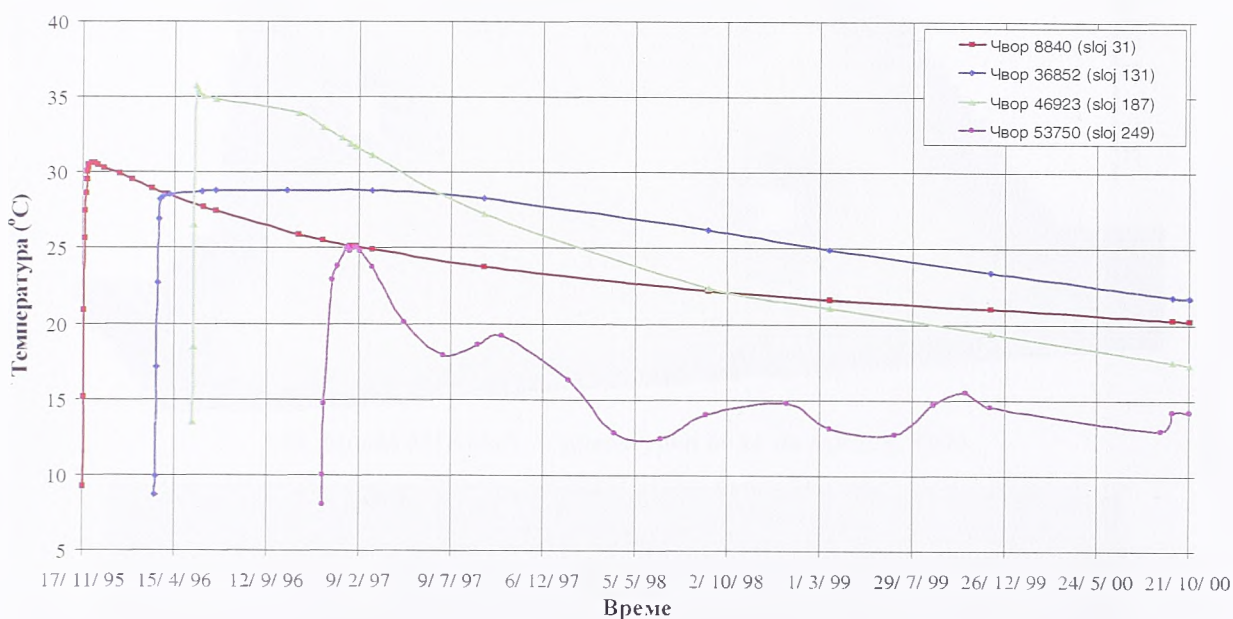
Температура у средњој линији бране на контакту са стеном на дан 1. 9. 1997. године (слика 5.20) је 2,2 °С нижа него у моделу М1. Максимална температура према моделу М1КМ-5 је 3,5 °С нижа (29,4 °С, уместо 32,9 °С). Облици графика су веома слични. Одступање у зони изнад горње галерије је до 1,5 °С. На коти круне бране, температура је једнака као у М1, због истог граничног услова (26,1 °С).

Имајући у виду резултате модела М1 и М1КМ-10, резултати на слици 5.21. су очекивани. Температурно поље личи на она приказана на сликама 4.26. и 5.16., са вредностима температурама које су између наведених модела. Максимална температура је 3,9 °С нижа него у М1 и 3,0 °С виша него у М1КМ-10. Слично је и са

температурама у осталом делу пресека, осим на контурама где су за сва три модела исте вредности.

На крају прорачуна према моделу М1КМ–5, температурно поље изгледа као на слици 5.22. Све напомене дате за слику 5.17. генерално важе и овде, с тим да је након 5 година од почетка грађења знатно мањи утицај термичких особина мешавине модела М1КМ–5, него модела М1КМ–10.

Промене температуре у карактеристичним чворовима модела М1КМ–5, слика 5.23., показују да су облици дијаграма исти као за модел М1, а да су максималне температуре ниже за сса 4 °С. Почетне температуре одговарајућих чворова су једнаке, док су одступања температура на крају прорачуна различита. Већа одступања постоје у доњем делу бране: у чвору 8840 температура је нижа за 1,7 °С, у чвору 36852 за 2,1 °С, у чвору 46923 разлика је 1,0 °С и у чвору 53750 температура је иста као у моделу М1. Из наведеног следи да се после 5 година утицај карактеристика мешавине (5 °С већи адијабатски пораст температуре) практично осећа само у средишту пресека.



5.23. Модел М1КМ-5, промене температуре током времена у карактеристичним тачкама

### 5.2.3. Модел М1КМ+5

Модел М1КМ+5 има 5 °С виши адијабатски пораст температуре него модел М1 и следеће термичке особине ваљаног бетона у телу бране:

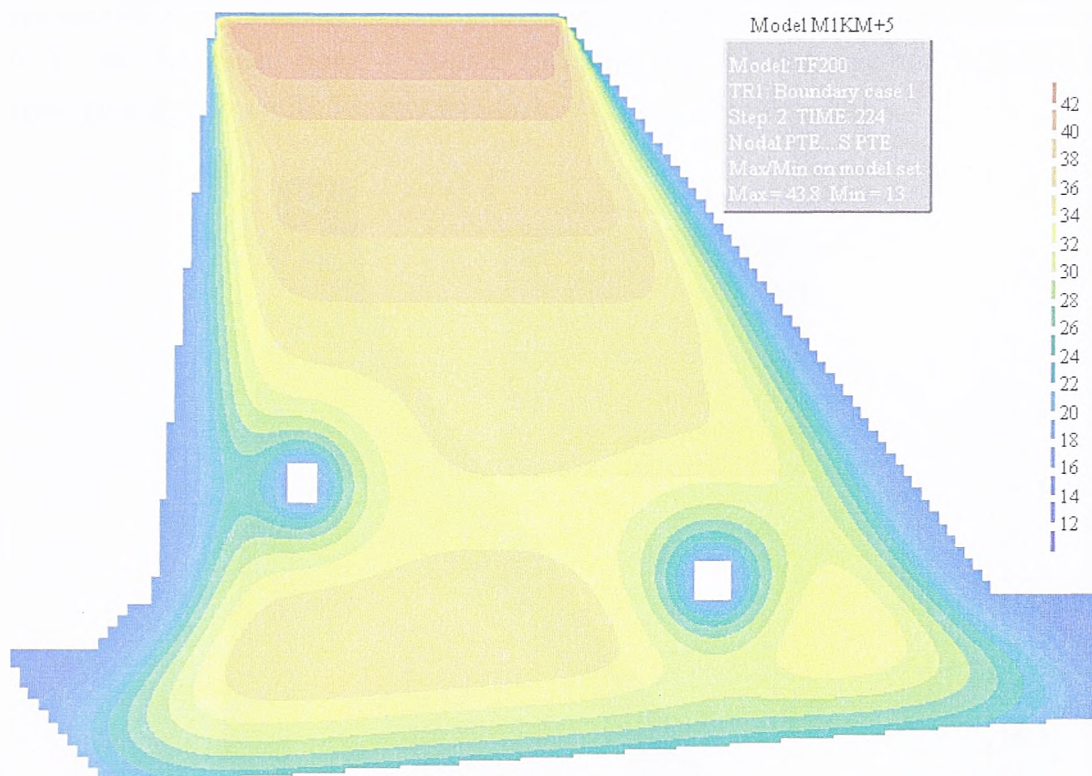
- термичка проводљивост  $\lambda = 1,7 \text{ W}/(\text{m}\cdot^\circ\text{C})$ ;
- специфична топлота  $c = 900 \text{ J}/(\text{kg}\cdot^\circ\text{C})$ ;
- коефицијент термичког ширења  $\alpha = 1,10\cdot 10^{-5} \text{ } 1/^\circ\text{C}$ ;
- Архениусова константа  $C_A = 4.300 \text{ } ^\circ\text{C}$ .

Температурно поље на дан 1. 6. 1996. године показује да је максимална температура 43,8 °С, што је 3,9 °С више него у моделу М1 (слика 5.24.). У осталом делу пресека који није непосредно уз спољашње контуре и око галерија температура је виша за сса 3,5 °С. На узводној и низводној контури нема разлика у односу на модел М1; око

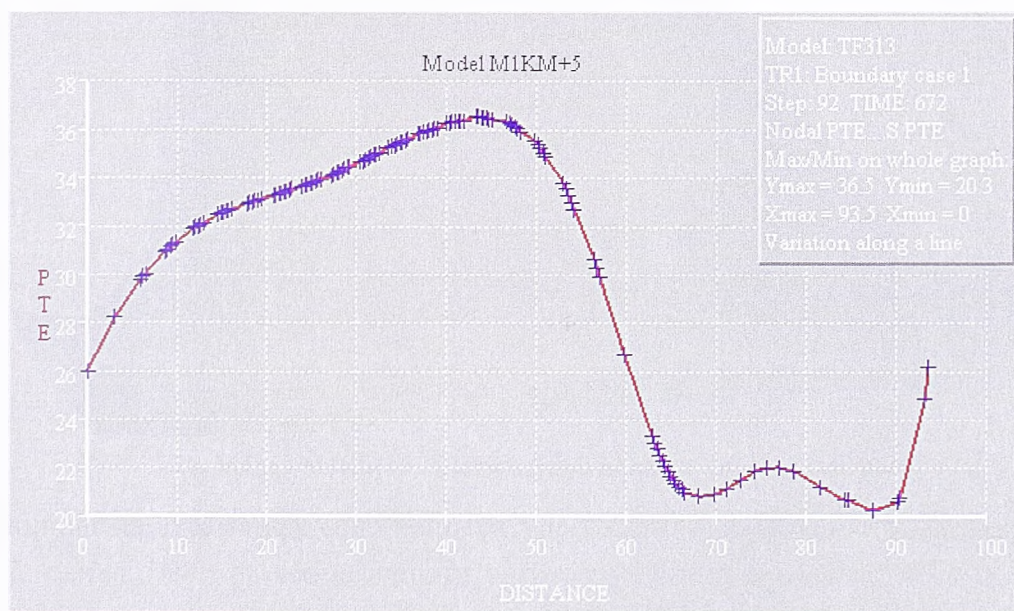


галерија температура је виша за 0,3 °C (18,9 уместо 18,6 °C); у темељној спојници, температуре су од 17,0 до 24,9 °C, што је у односу на модел М1 више за 0,5 до 2,2 °C.

Вредности у средњој линији на дан 1. 9. 1997. показују да је температура у темељној спојници за 2,2 °C виша него у моделу М1, да је максимална температура 36,5 °C, (3,6 °C више него у М1) и да у зони изнад горње галерије модел М1КМ+5 даје температуре више за 1,0 до 1,5 °C, слике 5.25 и 4.24.



5.24. Модел М1КМ+5, температурно поље на дан 1. 6. 1996.

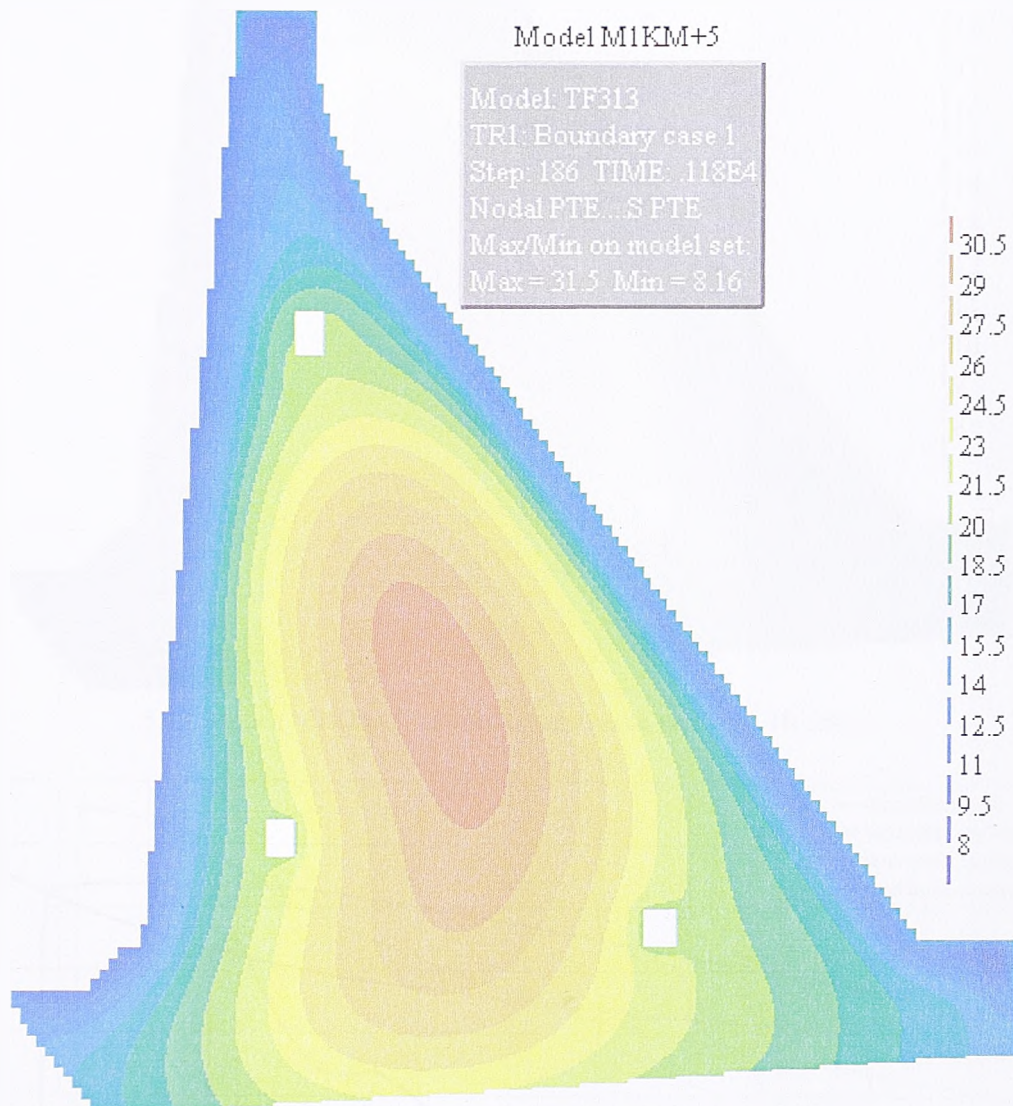


5.25. Модел М1КМ+5, температура у средњој линији на дан 1. 9. 1997.

Уочени тренд да модел са 5 °C вишим адијабатским порастом температуре (и одговарајућим вредностима осталих термичких величина) даје 3 до 4 °C више температуре у телу бране, наставља се и две године након завршетка грађења, слика

5.26. На дан 11. 1. 1997. године максимална температура виша је за 3,1 °C него у моделу М1.

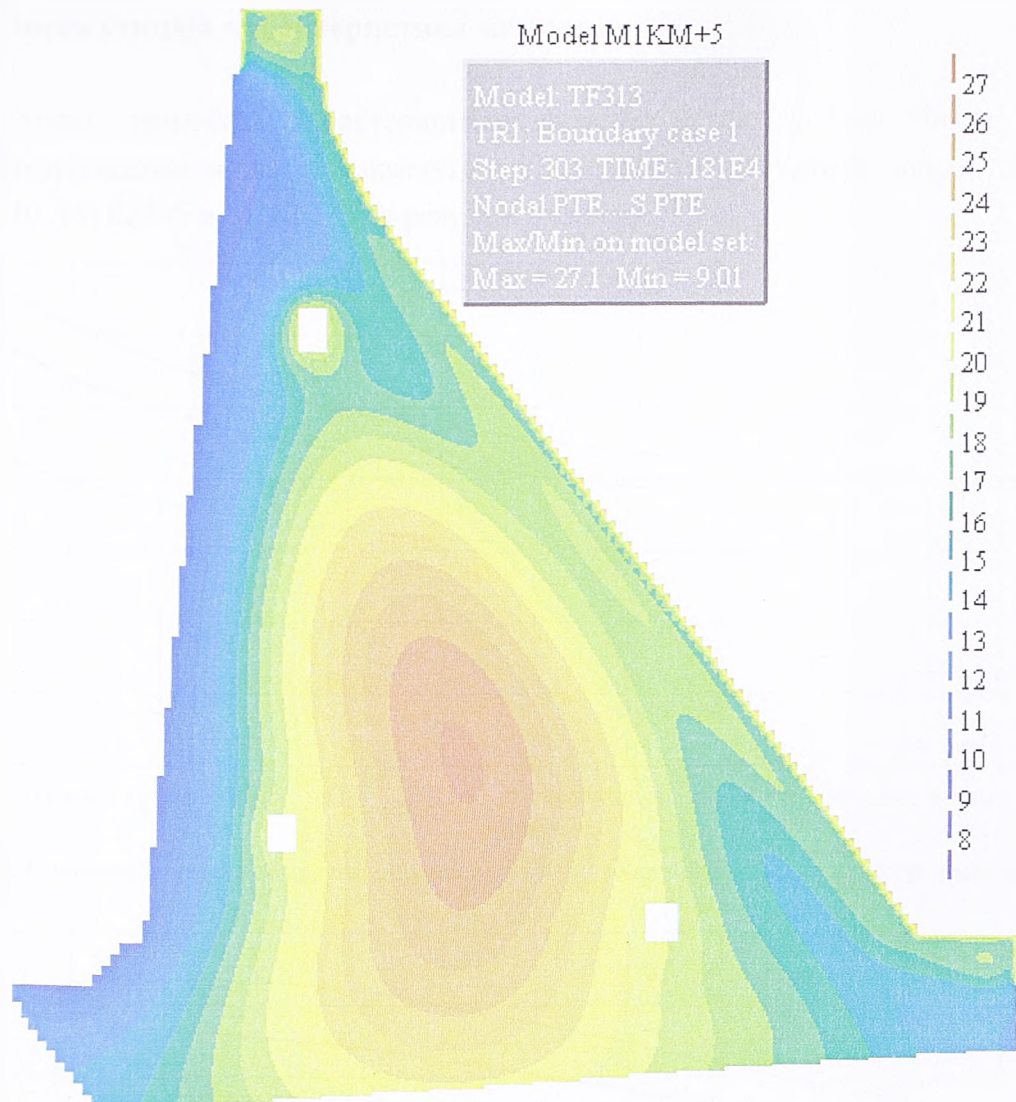
На крају прорачуна, пет година од почетка грађења (слика 5.27.), модел М1КМ+5 показује за 2,3 °C вишу максималну температуру од модела М1. Зона у којој се  $T_{max}$  јавља и облик изотерми одговарају слици 4.27. Одступање температура у осталим деловима попречног пресека је 1,5 до 2,0 °C, док су на контурама практично исте вредности као у моделу М1 (разлика 0,1). У темељној спојници одступања су 0,4 до 1,6 °C; на зидовима доње и горње галерије 0,1 °C; код средње галерије 0,2 °C. Температура у зубу, у слоју 30, виша је за 1,3 °C него у моделу М1.



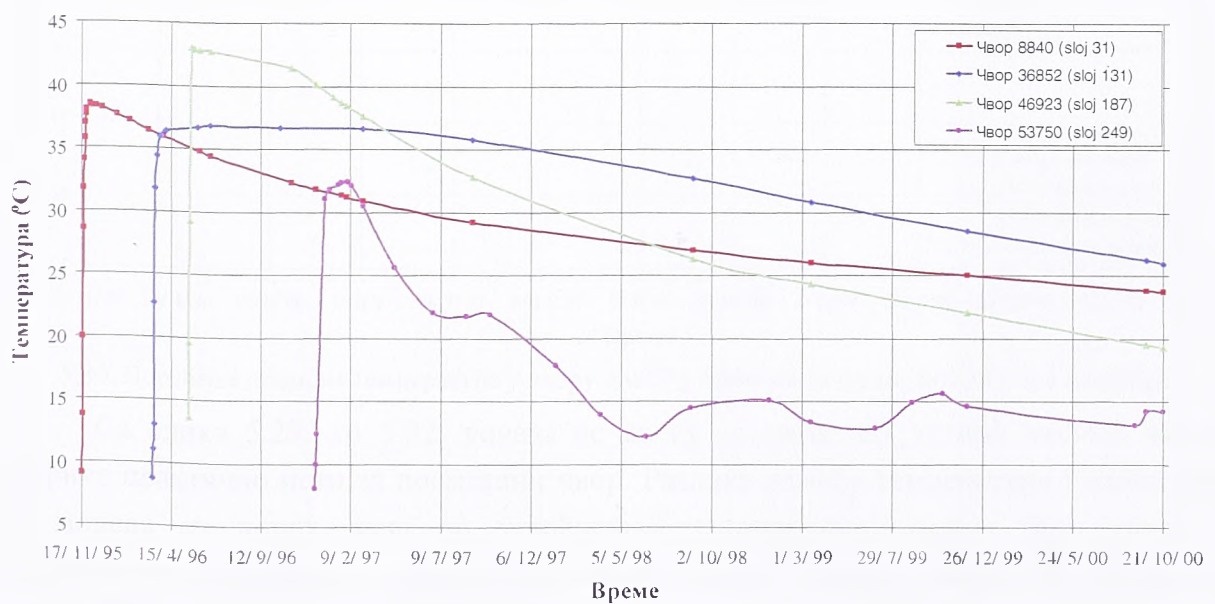
5.26. Модел М1КМ+5, температурно поље на дан 11. 1. 1999.

Облици дијаграма промене температуре у карактеристичним чворовима модела М1КМ+5, слика 5.28., су веома слични одговарајућим дијаграмима модела М1. Због више топлоте хидратације и специфичне топлоте, максималне температуре су веће за 3,1 до 4,0 °C, почетне температуре одговарајућих чворова су једнаке, а одступања температура на крају прорачуна опадају са порастом коте чвора: са 2,1 °C (у чвору 8840) на 0 °C (у чвору 53750).





5.27. Модел М1КМ+5, температурно поље на дан 1. 10. 2000.

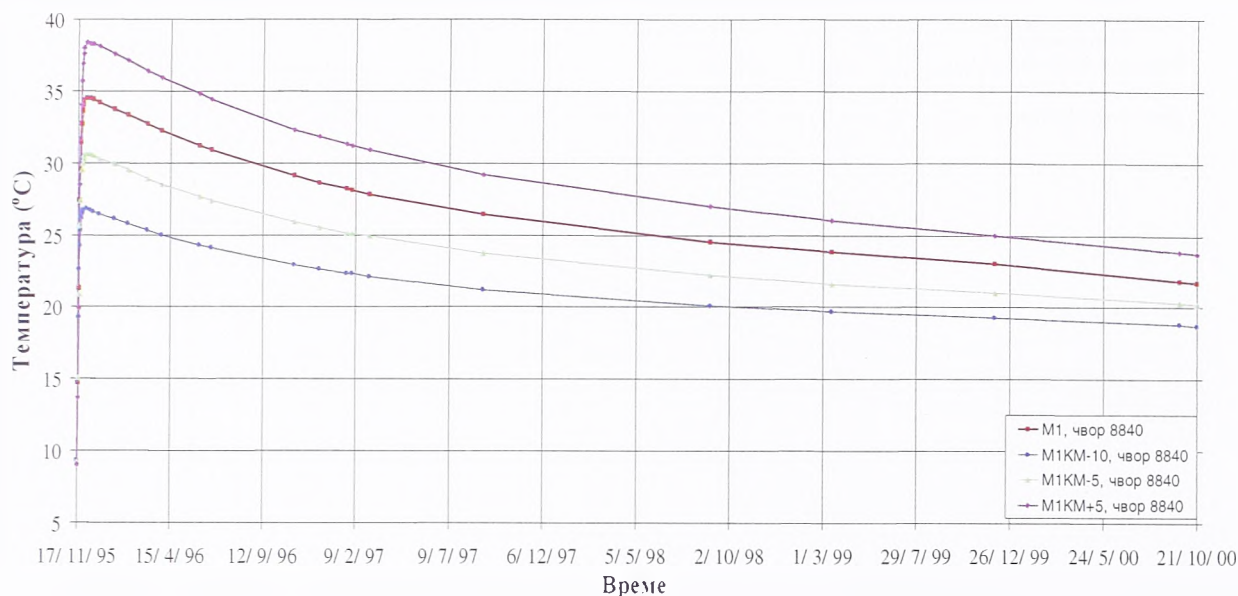


5.28. Модел М1КМ+5, промене температуре током времена у карактеристичним тачкама

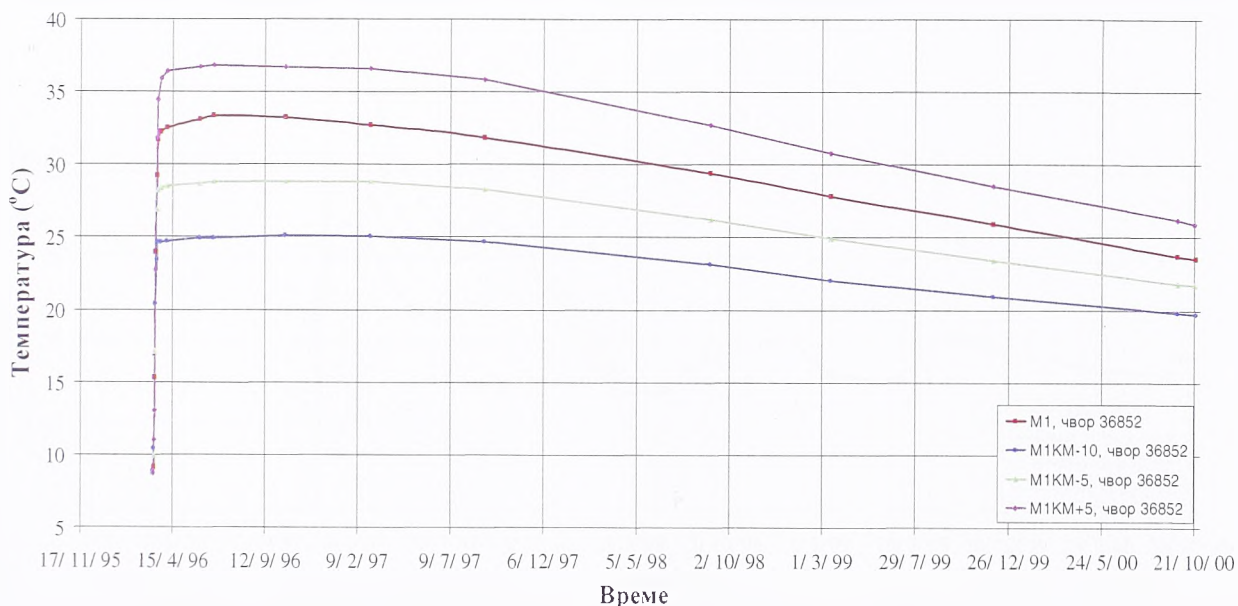


### 5.2.4. Оцена утицаја карактеристика мешавине

Утицај термичких карактеристика ваљаног бетона у телу бране на њено термичко понашање може се сагледати ако се упореде резултати прорачуна модела М1КМ-10, М1КМ-5 и М1КМ+5 са резултатима модела М1.



5.29. Поређење промене температуре у чвору 8840 у зависности од карактеристика мешавине

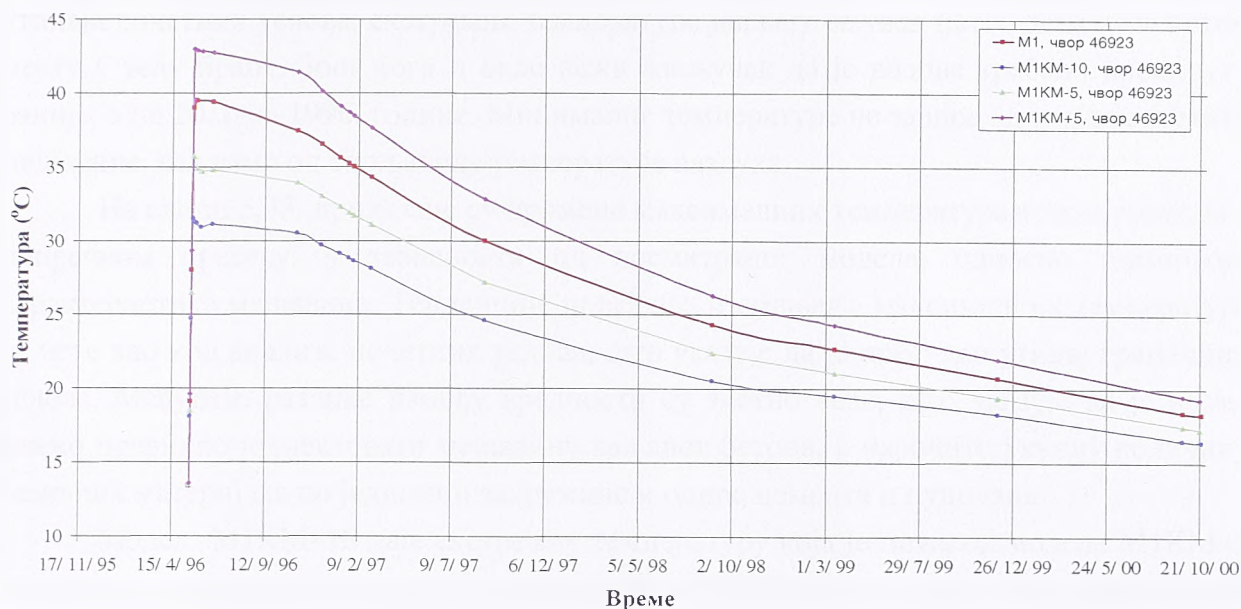


5.30. Поређење промене температуре у чвору 36852 у зависности од карактеристика мешавине

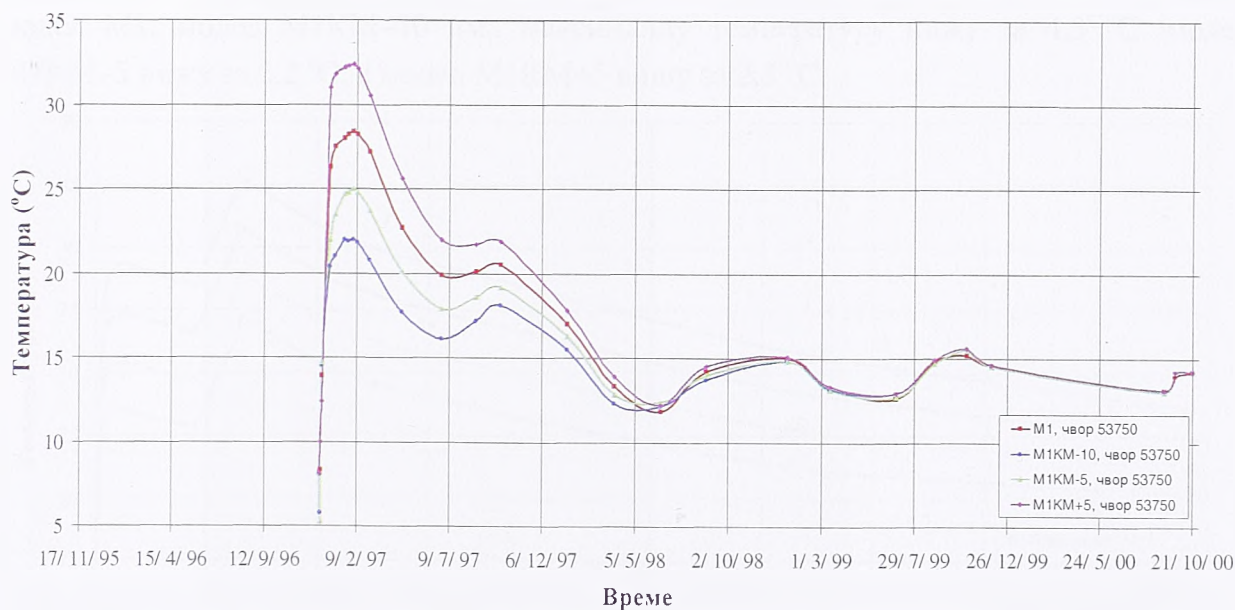
Са слика 5.29. до 5.32. уочава се да су за сваки од четири модела облици графика практично исти за посматрани чвор. Разлике између температура у зависности од модела су првих дана по уграђивању занемарљиве, потом брзо расту до максималних одступања и онда се постепено смањују до краја прорачуна. Изузетак је чвор 53750, код кога су од пролећа 1998. разлике занемарљиве.

Модел М1КМ-10 за сва четири посматрана чвора даје температуре које су максимано 7,5 до 7,8 °C ниже од модела М1. На крају прорачуна највеће одступање је у

чвору 36852 и износи 4,2 °C, за чвор 8840 одступање је 2,2 °C, а код чвора 46923 износи 1,9 °C. Модел М1КМ-5 даје температуре сса 3 до 4 °C ниже него модел М1. Временом се одступања смањују и после 5 година постају мања од 2 °C. Највеће одступање показује чвор 46852, а најмање чвор 53750. Модел М1КМ+5 који има 5 °C виши адијабатски пораст температуре од модела М1, даје максималне температуре које су 3,5 до 4,0 °C веће него у основном моделу М1.



5.31. Поређење промене температуре у чвору 46923 у зависности карактеристика мешавине



5.32. Поређење промене температуре у чвору 53750 у зависности од карактеристика мешавине

Табела 5.2. Екстремне температуре у зависности од карактеристика мешавине

Модел	$T_{max}$				$T_{min}$			
	[°C]	слој	кота	датум	[°C]	слој	кота	датум
М1КМ-10	34,3	201	197,3	12.6.'96	0,03	49	151,7	19.1.'95
М1КМ-5	37,9	201	197,3	12.6.'96	0,10	49	151,7	19.1.'95
М1	41,7	201	197,3	12.6.'96	0,14	49	151,7	19.1.'95
М1КМ+5	45,9	201	197,3	12.6.'96	0,25	49	151,7	19.1.'95

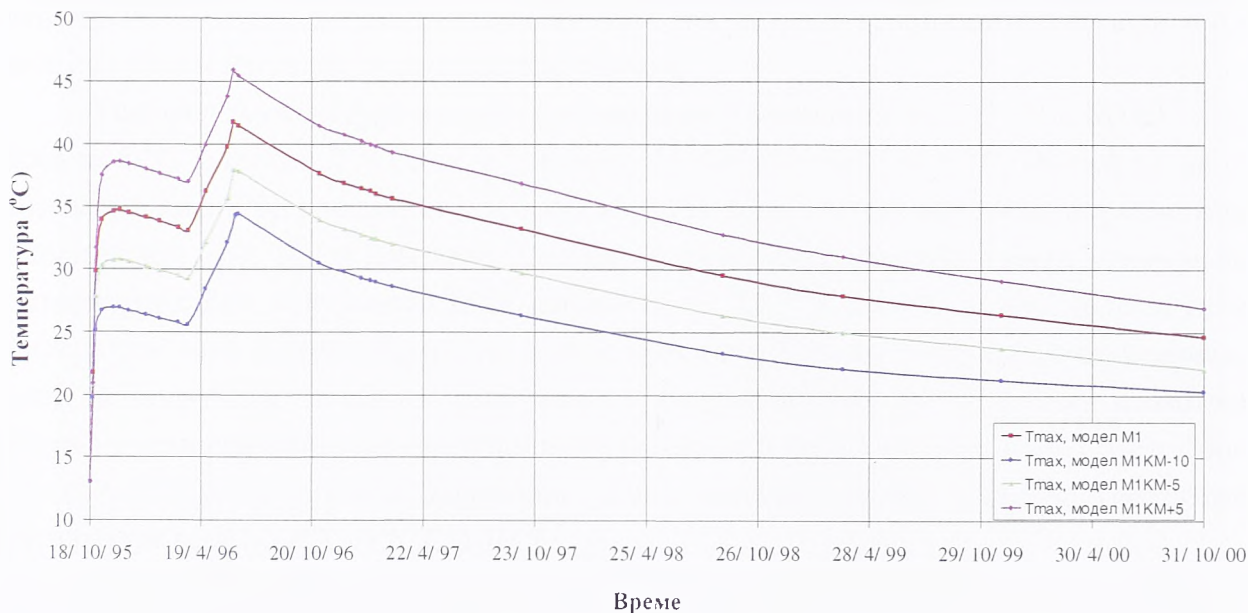


Из наведених резултата прорачуна проистиче да за предметне граничне и почетне услове, дебљину слојева и усвојену динамику грађења, разлика адијабатског пораста температуре од  $5\text{ }^{\circ}\text{C}$  (уз одговарајуће остале термичке особине ваљаног бетона) у телу бране даје највише 3 до  $4\text{ }^{\circ}\text{C}$  веће температуре у односу на модел М1.

Утицај термичких карактеристика мешавине на апсолутне екстремне температуре током прорачунског периода приказан је у табели 5.2. Као и код анализе утицаја почетних услова, екстремне температуре јављају се увек истог дана и на истом месту у телу бране. Због тога и овде важи закључак да је радове требало прекинути раније, а не 20. јуна 1996. године. Минималне температуре не зависе од карактеристика мешавине, већ само од спољашње температуре ваздуха.

На слици 5.33. приказане су промене максималних температура током времена у попречном пресеку, у зависности од посматраног модела, односно термичких карактеристика мешавине. Тенденције повећања и смањења максималних температура су исте као код анализе почетних услова, што указује да је пресудан утицај граничних услова. Међутим, разлике између вредности су знатно веће, што указује да је веома важно правилно пројектовати мешавину ваљаног бетона, а нарочито укупну количину везивних материјала по јединици запремине и однос цемента и пуцолана.

Модел М1КМ–10 даје екстремну температуру која је нижа од модела М1КМ–5 за  $3,4\text{ }^{\circ}\text{C}$ , од модела М1 за  $7,4\text{ }^{\circ}\text{C}$  и од модела М1КМ+5 за  $11,6\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Иста тенденција задржава се и на крају прорачуна, само су разлике приближно 50 % мање. У односу на модел М1, модел М1КМ–10 има максималну температуру нижу за  $4,3\text{ }^{\circ}\text{C}$ , модел М1КМ–5 нижу за  $2,2\text{ }^{\circ}\text{C}$ , а модел М1КМ+5 вишу за  $2,3\text{ }^{\circ}\text{C}$ .



5.33. Поређење максималних температура током времена у зависности од модела

На основу до сада приказаног, следи да (за задате граничне услове, динамику грађења и дебљину слојева као на разматраној брани Платановриса) на термичко понашање бране знатно више утичу карактеристике мешавине него почетни услови. Снижавање адијабатског пораста температуре за  $10\text{ }^{\circ}\text{C}$  (од 0 до  $16\text{ }^{\circ}\text{C}$ ) снижава максималне температуре у телу бране за сса  $7,5\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Адијабатски пораст од 0 до  $21\text{ }^{\circ}\text{C}$



даје максималне температуре ниже за око 4 °C него модел M1, док повећање  $T_{ad}$  од 0 до 31 °C утиче на повећање максималних температура за 3,5 до 4,0 °C.

Због тога у поступку испитивања мешавине ваљаног бетона треба врло пажљиво анализирати количину и однос везивних материјала. Снижавањем адијабатског пораста температуре за 5 °C (што је могуће постићи без битнијег утицаја на механичке карактеристике и цену ваљаног бетона) избегава се повећање температура у телу бране изнад 40 °C, па је пролећно скраћење грађевинске сезоне знатно мање.

### 5.3. УТИЦАЈ ГРАНИЧНИХ УСЛОВА

Утицај граничних услова на термичко понашање посматране бране размотриће се помоћу три модела:

- модел M1GU-10;
- модел M1GU-5;
- модел M1GU+10.

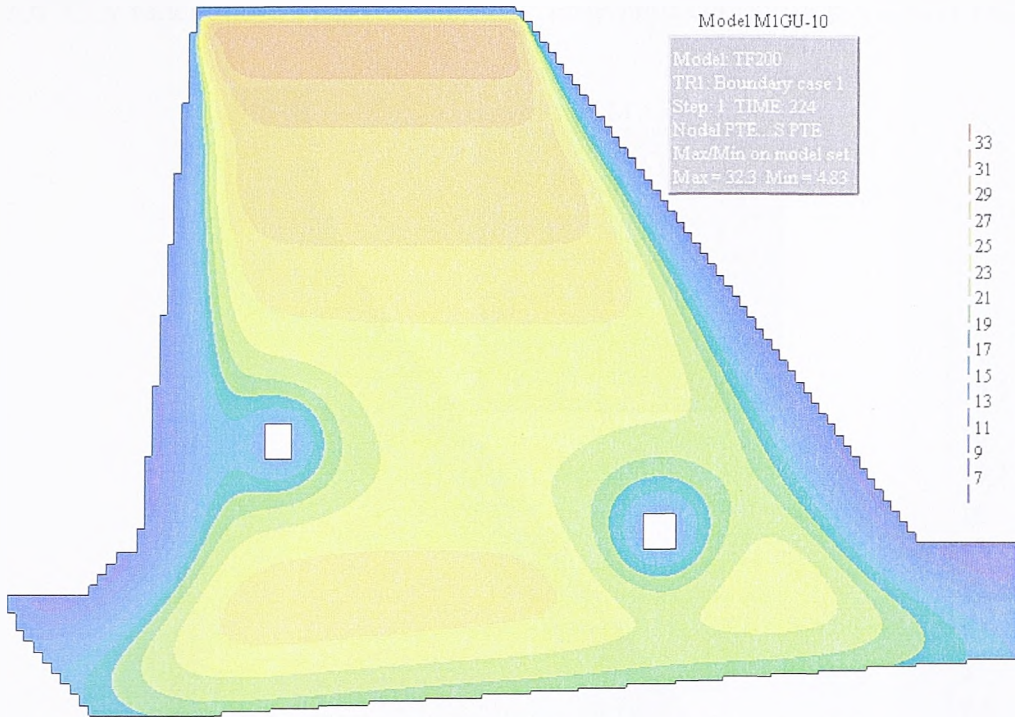
Почетни услови, карактеристике мешавине и динамика грађења исти су као код модела M1, док се разликују спољашње температуре ваздуха, температуре ваздуха у галеријама и број сунчаних дана. Модел M1GU-10 има 10 °C нижу температуру од модела M1, код модела M1GU-5 амбијентална температура нижа је 5 °C, док је код модела M1GU+10 виша за 10 °C. То значи да гранични услови у првом моделу приближно одговарају клими у брдско-планинском подручју; у другом моделу климатски услови су континентални, а у трећем моделу описују климу попут медитеранске. Овиме су практично покривени сви умерени гранични услови који могу да се јаве током изградње и експлоатације бране.

Усвојена температура ваздуха у галеријама у моделима M1GU-10 и M1GU-5 је нижа за 5 °C, односно 2 °C, док је у моделу M1GU+10 виша за 5 °C. Имајући у виду податке из лит. [79], коригован је и број сунчаних дана, тако да за наведена три модела износи редом 150, 180 и 250 дана. Претпостављено је да описане измене утичу и на температуру стене, која уместо 13 °C износи 12 °C, 12,5 °C и 14 °C, редом. Што се тиче температуре воде у акумулацији, на основу резултата мерења на брани Платановриса, може се закључити да начин рада захвата хидроелектране не дозвољава стварање разлике у температури воде по дубини акумулације у зони узводног лица бране. Због тога су у моделима којима се анализира утицај граничног услова усвојене константне температуре воде од 8 °C, 8,5 °C и 10 °C.

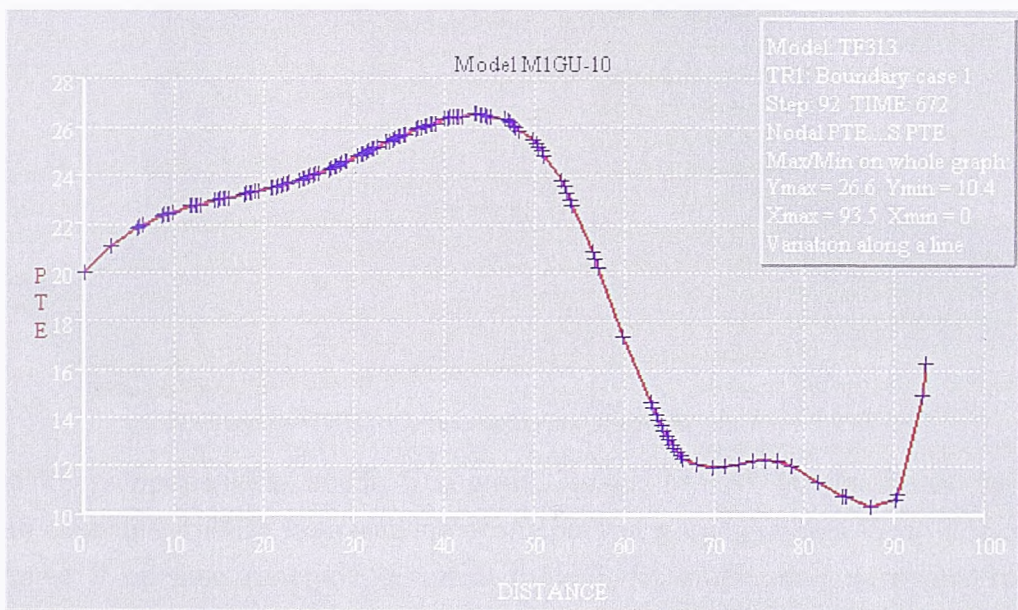
#### 5.3.1. Модел M1GU-10

Температурно поље модела M1GU-10 на дан 1. 6. 1996. године приказано је на слици 5.34. Максимална температура је 31,3 °C, што је 8,6 °C ниже него у моделу M1. У зони зуба температура је нижа 6,6 °C (25,6 уместо 32,2 °C). Слично је и у осталом делу пресека, осим на слободним контурама, где добијене температуре потпуно прате

промену граничног услова, па у галеријама ниже за  $5\text{ }^{\circ}\text{C}$ , а на узводном и низводном лицу ниже су за  $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ . На контакту са стенском масом температуре у темељној спојници су ниже за  $2,0$  до  $3,0\text{ }^{\circ}\text{C}$ .



5.34. Модел M1GU-10, температурно поље на дан 1. 6. 1996.

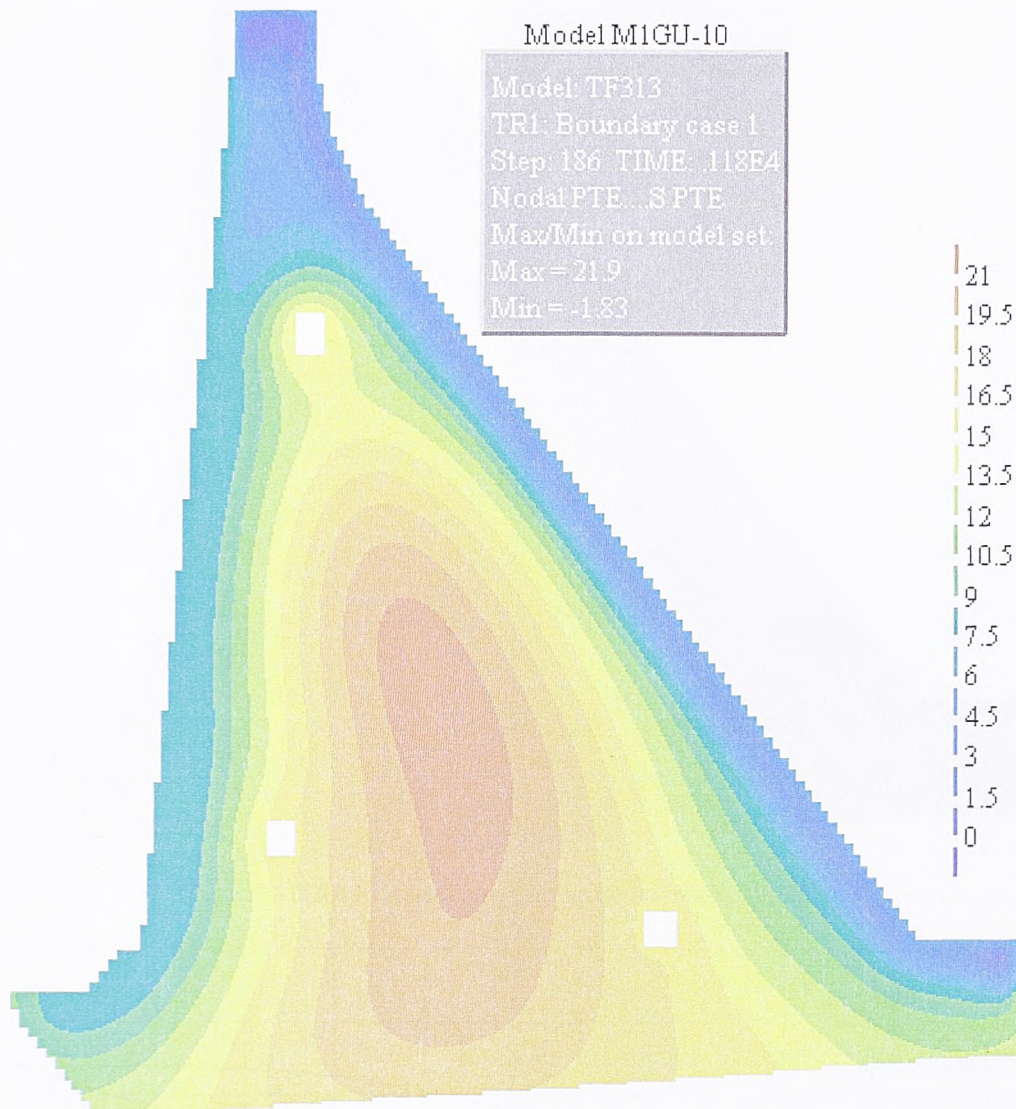


5.35. Модел M1GU-10, температура у средњој линији на дан 1. 9. 1997.

Средња линија у телу бране на дан 1. 9. 1997. године за модел M1GU-10 показује да је у темељној спојници  $20,0\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Идући навише, температура расте све до слоја 150 где износи  $26,6\text{ }^{\circ}\text{C}$  (уместо  $32,9\text{ }^{\circ}\text{C}$  код модела M1). Даље према горњој галерији температура нагло опада до  $12\text{ }^{\circ}\text{C}$  и у зони галерије задржава ову вредност. Између горње галерије и круне бране следи пад до  $10,3\text{ }^{\circ}\text{C}$ , а онда поново расте до  $16,1\text{ }^{\circ}\text{C}$ , колико износи гранични услов на круни бране.



Снижавањем граничног услова по температури ваздуха, слика 5.36., добија се да је у овом моделу на дан 11. 1. 1999. године нижа температура ваздуха него воде. Максимална температура је 21,9 °С, што 6,5 °С ниже него у М1; у зубу температура је нижа за 5,6 °С; у галеријама за 5,0 до 5,2 °С; у темељној спојници је 12,5 до 18,3 °С.

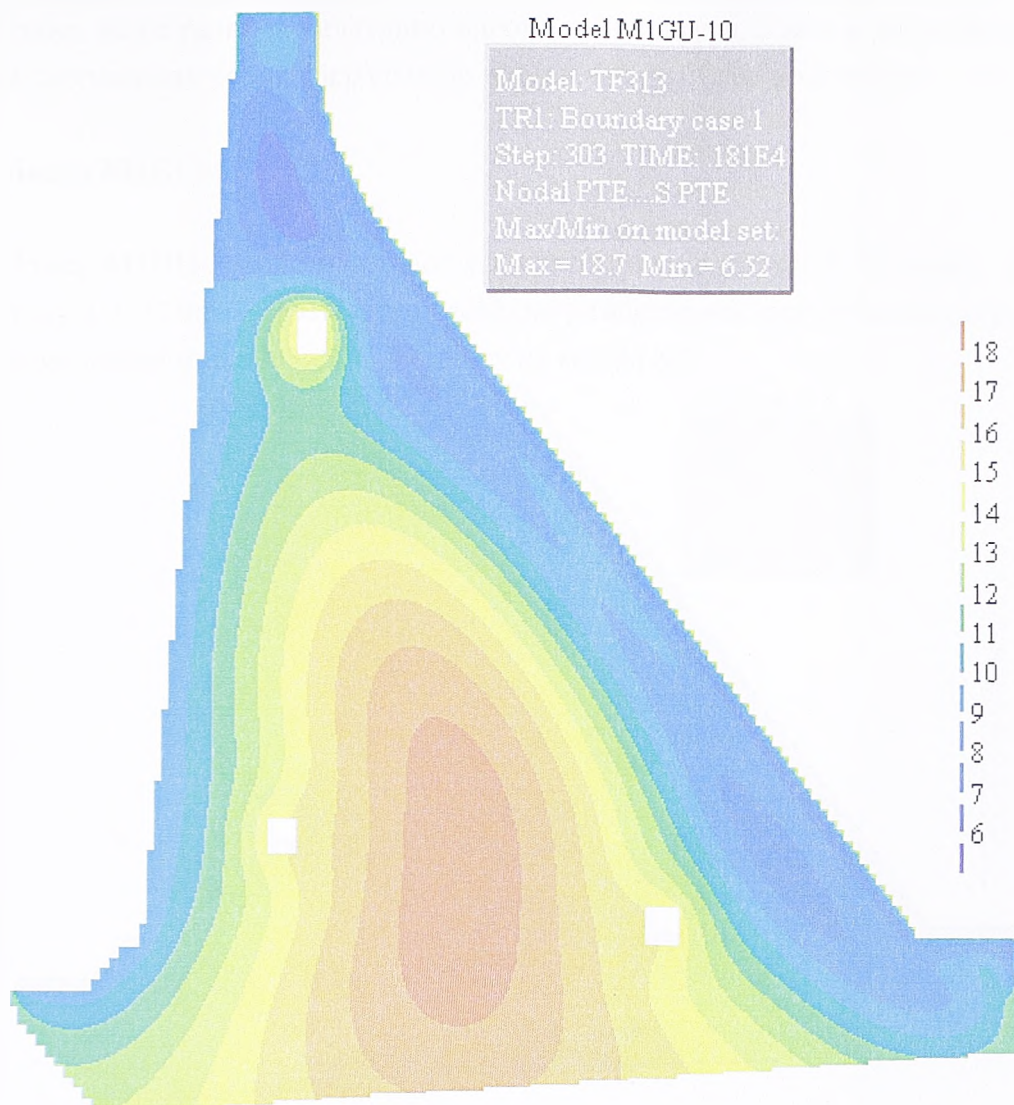


5.36. Модел M1GU-10, температурно поље на дан 11. 1. 1999.

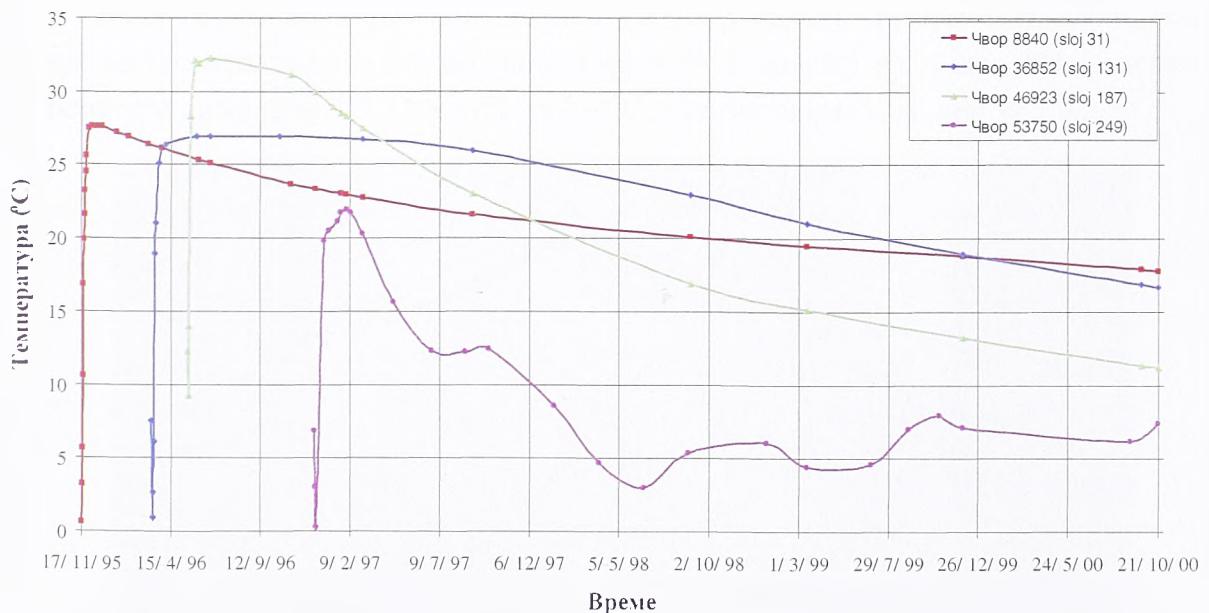
На крају прорачуна, после 5 година, модел M1GU-10 наставља да показује претходно описани тренд: максимална температура у средишњем делу конструкције, између доње и средње галерије је нижа 6,1 °С; на контурама одговара граничном услову; најнижа температура је између круне бране и горње галерије и износи 6,5 °С.

Дијаграми промене температуре кроз време у карактеристичним тачкама у моделу M1GU-10, слика 5.38., показују већу зависност од граничних услова, мада су генерално облици слични одговарајућим дијаграмима модела М1. Мања одступања су код чворова 8840 и 36852, који су у доњем делу бране, него код чворова 46923 и 53750. Занимљиво је приметити да температура код чворова 36852 и 53750 (који су у слојевима бетонираним током зиме) у току прва два дана опада, а затим расте до максималних температура које су ниже 6,0 до 6,5 °С него код модела М1.





5.37. Модел MIGU-10, температурно поље на дан 1. 10. 2000.



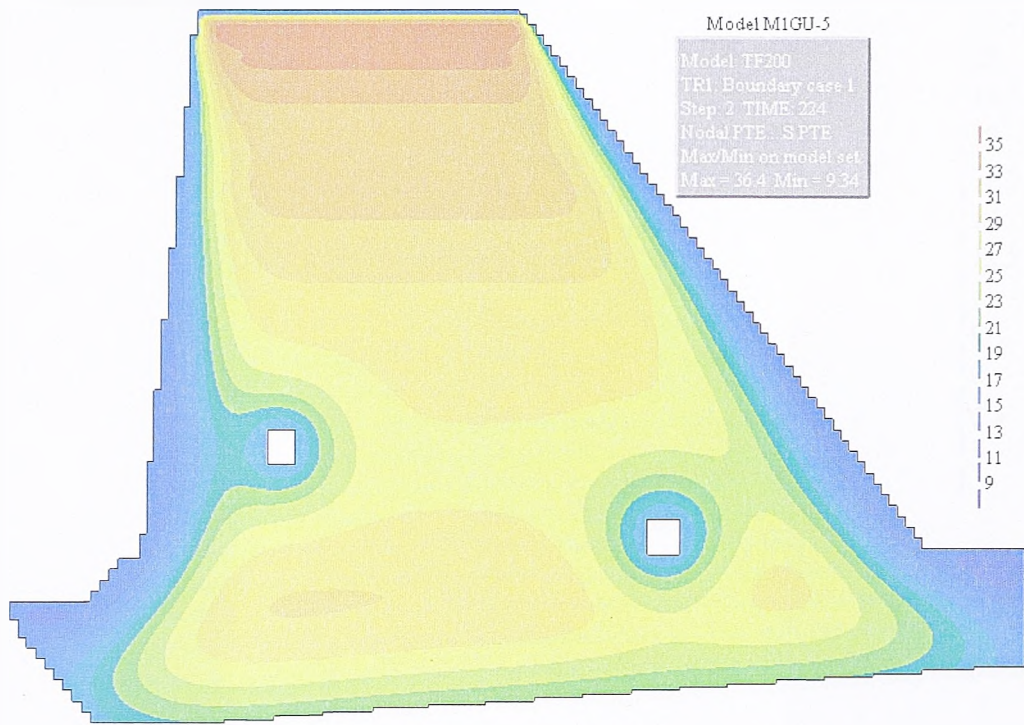
5.38. Модел MIGU-10, промене температуре током времена у карактеристичним тачкама

Код чвора 46923 разлика између максималне (32,2 °C) и температуре на крају прорачуна (11,2 °C) износи чак 21 °C. Разлог је чињеница да је бетонiran у пролеће

1996. године, па се развила релативно висока температура, а затим значајно опала под утицајем спољашњих услова, јер се чвор налази у горњој трећини бране

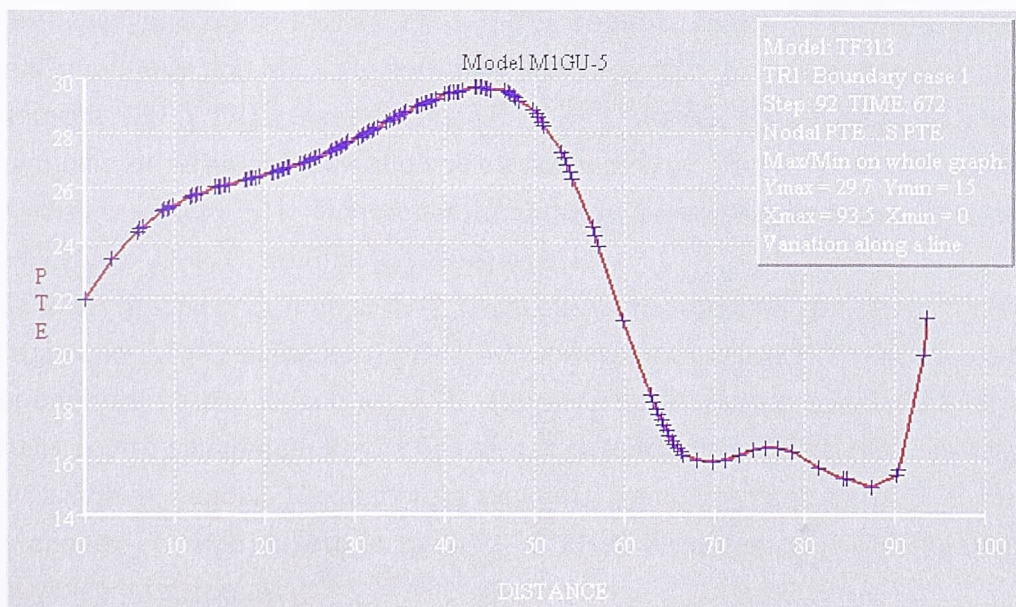
### 5.3.2. Модел M1GU-5

Модел M1GU-5 током читавог рачунског периода има  $5\text{ }^{\circ}\text{C}$  нижу спољашњу температуру и  $3\text{ }^{\circ}\text{C}$  нижу температуру ваздуха у галеријама, док су температуре стене и воде у акумулацији ниже за  $0,5\text{ }^{\circ}\text{C}$  у односу на модел M1.



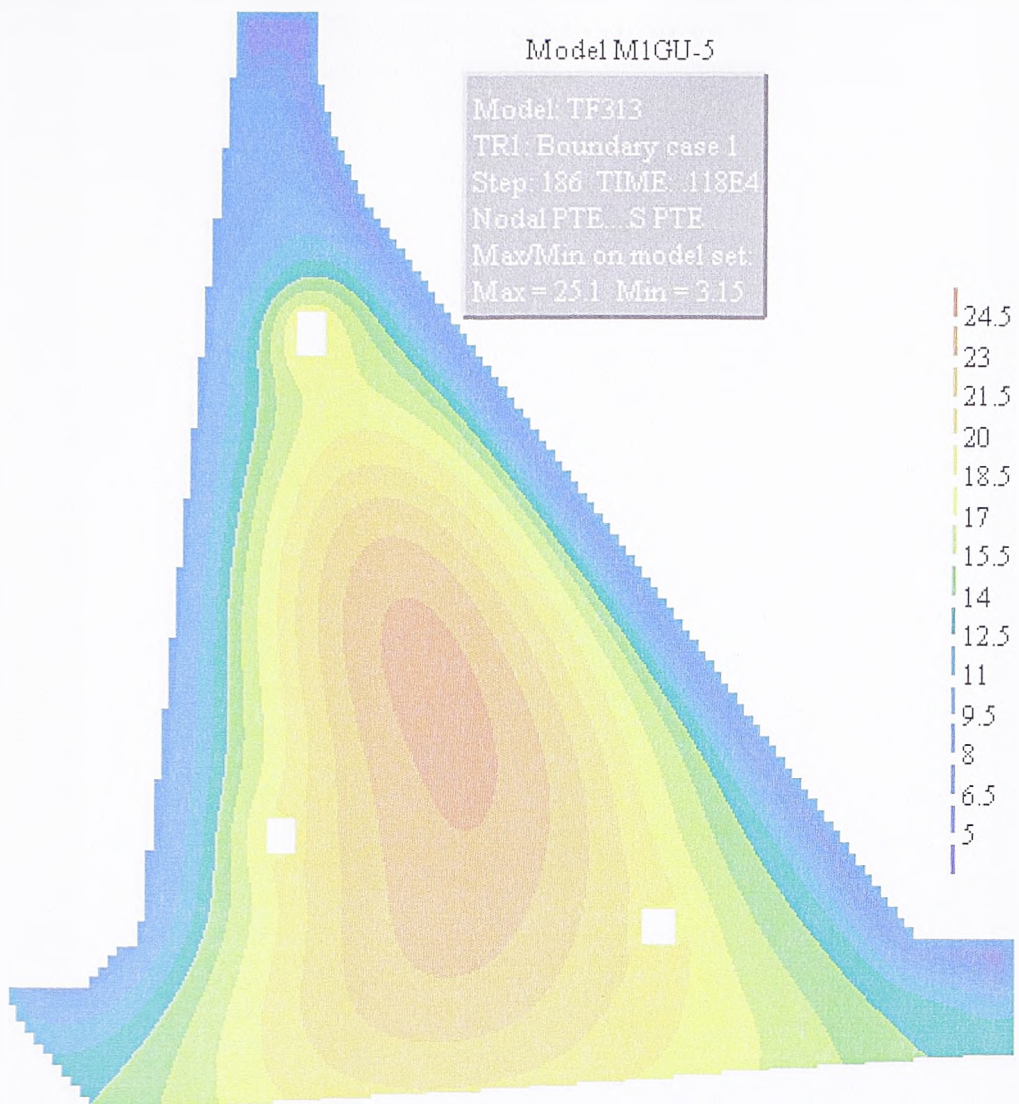
5.39. Модел M1GU-5, температурно поље на дан 1. 6. 1996.

Када се описани гранични услови уврсте у модел, на дан 1. 6. 1996. године добија се температурно поље као на слици 5.39. У односу на модел M1 максимална температура нижа је за  $3,3\text{ }^{\circ}\text{C}$ , у зубу за  $3,4\text{ }^{\circ}\text{C}$ , а на зидовима галерија за  $2\text{ }^{\circ}\text{C}$ .



5.40. Модел M1GU-5, температура у средњој линији на дан 1. 9. 1997.





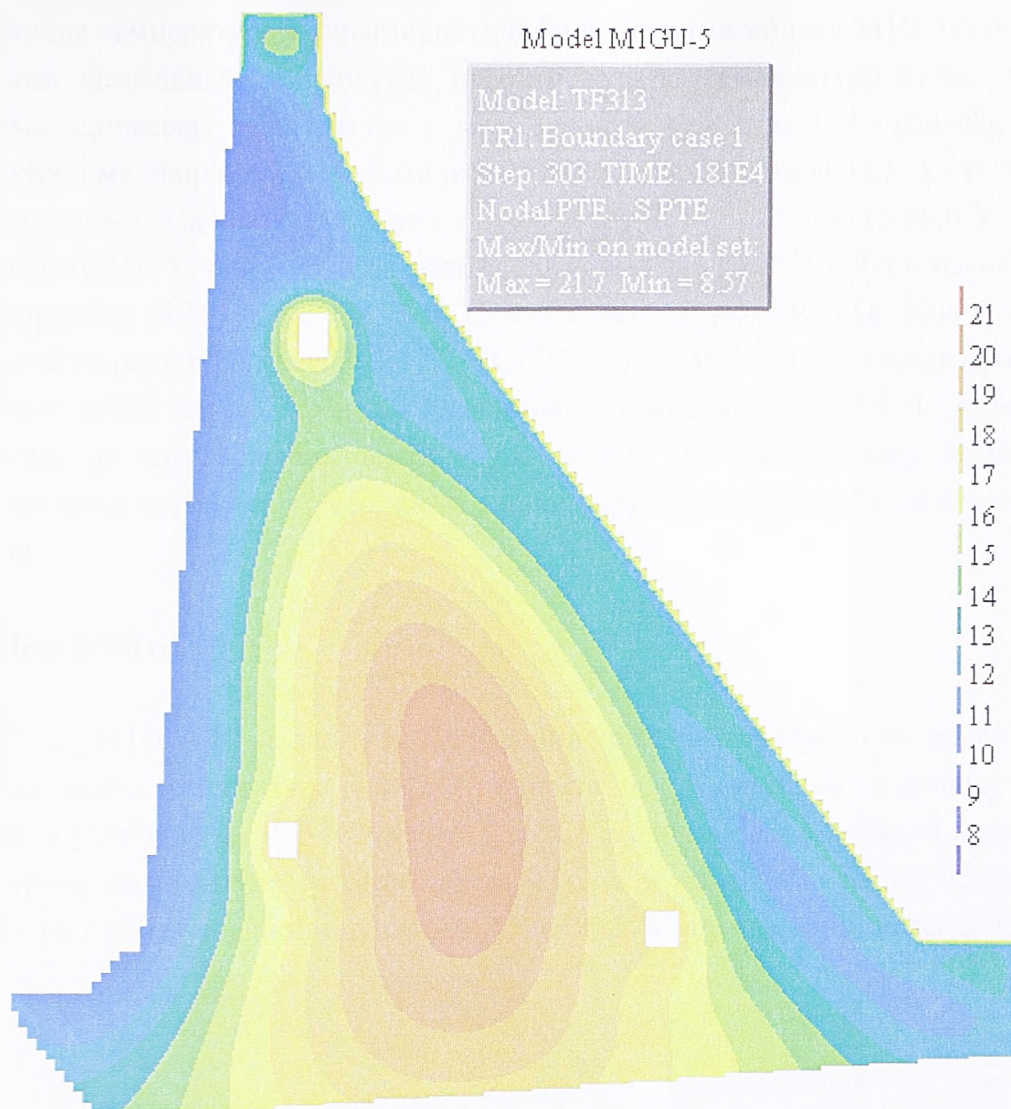
5.41. Модел M1GU-5. температурно поље на дан 11. 1. 1999.

Средња линија у телу бране од 1. 9. 1997. године у темељној спојници има  $1,8^{\circ}\text{C}$  нижу температуру, максимална температура нижа је за  $3,2^{\circ}\text{C}$ , а у зони горње галерије и круне бране вредности су ниже од  $3,5$  до  $4,8^{\circ}\text{C}$  у односу на модел M1.

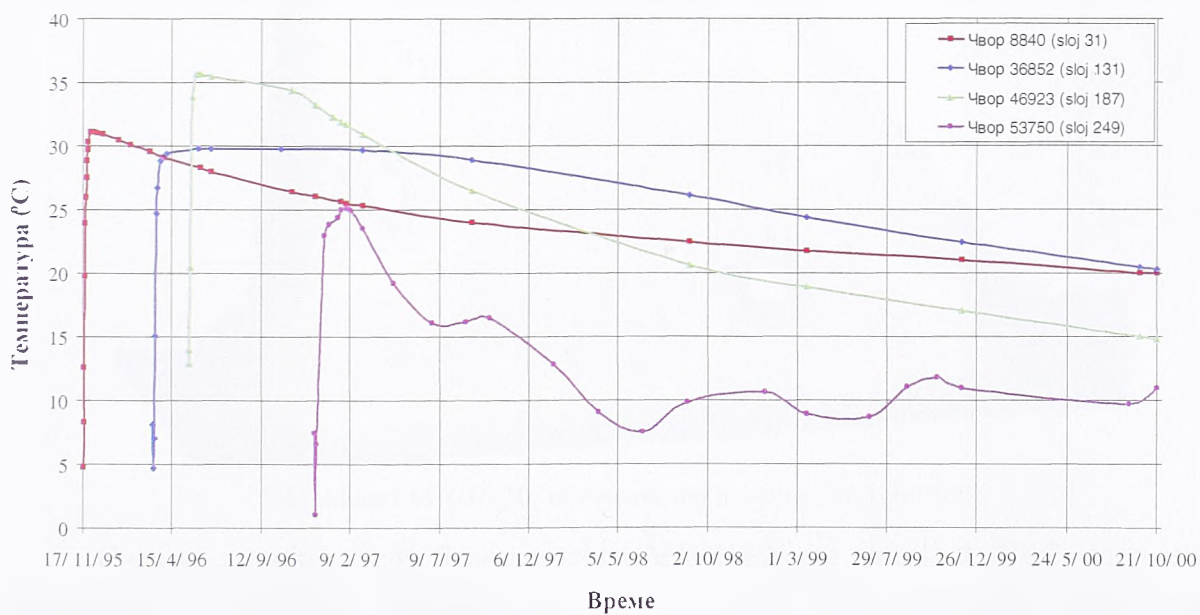
Температурно поље на дан 11. 1. 1999. године, слика 5.41., показује очекивана одступања у односу на M1. Максимална температура је у средишњем делу бране између слојева 100 и 130 и износи  $25,1^{\circ}\text{C}$  ( $3,3^{\circ}\text{C}$  ниже). Најхладније је у зони круне бране и у близини низводне ножице где су температуре  $3$  до  $4^{\circ}\text{C}$ , што је приближно  $5^{\circ}\text{C}$  ниже него у моделу M1. У темељној спојници температуре су од  $13,3$  до  $19,9^{\circ}\text{C}$ , уместо  $14,2^{\circ}\text{C}$  до  $21,4^{\circ}\text{C}$ , колико је у моделу M1.

На крају прорачуна (слика 5.42.), максимална температура у телу бране износи  $21,7^{\circ}\text{C}$ , односно  $3,1^{\circ}\text{C}$  мање него у M1, на контурама одговара граничном услову, а у темељној спојници нижа је за сса  $1,5^{\circ}\text{C}$ . Најнижа температура износи  $8,6^{\circ}\text{C}$ , поново у зони између горње галерије и круне бране, где је конструкција најтања и где је највећи утицај спољашњих услова. На зидовима галерија температура је од  $17,5^{\circ}\text{C}$  у горњој до  $18,1^{\circ}\text{C}$  у средњој галерији, што је тачно  $2^{\circ}\text{C}$  ниже него у моделу M1 (колико је нижи гранични услов у галеријама).





5.42. Модел M1GU-5, температурно поље на дан 1. 10. 2000.

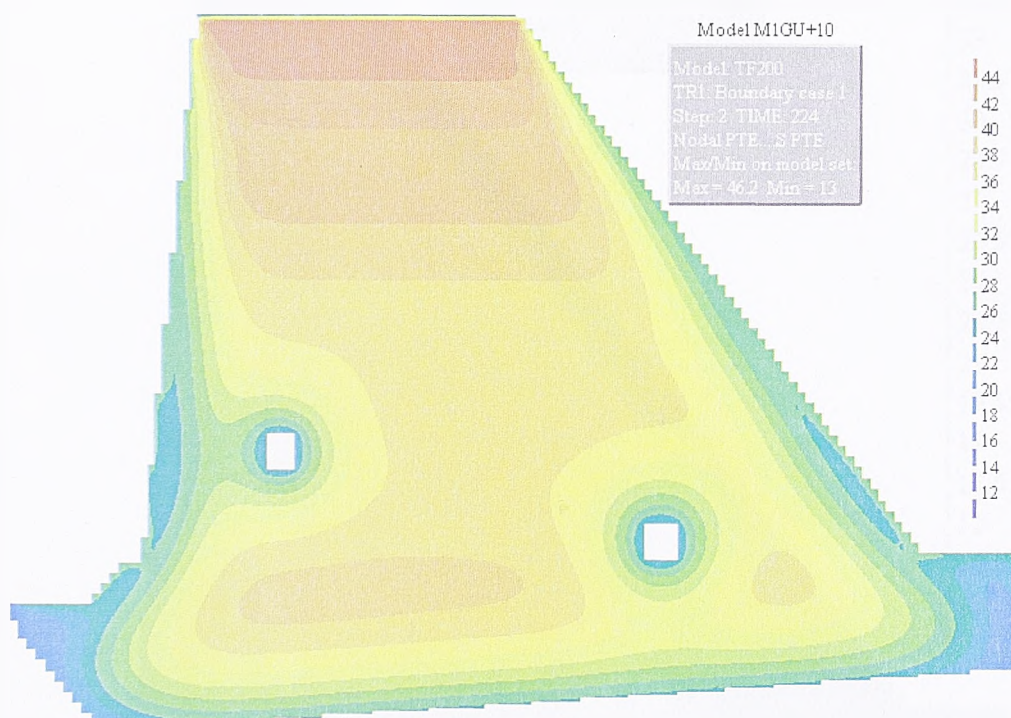


5.43. Модел M1GU-5, промене температуре током времена у карактеристичним тачкама

Промене температуре у карактеристичним чворовима модела MIGU-5 показују да 5 °C нижа спољашња температура (и одговарајуће температуре стене, воде и у галеријама) снижавају температуре у телу бране за сса 2 до 4 °C. Највеће смањење температуре има чвор 46923 код кога је максимална температура 35,5 °C, тј. 4 °C ниже него у моделу M1. На крају прорачуна у овом чвору је 14,8 °C, уместо 18,0 °C колико је било у моделу M1. У чвору 53750 и максимална температура (25,1 °C) и температура на крају прорачуна (10,9 °C) су за 3,3 °C ниже него у моделу M1. Код чвора 8840 максимална температура нижа је 3,4 °C (31,1 °C уместо 34,5 °C), а на крају прорачуна за 2 °C. Чвор 36852 има 3 °C нижу максималну температуру и 3,5 °C нижу крајњу температуру од одговарајућих температура модела M1. Максималне температуре у свим чворовима јављају се у исто време као у чвору M1, што указује на сличне облике дијаграма

### 5.3.3. Модел MIGU+10

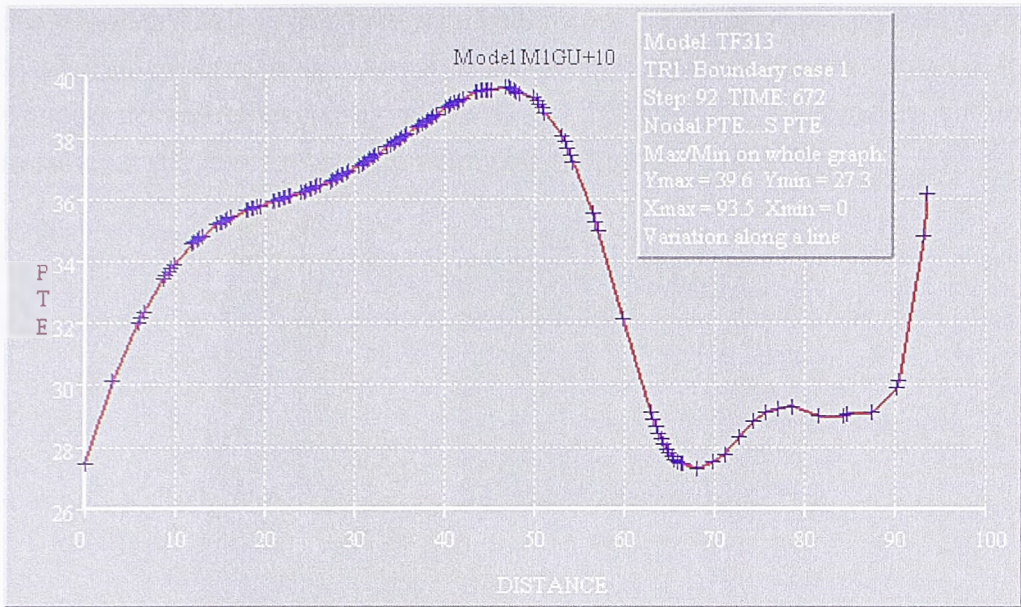
Модел MIGU+10 на дан 1. 6. 1996. године даје температурно поље као на слици 5.44. Максимална температура је 46,2 °C, односно 6,3 °C више него у моделу M1. Иста је разлика и у зони зуба (38,5 °C уместо 32,2 °C), а слично је и у осталом делу пресека. На контурама температуре су више за сса 9 °C, а у галеријама за 5,8 °C него у M1. Температуре у темељној спојници су од 17,5 до 25,8 °C, што је више за сса 3 °C.



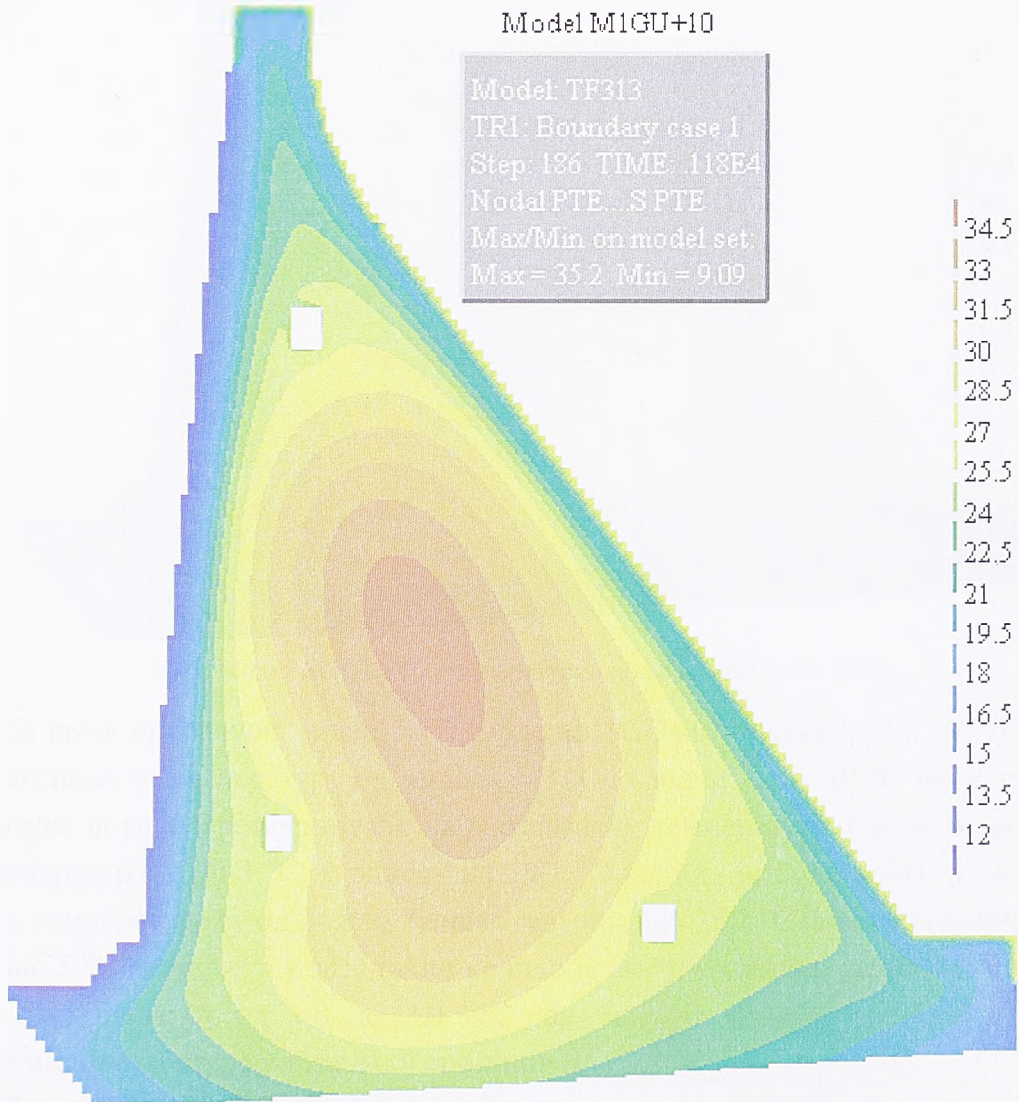
5.44. Модел MIGU+10, температурно поље на дан 1. 6. 1996.

Средња линија у телу бране модела MIGU+10 на дан 1. 9. 1997. године има температуру у темељној спојници за 3,7 °C више него модел M1. Максимална температура је око слоја 150 и износи 6,7 °C више него у M1; у зони горње галерије температура опада до 27,3 °C, затим расте до сса 29 °C и задржава ову вредност од 260 до 305 слоја. У близини круне бране температура расте до граничног услова, тј. 36,1 °C.





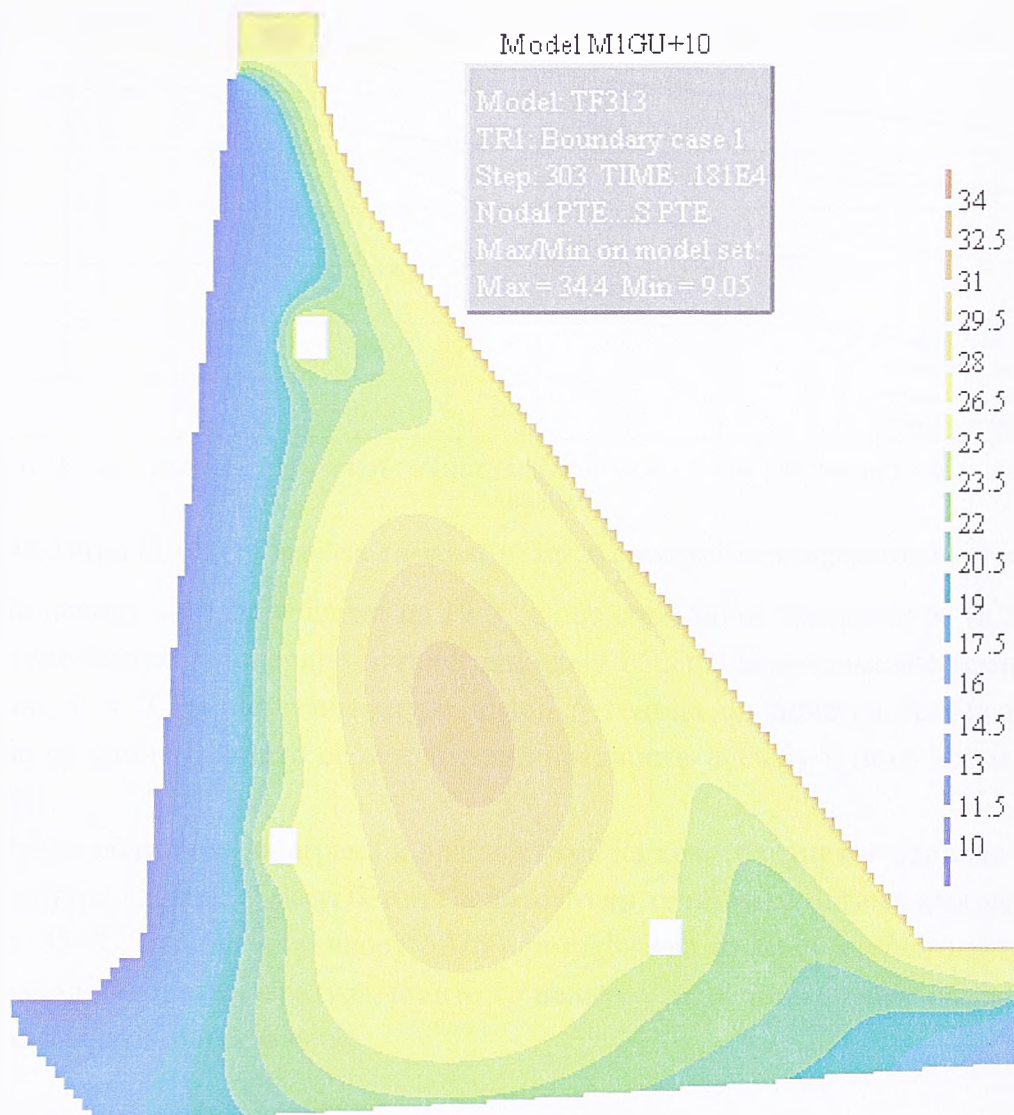
5.45. Модел M1GU+10, температура у средњој линији на дан 1. 9. 1997.



5.46. Модел M1GU+10, температурно поље на дан 11. 1. 1999.



На дан 11. 1. 1997. године максимална температура модела MIGU+10 виша је за  $6,8\text{ }^{\circ}\text{C}$  него у моделу M1, што значи да се задржава разлика регистрована у јесен 1997. године. Наведена констатација односи се на читав попречни пресек, слика 5.46. У зони темељне спојнице температуре су више за  $1,7\text{ }^{\circ}\text{C}$  до  $2,8\text{ }^{\circ}\text{C}$  у односу на модел M1. Највиша температура је на делу косе темељне спојнице у слоју број 6.

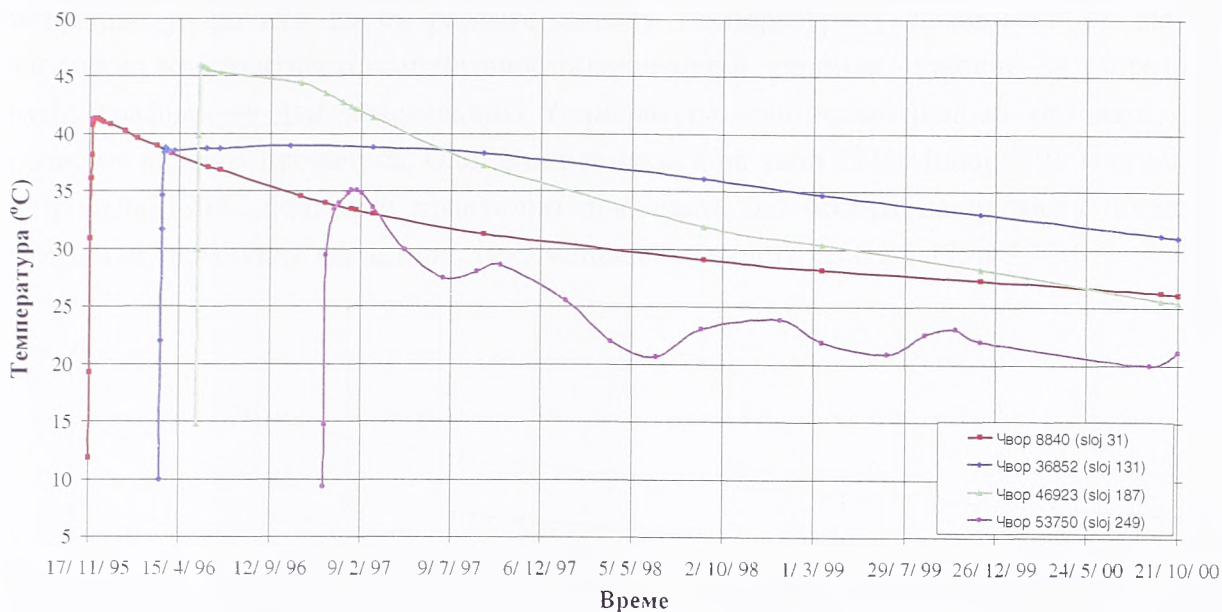


5.47. Модел MIGU+10, температурно поље на дан 1. 10. 2000.

На крају прорачуна, слика 5.47., модел MIGU+10 показује  $34,4\text{ }^{\circ}\text{C}$ , тј. за  $9,6\text{ }^{\circ}\text{C}$  вишу максималну температуру од модела M1. Ово значи да су  $10\text{ }^{\circ}\text{C}$  више спољашње температуре потпуно рефлектовале на максималну температуру у телу бране. У зони зуба температура је  $23,3\text{ }^{\circ}\text{C}$ , у односу на  $19,1\text{ }^{\circ}\text{C}$  колико је било у M1; у зони зидова галерија, температуре су од  $24,8\text{ }^{\circ}\text{C}$  (горња галерија) до  $25,2\text{ }^{\circ}\text{C}$  (средња галерија) што је практично  $5\text{ }^{\circ}\text{C}$  више него у M1, тачно колико је виши гранични услов. На контакту са стеном одступања су од  $1,8$  до  $3,0\text{ }^{\circ}\text{C}$ , при чему је највеће одступање на месту максималне температуре у темељној спојници од  $23,2\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

Промене температуре током времена у карактеристичним тачкама модела MIGU+10 приказане су на слици 5.48. У односу на модел M1, у свим посматраним чворовима почетне температуре више су за  $1,3\text{ }^{\circ}\text{C}$ , максималне температуре више су за

са  $6,5\text{ }^{\circ}\text{C}$ , а температуре на крају прорачуна за око  $7\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Изузетак је чвор 8840 (слој 31) у коме је почетна температура виша за  $2,6\text{ }^{\circ}\text{C}$ , а на крају прорачуна за  $4,2\text{ }^{\circ}\text{C}$  (максимална је као код осталих чворова виша за  $6,8\text{ }^{\circ}\text{C}$ ).



5.48. Модел M1GU+10, промене температуре током времена у карактеристичним тачкама

На основу наведеног следи да  $10\text{ }^{\circ}\text{C}$  више спољашње температуре (и  $5\text{ }^{\circ}\text{C}$  више температуре ваздуха у галеријама) генерално дају  $7\text{ }^{\circ}\text{C}$  више максималне температуре у телу бране и  $4\text{ }^{\circ}\text{C}$  више температуре након 5 година од почетка грађења. Облици дијаграма су слични, пошто се максималне вредности јављају у исто време када и у моделу M1.

Према облицима дијаграма и вредностима на крају рачунског периода уочава се да температуре чворова у маси бетона асимптотски теже вредностима које се крећу од  $25\text{ }^{\circ}\text{C}$  до  $35\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Једино је у чвору 53750 температура нижа и износи око  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ , уз сезонске осцилације температура, пошто се налази у зони где се више осећају утицаји променљивих граничних услова.

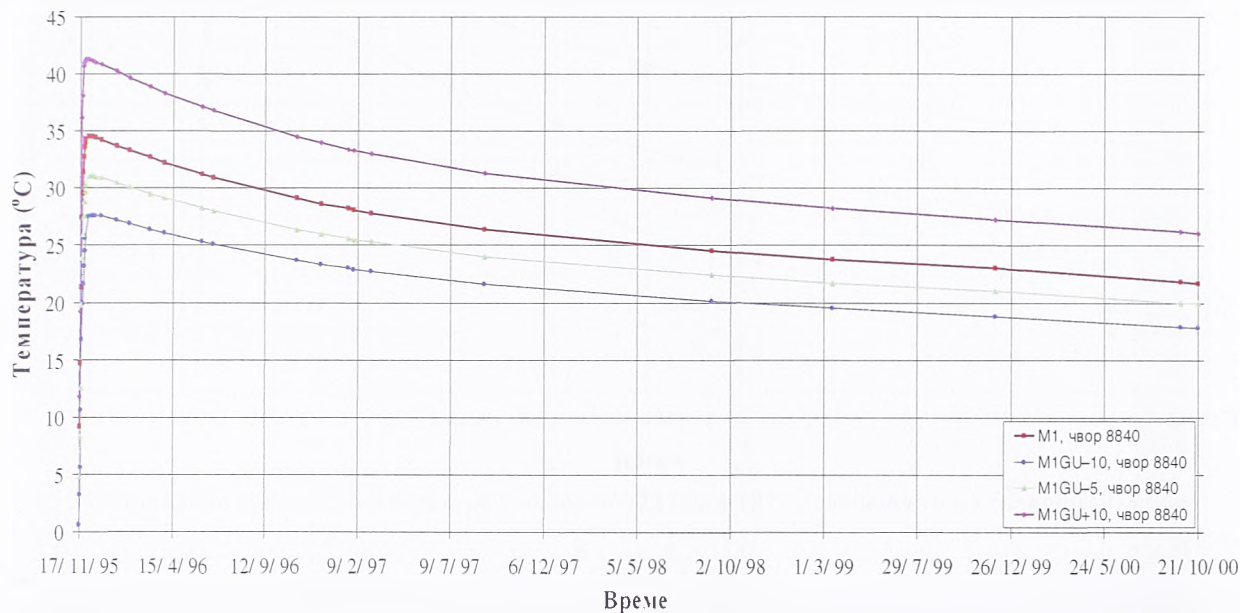
### 5.3.4. Оцена утицаја граничних услова

На основу приказаних резултата прорачуна модела M1GU-10, M1GU-5 и M1GU+10 и њиховог поређења са резултатима модела M1, може се проценити утицај граничних услова. При томе треба имати у виду да су временске криве кориговане тако што су све вредности (минималне и максималне температуре ваздуха по данима) практично транслиране за по  $5\text{ }^{\circ}\text{C}$  на ниже (у моделу M1GU-5), односно за по  $10\text{ }^{\circ}\text{C}$  на ниже (у моделу M1GU-10), или на више (у моделу M1GU+10). Аналогно су кориговане и температуре ваздуха у галеријама, док су температуре воде и стене остале константне током прорачунског периода, али са незнатно промењеним вредностима (видети увод у поглавље 5.3.).

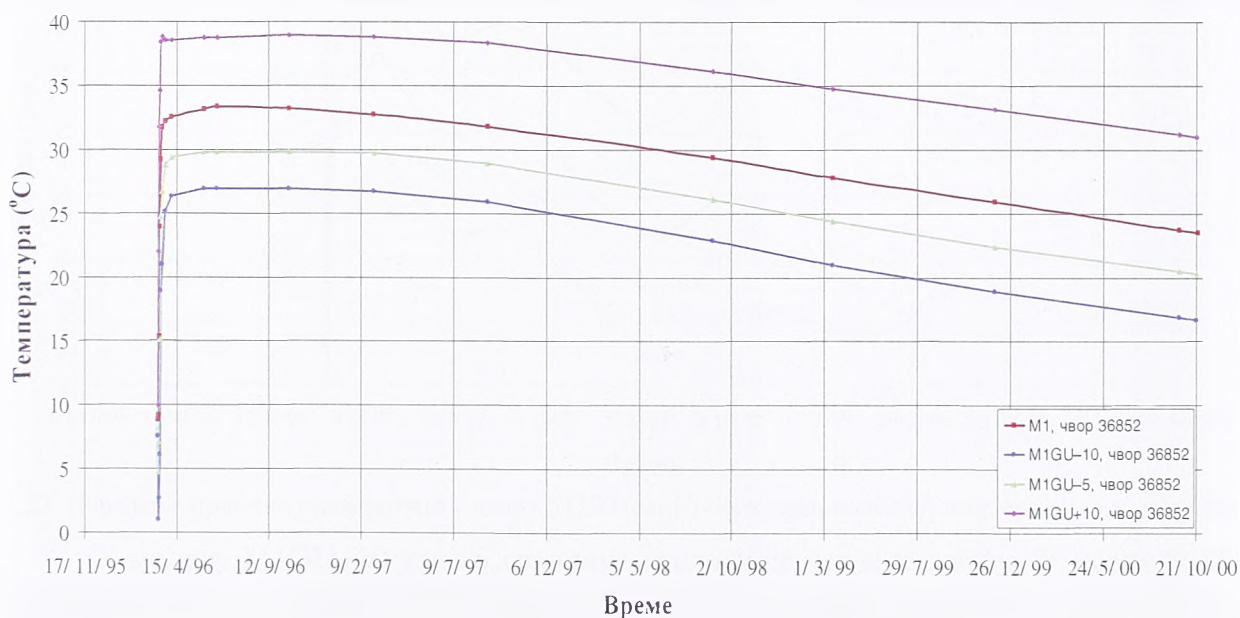
Следи поређење промене температура на карактеристичним местима у телу бране, тј. у изабраним чворовима модела.



Са слика 5.49. до 5.52. уочава се да усвојени начин промене граничних услова доводи до транслаторног подизања, или спуштања графика којима су приказане температуре у карактеристичним тачкама и да практично не утиче на облик графика. Занимљиво је уочити да су разлике између температура у зависности од модела приближно константне током читавог прорачунског периода, односно да су разлике између графика на дан максималних температура приближно једнаке одговарајућим разликама на крају прорачуна. Ово се односи чак и на чвор 53750 (слој 249), код кога су од пролећа 1998. дијаграми практично поклапали без обзира на промену почетних услова, или термичких карактеристика мешавине (видети слике 5.12. и 5.32.).



5.49. Поређење промене температуре у чвору 8840 (слој 31) у зависности од граничних услова



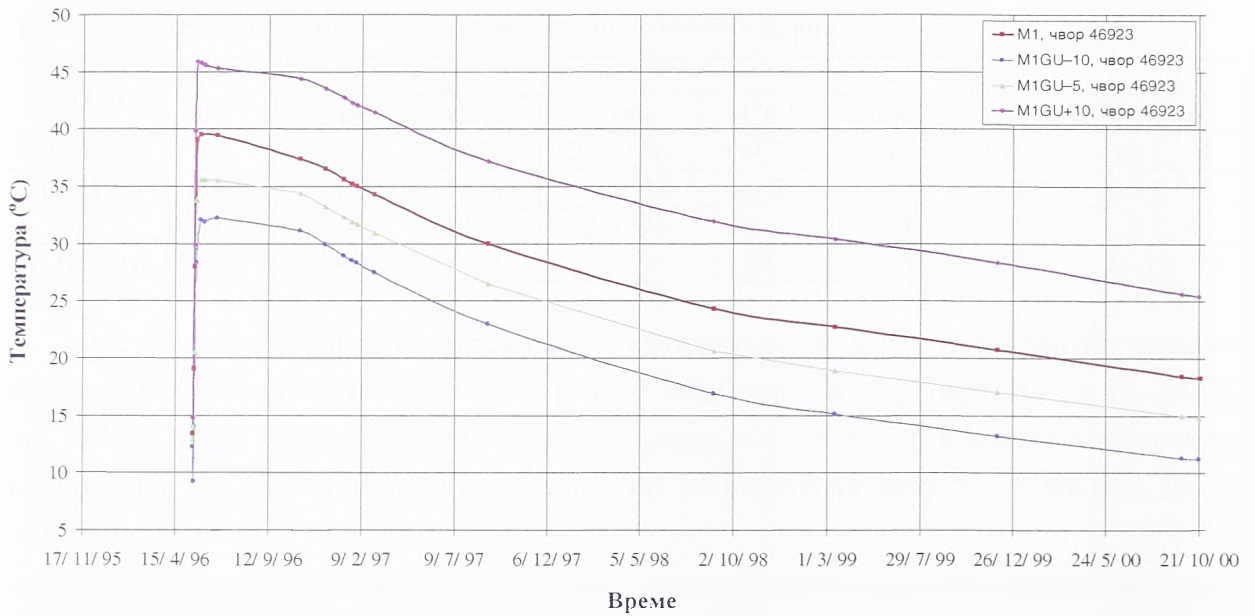
5.50. Поређење промене температуре у чвору 36852 (слој 131) у зависности од граничних услова

Код модела M1GU-10 за сва четири посматрана чвора максималне температуре су ниже за 6,4 °C до 6,9 °C него у моделу M1. На крају прорачуна модел M1GU-10 даје

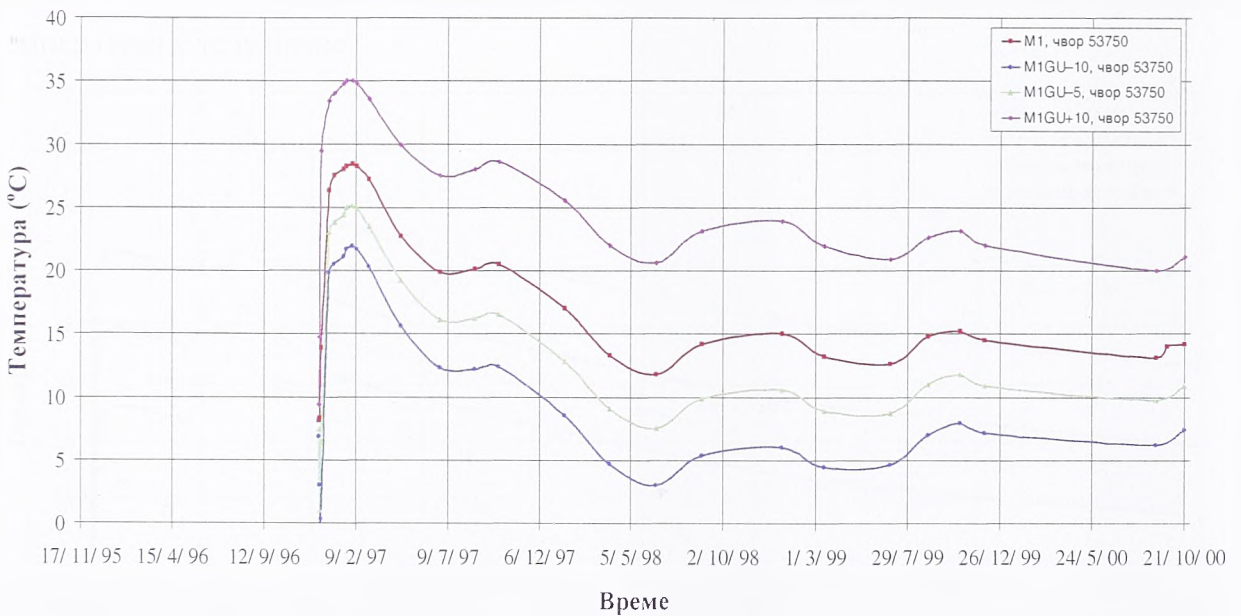


температуру која је у чвору 46923 нижа за 7,1 °C, у чвору 8840 нижа је за 3,9 °C, а код преостала два чвора (36852 и 53750) нижа је за 6,7 °C.

Модел M1GU-5 даје максималне температуре које су 3,3 °C до 3,8 °C ниже него у M1 и током времена утицај сниженог граничног услова се не смањује, Температуре на крају прорачуна остају ниже за 3,1 °C до 3,5 °C. Изузетак је чвор 8840 у коме је после пет година температура нижа за 1,7 °C него у моделу M1.



5.51. Поређење промене температуре у чвору 46923 (слој 187) у зависности од граничних услова



5.52. Поређење промене температуре у чвору 53750 (слој 249) у зависности од модела граничних услова

У моделу M1GU+10 утицај граничног услова се чак и повећава. У чвору 36852 максимална температура је 5,5 °C виша него у M1, а на крају прорачуна виша је за 7,5 °C. Слично је и у чворовима 46923 и 53750 где расте са 6,5 °C на 7,1 °C. Изузетак је поново чвор 8840 код кога максимална температура по моделу M1GU+10 одступа од M1 за 6,8 °C, а на крају прорачуна за 4,4 °C.

На основу наведеног следи да промена спољашње температуре за 5 °C (и у складу са тим и осталих граничних услова) изазива сса 3,5 °C мање (или веће)

температуре у телу бране. Ако се температура ваздуха промени за 10 °C, температуре у телу бране мењају се за 6,5 до 7 °C. При томе треба имати у виду да се изнети закључак првенствено односи на предметну мешавину ваљаног бетона, почетне услове, дебљину слојева и усвојену динамику грађења.

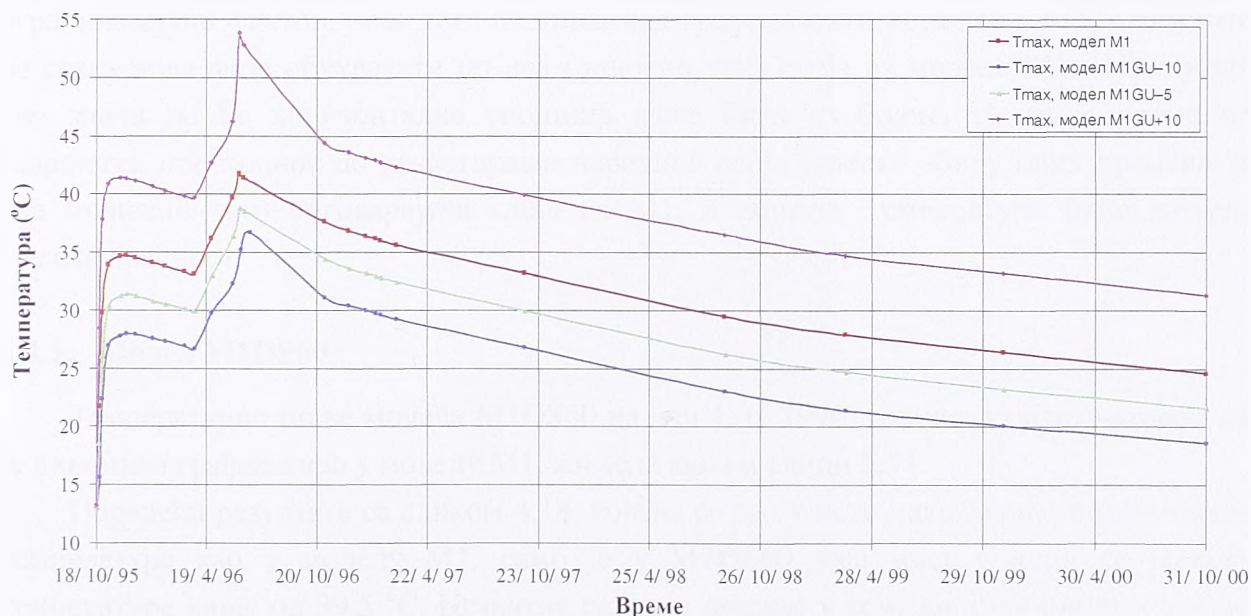
Утицај граничних услова на апсолутне екстремне температуре током прорачунског периода приказан је у табели 5.3.

Табела 5.3. Екстремне температуре у зависности од граничних услова

Модел	$T_{\max}$				$T_{\min}$			
	[°C]	слој	кота	датум	[°C]	слој	кота	датум
M1GU-10	36,7	201	197,3	23.6.'96	-9,78	49	151,7	19.1.'96
M1GU-5	38,8	202	197,6	14.6.'96	-4,85	50	152,0	19.1.'96
M1	41,7	201	197,3	12.6.'96	0,14	49	151,7	19.1.'96
M1GU+10	53,8	200	197,0	13.6.'96	8,86	40	149,0	25.11.'95

Из табеле се види да се максималне температуре јављају у истој зони, у средњој линији бране, између коте 197,0 mm и коте 197,6 mm и то у периоду од 12. до 23. јуна 1996. године, око почетка летње паузе у изградњи бране. Минималне температуре су директна последица граничног услова по температури ваздуха и јављају се на контурама бране.

Промене максималних температура током времена у попречном пресеку, у зависности од граничних услова приказане су на слици 5.53. Облици графика су слични као код претходних модела, док су веома велике разлике између вредности температура у телу бране.



5.53. Поређење максималних температура током времена у зависности од модела граничних услова

Максималне температуре према моделу M1GU-10 су у просеку 6,2 °C ниже него у моделу M1, док су код модела M1GU-5 ниже просечно за 3,1 °C. Модел M1GU+10 показује да повећање температуре ваздуха за 10 °C (без обзира на релативно мало повећање температуре стене, воде узводно и температуре ваздуха у галеријама) доводи до неприхватљиво високих максималних температура у телу бране. Просечно повећање



је 7 °C, а највеће (12. 6. 1996. године) износи 12,1 °C. За разлику од утицаја особина мешавине, овде током времена нема смањења одступања између графика, тј. гранични услови трајно утичу на повећане максималне температуре у телу бране.

На основу изнетог следи да у случају граничних услова као у моделу M1GU+10, снижавање почетних температура мешавине (испод просечних 9,7 °C) не би било могуће. Да би се избегао скок температуре са 40 °C на 54 °C у току лета 1996. године, радове треба прекинути већ до половине маја и интензивно неговати последњу хоризонталну спојницу и низводну контуру бране (окренута ка југу). Међутим, пошто се на овај начин не би снизиле температуре испод сса 45 °C, морао би се кориговати и састав мешавине ваљаног бетона у циљу смањења адијабатског пораста температуре.

#### 5.4. УТИЦАЈ ДЕБЉИНЕ СЛОЈЕВА

Да би се анализирао утицај дебљине слојева на термичко понашање предметне бране, претпоставиће се исти гранични и почетни услови, као и иста мешавина ваљаног бетона, а варираће се само дебљина слојева. Имајући у виду праксу са до сада изграђених брана разматраће се слојеви од 60 cm и 90 cm, тј. модели:

- модел M1DS60;
- модел M1DS90.

Битно питање у вези са дебљином слојева јесте и динамика грађења. Веће дебљине слојева захтевају фабрику бетона већег капацитета, бројнију механизацију и дуже време збијања RCC-а, што код брана великих запремина може бити ограничавајући фактор. Због тога ће динамика грађења бити иста као у M1, с тим што ће свака нова фаза обухватати по два (односно три) слоја из модела M1. Практично, ово значи да ће хоризонталне спојнице дуже бити слободне, тј. да је време од завршетка претходног до разастирања наредног слоја једнако збиру ових времена за два (односно три) одговарајућа слоја из M1, а почетне температуре биће њихова средња вредност.

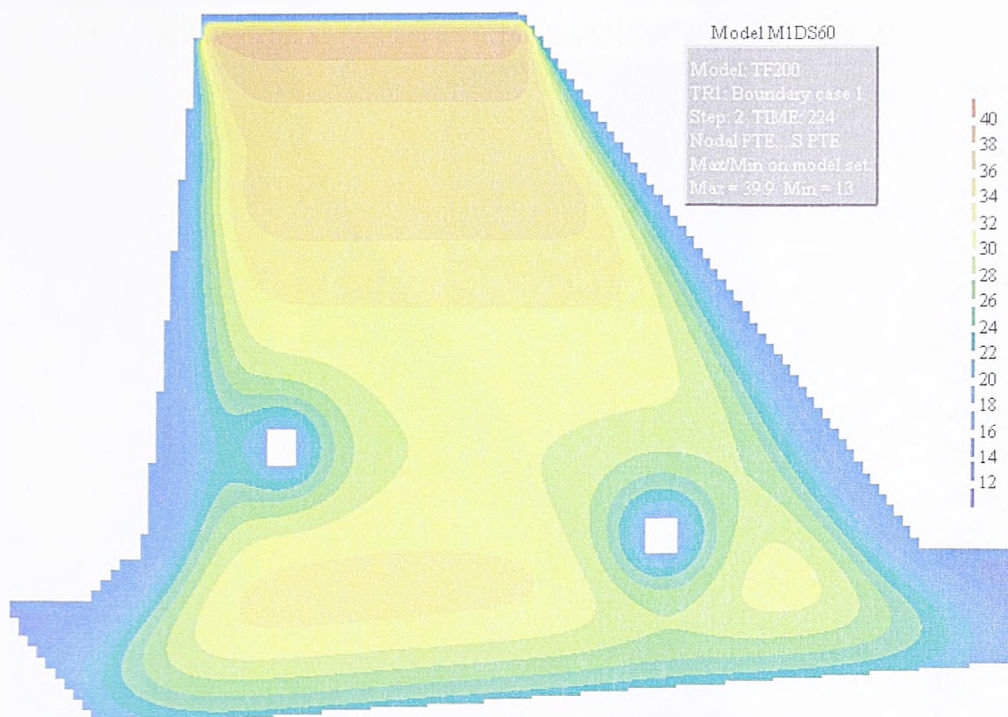
##### 5.4.1. Модел M1DS60

Температурно поље модела M1DS60 на дан 1. 6. 1996. године, уз претпоставку да је динамика грађења као у моделу M1, изгледа као на слици 5.54.

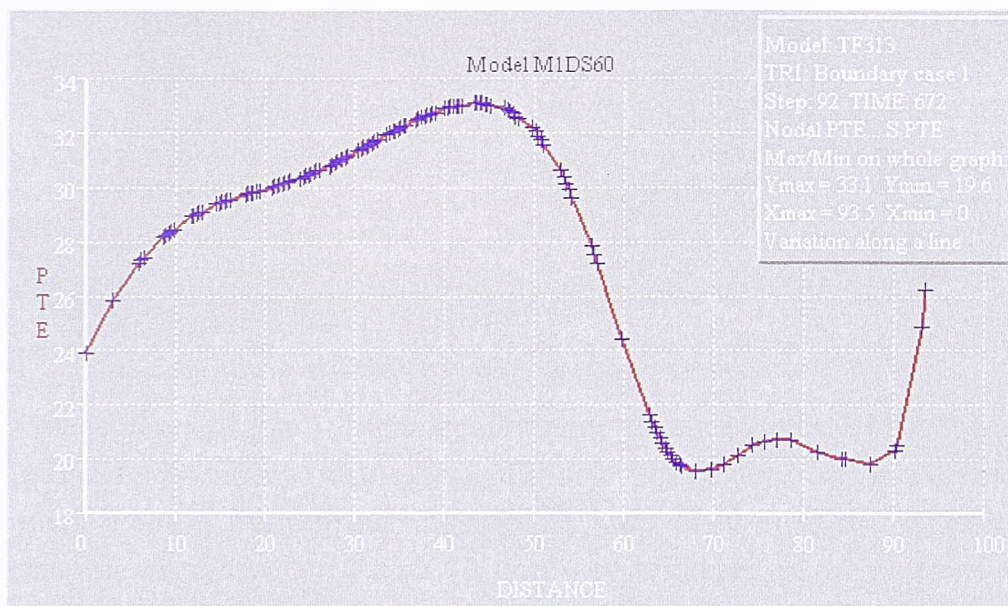
Поредећи резултате са сликом 4.18. уочава се да су исте максималне и минималне температуре као у моделу M1, само је у M1DS60 ужа зона у којој се јављају температуре више од 39,5 °C. Незнатне разлике постоје у темељној спојници и у зони између средње и горње галерије (0,2 до 0,4 °C). Највеће одступање је у зони зуба и износи 0,6 °C (32,6 уместо 32,0 °C).

Температура у средњој линији на дан 1. 9. 1997. године модела M1DS60 (слика 5.55.) од темељне спојнице до максималних вредности (око слоја 150) виша је него у моделу M1 од 0,3 до 0,2 °C, а затим се до круне бране практично поклапа са кривом приказаном на слици 4.24.





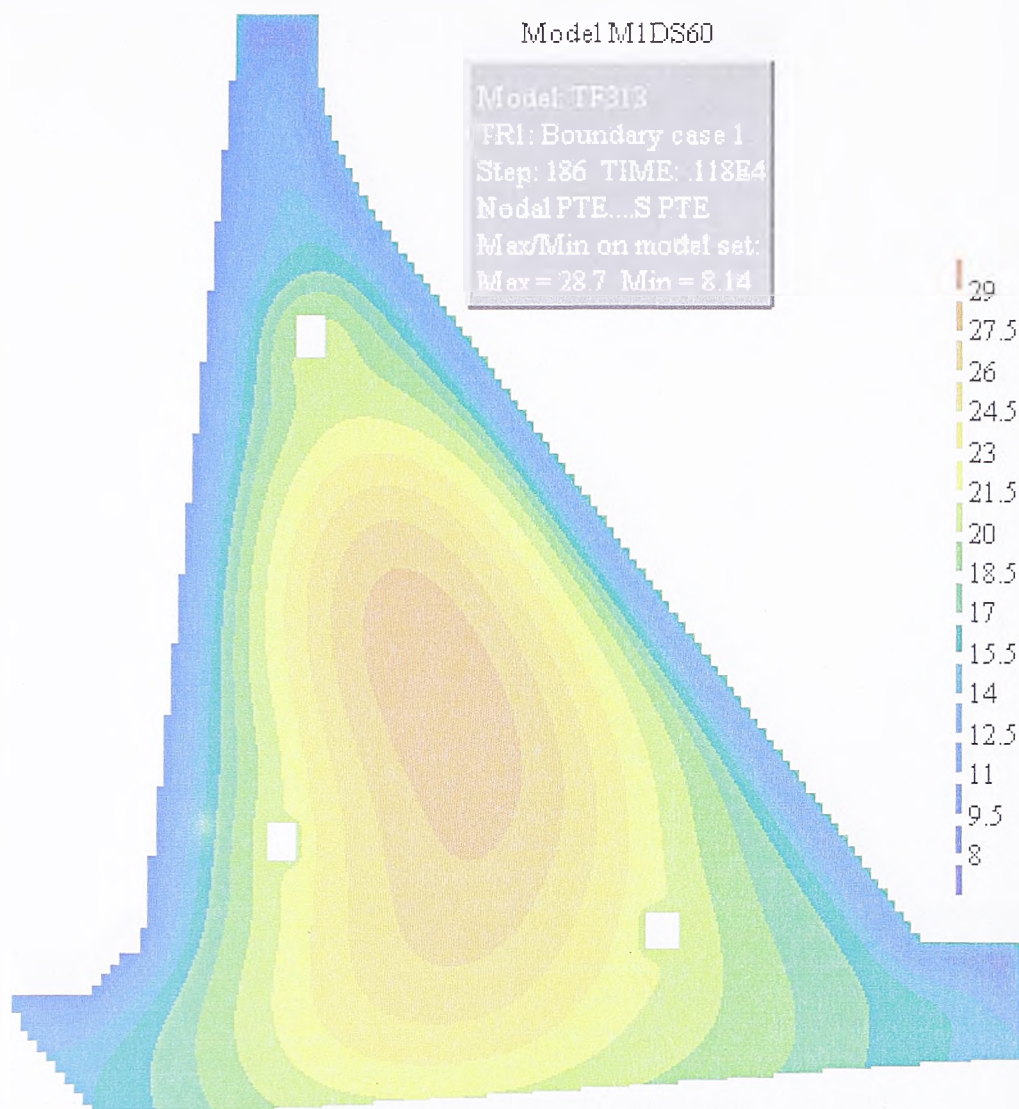
5.54. Модел M1DS60. температурно поље на дан 1. 6. 1996.



5.55. Модел M1DS60. температура у средњој линији на дан 1. 9. 1997.

Уколико су слојеви дебљине 60 cm, температурно поље на дан 11. 1. 1999. изгледа као на слици 5.56. Разлике у односу на модел M1 (слика 4.26.) су незнатне: максимална температура већа је за 0,3 °C; у зубу је разлика 0,2 °C; непосредно испод круне бране температура је 11,1 °C (уместо 9,5 °C). У осталом делу пресека разлике су мање од 0,2 °C, док на контурама практично нема одступања.

У јесен 2000. године, слика 5.57., одступања у односу на модел M1 су још мања него у претходном периоду. Максимална температура модела M1DS60 већа је за 0,2 °C. Ова разлика постоји у читавом средишњем делу бране, а према контурама поље температуре је скоро исто као на слици 4.29.



5.56. Модел M1DS60, температурно поље на дан 11. 1. 1999.

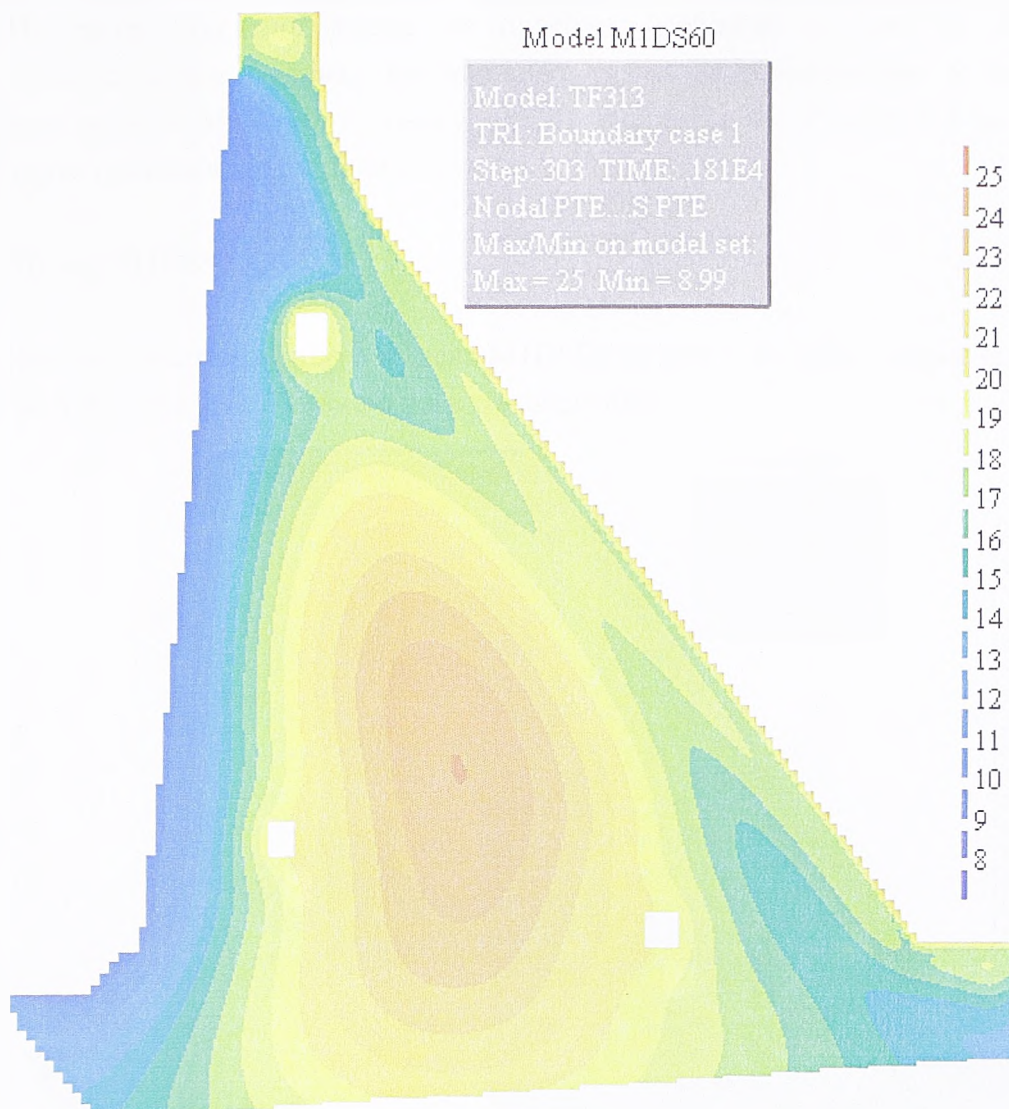
Промене температуре у карактеристичним тачкама модела M1DS60 потврђују описане разлике у односу на модел M1 које проистичу из приказаних слика температурног поља у телу бране. График за чвор 8840 модела M1DS60 у првих десетак дана има одступања од 1 до 2 °C, потом су температуре у односу на модел M1 више до 0,4 °C и на крају прорачуна своди се на 0,2 °C.

У чвору 36852 максимална температура за модел са дебљином слојева од 60 cm износи 33,5 °C, односно 0,7 °C више него што се добија са слојевима дебљине 30 cm. Ова температура регистрована је 20. 6. 1996. године, на дан почетка летњег прекида при бетонирању. После тога, разлика је све мања и на крају прорачуна износи 0,2 °C.

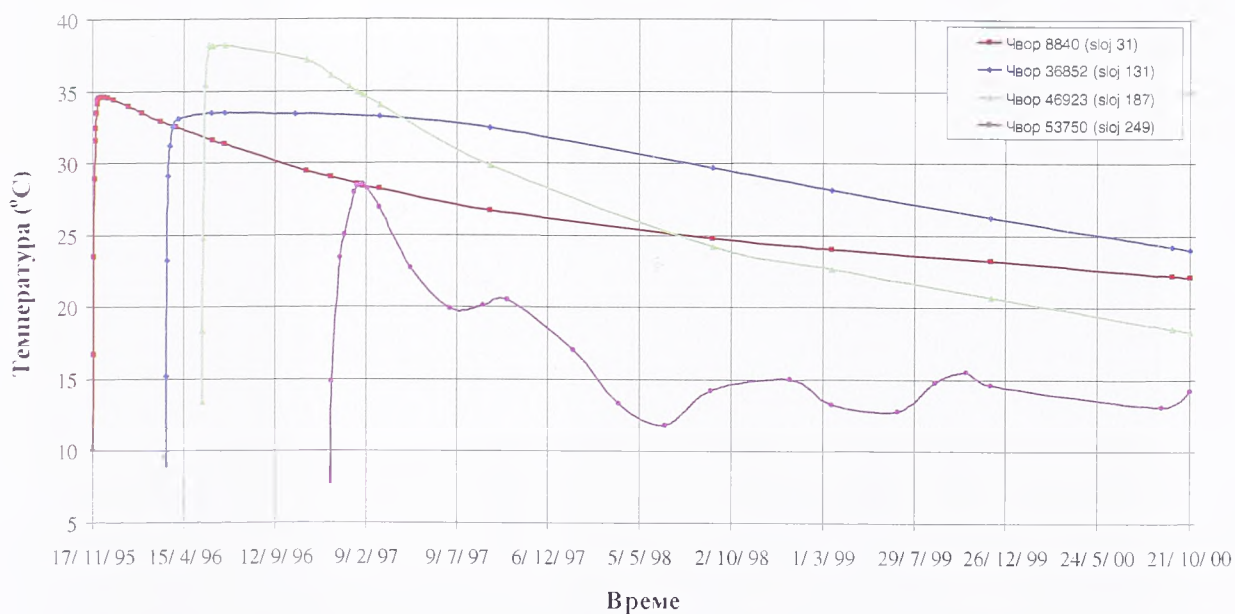
Чвор 46923 (у слоју 187) крајем јуна 1996. има максималну температуру нижу за 1,3 °C него модел M1 (38,2 °C, уместо 39,5 °C). До краја те године разлика се смањује на 0,5 °C, а на крају прорачуна оба модела имају исту температуру од 18,3 °C.

График промене температуре у чвору 53750 само у првих месец дана има одређене разлике у односу на модел M1 (до 1,5 °C), а затим се дијаграми потпуно поклапају до краја прорачуна.





5.57. Модел M1DS60, температурно поље на дан 1. 10. 2000.



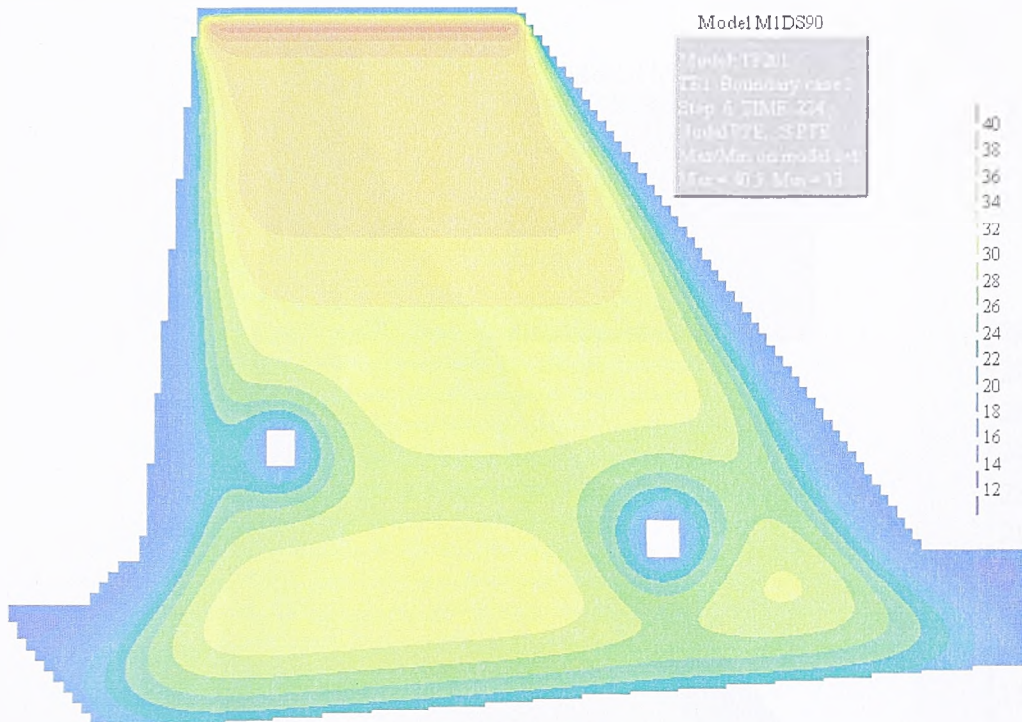
5.58. Модел M1DS60, промене температуре током времена у карактеристичним тачкама



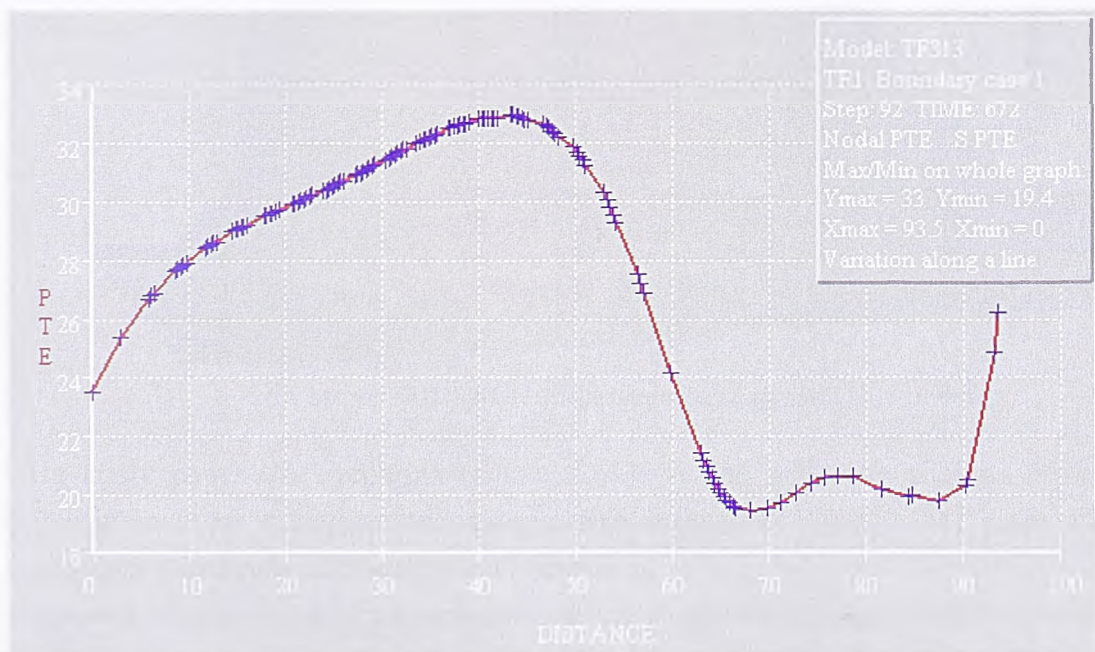
Из свега наведеног следи да повећање дебљине слојева на 60 cm (уз непроменљиве остале услове) занемарљиво утиче на температуре у телу бране. Одступања модела M1DS60 у односу на M1 су генерално између 0,5 и 1,0 °C, са тенденцијом смањења током времена.

#### 5.4.2. Модел M1DS90

Максимална температура модела M1DS90 на дан 1. 6. 1996. године (слика 5.59.) износи 40,5 °C, што је 0,6 °C више него у моделу M1.



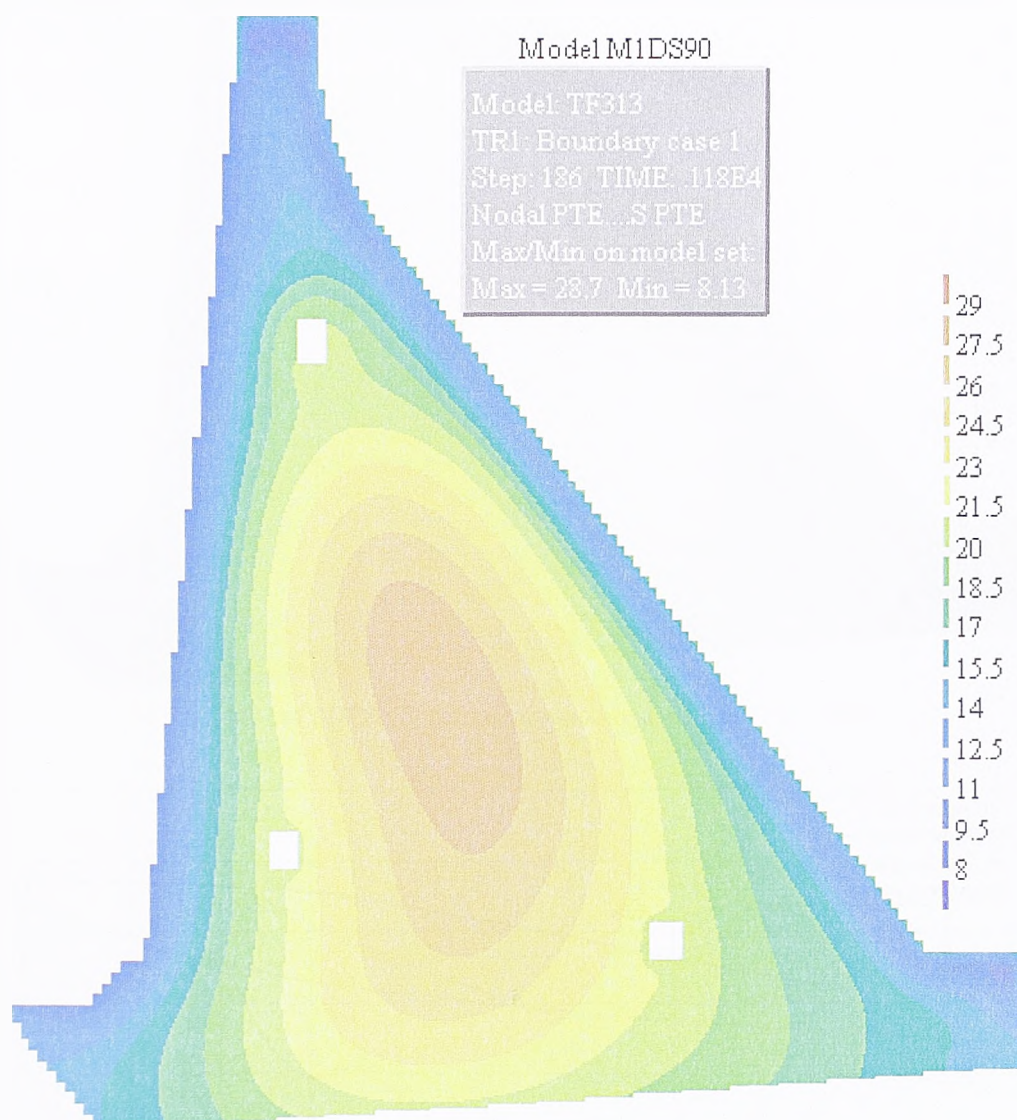
5.59. Модел M1DS90, температурно поље на дан 1. 6. 1996.



5.60. Модел M1DS90, температура у средњој линији на дан 1. 9. 1997.

У зони зуба, температура је  $31,7\text{ }^{\circ}\text{C}$ , уместо  $32,0\text{ }^{\circ}\text{C}$  колико је у М1. На контакту са стеном М1ДС90 даје  $0,2$  до  $0,3\text{ }^{\circ}\text{C}$  ниже температуре, а на узводној и низводној контури и око зидова галерија температуре су исте као на моделу М1.

Поредећи температуре у средњој линији бране на дан 1. 9. 1997. за моделе М1ДС90 и М1 (слике 5.60. и 4.24.), уочава се да слојеви дебљине  $90\text{ cm}$  узрокују температуру у темељној спојници нижу за  $0,3\text{ }^{\circ}\text{C}$ ; максимална температура виша је за  $0,1\text{ }^{\circ}\text{C}$ ; минимална температура је нижа за  $0,3\text{ }^{\circ}\text{C}$ ; у зони круне бране одступања су занемарљива. Почетком 1999. године, модел М1ДС90 има максималну температуру  $28,7\text{ }^{\circ}\text{C}$  ( $0,3\text{ }^{\circ}\text{C}$ ) више него модел М1. У осталом делу пресека, разлике су још мање.

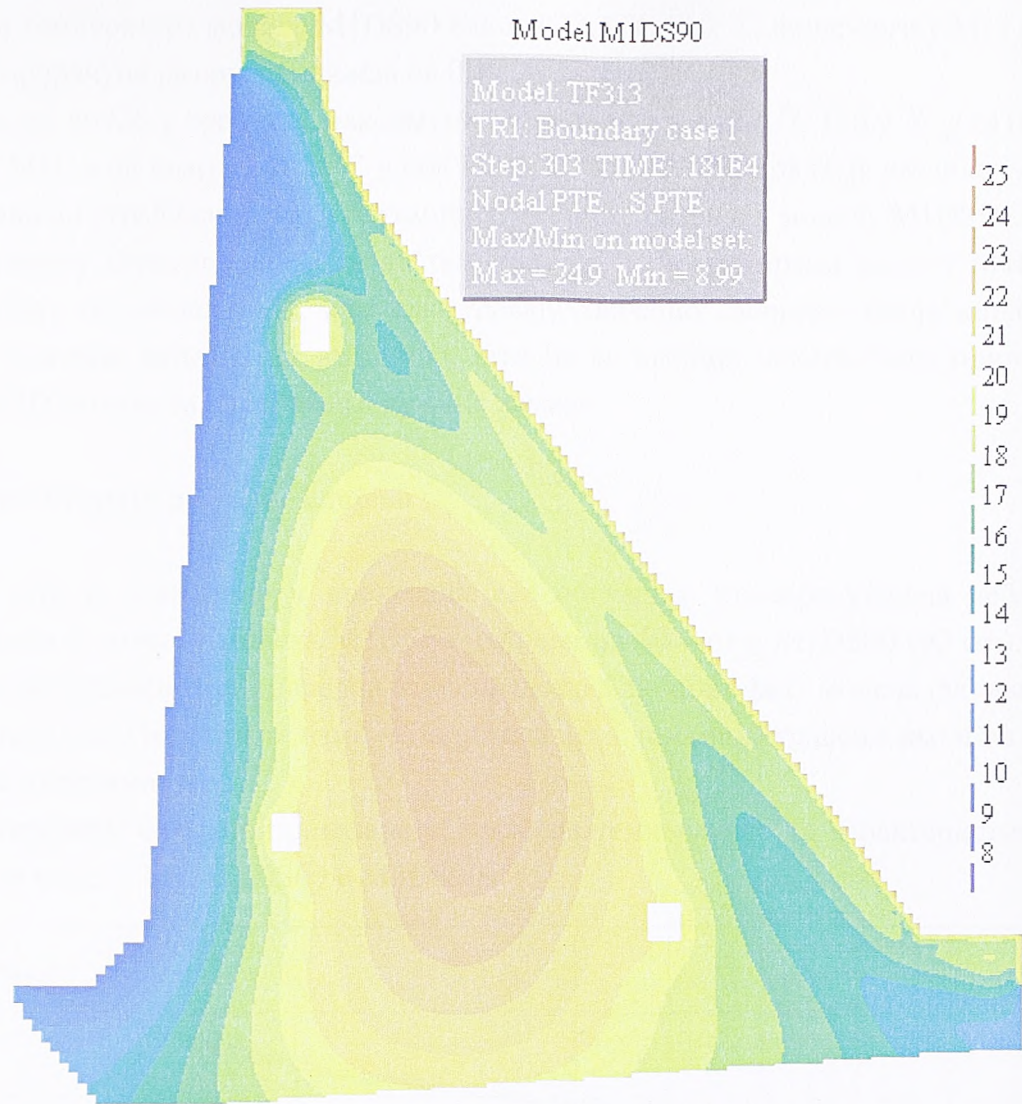


5.61. Модел М1ДС90, температурно поље на дан 11. 1. 1999.

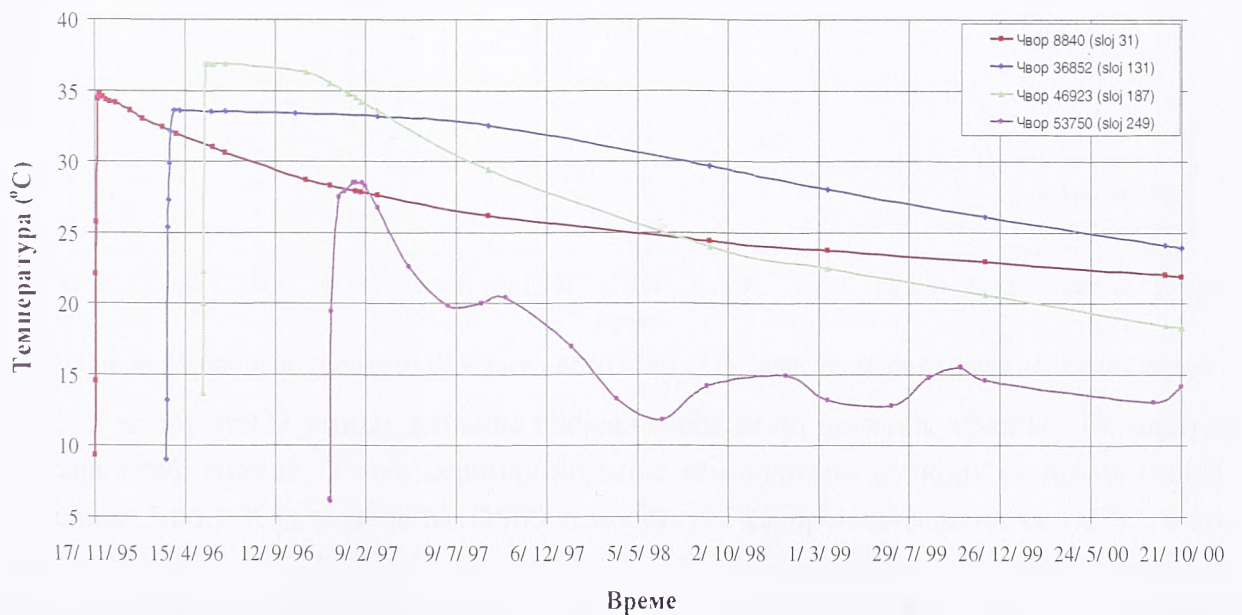
На крају рачунског периода (слика 5.62), утицај дебљине слојева потпуно је нестао, јер је разлика максималних температура модела М1ДС90 и М1 само  $0,1\text{ }^{\circ}\text{C}$ , а исти је случај и у осталом делу попречног пресека.

Промене температуре у карактеристичним чворовима модела М1ДС90 потврђују разлике уочене на нивоу попречног пресека. Највеће разлике постоје одмах по уграђивању, а затим су знатно мање.





5.62. Модел M1DS90, температурно поље на дан 1. 10. 2000.



5.63. Модел M1DS90, промене температуре током времена у карактеристичним тачкама



За чвор 8840 дијаграми M1DS90 и M1 се практично поклапају. У чвору 36852 максимална температура модела M1DS90 износи 33,5 °C (0,7 °C више него у M1) да би се на крају прорачуна разлика смањила на 0,1 °C.

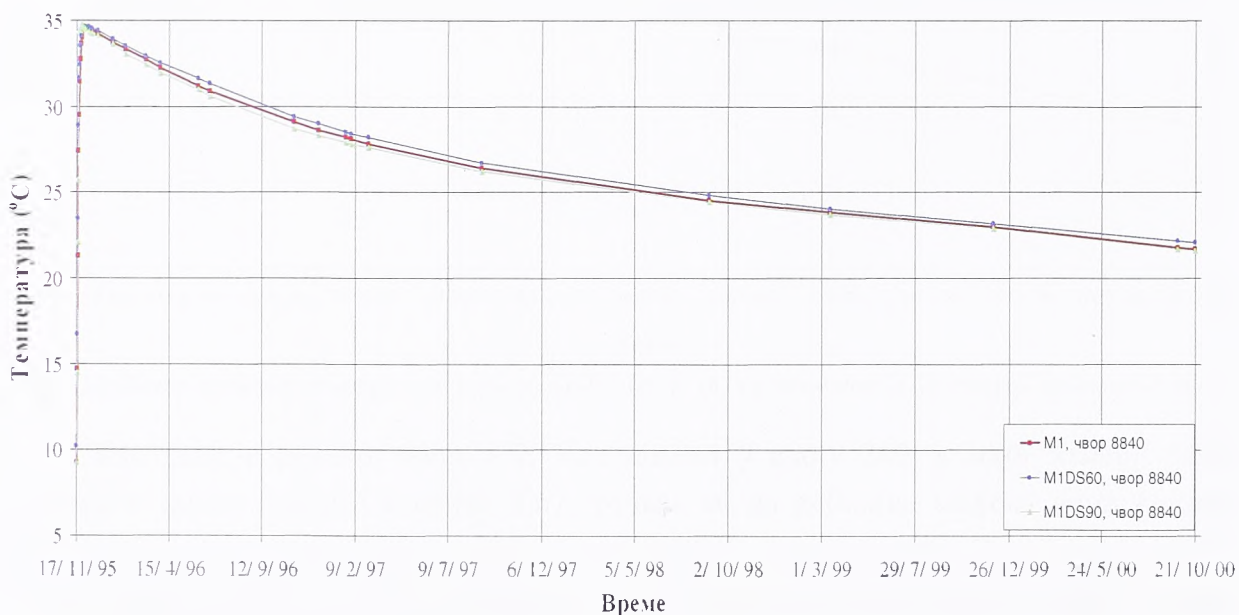
У чвору 46923 у тренутку максимума разлика износи -2,4 °C (36,9 °C у M1DS90 и 39,5 °C у M1), а на крају је 18,3 °C у оба модела. Чвор 53750 показује разлике само у првих 15 дана по уграђивању, када се температура брже развија у моделу M1DS90.

На основу изнетог уочава се да температуре добијене према моделу M1DS90 мало одступају од модела M1, али омогућавају значајно смањење броја коначних елемената, односно непознатих величина, што ће се касније искористити приликом формирања 3D модела за одређивање дужине ламеле.

### 5.4.3. Оцена утицаја дебљине слојева

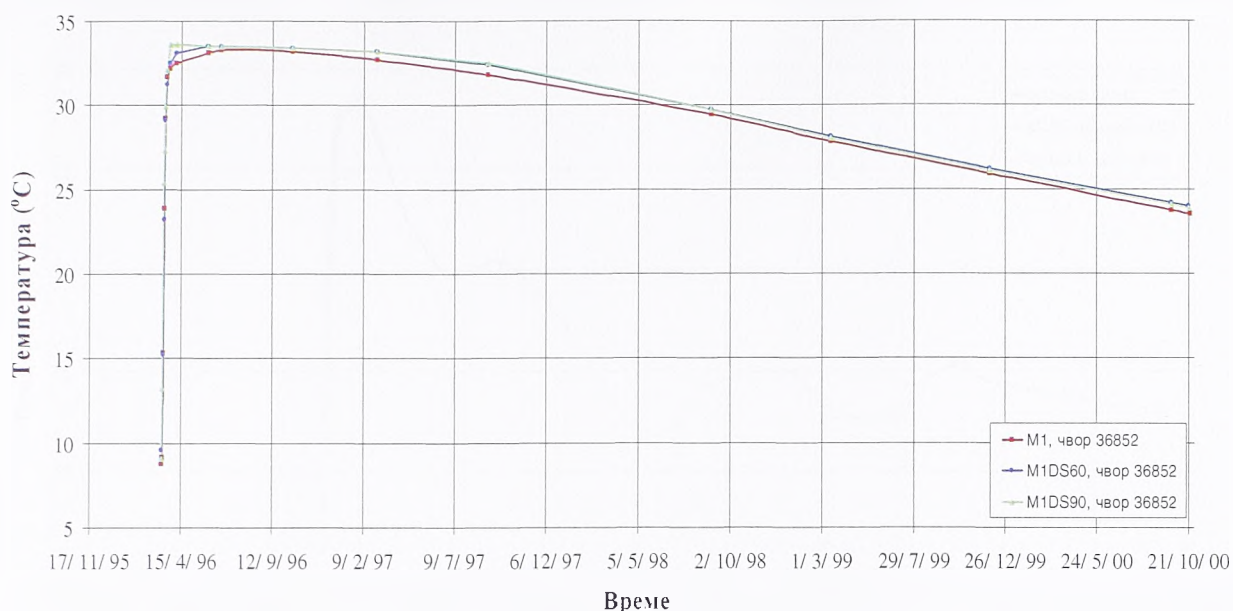
Као што је приказано у претходна два поглавља, провера утицаја дебљине слојева вршена је помоћу модела M1DS60 (слојеви од 60 cm) и M1DS90 (90 cm). При томе, свака два (односно три) наредна слоја представљају нову фазу модела (активирају се истовремено), али је, осим те измене, задржана иста динамика грађења као и на свим претходним моделима.

На наредним сликама приказана је промена температуре на карактеристичним чворовима за моделе M1, M1DS60 и M1DS90.

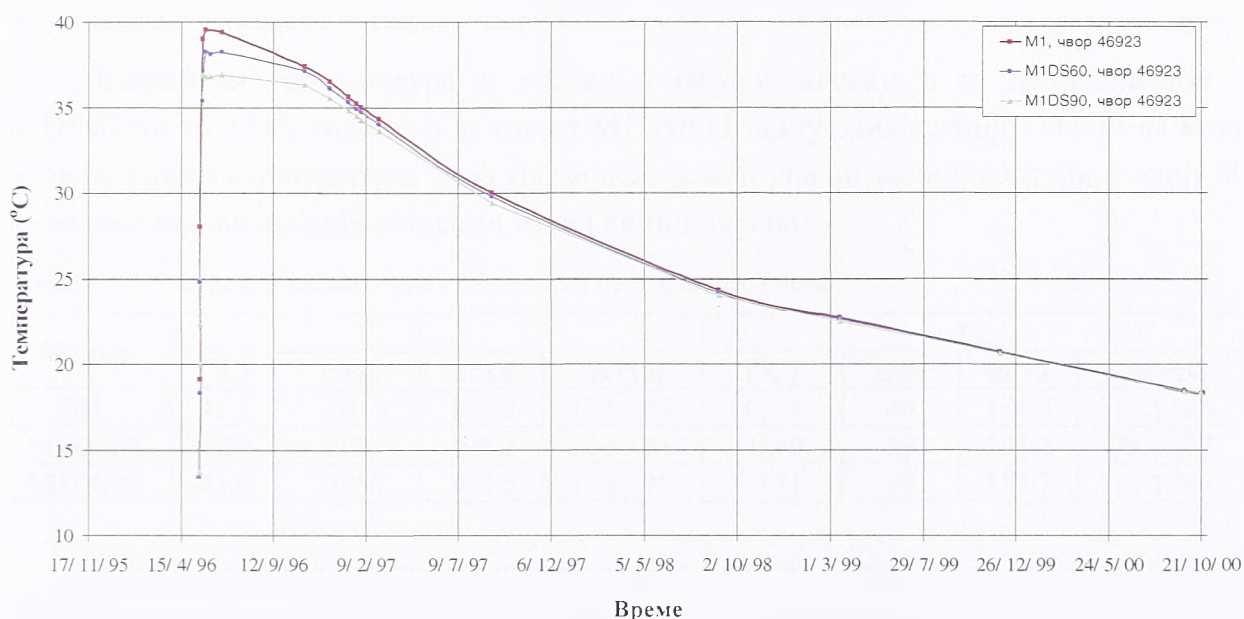


5.64. Поређење промене температуре у чвору 8840 (слој 31) у зависности од утицаја дебљине слојева

У чвору 46923 утицај дебљине слојева осећа се од почетка уградње (14. маја) па до краја 1996. године. У том периоду највише температуре добијају се према моделу M1 (слика 5.66.). Код модела M1DS60 температуре су просечно ниже за 1,2 °C, а код модела M1DS90 за 2,5 °C. Почетком 1997. године одступања изазвана повећањем дебљине слојева смањују се на мање од 0,5 °C, да би се од краја 1997. до завршетка рачунског периода добило потпуно поклапање дијаграма.



5.65. Поређење промене температуре у чвору 36852 (слој 1) у зависности од утицаја дебљине слојева

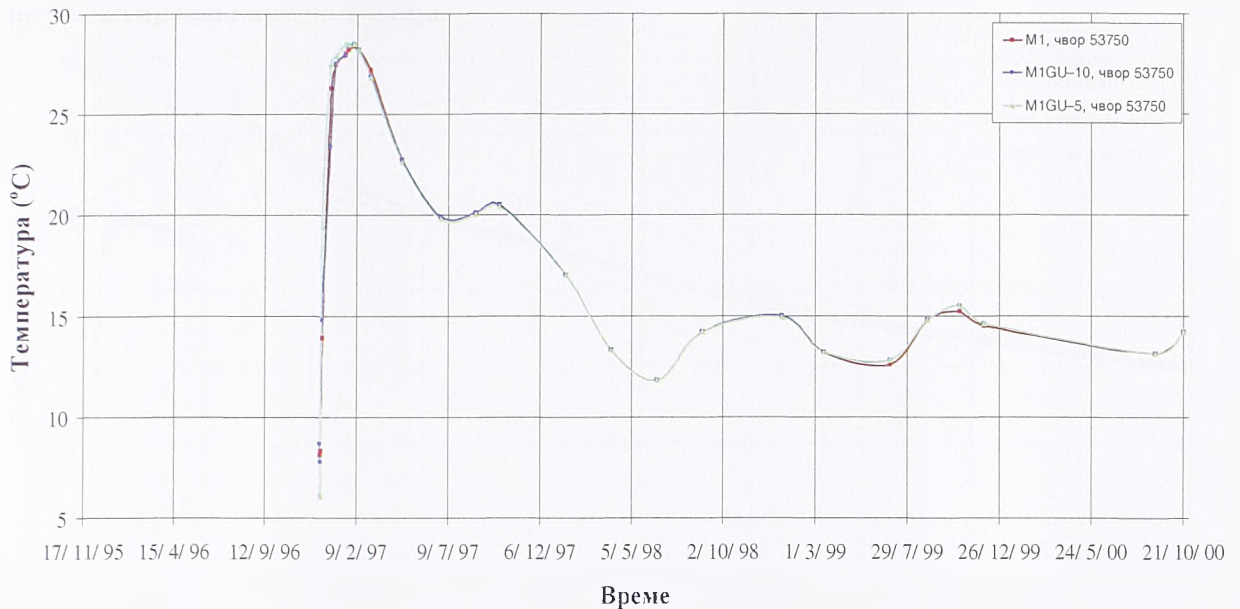


5.66. Поређење промене температуре у чвору 46923 (слој 187) у зависности од утицаја дебљине слојева

Као што је речено, чвор 53750 се налази у слоју 249, у зони између горње галерије и круне бране. Са слике 5.67. уочава се да дебљина слојева нема никакав практичан утицај на дијаграм промене температуре у овом чвору. Одступања постоје једино првих месец дана по уграђивању слоја (почетни, стрми део графика), а затим потпуно преовладава утицај граничних услова, који не зависи од дебљине слојева. Утицај дебљине слојева на апсолутне екстремне температуре током прорачунског периода приказан је у табели 5.4.

Без обзира на дебљину слојева, максималне температуре се јављају истог дана, у истој зони (између слојева 201 и 205), око средње линије бране. Оба модела са промењеном дебљином слојева дају нешто више екстремне температуре: 42,9 °C код модела M1DS60 и 42,0 °C код M1DS90.





5.67. Поређење промене температуре у чвору 53750 (слој 249) у зависности од утицаја дебљине слојева

Минималне температуре се јављају у јануару месецу, и то за моделе М1 и М1ДС90 током 1996. године, а за модел М1ДС60 годину дана касније. Место на коме се јавља најнижа температура у сва три модела је исто, на низводној контури, у слоју 49 (најнизводнија ивица која се налази изнад линије терена).

Табела 5.4. Екстремне температуре у зависности од дебљине слојева

Модел	$T_{max}$				$T_{min}$			
	[°C]	слој	кота	датум	[°C]	слој	кота	датум
М1	41,7	201	197,3	12.6.'96.	0,14	49	151,7	19.1.'96.
М1ДС60	42,9	204	198,2	12.6.'96.	-0,40	49	151,7	25.1.'97.
М1ДС90	42,0	205	198,5	12.6.'96.	-0,21	49	151,7	16.1.'96.

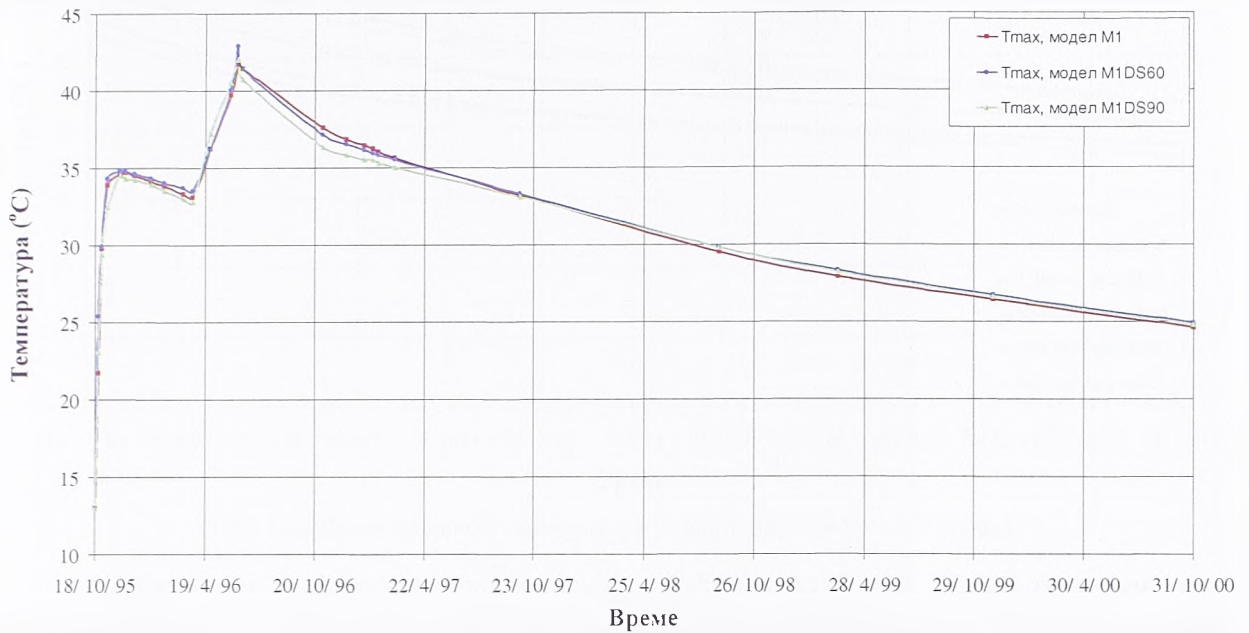
Утицај дебљине слојева на промене максималних температура током времена у попречном пресеку, приказан је на слици 5.68. График модела М1ДС60 се скоро поклапа са графиком модела М1, осим у зони од пролећа до зиме 1996. У том периоду максималне температуре расту изнад оних у моделу М1 (за 1,2 °C), а затим се смањују испод вредности модела М1 (просечно за 0,3 °C).

Слично се може рећи и за дијаграм модела М1ДС90, с тим што је апсолутни максимум виши за 0,3 °C него у моделу М1, а затим су максималне температуре мање за сса 1 °C него у М1 све до пролећа 1997. године.

Са слика 5.64. до 5.68. уочава се да је утицај дебљине слојева на промене температуре у усвојеним карактеристичним чворовима и максималне температуре у телу бране током времена практично занемарљив. Међутим, треба истаћи да овакав закључак важи само са нумеричког становишта, јер двоструко, или троструко већа дебљина слојева захтева знатно већи капацитет фабрике бетона, транспортних средстава и механизације за уграђивање ваљаног бетона. Такође, поставља се и питање времена потребног за разастирање и уграђивање слојева дебљине 60 и 90 см. У вези са



тим је и зрелост хоризонталних спојница, која може захтевати израду везивног малтера пре разастирања наредног слоја.



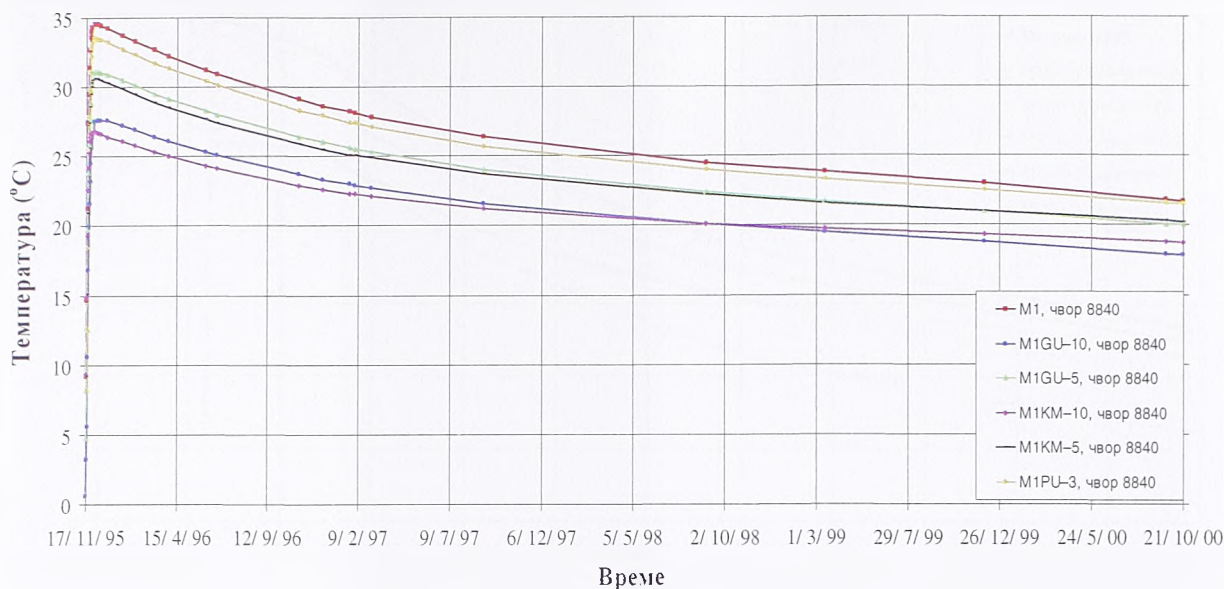
5.68. Поређење максималних температура током времена у зависности од утицаја дебљине слојева

Промена дебљине слојева свакако би утицала и на динамику грађења, тј. на скраћење времена изградње, што би изазвало и промену граничних услова. У моделима M1DS60 и M1DS90 овај параметар није мењан, да би се добио само утицај дебљине слојева на термичко понашање предметне RCC бране.

## 5.5. ПОРЕЂЕЊЕ РЕЗУЛТАТА ПРОРАЧУНА ПО МОДЕЛИМА

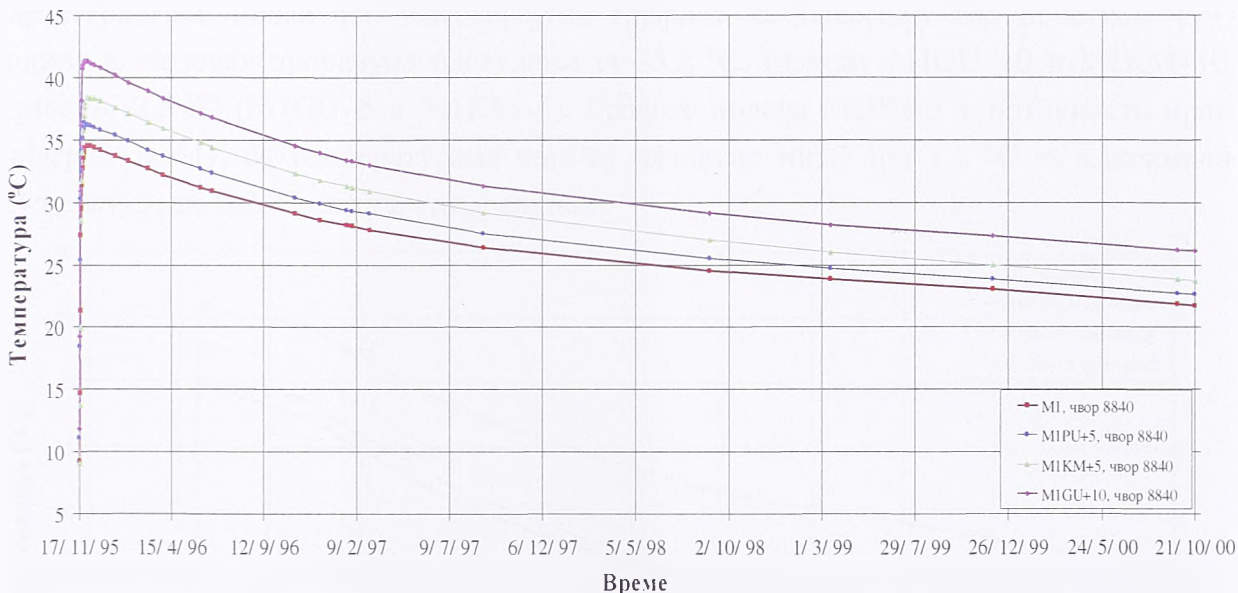
Поређењем резултата прорачуна по моделима, даће се оцена термичког понашања гравитационих брана од ваљаног бетона (које имају сличне карактеристике као предметна брана). У "Групу 1" сврстани су модели који дају ниже температуре од модела M1, тј. M1PU-3, M1KM-10, M1KM-5, M1GU-10 и M1GU-5. "Групу 2" чине модели који дају више температуре него модел M1 и то: M1PU+5, M1KM+5 и M1GU+10. С обзиром на занемарљив утицај на температуру у телу бране, модели који описују утицај дебљине слојева нису приказани да се не би оптерећивао садржај слика. Као репрезентативни чворови усвојени су чвор 8840 у слоју 31 и чвор 46923 (слој 187), оба у средњој линији бране.

Као што се са види са слике 5.69., модели M1GU-10 и M1KM-10 дају врло сличне температуре у чвору 8840 током читавог рачунског периода. Максимална температура већа је у моделу M1GU-10 за 1 °C, а затим се графици приближавају све до почетка фебруара 1998. године. После овог периода модел M1GU-10 у чвору 8840 даје ниже температуре, па на крају прорачуна разлика износи -0,9 °C. Веома је сличан и однос графика који дају модели M1GU-5 и M1KM-5, с тим што су поменуте разлике износе 0,5 °C у периоду максималних температура и -0,3 °C на крају прорачуна.



5.69. Поређење промене температуре у чвору 8840, модели "Групе 1"

Као последњи "пар" модела уочавају се M1 и M1PU-3. Нижи почетни услов сваког слоја за 3 °C у моделу M1PU-3 даје температуре ниже за сса 1 °C, осим на крају прорачунског периода када се разлика смањује на 0,2 °C.

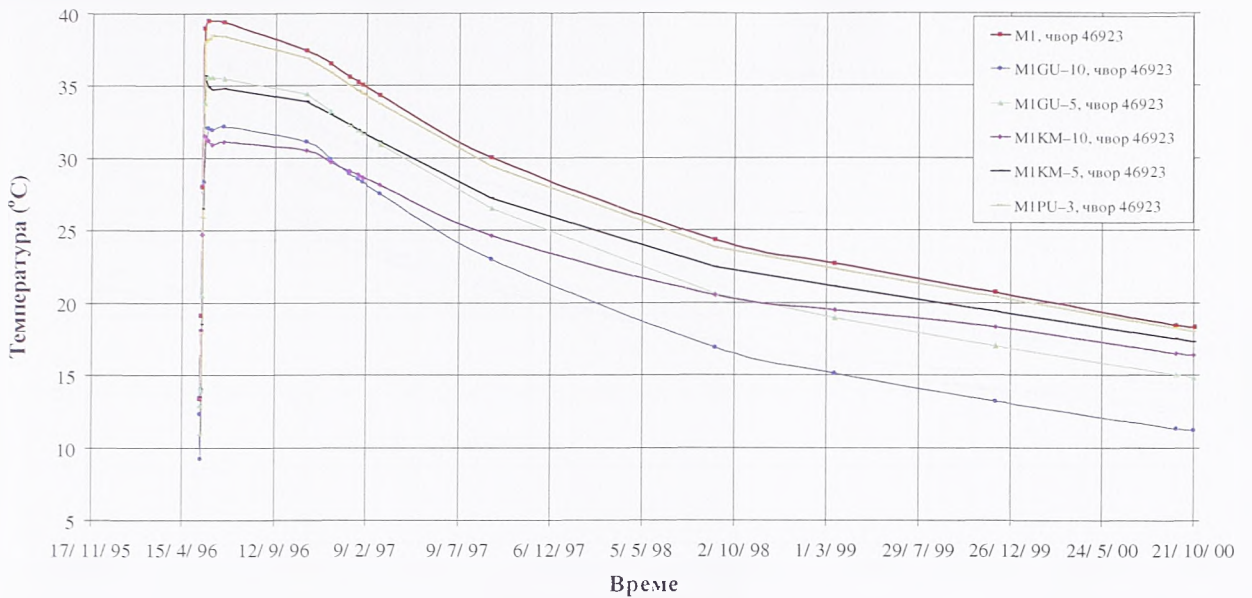


5.70. Поређење промене температуре у чвору 8840, модели "Групе 2"

На слици 5.70. приказани су резултати модела који у чвору 8840 дају више температуре од модела M1. Уочава се да су (од достизања максималне температуре, па до краја прорачуна) дијаграми паралелни за сва четири модела. Повећање почетних температура мешавина за 5 °C (модел M1PU+5) даје максималне температуре више за 1,7 °C него M1, док се на крају прорачуна ова разлика смањује на 0,9 °C.

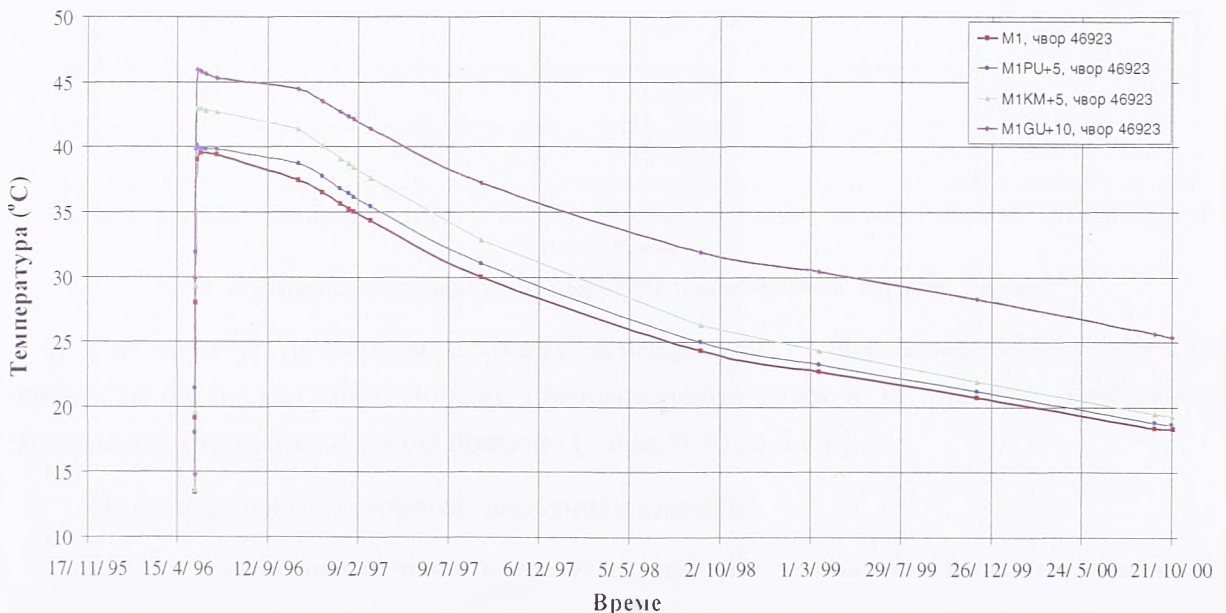
Код модела чији је адијабатски пораст температуре виши за 5 °C (M1KM+5), разлике у односу на модел M1 износе од 4 °C (у време максималних температура) до 2 °C (на крају прорачуна). Као што се могло и очекивати, највеће повећање температура даје модел M1GU+10 са 10 °C вишим температурама ваздуха и оно износи од 7 °C до 4,5 °C.





5.71. Поређење промене температуре у чвору 46923, модели "Групе 1"

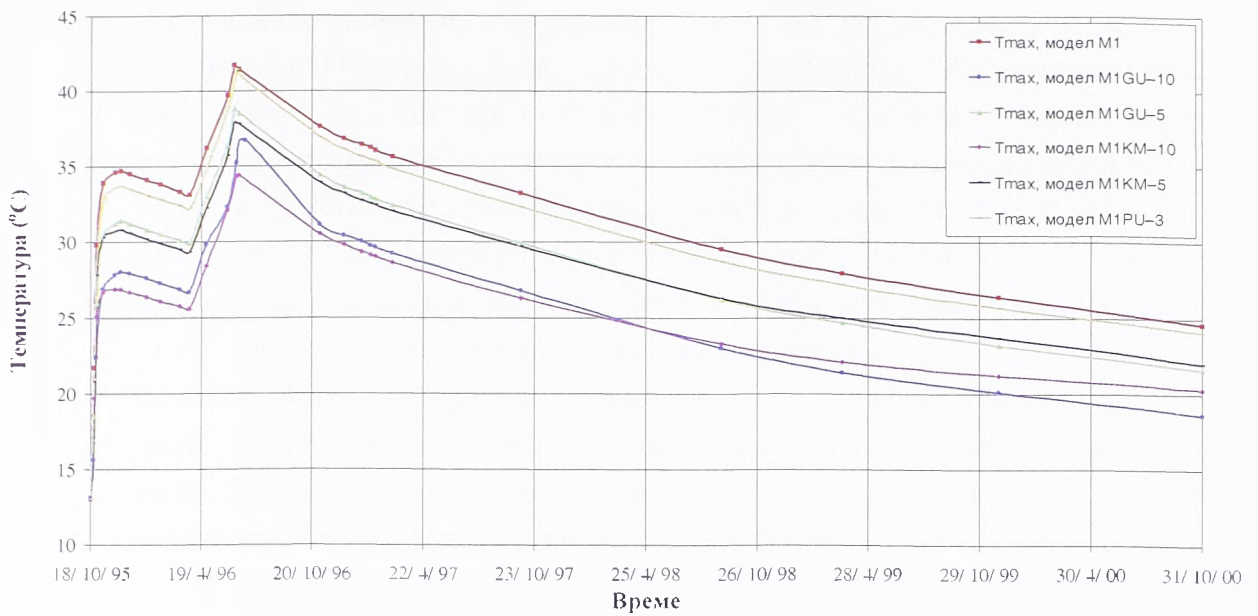
Упоредни резултати прорачуна модела из "Групе 1" за чвор 46923 приказани су на слици 5.71. Разлика у односу на чвор 8840 јесте веће одступање између графика модела који показују утицај граничних услова и графика који показују утицај карактеристика мешавине. Одговарајући графици се пресецају већ почетком 1997. године и на крају прорачуна одступања су  $-5,2\text{ }^{\circ}\text{C}$ , (између M1GU-10 и M1KM-10), односно  $-2,5\text{ }^{\circ}\text{C}$  (M1GU-5 и M1KM-5). График модела M1PU-3 у потпуности прати дијаграм за M1, са температурама које су незнатно ниже (од  $1,1\text{ }^{\circ}\text{C}$  за максималне температуре до  $0,3\text{ }^{\circ}\text{C}$  на крају прорачуна).



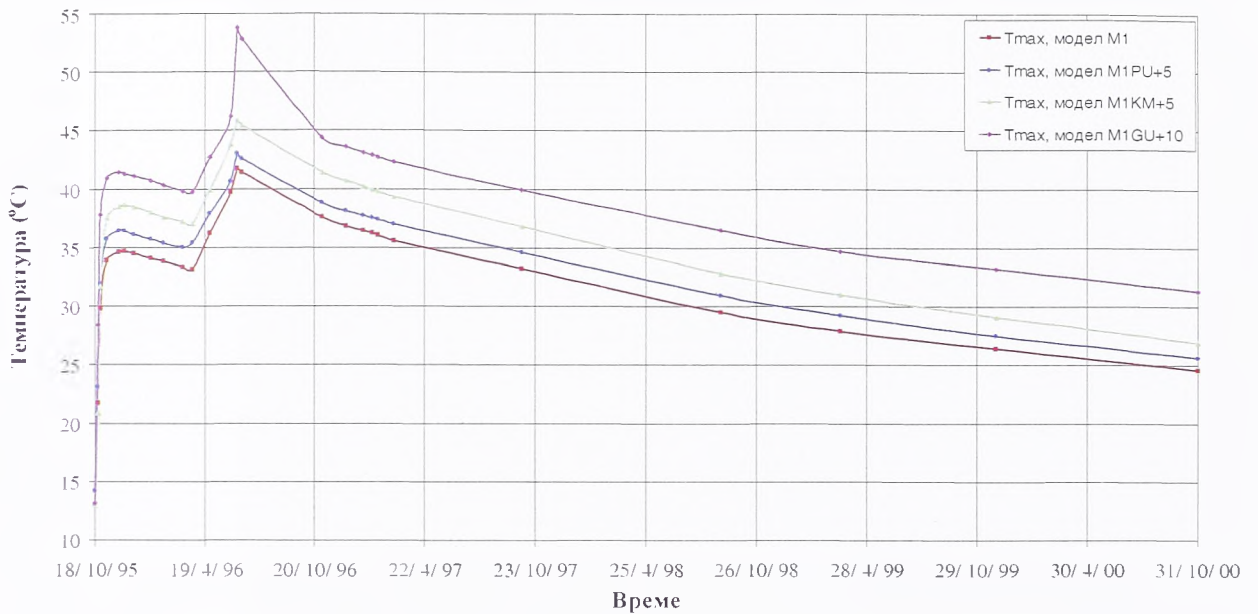
5.72. Поређење промене температуре у чвору 46923, модели "Групе 2"

Код модела из "Групе 2", однос дијаграма промене температуре у чвору 46923 (слика 5.72.) исти је као у чвору 8840 (слика 5.70.). Осим кратко време по уграђивању, графици су приближно паралелни. У односу на M1, модел M1PU+5 даје сса  $1\text{ }^{\circ}\text{C}$  више температуре, модел M1KM+5 од  $4\text{ }^{\circ}\text{C}$  до  $2\text{ }^{\circ}\text{C}$ , а модел M1GU+10 просечно  $7,5\text{ }^{\circ}\text{C}$  више температуре.





5.73. Поређење максималних температура током времена. модели "Групе 1"



5.74. Поређење максималних температура током времена. модели "Групе 2"

Све што је речено за промене температура у чворовима 8840 и 46923, у зависности од посматраног модела, принципијелно важи и за промене максималних температура у телу бране током времена (слике 5.73. и 5.74.).

На основу изнетог може се закључити следеће:

- Од четири разматрана параметра, највећи утицај на термичко понашање брана од ваљаног бетона имају карактеристике мешавине и гранични услови;
- Почетне температуре мешавине су ограничене временским условима и релативно мало утичу на температурно поље у телу бране, па је неопходно урадити техничко-економску анализу. На основу разматране бране Платановриса следи да нема оправдања њихово снижавање испод  $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ ;
- Промена дебљине слојева (уз продужетак времена између уградње два узастопна слоја, тако да се укупно трајање изградње не мења) изазива

- занемарљиве промене температура (што ће се искористити приликом формирања 3D модела). Зато је ово првенствено техничко-економско питање које утиче на капацитет фабрике бетона, захтевану механизацију и евентуалну потребу израде везивног малтера пре разастирања наредног слоја;
- Топлота хидратације везивних материјала и адијабатски пораст температуре мешавине РСС-а морају бити строго контролисани, па у поступку испитивања мешавине ваљаног бетона треба врло детаљно и студиозно анализирати количину и однос везивних материјала;
  - Почетак грађења и прекиди радова значајно утичу на температуре у телу бране, те динамика грађења мора бити усклађена са граничним условима у зони бране, уз дуготрајне летње паузе и интензивну негу последње хоризонталне спојнице и низводне контуре бране.

## 6. УТИЦАЈ ТЕМПЕРАТУРЕ НА ДУЖИНУ ЛАМЕЛА

### 6.1. ЧИНИОЦИ КОЈИ УТИЧУ НА ДУЖИНУ ЛАМЕЛА

Дужина посматране ламеле једнака је растојању у правцу подужне осе бране (од једне према другој обали) између две суседне вертикалне конструктивне разделнице. На положај и број разделница, тј. на дужину ламела, утичу бројни чиниоци, од којих су најважнији:

- температура у телу бране;
- топографске карактеристике преградног профила;
- услови фундирања у темељној спојници;
- конструктивне карактеристике бране;
- организација и технологија грађења.

Разделнице се по правилу раде на местима великих и наглих топографских промена облика преградног профила и на местима где се значајно мењају геомеханичке карактеристике средине у којој се брана темељи. Због разлике у висини и због постојања моста, разделницама се обично одваја преливни, од непреливних делова на левом и десном боку бране. Код брана од класичног хидротехничког бетона, на број и положај разделница утиче и усвојена метода грађења и технологија уграђивања бетона.

Предмет овог поглавља представља *зависност између температуре, дужине ламеле и напона затезања* код гравитационих брана од ваљаног бетона. Значи да треба одредити број и положај оних разделница, које се због других чинилаца не би морале изводити. Ако се има у виду да су гравитационе бетонске бране изузетно масивне конструкције, највећи број разделница ради се управо у циљу ограничавања термичких напона затезања.

Дужина ламеле представља изузетно важно техничко-економско питање, нарочито код брана које имају велику дужину у круни и код веома високих брана (нпр. код којих је грађевинска висина већа од сса 100 m). Као што је у уводу приказано, код гравитационих брана од класичног хидротехничког бетона дужине ламела крећу се од 6 до 14 m (максимално 16 m). Од тридесетих година 20. века, када је почела масовна изградња, градитељи су се пуних 60 година придржавали препорука СНиП-а и USBR-а. Разлог за то биле су релативно сличне термичке особине хидротехничког бетона и немогућност тачније анализе утицаја температуре на напонско стање у телу бране.

Тек појавом брана од ваљаног бетона, уобичајене дужине ламела су се промениле. Међутим, искуства су веома различита, посматрано чак и у оквирима само једне земље. Код појединих RCC брана дужине ламела су као код класичних гравитационих брана од хидротехничког бетона (нпр. брана Shanzi, Кина, висина 65 m, дужина у круни 273 m, дужине ламела 12 m); код других брана дужине ламела су сса од 50 до 100 m (Santa Eugenia, Шпанија, висина 83 m, дужина у круни 280 m, дужине ламела 80, 50, 60 и 90 m); следе бране које имају веома велике и неуједначене дужине



ламела (Sierra Brava, Шпанија, висина 53 m, дужина у круни 785 m, дужине ламела 225, 135, 90, 90 и 245 m); коначно, постоје и бране које немају ниједну разделницу, тј. нису подељене на ламеле (Longmantan, Кина, висина 58 m, дужина у круни 159 m).

Економски значај термичко-напонске анализе нарочито долази до изражаја ако се има у виду учешће цене разделница у укупној цени изградње бране. Истраживања показују, лит. [94], да у зависности од типа разделнице (класичне, сечене, или бушене), њиховог броја и особина бране (грађевинска висина, запремина бетона, састав мешавине, висина слојева, итд.) учешће разделница износи сса 2 до 4 % од вредности бране.

У наредном делу овог поглавља, на основу података са бране Платановриси, анализиран је утицај температуре на дужину ламеле код брана од ваљаног бетона. Применом просторног нумеричког модела (који је описан у поглављу 4.3.2.) извршена је фазна, тродимензионална, термичко-напонска анализа. Прорачун је најпре урађен на моделу 3DL20 (дужина ламеле 20 m). После верификације резултата прорачуна промене температурног поља кроз време, приказано је напонско стање у телу ламеле, у правцу подужне осе бране. У циљу доследног праћења утицаја температуре, напонско стање односи се на датуме, слојеве и карактеристичне елементе, у складу са претходним поглављима.

Затим је променом дужине ламеле, помоћу модела 3DL24 (дужина ламеле 24 m) и 3DL16 (дужина ламеле 16 m), анализирана зависност између дужине ламеле и термичких напона затезања, у циљу сагледавања могућности појаве прелина. Да би се избегао утицај других чинилаца на напонско стање, у свим тродимензионалним моделима задржани су исти почетни и гранични услови, исте карактеристике мешавине и динамика грађења.

На крају поглавља дати су закључци о термичким напонима код гравитационих брана од ваљаног бетона и оцена утицаја дужине ламеле.

## 6.2. МОДЕЛ 3DL20

Као што је поменуто у поглављу 4.3.2, просторни модел односи се на прву непреливну ламелу на десној обали бране Платановриси. Геометрија попречног пресека модела је сасвим реална, јер су све димензије као на брани Платановриси и уз поштовање генерализованог нагиба темељне спојнице, као и узводне и низводне косине бране. Пошто дужина предметне ламеле на лицу места износи 22 m, анализа зависности између температуре, дужине ламеле и напона затезања, започиње моделом 3DL20, код кога је дужина ламеле 20 m.

На основу резултата мерења на брани Платановриси, просторни нумерички модел обухвата реалне граничне услове на узводној и низводној контури, као и у галеријама. Они су изражени преко измерених температура ваздуха, аналогно раванском моделу попречног пресека. Након пуњења акумулације, гранични услов на узводној контури (до коте горње воде) представљају измерене температуре воде.

Гранични услови по померањима задати су у стенској маси, на границама модела. Померања у сва три правца спречена су на узводној и низводној вертикалној граници стене, као и у хоризонталној равни на дну модела. На вертикалним равнима стене према суседним ламелама лево и десно од посматране, у овом моделу спречено је само померање у правцу подуже осе бране.

Почетни услови такође су реално моделирани, јер су задати према измереним температурама мешавине у тренутку уграђивања сваког слоја. Исто се односи и на термичке и механичке карактеристике мешавине, јер су задате на основу резултата испитивања у лабораторији и потврђени теренским мерењима на узорцима очвслог ваљаног бетона.

Једино одступање просторног модела од реалних услова на брани Платановриса односи се на висину слојева. Да би се број елемената у моделу свео на меру која омогућава фазну тродимензионалну термичко-напонску анализу (којом је обухваћен период од 5 година), уведена је замењујућа дебљина слојева. У складу са резултатима анализе у поглављу 5, уместо висине слоја од 30 cm, уведени су замењујући слојеви висине 1 m. При томе је извршено и одговарајуће осредњавање почетних температура мешавине, а динамика грађења је усклађена тако да почетак сваке замењујуће фазе у моделу одговара стварном тренутку времена, стварној коти бране и паузама у бетонирању. На тај начин, утицај увођења замењујућих слојева на температурно поље и напонско стање у брани може се занемарити, што је потврђено верификацијом прорачуна температуре.

### 6.2.1. Верификација прорачуна температуре

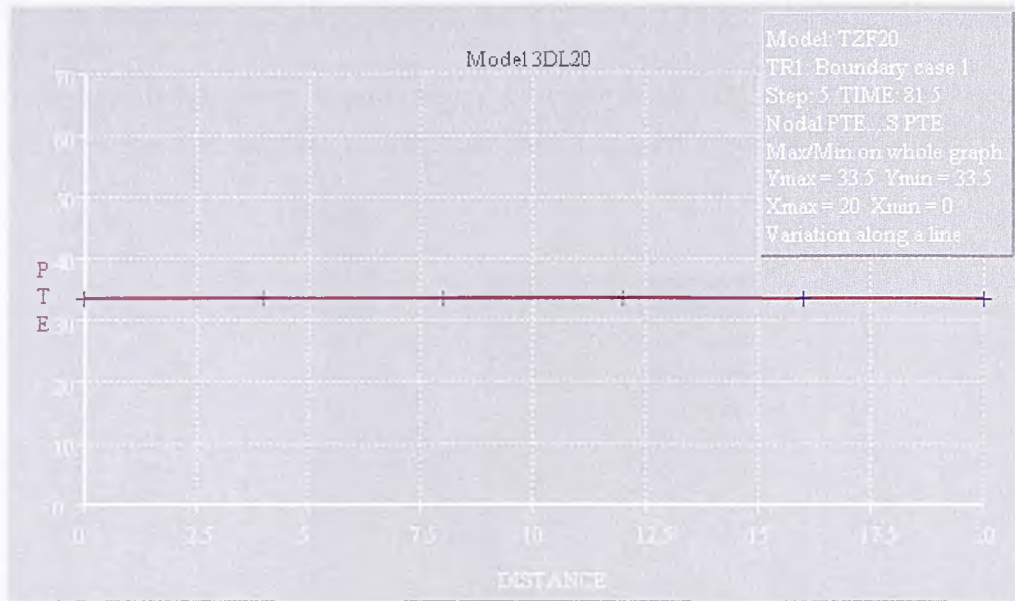
Верификација прорачуна температуре помоћу просторног модела извршена је поређењем резултата прорачуна модела 3DL20, раванског модела M1 и резултата мерења на брани Платановриса. Имајући у виду да се на левом и десном крају ламеле (у општем случају) налазе разделнице и да је у њима размена топлоте занемарљива, може се очекивати да је поље температуре врло слично у сваком од попречних пресека ламеле, у било ком тренутку времена.

То значи да би температура у произвољном временском тренутку требало да буде приближно константна дуж било које праве линије која спаја два наспрамна чвора на левој и десној страни ламеле. На осталим граничним површинама просторног модела може се очекивати да је температура приближно једнака температури у одговарајућем тренутку времена и на одговарајућој граници раванског модела M1. Следи кратак приказ прорачуна температуре и верификација просторног модела 3DL20.

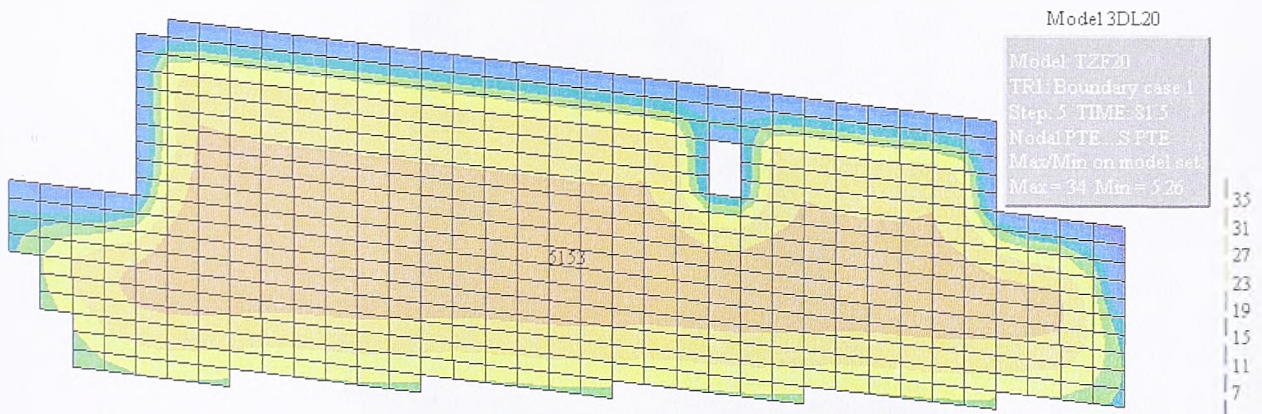
За поређење температурног поља у фази грађења, као карактеристични датуми изабрани су 9. јануар, 6. фебруар и 4. март 1996. године. Са слике 6.1. види се да је на дан 9. 1. 1996. године температура константна дуж линије која спаја чворове 5153 и 5260 на границама ламеле ( $z = 0$ , тј.  $z = 20$  m, слој 31). Исто важи и за сваку другу



паралелну линију, као и за било који други датум. Према томе, кондукција (провођење) топлоте и конвекција (размена) између ламеле и спољашње средине постоји само у "x" правцу (узводно-низводно) и "y" правцу (горе-доле), што је у складу са граничним условима на брани Платановриса и усвојеним граничним условима на моделу.



Слика 6.1. Температура дуж линије паралелне оси бране у средини слоја 31 на дан 9. 1. 1996.



Слика 6.2. Слика температурног поља у средњој равни ламеле на дан 9. 1. 1996.

На слици 6.2. је температурно поље у средњој равни ламеле ( $z = 10$  m) на исти дан. Максимална температура износи  $34\text{ }^{\circ}\text{C}$  и јавља се у слоју 29, док је минимална температура  $5,3\text{ }^{\circ}\text{C}$  и јавља се на степенастој низводној контури. Поређењем добијених вредности са табелом 4.1. и сликама 4.13. и 4.14. уочава се одлично слагање резултата модела 3DL20 са раванским моделом M1 и резултатима мерења температура на брани Платановриса.

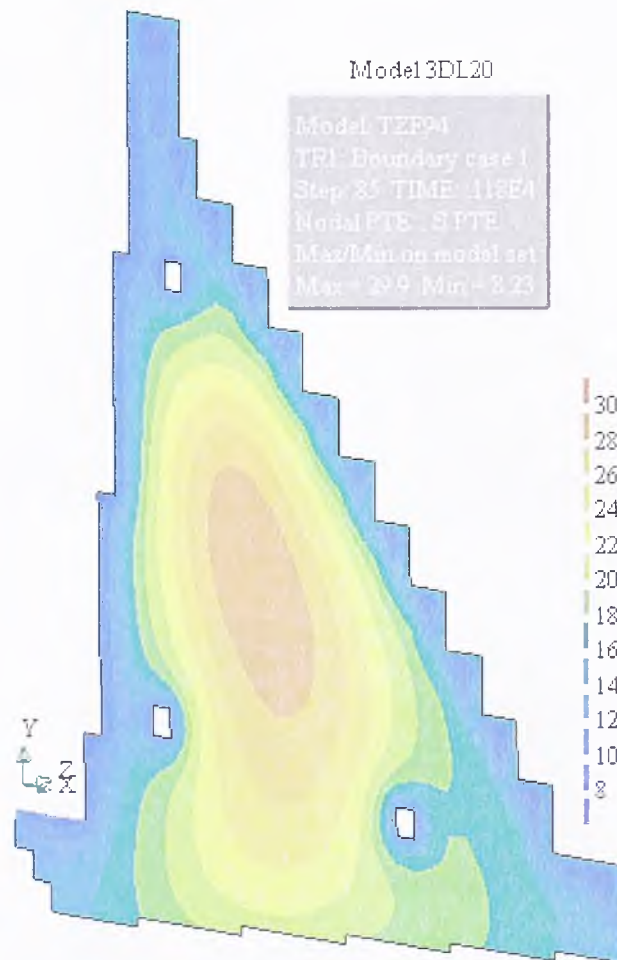
Табела 6.1. Поређење измерених и рачунатих вредности  $T_{\max}$  почетком 1996. године

Датум мерења	Измерене вредности		Модел M1		Модел 3DL20	
	$T_{\max}$ ( $^{\circ}\text{C}$ )	Кота (mm)	$T_{\max}$ ( $^{\circ}\text{C}$ )	Кота (mm)	$T_{\max}$ ( $^{\circ}\text{C}$ )	Кота (mm)
9. 1. 1996.	35,0	146,0	34,2	145,7	34,0	146,0
6. 2. 1996.	34,5	147,8	33,8	146,9	33,3	146,0
4. 3. 1996.	34,2	148,7	33,5	148,0	33,9	146,9



У табели 6.1. приказани су упоредни резултати мерења и прорачуна температуре помоћу раванског модела М1 и просторног модела 3DL20. Уочава се да је одступање температура у фази грађења практично занемарљиво, јер је мање од  $1^{\circ}\text{C}$ . Зоне у којима се јављају највеће температуре одступају мање од 2 m, што представља мање од два замењујућа слоја.

У фази експлоатације, температуре у моделу 3DL20 такође показују веома добра слагања са резултатима мерења и моделом М1. Као илустрација следе слике 6.3. до 6.6.

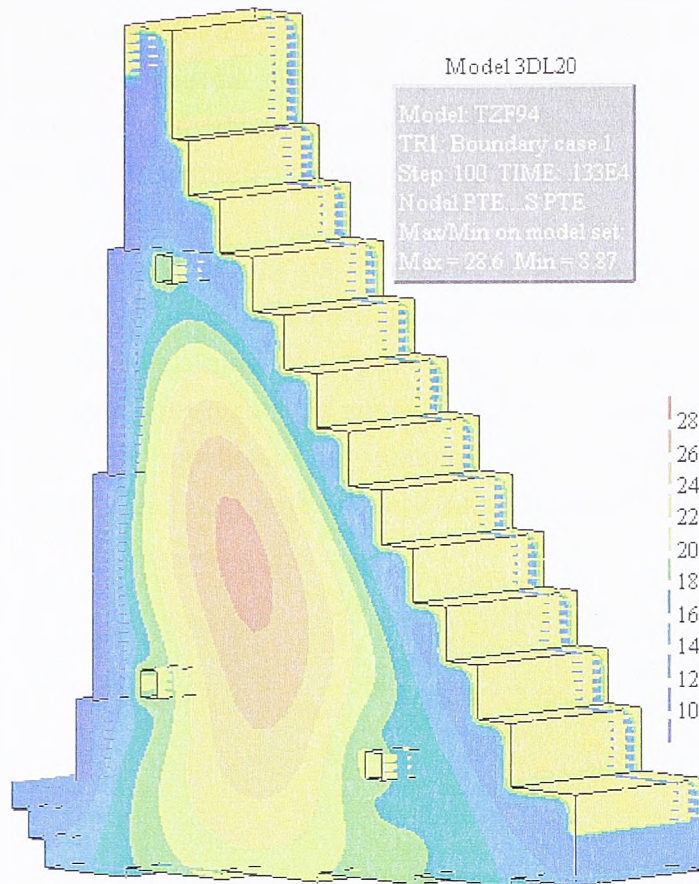


Слика 6.3. Слика температурног поља у средњој равни ламеле на дан 11. 1. 1999.

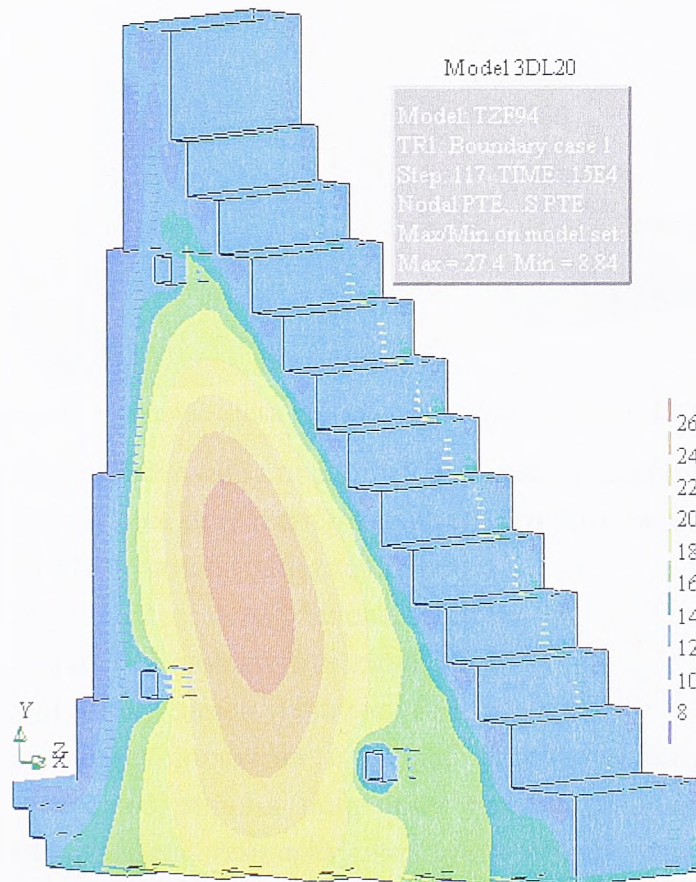
На дан 11. јануара 1999. године, слика температурног поља у средњој равни изгледа као на слици 6.3. Максимална температура износи  $29,9^{\circ}\text{C}$ , што је  $1,3^{\circ}\text{C}$  више у односу на измерену температуру и  $1,5^{\circ}\text{C}$  више у односу на модел М1. Минималне температуре јављају се на узводном лицу у додиру са водом и одступају мање од  $1^{\circ}\text{C}$ .

Да би се стекао утисак о просторном пољу температуре у моделу 3DL20, на слици 6.4. приказано је 3D стање на дан 15. 6. 1999. године. И ова слика показује да температура практично не зависи од координате z. Са слике се види да је максимална температура  $28,6^{\circ}\text{C}$ , што је  $1,2^{\circ}\text{C}$  више од температуре у моделу М1 (видети слику 4.27), односно  $1,4^{\circ}\text{C}$  више него што је тога дана измерено (слика 3.17.).

Следе поља температуре на дан 1. 12. 1999. године (слика 6.5.) и на дан 1. 10. 2000. године (слика 6.6.).



Слика 6.4. Просторна слика температурног поља на дан 15. 6. 1999.

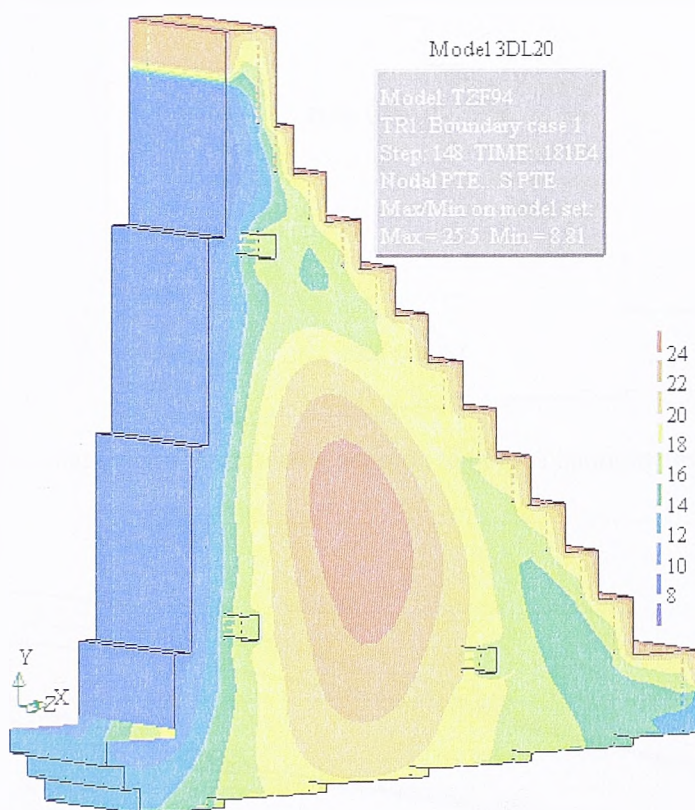


Слика 6.5. Просторна слика температурног поља на дан 1. 12. 1999.



Са слике 6.5. уочава се да је максимална температура за непуних 6 месеци (од 15. 6. 1999. године) пала са 28,6 на 27,4 °С, што је за 1,5 °С више него што је измерено. Минималне температуре су поново нешто испод 9 °С, колико је температура воде у акумулацији. У складу са низводним граничним условом, тј. са спољашњом температуром ваздуха, на низводној контури је између 13,1 и 14,2 °С, (видети слику 4.28 и 3.19.)

На крају прорачунског периода од 5 година, поље температуре изгледа као на слици 6.6. Поглед са узводне стране јасно показује утицај узводног граничног услова, тј. воде у акумулацији. На низводној контури, услед осунчаности, температура износи 23,0 до 24,2 °С. Максимална температура износи 25,5 °С и јавља се у средишњој зони ламеле, око слоја 115. У поређењу са моделом М1 и измереним вредностима, температуре у овом моделу мало спорије опадају (видети слике 4.29. и 3.20).



Слика 6.6. Просторна слика температурног поља на дан 1. 10. 2000.

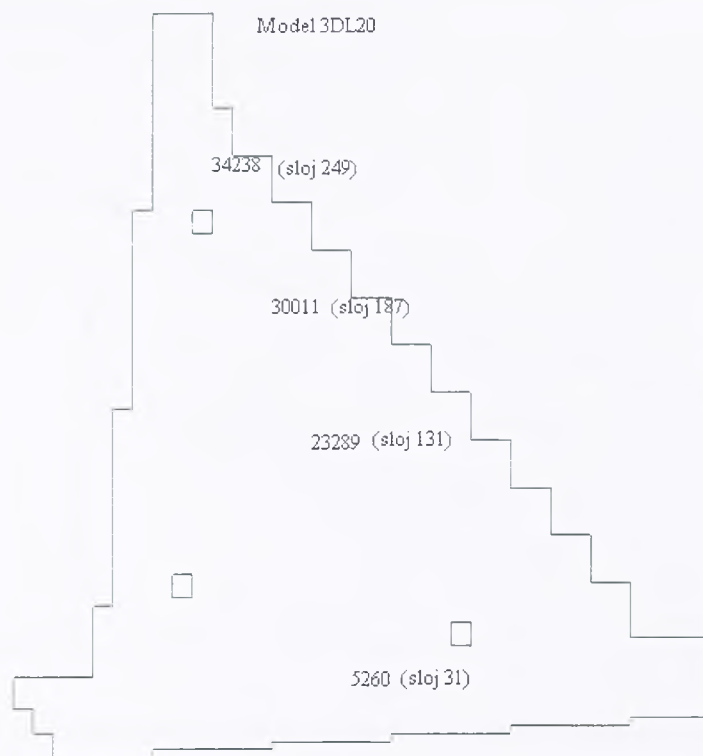
Да би се стекла још потпунија представа о промени температуре кроз време, на наредним сликама приказују се резултати у карактеристичним чворовима:

- чвор 5260 (слој SL31, замењујући слој ZSL10);
- чвор 23289 (слој SL131, замењујући слој ZSL39);
- чвор 30011 (слој SL187, замењујући слој ZSL56);
- чвор 34238 (слој SL249, замењујући слој ZSL74).

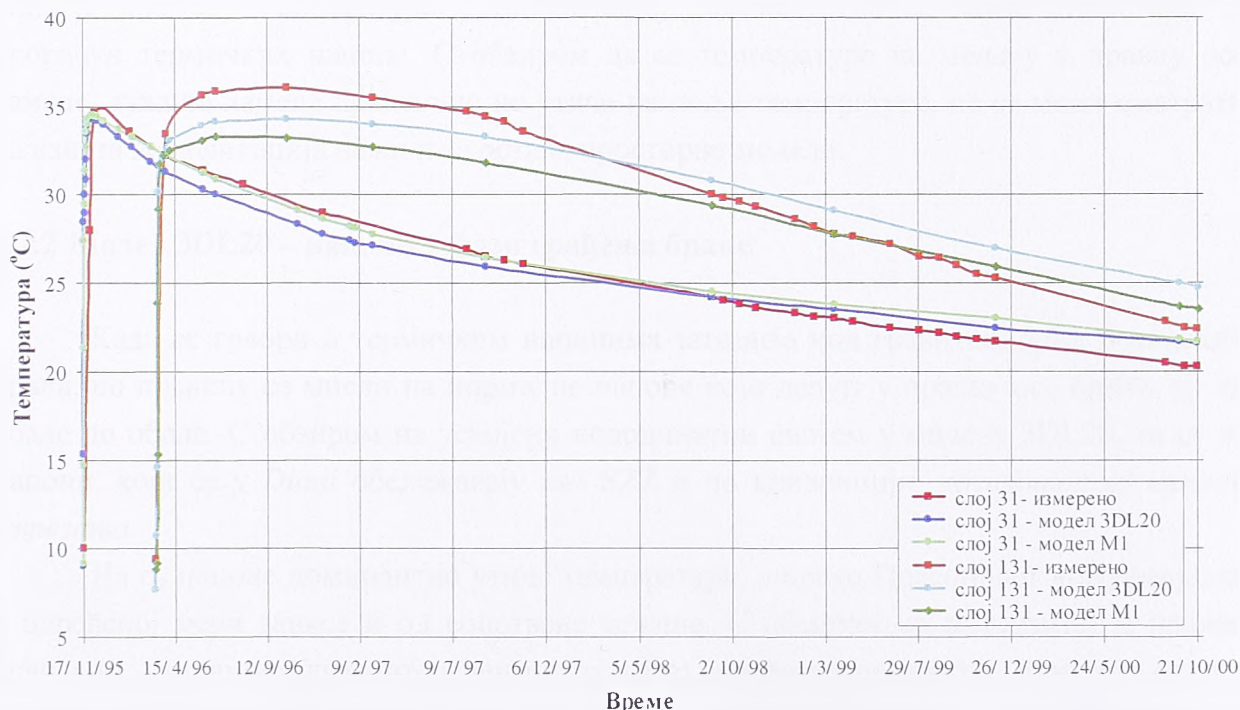
На слици 6.7. приказани су положаји и ознаке карактеристичних чворова. Сви чворови налазе се у средњој линији попречног пресека ламеле. Распоред чворова омогућава сагледавање промене температурног поља у зонама највећих температура, као и поређење са резултатима мерења и резултатима раванског модела М1.



Чворови 5260 и 23289 налазе се у доњој половини ламеле. Са слике 6.8. уочава се да је према резултатима модела 3DL20 температура у чвору 5260 током грађења у просеку нижа за сса 1 °C него измерена, а да је током експлоатације за сса 1 °C виша него измерена. Сличан је тренд и код чвора 23289, само што су одступања од измерених вредности од 1,5 до 2 °C.



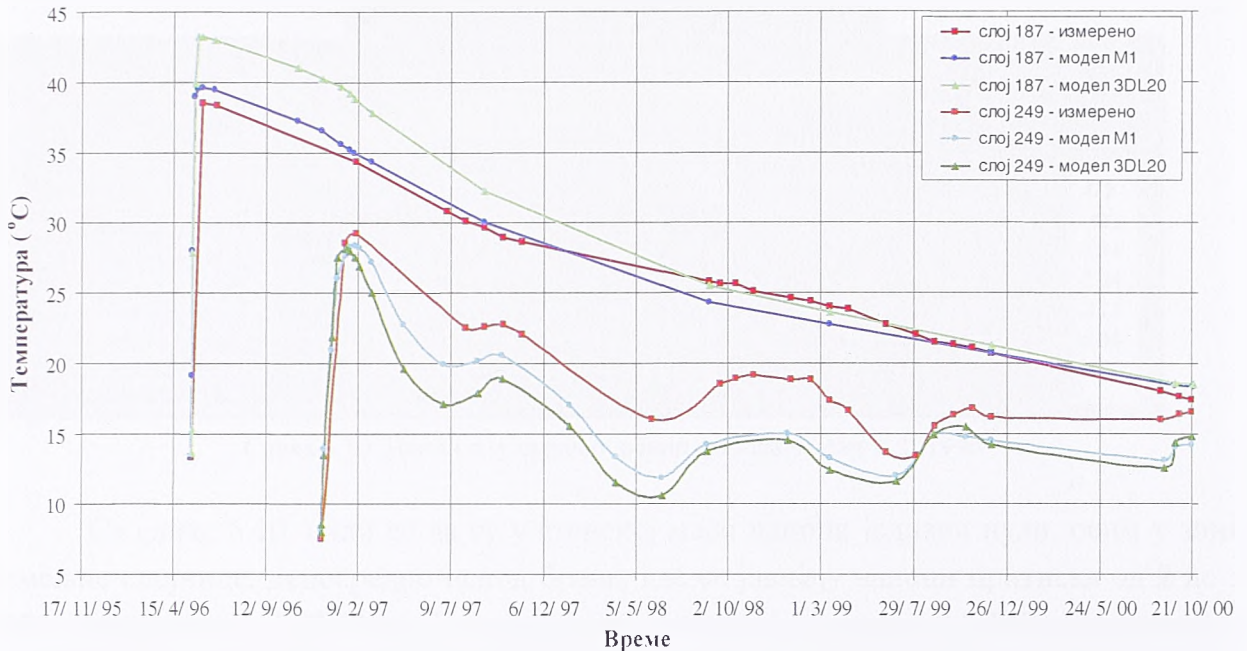
Слика 6.7. Положај и ознаке карактеристичних чворова за приказ промене температуре кроз време



Слика 6.8. Промене температуре кроз време у карактеристичним чворовима модела, слој 31 и 131

На слици 6.9. приказани су чворови у горњој половини висине ламеле. Према моделу 3DL20, чвор 30011 има температуре које су у фази грађења веће од измерених

за 1 до 2,5 °C. У фази експлоатације одступања температура од измерених вредности у овом чвору су занемарљива. Чвор 34238 налази се у зони круне бране, изнад горње галерије, па је код њега знатно већи утицај спољашњих температура, него код претходних чворова. Пошто су гранични услови по температурама добијени осредњавањем и екстраполацијом измерених вредности, одступања модела 3DL20 су од 2 до 5 °C у односу на измерене вредности.



Слика 6.9. Промене температуре кроз време у карактеристичним чворовима модела, слој 187 и 249

На основу свега изнетог, може се закључити да просторни модел 3DL20 добро описује промену температуре у посматраној ламели и да се може користити за прорачун термичких напона. С обзиром да се температуре не мењају у правцу осе ламеле, дужина ламеле практично не утиче на поље температуре, па се може сматрати да изнета верификација важи и за остале просторне моделе.

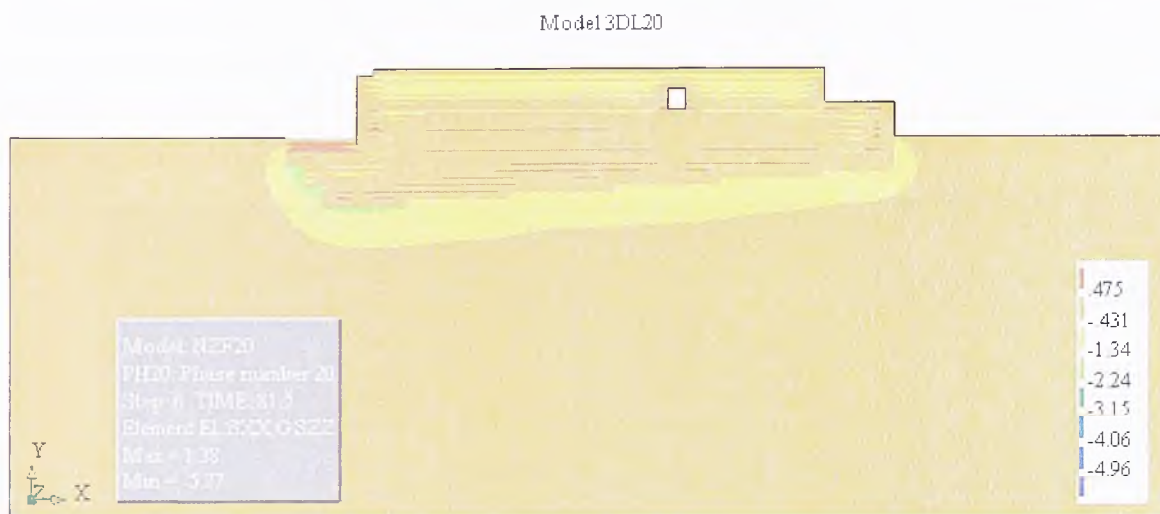
### 6.2.2. Модел 3DL20 – напони у фази грађења бране

Када се говори о термичким напонима затезања код гравитационих бетонских брана, по правилу се мисли на нормалне напоне који делују у правцу осе бране, тј. од обале до обале. С обзиром на усвојени координатни систем у моделу 3DL20, то су  $\sigma_z$  напони, који се у *Diani* обележавају као SZZ и по конвенцији, *позитивни су напони затезања*.

На  $\sigma_z$  напоне доминантно утиче температура, а преко Поасоновог коефицијента у одређеној мери зависе и од сопствене тежине. С обзиром на интензитет и правац деловања, утицај осталих оптерећења практично се може занемарити. Због тога су при анализи зависности температуре, дужине ламеле и напона у обзир узета само ова два оптерећења. Да би се прегледније могао пратити утицај температуре, напонско стање у фази грађења (на даље ће се подразумевати  $\sigma_z$  напони) приказати се за исте датуме за које је приказано температурно поље, тј. 9. јануара, 1. априла и 1. јуна 1996. године.

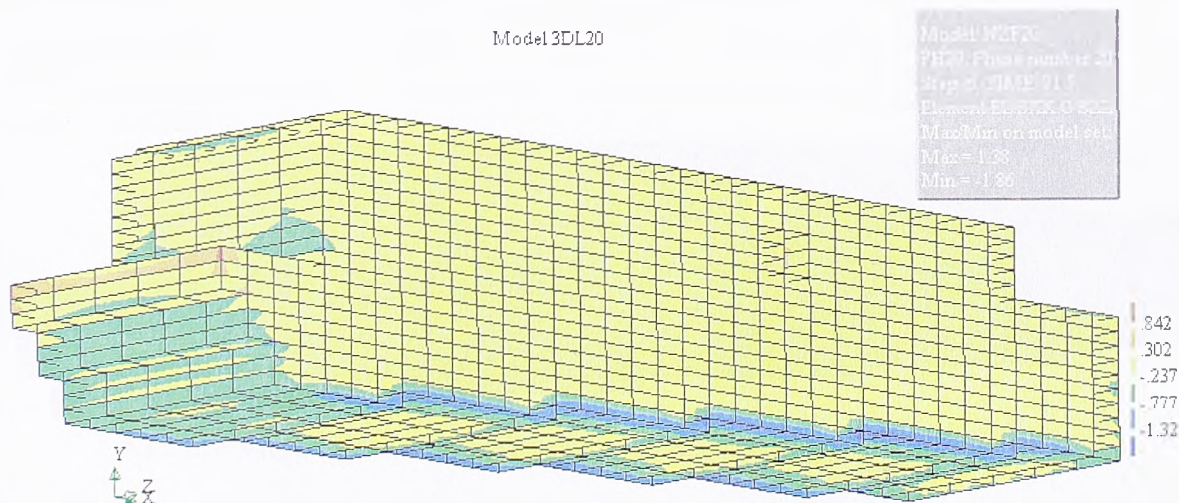


Напони ће се приказивати просторно (на видним, или скривеним контурама) за читаву ламелу, у одређеном слоју, у средњој равни ламеле, или дуж линије која спаја одређене карактеристичне чворове на левој и десној страни ламеле. На сликама 6.10 до 6.13. приказано је напонско стање у правцу осе бране на дан 9. 1. 1996. године.



Слика 6.10. Напон  $\sigma_z$  у средњој равни модела на дан 9. 1. 1996.

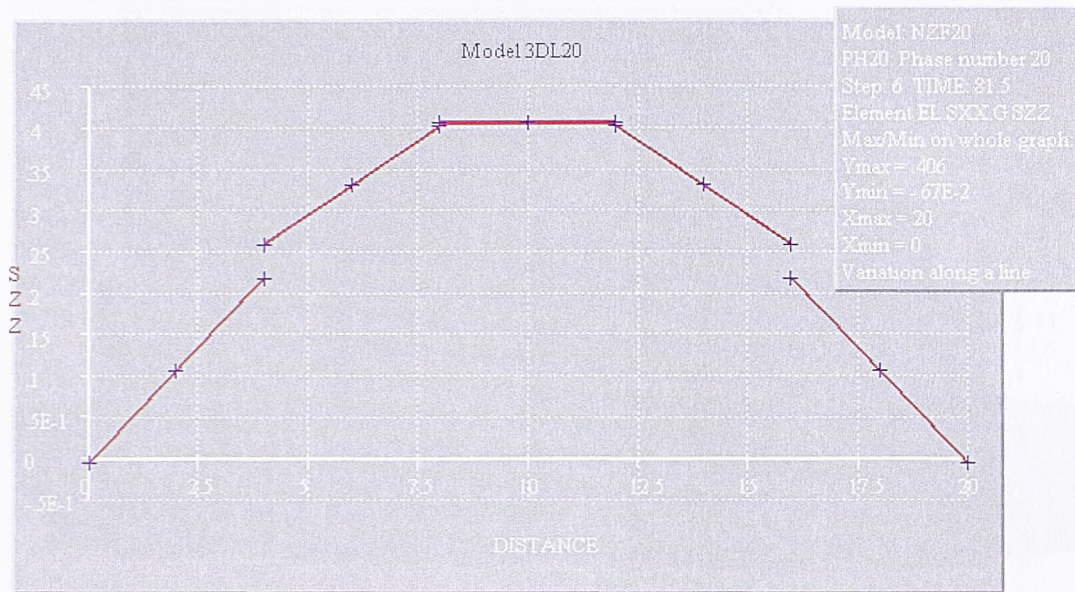
Са слике 6.10. види се да су у стенској маси напони једнаки нули, осим у зони темељне спојнице, непосредно испод бране, где се јављају напони притиска од 2 до 3 МПа (максимално -5,87 МПа). У телу ламеле, напони су између -0,5 МПа (притисак) и +0,8 МПа (затезање). Локално, у зубу, непосредно испод коте терена узводно од бране јављају се напони затезања од 1,0 до 1,38 МПа. Интересантно је уочити да се концентрације напона јављају дуж хоризонталних спојница између слојева. У доњем делу посматраног пресека (који је претходно достигао максималне температуре и почео да се хлади) јављају се напони затезања, док су у горњем делу напони притиска (јер је температура још увек у порасту и бетон се шири). Ове концентрације последица су различитих крутости претходних и наредних слојева ваљаног бетона, тј. ограничености деформације у правцу осе бране. Да би се стекла јаснија представа о просторном стању напона у телу ламеле, у даљем тексту се неће приказивати садејствујућа стенска маса.



Слика 6.11. Напон  $\sigma_z$  на контурама ламеле на дан 9. 1. 1996.



На слици 6.11. приказани су узводно лице, темељна спојница и лева страна ламеле на дан 9. 1. 1996. године. Поглед је са низводне стране, искоса удесно. Максимални напон (затезање) је као и на претходној слици (1,38 МПа), док минимални напон (притисак) износи 1,86 МПа. Са слике се може уочити да је напон у темељној спојници симетричан у односу на средњу раван ламеле ( $z = 10 \text{ m}$ ). Напони на левој и десној страни приближно су једнаки нули, а екстремну вредност имају у средњој равни. Оваква расподела напона важи и за било који други слој, а не само за темељну спојницу, што је приказано на слици 6.12.



Слика 6.12. Промена напона  $\sigma_z$  у правцу осе бране кроз средиште слоја 31 на дан 9. 1. 1996.

Са слике 6.12. види се да су на левој и десној граници слоја 31 напони практично једнаки нули, а да у пресеку овог слоја и средње равни ламеле, затезање износи 0,4 МПа. Скокови на графикау за  $z = 4 \text{ m}$  и  $z = 16 \text{ m}$  представљају само последицу нумеричке интерполације вредности за приказивање дуж одређене линије између два чвора, тј. график би требало да буде глатка континуална линија.

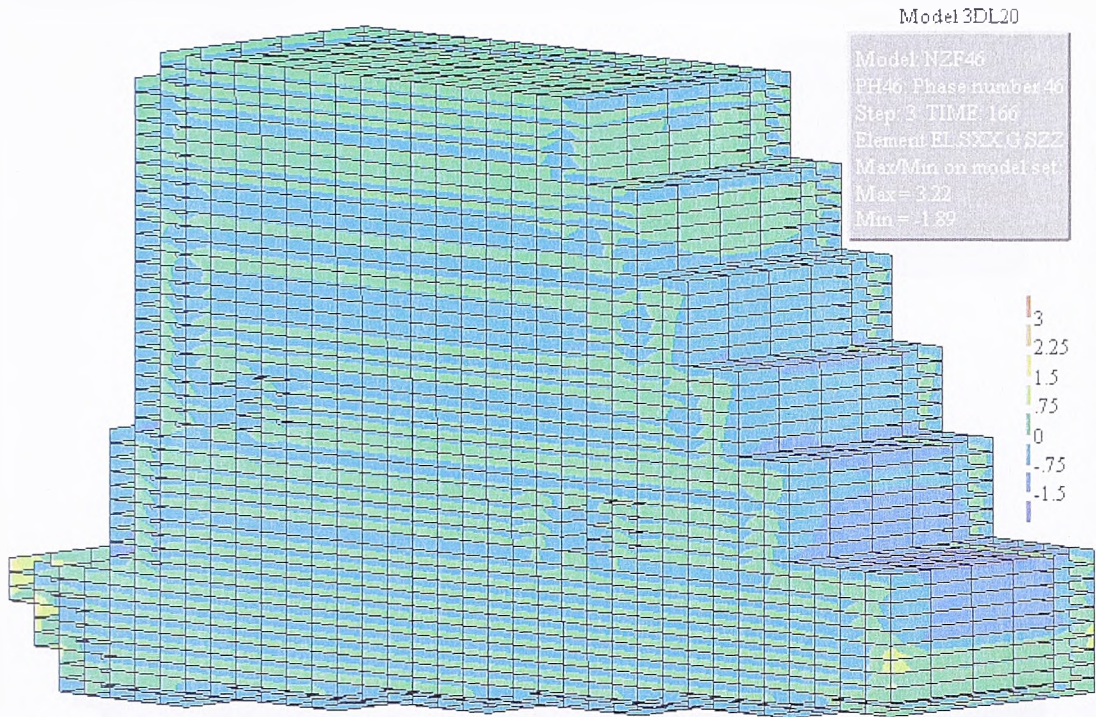


6.13. Средња равна ламеле: зоне напона  $\sigma_z$  већег од 0,85 Мпа, на дан 9. 1. 1996.

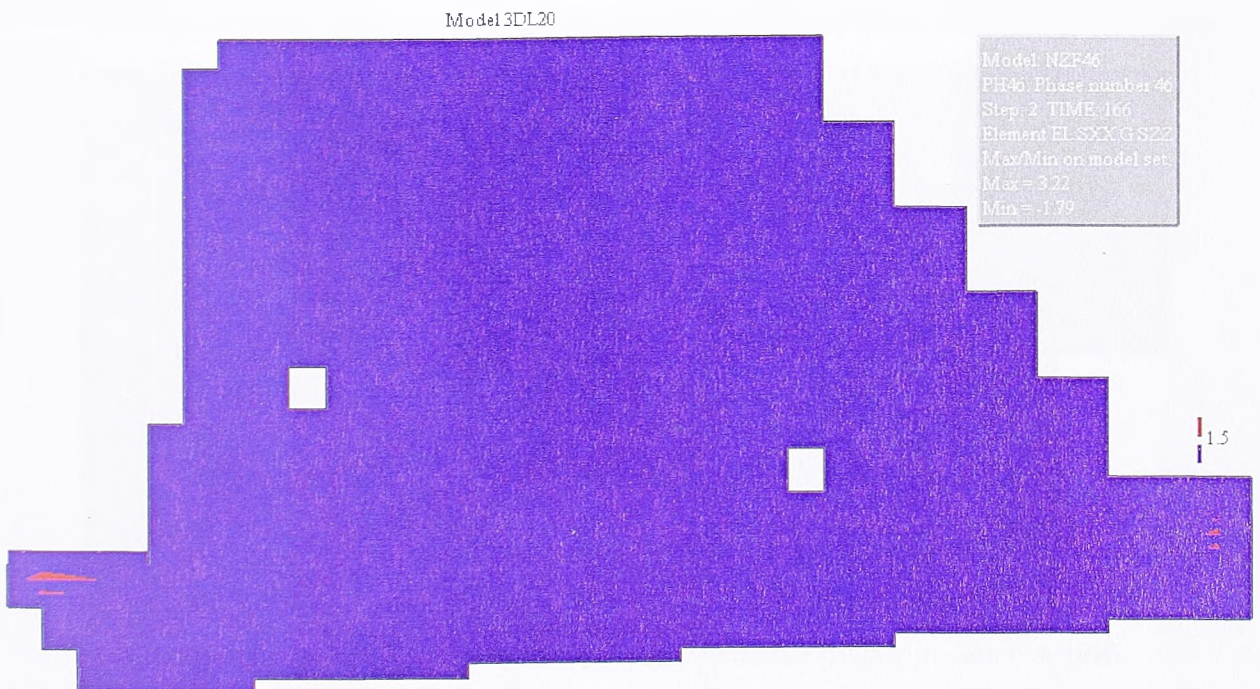
Пошто се највећи напони затезања јављају у средњој равни, на слици 6.13. је (ради јаснијег сагледавања) приказана средња равна са зонама напона затезања већих



од 0,85 МПа (црвена боја) и преостали део средње равни у коме су напони мањи од ове вредности. Као што се могло уочити и са слика 6.10 и 6.11, напони већи од 1 МПа јављају се само у зубу, непосредно испод коте терена, у слојевима 25 до 29. Напонско стање у телу ламеле на дан 1. 4. 1996. године приказате се на сликама 6.14. до 6.17.



Слика 6.14. Напон  $\sigma_z$  на контурама ламеле на дан 1. 4. 1996.



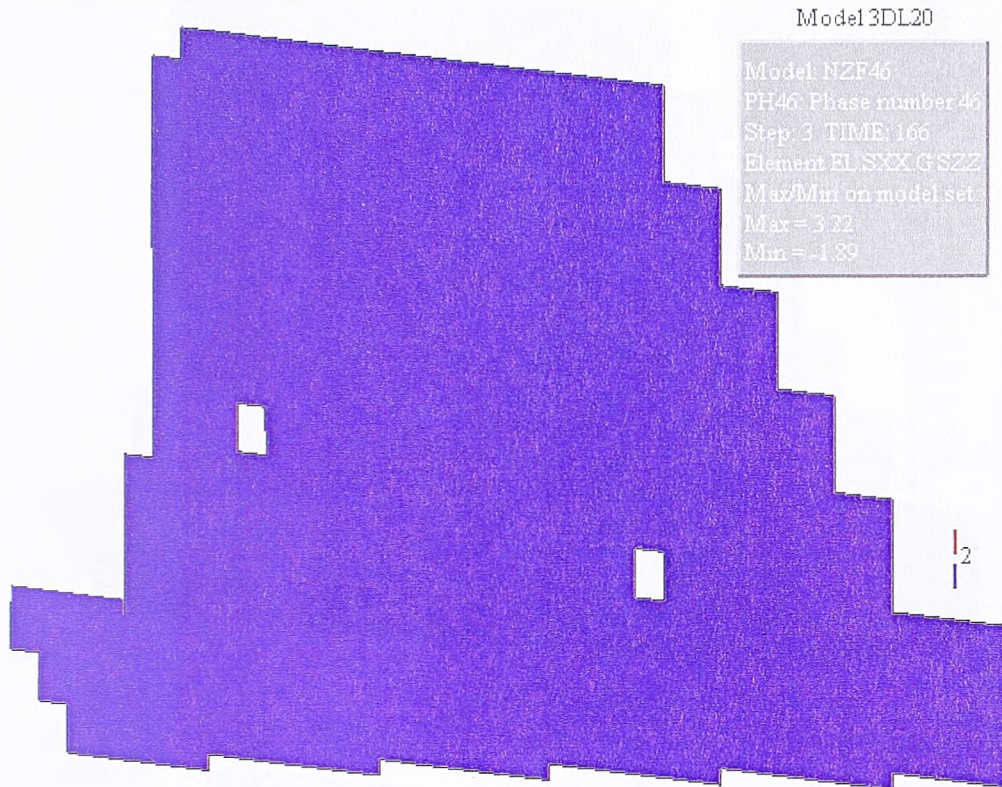
6.15. Средња раван ламеле: зоне напона  $\sigma_z$  већег од 1,5 Мпа. на дан 1. 4. 1996.

Уочава се да на дан 1. 4. 1996. године највећи напон притиска у посматраној ламели износи 1,89 МПа, док је напон затезања 3,22 МПа. Међутим, са слике 6.15. види се да су напони већи од 1,5 МПа строго локалног карактера и да се налазе испод линије терена. Аутор сматра да су ови напони последица усвојеног граничног услова о

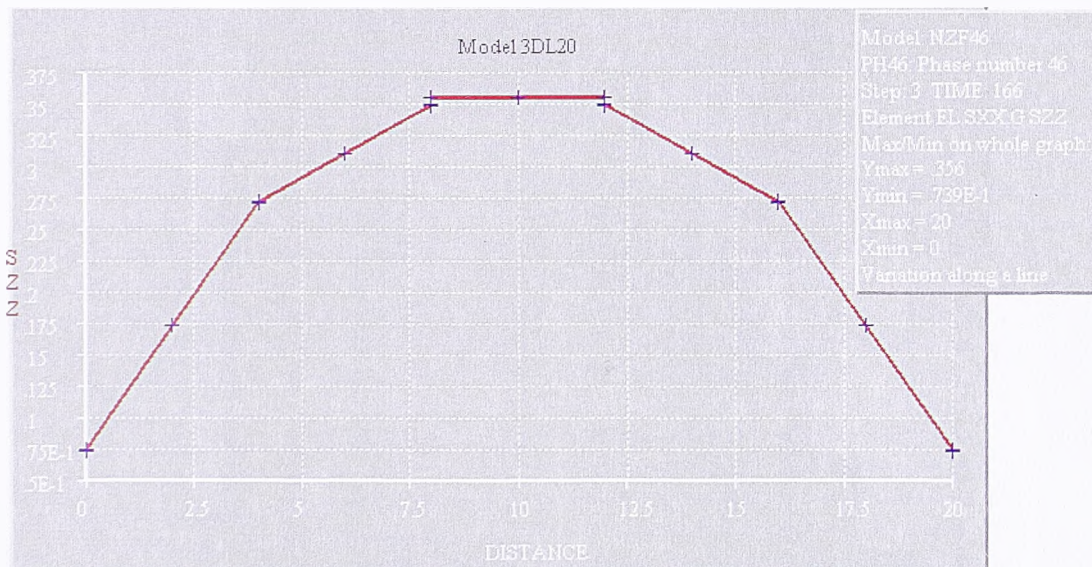


спреченом померању чворова стенске масе у левој и десној вертикалној равни на границама модела, што ће се проверити у наредним просторним моделима.

Као показатељ да су у средњој равни ламеле напони затезања мањи од чврстоће ваљаног бетона на затезање (2,7 МПа), даје се слика 6.16. Иако су у средњој равни ламеле напони затезања највећи, ни у једном чвору напон није достигао 2,0 МПа.



6.16. Средња раван ламеле: не постоје зоне напона  $\sigma_z$  већег од 2,0 МПа, на дан 1. 4. 1996.



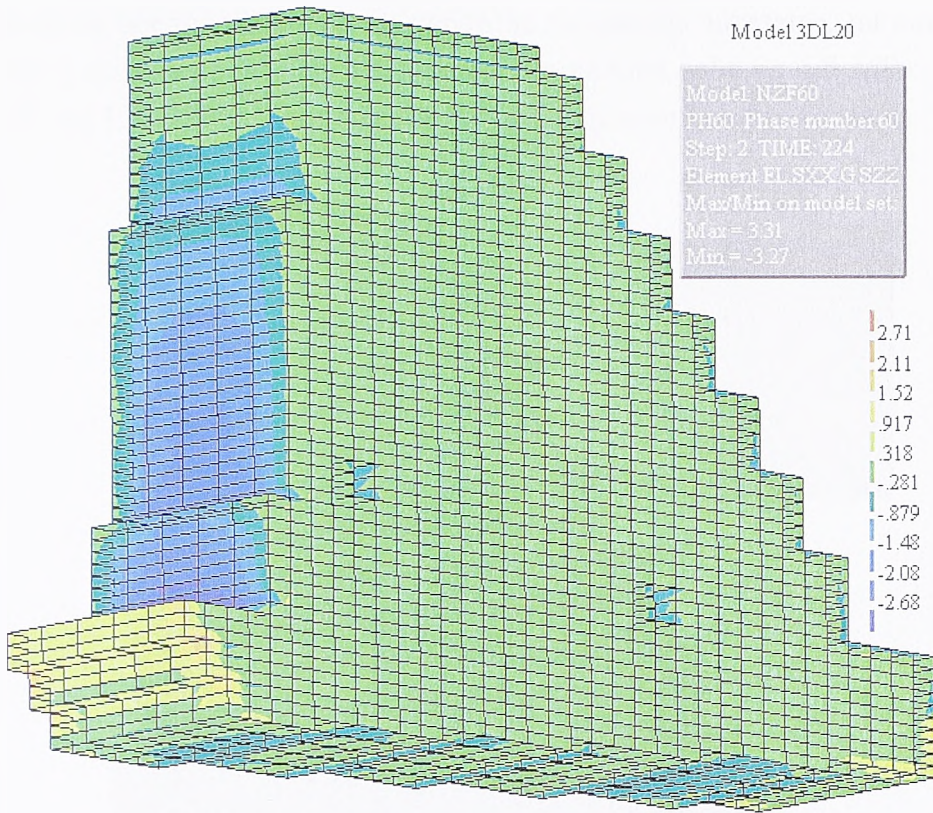
6.17. Промена напона  $\sigma_z$  у правцу осе бране кроз средиште слоја 31 на дан 1. 4. 1996.

Као што се са слике 6.17 види, у слоју 31 напони затезања стагнирају: на дан 9. јануара били су 0,4 МПа, а 1. априла 1996. износе 0,36 МПа. Слично је и у осталим слојевима.

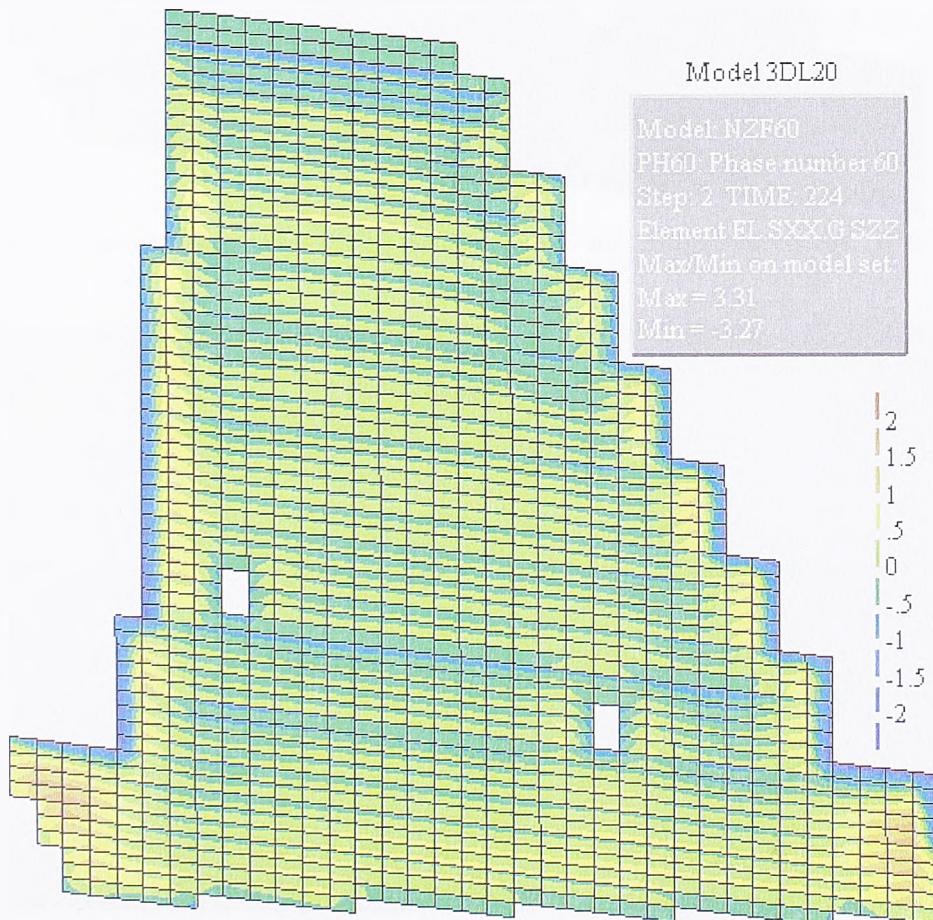
Следи приказ напонског стања на дан 1. 6. 1996. године, (слике 6.18. до 6.22.). На слици 6.18. је 3D напонско стање на граничним површинама ламеле, са сличном



вредноћу напона затезања као на дан 1. 4. 1996. и напонима притиска који су се повећали на 3,27 МПа.



6.18. Напон  $\sigma_z$  на контурама ламеле на дан 1. 6. 1996.



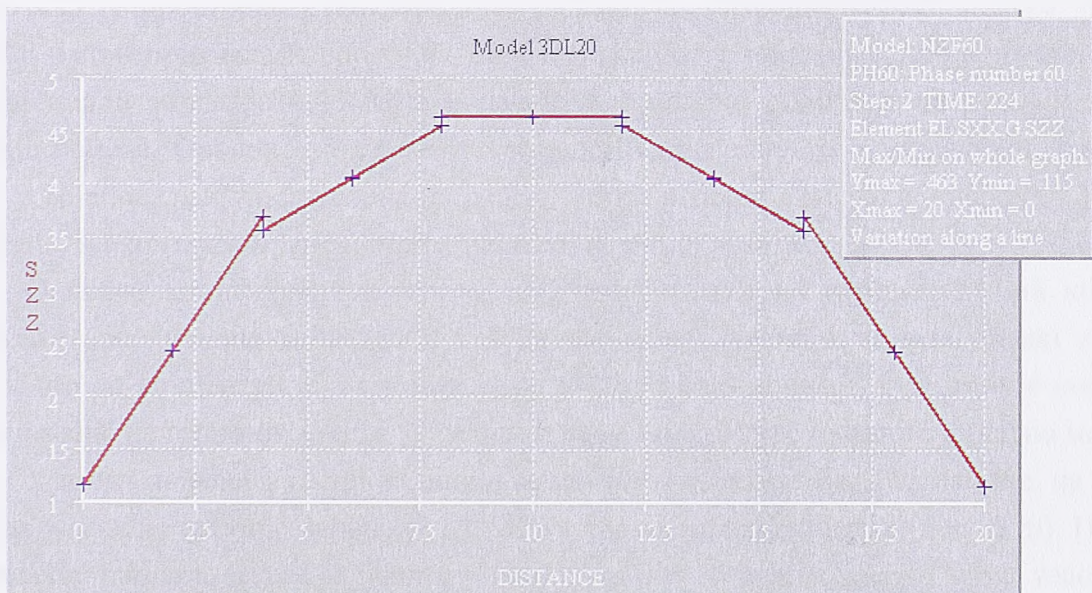
6.19. Напон  $\sigma_z$  у средњој равни ламеле на дан 1. 6. 1996.



На слици 6.19. је напонско стање у средњој равни ламеле где се уочава да се највећи напони јављају паралелно узводној и низводној контури бране. Да би се јасније показало да су те вредности мање од чврстоће бетона на затезање, на слици 6.20. су показане зоне у којима се јављају концентрације напона веће од 1,5 МПа. Слично као на слици 6.16, ни 1. 6. 1996. године напони у средњој равни не прекорачују 2,0 МПа.



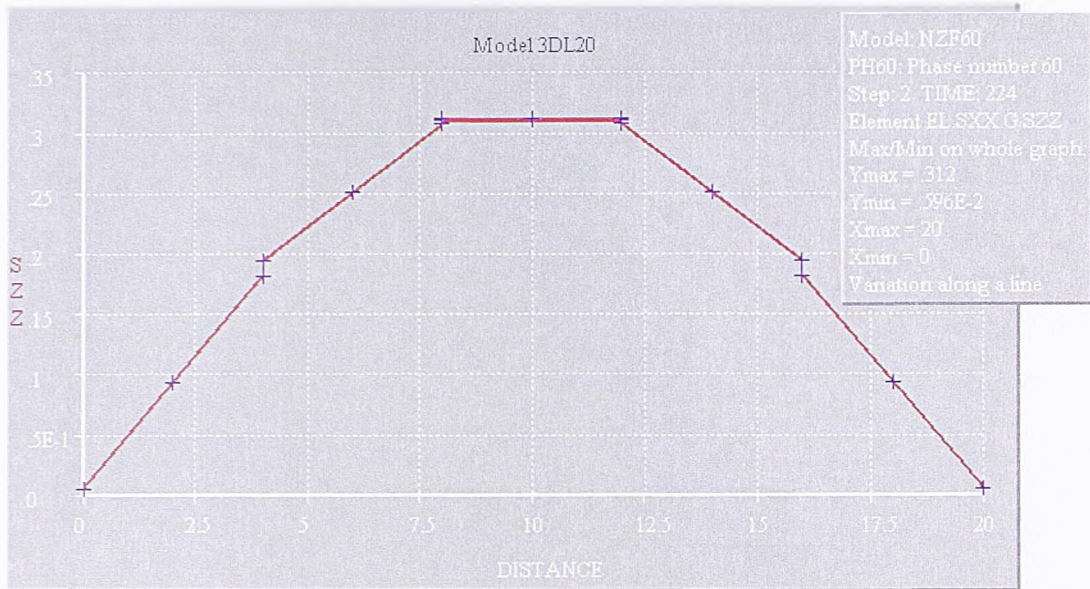
6.20. Средња раван ламеле: зоне напона  $\sigma_z$  већег од 1,5 МПа, на дан 1. 6. 1996.



6.21. Промена напона  $\sigma_z$  у правцу осе бране кроз средиште слоја 31 на дан 1. 6. 1996.



На сликама 6.21. и 6.22. приказана је промена напона у слојевима 31 и 131, од леве до десне границе ламеле. Као што се види, максималне вредности су између 0,3 и 0,5 МПа и веома споро се мењају.



6.22. Промена напона  $\sigma_z$  у правцу осе бране кроз средиште слоја 131 на дан 1. 6. 1996.

### 6.2.3. Модел 3DL20 – напони у фази експлоатације

По завршетку грађења бране, а нарочито након пуњења акумулације, температуре у телу бране почињу да се смањују. Услед тога, бетон тежи да се скупи. Међутим, деформација није слободна већ делимично ограничена, па се јављају напони затезања.

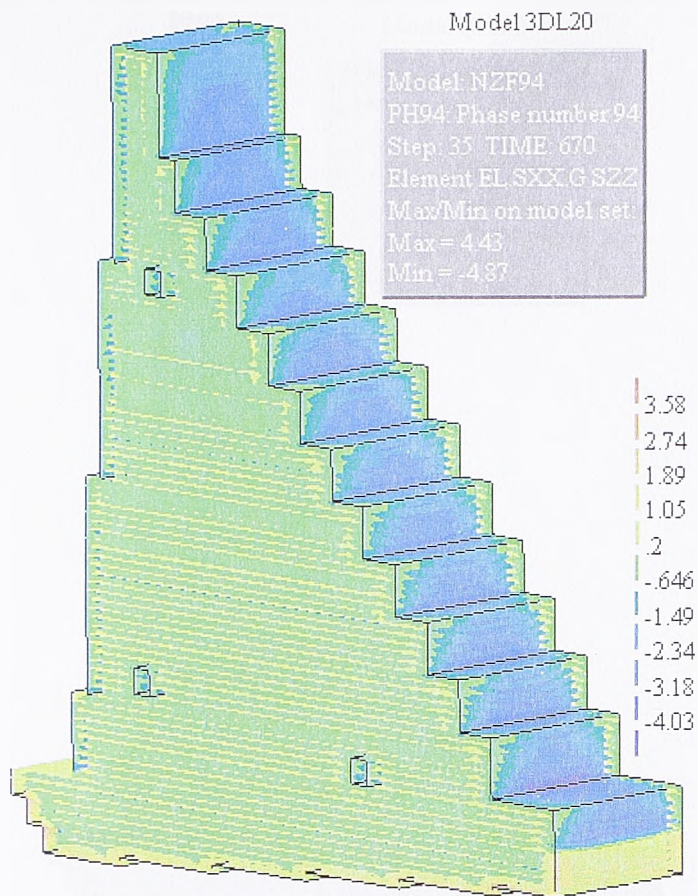
#### *Напонско стање на дан 1. 9. 1997. године*

Напонско стање на дан 1. 9. 1997. године приказано је сликама 6.23 до 6.26. На слици 6.23 је просторно стање напона, гледано са низводне стране искоса удесно. Највећи напон притиска износи 4,87 МПа и јавља се у зони низводне контуре, док је највећи напон затезања 4,43 МПа и делује у темељној спојници на левој и десној граници ламеле. Оволико затезање је нереално и последица је концентрације напона услед усвојеног граничног услова (спречено хоризонтално померање чворова у правцу осе бране) на контакту бране и стене, на левој и десној граници ламеле.

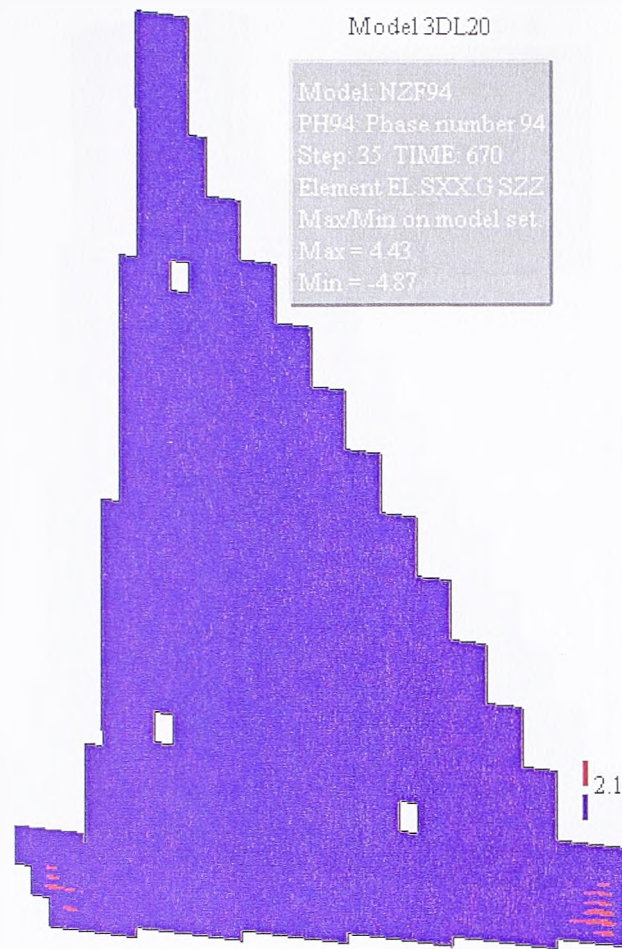
Описана концентрација напона најбоље се види на слици 6.24, на којој су приказане зоне напона већих од 1,5 МПа на десној граници ламеле (раван  $z = 0$ ). Очигледно да концентрација постоји само у темељној спојници дуж линије контакта бране и стене на граници ламеле. У осталом делу ове контуре напони су знатно мањи.

У циљу поређења са приказаним напонима на десној граници ламеле, на слици 6.25. дају се зоне напона већих од 2,1 МПа у средњој равни ламеле ( $z = 10$  m). Поново се највећи напони затезања јављају испод линије терена, сада у зони узводне и низводне темељне површине.

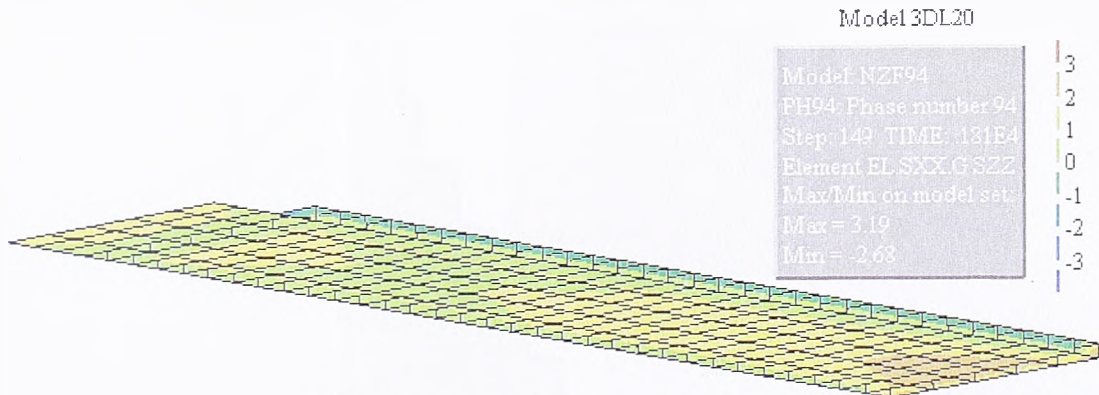


6.23. Напон  $\sigma_z$  на контурама ламеле на дан 1. 9. 1997.

6.24. Десна граница ламеле: Зоне напона затезања већег од 1,5 МПа, на дан 1. 9. 1997.



6.25. Средња раван ламеле: зоне напона  $\sigma_z$  већег од 2,1 МПа, на дан 1. 9. 1997.



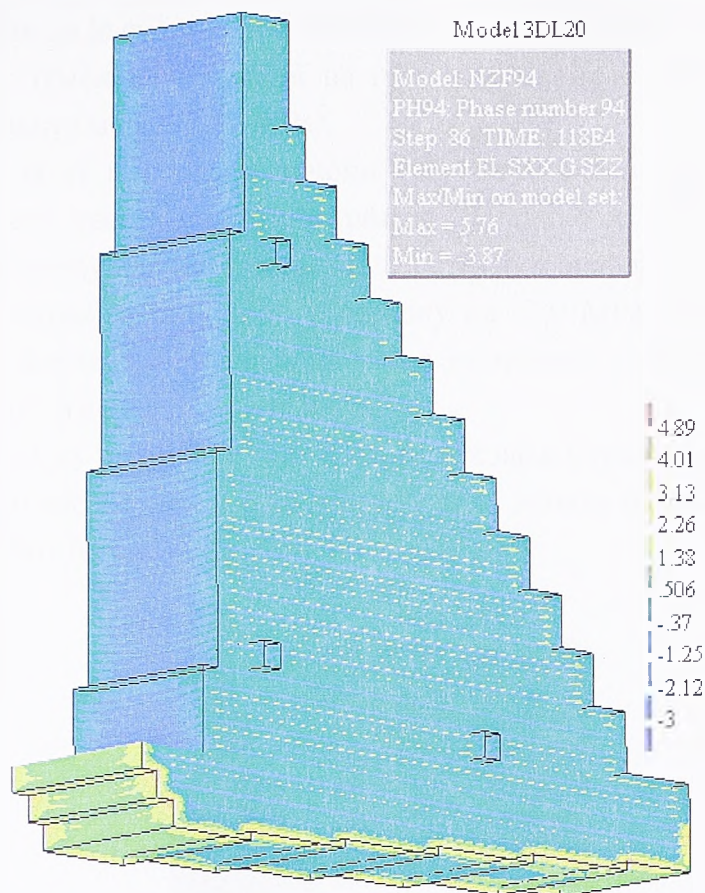
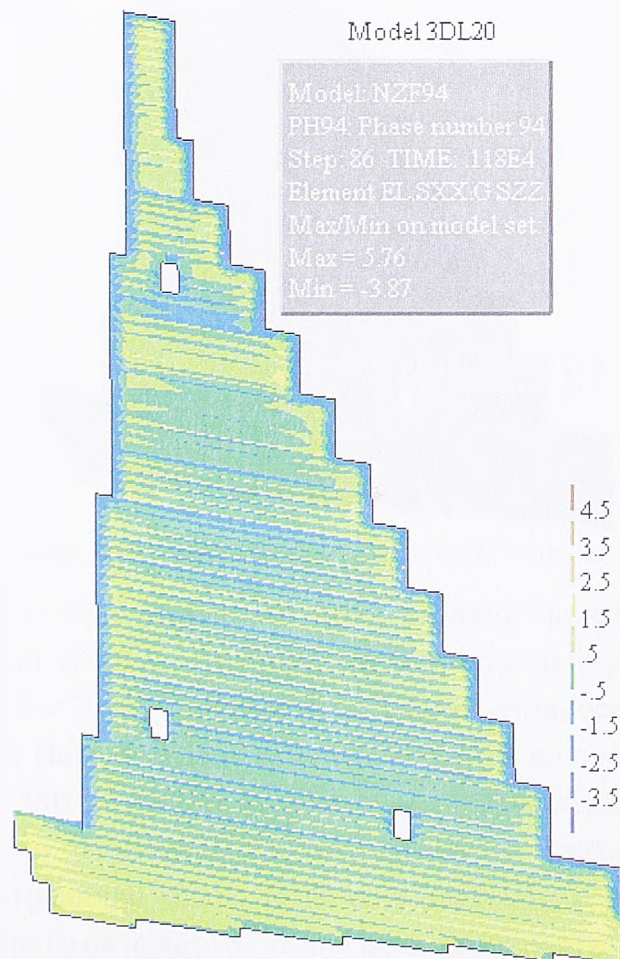
6.26. Напон  $\sigma_z$  у слоју 31 на дан 1. 9. 1997.

Да би се добила представа о напонском стању у хоризонталној равни на месту највећих напона са слике 6.25, на слици 6.26. приказани су напони у слоју 31 ( $y = 9$  m). Слој 31 налази се непосредно испод линије терена. Највећи напони затезања су сса 2,5 МПа и јављају се на низводној страни слоја. Са слике 6.26. се такође уочава да су напони симетрични у односу на средњу раван ламеле.

### *Напонско стање на дан 11. 1. 1999. године*

Напонско стање на дан 11. 1. 1999. године приказано је на сликама 6.27. до 6.30. На слици 6.27. виде се напони на скривеним контурама ламеле (узводно лице, лева страна и темељна спојница) када се гледа са низводне стране, искоса удесно.



6.27. Напон  $\sigma_z$  на контурама ламеле на дан 11. 1. 1999.6.28. Напон  $\sigma_z$  у средњој равни ламеле на дан 11. 1. 1999.



Може се рећи да је су напони слични као на дан 1. 9. 1997. године, с тим што су напони затезања у темељној спојници на границама ламеле још већи (5,76 МПа), а напони притиска нешто мањи (3,87 МПа).

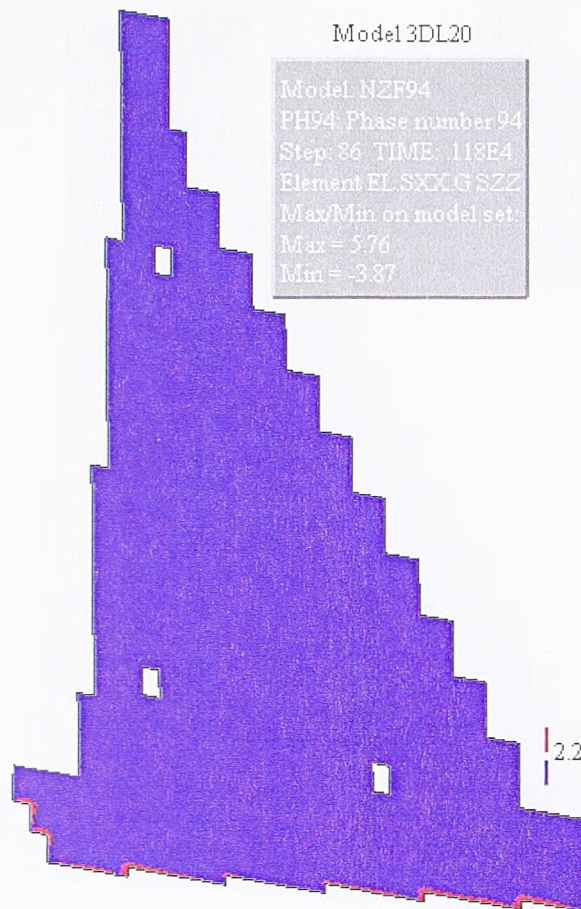
С обзиром да су меродавни напони у средњој равни ламеле, на слици 6.28. приказан је попречни пресек у средини ламеле. Са слике се уочава да на узводној и низводној контури делују напони притиска, да су у унутрашњој зони слојевите промене напона у хоризонталним спојницама, у распону од -2,0 МПа (притисак) до 2,0 МПа (затезање). Једина концентрација напона јавља се поново у зони темељне спојнице, што се најбоље види са слика 6.29. и 6.30.

На слици 6.29. су приказане зоне напона затезања у средњој равни ламеле, већег од 2,2 МПа. Слично као на слици 6.25. нигде у телу ламеле изнад линије терена нема напона затезања већих од ове вредности.



6.29. Средња раван ламеле: зоне напона  $\sigma_z$  већег од 2.2 Мпа, на дан 11. 1. 1999.

Слика 6.30. приказује напоне на левој граници ламеле, са концентрацијама напона затезања у зони темељне спојнице, на контакту конструкције и стенске масе. Напони у овој равни ( $z = 20$  m) приближно су једнаки нули, осим у наведеној зони где износе 2,5 до 5,8 МПа. Иако се у зони темељне спојнице по правилу уграђује класичан хидротехнички бетон МВ 30 до МВ 35, ово су превисоке вредности напона затезања. Као што је претходно напоменуто, аутор сматра да главни узрок ових напона представља усвојени гранични услов, те ће се у наредном моделу (3DL24) извршити корекција. На тај начин ће се испитати утицај овог граничног услова на напонско стање у темељној спојници.



6.30. Лева граница ламеле: Зоне напона затезања већег од 2,2 МПа, на дан 11. 1. 1999.

### *Напонско стање на дан 1. 12. 1999. године*

Напонско стање на дан 1. 12. 1999. године приказано је на сликама 6.31 до 6.38. Најпре је дат 3D приказ напонског стања (слика 6.31), који одговара слици 6.23. Напони притиска су исти као на дан 11. 1. 1999., док су концентрације напона затезања у темељној спојници на ивицама ламеле повећане за сса 0,5 МПа.

Слика напонског стања у средњој равни приказана је на сликама 6.32. до 6.34. Са ових слика је јасно да се напони затезања већи од 2,5 МПа јављају само у малој зони близу узводне и низводне вертикалне границе стенске масе.

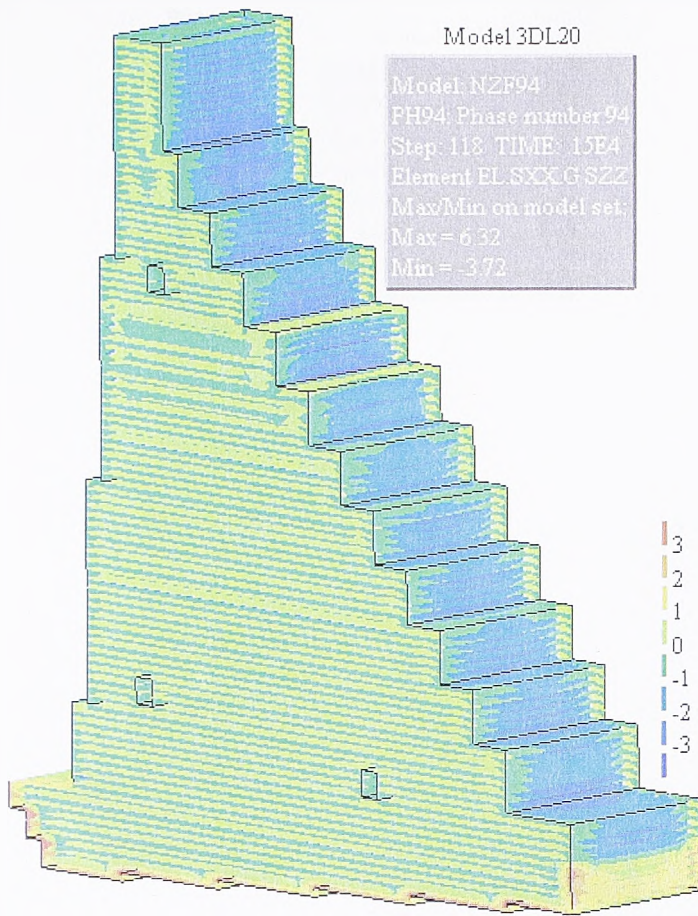
Следе слике 6.35. до 6.38. на којима су приказани напони у карактеристичним слојевима: SL31, SL131, SL187 и SL249.

У слоју 31 напони су између -2,0 МПа (притисак) и +2,5 МПа (затезање). Концентрација напона притиска од -2,6 МПа постоји у чвору на узводној контури на граници са наредним слојем, а концентрација напона затезања јавља се у чвору на споју низводне и десне границе слоја и износи 3,8 МПа.

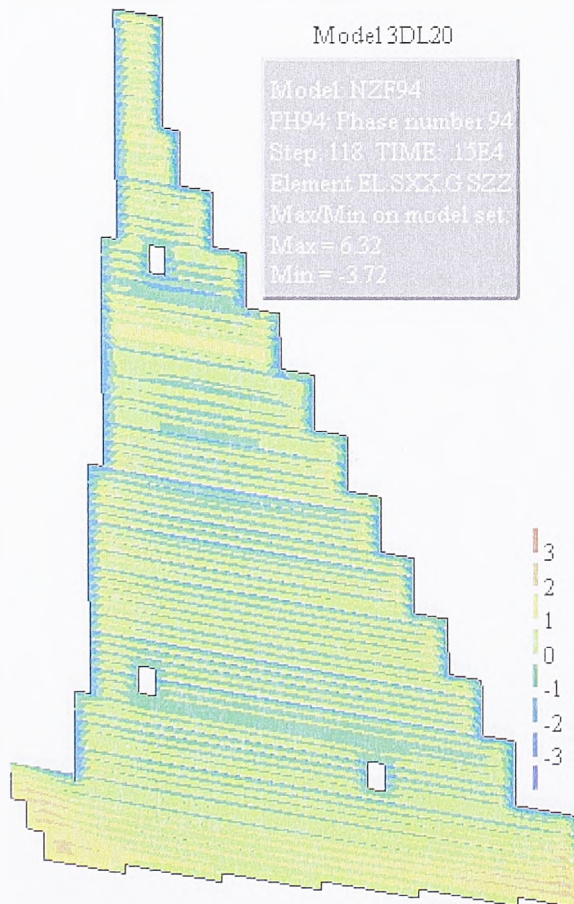
У осталим слојевима напони су прилично уједначени. Напони притиска износе од 2,4 МПа (у слоју 131) до 2,95 МПа (у слоју 187). Напони затезања су од 1,34 МПа (у слоју 187) до 2,6 МПа (у слоју 131).

Са наведених слика се такође уочава да су и на овај дан напони  $\sigma_z$  практично симетрични у односу на средњу раван ламеле, да су на левој и десној ивици најмањи, а да се максималне вредности јављају у средњој равни.





Слика 6.31. Напон  $\sigma_z$  на контурама ламеле на дан 1. 12. 1999.



Слика 6.32. Напон  $\sigma_z$  у средњој равни ламеле на дан 1. 12. 1999.

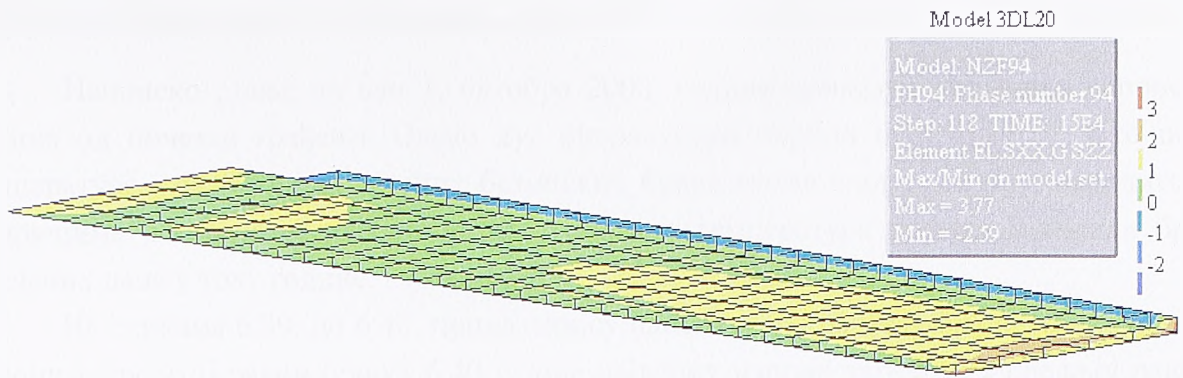




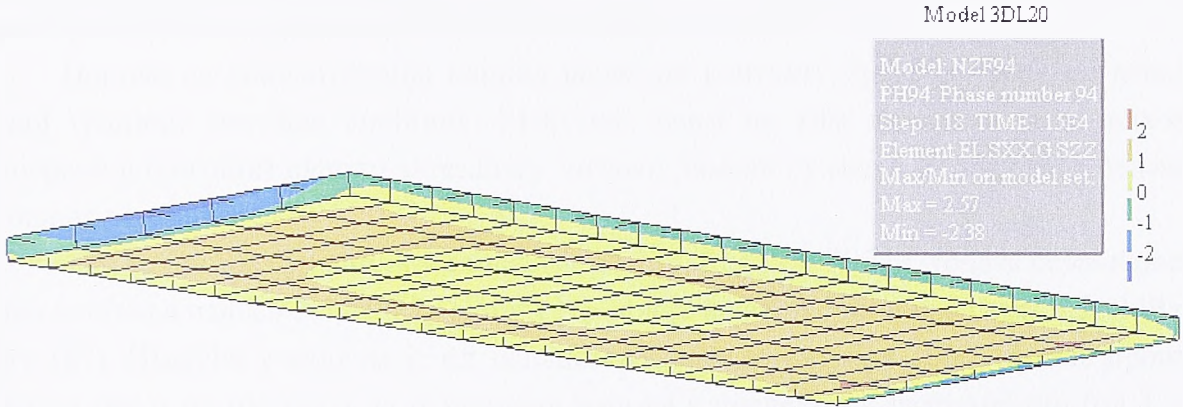
Слика 6.33. Средња раван ламеле: зоне напона  $\sigma_x$  већег од 2,0 Мра, на дан 1. 12. 1999.



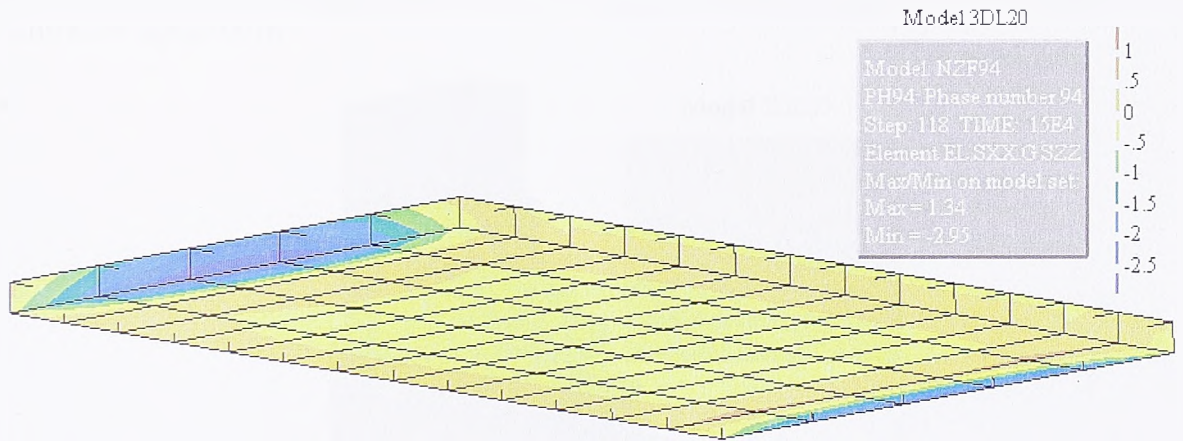
Слика 6.34. Средња раван ламеле: зоне напона  $\sigma_z$  већег од 2,5 Мра, на дан 1. 12. 1999.



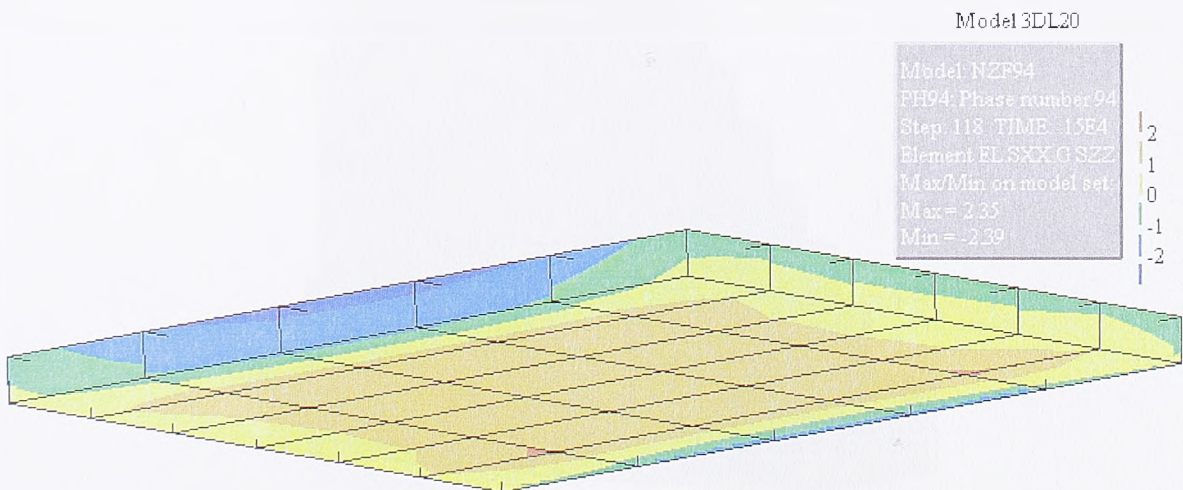
Слика 6.35. Напон  $\sigma_z$  у слоју 31 на дан 1. 12. 1999.



Слика 6.36. Напон  $\sigma_z$  у слоју 131 на дан 1. 12. 1999.



Слика 6.37. Напон  $\sigma_z$  у слоју 187 на дан 1. 12. 1999.



Слика 6.38. Напон  $\sigma_z$  у слоју 249 на дан 1. 12. 1999.



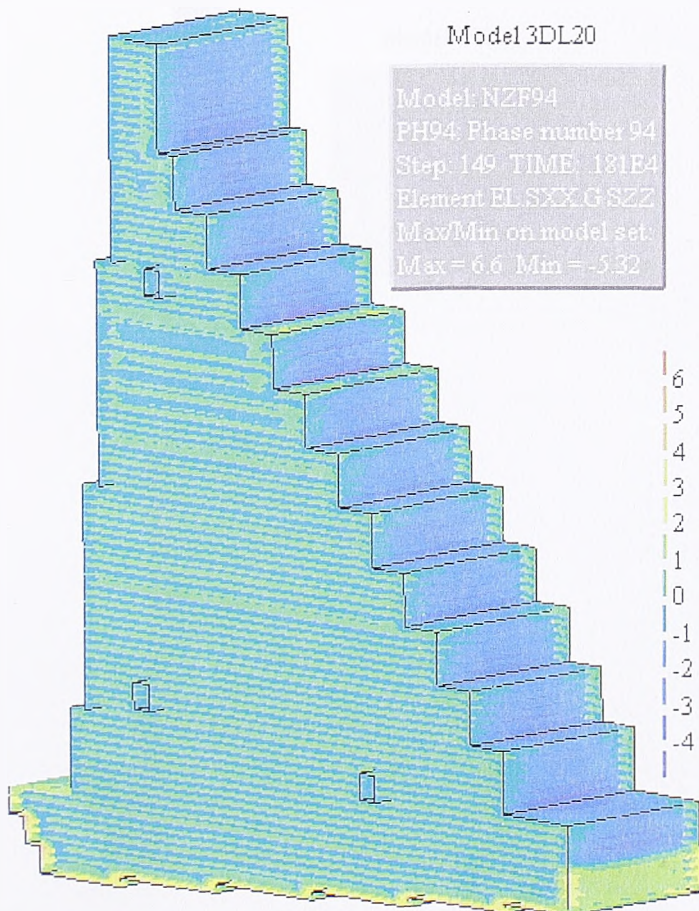
*Напонско стање на дан 1. 10. 2000. године*

Напонско стање на дан 1. октобра 2000. године приказује термичке напоне 5 година од почетка грађења. Овако дуг прорачунски период неопходан је зато што температуре у телу гравитационих бетонских брана веома споро опадају, нарочито у подручјима у којима су високе средње годишње температуре ваздуха и велики број сунчаних дана у току године.

На сликама 6.39. до 6.46. приказани су напони у 3D изгледу бране (слика 6.39.), напони у средњој равни (слика 6.40.), зоне највећих напона затезања у средњој равни (слика 6.41.) и на десној граничној површи ламеле (слика 6.42.), као и напони у карактеристичним слојевима (SL31, SL131, SL187 и SL249).

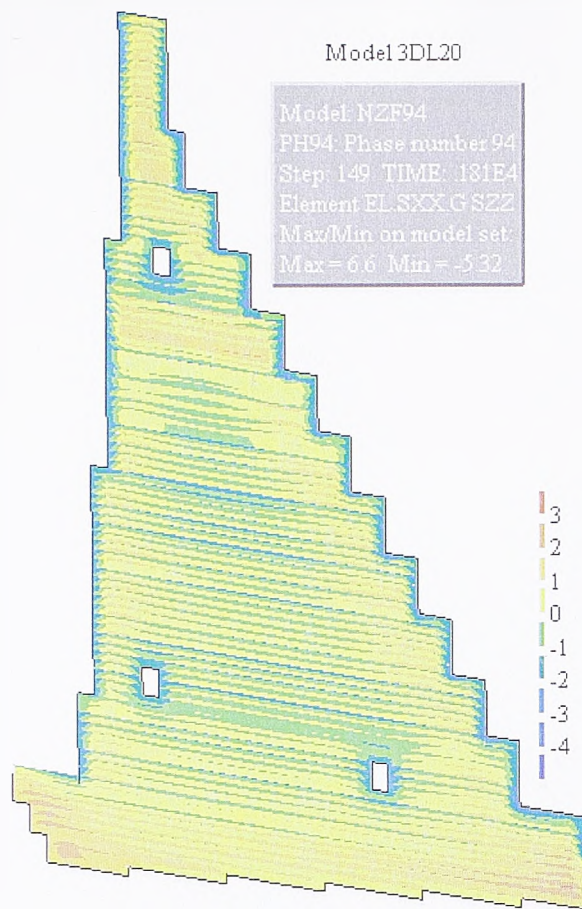
Поново се концентрација напона јавља на контакту бране и стене на левој и десној граници темељне спојнице. Међутим, осим на тим линијама (и у њиховој непосредној близини) напони затезања у читавој ламели су мањи од чврстоће ваљаног бетона на затезање.

Ако се погледају напони у слојевима SL131, SL187 и SL249, уочава се да највећи напон затезања износи 2,3 МПа (у слоју 131), док је највећи напон притиска 3,24 МПа (у слоју 187). Имајући у виду да је од завршетка бране до октобра 2000. године прошло више од три и по године и да је промена напона у последњих десет месеци (од 1. 12. 1999.) веома мала, може се закључити да су напони затезања практично достигли максималне вредности.

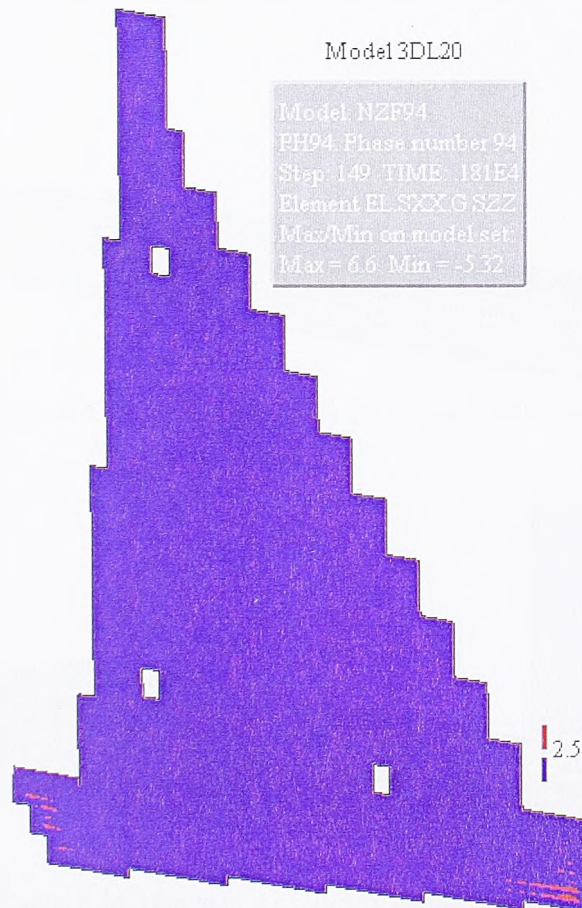


Слика 6.39. Напон  $\sigma_z$  на контурама ламеле на дан 1. 10. 2000.





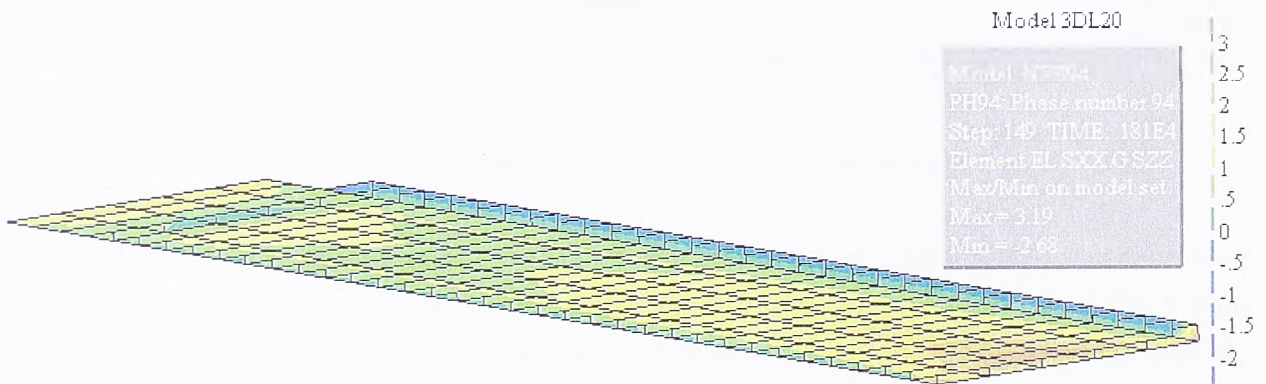
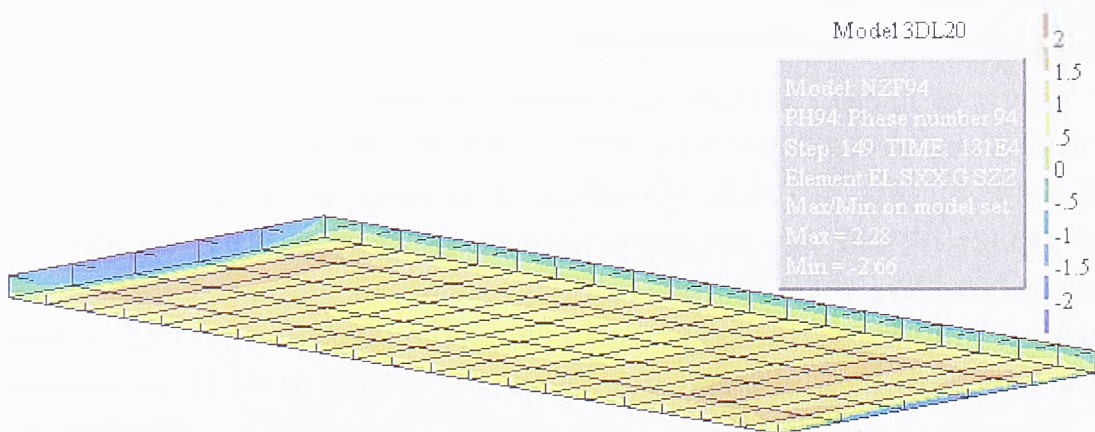
Слика 6.40. Напон  $\sigma_z$  у средњој равни ламеле на дан 1. 10. 2000.



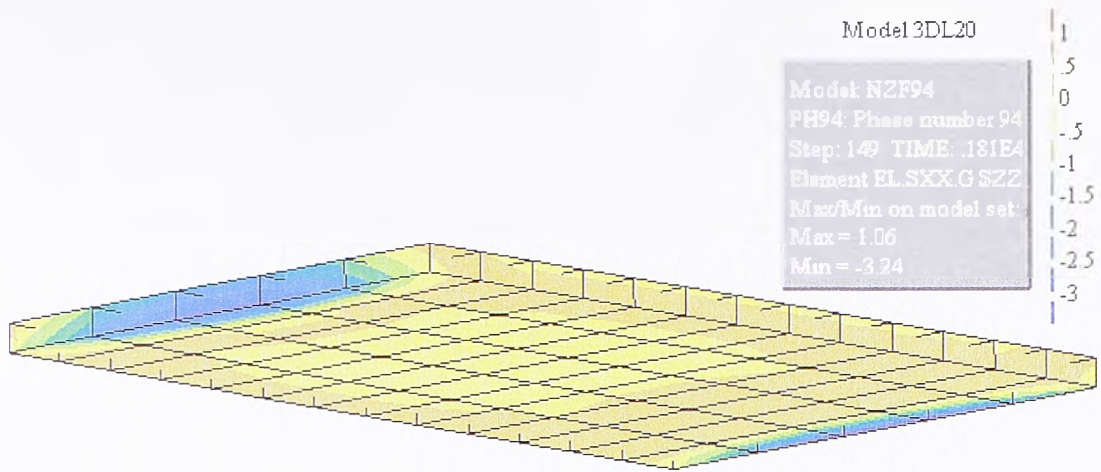
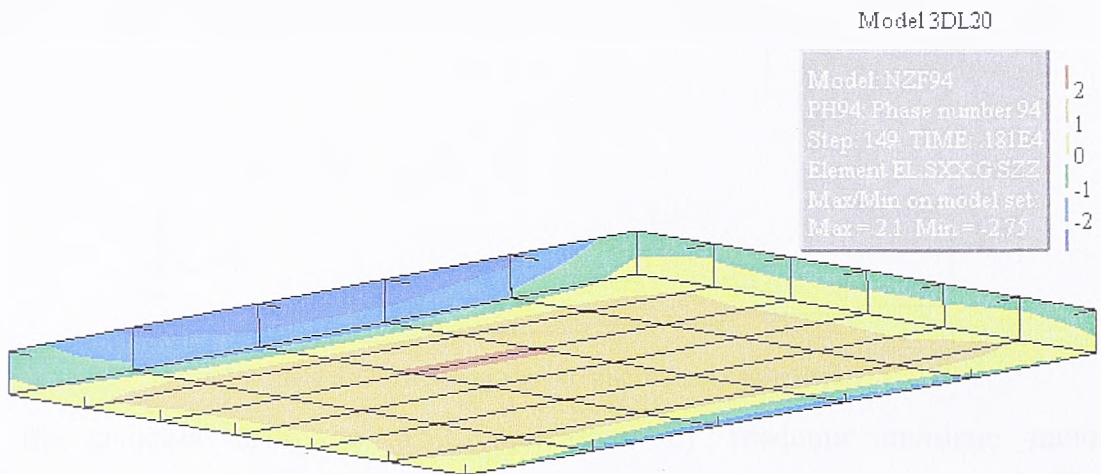
Слика 6.41. Средња раван ламеле: зоне напона  $\sigma_z$  већег од 2,5 Мпа, на дан 1. 10. 2000.



Слика 6.42. Десна граница ламеле: Зоне напона затезања већег од 1.5 МПа, на дан 1. 10. 2000.

Слика 6.43. Напон  $\sigma_z$  у слоју 31 на дан 1. 10. 2000.Слика 6.44. Напон  $\sigma_z$  у слоју 131 на дан 1. 10. 2000.



Слика 6.45. Напон  $\sigma_z$  у слоју 187 на дан 1. 10. 2000.Слика 6.46. Напон  $\sigma_z$  у слоју 249 на дан 1. 10. 2000.

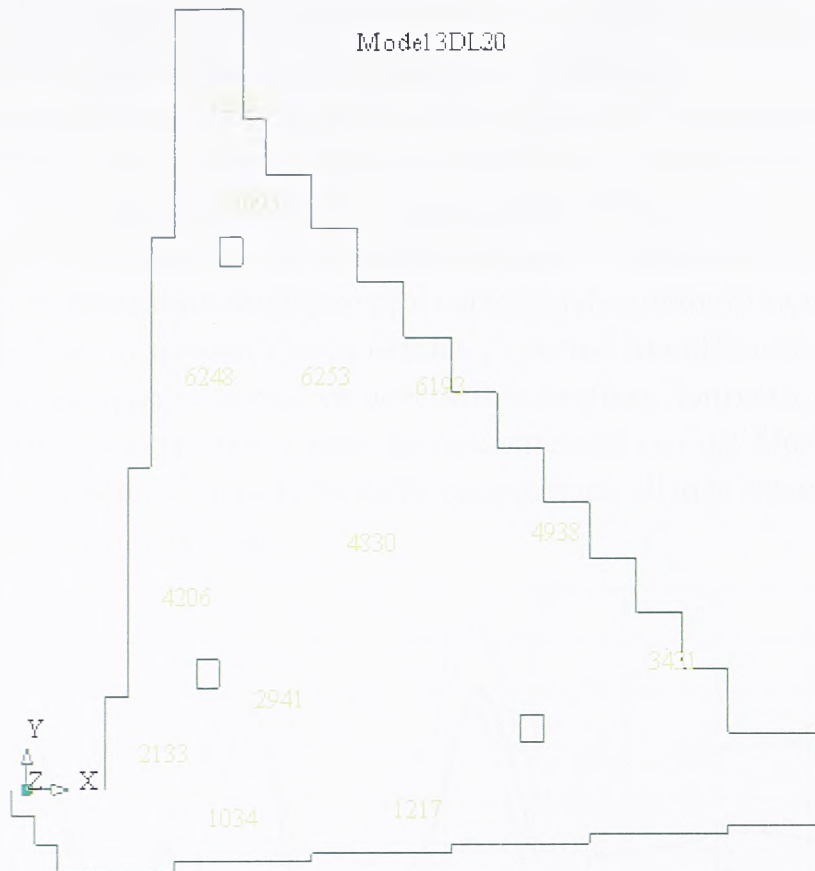
#### 6.2.4. Модел 3DL20 – напони у карактеристичним елементима

Најпогоднији начин да се сагледа промена напонског стања у телу ламеле током времена је да се посматрају напони у карактеристичним елементима. Имајући у виду димензије ламеле (висина 95,0 m, ширина у темељној спојници 87,5 m, дужина 20,0 m), као и закључке који проистичу из претходних поглавља, изабрано је укупно 13 карактеристичних чворова, слика 6.47.

Сви елементи налазе се у средњој равни ламеле, пошто су у њој највећи напони затезања. Пет елемената је у средњој линији и то: EL1217 (налази се у слоју SL31), EL4830 (SL131), EL6253 (SL187), EL7095 (SL249) и EL7298 (SL291). Три елемента су у зони узводне контуре, на растојању од 2,5 m: EL2133 (SL50), EL4206 (SL107) и EL6248 (SL187). Наредна три елемента су у зони низводне контуре: EL3431 (SL84), EL4938 (SL139) и EL6193 (SL184), од којих су EL3431 и EL6193 у степенастом делу на растојању од 2,5 m од низводне контуре, а EL4938 је од контуре удаљен 5 m. Последња два елемента су EL14110 (SL74) у зони средње галерије и EL1034 (SL27) у зубу темељне спојнице.

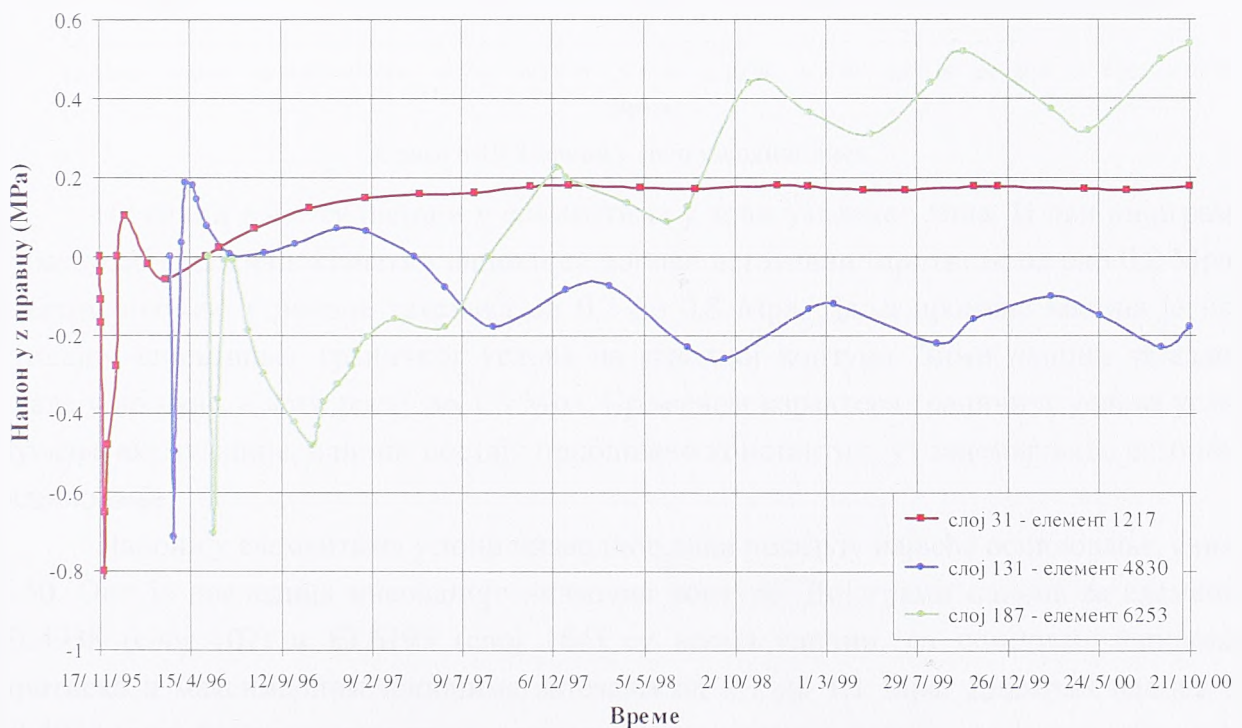
Усвојени број и распоред елемената омогућавају да се реално сагледа промена напона у телу ламеле током времена и одреде највећи термички напони затезања.





Слика 6.47. Положај карактеристичних елемената

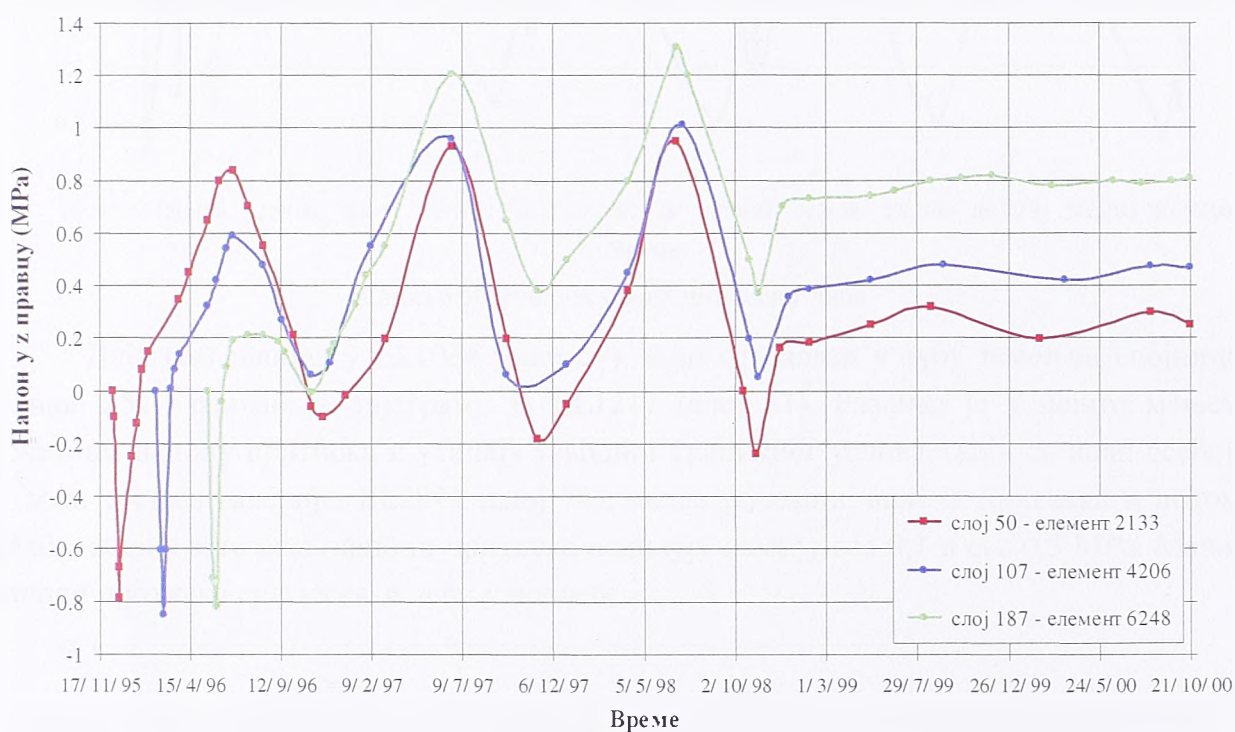
На сликама 6.48. до 6.52. приказани су графици промене напона у карактеристичним елементима од дана уграђивања посматраног слоја до 21. 10. 2000. године. За све графике је карактеристично да у првих пет до десет дана долази до појаве напона притиска, јер је то фаза загревања бетона услед ослобађања топлоте хидратације.



Слика 6.48. Напони у маси ламеле

Бетон тежи да се шири, али пошто је ширење бетона делимично ограничено садејствујућом стенском масом и претходно избетонираним слојевима, настаје напон притиска. Притисак се повећава све док температура расте. Када температура почне да опада, бетон почиње да се скупља и напон притиска се смањује док постане једнак нули. Даљим снижавањем температуре, бетон тежи још више да се скупи, што је делимично ограничено, па настају напони затезања. Максималне вредности напона затезања зависе од градијента температуре и одговарајуће крутости ваљаног бетона.

На слици 6.48. су напони у маси бетона, у средњој линији средње равни ламеле. Уочава се да су дијаграми слични, са почетним напонима притиска од око 0,8 Мра, који се убрзо смањују и прелазе у мале напоне затезања (до 0,2 Мра). Даље, напони осцилују у зависности од сезонских промена температуре. Што је елемент дубље у телу бране, осцилације напона су мање.



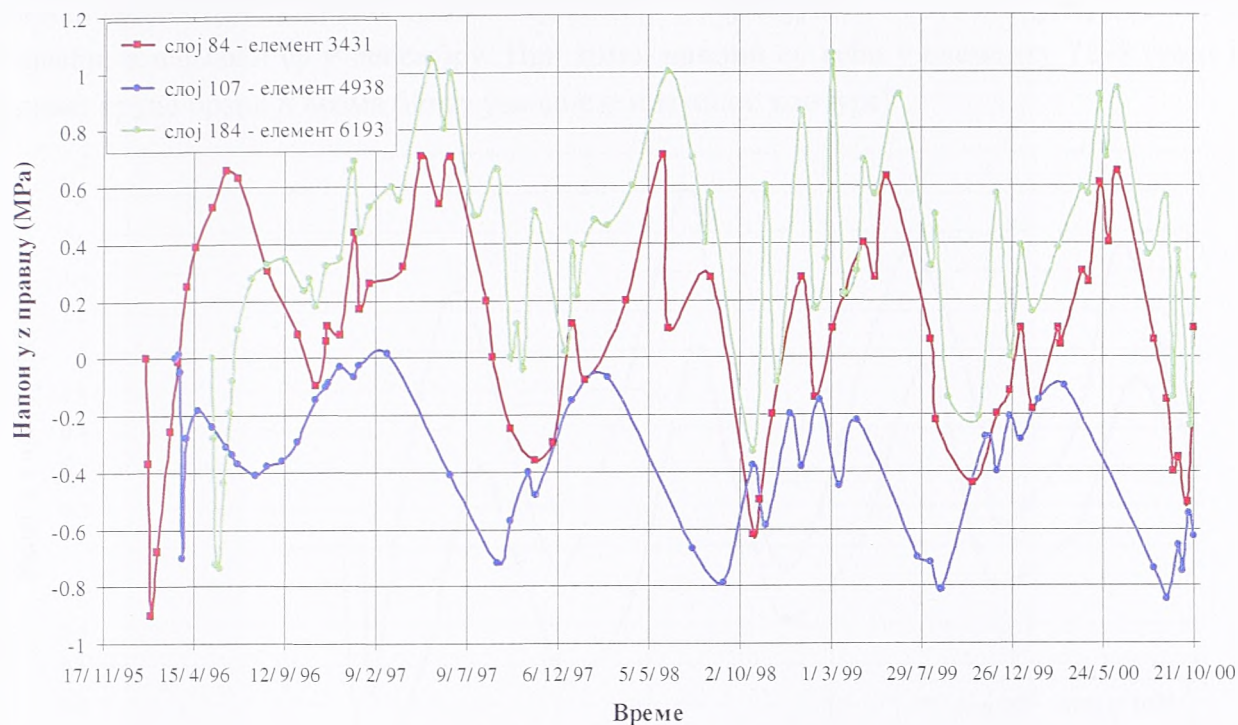
Слика 6.49. Напони у зони узводног лица

На слици 6.49. су напони у елементима у зони узводног лица. И ови дијаграми су међусобно слични. Почетни напони су поново негативни (притисак од око 0,8 Мра), а затим прелазе у напоне затезања од 0,2 до 0,8 Мра. Даља промена напона је под утицајем спољашњег граничног услова на узводној контури. Зимски напони затезања опадају до нуле, а лети расту до 1,3 Мра. Променом карактера граничног услова услед пуњења акумулације, напони постају приближно константни, уз занемарљиво сезонско осциловање.

Напони у елементима у зони низводног лица показују највеће осциловање, слика 6.50. Оно је последица инсолације низводне контуре. Дијаграми напона за елементе EL4938 (слој 107) и EL6193 (слој 184) су веома слични, са почетним напонима притиска и максималним напонима затезања од 0,7 до 1,1 Мра. Дијаграм напона за EL4938 (слој 84) генерално прати описани тренд промене напона. Међутим, због веће

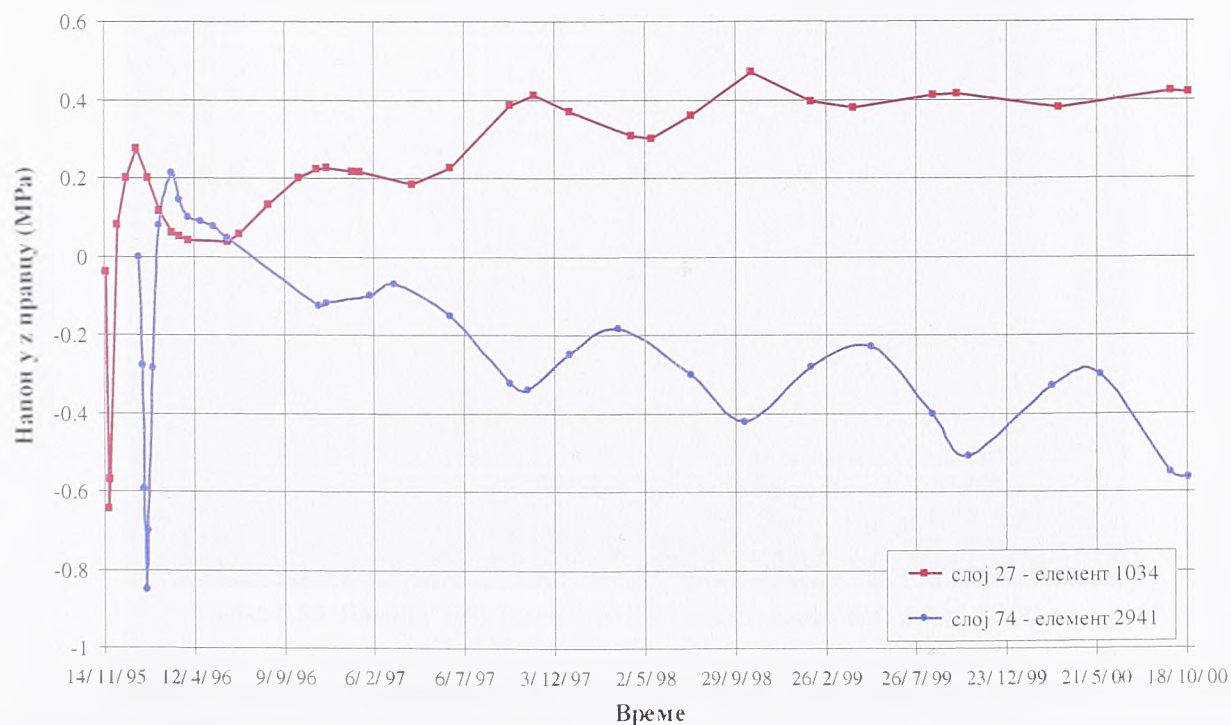


удаљености од низводног лица (5 m) напони су све време у притиску и нема тако великог утицаја промене граничног услова по температури.



Слика 6.50. Напони у зони низводног лица

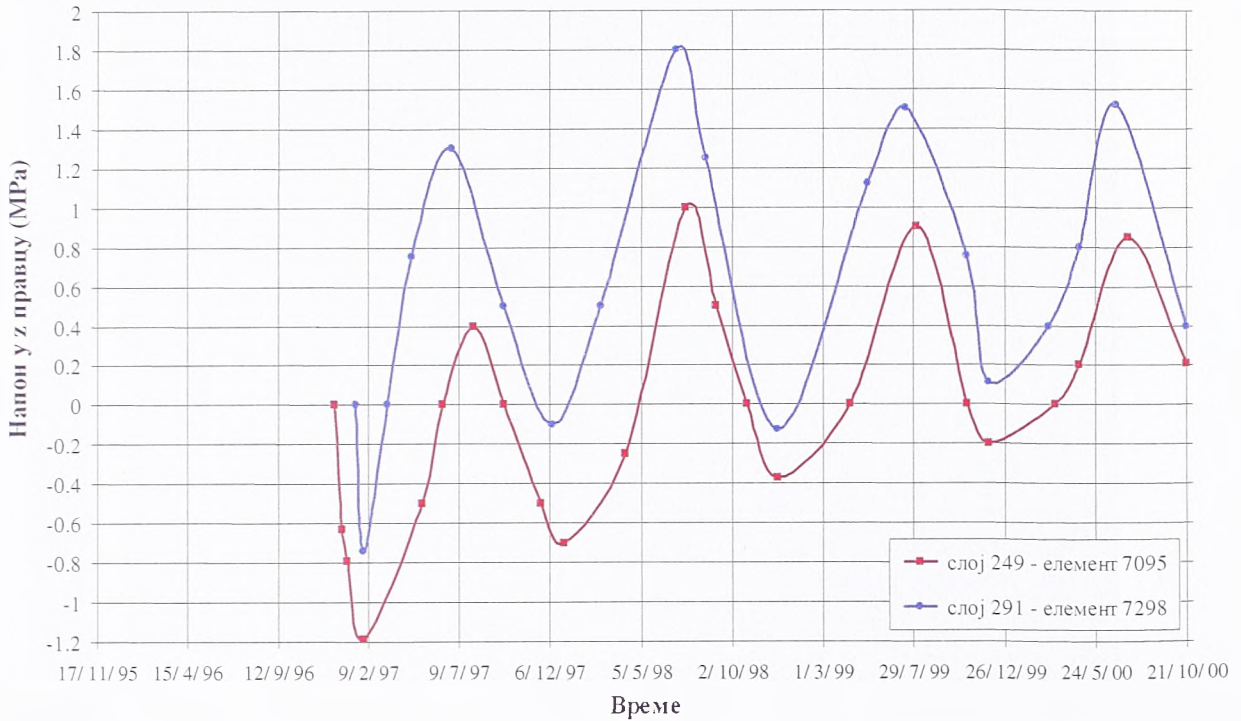
Дијаграм напона у EL1034 (слој 27), који се налази у зубу темељне спојнице (слика 6.51.) сличан је дијаграму за EL1217 (слој 31). Разлика је у нешто мањем почетном напону притиска и утицају узводног граничног услова, (који се ипак осећа). У зони средње галерије, EL2941 (слој 74), после почетног напона притиска и потом малог напона затезања, напони притиска осцилују између сса 0,1 и сса 0,5 МПа. Мањи напони притиска су у јесен, а већи у пролеће.



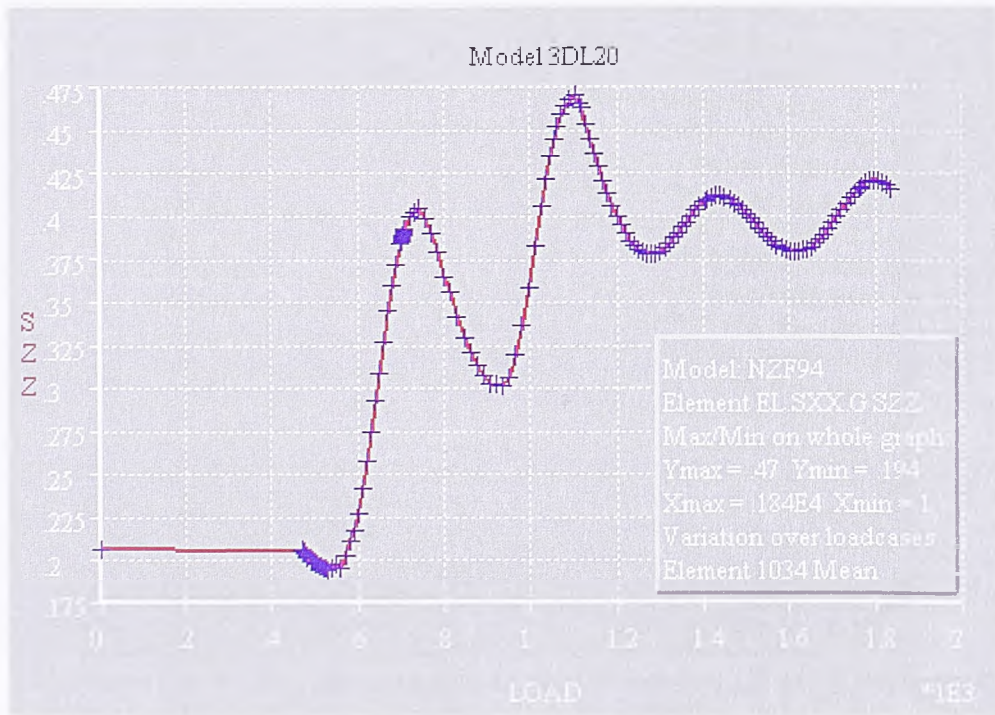
Слика 6.51. Напони у зубу и поред средње галерије



На слици 6.52. су напони у елементима у зони круне бране. Дијаграми за два приказана елемента су веома слични, јер је велики утицај спољашњег граничног услова на напонско стање у круни бране. Током лета (крајем јуна и почетком јула) напони су највећи, а најмањи су у децембру. При томе, напони су већи у елементу 7298 (који је ближи круне бране и веома близу узводне и низводне контуре).



Слика 6.52. Напони у зони круне бране

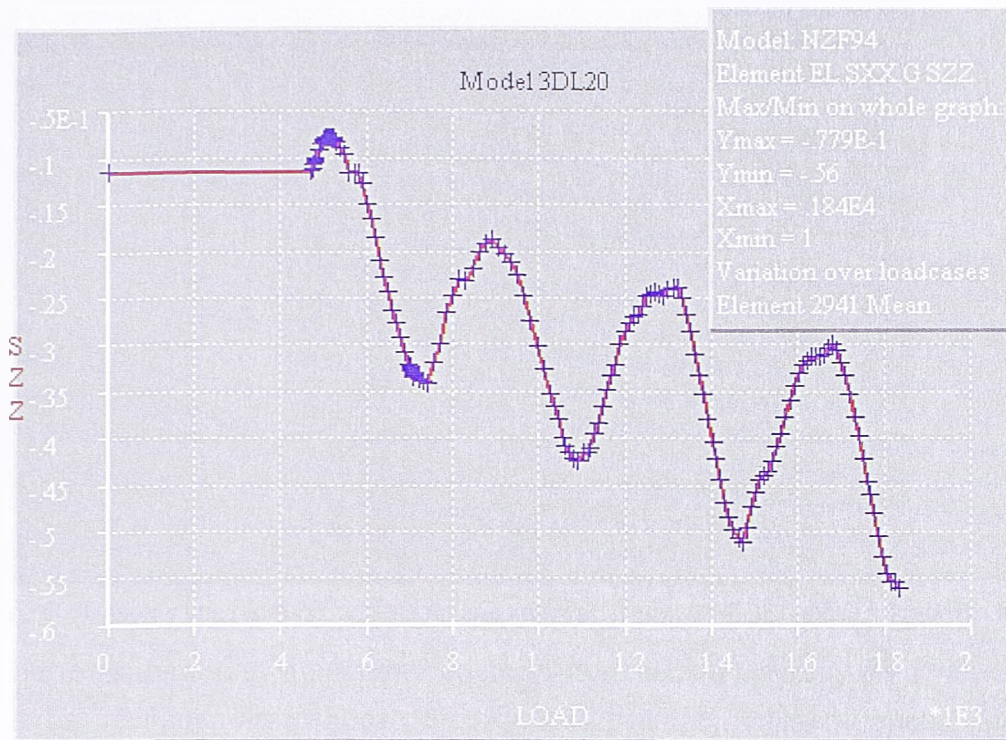


Слика 6.53. Напон у зубу (елемент 1034) после завршетка грађења бране

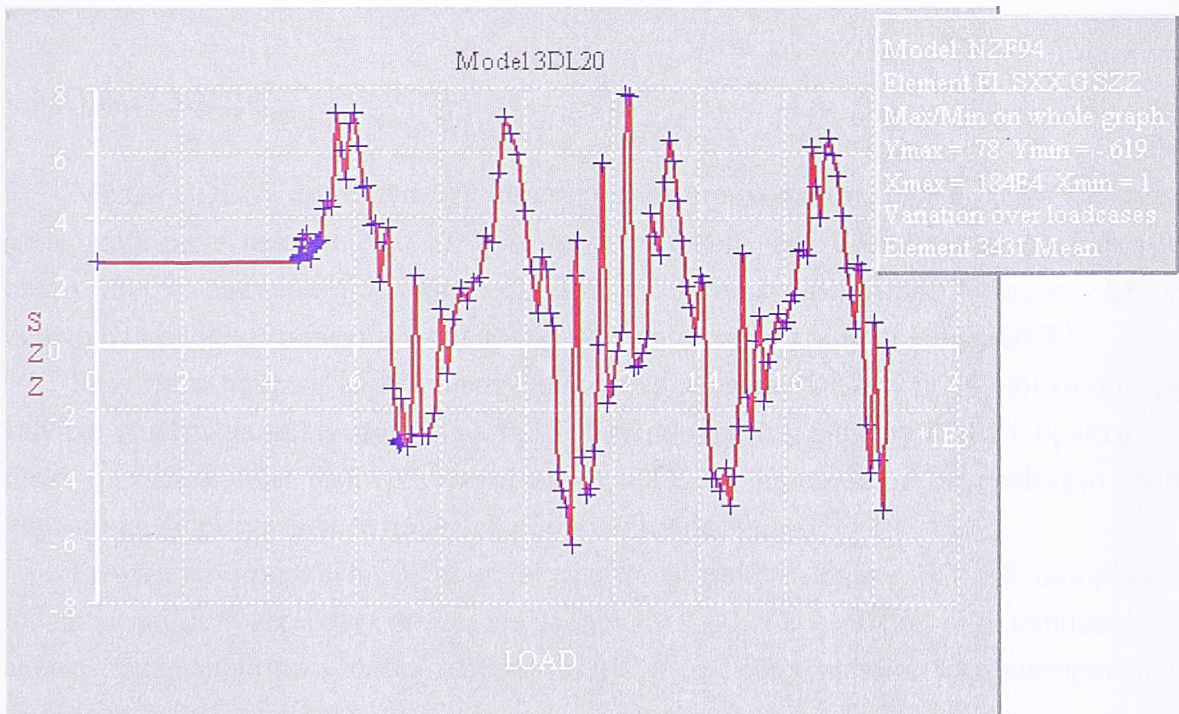
Следе графици на сликама 6.53. до 6.56. као илустрација графичког приказа помоћу програма *DIANA*. Приказан је само период од завршетка грађења (дан 470) па



до краја прорачуна (узрок је програмско ограничење да се излазни резултати прорачуна смештају у посебан излазни фајл за сваку фазу). За претходни период (у току грађења, тј. од  $t = 0$  до  $t = 470$  дан), *DIANA* (као подразумевајућу) приказује константну вредност, једнаку вредности напона за  $t = 470$  дан.



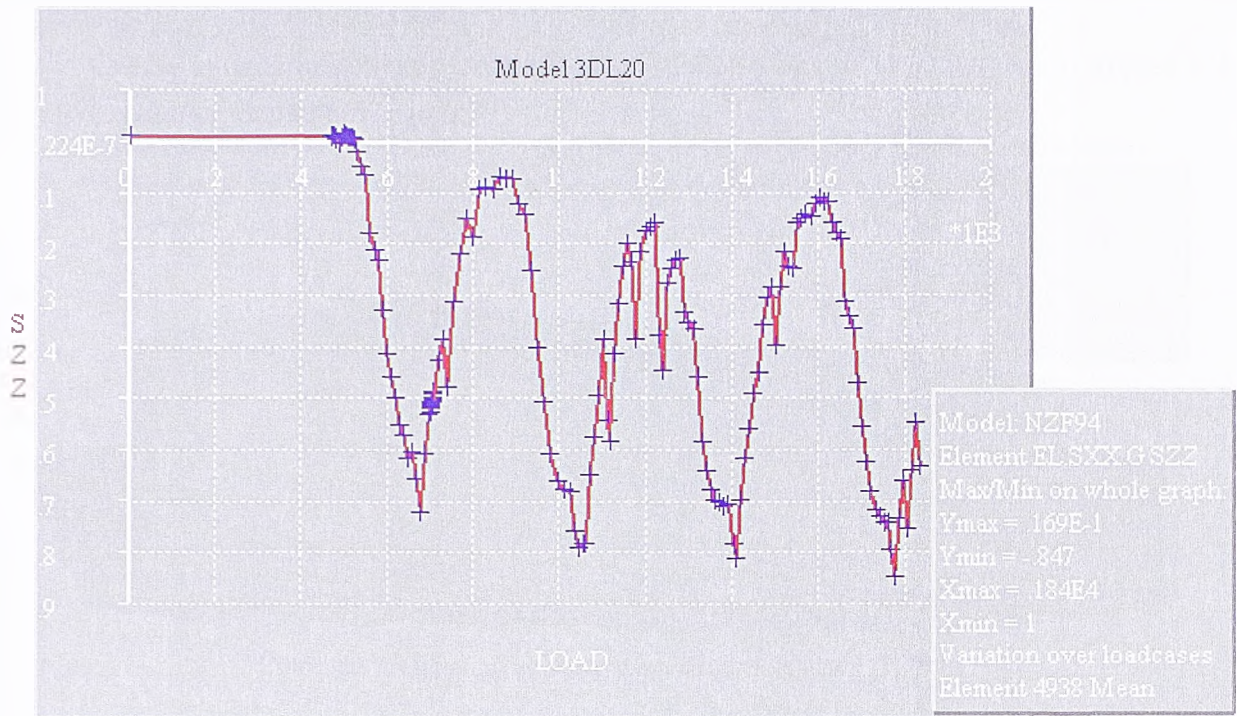
Слика 6.54. Напон поред средње галерије (елемент 2941) после завршетка грађења



Слика 6.55. Напон у зони доњег дела низводне контуре (елемент 3431) после завршетка грађења

Напони су приказани само за елементе EL1034, EL2941, EL3431 и EL4938. Описано понашање у току експлоатације, претходно представљено ексел-графицима, овде се још боље уочава због већег броја тачака.





Слика 6.56. Напон у средишњем делу низводне контуре (елемент 4938) после завршетка грађења

Пошто напони нису приказани по датумима, већ по времену од почетка грађења, а да се не би превише оптерећивао садржај дисертације, неће се поново приказивати напонско стање у фази експлоатације помоћу Femview-графика у карактеристичним елементима.

### 6.3. МОДЕЛ 3DL24

Модел 3DL24 практично се разликује од претходног модела само по дужини ламеле, која овде износи 24,0 m. Због тога у правцу осе бране сваки слој има по 6 (уместо по 5) елемената, дужине по 4,0 m. Облик попречног пресека, дебљина замењујућих слојева, почетни и гранични услови исти су као у моделу 3DL20.

Резултати прорачуна температурног поља модела 3DL24 у потпуности потврђују закључке изнете на крају поглавља 6.2.1. Температуре у моделу 3DL24 практично су једнаке одговарајућим температурама модела 3DL20. Да се не би оптерећивао садржај дисертације, ти резултати се овде неће поново приказивати.

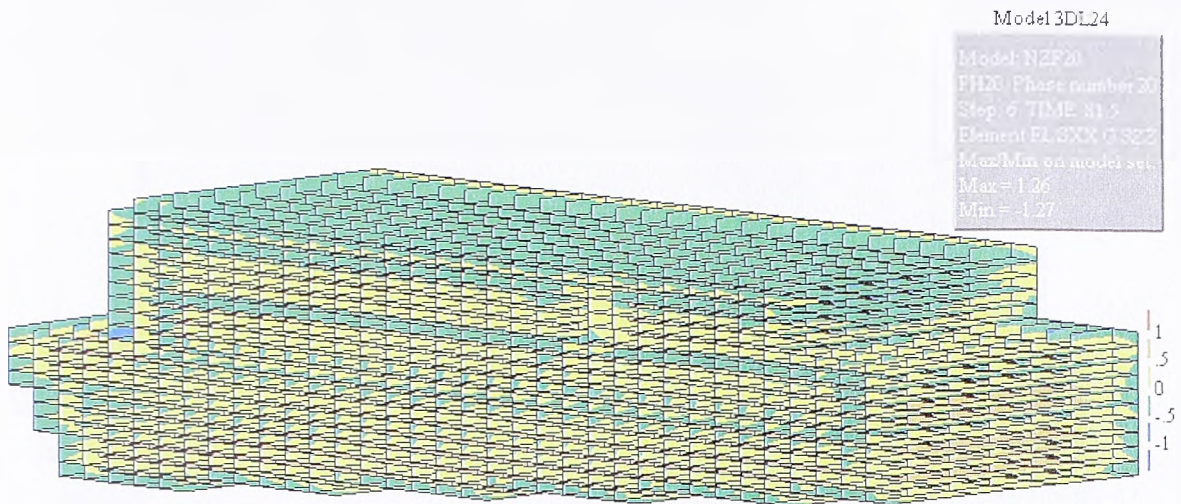
Резултати прорачуна напонског стања помоћу модела 3DL24 приказаће се аналогно претходним резултатима за модел 3DL20. Они обухватају напоне у фази грађења бране, напоне у фази експлоатације и промену напона у карактеристичним елементима током времена.

Приказ обухвата просторно стање  $\sigma_z$  напона за комплетну ламелу дужине 24 m, напоне у одређеном слоју, или у средњој равни ламеле. У циљу доследног праћења резултата прорачуна, напони се односе на исте дане и исте карактеристичне слојеве, као у моделу 3DL20.

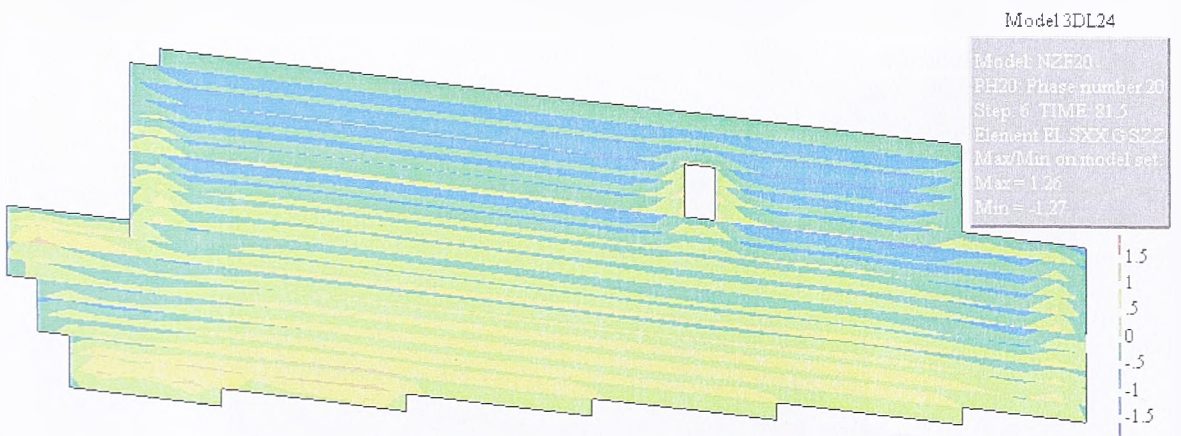


## 6.3.1. Модел 3DL24 – напони у фази грађења бране

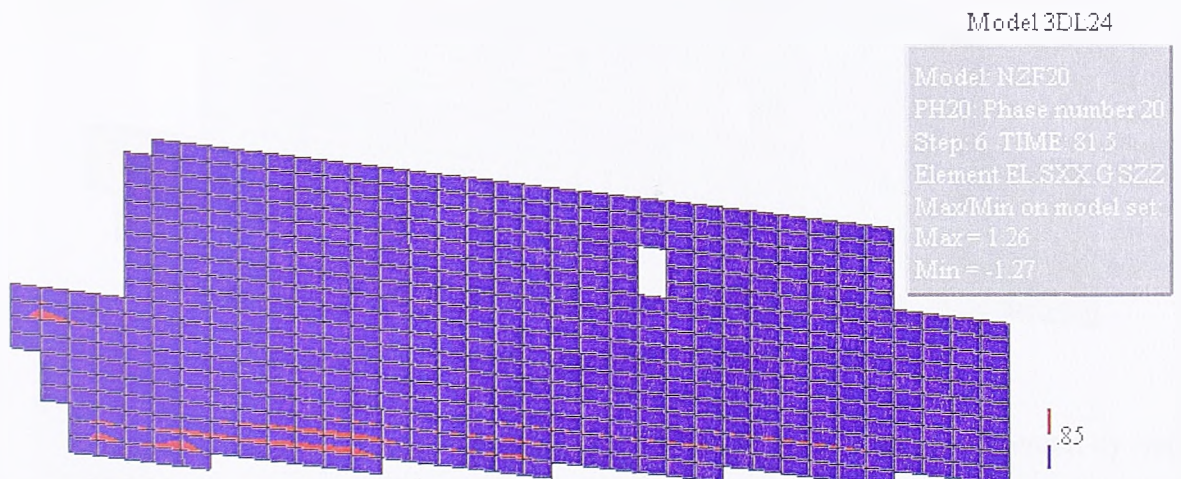
Следи приказ напонског стања у току грађења бране за 9. јануар, 1. април и 1. јун 1996. године, слике 6.57. до 6.59.



Слика 6.57. Напон  $\sigma_z$  на контурама ламеле на дан 9. 1. 1996.



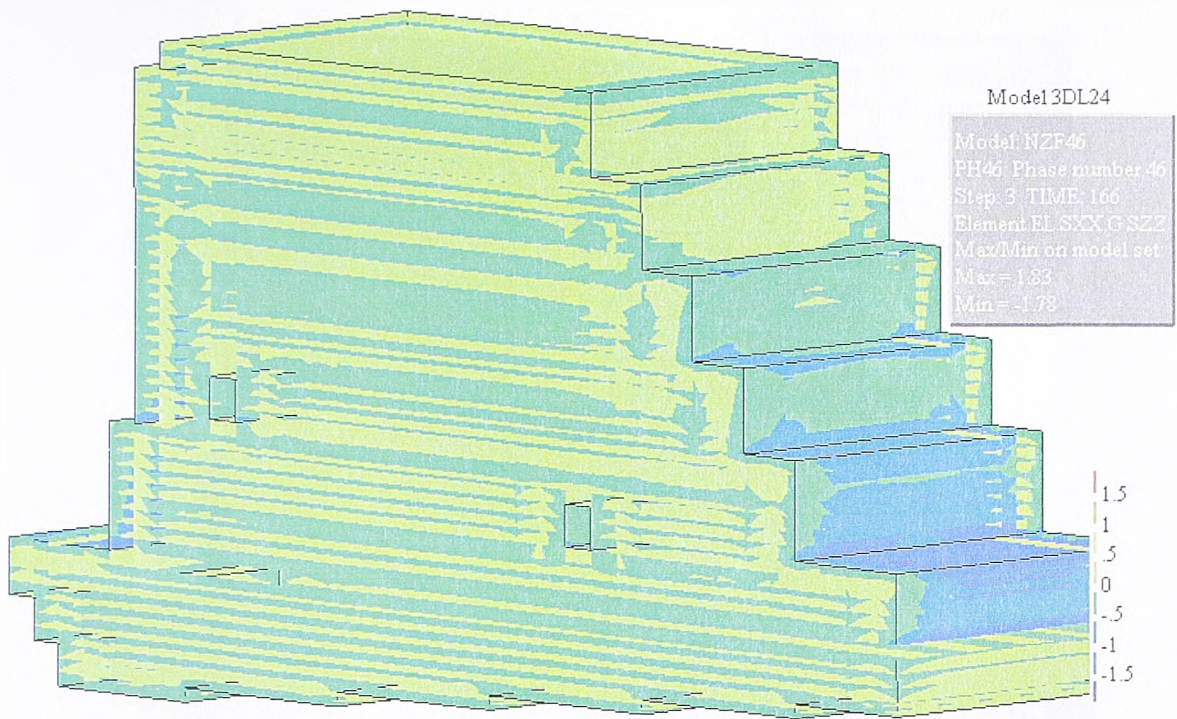
Слика 6.58. Напон  $\sigma_z$  у средњој равни ламеле на дан 9. 1. 1996.



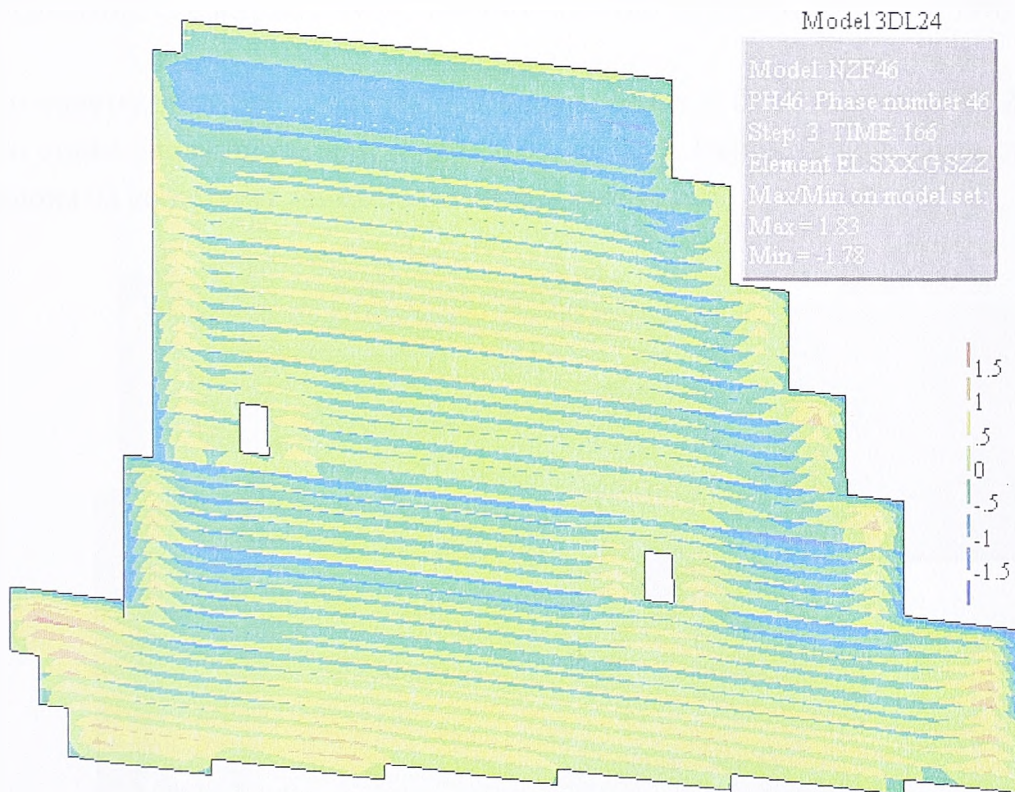
Слика 6.59. Средња раван ламеле: зоне напона  $\sigma_z$  већег од 0,85 Мпа, на дан 9. 1. 1996.

Са слика се види да нема концентрације напона у темељној спојници на крајевима ламеле, јер су највећи напони притиска (1,27 МПа) и затезања (1,26 МПа) мањи него у моделу 3DL20, док су напони у зубу нешто већи него код претходног модела.





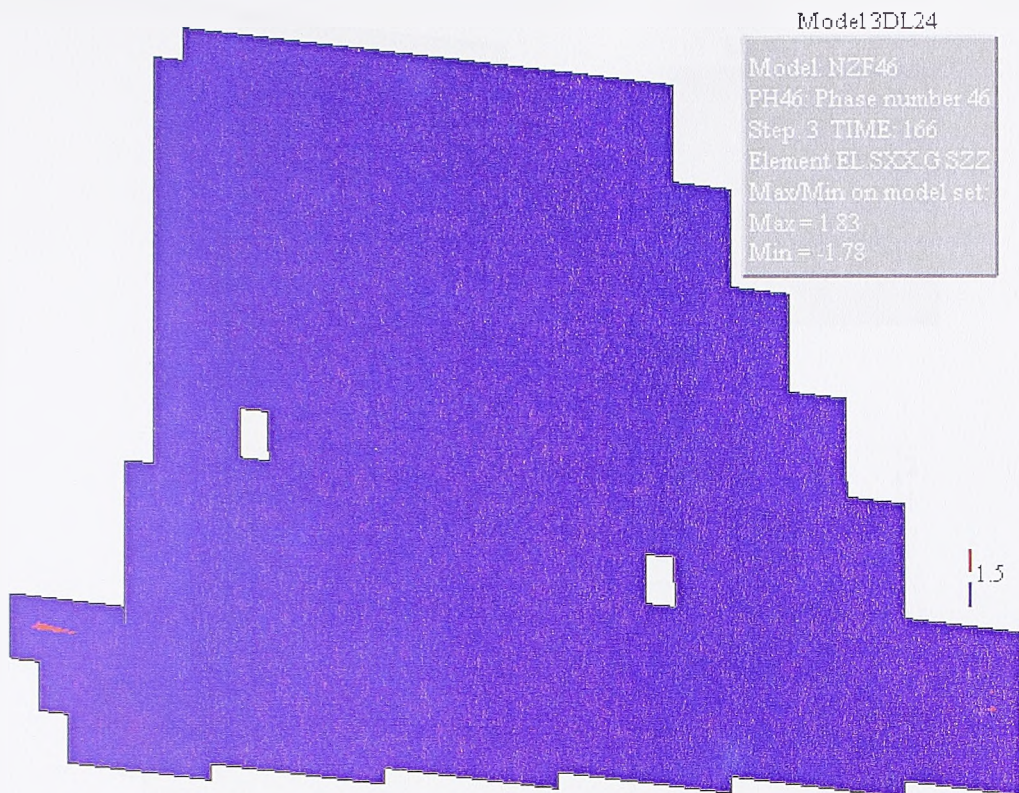
Слика 6.60. Напон  $\sigma_z$  на контурама ламеле на дан 1. 4. 1996.



Слика 6.61. Напон  $\sigma_z$  у средњој равни ламеле на дан 1. 4. 1996.

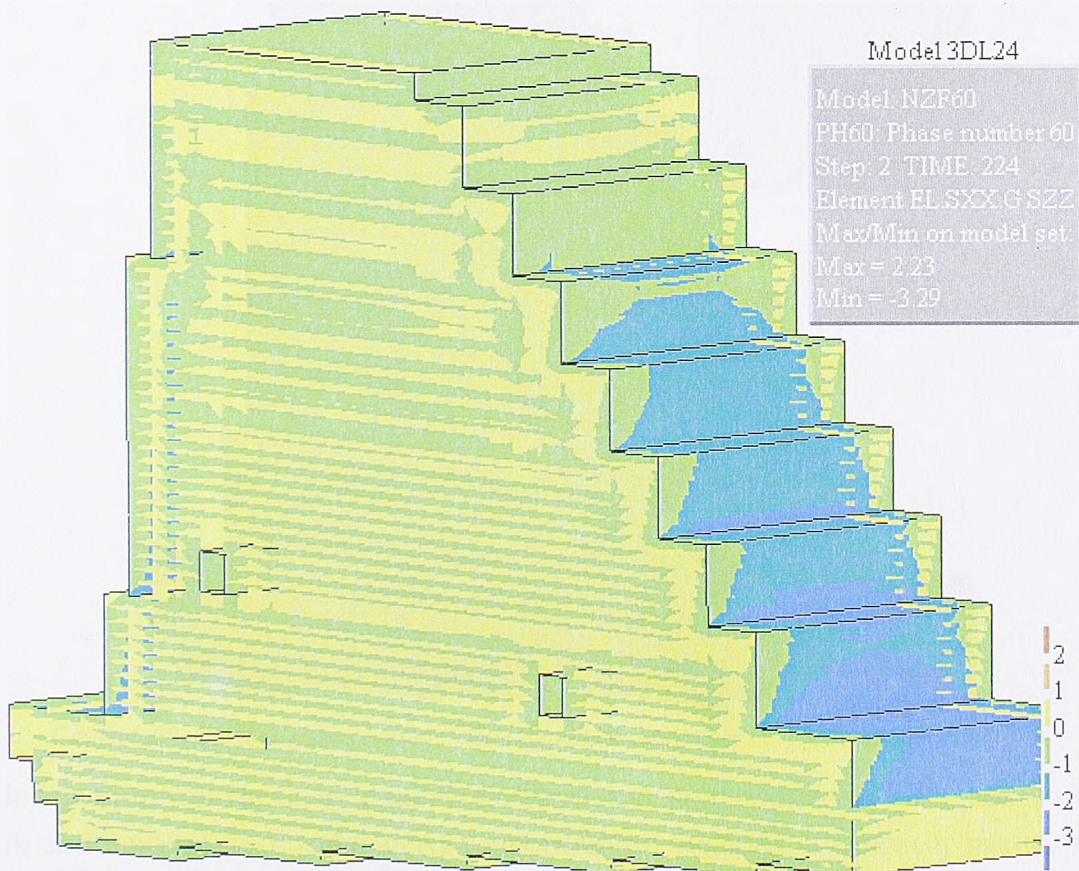
И на дан 1. 4. 1996. године, највећи напони притиска и затезања мањи су него у моделу 3DL20. То значи да је оправдана промена граничног услова по померању (у правцу осе бране) на левом и десном крају ламеле. Напони затезања у средњој равни су нешто већи (1,83 МПа) него у моделу 3DL20 (1,65 МПа). Са слике 6.62. види се да су мале зоне напона затезања већих од 1,5 МПа, сконцентрисане само у зони контакта конструкције и линије стенске масе узводно и низводно од бране.





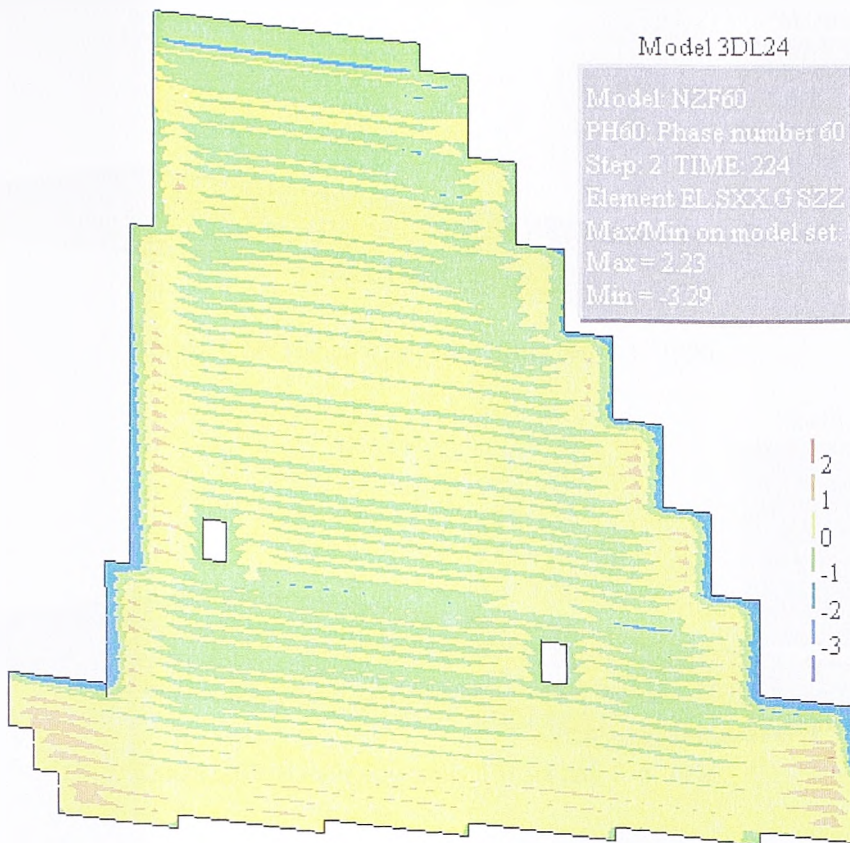
Слика 6.62. Средња раван ламеле: зоне напона  $\sigma_z$  већег од 1,5 Мра, на дан 1. 4. 1996.

До почетка јуна 1996. године, за 224 дана, брана је била изграђена до 200 слоја. Напонско стање приказано је на сликама 6.63. до 6.67. Најпре је приказано просторно стање напона на контурама ламеле, затим у средњој равни.

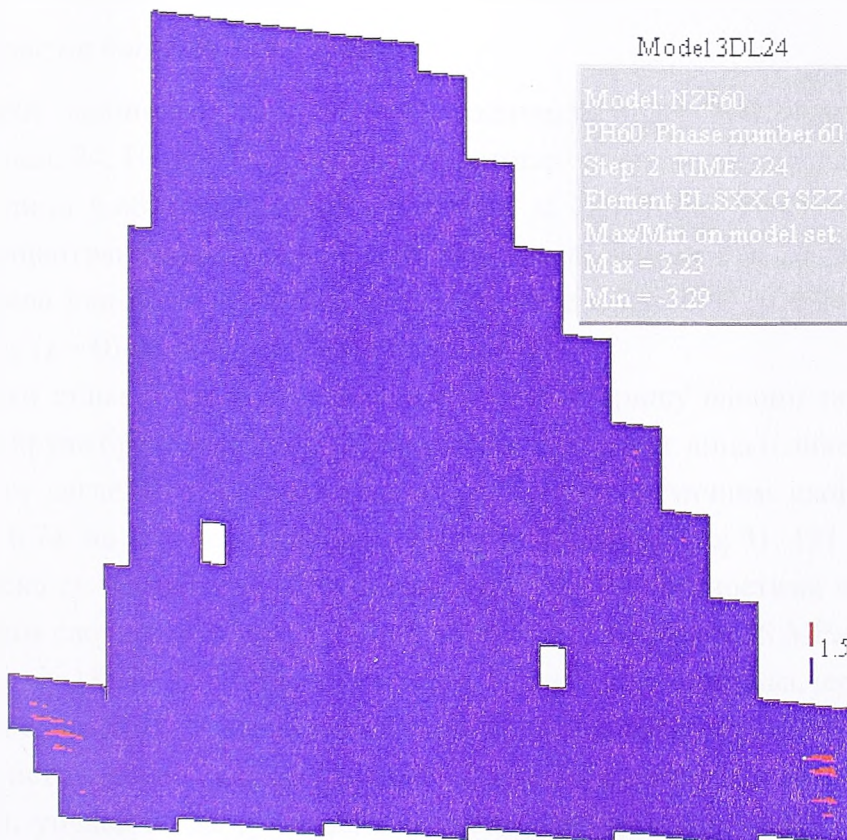


Слика 6.63. Напон  $\sigma_z$  на контурама ламеле на дан 1. 6. 1996.



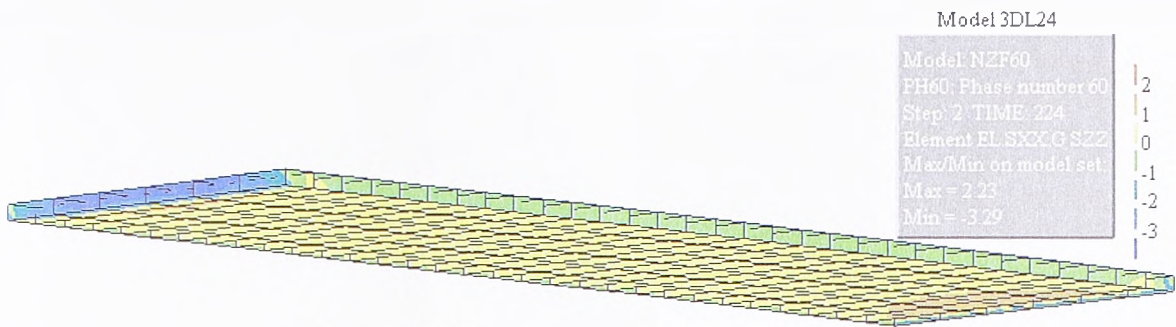
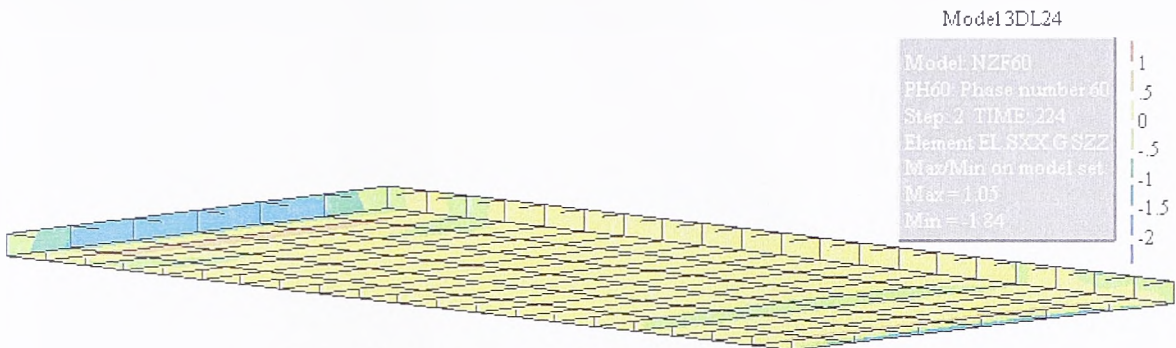


Слика 6.64. Напон  $\sigma_z$  у средњој равни ламеле на дан 1. 6. 1996.



Слика 6.65. Средња равна ламеле: зоне напона  $\sigma_z$  већег од 1,5 Мра, на дан 1. 6. 1996.

Највећи напони притиска су практично исти као код модела 3DL20, док су ивични напони затезања знатно мањи него у претходном моделу. У средњој равни, као и у слојевима 31 и 131 напони затезања су незнатно већи.

Слика 6.66. Напон  $\sigma_z$  у слоју 31 на дан 1. 6. 1996.Слика 6.67. Напон  $\sigma_z$  у слоју 131 на дан 1. 6. 1996.

### 6.3.2. Модел 3DL24 – напони у фази експлоатације

#### *Напонско стање на дан 1. 9. 1997. године*

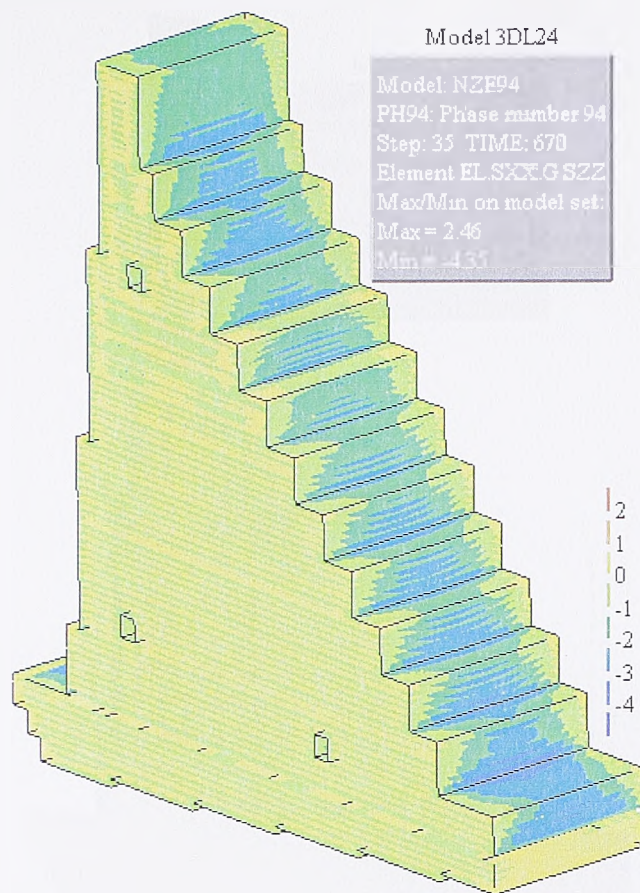
Термички напони на дан 1. 9. 1997. године за модел 3DL24 приказани су на сликама 6.68. до 6.74. Најпре је приказано просторно стање за читаву ламелу. Као што се види на слици 6.68, највећи напон затезања је 2,46 МПа, што поново потврђује закључак о концентрацији напона на границама ламеле модела 3DL20. Утицај промене граничног услова још боље се уочава ако се упореде слике 6.69. и 6.24, јер на десној граници ламеле ( $z = 0$ ) нема напона већих од 0,6 МПа.

Напонско стање у средњој равни ламеле карактеришу напони затезања који се јављају у зони круне бране и у близини узводног и низводног лица (слике 6.70. и 6.71.).

Да би се сагледао и распоред напона у карактеристичним слојевима, дају се слике 6.72. до 6.74, на којима је напонско стање у слојевима број 31, 131 и 187. Највећи напони притиска су на узводној и низводној контури, са вредностима које опадају од нижих ка вишим слојевима. У слоју 31 напон притиска износи 4,35 МПа, у слоју 131 је 3,14 МПа и у слоју 181 је 2,88 МПа. Слично је и са напонима затезања, јер и они опадају са висином: од слоја 31 (2,28 МПа), преко слоја 131 (1,56 МПа), до слоја 187 (0,93 МПа).

Ако се истовремено сагледа напонско стање у карактеристичним слојевима, и у средњој равни, уочава се да су највећа затезања испод линије терена, у зони изнад темељне спојнице, а према узводној и низводној контури. Овакав распоред напона затезања је логичан, јер је (због интеракције са стенском масом), у овим зонама највећа ограниченост деформације.

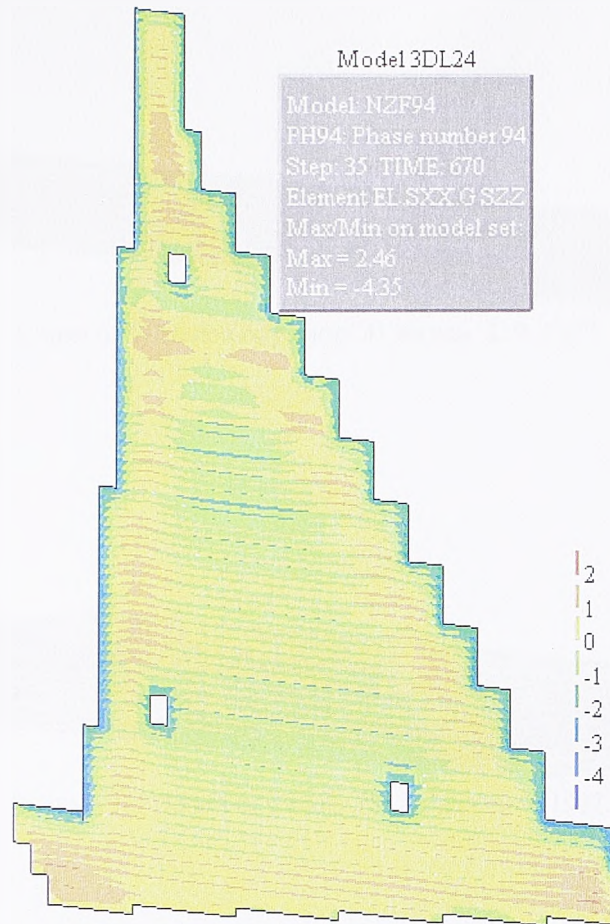




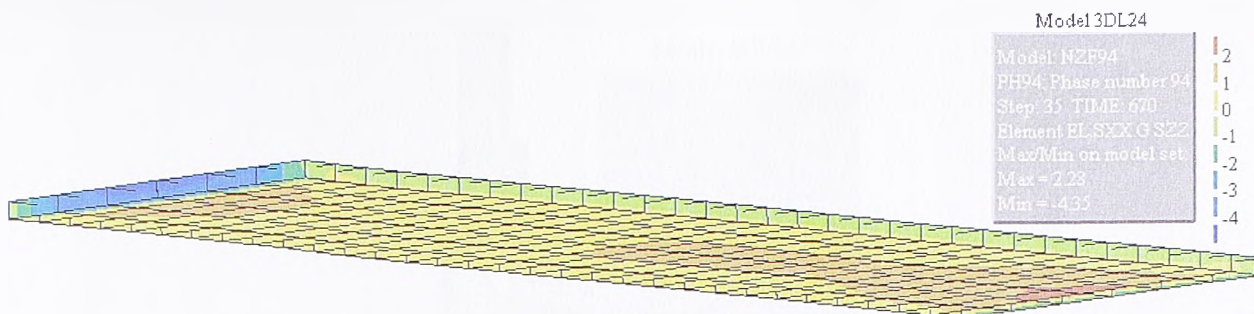
Слика 6.68. Напон  $\sigma_z$  на контурама ламеле на дан 1. 9. 1997.



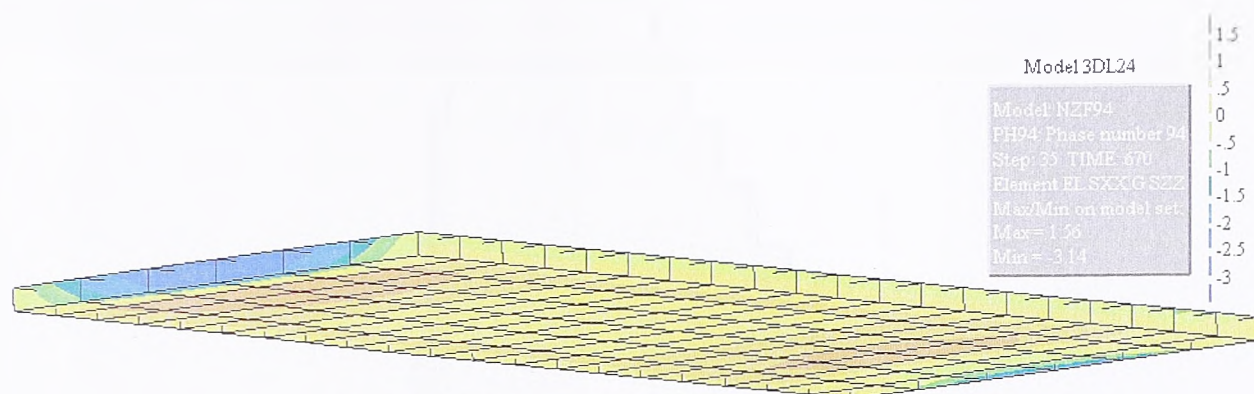
Слика 6.69. Десна граница ламеле: зоне напона затезања већег од 0,5 МПа, на дан 1. 9. 1997.

Слика 6.70. Напон  $\sigma_z$  у средњој равни ламеле на дан 1. 9. 1997.Слика 6.71. Средња раван ламеле: зоне напона  $\sigma_z$  већег од 1,5 Мра, на дан 1. 9. 1997.

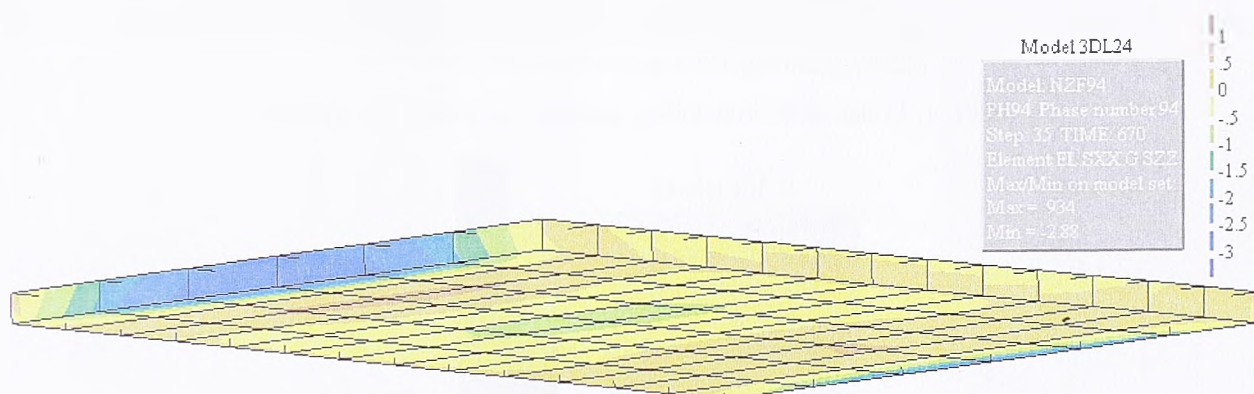




Слика 6.72. Напон  $\sigma_z$  у слоју 31 на дан 1. 9. 1997.



Слика 6.73. Напон  $\sigma_z$  у слоју 131 на дан 1. 9. 1997.



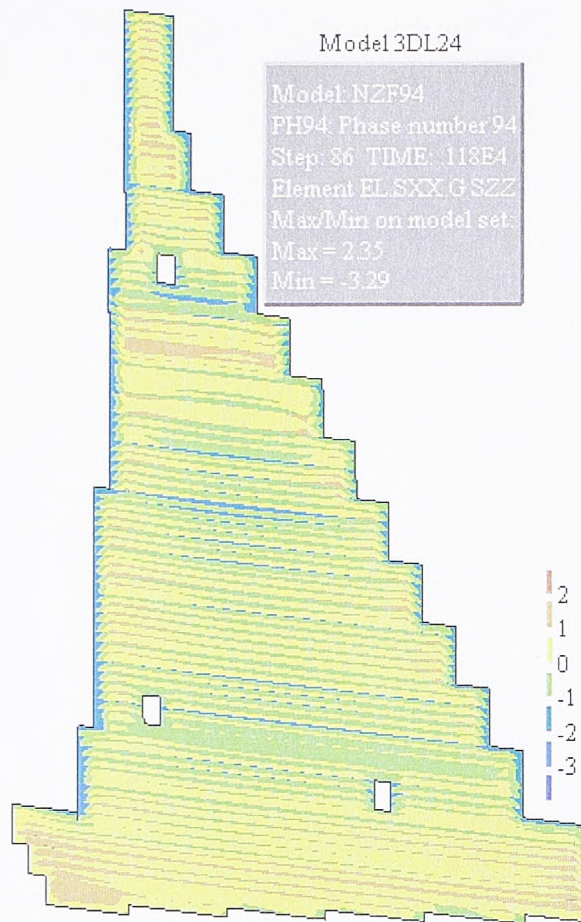
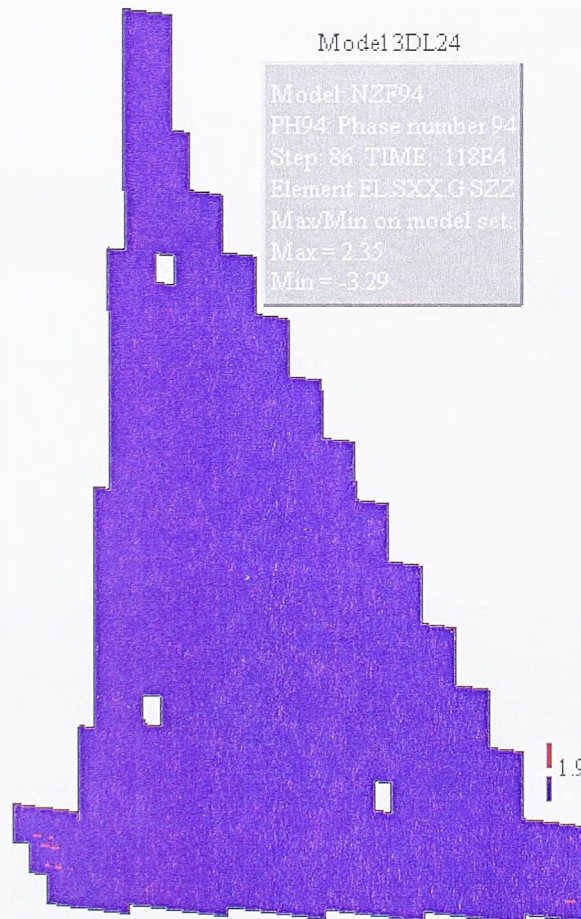
Слика 6.74. Напон  $\sigma_z$  у слоју 187 на дан 1. 9. 1997.

### *Напонско стање на дан 11. 1. 1999. године*

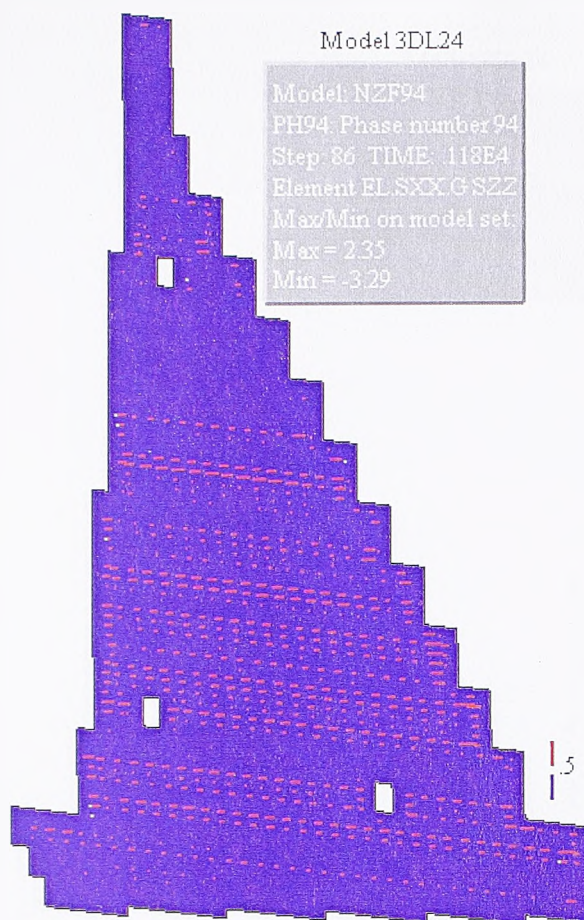
Напонско стање на дан 11. 1. 1999. године је слично као за 1. 9. 1997. године. Највећи напон затезања је 2,35 МПа, а највећи напон притиска 3,29 МПа (слика 6.75.), тј. вредности су нешто мање него претходно приказаног датума.

Распоред и зоне у којима се јављају највећи напони затезања, практично су исти као на претходним сликама. На левој и десној граници ламеле (слика 6.77.) напони затезања су већи за сса 0,2 МПа и износе до 0,8 МПа. Овде је занимљиво уочити веома правилну концентрацију напона затезања дуж хоризонталних спојница између слојева. Она је последица различите крутости бетона између суседних слојева, што делимично ограничава деформацију и изазива напоне затезања.

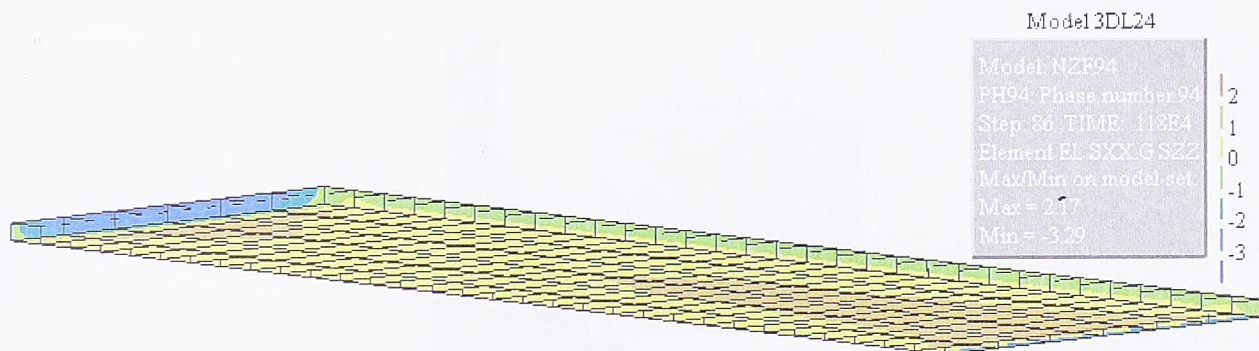
Ако се посматрају карактеристични слојеви, напони затезања су непромењени у односу на 1. 9. 1997., а напони притиска су мањи за око 0,5 МПа.

Слика 6.75. Напон  $\sigma_z$  у средњој равни ламеле на дан 11. 1. 1999.Слика 6.76. Средња равна ламеле: зоне напона  $\sigma_z$  већег од 1,9 Мпа, на дан 11. 1. 1999.

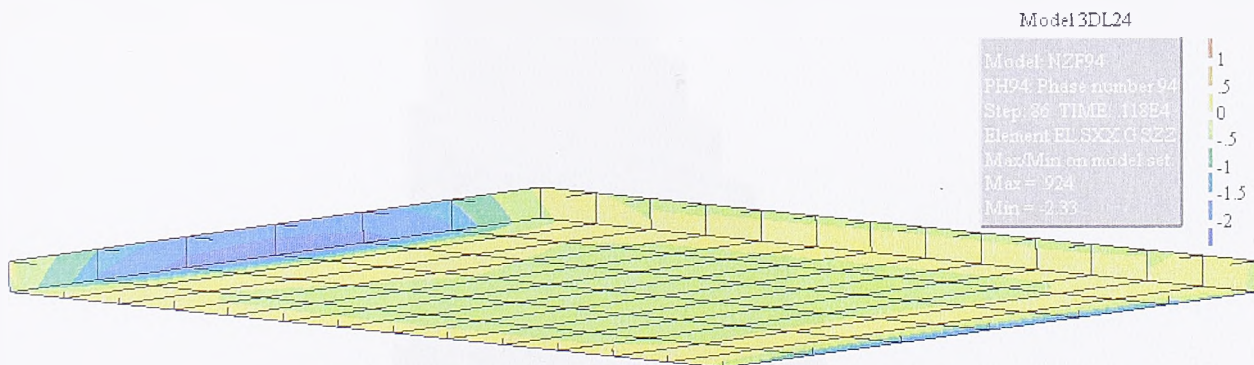




Слика 6.77. Десна граница ламеле: зоне напона затезања већег од 0,5 МПа. на дан 11. 1. 1999.



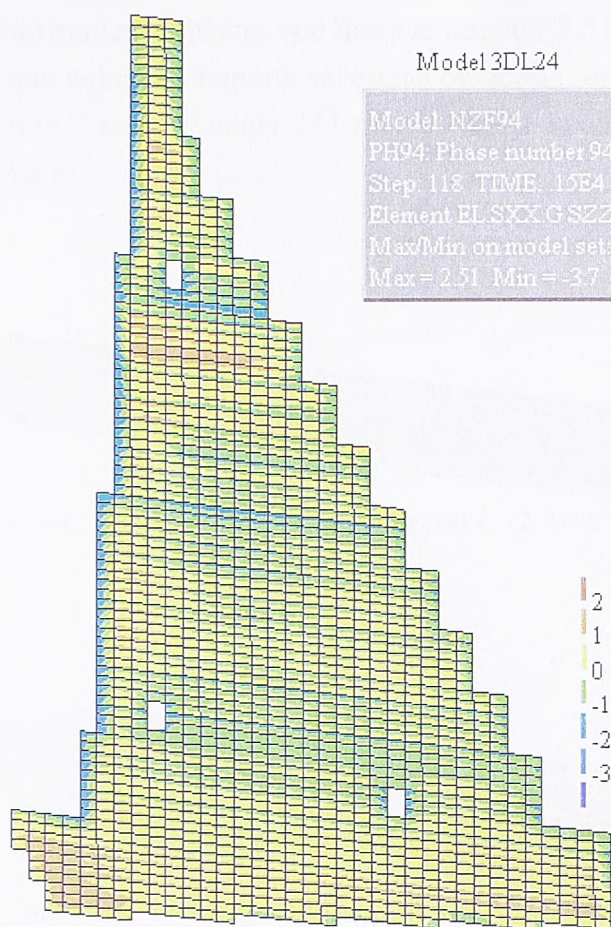
Слика 6.78. Напон  $\sigma_z$  у слоју 31 на дан 11. 1. 1999.



Слика 6.79. Напон  $\sigma_z$  у слоју 187 на дан 11. 1. 1999.

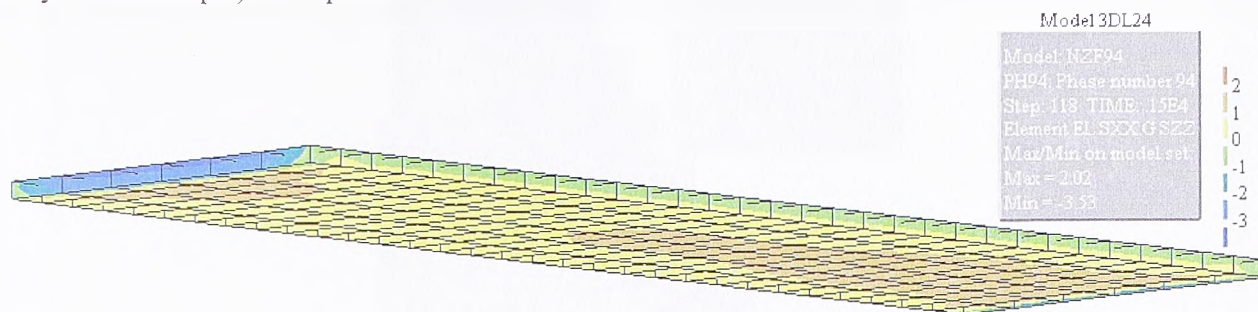
**Напонско стање на дан 1. 12. 1999. године**

Напонско стање за 1. 12. 1999. приказано је на сликама 6.80. до 6.85.

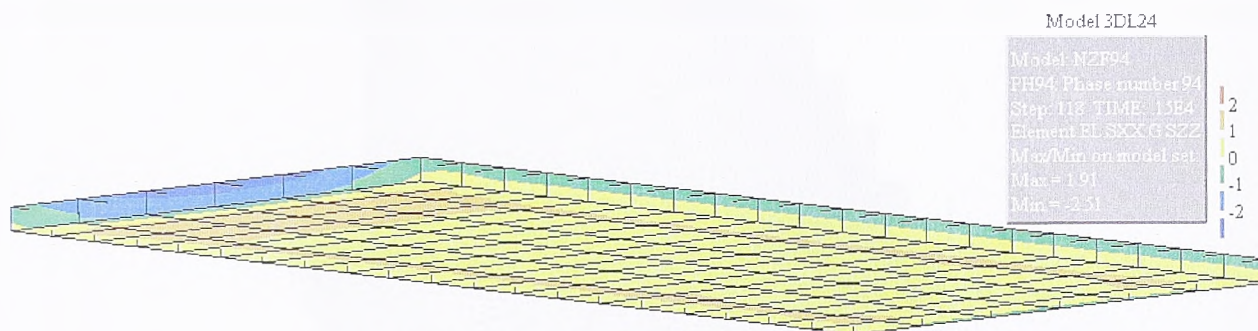
Слика 6.80. Напон  $\sigma_z$  у средњој равни ламеле на дан 1. 12. 1999.Слика 6.81. Средња раван ламеле: зоне напона  $\sigma_z$  већег од 2,0 Мра, на дан 1. 12. 1999.



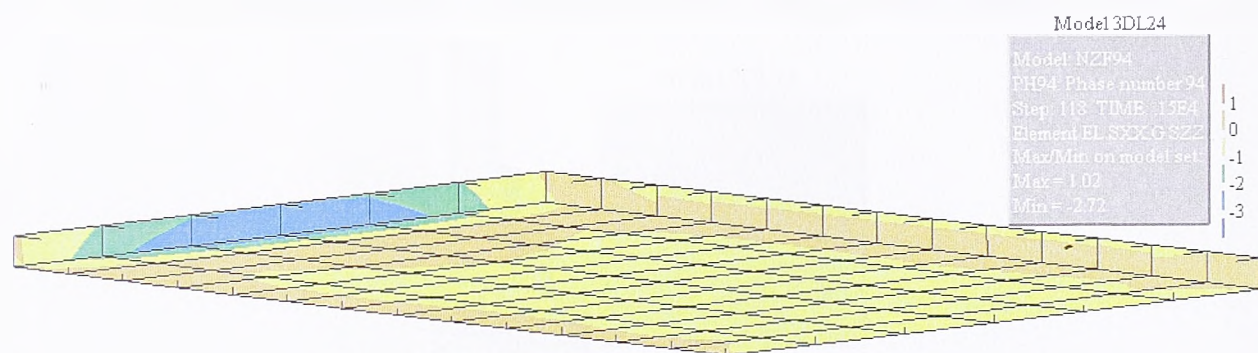
Највећи напон затезања у правцу осе ламеле износи 2,51 МПа, а највећи напон притиска је 3,7 МПа. Зоне највећих напона затезања су испод линије терена, уз узводну и низводну контуру темеља, као и у слоју 214 после кога је прављена дуготрајна летња пауза током грађења бране.



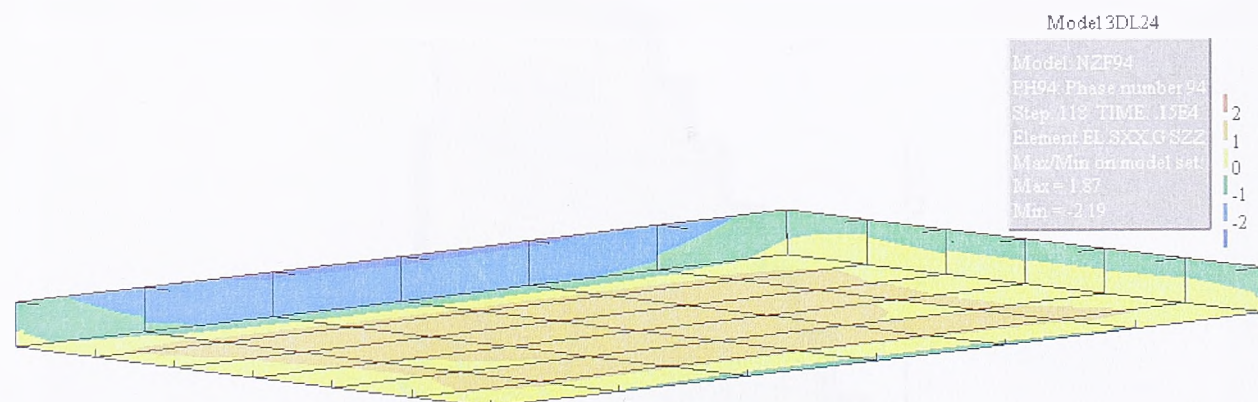
Слика 6.82. Напон  $\sigma_z$  у слоју 31 на дан 1. 12. 1999.



Слика 6.83. Напон  $\sigma_z$  у слоју 131 на дан 1. 12. 1999.



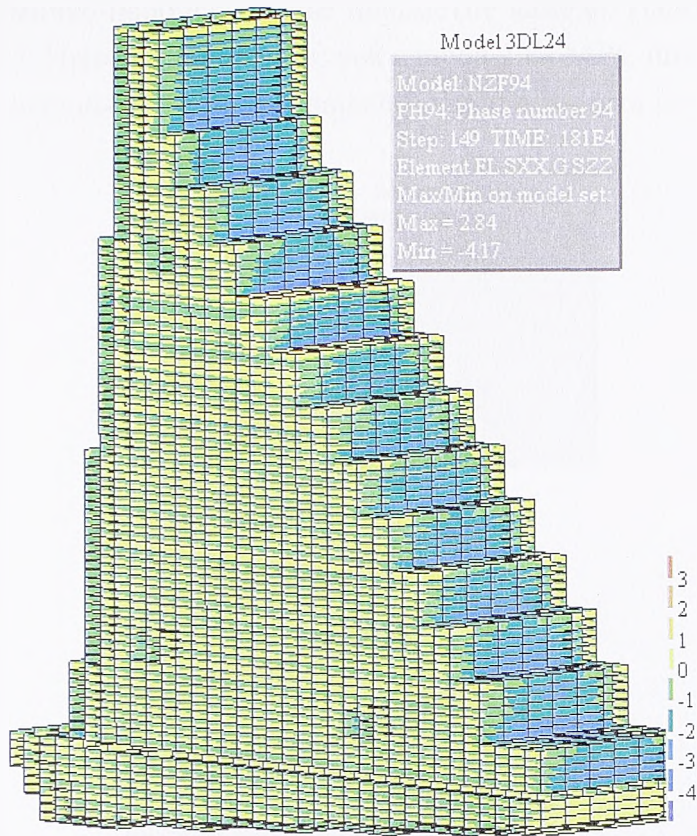
Слика 6.84. Напон  $\sigma_z$  у слоју 187 на дан 1. 12. 1999.



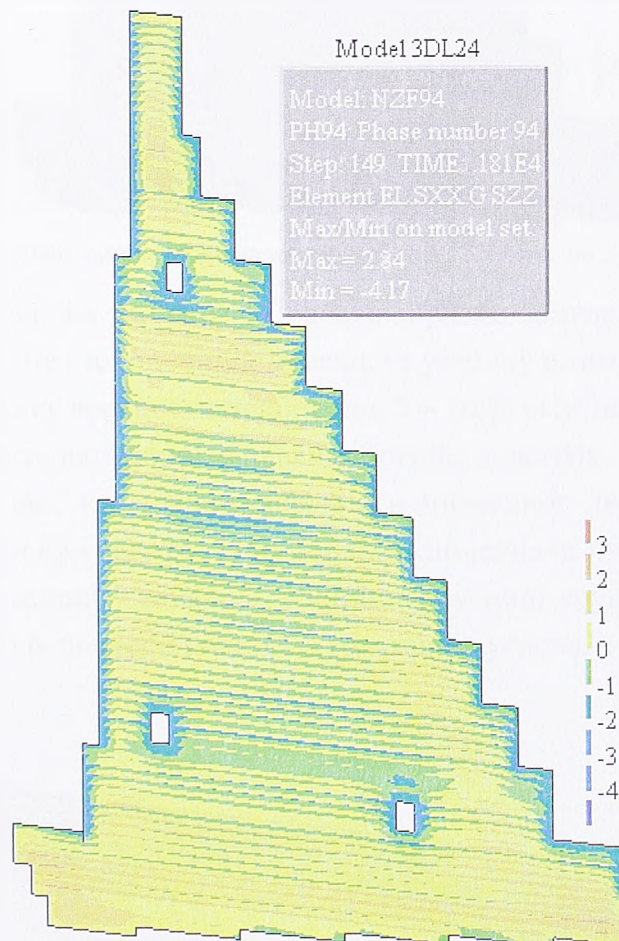
Слика 6.85. Напон  $\sigma_z$  у слоју 249 на дан 1. 12. 1999.

Напони у карактеристичним слојевима највеће вредности показују на узводној контури (до 3,5 МПа), док су највећи напони затезања у средњој равни ламеле и износе до 2,0 МПа.

Напонско стање на дан 1. 10. 2000. године



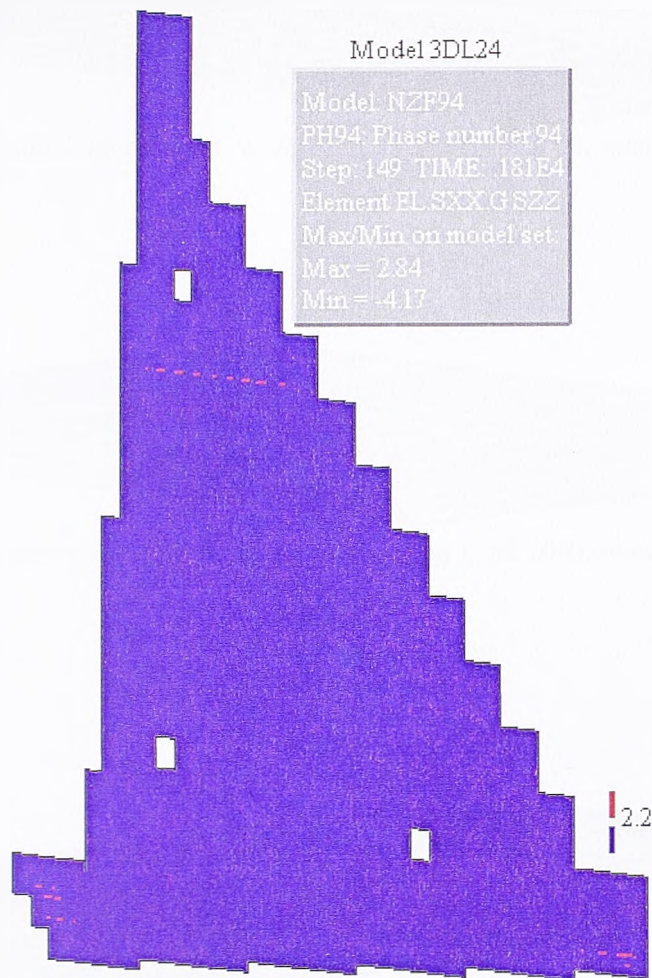
Слика 6.86. Напон  $\sigma_z$  на контурама ламеле на дан 1. 10. 2000. године



Слика 6.87. Напон  $\sigma_z$  у средњој равни ламеле на дан 1. 10. 2000. године



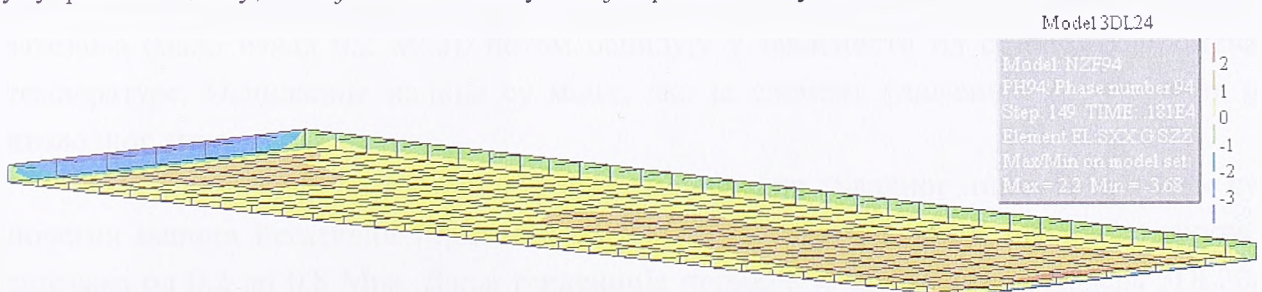
Дан 1. 10. 2000. године представља крај рачунског периода од 5 година у току кога је праћено термичко-напонско стање предметне ламеле. Напони су приказани на сликама 6.86. до 6.92. Највећи напон затезања износи 2,84 МПа, што је веће од чврстоће ваљаног бетона на затезање (2,7 МПа), а највећи напон притиска је 4,17 МПа.



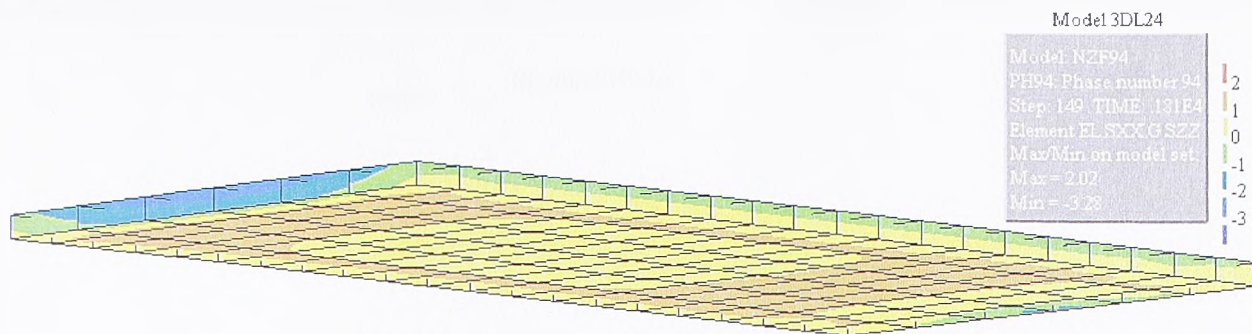
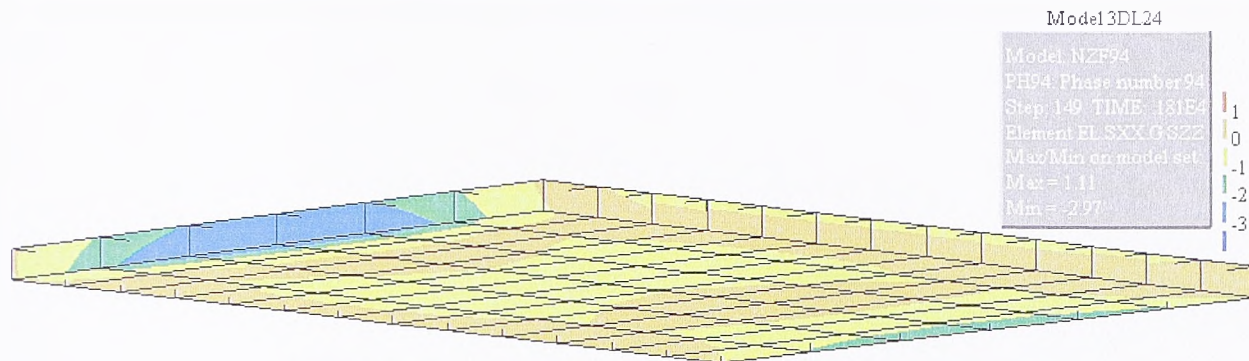
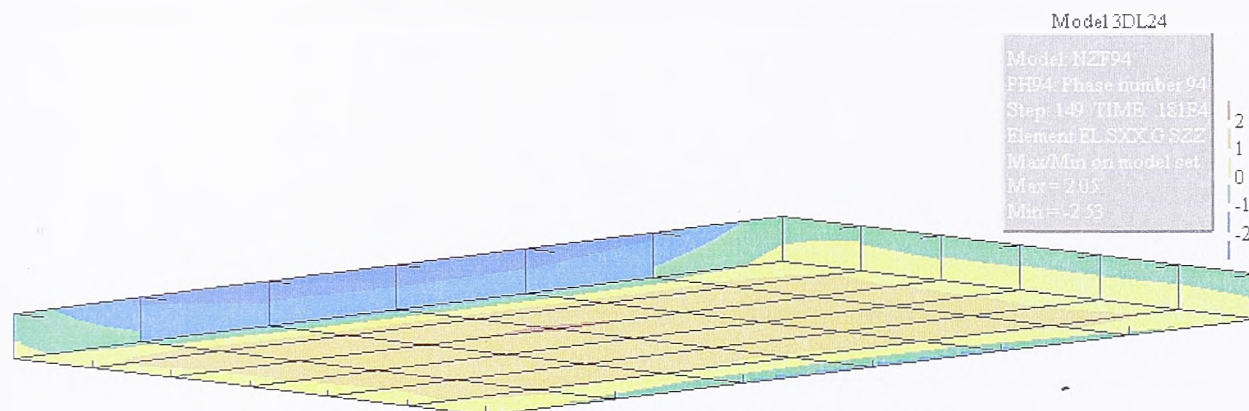
Слика 6.88. Средња раван ламеле: зоне напона  $\sigma_z$  већег од 2,2 МПа, на дан 1. 10. 2000. године

Зоне највећих напона затезања су у средњој равни ламеле, на истим местима као на дан 1. 12. 1999. године (испод линије терена, уз узводну и низводну контуру темеља, као и у слоју 214), само су вредности приближно 5 – 10 % веће нешто него код 3DL20.

Напони у карактеристичним слојевима такође показују да се највећа затезања јављају у средњој равни, у близини узводног и низводног лица. На левој и десној граници ламеле напони су у сваком слоју приближно једнаки нули. Са наредних слика уочава се да су већи напони у темељној спојници и у зони круне бране, него у њеном унутрашњем делу, што је последица утицаја граничних услова.



Слика 6.89. Напон  $\sigma_z$  у слоју 31 на дан 1. 10. 2000. године

Слика 6.90. Напон  $\sigma_z$  у слоју 131 на дан 1. 10. 2000. годинеСлика 6.91. Напон  $\sigma_z$  у слоју 187 на дан 1. 10. 2000. годинеСлика 6.92. Напон  $\sigma_z$  у слоју 249 на дан 1. 10. 2000. године

### 6.3.3. Модел 3DL24 – напони у карактеристичним елементима

У циљу сагледавања утицаја дужине ламеле на промену напона затезања, посматраће се карактеристични елементи у средњој равни (слика 6.93), чији положај одговара претходно посматраним елементима у моделу 3DL20.

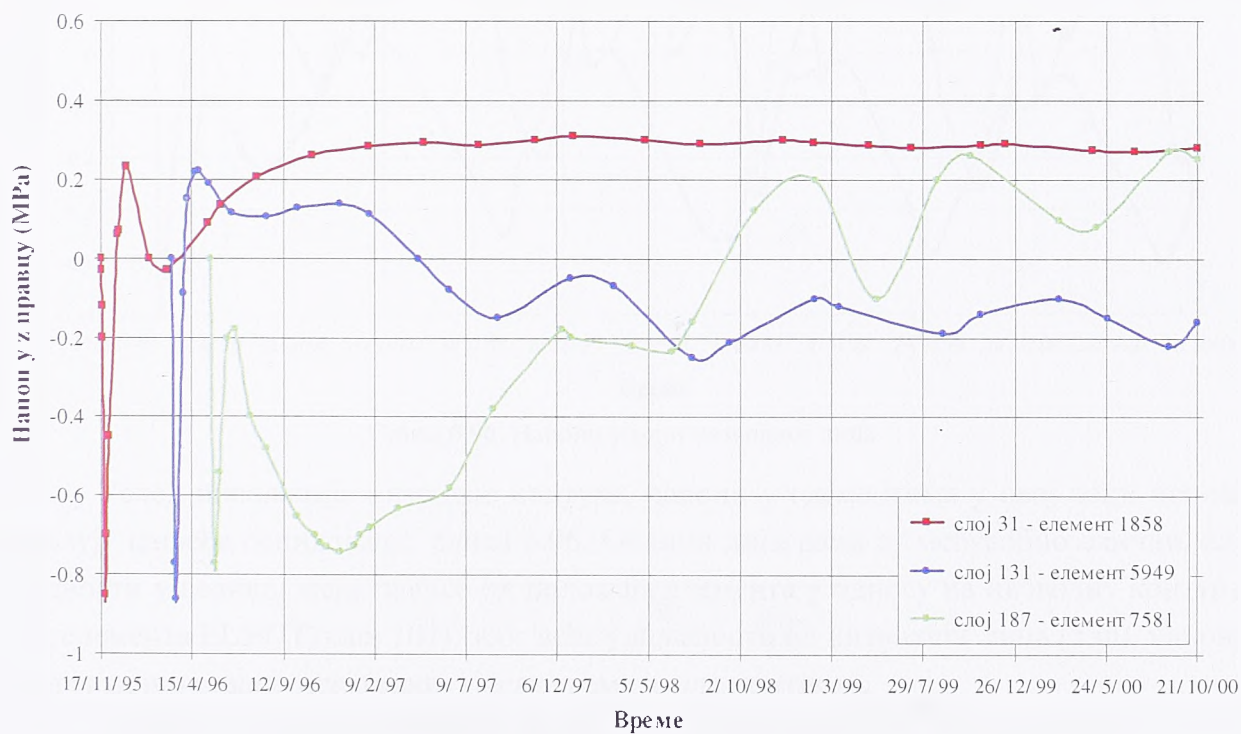
На слици 6.94. приказани су напони у маси бетона, у средњој линији средње равни ламеле. Почетни напони притиска су близу 0,9 Мра, затим брзо прелазе у напоне затезања (мало изнад 0,2 Мра), потом осцилују у зависности од сезонских промена температуре. Осцилације напона су мање, ако је елемент удаљенији од узводног и низводног лица.

На слици 6.95. су напони у елементима у зони узводног лица. И код њих су почетни напони негативни (притисак од 0,8 до 1,2 Мра), а затим прелазе у напоне затезања од 0,2 до 0,8 Мра. Даља тенденција промене је иста као код модела 3DL20, само су вредности незнатно веће.

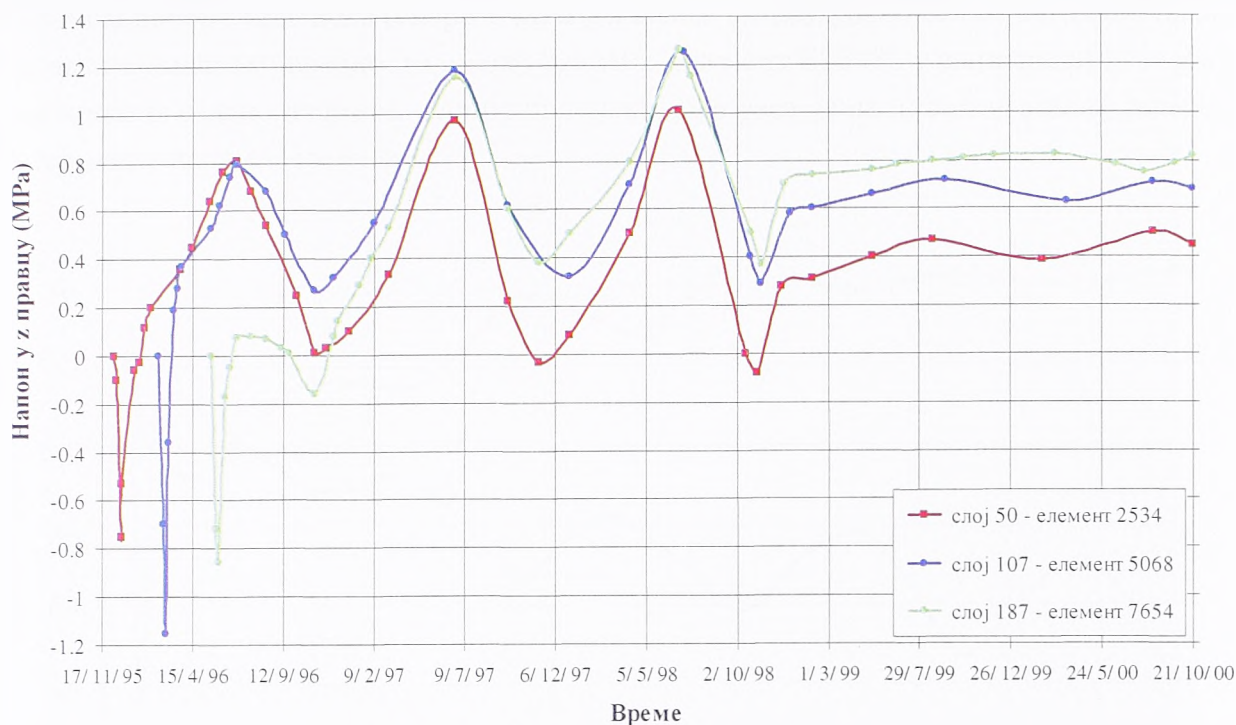




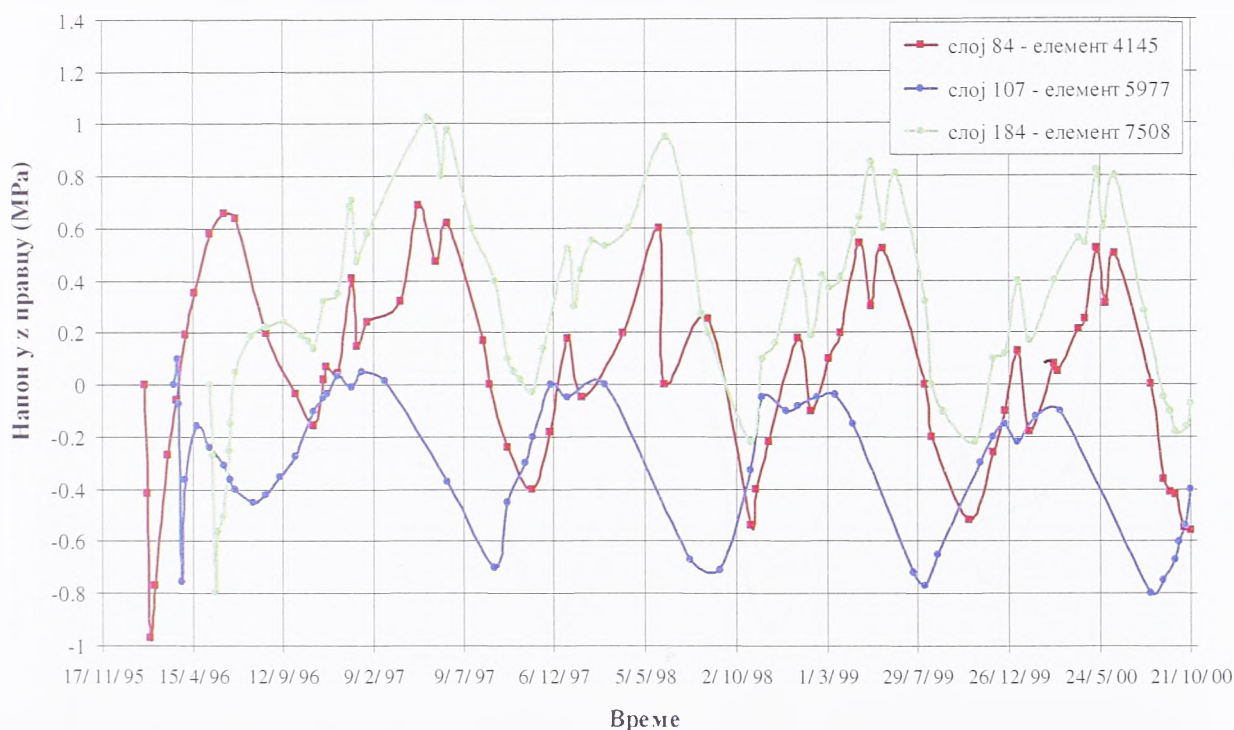
Слика 6.93. Положај карактеристичних елемената



Слика 6.94. Напони у маси ламеле



Слика 6.95. Напони у зони узводног лица



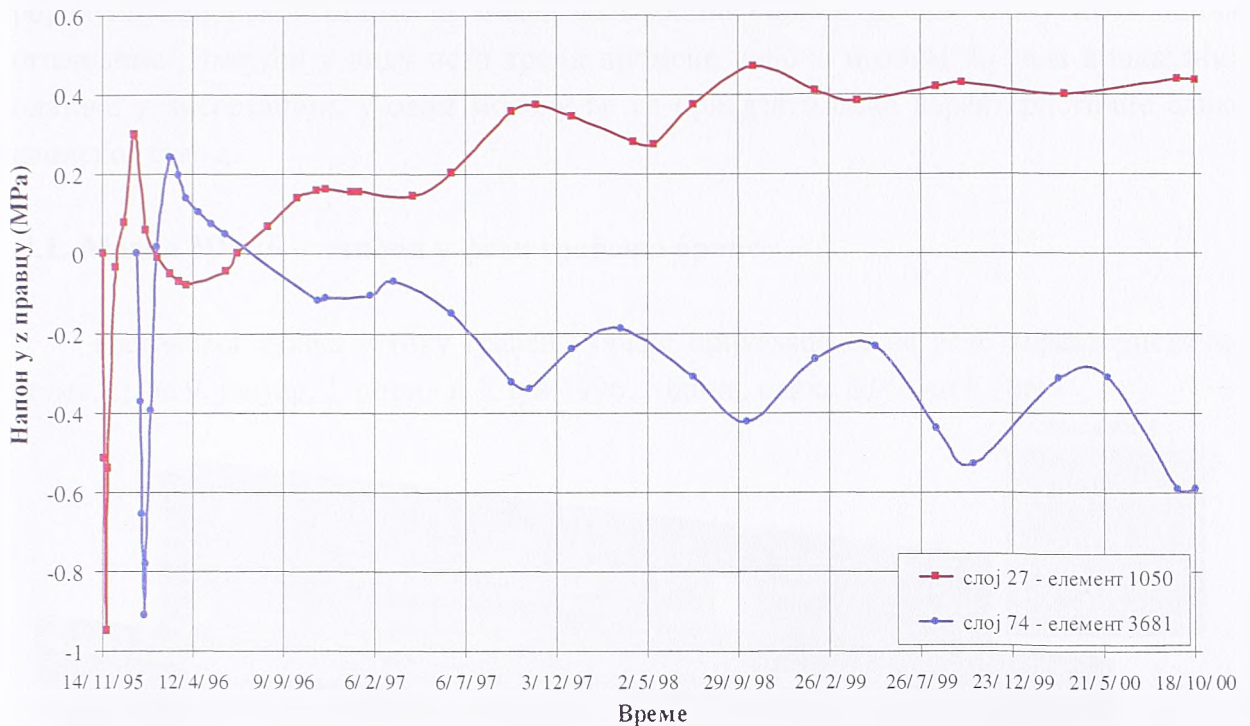
Слика 6.96. Напони у зони низводног лица

Услед инсолације низводне контуре, напони у елементима у овој зони поново показују највеће осциловање, слика 6.96. Облици дијаграма су међусобно слични, али вредности у великој мери зависе од положаја елемента у односу на низводну контуру. Код елемента EL5977 (слој 107), због веће удаљености од низводног лица (5 m), напони су практично стално негативни, тј. све време влада притисак.

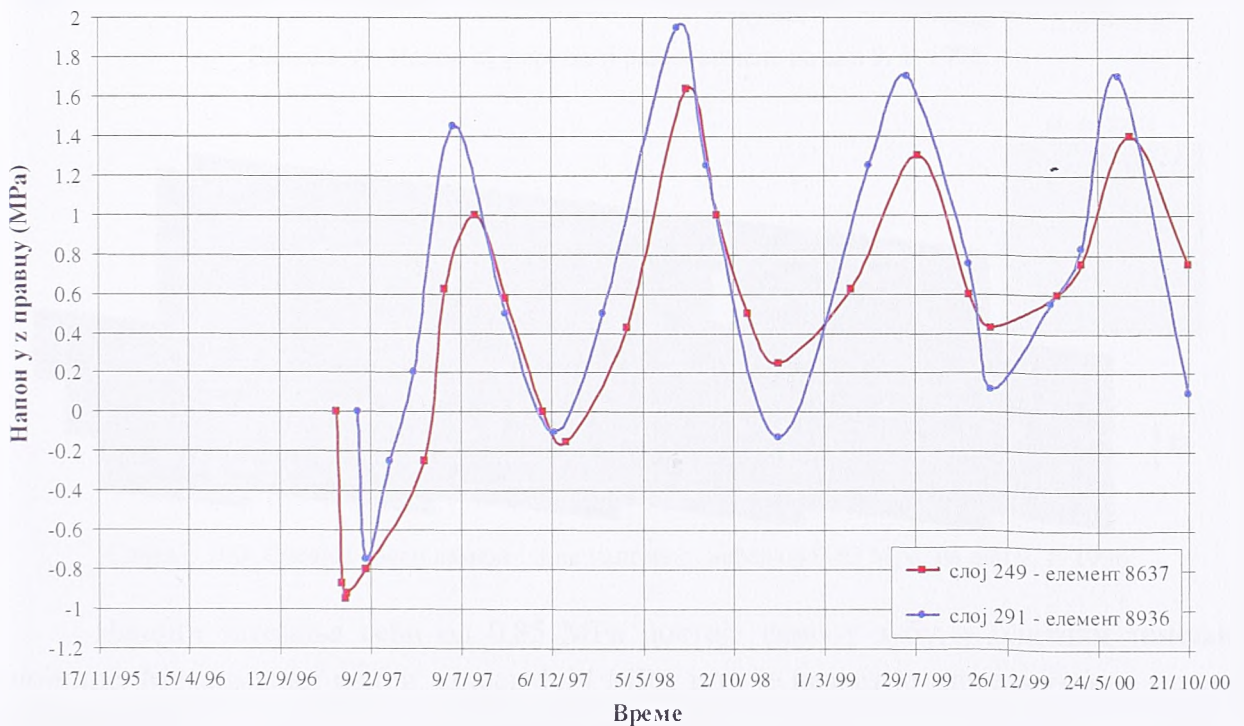
Дијаграм напона у EL1050 (слој 27) у зубу темељне спојнице (слика 6.97.) сличан је дијаграму за EL1858 (слој 31) у средњој линији. Разлика је у нешто већем



почетном напону притиска (скоро 1 МПа ) и већим амплитудама сезонског осциловања напона затезања око вредности од око 0,4 МПа. Елемент EL3481 у зони средње галерије практично је стално изложен напону притиска, што указује на повољан утицај галерије на термичке напоне затезања.



Слика 6.97. Напони у зубу и поред средње галерије



Слика 6.98. Напони у зони круне бране

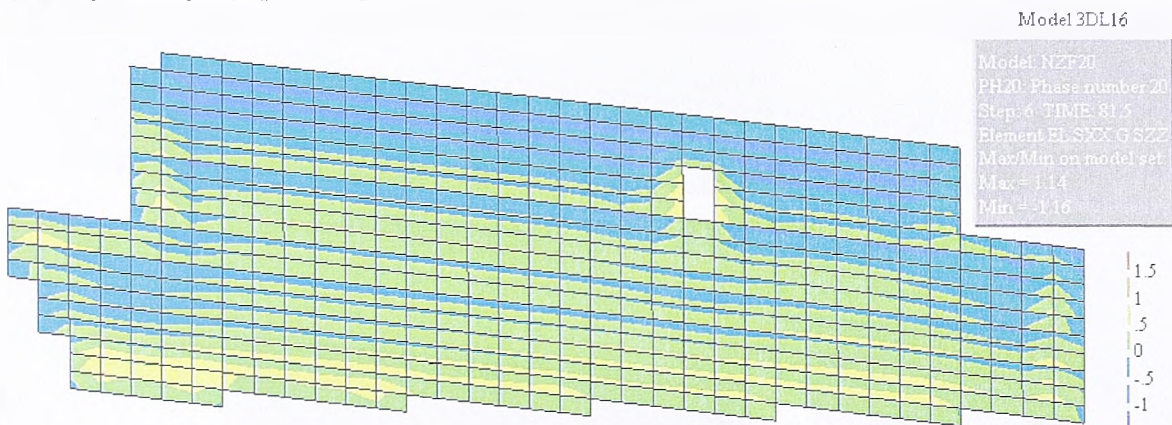
У зони круне бране, сл. 6.98, напони веома изражено осцилују у зависности од спољашње температуре. Дијаграми за два приказана елемента су веома слични, с тим што су поново већи напони у елементу који је ближи контури.

## 6.4. МОДЕЛ 3DL16

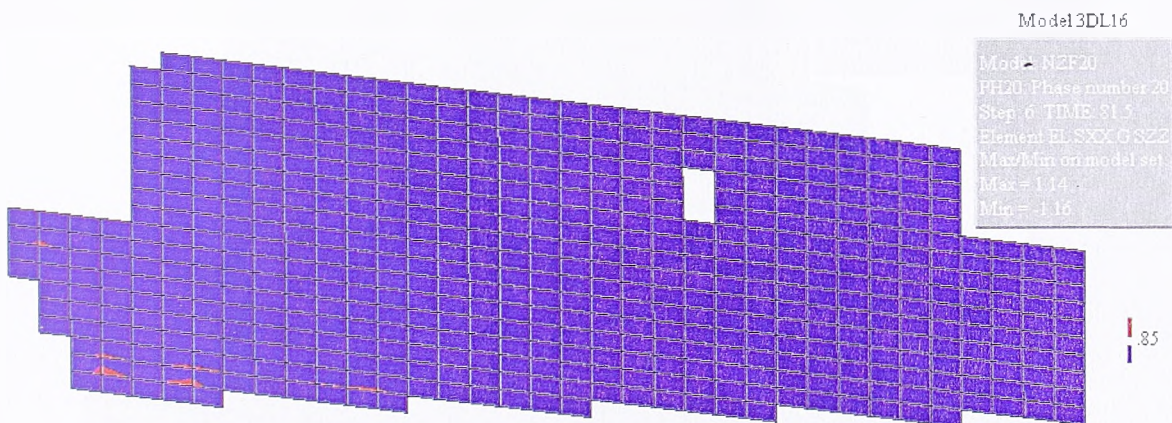
Једина разлика модела 3DL16 у односу на 3DL24 је дужина ламеле, која износи 16 m, па у правцу осе бране сваки слој има по 4 елемента. Следи приказ резултата прорачуна напонског стања за модел 3DL16, на сличан начин као у претходним поглављима. Имајући у виду исти тренд промене напона и обим до сада приказаних података у дисертацији, у овом моделу ће се приказати само карактеристичне слике напонског стања.

### 6.4.1. Модел 3DL16 – напони у фази грађења бране

Напонског стања у току грађења бране приказаће се за исте карактеристичне датуме, тј. за 9. јануар, 1. април и 1. јун 1996. године, слике 6.99. до 6.106.



Слика 6.99. Напон  $\sigma_z$  у средњој равни ламеле на дан 9. 1. 1996.

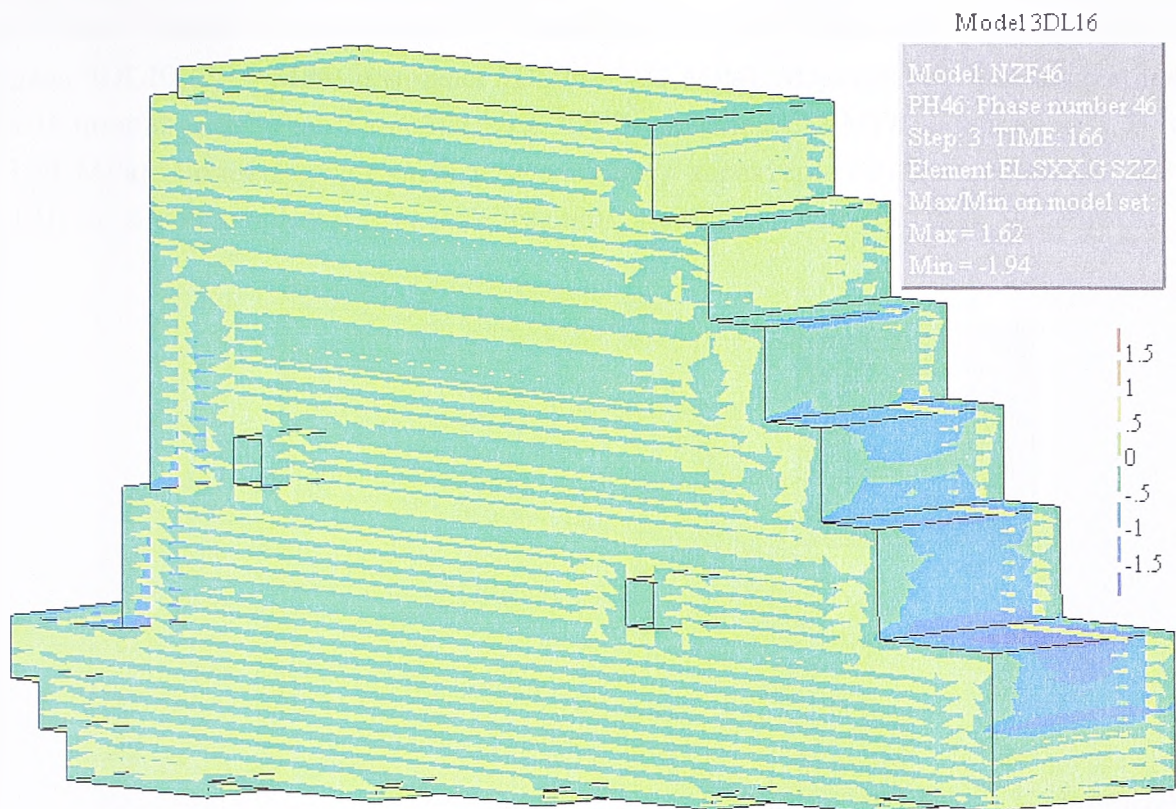


Слика 6.100. Средња раван ламеле: зоне напона  $\sigma_z$  већег од 0,85 МПа, на дан 9. 1. 1996.

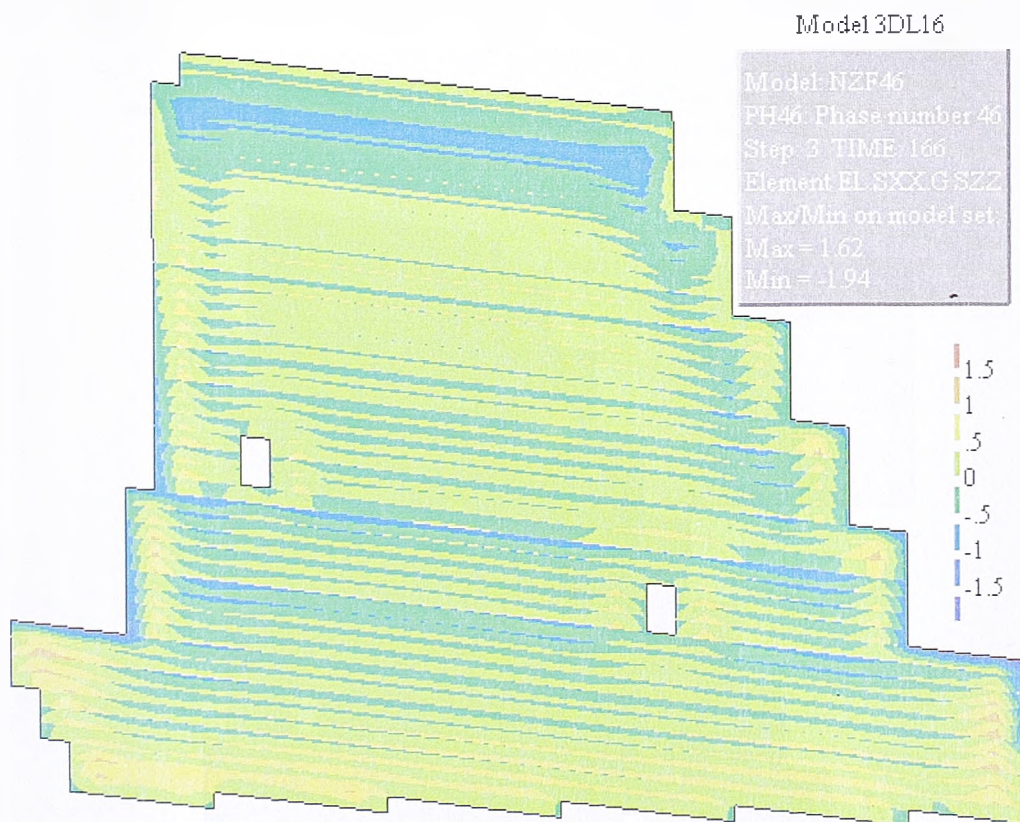
Напони затезања већи од 0,85 МПа постоје само у зубу, у близини темељне спојнице. Максимални напон износи 1,14 МПа, што је незнатно мање него код модела 3DL20 и 3DL24.

Дана 1. 4. 1996. године, највећи напон затезања од 1,62 МПа јавља се у средњој равни испод линије терена, у близини узводне контуре. Овај напон мањи је него у моделу 3DL20 (1,65 МПа) и моделу 3DL24 (1,83 МПа). Максимални напон притиска од 1,94 МПа већи је него код претходних модела (1,85 МПа у 3DL20 и 1,78 МПа у 3DL24).





Слика 6.101. Напон  $\sigma_z$  на контурама ламеле на дан 1. 4. 1996.

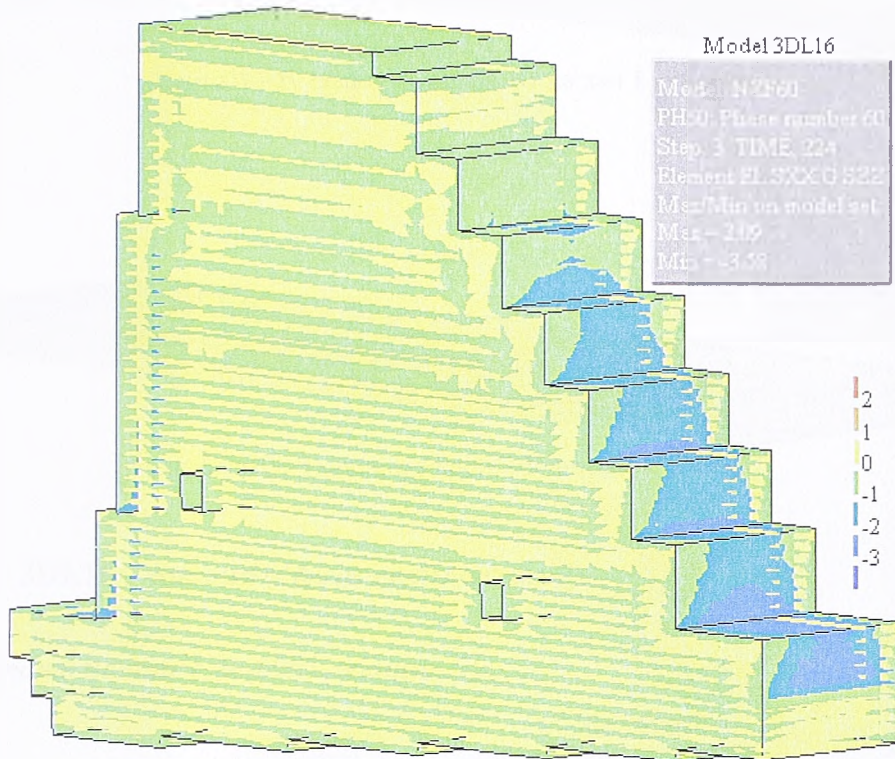


Слика 6.102. Напон  $\sigma_z$  у средњој равни ламеле на дан 1. 4. 1996.

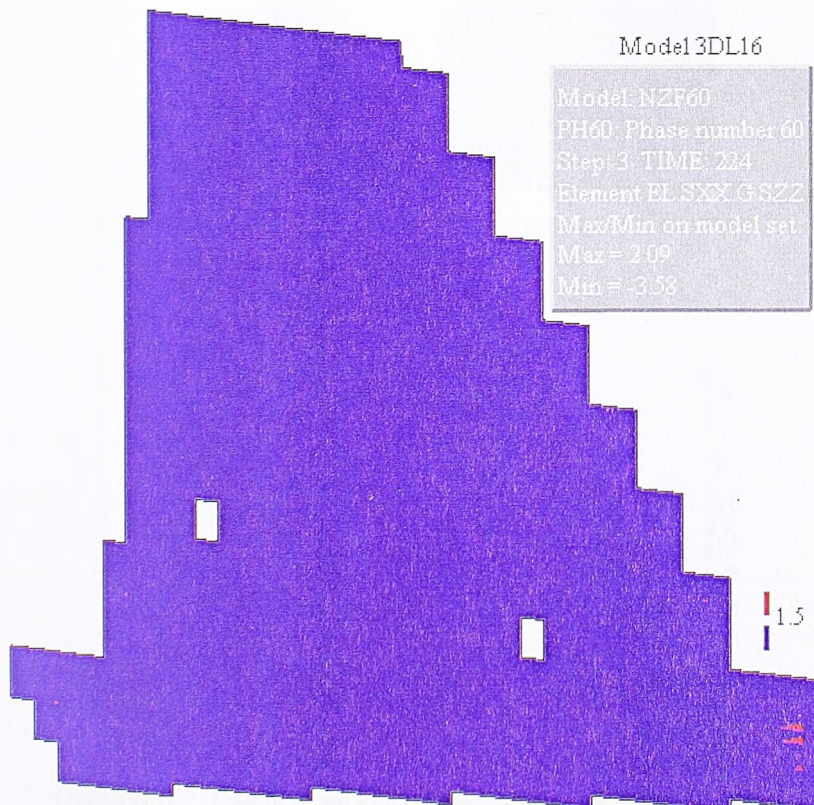
Напонско стање 1. јуна 1996. године, изгледа као на сликама 6.103. до 6.106. Са слике 6.103. види се просторно стање напона на контурама ламеле. Максимални напон затезања делује у средњој равни и износи 2,09 МПа. Ако се у моделу 3DL20 занемари концентрација напона на контурама (претходно објашњен преко утицаја усвојеног



граничног услова по померањима), наведени напон од 2,09 МПа је мањи него код модела 3DL20 (2,15 МПа) и модела 3DL24 (2,23 МПа). Максимални напон притиска у 3DL16 поново је већи него код 3DL20 и 3DL24 модела (3,58 МПа, у односу на 3,27 МПа и 3,29 МПа). Уочени тренд важи и за напоне у карактеристичним слојевима SL31 и SL131, са сличним вредностима максималних напона као у претходним моделима.

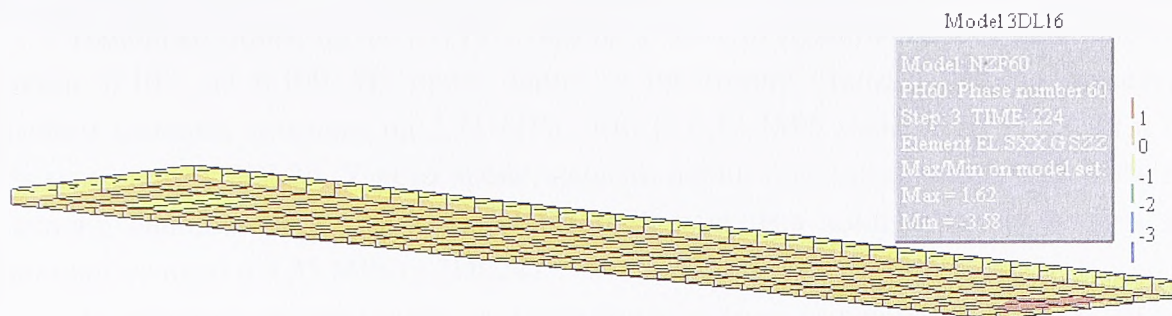


Слика 6.103. Напон  $\sigma_z$  на контурама ламеле на дан 1. 6. 1996.

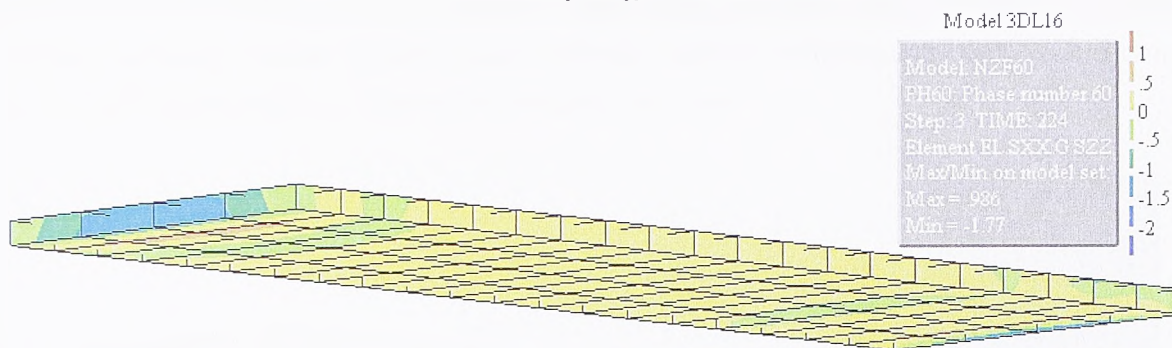


Слика 6.104. Средња раван ламеле: зоне напона  $\sigma_z$  већег од 1,5 МПа, на дан 1. 6. 1996.





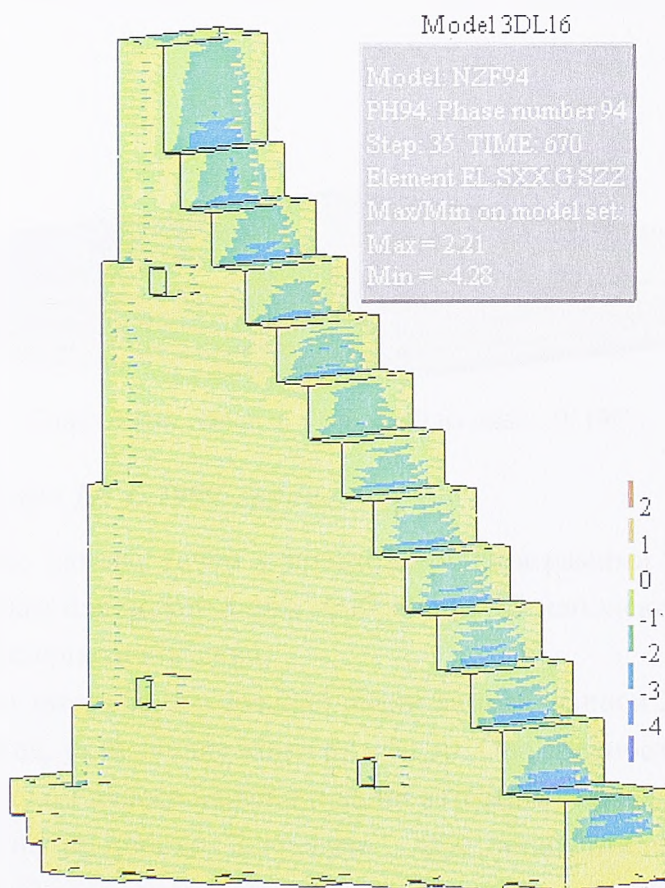
Слика 6.105. Напон  $\sigma_z$  у слоју 31 на дан 1. 6. 1996.



Слика 6.106. Напон  $\sigma_z$  у слоју 131 на дан 1. 6. 1996.

#### 6.4.2. Модел 3DL16 – напони у фази експлоатације

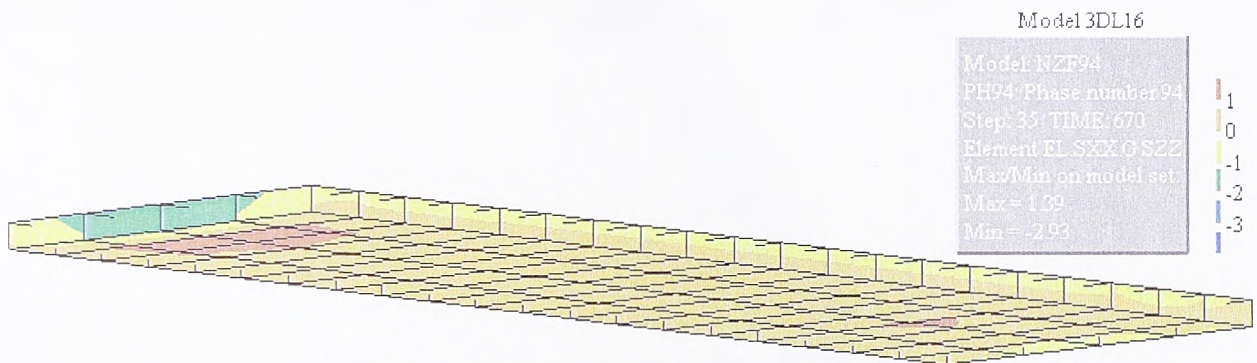
*Напонско стање на дан 1. 9. 1997. године*



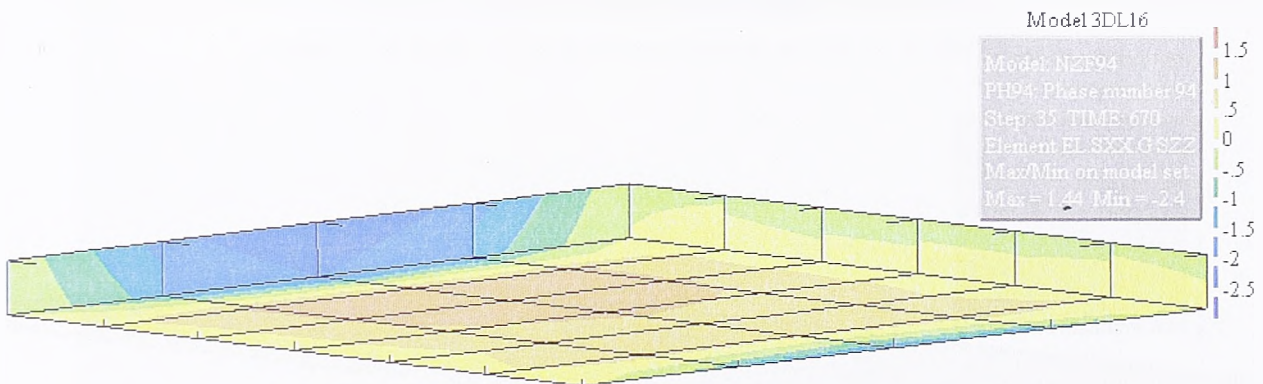
Слика 6.107. Напон  $\sigma_z$  на контурама ламеле на дан 1. 9. 1997.

Напонско стање од 1. 9. 1997. године у ламели дужине 16 m, приказано је на сликама 6.107. до 6.109. На првој слици је просторно стање за читаву ламелу, са највећим напонем затезања од 2,21 МПа, што је 0,14 МПа мање него у 3DL20 и 0,25 МПа мање него у 3DL24. У исто време, највећи напон притиска износи 4,28 МПа, што је слично напонима од 4,87 МПа (код 3DL20 који има концентрацију напона због граничног услова) и 4,35 МПа (у 3DL24).

Вредности и распоред напона у карактеристичним слојевима SL31 и SL249 су на сликама 6.108. и 6.109. Највећи напони притиска поново су на узводној и низводној контури и опадају према круни бране. Највећи напони затезања су међусобно слични (око 1,4 МПа) и јављају се у близини узводне контуре.



Слика 6.108. Напон  $\sigma_z$  у слоју 131 на дан 1. 9. 1997.



Слика 6.109. Напон  $\sigma_z$  у слоју 249 на дан 1. 9. 1997.

### *Напонско стање на дан 11. 1. 1999. године*

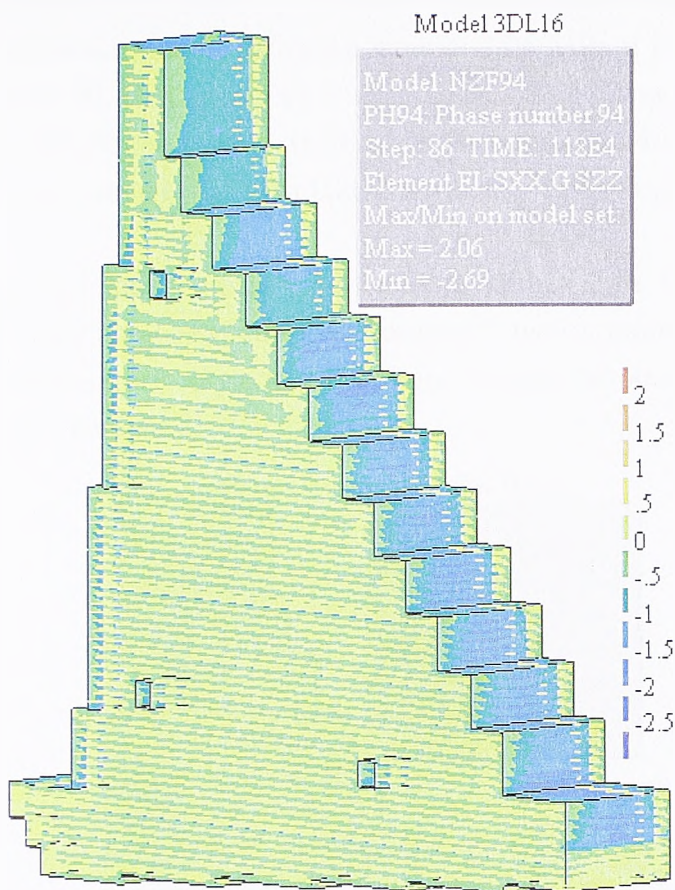
Тренд промене напона уочен у претходним дијаграмима наставља се и 11. 1. 1999. године. За приказ напонског стања изабрано је 3D напонско стање на контурама и два од четири карактеристична слоја.

Највећи напон затезања је у средњој равни ламеле, износи 2,09 МПа и јавља се у зони темељне спојнице, уз низводну контуру у SL30. Ова вредност мања је од 2,20 МПа и 2,35 МПа, колико редом износе највећи напони затезања у моделима 3DL20 и 3DL24. Концентрација напона је поново "слојевита", дуж хоризонталних спојница између слојева.

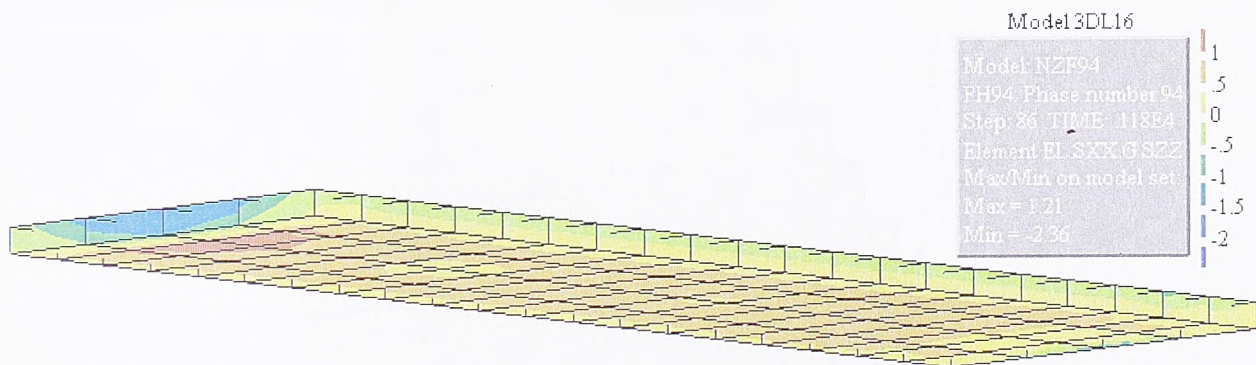
Напони затезања у карактеристичним слојевима у горњем делу бране, SL187 и SL249, незнатно су мањи него напони у одговарајућим слојевима претходних модела,



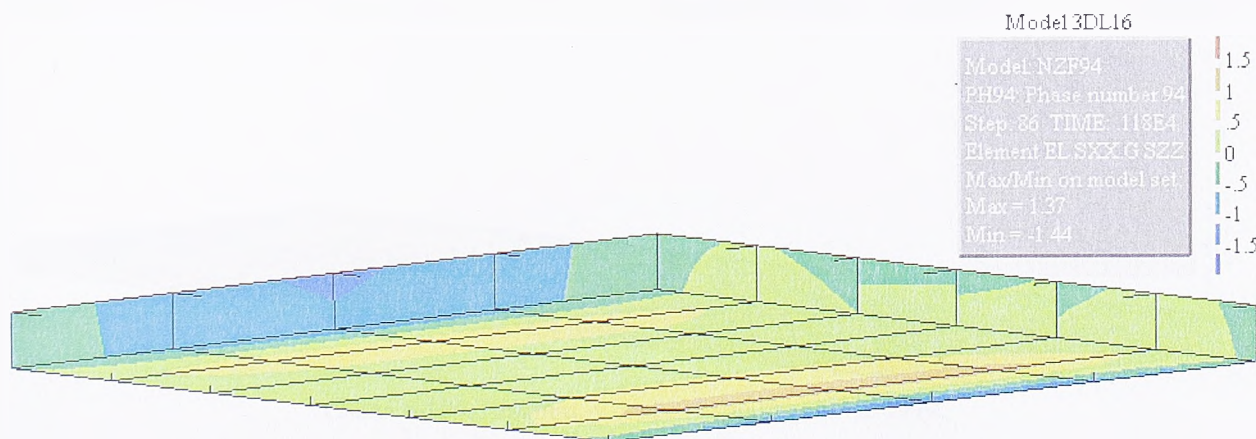
што указује да је у зони круне бране доминантан утицај граничних услова на напонско стање.



Слика 6.110. Напон  $\sigma_z$  на контурама ламеле на дан 11. 1. 1999.



Слика 6.111. Напон  $\sigma_z$  у слоју 187 на дан 11. 1. 1999.

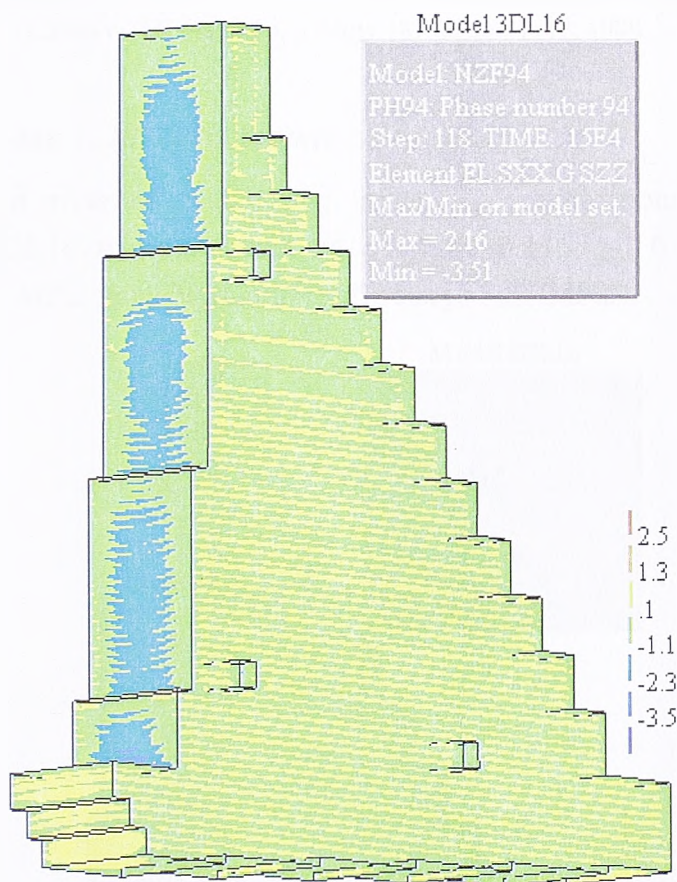


Слика 6.112. Напон  $\sigma_z$  у слоју 249 на дан 11. 1. 1999.

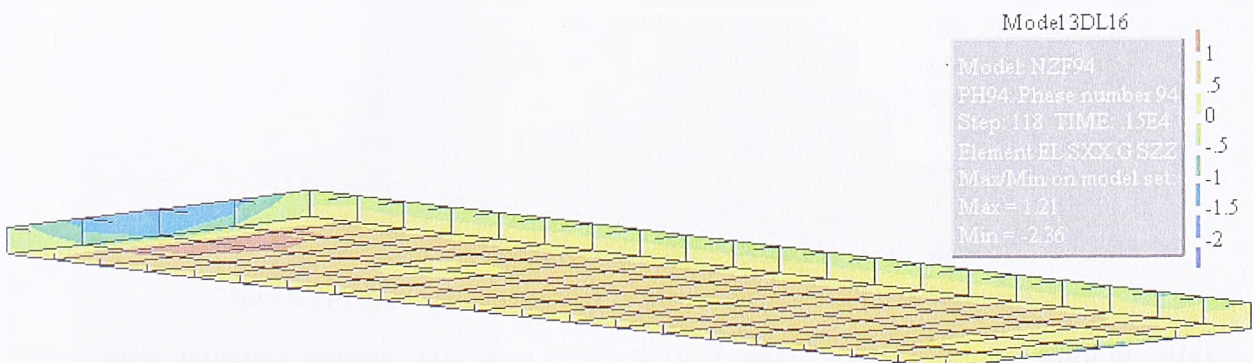
### Напонско стање на дан 1. 12. 1999. године

Напонско стање за 1. 12. 1999. у ламели дужине 16 m приказано је на сликама 6.113. до 6.115. Максимални напон затезања износи 2,06 МПа и јавља се у зубу, испод средње галерије, у слоју 30. Ова вредност је поново мања од одговарајућих напона и то за 0,15 МПа (модел 3DL20), односно 0,29 МПа (модел 3DL24). Максимални напон притиска од 3,50 МПа је сличан (разлика 0,20 МПа) као у претходним моделима (3,72 и 3,70 МПа).

Највећи напон затезања у правцу осе ламеле износи 2,51 МПа, а највећи напон притиска је 3,7 МПа. Зоне највећих напона затезања су испод линије терена, уз узводну и низводну контуру темеља, као и у слоју 215, који је први бетонирани после дуготрајне летње паузе током грађења бране.



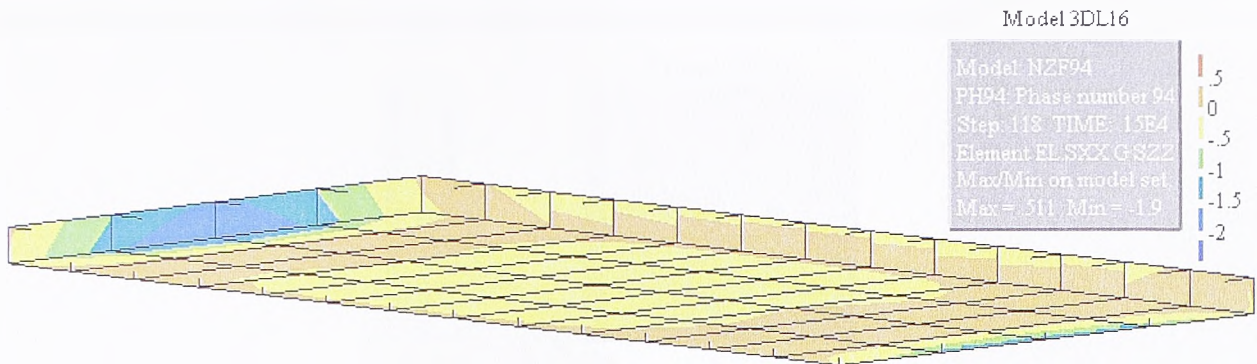
Слика 6.113. Напон  $\sigma_z$  у темељној спојници, на узводној и левој контури на дан 1. 12. 1999.



Слика 6.114. Напон  $\sigma_z$  у слоју 131 на дан 1. 12. 1999.



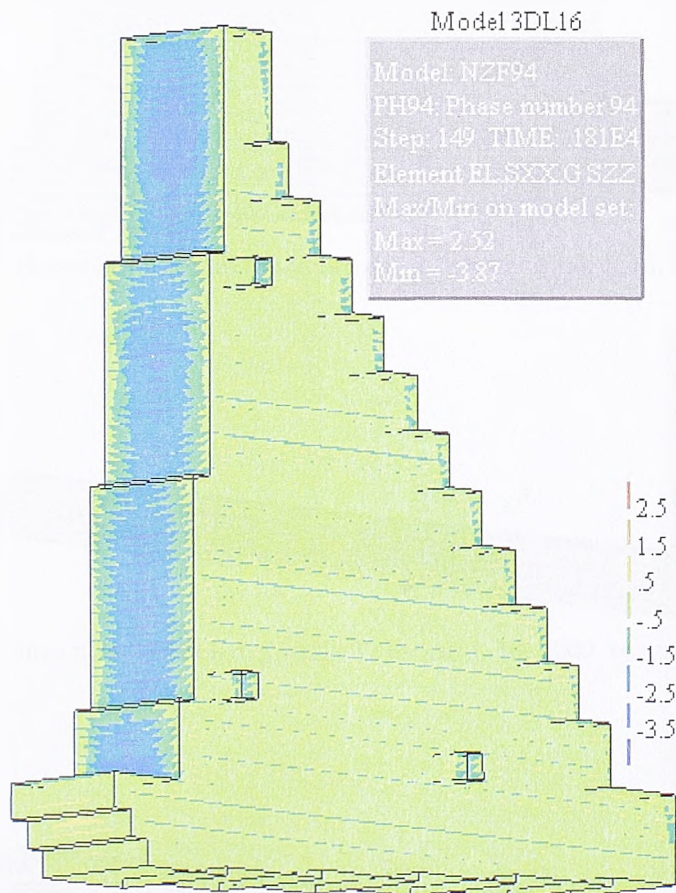
Напони у карактеристичним слојевима SL131 и SL187 показују да напони затезања почетком децембра опадају од темељне спојнице према круни бране. У односу на моделе 3DL20 и 3DL24 мањи су за 0,7 МПа (у слоју 131), тј. за 0,5 МПа (у слоју 187).



Слика 6.115. Напон  $\sigma_z$  у слоју 187 на дан 1. 12. 1999.

### Напонско стање на дан 1. 10. 2000. године

Пет година од почетка грађења, тј. три и по године после завршетка бране, напони у моделу 3DL16 изгледају као на сликама 6.116. до 6.120. Највећи напон затезања износи 2,52 МПа, највећи напон притиска је 3,87 МПа.

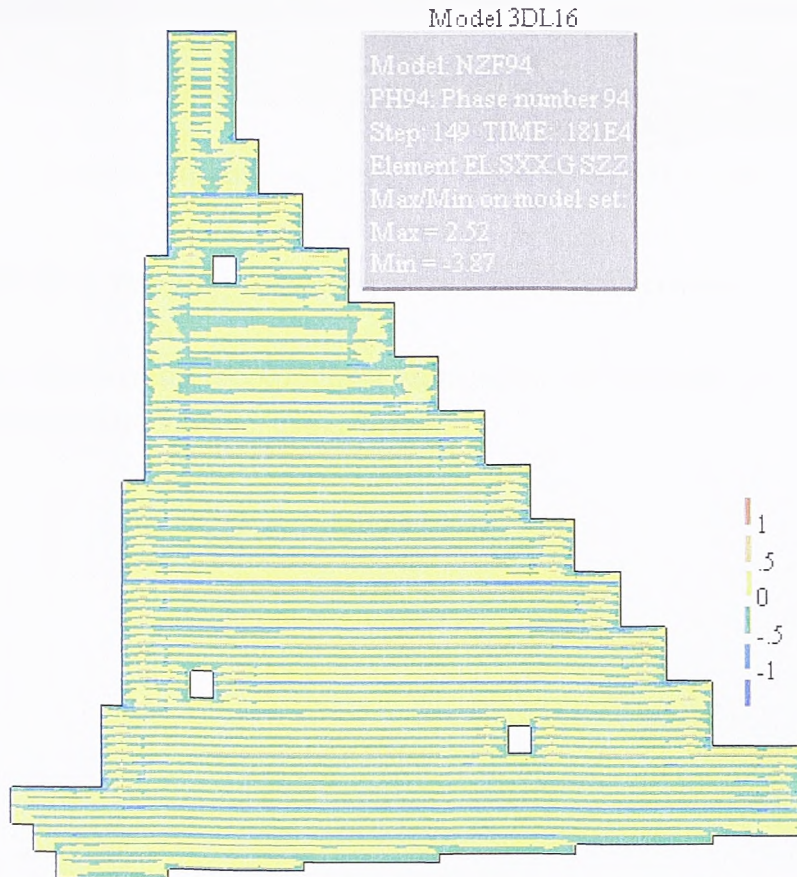


Слика 6.116. Напон  $\sigma_z$  на контурама ламеле на дан 1. 10. 2000. године

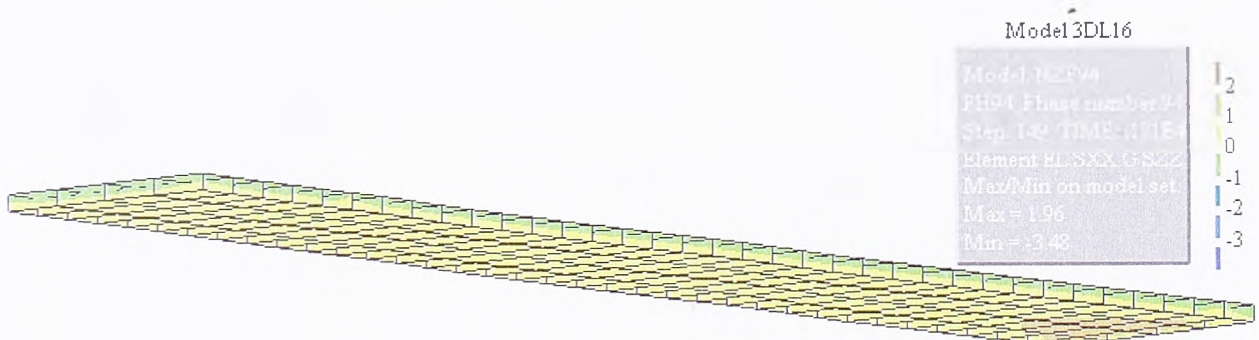
Зоне највећих напона затезања су у средњој равни ламеле, у темељној спојници, близу низводне контуре. Као што се на слици 6.117. види, напони затезања на левој и

десној контури, према суседним ламелама су у границама од 0 до 0,8 МПа (сличне вредности имају и напони притиска).

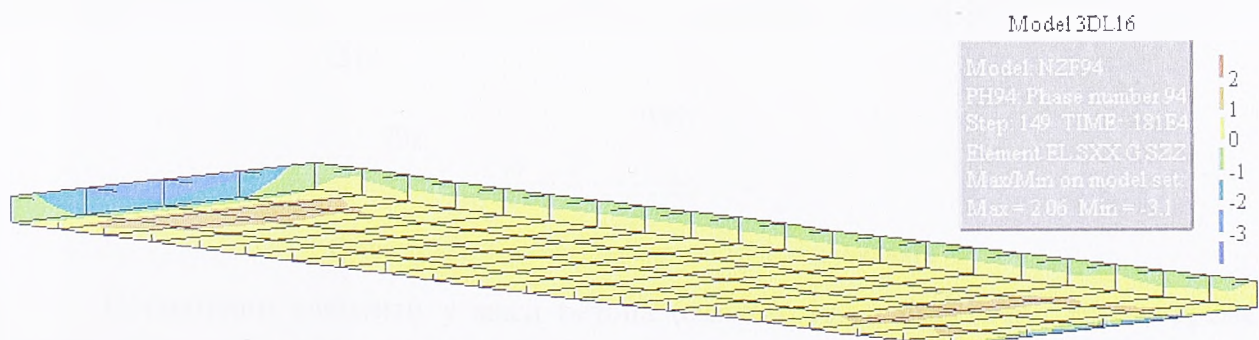
У карактеристичним слојевима највећа затезања јављају се такође у средњој равни, у близинама узводног и низводног лица, са вредностима које у доњој половини бране износе око 2 МПа, а у горњем делу се смањују на 1, до 1,5 МПа.



Слика 6.117. Напон  $\sigma_z$  на десној граници ламеле ( $z = 0$ ) на дан 1. 10. 2000. године

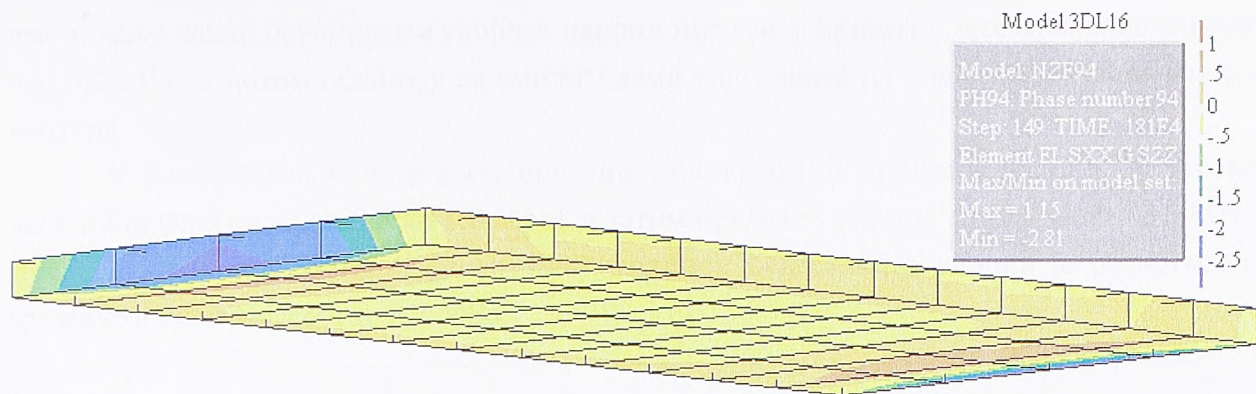


Слика 6.118. Напон  $\sigma_z$  у слоју 31 на дан 1. 10. 2000. године



Слика 6.119. Напон  $\sigma_z$  у слоју 131 на дан 1. 10. 2000. године





Слика 6.120. Напон  $\sigma_z$  у слоју 187 на дан 1. 10. 2000. године

### 6.4.3. Модел 3DL16 – напони у карактеристичним елементима

Сагласно претходним просторним моделима, посматрани су карактеристични елементи у средњој равни ламеле, слика 6.121.

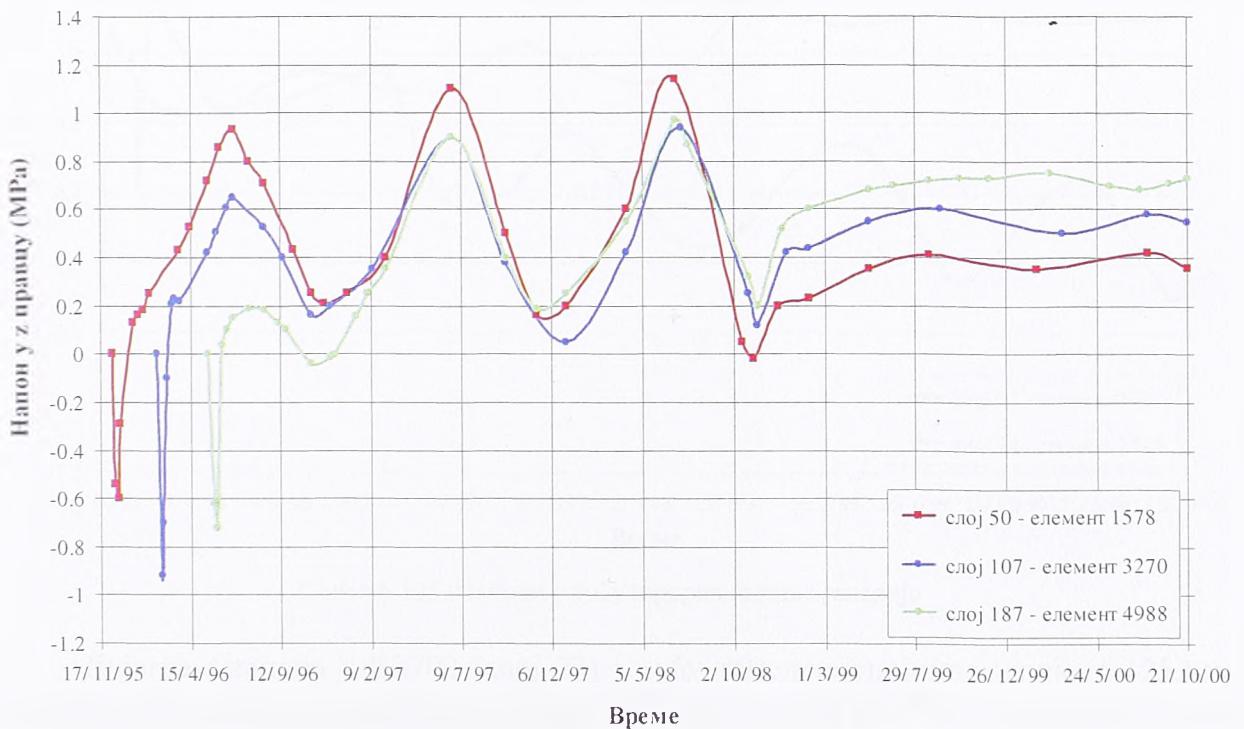
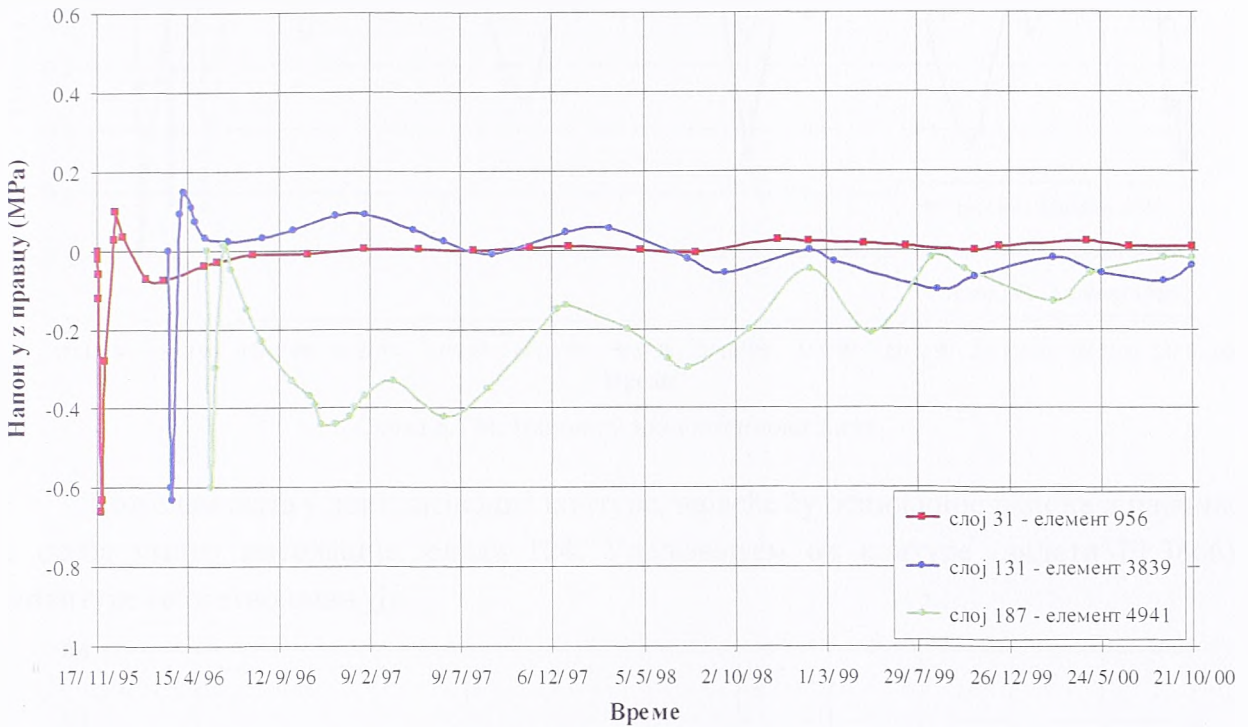


Слика 6.121. Положај карактеристичних елемената

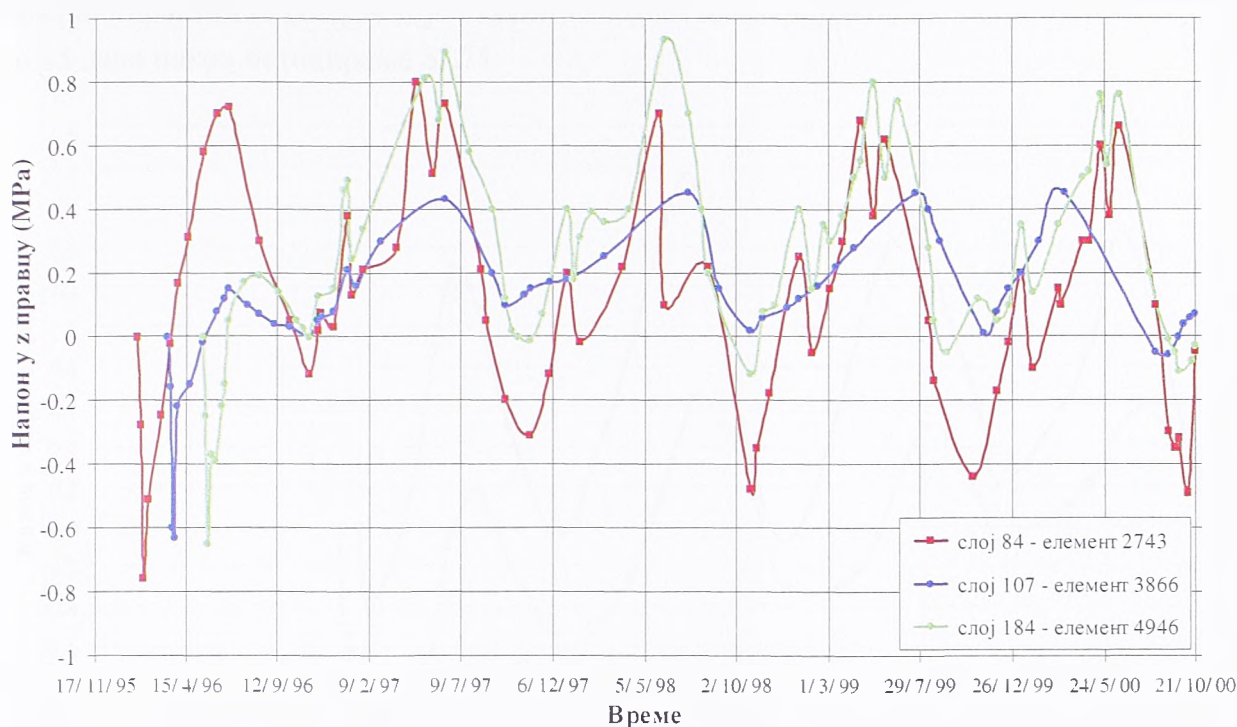
Посматрани елементи у маси бетона (слика 6.122.), практично су све време изложени притиску, који се креће у границама од 0 до 0,6 МПа. Само веома кратко, око

две недеље након бетонирања слојева, напони прелазе у незнатно затезање, које износи око 0,1 МРа, а потом осцилују са амплитудима које зависе од удаљености елемента од контура.

У елементима у зони узводног лица, слика 6.123, почетни напони су такође негативни (притисак од 0,6 до 1,0 МРа), а затим прелазе у напоне затезања до 1,15 МРа. После пуњења акумулације (јесен 1998. године), осциловање напона је незнатно, а вредности су између 0,4 и 0,8 МРа.

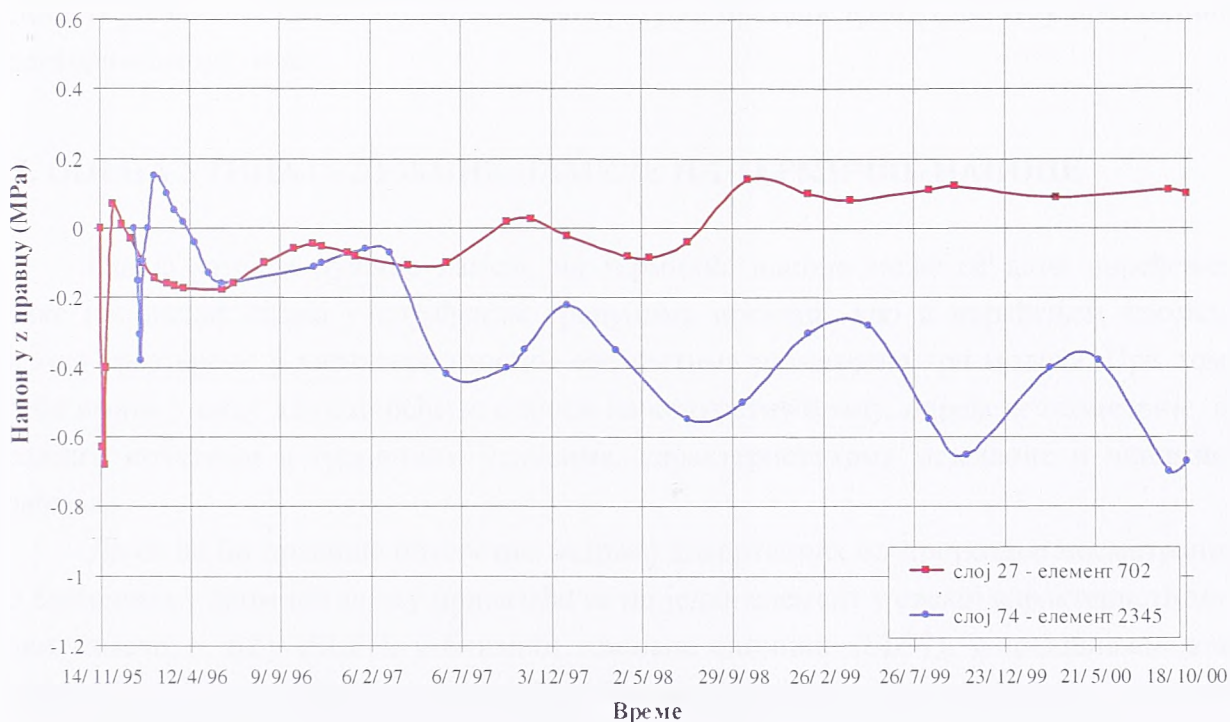






Слика 6.124. Напони у зони низводног лица

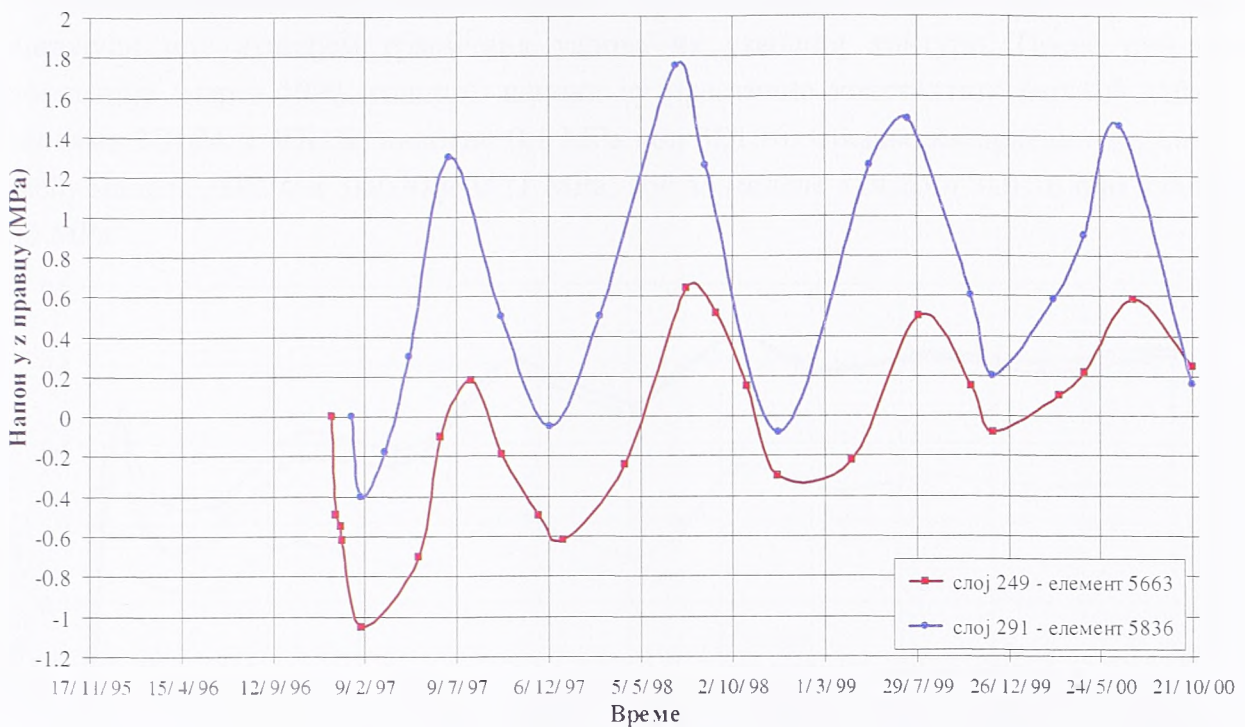
Код елемената у зони низводне контуре, највеће су осцилације напона и највише се осећа утицај инсолације, слика 124. Удаљавањем од контуре (видети EL3866), амплитуде се осетно смањују.



Слика 6.125. Напони у зубу и поред средње галерије

Дијаграм напона у EL702 (слој 27) у зубу темељне спојнице (слика 6.125.) на неки начин представља комбинацију дијаграма за EL956 и EL1578 – напони су мали, јер се налази у маси ламеле, али се ипак осећа утицај узводног граничног услова и пуњења акумулације. Слично као код претходних модела, напон у зони средње

галерије практично (EL2345) је стално изложен напону притиска, осим на почетку, 15 до 45 дана након бетонирања SL74.



Слика 6.126. Напони у зони круне бране

Напони у зони круне бране, слика 6.126, и у овом моделу веома изражено осцилују у зависности од спољашње температуре, пратећи тренд описан у претходним просторним моделима.

## 6.5. ОЦЕНА УТИЦАЈА ДУЖИНЕ ЛАМЕЛЕ НА ТЕРМИЧКЕ НАПОНЕ

Оцена утицаја дужине ламеле на термичке напоне може се дати поређењем слике напонског стања у одређеним тренуцима времена, као и поређењем промене напона кроз време у карактеристичним елементима разматрана три модела. При томе треба имати у виду да се поређење односи на конкретну брану, одређене геометрије, са реалним почетним и граничним условима, карактеристикама мешавине и динамике грађења.

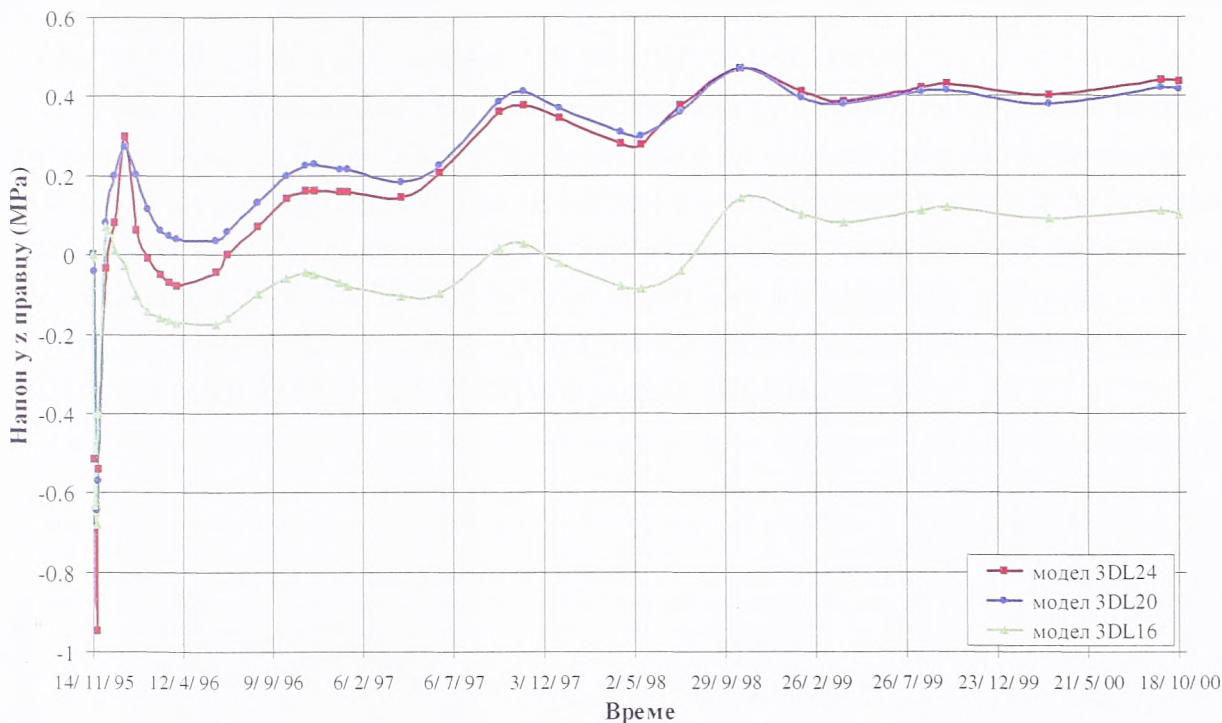
Да се не би превише оптеретио садржај дисертације, од претходно посматраних 13 елемената у овом поглављу приказаће се по један елемент у свакој карактеристичној зони ламеле: у зубу (SL27), у близини темељне спојнице (SL31), у средишњем делу ламеле (SL131), на узводној контури (SL187), на низводној контури (SL84) и на круни бране (SL291). Подсећања ради, сви наведени елементи се налазе у средњој равни ламеле, без обзира о коме је моделу реч.

На слици 6.127. приказани су напони у зубу за сва три просторна модела. Облици дијаграма су веома слични, без обзира на дужину ламеле. Максимални напони притиска јављају се после недељу дана и највећи је код модела 3DL24 (0,95 MPa), док је код 3DL20 и 3DL16 практично исти (0,65 и 0,67 MPa). Шест недеља касније, услед

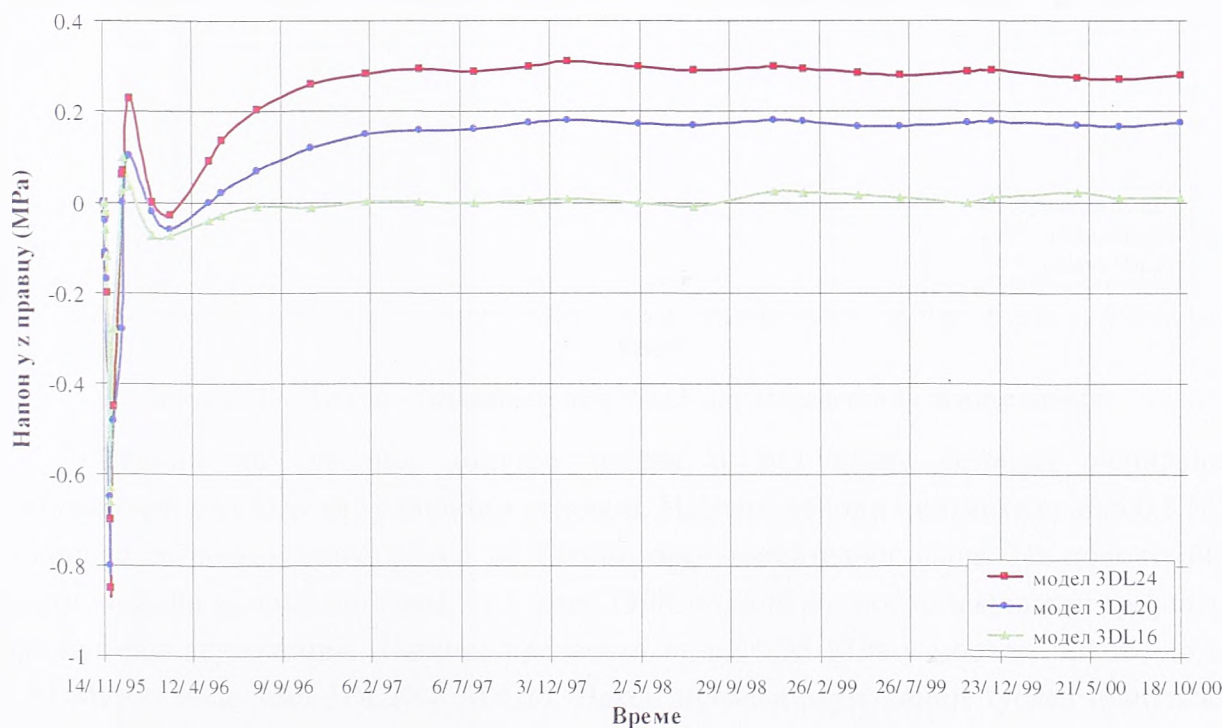


хлађења бетона, напони прелазе у затезање, које је највеће код 3DL24 модела (0,3 МПа), затим следи модел 3DL20 са 0,27 МПа и на крају 3DL16 код кога је 0,08 МПа.

До пролећа 1996. године напони у зубу опадају, а затим постепено расту осцилујући под утицајем граничних услова на узводној контури. После пуњења акумулације (марта 1999. године), напони су практично константни: око 0,4 МПа у моделима 3DL24 и 3DL20, односно 0,1 МПа код 3DL16. Средње квадратно одступање између модела 3DL24 и 3DL20 је 0,11 МПа, док за моделе 3DL20 и 3DL16 оно износи 0,30 МПа.



Слика 6.127. Напони у зубу (SL27), у зависности од дужине ламеле

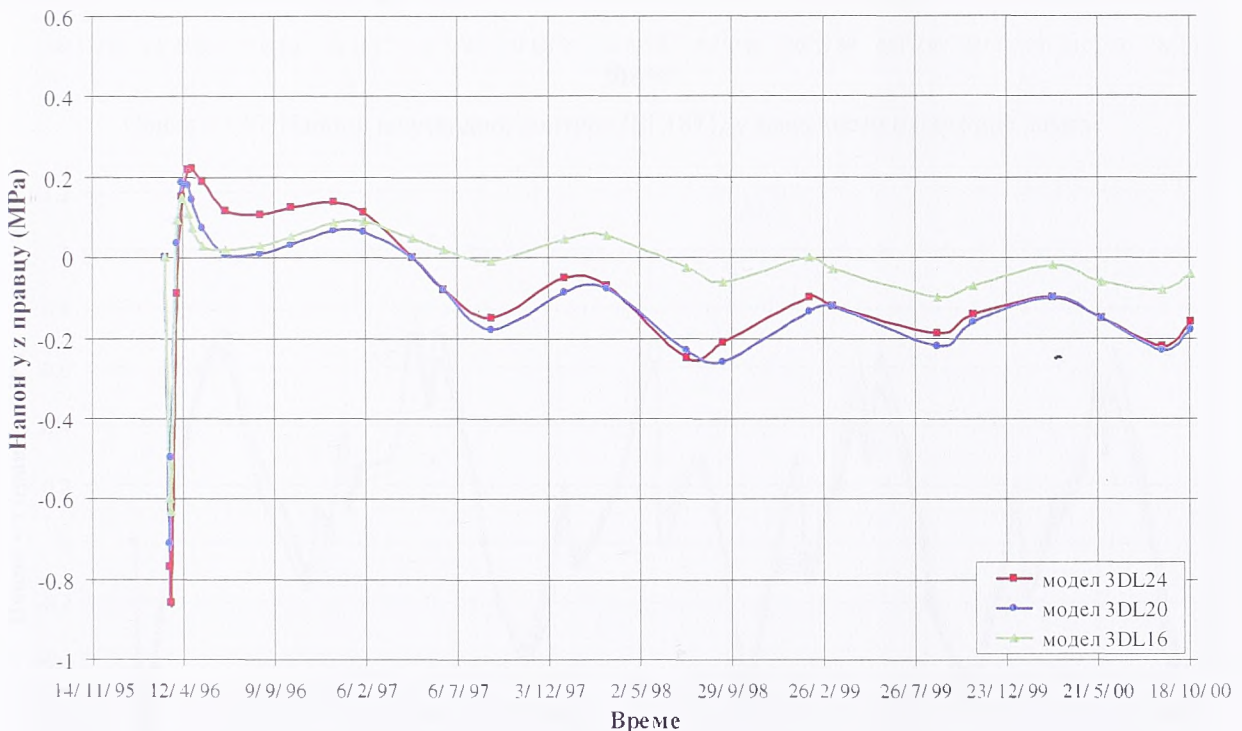


Слика 6.128. Напони у зони темељне спојнице (SL31), у зависности од дужине ламеле

Напони у зони темељне спојнице, слика 6.128. најмање зависе од граничних услова на контурама и у галеријама. Због тога (осим претходно описане појаве почетних напона притиска и преласка у напоне затезања) врло брзо теже коначним вредностима, уз једва приметне сезонске осцилације.

Максимални напони притиска су 0,85 МПа, 0,80 МПа и 0,66 МПа, посматрано редом од најдуже до најкраће ламеле. Следи промена у напоне затезања од 0,23 МПа у моделу 3DL24, односно 0,1 МПа код 3DL20 и 3DL16, да би од почетка 1997. године напони постали практично константни и то 0,31 МПа у 3DL24, 0,18 МПа у 3DL20 и 0 МПа код 3DL16. Средње квадратно одступање напона између модела 3DL24 и 3DL20 износи 0,12 МПа, односно за моделе 3DL20 и 3DL16 је 0,14 МПа.

Напони у средишњем делу ламеле приказани су на слици 6.129. После почетних напона притиска (од 0,6 до 0,85 МПа у зависности од модела), след напон затезања од 0,2 МПа код сва три модела. Потом напони постепено опадају испод нуле (прелазе у притисак), уз благо осциловање под утицајем граничног услова на низводној контури. У моделима 3DL24 и 3DL20 напони се устаљују између вредности притиска од 0,1 до 0,2 МПа, а у моделу 3DL16 између 0 и 0,1 МПа. Средње квадратно одступање за 3DL24 и 3DL20 износи 0,09 МПа, тј. 0,11 МПа за моделе 3DL20 и 3DL16.

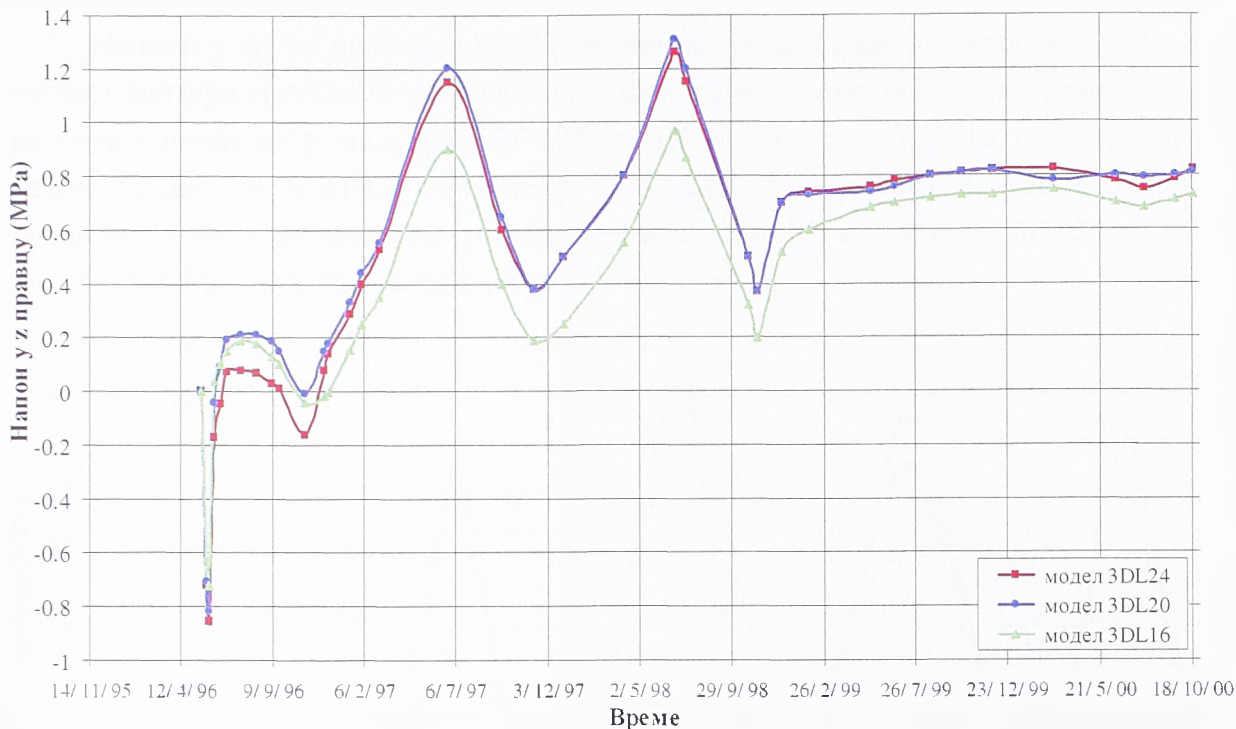


Слика 6.129. Напони у средишњем делу (SL131), у зависности од дужине ламеле

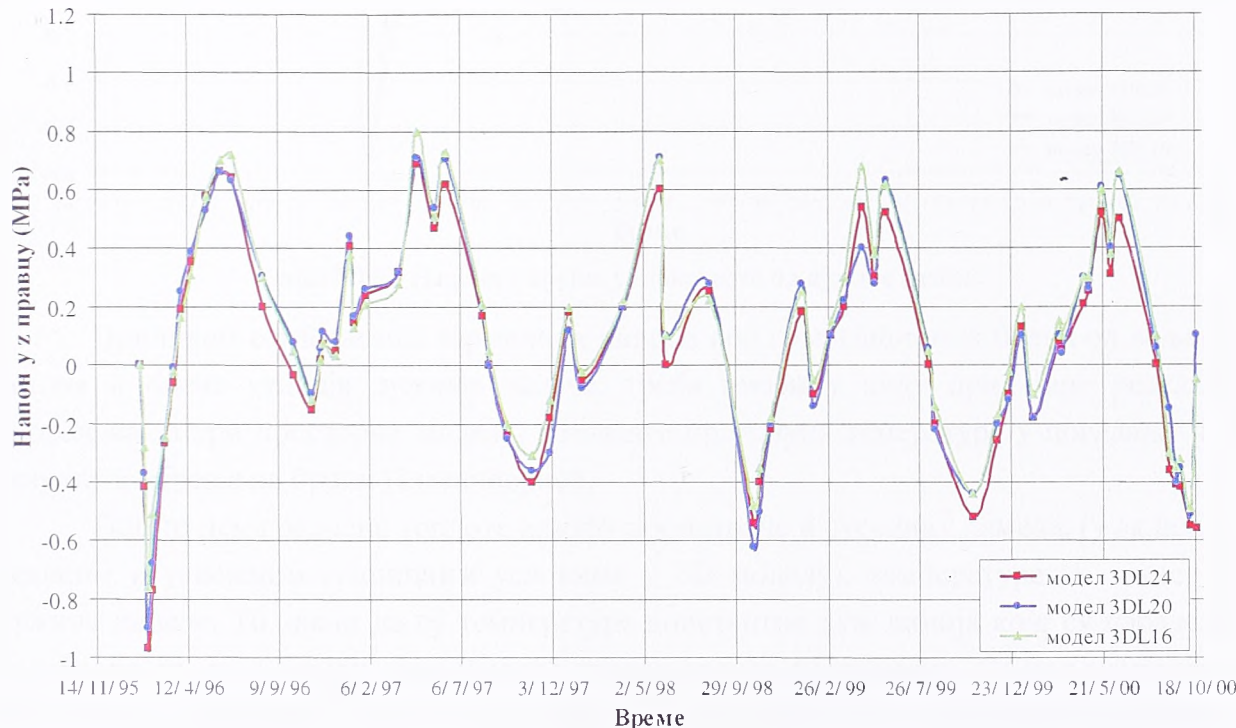
Напони на узводној контури (слика 6.130.) прате сезонске осцилације температуре, у складу са граничним условом. Највећи напони притиска су око 0,8 МПа и поново се јављају непосредно по бетонирању посматраног слоја. На посматраном месту, највећи напони затезања су у лето 1998. године, тј. после завршетка грађења, а пре пуњења акумулације. Њихове вредности су од 0,95 МПа у моделу 3DL16, до сса 1,30 МПа у моделима 3DL20 и 3DL24. Након пуњења акумулације (услед приближно константне температуре воде), напони веома мало осцилују и за сва три модела су



између 0,7 МПа и 0,8 МПа. За разлику од претходних елемената, средње квадратно одступање напона у зони узводне контуре за 3DL24 и 3DL20 је занемарљиво и износи 0,07 МПа, у односу на 0,16 МПа између модела 3DL20 и 3DL16.



Слика 6.130. Напони на узводној контури (SL187), у зависности од дужине ламеле

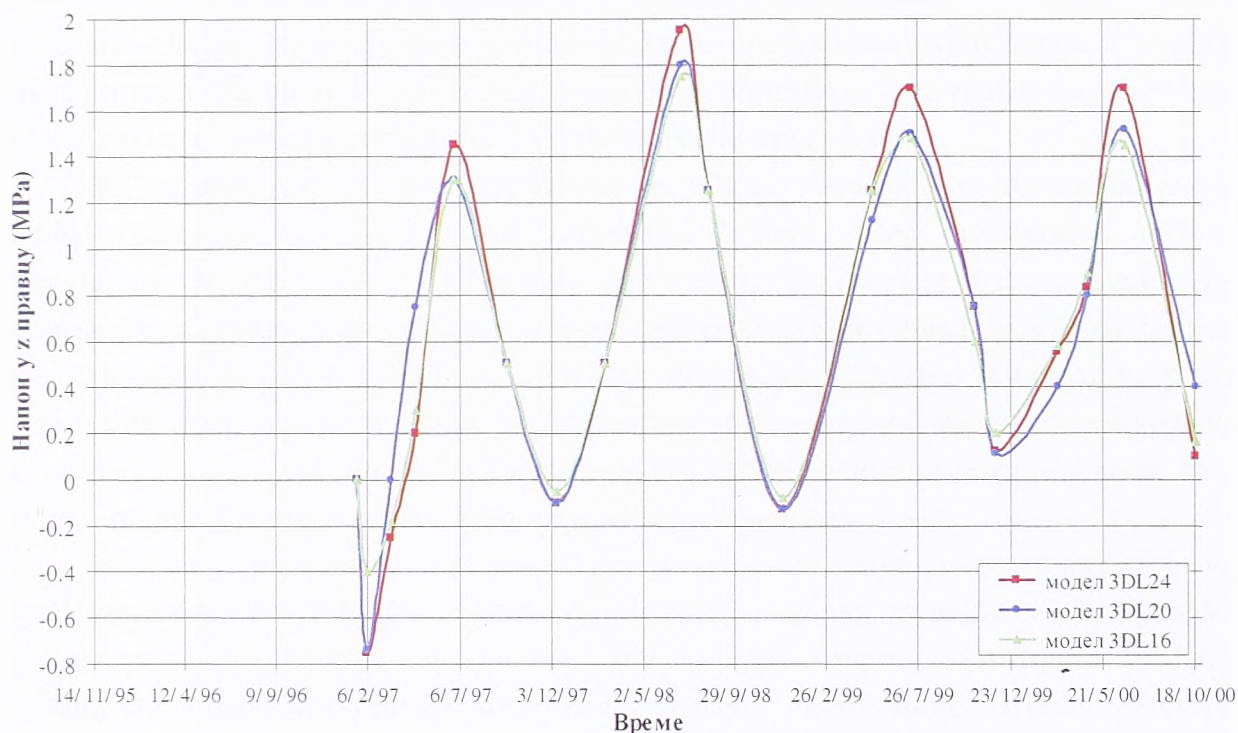


Слика 6.131. Напони на низводној контури (SL84), у зависности од дужине ламеле

Напони у елементима на низводној контури највише зависе од граничних услова. Под утицајем дневних и сезонских варијација температуре, а узимајући у обзир и осунчаност, добијају се дијаграми као на слици 6.131. Облици дијаграма практично не зависе од дужине ламеле, већ првенствено од граничних услова. Вредности изразито

осцилују, а екстреми су већи што је елемент ближи контури. За посматране елементе у SL84, вредности су између притиска од сса 1,0 МПа и затезања од 0,7 МПа. Средње квадратно одступање између модела 3DL24 и 3DL20 износи 0,11 МПа, док је између 3DL20 и 3DL16 и износи 0,08 МПа.

Напони у круни бране зависе од граничних услова како на низводној, тако и на узводној контури, али без битнијег утицаја инсолације, слика 6.132. Екстремни напони притиска слични су у моделима 3DL24 и 3DL20, док су у 3DL16 незнатно мањи. Екстремни напони затезања највећи су у 3DL24, а у моделима 3DL20 и 3DL16 су приближно исти. Средња квадратна одступања су 0,18 МПа за моделе 3DL24 и 3DL20, односно 0,16 МПа за 3DL20 и 3DL16.



Слика 6.132. Напони у круни, у зависности од дужине ламеле

Приликом сагледавања термичких напона код гравитационих брана од ваљаног бетона и оцене утицаја дужине ламеле, треба имати у виду приказане резултате прорачуна за три просторна модела, резултате прорачуна температуре у поглављу 4. и резултате мерења на брани Платановриса.

Пошто нема размене топлоте између посматране и суседних ламела, (у складу са реалним и усвојеним граничним условима у 3D моделу), температуре не зависе од дужине ламеле. То значи да су температуре константне дуж линија које су паралелне оси бране, тј. које спајају две суседне трансверзалне разделнице. Слагање резултата прорачуна просторног поља са раванским моделом М1 и резултатима мерења температура су веома добра, што је основа за коректан прорачун напонског стања у телу бране.

На термичко понашање гравитационих брана од ваљаног бетона и могућност појаве прелина, првенствено утичу напони у правцу осе бране ( $\sigma_z$ ). Они су симетрични у односу на средњу раван ламеле, са највећим вредностима управо у средњој равни и



најмањим вредностима на левој и десној контури, према суседним ламелама. Као последица различитих крутости суседних слојева ваљаног бетона и ограничености деформације у правцу осе бране, дуж хоризонталних спојница јављају се концентрације напона. У садејствујућој стенској маси, напони  $\sigma_z$  су једнаки нули, осим у зони темељне спојнице, непосредно испод бране, где се јављају напони притиска.

Облици дијаграма  $\sigma_z$  напона у функцији времена, зависе од *положаја посматраног елемента* у телу бране. Као карактеристичне, могу се издвојити зона темељне спојнице, узводни зуб, средишњи део бране и зоне у близини контура (узводна, низводна, круна бране и галерије). За елементе који имају исти положај у средњој равни, облици  $\sigma_z$  дијаграма практично не зависе од дужине ламеле. Утицај граничних услова на промену напона у функцији времена највише се осећа у зони низводне контуре, круне бране и узводне контуре пре пуњења акумулације. Елементи довољно удаљени од контура (у зубу, темељној спојници и средишњем делу ламеле) показују мале осцилације напона под утицајем граничних услова.

За све дијаграме је карактеристично да *у првих недељу дана долази до појаве напона притиска*, јер је то фаза загревања бетона услед ослобађања топлоте хидратације. Бетон тежи да се шири, али пошто је ширење бетона делимично ограничено садејствујућом стенском масом и претходно избетонираним слојевима веће крутости, настаје напон притиска. Притисак се повећава све док температура расте. Када температура почне да опада, бетон почиње да се скупља и напон се смањује док не постане једнак нули. *Даљим снижавањем температуре*, бетон тежи још више да се скупи, што је делимично ограничено, па *настају напони затезања*.

Напони у средишњем делу ламеле релативно мало осцилују и затезања су веома мала (мања од 1,0 МПа). Пре пуњења акумулације, напони затезања у зони узводне контуре значајно осцилују и током лета 1997. и 1998. године достижу до 1,5 МПа. Захваљујући повољном утицају воде, после пуњења акумулације њихове вредности опадају на 0,4 до 0,8 МПа.

Напони у зони низводне контуре веома много зависе од граничних услова. Локални екстремуми напона затезања јављају се сваке године, крајем маја месеца. Зависно од дужине ламеле, максималне вредности износе 3,03 МПа (у моделу 3DL24), 2,70 МПа (у моделу 3DL20) и 2,50 МПа (у моделу 3DL16). Ови напони, који истовремено представљају и апсолутне екстремуме напона затезања, настају у SL215, односно првом слоју после летње паузе у грађењу (трајала од 20. јуна до 2. новембра 2006. године). То значи да *дуготрајни прекиди у бетонирању веома неповољно утичу на појаву напона затезања*, услед велике разлике у крутостима суседних слојева, односно услед битно ограничене деформације првог слоја бетонираног после паузе.

Напони у зони круне бране такође имају изражено сезонско осциловање, само што је утицај инсолације знатно мањи због близине узводне контуре. Највеће вредности затезања јављају се средином јула месеца, у SL296 и мало су ниже него на низводној контури.

На основу максималних вредности напона затезања, средњих квадратних одступања напона у карактеристичним елементима и слике напонског стања у појединим тренуцима времена, следи да *термички напони у гравитационим бранама од ваљаног бетона зависе од дужине ламеле*. За брану разматраних особина, просечно средње квадратно одступање напона за посматраних шест карактеристичних елемената износи 0,11 МПа између модела 3DL24 и 3DL20, односно 0,16 МПа за моделе 3DL20 и 3DL16.

Повећање дужине ламеле са 20 на 24 m, утиче на повећање екстремних напона затезања за 0,33 МПа, односно за 12,2 %. Смањењем дужине ламеле за 4 m (модел 3DL16), екстремни напони затезања смањују се за 0,20 МПа, односно за 7,4 %.

На основу добијених екстремних вредности напона затезања у зависности од дужине ламеле и чврстоће ваљаног бетона на затезање (2,70 МПа), проистиче да максимална дужина посматране ламеле на брани Платановриса треба да буде 20 m. Ако се зна да је *изведена дужина* ове ламеле 22 m, али да је на низводном лицу регистровано мање процуривање (које указује на извесно прекорачење чврстоће на затезање и појаву прелина), може се закључити да је требало усвојити нешто мању дужину ламеле. Из овога се може закључити да *добијени резултати омогућавају реално сагледавање термичких напона затезања*. Ово такође значи да су предложена методологија и просторни нумерички модел за термички прорачун гравитационих РСС брана *применљиви у пракси*, чиме се омогућава *одређивање оптималне дужине ламеле* и пуно искоришћење предности технологије ваљаног бетона.



## 7. ЗАКЉУЧАК

### 7.1. ОЦЕНА РАВАНСКОГ МОДЕЛА

Приликом квантитативне оцене раванског модела упоређени су резултати мерења приказани у поглављу 3.6. и резултати прорачуна температуре у поглављу 4.4. Поређењем рачунских температура у фази грађења са резултатима мерења термометрима у средњој линији попречног пресека бране, уочава се да равански модел верно описује термичке процесе у току грађења бране Платановриса.

Као што је приказано у поглављу 4.4, графици рачунских температура својим обликом добро прате графике измерених вредности. Веома добра слагања показују и максималне температуре, чија су одступања мања од 1 °С.

У току првих шест месеци од почетка грађења, највећа одступања рачунских и измерених температура мања су од 2,5 °С, што износи 3 до 7 %. Нешто већа одступања јављају се током летњих месеци 1996. године, када су у средишњем делу попречног пресека рачунске температуре ниже за сса 10 %.

Непосредно после завршетка грађења, облици графика температура у средњој линији имају веома добро слагање, али су рачунске вредности ниже од 0,5 до 2,0 °С, односно од 2 до 10 % у односу на измерене. Аутор сматра да су наведена одступања последица непотпуних резултата мерења температура, који су дати као осредњене вредности за периоде од по две недеље, о чему је било речи у поглављу 3.5.5.

Поређење у фази експлоатације показује да су одступања у темељној спојници и на узводном лицу занемарљива, јер се гранични услови на овим контурама веома мало мењају током времена. Одлична слагања постоје и у маси бетона (довољно далеко од контура и галерија), где су одступања од 0 до 6 %. Мања одступања односе се на период непосредно после завршетка грађења, а већа одступања на крај рачунског периода. Услед јединственог граничног услова за температуре ваздуха у свим трима галеријама, одступања у зонама галерија износе од 0 до 13 %. Слично је и на низводној контури, због веће осунчаности горњег дела бране и различитог угла под којим падају Сунчеви зраци, што није обухваћено моделом због недостатка података мерења.

Из наведеног следи да применом неустаљеног фазног термичког прорачуна, *равански модел коректно анализира термичке процесе*, који се јављају у телу гравитационих брана од ваљаног бетона. На тај начин омогућава се правилан избор мешавине и одговарајуће технологије грађења, у циљу ограничавања пораста температуре и смањења термичких напона.

### 7.2. ОЦЕНА ТЕРМИЧКОГ ПОНАШАЊА ГРАВИТАЦИОНИХ РСБ БРАНА

У поглављу 5, на примеру бране Платановриса, извршена је параметарска анализа термичког понашања гравитационих брана од ваљаног бетона услед *почетних*

услова (модели M1PU-3 и M1PU+5), карактеристика мешавине (модели M1KM-10, M1KM-5 и M1KM+5), граничних услова (M1GU-10, M1GU-5 и M1GU+10) и дебљине слојева (M1DS60 и M1DS90).

### *Почетни услови*

Резултати у поглављу 5.1. показују да је потребно урадити техничко-економску анализу снижавања почетне температуре мешавине и наћи оптималне вредности. Код разматране бране Платановриса, снижавање почетног услова за 3 °C, даје температуре које су ниже до 1 °C, што је технички занемарљиво, а економски неоправдано.

Повећање почетних температура мешавине за 5 °C даје сса 3 °C више температуре у телу бране, што може бити неповољно. У том случају, да би се избегло прекомерно повећање екстремних температура, неопходно је скраћење грађевинске сезоне. Међутим, на тај начин се продужава рок изградње и губи једна од основних предности технологије ваљаног бетона. Зато просечне почетне температуре мешавина (при разматраним граничним условима) треба ограничити на 10 до 12 °C.

### *Карактеристике мешавине*

Анализом утицаја карактеристика мешавине обухваћен је веома широк опсег, од оних са малом количином везивних материјала по јединици запремине, до оних које се по својим особинама приближавају класичном хидротехничком бетону. Због строжијих захтева квалитета, особине мешавине контурног бетона нису вариране.

Из резултата прорачуна у поглављу 5.2, следи да током испитивања мешавине ваљаног бетона треба врло пажљиво анализирати количину и однос везивних материјала. Снижавањем адијабатског пораста температуре за 5 °C (што је могуће постићи без битнијег утицаја на механичке карактеристике и цену ваљаног бетона) ограничиле би се температуре у телу бране до сса 40 °C, чиме би се могло избећи пролећно скраћење грађевинске сезоне.

### *Гранични услови*

Утицај граничних услова на термичко понашање посматране бране анализиран је помоћу модела M1GU-10, M1GU-5 и M1GU+10. Почетни услови, карактеристике мешавине и динамика грађења исти су као код основног модела M1, док се разликују спољашње температуре ваздуха, број сунчаних дана, температуре ваздуха у галеријама, температура стене и температура воде у акумулацији.

Усвојени начин промене граничних услова не утиче на облике графика температуре у карактеристичним тачкама, већ их само транслаторно помера навише, или наниже. Максималне температуре према моделу M1GU-10 су у просеку 6,2 °C ниже него у моделу M1, док су код модела M1GU-5 ниже просечно за 3,1 °C. Модел M1GU+10 изазива просечно повећање од 7 °C, односно максимално 12,1 °C.



Ово указује на велики значај граничних услова на температурно поље. Тако, на основу изнетог следи да у случају граничних услова као у моделу M1GU+10, радове треба прекинути већ средином пролећа и интензивно неговати последњу хоризонталну спојницу и низводну контуру бране, уз обавезну корекцију састава мешавине у циљу смањења адијабатског пораста температуре.

### *Дебљина слојева*

Утицај дебљине слојева на термичко понашање предметне бране анализиран је помоћу слојева дебљине 60 cm (модел M1DS60) и 90 cm (модел M1DS90). Претпостављена је иста мешавина ваљаног бетона, исти гранични и почетни услови, уз усклађивање динамике грађења и почетне температуре мешавине замењујућих слојева.

На основу резултата прорачуна из поглавља 5.4, утицај дебљине слојева на промене температуре је практично занемарљив. Међутим, треба имати у виду да већа дебљина слојева захтева већи капацитет фабрике бетона, транспортних средстава и механизације за уграђивање ваљаног бетона. Такође, повећава се време потребно за разастирање и уграђивање слојева, што утиче на зрелост хоризонталних спојница и потребу употребе везивног малтера пре разастирања наредног слоја.

### *Закључци параметарске анализе*

Имајући у виду претходно изнето и све резултате параметарске анализе термичког понашања гравитационих брана од ваљаног бетона, може се закључити да:

- од четири разматрана параметра, *највећи утицај на термичко понашање RCC брана имају карактеристике мешавине и гранични услови* по температурама;
- почетне температуре мешавине ограничене су временским условима, релативно мало утичу на температурно поље у телу бране, па се препоручује техничко-економска анализа, премда се унапред може рећи да нема оправдања њихово снижавање испод  $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ ;
- промена дебљине слојева (уз продужетак времена између уградње два узастопна слоја) изазива занемарљиве промене температура. Зато је дебљина слоја првенствено техничко-економско питање које утиче на капацитет фабрике бетона, захтевану механизацију и евентуалну потребу израде везивног малтера пре разастирања наредног слоја;
- топлота хидратације везивних материјала и адијабатски пораст температуре мешавине RCC-а морају бити строго контролисани, па током испитивања мешавине ваљаног бетона треба пажљиво анализирати количину и однос везивних материјала;
- почетак грађења и прекиди радова значајно утичу на температуре у телу бране, те динамика грађења мора бити усклађена са граничним условима у зони бране, уз одговарајуће летње паузе и интензивну негу последње хоризонталне спојнице и контуре која је оријентисана према југу.

### 7.3. ОЦЕНА ПРОСТОРНОГ МОДЕЛА ЗА ОДРЕЂИВАЊЕ ДУЖИНЕ ЛАМЕЛЕ

Оцена достигнућа 3D модела за термичко-напонску анализу гравитационих RCC брана и одређивање дужине ламела, заснива се на резултатима прорачуна термичких напона у претходном поглављу. Следе закључци, оцена утицаја дужине ламеле на термичке напоне, препоруке за термички прорачун и правци даљег истраживања:

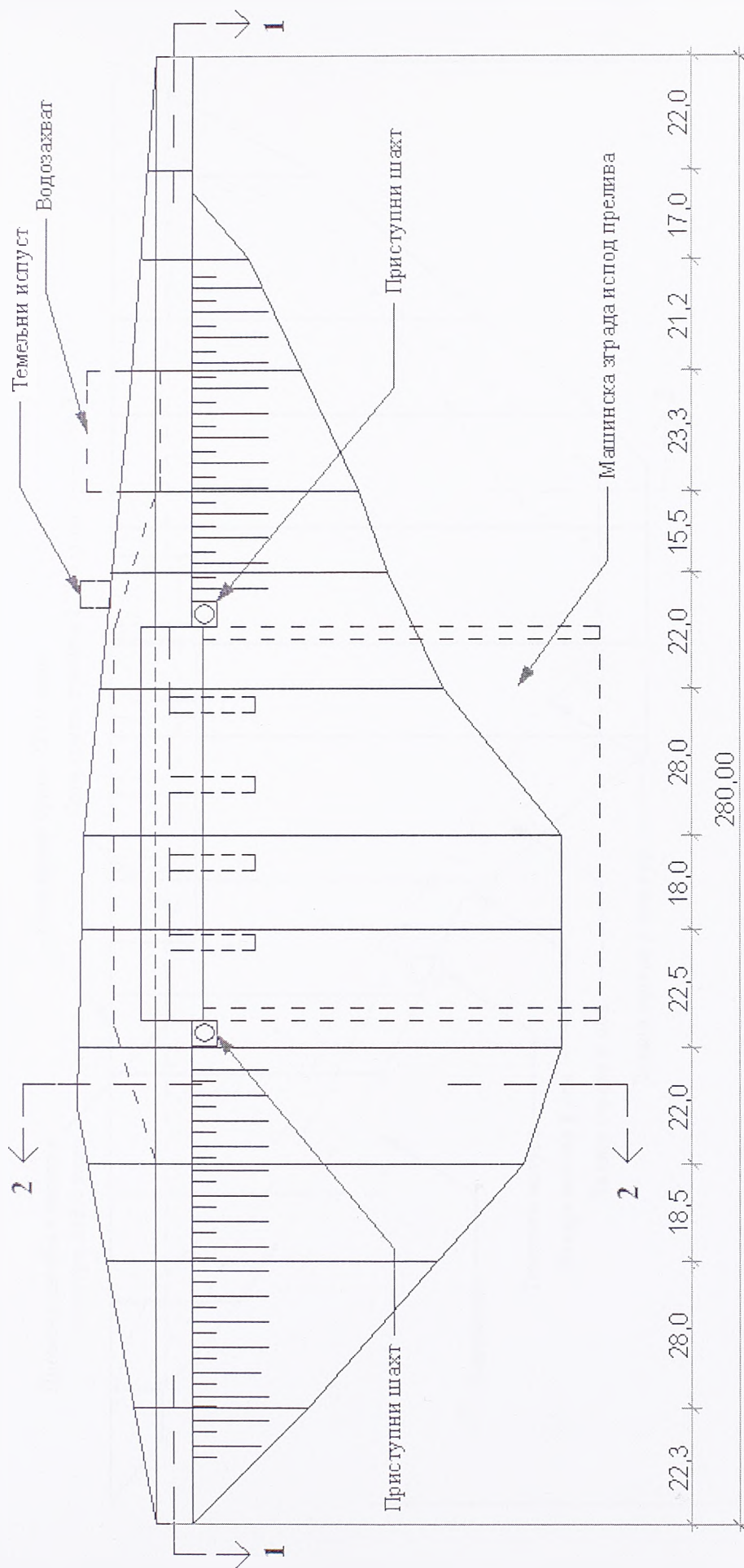
- у складу са реалним граничним условима, *температуре у просторном моделу не зависе од дужине ламеле*. Вредности су константне дуж линија паралелних подужној оси бране, између две суседне трансверзалне разделнице;
- слагање резултата прорачуна *просторног температурног поља са раванским моделом* и резултатима мерења температура је веома добро, што је основа за коректан прорачун напонског стања у телу бране;
- термичко понашање гравитационих RCC брана првенствено зависи *од напона у правцу подужне осе бране ( $\sigma_z$ )*, који је симетричан у односу на средњу равну ламеле, са највећим вредностима у средњој равни и најмањим вредностима на левој и десној контури, према суседним ламелама;
- облици дијаграма  $\sigma_z$  напона у функцији времена, највише зависе од положаја посматраног елемента у телу бране. За елементе који имају исти положај у средњој равни, облици дијаграма практично не зависе од дужине ламеле;
- независно од положаја елемента, услед ослобађања топлоте хидратације и делимично ограниченог померања посматраног слоја, у првих недељу дана долази до појаве напона притиска. После 7 до 10 дана, када температура у слоју почне да опада, бетон почиње да се скупља и напон притиска се смањује. Даљим снижавањем температуре, бетон тежи још више да се скупи, што је делимично ограничено, па настају напони затезања;
- због значајне удаљености од спољашњих контура, напони у средишњем делу ламеле релативно мало осцилују и (код бране разматраних карактеристика) затезања су мања од 1,0 МПа.
- пре пуњења акумулације, напони затезања у зони узводне контуре значајно осцилују достижући вредности до 1,5 МПа. Захваљујући повољном утицају воде, после пуњења акумулације, њихове вредности су између 0,4 и 0,8 МПа;
- на напоне у зони низводне контуре пресудно утичу гранични услови, са изразитим сезонским осцилацијама вредности. Локални екстреми напона затезања јављају се сваке године у пролеће. Напони у зони круне бране такође имају изражено сезонско осциловање, уз знатно мањи утицај инсолације због близине узводне контуре. Највеће вредности затезања јављају се средином јула и мало су ниже него на низводној контури;
- имајући у виду максималне вредности напона затезања, слике напонског стања у појединим тренуцима времена и средња квадратна одступања напона



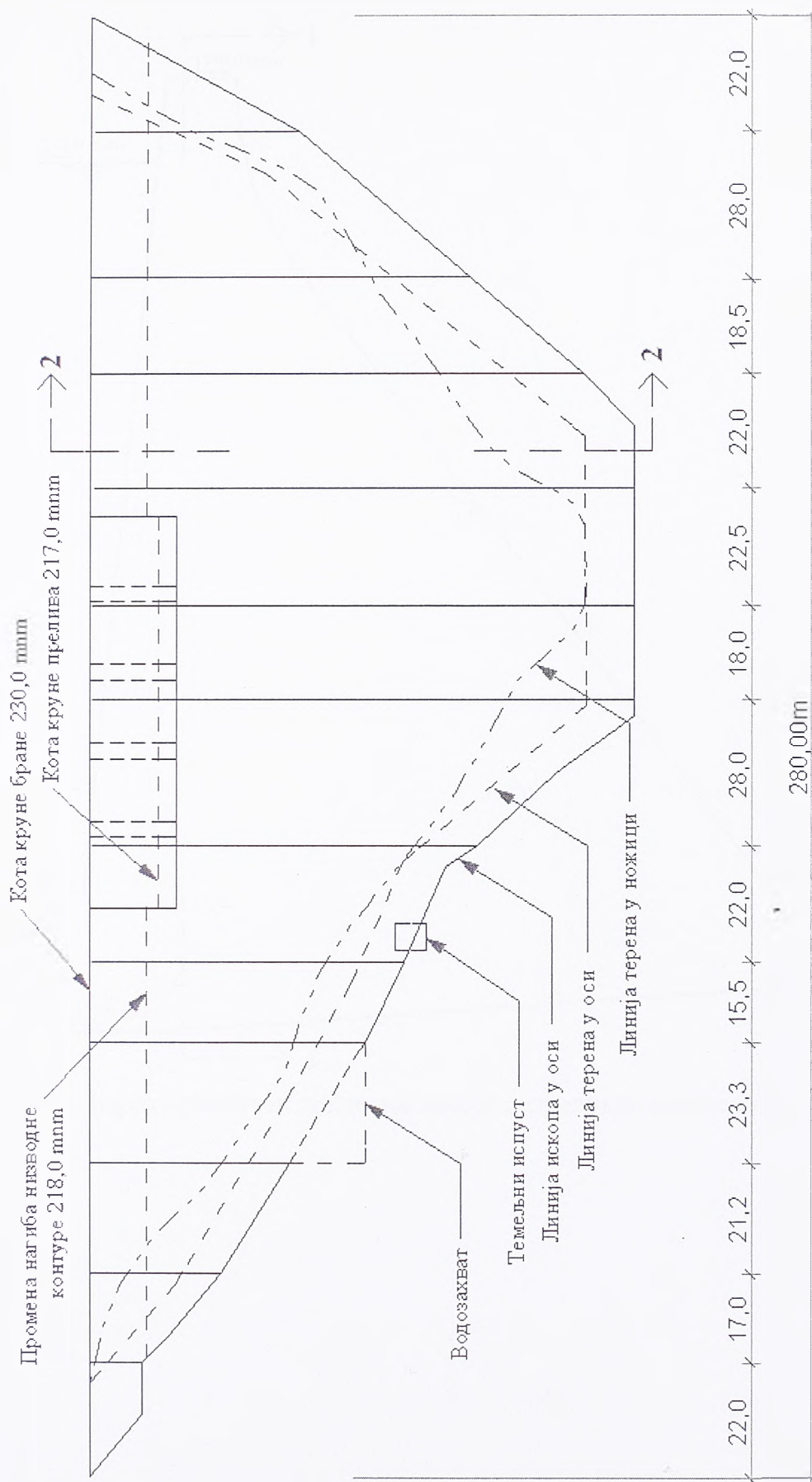
- у карактеристичним елементима, може се закључити да *термички напони у гравитационим бранама од ваљаног бетона зависе од дужине ламеле;*
- апсолутни максимуми напона затезања износе 3,03 МПа (у моделу 3DL24), 2,70 МПа (у моделу 3DL20) и 2,50 МПа (у моделу 3DL16). То значи да (код бране разматраних карактеристика) *повећање дужине ламеле са 20 на 24 m, утиче на повећање екстремних напона затезања за 0,33 МПа, тј. за 12,2 %. Смањењем дужине ламеле за 4 m (модел 3DL16), екстремни напони затезања се смањују за 0,20 МПа, односно за 7,4 %;*
  - пошто се апсолутни максимуми напона затезања јављају у зони низводне контуре, у првом слоју бетонираном после летње паузе, следи да *дуготрајни прекиди бетонирања изазивају значајне напоне затезања у близини контура;*
  - за прорачун температурног поља код гравитационих RCC брана довољан је одговарајући равански модел попречног пресека, док се *напонска анализа и одређивање дужине ламеле мора вршити на 3D моделу;*
  - *по први пут је формиран овако свеобухватан просторни нумерички модел за фазну термичко-напонску анализу. Узимањем у обзир стварне геометрије, реалних почетних и граничних услова, термичких и механичких особина RCC-а у функцији времена и температуре, динамике грађења, као и вискоеластичног понашања ваљаног бетона, омогућено је одређивање дужине ламеле и поуздано предвиђање термичког понашања гравитационих брана од ваљаног бетона;*
  - имајући у виду добијене резултате и параметарску анализу утицаја појединих чинилаца на температурно поље, следи да *није могуће дати универзалне препоруке* које би се односиле на све бране од ваљаног бетона. Зато је за сваку брану потребно урадити одговарајући термички прорачун и одредити оптималну дужину ламела;
  - да би се стекао потпунији увид у термичко понашање RCC брана различитих особина, занимљиво би било урадити *параметарску анализу зависности дужине ламела од висине бране, узимајући у обзир различите особине мешавине.*

## 8. ПРИЛОЗИ



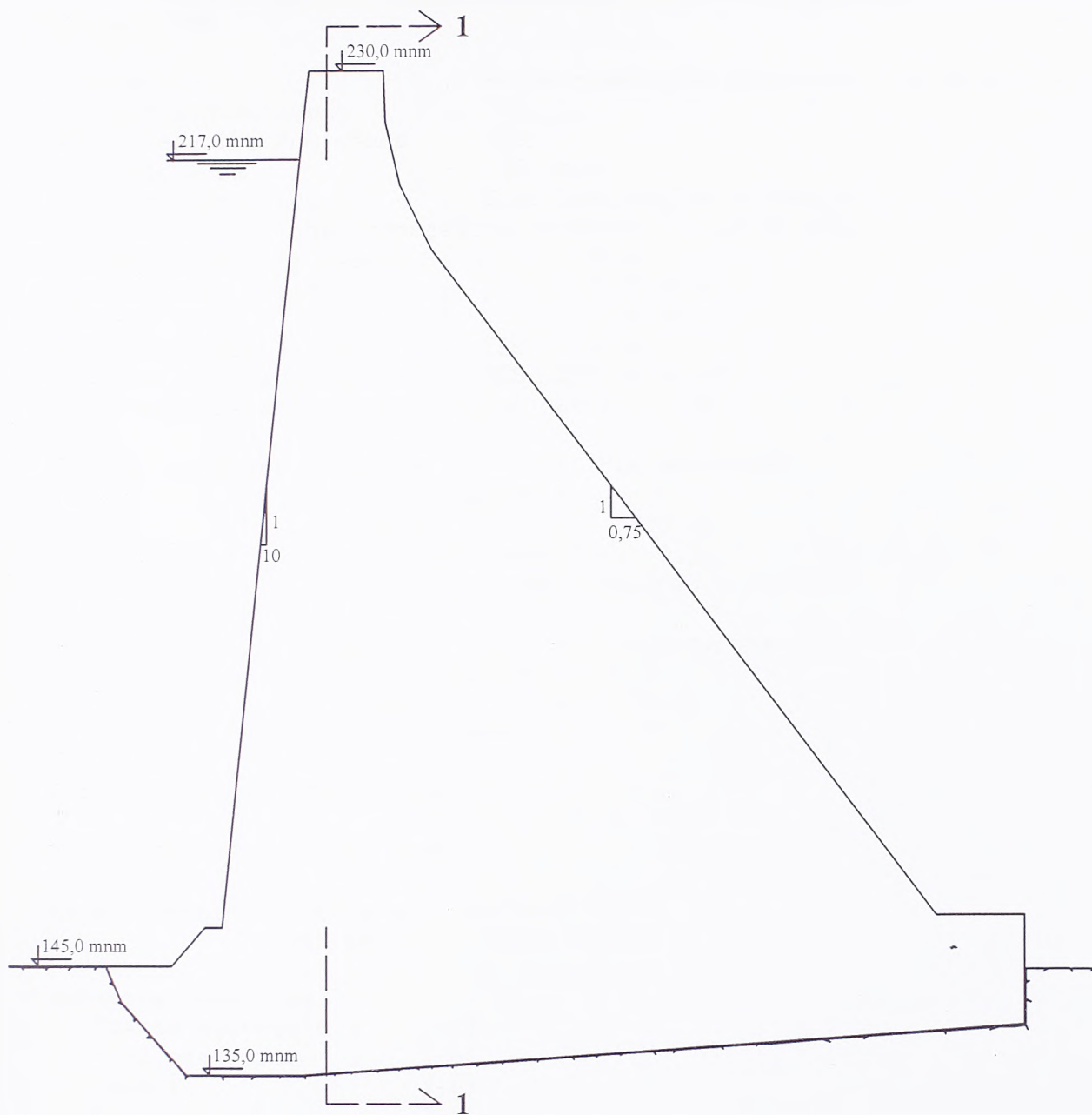


8.1.1. Основа



8.1.2. Подужни пресек 1-1





8.1.3. Карактеристичан попречни пресек непреливне ламеле 2-2

## DESIGN PARAMETERS

11 Jul 1989

Workability : Roller-compacted concrete ( 40 mm m.s.a.)  
 Air Entraining Agent : NO  
 Water Reducing Admixture : YES  
 Age specified : 28 days  
 Strength specified : Cube compressive strength  
 Characteristic cube compressive strength : 27.50 MPa  
 Allowable failure rate : 5.0%  
 Standard deviation : 3.50 MPa  
 Current margin : 5.74 MPa  
 Min. paste/mortar ratio : YES 0.43  
 Min. cementitious content : YES 225.00 kg/m<sup>3</sup>  
 Max. Water/cement (cementitious) ratio : NO

Coarse aggregate - Source : Platanovryssi  
 - Classification : 7  
 - Crushed : 25.0%  
 - Loose bulk density : 0.56  
 - Max. coarse agg. required : 0.54

Fine aggregate - Source : Platanovryssi  
 - Classification : 7  
 - Crushed : 25.0%  
 - Grading zone : 2

Pozzolan source : Ptolemaida (mil)

Cement source : Titan I-45

Water reducing admixture : Banna Fluid  
 Dose rate : 5.00 ml/kg

Relative densities :-  
 Coarse aggregate : 2.63  
 Fine aggregate : 2.61  
 Cement : 3.17  
 Pozzolan : 2.56

Cost of Materials :-  
 Coarse aggregate : 1250.00 £/tonne  
 Fine aggregate : 1400.00 £/tonne  
 Cement : 9400.00 £/tonne  
 Pozzolan : 4400.00 £/tonne  
 Water reducing admixture : 150.00 £/l

Summary of the design parameters for the RCC  
to be used in the dam body of Platanovryssi

## 8.2.1. Пројектни параметри мешавине



DIN sieve	Delivery N°1			Delivery N°2			Delivery N°3				
	Initial	March 29	April 6	Average	April 24	May 10	Average	May 28	June 6	June 22	Average
<b>38 - 19 mm</b>											
63	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
31.5	84.2	87.6	88.2	87	98.6	99.0	99	95.0	100	95.0	97
25	47.2	48.9	45.8	47	66.3	68.0	67	72.0	83.0	56.0	70
16	1.9	1.6	3.6	2	1.5	1.0	1	4.0	2.0	3.0	3
8	0.3	0.7	1.1	1	1.0	0.9	1	1.0	1.0	1.0	1
Absorption	0.40	0.60	0.70	0.55	0.95	0.69	0.82	0.75	0.95	0.72	0.81
<b>19 - 12 mm</b>											
25	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
16	66.3	66.6	73.6	68	61.1	71.0	66	98.0	97.0	99.0	98
8	0.4	1.3	2.0	1	1.0	10.0	9	0.0	1.0	0.0	0
Absorption	1.00	1.00	0.90	0.95	0.95	0.92	0.94	1.03	1.14	0.98	1.05
<b>12 - 5 mm</b>											
16	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
8	80.3	80.8	90.5	84	74.0	73.0	74	26.0	32.0	38.0	32
4	17.6	18.4	28.3	21	15.1	16.0	16	2.0	3.0	3.0	3
2	15.1	12.6	13.5	14	5.2	5.0	5	1.0	1.0	1.0	1
1	4.5	8.3	9.0	7	3.0	2.5	3	1.0	1.0	1.0	1
0.25	2.8	3.5	6.9	4	1.7	1.0	1	1.0	1.0	1.0	1
Absorption	1.55	1.00	0.90	1.15	1.50	1.20	1.35	0.78	1.30	1.22	1.10
<b>5 - 0 mm</b>											
16	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
8	98.6	99.3	99.5	99	100	100	100	100	100	100	100
4	89.2	90.7	99.1	93	99.8	79.5	90	93.0	93.0	93.0	93
2	75.4	74.1	89.1	80	84.0	79.0	82	80.0	78.0	80.0	79
1	28.0	50.8	60.2	46	60.5	60.0	60	59.0	59.0	61.0	60
0.25	1.4	1.1	(32.2!)	1	18.5	20.0	19	14.0	9.0	12.0	12
Absorption	1.60	1.20	0.75	1.20	0.85	0.65	0.75	0.69	0.65	0.65	0.66

8.2.2. Гранулометријски састав агрегата

MD&A Mix N <sup>o</sup>	PPC Mix N <sup>o</sup>	WRA	C <sub>f</sub>	C <sub>w</sub>	Loaded VeBe time	Water content (kg/m <sup>3</sup> )		
						actual	mod. for VeBe	mod for WRA
3744	P2/T	✓	1.00	1.45	33	154	163	163
3745	P4/T	✓	0.90	1.51	24	146	149	149
3746	P1/1(I)	✓	1.00	1.93	22	155	156	156
3747	P3/1(I)	✓	0.89	2.11	16	149	146	146
3748	P7/1	✓	1.00	1.73	33	164	173	173
3749	P5/1	✓	0.80	1.98	38	158	169	160
3750	P6/2	✓	0.70	1.75	9	132	(116)	(116)
3751	P8/2A		0.90	1.83	26	154	158	142
3752	P7/2A		1.00	1.82	27	172	177	159
3753	P7/2B		1.00	1.49	53	166	179	161
3754	P7/2C		1.00	1.83	26	172	176	158
3755	P8/2B		0.90	1.96	15	163	159	143
3756	P1/2	✓	1.00	1.79	14	152	147	147
3757	P2/2	✓	1.00	1.42	25	155	159	159
3758	P9/2		0.90	1.52	37	166	176	158
3759	P21/3A	✓	0.90	1.91	33	167	176	176
3760	P22/3A	✓	0.90	1.51	25	175	179	179
3761	P23/3A	✓	0.85	2.27	34	163	172	172
3762	P24/3A	✓	0.85	1.69	30	161	168	168
3763	P25/3A	✓	0.80	1.90	30	160	167	167
3764	P26/3A	✓	0.75	2.03	31	157	164	164
3765	P26/3B		0.75	2.18	36	166	176	158
3766	P25/3B		0.80	2.15	11	183	173	157
3767	P24/3B		0.85	1.71	26	163	167	149
3768	P23/3B		0.85	2.11	17	154	152	147
3769	P22/3B		0.90	1.79	24	182	185	166
3770	P21/3B		0.90	2.08	25	166	170	153
3771	P21/3C	✓	0.90	1.85	21	162	163	163
3772	P24/3C	✓	0.85	1.84	32	186	(196)	(196)
3773	P25/3C	✓	0.80	1.82	27	166	173	173
3774	P31/4A	✓	0.82	1.73	7	174	151	151
3775	P31/4B	✓	0.82	1.77	30	177	184	184
3776	P31/4C	✓	0.82	1.52	20	156	156	156
3777	P32/4A	✓	0.80	1.48	10	142	(132)	(132)
3778	P32/4B	✓	0.80	1.69	27	159	164	164
3779	P32/4C	✓	0.80	1.55	30	147	154	154
3780	P31/4D	✓	0.82	1.50	25	155	159	159
3781	P23/3C	✓	0.85	1.98	8	157	176	176
3782	P32/4D	✓	0.80	1.64	36	155	165	165
3783	P32/4E	✓	0.80	1.54	29	146	154	154
3786	P31/4E	✓	0.82	1.92	24	190	(193)	(193)
3787	P31/4F	✓	0.82	1.62	18	165	164	164
3788	P32/4F	✓	0.80	1.66	29	157	163	163
3789	P32/4G	✓	0.80	1.61	25	153	157	157

Water content of RCC mixes investigated during the trial mix programme

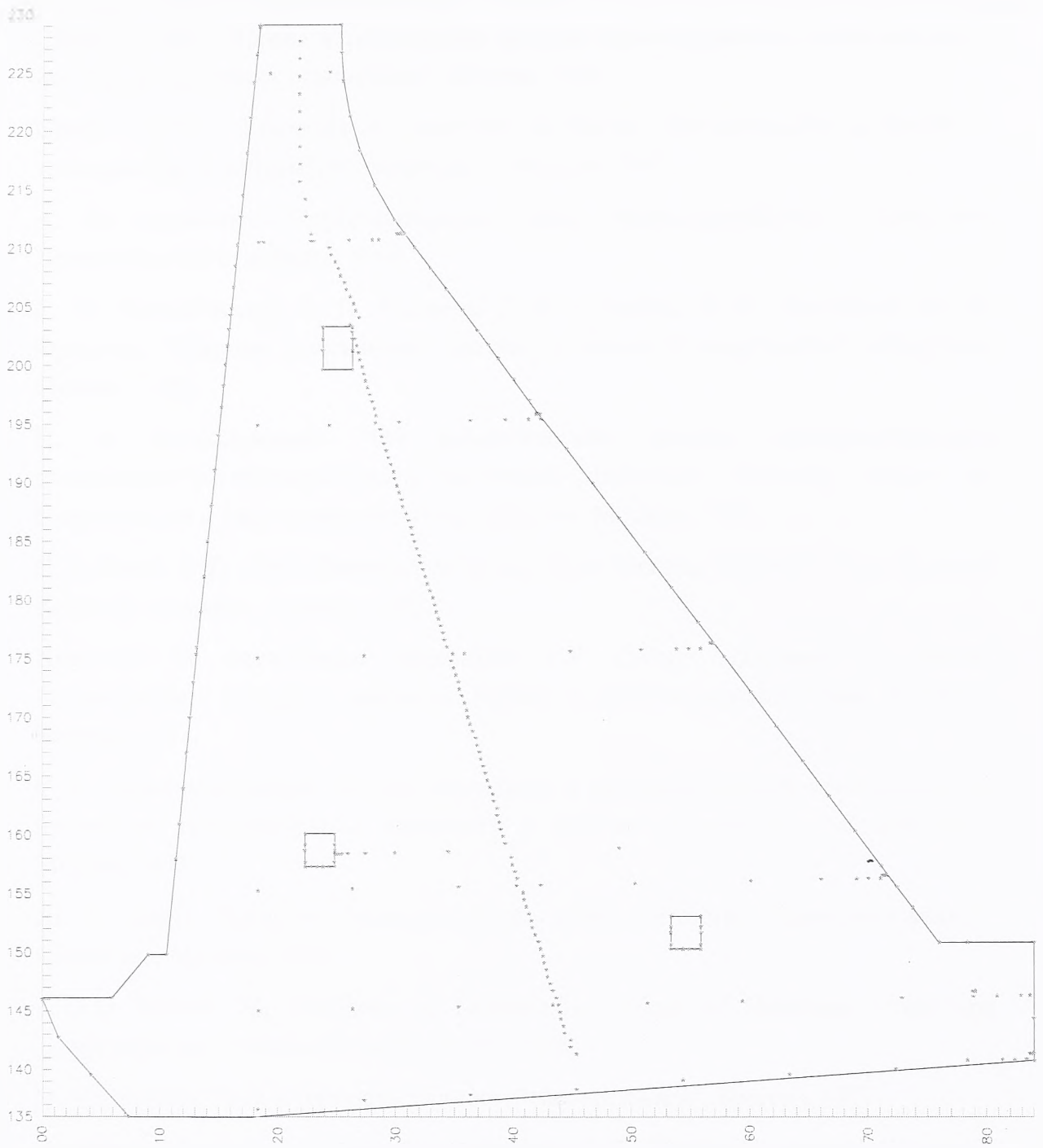
### 8.2.3. Потребне количine vode u ispitivanim meshavinama



Time	(hrs)	02	04	06	08	10	12	14	16	18	20	22	24
Oct	8-23	10.2	11.5	12.7	13.9	15.5	18.0	20.5	19.0	15.4	12.4	10.7	9.0
1995	23-8	4.2	5.4	6.7	7.9	9.1	9.5	10.0	9.4	7.5	5.4	4.2	3.0
Oct-Nov													
Nov	8-23	4.5	5.2	5.8	6.5	7.4	9.0	10.6	9.6	7.9	6.4	5.2	4.0
Nov-Dec	23-8	2.2	2.4	2.6	2.8	3.3	4.5	5.8	5.4	4.5	3.7	2.8	2.0
Dec	8-23	0.0	0.0	0.0	0.0	0.4	2.5	4.5	3.6	2.5	1.8	1.0	0.0
1996	23-8	6.2	6.4	6.6	6.8	7.1	7.5	7.9	7.3	7.0	6.8	6.4	6.0
Dec-Jan													
Jan	8-23	-1.8	-1.6	-1.4	-1.2	-0.5	1.5	3.6	3.3	2.7	-0.4	-1.2	-2.0
Jan-Feb	23-8	1.2	1.4	1.6	1.8	2.2	3.0	3.8	3.3	2.5	1.8	1.5	1.0
Feb	8-23	2.0	2.0	2.0	2.0	2.4	4.0	5.6	5.4	4.5	3.6	2.9	2.0
Feb-Mar	23-8	0.2	0.4	0.6	0.8	1.4	3.4	5.6	5.4	4.5	3.3	1.6	0.0
Mar	8-18	1.2	1.4	1.6	1.8	2.3	3.5	4.8	3.7	2.5	2.0	1.6	1.0
Mar	18-31	1.0	1.0	1.0	1.0	1.2	2.5	3.7	4.0	4.0	3.5	2.2	1.0
Apr	01-14	4.6	4.7	4.8	4.9	5.4	7.5	9.6	10.0	9.0	7.4	6.0	4.5
Apr	15-28	4.6	4.2	3.7	3.3	3.9	8.5	13.1	14.0	13.5	11.7	8.3	5.0
April-May	29-11	15.2	16.0	16.7	17.4	18.4	20.5	22.6	23.0	21.5	19.1	16.8	14.5
May	12-26	13.0	14.1	15.1	16.2	17.7	21.0	24.3	24.3	23.0	20.3	16.2	12.0
May-Jun	27-9	15.2	14.9	14.6	14.2	14.9	19.5	24.1	25.0	24.0	21.7	18.6	15.5
Jun	10-24	17.0	17.0	17.0	17.0	17.9	22.5	27.1	28.0	26.5	23.7	20.3	17.0
Jun-Jul	25-7	21.2	20.9	20.6	20.2	21.0	26.0	31.0	31.3	29.5	26.9	24.2	21.50
Jul	8-22	24.0	22.9	21.9	20.8	20.9	25.5	30.1	30.1	28.5	26.7	25.8	25.0
Jul-Aug	23-5	20.7	19.5	20.0	21.7	23.8	28.0	32.2	33.0	32.0	29.5	25.7	22.0
Aug	6-19	20.3	18.7	19.0	20.7	22.7	26.0	29.3	30.7	29.5	27.0	24.5	22.0
Aug-Sep	20-2	16.2	15.3	16.0	17.7	19.6	22.5	25.4	24.7	23.5	22.0	19.5	17.0
Sep	3-9	15.2	14.3	14.7	16.0	17.5	20.0	22.5	23.0	22.0	20.2	18.1	16.0

Температура (°C)

## 8.3.1. Температуре ваздуха



8.3.2. Распоред термометара у попречном пресеку на Ст.0+200,5



## 9. ЛИТЕРАТУРА

1. СНиП 123-60: “Нормы и технические условия проектирования гравитационных плотин на скальных основаниях”, Москва, 1961.
2. СНиП 123-60: “Указания по разрезке на блоки бетонирования и борьбе с трещинообразованием”, «Стройиздат», Москва, 1961.
3. А. Б. Гаджиев: “Деформационные швы гидросооружений”, «Энергия», Ленинградское отделение, 1969.
4. Г. М. Македонский, Б. П. Матвеев, Г. К. Суханов, Е. Н. Терентьев, Ю. И. Фриштер: “Разрезка массивных плотин на блоки бетонирования”, «Энергия», Москва, 1969.
5. П. А. Богословский: “Об аналитическом расчете пространственного стационарного температурного состояния плотины”, Сборник трудов по гидротехнике и гидростроительству, «Наука», Москва, 1970.
6. C. S. Desai, J. F. Abel: “Introduction to the Finite Element Method”, “Van Nostrand Reinhold Company”, Toronto, 1972.
7. Институт за испитивање материјала СР Србије, Одељење за бетон: “Температурни утицаји у масивном бетону и упутства против појаве прелина”, Београд, 1972.
8. С. В. Александровский: “Расчет бетонных и железобетонных конструкций на изменения температуры и влажности с учетом ползучести”, «Стройиздат», Москва, 1973.
9. Ш. Н. Плят: “Расчеты температурных полей бетонных гидросооружений”, «Энергия», Москва, 1974.
10. ICOLD Bulletin 26: “Methods of Determining Effects of Shrinkage, Creep and Temperature on Concrete for Large Dams”, 1976.
11. Н. Наерловић: Увод у термоеластичност, “Научна књига”, Београд, 1977.
12. American Concrete Institute (ACI) Committee 207, “Roller Compacted Concrete”, Manual of Concrete Practice, ACI 207.5R-80, Detroit, 1980, 22 pp.
13. USBR: “Control of Cracking in Mass Concrete Structures”, Engineering Monograph №34, Denver, Colorado, First printing 1965., Revised reprint 1981.
14. Klaus-Jürgen Bathe: “Finite Element Procedures in Engineering Analysis”, Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1982.
15. Д. Шумарац: Прилог нумеричком решавању динамичких задатака термоеластичности, магистарски рад, Београд, 1983.

16. Dennis Hopman, Oswin Keifer, and Fred A. Anderson: "Current Corps of Engineers' Concepts for Roller Compacted Concrete in Dams", Proceedings of the Symposium on RCC, ASCE, New York, May 1985, pp. 1-10.
17. Howard L. Boggs and Alan T. Richardson: "USBR Design Considerations for Roller Compacted Concrete Dams", Proceedings of the Symposium on RCC, ASCE, New York, May 1985, pp. 123-139.
18. А. М. Цыбин: "Определение универсальных параметров процесса тепловыделения бетона из экспериментов подъеме температур", Сборник научных трудов, Том 191, 1985.
19. T. Fujisava and I. Nagayama: "Cause and control of cracks by thermal stress in concrete dams", Proceedings, 15th Congress on Large Dams, ICOLD, Lausanne, 1985, Vol. 2, 117-143
20. R. Widmann: "How to avoid thermal cracking of mass concrete", Proceedings, 15th Congress on Large Dams, ICOLD, Lausanne, 1985, Vol. 2, 263-277
21. G. Lombardi: "Roller Compacted Concrete for Gravity Dams", Report to ICOLD Committee on Materials for Concrete Dams, Draft, November 1987.
22. Правилник БАБ 87 о техничким нормативима за бетон и армирани бетон, Београд, 1987.
23. JYS U.E3.010. Хидротехнички бетон, Технички услови за израду и употребу, 1987.
24. ICOLD Bulletin 30a: "Finite Element Method in Analysis and Design of Dams", 1987.
25. T. Hirose, I. Nagayama, K. Takemura and H. Sato: "A study on control temperature cracks in large roller compacted concrete dams", Proceedings 16th Congress on Large Dams, ICOLD, San Francisco, 1988, Vol. 3, 119-135
26. E Kolonias, M. R. H. Dustan, J. L. Hinks, and A. F. Copley: "The design of Platanovyssi: Europe's highest RCC dam", Water Power & Dam Construction, November 1989, pp. 22-27.
27. Platanovyssi Hydroelectric Project, RCC Dam Design, Progress Report №4, "Malcolm Dunstan & Associates Consulting Engineers", Devon, England, 1989.
28. ICOLD Bulletin 75: "Roller Compacted Concrete for Gravity Dams – State of the Art", 1989.
29. O. C. Zienkiewicz and R. L. Taylor: The Finite Element Method, 4th edition, Volume 1, Basic Formulation and Linear Problem, McGraw-Hill 1989.
30. Platanovyssi Hydroelectric Project, RCC Dam Design, Progress Report №5 - Final Design Report, "Malcolm Dunstan & Associates Consulting Engineers", Davon, England, 1990.



31. Platanovryssi Hydroelectric Project, RCC Dam Design, Progress Report №5 - Final Design Report, Appendices, "Malcolm Dunstan & Associates Consulting Engineers", Davon, England, 1990.
32. K. D. Hansen, W. G. Reinhardt: "Roller Compacted Concrete Dams", McGraw-Hill, 1991.
33. O. C. Zienkiewicz and R. L. Taylor: The Finite Element Method, 4th edition Volume 2, Solid and Fluid Mechanics, Dynamics and Non-linearity, McGraw-Hill 1991.
34. Д. Чукић, Н. Наерловић-Вељковић и Д. Шумарац: Термоеластичност, Машински факултет Универзитета у Београду, Београд, 1992.
35. М. Мурављов, М. Красуља: "Уваљани бетон – технологија и својства", "Изградња" 11-12/93, Београд, 1993.
36. USACE: "Nonlinear, Incremental Structural Analysis of Massive Concrete Structures", Technical Letter № 1110-2-365, 1994.
37. A. Giovambattista: "Urugua-í dam. Thermal analysis design criteria and performance", RCC Dams, Proceedings of the International Syposium, Santander, Spain, 1995, pp. 309-324
38. M. J. Nollet and F. Robitaille: "General aspect of design and thermal analysis of RCC Lac Robertson dam", RCC Dams, Proceedings of the International Syposium, Santander, Spain, 1995, pp. 383-394
39. J. L. Hinks and A. F. Copley: "Thermal analysis for RCC dams", RCC Dams, Proceedings of the International Syposium, Santander, Spain, 1995, pp. 473-484
40. 86. Yamazumi, Harita, Jikan and Kido: "A study of thermal control on RCD dam", RCC Dams, Proceedings of the International Syposium, Santander, Spain, 1995, pp. 493-508
41. N. Fradkina: "Computer aided research of RCC dam thermal stress state (Formulation of the problem. Mathematical model. Results of analysis)", RCC Dams, Proceedings of the International Syposium, Santander, Spain, 1995, pp. 543-548
42. E. Cifres and J. C. Lancha: "Prediction of the thermal state of dams using mathematical models. Application to the Algar dam (Valencia-Spain)", RCC Dams, Proceedings of the International Syposium, Santander, Spain, 1995, pp. 591-610
43. Z. Bofang: "Compound Layer Method for Stress Analysis Simulating Construction Process of Concrete Dam", Dam Engineering, Vol. VI, Issue 2, 1995.
44. Z. Bofang, X. Ping: "Thermal Stresses in Roller Compacted Concrete Gravity Dams", Dam Engineering, Vol. VI, Issue 3, 1995.
45. A. Saetta, R. Scotta and R. Vitaliani: "Stress Analysis of Concrete Structures Subjected To Variable Thermal Loads", Journal of Structural Engineering, Vol. 121, No 3, ASCE, New York, pp 446-457, 1995.

46. В. Летица и Р. Протић: "Прорачун температурно-топлотних ефеката у масивним бетонским конструкцијама", Енергопројект, 1995.
47. Comite Nacional Español de Grandes Presas: "Spanish RCC Dams", Madrid, 1996.
48. Platanovryssi Hydroelectric Project, Review of the Properties of the Concretes in Platanovryssi Dam, "Malcolm Dunstan & Associates Consulting Engineers", Davon, England, 1996.
49. Platanovryssi Hydroelectric Project, Supplementary Thermal and Stress Analyses - Stage 1, "Malcolm Dunstan & Associates Consulting Engineers", Davon, England, September 1996.
50. Platanovryssi Hydroelectric Project, Supplementary Thermal and Stress Analyses - Stage 2, "Malcolm Dunstan & Associates Consulting Engineers", Davon, England, December 1996.
51. "AEGEK" General Construction Company: "Platanovryssi Europe's highest RCC Dam", Athens, 1996.
52. E. Schrader: "Platanovryssi Dam, Thermal Material Properties", у рукопису, 1996.
53. Z. Zhang and V. K. Garga: "Temperature and Temperature Induced Stresses for RCC Dam", Dam Engineering, Vol. VII, Issue 2, 1996.
54. G. S. Sarkaia, F. R. Andriolo: "Special factors in design of high RCC Gravity Dams", International Water Power & Dam Construction, 1996.
55. French National Research Project BaCaRa: "Roller Compacted Concrete, RCC for dams", Paris, 1997.
56. American Concrete Institute: "Roller Compacted Mass Concrete", ACI-Manual of Concrete Practice, Part 1, Materials and General Properties of Concrete, 1997.
57. Francisco R. Andriolo: "The Use of Roller Compacted Concrete", São Paulo-Brazil, 1997.
58. Jacques Beaulieu, Vlad Gocevski: "Thermal Behavior of Roller Compacted Concrete Dam", 7<sup>th</sup> International Symposium, Ohrid, Republic of Macedonia, October 2-4, 1997.
59. USACE: "Thermal Studies of Mass Concrete Structures", Technical Letter No 1110-2-542, 1997.
60. ICOLD Bulletin 107: "Concrete dam – Control and treatment of cracks", 1997.
61. Sanda Rašković: "Thermal and Structural Finite Element Analysis of Early Age Mass Concrete Structures", University of Manitoba, Winnipeg, Manitoba, 1998.
62. Z. Bofang, X. Ping, W. Shuhe: "Thermal Stresses and Temperature Control of RCC Gravity Dams", Proceedings of the International Symposium on RCC Dams, Vol. I, Chengdu, China, 1999.



63. A. J. Crichton, I. Benzenati, T. J. Qiu and J. T. Williams: "Kinta RCC Dam - Are Over-simplified Thermal-Structural Analyses Valid?", 1999.
64. A. I. Chughtai: "3D-Modelling of Concrete Gravity Dam", Diana World, Issue No. 1, 1999.
65. B. Eierle and K. Schikora: "Computational modelling of concrete at early ages using Diana", Diana World, Issue No. 2, 1999.
66. Z. Bofang, X. Ping, W. Shuhe: "Thermal Stresses and Temperature control of RCC Gravity Dams ", Proceedings of the International Symposium, Chengdu, China, 1999, pp. 65-77.
67. Z. Bofang, X. Ping: "Methods for Stress Analysis Simulating Construction Process of Concrete Dams ", Proceedings of the International Symposium, Chengdu, China, 1999, pp. 492-500.
68. Y. Yuezhen, H. Shuping, H. Ping, D. Baoying: "The Key Techniques to Control Thermal Cracking in RCC Dams in Cold Region", Proceedings of the International Symposium, Chengdu, China, 1999, pp. 501-513.
69. C. Yaolong, L. Shouyi, H. Jing: "Emulation Analysis on Thermal Stress Distribution of RCC Gravity Dam by Using 3-D Fem Floating Mesh Method", Proceedings of the International Symposium, Chengdu, China, 1999, pp. 572-577.
70. S. B. Tatro: "Commentary on the Corps of Engineers Approach to Thermal Analysis", Proceedings of the International Symposium, Chengdu, China, 1999, pp. 705-715.
71. Y. Shenhu, H. Gahai: "Study on Methods of Setting Initial Temperature on the Joint Face of RCC", Proceedings of the International Symposium, Chengdu, China, 1999, pp. 857-865.
72. D. Long, D. Wang, D. Yin: "Design and Practice of Full Section RCC Construction in the Dachaoshan", Proceedings of the International Symposium, Chengdu, China, 1999, pp. 903-913.
73. Jiazheng Pan and Jimg He: "Large Dams in China a Fifty-Year Review", China WaterPower Press, Beijing, 2000.
74. ICOLD Committee of Cost: "The Gravity Dam a Dam for the Future", Paris, 2000.
75. Miguel Cervera, Javier Oliver and Tomas Prato: "Simulation of Construction of RCC Dams. I: Temperature and Aging", "Journal of Structural Engineering", Vol. 126, No 9, September 2000.
76. Miguel Cervera, Javier Oliver and Tomas Prato: "Simulation of Construction of RCC Dams. II: Stress and Damage", "Journal of Structural Engineering", Vol. 126, No 9, September 2000.
77. United States Association of Civil Engineers (USACE): "Engineering and Design, Roller-Compacted Concrete", Manual No 1110-2-2006, Washington, 2000.

78. 125. M. Aufleger, M. Conrad, A. H. Malkawi and Y. Duan: "Distributed Fibre Optic Temperature Measurements in RCC-Dams in Jordan and Chir", 69<sup>th</sup> ICOLD Annual Meeting, Symposium: Benefits and Concerts about Dams, Dresden, Germany, 2001.
79. Петар Петровић: "Хидротехничке конструкције, други део", Београд, 2002.
80. N. Nilipour: "Thermo-mechanical comparison of RCC and conventional methods applied in construction of arch dams", Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Suisse, 2002.
81. R. Witasse and M. Hendriks: "Finite element modelling of early age concrete behavior using Diana", Finite Elements in Civil Engineering Applications, Lisse, ISBN 90 5809 530 4, 2002.
82. TNO Building and Construction Research: Diana User's Manual – Getting Started, Delft, The Netherlands, 2002.
83. TNO Building and Construction Research: Diana User's Manual – Element Library, Delft, The Netherlands, 2002.
84. TNO Building and Construction Research: Diana User's Manual – Material Library, Delft, The Netherlands, 2002.
85. TNO Building and Construction Research: Diana User's Manual – Analysis Procedures, Delft, The Netherlands, 2002.
86. TNO Building and Construction Research: Diana User's Manual – Pre-and-Postprocessing, Delft, The Netherlands, 2002.
87. TNO Building and Construction Research: Diana User's Manual – Analysis Examples, Delft, The Netherlands, 2002.
88. TNO Building and Construction Research: Diana User's Manual – Analysis Examples, Delft, The Netherlands, 2002.
89. ICOLD Bulletin 126: "Roller Compacted Concrete Dams – State of the art and case histories", 2003.
90. В. Кузмановић, Љ. Савић и Б. Миловановић: "Примена ваљаног бетона у изградњи брана, I део - Историјски развој", Водопривреда, бр. 203-204, стр. 231-247, Београд, 2003.
91. М. Мурављов, В. Кузмановић: Главни пројекат бране "Боговина", Технолошки процес изградње бране Боговина од RCC-а, Институт за водопривреду "Јарослав Черни", Београд, 2003.
92. В. Кузмановић, Љ. Савић и Б. Миловановић: "Развој и особине брана од ваљаног бетона", Зборник радова Другог конгреса ЈДВБ, Књига 2, Кладово, 2003.



93. В. Кузмановић, Јб. Савић и Б. Миловановић: "Примена ваљаног бетона у изградњи брана. II део - Компоненте и особине ваљаног бетона", Водопривреда, бр. 205-206, стр. 371-385, Београд, 2003.
94. В. Кузмановић, Јб. Савић и Б. Миловановић: "Бране од ваљаног бетона", монографија, Грађевински факултет Универзитета у Београду, Београд, 2003.
95. E. Aquino, S. Botassi, M. A. S. Andrade, M. R. Bittencurt, W. P. Andrade & F. R. Andriolo: "Thermal Analysis of Roller Compacted Concrete", Proceedings of the Fourth International Symposium on RCC Dams, Madrid, Spain, 2003, pp. 547-554.
96. J. L. Calmon, J. Murcia, S. Botassi dos Santos, E. Gambale & C. J. da Silva: "Numerical modelling of thermal stress in RCC dams using 2-D finite element method – case study", Proceedings of the Fourth International Symposium on RCC Dams, Madrid, Spain, 2003, pp. 569-578.
97. M. Cervera & M. Goltz: "A modified 1-D strip model for thermo-mechanical analysis of RCC dams", Proceedings of the Fourth International Symposium on RCC Dams, Madrid, Spain, 2003, pp. 579-588.
98. Z. Guoxin, Z. Bofang & G. Ningxiu: "Thermal stress simulation and possible crack analysis of Mianhuatan RCC dam", Proceedings of the Fourth International Symposium on RCC Dams, Madrid, Spain, 2003, pp. 603-610.
99. P. Hu, P. Yang & S. Huang: "Study of thermal compensation method for high RCC dam using concrete with MgO", Proceedings of the Fourth International Symposium on RCC Dams, Madrid, Spain, 2003, pp. 611-614.
100. S. Huang, P. Hu & P. Yang: "The software package for the thermal control of concrete dams and its engineering applications", Proceedings of the Fourth International Symposium on RCC Dams, Madrid, Spain, 2003, pp. 615-618.
101. F. Kalantary & P. Sadeghi: "Constitutive modelling of Roller Compacted Concrete", Proceedings of the Fourth International Symposium on RCC Dams, Madrid, Spain, 2003, pp. 619-624.
102. D. A. V. Krüger, E. E. Kavamura, N. F. Carvalho, M. B. Hecke, R. D. Machado & L. A. Lacerda: "Thermo-mecanical analysis of Roller Compacted Concrete Dams", Proceedings of the Fourth International Symposium on RCC Dams, Madrid, Spain, 2003, pp. 625-632.
103. J. Lopez, G. Castro & E. Schrader: "RCC mix and thermal behaviour of Miel I dam", Proceedings of the Fourth International Symposium on RCC Dams, Madrid, Spain, 2003, pp. 789-798.
104. H. Koga, H. Katahira & H. Kawano: "Thermal measurement and analysis of large Roller Compacted Concrete Dam", Proceedings of the Fourth International Symposium on RCC Dams, Madrid, Spain, 2003, pp. 1139-1148.

105. F. Perner: "Thermal Analysis of RCC Gravity Dam", ICOLD Benchmark and Workshop on Numerical Analysis of Dams, Bucharest, Romania, 2003.
106. Y. L Chen, C. J Wang, S. Y Li and L J. Chen: "The effect of construction designs on temperature field of a roller compacted concrete dam – a simulation analysis by a finite element method", Canadian Journal of Civil Engineering, volume 30, Number 6, December 2003, pp. 1153-1156.
107. В. Кузмановић, Љ. Савић и Б. Миловановић: "Примена ваљаног бетона у изградњи брана. III део – Пројектовање", Водопривреда, бр. 211-212, стр. 405-420, Београд, 2004.
108. Platanovyssi Hydroelectric Project, Measurement Results, "Public Power Corporation", Greece, 2004.
109. В. Кузмановић, Љ. Савић и Б. Миловановић: "Примена ваљаног бетона у изградњи брана, IV део – Грађење, контрола квалитета и економски аспекти", Водопривреда, бр. 213-215, стр. 95-110, Београд, 2005.
110. National Institute for Rural Engineering: "Time Hysteresis Analysis of Temperature and Stress Occuring in Mass Concrete Structures", Japan, 2005.
111. D. Dollar, A. Nisar, P. Jacob and C. Logie: "Nonlinear Incremental Thermal Stress Strain Analysis Portugues Dam", USACE Tri-Services Infrastructure Conference, August 2005.
112. J. Giesecke, M. Qin and W. Marx: "Realistic and Computation Efficient Evaluation of temperature and stress Development in Large RCC Dams", German National Committee on Large Dams, 2005.
113. F. Rueda, N. Camprubi and G. Garcia: "Thermal Cracking Evaluation for La Breña II Dam during the Construction Process", 2005 ABACUS User's Conference, 2005.
114. A. N. A. Aniskin: "Temperature regime of a gravity dam from rolled concrete", Power Technology and Engineering, Vol. 40, No. 1, 2006.
115. C. Bofang: "RCC arc dams: temperature control and design of joints", International Water Power and Dam Construction, 2007.
116. D. E Moser, M. Aufleger, R. Hoepffner, V. Neisch, M. A. Soares and J. M. Filho: "Temperature and strain measurements in RCC dams using fibre optic instrumentation", Presentation and Proceedings of the Dam Safety, Lisabon, 2007.
117. "Idom Group", Advanced Design & Analysis Department: "Roller-Compacted Concrete Dam Thermal Study", Spain, 2007.









РД 19413



300147184

COBISS •