

Универзитет у Београду
Грађевински факултет

Мр Снежана Р. Машовић

ПРЕРАСПОДЕЛА УТИЦАЈА КОД
НАКНАДНО КОНТИНУИРАНИХ СПРЕГНУТИХ
АРМИРАНОБЕТОНСКИХ НОСАЧА
ТОКОМ ВРЕМЕНА

- Докторска дисертација -

Београд, 2008. године

РД 20154

УФ 513013906

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ
ГРАЂЕВИНСКИ ФАКУЛТЕТ

Мр Снежана Р. Машовић

ПРЕРАСПОДЕЛА УТИЦАЈА
КОД НАКНАДНО КОНТИНУИРАНИХ СПРЕГНУТИХ
АРМИРАНОБЕТОНСКИХ НОСАЧА ТОКОМ ВРЕМЕНА

- Докторска дисертација -

Београд, 2008. године

Jl. ... sp. 154080



МЕНТОР

Проф. Др Дејан Бајић, дипл. грађ. инж.
Редовни професор Грађевинског факултета
Универзитета у Београду

ПРЕРАСПОДЕЛА УТИЦАЈА КОД НАКНАДНО КОНТИНУИРАНИХ СПРЕГНУТИХ АРМИРАНО-БЕТОНСКИХ НОСАЧА ТОКОМ ВРЕМЕНА

АПСТРАКТ

Предмет истраживања ове докторске дисертације је понашање, током времена, спрегнутог бетонског гредног носача, код кога се остварује накнадни континуитет.

Нове метода грађења уводе у грађевинску праксу промену статичког система током извођења, нарочито при извођењу значајних и великих објеката као што су мостови. Статички систем конструкције у експлоатацији је резултат низа фаза, које се огледају у једностукој или вишеструкој промени спољњих и/или унутрашњих веза.

Појава бетонских конструкција пада у време када је класична статика конструкција била потпуно разрађена, па се у погледу статичког третмана бетонских конструкција примењивала еластична анализа. Даљи развој у области теоријске механике и теорије конструкција иде у правцу анализе нелинеарних проблема. У случају бетонских конструкција доминантна је материјална нелинеарност проблема

Појава прелина у бетонским конструкцијама представља један вид материјалне нелинеарности. Поред тога, услед промена напона и деформација које се током времена развијају код бетонских конструкција као последица реолошких карактеристика бетона, бетонске конструкције показују различита понашања зависно од низа промена спољњих или унутрашњих веза које проистичу из начина извођења конструкције. Конкретно, реакције допунских спољњих и/или унутрашњих веза се развијају током времена изазивајући прерасподелу пресечних сила. Из тог разлога се понашање бетона, као вискоеласто-пластичног материјала са особиним старења, мора узети у обзир ради исправног третмана армирано-бетонских конструкција.

Уколико се статички неодређена бетонска конструкција изводи континуализацијом монтажних елемената након што су били оптерећени сталним оптерећењем као просте греде, одвија се прерасподела пресечних сила током даљег рада конструкције.

Поред тога, спрезање монтажног и бетонираног на лицу места дела пресека носача уводи утицаје диференцијалног скупљања у систем.

Анализа прерасподеле утицаја током времена код накнадно континуираних спрегнутих бетонских носача се обично спроводи у два корака:

- А. пресек монтажног носача – просте греде
- Б. спрегнути пресек – континуални носач

Познато је да у фази лома код оваквих конструкција нема неких посебних специфичности и оне се могу третирати као класично изведене конструкције.

Циљ рада у овој дисертацији је да се кроз експериментално истраживање модела спрегнуте бетонске конструкције извођене уз промену статичког система континуирањем над средњим ослонцем, верификују постојеће аналитичке методе за прорачун посматраног типа конструкција и анализирају најзначајнији параметри који утичу на посматране појаве.

Кључне речи: спрегнуте бетонске конструкције, трансформација статичког система, течење и скупљање бетона, експериментално истраживање, нелинеарна анализа.

REDISTRIBUTION OF INTERNAL FORCES IN COMPOSITE CONCRETE GIRDERS MADE CONTINUOUS VS. TIME

ABSTRACT

This dissertation deals with the analysis of time dependent behavior of composite concrete girders made continuous.

New construction methods introduce a modification of the structural scheme during the construction, in particular in the case of important and large span structures such as bridges. In fact, the final construction is quite often the result of a sequence of phases, which include one or multiple application of additional internal or external restraints.

Invention of concrete structures happens in time when the methods of structural analyses have been completely developed, so as in statical treatment the linear elastic analyses was performed in case of concrete structures. Further development of theoretical mechanics and theory of structures deals with nonlinear problems introducing material (or physical) or geometric nonlinearity. In case of concrete structures physical nonlinearity is predominant.

Phenomenon of cracking in concrete structure presents only one form of material nonlinearity. Furthermore, because of the time-varying in stresses and deformations inducted by creep and shrinkage in concrete, concrete structures usually present different behaviors when the construction sequences are changed. More specifically, redundant reactions arise in the additional restraints; their values, and consequently also the values and the distribution of the internal stresses in the structure, varying continuously with time. Therefore, the time-dependent effects of concrete such as creep and shrinkage must be taken into consideration to simulate the actual behavior of RC frame structures.

If a statically indeterminate concrete structure is made from several precast elements which are made continuous with one another after being subjected to permanent loads as separate elements, then the distribution of moments and forces within the structure will progressively change during the subsequent life of the structure.

Furthermore, conjugation of the precast girder and in-situ cast part of the girder sections induces effects of differential shrinkage between the parts of the sections in resultant system.

A study of time dependent moment redistribution in precast concrete girders made continuous is generally performed in two steps

- A. non-composite structures – simple span
- B. composite structure – continuous span

At ultimate limit state, structures of this type do not express any unusual behavior, so that their treatment is the same as if there were no construction phases.

The aim of this dissertation is to, by experimental research of a model of composite concrete structure made continuous; verify analytical procedures for their treatment, and to analyze the most influential parameters on the observed behavior.

Keywords: composite concrete structures, construction phases, creep and shrinkage, experimental research, nonlinear analysis

ПРЕДГОВОР

Предмет истраживања у оквиру ове дисертације је понашање спрегнутих бетонских гредних носача код којих се остварује континуитет над средњим ослонцем, током времена. Проблем који се разматра у раду је двојачке природе : један аспект је понашање спрегнутог бетонског пресека као последица различитих реолошких карактеристика бетона појединих делова пресека, други је промена утицаја у систему услед трансформације статичког система који је такође последица реолошких карактеристика бетона. Иако постоји одређени број, пре свега теоријских радова, који покривају ове проблеме, експерименталне потврде предложених начина прорачуна нису заступљене, нарочито ако монтажне греде нису претходно напрегнуте. Сваки податак експерименталних истраживања у овој области је од значаја као потврда постојећих нумеричких метода.

Основни циљ истраживања је да се кроз поређење резултата спроведног експеримента са постојећим прорачунским моделима, проучи понашање посматраног типа конструкција те формира предлог за доношење препорука или техничке регулативе у области спрегнутих бетонских конструкција, као области која ни код нас ни у свету није адекватно покривена.

У складу са дефинисаним циљевима, у раду је најпре изнет систематизован преглед посматраног типа конструкција као и преглед претходних истраживања из релевантне области. Затим су разматане најзначајније карактеристике бетона које утичу на понашање бетонских конструкција током времена, као и ефекти реолошких карактеристика бетона на одређивање напонско деформацијског стања конструкције. Описан је експеримент који је остварен у склопу овог истраживања, а затим је спроведена нумеричка анализа.

У првом поглављу кроз увод у посматрану проблематику дефинисана је поставка проблема.

У оквиру другог поглавља приказан је развој и посебне карактеристике предметног типа конструкција.

У трећем поглављу приказани су неки од начина фазног извођења бетонских мостова, као и особености у смислу статичког третмана које такво извођење изискује.

У четвртном поглављу је дат преглед претходних истраживања из области линијских бетонских конструкција, која су од интереса за посматрани проблем.

Пето поглавље описује најзначајније физичко механичке карактеристике бетона и арматуре. У овом поглављу је дат и преглед савремених прописа и препорука које се тичу предвиђања карактеристика бетона као материјала које су од значаја за посматрану проблематику.

У шестом поглављу разматрају се ефекти реолошких карактеристика бетона на понашање бетонских конструкција зависно од типа конструкције. Такође су описане и расположиве методе за решавање проблема статике зависно од типа конструкције.

Седмо поглавље описује спроведени експеримент са приказом карактеристичних мерених величина.

У осмом поглављу спроведена је нумеричка анализа применим неколико предложених поступака са нарочитим акцентом на нелинеарну анализу у оквиру програмског пакета DIANA. На основу поређења мерених и прорачунских

вредности, верификује се прорачунски модел на коме се спроводи параметарска анализа.

У Закључцима су сумирани резултати спроведеног истраживања, анализирани утицаји релевантних параметара и формулисане препоруке у смислу избора појединих параметара при пројектовању спрегнутих бетонских конструкција које се накнадно континуализују. Такође су изложени предлози за даља истраживања посматарне области.

САДРЖАЈ

АПСТРАКТ.....	i
ABSTRACT.....	ii
ПРЕДГОВОР.....	iii
САДРЖАЈ.....	v
I УВОД И ПОСТАВКА ПРОБЛЕМА.....	1
II РАЗВОЈ И ПОДЕЛА СПРЕГНУТИХ БЕТОНСКИХ КОНСТРУКЦИЈА.....	3
2.1.РАЗВОЈ СПРЕГНУТИХ БЕТОНСКИХ КОНСТРУКЦИЈА.....	3
2.1.1.Карактеристични попречни пресеци спрегнутих бетонских конструкција у мостоградњи.....	3
2.1.2.Типизација попречних пресека код спрегнутих бетонских конструкција.....	6
2.2.ПОДЕЛА СПРЕГНУТИХ БЕТОНСКИХ НОСАЧА.....	7
2.3.ПРЕДНОСТИ И НЕДОСТАТЦИ СПРЕГНУТИХ БЕТОНСКИХ КОНСТРУКЦИЈА.....	8
III.ТРАНСФОРМАЦИЈА СТАТИЧКОГ СИСТЕМА ПРИ СЛОБОДНОМ ИЗВОЂЕЊУ БЕТОНСКИХ МОСТОВА.....	11
3.1.ИЗВОЂЕЊЕ БЕТОНСКИХ МОСТОВА СИСТЕМА НАКНАДНО КОНТИНУИРАНОГ НИЗА ПРОСТИХ ГРЕДА.....	14
3.2.СТАТИКА И БЕТОНСКЕ КОНСТРУКЦИЈЕ.....	16
3.2.1.Проблеми нелинеарности.....	17
3.3.УТИЦАЈ РЕОЛОШКИХ ОСОБИНА БЕТОНА НА ГРАНИЧНА СТАЊА ТРАНСФОРМАБИЛНИХ БЕТОНСКИХ КОНСТРУКЦИЈА.....	18
3.3.1.Гранична стања.....	18
3.3.2.Промене пресека и система конструкције и достизање граничних стања.	19
IV.ПРЕТХОДНА ИСТРАЖИВАЊА.....	21
4.1.ЕКСПЕРИМЕНТАЛНА ИСТРАЖИВАЊА.....	21
4.1.1.Експериментална истраживања спрегнутих бетонских пресека.....	21
4.1.2.Експериментална истраживања статички неодређених континуалних система.....	24
4.1.3.Експериментална истраживања накнадно континуираних система.....	25

4.2. ТЕОРИЈСКА ИСТРАЖИВАЊА	27
V. ФИЗИЧКО-МЕХАНИЧКА СВОЈСТВА МАТЕРИЈАЛА	29
5.1. ОСНОВНЕ МЕХАНИЧКЕ КАРАКТЕРИСТИКЕ БЕТОНА.....	29
5.1.1. Чврстоћа бетона	29
5.1.2. Деформацијске особине бетона	30
5.1.2.1. Деформације бетона под утицајем краткотрајних оптерећења.....	31
5.1.2.2. Деформације бетона током времена.....	32
5.1.2.2.1. Скупљање бетона	32
5.1.2.2.2. Течење бетона	33
5.1.2.2.2.1. Линеарна теорија течења бетона	36
5.1.3. Актуелни предлози за одређивање механичких карактеристика бетона током времена.....	39
5.1.3.1. Модел прописа СЕВ-FIP 78.....	39
5.1.3.1.1. Чврстоћа бетона при притиску	39
5.1.3.1.2. Тренутни модул еластичности.....	40
5.1.3.1.3. Скупљање	40
5.1.3.1.4. Течење.....	41
5.1.3.2. БАБ 87	43
5.1.3.2.1. Чврстоћа бетона при притиску	43
5.1.3.2.2. Тренутни модул еластичности.....	43
5.1.3.2.3. Скупљање	44
5.1.3.2.4. Течење.....	44
5.1.3.3. Модел прописа МС 90	44
5.1.3.3.1. Чврстоћа на притисак	44
5.1.3.3.2. Модул еластичности.....	45
5.1.3.3.3. Скупљање	45
5.1.3.3.4. Течење.....	46
5.1.3.4. АСИ 209	46
5.1.3.4.1. Чврстоћа бетона при притиску	46
5.1.3.4.2. Тренутни модул еластичности.....	47
5.1.3.4.3. Скупљање	47
5.1.3.4.4. Течење.....	48
5.1.3.5. EN 1992-1-1: Еврокод 2.....	49
5.1.3.5.1. Чврстоћа при притиску.....	49
5.1.3.5.2. Модул еластичности.....	49
5.1.3.5.3. Скупљање	49
5.1.3.5.4. Течење.....	50
5.2. ОСНОВНЕ МЕХАНИЧКЕ КАРАКТЕРИСТИКЕ АРМАТУРЕ	51
5.2.1. Сопствена и редукована релаксација	52

VI. ЕФЕКТИ РЕОЛОШКИХ КАРАКТЕРИСТИКА БЕТОНА НА ОДРЕЂИВАЊЕ НАПОНСКО ДЕФОРМАЦИЈСКОГ СТАЊА КОНСТРУКЦИЈЕ У ТОКУ ВРЕМЕНА	57
6.1.КЛАСИФИКАЦИЈА КОНСТРУКЦИЈА	59
6.1.1.Хомогене конструкције са крутим ослонцима.....	59
6.1.2.Хомогене конструкције са спољно еластичним везама	59
6.1.3.Хетерогене конструкције.....	59
6.2.МЕТОДЕ ЗА РЕШАВАЊЕ ПРОБЛЕМА СТАТИКЕ КОНСТРУКЦИЈА.	60
6.2.1.Step-by-step метод.....	60
6.2.2.Поједностављене методе	63
6.2.2.1.Алгебарске методе	63
6.2.2.1.1.Метод ефективног модула еластичности (ЕМ).....	63
6.2.2.1.2.Метод средњег напона (MS)	64
6.2.2.2.3.Метод коригованог ефективног модула еластичности (ААЕМ).....	64
6.2.2.2.Методе који примењују диференцијалне облике закона течења	66
6.2.2.2.1.Dishinger -ов метод	66
6.2.2.2.2.RF метод.....	67
6.2.2.2.3.Побојшени Dishinger -ов метод (ID метод)	67
6.2.2.3.Директна употреба функције релаксације.....	68
VII.ЕКСПЕРИМЕНТАЛНО ИСТРАЖИВАЊЕ.....	71
7.1.ЦИЉ ИСТРАЖИВАЊА И ФОРМИРАЊЕ МОДЕЛА.....	71
7.2.ПРОГРАМ ЕКСПЕРИМЕНТАЛНОГ ИСТРАЖИВАЊА.....	72
7.2.1.Израда експерименталних модела и пробних тела за утврђивање карактеристика бетона	76
7.2.2.Узорци за испитивање карактеристика бетона	76
7.3.МЕРНА ТЕХНИКА ПРИМЕЊЕНА ЗА ОДРЕЂИВАЊЕ КАРАКТЕРИСТИКА МАТЕРИЈАЛИ И РЕЗУЛТАТИ МЕРЕЊА.....	78
7.3.1.Мерење механичких карактеристика материјала	78
7.3.1.1.Чврстоћа бетона на притисак.....	78
7.3.1.2.Чврстоћа бетона на затезање савијањем.....	79
7.3.1.3.Модул еластичности.....	75
7.3.1.4.Скупљање	80
7.3.1.5.Течење	83
7.3.2.Анализа резултата мерења карактеристика материјала.....	86
7.3.2.1.Бетон прве партије –бетон VI	86
7.3.2.2.Бетон друге партије –бетон VII	86
7.4.МЕРНА ТЕХНИКА ПРИМЕЊЕНА НА МОДЕЛИМА.....	87

7.4.1.Динамометри за праћење промене крајње реакције континуалних носача на два поља	87
7.4.2.Праћење угиба модела	87
7.4.3.Праћење дилатација у карактеристичним пресецима модела	88
7.5.РЕЗУЛТАТИ МЕРЕЊА.....	93
7.5.1.Мерења угиба у срединама распона	93
7.5.2.Мерене вредности промене крајњих реакција.....	93
7.5.3.Мерене вредности дилатација у пресецима модела	95
VIII.НУМЕРИЧКА АНАЛИЗА	97
8.1.ПРИМЕНА ПОЈЕДНОСТАВЉЕНИХ МЕТОДА.....	97
8.1.1.Dishinger-ов метод.....	97
8.1.2.Метод ефективног модула	99
8.1.3.Нумеричка интеграција промене кривине по методу коригованог ефективног модула еластичности - Трост- Бажантов метод (ААЕМ метод). 101	
8.2.ПРИМЕНА ПРОГРАМСКОГ ПАКЕТА DIANA	103
8.2.1.Моделирање експерименталног модела у програмском пакету DIANA104	
8.2.1.1.Избор типа коначних елемената	104
8.2.1.2.Избор материјала	105
8.2.1.2.1.Моделирање прслина.....	105
8.2.1.2.2.Моделирање реолошких карактеристика	105
8.2.1.2.3.Модел VI- MC90/VII-MC90.....	106
8.2.1.2.4.Модел VI- MC90/VII-ACI209	107
8.2.1.3 Поступак прорачуна.....	108
8.3.ПРИКАЗ УПОРЕДНИХ РЕЗУЛТАТА ПРОРАЧУНА И МЕРЕЊА	109
8.3.1.Упоредне вредности промене ослоначког момента	109
8.3.2.Упоредне вредности угиба у средини распона	117
8.3.3.Упоредне вредности дилатација у бетону и арматури	119
8.4.ПАРАМЕТАРСКА АНАЛИЗА	127
8.4.1.Облик попречног пресека	127
8.4.2.Количина арматуре	132
8.4.3.Утицај старости при остварењу спрезања и континуирања.....	135
IX.ЗАКЉУЧЦИ	141
ЛИТЕРАТУРА	145

I. УВОД И ПОСТАВКА ПРОБЛЕМА

Врло рано (око 1910) инжењерска пракса, пре свега мостоградња, решавајући практичне проблеме одржавања коловозних табли од челичних коритастих лимова, уводи новитет типа коловозних табли од убетонираних челичних I профила. Како тежина бетонске испуне постаје ограничавајући фактор за распоне мостова са попречним пресеком оваквог типа, око 1920 прелази се на релативно танку армирано-бетонску коловозну плочу преко појасева челичних носача гредних мостова. Показало се, при пробним оптерећењима да су угиви оваквих носача, мањи од рачунских што је указивало на заједнички рад бетонске плоче и челичних носача. Тако се долази до појма **спрегнута конструкција**, која у ужем смислу подразумева конструкцију насталу повезивањем челичног носача у затегнутој зони и армирано бетонске плоче у притиснутој зони.

Под појмом **спрегнута конструкција** у ширем смислу сматра се конструкција код које се попречни пресеци елемената састоје од два или више материјала различитих карактеристика.

Предности монтажног начина извођења (индустријализација, квалитет, економичност, динамика...) доводе до појаве **спрегнутих бетонских конструкција**, код којих монтажни елементи од бетона (префабриковани елементи), који могу бити армирано-бетонски или претходно напрегнути, по монтажи замењују оплату и скелу за накнадно изведене бетонске делове.

Како се пресеци спрегнутих конструкција састоје од најмање два материјала различитих карактеристика, при одређивању напонско деформацијског стања у таквим конструкцијама неопходно је водити рачуна о њиховим карактеристикама. Једна од битних карактеристика бетона су његове реолошке особине. Реолошке особине бетона изучавају се већ више од пола века. Постоји приличан број експерименталних података добијених на пробним телима о понашању бетона током времена. На основу тако добивених података израђени су предлози за одређивање коефицијента течења као и дилатација скупљања зависно од релативно великог броја релевантних параметара који фигуришу у различитим националним прописима за бетон.

Као последица реолошких особина бетона долази до промене напона и дилатација у пресецима армиранобетонских и претходно напрегнутих конструкција, као и до промене реакција у статички неодређеним бетонским конструкцијама а самим тим и пресечних сила, без промене оптерећења. Прва наведена појава се дефинише као прерасподела напона у оквиру пресека и присутна је независно од статичке одређености конструкције. Друга појава представља прерасподелу утицаја у конструкцији и јавља се само код статички неодређених конструкција. Све ово наравно важи и у случају спрегнутих бетонских конструкција. Прерасподела напона у пресецима спрегнутих бетонских конструкција се одвија не само између бетона и арматуре, односно челика за претходно напрезање, већ и између делова пресека од различитих бетона. Прерасподела утицаја у конструкцији, као последица статичке неодређености је двојаког карактера. Један аспект ове прерасподеле је последица појаве прслина у армирано бетонским конструкцијама, односно промене крутости дуж носача, и у техничкој регулативи се дају одређене

могућности да се ова прерасподела обухвати. Други аспект промене утицаја у статички неодређеним конструкцијама су последица утицаја скупљања и течења бетона на силе које потичу од спречавања деформације статички неодређених конструкција. Ова појава се може у занемарити у континуалним носачима докле год се услови ослањања или статички систем не мењају, представљајући исти модул еластичности за све носеће делове. Услов је да се течење одвија по истом закону за целу конструкцију, као и да скраћење услед скупљања није спречено условима ослањања.

Досадашња истраживања у овој области су у далеко већем обиму теоријског карактера. Постоји неколико разрађених алгоритама, па и компјутерских програма који третирају ову проблематику. Развијеним рачунарским програмима за прорачун бетонских конструкција, обухвата се материјална и геометријску нелинеарност проблема. Узимају се у обзир утицаји историје оптерећења, температуре, течења, скупљања и старења бетона, развој прелина и прате стања конструкције у оквиру еластичног, нееластичног и коначно стања лома. Верификацију таквих прорачунских модела треба тражити пре свега у експерименталним истраживањима. Мерења на реалним конструкцијама, међутим нису повољна за потврду прорачунских резултата, пре свега због непознатих историја термохидрометријских услова и услова историје повремених оптерећења. Дуготрајна испитивања на моделима конструкције су међутим далеко мање спровођена. Разлози за скроман број експерименталних истраживања дуготрајних утицаја на моделима конструкција се налазе у потреби обезбеђивања приближно константних услова средине, познате историје оптерећења и дуготрајности процеса. Ипак постоји одређени број истраживања из ове области који покрива статички одређене конструкције. У случају статички неодређених конструкција експериментална истраживања су још скромнија.

Проблем се додатно компликује уколико су пресеци конструкције спрегнути од две врсте бетона, који имају различите реолошке карактеристике. Поред тога код оваквих конструкција честа је и промена статичког система током извођења. Пример такве промене су монтажне греде које се спрежу са плочом и континуирају над средњим ослонцима, што се јавља као чест случај при извођењу мостовских конструкција. У овом случају долази до промене пресека, услед спрезања и промене система, услед накнадног континуитета.

Сваки податак експерименталних истраживања у овој области је од значаја као потврда постојећих нумеричких метода, као и ради формирања једноставнијих прорачунских поступака код накнадно континуираних спрегнутих бетонских носача. Циљ овог рада је да се кроз експериментално испитивање модела спрегнуте бетонске конструкције извођене уз промену статичког система континуирањем над средњим ослонцем, потврде постојеће аналитичке методе за прорачун ових конструкција и евентуално предложи упрошћени поступак за одређивање утицаја у оваквим конструкцијама.

II. РАЗВОЈ И ПОДЕЛА СПРЕГНУТИХ БЕТОНСКИХ КОНСТРУКЦИЈА

2.1. РАЗВОЈ СПРЕГНУТИХ БЕТОНСКИХ КОНСТРУКЦИЈА

Под спрегнутом конструкцијом се, у почетку примене, подразумевала конструкција настала спрезањем челичног носача и армирано-бетонске плоче. Прецизније одређивање спрезања подразумева конструкцијско обједињавање два или више материјала различитих карактеристика или конструкције настале спрезањем различитих конструктивних елемената повезаних тако да преносе оптерећење заједнички.

Примера ради и сам армирано-бетонски носач заправо спада у спрегнуте носаче. Уобичајено је међутим да се армирано бетонске конструкције третирају као независна класа конструкција, док је широка примена армираног бетона допринела да се он третира као нова врста грађевинског материјала.

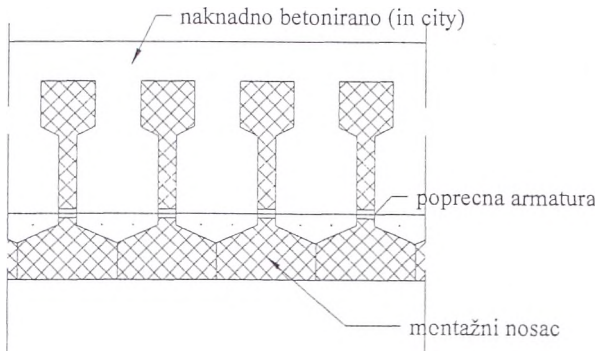
Како су се раније развиле, конструкције спрегнуте од челичног носача и армирано бетонске плоче, под спрегнутим конструкцијама код нас се подразумевају овакве конструкције и њихова примена је праћена одговарајућим техничким прописима. Ради прецизности уводи се назив спрегнуте бетонске конструкције за конструкције које су настале спрезањем елемената од армираног или претходно напрегнутог бетона. Развој одређеног типа конструкција условљен је практичним инжењерским решењима која су увела монтажано-монолитни начин извођења и у случају бетонских конструкција (претходно су били добро разрађени поступци монтаже код челичних конструкција).

За почетак примене спрегнутих бетонских конструкција сматра се грађење мостова у Великој Британији током другог светског рата. Код нас је први пут примењено спрезање бетона бетоном 1948. год. на армирано-бетонском мосту на реци Босут код Шида. Статички систем главних носача је био Герберов носач, са уметнутим простом гредом у средини средњег поља на којој су и били примењени префабриковани армирано-бетонски носачи. Први префабриковани претходно напрегнути носачи код нас су се појавили у мостоградњи на друмском мосту преко канала Карлаш код Ченте. Коришћење префабрикованих армирано-бетонских или претходно напрегнутих елемената касније постаје врло распрострањено како у мостоградњи тако и у зградарству широм света.

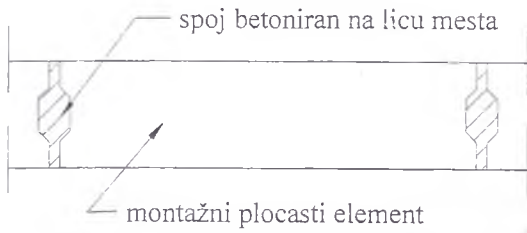
2.1.1. Карактеристични попречни пресеци спрегнутих бетонских конструкција у мостоградњи

Спрегнуте конструкције, укључујући и оне у ужем смислу (челик-бетон) првобитно су се појавиле у мостоградњи. Примењују се при формирању попречног пресека коловозне конструкције и произишле су из монтажног начина извођења. Као најједноставнији статички систем у мостоградњи, проста греда, било као независна, део Герберовог носача или низ простих греда је систем код кога се овај начин извођења, првобитно највише примењивао.

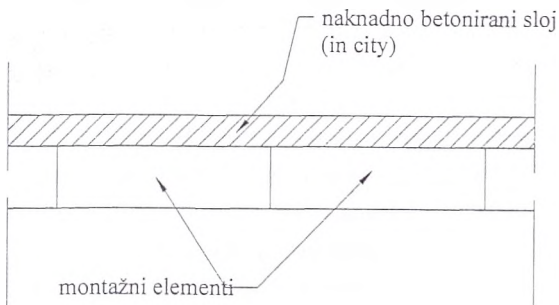
Префабриковани бетонски елементи формирају попречни пресек коловозне конструкције на неки од начина приказаних на скици 2.1 [II- 1, 10].



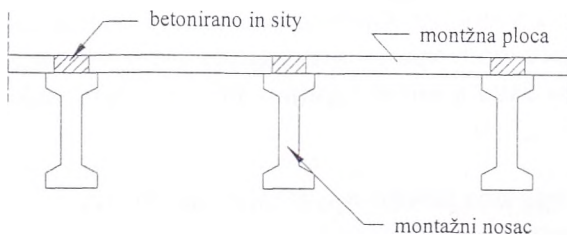
слика 2.1А - спрегнути пресек какав је први пут примењен код мостовске конструкције у Великој Британији



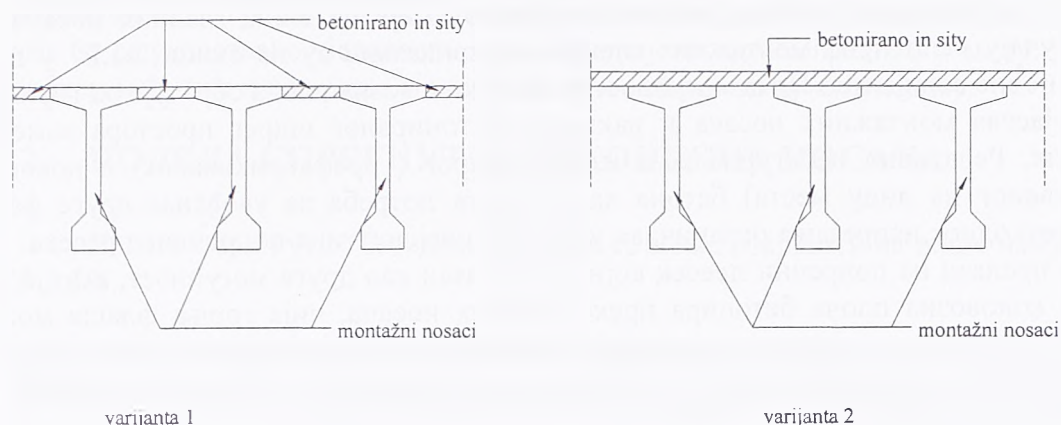
слика 2.1.Б – пример плочастог потпуно монтажмог спрегнутог пресека моста



слика 2.1.Ц- спрегнути попречни пресек непотпуно монтажних плочастих елемената



слика 2.1.Д –спрегнути пресек гредног типа са потпуно монтажним елементима



слика 2.1Е – спрегнути пресек са непотпуним монтажним гредним елементима

На скици 2.1А је приказан пресек првог спрегнутог бетонског моста, који је како је наглашено изведен у Великој Британији. Према професору Ђертићу [II-1, 10], а на основу изведених објеката у свету и код нас извршена је подела на мостове плочастог попречног пресека и мостове ребрастог, односно гредног попречног пресека. Плочасти попречни пресеци приказани су на скици 2.1Б – као потпуно монтажни елементи и 2.1Ц непотпуно монтажни плочасти елементи. Разуђени попречни пресеци су приказани на скици 2.1Д – као потпуно монтажни елементи и 2.1Е - као непотпуно монтажни елементи.

У случају потпуно монтажних плочастих попречних пресека (скица 2.1Б) више паралелних елемената образују целу ширину конструкције моста док се монолитизација остварује било 'мокрим поступком' (приказано на скици), било 'сувим поступком'- попречним претходним напрезањем целе ширине конструкције моста. Мане попречних пресека код оваквог начина извођења огледају се у: slabим местима на подужним саставима, недостатку монолитности конструкције у попречном правцу и могућности извесне денivelације појединих елемената у експлоатацији.

Непотпуно монтажни елементи у случају плочастог попречног пресека, чији је најједноставнији начин формирања попречног пресека приказан на скици 2.1Ц, представља прави спрегнути пресек. Траке од претходно напрегнутог бетона монтирају се једна до друге, а на лицу места се бетонира део до пуне дебљине плоче. Заједнички рад старог и новог бетона се постиже путем арматуре испуштене из префабрикованог елемента. Крутост плоче у попречном правцу је ипак мања него у случају монолитне плоче и могуће ју је повећати поступцима као код потпуно монтажних елемената, али то поскупљује рад. Попречни пресеци префабрикованих елемената могу бити и елементи обрнутог Т пресека (такав је управо и најстарији тип на скици 2.1А), али је њихова оплата мало сложенија.

Потпуно монтажни поречни пресек коловозне конструкције (скица 2.1Д) састоји се од ребара Т или I пресека и префабрикованих монтажних елемената који образују коловозну плочу. Друга варијанта је да се префабриковани носачи изводе са изразито широком горњом фланшом која уједно представља коловозну плочу и да се постављају тако да се горње фланше суседних носача готово додирују. У том случају се на лицу места бетонирају само делови попречних носача и уски међуразмак горњих фланши. Обично је потребно

преднапрезање подужних носача извршити у две фазе, а ради постизања попречног садејства главних носача преднапрежу се и попречни носачи.

Попречни пресеци коловозне конструкције са више главних носача у случају непотпуно монтажних елемената, приказани су на скици 2.1.Е у две основне варијанте. Прва могућност је да се коловозна плоча образује од горњих појасева монтажних носача и накнадно бетонираног ширег простора између њих. Релативно несигурна веза између старог (префабрикованог) и новог (ливеног на лицу места) бетона као и честа потреба за увођењем друге фазе претходног напрезања ограничава употребу оваквог типа попречног пресека, па се прелази на попречни пресек који је приказан као друга могућност, а то је да се коловозна плоча бетонира преко главних носача, чија горња флаша може бити ужа него у претходном случају. Управо овакав тип попречних пресека је и најчешће у употреби а ради се о једном правом спрегнутом бетонском пресеку.

2.1.2. Типизација попречних пресека код спрегнутих бетонских конструкција

Број изведених монтажно-монолитних, а затим и комплетно монтажних, бетонских конструкција расте од краја II светског рата, тако да се у свету почев од 1960-тих уводе технички прориси за префабриковане бетонске конструкције а затим и типизирају префабриковани носачи. У случају мостовских конструкција, овакви префабрикати су нашли места за краће до средњих распона (до 50м) у случају којих постоје комплетни распони. Такође се од префабрикованих елемената могу правити поједини делови распона (целог попречног пресека) као код конзолног поступка извођења, при чему се ту не може говорити о спрегнутим већ искључиво монтажним бетонским конструкцијама.

У Великој Британији под руковотством Prestressce Concrete Development Group и Cement and Concrete Association, јављају се први стандардизовани префабриковани гредни пресеци за мостове око 1950-те. Даљим уасвршавањем и модификацијом формирани су данашњи облици попречних пресека који су типизирани у појединим земљама. Стандардни префабриковани претходно напрегнута гредни мостовски елементи су 'типски' утолико што се користе стандардне величине и облици пресека. Количина арматуре за претходно напрезање, односно сила претходног напрезања зависе од примене посматраног елемента и морају се одредити пре префабрикације. За сваки елемент постоје могући положаји арматуре за претходно напрезање, а пројектант одређује који ће каблови бити затегнути. Типски носачи се примењују у земљама бившег совјетског блока, неким од држава САД, Великој Британији па су и у Словенији су израђене Смернице за пројектовање цестовних објеката 1997, уз тежиште на израду детаља.

Термин 'типизација' је дуго у нашој мостоградњи представљао јерес. Став да сваки објекат треба посебно решавати свакако је у духу принципа оригиналности, али није реално држати се оригиналности у случају релативно великог броја сличних објеката као што могу да буду мостови на појединим деоницама, па су пројектанти често у пракси користили једне те исте облике мостова углавном на основу искуства било личног било тимова у којима раде. На жалост, на неким од тако 'типизираних' објеката може се уочити да је тежња да се брже и јефтиније гради уз запослење властите технологије однела превагу над квалитетом и функционолношћу. Дешаво се да су попречни и подужни пресеци подешавани према расположивим носачима а не према стварној

препреци који је требало премостити. Ако је за утеху сличних примера има и у свету. У складу са тиме потребно је и у нашој земљи увести типизирани префабриковани гредни носачи за извођење мостова мањих и средњих распона чиме би се успоставио уједначени ниво обраде у складу са праксом у свету. Тај проблем међутим није предмет овог рада, али свакако заслужује пажњу.

2.2. ПОДЕЛА СПРЕГНУТИХ БЕТОНСКИХ НОСАЧА

Подела спрегнутих бетонских носача се може извршити на више начина [II-2,18].

Према *типу армирања бетонских елемената*:

- спрегнуте бетонске конструкције од армирано бетонских елемената
- спрегнуте бетонске конструкције од армирано бетонског и претходно напрегнутог елемента
- спрегнуте бетонске конструкције од претходно напрегнутих елемената
- накнадно претходно напрегнута спрегнута бетонска конструкција

Према *врсти бетона* од којих се формирају делови спрегнуте бетонске конструкције:

- спрезање бетона различите старости
- спрезање бетона различитог квалитета
- спрезање бетона различитог типа (лаки и обични)
- спрезање бетона различитог начина обраде

Према *методи грађења* :

- монолитне (двофазно бетонирање)
- монтажано-монолитне
- монтажне (спрезање монтажних елемената)

Према *начину извођења*:

- без подупирања (први изведени елемент прихвата сва оптерећења до спрезања укључиво и тежину другог елемента)
- са подупирањем (први елемент носи самог себе а остала оптерећења носи спрегнути елемент)

Кључну улогу у заједничком раду елемената који су спрегнути има остварење споја, односно везе између елемената.

Веза између бетонских елемената се оставрује на неки од следећих начина:

- контактном површином спрегнутих елемената (путем пријањања, трења и смицања код назубљене везе са или без арматуре кроз контактну површину)
- лепљењем монтажних елемента епоксидном смолом



- армирано-бетонским чворовима - можданицима при спрезању монтажних елемената
- путем претходно напрегнутих завртња

Према *начину извођења контактне површине* постоји:

- континуално спрезање
- дисконтинуално спрезање

Дисконтинуално спрезање се користи код спрезања челик бетон у зони у којој би бетон био затегнут.

Зависно од начина спрезања постоје две основне *теорије прорачуна* које одговарају :

- крутом спрезању (веза између елемата се сматра за непопустљиву)
- еластичном спрезању (код елемата се јавља проклизавање у споју спрегнутих делова).

Уобичајено је да се спрегнуте бетонске конструкције анализирају по теорији крутог спрезања, јер се при експлоатационим условима јављају занемарљива померања на споју елемената.

У области *граничног стања носивости* спрегнуте бетонске конструкције се могу разматрати као:

- спрегнуте за експлоатационе услове
- спрегнуте за утицаје граничног стања носивости

Уколико су спрегнуте бетонске конструкције спрегнуте за експлоатационе утицаје до лома долази услед попуштања везе пре достизања граничне носивости на савијање. Често се међутим захтева да се спречи лом смицањем на контактної површини што наговештава да се спрегнуте бетонске конструкције могу третирати као спрегнуте за гранична стања носивости.

2.3. ПРЕДНОСТИ И НЕДОСТАТЦИ СПРЕГНУТИХ БЕТОНСКИХ КОНСТРУКЦИЈА

Самим увођењем спрегнутих бетонских конструкција у грађевинску праксу признате су им одређене предности. Пре свега сопствена тежина бетонских конструкција, која је најчешће ограничавајући фактор при монтажи, умањена је јер се монтира или скелу оптерећује само један део укупног пресека. Носивост се постиже повећањем пресека путем спрезања при чему први елемент представља често и оплату и скелу за други елемент који се спреже. Префабрикација бетонских елемената доноси боље услове производње, квалитета као и краће извођење што утиче на економичност. У предности спрегнутих бетонских конструкција у односу на спрегнуте челик-бетон спада и : лакше одржавање; већа ватроотпорност и мања опасност од замора материјала.

Недостатак спрегнутих бетонских конструкција се огледа у постављању већих захтева у погледу технологије извођења радова и надзора при извођењу. Такође се јавља проблем обезбеђивања квалитетног споја између бетонских елемената. Потребна је и појачана нега младог бетона обзиром на различите реолошке карактеристике бетона елемената. Такође ни поступци анализе и пројектовања ових конструкција нису у довољној мери развијене, нарочито у

II РАЗВОЈ И ПОДЕЛА СПРЕГНУТИХ БЕТОНСКИХ КОНСТРУКЦИЈА

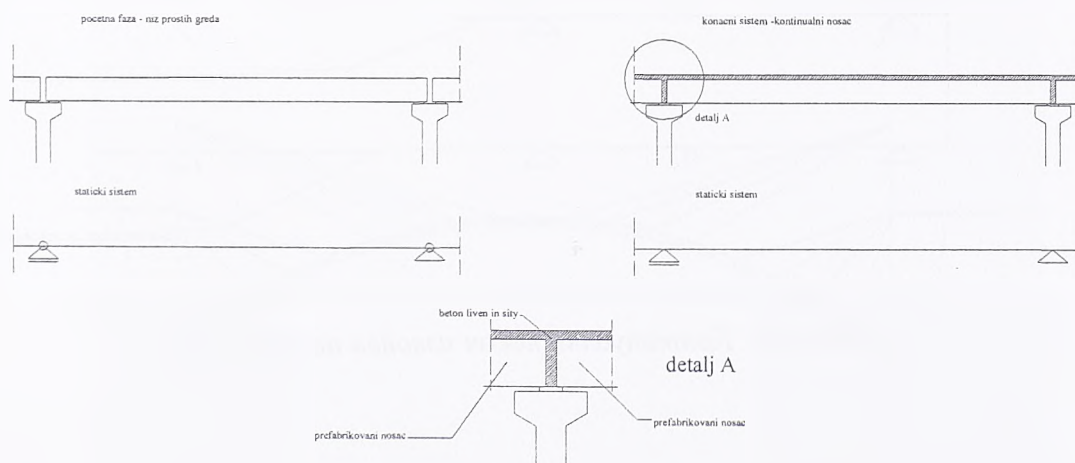
нашој земљи. Ово последње не би смело да представља недостатак типа конструкције, тако да овај рад представља покушај да се нашој инжењерској пракси пружи поуздан и униформан начин анализе спрегнутих бетонских конструкција.

III. ТРАНСФОРМАЦИЈА СТАТИЧКОГ СИСТЕМА ПРИ СЛОБОДНОМ ИЗВОЂЕЊУ БЕТОНСКИХ МОСТОВА

При извођењу конструкција од армираног бетона на класичан начин, бетонирањем на лицу места прво је потребно израдити непокретну скелу и оплату. За веће објекте, а посебно за објекте који преошћују природне препреке, израда сталне, непокретне скеле некада повлачи и врло значајне трошкове. То доводи до развоја идеје о извођењу бетонских конструкција без употребе фиксне скеле и оплате. Савремени поступци грађења се битно разликују од бетонирања конструкције на фиксној скели, независно од статичког система конструкције. Унапређење поступка извођења ишло је у два правца који су се међусобно прожимали. Један правац је употреба монтажних - префабрикованих елемената, други правац је слободна изградња без употребе сталних скела. О монтажним елементима за формирање попречних пресека мостовских конструкција је већ било речи, а што се тиче слободне изградње постоји читав низ већ разрађених поступака извођења који спадају у ову категорију. Поступци су врло разноврсни, али је код свих заједничко да нема фиксне скеле. Уско повезано са оваквим начином извођења јавља се трансформација статичког система током извођења до коначног система у експлоатацији.

Најчешће примењивани поступци су :

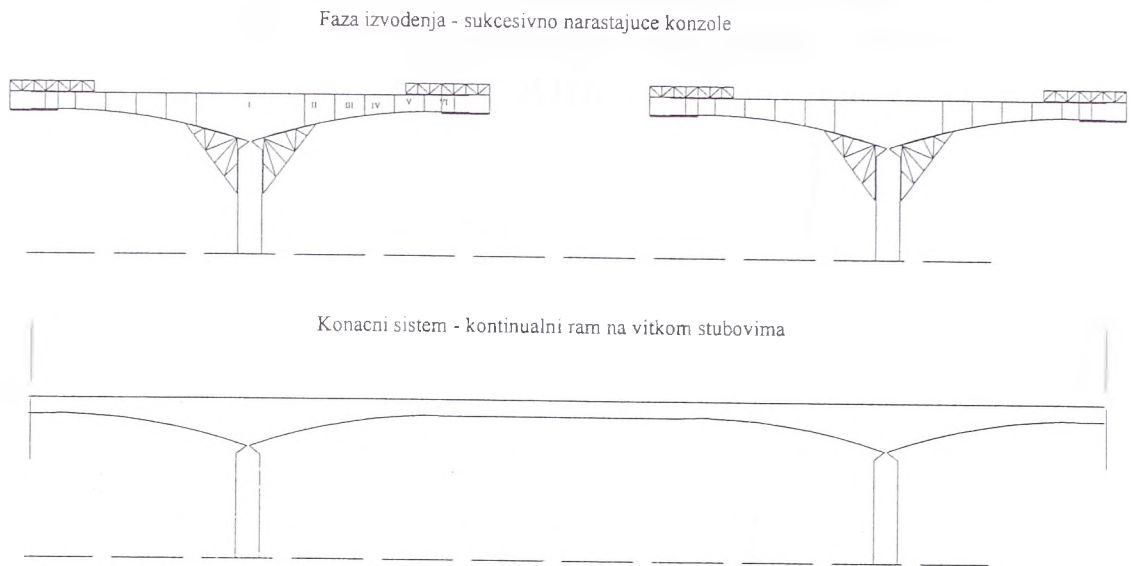
- низ простих греда које се накнадно континуирају (сл 3.1);
- конзолно извођење, односно конзолни системи (сл 3.2);
- континуални носачи извођени поље по поље (сл. 3.3);
- потискивање (навлачење) континуалног носача (сл. 3.4);
- конзолно извођење лучних мостова (сл.3.5)



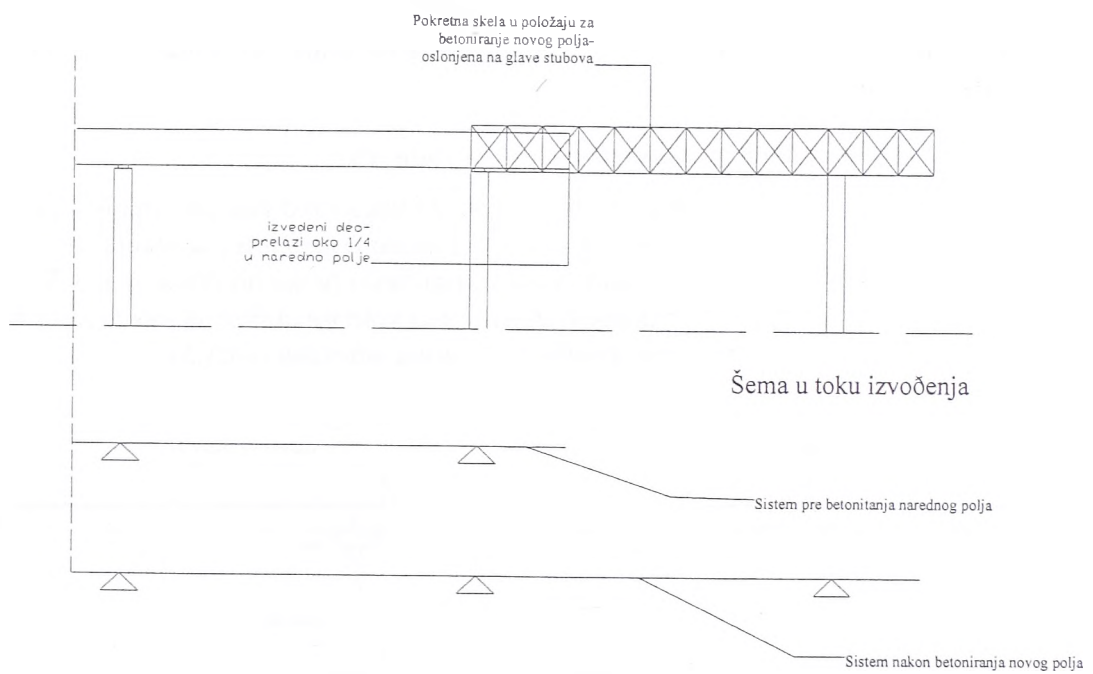
слика 3.1 низ простих греда које се накнадно континуирају



III ТРАНСФОРМАЦИЈА СТАТИЧКОГ СИСТЕМА ПРИ СЛОБОДНОМ ИЗВОЂЕЊУ
БЕТОНСКИХ МОСТОВА

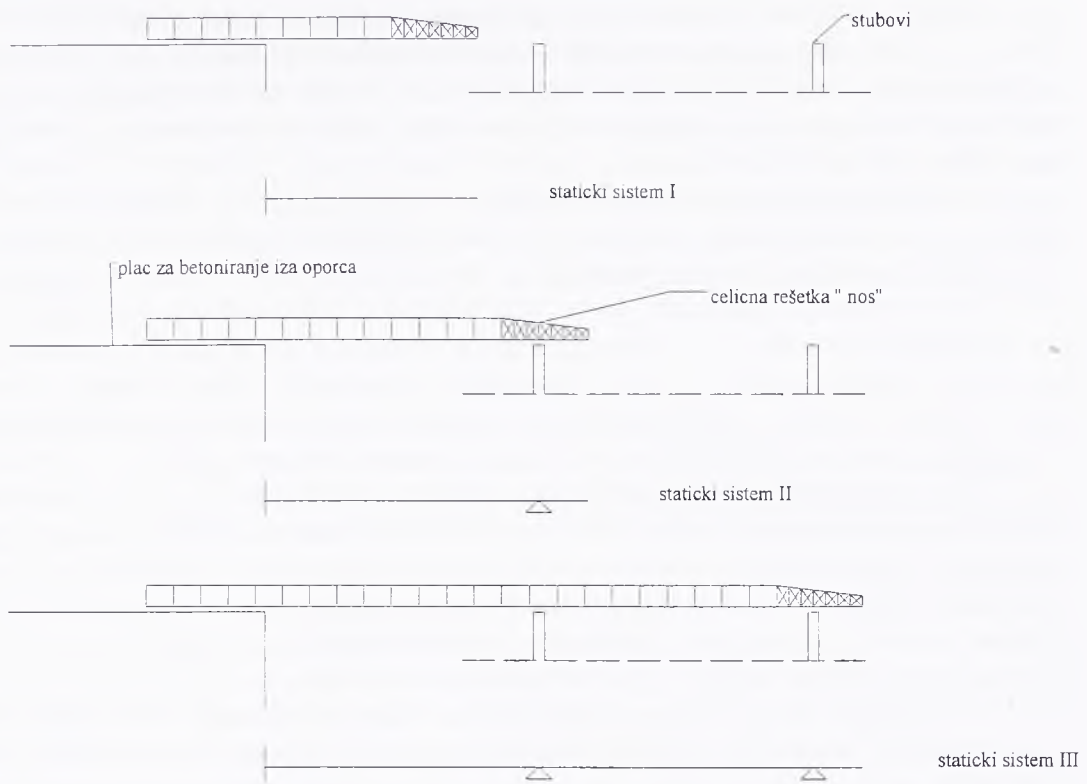


слика 3.2 Конзолно извођење

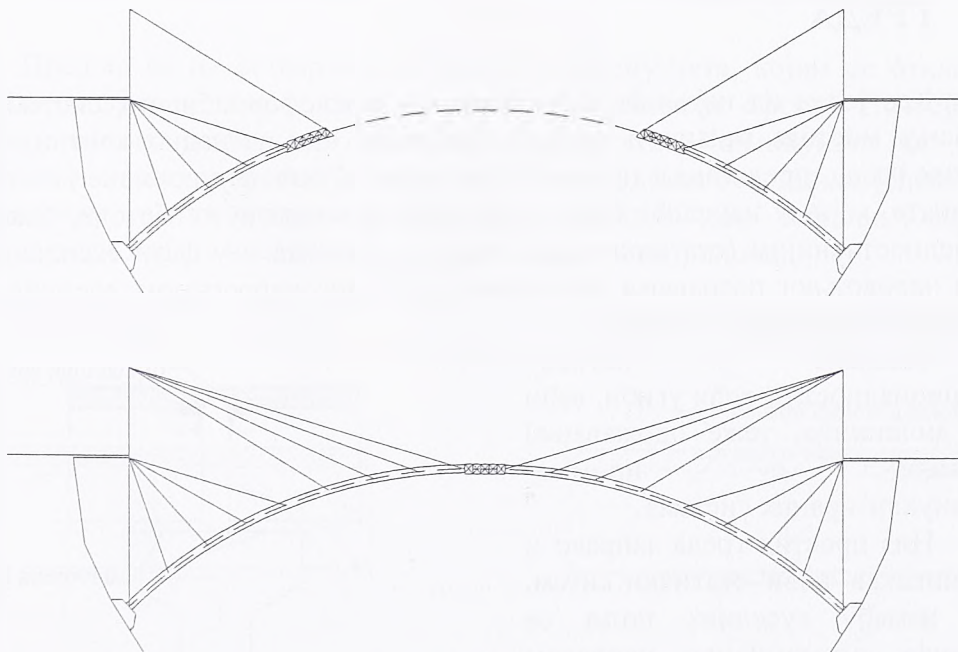


слика 3.3. Континуални носач извођен поље по поље

III. ТРАНСФОРМАЦИЈА СТАТИЧКОГ СИСТЕМА ПРИ СЛОБОДНОМ ИЗВОЂЕЊУ
БЕТОНСКИХ МОСТОВА



слика 3.4 Суцесивно потискивање



слика 3.5. Конзолно бетонирање лучног моста

На приказаним скицама дати су само неки видови поменутих поступака. Сваки од њих има више подваријанти (бетонирање ламела 'in site', монтажа готових елемената дела или целог пресека и сл.). О технологији појединог начина извођења постоји доста информација у оквиру стручне литературе, примера ради [III-1, 42] и [II -2, 41].

Основна карактеристика свих ових система је да су трансформабилни, односно да се статички систем у експлоатацији разликује од статичког (статичких) система током различитих фаза извођења. То захтева посебан приступ статичком третману ових конструкција. Најчешћи је случај да су конструкцијски системи у фази извођења статички одређени уз повећање статичке неодређености како напредује извођење. При томе делови конструкције пролазе кроз различита напонска стања која се у знатној мери разликују од напонских стања која владају у готовој конструкцији.

При анализи трансформабилних система уобичајено је да се одређена оптерећења разматрају у оквиру оног статичког система у којем су се први пут појавила. Тако сопствена тежина целих или дела попречног пресека, се уноси у оној фази грађења, односно система, у којој се појављује по први пут, док остатак сталног оптерећења (углавном тежине неконструктивних елемената) и корисно оптерећење делују у дефинитивном статичком систему.

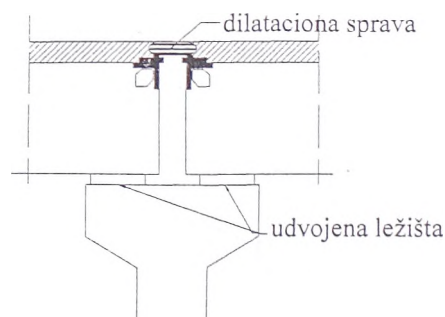
У случају да је конструкција од 'идеално' еластичног материјала (на пример челик), коначни статички утицаји се одређују суперпозицијом стања из појединих фаза грађења. Код бетонских конструкција због вискоеластичних својстава бетона то не важи.

3.1. ИЗВОЂЕЊЕ БЕТОНСКИХ МОСТОВА СИСТЕМА НАКНАДНО КОНТИНУИРАНОГ НИЗА ПРОСТИХ ГРЕДА

Као један од најчешће примењиваних трансформабилних система, при извођењу мостова мањих и средњих распона, низ накнадно континуираних простих греда, представља предмет овог рада. У почетку примене монтажних елемената, који су најчешће били од претходно напрегнутог бетона, тежило се што једноставнијим (статички одређеним) системима и у фази експлоатације, услед недовољног познавања понашања претходно напрегнутих елемената код статички неодређених система.

Тешкоће у погледу функционалности (већи угиби, већи број дилатација, теже одржавање) захтевале су примену континуализираних система.

Низ простих греда заправо и није никакав 'нови' статички систем. Веза између суседних поља се остварује дилатационом направом (слика 3.6). Поред тога на врху – 'глави' средњих стубова јавља се потреба за сталним удвојеним лежиштима.



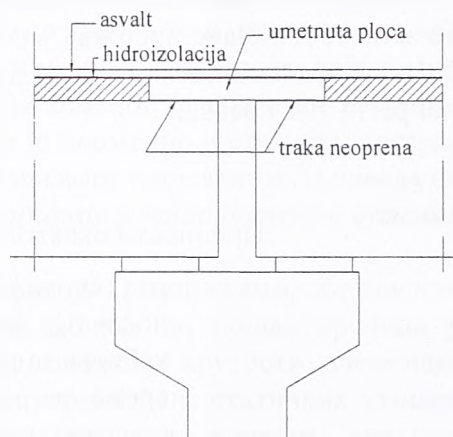
слика 3.6 – решење коловоза са дилатационом справом

III ТРАНСФОРМАЦИЈА СТАТИЧКОГ СИСТЕМА ПРИ СЛОБОДНОМ ИЗВОЂЕЊУ БЕТОНСКИХ МОСТОВА

Такође, вода са средствима за одмрзавање, често продире кроз дилатацију, угрожавајући крајеве носача, лежишта и главу стуба.

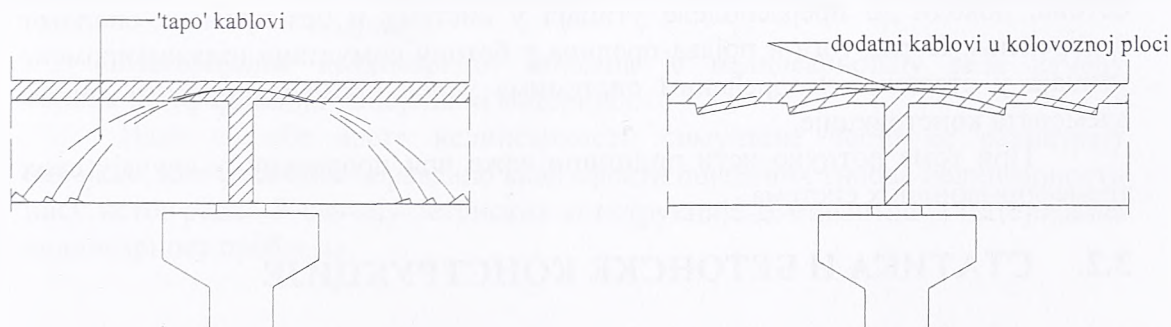
Поменуте тешкоће функционалног типа, првобитно су довела до решења у којима се тежило избегавању дилатационих направа. Првобитно решење се огледало у формирању зглоба у коловозној плочи без прекидања застора, тако да трансформације система заправо и нема једино је избегнута дилатациона направа. Трајност оваквог решења је крајње ограничена, јер долази до појаве пукотина у коловозном застору на месту зглоба, појаве ударних рупа и коначно пропадања зглоба.

Повољније решења са гледишта трајности, изводи се танком континуитет 'фендер' плочом, која успева да прати деформације придружених простих греда (слика 3.7). На овај начин постиже се удобност вожње, али често долази до оштећења хидроизолације која се поставља над флексибилном танком плочом за континуитет, носећи сличне проблеме као и дилатациона справа. Како је омогућена ротација крајева носача, систем и даље остаје низ простих греда, те се не може говорити о трансформацији система.



слика 3.7- континуитет коловоза 'фендер' плочом

Прешло се на остварење накнадног континуитета, којим се отклањају недостатци функционалног реда уз одређене економске ефекте. Постоје два основна начина остварења оваквог континуитета. Континуитет се може остварити накнадним преднапрезањем зона над средњим ослоњцима (слика 3.8). Преднапрежу се или кратки, изразито криволиниски 'тапо' каблови (који се утежу са доње стране носача), или каблови у коловозној плочи.

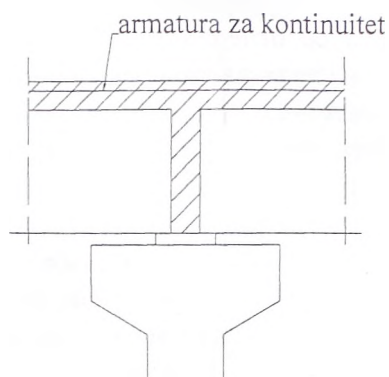


слика 3.8 – остварење континуитета претходним напрезањем зоне око средњих ослоњаца

III ТРАНСФОРМАЦИЈА СТАТИЧКОГ СИСТЕМА ПРИ СЛОБОДНОМ ИЗВОЂЕЊУ БЕТОНСКИХ МОСТОВА

Овај начин остварења континуитета повећава број операција код извођења, продужује време извођења, користе се кратки каблови који имају велике губитке а у систем се уносе додатни утицаји од каблова.

Друга могућност је остварење континуитета класичном, меком арматуром, која се у ослоначким зонама додатно полаже у коловозну плочу (слика 3.9). Испитивања, како на изведеним објектима, тако и на моделима [III-3, II] показују да је остварени континуитет практично пун, иако су те зоне због појаве прелина 'мекше' од монтажних претходно напетих носача.



слика 3.9 – континуитет остварен меком арматуром

Предности оваквог начина остварења континуитета су бројне:

- рад се поједностављује; оплата и арматура монтажних носача је једноставна, без спољњих анкерних блокова за каблове за континуитет,
- време изградње се смањује, јер се бетонирањем делова конструкције (плоче и попречних носача) на лицу места добијају и коначни пресеци и коначни систем конструкције у експлоатацији
- значајни економски ефекат.

Остварењем континуитета статички систем је промењен. Најједноставнији приступ анализи оваквих конструкција је да се у фази извођења третирају као статички одређене, а за експлоатационо оптерећење као статички неодређене. У случају идеално еластичних материјала коначни утицаји се могу одредити суперпозицијом стања у току грађења и оних у експлоатацији, али код армираног па и претходно напетог бетона проста суперпозиција више није реална. Код накнадне промене статичког система, при спољњој статичкој неодређености, промена деформација услед реолошких особина бетона, доводи до прерасподеле утицаја у систему и без промене спољњег оптерећења. Поред тога и појава прелина у бетону симултано изазива промене утицаја у статички неодређеним системима услед промене крутости делова елемената конструкције.

При томе потпуно исти принципи важе при прорачуну, у случају свих трансформабилних система.

3.2. СТАТИКА И БЕТОНСКЕ КОНСТРУКЦИЈЕ

Појава бетонских конструкција пада у време када је класична статика конструкција била потпуно разрађена, па се у погледу статичког третмана бетонских конструкција примењивала еластична анализа. Предпостављало се, што се испоставило као тачно, да се одступања могу покрити коефициентима сигурности, резервама у самом материјалу и конструкцији. И такве

III ТРАНСФОРМАЦИЈА СТАТИЧКОГ СИСТЕМА ПРИ СЛОБОДНОМ ИЗВОЂЕЊУ БЕТОНСКИХ МОСТОВА

конструкције стоје. Међутим, и у античко доба, када се статичка анализа није спроводила, израђене су монументалне грађевине од којих неке и данас стоје. То међутим не треба да буде оправдање да се не трага за поступцима анализе бетонских конструкција која би била ближе реалности.

Примера ради, нека понашања бетона као материјала, о којима се ништа није знало, битно утичу на рад конструкције. Тако је чувени конструктор мостова Freyssinet на мосту VEURDRE (1909-1910), код кога се иначе јавило мноштво проблема које је требало решити, запазио на пробном луку да се бетон не понаша онако како се у то време мислило [III-1, 42], али су се одступања приписивала систематским грешкама при мерању. Ипак конструкција је изведена по утврђеном пројекту. Радило се о плитком трозглобном луку код кога је прираст угиба у темену лука изазивао повећање момента савијања и опасност од извијања у вертикалној равни. Како се управо то и дешавало, на већ изведеној и пуштеној у саобраћај конструкцији, конструктор је 'тајно', без прекида саобраћаја, деловањем преса у спојници теменог зглоба издигао лучну конструкцију и затворио темени зглоб, чиме му је променио и статички систем. Цела ова непријатна епизода је дуго закупљивала самог пројектанта, и навела на неминован закључак да *деформације бетона варирају у зависности од дужине трајања напонског стања*.

То би био тек један аспект нелинерног понашања бетонских конструкција. Познато је да под оптерећењем долази до појаве прелина у армиранобетонским пресецима, што утиче на промену крутости елемената услед чега долази до повећања деформација и прерасподеле статичких утицаја код статички неодређених конструкција. Даље, при врло високим нивоима оптерећења долази до изражаја и нелинеарност везе између напона и деформација у бетону.

3.2.1. Проблеми нелинеарности

У најопштијем случају у области теорије конструкција и механике континуума ради се о нелинеарним проблемима. Разликују се две основне групе нелинеарности : *геометријска* и *материјална* нелинеарност.

Геометријском нелинеарношћу обухвата се :

- нелинеарност веза између померања и деформација
- једначине равнотеже између спољних и унутрашњих сила су нелинеарне ако се успостављају на деформисаном положају.

Материјална нелинеарност описана је нелинеарношћу веза између напона и деформација за поједини материјал.

Иако су обе врсте нелинеарности симултане често се разматрају одвојено, што је сасвим оправдано када ефекти поједених типова нелинеарности нису истог реда. У случају бетонских конструкција доминантна је материјална нелинеарност проблема.

3.3. УТИЦАЈ РЕОЛОШКИХ ОСОБИНА БЕТОНА НА ГРАНИЧНА СТАЊА ТРАНСФОРМАБИЛНИХ БЕТОНСКИХ КОНСТРУКЦИЈА

3.3.1. Гранична стања

Савремена анализа бетонских конструкција се заснива на прорачуну по теорији граничних стања [III-4, 4]. Теорија допуштених напона, која је примењивана пре појаве армираног бетона за прорачун челичних, камених и дрвених конструкција, користи релативно ниске допуштене напоне код бетонских пресека. То је обезбеђивало важење Хуковог закона линеарне еластичности, који је скоро и испуњен у тој напонској области. Како се данас користе бетони високих карактеристика неопходно је познавање реолошких карактеристика материјала и понашање конструкције, како у стању експлоатације тако и у области граничног стања носивости. Према теорији допуштених напона не одређују се ширине прслина, временске деформације (порастан угиба у току времена) у фази експлоатације, као ни коефициенти сигурности пресека ни конструкције као целине у условима граничне носивости.

Гранично стање пресека, односно конструкције, означава губитак способности пресека, односно конструкције, да се одупре спољњим утицајима или појаву превеликих деформација или локалних оштећења, чиме нису више испуњени услови конструкције у погледу носивости, трајности и функционалности.

Гранична стања се деле у две велике групе :

- гранична стања носивости – лома
- гранична стања употребљивости

Уколико је прекорачено макар једно од граничних стања конструкција је неподобна за употребу.

Стање граничне носивости може бити достигнуто у односу на:

- губитак равнотеже једног дела конструкције,
- или читаве конструкције, посматране као круто тело,
- прелазак конструкције у механизам;
- лом критичних пресека конструкције или достизање изражених деформација;
- гранично стање лома услед замора.

Прорачуном према граничном стању лома одређује се гранично оптерећење, односно капацитет ношења конструкције. При томе понашање пресека и конструкције у стању експлоатације остаје непознато.

Зато је неопходно да се спроведе и прорачун по теорији граничних стања употребљивости, које обухвата:

- гранично стање прслина;
- гранично стање деформације.

Уобичајено је да се конструкције прорачунавају према једном граничном стању, обично граничном стању лома, а да се остала гранична стања верификују.

3.3.2. Промене пресека и система конструкције и достизање граничних стања

Новије технологије грађења, као монтажно грађење, фазно грађење и сл., постављају питање о начину прорачуна, односно меродавном граничном стању, овог типа армиранобетонских и претходно напрегнутих конструкција. Спајање монтажних елемената у конструкцијске системе често доводи до промене статичког система у смислу пораста статичке неодређености. Неки најчешће примењивани трансформабилни системи, који су последица одговарајућег начина извођења побројани су напред. Сваки начин извођења диктира одређене фазе прорачуна, односно статички прорачун треба прилагодити начину извођења.

У граничном стању лома, сматра се да ће се конструкција понашати независно од начина на који је изведена. То значи да у подручју лома, конструкција достиже граничну носивост независно од фаза трансформација кроз које је при фазном извођењу прошла. Обзиром да се ради о статички неодређеној конструкцији, лом се одвија одказивањем појединачних пресека, уз формирање пластичних зглобова (под предпоставком потребне дуктилности, односно капацитета ротације ових 'зглобова') до формирања механизма. Ту се одвија друга врста прерасподеле утицаја са пресека у којима се формира 'пластични зглоб' на мање оптерећене пресеке све до формирања механизма.

Поставља се питање шта се дешава са граничним стањем употребљивости, односно експлоатације.

У оквиру самих пресека, при спрезању монтажних елемената и бетона ливеног на лицу места, јавља се одређен вид унутрашње статичке неодређености, услед различитих механичких карактеристика бетона који имају у најмању руку различиту старост, што доводи до прерасподеле напона у оквиру пресека и при константним пресечним силама. Услед неједнаке способности деформисања, током времена развија се стање напона које тежи да омогући заједнички рад монтажног и бетона ливеног на лицу места. Уколико се симултано одвија и трансформација статичког система, пресечне силе више нису константне при непромењеном оптерећењу, што је последица прерасподеле утицаја услед нелинеарног понашања бетона и промене услова ослањања (трансформација система). У фази експлоатације се напони и дилатације у оваквим спрегнутим пресецима трансформабилних система не могу посматрати независно од читаве конструкције, управо због поменуте промене пресечних сила.

У граничном стању лома попречних пресека овако спрегнуте конструкције, компликовано напонско стање достигнуто у фази експлоатације нема утицаја на унутрашње силе при лому, услед пластичне деформације [III- 5, 28]. То значи да сами пресеци отказују независно од степена статичке неодређености конструкције и од фаза извођења. Потребно је међутим водити рачуна о разликама у чврстоћи на притисак делова пресека од различитих бетона.

На основу свега реченог може се сагледати комплексност проблема у случају трансформације пресека и трансформације система. У фази лома код оваквих конструкција нема неких посебних специфичности и оне се могу третирати као класично изведене конструкције.

Насупрот томе проблем граничног стања употребљивости: напона, деформација, прслина и угиба остаје отворен и далеко комплекснији него у случају класично изведених конструкција.

IV. ПРЕТХОДНА ИСТРАЖИВАЊА

Појаве које су описане у претходном поглављу заокупљале су пажњу инжењера још од периода када су бетону призната својства течења. Релативно велики број истраживања у области понашања бетона под оптерећењем, био је усмерен на одређивање понашања бетона под дуготрајним оптерећењем [IV – I, 28]. У области моделирања реолошких карактеристика бетона постоји више модела који апроксимирају деформације бетона под дуготрајним оптерећењем. У складу са вредностима експерименталних истраживања развијено је више такозваних теорија течења које успостављају конституитивне везе између напона и деформација бетона током времена. У оквиру такозваних 'радних'-експлоатационих напона важи линеарна теорија течења код које коефициент течења (однос дилатације течења и тренутно еластичне дилатације) не зависи од интензитета напона. Различите теорије течења, као и модели функције течења који су у употреби биће разматрани у наредном поглављу о физичко механичким особинама материјала. У овом поглављу дат је приказ неких значајнијих истраживања из области спрегнутих као и статички неодређених и трансформабилних система.

Претходна истраживања из области спрегнутих трансформабилних система могу се сврстати у две велике категорије:

- експериментална истраживања;
- теоријска истраживања.

4.1. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНА ИСТРАЖИВАЊА

У оквиру експерименталних истраживања спрегнутих, статички неодређених и трансформабилних система разматрана су истраживања модела при дуготрајним и при краткотрајним оптерећењима до лома. Испитивања која прате понашање током времена су далеко мање заступљена, из разлога дуготрајности процеса, и обично су праћења испитивањима до лома.

Обзиром да је област испитивања прилично обимна даје се кратки приказ, према хронолошком реду, следећих испитивања:

- испитивање у области спрегнутих бетонских пресека (4.1.1)
- испитивања у области статички неодређених система (4.1.2)
- испитивања у области трансформабилних система (4.1.3)

4.1.1. Експериментална истраживања спрегнутих бетонских пресека

Преглед неких значајнијих истраживања у области конструкција спрегнутих од челика и бетона, као претече спрегнутих бетонских конструкција, дат је у [IV

– 2, 14]. Најранија истраживања из области спрегнутих конструкција прате развој ових конструкција, тако да у области конструкција спрегнутих од челика и бетона истраживања, која континуално трају и данас, датирају из 1920-тих година у Америци. При томе се велики број ових експеримената односио на квалитет остварења споја између челика и бетона као и појединих типова можданика.

У оквиру експерименталних истраживања спрегнутих бетонских пресека проучавано је понашање, односно мерене су дилатације и угиби модела типа простих греда спрегнутих од бетона различитих старости, при чему је испитивано понашање најоптерећенијег пресека (обично пресека у средини распона) при дуготрајном оптерећењу, као и при оптерећењу до лома. Велики број истраживања усмеран је на одређивање квалитета везе, зависно од начина њеног остварења, између старог и новог бетона.

Садејство префабрикованих преднапрегнутих греда и монолитног бетона испитивано је експериментално у више махова.

Тако су Еванс и Паркер, према [IV-1, 28], [IV-2, 14] објавили 1955 своја истраживања на 13 спрегнутих греда различитих пресека при чему су испитивали садејство, моћ ношења и понашање у погледу образовања прслина. Њихов је закључак да се, ако је осигурање споја довољно јако, момент лома може одредити као за хомогени пресек. Такође закључују да диференцијално скупљање, које се јавља код овог типа попречних пресека, може утицати на момент појаве прслина и до 20%.

Даље су у и Colorado Springs-у, [IV-1, 28], Kahn i Browen испитивали префабриковане мостовске носаче распона 36м са плочом ливеном на лицу места. Префабриковани носач је био оптерећен до појаве прслина па растерећен, да би се након добетонирања плоче спрегнути носач оптерећивао до лома.

Врло интензивна лабораторијска истраживања су спроведена у лабораторији Portland Cement Association у циљу анализе понашања мостова спрегнутих од префабрикованих носача и плоче изведене на лицу места након монтирања носача, континуираних над средњим ослонцима меком арматуром, током 1960-1962.

Истраживања су спроведена кроз више релевантних стања :

- *Остварење континуитета над средњим ослонцима, [IV-3, 25], при чему је установљено да у оквиру уобичајених процената армирања плоче меком арматуром за остварење континуитета, ова врста континуитета омогућава потребну редистрибуцију момента у стању граничне носивости.*
- *Остварење везе између префабрикованог носача и добетониране плоче, [IV-4, 23], при чему је испитиван квалитет везе на хоризонтално смицање између два бетонска дела пресека, остварене на различите начине*
- *Понашање спрегнутих носача континуираних меком арматуром при статичком и динамичком испитивању, [IV-5, 34], су потврдила остварење континуитета при статичким испитивањима, како у фази експлоатације тако и у фази лома. Динамичко испитивање ове врсте везе показује да квалитет везе зависи од јачине на замор арматуре којом се остварује континуитет. Уколико је ова*

IV ПРЕТХОДНА ИСТРАЖИВАЊА

арматура димензионисана из услова да је статичка носивост 2,5 пута већа од експлоатационог момента, може се очекивати да веза издржи неограничен број циклуса експлоатационог оптерећења

- *Носивост на смицање, [IV-6, 35]*, је испитивана на спрегнутим префабрикованим носач-плоча континуалним носачима ради контроле прорачуна узенгија потребних да би се осигурала потребна носивост на смицање
- *Анализа утицаја течења бетона и диференцијалног скупљања [IV-7, 33]*, приказује мерења промене ослоначке реакције и угиба током времена (у трајању од 694 дана). Након ових мерења носачи су оптерећивани до лома при чему се показује да течење и диференцијално скупљање немају утицаја на капацитет носивости овакве конструкције.

Рао и Dilger објављују 1974, према [IV-8, 40], резултате својих експерименталних истраживања на 6 спрегнутих простих греда при чему су мерени угиби и дилатације носача током времена. Префабриковани носачи правоугаоног попречног пресека, су били претходно напрегнути на стази да би након 41 дан била добетонирана плоча, која је била подупрта до очвршћавања бетона плоче, да би се 12 дана након извођења плоче нанело додатно стално оптерећење. Мерења су спровођења током времена и праћени су резултати до 147-мог дана.

Експериментална испитивања граничне носивости спрегнутих армирано-бетонских носача на смицање приказани су у раду [IV-9, 43]. У раду је изложен и аналитички поступак, који се добро слаже са резултатима експеримената, заснован на аналогiji спрегнутог носача са две међусобно преклопљене решетке.

Експериментална испитивања три модела спрегнуте мостовске конструкције у геометријској размери 1:3 приказана су у раду [IV-10, 8]. Примењени су различити начини спрезања коловозне плоче и претходно напрегнутих главних носача, док је оптерећење било краткотрајног карактера. Испитивањем се практично потврдио подједнак степен спрезања у случају сва три модела.

Различити начини спрезања ребра и плоче армирано бетонских носача у условима краткотрајног оптерећења до лома приказани су у раду [IV-11, 38]. Најбоље резултате се показале серије носача спрегнуте испуштањем вертикалних или косих узенгија из ребра. Код елемената код којих није постигнуто апсолутно спрезање, лом се догађа изненада, са јасним праском, на споју спрегнутих елемената.

Испитивања на носачима од претходно напрегнутог бетона спрегнутим са плочом испуштањем вертикалних узенгија при различитим фазама експлоатације и накнадно до лома, приказано је у [IV-12, 37]. Носачи су били типа просте греде, распона 6.0м, поречног пресека састављеног од префабрикованог носача 'Т' пресека спрегнутог са плочом. Поред понашања при лому испитивано је и понашање спрегнутог носача (пресека) током времена. Носачи су били атхезионо претходно напрегнути при старости од 4 дана и њихово понашање је праћено до старости од 49 дана када се бетонира плоча која се негује 7 дана. Понашање пресека и носача праћено је до 227 дана од бетонирања носача. Током временског испитивања носачи су радили у фази без

прслина. Добијено је добро слагање мерених резултата са нумеричким решењима нарочито при примени генералног нумеричког step-by-step поступка. Потом је извршено статичко испитивање носача до лома. При статичаком отерећењу нането је, у четири једнака корака оптерећења, оптерећење до нивоа експлоатационог оптерећења, извршено растерећење и носач поновно оптерећиван од лома.

Испитивања понашања монтажно-демонтажних спрегнутих греда приказана су у раду [IV-2, 14]. Армиранобетонско ребро и армиранобетонска фланша спегнути су претходно напрегнутим завртњима при чему је варирано међурастојање завртњева. Као гранични случајеви испитане су и серије са монолитним пресецима и пресецима формираним простим налегањем два елемента. Праћено је понашање у области експлоатационог и граничног оптерећења и дат предлог методе прорачуна за флексиону крутост и граничну носивост армирано бетонских елемената спрегнутих помоћу претходно напрегнутих завртања.

Испитивања замора код спрегнутих пресека, према [IV-13, 18], истражују попуштање везе спрегнутих бетона на контактної површини услед замора под поновљеним оптерећењем, као и замора кабловског челика претходно напрегнутог спрегнутог носача. Резултати истраживања показују да попуштање споја није вероватно испод милион циклуса ако су смичући напони охрапављене површине мањи од 2,75 МПа. Што се тиче замора кабловског челика показује се да је та проблематика иста без обзира да ли се ради о спрегнутим или просто претходно напрегнутим носачима.

4.1.2. Експериментална истраживања статички неодређених континуалних система

Експериментална истраживања у области статички неодређених конструкција су релативно мање заступљена у односу на испитивања на моделима простих греда.

Guyon [IV-14, 21], приказује опис експеримента обављеног 1953. на четири претходно напрегнуте греде правоугаоног пресека преко два поља. Трасе каблова су биле међусобно различите. Распони су износили по 4.0м, пресек димензија 12,5x25цм, преднапрегнути 1 каблом 15ф5. Праћено је понашање греда до лома.

T. Y. Lin је објавио 1955, према [IV-1, 28] и [IV-15, 26], резултате статичких и динамичких испитивања 4 претходно напрегнуте греде преко два поља до граничног оптерећења да би одредио стање прслина и гранично оптерећење. Констатује се да се оптерећење при коме долази до појаве прслина може прорачунати по теорији еластичности, док након настанка прслина долази до прерасподеле пресечних сила као и да повећање количине меке арматуре утиче на повећање носивости.

Међу најцитиранијим испитивањима, барем када је реч о понашању континуалних носача током времена, спада оно које су објавили Washa i Fluck 1956, [IV-16, 44], на серији армиранобетонских континуалних греда на два распона под сталним оптерећењем, у трајању од 2,5 године. Појединачни распон је износио око 6м (20стопа) са једнакоподељеним оптерећењем од 2,77 kN/m (190lb/ft) укључиво и сопствену тежину (пресек греде је 15,144cmx 20,192cm = 6in x 8in). Експериментално су праћене реакције, дилатације и угиби након 3,7,28,90,180,270,365,545,730 и 910 дана. Показало се да се реакција на средњем ослонцу повећава услед редистрибуције пресечних сила, иако та промена

реакције није велика. Поред тога праћено је и очекивано повећање угиба кроз време.

Већ поменута истраживања [IV-3] - [IV-7], обављена у РСА Лабораторијама, су била усмерана и на понашање континуалног носача, односно квалитет оствареног континуитета, поред већ поменутог понашања спрегнутог пресека. Ова истраживања представљају врло вредан извор података за посматрани тип конструкција.

Опит изведен на континуалном претходнонапрегнутом носачу на два поља појединачних распона 13,0м приказан је у [IV-17, 29]. Траса каблова је била параболична. Мерене су дилатације, угиби, промена реакције током дужег временског периода (2 године). Попречни пресек је правоугаони, и поред сопствене тежине и предходног напрезања при стартости од само 3 дана носач је оптерећен и подељеним оптерећењем од 13.7kN/m које је деловало током целог испитивања. При старости од 182 дана носач је изложен принудном спуштању средњег ослонца у износу од 3cm, а потом је настављено праћење понашања. Добијени резултати указују да при константном оптерећењу готово да нема промена у реакцијама током времена док принудна деформација изазива поред тренутних и временске промене реакција и самим тим и пресечних сила.

Проблематика понашања армиранобетонских континуалних носача под дејством оптерећења краткотрајног карактера до лома приказана је у [IV-18, 1]. Приказано је експериментално истраживање прерасподеле статичких утицаја код континуалних носача различито армираних, а према решењима граничне анализе, ради утврђивања утицаја начина армирања на стварно понашање носача. Утврђено је да распоред арматуре у статички неодређеном армиранобетонском носачу утиче на све компоненте понашања носача: на прераспodelу сила у пресецима, на деформацијске величине, распоред и редослед отварања пластичних зглобова. За усвојене варијанте армирања, које задовољавају услове теорије пластичности (до 40% разлике у односу на армирање према теорији еластичности) гранично оптерећење које је доводило до појаве механизма је било скоро константно.

4.1.3. Експериментална истраживања накнадно континуираних система

Експериментална истраживања у области трансформабилних система прате појаву ових система, односно начина извођења која су диктирала промене статичког система конструкције током извођења.

Врло детаљна истраживања, [IV-3]- [IV-7], како је већ истакнуто, обухватају управо један вид трансформабилних система који се детаљно разматра у овој тези. Разматрани су скоро сви аспекти понашања овог типа конструкција, при чему је једна од значајних карактеристика претходно напрезање префабрикованог носача, као и могућност третирања конструкције као конструкције без прслина за експлоатационо оптерећење.

Експериментална истраживања спроведена на EPFL, [IV-19, 16]-[IV-20, 17], односе се на утврђивање степена укљештења накнадно остварене везе између префабрикованих носача. Прва серија испитивања [IV-19, 16], се односила на утврђивање механичких карактеристика везе при краткотрајном оптерећењу, док је друга серија испитивања, [IV-20, 17], спроведена да би се испитала редистрибуција утицаја услед течења бетона при дуготрајном

оптерећењу код конструкције код које се континуитет остварује посматраним везама. Носачи су били од армираног бетона, попречног пресека 80/14cm, распона 3,75m. Испитиване су две варијанте везе између монтираних, слободно ослоњених греда: прва изведена заваривањем арматуре са чела носача за метални профил која симулира теоријски круту везу, и друга остварена помоћу петљи препуштене арматуре уз накнадно бетонирање споја. Током годину дана праћена је промена реакције на средњем ослонцу и угиби у карактеристичним пресецима. Закључено је да се промена момента у чвору, која се одвија током времена, готово не разликује за посматране начине остварења континуитета. При томе мерене вредности одговарају отприлике 60% вредности одређене према Rusch-овом поступку.

У оквиру научно-истраживачког пројекта 'Проблематика континуирања префабрикованих бетонских елемената класичном арматуром', [IV-21, 9] вршена су моделска испитивања на моделима који су се састојали од три преднапрегнуте префабриковане просте греде 'Т' попречног пресека континуиране у носач 3x5,0m, препуштањем арматуре у близини средњих ослонаца из поља у поље и бетонирањем споја између чела сучељених носача и дела горњег појаса попречних пресека у околини ослонаца.

Испитивање модела је вршено у следећим циклусима:

- *Статичко испитивање* са оптерећењем до експлоатационог оптерећења (оптерећивање и растерећивање у неколико фаза)
- *Динамичко испитивање* пулзирајућим оптерећењем блиским експлоатационом (до милион пулзација)
- *Динамичко испитивање* са оптерећењем преко експлоатационог (1-2 милиона пулзација)
- *Статичко испитивање* до лома, монолитним прираштајем оптерећења.

Ово испитивање је показало да се постиже висок степен монолитности конструкције при оптерећењу до експлоатационог као и да до овог нивоа оптерећења конструкција ради у еластичном подручју. Пулзирајуће оптерећење које је блиско експлоатационом не изазива никакве промене на конструкцији, која и даље ради у еластичном подручју. Статичко испитивање модела до лома одвијало се у две фазе обзиром да се ради о континуалном носачу на три поља, где се након прве фазе, по истовременом лому првог поља и првог средњег ослонца, наставља испитивање у другој фази до лома континуалног носача на два поља.

У лабораторији за Бетонске конструкције и мостове на Грађевинском факултету Словачког технолошког Универзитета у Братислави, током 2005-те године, вршено је експериментално испитивање спрегнутих накнадно континуираних претходно напрегнутих греда на два поља [IV-22, 22]. Носачи пресека 20 x36cm, дужине 4.5m, претходно напрегнути са 4Ф15.5 при стрости од око 50 дана, постављени су на ослонце као просте греде. Горњи део носача (9x80cm) се затим бетонира заједно са чворном дијафрагмом ради остварења континуитета. Поред праћења угиба носача, дилатација у бетону, промене силе претходног напрезања мерене су и крајње реакције ради установљавања ефеката скупљања и течења бетона на прераспodelу утицаја у спрегнутој континуалној конструкцији. Једна група носача је краткотрајно оптерећена до нивоа експлоатационог оптерећења ради испитивања понашања носача након

отварања прслина у континуализујућем чвору. Опит је показао значајан утицај скупљања бетона, које је било веће него по Модел коду МС90. Нумеричка анализа спроведена је програмом *Niper*, развијеном на Политехничком Универзитету у Мадриду, базираном на генералном инкременталном *step-by-step* методу. Показало се да аналитички модел са материјалним карактеристикама према МС90 показује веће одступање него модел с материјалним карактеристикама стварно одређеним на примењном материјалу, иако оба модела генерално показују исту тенденцију промене посматраних величина као и мерене вредности. Резултати нису неочекивани и слични су са резултатима истраживања обављених у лабораторији *Portland Cement Association* далеких 60-тих година. У оба случаја се радило о претходно напрегнутим носачима код којих је утицај претходног напрезања, као дуготрајног оптерећења, по интензитету већег од укупног сталног терета имао супротне ефекте од утицаја услед диференцијалног скупљања спрегнутог бетонског носача. Другим речима скупљање и стални терет изазивају негативни момент у накнадном чвору, док претходно напрезање изазива позитивни момент.

4.2. ТЕОРИЈСКА ИСТРАЖИВАЊА

Релативно велики број референци се бави проблемом математичког моделирања понашања бетонских конструкција под дуготрајним оптерећењем. Врло детаљан преглед метода које се користе за статичку анализу ефеката реолошких карактеристика бетона код бетонских конструкција, изложен је у [IV-23, 5]. Полазећи од линеарне Волтерине интегралне једначине којом се описује закон течења ове се методе могу поделити на упрошћене методе и на генерални нумерички *step-by-step* поступак. Обзиром на развој рачунске технике првобитно су развијане упрошћене методе које се могу поделити на *алгебарске* и *методе са погодном усвојеном функцијом течења*.

Најпознатија и данас врло широко примењивана алгебарска метода, позната још и као Тростов или Бажантов поступак, је *ААЕМ-метод*, Метод коригованог ефективног модула еластичности. Најпознатија метода *поједностављене функције течења* позната је као *Dischinger -ов метод* или, како се чешће назива у Америци *'rate-of-creep method- RC'*.

Генерална нумеричка метода корак-по корак, познатија као *step-by-step* метода представља решење Волтерине интегралне једначине апроксимацијом *Stielises*-овог интеграла коначном сумом. Код ове методе, обзиром на велики број параметара који су потребни за сваки појединачни корак, неопходна је употреба рачунара и адекватних компјутерских апликација. Појавом рачунара даља теоријска истраживања у овој области била су усмерена на развој компјутерских програма. Овде ће бити поменути неки од њих.

На Универзитету калифорније у Берклију, под руководством професора *Scorelis*-а 1977 израђени су програми *RCFRAME* и *PCFRAME* [IV-15, 26], за анализу армирано-бетонских и претходно напрегнутих линиских конструкција. У анализи је узета у обзир материјална и геометријска нелинеарност, утицај историје оптерећења, температуре, течења, скупљања и старења бетона. Као наставак тих истраживања 1986, израђен је програм *SFRAME* [IV-24, 27], за анализу понашања сегментно извођених бетонских мостова који сем претходно наведених параметара обухвата и промену статичког система током извођења.

IV ПРЕТХОДНА ИСТРАЖИВАЊА

На универзитету Калгарија, Алберта Канада, под руководством професора Ghali-а израђен је 1985-те године програм CRACK [IV-25, 19], за анализу понашања парцијално претходно напрегнутих рамовских система у току времена. Програм узима у обзир ефекте скупљања и течења бетона као и релаксацију челика за претходно напрезање. Попречни пресеци елемената могу бити испрскали, састављени од бетона различитих карактеристика, а статички систем може пролазити кроз више фаза. Одређују се промене напона у пресецима, промене угиба дуж елемената, као и промене пресечних сила као последица статичке неодређености.

Програмски пакет DIANA [IV-26, 12], пружа широке могућности при анализи бетонских конструкција. Базиран на методу коначних елемената стандардни DIANA пакет обухвата : прслине у бетону, спрегнуто дејство, пластичност, течење, нелинеарну анализу, анализу стабилности, извијање, фазну анализу и тако даље. На располагању је велика библиотека коначних елемената који се могу комбиновати. Могуће је моделирати арматуру како обичну тако и претходно-напрегнуту. Једна од најзначајнијих предности DIANA-е у односу на остала програме по методу коначних елемената су материјални модели за бетон и тло. У оквиру нелинеарне анализе постоје различити материјални модели укључујући пластичност, вископластичност, прслине, вискоеластичност и течење. Вискоеластичност се приказује кроз низ Максвелових реолошких модела за релаксациону функцију или низом Келвинових модела за функцију течења. Поред тога постоји могућност коришћења функција течења дефинисаних у појединим стандардима (CEB-FIP 90, ACI 209).

V. ФИЗИЧКО-МЕХАНИЧКА СВОЈСТВА МАТЕРИЈАЛА

При анализи армиранобетонских и претходнонапегнутих конструкција неопходно је познавање основних механичких, а то значи напонско – деформацијских особина материјала. Како ове конструкције у пресеку садрже различите материјале: бетон, меку арматуру и арматуру за претходно напрезање, од значаја су особине сва три материјала.

Челични део пресека (мека и арматура за претходно напрезање) се могу у домену радних напона сматрати хомогеним материјалима, чије је понашање линеарно еластично. Бетон је хетерогени материјал који се састоји од цементне пасте и агрегата, па је његове механичке карактеристике релативно тешко прецизно дефинисати.

Од основних механичких карактеристика овде ће бити разматране чврстоћа и деформацијске карактеристике материјала.

5.1. ОСНОВНЕ МЕХАНИЧКЕ КАРАКТЕРИСТИКЕ БЕТОНА

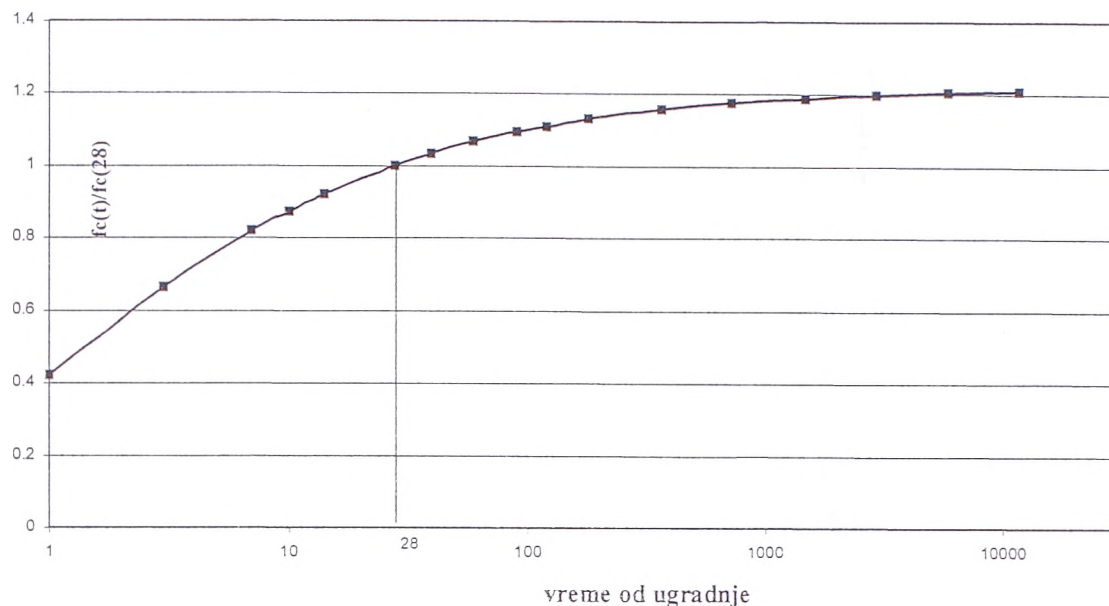
Отпорност бетона према дејству спољних сила дефинисана је чврстоћом, док су промене димензија и облика бетонских елемената под дејством спољних сила или утицаја температуре и скупљања бетона, дефинисане деформацијским карактеристикама бетона. На све ове особине бетона изразит је утицај 'старости' бетона, значи и чврстоћа и деформацијске карактеристике бетона су у функцији старости. Реологија се бави проучавањем и описивањем деформисања тела под утицајем спољних сила зависно од стања средине у којој се тело налази. Бетон се дефинише као виско еласто-пластичан материјал са изразитом особиним старења.

5.1.1. Чврстоћа бетона

Чврстоћа бетона при притиску је основна механичка особина бетона . Она зависи од низа фактора , а посебно од састава бетона, врсте и количине цемента, квалитета уграђивања, облика, димензија и старости посматраног узорка. Начин одређивања чврстоће бетона на притисак прописан је одговарајућим стандардима у различитим земљама. Уобичајено је да се она одређује при старости од 28 дана, чиме је одређена марка или класа бетона. Услед временског процеса хидратације цемента чврстоћа зависи од старости бетона, односно времена које је протекло од завршетка уградње бетона. Како је чврстоћа бетона при притиску његова основна карактеристика, промена ове вредности током времена указује и на карактер промене свих осталих механичких и реолошких карактеристика бетона.

Развој чврстоће кроз време квалитативно је приказан на слици 5.1. Уочава се бржи прираст чврстоће у почетном периоду (до 28 дана), а затим чврстоћа тежи асимптотској вредности са блажим прирастом. Генерално, у првих 28 дана чврстоћа бетона постиже око 70%-80% своје коначне вредности.

Promena čvrstoće betona kroz vreme



слика 5.1. – развој чврстоће бетона кроз време према МС90 за цемент класе N

5.1.2. Деформацијске особине бетона

Деформације бетона зависе од низа фактора од којих су најважнији: састав бетона, старост бетона при оптерећењу, интензитет, трајање и карактер оптерећења као и влажност и температура околине. Деформације бетона настају услед деловања спољњег оптерећења или услед принудних деформација, температурних промена и скупљања бетона. У најопштијем случају укупна дилатација бетона у произвољном тренутку времена 't' при аплицирању константног напона у тренутку 'τ' ($\sigma(\tau)$) може се представити :

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_e(\tau) + \varepsilon_\varphi(t) + \varepsilon_s(t) + \varepsilon_T(t) \quad 5.1.$$

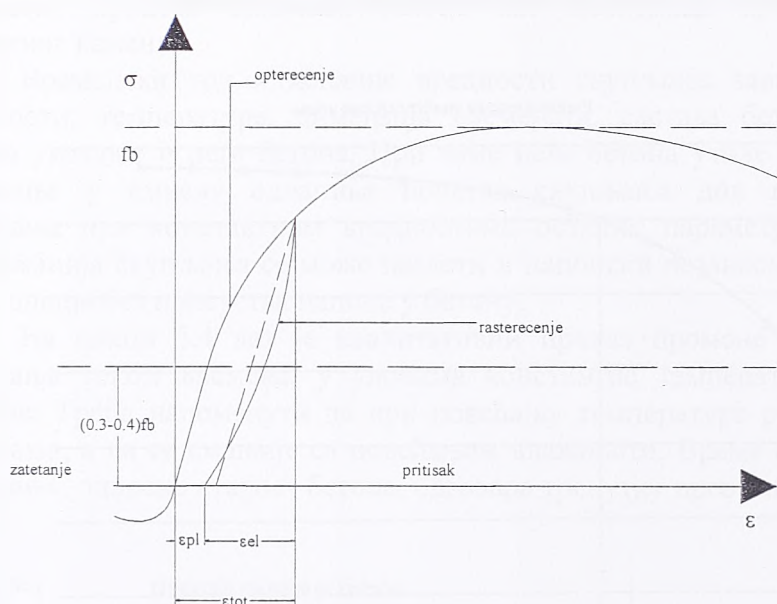
Деформације бетона се састоје од еластичних, пластичних, вискоеластичних и вископластичних деформација. При експлоатационим напонима (напони испод 40% чврстоће при притиску бетонске призме), при краткотрајном оптерећењу се, са довољном тачношћу, може сматрати, да се бетон понаша као еластични материјал. Тако да је једна од најзначајнијих особина бетона, статички модул еластичности при једноаксијалном притиску. Поред тренутних деформација код бетона се јављају и деформације зависне од времена. То су скупљање и течење бетона под дуготрајним дејством спољњег оптерећења или принудних деформација.

- $\varepsilon_e(\tau)$ - тренутна дилатација при наношењу напона
- $\varepsilon_\varphi(t)$ - вискозна дилатација као последица напона – течење ($t > \tau$)
- $\varepsilon_s(t)$ - напонски независна дилатација – скупљање

- $\varepsilon_T(t)$ -напонски независна дилатација услед температурних промена.(у условима константне температуре овај део се може изоставити.)

5.1.2.1. Деформације бетона под утицајем краткотрајних оптерећења

Под краткотрајним оптерећењима подразумевају се она оптерећења која делују у периоду од неколико минута па до неколико сати (за горњу границу се обично усваја 2 часа). Деформације бетона под краткотрајним оптерећењем зависе од састава бетона, врсте напрезања, чврстоће и старости . Карактеристичан радни дијаграм (графички приказ односа између напона и дилатације за краткотрајно оптерећење) бетона приказан је на слици 5.2.



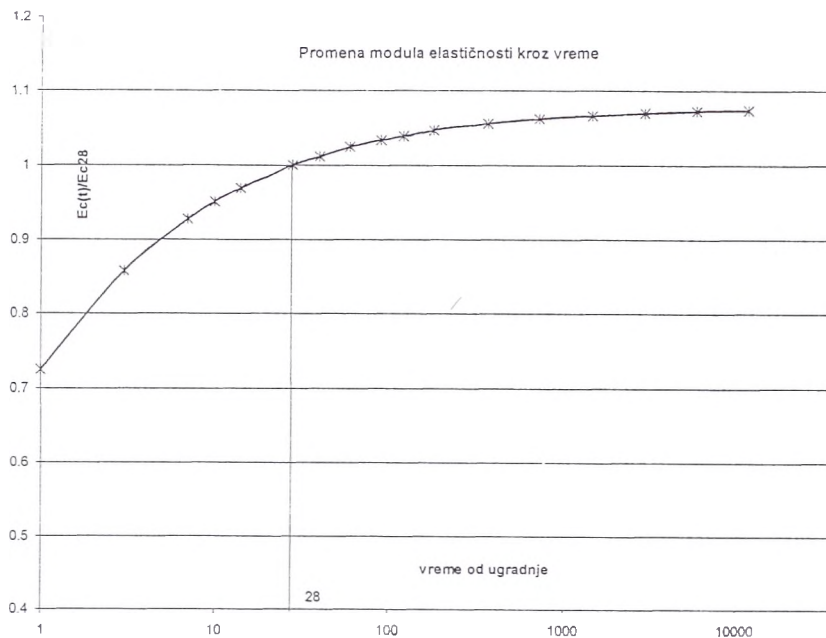
слика 5.2 – карактеристичан радни дијаграм бетона са оптерећењем и растерећењем

У случају краткотрајног –'тренутног' оптерећења, огледи показују да је веза између напона и деформација нелинеарна за читаво напонско подручје, међутим та је нелинеарност релативно благо изражена све док апсолутне вредности напона, било притиска или затезања, не пређу границу од $0,5fb$ (где је fb одговарајућа гранична чврстоћа)[V-1, 24]. Код дуготрајних процеса ова граница почиње већ од $0,3 fb$. Укупна дилатација постигнута у процесу оптерећења се састоји из еластичне – повратне и пластичне – неповратне, при растерећењу. Силазна грана радног дијаграма – растерећење такође је нелинеарна. Обзиром да је крива $\sigma - \varepsilon$ нелинеарна може се говорити о тангентном и секантном модулу еластичности код бетона. Као што је већ истакнуто, при напонима мањим од $0.3-0.5 fb$ нелинеарност је довољно блага те се тангентни и секантни модул еластичности поклапају и тај параметар се дефинише као модул еластичности бетона који се најчешће користи у пракси. То је разлог да се у домену експлоатационих напона може сматрати да је веза

између напона и деформација у бетону у сваком поједином временском тренутку линеарна. Истовремено, у подручју радних напона, пластична деформација при растерећењу је занемарљиво мала. При порасту интензитета краткотрајног оптерећења, кад напон у бетону прекорачи такозвану 'Бергову' границу $\sigma_b \approx 0,5 f_b$, долази до изражених пластичних деформација. То практично значи да се у подручју радних напона веза између напона и дилатације у бетону, услед краткотрајног оптерећења може описати као :

$$\sigma = E\varepsilon \quad 5.2$$

Овако описани модул еластичности бетона је такође функција старости бетона при наношењу оптерећења. Он расте са старошћу, слично као и чврстоћа бетона и може се сматрати да после 28 дана остварује 70-80% коначне вредности. Промена модула еластичности током времена бележи брз пораст у првих 28 дана, након чега се мења врло споро. На слици 5.3 квалитативно је приказана промена модула еластичности бетона током времена.



слика 5.3 – промене модула еластичности бетона кроз време, према МС – 90, цемент класе N

5.1.2.2. Деформације бетона током времена

Осматрање готових конструкција као и резултати бројних испитивања, показују да бетон у напетом стању поседује еластичну и пластичну деформацију, које су по свом карактеру вискозне, односно функција времена. Поред тога и у случају да нема спољњег напрезања у бетону се током времена развија напонски независна дилатација као последица физичко-хемијских процеса у цементу, позната као скупљање.

5.1.2.2.1. Скупљање бетона

Скупљање се дефинише као смањење димензија неоптерећених бетонских елемената. Оно је резултат смањења запремине при хидратацији цемента и термохигрометријских процеса који изазивају промене у садржају слободне воде у микро и макро порама у структури бетона. Овај процес траје 3-

5 година и претежно је вископластичан, и на њега значајан утицај има величина релативне влажности околине, и то како на брзину тако и на крајњу меру скупљања.

Укупна деформација скупљања се састоји од:

- хидратационог скупљања
- пластичног скупљања
- хидрауличног скупљања

Хидратационо скупљање се јавља услед контракције продуката хидратације цемента. Пластично скупљање настаје услед испаравања воде у периоду везивања цемента, иако највеће у поређењу са осталим облицима скупљања, није од значаја за напонска стања у конструкцији јер се одвија врло брзо у флуидној маси свежег бетона. Хидраулично скупљање настаје након завршетка процеса везивања бетона као последица промене влажности цементног камена.

Временски ток и коначне вредности скупљања зависе од релативне влажности, температуре, димензија елемената, састава бетонске мешавине, начина уградње и неге бетона. При томе нега бетона утиче на временски ток скупљања у смислу одлагања почетка скупљања док крајње вредности скупљања при константним вредностима осталих параметрима остају исте. Деформација скупљања се може назвати и напонски независном деформацијом јер се одвија без присуства напона у бетону.

На слици 5.4 дат је квалитативни приказ промене дилатације услед скупљања током времена, у уловима константне температуре и влажности средине. Треба напоменути да при повећању температуре расте и дилатација скупљања, а да се смањује са повећањем влажности. Време од кога се бележи скупљање, односно старост бетона, одговара тренутку престанка неге.



слика 5.4 -промене дилатације скупљања бетона током времена – време неге 3 дана

5.1.2.2.2. Течење бетона

Феномен који је Фресине запазио, а који се манифестовао као повећање угиба, што је последица пораста дилатација у бетону при константном напону, и поред запажања других аутора, бива званично признат тек 1930. на конгресу у Лијежу. Промена дилатације која се развија током времена при константном напонском стању назива се течење (пужење).

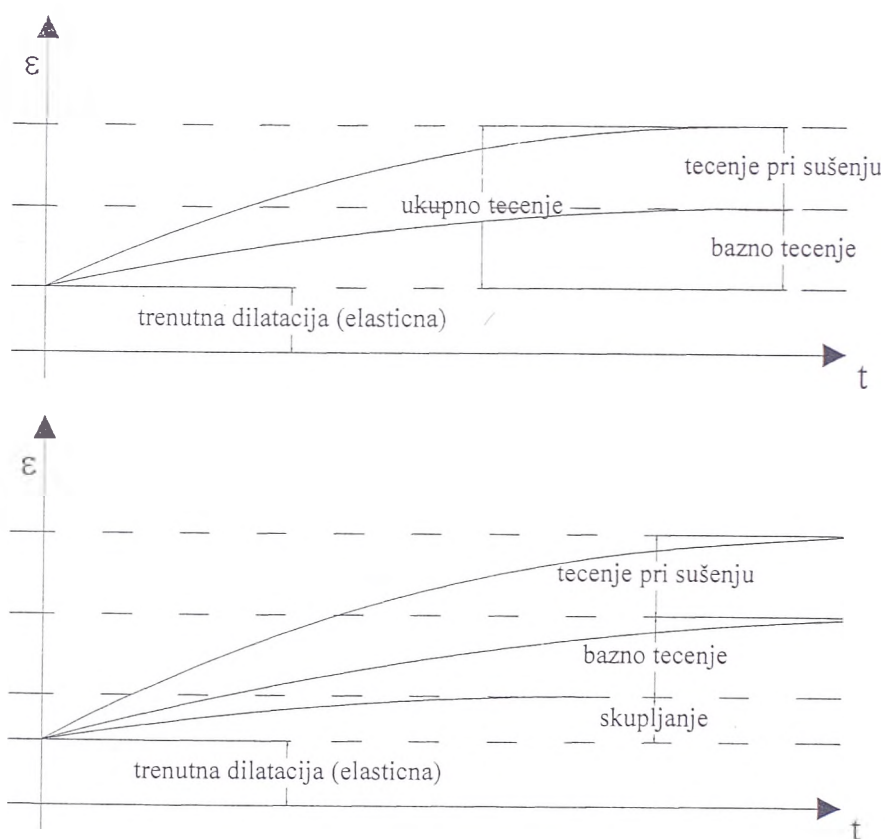
Течење се развија само у присуству напона, за разлику од скупљања које се одвија и без присуства напона у бетону. Промена дилатације током времена

је последица истовременог дејства скупљања и течења бетона. Уобичајено је да се ова два феномена посматрају као међусобно независни што омогућује просту суперпозицију дилатација скупљања и течења.

Дефинишу се два типа течења зависно од стања влажности околине :

- базно течење – које се одвија у условима када нема промене влажности и обично се дефинише као течење узорака сторираних у води
- течење при сушењу – које се може објаснити као повећање течења при губитку влаге

Укупна промена дилатације бетона током времена, под дејством константног напона приказана је на слици 5.5.

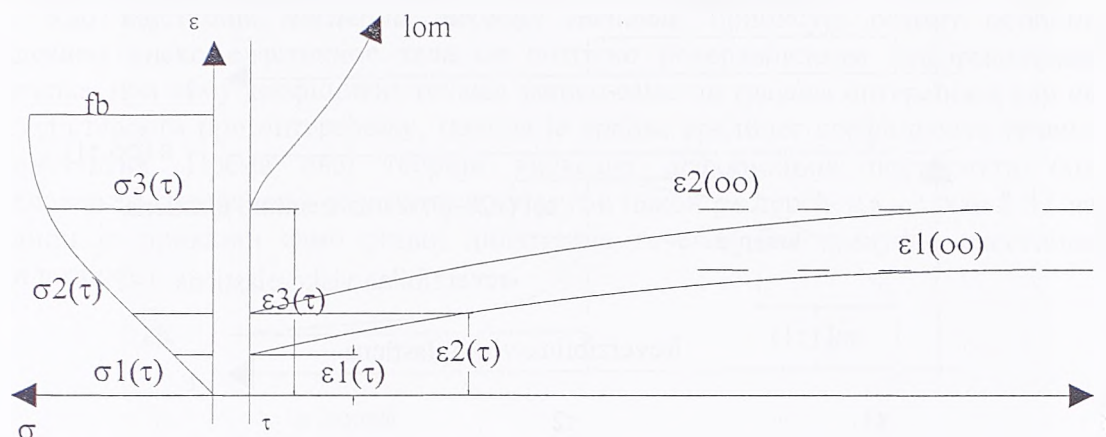


слика 5.5 – симултано деловање течења и скупљања

Деформација течења током времена монотono расте и при томе су могућа два случаја, зависно од нивоа напона:

- дилатација асимптотски достиже своју крајњу вредност
- дилатација расте до лома елемента.

На слици 5.6 су приказана ова два случаја (изостављена је дилатација скупљања).



слика 5.6- дилатације течења током времена зависно од нивоа напона

Како је то квалитативно на слици 5.6. приказано дилатација течења достиже крајњу, асимптотску вредност у подручју 'радних' напона, односно на оном делу радног дијаграма бетона где се веза између напона и дилатације може сматрати линеарном. Ово течење се назива линеарно течење, а теорија – линеарна теорија течења, код које важи да однос прираста дилатације течења и тренутне (еластичне) дилатације не зависи од напона тј.:

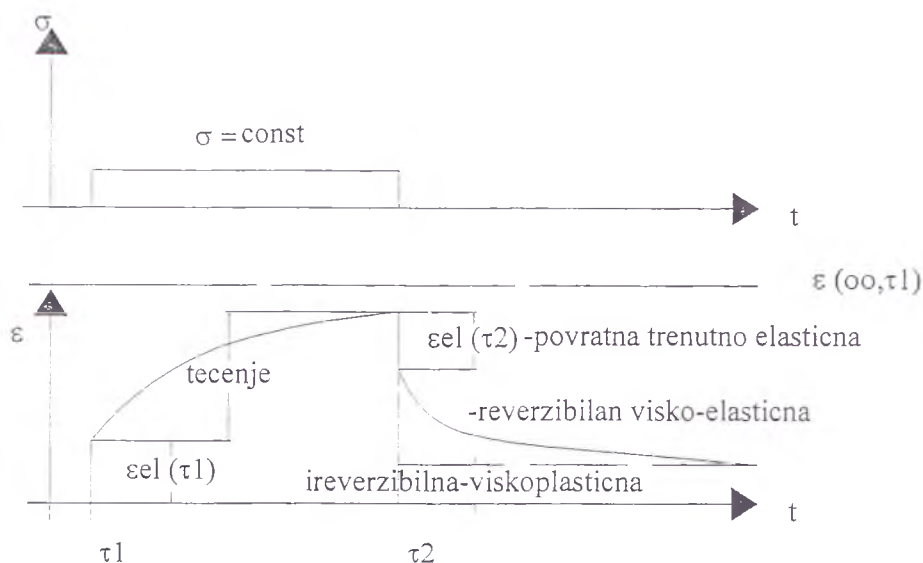
$$\frac{\Delta \varepsilon_m}{\varepsilon_{el}} \neq f(\sigma) \quad 5.3.$$

Дефинише се коефицијент течења ϕ као однос дилатације течења и тренутно еластичне дилатације. У домену линеарне теорије течења коефицијент течења не зависи од интензитета напона. С друге стране, тренутно еластична дилатација зависи од тренутка аплицирања напона, обзиром на промену модула еластичност током времена. Различити прописи, у складу са тиме да ли као тренутно еластични деформацију усвајају стварну у посматраном тренутку времена или номиналну (при старости од 28 дана), различито описују коефицијент течења. Функција течења, којом је дата веза између константног напона и дилатације у произвољном тренутку времена, је међутим, увек дефинисана на исти начин.

Огледи су показали да се, под утицајем спољњих сила произвољног временског трајања, а у домену линеарне теорије течења, код бетона јављају три типа деформација (приказаних на слици 5.7.):

- тренутно еластичне;
- вискозно еластичне ;
- виско пластичне .

На сва три типа деформација региструје се утицај 'старост' бетона у тренутку оптерећења. На основу ових особина бетон се дефинише као **вискоеластопластичан материјал са изразитом особином старења.**



слика 5.7. дилатације бетона током времена при дуготрајном оптерећењу и растетећењу

5.1.2.2.2.1. Линеарна теорија течења бетона

У случају константних напона у линеарној теорији течења дилатација бетона у тренутку t пропорционална је напону са функцијом течења $J(t, \tau)$, према следећем изразу:

$$\varepsilon_b(t, \tau) = \frac{\sigma_b(\tau)}{E_b(\tau)} * (1 + \varphi(t, \tau)) = \sigma_b(\tau) * J(t, \tau) \quad 5.4.$$

где су:

- $\varepsilon_b(t, \tau)$ - укупна напонски зависна дилатација бетона у тренутку t - услед напона $\sigma(\tau)$, који делује у тренутку τ ;
- $E_b(\tau)$ - модул еластичности бетона у тренутку τ ;
- $\varphi(t, \tau)$ - коефицијент течења, однос деформације течења у тренутку времена t , према тренутно еластичној деформацији у тренутку оптерећења τ ;
- $J(t, \tau)$ - функција течења $J(t, \tau) = \frac{1 + \varphi(t, \tau)}{E_b(\tau)}$.

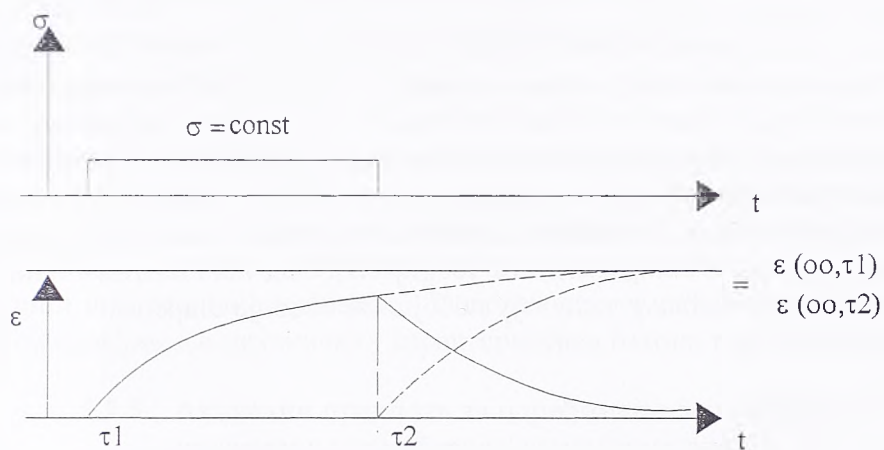
Очито је да је функција течења одређена уколико је позната функција промене модула еластичности бетона током времена као и коефицијент течења који је функција две променљиве: старости у тренутку оптерећења и трајања оптерећења. Како се показало да промена модула еластичности бетона током времена није толико изражена, често се може занемарити, најважнији фактор при одређивању функције течења је управо коефицијент течења.

Експериментално је утврђено да коефицијент течења зависи од бројних фактора од којих су најважнији: састав бетонске мешавине, чврстоћа бетона, релативна влажност и температура, облик и димензије попречног пресека, трајање оптерећења и старост бетона у тренутку оптерећења.

У оквиру реологије бетона дефинишу се модели са реолошким константама као функцијама времена и старости који настају модификацијом постојећих

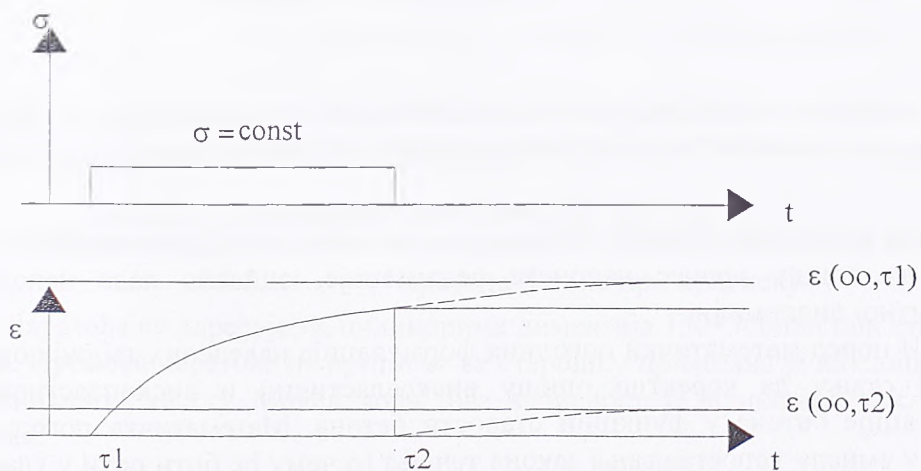
класичних реолошких модела (Хуково тело, Њутново тело и Сент Венаново тело), везаних у низ или паралелу уз поштовање промена механичких карактеристика бетона током времена.

Као најстарија *наследна теорија течења*, приписује бетону особине идеално виско еластичног тела са потпуно реверзибилним деформацијама течења, при чему коефициент течења зависи само од трајања оптерећења али не и од старости при оптерећењу, тако да је крајња вредност коефициента течења константна. Према овој теорији вискозна деформација постигнута под деловањем оптерећења се у потпуности губи након растерећења - слика 5.8. (на слици је приказан само развој дилатације течења, без тренутно еластичне дилатације).



слика 5.8 – дилатације течења при оптерећењу и растерећењу према наследној теорији течења

Насупрот наследној теорији течења, класична теорија старења или Dishinger -ова теорија течења, приписује бетону особине идеално вископластичног тела са потпуно неповратном деформацијом течења. Коефициент течења, према Dishinger-овој теорији је функција облика: $\varphi(t, \tau) = \varphi(t) - \varphi(\tau)$, и очигледно је да крајња мера течења зависи искључиво од старости бетона, односно да су криве течења транслаторно померене по ординати. (слика 5.9).



слика 5.9 – дилатације течења при оптерећењу и растерећењу према класичној теорији старења

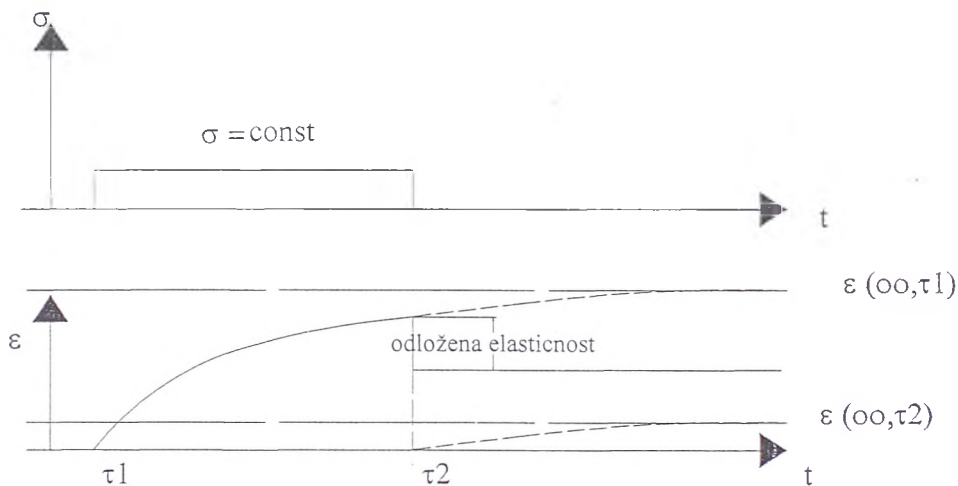
Приказани развој дилатације не одговара реалности те је уведен модел *побојшане теорије старења* или побољшана Dishinger-ова теорија која дефинише коефициент течења као збир коефицијената течења за реверзибилни и иреверзибилни део деформације течења. При томе се узима да реверзибилни део није функција ни старости бетона као ни трајања оптерећења:

$$\varphi(t, \tau) = \varphi_{\infty}^r + \varphi_t^i - \varphi_{\tau}^i \quad 5.5$$

где је :

- φ_{∞}^r - реверзивилни део коефицијента течења;
- φ_t^i - иреверзибилни коефицијент течења за тренутак t ;
- φ_{τ}^i - иреверзибилни коефицијент течења за тренутак τ .

Укупна дилатација течења, по овој теорији састоји се од повратног и неповратног дела. Реверзибилни део дилатације течења се назива одложена еластичност, тако да се одређени део дилатације постигнуте у процесу течења, након растерећења губи – за разлику од класичне Dishinger-ове теорије. На слици 5.10. приказан је ток дилатације (без тренутно еластичних дилатације – ради упоредљивости са претходним теоријама), под константним напоном при оптерећењу и растерећењу у случају побојшане теорије старења.



слика 5.10 –дилатације течења при оптерећењу и растерећењу према побојшаној теорији старења(изостављена тренутно еластична дилатација)

Ни оригинална теорија старења, као ни њена побојшана варијанта нису у стању да опишу процес напонске релаксације, односно пада напона при константној дилатацији.

И поред математички погодних формулација наведених теорија оне ипак нису у стању да коректно опишу вискоеластични и вископластични део деформације бетона у функцији старости бетона. Математичка погодност се огледа у смислу успостављања закона течења (о чему ће бити речи у глави 6) у форми диференцијалних једначина, наместо интегралног облика.

Данас постоје различити предлози од којих је најпознатија *наследна теорија старења* Маслов-Арнаутин при чему се коефицијент течења приказује као

призвод две функције: функције која зависи само од старости бетона $g(\tau)$ и која је монотono опадајућа функција и функције која зависи само од трајања оптерећења $f(t-\tau)$ која је монотono растућа. Коефицијент течења је приказан у облику:

$$\varphi(t, \tau) = g(\tau) * f(t - \tau) \quad 5.6.$$

Овакви предлози доста верно описују понашање материјала па се дефиниције коефицијента течења у овом облику могу наћи и у следећим тренутно актуелним правилницима: АСI 209; МС-90; EN 1992-1-1:2004 EN1992.

Побојшањем и/или модификацијом класичне теорије старења, задовољавајући експериментално утврђено понашање бетона у току времена може се формулисати коефицијент течења као збир једне функције наследног облика и друге функције само старости. Закон течења према моделу СЕВ-FIP'78 представља комбинацију наследне теорије течења и класичне теорије старења.

Математичке формулације за механичке и реолошке карактеристике материјала могу се наћи у препорукама и националним прописима различитих земаља, у циљу што бољег описивања наведених појава. Базиране на експериментално утврђеном понашању бетона, имају за циљ да се утицаји у конструкцији што реалније предвиде. У даљем тексту дат је приказ актуелних предлога за одређивање механичких карактеристика бетона током времена.

5.1.3. Актуелни предлози за одређивање механичких карактеристика бетона током времена

Предлози за описивање механичких карактеристика бетона током времена могу се наћи у препорукама и прописима за бетонске конструкције било као аналитичке функције, било као дискретне вредности у оквиру табела ([V-2, 7], [V-3, 4], [V-4, 6], [V-5, 39], [V-6, 15]).

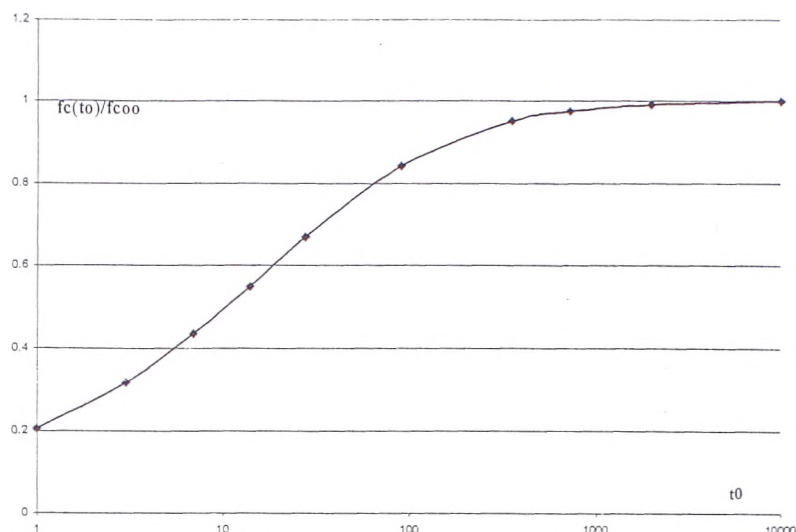
Обзиром на значај појединих карактеристика бетона у смислу њиховог ефекта на понашање конструкције током времена издвајају се следеће особине:

- чврстоћа бетона при притиску и промена чврстоће при притиску у току времена;
- модул еластичности бетона и његова промена у току времена;
- деформација скупљања и њен развој у току времена;
- деформација течења и коефицијент течења.

5.1.3.1. Модел прописа СЕВ-FIP 78 ([V-2, 7])

5.1.3.1.1. Чврстоћа бетона при притиску

Чврстоћа се одређује на цилиндрима димензија 150*300mm при старости 28 дана. Промена чврстоће на притисак са старошћу приказана је на слици 5.11. У оригиналном тексту Модел кода, ова зависност је приказана искључиво графички.



слика 5.11- промена чврстоће бетона током времена

5.1.3.1.2. Тренутни модул еластичности

Модул еластичности бетона се може одредити на основу следећег израза:

$$Eb = 95 * (fck + 8)^{1/3} \quad 5.7.$$

при чему је fck - карактеристична чврстоћа бетона на притисак у МПа , при старости од 28 дана. Израз 5.7. се може применити и за одређивање модула еластичности при старости различитој од 28 дана тако што се уноси вредност карактеристичне чврстоће са коригованом старошћу, а према експерименталним подацима или према слици 5.11. Коригована старост се одређује према 5.9.

5.1.3.1.3. Скупљање

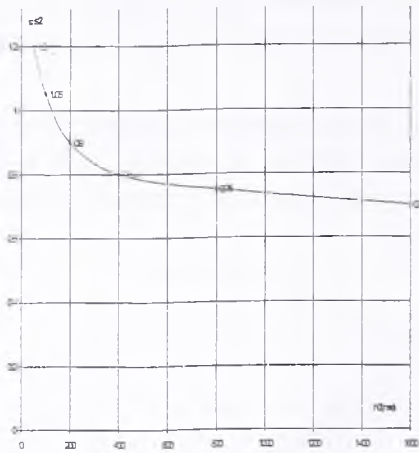
Дилатација скупљања у интервалу времена (t_0, t) може се одредити на основу израза:

$$\varepsilon_s(t, t_0) = \varepsilon_{s0} * [\beta_s(t) - \beta_s(t_0)] \quad 5.8.$$

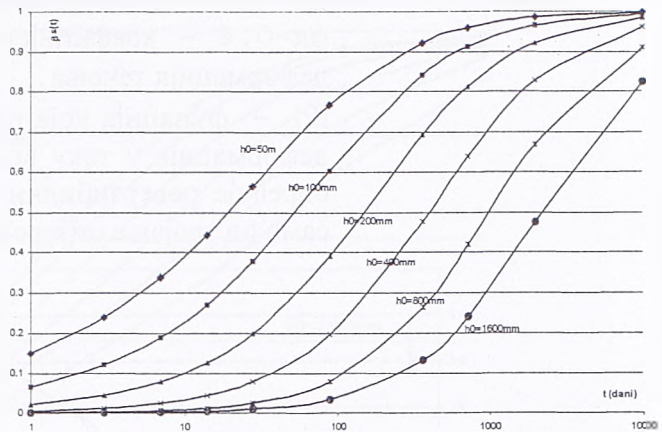
- $\varepsilon_{s0} = \varepsilon_{s1} * \varepsilon_{s2}$ - је основни коефицијент скупљања,
- ε_{s1} - зависи од влажности средине и читава се са табеле,
- ε_{s2} - зависи од фиктивне дебљине елемента $(h_0 = \lambda \frac{2 * A_c}{u})$,
 λ зависи од влажности и креће се од 30 (у води) до 1 (при влажности од 40%),
- A_c - је површина попречног пресека,
- u - је обим попречног пресека у контакту са атмосфером).

Слика 5.12. приказује ε_{s2} у зависности од h_0 -

- $\beta_s(t)$ - је функција која зависи од h_0 - приказана је на слици 5.13



слика 5.12 – коефицијент ес2



слика 5.13 функција промене скупљања током времена у зависности од фиктивне дебљине h0

- t,t0- су кориговане старости бетона , а према :

$$t = \frac{\alpha}{30} \sum_{tm} \{ [T(tm) + 10] * \Delta tm \} \quad 5.9.$$

- T- је средња дневна температура у степеним Целзијуса,
- Δtm- је број дана када је средња дневна температура имала вредност T-,
- α=1 за одређивање кориговане старости код скупљања и за цементе са нормалним и спорим очвршћавањем
- α=2 за цементе са брзим очвршћавањем
- α=3 за цементе са брзим очвршћавањем и високом чврстоћом.

5.1.3.1.4. Течење

Укупна дилатација у произвољном тренутку времена -t- , услед напона σ(τ), који делује у тренутку τ дата је изразом:

$$\varepsilon(t, \tau) = \sigma(\tau) \left[\frac{1}{Eb(\tau)} + \frac{\varphi(t, \tau)}{Eb(28)} \right] \quad 5.10.$$

Коефицијент течења φ(t,τ) је овде дефинисан као однос између дилатација течења и номиналне еластичне дилатације за оптерећење 28-мог дана, и може се довољно тачно одредити према :

$$\varphi(t, \tau) = \beta_a(\tau) + \varphi_d \beta_d(t - \tau) + \varphi_f [\beta_f(t) - \beta_f(\tau)] \quad 5.11.$$

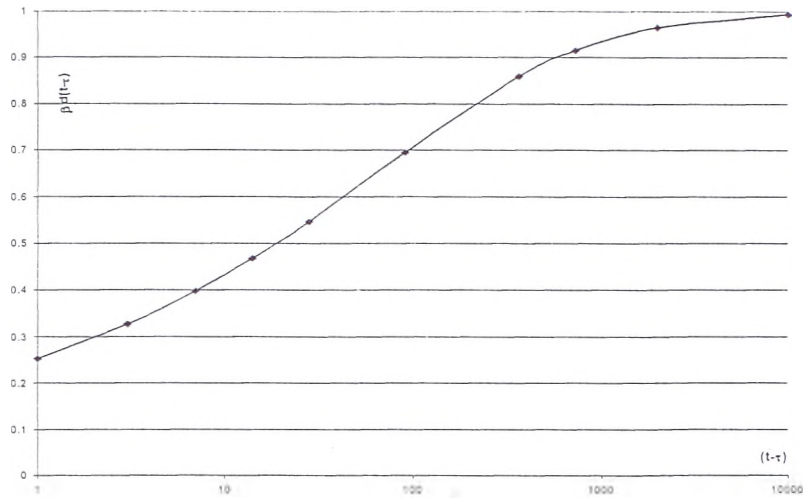
Први члан у изразу 5.11. (β_a(τ)) представља иреверзибилни део деформације течења која се одиграва у току првих дана по доношењу оптерећења, дат је изразом 5.12.

$$\beta_a(\tau) = 0.8 * (1 - fb(\tau) / fb\infty)$$

5.12.

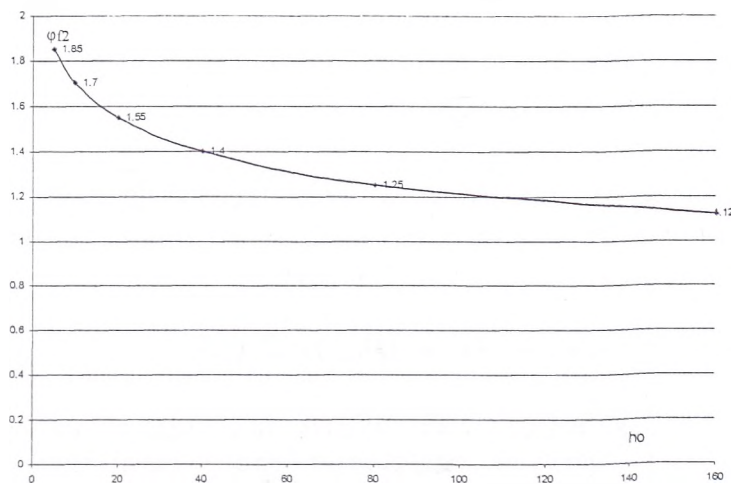
Однос чврстоћа који се јавља у изразу може се усвојити према слици 5.11 .

- $\phi_d = 0.4$ - коефицијент реверзibilних , вискоеластичних деформација течења ,
- β_d - функција која представља промену вискоеластичне деформације у току времена, дата је на слици 5.14. - она одређује реверзibilни део деформације течења и зависи само од трајања оптерећења ,

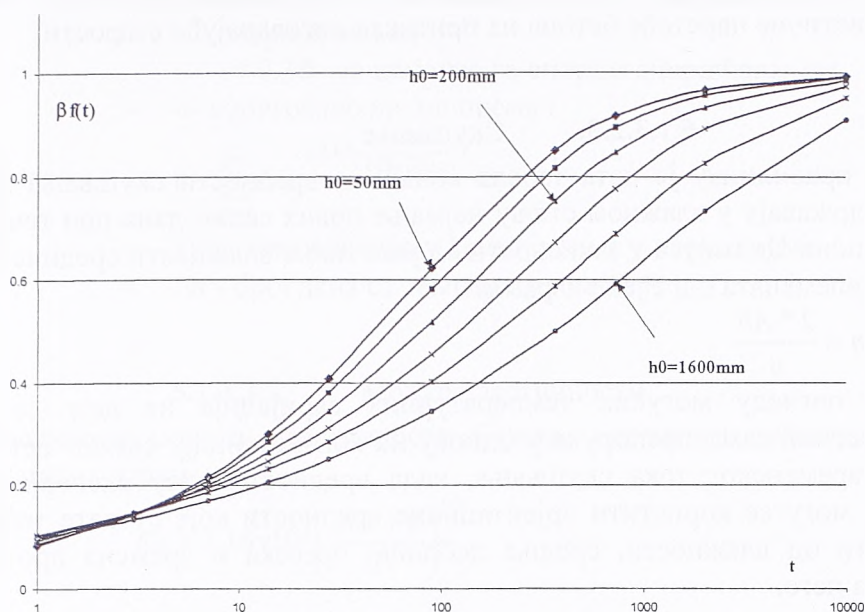


слика 5.14 – зависност вискоеластичних деформација течења од трајања оптерећења према СЕВ-FIP'78- $\beta_d(t-\tau)$

- $\phi_f = \phi_{f1} * \phi_{f2}$,
- ϕ_{f1} - коефицијент који зависи од влажности и усваја се према табели датој у приписима,
- ϕ_{f2} - зависи од фиктивне дебљине $-h_0-$ према слици 5.15.
- β_f - функција која описује иреверзibilни (вископластични)део деформације течења и зависи од фиктивне дебљине елемента, слика 5.16.
- t, τ - кориговане старости према 5.9.



слика 5.15. коефицијент ϕ_{f2}



слика 5.16- промена вископластичних деформација током времена

Када се одређује утицај течења после времена дужег од три месеца може се користити приближан једноставнији израз за коефицијент течења :

$$\varphi(t, \tau) = 0.4 + \varphi_f [\beta_f(t) - \beta_f(\tau)] \quad 5.13.$$

Ово одговара предпоставци да се укупна вискоеластична деформација одиграва у тренутку наношења оптерећења, али се занемарују и тренутне квази пластичне дилатације β_a које зависе од старости бетона а не и од трајања оптерећења.

5.1.3.2. БАБ 87 (IV-3, 4)

5.1.3.2.1. Чврстоћа бетона при притиску

Чврстоћа при притиску се одређује на коцкама ивице 20cm, као карактеристична чврстоћа $-f_{bk}$.

У правилнику је дата и табела за однос чврстоће на притисак нормне коцке ивице 20cm према другим телима и она је за 20% већа него код цилиндра 15*30cm. Што се тиче промене чврстоће на притисак у току времена правилник упућује на упоредно експериментално утврђивање.

5.1.3.2.2. Тренутни модул еластичности

Средње вредности модула еластичности бетона могу се одредити према следећем изразу:

$$Eb = 9.25(fbk + 10)^{1/3} \quad 5.14.$$

где је $-fbk$ - карактеристична чврстоћа у МПа , док се модул еластичности одређује у GPa.

Израз 5.14. се може применити и за бетоне различите старости од 28 дана, уз коришћење предпостављене или експериментално одређене карактеристичне чврстоће бетона на притисак одговарајуће старости.

5.1.3.2.3. Скупљање

У правилнику је дата табела коначних вредности скупљања за бетоне који се одржавају у влажном стању најмање првих седам дана при температури од 20 степени Целзијуса у зависности од релативне влажности средине и средње дебљине елемената одређене изразом:

$$dm = \frac{2 * Ab}{u}$$

У погледу могућих температурних варијација не дају се никакве препоруке, већ само препоруке у односу на конзистенцију свежег бетона. Што се тиче временског тока скупљања, када вредности нису експериментално одређене могу се користити оријентационе вредности које су дате табеларно у зависности од влажности, средње дебљине пресека и времена протеклог од престанка неге.

5.1.3.2.4. Течење

Укупна напонски зависна дилатација дефинисана је са:

$$\varepsilon_b(t, \tau) = \frac{\sigma_b(\tau)}{E_b(\tau)} * (1 + \varphi(t, \tau)) \quad 5.15.$$

Коефицијент течења се у овом случају дефинише, за разлику од СЕВ-FIP'78, као однос вискозне према тренутно еластичној деформацији у тренутку оптерећења. Коначне вредности коефицијената течења дате су у зависности од старости бетона у тренутку оптерећења, релативне влажности средине и средње дебљине пресека. Што се тиче зависности коефицијента течења од старости бетона у тренутку оптерећења и времена под оптерећењем, табеларно су дате величине које описују временски ток коефицијента течења зависно само од старости бетона и трајања оптерећења. При томе се предпостављају услови приближно константне влажности и температуре. Правилник предвиђа корекције само зависно од конзистенције свежег бетона.

5.1.3.3. Модел прописа МС 90 (JV-4, 6)

5.1.3.3.1. Чврстоћа на притисак

Чврстоћа на притисак се одређује на цилиндрима пречника 150мм, висине 300мм, означава се са f_{ck} . Промена чврстоће кроз време може се одредити на основу :

$$f_{cm}(t) = \beta_{cc}(t) * f_{cm} \quad 5.16.$$

где су :

- $f_{cm} = f_{ck} + 8$ - средња чврстоћа после 28 дана у МПа
- $f_{cm}(t) = f_{cm}(t) + 8$ - средња чврстоћа у тренутку t - у МПа
- $\beta_{cc}(t) = e^{(s(1-(28/t)^{0.5}))}$ 5.17.

У ФИЗИЧКО-МЕХАНИЧКА СВОЈСТВА МАТЕРИЈАЛА

$s=0.2$ - за брзостврдњавајући цемент високе чврстоће
 $s=0.25$ - за цементе са нормалним и брзим очвршћавањем
 $s=0.38$ - за цементе са спорим очвршћавањем

- t - кориговано време према :

$$t = \sum_{i=1}^n \Delta t_i e^{\left(13.65 - \frac{4000}{273+T(\Delta t_i)}\right)} \quad 5.18.$$

- $T(t_i)$ - температура у Целзијусима у периоду Δt_i
- Δt_i - број дана са температуром T

5.1.3.3.2. Модул еластичности

Вредности модула еластичности бетона нормалне тежине могу се одредити према изразу :

$$E_b = 2.15 \times 10^4 \left(\frac{f_{ck} + 8}{10} \right)^{1/3} \quad 5.19.$$

- f_{ck} - и - E_b - у МПа.

Промена модула еластичности кроз време дата је са:

$$E_b(t) = \beta_E(t) * E_b \quad 5.20.$$

$$\beta_E(t) = [\beta_{sc}(t)]^{0.5} \quad 5.21.$$

E_b је модул еластичности после 28 дана дат изразом 5.19, а β_{sc} је према 5.17.

5.1.3.3.3. Скупљање

Дилатација скупљања може се одредити према:

$$\varepsilon_s(t, t_s) = \varepsilon_{s0} * \beta_s(t - t_s) \quad 5.22.$$

Крајња вредност скупљања:

$$\varepsilon_{s0} = \varepsilon_s(f_{cm}) * \beta_{RH}, \quad 5.23.$$

$$\varepsilon_s(f_{cm}) = [160 + \beta_{sc}(90 - f_{cm})] * 10^{-6} \quad 5.24.$$

- f_{cm} - средња чврстоћа после 28 дана у МПа
- β_{sc} = 4 - за споростврдњавајући цемент
- = 5 - за нормални и брзостврдњавајући цемент
- = 8 - за брзостврдњавајући цемент високе класе
 $\beta_{RH} = -1.55 * \beta_{sRH}$ $40\% \leq RH < 99\%$
- = 0.25 $RH \geq 99\%$ 5.25.
 $\beta_{sRH} = 1 - (RH/100)^3$

- где је RH влажност у %.

Функција која одређује временски развој дилатације скупљања је дата:

$$\beta_s(t-t_s) = [(t-t_s) / (0.035h_0^2 + t-t_s)]^{0.5} \quad 5.26.$$

где су:

- $h_0 = 2 * A / u$ - средња дебљина у мм
- t, t_s - време, односно време од кога почиње скупљање које није кориговано.

5.1.3.3.4. Течење

Укупна дилатација је дефинисана изразом 5.10, односно према моделу прописа СЕВ-FIP'78.

Коефицијент течења се одређује изразом:

$$\varphi(t, \tau) = \phi_0 * \beta_c(t - \tau) \quad 5.27.$$

где су :

$$\phi_0 = \phi_{RH} * \beta(fcm) * \beta(\tau); \quad \phi_{RH} = 1 + \frac{1 - \frac{RH}{100}}{0.46 * \left(\frac{h_0}{100}\right)^{1/3}} \quad 5.28.$$

$$\beta(fcm) = \frac{5.3}{\left(\frac{fcm}{10}\right)^{0.5}}; \quad \beta(\tau) = \frac{1}{0.1 + \tau^{0.2}}$$

- τ коригована старост у тренутку оптерећења према :

$$\tau = \tau_{0,T} \left(\frac{9}{2 + \tau_{0,T}^{1.2}} + 1 \right)^\alpha \geq 0.5$$

- где се $\tau_{0,T}$ - одређује према 5.18.

- $\alpha = -1$ - за споростврђавајући цемент

- $= 0$ за нормални и брзостврђавајући цемент

- $= 1$ за брзостврђавајући цемент високе класе

$$\beta_c(t - \tau) = \left(\frac{t - \tau}{\beta_H + t - \tau} \right)^{0.3} \quad 5.29.$$

$$\beta_H = 1.5 * [1 + (0.012RH)^{18}] * h_0 + 250 \leq 1500mm$$

Трајање оптерећења у данима које фигурише у 5.29. $-(t-\tau)-$ је стварно време под оптерећењем.

5.1.3.4. АСИ 209 (V-5, 39)

5.1.3.4.1. Чврстоћа бетона при притиску

За старости бетона различите од 28 дана, чврстоћа цилиндра димензија 6*12 инча (15.2*30.5cm) се може одредити према следећој једначини:

$$f_c'(t) = \frac{t}{a+b*t} * f_c'(28d) \quad 5.30.$$

где је:

- $f_c'(28d)$ чврстоћа на притисак цилиндра при старости 28 дана , док су $-a-$ и $-b-$ константе које зависе од врсте цемента и начина неге бетона :
- $a=4$, $b=0.85$ цемент типа I негован влажењем
- $a=2.3$, $b=0.92$ цемент типа III негован влажењем
- $a=1$, $b=0.95$ цемент типа I запариван
- $a=0.7$, $b=0.98$ цемент типа III запариван

5.1.3.4.2. Тренутни модул еластичности

Тренутни модул еластичности се може срачунати у функцији чврстоће цилиндра према следећој формули:

$$Eb(t) = 33 * W^{1.5} * (f_c'(t))^{0.5} \quad 5.31.$$

где је W - запреминска тежина бетона у фунтама по кубној стопи (pfc, $1\text{KN}/\text{m}^3=6.36\text{pfc}$), се добија се модул еластичности у фунтама по квадратном инчу (psi; psi, $1\text{MPa}=145\text{psi}$).

5.1.3.4.3. Скупљање

Предложена је следећа једначина за одређивање дилатације скупљања:

$$\varepsilon_s(t, t_0) = \frac{(t-t_0)}{f+(t-t_0)} * \varepsilon_s^u \quad 5.32.$$

- ε_s^u крајња вредност скупљања ,
- f - је константа зависна од начина неге бетона ,
- $f=35$, $t_0=7$ за бетон негован влажењем
- $f=55$, $t_0=1-3$ за запариван бетон.
- t_0 - време трајања неге бетона у данима.
- ε_s^u се срачунава на следећи начин:
- $\varepsilon_s^u = 800 * 10^{-6} * K_H^s * K_T^s * K_S^s * K_B^s * K_F^s * K_A^s$ за бетон негован влажењем
- $\varepsilon_s^u = 730 * 10^{-6} * K_H^s * K_T^s * K_S^s * K_B^s * K_F^s * K_A^s$ за запариван бетон

Корекциони фактори, зависе од релативне влажности, димензија елемената, састава бетонске мешавине. Могу се одредити на основу следећих израза:

$$\begin{aligned}
 K_H^s &= 1.40 - 0.010 * H & 40\% \leq H \leq 80\% \\
 &= 3.00 - 0.030 * H & 80\% \leq H \\
 K_T^s &= 1.23 - 0.038 * T & \text{za prvu godinu} \\
 &= 1.17 - 0.029 * T & \text{za granicnu vrednost} \\
 K_S^s &= 0.89 + 0.41 * s & \\
 K_B^s &= 0.75 + 0.034 * B & \\
 K_F^s &= 0.3 + 0.014 * F & F \leq 50\% \\
 &= 0.9 + 0.002 * F & F \geq 50\% \\
 K_A^s &= 0.95 + 0.008 * A &
 \end{aligned}
 \tag{5.33}$$

- H - је влажност у процентима,
- T - је најмања димензија елемента у инчима,
- s - је слегање бетонске мешавине у инчима,
- B - број цакова од 94lb(0.481KN) цемента у кубном јарду бетонске мешавине,
- F - тежински проценат ситног агрегата,
- A - проценат увученог ваздуха у порама. За најмању димензију мању од 6 инча (15cm) K_T^s узима вредност 1.

5.1.3.4.4. Течење

Укупна напонски зависна дилатација бетона дефинисана је изразом 5.15, као и код БАБ'87. Коefицијент течења предложен је према следећем изразу:

$$\varphi(t, \tau) = \frac{(t - \tau)^{0.6}}{10 + (t - \tau)^{0.6}} * C_u \tag{5.34}$$

Корекциони коefицијент C_u (5.35.) је производ већег броја других корекционих функција од којих је свака појединачно једнопараметарска (5.36.). Параметри су: релативна влажност, димензије елемента и састав бетонске мешавине. Утицај старости при оптерећењу на коefицијент течења уведен је преко функције K_τ^C .

$$C_u = 2.35 * K_H^C * K_T^C * K_S^C * K_\tau^C * K_F^C * K_A^C \tag{5.35}$$

$$\begin{aligned}
 K_H^C &= 1.27 - 0.0067 * H & 40\% \leq H \\
 K_T^C &= 1.14 - 0.023 * T & \text{za prvu godinu} \\
 &= 1.10 - 0.017 * T & \text{za granicnu vrednost} \\
 K_S^C &= 0.82 + 0.067 * s \\
 K_\tau^c &= 1.25 * \tau^{-0.118} & \text{za beton negovan vodom} & 5.36. \\
 &= 1.13 * \tau^{-0.095} & \text{za zaparivan beton} \\
 K_A^C &= 1 & A \leq 6\% \\
 &= 0.46 + 0.092 * A & F > 6\% \\
 K_F^C &= 0.88 + 0.0024 * F
 \end{aligned}$$

5.1.3.5. EN 1992-1-1: Еврокод 2 (IV-6, 15)

5.1.3.5.1. Чврстоћа при притиску

Предвиђени су потпуно исти како узорци за испитивање тако и начин испитивања као према МС 90. При томе је предвиђена веома висока класа чврстоће цилиндра (90МПа). Једина мала разлика се огледа у промени чврстоће кроз време дефинисане функцијом $\beta_{cc}(t)$. Израз 5.17. је задржан у потпуности.

5.1.3.5.2. Модул еластичности

Модул еластичности бетона при старости од 28 дана одређен је изразом сличном изразу 5.19. (МС 90), разлика је једино у коефицијенту који је 2.2 уместо 2.15 како је у МС 90.

Развој модула еластичности током времена дефинише се веома сличном функцијом као код МС 90, односно изразом 5.20. Међутим промењена је функција промене модула еластичности описана изразом 5.21. тако да сада гласи:

$$\beta_E(t) = [\beta_{cc}(t)]^{0.3} \quad 5.37.$$

Ова корекција иде у правцу нешто бржег прираста модула еластичности за старости до 28 дана, а затим је прираст спорији у односу на МС 90.

5.1.3.5.3. Скупљање

Дилатација скупљања се приказује као збир сопствене дилатације скупљања и скупљања при сушењу.

$$\varepsilon_{c,s}(t) = \varepsilon_{c,a}(t) + \varepsilon_{c,d}(t) \quad 5.38.$$

Сопствена дилатација скупљања је првенствено функција класе бетона (чврстоће) и одређује се према :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{c,a}(t) &= \beta_{a,s}(t) \varepsilon_{ca}(\infty) \\ \varepsilon_{ca}(\infty) &= 2.5(f_{c,k} - 10) * 10^{-6} \quad \beta_{a,s}(t) = 1 - \exp(-0.2t^{0.5}) \end{aligned}$$

5.39.

Скупљање при сушењу дато је као производ коначне вредности скупљања, која зависи од чврстоће бетона, релативне влажности средине, средњег обима и типа цемента, и временске функције развоја скупљања:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{c,d}(t) &= k_h \varepsilon_{c,d,0} \beta_{d,s}(t, t_s) \\ \varepsilon_{c,d,0} &= 0.85 \left[(220 + 110 \alpha_{d,s1}) \exp\left(-\alpha_{d,s2} \frac{f_{cm}}{10}\right) \right] * 10^{-6} \beta_{RH} \\ \beta_{d,s}(t, t_s) &= \frac{(t - t_s)}{(t - t_s) + 0.04 \sqrt{h_0^3}} \end{aligned}$$

5.40.

Коефицијент β_{RH} , који уводи утицај влажности средине има исти облик као у МС 90 (израз 5.25.). Остали коефицијенти зависе од средњег обима - k_h , или од типа цемента ($\alpha_{d,s1}$ и $\alpha_{d,s2}$), према приложеним табелама :

h_0	k_h
<100	1
200	0.85
300	0.75
>500	0.7

тип цемента	$\alpha_{d,s1}$	$\alpha_{d,s2}$
S	3	0.13
N	4	0.12
R	6	0.11

5.1.3.5.4. Течење

Укупна напонски зависна деформација дефинисана је изразом 5.10. (СЕВ-FIP'78 и МС 90). Коефицијент течења описан је мало преуређеним изразима 5.28. и 5.29. при чему су уведене корекције на коефицијенте који описују утицај влажности средине у случају средње чврстоће (f_{cm}) веће од 35МПа. Те корекције иду у правцу смањења коефицијената φ_{RH} и β_H , према следећим изразима:

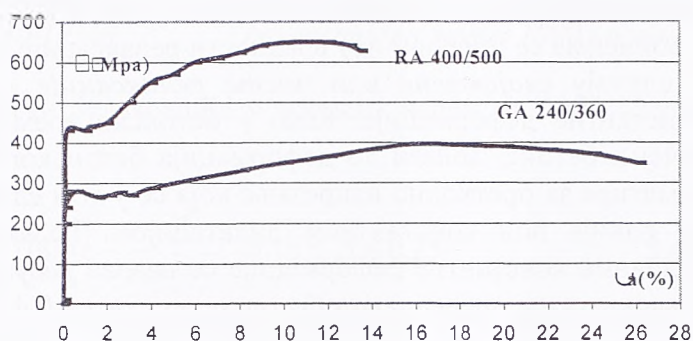
$$\begin{aligned} \varphi_{RH} &= \left[1 + \frac{1 - \frac{RH}{100}}{0.13 \sqrt{h_0}} \alpha 1 \right] \alpha 2 \\ \beta_H &= 1.5 \left[1 + (0.012 RH)^{18} \right] h_0 + 250 \alpha 3 \leq 1500 \alpha 3 \\ \alpha 1 &= \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0.7} \quad \alpha 2 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0.2} \quad \alpha 3 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0.5} \end{aligned}$$

5.41.

5.2. ОСНОВНЕ МЕХАНИЧКЕ КАРАКТЕРИСТИКЕ АРМАТУРЕ

Под меком арматуром подразумева се арматура у пресеку која није претходно затегнута. У основне механичке карактеристике ове врсте арматуре спадају: граница развлачења σ_v , чврстоћа при затезању β_a и модул еластичности E_a . Дијаграм напон-дилатација за најчешће коришћење бетонске челике приказан је на слици 5.17.

слика 5.17. дијаграми напон –дилатације за бетонски челик



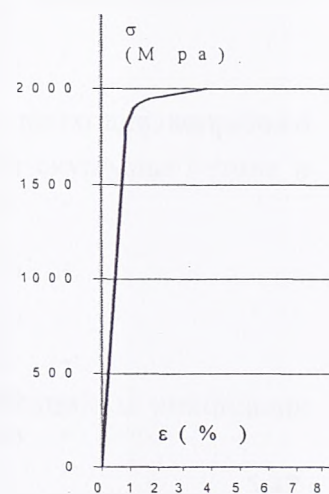
Како се са дијаграма може видети, бетонски челик се, у домену радних напона понаша као идеално еластичан материјал, са модулом еластичности као односом напона и дилатације све до границе развлачења. Ова граница је добро изражена и код GA 240/360 и код RA 400/500. Наведене карактеристике се доказују испитивањима узорака по тачно прописаном поступку. Сматра се да се основне механичке карактеристике меке арматуре не мењају током времена. Вредности тих величина су назначене уз одговарајућу врсту арматуре и са њима се улази у прорачун као са константама.

Најважније карактеристике челика за претходно напрезање су: граница развлачења, чврстоћа при затезању, издужење и контракција попречног пресека при кидању, модул еластичности и карактеристике релаксације.

Челици за претходно напрезање често немају изражену границу развлачења, па се дефинише конвенционална техничка граница развлачења, која представља напон при коме заостала деформација после растерећења износи 0.2 % (према појединим прописима 0.1%), и означава се као $\sigma_{02}(\sigma_{01})$.

Типичан дијаграм напон-дилатација код челика за претходно напрезање приказан је на слици 5.18

Модул еластичности челика за претходно напрезање не зависи од чврстоће при затезању и константан је током времена. Његова вредност дата је у спецификацији и у прорачун улази као константа.



слика 5.18. радни дијаграм челика за претходно напрезање

Релаксација представља пад напона током времена при константној деформацији. Релаксациона својста челика за претходно напрезање су од интереса за одређивање напонско деформацијског стања конструкција од претходно напрегнутог бетона, нарочито са становишта губитака силе претходног напрезања. Релаксација зависи од врсте челика, висине почетног напона у односу на границу развлачења и температуре. Крајња вредност релаксације и њен временски ток се одређује експериментално. Често се под крајњим вредношћу релаксације подразумева релаксација достигнута после 1000 часова (42 дана). Данас се сматра да се крајња вредност релаксације достиже, међутим, после 5×10^6 часова (57 година) и да може бити 2 до 3 пута већа од вредности досигнутог после 1000 часова.

Прописима се препоручују вредности релаксације, као и њеног временског тока, у случају *својствене* или *чисте релаксације* - која се одвија у условима константне деформације. Како у бетонски елементима, а услед скупљања и течења бетона, долази до деформација бетонског елемента, па и деформација арматуре за претходно напрезање која се у том елементу налази, релаксација се не одвија под константном дилатацијом. Релаксација која се не одвија у условима константне деформације се назива *редукована релаксација* и обично је мања од *чисте релаксације*, односно износи 0.4-0.9 исте.

5.2.1. Сопствена и редукована релаксација

До података о *својственој релаксацији* може се доћи или на основу важећих правилника, или на основу процењених вредности, или на основу опита релаксације.

РСЦ -70 даје математички израз, који одваја утицај величине иницијалних напона на крајњу вредност чисте релаксација (преко функције $f_1(\sigma_{k,0})$), од функције која описује ток релаксације у посматраном периоду времена (функција $f_2(t-t_0)$), на следећи начин:

$$- \Delta\sigma_{k,R}(t) = f_1(\sigma_{k,0})f_2(t-t_0) \quad 5.42.$$

$$- f_1(\sigma_{k,0}) = \sigma_{k,0}[\lambda/k - 0.55] \quad 5.43.$$

$$- f_2(t-t_0) = \log_{10}(t-t_0)/m \quad 5.44.$$

где су:

$$- \lambda = \frac{\sigma_{k,0}}{\sigma_{k,u}}; \quad k = \frac{\sigma_{k,y}}{\sigma_{k,u}}$$

- $\sigma_{k,u}$ - карактеристична чврстоћа челика на затезање

- $\sigma_{k,y}$ - конвенционална граница развлачења челика

- k се креће од 0.85 за напонски опуштан челик, до 0.9 за стабилизирани челик

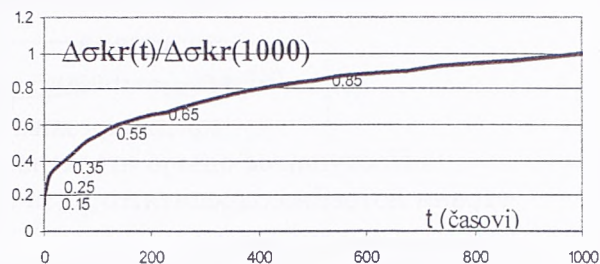
- m $m=10$ за напонски опуштан челик;

- $m=45$ за стабилизован челик.

СЕВ-FIP'78 [2] приказује чисту релаксацију табеларно (табела 5.1.), а у процентима за две групе челика, у зависности иницијалног напона према граници кидања. У прву групу са већом коначном вредношћу чисте релаксације, спадају хладно вучене жице и ужад, а у другу групу термички обрађене и

стабилизоване хладно вучене жице и ужад. На слици 5.19. приказан је временски ток релаксације у првих 1000 часова.

врста челика	$\sigma_{k,0} / \beta_a$	0.6	0.7	0.8
нестабилизовани	$\Delta\sigma_{k,r} / \sigma_{k,0} (\%)$	6	12	25
стабилизовани	$\Delta\sigma_{k,r} / \sigma_{k,0} (\%)$	3	6	10



табела 5.1. вредности релаксације после 1000 часова према СЕВ-FIP '78

слика 5.19. временски ток релаксације у првих 1000 часова

За одређивање вредности релаксације у времену већем од 1000 часова предложен је следећи израз:

$$\Delta\sigma_{k,R}(t) = \Delta\sigma_{k,R}(1000) \left[\frac{t}{1000} \right]^\beta \quad 0.15 \leq \beta \leq 0.25 \quad 5.45.$$

Узимајући препоручену вредност за коефицијент $\beta=0.2$, добија се да је релаксација после 57 година 3.5 пута већа од вредности релаксација дате табелом 5.1.

За одређивање пада напона под промењивом дилатацијом услед заједничког дејства скупљања и течења бетона и релаксације арматуре за претходно напрезање предложен је израз 5.46.

$$\Delta\sigma_{k,R}(c,s) = \frac{\varepsilon_s(t,t_0)E_k + \Delta\sigma_{k,r} + n\varphi(t,t_0)(\sigma_{b,q} + \sigma_{b,p0})}{1 - n \frac{\sigma_{b,p0}}{\sigma_{k,0}} (1 + \varphi(t,t_0) / 2)} \quad 5.46.$$

где су :

- $\Delta\sigma_{k,R}(c,s)$ - пад напона у челику за претходно напрезање услед комбинованог дејства течења и скупљања бетона и релаксације челика
- $\varphi(t,t_0)$ - коефицијент течења
- $n = \frac{E_k}{E_b(t_0)}$
- $\Delta\sigma_{k,r}$ - пад напона услед чисте релаксације за иницијални напон
- $\sigma_{k,i} = \sigma_{k,q0} - 0.3\Delta\sigma_{k,R}(c,s) \quad 5.47.$
- $\sigma_{b,q}$ - напон у бетону у висини тежишта каблова услед сталних дејстава у тренутку $t=t_0$

- $\sigma_{b,p0}$ - напон у бетону у висини тежишта каблова услед преднапрезања у почетном тренутку
- $\sigma_{k,0}$ - почетни напон у кабловима само услед претходног напрезања
- $\sigma_{k,q0}$ - напон у кабловима услед сталних утицаја и преднапрезања у почетном тренутку.

Поступак се одвија итеративно, пошто за одређивање величине на десној страни потребно одредити $\Delta\sigma_{k,r}$, за шта је опет потребно познавање $\Delta\sigma_{k,R}(c,s)$, а то је оно што се тражи.

Поред приказаног дат је и емпиријски образац који уз итерације може приближно да одреди крајњу вредност губитака напона у кабловима услед деформација зависних од времена:

$$\Delta\sigma_{k,\infty} = \Delta\sigma_{k,s+c,\infty} + \Delta\sigma_{k,r,\infty} (1 - 2\Delta\sigma_{k,c+c,\infty} / \sigma_{k,0}) \quad 5.48.$$

где су :

- $\Delta\sigma_{k,s+c,\infty} = E_k (\varepsilon_{c,\infty} + \varepsilon_{s,\infty})$
- $\varepsilon_{c,\infty}$ - дилатација бетона у нивоу каблова за претходно напрезање услед течења од утицаја претходног напрезања и осталих сталних дејстава
- $\varepsilon_{s,\infty}$ - дилатација бетона у нивоу каблова за претходно напрезање услед скупљања бетона.
- $\Delta\sigma_{k,r,\infty}$ - чиста релаксација са почетним напонам $\sigma_{k,0}$.

Израз 5.48. не важи за фазе грађења.

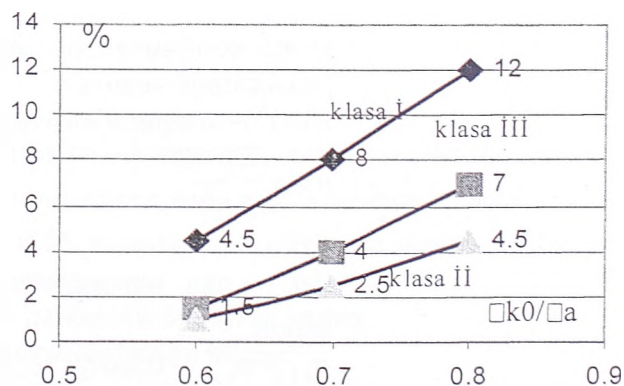
Прорачун редуковане релаксације се одвија итеративно, јер да би се одредила вредност десне стране израза 5.46. неопходно је одредити 5.47. у коме се управо јавља непозната величина $\Delta\sigma_{k,R}(c,s)$, која се одређује са 5.46. Процес брзо конвергира.

МС 90, [V-4, 6] чисту релаксацију такође даје и форми графика –слика 5.20., у зависности од врсте челика и односа иницијалног напона према граници кидања и то за три групе челика.

I група - челици са нормалном релаксацијом за жице и ужад

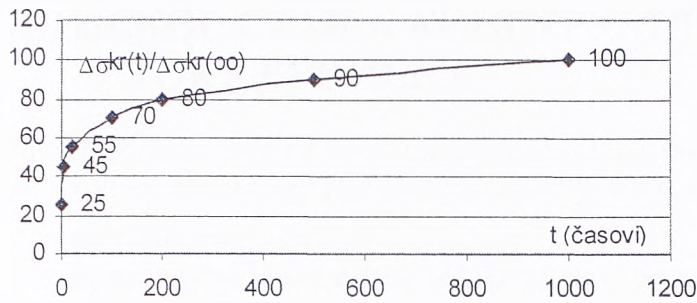
II група - челици са побољшаним карактеристикама релаксације за жице и ужад

III група - челичне шипке



слика 5.20. проценат чисте релаксације после 1000 часова зависно од иницијалног напона

Временски ток релаксације у првих 1000 часова приказан је на слици 5.21. чиме је предвиђен бржи развој релаксације него према СЕВ-FIP'78.



слика 5.21. временски ток развоја релаксације у првих 1000 часова

Такође је предложен израз за одређивање чисте релаксације за период већи од 1000 часова као :

$$R(t) = R(1000)(t / 1000)^k; \quad k = \log[R(1000) / R(100)] \quad 5.49.$$

где је R(t) ознака за проценат чисте релаксације. Надаље се предлаже за коефицијент k вредности између 0.12 и 0.19, што даје повећање релаксације после 57 година приближно око 2.5 пута (знатно мање него СЕВ-FIP'78).

EN 1992-1-1: Еврокод 2 (IV-6, 15) предлаже исту вредности за чисту релаксацију после 1000 часова, при вредности напона од 0.7 границе кидања, као и МС 90. При томе је временски ток релаксације за различите групе челика дат изразом 5.50.

$$\frac{\Delta \sigma_{pr}}{\sigma_{pl}} = k \rho_{1000} \exp(m\mu) \left(\frac{t}{1000} \right)^{0.75(1-\mu)} \times 10^{-5} \quad 5.50.$$

$$\mu = \frac{\sigma_{pl}}{f_{pk}}$$

Коефицијенти k и m зависе од класе челика и износе :

- Класа I : k=5.39;m=6.7
- Класа II : k=0.66;m=9.1
- Класа III : k=1.98;m=8

Уз предложени израз није дато никакво ограничење у погледу времена t, те није јасно да ли се односи и на времена мања од 1000 часова.

Што се тиче редуковане ралксације, која је од значаја за одређивање губитака силе претходног напрезања, предложено је да се чиста релаксација умањи редуccionим фактором 0.8.

VI. ЕФЕКТИ РЕОЛОШКИХ КАРАКТЕРИСТИКА БЕТОНА НА ОДРЕЂИВАЊЕ НАПОНСКО ДЕФОРМАЦИЈСКОГ СТАЊА КОНСТРУКЦИЈЕ У ТОКУ ВРЕМЕНА

Типични проблеми који су последица реолошких карактеристика бетона, а који се разматрају при анализи конструкција су :

- пораст деформација
- пад напона при константној деформацији – релаксација
- прерасподела напона у нехомогеном пресеку (арматура, спрегнути пресеци)
- промена силе преднапрезања
- прерасподела сила у конструкцији (у случају кад су делови конструкције од материјала различитих реолошких карактеристика)
- прерасподела сила у конструкцији услед промене статичког система.

У домену експлоатационих оптерећења конструкције, при нивоима радних напона важи линеарна теорија течења бетона.

Основне поставке линеарне теорије течења су:

- независност од промене влажности и температуре;
- линеарност и суперпозиција.

Прве потпуније теоријске обраде појаве течења материјала током времена дали су аустријски физичар Boltzman и италијански математичар Voltera крајем деветестог века. Voltera води рачуна да деформације материјала са својством течења зависе од претходних промена напона, односно историје оптерећења. Везе између напона и деформација формулишу се новим типом једначина које су познате као Volterine интегралне једначине. Оне имају и данас широку примену у линеарној теорији вискоеластичности и реологији бетона. Сви досада познати модели различитих теорија течења могу се приказати у облику Volterinih интегралних једначина, али поступци решавања ових једначина у затвореном облику су изузетно компликовани и непогодни за праксу. Наиме интегралне једначине је могуће решити диференцијалним поступком уз обимну нумеричку обраду на рачунару. На тај начин се могу решити понашања бетона као хомогеног материјала док у грађевинској пракси преовладавају проблеми спрегнутог дејства и статичке неодређености (спречених деформација).

Полазећи од принципа суперпозиције, веза између напона и дилатације у произвољном тренутку времена се може приказати као :

$$\varepsilon_{\sigma}(t) = \int_0^t J(t, \tau) d\sigma(\tau) \quad 6.1.$$

- $\varepsilon_{\sigma}(t)$ дилатација која је последица дејстава напона
- $J(t, \tau)$ функција течења бетона

VI ЕФЕКТИ РЕОЛОШКИХ КАРАКТЕРИСТИКА БЕТОНА НА ОДРЕЂИВАЊЕ
НАПОНСКО ДЕФОРМАЦИЈСКОГ СТАЊА КОНСТРУКЦИЈЕ У ТОКУ ВРЕМЕНА

Једначина 6.1. представља Volterinu интегралну једначину закона течења у интегралном облику. Њоме се описује дилатација за познату историју напона. Резолвентни облик израза 6.1. представља закон релаксације у интегралном облику, односно напон при познатој историји дилатације (израз 6.2.).

$$\sigma(t) = \int_0^t R(t, \tau) d\varepsilon_\sigma(\tau) \quad 6.2.$$

- $R(t, \tau)$ функција релаксације бетона, односно напон у времену $-t$ - услед јединичне дилатације у тренутку $-\tau$ -.

Двопараметарска функција релаксације је заправо решење интегралног закона течења, и обратно, важи израз 6.3.

$$J(t, \tau)E(\tau) + \int_\tau^t J(t, \theta) dR(\theta, \tau) = 1 \quad 6.3.$$

Пошто је опит релаксације тешко изводљив, са великим расипањем резултата, прописи углавном специфицирају функцију течења при описивању вискоеластичних особина бетона. За познату функцију течења и предвиђену историју дилатације користи се Volterina интегрална једначина 6.1. и то је најчешћи проблем који се решава у статичкој анализи конструкција. Решење се тражи углавном нумерички мада постоје и апроксимативно решење – када се двопараметарска функција релаксације изражава преко дате функције течења. Кад се једном за цео скуп параметра реши нумерички интегрална једначина 6.1. могу се дати таблице или дијаграми којима се описује релаксација, а самим тим и стање напона према 6.2.

Далеко погоднији начин за изражавање везе између напона и дилатација је у облику диференцијалних једначина са специфичним течењем, (прираст деформације – вискозна деформација), облика Dirihleovih редова. Тај се проблем решава кроз специјалну литературу у којој је показано [VI-1, 2] да се физички реолошки модели, замишљени као ланци Maksvelovih модела са временски промењивим карактеристикама, могу, са довољном тачношћу, апроксимирати математички формулисану функцију течења, чиме се долази од поменутих диференцијалних једначина (генерално различитих степена, што зависи од броја Maksvelovih модела у укупном моделу). Решење се тражи у облику Dirihleovih редова који су далеко повољнији по питању потребне меморије у рачунару, односно за израду програма.

Уводећи 6.1. или 6.2. у услове равнотеже сила и компатибилности дилатација у пресецима бетонских конструкција долази се до интегралних, односно диференцијалних проблема са промењивим коефицијентима већ и код статички одређених система. Када је у питању статички неодређен систем код кога се пресечне силе, као коефицијенти у условним једначинама равнотеже пресека, одређују из услова компатибилности деформација целе конструкције, задатак постаје практично нерешив. У том случају се примењује нумеричко решавање проблема такозваним *step-by-step* поступком уз поделу и конструкције у коначне елементе и времена у кратке интервале.

У појединим случајевима могу се увести одређена поједностављења те се са интегралних може прећи на алгебарске методе анализе конструкција са обухватањем утицаја реолошких карактеристика бетона.

6.1. КЛАСИФИКАЦИЈА КОНСТРУКЦИЈА

Код бетонских конструкција је увек присутна хетерогеност. Хетерогеност је последица присуства различитих материјала (бетон и арматура), присуства прелина, различитих димензије и/или старости појединих делова конструкције, еластичних спољњих или унутрашњих веза и слично. Међутим, у многим случајевима неки од поменутих типова хетерогености се могу занемарити, зависно од захтеваног нивоа тачности анализе.

Подела је извршена на следеће типове [VI-2, 5] :

- хомогене конструкције са крутим ослонцима
- хомогене конструкције са спољњим еластичним ослонцима (везама)
- хетерогене конструкције (хетерогеност дуж конструкције или у оквиру пресека).

6.1.1. Хомогене конструкције са крутим ослонцима

У овом случају важе *I* и *II* принцип линеарне вискоеластичности. Као последица *I* принципа добија се да се у статички неодређеним конструкцијама реакције не мењају током времена, већ се само, пропорционално функцији течења, повећавају деформације. Аналогно томе уколико се спрече промене деформација (које би биле последица течења), долази до релаксације напона у пресецима.

6.1.2. Хомогене конструкције са спољно еластичним везама

У случају константног спољњег оптерећења могу да се разматрају као хомогене са крутим ослонцима по питању инваријантности (непромењивости) стања напона под одређеним условом. Услов је да се померљиви ослонци изложе померању тако да се у њима јаве реакције које су једнаке реакцијама непомерљивих ослонаца.

6.1.3. Хетерогене конструкције

Ово је најсложенији случај који треба решавати путем генералног нумеричког step-by-step поступка. Услови равнотеже и услови компатибилности формирају систем симутаних Волтериних интегралних једначина. За њихово нумеричко решавање, и поред употребе рачунара, повољније је прећи на закон течења у диференцијалној форми (ограничење меморије).

6.2. МЕТОДЕ ЗА РЕШАВАЊЕ ПРОБЛЕМА СТАТИКЕ КОНСТРУКЦИЈА

Услови равнотеже спољних и унутрашњих сила у попречном пресеку армиранобетонског елемента, у случају савијања са нормалном силом, као система спрегнутог од бар два материјала, уз изједначавање дилатација бетона и арматуре током времена постају систем од две симултане интегралне једначине. Напони и дилатације у бетону и арматури, се у попречном пресеку мењају током времена, стално одржавајући равнотежу са пресечним силама. Уколико су пресечне силе непромењиве током времена, слободни чланови у систему интегралних једначина су константе. Ако се оптерећење не мења током времена на промену пресечних сила може да утиче или промена услова равнотеже или промена услова поклапања деформација. До промене услова равнотеже долази при промени статичког система. Значи ако се статички систем не мења током времена једначине услова равнотеже су инваријантне у односу на време. Условне једначине поклапања деформација, међутим, зависе од деформација система. При непромењивој вредности дуготрајног оптерећења, какав је најчешће случај, у статички одређеним системима пресечне силе остају константе током времена. То значи да су у условима равнотеже, исписаним у виду интегралних једначина, пресечне силе, које представљају слободне чланове, константе.

У циљу решавања проблема статике конструкција, уз коришћење приказаних веза између напона и дилатација за бетон, постоје три основна метода:

- step-by-step метод
- поједностављене методе
 1. алгебарске
 2. упрошћене функције течења
- директна употреба функције релаксације у специјалном случају хомогених конструкција са крутим везама

Методе су поређане од најкомплекснијих до најједноставнијих.

6.2.1. Step-by-step метод

Овај се метод заснива на нумеричкој интеграцији интегралне једначине закона течења. Време, по чему се и врши интеграција, дискретизује се на низ интервала.

При томе се користи:

- правоугаоно правило (замењује континуалну промену напона скоковитом на почетну интервала)
- трапезно правило (узима се средња вредност функција течења у посматраном интервалу)
- тангентно правило (узима се функција течења у средњој тачки "i"-тог интервала)
- Симсоновио правило (разматрају се три тачке у оквиру интервала)

VI ЕФЕКТИ РЕОЛОШКИХ КАРАКТЕРИСТИКА БЕТОНА НА ОДРЕЂИВАЊЕ
НАПОНСКО ДЕФОРМАЦИЈСКОГ СТАЊА КОНСТРУКЦИЈЕ У ТОКУ ВРЕМЕНА

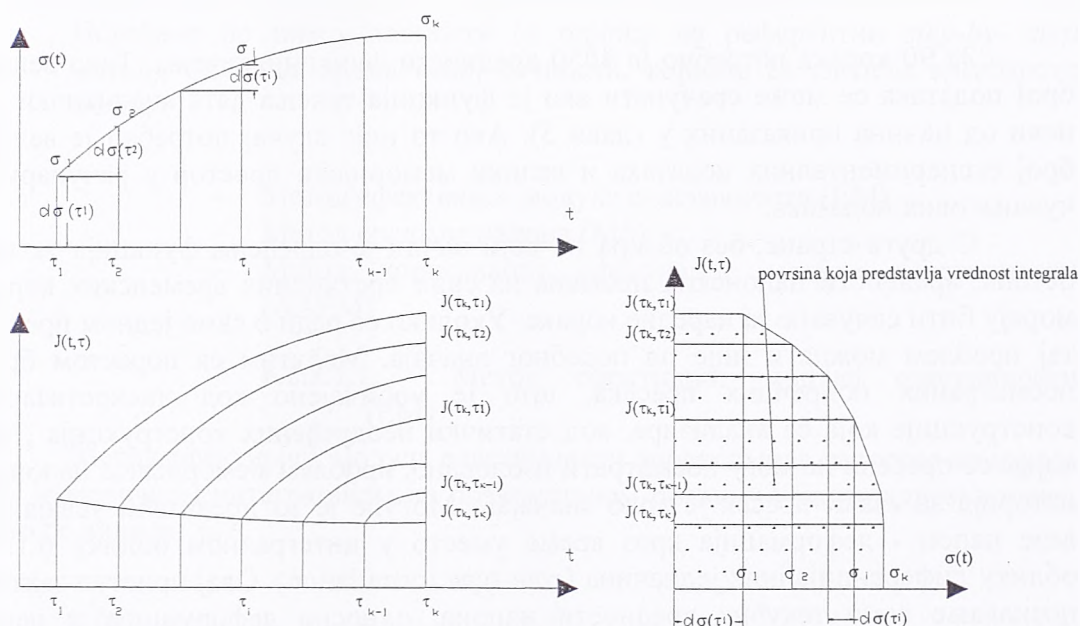
- и сл.

У дискретним периодима времена се спроводи статичка анализа ради одређивања промена у пресечним силама које су последица промене деформацијских величина у посматраном интервалу времена. Ове промене деформацијских величина су последица промена кривина у пресецима дуж елемената конструкције услед реолошких особина бетона и зависе од историје напона.

Веза између напона и дилатација у пресецима конструкције се изражава, уз обухватање претходне историје напона, зависно од начина нумеричке интеграције – нпр. за трапезно правило, као :

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon_{k,k+1} = \varepsilon_{k+1}^{\sigma} - \varepsilon_k^{\sigma} = & \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{j=k} \Delta \sigma_j (J_{k+1,j} + J_{k+1,j-1} - J_{k,j} - J_{k,j-1}) \\ & + \frac{1}{2} \Delta \sigma_{k+1} (J_{k+1,k+1} + J_{k+1,k}) \end{aligned} \quad 6.4.$$

Само последњи члан израза 6.4. представља текућу промену напона.



слика 6.1. илустрација нумеричке интеграције применом трапезног правила

На основу 6.4. очигледно је да се за одређивање промене напона поред познавања промене напонски зависне дилатације у посматраном тренутку времена, морају познавати све претходне напонске промене. Значи да се резултати претходних корака морају чувати за даљу анализу. У нумеричком смислу за добијање велике тачности нумеричке интеграције, предлаже се такав избор временских интервала који задовољавају:

$$J_{k,0} - J_{k-1,0} \approx 2\% J_{k,0} \quad 6.5.$$

VI ЕФЕКТИ РЕОЛОШКИХ КАРАКТЕРИСТИКА БЕТОНА НА ОДРЕЂИВАЊЕ
НАПОНСКО ДЕФОРМАЦИЈСКОГ СТАЊА КОНСТРУКЦИЈЕ У ТОКУ ВРЕМЕНА

За практичне прорачуне је најпогодније усвојити однос

$$\frac{(t_k - t_0)}{(t_{k-1} - t_0)} = \text{const} = q = 10^{\frac{1}{m}} \quad 6.6.$$

Ако се усвоји $m=16$, потребно је спровести анализу у 80-90 корака за временски период од 30 година, што се може сматрати задовољавајуће дугим периодом са становишта скупљања и течења. То значи да према изложеном поступку прорачуна треба познавати велики број дискретних вредности функције течења према следећој схеми:

$$\begin{aligned} & J_{1,1} \\ & J_{2,1}, J_{2,2} \\ & J_{3,1}, J_{3,2}, J_{3,3} \\ & \dots \\ & \dots \\ & J_{k,1}, J_{k,2}, J_{k,3}, \dots, J_{k,k} \end{aligned}$$

За 90 корака потребно је 4050 вредности функције течења. Тако велики број података се може срачунати ако је функција течења дата аналитички (на неки од начина приказаних у глави 5). Ако то није случај потребан је велики број експерименталних података и велики меморијски простор у рачунару за чување ових података.

С друге стране, без обзира на који начин је одређења функција течења бетона, вредности напонских промена из свих претходних временских корака морају бити сачуване за наредне кораке. Уколико се ради о само једном пресеку тај проблем можда и није од посебног значаја. Међутим са порастом броја посматраних попречних пресека, што је уобичајено код дискретизације конструкције која се анализира, код статички неодређених конструкција, код којих се пресеци не могу посматрати изоловано, проблем меморисања напонске историје за сваки пресек је врло значајан. Могуће је то превазићи усвајањем везе напон - деформација кроз време уместо у интегралном облику 6.1., у облику диференцијалних једначина (*rate-type formulation*). Овај приступ захтева познавање само текућих вредности напона, односно деформација и неких унутрашњих променљивих. Оваква веза, за бетон као вискоеластопластичан материјал са особиним старења, се може, са жељеном тачношћу, апроксимирати реолошким моделом Максвеловог ланца са особинама зависним од времена. Према [VI-1, 2] функција релаксације тада има облик Dirichlet-овог реда са реалним аргументима.

Евидентно, да уколико је пресек хомоген, под константним пресечним силама нема промене напона током времена и проблем се решава у једном кораку. Пропорционално функцији течења расту дилатације и кривине пресека током времена. У случају статички неодређених конструкција са крутим везама, по истом закону се мењају деформације од оптерећења основног система и статички непознатих (али у супротном смеру) те услови компатибилности остају задовољени без промене реакција, а то значи да код хомогених

конструкција утицаји остају константни током времена, као и напони у пресецима.

Ако је међутим пресек нехомоген (присуство арматуре) и при константним пресечним силама, напони у пресеку се у току времена мењају, идући у правцу прерасподеле напона између вискоеластичног бетона и еластичне арматуре уз стално задовољење равнотеже са пресечним силама и услова компатибилности дилатација у пресеку. Управо се из услова компатибилности дилатација у пресеку одређује интервална промена напона у текућем кораку, за шта постоји више мање-више сличних поступака [VI-3, 31].

6.2.2. Поједностављене методе

Као највећа потешкоћа, при анализи конструкција узимајући у обзир реолошка својства бетона, решавање интегралне једначине течења се може поједноставити трансформацијом интеграла у алгебарски израз чиме се прелази на алгебарске методе, или методе са поједностављењем функције течења помоћу којих се са интегралног закона течења облика 6.1. прелази на закон течења у форми диференцијалних једначина.

6.2.2.1. Алгебарске методе

Поређане по нивоу тачности (у односу на референтни *step-by-step* метод), од мање према већој тачности, користе се следеће алгебарске методе:

- Метод ефективног модула еластичности (ЕМ)
- Метод средњег напона (MS)
- Метод коригованог ефективног модула еластичности (ААЕМ)

6.2.2.1.1. Метод ефективног модула еластичности (ЕМ)

Метод ефективног модула еластичности апроксимира интеграл из израза 6.1. нумеричком интеграцијом по правоугаоном правилу у само једном кораку, како се види из 6.7.

$$\int_{\sigma(t_0)}^{\sigma(t)} J(t, \tau) d\sigma(\tau) \cong J(t, t_0) [\sigma(t) - \sigma(t_0)] \quad 6.7.$$

Тако се добија веза између дилатације и напона у облику:

$$\varepsilon = \sigma(t) J(t, \tau) = \frac{\sigma(t)}{\frac{1}{J(t, \tau)}} = \frac{\sigma(t)}{E_{eff}} \quad 6.8.$$

Како је функција течења према 5.4. одређена преко модула еластичности и коефицијента течења, то се по овом методу дефинише ефективни модул еластичности као:

$$E_{eff}(t, \tau) = \frac{E(\tau)}{1 + \varphi(t, \tau)} \quad 6.9.$$

Метод даје добре резултате у случају хомогених конструкција са крутим везама. Уобичајено се под таквим конструкцијама могу сматрати тотално претходно напрегнуте конструкције уз занемарење хетерогености услед присуства арматуре. Метод се такође са задовољавајућом тачношћу може користити кад се очекују релативно мале варијације напона (15%-20%) , као у случају губитака силе претходног напрезања.

Метод не даје довољну тачност у случају релаксације напона у смислу прецењивања заосталог напона, односно подцењивања напонског пада.

У случају спреченог скупљања подцењују се индуковани напони чиме овај метод није на страни сугурности.

6.2.2.1.2. Метод средњег напона (MS)

Овај метод представља бољу апроксимацију интеграла из израза 6.1. нумеричком интеграцијом по трапезном правилу у само једном кораку, како се види из 6.10.

$$\int_{t_0^+}^t J(t, \tau) d\sigma(\tau) \cong [\sigma(t) - \sigma(t_0)] \frac{J(t, t_0) + J(t, t)}{2} \quad 6.10.$$

Веза између дилатације и напона добија облик:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{E(t)} + \frac{\sigma(t) + \sigma(t_0)}{2E(t_0)} \varphi(t, t_0) + \frac{\sigma(t) - \sigma(t_0)}{2} \left[\frac{1}{E(t)} + \frac{1}{E(t_0)} \right] \quad 6.11.$$

Метод даје добре резултате уколико варијација напона не превазилази 30%. Метод не даје довољну тачност у случају релаксације напона у смислу подцењивања заосталог напона, односно прецењивања напонског пада.

6.2.2.1.3. Метод коригованог ефикасног модула еластичности (ААЕМ)

Метод коригованог ефикасног модула еластичности апроксимира интеграл из израза 6.1. алгебарским изразом 6.12. уводећи двопараметарску функцију названу коефицијент старења ($\chi(t, t_0)$).

$$\int_{t_0^+}^t J(t, \tau) d\sigma(\tau) \cong [\sigma(t) - \sigma(t_0)] \left[\frac{1 + \chi(t, \tau) \varphi(t, \tau)}{E(\tau)} \right] \quad 6.12.$$

VI ЕФЕКТИ РЕОЛОШКИХ КАРАКТЕРИСТИКА БЕТОНА НА ОДРЕЂИВАЊЕ
НАПОНСКО ДЕФОРМАЦИЈСКОГ СТАЊА КОНСТРУКЦИЈЕ У ТОКУ ВРЕМЕНА

Веза између напона и дилатација у бетону тада се може приказати у облику:

$$\begin{aligned} \varepsilon(t) &= \sigma(\tau)J(t, \tau) + [\sigma(t) - \sigma(t_0)] \left[\frac{1 + \chi(t, \tau)\varphi(t, \tau)}{E(\tau)} \right] = \\ &= \frac{\sigma(\tau)}{E_{eff}(t, \tau)} + \frac{\sigma(t) - \sigma(\tau)}{E_{A,eff}(t, \tau)} \end{aligned} \quad 6.13.$$

У 6.13. уводи се кориговани ефективни модул еластичности као:

$$E_{A,eff}(t, \tau) = \left[\frac{E(\tau)}{1 + \chi(t, \tau)\varphi(t, \tau)} \right] \quad 6.14.$$

аналогно ефективном модулу еластичности.

Функција коефицијента старења се може одредити егзактно као интегрална функција облика:

$$\chi(t, \tau) = \frac{1}{\varphi(t, \tau)} \left\{ \frac{E(\tau)}{\sigma(t) - \sigma(\tau)} \int_{\tau}^t d\sigma(\theta)J(t, \theta) - 1 \right\} \quad 6.15.$$

Израз 6.15. не пружа неко поједностављење при решавању интегралног закона течења, јер се уместо једне уводу друга интегрална једначина. Под одређеним условима, међутим, како је приказано у [VI-4, 3], решење интегралне једначине 6.15. не зависи од историје напона у бетону и може се приказати у облику:

$$\chi(t, \tau) = \frac{Ec(\tau)}{Ec(\tau) - R(t, \tau)} - \frac{1}{\varphi(t, t_0)} \quad 6.16.$$

То значи да се за усвојену функцију течења, нумеричком интеграцијом једначине 6.3., одреди функција релаксације и применом израза 6.16. се долази до функције коефицијента старења, која се приказује или у форми табела или графика за одговарајућу функцију течења.

Метод коригованог ефективног модула еластичности даје тачно решење интегралне везе 6.1 у случају кад је историја дилатације афина функцији течења, или историја напона афина функцији релаксације или линеарна комбинација ове две историје.

Једноставност методе коригованог ефективног модула еластичности је истог реда као и код метода ефективног модула еластичности, и састоји се управо у томе да се уместо функције коефицијента старења уведе нумеричка вредност овога коефицијента, чија је крајња вредност, за уобичајене старости бетона при оптерећењу између 0.75 и 0.85.

6.2.2.2. Методе који примењују диференцијалне облике закона течења

Усвајањем погодних облика функције течења може се прећи са интегралног закона течења 6.1. на закон течења у форми диференцијалних једначина за које постоји решење у затвореном облику.

Најпознатије методе овог типа су:

- Dischnger-ов метод (RC метод – класична теорија старења)
- RF метод (метод брзине иреверзибилног течења)
- Побитшани Dishinger-ов метод (ID метод – побојшана теорија старења)

6.2.2.2.1. Dishinger-ов метод

Према теорији старења, која је у основи овог метода, 'брзина' течења бетона је независна од старости, што се може приказати као:

$$\frac{\partial \varphi(t, \tau)}{\partial t} = g(t) \Rightarrow \varphi(t, t_1) = \varphi(t, \tau) - \varphi(t_1, \tau); t > t_1 > \tau \quad 6.17.$$

У том случају се интегрална једначина 6.1. може написати у форми еквивалентне диференцијалне једначине:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{E(\tau)} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{d\varphi(t)}{dt} \frac{\sigma(t)}{E_0} \quad 6.18.$$

Поред тога у Dishinger-овој теорији старења усваја се за коефицијент течења:

$$\varphi(t, \tau) = \varphi(t) - \varphi(\tau) \quad \varphi(t) = \varphi_n (1 - e^{-\lambda t}) \quad 6.19.$$

Решење диференцијалне једначине је релативно једноставно, и у случају константног модула еластичности добија се:

- при константном напону

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma}{E_0} (1 + \varphi(t) - \varphi(\tau)) = \frac{\sigma}{E_0} (1 + \varphi_n (e^{-\lambda t} - e^{-\lambda \tau})) \quad 6.20.$$

- при константној дилатацији

$$\Delta \sigma(t) = -E_0 \varepsilon(\tau) * e^{-(\varphi(t) - \varphi(\tau))} \quad 6.21.$$

- при растерећењу

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(\tau)}{E_0} (\varphi(t_1) - \varphi(\tau)); \quad \tau < t_1 < t \quad 6.22.$$

Највећи недостатак класичне теорије старења састоји се управо у немогућности да се адекватно прикаже процес растерећења, односно процес који је код бетона познат као *закаснала* односно *одложена еластичност*. То значи да се по растерећену, део постигнуте вискозне деформације током времена, губи - односно укупна вискозна деформација је иреверзибилна.

6.2.2.2. RF метод

Поправљајући основни недостатак класичне теорије старења (потпуна иреверзибилност вискозне дилатације) England и Illston 1965 уводе појмове повратног дела вискозне дилатације (delayed elastic – одложена еластичност) и неповратног дела вискозне дилатације (flow). На основу резултата експеримената они закључују да је дилатација одложене еластичност (повратни део вискозне дилатације) независна од старости при оптерећењу и достиже своју крајњу вредност знатно брже од иреверзибилног дела дилатације течења. Коэффициент течења се приказује на следећи начин:

$$\varphi(t, \tau) = \varphi_d(t, \tau) + \varphi_f(t) - \varphi_f(\tau) \quad 6.23.$$

Први члан у изразу 6.23. представља *одложену еластичност*, реверзибилни (повратни) део вискозне дилатације, док се други члан (иреверзибилни део вискозне дилатације) описује на исти начин као код класичне теорије старења. Метод је познат као *Rate of flow (RF) method* односно метод брзине неповратног течења, јер се за део иреверзибилне вискозне дилатације усвајају исте претпоставке као и код класичне теорије старења. За решавање практичних проблема теорије конструкција потребно је користити *step-by-step* метод.

6.2.2.3. Побојшени Dishinger-ов метод (ID метод)

Даље поједностављење RF метода представља ID метод. Обзиром да се дилатација одложене еластичности одвија знатно брже од иреверзибилног дела вискозне дилатације, намеће се могућност придруживања овог дела дилатације тренутно еластичној, чиме се добија следећи облик функције течења:

$$F(t, \tau) = \frac{1}{E_d(\tau)} + \frac{\varphi_f(t) - \varphi_f(\tau)}{E(\tau)} \quad \frac{1}{E_d(\tau)} = \frac{1}{E(\tau)} + \frac{\varphi_d(t - \tau)}{E(\tau)}; \quad \varphi_d(t - \tau) \cong const \quad 6.24$$

Rusch предлаже да се за φ_d усвоји вредност 0.4 што је и усвојено у моделу прописа СЕВ-FIP'78.

Диференцијална једначина гласи:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1 + \varphi_d}{E(\tau)} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{d\varphi_f(t)}{dt} \frac{\sigma(t)}{E_0} \quad 6.25.$$

Решење диференцијалне једначине је релативно једноставно, и у случају константног модула еластичности добија се:

- при константном напону

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma}{E_0} (1 + \varphi_d + \varphi(t) - \varphi(\tau)) \quad 6.26$$

- при константној дилатацији

$$\Delta\sigma(t) = -\frac{E_0}{1 + \varphi_d} \varepsilon(\tau) * e^{-\frac{\varphi(t) - \varphi(\tau)}{1 + \varphi_d}} \quad 6.27$$

6.2.2.3. Директна употреба функције релаксације

Функција релаксације, за предпостављену функцију течења се може одредити нумерички на основу израза 6.3. Са познатом функцијом релаксације могуће је решавати читав низ проблема из домена анализе конструкција у случају хомогених конструкција са крутим ослонцима. Напони и померања овог типа конструкција се могу одредити применом *I* и *II* принципа линеарне вискоеластичности у свим случајевима линеарне комбинације проблема течења и релаксације. Тада се решење по померањима и напонима добија у облику:

$$- u_i(t) = aE(\tau)J(t, \tau)u_i^{el} + bu_i^{el} \quad 6.28$$

или

$$- \sigma(t) = b \frac{R(t, \tau)}{E(\tau)} \sigma^{el} + a \sigma^{el} \quad 6.29$$

Најчешћа примена овог метода се огледа код конструкција које су биле изложене сталном оптерећењу а затим накнадној промени услова ослањања – додатак веза – промени статичког система.

Применом овог метода, у случају промене статичког система код хомогених конструкција са крутим везама, реакције додатних веза (промена наступа у $t_1 > \tau$) се могу приказати као производ еластичног решења и *интервалне функције старења* (која је параметар три временска тренутка τ , t_1 и t).

$$X = X^{el} \xi(t, \tau, t_1) \quad 6.30.$$

Интервална функција старења се може одредити из усвојене функције течења, и за њу одређену функцију релаксације, нумеричком интеграцијом следећег израза:

$$\xi(t, \tau, t_1) = \int_{t_1}^t R(t, \theta) dJ(\theta, \tau) \quad 6.31.$$

У специјалном случају, када је $t_1 = \tau^+$, односно кад до промене система долази непосредно по оптерећењу, интервални коефицијент старења се може одредити само из функције релаксације:

$$\xi(t, \tau, \tau^+) = 1 - \frac{R(t, \tau)}{E(\tau)} \quad 6.32.$$

Намеће се питање примене побројаних метода за одређени тип конструкција. Очито да генерални нумерички *step-by-step* метод покрива све типове конструкција и проблема. Међутим његова комплексност, га ипак ограничава на специјалне типове конструкција. Бетонске конструкције по природи ствари спадају у хетерогене конструкције, тако да су одређене идеализације свакако неопходне при прорачуну бетонских конструкција. Ако се конструкција може идеализовати као хомогена на располагању стоји шири дијапазон метода, од којих је свакако за препоруку ААЕМ – метод уз поштовање услова који се односе на варијацију напона и дилатација.

VI ЕФЕКТИ РЕОЛОШКИХ КАРАКТЕРИСТИКА БЕТОНА НА ОДРЕЂИВАЊЕ НАПОНСКО ДЕФОРМАЦИЈСКОГ СТАЊА КОНСТРУКЦИЈЕ У ТОКУ ВРЕМЕНА

У случају хомогених конструкција са еластичним везама, могућа је примена алгебарских метода уз предпоставку да се оптерећење не мења током времена. Побојшани Dishinger -ов метод је од интереса у случају само једне еластичне везе, уколико има више еластичних веза уместо једне диференцијалне једначине појављује се систем диференцијалних једначина.

У случају статички одређених конструкција са унутрашњом хетерогеношћу као последицом присуства арматуре или челичног дела код спрегнутог пресека унутрашња статичка неодређеност се може третирати као у случају хомогених конструкција са еластичним везама – челични део пресека, те се одговарајуће методе могу применити. Када је нехомогеност пресека последица присуства различитих бетона у пресеку, углавном нису испуњењи услови који омогућавају употребу алгебарских метода (по питању функције варијације напона), а Dishinger -ов метод доводи до система диференцијалних једначина, препоручује се *step-by-step* метод (мада се доста примењује и ААЕМ метод са неизвесном тачношћу).

Најсложенији тип конструкција су конструкције које су хетерогене по елементима конструкције и у оквиру попречних пресека (а све бетонске конструкције су управо такве ако се не уведу одређене идеализације). У овом случају сврсисходно је направити разлику између статички одређених и статички неодређених конструкција. У случају статички одређених конструкција проблем се своди на решавање у оквиру појединачних пресека, а померања се могу одредити интеграцијом кривина дуж осе елемента.

У случају статички неодређених хетерогених конструкција са хетерогеним попречним пресецима јавља се промена пресечних сила као последица услова компатибилности конструкције састављене од елемената са различитим виско еластичним особинама. Тада се решење тражи у дискретизацији конструкције на мање сегменте уз дискретизацију времена на интервала у оквиру *step-by-step* метода. Овакав поступак, наравно, захтева употребу рачунарских апликација и такав је приступ примењен у нумеричкој анализи у овом раду.

VII. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНО ИСТРАЖИВАЊЕ

7.1. ЦИЉ ИСТРАЖИВАЊА И ФОРМИРАЊЕ МОДЕЛА

Експериментални део истраживања предвиђен је тако да прати понашање током времена, статичких утицаја и деформација у моделу спрегнутог бетонског носача састављеног од две накнадно континуиране греде. Континуитет над средњим ослонцем се остварује меком арматурмом у горњој зони, уз истовремено бетонирање другог дела спрегнутог пресека носача и чвора над средњим ослонцем. Паралелно са оваквим моделом израђен је модел континуалне греде, јединственог попречног пресека (монолитног), ради упоредног праћења истих величина. Предвиђено је да се испитивање изврши под дуготрајним оптерећењем.

Циљ експерименталног истраживања је да се, на основу мерених вредности, установи проценат разлике у понашању монолитног и спрегнутог накнадно континуираног носача при дуготрајном оптерећењу.

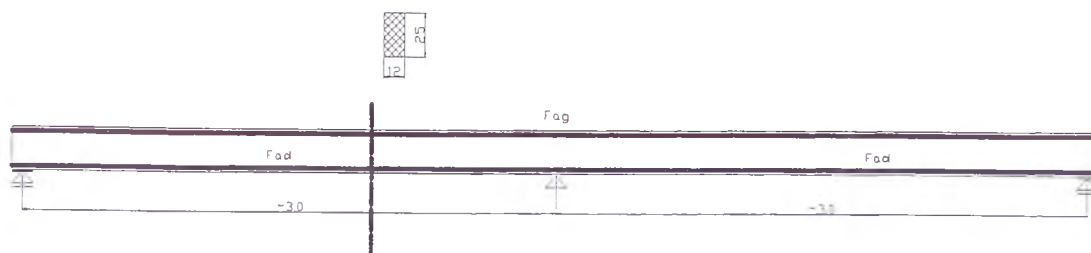
У складу са тиме формирају се две групе модела:

- група А- спрегнути накнадно континуирани носач – чије се понашање прати током дужег временског периода (док се не установи занемарљива промена мерених величина)
- група Б – монолитни континуални носач – чије се понашање, под истим условима као и за групу А, прати током истог периода времена

Поред тога подаци који се добијају мерењима на моделу искоришћени су за верификацију прорачунских поступака, што је обрађено у наредном поглављу.

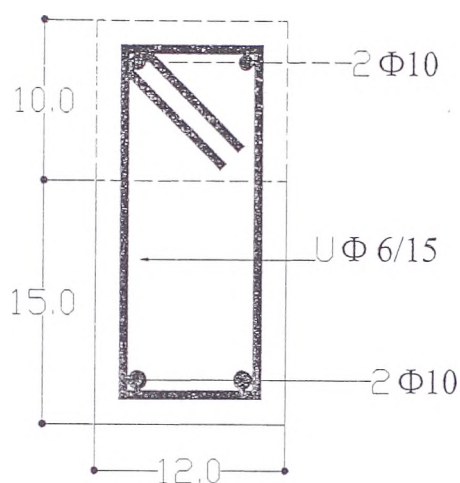
Модел – група А представља 'трансформабилни' систем, при чему је заступљена трансформација пресека (спрезање) и трансформација статичког система. Попречни пресек се формира као правоугаони, из два дела, старији бетон – пресека 12cm x 15cm, и додатни део пресека 10cm x 12cm. Просте греде појединачних распона 3,0m се при старости 28 дана постављају на ослонце, поставља се мерна техника и оптерећују, у трећинама распона, концентрисаним силама од по 2,2kN (уз, наравно, оптерећење од сопствене тежине у износу око 0,45kN/m'). Концентрисано оптерећење је изабрано тако да доводи до појаве прслина. Из греда је испуштена арматура, у виду узенгија, ради потпуног спрезања са накнадно бетонираним делом пресека. Поставља се оплата и бетонира додатни део пресека заједно са чвором над средњим ослонцем. Након очвршћавања бетона другог дела, укалања се опалата и прати понашање модела у дужем временском периоду. Усвојена арматура у доњој зони (поље носача) одређена је за стално оптерећење (као да делује на простој греди) и предпостављено повремено оптерећење (реда величине сталног – које би деловало на спрегнутом континуалном носачу појачаног пресека).

Диспозиција обе групе модела, са коначним пресеком у коначном статичком систему приказана је на слици 7.1



слика 7.1.- диспозиција финалних модела

Попречни пресеци за све групе модела приказани су на слици 7.2.



слика 7.2 – попречни пресеци за све групе модела (испрекидана линија је оплата за накнадно бетонирани део пресека)

На основу добијених података и нумеричке анализе, спроведене у следећем поглављу, оцењује се валидност примењених поступака прорачуна.

Посматрани тип конструкције, по свим параметрима припада такозваним 'хетерогеним' конструкција, о чему је било речи у претходном поглављу. Пресек је спрегнут од два бетона различите старости. За дуготрајно оптерећење усвојено је оптерећење које доводи до формирања прелина, пре спрезања греде и континуализације.

7.2. ПРОГРАМ ЕКСПЕРИМЕНТАЛНОГ ИСТРАЖИВАЊА

Формирају се две групе од по два модела, укупно 4 носача. Предвиђено је да се посматра дуготрајно понашање модела групе А и Б.

Предвиђа се да се експеримент одвија следећом динамиком:

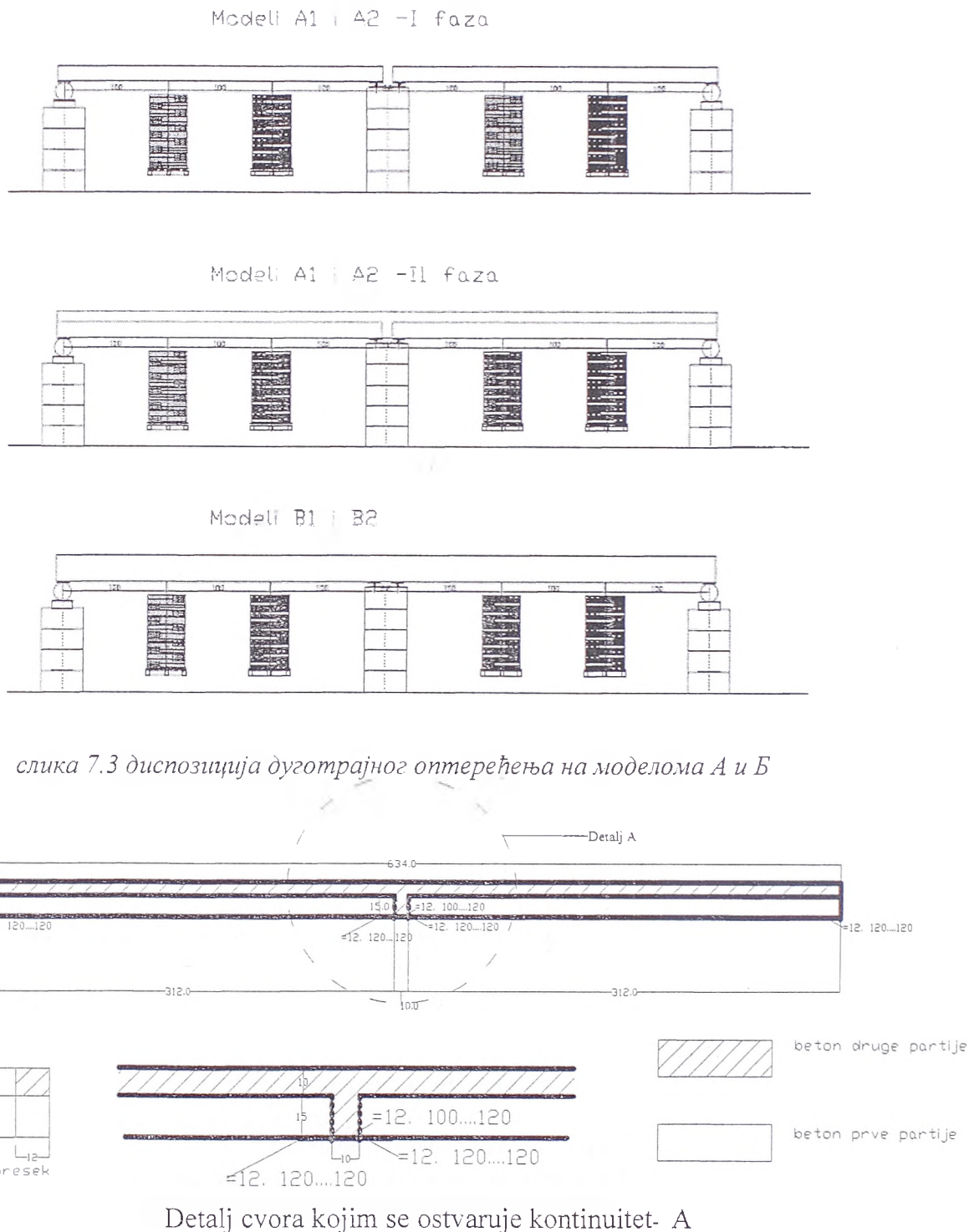
- I. Бетонирање прве фазе модела А и комплетних модела Б уз истовремено бетонирање пробних тела за утврђивање карактеристика бетона прве партије
- II. Нега бетона 3 дана

VII ЕКСПЕРИМЕНТАЛНО ИСТРАЖИВАЊЕ

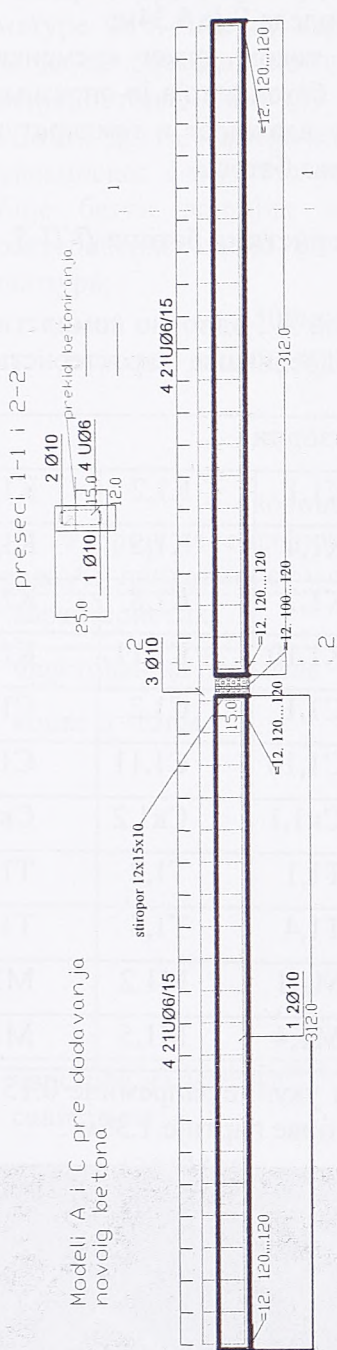
- a. праћење скупљања бетона прве партије на стандардним призмама (3 – 28 дана)
- III. У периоду 3- 28 дана припрема инструмената
- IV. Након 28 дана од бетонирања
- a. оптерећење модела А и Б (сопствена тежина и додатни стални терет у трећинама распона) – прво читавање мерних уређаја
 - b. оптерећивање призматичних узорака за одређивање коефицијента течења бетона прве партије за старост при оптерећењу од 28 дана
 - c. одређивање карактеристика бетона прве партије:
 - a. чврстоћа на притисак
 - b. чврстоћа на затезње савијањем
 - c. модул еластичности
- V. Период 28-42 дана
- a. читавање мерних уређаја
 - b. припрема оплате за накнадно бетонирање модела А
- VI. Дан 42
- a. Бетонирање другог дела пресека и чвора за континуитет и пробних тела за утврђивање карактеристика бетона друге партије
 - b. додатно оптерећивање призматичних узорака за одређивање коефицијента течења бетона прве партије при старости код додатног оптерећења од 42 дана (контрола принципа суперпозиције дилатација услед оптерећења које почиње да делује у различитим тренуцима времена)
- VII. Период 42- 43 дан нега бетона добетонираног дела модела А
- VIII. Период 42-45 дана
- a. упоредо са већ започетим читавањима на постављеним инструментима на моделима А и Б праћење скупљања стандардних призма за обе партије бетона
 - b. дан 45 - скидање оплате са добетонирног дела и постављање додатних база за деформетре
- IX. Дан $42+15=57$ оптерећивање призматичних узорака за одређивање коефицијента течења бетона друге партије за старост при оптерећењу од 15 дана (реално је бетон друге партије оптерећен при далеко мањој старости али је технички веома тешко оптеретити сувише младе призме).
- X. Дан $42+28 =66$ одређивање карактеристика бетона друге партије
- a. чврстоћа на притисак
 - b. чврстоћа бетона на затезање савијањем
 - c. модул еластичности
- XI. Период 66-до устаљења мерених вредности - читавање инструмената постављених на моделе А и Б

VII ЕКСПЕРИМЕНТАЛНО ИСТРАЖИВАЊЕ

На слици 7.3а приказан је модел А са првом фазом дуготрајног осматрања и модел Б (који је урађен као монолитни континуални носач) са диспозицијом дуготрајног оптерећења. Слика 7.4 приказује оплату за моделе А, док је на слици 7.5 план арматуре ових модела. Континуитет се остварује настављањем горње арматуре. Доња арматура је прекинута у чвору и то је једина разлика између финалних модела А и Б. Оплата и арматура модела Б приказана је на слици 7.6.



слика 7.4 оплата модела А са детаљем чвора за континуитет



слика 7.5 план арматуре модела А

Плата и арматура за моделе

В (2ком)

1 Ø110

3 UØ6

2 Ø10

25.0

12.0

1 2Ø10

4.3

h=18 cm

12. 120...120

12. 120...120

12. 100...120

311.0

2 2Ø10

6.3.4.0

слика 7.6 план оплоте и арматуре модела Б

7.2.1.Израда експерименталних модела и пробних тела за утврђивање карактеристика бетона

Сви модели су израђени на Грађевинском Факултету у Београду јер је транспорт модела (односно уношење готових модела у лабораторије у којима је предвиђено испитивање, био јако отежан) – дужина модела Б је 6.34м.

Модели А и Б, чије се понашање осматра током дужег временског периода, су бетонирани у лабораторији за реологију бетона, која је опремљена клима уређајем који одржава приближно константну влажност и температуру, као и батеријама полуа за мерење коефицијента течења бетона.

7.2.2. Узорци за испитивање карактеристика бетона [VII-5, 36]

Истовремено са бетонирањем прве фазе модела А, односно комплетних модела Б бетонирани су пробна тела, узорци за одређивање карактеристика бетона прве партије и то:

карактеристика		узорци		
чврстоћан на притисак коцке д=15цм	τ=3д	K1,1	K1,2	K1,3
	τ=7д	K1,4	K1,5	K1,6
	τ=28д	K1,7	K1,8	K1,9
	τ=365д	K1,10	K1,11	K1,12
чврстоћа на затезње савијањем призме 12*12*36цм	τ=28д	C1,1	C1,2	C1,3
	τ=365д	C1,10	C1,11	C1,12
скупљање призме 12*12*36цм	τ,н=3д	Ск1,1	Ск1,2	Ск1,3
течење призме 12*12*36цм	τ=28д	T1,1	T1,2	T1,3
	τ=42д	T1,4	T1,5	T1,6
Модул еластичности цилиндри Φ15*30цм	τ=28д	M1,1	M1,2	M1,3
	τ=365д	M1,4	M1,5	M1,6

Укупно : 12 коцки, 15 призма и 6 цилиндара укупне запремине 0.151м³ (укупно за моделе V=1.21м³), односно укупно бетон прве партије 1.36м³.

Бетон прве фазе модела А и целих модела Б је предвиђен марке МБ30 и наручен из фабрике бетона при шљункари УМКА. Обзиром на предвиђено време за транспорт бетона и потребно време за уградњу коришћени су додаци типа ретардера и пластификатора услед чега је конзистенција свеже бетонске масе, одређена методом распрострањања, била пластична (слика 7.7).



Слика 7.7 Распрострањање бетона прве партије

VII ЕКСПЕРИМЕНТАЛНО ИСТРАЖИВАЊЕ

Усвојен је ситнозрни бетон у складу са димензијама попречног пресека модела. Оплата је била дрвена. Нега узорака је спроведена у трајању од 3 дана након бетонирања, покривањем влажном материјом.

За арматуру је усвојен глатки бетонски челик, према приложеном плану арматуре Ф10, чије су карактеристике такође утврђене. Узенгије су усвојене тако да се обезбеди потпуно спрезање старог (прва партија) и новог (друга партија) бетона, (УФ 6/15)- дуж целог носача.

Бетон друге партије је израђен у лабораторији за грађевинске материјале Грађевинског факултета универзитета у Београду. Како је намера била да се добије бетон лошијих карактеристика од бетона прве партије, чије су карактеристике после 28 дана већ биле установљене, усвојена је следећа рецептура:

- 300кг/м³ цемента
- агрегат
 - фракција 0-4 1000кг/м³ (50%)
 - фракција 4-8 500кг/м³ (25%)
 - фракција 8-16 500кг/м³ (25%)
- водоцементи фактор w/c=50%

Узорци за одређивање карактеристика бетона друге партије (фаза 2 модела А) приказани су у следећој табели:

карактеристика		узорци		
чврстоћан на притисак коцке д=15цм	τ1=3д (τ=45д)	K2,1	K2,2	K2,3
	τ1=7д (τ=49д)	K2,4	K2,5	K2,6
	τ1=28д (τ=66д)	K2,7	K2,8	K2,9
	τ1=323д (τ=365д)	K2,10	K2,11	K2,12
чврстоћа на затезње савијањем призме 12*12*36цм	τ1=28д (τ=66д)	C2,1	C2,2	C2,3
	τ1=323д (τ=365д)	C2,4	C2,5	C2,6
скупљање призме 12*12*36цм	τ1,н=3д (τ=45д)	Ск2,1	Ск2,2	Ск2,3
течење призме 12*12*36цм	τ1=15д (τ=57д)	T2,1	T2,2	T2,3
Модул еластичности цилиндри Ф15*30цм	τ1=28д (τ=66д)	M2,1	M2,2	M2,3
	τ1=323д (τ=365д)	M2,4	M2,5	M2,6

Укупно 12 коцки, 12 призми и 6 цилиндра укупне запремине 0.134m^3 (укупна запремина бетона за другу фазу модела 0.312m^3), односно укупно бетона друге партије 0.446m^3 .

7.3. МЕРНА ТЕХНИКА ПРИМЕЊЕНА ЗА ОДРЕЂИВАЊЕ КАРАКТЕРИСТИКА МАТЕРИЈАЛА И РЕЗУЛТАТИ МЕРЕЊА

7.3.1. Мерење механичких карактеристика материјала

7.3.1.1. Чврстоћа бетона на притисак

Чврстоћа бетона на притисак одређена је на стандардним узорцима – коцкама у при различитим старостима узорака (како би се пратила промена чврстоће), како је то било предвиђено. Резултати мерења су приказани у наредним табелама.

старост/узорак	узорак	чврстоћа (МПа)	средња вредност
τ=3 дана	K1,1	14.75	15
	K1,2	14.75	
	K1,3	15.5	
τ=7 дана	K1,4	25.8	25.3
	K1,5	23.6	
	K1,6	26.5	
τ=28 дана	K1,7	37.3	36.6
	K1,8	36.0	
	K1,9	36.4	

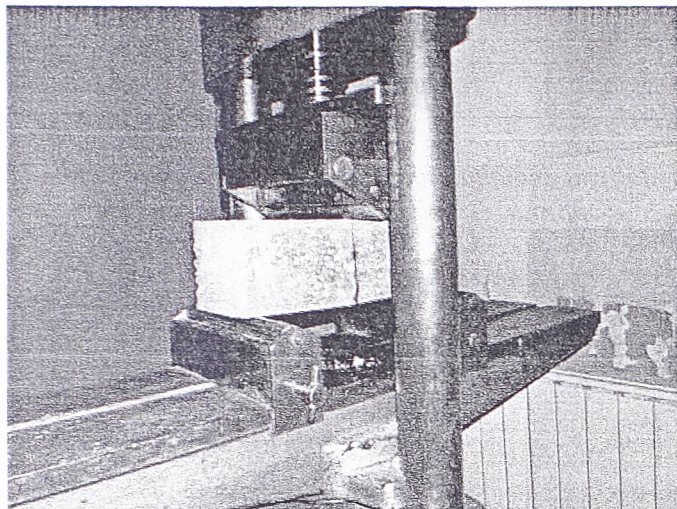
табела 7.1 резултати мерења чврстоће бетона на притисак бетона прве партије БI

старост/узорак	узорак	чврстоћа (МПа)	средња вредност
τ=3 дана	K2,1	2.4	2.34
	K2,2	2.0	
	K2,3	2.3	
τ=7 дана	K2,4	14.2	13.8
	K2,5	13.3	
	K2,6	26.5	
τ=28 дана	K2,7	23.1	22.51
	K2,8	22.2	
	K2,9	22.2	

табела 7.2 резултати мерења чврстоће бетона на притисак бетона друге партије БII

7.3.1.2. Чврстоћа бетона на затезање савијањем

Чврстоћа бетона на затезање савијањем је одређивана на стандардним узорцима – призмама 12x12x36cm, како је приказано на слици 7.8.



слика 7.8 одређивање чврстоће бетона на затезање савијањем

Резултати мерења су дати у табели 7.3.

бетон ВI		бетон ВII	
призма	чврстоћа (МПа)	призма	чврстоћа (МПа)
C1,1	4.7	C2,1	2.9
C1,2	4.2	C2,2	3.1
C1,3	4.7	C2,3	3.4
просек	4.53	просек	3.1

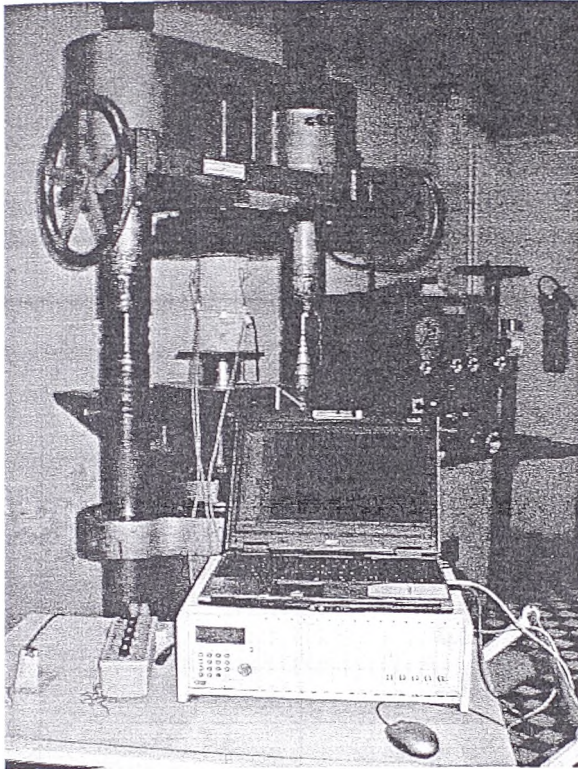
табела 7.3 резултати мерења чврстоће бетона на затезање савијањем при старости узорка од 28 дана

7.3.1.3. Модул еластичности

Модул еластичности је одређиван на цилиндричним узорцима димензија $\Phi=15\text{cm}$, $h=30\text{cm}$ како је приказано на слици 7.9. На средњој трећини по висини узорака постављене су мерне траке под углом од 120° , па су мерене дилатације под контролисаном силом. Узорци су претходно третирани са неколико циклуса оптерећења и растерећења до нивоа од око 10МПа. Резултати мерења приказани су у табели 7.4.

бетон VI		бетон VII	
цилиндар	$E_b(GPa)$	цилиндар	$E_b(GPa)$
M1,1	26.4	M2,1	20.1
M1,2	28.8	M2,2	23.3
M1,3	33.3	M2,3	23.5
просек	29.5	просек	22.7

табела 7.4 мерене вредности модула еластичности бетона при старости 28 дана

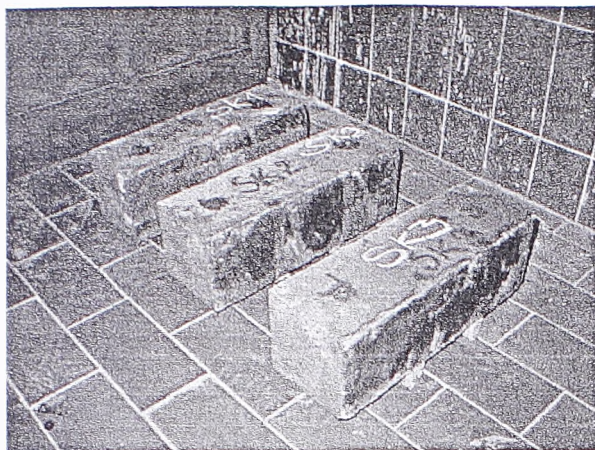


слика 7.9 одређивање модула еластичности бетона

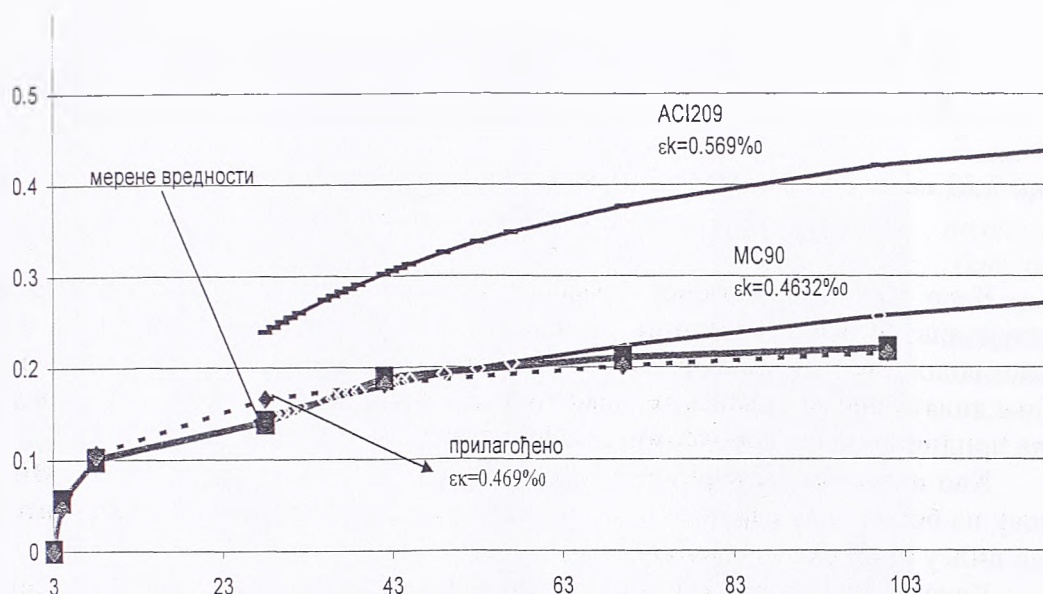
7.3.1.4. Скупљање

Скупљање бетона је праћено на стандардним призмама 12x12x36cm (слика 7.10), које су након бетонирања чуване 3 дана у води, а затим пренете у лабораторију у којој се налазе и модели како би били под истим условима у погледу температуре и влажности.

На дијаграму на слици 7.11 приказан је развој дилатације скупљања бетона прве партије (VI), упоредо са предвиђеним дилатацијама скупљања према MS90 [VII-8, 6] и ACI209 [VII-9, 39]. Из разлога могућности употребе мерених резултата у програмској апликацији DIANA на истом дијаграму је приказана глатка крива која прилагођава мерене резултате за улазне податке за прорачун.



слика 7.10. призме од бетона прве партије VI у лабораторији за реологију бетона

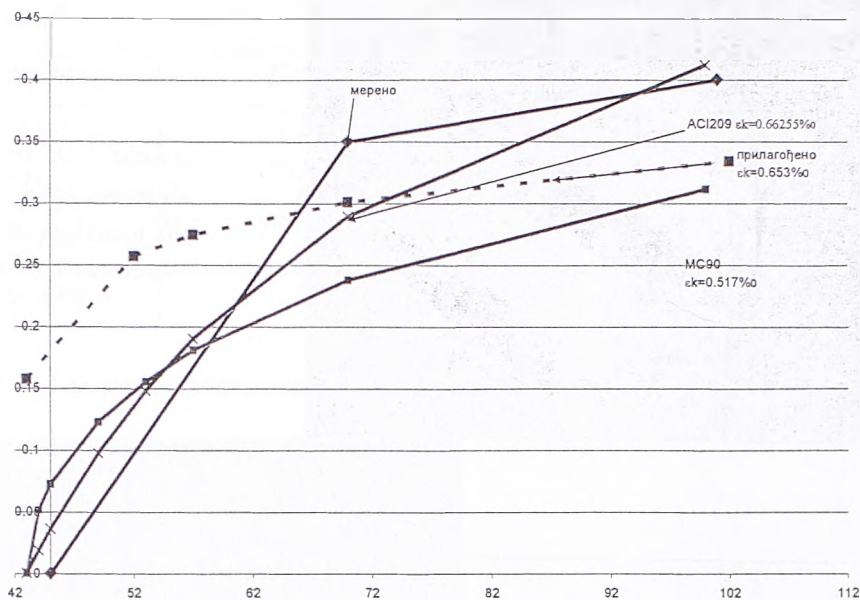


слика 7.11 мерене и прилагођене вредности дилатација скупљања за бетон прве партије VI

Како се са приложеног графика може уочити скупљање бетона прве партије приближно прати предлог модела прописа MC90, те је оправдано у програмској апликацији применити тај закон скупљања бетона. С друге стране препоруке ACI209 предвиђају далеко веће скупљање него примењени бетон.

Дијаграм на слици 7.12 приказује развој скупљања за бетон друге партије VI, са сличним параметрима како је то урађено и за бетон прве партије. Дијаграм је приказан за апсолутне временске координате – почетни тренутак времена је дефинисан као тренутак бетонирања модела прве партије. То значи да дан 45 одговара старости бетона друге партије од 3 дана када престаје његова нега и почиње праћење дилатације скупљања на призматичним узорцима.

VII ЕКСПЕРИМЕНТАЛНО ИСТРАЖИВАЊЕ

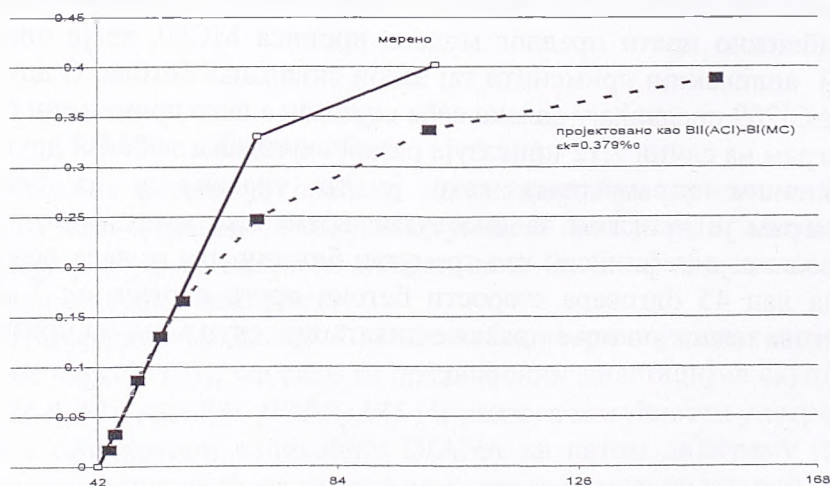


слика 7.12 мерене и прилагођене вредности дилатација скупљања за бетон друге партије VII

Како се са приказаног графика може видети, бетон друге партије показује знатно веће дилатације скупљања, што је и за очекивати обзиром на велики водоцементни фактор. Може се очекивати и прилично велика вредност крајње дилатације скупљања, те, како то и график приказује, развој скупљања се може прилично добро апроксимирати функцијом коју предлаже АСИ209.

Као и све остале карактеристике и скупљање бетона друге партије VII, у односу на бетон прве партије VI, показује да се ради о "слабијем" бетону што је и био циљ у овом експерименту.

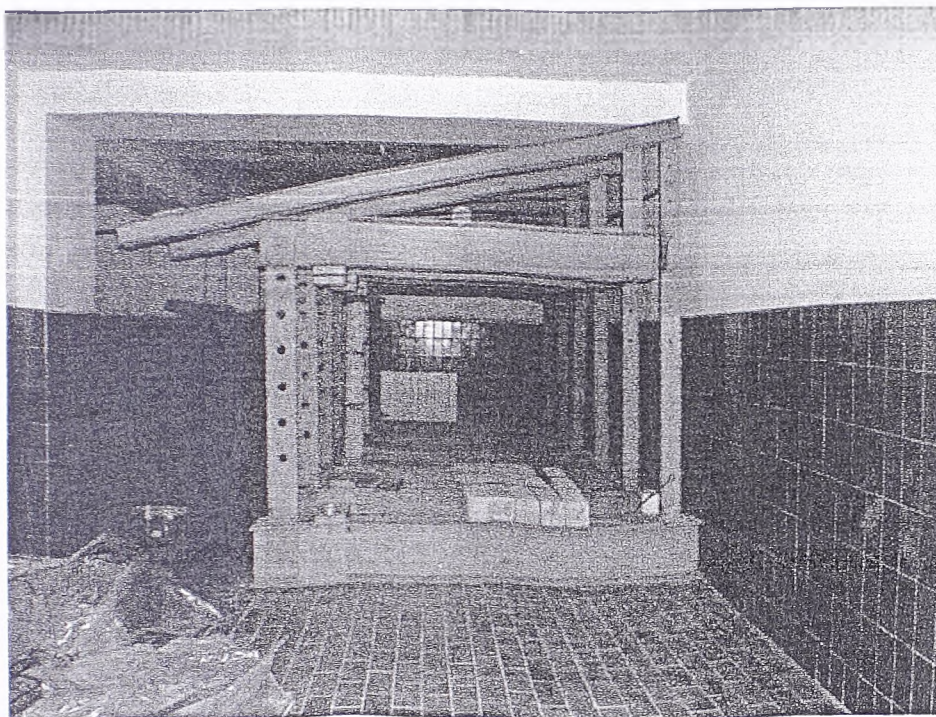
Како је од интереса за посматрани експеримент, на графику на слици 7.13. приказана је дилатација диференцијалног скупљања, односно разлика дилатације скупљања у посматраном временском интервалу између бетона друге и прве партије.



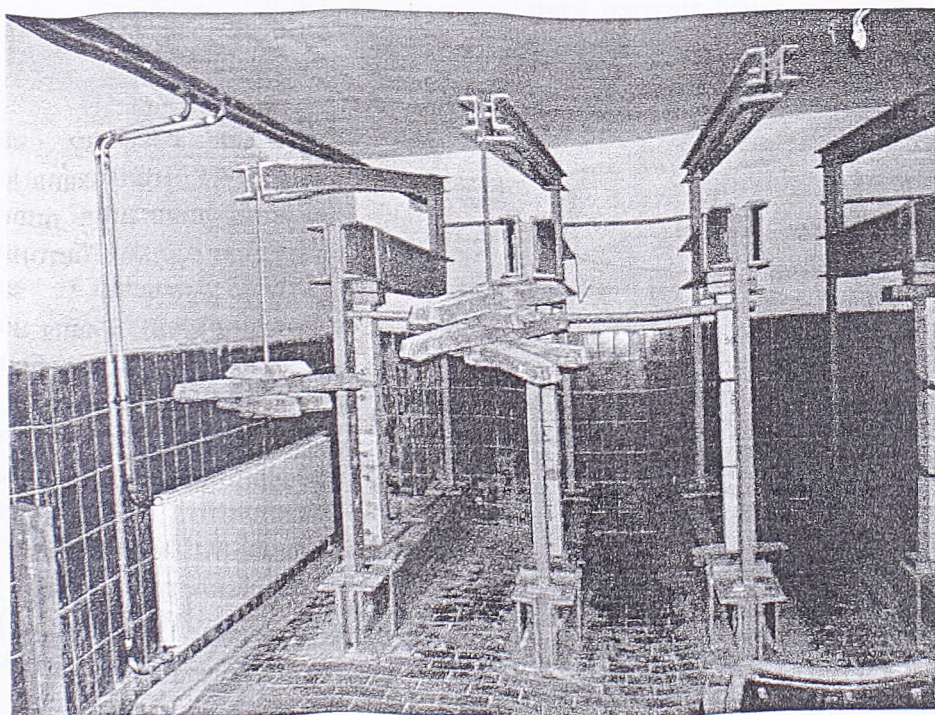
слика 7.13 мерено и предвиђено диференцијално скупљање

7.3.1.5. Течење

Дилатације течења су мерене на призматичним узорцима димензија 12x12x36cm, постављеним у специјални уређај, који представља двоструку полугу и који се налази у истом простору (лабораторији) где се налазе и модели и призме за скупљање. Уређај је приказан на слици 7.14. На слици 7.15 приказане су призме од бетона прве партије VI при чему је једна батерија оптерећена при старости 28 дана, а друга батерија је, поред оптерећења нанетог 28-ог дана оптерећена додатним оптерећењем 42-ог дана (у складу са тренутком бетонирања додатог дела пресека модела).



*слика 7.14
двоструке
полуге са 6
батерија
за мерење
дилатације
течења*

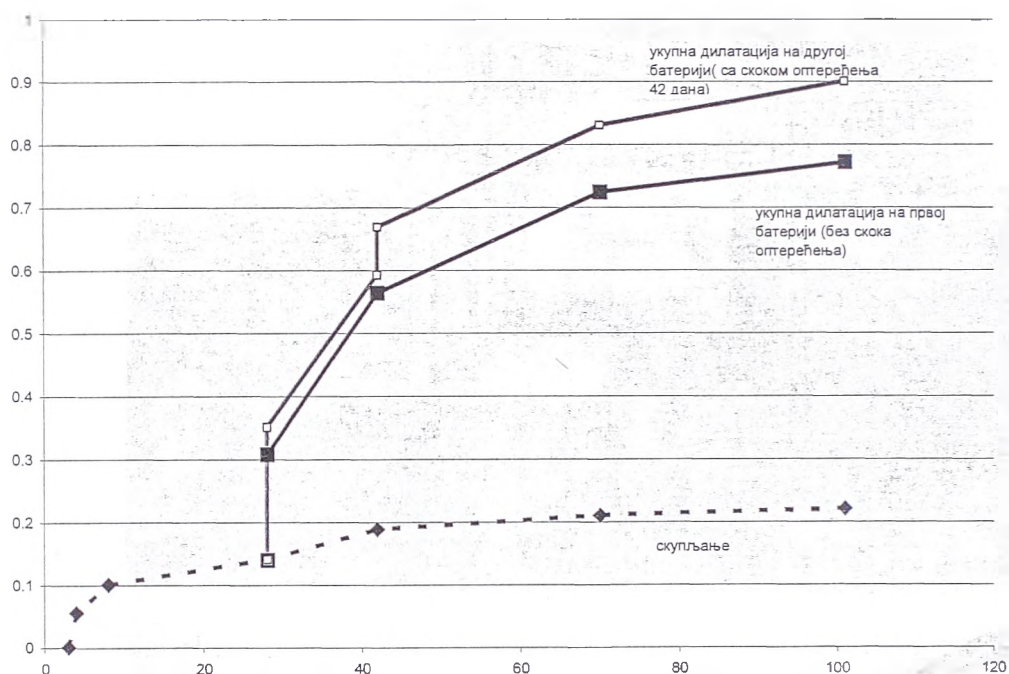


*слика 7.15
дуготрајно
оптерећење на
призмама
бетона прве
партије и
постављене
призме од
бетона друге
партије*

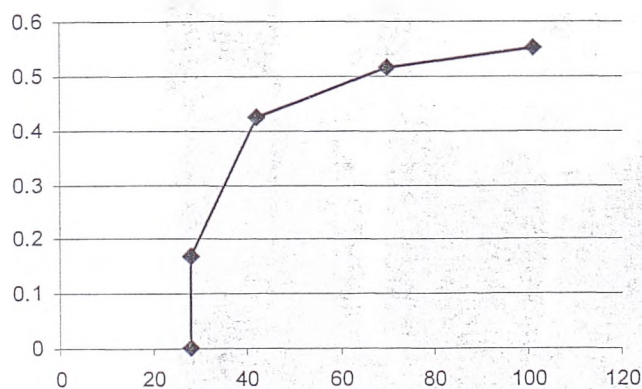
VII ЕКСПЕРИМЕНТАЛНО ИСТРАЖИВАЊЕ

Дилатације течења бетона друге партије (ВII) се прате од тренутка оптерећивања призми од овог бетона, а при старости од 15 дана. Реално, овај бетон прима оптерећење веома "млад", односно још од тренутка очвршћавања, јер долази до спрезања са већ изведеним делом пресека, међутим било је немогуће оптеретити призме тако мале старости због ниских вредности чврстоће бетона при тој старости. Подаци који се добијају мерењем дилатација течења бетона друге партије су имали за циљ да се мерене вредности упореде са онима које предвиђају прописи (МС90 односно АСI 209), те да се на основу тога предвиди његово реолошко понашање.

На слици 7.16 приказан је график мерених дилатација скупљања заједно са мереним дилатацијама течења за обе батерије (групе) призми за бетон прве партије.



слика 7.16 мерене дилатације бетона прве партије (ВI)



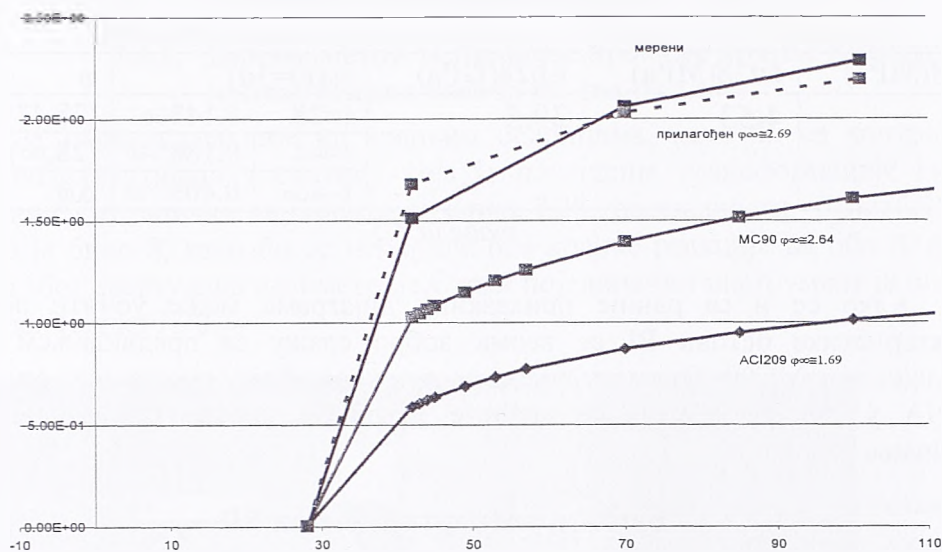
слика 7.17 дилатација течења за ВI

На графику на слици 7.17 приказана је укупна дилатација прве батерије призми бетона ВI умањена за дилатацију скупљања на основу које је одређен коефицијент течења.

Обзиром да се коефицијет течења различито описује према МС90 и АСI209 (детаљно разрађено у поглављу V овог рада), у оквиру овог рада се за

коэффициент течења усваја, и на свим приложеним графицима као такав приказује, однос дилатације течења према тренутно еластичној (и када се користи коэффициент течења према МС90 он је прерачунат на овако дефинисан).

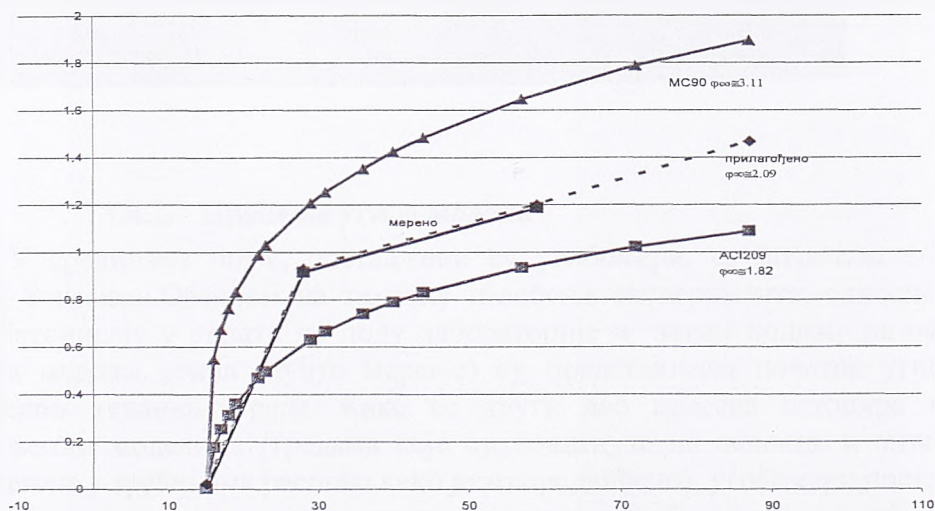
Слично као и за дилатације скупљања, на дијаграму на слици 7.18 приказан је развој коэффицијента течења према мереним резултатима, "прилагођавањем-фитовањем" мерених резултата као и према релевантним прописима.



слика 7.18 коэффициент течења бетона VI

Како се са приложеног графика може закључити модел прописа МС90 прилично верно осликава понашање употребљеног бетона у дужем временском периоду, док у периоду непосредно по оптерећењу примењени бетон показује повећане дилатације услед течења што ће се и одразити на неколико првих мерења деформација на моделима.

Мерења на призмама бетона друге партије (VII), ће бити искоришћена, обзиром да је старост бетона при оптерећењу за мерење дилатације течења знатно већа него што је тај бетон у моделу изложен напонима, да се установи који би се аналитички модел за дилатацију течења могао применити при нумеричкој анализи.



слика 7.19 коэффициент течења бетона VII

Дијаграм на слици 7.19 приказује упоредне вредности мерених резултата за коефицијет течења, за оптерећење при старости од 15 дана као и одговарајуће вредности према релевантним прописима. Може се приметити, да као и у случају дилатације скупљања, примењени бетон приближно прати течење према АС1209.

7.3.2. Анализа резултата мерења карактеристика материјала

7.3.2.1. Бетон прве партије –бетон VI

У табели 7.5 приказан је преглед карактеристика бетона VI.

fck28(MPa)	fct28(MPa)	Eb28(GPa)	εs(t0=3d)		φ				
			36.6	4.53	29.5	t=28	0.14‰	(28,42)	1.52
						t=42	0.188‰	(28,∞)	2.69
						t→∞	0.469‰	Δφ	1.17

табела 7.5

Како се и са раније приказаних дијаграма може уочити реолошке карактеристике бетона VI се веома добро слажу са предвиђањем које је предложено у МС90. То омогућује да се при коришћењу програмске апликације DIANA у оквиру нумеричке анализе употреби управо посматрани модел понашања бетона.

7.3.2.2. Бетон друге партије –бетон VII

У табели 7.6 приказан је преглед карактеристика бетона VII.

fck28(MPa)	fct28(MPa)	Eb28(GPa)	εs(t0=3d)	φ(t0=1d)					
				22.51	3.1	22.7	0.653	АС1209	2.24
								МС90	4.84

табела 7.6

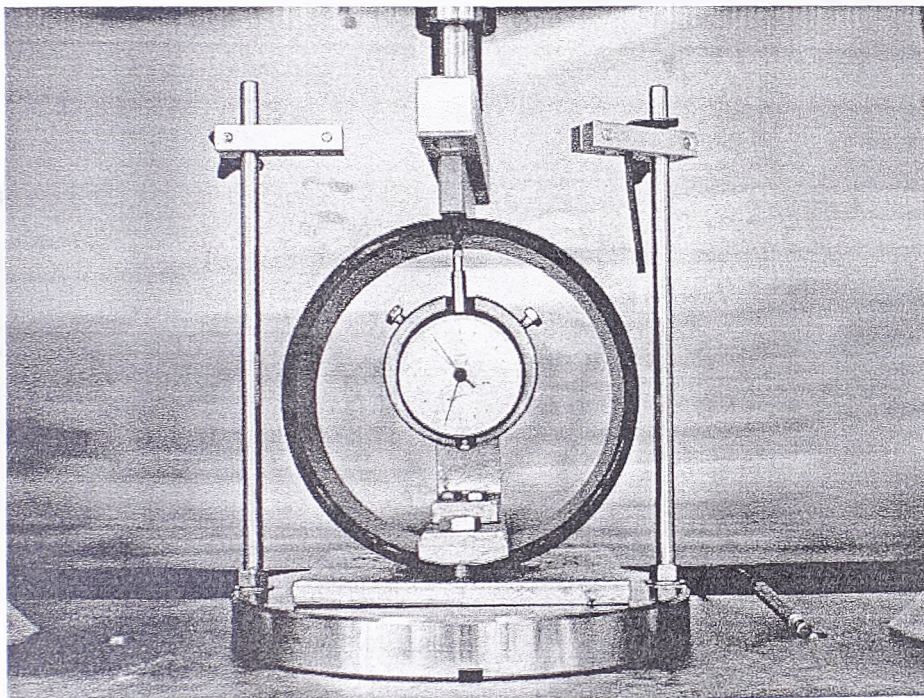
Коефицијент течења бетона VII, обзиром да је мерен за старост при оптерећењу од 15 дана док је овај бетон реално изложен напонима много раније (одмах по очвршћавању), може да се за нумеричку анализу предвиди, а на основу графика са слике 7.19, као средња вредност између вредности по АС1209 и МС90.

7.4. МЕРНА ТЕХНИКА ПРИМЕЊЕНА НА МОДЕЛИМА

Пошто се модели А и Б осматрају под дуготрајним оптерећењем примењена је и одговарајућа мерна техника. То значи да су примењени механички мерни инструменти, који нису осетљиви на промене температуре, влаге као и утицај дужег стајања (прашина и сл.).

7.4.1. Динамометри за праћење промене крајње реакције континуалних носача на два поља

За мерење реакције на крајњим ослонцима, како би се контролисала прерасподела утицаја у систему која је последица трансформације система, израђени су механички динамометри, слика 7.20., осетљивости $\sim 0.6\text{кг}(6\text{N})$. Ових уређаја је било 8, како би се измериле обе крајње реакције на оба А и оба Б модела због евентуалне несиметрије. Сваки појединачни инструмент је прецизно баждарен (слика 7.20.)



*слика 7.20
механички
динамоме-
тар у преси
за
баждарење*

7.4.2. Праћење угиба модела

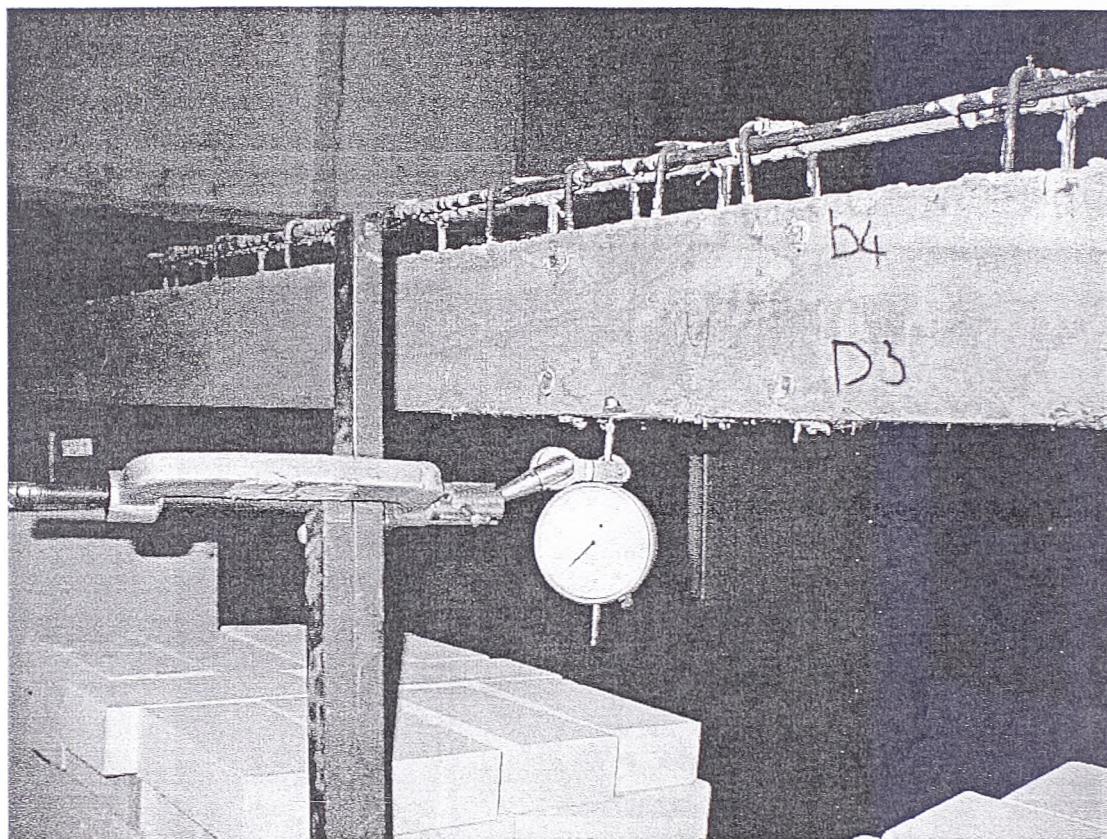
У срединама поља, постављени су угибомери, са податком $1/100\text{мм}$, укупно 8 комада. Обзиром на технику извођења експеримента, односно да се греде бетонирају у оплати на поду лабораторије и затим подижу на ослонце, почетна мерења угиба (нулто мерење) су представљала почетне угибе под сопственом тежином греде. Како се други део пресека бетонира на већ постављеним моделима (гредама које су подигнуте на ослонце и оптерећене оптерећењем у трећинама распона како је то предвиђено), угибомери постављени у срединама распона модела А се уклањају док траје бетонирање и нега младог бетона. Да би могли да се прате угиби у току тог периода (који траје до

уклањања оплате са накнадно бетонираниог дела пресека), у срединама распона су уграђени репери и геодетским осматрањима су праћени угиби. Уствари, угиби средина распона модела А и Б су праћени двојако за све време трајања експеримента и то :

- геодетским осматрањима
- мерењем на угибомерима

При томе читавање угибомера је вршено чешће него геодетска осматрања, која су пре свега била неопходна при оним мерењима на моделима А када се угибомери уклањају.

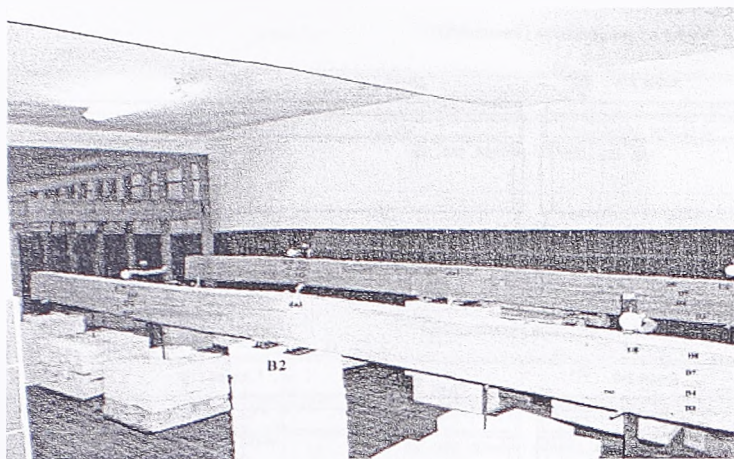
На слици 7.21 приказан је модел А у околини средине поља са постављеним угибомером и репером за геодетска мерења.



слика 7.21

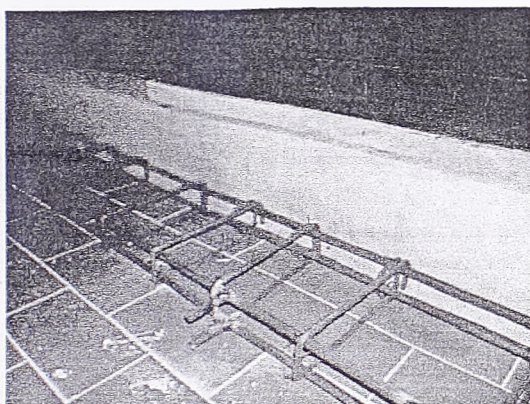
7.4.3. Праћење дилатација у карактеристичним пресецима модела

За мерење дилатација у бетону на моделима су постављене базе на размаку 25cm, и мерење је вршено помоћу деформетра. Праћени су пресеци у средини поља на сваком моделу са по четири мерна места на сваком пресеку по висини (укупно 88 читања). На слици 7.21 могу се уочити и базе за деформетре на моделима А које су постављене пре спрезања са бетоном друге партије (накнадно се по скидању оплате са добетонираниог дела додају и базе на додатом делу пресека, аналогно са моделима Б), док се на слици 7.22 виде постављене базе на моделу Б.



слика 7.22 базе за деформетре модела Б

Дилатације у арматури су контролисане деформетром са базом 25см. Базе су на арматуру постављене тако што је на шипку арматуре на размаку 25цм заварен попречни комад шипке који пролази кроз оплату. (слика 7.23). На ове кратке комаде арматуре навучена је гумена цев ради спречавања адхезије са околним бетоном (слика 7.24).



слика 7.23



слика 7.24

Дилатације у доњој арматури су мерене у пресецима у срединама распона (2 мерна места по моделу), док су на горњој арматури мерене у пресеку над ослонцем (1 мерно место по моделу). Укупан број читавања 24.

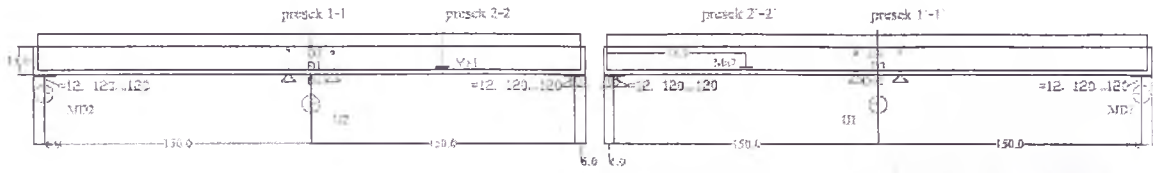
Модел се налазе у лабораторији за реологију бетона Грађевинског факултета у Београду, у којој се одржавају приближно константни термохидрометријски услови (влажност 70%, температура 20С⁰). У лабораторији је смештена и батерија уређаја за мерење дилатације течења (систем полуца) као и призме на којима се мери скупљање о чему је било речи.

Очитавања инструмената се врше по утврђеном распореду. У истом времену се мери и дилатација течења и дилатација скупљања на призматичним узорцима (о којима је већ било речи).

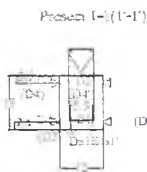
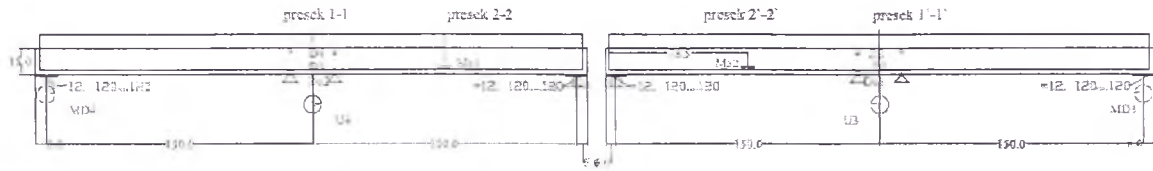
На слици 7.25 приказана је шема мерних места модела А(А1 и А2) у првој фази (а) и у другој фази (б). Мерна места на моделу Б (Б1 и Б2) приказана су на шеми на слици 7.26.

VII ЕКСПЕРИМЕНТАЛНО ИСТРАЖИВАЊЕ

model A1 pre sprezanja i kontinuiranja

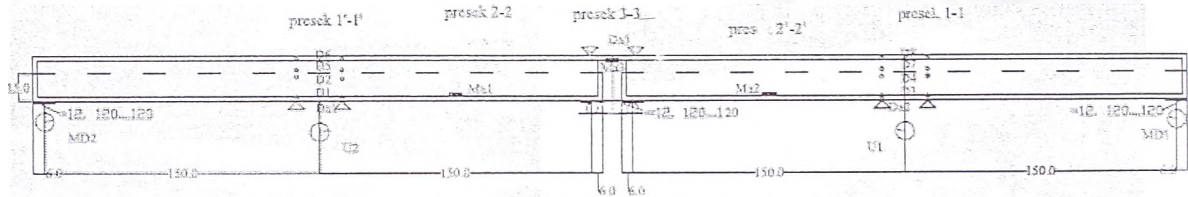


model A2 pre sprezanja i kontinuiranja

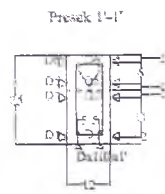
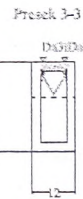
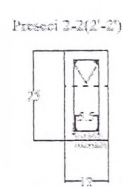
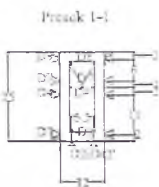
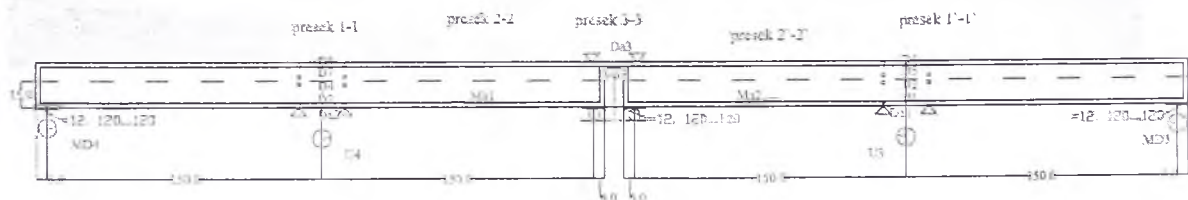


merna mesta u karakterističnim presecima sa modelima A

слика 7.25-а мерна места у карактеристичним пресецима модела А у првој фази



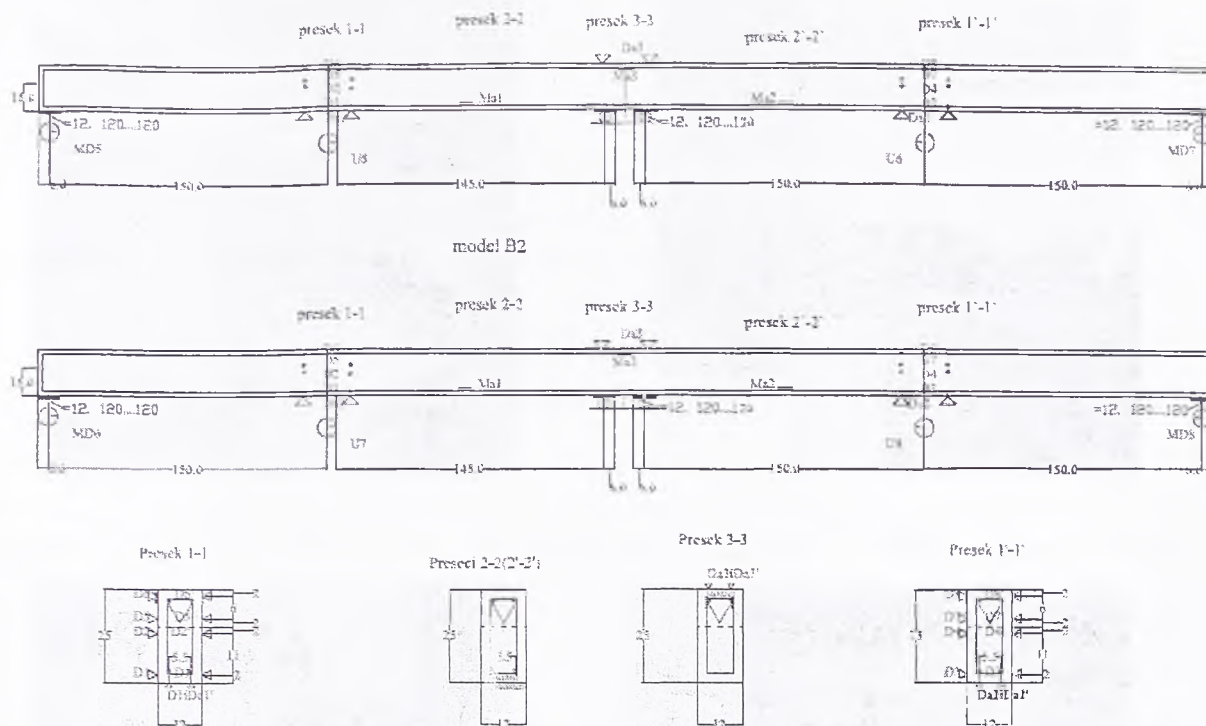
model A2 nakon sprezanja i kontinuiranja



merna mesta na modelima A u drugoj фази

слика 7.25-б мерна места на моделима А у другој фази

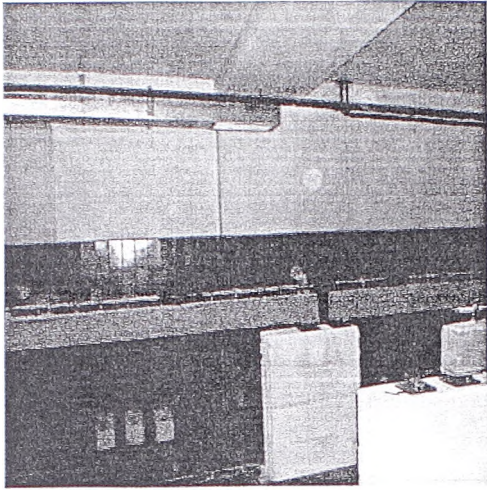
VII ЕКСПЕРИМЕНТАЛНО ИСТРАЖИВАЊЕ



слика 7.26 мерна места на моделима Б

Слике 7.27 до 7.32 приказују неке од фаза извођења експеримента. На слици 7.27 су делимично монтиране просте греде модела А, 7.28 и 7.29 су монтиране и оптерећене просте греде модела А, 7.30 је оплата и изливени бетон накнадно бетонираног дела модела А, 7.31 је детаљ оплате чвора за континуитет а 7.32 је модел А након скидања оплате накнадно добетонирног дела (лепо се види свежи бетон горњег дела греде и чвора).

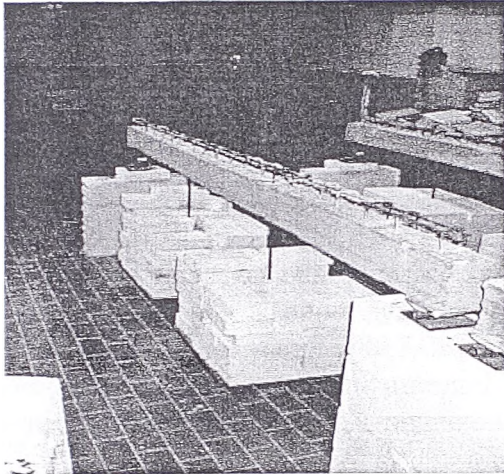
При припреми и реализацији експеримента коришћена су искуства из претходних истраживања која су описана у литератури: [VII-1, 33], [VII-2, 17], [VII-3, 1], [VII-4, 37], [VII-6, 30], [VII-7, 22].



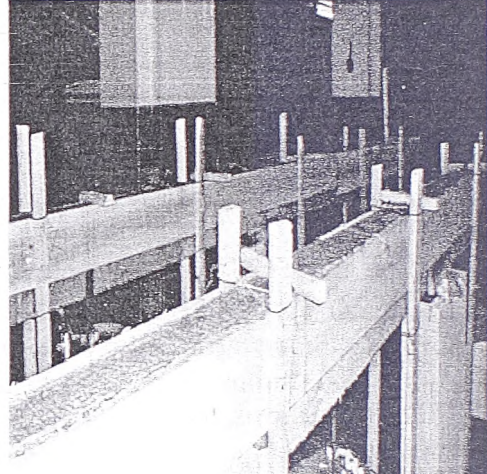
слика 7.27



слика 7.28



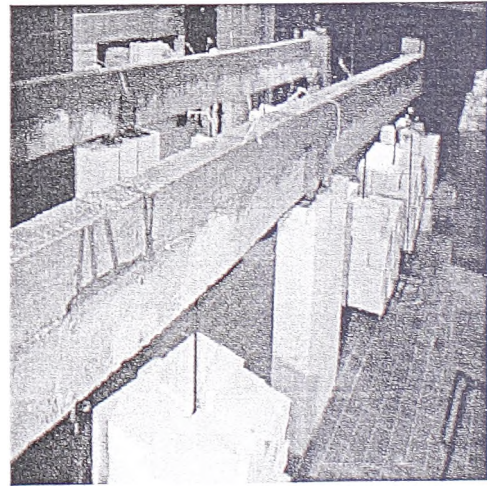
слика 7.29



слика 7.30



слика 7.31



слика 7.32

7.5. РЕЗУЛТАТИ МЕРЕЊА

7.5.1. Мерења угиба у срединама распона

Почетни угиби под сопственом тежином одређени су геодетским мерењем, па су затим постављени угибомери и праћена је даља промена угиба. Угибомери (u1 до u4) су очитани и уклоњени 42 дана пред бетонирање горњег дела пресека модела А, те је геодетски одређена промена угиба ових модела од 42-ог до 45-ог дана када је скинута оплата и поново враћени угибомери. У табели 7.7 приказане су измерене вредности угиба.

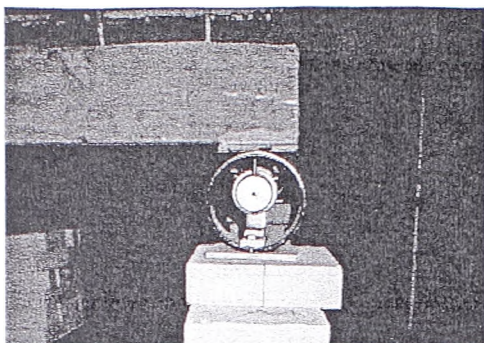
модел		A1		A2		B1		B2	
време	мерно место	u1(mm)	u2(mm)	u3(mm)	u4(mm)	u5(mm)	u6(mm)	u7(mm)	u8(mm)
	29	7.75	7.75	6.7	8.25	0.23	0.24	0.22	0.24
	30	7.96	7.96	6.84	8.44	0.27	0.29	0.24	0.26
	32	8.68	8.72	7.6	9.09	0.29	0.30	0.33	0.35
	35	9.56	8.81	7.52	9.72	0.31	0.32	0.36	0.37
	38	10.3	9.35	8.02	10.37	0.31	0.33	0.36	0.38
	42-	10.45	9.87	9.95	11.15	0.33	0.33	0.38	0.39
	42+	11.1	10.52	10.0	11.8	0.33	0.33	0.38	0.39
	43	11.1	10.59	10.23	11.84	0.34	0.34	0.37	0.39
	45	11.1	10.67	10.27	11.7	0.35	0.36	0.38	0.39
	49	11.76	10.59	10.28	11.66	0.35	0.36	0.39	0.40
	57	12.28	10.77	10.32	11.79	0.38	0.40	0.41	0.42
	70	12.58	10.94	10.62	12.00	0.42	0.43	0.44	0.46
	100	12.96	11.12	10.99	12.23	0.49	0.50	0.51	0.52
	150	13.61	11.21	11.12	12.45	0.49	0.51	0.54	0.56

табела 7.7 измерене вредности угиба у срединама распона модела

Графички приказ измерених вредности угиба приказан је у поглављу VIII, заједно са вредностима које су одређене у програму DIANA.

7.5.2. Мерене вредности промене крајњих реакција

Реакције на оба крајња ослонца модела су мерене помоћу прецизно изабдарених механичких динамометра, приказаних на слици 7.33.



слика 7.33. динамометар на једном од крајњих ослонаца модела А

У табели 7.8 приказане су измерене вредности промене реакције. На моделима А промена реакције се региструје одмах након уградње додатног слоја бетона, док је на моделима В промена реакције праћена почев од постављања на ослонце.

модел		А1		А2		В1		В2	
време	мерно место	MD1 (kN)	MD2 (kN)	MD3 (kN)	MD4 (kN)	MD5 (kN)	MD7 (kN)	MD6 (kN)	MD8 (kN)
	29	2.77	2.85	2.95	2.89	2.47	2.11	2.29	2.24
	30	2.76	2.85	2.95	2.89	2.44	2.08	2.28	2.21
	35	2.76	2.84	2.97	2.89	2.38	2.08	2.30	2.24
	38	2.77	2.86	2.96	2.89	2.39	2.08	2.30	2.25
	42-	2.77	2.86	2.96	2.89	2.38	2.08	2.30	2.26
	42+	3.14	3.2	3.33	3.39	2.38	2.08	2.30	2.26
	43	3.13	3.25	3.36	3.35	2.38	2.08	2.30	2.26
	45	2.99	3.25	3.30	3.16	2.38	2.07	2.31	2.25
	49	2.91	3.22	3.15	2.96	2.39	2.07	2.31	2.26
	57	2.80	3.13	2.95	2.88	2.39	2.07	2.31	2.24
	70	2.69	3.04	2.80	2.71	2.38	2.06	2.31	2.27
	100	2.68	3.04	2.79	2.70	2.39	2.05	2.31	2.29
	150	2.75	3.08	2.89	2.82	2.39	2.06	2.31	2.28

табела 7.8 Измерене вредности реакција на крајњем ослону

У табели су приказане вредности заокружене на вредност од 10N, иако је вредност подеока на динамометру износила око 6N. Графички приказ промена реакција дат је у поглављу VIII, заједно са вредностима које су одређене у програму DIANA. Како се из приказаних резултата мерења може уочити, постоји одређена несиметрија у моделима, те се за промену реакције узима средња вредност између обе крајње реакције.

Мерења угиба и реакција су обављана у више термина него што је то у табели приказано, и сва су мерења коришћена при графичкој презентацији.

7.5.3. Мерене вредности дилатација у пресецима модела

Дилатације су мерене помоћу деформетра на местима како је то описано раније. Шема мерних места дата је на сликама 7.25 (а и б) и 7.26, а резултати мерења су приказани у табелама 7.9 до 7.12. У приказаним табелама позитивна вредност дилатације представља скраћење (како је то уобичајено у бетону).

Графичка илустрација приказних измерених вредности дата је у поглављу VIII, заједно са вредностима које су одређене у програму DIANA.

	A1			A2		
	da1	da2	da3	da1	da2	da3
29	-0.840	-0.981		-0.819	-0.892	
32	-0.923	-1.043		-0.891	-0.864	
38	-0.974	-0.945		-1.081	-0.901	
45	-1.108	-1.194		-1.244	-1.260	
49	-1.011	-1.150	-0.026	-1.088	-1.144	-0.031
57	-0.948	-1.107	-0.037	-1.081	-1.085	-0.042
70	-0.929	-1.069	-0.043	-1.103	-0.958	-0.040
101	-0.928	-1.148	-0.055	-1.035	-0.901	-0.057
160	-0.925	-1.120	-0.062	-1.001	-0.870	-0.067

табела 7.9. дилатације у арматури (da1 и da2 доња арматура у пресеку у средини распона; da3 горња арматура у пресеку над средњим ослонцем) за модел А негативан знак је дилатација издужења

	B1			B2		
	da1	da2	da3	da1	da2	da3
29	-0.022	-0.020	-0.005	-0.016	-0.009	-0.019
32	-0.025	-0.010	-0.007	-0.003	-0.010	-0.019
38	-0.020	-0.024	-0.032	-0.014	-0.021	-0.023
45	0.010	-0.006	-0.020	0.003	0.008	-0.016
49	0.013	-0.002	-0.012	0.002	-0.007	-0.026
57	0.016	0.012	-0.009	0.022	0.013	-0.018
70	0.023	0.033	-0.008	0.032	0.014	-0.017
101	0.027	0.056	0.019	0.042	0.038	0.004
160	0.041	0.060	0.023	0.048	0.046	0.015

табела 7.10. дилатације у арматури (da1 и da2 доња арматура у пресеку у средини распона; da3 горња арматура у пресеку над средњим ослонцем) за модел В негативан знак је дилатација издужења

t	средина поља доле						средина поља испод споја						средина поља изнад споја						средина поља горе					
	A1			A2			A1		A2		A1		A2		A1		A2		A1		A2			
	D1	D3	D1	D3	D1	D3	D2	D4	D2	D4	D5	D7	D5	D7	D6	D8	D6	D8	D6	D8	D6	D8		
29	-0.830	-1.062	-1.052	-0.856	0.160	0.428	0.458	0.396																
32	-1.149	-1.191	-1.110	-0.982	0.513	0.548	0.174	0.344																
38	-1.198	-1.242	-1.207	-1.026	0.621	0.688	0.503	0.631																
45	-1.288	-1.344	-1.339	-1.076	0.864	0.846	0.662	0.592																
49	-1.277	-1.277	-1.335	-1.055	0.937	0.844	0.469	0.745																
57	-1.173	-1.246	-1.352	-1.035	0.980	0.880	0.592	0.884																
70	-1.199	-1.200	-1.297	-1.007	1.021	0.950	0.510	0.875																
101	-1.254	-0.942	-1.216	-1.000	0.820	0.725	0.962	1.236																
160	-1.260	-1.010	-1.270	-1.080	0.950	0.890	1.040	1.280																

не постоје мерна места

табела 7. 11 дијаметрије у бетону у пресеку на средини поља за моделе А

t	средина поља доле						средина поља испод споја						средина поља изнад споја						средина поља горе					
	B1			B2			B1		B2		B1		B2		B1		B2		B1		B2			
	D1	D3	D1	D3	D1	D3	D2	D4	D2	D4	D5	D7	D5	D7	D6	D8	D6	D8	D6	D8	D6	D8		
29	-0.020	-0.018	-0.021	-0.021	0.014	0.007	0.006	0.006	0.019	0.015	0.007	0.013	0.018	0.013	0.015	0.013	0.015	0.015	0.013	0.013	0.015	0.016		
32	-0.030	-0.034	-0.023	-0.035	0.043	0.030	0.015	0.034	0.020	0.039	0.007	0.015	0.034	0.028	0.034	0.028	0.028	0.025	0.028	0.028	0.028	0.025		
38	-0.030	-0.030	-0.022	-0.022	0.007	0.025	0.015	0.027	0.025	0.042	0.032	0.029	0.062	0.052	0.062	0.052	0.049	0.065	0.052	0.052	0.065	0.065		
45	-0.025	-0.005	-0.023	-0.015	0.030	0.022	0.025	0.027	0.035	0.054	0.041	0.050	0.075	0.057	0.075	0.057	0.064	0.060	0.057	0.057	0.064	0.060		
49	-0.006	-0.022	-0.012	-0.012	0.032	0.028	0.039	0.034	0.038	0.067	0.059	0.045	0.089	0.080	0.072	0.080	0.072	0.069	0.080	0.080	0.072	0.069		
57	-0.002	-0.014	-0.013	-0.016	0.069	0.063	0.066	0.066	0.052	0.070	0.062	0.065	0.076	0.090	0.096	0.090	0.096	0.099	0.090	0.090	0.096	0.099		
70	0.008	0.016	0.010	0.013	0.085	0.069	0.085	0.077	0.056	0.083	0.066	0.072	0.095	0.102	0.107	0.102	0.107	0.103	0.102	0.102	0.107	0.103		
101	0.044	0.044	0.033	0.033	0.121	0.105	0.104	0.101	0.109	0.118	0.114	0.115	0.164	0.143	0.138	0.143	0.138	0.145	0.143	0.143	0.138	0.145		
160	0.050	0.052	0.051	0.050	0.132	0.116	0.121	0.117	0.120	0.127	0.121	0.125	0.166	0.150	0.145	0.150	0.145	0.152	0.150	0.150	0.145	0.152		

табела 7.12 дијаметрије у бетону у пресеку на средини поља за моделе В

VIII. НУМЕРИЧКА АНАЛИЗА

8.1. ПРИМЕНА ПОЈЕДНОСТАВЉЕНИХ МЕТОДА

Како је истакнуто у поглављу VI, поједностављене методе, могу у одређеним случајевима да дају сасвим употребљиве резултате са становишта инжењерске праксе. Овде су примењена, ради илустрације, два упрошћена поступка која су имала веома широку примену у периоду када компјутерске апликације за нелинеарну анализу конструкција нису биле развијене.

Примена ових метода се одвија у два корака:

- решава се проблем "прерасподеле напона" у оквиру пресека
- решава се статички неодређени систем са променом деформацијских величина одређеним у првом кораку

8.1.1. Dishinger-ов метод

Dishinger-ов метод уствари примењује диференцијални облик закона течења комбинован са теоријом старења код које се коефицијент течења описује са:

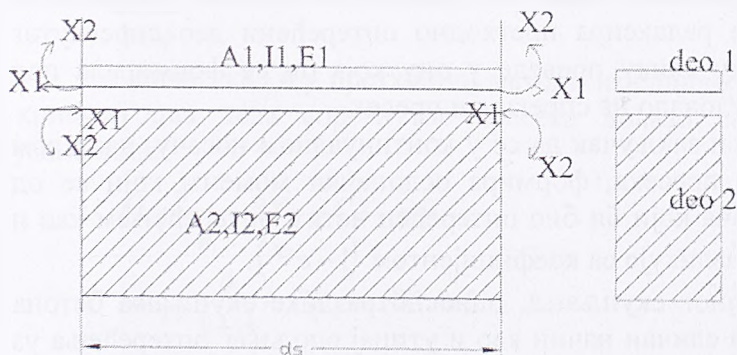
$$\varphi(t, \tau) = \varphi(t) - \varphi(\tau) \quad \varphi(t) = \varphi_n(1 - e^{-\lambda t})$$

На разматраном примеру спрегнутог бетонског пресека, користећи поступак разрађен у [VIII-1, 33], могу се раздвојено разматрати утицаји од диференцијалног скупљања и течења под сталним оптерећењем. Поред тога скупљање се посматра као појава афина течењу односно скупљање прати закон облика:

$$\varepsilon_{sk} = K\phi\varepsilon_0$$

Друго значајно упрошћење се односи на константну вредност модула еластичности бетона, које је и оправдано обзиром на његову релативно малу промену.

На слици 8.1 приказан је спрегнути пресек, коме се у споју аплицирају "пресечне силе" које се развијају током времена, а последица су реолошких карактеристика



материјала.

слика 8.1 силе "спрезања" настале као последица реолошких карактеристика бетона

Прво се разматра утицај "претходног" оптерећења, које делује на простој греди основног пресека 2.

Изједначењем промена дилатација и кривина на нивоу споја добија се систем од две диференцијалне једначине за одређивање непознатих пресечних сила X_1 и X_2 . При томе се користи теорија старења која подразумева паралелност крива течења односно : $d\phi_1 = d\phi_2 = d\phi$

$$d\phi(M - BX_2 - CX_1) = BdX_2 + CdX_1 \quad (8.1)$$

$$d\phi(MD - CX_2 - FX_1) = CdX_2 + FdX_1 \quad (8.2)$$

M представља момент од спољњег оптерећења које делује на део пресека 2, док су коефицијенти B , C и F константе које зависе од геометријских карактеристика делова пресека који се спрежу и односа модула еластичности два бетона који се примењују. Систем прелази у две независне диференцијалне једначине:

$$\begin{aligned} dX_2 &= -d\phi \left\{ X_2 - M \left[\frac{F - Cy_{g,2}}{BF - C^2} \right] \right\} \\ dX_1 &= -d\phi \left\{ X_1 - M \left[\frac{C - By_{g,2}}{C^2 - BF} \right] \right\} \end{aligned} \quad (8.3)$$

$$B = m + 1; \quad C = y_{g,2} - m \frac{d_1}{2}; \quad m = \frac{E_2 I_2}{E_1 I_1}$$

$$F = y_{g,2}^2 + \frac{I_2}{A_2} + m \frac{d_1^2}{4} + m \frac{I_1}{A_1}$$

Уз почетне услове $t=0 \Rightarrow \phi=0, X_1=0, X_2=0$, решење гласи:

$$\begin{aligned} X_1 &= (1 - e^{-\phi}) \left\{ M \frac{C - By_{g,2}}{C^2 - BF} \right\} \\ X_2 &= (1 - e^{-\phi}) \left\{ M \frac{F - Cy_{g,2}}{BF - C^2} \right\} \end{aligned} \quad (8.4)$$

Може се доказати да изрази у витичастим заградама представљају силе на нивоу споја, одређене интеграцијом напона, по висини спрегнутог пресека који би као јединствен био изложен почетним спољњим утицајима (који су заправо деловали на део пресека 2). Из тога произилази закључак да услед течења бетона велики део напона "бежи" из првобитног пресека у спрегнути пресек, односно да течење релаксира претходно оптерећени део спрегнутог пресека тежећи да напонску слику преведе у ону која би се формирала под условом да је оптерећење деловало на спрегнути пресек.

Из овога произилази и закључак да се у континуалном носачу, насталом истовремено са спрезањем пресека, формира ослоначки момент, који се од момента континуалног носача који би био оптерећен истим оптерећењем као и неспрегнуте просте греде, разликује са коефицијентом $(1 - e^{-\phi})$.

Утицај диференцијалног скупљања, односно разлике скупљања бетона делова 1 и 2, се разматра на сличан начин као и утицај спољњег оптерећења уз претпоставку о афиности појава течења и скупљања односно:

$$d\varepsilon_{sk} = K\varepsilon_0 d\phi \quad K = \frac{\varepsilon_{sk}}{\varepsilon_0 \phi}$$

Изједначење промене дилатације и кривине у нивоу споја , уз ознаке X_{1s} и X_{2s} , слично као и у случају оптерећења, добија се систем од две диференцијалне једначине, који се може трансформисати у две независне диференцијалне једначине:

$$d\phi(BX_{2s} + CX_{1s}) = -BdX_2 + CdX_1 \quad (8.5)$$

$$d\phi(CX_{2s} + FX_1 - \frac{\varepsilon_s}{\phi} I_2 E_2) = -CdX_{2s} - FdX_{1s} \quad (8.6)$$
 , са свим ознакама

истим као и у претходном случају.

Уводе се ознаке :

$$X_{1s}^0 = \varepsilon_s E_2 I_2 \frac{B}{BF - C^2} \quad (8.7)$$

$$X_{2s}^0 = \varepsilon_s E_2 F_2 \frac{C}{C^2 - BF}$$

које уствари представљају пресечне силе потребне да се у нивоу споја оствари иста кривина и разлика у дилатацији једнака диференцијалном скупљању ε_s . Тада се за решење диференцијалних једначина добија:

$$X_{1s} = X_{1s}^0 \frac{1 - e^{-\phi}}{\phi} \quad X_{2s} = X_{2s}^0 \frac{1 - e^{-\phi}}{\phi} \quad (8.8)$$

Може се показати да је промена кривине композитног носача изложеног поменутиим утицајима у споју иста као да на спрегнути пресек делује момент :

$$Ms = \varepsilon_s E_1 A_1 (y_{t,spr} + \frac{d_1}{2}) \frac{1 - e^{-\phi}}{\phi}, \quad (8.9) ; \text{ где је } y_{t,spr} \text{ одстојање тежишта}$$

спрегнутог пресека од споја.

Услед поменуте промене кривине континуалног спрегнутог носача развија се ослоначки момент :

$$M_{osl.sk} = \frac{3}{2} \varepsilon_s E_1 A_1 (y_{t,spr} + \frac{d_1}{2}) \frac{1 - e^{-\phi}}{\phi} \quad (8.10)$$

8.1.2. Метод ефективног модула

Промене дилатације и кривина од непознатих X_1 и X_2 једноставно се изражавају помоћу ефективног модула еластичност који износи

$$\frac{E}{1 + \phi}$$

Слично као и у претходној методи изједначавањем промена дилатације и кривина два дела спрегнутог пресека долази се до система алгебарских једначина:

$$M \frac{\phi}{1 + \phi} - BX_2 - CX_1 = 0 \quad (8.11)$$

$$My_{g,2} \frac{\phi}{1 + \phi} - CX_2 - FX_1 = 0$$

чије је решење:

$$\begin{aligned} X_1 &= \frac{\phi}{1+\phi} \left\{ \frac{M(C - By_{g,2})}{C^2 - BF} \right\} \\ X_2 &= \frac{\phi}{1+\phi} \left\{ \frac{M(F - Cy_{g,2})}{BF - C^2} \right\} \end{aligned} \quad (8.12)$$

Изрази у витичастим заградама представљају силе на нивоу споја, одређене интеграцијом напона, по висини спрегнутог пресека који би као јединствен био изложен почетним спољњим утицајима (који су заправо деловали на део пресека 2). Може се извести сличан закључак као и у случају Dishinger-овог метода да је момент у накнадно оствареном чвору континуалног носача једнак моменту као да на континуални носач делује оптерећење са просте греде коригован фактором $\frac{\phi}{1+\phi}$

У случају диференцијалног скупљања систем једначина изгледа:

$$\begin{aligned} BX_{2,s} + CX_{1,s} &= 0 \\ CX_{2,s} + FX_{1,s} &= \varepsilon_s \frac{E_2 I_2}{1+\phi} \end{aligned} \quad (8.13)$$

У потпуности као и у претходном случају показује се да је промена кривине композитног носача изложеног поменутиим утицајима у споју иста као да на спрегнути пресек делује момент :

$$Ms = \varepsilon_s E_1 A_1 \left(y_{t,spr} + \frac{d_1}{2} \right) \phi \quad (8.14),$$

где је $y_{t,spr}$ одстојање тежишта спрегнутог пресека од споја.

Услед поменуте промене кривине континуалног спрегнутог носача развија се ослоначки момент :

$$M_{osl.sk} = \frac{3}{2} \varepsilon_s E_1 A_1 \left(y_{t,spr} + \frac{d_1}{2} \right) \frac{1}{1+\phi} \quad (8.15)$$

У оба приказана поступка прелазак са појединачних пресека на носач као целину, без нумеричке интеграције од пресека до пресека при решавању статички неодређеног носача методом сила, омогућен је предпоставком да су сви пресеци међусобно исти у смислу геометријских карактеристика и да не долази до отварања прслина. Такође се занемарује присуство арматуре у пресеку, односно прерасподела напона у оквиру пресека између бетона и арматуре.

Такав приступ је несумљиво најједноставнији и несумљиво далеко тачнији када су претпоставке о неиспрском пресеку испуњене.

Појава прслина у делу носача који је био претходно оптерећен доводи до повећане флексибилности тог дела спрегнутог пресека, односно појаве мањих сила које се одупиру принудној деформацији те се може очекивати да ће вредности ослоначког момента срачунате помоћу предложених израза бити прецењене. Да би се овај проблем превазишао примењен је метод коригованог ефективног модула еластичности уз нумеричку интеграцију промене кривине по методи сила.

8.1.3. Нумеричка интеграција промене кривине по методу коригованог ефективног модула еластичности - Трост-Бажантов метод (ААЕМ метод)

У првом кораку одређене су промене кривине по појединим пресецима услед спољњег оптерећења заједно са ефектима скупљања, водећи рачуна и о присуству арматуре ($\Delta\kappa_0$). Такође се одређују промене кривине од јединичне генерализане статички непознате (M_1) која се мења током времена од нуле до своје пуне вредности (са коригованим ефективним модулом еластичности).

Затим се решава статички неодређен систем по методи сила са следећим коефицијентима матрице флексибилности [VIII-2, 31]:

$$\delta_{i,j} = \int \varepsilon_{0,i} \bar{N}_j ds + \int \kappa_i \bar{M}_j ds \quad (8.16)$$

Коефицијенти матрице флексибилности се одређују нумеричком интеграцијом. Вредност ослоначког момента тада износи :

$$M_{osl} = -\frac{\delta_{1,0}}{\delta_{1,1}} \quad (8.17)$$

$$\left\{ \begin{matrix} \varepsilon_{0,i} \\ \kappa_i \end{matrix} \right\} = \frac{1}{[A^* I^* - S^{*2}] E^*} \begin{bmatrix} I^* & S^* \\ S^* & A^* \end{bmatrix} \left\{ \begin{matrix} -\bar{N}_i \\ -\bar{M}_i \end{matrix} \right\} \quad (8.18)$$

Утицаји $\bar{N}_i; \bar{M}_i$ су пресечне силе у основном систему услед јединичне генерализане силе ΔX_i , у посматраном случају ослоначког момента у накнадно оствареном континуитету спрегнутог система. E^*, A^*, S^* и I^* су кориговани ефективни модул еластичности, одређен за период од спрезања до коначног тренутка времена, и геометријске карактеристике спрегнутог пресека са посматраним ефективним модулом еластичности, а у односу на референтну тачку за коју је најповољније усвојити спој првог и другог дела пресека.

За одређивање промене деформацијских величина по пресецима носача за временски период од спрезања до коначног тренутка времена, а услед спољњег оптерећења, примењен је метод описан у [VIII-3, 20]. Обзиром да спољашње оптерећење доводи до отварања прслина у појединим пресецима већ у почетном тренутку времена, при наношењу оптерећења, одговарајући пресеци се третирају као пресеци са прслином. Уз претпоставку о непромењивости напонски активног пресека првог дела пресека у коме се отворила прслина, алгоритам у потпуности одговара алгоритму за спрегнуте пресеке без прслине (једино што се ради са идеализованим пресеком напонски активног дела бетона првог дела пресека). Иначе је питање да ли би се прслина пропгирала или затварала у спрегнутом систему кад се укључи и други део пресека.

Алгоритам дефакто има четири корака:

1. тренутно еластично стање
2. период од наношења оптерећења до тренутка спрезања (основни пресек)
3. тренутак спрезања (основни пресек)
4. период од тренутка спрезања до коначног тренутка времена (спрегнути пресек)

Од интереса за ову анализу су резултати четвртог корака.

По сваком пресеку одвија се следећи алгоритам:

Први корак

Одређују се дилатације при наношењу оптерећења:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{0,1,0} \\ \kappa_{,1,0} \end{bmatrix} = \frac{1}{Eb_1(t_0) * (A_1 * I_1 - S_1^2)} * \begin{bmatrix} I_1 & S_1 \\ S_1 & A_1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} N_0 \\ M_0 \end{bmatrix}, \quad (8.19)$$

где су N_0 и M_0 пресечне силе у посматраном пресеку. Индекс "1" означава да се ради о првом-основном (у овом случају доњем) делу пресека, јер у посматраном тренутку постоји само тај део пресека. Геометријске карактеристике су, зависно од постојања прслине, за пресеке са или без прслине.

Други корак

Одређују се промене дилатација за посматрани период до спрезања (активан је само основни део пресека).

$$\begin{bmatrix} \Delta \varepsilon_{0,1} \\ \Delta \kappa_{,1} \end{bmatrix} = \frac{1}{E_1^* (A_1 * I_1^* - S_1^{*2})} \begin{bmatrix} I_1^* & S_1^* \\ S_1^* & A_1^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -N_1^* \\ -M_1^* \end{bmatrix} \quad (8.20)$$

$$N_1^* = -Ab_1 * E_1^* * \varepsilon_{0,1}^{sl} + Sb_1 * E_1^* * \kappa_{,1}^{sl} \quad (8.21)$$

$$M_1^* = Sb_1 * E_1^* * \varepsilon_{0,1}^{sl} - Ib_1 * E_1^* * \kappa_{,1}^{sl}$$

$$E_1^* = \frac{E_1(t_0)}{1 + \chi(t_1, t_0) \varphi_1(t_1, t_0)} \quad (8.22)$$

$$\varepsilon_{0,1}^{sl} = \varepsilon_{0,1,0} \varphi(t_1, t_0) + \varepsilon_{sk,1}(t_1, t_0), \quad \kappa_{,1}^{sl} = \kappa_{,1,0} \varphi(t_1, t_0) \quad (8.23)$$

$$\Delta \sigma b_1(t_1, t_0) = Eb_1^*(t_1, t_0) * [\Delta \varepsilon_{0,1}(t_1, t_0) - \varepsilon_{0,1}^{sl}(t_1, t_0)] \quad (8.24)$$

$$\Delta \gamma b_1(t_1, t_0) = Eb_1^*(t_1, t_0) * [\Delta \kappa_{,1}(t_1, t_0) - \kappa_{,1}^{sl}(t_1, t_0)] \quad (8.25)$$

Геометријске карактеристике означене са "*" срачунате су са ефективним модулом еластичности, који је такође означен са "*".

У трећем кораку

се опет врши еластична анализа на основном пресеку са новим модулом еластичности

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{0,1,1} \\ \kappa_{,1,1} \end{bmatrix} = \frac{1}{Eb_1(t_1) * (A_1 * I_1 - S_1^2)} * \begin{bmatrix} I_1 & S_1 \\ S_1 & A_1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} N_1 \\ M_1 \end{bmatrix} \quad (8.26)$$

где су N_1 и M_1 пресечне силе настале услед оптерећења тежином дела 2 који још не учествује у пријему напона јер није очврснуо.

Четврти корак

Одређују се промене дилатација за посматрани период времена али сада на спрегнутом пресеку

$$\begin{bmatrix} \Delta \varepsilon_{0,sp} \\ \Delta \kappa_{,sp} \end{bmatrix} = \frac{1}{E_{ref,sp}^* (A_{sp} * I_{sp}^* - S_{sp}^{*2})} \begin{bmatrix} I_{sp}^* & S_{sp}^* \\ S_{sp}^* & A_{sp}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -(N_1^* + N_2^*) \\ -(M_1^* + M_2^*) \end{bmatrix} \quad (8.27)$$

Карактеристике коригованог ефективног спрегнутог пресека се одређују са коригованим ефективним модулима еластичности за поједине бетонске делове пресека :

$$E_1^* = E_{ref,sp}^* = \frac{E_1(t_1)}{1 + \chi(t_2, t_1) \varphi_1(t_2, t_1)} \quad E_2^* = \frac{E_2(t_1)}{1 + \chi(t_2, t_1) \varphi_2(t_2, t_1)} \quad (8.28)$$

$$N_1^* = -Ab_1^* E_{spr,ref}^* \varepsilon_{O_1}^{sl}(t_2, t_1) + Sb_1^* E_{spr,ref}^* \kappa_1^{sl}(t_2, t_1) \quad (8.29)$$

$$M_1^* = Sb_1^* E_{spr,ref}^* \varepsilon_{O_1}^{sl}(t_2, t_1) - Ib_1^* E_{spr,ref}^* \kappa_1^{sl}(t_2, t_1)$$

$$N_2^* = -Ab_2^* E_2^* \varepsilon_{O_2}^{sl}(t_2, t_1) + Sb_2^* E_2^* \kappa_2^{sl}(t_2, t_1) \quad (8.30)$$

$$M_2^* = Sb_2^* E_2^* \varepsilon_{O_2}^{sl}(t_2, t_1) - Ib_2^* E_2^* \kappa_2^{sl}(t_2, t_1)$$

$$\varepsilon_{O_1}^{sl}(t_2, t_1) = [\varphi_1(t_2, t_0) - \varphi_1(t_1, t_0)] \left\{ \varepsilon_{O,1,0} + \frac{\Delta\sigma_{b,1}(t_1, t_0)}{E_{b,1}(t_0)} \right\} + \varepsilon_{O,1,1} \varphi_1(t_2, t_1) + \varepsilon_{sk,1}(t_2, t_1)$$

$$\kappa_1^{sl}(t_2, t_1) = [\varphi_1(t_2, t_0) - \varphi_1(t_1, t_0)] \left\{ \kappa_{1,0} + \frac{\Delta\gamma_{b,1}(t_1, t_0)}{E_{b,1}(t_0)} \right\} + \kappa_{1,1} \varphi_1(t_2, t_1)$$

$$\varepsilon_{O_2}^{sl}(t_2, t_1) = \varepsilon_{sk,1}(t_2, t_1) \quad \kappa_2^{sl}(t_2, t_1) = 0$$

(8.31)

Величине одређене у (8.27) се користе при нумеричкој интеграцији у изразу (8.16) чиме се одређују коефицијенти матрице флексибилности, а затим према (8.17) и вредност ослоначког момента који се развија током времена.

Сви описани поступци су "крупно инкрементални", односно укупан временски период је подељен у само два интервала : пре спрезања и након спрезања. Како је то обрађено у глави VI овог рада, тип конструкције који се разматра у овом раду спада у статички неодређене хетерогене конструкције са хетерогеним попречним пресецима, те се решење тражи у оквиру step-by-step метода применом програмске апликације DIANA.

8.2. ПРИМЕНА ПРОГРАМСКОГ ПАКЕТА DIANA

DIANA је вишенаменска програмска апликација базирана на методу коначних елемената са широким могућностима у погледу избора материјала, елемената, и прорачунских поступака [VIII-4, 13]. Апликација је у непрекидном развоју под окриљем TNO још од 1972. године. Са становишта инжењерске праксе из области грађевинарства најзначајнија могућност програма лежи у области бетонских конструкција и геомеханике. Стандардна апликација обухвата моделирање бетона у погледу постајања прлина, вискоеластичности, пластичност, фазну анализу и сл.

У погледу избора коначних елемената могућности су широке: од гредних (правих или закривљених), тродимензионалних, мембранских, елемената у равном стању напона или деформације, плоча, љуски, опруга и граничних елемената.

У погледу могућих метода анализе у понуди су линеарна, нелинеарна, динамичка, Ојлерова стабилност, фазна анализа.

За анализу посматраног проблема од интереса су следеће могућности DIANA-e :

- **Пррлине** -такозвани модел размазне пррлине се користи за опис пррлина код кртих материјала као што је бетон
- **Вискоеластичност** – за опис функције течења и скупљања бетона преко модела Маквеловог ланца за опис функције релаксације бетона, са могућношћу примене

инкорпорираних прописа као што су **МС 90** или **АСИ 209**, или употребом дискретних функција течења и скупљања

- **Арматура** – преко такозваних елемената "уграђена арматура"
- **Фазна анализа** – могућност промене пресека, арматуре и статичког система (ослонаца)

Проблем је свакако нелинеаран (материјална нелинеарност), те се фазна анализа одвија у оквиру нелинеарне анализе. Могуће је диктирати временске или кораке оптерећења, зависно који се тип проблема разматра. Код вискоеластичне анализе комбиноване са појавом прелина заступљени су и временски кораци и кораци оптерећења.

Поступак решавања нелинеарних једначина анализе је инкрементално-итеративан, што значи да се у оквиру сваког корака, одвија итеративни поступак прорачуна по критеријумима који се задају- померања, силе, енергија или сва три. Постоји и више могућности за итеративни процес, те уколико процес не конвергира по једном поступку могуће је процедуру променити.

Без претензија да се у овом раду разјасни рад саме програмске апликације *DIANA*, о чему, уосталом постоји преко 5000 страна у оквиру 11 књига *MANUEL*-а (приручника), може се констатовати да се ради о моћном програму чије, међутим, коришћење захтева предвиђање очекиваних резултата прорачуна, што га чини неприступачним за широку употребу.

8.2.1. Моделирање експерименталног модела у програмском пакету *DIANA*

8.2.1.1. Избор типа коначних елемената

Изабрани су гредни елементи **L7BEN** прави, са два чвора II класе, код којих се нумеричка интеграција обавља и по попречном пресеку и дуж елемента, што их чини употребљивим у случају материјалне нелинеарности – прелина. Код овог типа елемената важи Бернулијева хипотеза.

Поред тога примењена је шема за интеграцију са 3 тачке дуж гредног елемента са 11 површи (нивоа) по висини пресека, при чему се користи Гаусово правило у подужном правцу комбиновано са Симпсоновим правилом по висини пресека.

Пошто се пресек изводи у две фазе, оба дела пресека (као две независне греде) уносе се у првој фази са заједничном осом, с тим што се горњи део пресека означава неактивним у првој фази, да би се активирао у другој фази заједно са наредбом за фомирање композитног-спрегнутог пресека.

Како су крајњи ослонци опремљени механичким динамометром, за одређивање промене реакције током времена, у моделу је примењен еластични ослонац са карактеристикама опруге које одговарају примењеним динамометрима.

Уграђена арматура се уноси у виду шипки у одговарајућим гредним елементима и активира у одговарајућој фази извођења.

8.2.1.2. Избор материјала

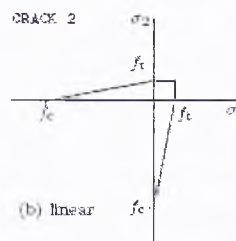
Једна од најзначајнијих карактеристика, која свакако представља предност, примењеног програмског пакета, је широка могућност избора материјалних карактеристика, пре свега када се ради о бетону.

Од интереса за овај проблем су два типа материјалне нелеарности које се јављају код бетона :

- a. појава прелина
- b. реолошке карактеристике

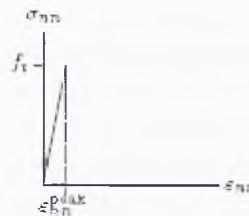
8.2.1.2.1. Моделирање прелина

Усвојен је за обе партије бетона линеарни услов лома у затезању приказан на слици 8.2. До прелина долази када главни напон затезања прекорачи мању од вредности f_t (чврстоћа на затезање) или $f_t(1+\sigma_1/f_c)$ (σ_1 – попречни главни напон; f_c – чврстоћа бетона на притисак).



слика 8.2 услов лома у затезању

Понашање при затезању је карактерисано потпуном редукијом чврстоће при достизању чврстоће на затезање – такозвано крто прскање – слика 8.3.

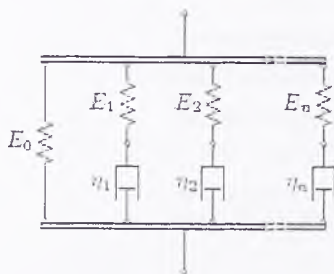


слика 8.3 крто понашање у затезању

8.2.1.2.2. Моделирање реолошких карактеристика

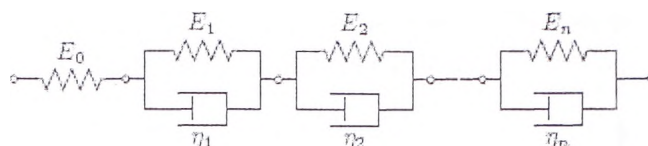
Вискоеластичене особине материјала (течење) представљају понашање које је зависно од целокупне историје оптерећења. За описивање овог понашања користи се функција течења, односно функција релаксације, како је то изложено у глави VI. Да би се вискоеластични модели уклопили у прорачунске алгоритме неопходно је моделирати функцију течења или релаксације тако да не постоји потреба за меморисањем целокупне напонске историје [VIII-5, 2], [VIII-6, 32].

Модел Максвеловог ланца, слика 8.4, може описати функцију релаксације, која се може одредити из функције течења и описује се Dirichlet-овим редом.



слика 8.4 Максвелов ланац за описивање функције релаксације

Модел Келвиновог ланца, слика 8.5, описује функцију течења, такође помоћу Dirichlet-ових редова.



слика 8.5. Келвинов ланац за описивање функције течења

Везе између напона и дилатација за вискоеластичне материјале се могу одредити било као дискретне вредности на основу мерења у оквиру експеримента, или на основу предвиђања према појединим прописима. Уобичајено је се врше мерења "течења", јер су опити релаксације тешко изводљиви. DIANA врши прилагођавање (*fitting*) криве течења, која је дискретно одређена мерењем, да би се одредиле карактеристике поменутих модела ланца. Криве течења се могу описати Келвиновим ланцем, док се криве релаксације описују Максвеловим ланцем. Трансформацијом функције течења у функцију релаксације, на основу везе (6.3), омогућује се одређивање карактеристика Максвеловог ланца из дате функције течења.

Код материјала, као што је бетон, који поседују особину старења, DIANA врши скалирање Келвиновог ланца, уз независно прилагођавање Максвеловог ланца. Квалитет модификације задате дискретне функције течења у програмски употребљив облик, се може након прорачуна очитати у OUT fail-у, као коефицијент корелације, који треба да буде близу 1. Код дискретно описаних функција течења, углавном базираних на мерењима, ради што успешнијег fitовања, потребно је предвидети функцију течења у логаритамској скали времена, са почетком у тренутку реда величине 10^{-6} дана. Како је до таквих података на основу мерења немогуће доћи, у нумеричкој анализи посматраног експеримента примењени су закони течења према одговарајућим стандардима, а који су већ уграђени у програм (са одговарајућим прилагођавањем у реолошке моделе ланца).

Обрађене су две комбинације прописа у погледу карактеристика бетона обе партије, а већ према мереним вредностима течења и скупљања за обе партије бетона описано у глави VII.

8.2.1.2.3. Модел VI- MC90/VII-MC90

Примењују се 4 врсте материјала:

- бетон прве партије (VI):
 - модул еластичности при старости 28 дана 29.3GPa
 - моделирање прелина:
 - линеарни услов лома у затетању –: усвојено $f_t=4\text{MPa}$, $f_c=30\text{MPa}$
 - моделирање реолошких карактеристика
 - течење према закону Модел кода MC90 са :
 - влажност 70%
 - температура 20°C
 - цемент типа N
 - старост при оптерећењу 28 дана
 - средњи обим 81mm

VIII НУМЕРИЧКА АНАЛИЗА

- скупљање према закону Модел кода **MC90** са :
 - трајањем неге од 3 дана
- **уграђена арматура:**
 - модул еластичности 210 GPa
 - граница развлачења 300 MPa
- **бетон друге партије (BII):**
 - модул еластичности при старости 28 дана 25GPa
 - моделирање прслина:
 - линеарни услов лома у затетању $f_t=2\text{MPa}$, $f_c=25\text{ MPa}$
 - моделирање реолошких карактеристика
 - течење према закону Модел кода **MC90** са :
 - влажност 70%
 - температура 20°C
 - цемент типа N
 - старост при оптерећењу 0.5 дан
 - средњи обим 54mm
 - скупљање према закону Модел кода **MC90** са :
 - трајањем неге од 1 дана
- **еластични ослонац**
 - опруга карактеристике крутости $0.662000\text{E}+07\text{ N/m}$, што представља силу потребну да се изазове јединично померање (1m)

8.2.1.2.4. Модел VI- MC90/ВII-ACI209

Примењују се 4 врсте материјала:

- **бетон прве партије (VI):**
 - модул еластичности при старости 28 дана 29.3GPa
 - моделирање прслина:
 - линеарни услов лома у затетању –: усвојено $f_t=4\text{MPa}$, $f_c=30\text{ MPa}$
 - моделирање реолошких карактеристика
 - течење према закону Модел кода **MC90** са :
 - влажност 70%
 - температура 20°C
 - цемент типа N
 - старост при оптерећењу 28 дана
 - средњи обим 81mm
 - скупљање према закону Модел кода **MC90** са :
 - трајањем неге од 3 дана
- **уграђена арматура:**
 - модул еластичности 210 GPa
 - граница развлачења 300 MPa
- **бетон друге партије (BII):**
 - модул еластичности при старости 28 дана 25GPa
 - моделирање прслина:
 - линеарни услов лома у затетању $f_t=2\text{MPa}$, $f_c=25\text{ MPa}$
 - моделирање реолошких карактеристика
 - течење према закону Модел кода **ACI209** са :

VIII НУМЕРИЧКА АНАЛИЗА

- влажност 70%
- температура 20⁰С
- цемент типа I
- количина цемента по m³ бетона 300kg
- старост при оптерећењу 0.5 дан
- средњи обим 54mm
- слегање 70mm
- проценат финог агрегата 50%
- проценат увученог ваздуха 7%
- скупљање према закону Модел кода ACI209 са :
 - трајањем неге од 1 дана квашењем
- еластични ослонац
 - опруга карактеристике крутости 0.662000E+07 N/m, што представља силу потребну да се изазове јединично померање (1m)

8.2.1.3. Поступак прорачуна

Примењена је нелинеарна фазна анализа. Обзиром да је модел симетричан моделирана је само половина модела.

У првој фази активан је део пресека састављен од бетона прве партије, и наравно арматуре која је у тај део пресека уграђена. Ослонци су моделирани опругом на једном крају и крутим ослоном на крају где се касније врши континуитет. Тако да је у статичком погледу модел проста греда основног попречног пресека.

Оптерећење се уноси у складу са током експеримента:

- A. дан 28 постављање греда на ослонце – сопствена тежина
- B. дан 29 оптерећење додатним сталним теретом (који изазива појаву прслина)
- C. дан 42 бетонирање додатног дела пресека бетоном друге партије што тренутно повећава оптерећење на систему просте греде (стварна носивост бетона друге партије је занемарљива).

Анализа обухвата:

- A. временске кораке 0-29 дана
- B. кораке оптерећења (додатно оптерећење које отвара прслине)
- C. временске кораке 29⁺-42⁻ дана
- D. оптерећење тежином свежег бетона друге партије

У другој фази, која почиње 42⁺ дана, активирају се у ношењу оптерећења оба дела пресека (пресек постаје спрегнут), заједно са арматурама које се у њима налазе, активира се и чвор у коме је остварен континуитет уз истовремену промену услова ослањања (пуно укљештење у чвору из услова симетрије, док средњи ослонци остају удвојени).

Оптерећење се састоји из оптерећења прве фазе : сопствена тежина оба дела спрегнутог пресека и додатни стални терет.

Анализа обухвата:

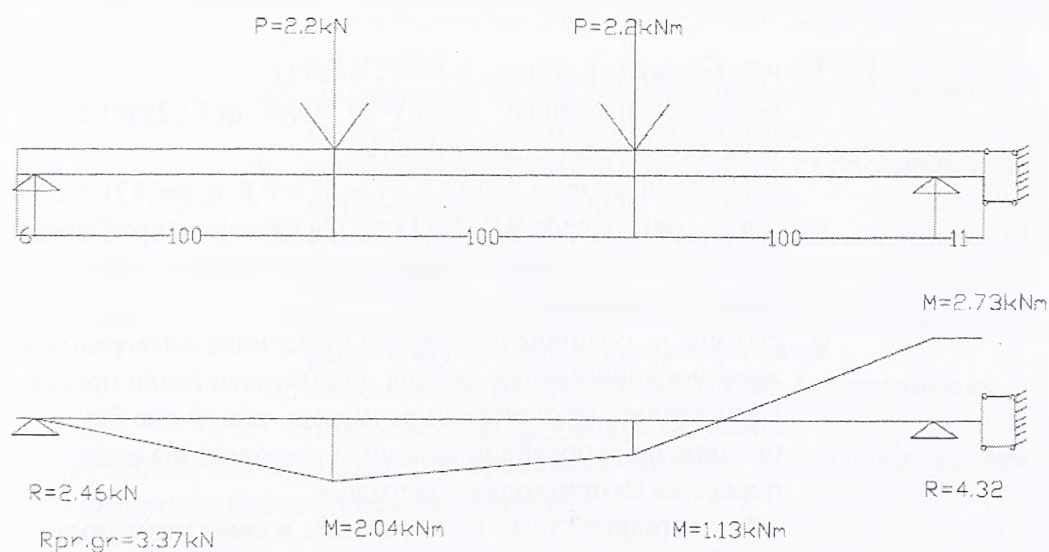
- A. почетни корак – пренос утицаја прве фазе дан 42⁺
- B. временске кораке 42⁺-∞ дана

8.3. ПРИКАЗ УПОРЕДНИХ РЕЗУЛТАТА ПРОРАЧУНА И МЕРЕЊА

Како се према поједностављеним поступцима одређује једино промена ослоначког момента, поређене свих изложених начина прорачуна је обављено само за вредност ослоначког момента, док се поређење свих других мерених величина пореди само са најсложеним прорачуном програмом **DIANA**.

8.3.1. Упоредне вредности промене ослоначког момента

На слици 8.6 приказан је модел у свом коначном систему са свим оптерећењем, као и статички утицаји одређени еластичном анализом уз занемарење прслина (занемарено је да су крајњи ослонци еластични што је последица постављања динамометра за мерење промене реакције). Како је модел и оптерећење симетрично приказана је само једна половина.



слика 8.6 линеарни модел са утицајима

У табели 8.1 приказане су вредности ослоначких момента одређене на одговарајуће начине. Како је детаљно описано које су карактеристике бетона усвојене за прорачун по **DIANA**-и, овде су наведене вредности усвојених параметара при поједностављеним поступцима прорачуна (употребом којих су срачунате вредности приказане у табели).

A Dishinger-ов и метод ефективног модула:

- $\varphi=2.6$
- $\Delta\varepsilon_{ск}=0.653-(0.469-0.188)=0.372\%$
- Како је констатовано да у изразима 8.1 до 8.10 фигуришу геометријске карактеристике неиспрскалог пресека, што у посматраном експерименту није случај, поступак се примењује за три гранична случаја:
 - пресеци на целом носачу без прслина I_I
 - комплетан носач са испрскалим пресецима I_{II}
 - крутост доњег дела носача одређена према Брансону:

$$I_e = \left(\frac{Mcr}{M_{max}} \right)^3 I_I + \left(1 - \left(\frac{Mcr}{M_{max}} \right)^3 \right) I_{II}$$

Преглед утицаја за усвојене претпоставке приказан је у табели 8.1

поступак	$M_{osl,opt} (kNm)$			(8.10)	$M_{osl,sk}(kNm)$	
	$M_{osl,opt}^{el}(1-e^{-\varphi})$	I_I			I_I	
Dishinger		I_I	2.53		I_I	2.62
		I_{II}	2.53		I_{II}	0.95
		I_{ef}	2.53		I_{ef}	1.98
метод ефективног модула	$M_{osl,opt}^{el}\varphi/(1+\varphi)$	I_I	1.97	(8.15)	I_I	2.05
		I_{II}	1.97		I_{II}	0.74
		I_{ef}	1.97		I_{ef}	1.55

табела 8.1 утицаји за Dishinger-ов и метод ефективног модула

Б. Трост- Бажантов метод (ААЕМ метод)

- бетон доњег дела VI $E_b(28)=29.5GPa$, $\varphi(42,28)=1.52$, $\chi(42,28)=0.8$, $\varepsilon_s(42,28)=0.048\%$, $E_b(42)=30GPa$, $\varphi(\infty,42)=2.3$, $\chi(\infty,42)=0.8$, $\varepsilon_s(\infty,42)=0.281\%$
- бетон горњег дела VII $E_b(1)=8GPa$ (усвојена приближно 35% вредности након 28 дана), $\varphi(\infty,1)=3.5$, $\chi(\infty,1)=0.8$, $\varepsilon_s(\infty,1)=0.653\%$,
- Могуће је, обзиром да се врши нумеричка интеграција промена кривина дуж носача, посматрати сваки пресек појединачно, како оне са прслинама, тако и оне без прслина па је обрађено неколико комбинација ради поређења са претходним методом:
 - стварно стање са прслинама и свим утицајима
 - стање с прслинама од утицаја само скупљање
 - стање с прслинама оптерећење без скупљана
 - стање без прслина са свим утицајима
 - стање без прслина од утицаја само скупљање
 - стање без прслина оптерећење без скупљања

Преглед утицаја је приказан у табели 8.2

VIII НУМЕРИЧКА АНАЛИЗА

стање	без прслина	са прслинама
оптерећење и скупљање	1.86kNm	1.24 kNm
само скупљање	0.74 kNm	1.2 kNm
само оптерећење без скуп.	1.12 kNm	0.04kNm

табела 8.2 Ослоначки момент према ААЕМ методу за различите комбинације стања и утицаја

V. DIANA

- у 8.2.1. описани су улазни подаци који су коришћени при прорачуну.
- слично као и код ААЕМ метода контролисана су следећа стања и утицаји:
 1. комбинација VI- MC90/VII-ACI209 ,са прслинама и свим утицајима
 2. комбинација VI- MC90/VII-ACI209 ,са прслинама разматрају се само утицији скупљања
 3. комбинација VI- MC90/VII-ACI209 ,са прслинама са оптерећењем без утицаја скупљања
 4. комбинација VI- MC90/VII-ACI209 ,без прслина са свим утицајима
 5. комбинација VI- MC90/VII-ACI209 ,без прслина разматрају се само утицаји скупљања
 6. комбинација VI- MC90/VII-ACI209 ,без прслина са оптерећењем без утицаја скупљања
 7. комбинација VI- MC90/VII- MC90 ,са прслинама и свим утицајима
 8. комбинација VI- MC90/VII- MC90 ,са прслинама разматрају се само утицији скупљања
 9. комбинација VI- MC90/VII- MC90 ,са прслинама са оптерећењем без утицаја скупљања
 10. комбинација VI- MC90/VII- MC90 ,без прслина са свим утицајима
 11. комбинација VI- MC90/VII- MC90 ,без прслина разматрају се само утицаји скупљања
 12. комбинација VI- MC90/VII- MC90 ,без прслина са оптерећењем без утицаја скупљања

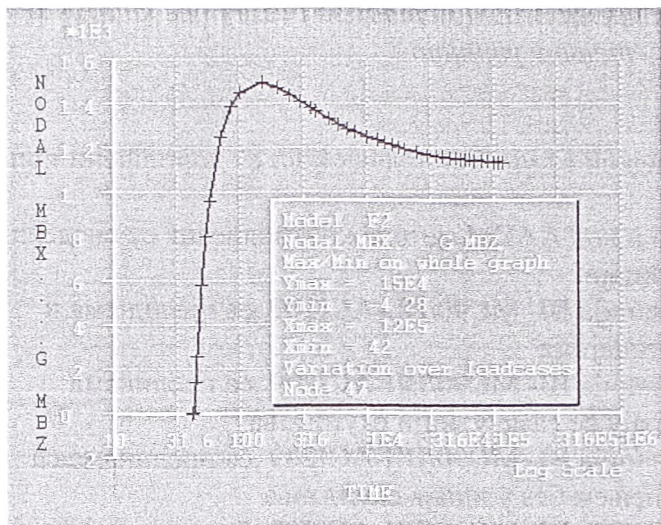
У табели 8.3 приказане су вредности највећег и коначног ослоначког момента за посматране комбинације.

материј.	VI-MC90, VII-ACI209						VI-MC90, VII-MC90					
	са прслинама			без прслина			са прслинама			без прслина		
комб	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
maxMo	1.5	1.52	0.35	2.19	1.52	1.15	1.15	1.25	0.21	2.89	1.25	1.16
Mo,∞	1.14	0.59	0.35	1.74	0.59	1.15	0.86	0.31	0.21	2.3	0.31	1.16

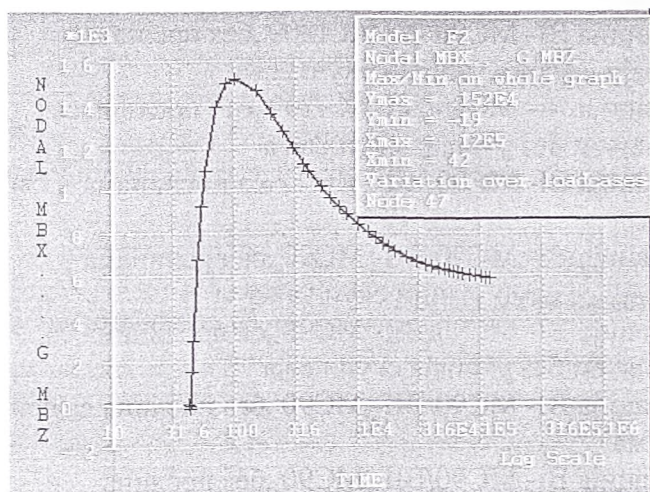
табела 8.3 вредност ослоначког момента за описане комбинације материјала и утицаја

VIII НУМЕРИЧКА АНАЛИЗА

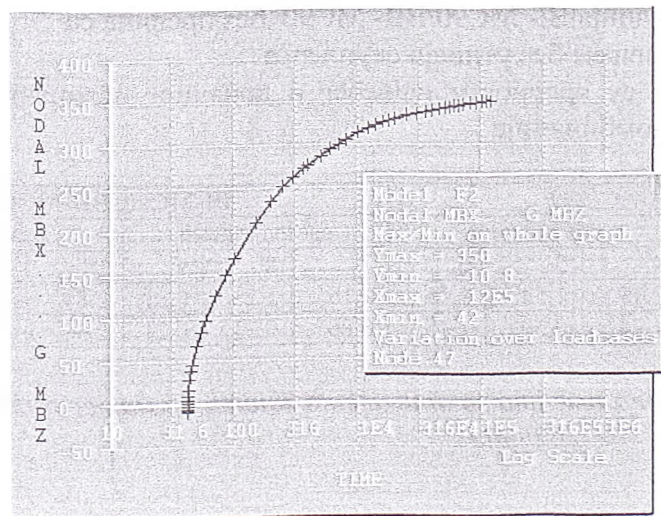
Са приказане табеле може се уочити да је понашање слично за одговарајуће комбинације утицаја односно да комбинација 1 одговара 7, 2-6 и тако редом до 6-12. На сликама 8.7 до 8.9 приказан је развој ослоначког момента за случајеве 1 до 3 (аналогно је понашање за комбинације 4 до 6 и одговарајуће 7 до 9 односно 10 до 12).



слика 8.7 промена ослоначког момента за комбинацију материјала VI-МС90, VII-АС1209, са прслинама и свим утицајима



слика 8.8 промена ослоначког момента за комбинацију материјала VI-МС90, VII-АС1209, са прслинама од утицаја постоји само скупљање

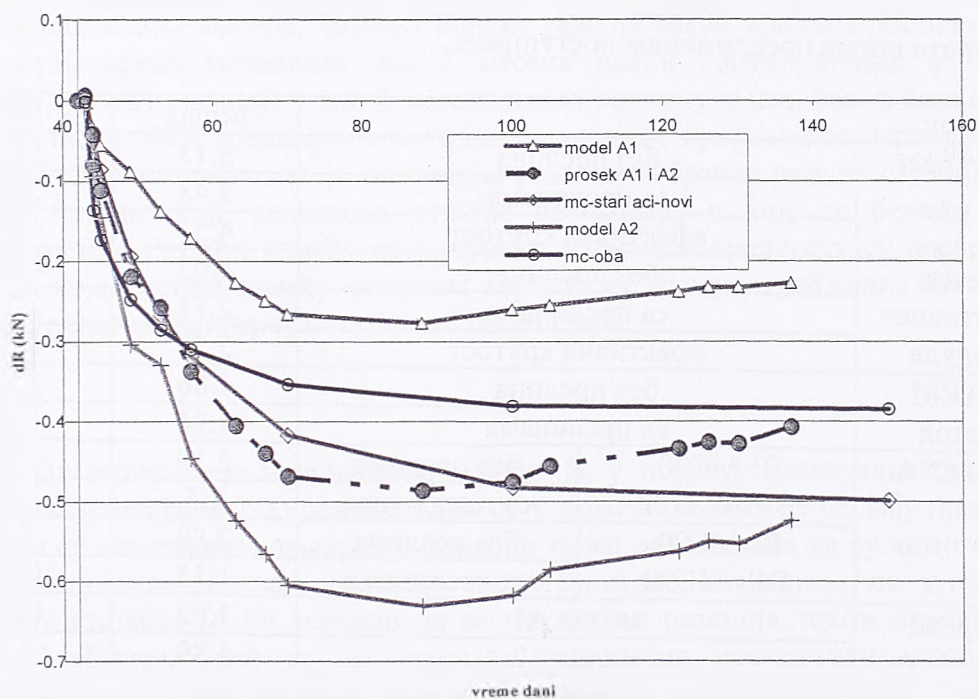


слика 8.9 промена ослоначког момента за комбинацију материјала VI-МС90, VII-АС1209, са прслинама постоји оптерећење, занемарено је скупљање

Са приказаних графикана може се уочити да је утицај скупљања од изузетног значаја, што се уосталом може закључити и према приближним поступцима (табеле 8.1 и 8.2), при чему се не могу утицаји од скупљања и оптерећења просто суперпонирати. У оба случаја, кад је вођено рачуна о утицајима скупљања симултано делује и течење бетона, које утицаје скупљања ублажава, што се и види из тока графика на сликама 8.7 и 8.8, где су уочава да након достизања екстремне вредности ослоначког момента, након приближно 100 дана, долази до опадања ове вредности (релаксирања). Изразити раст ослоначког момента у почетном периоду је последица различитог развоја функција скупљања и течења, јер се у том периоду скупљање брже развија од течења. Слично понашање се уочава и на мереним вредностима у посматраном експерименту.

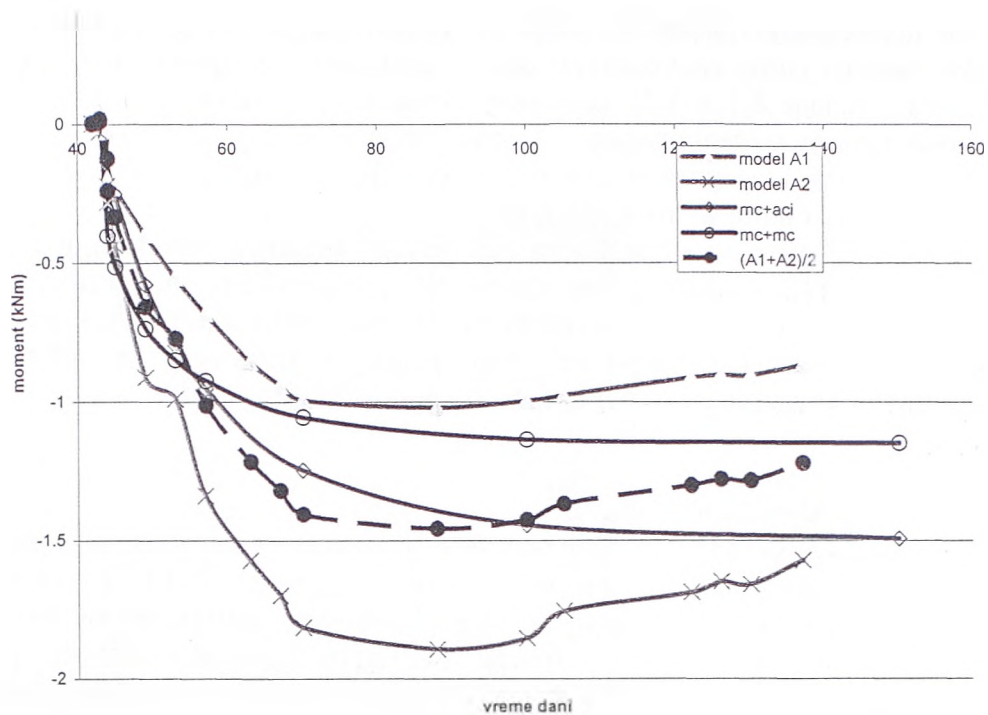
Г. Мерене вредности

При експерименталном истраживању у оквиру овог рада мерене су вредности промене реакције на оба крајња ослонца (због евентуалне несиметрије модела и оптерећења), помоћу механичких диманометра – слика 7.20. На слици 8.10 приказане су мерене вредности промене реакције, као и вредности промене исте, одређене према програму DIANA за две комбинације материјалних модела (наравно у обе комбинације узете су у обзир прслине, оптерећење и течење).



слика 8.10 мерене вредности промене крајње реакције и програмски одређене

Вредности ослоначког момента које се одређују на основу измерене вредности промене крајње реакције заједно са програмски одређеним вредностима приказане су на слици 8.11.



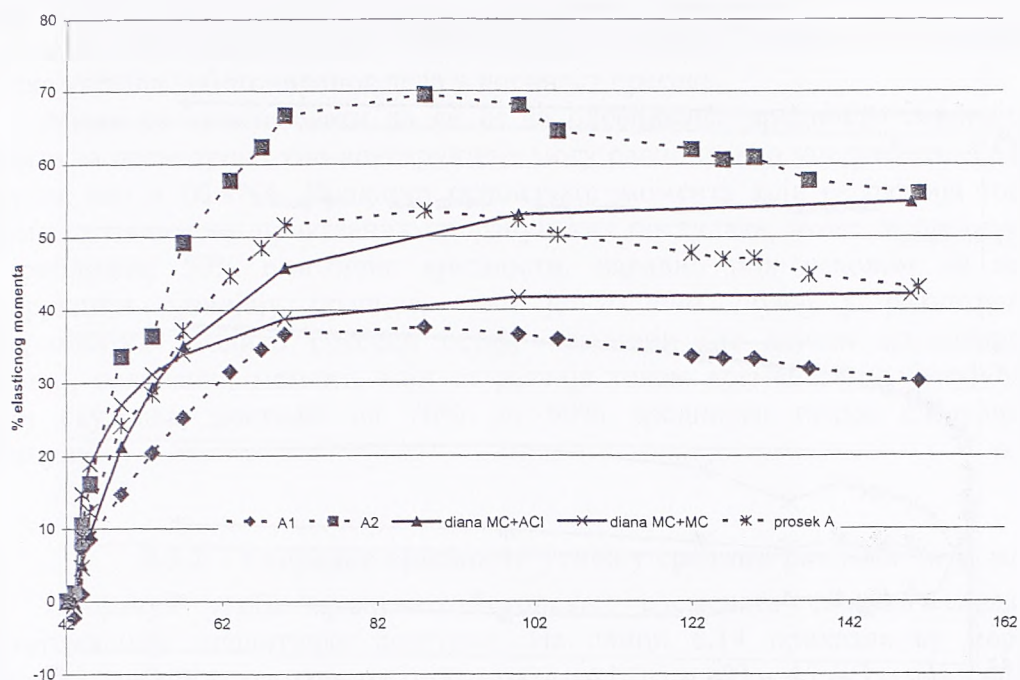
слика 8.11 мерене и прорачунске вредности ослоначког момента током времена

У табели 8.4 приказане су упоредне вредности ослоначког момента срачунате према предложеним поступцима.

поступак		Mmax	M∞	
Dishinger	без прслина	5.15	5.15	
	са прслинама	3.48	3.48	
	ефективна крутост	4.51	4.51	
метод ефективног модула	без прслина	4.02	4.02	
	са прслинама	2.71	2.71	
	ефективна крутост	3.52	3.52	
AAEM метод	без прслина	1.86	1.86	
	са прслинама	1.24	1.24	
DIANA	VI-MC90, VII-ACI209	без прслина	2.19	1.74
		са прслинама	1.5	1.14
	VI-MC90, VII- MC90	без прслина	2.89	2.3
		са прслинама	1.15	0.86
мерене вредности	модел A1	1.02	0.85	
	модел A2	1.89	1.5	
	просек	1.45	1.18	

табела 8.4 упоредне вредности ослоначког момента за мерене вредности и прорачунске поступке

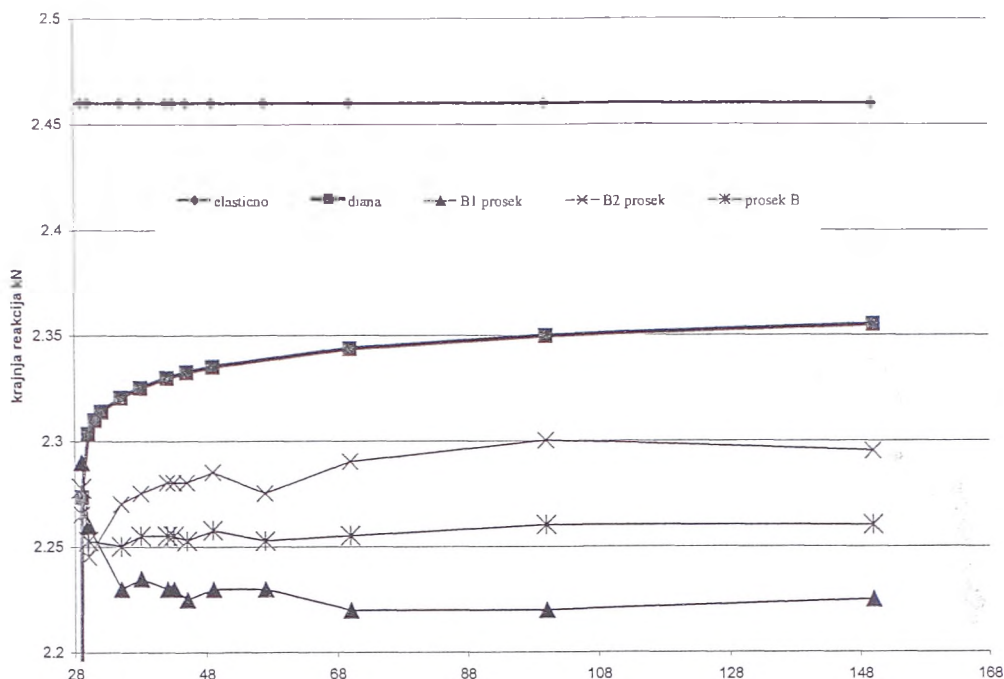
На слици 8.12 приказан је однос ослоначког момента који се развија током времена код модела А, према вредности овог момента која се одређује еластичном анализом на континуалном носачу јединственог попречног пресека. Приказане су и вредности одређене прорачуном програмом DIANA. Од значаја је да је прорачунским моделом обухваћено: течење, скупљање, прслине и еластичност крајњег ослонца (на коме се мери реакција).



слика 8.12 однос мереног и прорачунског момента према еластичном решењу

Са приложеног графика се може уочити да прорачунски модел верно описује понашање модела. Момент који се развија током времена достиже свој максимум, према мерењима око 2 месеца након континуирања, а према прорачуну нешто касније – око 4 месеца након континуирања, након чега опада на приближно 40% вредности еластичног момента (прорачун за период од 30 година). Описно понашање је последица различите брзине развоја скупљања и течења бетона (које релаксира утицаје скупљања) и које се бележи и у експерименту. Разлике између прорачунске и мерених вредности су последица разлика које постоје између стварних карактеристика употребљених бетона и прорачунског модела преузетог према прописима.

Од интереса је и понашање модела В, у погледу евентуалне промене статичких утицаја током времена. Како се у овим моделима не јављају прслине, пресеци су симетрично армирани, односно може се сматрати да су хомогени и константни дуж модела, реолошке карактеристике материјала не утичу на промену утицаја. То би значило да се ни крајња реакција током времена не мења. Међутим, како су на крајњим ослонцима постављени механички динамометри, који представљају еластичне ослонце за очекивати је да долази до повећања крајње реакције, односно смањења ослоначког момента као последица еластичности ослонца. То се региструје и резултатима мерења који су приказани на слици 8.13.



слика 8.13 Мерење и прорачунске вредности крајње реакције модела В

Са приложеног графика се може констатовати добро слагање мерених и прорачунских вредности (разлика је око 4%), што је последица малих разлика у крутости између појединих динамометра (док прорачунски модел ради са јединственом вредности крутости динамометра). Поред тога, уочава се како реолошке карактеристике бетона, пре свега течење, доводе до умањења утицаја еластичности ослонца, те да се крајње вредности утицаја приближавају еластичном решењу (разлика око 3.55% за прорачунске, односно 8.4% код измерених).

На основу приказаних резултата може се констатовати да се вредност ослоначког момента по поједностављеним поступцима вишеструко прецењује уколико се као прорачунски модел усвоје хомогени пресеци (пресеци без прслина).

Класични поступци (Dishinger-ов метод и метод ефективног модула), занемарују разлике у реолошким карактеристикама бетона који сачињавају пресек (изузев по питању постајања диференцијалног скупљања) те је прецењен утицај, пре свега, скупљања услед чега ослоначки момент, који се развија током времена, надмашује вредност ослоначког момента који се добија еластичном анализом. Вредности одређене на овај начин су свакако на страни сигурности, чак и кад се у прорачун уведе утицај прслина преко ефективне крутости.

ААЕМ метод може да узме у обзир утицај прслина као и арматуре, те су вредности одређене на овај начин, и поред приметности прорачуна, употребљиве, нарочито уколико је анализу могуће поделити у само два временска периода (као што је то у посматраном примеру случај).

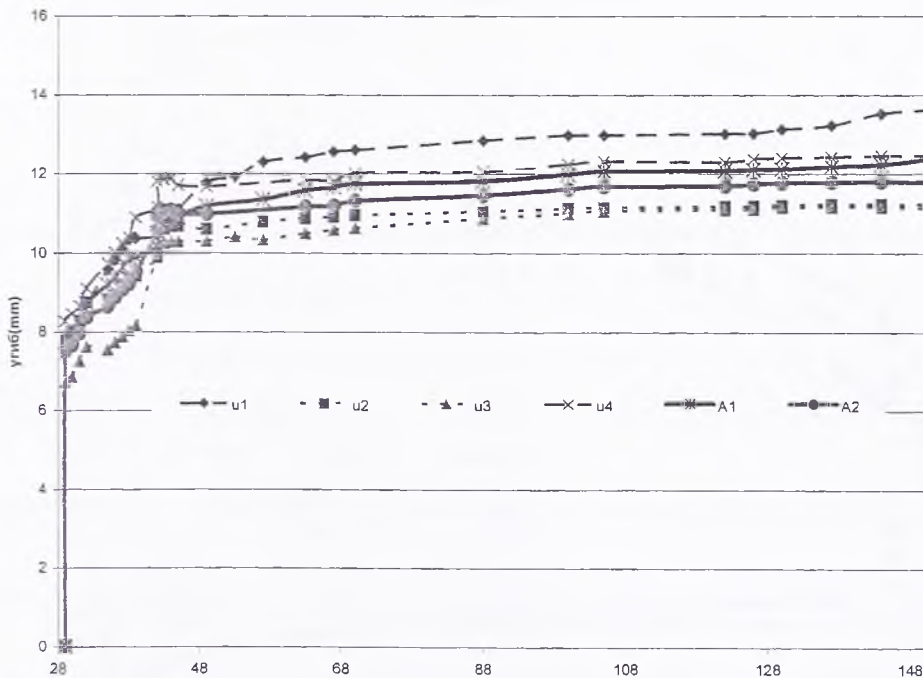
Апликација DIANA, обзиром да може обухватити велики број параметара, може доста верно да прикаже стварно понашање конструкције. При томе су од највећег значаја усвојени матријални модели који се користе за описивање карактеристика бетона, а обзиром да су, нарочито реолошке карактеристике непознаница, оправдано је усвојити у прорачуну карактеристике

предложене у савременим светским прописима. Прорачун је поред тога јако осетљив на процењену старост бетона друге партије, односно на тренутак почетка учешћа добетонираног дела у носивост пресека.

Може се констатовати да се се за одређивање вредности ослоначког момента за посматрани тип конструкција могу равноправно употребити **AAEM** поступак као и **DIANA**. Вредност ослоначког момента који се развија током времена, а на основу приказаних прорачунских поступака, може се проценити на приближно 50% еластичне вредности, наравно под условом да се у конструкцији развијају прслине, како је то био случај у разматраном експерименту. Уколико пресеци остају хомогени (не долази до отварања прслина), ослоначки момент, који се развија током времена, укључујући и утицај скуљања, достиже од 70% до 90% вредности према еластичном прорачуну.

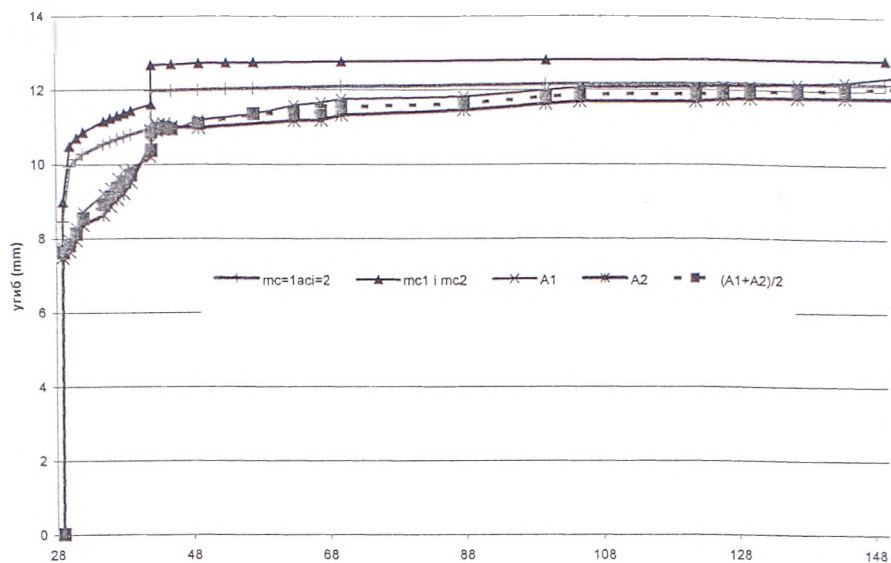
8.3.2. Упоредне вредности угиба у средини распона

Прорачун угиба армирано бетонских елемената свакако спада у најкомплексније аналитичке поступке. На слици 8.14 приказне су мерене вредности угиба у срединама распона модела A1 (u1 и u2) и A2 (u3 и u4) у mm.



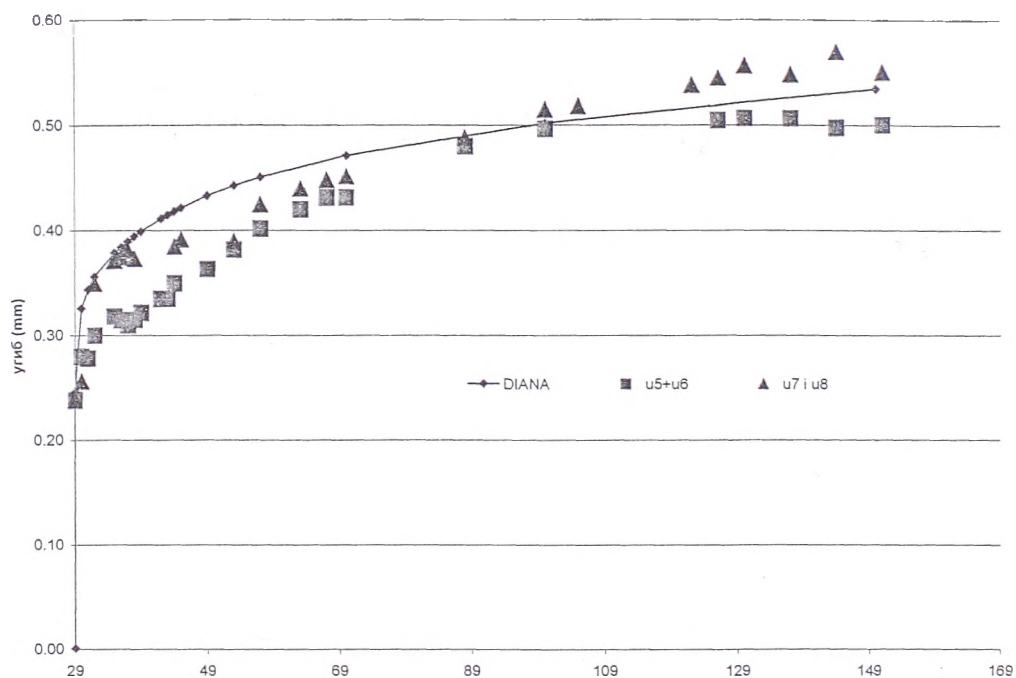
слика 8.14 мерене вредности угиба у срединама распона модела A1 и A2

Вредности угиба одређене апликацијом **DIANA** и мерене вредности приказане су на слици 8.15.



слика 8.15 мерене вредности угиба модела и прорачунске вредности према DIANA-и за моделе A

На слици 8.16 приказане су вредности мерених и прорачунских угиба модела B.

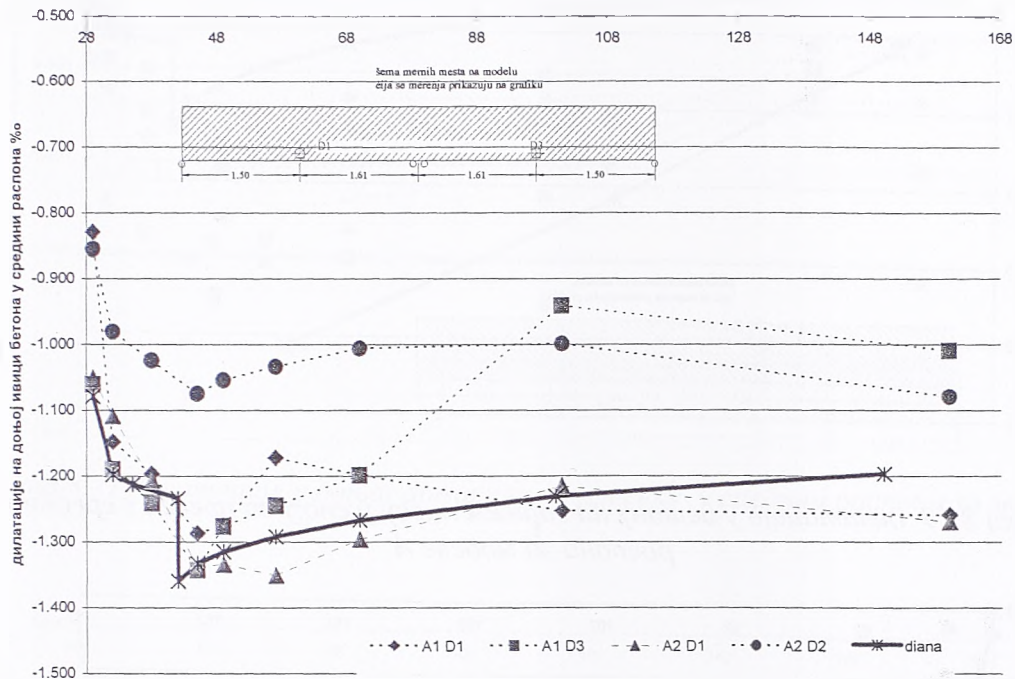


слика 8.16 мерене вредности угиба модела и прорачунске вредности према DIANA-и за модел B

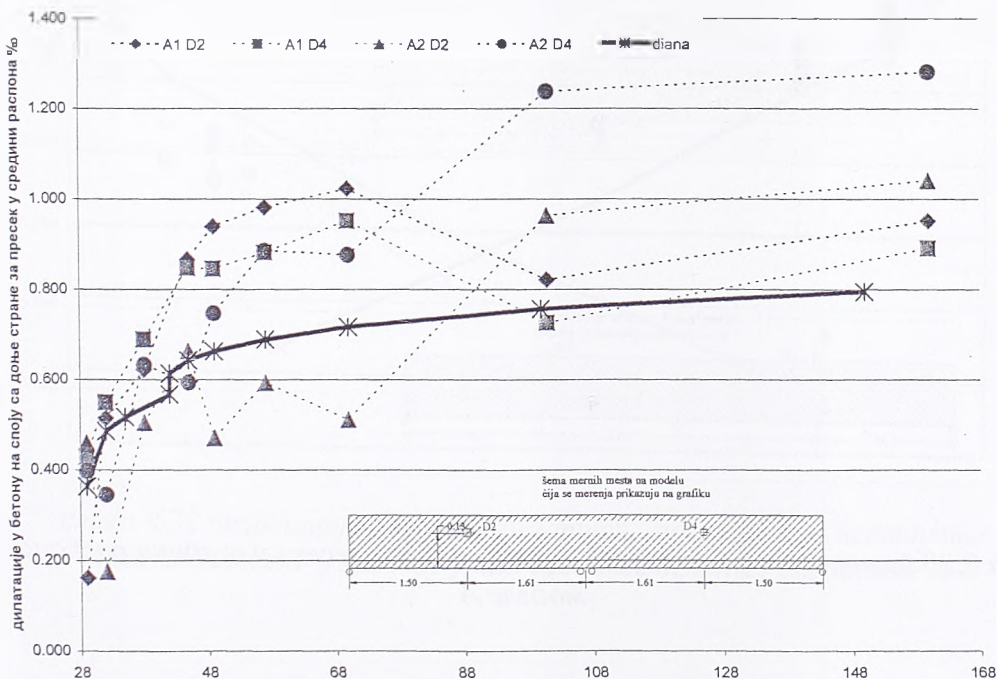
Како се са приказаних графика може уочити прорачунски модел добро описује понашање модела.

8.3.3. Упоредне вредности дилатација у бетону и арматури

Пресеци 1 и 1' се налазе у срединама појединачних поља модела А1 и А2. На сликама 8.17 до 8.22 приказан је развој дилатације током времена, на карактеристичним мерним местима за моделе А1 и А2, мерене и прорачунске вредности одређене програмом DIANA.

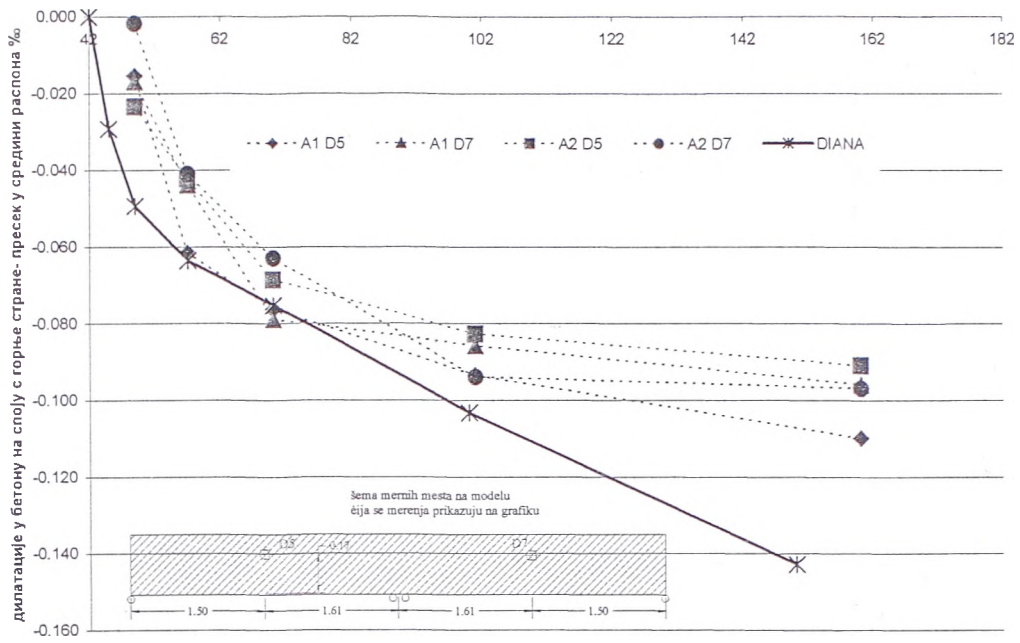


слика 8.17 дилатације у бетону на доњој ивици пресека у средини распона за моделе А

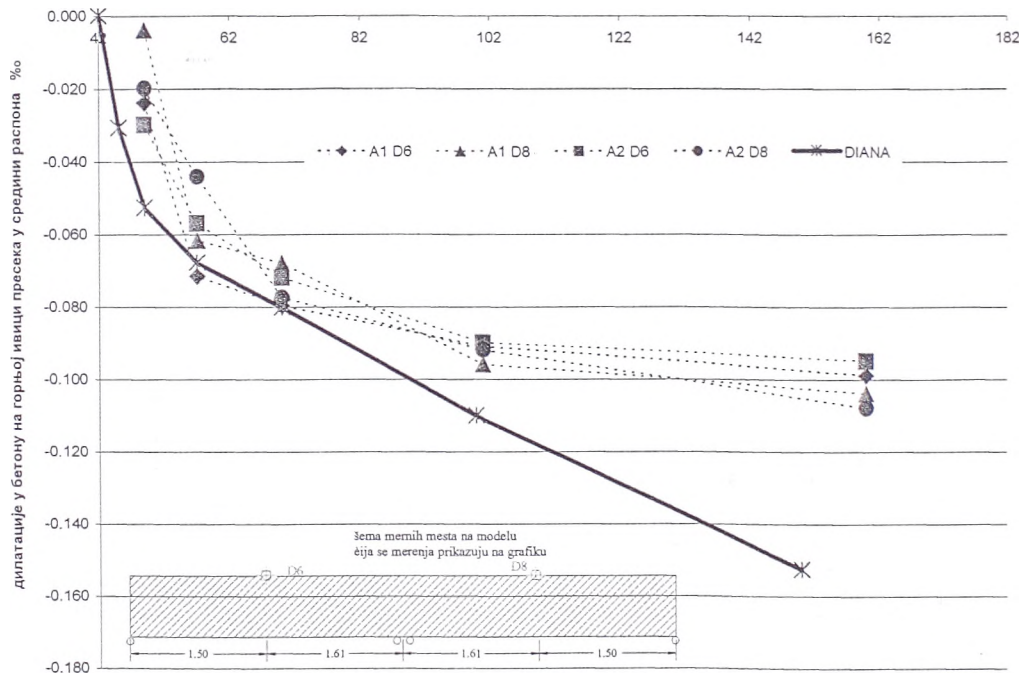


8.18 дилатације у бетону на доњем нивоу споја пресека у средини распона за моделе А

VIII НУМЕРИЧКА АНАЛИЗА

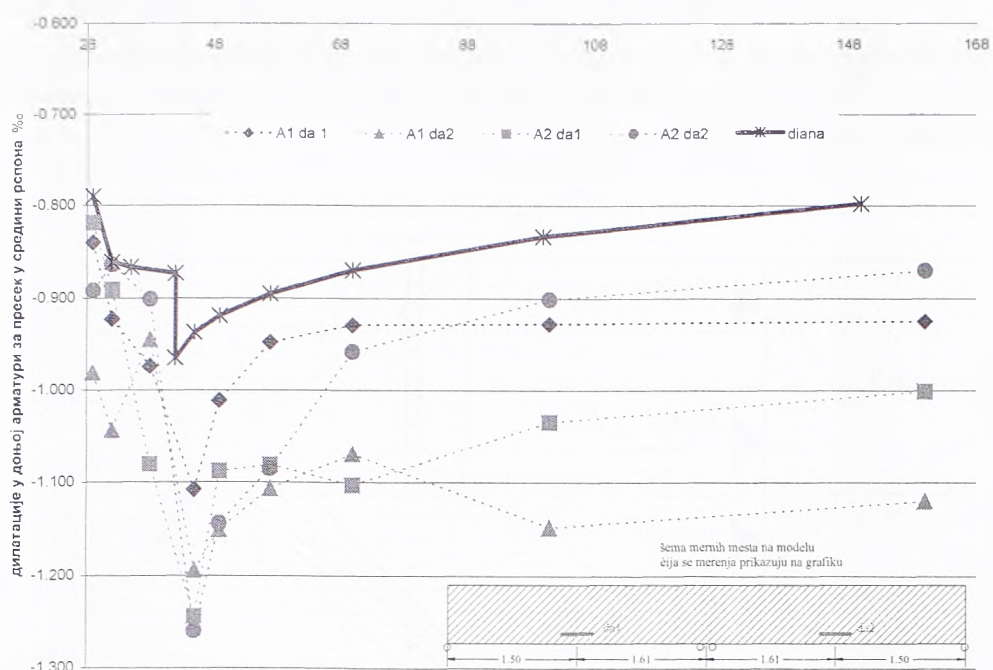


слика 8.19. дилатације у бетону на горњем нивоу у споју за пресек у средини распона за моделе А

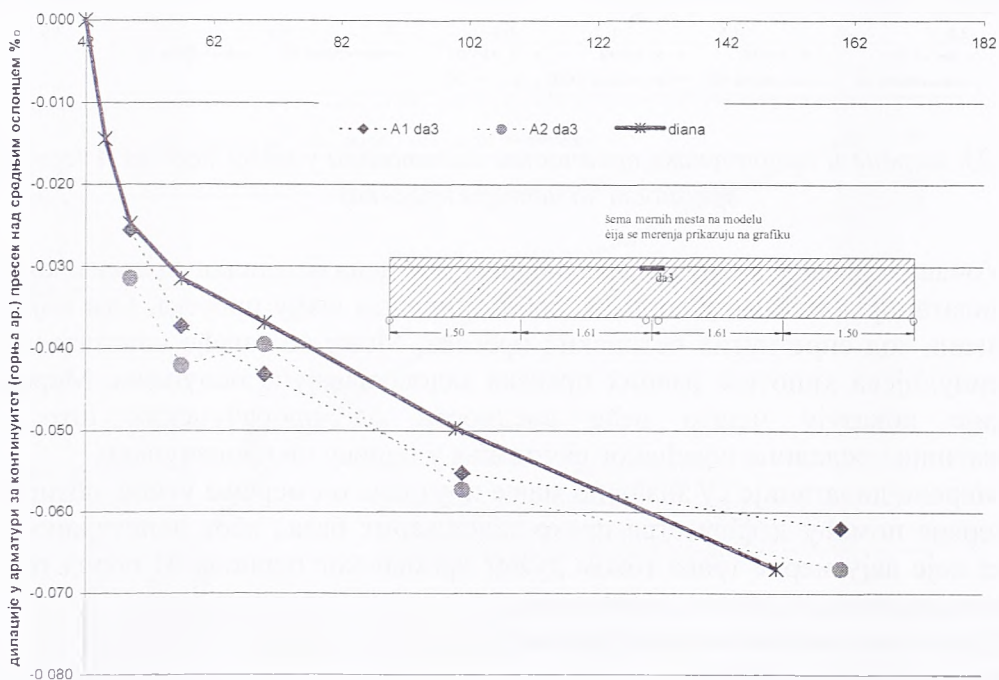


слика 8.20 дилатације у бетону на горњој ивици пресека у средини распона за моделе А

VIII НУМЕРИЧКА АНАЛИЗА

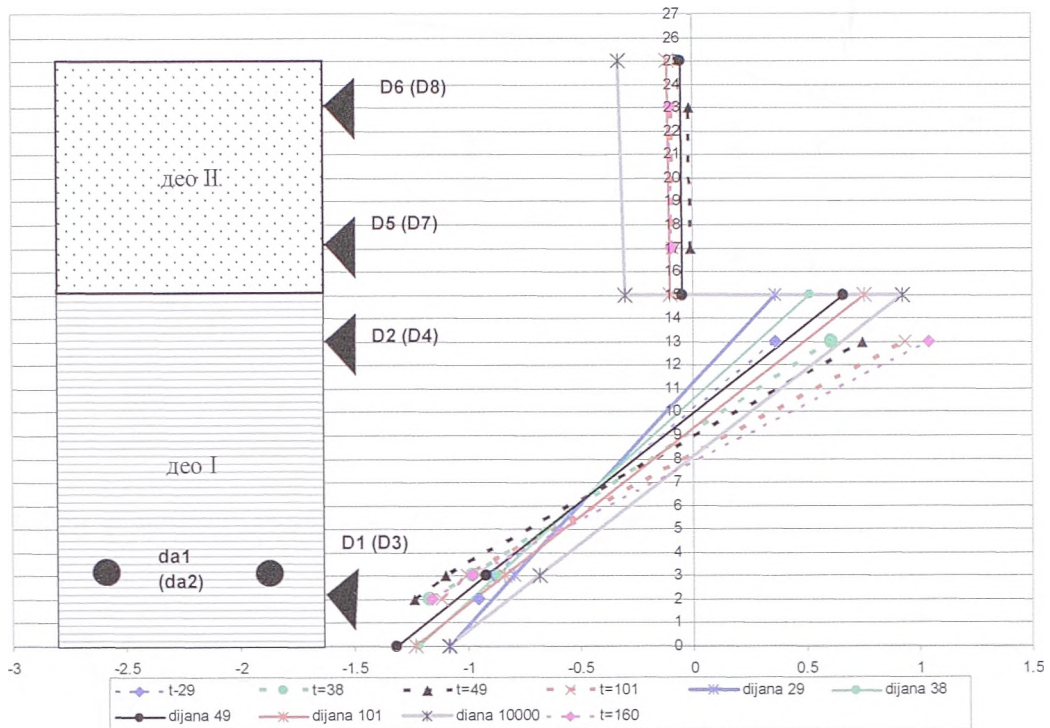


слика 8.21 дилатације у доњој арматури у пресеку у средини распона за моделе А



слика 8.22 дилатације у горњој арматури, арматури за остварење континуитета у пресеку у над средњим ослоњцем за моделе А

На слици 8.23 приказани су дијаграми дилатација, по висини пресека у средини поља модела *A* у неколико карактеристичних временских тренутака – испрекидане линије. Пуне линије исте боје представљају прорачунске вредности дилатација, при чему је сива линија дијаграм напона за коначки временски тренутак (приближно 30 година).



слика 8.23. мерене и прорачунске вредности дилатација у пољу модела *A* (средња вредност за четири пресека)

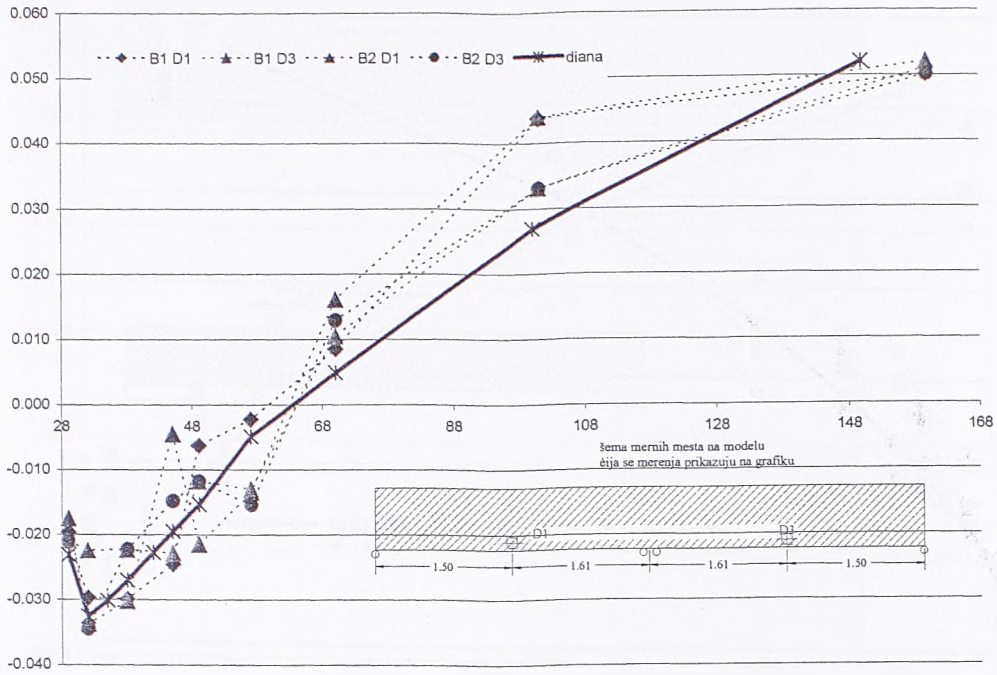
Уочава се скок у дилатацијама на споју два дела бетонског пресека. као и развој дилатација затезања у горњем, добетонираном слоју пресека. Ова појава је очекивана код спрегнутих бетонских пресека. Може се такође констатовати да је Бернулијева хипотеза равних пресека задовољавајуће испуњена. Мерене дилатације показују нешто веће вредности од прорачунских што је највероватније последица повећаног скупљања у односу на прорачунски.

Мерене дилатације су значајно мање поуздане од мерења угиба, обзиром да су мерене помоћу деформетра преко залепљених база., због непоузданости података које дају мерне траке током дужег временског периода. И поред тога, може се констатовати добро слагање мерених и рачунских вредности.

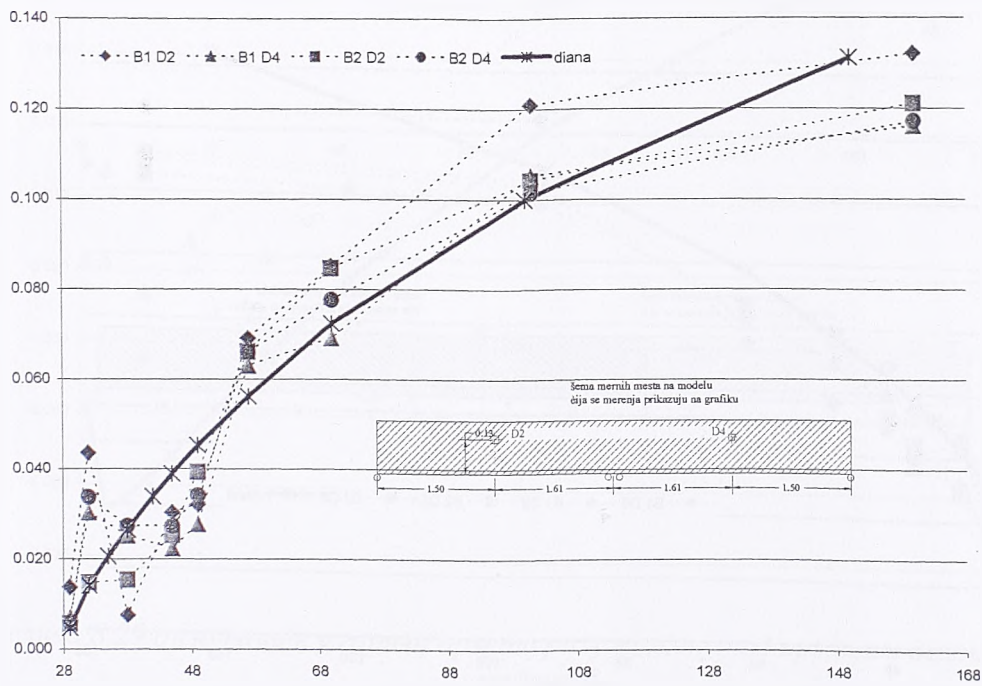
Дилатације мерене на контролном моделу *B*, показују слична слагања са прорачунским вредностима

На сликама 8.24 до 8.29 приказан је развој дилатације током времена, на карактеристичним мерним местима за моделе *B1* и *B2*, мерене и прорачунске вредности одређене програмом *DIANA*.

VIII НУМЕРИЧКА АНАЛИЗА

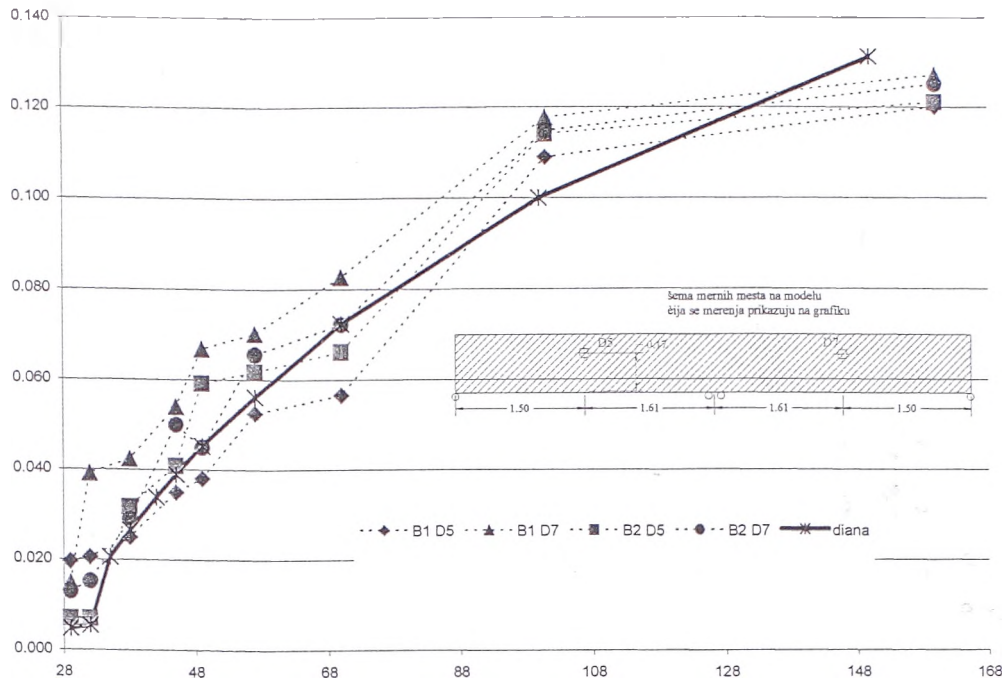


слика 8.24 дилатације у бетону на доњој ивици пресека у средини распона за моделе B

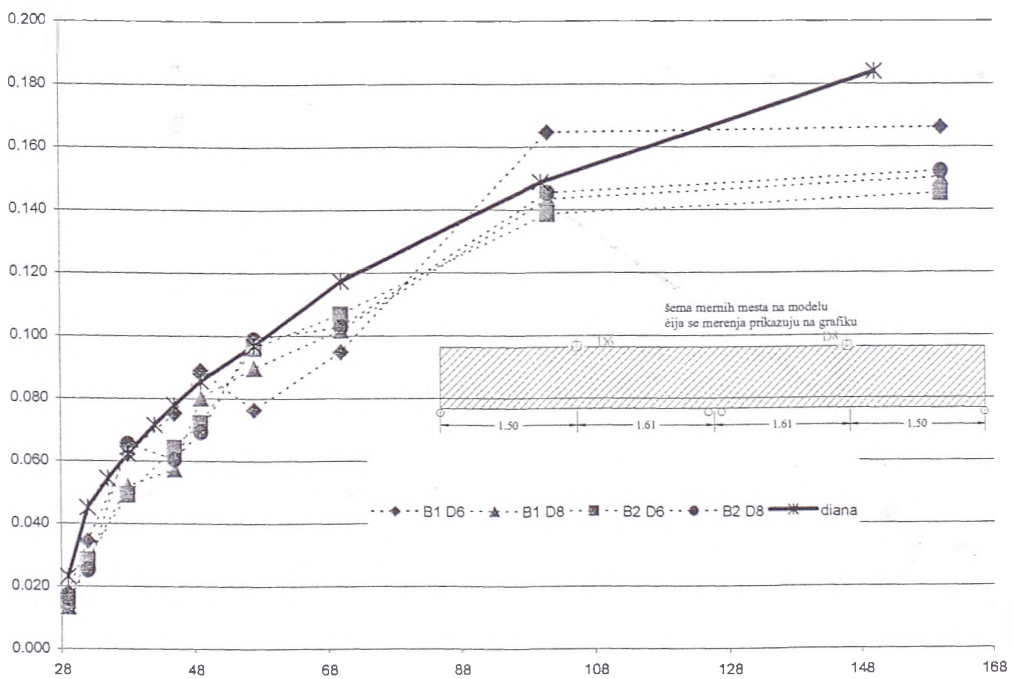


слика 8.25 дилатације у бетону на доњем нивоу споја пресека у средини распона за моделе B

VIII НУМЕРИЧКА АНАЛИЗА

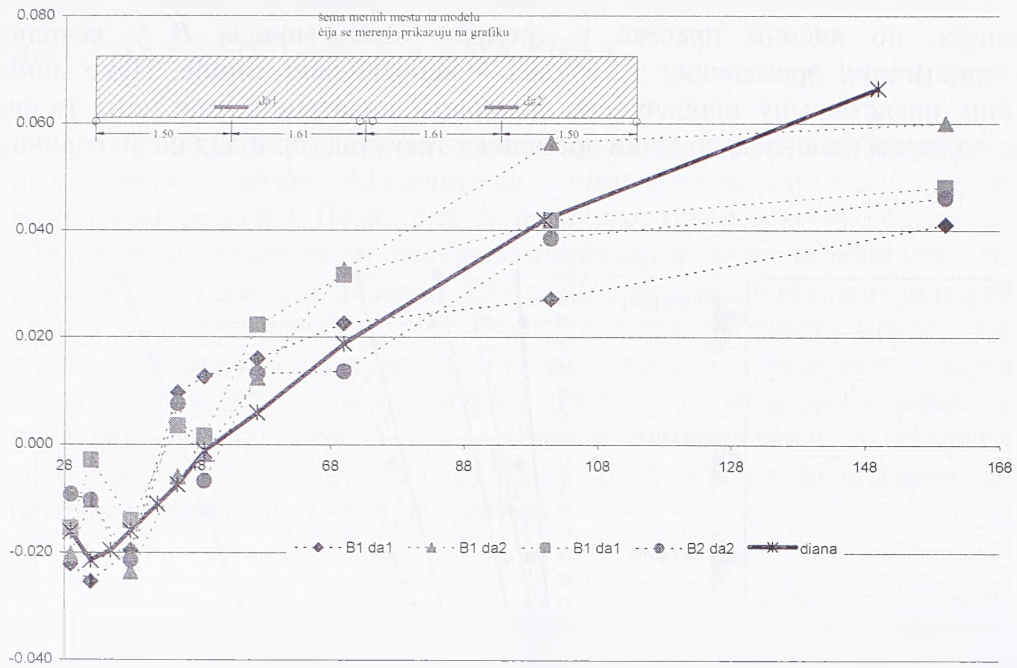


слика 8.26. дилатације у бетону на горњем нивоу у споју за пресек у средини распона за моделе B

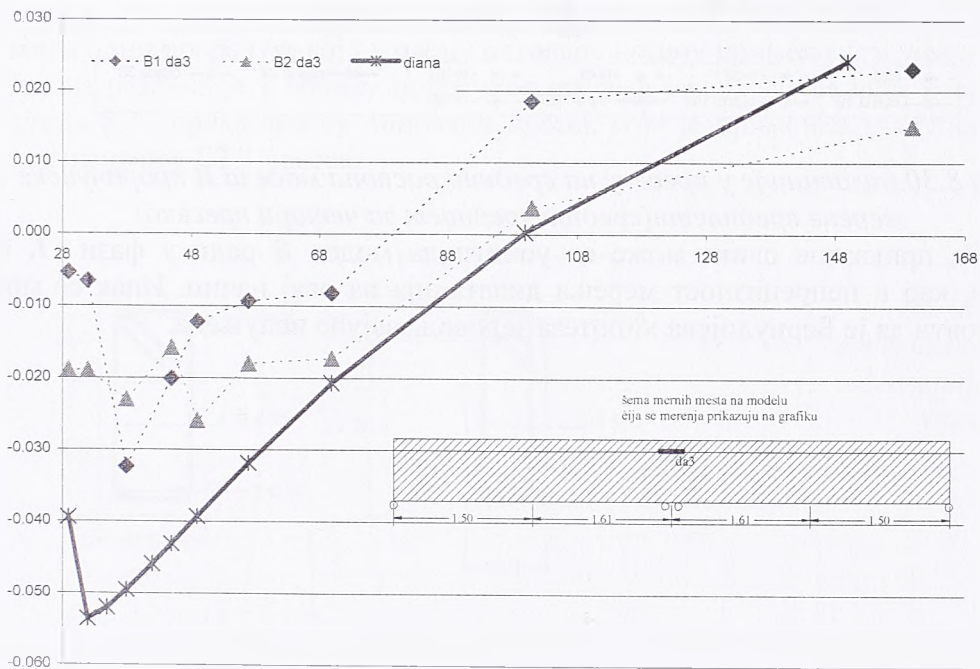


слика 8.27 дилатације у бетону на горњој ивици пресека у средини распона за моделе B

VIII НУМЕРИЧКА АНАЛИЗА

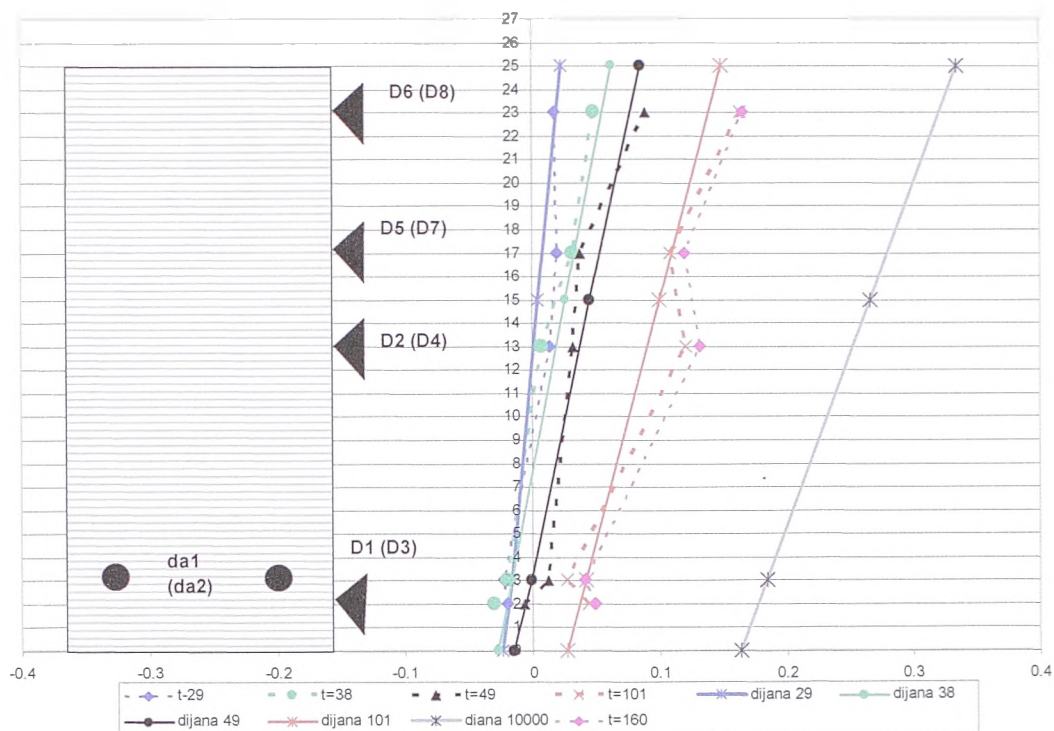


слика 8.28 дилатације у доњој арматури у пресеку у средини распона за моделе **B**



слика 8.29 дилатације у горњој арматури у пресеку над средњим ослоњем за моделе **B**

Слично као и за моделе *A*, слика 8.30 приказује измерене вредности дилатација, по висини пресека у средини поља модела *B* у неколико карактеристичних временских тренутака – испрекидане линије. Пуне линије исте боје представљају прорачунске вредности дилатација, при чему је сива линија дијаграм напона за коначки временски тренутак (приближно 30 година).



слика 8.30. дилатације у пресеку на средини распона модела *B* прорачунске и мерене вредности (средња вредност за четири пресека)

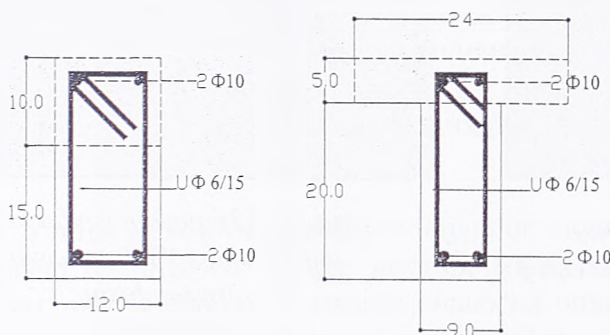
Са приказане слике може се уочити да модел *B* ради у фази *I*, без прслина, као и непрецизност мерења дилатација на овај начин. Ипак се може констатовати да је Бернулијева хипотеза задовољавајуће испуњена.

8.4. ПАРАМЕТАРСКА АНАЛИЗА

Посматрани тип бетонских конструкција пружа широке могућности за параметрске анализе. Моделирање бетонских конструкција је, међутим, комплексан проблем. Познато је да реолишке карактеристике бетона зависе од облика пресека тако да се скалирањем пресека не може истовремено скалирати и утицај скупљања и течења. Програмом експерименталног истраживања у оквиру овог рада анализиран је само један тип попречног пресека са једним типом армирања. На основу нелинеарне анализе спроведене у оквиру овог поглавља показано је да примењена програмска апликација верно приказује понашање конструкције. У циљу детаљнијег истраживања описаних појава спроведена је парметарска анализа применом истог типа нелинеарне анализе по неколико карактеристичних параметара.

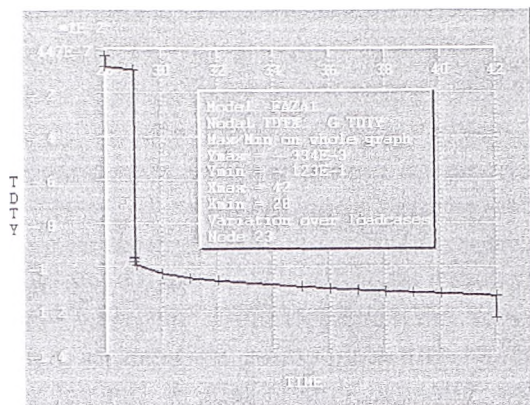
8.4.1. Облик попречног пресека

У оквиру експерименталног истраживања примењен је спрегнути попречни пресек који се састојао из два дела облика правоугаоника исте ширине. При томе је део пресека који ради у првој фази изабран тако да је био физички изводљив, а други део тако да му површина буде приближно слична првом делу пресека. Ближе стварним облицима пресека овог типа конструкција је "Т"-пресек. Ради анализе утицаја облика пресека на резултате прорачуна израђен је контролни прорачун, који у свему одговара носачу примењеном у експерименти једина разлика је у облику попречног пресека (задржава се иста површина). На слици 8.31 приказани су попречни пресек који је примењен у експерименти и анализирани "Т"-пресек.

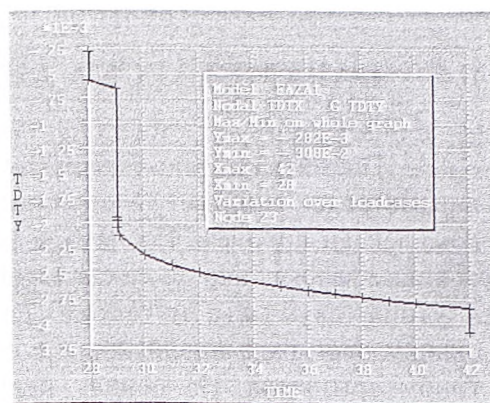


слика 8.31
експериментални и
одговарајући "Т"-
пресек

На слици 8.32а приказан је развој угиба пресека у средини распона за испитивани носач, а на 8.32б развој угиба пресека у средини распона носача "Т"-пресека, за прву фазу (пре спрезања).

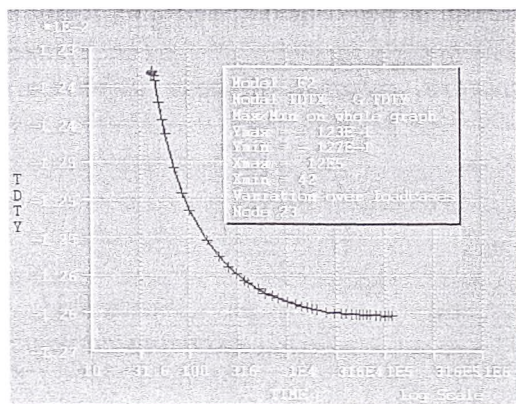


слика 8.32a развој угиба код спрегнутог правоугаоног пресека у првој фази

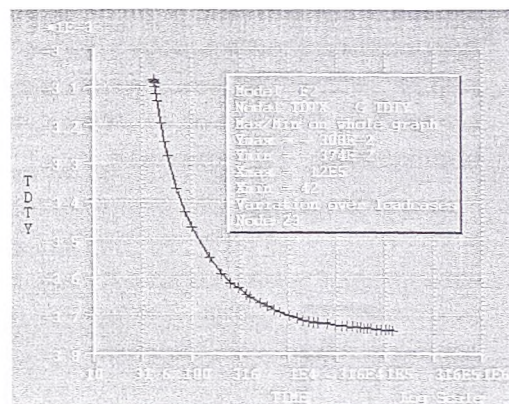


слика 8.32b развој угиба код спрегнутог "Т"-пресека у првој фази

На слици 8.33a приказан је развој угиба пресека у средини распона за испитивани носач, а на 8.33б развој угиба пресека у средини распона носача "Т"-пресека, за другу фазу (након спрезања и континуирања).

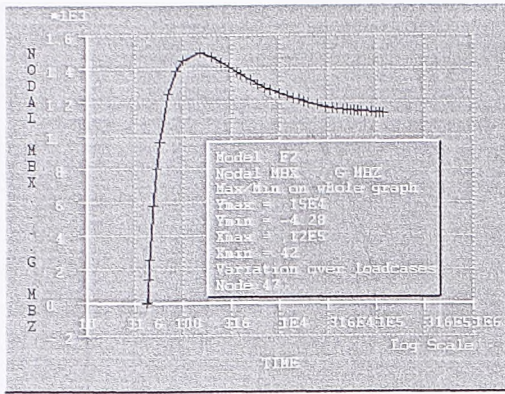


слика 8.33a развој угиба код спрегнутог правоугаоног пресека у другој фази

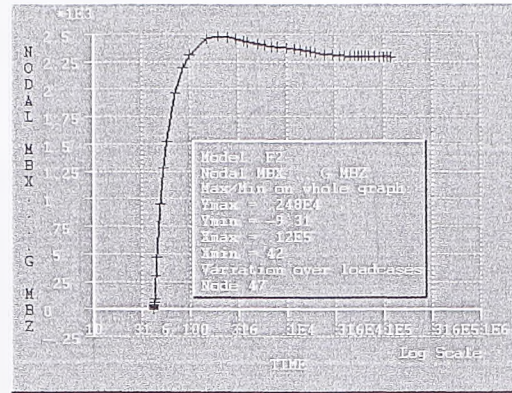


слика 8.33б развој угиба код спрегнутог "Т"-пресека у другој фази

На слици 8.34a приказан је развој ослоначког момента у чвору где се остварује континуитет за испитивани носач, а на 8.34б развој ослоначког момента у чвору где се остварује континуитет за носач "Т"-пресека, за другу фазу (након спрезања и континуирања).



слика 8.34a развој ослоначког момента код спрегнутог правоугаоног пресека у другој фази

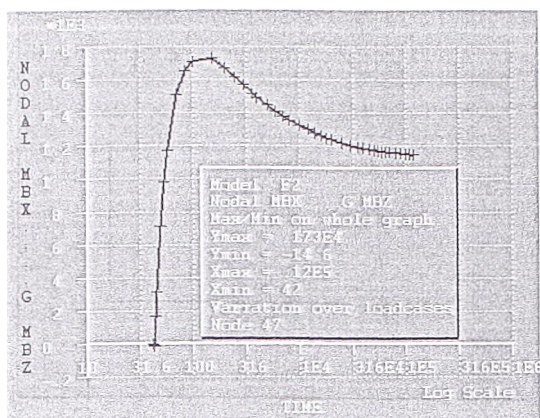


слика 8.34b развој ослоначког момента код спрегнутог "T"-пресека у другој фази

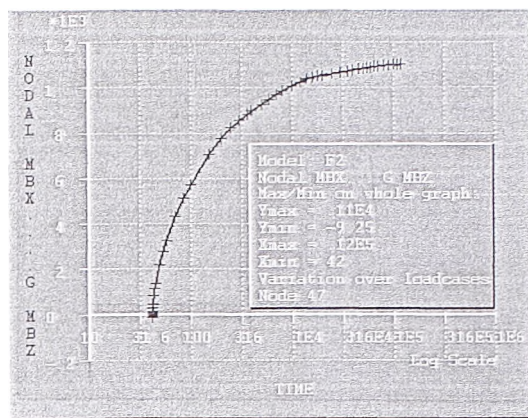
Приказани графици указују на следеће:

- Смањење угиби у првој фази који су последица веће висине основног пресека (при истој површини, односно тежини), иако се у оба случаја формирају прслине
- Код пресека који имају већу крутост, односно већи напонски активни пресек прираст угиба услед течења је изразитији, у обе фазе, с тим да је остварени крајњи угиб мањи
- Код пресека који имају већу крутост, односно већи напонски активни пресек, региструје се већи остварени момент у чвору за континуитет
- Код пресека који имају већу крутост, односно већи напонски активни пресек уочава се мањи пад момента континуитета након достизања екстремне вредности, који је последица различитог развоја скупљања и течења
- Значајнији је утицај диференцијалног скупљања код већих напонски активних пресека

Утицај искључиво диференцијалног скупљања је нереално посматрати изоловано од оптерећења. јер постоји макар само сопствена тежина носача, међутим, ако се спроведе анализа аналогна описаној у 8.3.1 у погледу развоја момента континуитета долази се до следећих дијаграма развоја овог момента: слика 8.35 одговара 8.8 и 8.36 одговара 8.9.



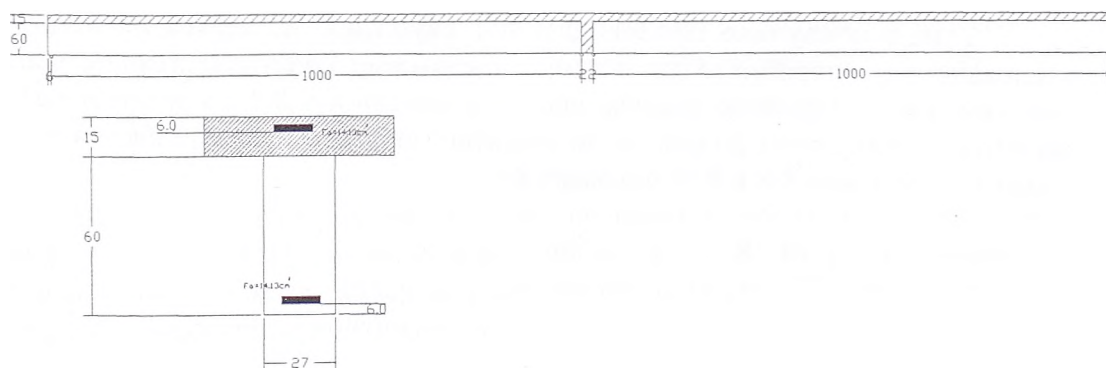
слика 8.35 промена ослоначког момента - од утицаја постоји само скупљање



слика 8.36 промена ослоначког момента за комбинацију постоји оптерећење, а занемарено је скупљање

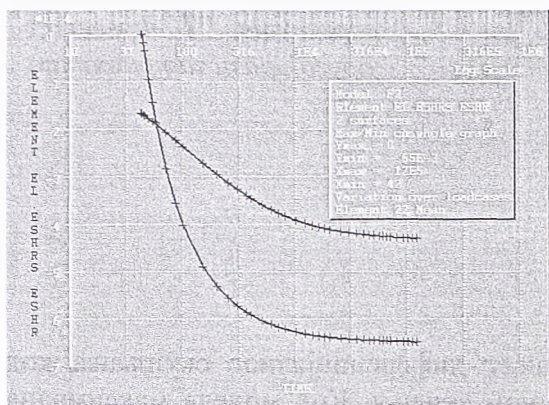
Поређењем графика 8.35 и 8.8 као и 8.36 са 8.9 долази се од закључка да већи напонски активни основни пресек доводи до повећања момента континуитета како услед диференцијалног скупљања тако и услед спољњег оптерећења, али не у истом односу. Облик другог дела спрегнутог пресека утиче на то да је прираст момента услед диференцијалног скупљања процентуално мањи него услед спољњег оптерећења. Услед спољњег оптерећења ослоначки момент код "Т"-пресека расте око 3 пута, док се од диференцијалног скупљања повећава само за око 14%.

Како је истакнуто, моделирање бетонских конструкција у оквиру експерименталних истраживања, нарочито ако су предмет анализе дуготрајна понашања, доводи до прецењивања вредности скупљања модела у односу на прототип, због повећаног скупљања мањих елемената. Из поменутог разлога нелинеарна анализа је спроведена с свим истим параметрима у погледу карактеристика материјала али за носач приказан на слици 8.37. За разлику од модела, код кога је стални терет повећан концентрисаним силама постављеним у трећине распона да би напони били слични напонима у прототипу, код реалне конструкције од спољњег оптерећења делује само сопствена тежина. Процент армирања је усвојен исти као у моделу.

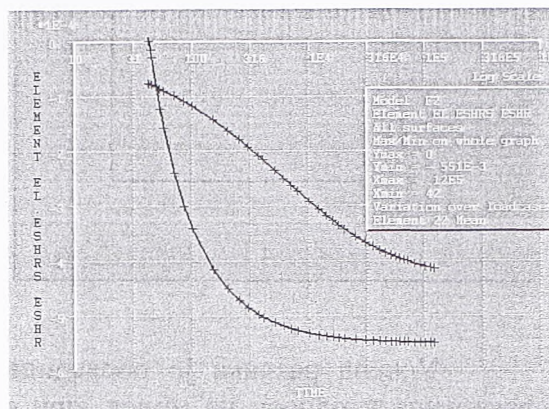


слика 8.37 пример реалног прототипа за који је спроведена анализа

На слици 8.38 приказан је развој скупљања код модела попречног пресека приказног на слици 8.31 као "T" пресек, односно на слици 8.39 развој скупљања за прототип са слике 8.31.

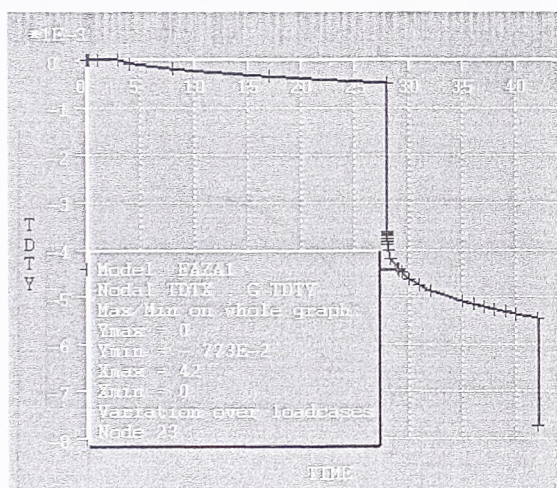


слика 8.38. развој скупљања код два дела спрегнутог пресека модела

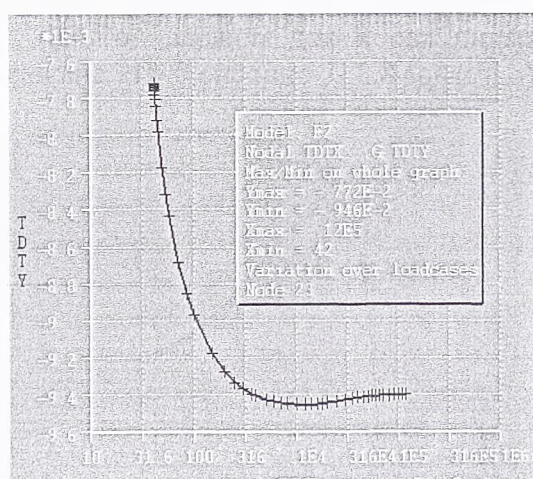


слика 8.39. развој скупљања код два дела спрегнутог пресека прототипа

На слици 8.40 приказан је развој угиба средине распона код прототипа у првој фази (пре спрезања и континуирања), док слика 8.41 приказује развој угиба на истом месту прототипа након спрезања.



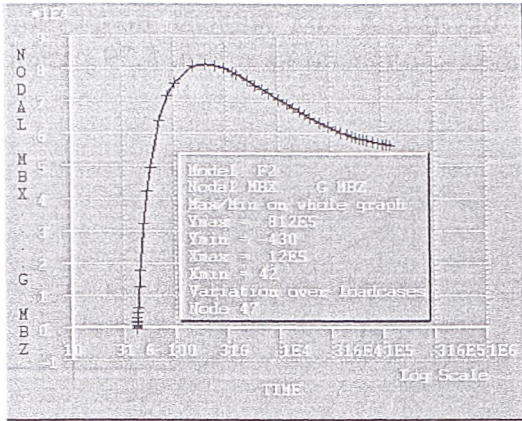
слика 8.40. развој угиба средине распона код прототипа услед сопствене тежине у првој фази



слика 8.41. развој угиба средине распона код прототипа услед сопствене тежине након спрезања и континуирања

Од интереса је да се у носачу прототипа прслине јављају тек по оптерећењу тежином плоче, што је и реално за посматрати тип конструкција, односно непосредно пре остварења континуитета, а што има за последицу процентуално мањи прираст угиба након континуализације него да се прслине уопште нису појавиле. Облик графика промене угиба у другој фази је унеколико различит него код модела (слика 8.33б), наиме након достизања максималне вредности, а услед мањег диференцијалног скупљања прототипа, угиб се благо смањује. Иначе процентуални прираст угиба у другој фази (у односу на максималну вредност) је у оба случаја готово идентичан око 22%.

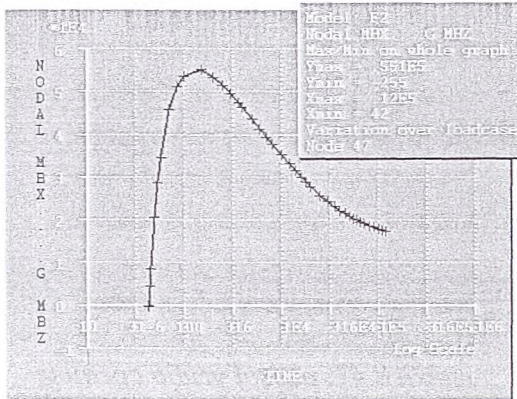
Развој ослоначког момента код прототипа приказан је на слици 8.42.и он има различити облик него на слици 8.34б која приказује резултате за модел.



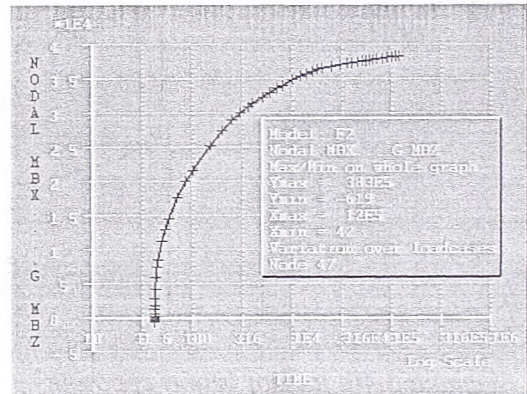
слика 8.42 развој
ослоначког момента код
спрегнутог "Т"-пресека у
другој фази за прототип

Уочена разлика је последица мањег диференцијалног скупљања код прототипа у односу на модел, при сличном течењу. Код модела максимална вредност момента континуитета, која се оствару приближно 3 месеца након континуализације, износи око 91% вредности еластичног момента, у случају прототипа за еластичну вредност момента од 81.27kNm у приближно истом периоду достиже се око 99.9%. Међутим код прототипа ослоначки момент опада на 56.33kNm, односно на 69% еластичне вредности, док код модела остаје на око 84% вредности еластичног момента.

Анализом утицаја само диференцијалног скупљања, спроведеној на исти начин као и код модела, добијају се резултати приказани на сликама 8.43 (одговара 8.35), односно 8.44 (аналогна 8.36).



слика 8.43 промена ослоначког
момента - од утицаја постоји само
скупљање



слика 8.44 промена ослоначког
момента за комбинацију постоји
оптерећење, а занемарено је скупљање

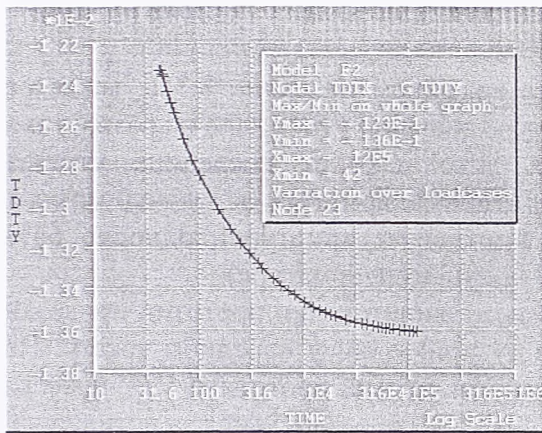
На основу приказаних дијаграма може се закључити да је диференцијало скупљање одговорно како за величину развијеног момента континуитета тако и за временски ток тог развоја.

8.4.2. Количина арматуре

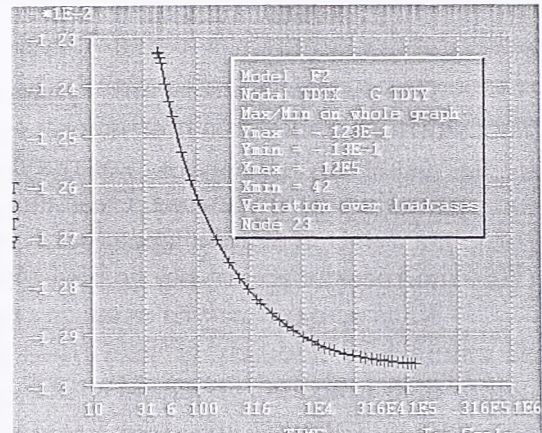
При изради експерименталног дела овог рада усвојена је количина арматуре, одређена према теорији еластичности, за спрегнути накнадно континуирани носач уз предпоставку да је оптерећење које делује на

континуални носач по интензитету једнако сталном оптерећењу, што се може сматрати реалним код армирано бетонских конструкција. При томе је, због физичких ограничења модела, усвојена иста количина арматуре за остварење континуитета као и рачунске арматуре у пољу, што је прецењено за усвојени линеарни прорачунски модел. Процент армирања је износио $\pm 0.52\%$ у односу на спрегнути бетонски пресек. То значи да је притиснуте арматуре (која је конструктивна) било превише. Из тог разлога спроведена је нелинеарна анализа варирањем притиснуте арматуре у пресеку у средини распона у границама од 0-50% затегнуте и то за модел који је коришћен у експерименту и описани хипотетички прототип.

Развој угиба средине распона модела спрегнутог правоугаоног пресека у првој фази је наравно исти, док је прорачунски угиб у другој фази приказан на слици 8.44 (без горње арматуре), односно слици 8.45 (притиснута арматура 50% затегнуте) – упоредне вредности су приказане на слици 8.33а.



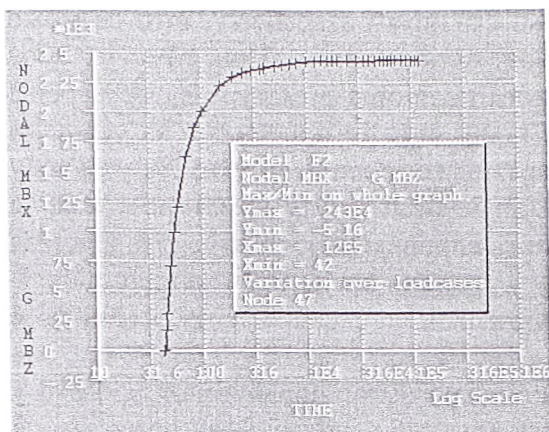
слика 8.44 развој угиба код спрегнутог правоугаоног пресека у другој фази-без притиснуте арматуре у средини распона



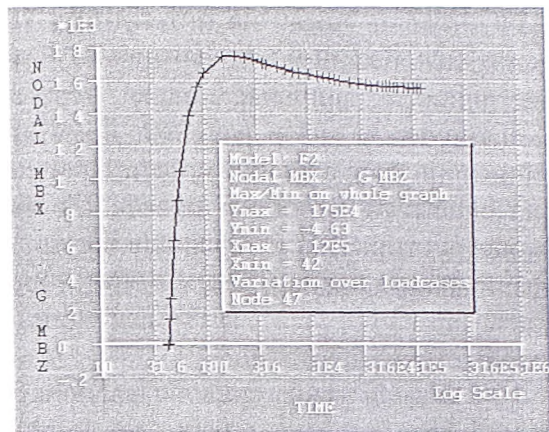
слика 8.45 развој угиба код спрегнутог правоугаоног пресека у другој фази- притиснута арматура 50% затегнуте у средини распона

Поређењем приказаних графика са графиком на слици 8.33а, може се закључити да присуство притиснуте арматуре значајно утиче на смањење угиба – угиб расте на 10% у случају кад не постоји притиснута арматура, преко 5.6% кад притиснуте арматуре има 50% затегнуте да би опао на 3.2% ако је притиснута арматура једнака затегнутој (што је био случај у посматраном експерименту).

Утицај количине притиснуте арматуре у пресецима у пољу на развој момента континуитета огледа се на графицима на сликама 8.46 (0% притиснуте арматуре) и 8.47 (50% притиснуте арматуре).



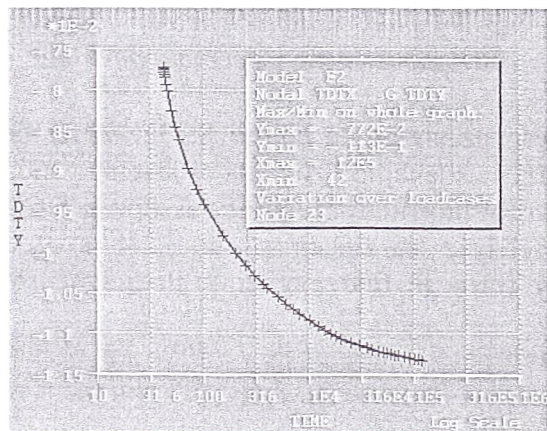
слика 8.46 развој ослоначког момента код спрегнутог правоугаоног пресека у другој фази-без притиснуте арматуре у средини распона



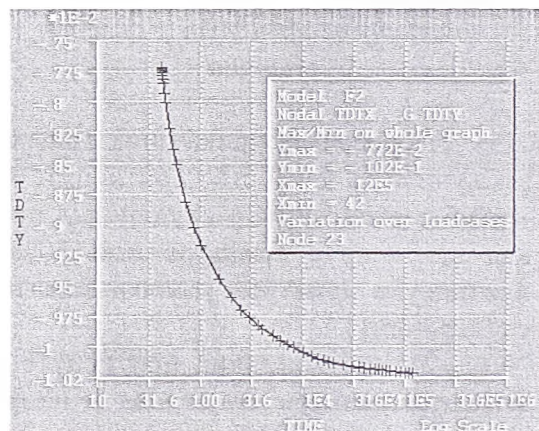
слика 8.47 развој ослоначког момента код спрегнутог правоугаоног пресека у другој фази- притиснута арматура 50% затегнуте у средини распона

Поређењем приказаних графика са графиком на слици 8.34а, може се закључити да присуство притиснуте арматуре значајно утиче како на развој тако и на величину момента континуитета, што је опет последица утицаја диференцијалног скупљања. Смањењем притиснуте арматуре ослоначки момент расте на 89% линеарне вредности (0% притиснуте арматуре), односно 64% (50% притиснуте арматуре) до 55% (100% притиснуте арматуре).

Када се одговрајућа анализа спроведе за хипотетички прототип приказан на слици 8.37 добијају се резултати који су приказани у наредном тексту. На слици 8.48 приказан је развој угиба спрегнутог носача прототипа "Т" пресека кад нема притиснуте арматуре у пољу, а слика 8.49 је развој угиба за исти случај али са притиснутом арматуром у износу 50% затегнуте.



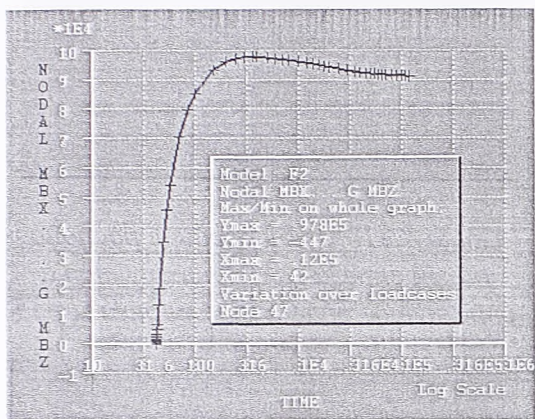
слика 8.48. развој угиба средине распона код прототипа услед сопствене тежине након спрезања и континуирања - без притиснуте арматуре



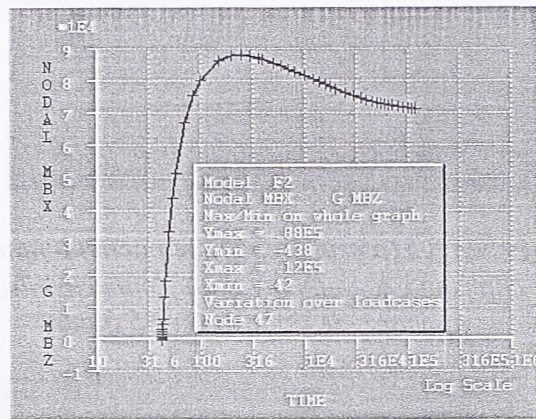
слика 8.49. развој угиба средине распона код прототипа услед сопствене тежине након спрезања и континуирања - притиснута арматура у пољу 50% затегнуте

Поређењем приказаних графика са графиком на слици 8.41, може се закључити да присуство притиснуте арматуре значајно утиче на смањење прираста угиба – прираст угиба је 46% у случају кад не постоји притиснута арматура, преко 32.1% кад притиснуте арматуре има 50% затегнуте, да би опао на 22.5% ако је притиснута арматура једнака затегнутој.

Утицај количине притиснуте арматуре у пресецима у пољу на развој момента континуитета огледа се на графицима на сликама 8.50 (0% притиснуте арматуре) и 8.51 (50% притиснуте арматуре).



слика 8.50 развој ослоначког момента код спрегнутог "Т" пресека прототипа у другој фази-без притиснуте арматуре у средини распона



слика 8.51 развој ослоначког момента код спрегнутог "Т" пресека прототипа у другој фази-притиснута арматура у пољу 50% затегнуте

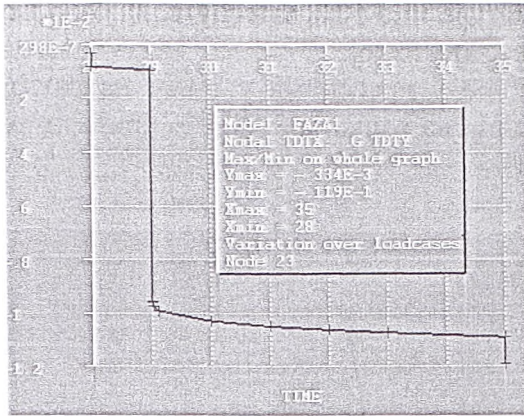
Поређењем приказаних графика са графиком на слици 8.42, може се закључити да присуство притиснуте арматуре значајно утиче како на развој тако и на величину момента континуитета, што је опет последица утицаја диференцијалног скупљања. Смањењем притиснуте арматуре ослоначки момент премашује линеарну вредности за чак 20%(0% притиснуте арматуре) да би опао на 112% линеарне вредности. Кад притиснуте арматуре у пољу има 50% од затегнуте, ослоначки момент премашује линеарну вредности за 8% да би опао на 88% линеарне вредности. Уколико је проценат притиснуте арматуре 100% затегнуте, момент континуитета са 99.9% линеарног опада на 69%.

8.4.3. Утицај старости при остварењу спрезања и континуирања

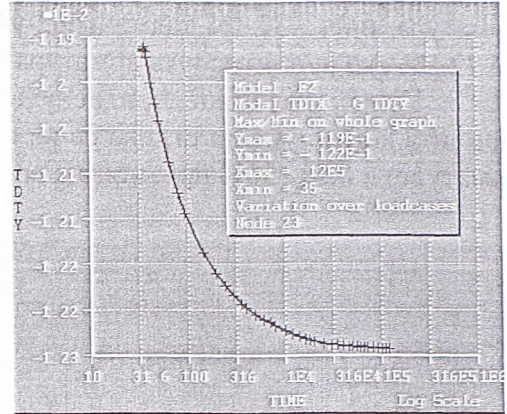
Експериментом је проучено понашање спрегнутог континуализирног гредног система кад се спрезање обавља две недеље након монтаже простих греда. Иако се ово време може сматрати најреалнијим за поменути поступак, од интереса је анализирати понашање уколико се спрезање одвија раније или знатно касније. У том циљу је спроведена нелинеарна анализа за следеће карактеристичне тренутке спрезања: 7 дана након монтаже, 58 дана након монтаже (приближно 2 месеца) и 108 дана након монтаже (приближно 3.5 месеца).

На сликама 8.51 а и б приказан је развој угиба у првој и другој фази за модел носача спрегнутог правоугоног пресека за време спрезања од 35 (28+7) дана,

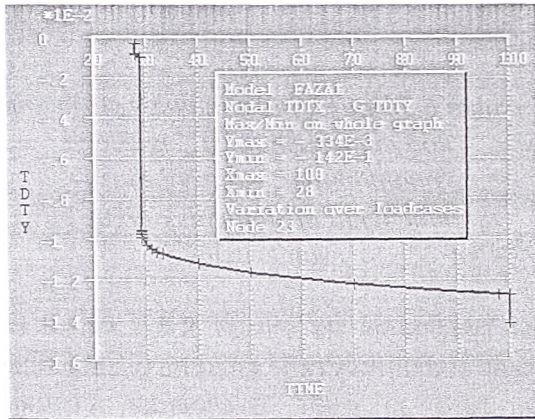
сликама 8.52 а и б за време спрезања од 100 дана и 8.53 а и б за време спрезања од 150 дана.



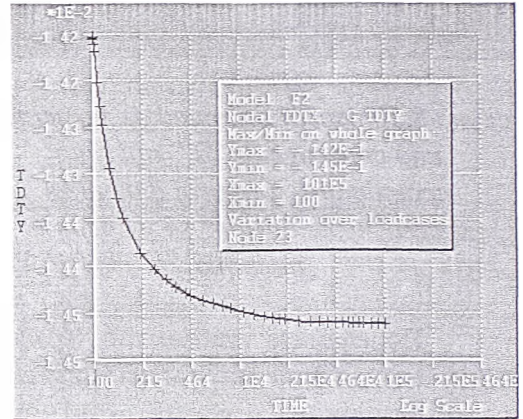
слика 8.51a угиби средине распона при спрезању и континуирању спрегнутог правоуглог модела $t_1=35$ дана



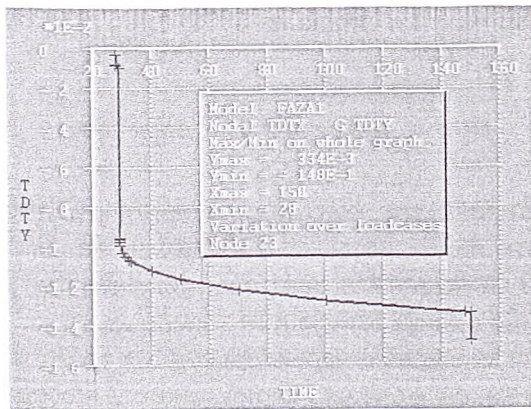
слика 8.51б угиби средине распона након спрезања и континуирања спрегнутог правоуглог модела $t_1=35$ дана



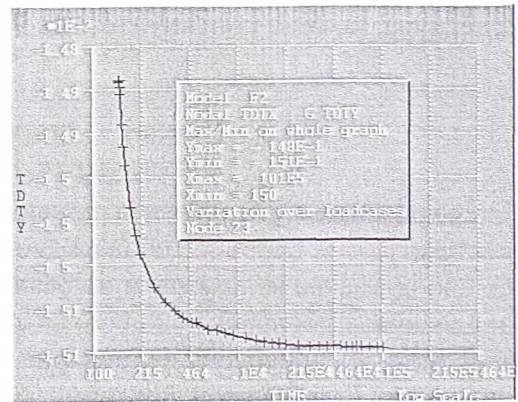
слика 8.52a угиби средине распона при спрезању и континуирању спрегнутог правоуглог модела $t_1=100$ дана



слика 8.52б угиби средине распона након спрезања и континуирања спрегнутог правоуглог модела $t_1=100$ дана



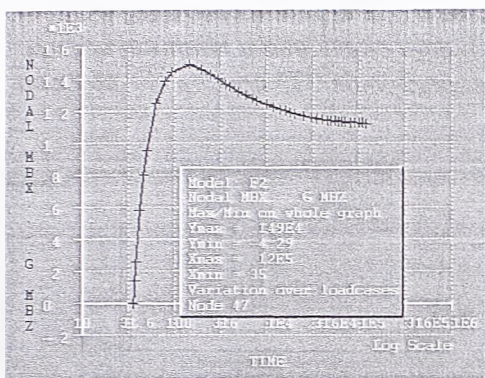
слика 8.53a угиби средине распона при спрезању и континуирању спрегнутог правоуглог модела $t_1=150$ дана



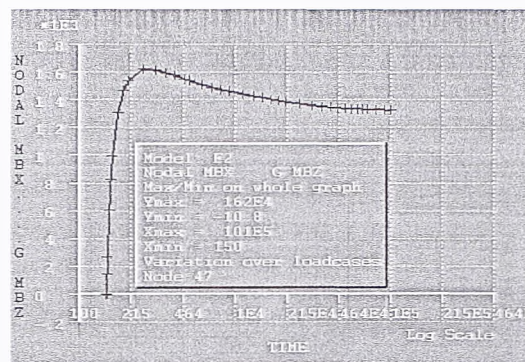
слика 8.53б угиби средине распона након спрезања и континуирања спрегнутог правоуглог модела $t_1=150$ дана

Приказани графици указују да се, уколико је дошло до отварања прелина пре уградње бетона друге фазе, највећи део угиба остварује при почетном оптерећењу. Процентуални прираст угиба кад су остварене прелине, услед утицаја течења није тако изражен као кад се прелине не отварају, те у том смислу, време кад се спрезање и континуитет остварују није од великог значаја. Прираст угиба након остварења континуитета је у сва три случаја сличан (око 2%).

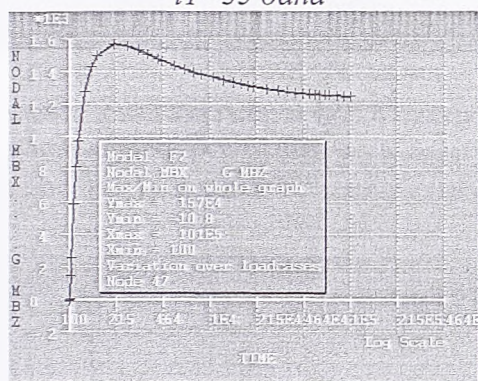
Развој ослоначког момента за спрегнути правоугаони носач при различитим временима остварења спрезања и континуитета приказан је на сликама 8.54 ($t_1=35$ дана), 8.55 ($t_1=100$ дана) и 8.56 ($t_1=150$ дана).



слика 8.54 момент континуитета за $t_1=35$ дана



слика 8.56 момент континуитета за $t_1=150$ дана

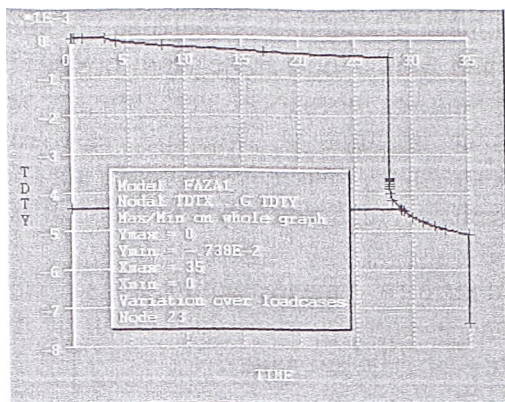


слика 8.55 момент континуитета за $t_1=100$ дана

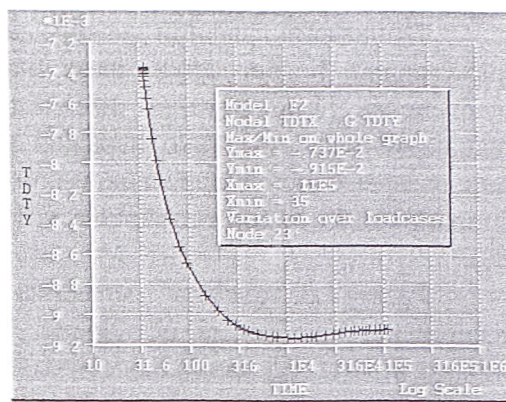
Приказани графици указују да време остварења континуитета утиче на вредност момента континуитета на следећи начин:

- максимална вредност посматраног момента благо расте уколико се касније остварује континуитета, мада разлика није од већег значаја
- коначна вредност посматраног момента у сва три случаја опада у односу на максималу око 25%
- коначна вредност момента је приближно 44% линеарне вредности.

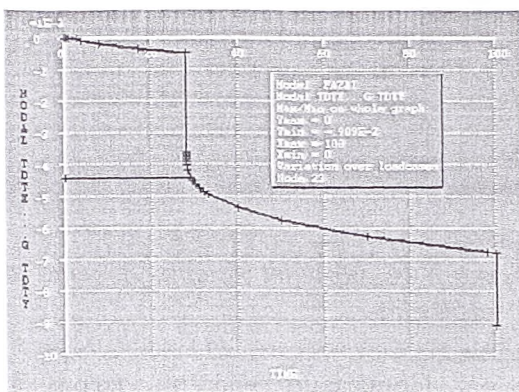
На сликама 8.57 а и б приказан је развој угиба у првој и другој фази за прототип носача спрегнутог "Т" пресека за време спрезања од 35 (28+7) дана, сликама 8.58 а и б за време спрезања од 100 дана и 8.59 а и б за време спрезања од 150 дана.



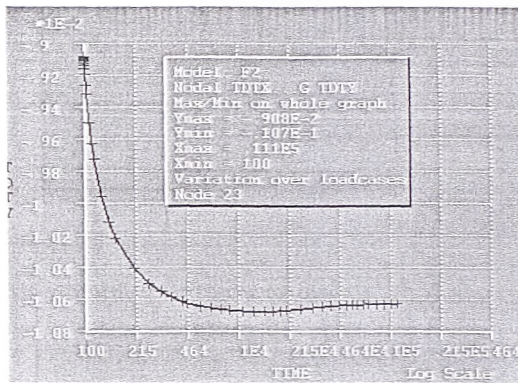
слика 8.57а угиби средине распона пре спрезања и континуирања спрегнутог "Т" носача $t_1=35$ дана



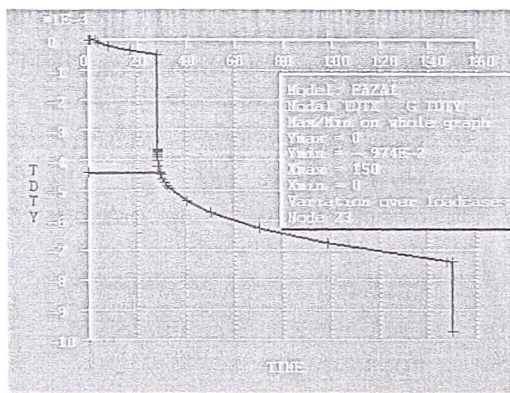
слика 8.57б угиби средине распона након спрезања и континуирања спрегнутог "Т" носача $t_1=35$ дана



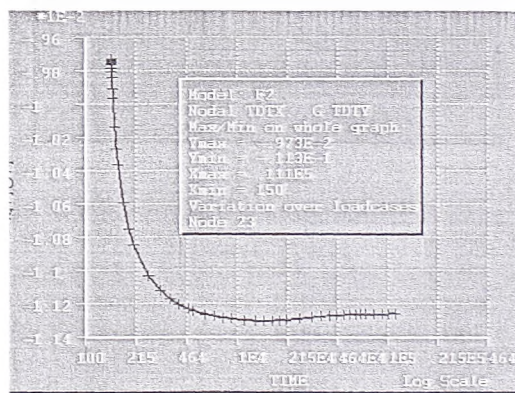
слика 8.58а угиби средине распона пре спрезања и континуирања спрегнутог "Т" носача $t_1=100$ дана



слика 8.58б угиби средине распона након спрезања и континуирања спрегнутог "Т" носача $t_1=100$ дана



слика 8.59а угиби средине распона пре спрезања и континуирања спрегнутог "Т" носача $t_1=150$ дана

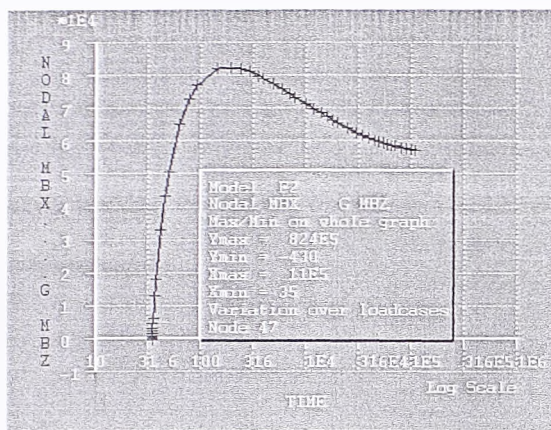


слика 8.59б угиби средине распона након спрезања и континуирања спрегнутог "Т" носача $t_1=150$ дана

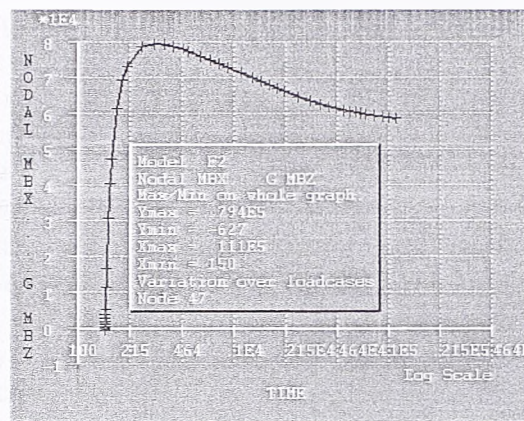
Како се у посматраном носачу прелине јављају тек након доношења оптерећења од тежине плоче, почетни угиб, који је наравно у сва три случаја исти, процентуално знатно расте са одлагањем остварења спрезања и континуитета са 46%(7 дана), 201% (58 дана) на 223% (108 дана), скок угиба након оптерећења плочом је у сва три случаја исти. Развој угиба након

остварења континуитета је наравно успорен због промене статичког система и мења се: од 24% (кад је континуитет остварен 35-то дана) до 16% (кад је континуитет остварен 150-тог дана), постигнутог угиба пре спрезања и континуализације. Ово је израженија промена угиба него код пресека који има развијенију слику прслина што је и за очекивати. Разлика која се јавља са променом времена спрезања и континуализације је последица различитог течења.

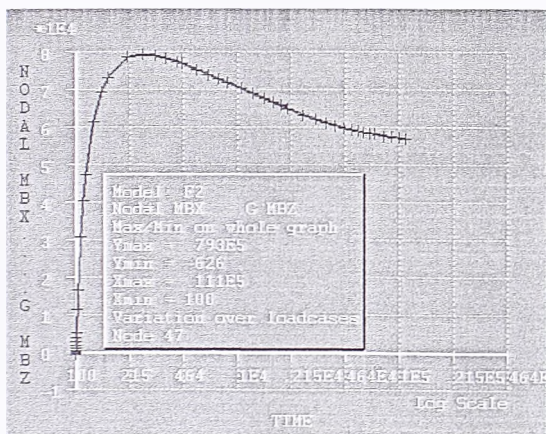
Развој ослоначког момента за спрегнути носач "T" пресека при различитим временима остварења спрезања и континуитета приказан је на сликама 8.60($t_1=35$ дана), 8.61($t_1=100$ дана) и 8.62 ($t_1=150$ дана).



слика 8.60 момент континуитета за $t_1=35$ дана



слика 8.62 момент континуитета за $t_1=150$ дана



слика 8.61 момент континуитета за $t_1=100$ дана

Приказани графици указују да време остварења континуитета утиче на вредност момента континуитета на следећи начин:

- максимална вредност посматраног момента благо опада уколико се касније остварује континуитет, мада разлика није од већег значаја
- коначна вредност посматраног момента у сва три случаја опада у односу на максималу од 30%($t_1=35$) 28%($t_1=100$) односно 26%($t_1=150$)
- коначна вредност момента је приближно 73% линеарне вредности.

На основу извршене параметарске анализе у оквиру закључака су изнете одговарајуће препоруке које се односе на приказани тип конструкција

IX. ЗАКЉУЧЦИ

На основу обављених експерименталних и теоријских истраживања о понашању спрегнутих, накнадно континуираних армирано бетонских линијских носача током времена, а под дејством оптерећења дуготрајног карактера може се закључити следеће:

1. Услед промене статичког система, која се остварује накнадном континуализацијом простих греда, изнад средњег ослонца, у носачу долази до прерасподеле статичких утицаја, као последица реолошких карактеристика бетона:
 - I. оптерећење које делује у првобитном статичком систему просте греде, након остварења континуитета, изазива утицаје у новонасталом статичком систему
 - II. прерасподела утицаја се одвија у правцу успостављања пресечних сила, које се одређују еластичном анализом у коначном статичком систему, а услед оптерећења које је деловало у првобитном систему
 - III. степен прерасподеле умногоме зависи од реолошких карактеристика употребљеног бетона: скупљања и течења, као и свих параметара који утичу на величину и развој ових карактеристика
2. Услед спрезања две врсте бетона, који имају различите карактеристике, као и различиту старост при оптерећењу, долази и до прерасподеле напона и у оквиру сваког појединачног пресека, те се пресек понаша као да је "ојачан", односно нови део пресека учествује у ношењу претходног оптерећења
3. Од изузетног значаја, за развој напона, дилатација и деформација носача, је развој диференцијалног скупљања, између два дела спрегнутог пресека
4. Диференцијално скупљање између два дела спрегнутог пресека, као неизбежна пратећа појава услед различите старости ових делова пресека, знатно утиче на прерасподелу статичких утицаја у трансформисаном статичком систему
 - I. скупљање бетона је увек праћено течењем, које ублажава ефекте диференцијалног скупљања, како на нивоу пресека тако и на нивоу носача
 - II. утицај диференцијалног скупљања није могуће експериментално пратити изоловано од утицаја течења, те се оно може анализирати само у оквиру аналитичких модела, где се показује, нарочито ако се прорачун спроводи неким од упрошћених поступака, да овај утицај може бити чак и већи од утицаја оптерећења. Проста суперпозиција утицаја насталих услед диференцијалног скупљања, са

IX ЗАКЉУЧЦИ

ефектима течења, и утицаја оптерећења, такође са ефектима течења, не даје добре резултате.

5. Појава прслина у носачу, односно моделу спрегнутог пресека, додатно компликује примену упрошћених поступака за одређивање прерасподеле утицаја у носачу. У смислу прорачуна може се применити Трост- Бажантов метод (ААЕМ метод) комбинован са нумеричком интеграцијом кривина дуж носача или нелинеарна анализа применом одговарајуће програмске апликације.
6. Појава прслина у делу спрегнутог пресека, доводи до смањене крутости носача што има за последицу мању прерасподелу статичких утицаја, која настаје услед промене статичког система, него што би био случај код неиспрскалих носача.
7. Посебно је интересантно понашање спрегнутог носача код кога је дошло до отварања прслина, пре остварења спезања, које се не затварају ни након остварења спезања – 'ојачања' пресека, у односу на монолитни пресек који ради у фази без прслина. Најизразитија разлика се очитава у деформацијама, угибима, носача. Иако реолошке карактеристике бетона теже да кроз прерасподелу статичких утицаја, слику пресечних сила приближе коначном статичком систему, угиби забележени у првој фази, на испрскалим простим гредама, представљају најзначајнију разлику у односу на монолитни систем. Током времена, а услед успостављања континуитета над средњим ослонцем, угиби спрегнутих носача расту знатно спорије, односно промена угиба је готово занемарљива након остварења континуитета. Просечни прираст угиба је око 11.5%, док је за исти период констатован просечни пораст угиба монолитних модела од око 47%. Прорачунски се региструје исти тип понашања (као што је и истакнуто прорачунски модел за нелинеарну анализу доста верно осликава понашање стварног модела). Нелинеарна анализа показује још мањи прираст угиба код спрегнутог накнадно континуализованог носача код кога су се прслине отвориле пре континуализације од око само 3%. Уколико се применом исте програмске апликације, спроведе прорачун са свим параметрима материјала истим изузев што се занемарује постојање прслина, показује се да је повећање рачунског угиба након остварене континуализације око 13%.
8. Параметарска анализа спроведена нелинеарном анализом за коју се показало, поређењем са вредностима експеримента, да верно моделира понашање носача указује на значај следећих параметара:
 - I. Облик попречног пресека знатно утиче на развој слике прслина, односно на крутост носача, а самим тим на развој свих посматраних понашања:
 1. Код крућих пресека* угиби су мањи, с тим што је процентуални прираст угиба већи.

* под крућим пресеком подразумева се пресек са прслином код кога је већи напонски активни део бетона

2. Код крућих пресека развија се момент континуитета који достиже вредности момента који се одређује линеарном еластичном анализом, као да је носач био монолитни континуални.
- II. Облик попречног пресека такође утиче на развој диференцијалног скупљања, а како се показује да диференцијално скупљање има велики утицај на сва посматрана понашња може се констатовати:
1. Повећање диференцијалног скупљања доводи до повећања момента континуитета.
 2. Течење бетона које значајно ублажава ефекат диференцијалног скупљања има већи утицај код спрегнутих "T" пресека у односу на правоугаони. Коначна вредност момента, који је достигао своју максималну вредност у почетних 3 месеца, услед наглог развоја диференцијалног скупљања, у већој мери релаксира код крућих пресека.
- III. Количина притиснуте арматуре у пресецима у пољу значајно утиче на развој момента континуитета и то у већем износу код мање крутих пресека, опет кроз спутавање утицаја од диференцијалног скупљања:
1. Код крућих пресека ослоначки момент може премашити еластичну вредност и до 20% када нема притиснуте арматуре у пољу.
 2. Утицај количине притиснуте арматуре у пољу се огледа и на развој угиба у фази након спрезања, јер она тада постаје активна. Показује се да већа количина притиснуте арматуре смањује процентуални прираст угиба нарочито код крућих пресека*.
- IV. Време које је протекло од монтаже простих греда до остварења спрезања утиче на посматране величине на следећи начин:
1. Одлагањем спрезања и континуализације, повећава се почетни угиб и то у већем проценту код крућих пресека.
 2. Развој угиба након остварења континуитета је знатно успорен и то у већем проценту код крућих пресека, са смањењем тог процента при одлагању времена спрезања и континуализације.
9. У смислу избора оптималног пресека, количине притиснуте арматуре у пољу и времена остварења континуитета може се препоручити следеће:
- I. Повећати крутост почетног – првог дела пресека у односу на други – накнадно бетонирани део, водећи рачуна да ће момент континуитета достићи око 80%

* под крућим пресеком подразумева се пресек са прслином код кога је већи напонски активни део бетона

IX ЗАКЉУЧЦИ

- линеарне вредности, али ће то довести до смањења угиба у пољу.
- II. Поставити притиснуту арматуру у поље носача, што доводи до смањења и угиба и ослоначког момента након остварења континуитета.
 - III. Оптимално је континуитет остварити раније, у првих 2 до 4 недеље након монтаже простих греда.
 - IV. Бирати бетонске мешавине и начин неге, нарочито за накнадно уграђени бетон – односно бетон којим се ојачава пресек и континуализује носач, тако да се у највећој могућој мери смањи коначна вредност скупљања употребљеног бетона.
10. Проблематика спрегнутих бетонских накнадно континуираних гредних носача представља широко подручје које захтева решавање низа проблема и одговоре на питање понашања поменутог типа конструкција како у фази експлоатације тако и у област граничне носивости. Није било предвиђено да овај рад обухвати још нека актуелна питања из ове области. У смислу даљег проучавања поменутог типа конструкција истраживања је могуће усмерити у следећем правцу:
- I. Начин остварења спрезања (узengiје, количина и сл.);
 - II. Утицај трансверзалних сила;
 - III. Понашање конструкције у фази граничне носивости, обзиром на историју оптерећења;
 - IV. Утицај повременог оптерећења које делује на коначни систем;
 - V. Могућност промене реолошких карактеристика употребљених материјала и њихов утицај на понашање конструкције.

Решавање поменутих питања треба да буде задатак будућег рада на истраживању.

СПИСАК ЛИТЕРАТУРЕ ПО ПОГЛАВЉИМА

- II-1 Д. Ђертић : Примена префабрикованих монтажних елемената за изградњу мостова плочастог и гредног попречног пресека; реферат на семинару ТЕХНОЛОГИЈА И ОРГАНИЗАЦИЈА ИНДУСТРИЈАЛИЗОВАНОГ ГРАЂЕЊА, Врњачка Бања, 1984
- II - 2 Р. Фолоћ; М. Татомировић: Спрегнуте бетонске конструкције – II део Грађевински календар 1999
- III - 1 М. С. Тројановић : Мостови од армираног и преднапрегнутог бетона до 1960, Универзитет у Београду, Завод за издавање уџбеника Социјалистичке републике Србије , 1968
- III - 2 К. Тонковић: Масивни мостови – Грађење, Школска Књига – Загреб, 1979
- III - 3 Д. Ђертић : Примена префабрикованих монтажних елемената за изградњу мостова плочастог и гредног попречног пресека : Пројекат – Пеоблематика континуирања префабрикованих бетонских елемената класичном арматуром – Нови Сад 1986
- III - 4 Бетон и армирани бетон према БАБ '87 књиге 1 и 2 (група аутора); Универзитетска штампа; Београд, 2000
- III - 5 Ф. Леонхарт: Преднапрегнути бетон у пракси 2-го издање, Грађевинска књига, Београд 1968
- IV - 1 Ф. Леонхарт: Преднапрегнути бетон у пракси; друго потпуно прерађено издање; Грађевинска књига; Београд 1968
- IV - 2. М.В. Ђурђевић: Понашање бетонских спрегнутих монтажних елемената у фази лома; Докторска дисертација; Грађевински факултет универзитета у Београду 1990
- IV - 3. Р.Н. Каар , L.V. Kriz, E. Hognestad: Precast-Prestressed Concrete Bridges1. Pilot Tests of Coninuous Griders ; Journal of the PCA research and development labaratories, Skokie, Illinois, Bullten D34,1960
- IV - 4. N. W. Hanson: Precast-Prestressed Concrete Bridges1. Horizontal Shear Connections ; Journal of the PCA research and development labaratories, Skokie, Illinois, Bullten D35,1960
- IV - 5. A. H. Mattock, P. H. Kaar :Precast-Prestressed Concrete Bridges 3 : Further Tests of Coninuous Griders ; Journal of the PCA research and development labaratories, Skokie, Illinois, Bullten D43 ,1960
- IV - 6. A. H. Mattock, P. H. Kaar :Precast-Prestressed Concrete Bridges 4 : Shear Tests of Coninuous Griders ; Journal of the PCA research and development labaratories, Skokie, Illinois, Bullten D45 ,1961
- IV - 7. A. H. Mattock :Precast-Prestressed Concrete Bridges 5 : Creep and Shirnkage Studies ; Journal of the PCA research and development labaratories, Skokie, Illinois, Bullten D46 ,1961

ЛИТЕРАТУРА
СПИСАК ПО ПОГЛАВЉИМА

- IV - 8. . M. K. Tadros, A. Ghali, W. H. Dilger: Time-dependent analyses of composite frames; Journal of the Structural division; No 4, April 1977
- IV - 9. A. Van Den Beukel : Composite beams; HERON, Vol 23 no.2 1978978
- IV - 10. П. Чолић ; Гранична стања спрегнутих монтажних бетонских конструкција ; Докторска дисертација ; Грађевински факултет Универзитета у Приштини; Приштина 1987
- IV - 11. Д. Петковић : Спрезање бетона бетоном; Докторска дисертација ; Грађевински факултет Универзитета у Нишу; Ниш 1987
- IV - 12. Р.Р. Пејовић : Анализа носивости мостовских система спрегнутих од бетона различитих старости; Докторска дисертација ; Грађевински факултет универзитета у Сарајеву, Сарајево 1989
- IV - 13. Р. Фолић, М. Татомировић : Спрегнуте бетонске конструкције II део, Грађевински календар 2001, Београд
- IV - 14. Y. Gyon: Beton Precontraint , etude theorique et exprimentale, tome II, Edition Eyrolles, Paris, 1958
- IV - 15. Y. J. Kang: Nonlinear geometric, material and time-dependent analysis of reinforced and prestressed concrete frames; Report No. UCB/SESM-77-1; Department of civil engineering University of California Berkeley, California 1977
- IV - 16. G. W. Washa , P. G. Fluck : Plastic Flow (Creep*) of Reinforced Concrete Continuous Beams ; ACI Journal Proceedings, Vol 52 , No1, 1956
- IV - 17. Maia, A. Geralt, B. Foure : Analyse non lineaire des ossatures en beton arme ou precontraint copte tenu du retrait, du fluage et dela relaxatinon; Annales de l institut technique de batiment et des travaux publics; 1983
- IV - 18. Д. Бајић : Прилог нелинеарној анализи армиранобетонских линијских елемената; Докторска дисертација; Грађевински факултет Универзитета у Београду; Београд 1985
- IV - 19. R. Favre, R. Suter, J.P. Jaccoud : Comportement d une structure continue realisee al aide d elements prefabriques 1ere Partie ; СЕВАР; Luasanne 1977
- IV - 20. R. Favre, R. Suter, J.P. Jaccoud : Comportement d une structure continue realisee al aide d elements prefabriques 2eme Partie ; СЕВАР; Luasanne 1978
- IV - 21. Д Ђертић: Проблематика континуирања префабрикованих бетонских елемената класичном арматуром- Нучно истраживачка тема.; Нови Сад 1986
- IV - 22. Halvonik, J. Borzovič, V., Fillo, L.: An Experimental Investigation of Composite Continuos Girders; Proceedings of the 2th International Congress FIP, June 2006- Naples Italy
- IV - 23. СЕВ Design manuel on structural effects of time dependent behavior of concrete, Georgi publishing company, Saint Saphorion, 1984

ЛИТЕРАТУРА
СПИСАК ПО ПОГЛАВЉИМА

- IV - 24 M. A. Ketchum: Redistribution of stresses in segmentally erected prestressed concrete bridges ; Report No. UCB/SESM-86/07; Department of civil engineering University of California Berkeley, California 1986.
- IV - 25. A. Ghali, M.M. Elbardy : User's manuel and computer program CRACK; Research report CE85-1; Department of civil engineering Calgary, Alberta Canada
- IV - 26. DIANA-8.1 User's Manual, Edited by: Frits C. de Witte, Published by: TNO Building and Construction Research Department of Computational Mechanics P.O. Box 49, 2600 AA Delft, The Netherlands
- V - 1. М. Ивковић, Т. Радојковић: Реологија и општа теорија лома бетона; Научна књига; Београд 1987
- V - 2. СЕВ-FIP модел прописа за армиране и предходно напегнуте конструкције (превод) ЈГЦ 1979.
- V - 3. Бетон и армирани бетон према БАБ '87 књиге 1 и 2 (група аутора); Универзитетска штампа; Београд, 2000
- V - 4. СЕВ-FIP Model Code 1990; Tomas Telford, 1993
- V - 5. Prediction of Creep, Shrinkage and Temperature Effects in Concrete Structures; Reported by ACI Committee 209 ((Reapproved 1997)
- V - 6. EN 1992-1-1 :2004: Еврокод 2: Прорачун бетонских конструкција - Део 1-1: Општа правила и правила за зграде; превод на српски језик Европског стандарда објављен у оквиру пројекта : ШИРЕЊЕ ИДЕЈА И ЗНАЊА О ЕВРОПСКИМ ИНТЕГРАЦИЈАМА КРОЗ СТВАРАЊЕ УСЛОВА ЗА ХАРМОНИЗАЦИЈУ НАЦИОНАЛНЕ РЕГУЛАТИВЕ СРБИЈЕ СА ЕВРОПСКИМ НОРМАМА И СТАНДАРДИМА У ОБЛАСТИ ГРАЂЕВИНАРСТВА ; Београд фебруар 2006
- VI - 1. Bazant Z.P., Wu S.T. Rate type Creep Law of Aging Concrete based on Maxwell chain; Materials and Structures N37, 1974
- VI - 2. СЕВ Design Manuel on Structural Effects of Time Dependent Behavior of Concrete; Georgi Publishing Company ,Saint Saphorin, 1984
- VI - 3. Машовић Снежана: Прилог прорачуну деформација мостовских конструкција од претходно напегнутог бетона изведених слободном конзолном градњом ; Магистарски рад; Грађевински факултет Универзитета у Београду; 1997.
- VI - 4. Bazant Z.P: Prediction of Concrete Creep Effects Using-Age-Adjuste Modulus Method; ACI-Journal , April 1972
- VII - 1. A. H. Mattock :Precast-Prestressed Concrete Bridges 5 : Creep and Shirkage Studies ; Journal of the PCA research and development labaratories, Skokie, Illinois, Bullten D46 ,1961
- VII - 2. R. Favre, R. Suter, J.P. Jaccoud - Comportement d'une structure continue relaisee a l'aide d'elementes prefabriques/ 2eme partie Redistribution des efforts dans le temps serie experimentale``B``

ЛИТЕРАТУРА
СПИСАК ПО ПОГЛАВЉИМА

Rapport C-141-06 Ecole Polytechnique Federale de Lausanne
EPFL 1978

- VII - 3. Дејан Бајић: Прилог нелинеарној анализи армиранобетонских линијских елемената – Докторска дисертација Београд 1985
- VII - 4. Раденко Пејовић: Анализа носивости мостовских система спрегнутих од бетона различитих старости – Докторска дисертација, Сарајево 1989
- VII - 5. Михаило Мурављов : Грађевински материјали , ГК Београд 2000
- VII - 6. Горан Марковски: Влијаније на променливите товари врз однесувањитето на прегнапрегнатите елементи во тек на време - Докторска дисертација Скопје 2003
- VII - 7. Halvonik, J. Borzovič, V., Fillo, L.: An Experimental Investigation of Composite Continuous Girders; Proceedings of the 2th International Congress FIP, June 2006- Naples Italy
- VII - 8. CEB-FIP MODEL CODE 1990 Tomas Telford 1991
- VII - 9. Prediction of Creep, Shrinkage and Temperature Effects in Concrete Structures – ACI Committee 209 1992
- VIII - 1. A. H. Mattock :Precast-Prestressed Concrete Bridges 5 : Creep and Shrinkage Studies ; Journal of the PCA research and development laboratories, Skokie, Illinois, Bullten D46 ,1961
- VIII - 2. Снежана Машовић :Прилог прорачуну деформација мостовских конструкција од претходно напрегнутог бетона изведених слободном конзолном градњом ; Магистарски рад; Грађевински факултет Универзитета у Београду 1997
- VIII - 3. Gali A. , Favre R.: Stress and Deformations of Composite Members ,IABSE Proceedings P-94/86.
- VIII - 4. DIANA - Finite Element Analysis ,User's Manual, release 9.2, Edited by: Frits C. de Witte and Max A. N. Hendriks, Published by: TNO DIANA bv P.O. Box 49, 2600 AA Delft, The Netherlands.
- VIII - 5. Bazant Z.P., Wu S.T. Rate type Creep Law of Aging Concrete based on Maxwell chain Materials and Structures N37, 1974
- VIII - 6. Снежана Машовић, Саша Стошић, Живота Перишић: Моделирање функције течења у “ step-by-step “ анализи конструкција; Монографија Савремене бетонске конструкције; Грађевински факултет Универзитета у Београду 1994 ; стр 152-160

СПИСАК ЛИТЕРАТУРЕ ПРЕМА АЗБУЧНОМ РЕДУ ПРЕЗИМЕНА ПРВОГ АУТОРА

1. Д. Бајић : Прилог нелинеарној анализи армиранобетонских линијских елемената; Докторска дисертација; Грађевински факултет Универзитета у Београду; Београд 1985 (IV - 18., VII - 3)
2. Bazant Z.P., Wu S.T. Rate type Creep Law of Aging Concrete based on Maxwell chain; Materials and Structures N37, 1974 (VI - 1., VIII - 5.)
3. Bazant Z.P: Prediction of Concrete Creep Effects Using-Age-Adjuste Modulus Method; ACI-Journal , April 1972(VI - 4.)
4. Бетон и армирани бетон према БАБ '87 књиге 1 и 2 (група аутора); Универзитетска штампа; Београд, 2000(III - 4, V - 3.)
5. CEB Design Manuel on Structural Effects of Time Dependent Behavior of Concrete; Georgi Publishing Company ,Saint Saphorin ,1984 (IV - 23., VI - 2.)
6. CEB-FIP Model Code 1990; Tomas Telford, 1993 (V - 4., VII - 8.)
7. CEB-FIP модел прописа за армиране и предходно напегнуте конструкције (превод) ЈГЦ 1979 (V - 2.)
8. П. Чолић ; Гранична стања спрегнутих монтажних бетонских конструкција ; Докторска дисертација ; Грађевински факултет Универзитета у Приштини; Приштина 1987 (IV - 10.)
9. Д Ђертић: Проблематика континуирања префабрикованих бетонских елемената класичном арматуром- Нучно истраживачка тема.; Нови Сад 1986 (IV - 21.)
10. Д. Ђертић : Примена префабрикованих монтажних елемената за изградњу мостова плочастог и гредног попречног пресека; реферат на семинару ТЕХНОЛОГИЈА И ОРГАНИЗАЦИЈА ИНДУСТРИЈАЛИЗОВАНОГ ГРАЂЕЊА, Врњачка Бања, 1984 (II-1)
11. Д. Ђертић : Примена префабрикованих монтажних елемената за изградњу мостова плочастог и гредног попречног пресека : Пројекат – Пеоблематика континуирања префабрикованих бетонских елемената класичном арматуром – Нови Сад 1986 (III - 3)
12. DIANA-8.1 User's Manual, Edited by: Frits C. de Witte, Published by: TNO Building and Construction Research Department of Computational Mechanics P.O. Box 49, 2600 AA Delft, The Netherlands (IV - 26.)
13. DIANA - Finite Element Analysis ,User's Manual, release 9.2, Edited by: Frits C. de Witte and Max A. N. Hendriks, Published by: TNO DIANA bv P.O. Box 49, 2600 AA Delft, The Netherlands. (VIII - 4.)

ЛИТЕРАТУРА
СПИСАК ПО АУТОРИМА

14. М.В. Ђурђевић: Понашање бетонских спрегнутих монтажних елемената у фази лома; Докторска дисертација; Грађевински факултет универзитета у Београду 1990 (IV - 2.)
15. EN 1992-1-1 :2004: Еврокод 2: Прорачун бетонских конструкција - Део 1-1: Општа правила и правила за зграде; превод на српски језик Европског стандарда објављен у оквиру пројекта : ШИРЕЊЕ ИДЕЈА И ЗНАЊА О ЕВРОПСКИМ ИНТЕГРАЦИЈАМА КРОЗ СТВАРАЊЕ УСЛОВА ЗА ХАРМОНИЗАЦИЈУ НАЦИОНАЛНЕ РЕГУЛАТИВЕ СРБИЈЕ СА ЕВРОПСКИМ НОРМАМА И СТАНДАРДИМА У ОБЛАСТИ ГРАЂЕВИНАРСТВА ; Београд фебруар 2006 (V - 6.)
16. R. Favre, R. Suter, J.P. Jaccoud : Comportement d'une structure continue realisee al aide d'elements prefabriques 1ere Partie ; SEBAR; Luasanne 1977 (IV - 19.)
17. R. Favre, R. Suter, J.P. Jaccoud - Comportement d'une structure continue relaisee a l'aide d'elementes prefabriques/ 2eme partie Redistribution des efforts dans le temps serie experimentale``B`` Rapport C-141-06 Ecole Polytechnique Federale de Lausanne EPFL 1978 (IV - 20., VII - 2.)
18. Р. Фолоћ; М. Татомировић: Спрегнуте бетонске конструкције – II део Грађевински календар 1999 (II – 2, IV - 13.)
19. Ghali, M.M. Elbardy : User's manuel and computer program CRACK; Research report CE85-1; Department of civil engeenirng Calgary, Alberta Canada (IV - 25.)
20. Gali A. , Favre R.: Stress and Deformations of Composite Members ,IABSE Proceodings P-94/86.(VIII - 3.)
21. Y. Giyon: Beton Precontraint , etude theorique et exprimetale, tome II, Edition Eyrolles, Paris, 1958 (IV - 14.)
22. Halvonik, J. Borzovič, V., Fillo, L.: An Experimental Investigation of Composite Continuos Girders; Proceedings of the 2th International Congress FIP, June 2006- Naples Italy (IV – 22, VII - 7.)
23. N. W. Hanson: Precast-Prestressed Concrete Bridges I. Horizontal Shear Connections ; Journal of the PCA research and development labaratories, Skokie, Illinois, Bullten D35,1960 (IV - 4.)
24. М. Ивковић, Т. Радојковић: Реологија и општа теорија лома бетона; Научна књига; Београд 1987 (V - 1.)
25. P.H. Kaar , L.V. Kriz, E. Hognestad: Precast-Prestressed Concrete Bridges I. Pilot Tests of Coninuous Griders ; Journal of the PCA research and development labaratories, Skokie, Illinois, Bullten D34,1960 (IV - 3.)
26. Y. J. Kang: Nonlinear geometric, material and time-dependent analysis of reinforced and prestressed concrete frames; Report No. UCB/SESM-77-1; Department of civil engeneering University of California Berkeley, California 1977 (IV - 15. I)

ЛИТЕРАТУРА
СПИСАК ПО АУТОРИМА

27. M. A. Ketchum: Redistribution of stresses in segmentally erected prestressed concrete bridges ; Report No. UCB/SESM-86/07; Department of civil engineering University of California Berkeley, California 1986. (IV – 24)
28. Ф. Леонхарт: Преднапрегнути бетон у пракси 2-го издање, Грађевинска књига, Београд 1968 (III – 5, IV – 1)
29. Maia, A. Geralt, B. Foure : Analyse non lineaire des ossatures en beton arme ou precontraint cöpte tenu du retrait, du fluage et dela relaxatinon; Annales de l institut technique de batiment et des travaux publics; 1983 (IV – 17.)
30. Горан Марковски: Влијаније на променливите товари врз однесувањитето на прегнапрегнатите елементи во тек на време - Докторска дисертација Скопје 2003 (VII - 6.)
31. Машовић Снежана: Прилог прорачуну деформација мостовских конструкција од претходно напрегнутог бетона изведених слободном конзолном градњом ; Магистарски рад; Грађевински факултет Универзитета у Београду; 1997.(VI - 3.)
32. Снежана Машовић, Саша Стошић, Живота Перишић: Моделирање функције течења у “ step-by-step “ анализи конструкција; Монографија Савремене бетонске конструкције; Грађевински факултет Универзитета у Београду 1994 ; стр 152-160 (VIII - 6.)
33. H. Mattock :Precast-Prestressed Concrete Bridges 5 : Creep and Shirkage Studies ; Journal of the PCA research and development labaratories, Skokie, Illinois, Bullten D46 ,1961(IV - 7., VII - 1., VIII - 1.)
34. H. Mattock, P. H. Kaar :Precast-Prestressed Concrete Bridges 3 : Further Tests of Coninuous Griders ; Journal of the PCA research and development labaratories, Skokie, Illinois, Bullten D43 ,1960 (IV - 5.)
35. H. Mattock, P. H. Kaar :Precast-Prestressed Concrete Bridges 4 : Shear Tests of Coninuous Griders ; Journal of the PCA research and development labaratories, Skokie, Illinois, Bullten D45 ,1961 (IV - 6.)
36. Михаило Мурављов : Грађевински материјали , ГК Београд 2000 (VII - 5.)
37. Раденко Пејовић : Анализа носивости мостовских система спрегнутих од бетона различитих старости; Докторска дисертација ; Грађевински факултет универзитета у Сарајеву, Сарајево 1989 (IV - 12., VII - 4)
38. Д. Петковић : Спрезање бетона бетоном; Докторска дисертација ; Грађевински факултет Универзитета у Нишу; Ниш 1987 (IV - 11.)
39. Prediction of Creep, Shrinkageand Temperature Effects in Concrete Structures; Reported by ACI Committee 209 ((Reapproved 1997) (V - 5., VII - 9.)

ЛИТЕРАТУРА
СПИСАК ПО АУТОРИМА

40. M. K. Tadros, A. Ghali, W. H. Dilger: Time-dependent analyses of composite frames; Journal of the Structural division; No 4, April 1977 (IV - 8.)
41. К. Тонковић: Масивни мостови – Грађење, Школска Књига – Загреб, 1979 (III – 2)
42. М. С. Тројановић : Мостови од армираног и преднапрегнутог бетона до 1960, Универзитет у Београду, Завод за издавање уџбеника Социјалистичке републике Србије , 1968 (III – 1)
43. Van Den Beukel : Composite beams; HERON, Vol 23 no.2 1978 (IV - 9.)
44. G. W. Washa , P. G. Fluck : Plastic Flow (Creep*) of Reinforced Concrete Continuous Beams ; ACI Journal Proceedings, Vol 52 , No1, 1956 (IV - 16.)





РД 20154



300154080

COBISS