

# FLEKSIONO IZVIJANJE NAKNADNO TERMIČKI OBRAĐENIH I HLADNOOBLIKOVANIH STUBOVA ELIPSASTOG POPREČNOG PRESEKA: NUMERIČKA UPOREDNA ANALIZA

## FLEXURAL BUCKLING OF HOT-FINISHED AND COLD-FORMED ELLIPTICAL HOLLOW SECTION COLUMNS: NUMERICAL COMPARATIVE ANALYSIS

Isidora JAKOVLJEVIĆ  
Jelena DOBRIĆ  
Zlatko MARKOVIĆ

ORIGINALNI NAUČNI RAD  
ORIGINAL SCIENTIFIC PAPER  
UDK: 624.014.2.075.4.072.7  
doi:10.5937/GRMK1902015J

### 1 UVOD

Šuplji profili kvadratnog, kružnog i pravougaonog poprečnog preseka imaju već tradicionalnu primenu u građevinskoj praksi. S druge strane, šuplji profili elipsastog poprečnog preseka (EHS) postali su dostupni na tržištu poslednjih godina [19]. U poređenju sa šupljim kružnim poprečnim presecima (CHS), EHS preseki iste površine imaju veću nosivost na svijanje oko jače ose inercije. Prednost EHS preseka ogleda se u atraktivnoj arhitektonskoj formi, zbog čega imaju primenu u konstrukcijama koje ostaju vidne u prostoru. Poslednjih godina, elipsasti poprečni preseki korišćeni su kao stubovi Ziman objekta Univerziteta u Varviku (2003), aerodroma Barajas u Madridu (2004) i aerodroma u Korku u Irskoj (2006), zatim kao nosači staklene fasade aerodroma Hitrou u Londonu (2007) i kao lučni nosači pešačkog mosta *Society bridge* u Skotskoj (2005) [6]. Neki od navedenih primera prikazani su na slici 1.

U važećem Evrokodu za proračun čeličnih konstrukcija EN 1993-1-1:2005 [10], nisu definisani kriterijumi za proračun elemenata EHS poprečnih preseka. Međutim, u revidiranoj verziji Evrokoda EN 1993-1-1:2015 [11], koja još uvek nije publikovana i zvanično

### 1 INTRODUCTION

Square, circular and rectangular hollow sections have been widely used in construction for decades. However, elliptical hollow sections (EHS) have been recently introduced to the construction market [19]. Comparing to circular hollow sections (CHS), EHS of the same area have greater bending capacity around the major axis of inertia. The EHS are used in exposed steelwork due to their advantage of attractive aesthetic appearance. In the past years, the elliptical hollow sections were implemented as columns in the Zeeman building at the University of Warwick (2003), in the Barajas airport building in Madrid (2004) and the Cork airport in Ireland (2006), then as supporting members for a glass façade in the Heathrow airport building in London (2007) and as arches of the pedestrian Society bridge in Scotland (2005) [6]. Some of mentioned examples are presented in Figure 1.

In the current Eurocode for the design of steel structures EN 1993-1-1:2005 [10], there are no design criteria defined for EHS structural elements. However, in the draft version of Eurocode EN 1993-1-1:2015 [11] which is not published and enacted yet, there are added

---

Isidora Jakovljević, master inž. građ., Univerzitet u Beogradu, Građevinski fakultet, Bulevar kralja Aleksandra 73, 11000 Beograd, Srbija, [isidora@imk.grf.bg.ac.rs](mailto:isidora@imk.grf.bg.ac.rs)  
docent dr Jelena Dobrić, dipl. građ. inž., Univerzitet u Beogradu, Građevinski fakultet, Bulevar kralja Aleksandra 73, 11000 Beograd, Srbija, [jelena@imk.grf.bg.ac.rs](mailto:jelena@imk.grf.bg.ac.rs)  
profesor dr Zlatko Marković, dipl. građ. inž., Univerzitet u Beogradu, Građevinski fakultet, Bulevar kralja Aleksandra 73, 11000 Beograd, Srbija, [zlatko@imk.grf.bg.ac.rs](mailto:zlatko@imk.grf.bg.ac.rs)

---

Isidora Jakovljevic, MSc, University of Belgrade, Faculty of Civil Engineering, Bulevar kralja Aleksandra 73, 11000 Belgrade, Republic of Serbia, [isidora@imk.grf.bg.ac.rs](mailto:isidora@imk.grf.bg.ac.rs)  
Assis. Prof. Jelena Dobric, PhD, University of Belgrade, Faculty of Civil Engineering, Bulevar kralja Aleksandra 73, 11000 Belgrade, Republic of Serbia, [jelena@imk.grf.bg.ac.rs](mailto:jelena@imk.grf.bg.ac.rs)  
Prof. Zlatko Markovic, PhD, University of Belgrade, Faculty of Civil Engineering, Bulevar kralja Aleksandra 73, 11000 Belgrade, Republic of Serbia, [zlatko@imk.grf.bg.ac.rs](mailto:zlatko@imk.grf.bg.ac.rs)

usvojena, dodate su odredbe koje se odnose na EHS profile. Navedena pravila za proračun uglavnom se zasnivaju na istraživanjima nosivosti šupljih preseka pod dejstvom aksijalnog pritiska [3], savijanja [4] i kombinovanih uticaja [14]. Takođe, naučnici su predložili proceduru za klasifikaciju elipsastih poprečnih preseka [13] i sproveli su ispitivanja stubova od EHS profila na fleksiono izvijanje [5]. Treba naglasiti i to da su se navedena istraživanja bavila isključivo naknadno termički obrađenim elementima.

regulations about EHS profiles. Those design rules are mostly based on the studies that had investigated behaviour of hollow sections under axial compression [3], bending [4] and combined effects [14]. In addition, researchers proposed the procedure for elliptical cross-section classification [13] and performed the study of flexural buckling of EHS columns [5]. It should be emphasized that mentioned studies were exclusively focused on hot-finished members.



Slika 1. Primeri primene EHS preseka [6]: (a) objekat Ziman; (b) aerodrom Barajas; (c) pešački most u Škotskoj  
Figure 1. Examples of EHS application [6]: (a) Zeeman building; (b) Barajas airport building; (c) pedestrian bridge in Scotland

Druga uobičajena metoda proizvodnje elemenata šupljih poprečnih preseka jeste hladno oblikovanje. Analize nosivosti hladnooblikovanih EHS poprečnih preseka nisu dovoljno pokrivene eksperimentalnim i numeričkim ispitivanjima i postoji svega nekoliko radova koji se bave ovom tematikom [7,17]. Imajući u vidu različite procese proizvodnje u slučaju hladnog oblikovanja i naknadnog termičkog obrađivanja, te – kao posledicu toga – različite osobine materijala, očekuje se i drugačije ponašanje konstruktivnih elemenata proizvedenih na ova dva načina. Stoga, neophodna su dalja istraživanja u ovoj oblasti.

Proces hladnog oblikovanja sprovodi se na sobnoj temperaturi, tako što se čelični limovi savijaju u željeni oblik prolazeći kroz set valjaka. Kako bi se proizveo šuplji poprečni presek, savijeni čelični limovi se potom zavaruju po dužini dodirne izvodnice. Uobičajeno je da se elipsasti oblik preseka formira od prethodno proizvedenog kružnog profila koji se izlaže dodatnoj hladnoj deformaciji. Procesu naknadne termičke obrade predstoji isti set radnji kao u slučaju hladnog oblikovanja, nakon čega se proizvod podvrgava dodatnom tretmanu u peći na povišenim temperaturama. Treba naglasiti da se navedeni proces naknadne termičke obrade razlikuje od procesa vrućeg valjanja. Vruće valjanje ne uključuje

Cold-forming is another common production process of tubular structural elements. Experimental and numerical investigations on cold-formed EHS have not been broadly analysed and there are very few papers focused on this topic [7,17]. Considering different fabrication processes in the case of cold-forming than in the case of hot-finishing method, and as an effect, different material properties, dissimilar behaviour of hot-finished and cold-formed structural members is expected. For that reason, further researches in this field are necessary.

The process of cold-forming is conducted at ambient temperature by compressing and squeezing steel sheets through set of rollers. In order to produce a tube section, steel sheets are afterwards welded alongside the edges. Commonly, elliptical shape is formed from previously developed circular section that is additionally exposed to cold deformation. Before hot-finishing process, the same set of procedures as in the case of cold-forming should be performed, subsequently followed by additional heat treatment in a furnace. It should be noted that mentioned hot-finishing process differs from hot-forming process. The hot-forming process excludes any rolling in ambient conditions, but only at temperatures above the material re-crystallization temperature, which means that the

obradu na sobnoj temperaturi, već isključivo na temperaturama iznad temperature rekristalizacije, što znači da se kompletan proces proizvodnje sprovodi na povišenim temperaturama. Iako se naknadno termički obrađeni i vrućevaljani elementi pri proračunu obično tretiraju na isti način, nedavno istraživanje pokazuje da su njihove mehaničke karakteristike drugačije [20].

Ovaj rad bavi se uporednom numeričkom analizom ponašanja zglobno oslonjenih naknadno termički obrađenih i hladnooblikovanih EHS stubova izloženih čistom aksijalnom pritisku i njihovom nosivošću na fleksiono izvijanje oko slabije ose inercije. Analiza pokriva set stubova relativne vitkosti do 2.5. Osnovu ove studije predstavlja istraživanje čije su rezultate autori prethodno publikovali [15], a koje je u ovom radu prošireno na veći set podataka, uz prikazivanje dodatnih poređenja i donošenje daljih zaključaka.

Rezultati numeričke analize upoređeni su s proračunskim kriterijumima definisanim u revidiranoj verziji Evrokoda EN 1993-1-1:2015 [11], koji se baziraju na metodi ekvivalentnog prečnika, kao i s proračunskim odredbama iz Severnoameričke specifikacije za projektovanje hladnooblikovanih čeličnih elemenata AISI-S100 [2], koje se zasnivaju na metodi direktne čvrstoće (DSM).

Istraživanjem su obuhvaćeni preseći klase 4, čije vitkosti zadovoljavaju granične uslove za klasifikaciju efektivnih preseka prema EN 1993-1-1:2015 [11]. Kako bi se stekao uvid u nosivost ovih poprečnih preseka, čije je određivanje neophodno za pomenuta poređenja s proračunskim odredbama, bilo je potrebno sprovesti i numeričku analizu lokalnog izbočavanja pritisnutih poprečnih preseka. To je učinjeno simuliranjem ponašanja kratkih stubova.

Numerička analiza određivanja nosivosti stubova na izvijanje sprovedena je u softverskom paketu *Abaqus* [1], koji se bazira na primeni metode konačnih elemenata (MKE). Geometrijske karakteristike poprečnih preseka elemenata usvojene su u skladu sa EHS proizvodima koji se danas mogu naći na tržištu [19]. Poprečni preseći odgovarajuće geometrije uključeni su u analizu lokalne stabilnosti, zadavanjem odgovarajuće dužine elementa i graničnih uslova radi simulacije ponašanja kratkog stuba. Nelinearno ponašanje materijala u oba slučaja modelirano je putem eksperimentalnih rezultata testova na zatezanje, koji su objavljeni u prethodnim istraživanjima [5,17,21].

## 2 NUMERIČKA ANALIZA

Istraživanje fleksionog izvijanja prikazano u ovom radu obuhvata geometriju elipsastih poprečnih preseka, koja odgovara naknadno termički obrađenim prescima koje proizvodi *Tata Steel* [19]. Analizirana su tri različita poprečna preseka, dimenzija 150x75 mm i varirane debljine zida 3, 4 i 5 mm.

Napravljena su četiri različita numerička modela za svaki poprečni presek, s dužinama elementa 700, 1500, 2300 i 3100 mm, kao što je učinjeno u eksperimentalnom ispitivanju fleksionog izvijanja naknadno termički obrađenih EHS stubova, koje su sproveli Čen i Gardner [5]. Na taj način, uključen je opseg relativnih vitkosti stubova, značajnih za opisivanje krivih izvijanja. Stubovi su zglobno oslonjeni, a s obzirom na to što je simulirano samo izvijanje oko slabije ose inercije, dodatni bočni

whole manufacturing process is conducted at elevated temperatures. Although hot-finished and hot-formed sections are often treated equally in design, recent research shows that their mechanical properties are different [20].

The paper is focused on a comparative numerical analysis of pin-ended hot-finished and cold-formed EHS columns under pure axial compression and addresses their flexural buckling capacity about minor principal axis. The analysis covers a whole range of column overall slenderness ratio up to 2.5. A baseline for this study is the research which results were previously published by authors [15], and that has been extended in this paper to wider set of data and further comparisons. In addition, conclusions have been made as well.

The results of numerical analysis are compared to the design criteria defined in Eurocode draft standard EN 1993-1-1:2015 [11], based on the equivalent diameter method, and to the design regulations defined in North American specification for the design of cold-formed steel members AISI-S100 [2], based on the Direct Strength Method (DSM).

According to the limiting slenderness for cross-section classification defined in EN 1993-1-1:2015 [11], sections of the class 4 are included in the study. In order to determine the resistance of such cross-sections which is required for mentioned comparisons with the design criteria, it was necessary to incorporate a numerical analysis of local buckling of compressed members into the research. This was performed through simulations of stub column tests.

Numerical analysis of columns' compressive capacity is performed by using the software package *Abaqus* [1], based on the finite element analysis (FEA). Geometrical properties of the column cross-sections are adopted according to EHS products that could be found on the market nowadays [19]. Cross-sections of the corresponding geometry are included in a local buckling analysis, setting an appropriate member length and boundary conditions for stub column simulations. Material non-linear behaviour in both cases is included through experimental tensile test results published in previous researches [5,17,21].

## 2 NUMERICAL ANALYSIS

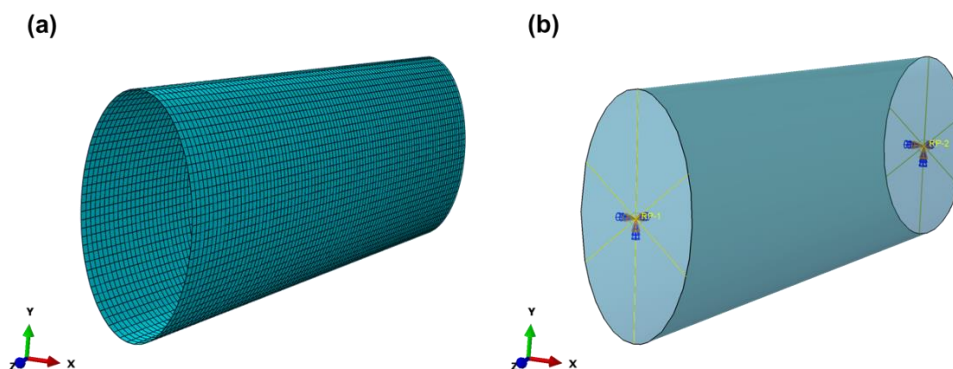
The flexural buckling study presented in this paper includes geometry of elliptical hollow sections corresponding to hot-finished sections manufactured by *Tata Steel* [19]. Three different cross-sections are adopted in analysis, all of the overall dimensions 150x75 mm and with the varied wall thickness of 3, 4 and 5 mm.

Four different numerical models for each cross-section were developed, with member lengths of 700, 1500, 2300 and 3100 mm, as it was performed in the experimental research of flexural buckling of hot-finished EHS columns done by Chan and Gardner [5]. Therefore, a range of non-dimensional column slenderness of the importance for describing buckling curves is included. Columns are pin-ended and there were no lateral supports added along the column height as only buckling

oslonci duž visine stuba nisu uključeni u analizu.

Uzimajući u obzir znatan broj numeričkih rezultata koji se baziraju na analizama nosivosti vitkih EHS preseka klase 4 [11], takođe su sprovedene numeričke simulacije ponašanja kratkih stubova kako bi se ocenila redukcija nosivosti poprečnog preseka usled elastičnog izbočavanja. Zadata je visina kratkog stuba od 450 mm i aplicirani su granični uslovi uklještenja na krajevima.

Numeričke simulacije sprovedene su u programskom paketu *Abaqus* [1], koji se bazira na primeni metode konačnih elemenata. Korišćeni konačni elementi su površinski S4R elementi s redukovanom integracijom i sa šest stepeni slobode u svakom čvoru. Izabrana je uniformna gustina mreže, s veličinom elementa od 5 mm (slika 2.a), koja je jednaka maksimalnoj zadatoj debljini zida profila i koja je usvojena na osnovu analize konvergencije rezultata, kako bi se pri numeričkom proračunu istovremeno postigla efikasnost i preciznost. Svi čvorovi na krajevima stuba povezani su putem komande *coupling* s referentnom tačkom u težištu preseka na kraju stuba, u kojoj su aplicirani granični uslovi (slika 2.b). U slučaju modela kratkih stubova, svi stepeni slobode kretanja su sprečeni, sem podužnog pomeranja na mestu unosa opterećenja, dok su kod modela vitkih stubova rotacije na krajevima dozvoljene, a pomeranja sprečena (sem u podužnom pravcu na mestu unosa opterećenja). Za sve modele, aksijalni pritisak je zadat kao koncentrisano opterećenje u referentnoj tački.



Slika 2. Numerički model kratkog stuba: (a) mreža konačnih elemenata; (b) granični uslovi  
Figure 2. Numerical model for stub column simulation: (a) FE mesh; (b) boundary conditions

U prvoj fazi numeričke simulacije, sprovedena je analiza sopstvenih vrednosti kako bi se odredili kritični oblici izvijanja elementa. Zatim je sprovedena statička analiza modifikovanom Riksovom metodom radi simuliranja izvijanja stubova, uzimajući u obzir materijalnu i geometrijsku nelinearnost.

## 2.1 Početne geometrijske imperfekcije

Globalne i lokalne geometrijske imperfekcije uključene su u numeričku analizu. Relevantne kritične forme izvijanja i izbočavanja, određene putem analize sopstvenih oblika izvijanja, zadate su kao početne deformisane forme elementa. Sama veličina globalne i lokalne deformacije definisana je zadavanjem odgovarajućih amplituda imperfekcija.

Prema preporukama, datim u EN 1993-1-5: 2006

about minor principal axis was simulated.

Taking into account that significant number of numerical data is based on slender EHS of the class 4 [11], numerical simulations of stub column tests are additionally performed to quantify reductions of cross-section resistances due to elastic local buckling. The member length is set to 450 mm and fixed-ended boundary conditions are applied.

Numerical simulations are performed in the finite-element software package *Abaqus* [1]. Finite elements implemented in numerical models are shell elements S4R with reduced integration and six degrees of freedom per node. Uniform mesh density is chosen with finite element size of 5 mm (Figure 2.a), equal to the maximum applied wall thickness and adopted according to the mesh convergence study, in order to achieve computation efficiency and accurate results at the same time. All edge nodes are connected by coupling to the reference point at the cross-section centroid at each member's end, to which boundary conditions are applied (Figure 2.b). For stub column models all degrees of freedom are restrained except in the longitudinal direction at the loading point, while for slender column models rotations are allowed and displacements are restrained (except in the longitudinal direction at the loading point). For all models, axial compression is introduced by applying a point load at the reference point.

In the first step of numerical simulation, Eigenvalue analysis is conducted in order to obtain buckling modes. Secondly, the static analysis with modified Riks method is used for simulating the column buckling behaviour, accounting to the material and geometrical nonlinearities.

## 2.1 Initial geometric imperfections

Overall and local geometric imperfections are incorporated in the numerical model. Relevant critical buckling modes of global and local buckling obtained in Eigenvalue analysis are set as initial deformed shapes of the element. The value of overall and local deformation is applied through setting adequate imperfection amplitudes.

According to the recommendations given in EN

[12], preporučena vrednost amplitude geometrijske imperfekcije u numeričkim simulacijama je 80% fabričke tolerancije. Za odstupanje od pravca štapa šupljeg kružnog poprečnog preseka, fabrička tolerancija jeste 1/500 dužine elementa [8,9]. Međutim, u numeričkoj analizi – sprovedenoj u ovom radu – imperfekcija je zadata kao polusinusna funkcija sa amplitudom 1/1000 dužine štapa, kao što su u numeričkoj parametarskoj analizi uradili Čen i Gardner i što je pokazalo najbolje slaganje sa eksperimentalnim rezultatima [5].

Fabrička tolerancija za debljinu zida CHS preseka data je u zavisnosti od prečnika  $D$  i debljine zida  $t$ : za  $D \leq 406.4$  mm i  $t \leq 5$  mm, maksimalna imperfekcija ne bi trebalo da bude preko 10% debljine zida [8,9]. Ispitivanja nosivosti na pritisak EHS preseka koji su naknadno termički obrađeni [3] i hladnooblikovani [7], pokazala su da je najbolje slaganje između eksperimentalnih i numeričkih rezultata postignuto kada su magnitude lokalnih imperfekcija zadate kao 1/100 i 1/50 debljine zida, respektivno. U skladu s tim, navedene početne lokalne imperfekcije uključene su u numeričke modele. Međutim, tokom analize uočeno je da je uticaj zadatih imperfekcija na globalno izvijanje zanemarljiv, čak i u slučaju najkraćih elemenata. U slučaju kratkih stubova, rezultati su osetljiviji na zadate magnitude lokalnih imperfekcija, ali i dalje je razlika u vrednostima graničnih nosivosti dobijenih za amplitude lokalnih imperfekcija 1/10 i 1/100 debljine zida preseka, bila manja od 1%.

## 2.2 Karakteristike materijala

Materijalne karakteristike hladnooblikovanih i naknadno termički obrađenih čeličnih preseka proračunom su obuhvaćene rezultatima testova na zatezanje, koji su sprovedeni pri eksperimentalnim ispitivanjima elipsastih i ovalnih šupljih preseka. Za razliku od EHS profila kod kojih je zid preseka zakrivljen duž celog obima elipse, ovalni preseki sastoje se iz dva paralelna zida koji su međusobno povezani sa dva polukružna prstena [21].

Kvak i Jang [17] odredili su krive napon–dilatacija ispitivanjem epruveta izvađenih iz različitih delova duž obima – kako hladnooblikovanih, tako i naknadno termički obrađenih EHS preseka. U slučaju naknadno termički obrađenih profila, uočene su neznatne razlike u ponašanju epruveta izvađenih iz najravnijih delova i ugaoonih delova. Nasuprot tome, osobine materijala kod hladnooblikovanih preseka nisu konstantne duž obima elipse – ugaone epruvete imaju veću granicu razvlačenja i čvrstoću na zatezanje, ali nižu duktilnost. Ovo je rezultat procesa proizvodnje pri kojem su zakrivljeni delovi preseka podvrgnuti hladnom savijanju i izloženi plastičnim deformacijama. U istraživanju naknadno termički obrađenih EHS profila koje su sproveli Čen i Gardner [5], ispitivane su samo epruvete iz najravnijeg dela elipsastog preseka. Slično tome, kada su Zu i Jang [21] ispitivali ovalne hladnooblikovane preseke, materijalne karakteristike određene su samo za epruvete izvađene iz ravnog dela ovalnog profila.

Sumarno, krive napon–dilatacija korišćene u numeričkim modelima u ovom istraživanju date su na slici 3 i navedene u sledećoj listi:

- epruvete iz naknadno termički obrađenih preseka

1993-1-5:2006 [12], the advised value of geometric imperfection amplitude for numerical simulation is 80% of fabrication tolerance. The fabrication tolerance is 1/500 of member length for out of straightness of circular hollow section column [8,9]. However, for numerical analysis performed in this research, the imperfection is applied through half-sine wave function with the amplitude of 1/1000 of member length, as it was done by Chan and Gardner in numerical parametric study and that showed the best agreement with experimental results [5].

A fabrication tolerance for wall thickness of CHS is given depending on a section diameter  $D$  and a wall thickness  $t$ : for  $D \leq 406.4$  mm and  $t \leq 5$  mm, the maximum imperfection should not exceed 10% of the thickness [8,9]. Researches of EHS compressive resistance of hot-finished [3] and cold-formed sections [7] showed that the best agreement between experimental and numerical results is achieved when the magnitude of local imperfection is applied as 1/100 and 1/50 of the section wall thickness, respectively. Accordingly, mentioned initial local imperfections are included in numerical models. However, during the analysis it is observed that the influence of the applied local imperfection on the global buckling was negligible, even in the case of the shortest column members. In the case of stub column models, results were more sensitive to the local imperfection magnitude, but still the difference in a value of the ultimate load obtained with local imperfection amplitudes of 1/10 and 1/100 of the section wall thickness was less than 1%.

## 2.2 Material properties

Material properties of cold-formed and hot-finished steel sections are taken into account through the results of tensile coupon tests that are conducted in experimental investigations of elliptical and oval hollow sections. Unlike EHS where cross-sections' wall is curved all along the perimeter, oval hollow sections consist of two parallel flat walls that are interconnected by two semi-circle rings [21].

Quach and Young [17] obtained stress–strain curves for material coupons taken from different parts along a section perimeter, for both cold-formed and hot-finished EHS. In the case of hot-finished sections, insignificant differences in material behaviour of the flattest coupons and corner coupons are observed. Contrary, material properties of cold-formed sections are not uniform throughout elliptical perimeter – corner coupons have greater yield stress and tensile strength, but lower ductility. This is due to the manufacturing process, as curved parts of section were subjected to local cold bending and undergo plastic deformations. In the research of hot-finished EHS done by Chan and Gardner [5], only coupons from the flattest portion of section were tested. Similarly, when cold-formed oval hollow sections were investigated by Zhu and Young [21], only mechanical properties of flat coupons are obtained.

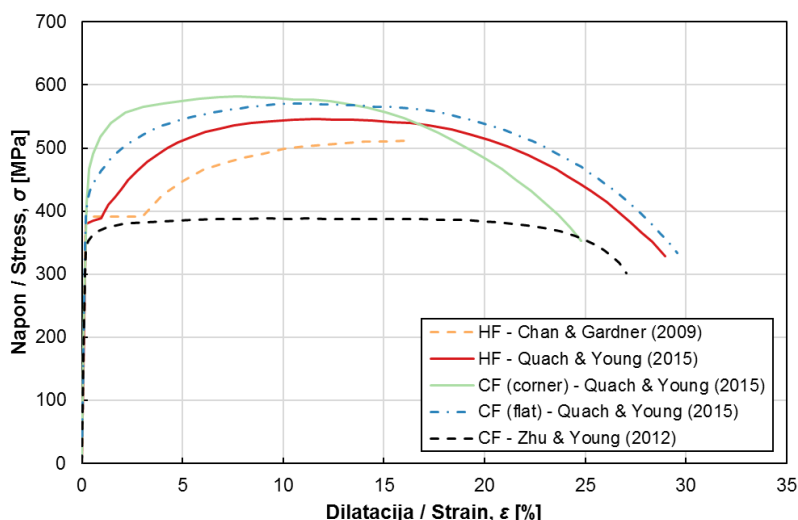
The summation of all stress–strain curves implemented in numerical models in this research is presented in Figure 3 and in the following list:

- hot-finished coupon (HF) tested by Chan and Gardner [5];

(HF) koje su testirali Čen i Gardner [5];

- epruvete iz naknadno termički obrađenih preseka (HF) koje su testirali Kvak i Jang [17];
- epruvete iz najzakrivljenijeg dela hladnooblikovanih preseka (CF – corner) koje su ispitivali Kvak i Jang [17];
- epruvete iz najravnijeg dela hladnooblikovanih preseka (CF – flat) koje su ispitivali Kvak i Jang [17];
- hladnooblikovane epruvete (CF) iz ravnog dela ovalnog preseka koje su testirali Zu i Jang [21].

- hot-finished coupon (HF) tested by Quach and Young [17];
- cold-formed coupon from the most curved part of section (CF – corner) tested by Quach and Young [17];
- cold-formed coupon from the flattest part of section (CF – flat) tested by Quach and Young [17];
- cold-formed coupon (CF) from the flat part of oval hollow section tested by Zhu and Young [21].



Slika 3. Krive napon–dilatacija materijala naknadno termički obrađenih i hladnooblikovanih čeličnih preseka  
Figure 3. Stress–strain curves for hot-finished and cold-formed steel sections' material

Posmatrajući sliku 3, uočava se da je oblik materijalnih krivih različit za hladnooblikovane i naknadno termički obrađene preseke. Hladnooblikovani materijal odlikuje se postepenom plastifikacijom i ojačanjem, dok naknadno termički obrađen materijal ima oštro izražen početak plastifikacije. Odlika drugog materijala jeste plato s jasno uočljivim naponom na granici razvlačenja  $f_y$ , dok u slučaju hladnooblikovanih materijala, vrednost granice razvlačenja  $f_y$  nije jasno uočljiva i neophodno je odrediti konvencionalnu granicu razvlačenja  $f_{0.2}$ , koja odgovara plastičnoj deformaciji od 0.2%. Ponašanje naknadno termički obrađenih čelika približno odgovara ponašanju osnovnog čeličnog materijala. Suprotno tome, proces hladnog oblikovanja izaziva promene u dijagramu napon–dilatacija izvornog materijala. Međutim, kod materijala dva prezentovana naknadno termički obrađena EHS preseka, dužina platoa razvlačenja se razlikuje. To je posledica razlike u nastavku procesa proizvodnje nakon hladnog valjanja, s obzirom na to što su naknadno termički obrađeni preseki, koje su testirali Čen i Gardner, bili izloženi temperaturi od 900 °C, dok je za EHS elemente koje su ispitivali Kvak i Jang termički tretman sproveden na temperaturi od približno 750 °C.

Deo krive napon–dilatacija koji je značajan za simuliranje fleksionog izvijanja jeste deo pre dostizanja čvrstoće na zatezanje  $f_u$ . Iz tog razloga, materijalne krive koje su dali Čen i Gardner predstavljene su na slici 3 na isti način kao što je dato u njihovom istraživanju, bez dela nakon dostizanja maksimalnog napona.

S ciljem uključivanja materijalnih karakteristika u numerički model, sem definisanja Jangovog modula

It can be observed from Figure 3 that the shape of the material stress–strain curve is different for cold-formed and hot-finished sections. Cold-formed sections exhibit gradual yielding behaviour with enhanced material properties, whereas hot-finished sections have sharp yielding stress–strain curves. The feature of the latter one is a yield plateau with noticeable yield stress  $f_y$ , while for cold-formed sections, the value of yield stress  $f_y$  is not obvious and 0.2% proof stress  $f_{0.2}$  needs to be determined. Behaviour of hot-finished steel fits better the behaviour of basic steel material. Contrary, a cold-forming process causes a change in the stress–strain relationship of the basic material. However, even for the presented two hot-finished EHS, the length of the yield plateau differs. This is due to the difference in manufacturing process after cold-rolling, as hot-finished sections tested by Chan and Gardner were exposed to the temperature of 900 °C, while for EHS tested by Quach and Young, heat treatment was performed at the temperature of approximately 750 °C.

The part of a stress–strain curve which shows the importance for simulation of flexural buckling is the part before reaching the material strength  $f_u$ . Therefore, the material curve obtained by Chan and Gardner is presented in Figure 3 in the same way as it is given in their research, without post ultimate material behaviour. In order to incorporate material properties into the numerical model, except defining Young's modulus and Poisson's ratio in the elastic domain, it was necessary to define true stress and true plastic strain for describing plastic behaviour of material. It is done according to the

elastičnosti i Poasonovog koeficijenta u elastičnom domenu ponašanja, bilo je neophodno definisati stvarni napon i stvarnu plastičnu deformaciju za opisivanje plastičnog ponašanja materijala. To je učinjeno u skladu sa sledećim izrazima datim u korisničkom uputstvu za *Abaqus* [1]:  $\sigma_{true} = \sigma(1+\epsilon)$  i  $\epsilon_{true,pl} = \ln(1+\epsilon) - \sigma_{true}/E$ , gde je  $E$  modul elastičnosti.

### 2.3 Zaostali naponi

Zaostali naponi uglavnom se javljaju kao posledica hlađenja nakon termičke obrade, usled procesa zavarivanja ili kao rezultat sprečenih povratnih deformacija izazvanih procesom proizvodnje. Tokom fabricacije šupljih profila, hladnooblikovani elementi izloženi su plastičnim deformacijama, pa se nakon elastičnog rasterećenja, javljaju zaostali naponi. U toku termičke obrade kod naknadno termički obrađenih elemenata, znatan deo zaostalih napona se oslobađa, s obzirom na to što pri povišenim temperaturama granica razvlačenja i modul elastičnosti opadaju [20]. Merenja zaostalih napona kod elipsastih poprečnih preseka sprovedi su Lo i Gardner za naknadno termički obrađene elemente [16], Čen i Jang za hladnooblikovane elemente [7] i Kvak i Jang za naknadno termički obrađene i hladnooblikovane EHS profile [17]. Zaostali napon koji utiče na ponašanje pritisnutih elemenata je zaostali napon u podužnom pravcu. Eksperimentalni rezultati pokazali su da naknadno termički obrađeni šuplji preseki imaju znatno manje zaostale napone od hladnooblikovanih preseka i da oni iznose 10–15% vrednosti granice razvlačenja. Prema tome, ne očekuje se značajan uticaj ovih napona na ponašanje konstruktivnih elemenata i zbog toga oni nisu uključeni u numeričku analizu fleksionog izvijanja koju su sprovedi Čen i Gardner [5]. Kod hladnooblikovanih preseka, maksimalni zaostali napon savijanja može dostići približno 75% konvencionalne granice razvlačenja  $f_{0.2}$ , dok maksimalni membranski napon iznosi približno 25% napona  $f_{0.2}$ . Iako su zaostali naponi savijanja velikih magnituda, numerička ispitivanja pokazala su da ovi naponi ne utiču na ponašanje kratkih stubova [7]. Stoga, u ovom radu zaostali naponi nisu eksplicitno uključeni u numeričku analizu ni naknadno termički obrađenih, niti hladnooblikovanih elemenata.

## 3 REZULTATI I DISKUSIJA

Rezultati numeričkih simulacija ponašanja pritisnutih poprečnih preseka kratkih stubova i ponašanja stubova pri fleksionom izvijanju prikazani su u delovima 3.3 i 3.4, respektivno. Napravljeno je poređenje ponašanja naknadno termički obrađenih i hladnooblikovanih EHS profila, kao i poređenje proračunskih predikcija prema revidiranoj verziji Evrokoda za proračun čeličnih konstrukcija EN 1993-1-1:2015 [11] i Severnoameričkoj specifikaciji za projektovanje hladnooblikovanih čeličnih elemenata AISI-S100 [2]. Radi boljeg razumevanja prezentacije rezultata, prvo su u delovima 3.1 i 3.2 ukratko opisane procedure koje daju pomenuti standardi.

following relations as specified in *Abaqus* user's manual [1]:  $\sigma_{true} = \sigma(1+\epsilon)$  and  $\epsilon_{true,pl} = \ln(1+\epsilon) - \sigma_{true}/E$ , where  $E$  is Young's modulus.

### 2.3 Residual stresses

Residual stresses usually arise due to cooling effects after hot-finishing, employed welding processes or by the prevention of springback introduced during manufacturing operations. During a production process of hollow sections, cold-formed members are exposed to plastic deformation, so after elastic unloading, residual stress is induced. During heat treatment, a considerable amount of residual stress in hot-finished sections is released, as at elevated temperatures yield stress and Young's modulus decrease [20]. Measurement of residual stresses in elliptical hollow sections is done by Law and Gardner for hot-finished members [16], by Chen and Young for cold-formed members [7] and by Quach and Young for both hot-finished and cold-formed EHS [17]. The residual stress in a longitudinal direction is important for compressed member behaviour. Experimental results show that longitudinal residual stresses in hot-finished hollow sections are significantly smaller than those in cold-formed hollow sections, rating 10–15% of the material yield strength. Therefore, it is expected that they have a insignificant influence on the structural behaviour and thus excluded from the numerical analysis of flexural buckling developed by Chan and Gardner [5]. In the case of cold-formed sections, the maximum bending residual stress can reach approximately 75% of the material 0.2% proof stress, while the maximum membrane residual stress is about 25% of the 0.2% proof stress. Although bending residual stress has the high amplitude, numerical investigations showed that it does not affect the structural response of stub columns [7]. For that reason, the residual stresses are not explicitly included in the numerical analysis of this research, neither of hot-finished, nor of cold-formed members.

## 3 RESULTS AND DISCUSSION

The results of numerical simulations of cross-sectional behaviour and flexural buckling behaviour are shown in sections 3.3 and 3.4, respectively. A comparison between hot-finished and cold-formed EHS is given, as well as a comparison with design predictions according to Eurocode draft standard for the design of steel structures EN 1993-1-1:2015 [11] and North American specification for the design of cold-formed steel members AISI-S100 [2]. Design procedures according to the mentioned standards are briefly presented in sections 3.1 and 3.2 for better understanding of the result representation.

### 3.1 Proračunske procedure prema EN 1993-1-1

Prema EN 1993-1-1:2005 [10], vrednost nosivosti na izvijanje  $N_b$  određuje se množenjem nosivosti poprečnog preseka  $N_c$  s bezdimenzionalnim redukcionim koeficijentom izvijanja  $\chi$ , definisanim kao:

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \lambda^2}} \leq 1 \quad (1)$$

gde je:

$$\Phi = 0.5 \left[ 1 + \alpha(\lambda - 0.2) + \lambda^2 \right];$$

$\alpha$  – koeficijent imperfekcije;  
 $\lambda$  – relativna vitkost elementa.

Procedura proračuna zasnovana je na Perry-Robertsonovim formulama i na linearnom izrazu za parametar imperfekcije  $\alpha(\lambda - 0.2)$ , kojim se u proračun fleksionog izvijanja uključuju početne geometrijske imperfekcije, zaostali naponi i ekscentričnost opterećenja. Vrednost koeficijenta imperfekcije zavisi od krive izvijanja. Prema EN 1993-1-1:2015 [11], elipsasti šuplji profili tretiraju se na isti način kao kvadratni, pravougaoni i kružni šuplji profili, za koje izbor krive izvijanja zavisi od granice razvlačenja materijala i procesa proizvodnje. Za naknadno termički obrađene poprečne preseke kvaliteta čelika od S235 do S450, definisana je kriva izvijanja  $a$ , dok je za hladnooblikovane preseke – to kriva  $c$ .

Za poprečne preseke klase 1, 2 i 3, relativna vitkost elementa data je u izrazu:

$$\lambda = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr}}} = \frac{L_{cr}}{i \cdot \pi} \sqrt{\frac{f_y}{E}} \quad (2)$$

gde je:

$L_{cr}$  – dužina izvijanja za posmatranu ravan izvijanja;  
 $i$  – poluprečnik inercije za odgovarajuću osu;  
 $A$  – površina poprečnog preseka;  
 $N_{cr}$  – elastična kritična sila fleksionog izvijanja.

Za poprečne preseke klase 4, relativnu vitkost elementa treba sračunati sa efektivnom površinom preseka  $A_{eff}$ .

$$\lambda = \sqrt{\frac{A_{eff} \cdot f_y}{N_{cr}}} \quad (3)$$

Revidirana verzija Evrokoda EN 1993-1-1:2015 [11] definiše granične vitkosti za klasifikaciju i daje izraze za određivanje efektivne površine EHS preseka. Prvo, treba sračunati ekvivalentni prečnik  $D_e$  za pritisnute EHS preseke kao:

$$D_e = h \left( 1 + \left( 1 - 2.3 \left( \frac{t}{h} \right)^{0.6} \right) \left( \frac{h}{b} - 1 \right) \right) \quad (4)$$

ili konzervativno kao

$$D_e = \frac{h^2}{b} \quad (5)$$

### 3.1 Design procedures according to EN 1993-1-1

According to EN 1993-1-1:2005 [10], the value of the member buckling resistance  $N_b$  is obtained by multiplying the cross-section resistance  $N_c$  with the buckling reduction factor  $\chi$ , defined as:

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \lambda^2}} \leq 1 \quad (1)$$

where:

$$\Phi = 0.5 \left[ 1 + \alpha(\lambda - 0.2) + \lambda^2 \right];$$

$\alpha$  is an imperfection factor;  
 $\lambda$  is a non-dimensional slenderness.

The procedure is based on Perry-Robertson equations and the linear expression for the imperfection parameter  $\alpha(\lambda - 0.2)$  that accounts for initial geometric imperfections, residual stresses and load eccentricity on the predicted flexural buckling resistance. The value of an imperfection factor depends on the flexural buckling curve. According to EN 1993-1-1:2015 [11], elliptical hollow sections should be treated equally as square, rectangular and circular hollow sections, for which buckling curve selection depends on a material yield strength and a fabrication process. For hot-finished hollow sections of a steel grade from S235 to S450, the buckling curve is defined as  $a$ , while for cold-formed sections, it is  $c$ .

For cross-sections of class 1, 2 or 3, a non-dimensional slenderness is given by:

$$\lambda = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr}}} = \frac{L_{cr}}{i \cdot \pi} \sqrt{\frac{f_y}{E}} \quad (2)$$

where:

$L_{cr}$  is a buckling length for the considered buckling plane;  
 $i$  is a radius of gyration for the corresponding axis;  
 $A$  is a cross-sectional area;  
 $N_{cr}$  is an elastic critical buckling load.

For the cross-sections of the class 4, a non-dimensional slenderness should be calculated with an effective area of a cross-section  $A_{eff}$ :

$$\lambda = \sqrt{\frac{A_{eff} \cdot f_y}{N_{cr}}} \quad (3)$$

Draft version of Eurocode EN 1993-1-1:2015 [11] states limiting proportions for EHS classification and defines an effective area of EHS. Firstly, an equivalent diameter  $D_e$  for EHS in compression should be calculated as:

$$D_e = h \left( 1 + \left( 1 - 2.3 \left( \frac{t}{h} \right)^{0.6} \right) \left( \frac{h}{b} - 1 \right) \right) \quad (4)$$

or conservatively as

$$D_e = \frac{h^2}{b} \quad (5)$$



gde su:

$t$  – debljina zida preseka;

$h$  i  $b$  – dimenzije poprečnog preseka ( $h > b$ ).

Vitkost poprečnog preseka koja se poredi s graničnim vitkostima radi određivanja klase preseka, definisana je kao odnos  $D_e/t$ . Za pritisnute preseke graničnu vitkost za klasu 3 treba uzeti kao  $90\varepsilon^2$ ,  $\varepsilon^2 = 235/f_y$ .

Za pritisnute EHS preseke klase 4, efektivna površina određuje se kao:

$$A_{eff} = A \sqrt{\frac{90\varepsilon^2}{D_e/t}} \quad (6)$$

za  $D_e/t \leq 240\varepsilon^2$ .

where:

$t$  is a section wall thickness;

$h$  and  $b$  are overall dimensions of a cross-section ( $h > b$ ).

A cross-section slenderness that is compared with limiting slenderness for obtaining a cross-section class, is defined as the ratio  $D_e/t$ . The limiting slenderness for the class 3 should be taken as  $90\varepsilon^2$ ,  $\varepsilon^2 = 235/f_y$ , for sections in compression.

For EHS of the class 4 in compression, an effective area is to be determined as:

for  $D_e/t \leq 240\varepsilon^2$ .

### 3.2 Proračunske procedure prema AISI-S100

Severnoamerička specifikacija za projektovanje hladnooblikovanih čeličnih elemenata AISI-S100 [2] eksplicitno ne definiše procedure za proračun EHS preseka. Međutim, metoda direktne čvrstoće (DSM), novi proračunski koncept uveden u AISI-S100, deo E3.2 [2], ne zahteva klasifikaciju poprečnih preseka, niti određivanje efektivne površine preseka. Prema ovoj metodi, izvijanje pritisnutog elemenata definisano je samo jednom krivom izvijanja. Nominalna nosivost pritisnutog elementa  $P_{ne}$ , koja istovremeno uzima u obzir uticaj plastifikacije preseka i globalnog izvijanja, definisana je kao proizvod bruto površine preseka  $A$  i napona pritiska  $f_n$ , koji treba sračunati na sledeći način:

– za  $\lambda_c \leq 1.5$ ,

$$f_n = \left( 0.658 \lambda_c^2 \right) f_y \quad (7)$$

– za  $\lambda_c > 1.5$ ,

– for  $\lambda_c > 1.5$ ,

$$f_n = \left( \frac{0.877}{\lambda_c^2} \right) f_y \quad (8)$$

gde je:

$$\lambda_c = \sqrt{\frac{f_y}{f_{cre}}}$$

$f_{cre}$  – elastičan kritičan napon izvijanja (najmanji napon od kritičnog napona za fleksiono, torziono i torziono-fleksiono izvijanje).

Nominalna nosivost preseka, usled aksijalnog pritiska,  $P_{nl}$  sračunava se na sledeći način:

– za  $\lambda_l \leq 0.776$ ,

$$P_{nl} = P_{ne} \quad (9)$$

– za  $\lambda_l > 0.776$ ,

– for  $\lambda_l > 0.776$ ,

$$P_{nl} = \left( 1 - 0.15 \left( \frac{P_{crl}}{P_{ne}} \right)^{0.4} \right) \left( \frac{P_{crl}}{P_{ne}} \right)^{0.4} P_{ne} \quad (10)$$

gde je:

$$\lambda_l = \sqrt{\frac{P_{ne}}{P_{crl}}}$$

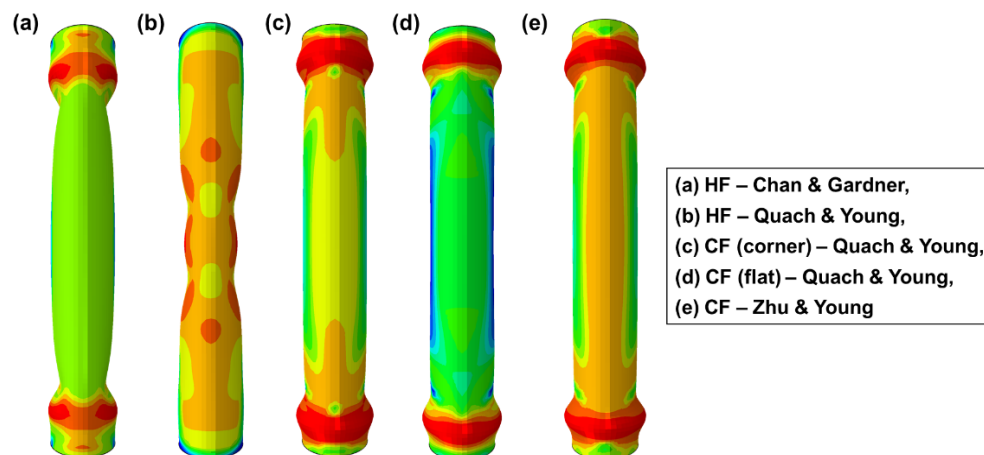
$P_{ne}$  – nosivost pritisnutog elementa koja podrazumeva uticaj plastifikacije preseka i globalnog izvijanja, i određuje se kao što je prethodno opisano;

$P_{crl}$  – elastična kritična sila izbočavanja preseka, koja može biti određena različitim numeričkim metodama, uključujući metodu konačnih traka.

Metoda konačnih traka originalno je razvijena za otvorene hladnooblikovane profile s ravnim delovima poprečnog preseka. U praksi, ova analiza može se sprovesti primenom programa CUFISM [18], kao što je urađeno u ovoj studiji. Primena metode konačnih traka na elipsaste poprečne preseke delimično je testirana i upoređena sa eksperimentalnim i numeričkim rezultatima koje su dali Čen i Jang [7].

### 3.3 Ponašanje kratkih stubova

Simulacije ponašanja kratkih stubova daju uvid u nosivost poprečnog preseka na pritisak, izuzimajući efekte globalnog izvijanja. Na slici 4, prikazani su oblici loma kratkih stubova poprečnog preseka EHS 150x75x3 mm, dobijeni za zadate različite materijalne krive napon–dilatacija. Kao što se može primetiti, javlja se samo izbočavanje. Slični oblici loma uočeni su i za druge analizirane poprečne preseke.



Slika 4. Oblici loma kratkih stubova  
Figure 4. Failure modes of stub columns

Na slici 5, date su numerički dobijene vrednosti graničnih nosivosti analiziranih poprečnih preseka  $N_c$ , normalizovane proizvodom bruto površine preseka i napona na granici razvlačenja  $A \cdot f_y$ , koji odgovara koeficijentu redukcije za izbočavanje, kao što je definisano u [12]. Rezultati su predstavljeni u funkciji od  $D_e/(t \cdot \epsilon^2)$ , kako bi se dobio uvid u vezu između numeričkih rezultata i granične vitkosti za klasu 3 koja je definisana kao  $90\epsilon^2$  prema EN 1993-1-1:2015 [11] (isprekidana linija na slici 5). Svi odnosi  $N_c/(A \cdot f_y)$  jesu veći od 1.0, što dovodi u pitanje pouzdanost definisane granične vitkosti za potpuno pritisnute EHS preseke. Moglo bi se razmotriti pomeranje granične vitkosti sa  $90\epsilon^2$  na neku

where:

$$\lambda_l = \sqrt{\frac{P_{ne}}{P_{crl}}}$$

$P_{ne}$  is a nominal axial strength for yielding and global buckling, determined as previously described;

$P_{crl}$  is a critical elastic local column buckling load, that could be determined by different numerical methods, including finite strip analysis.

The finite strip method is originally developed for cold-formed open sections with plate elements. For practical use, this analysis could be performed in the software CUFISM [18], as it is done in this study. Applicability of the finite strip method on elliptical hollow sections is partially tested and compared to the experimental and numerical results developed by Chen and Young [7].

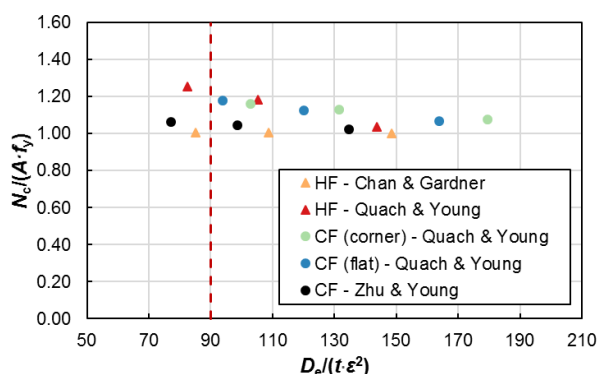
### 3.3 Stub column behaviour

Simulations of stub column tests give insight in the cross-section compressive resistance excluding overall buckling effects. In Figure 4, there are presented failure modes of stub columns of the cross-section EHS 150x75x3 mm obtained for different material stress–strain curves that were applied. As it could be noticed, only local buckling appears. Similar failure modes were observed for the other analysed cross-sections.

In Figure 5, there are given numerically obtained values of ultimate resistances for analysed cross-sections  $N_c$ , normalised with a product of a gross sectional area and a yield stress  $A \cdot f_y$ , corresponding to the reduction factor for plate buckling, as defined in [12]. The results are plotted against  $D_e/(t \cdot \epsilon^2)$ , to give a better overview of the correlation between numerical results and the defined limiting slenderness for class 3 of  $90\epsilon^2$  according to EN 1993-1-1:2015 [11] (dashed line in Figure 5). All ratios  $N_c/(A \cdot f_y)$  are larger than 1.0, questioning the reliability of the cross-section limiting slenderness for totally compressed EHS. Shifting limiting slenderness from  $90\epsilon^2$  to some larger value might be

veću vrednost, uz dodatna istraživanja na većem setu podataka za različite geometrije poprečnih preseka.

discussed, followed by additional investigations of the greater range of cross-section geometries.



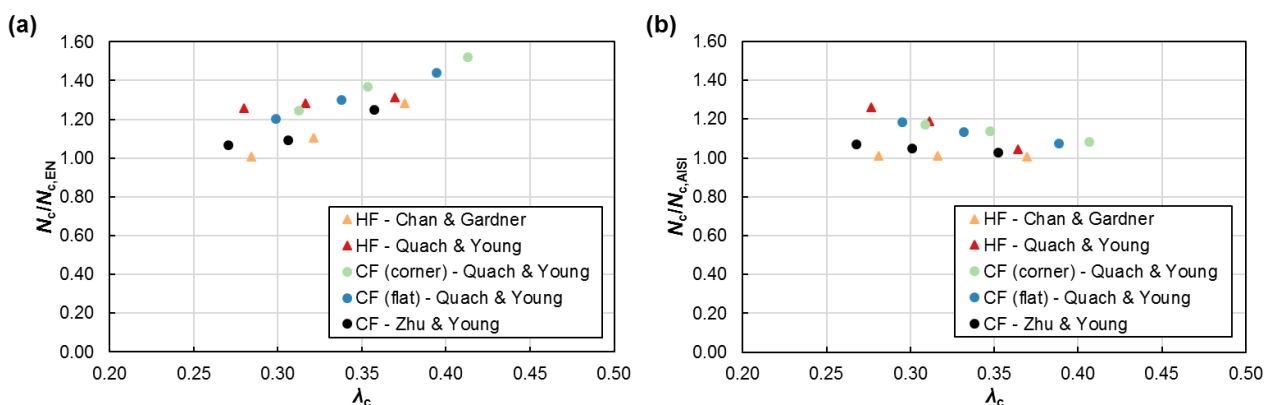
Slika 5. Poređenje numerički dobijenih nosivosti kratkih stubova sa  $A \cdot f_y$   
Figure 5. Comparison of numerically obtained ultimate loads of stub columns with  $A \cdot f_y$

Poređenje prediktivnih nosivosti aksijalno pritisnutih EHS preseka, koje definišu EN 1993-1-1:2015 [11] i AISI-S100 [2], dato je na slici 6, gde su odnosi  $N_c/N_{c,EN}$ , odnosno  $N_c/N_{c,AISI}$ , predstavljeni u zavisnosti od relativne vitkosti preseka  $\lambda_c$  (definisane kao  $\lambda_l$  u AISI-S100). Za određivanje kritične sile izbočavanja prema AISI-S100, sprovedena je numerička analiza u softveru CUFMS [18], dok je za proračun prema EN 1993-1-1:2015, kritičan napon izbočavanja sračunat kao što je dato u [3].

Za analizirane poprečne preseke, primećeno je da numerički rezultati više odgovaraju predikcijama koje daje AISI-S100, nego onim koje daje EN 1993-1-1:2015. Sve sračunate nosivosti veće su od nosivosti poprečnih preseka dobijenih numeričkim putem. Najveći odnos  $N_c/N_{c,EN}$  jeste 1.52, dok najveći odnos  $N_c/N_{c,AISI}$  iznosi 1.26. Generalno, nisu primećeni različiti trendovi u ponašanju hladnooblikovanih i naknadno termički obrađenih kratkih stubova. Iako je AISI-S100 standard definisan za hladnooblikovane elemente, predikcije ne potcenjuju numerički dobijene vrednosti nosivosti za analizirane naknadno termički obrađene poprečne preseke.

Comparison between EN 1993-1-1:2015 [11] and AISI-S100 [2] design predictions for EHS resistance under pure axial compression is presented in Figure 6, where the ratio  $N_c/N_{c,EN}$ , i.e.  $N_c/N_{c,AISI}$ , is plotted against a non-dimensional section slenderness  $\lambda_c$  (defined as  $\lambda_l$  in AISI-S100). For obtaining a critical elastic load of local buckling according to AISI-S100, numerical analysis in the software CUFMS [18] is performed, while for calculation according to EN 1993-1-1:2015, a critical elastic buckling stress is taken as presented in [3].

For analysed sections, it is observed that numerical results fit AISI-S100 predictions better than EN 1993-1-1:2015 predictions. All calculated design resistances are larger than numerically obtained cross-section strengths. The largest ratio  $N_c/N_{c,EN}$  is 1.52, while the largest ratio  $N_c/N_{c,AISI}$  is 1.26. In general, different trends in behaviour of cold-formed and hot-finished stub columns are not noticed. Although AISI-S100 procedure is defined for cold-formed members, it does not underestimate numerically obtained values of the section strength for analysed hot-finished sections.

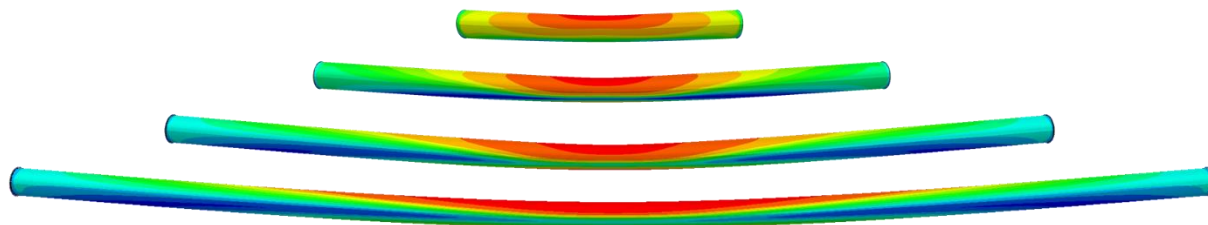


Slika 6. Poređenje numerički dobijenih nosivosti kratkih stubova s nosivošću poprečnog preseka prema:  
(a) EN 1993-1-1; (b) AISI-S100

Figure 6. Comparison of numerically obtained ultimate loads of stub columns with cross-section design strengths according to: (a) EN 1993-1-1; (b) AISI-S100

### 3.4 Fleksiono izvijanje

Tipični modeli loma stubova, dobijeni numeričkom analizom putem MKE, predstavljeni su na slici 7, na primeru elemenata, preseka EHS 150x75x3 mm i različitih dužina od 700 mm do 3100 mm, sa zadatom krivom napon–dilatacija, koju su dali Kvak i Jang za naknadno termički obrađene profile [17]. Oblik loma određen je izvijanjem oko slabije ose inercije, bez pojave efekata izbočavanja.



Slika 7. Tipični modeli loma stubova  
Figure 7. Typical columns failure modes

Rezultati analize fleksionog izvijanja najčešće se predstavljaju putem zavisnosti bezdimenzionalnog koeficijenta izvijanja, koji je jednak normalizovanoj nosivosti stuba, usled dejstva aksijalnog pritiska  $N_b/N_c$ , i relativne vitkosti elementa  $\lambda$ . Međutim, slika 8 pokazuje da takva prezentacija rezultata može biti zbunjujuća i neprimenljiva u pojedinim slučajevima. Na slici 8 predstavljena su granična opterećenja dostignuta tokom aksijalnog pritiska elementa, dobijena numeričkom analizom, normalizovana sa: (1) nosivošću poprečnog preseka na pritisak, dobijenom iz simulacija ponašanja kratkog stuba  $N_c$  (slika 8.a); (2) proizvodom bruto površine preseka i granice razvlačenja,  $A \cdot f_y$  (slika 8.b); i (3) nosivošću sračunatom prema EN 1993-1-1:2015, uzimajući u obzir efektivnu površinu u slučaju preseka klase 4,  $N_{c,EN}$  (slika 8.c). Kako su ove tri vrednosti različite, tako se i predstavljeni rezultati međusobno razlikuju. Na primer, posmatrajući sliku 8.c, moglo bi se zaključiti da krive izvijanja definisane u EN 1993-1-1:2015 u opštem slučaju dovode do rezultata koji su na strani sigurnosti. Međutim, pre izvođenja takvog zaključka, treba biti svestan relativne greške koja se može desiti pri određivanju klase poprečnog preseka i efektivne površine, kao što je opisano u prethodnom delu 3.3. Navedene konzervativnosti dovode do dodatnih nepreciznosti pri određivanju bezdimenzionalnog koeficijenta izvijanja. U prilog navedenom, uočava se viši stepen međusobnog poklapanja podataka na slikama 8.a i 8.b, dok raspodela rezultata prikazanih na slici 8.c odstupa u odnosu na ekvivalentne vrednosti na slikama 8.a i 8.b.

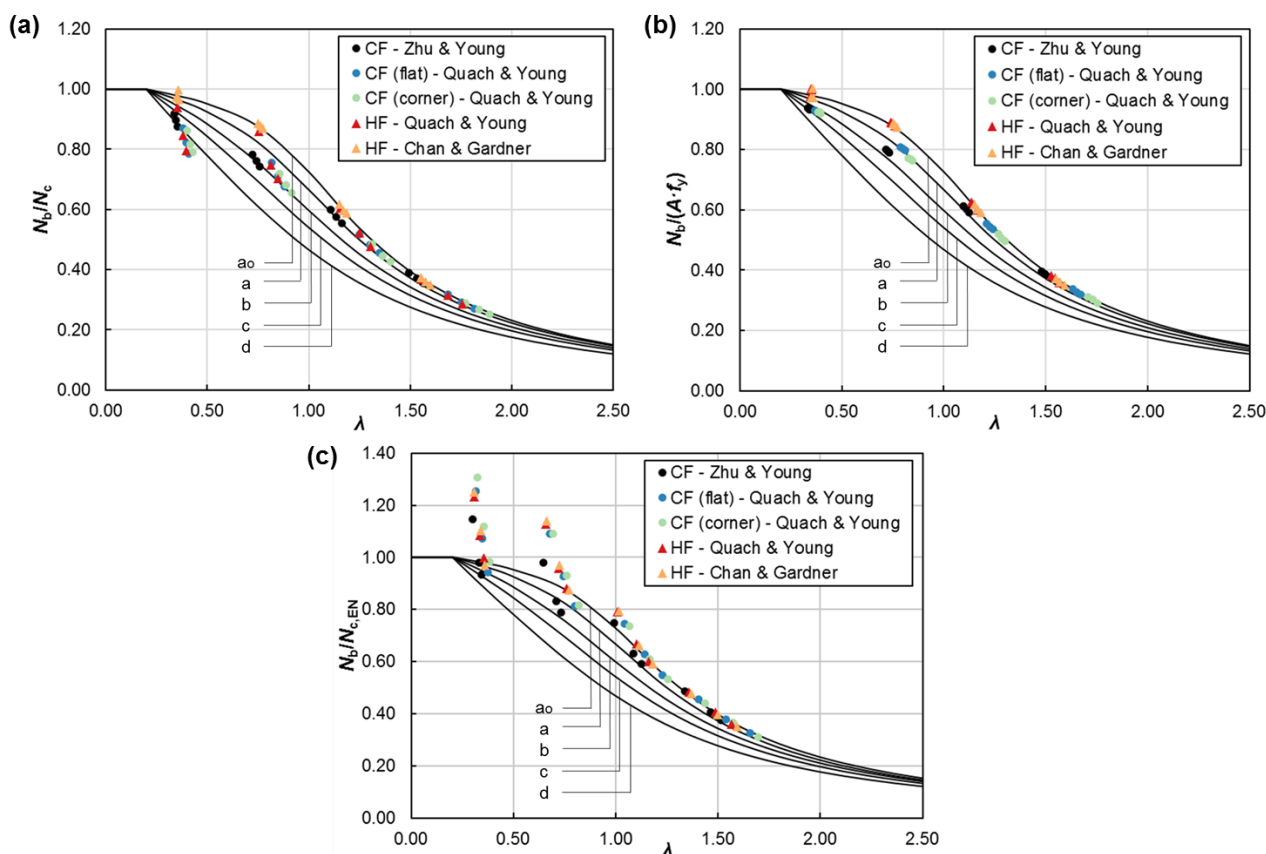
Sa slike 8 zapaža se da svi rezultati leže između krivih  $a$  i  $a_0$  za stubove s relativnom vitkošću većom od 1.5. Kako vitkost elementa opada, tako je varijacija u dobijenim rezultatima veća. Stoga, za stubove s relativnom vitkošću manjom od 0.5, rezultati za hladnooblikovane EHS profile leže iznad krive  $c$  (slika 8.b). Nasuprot tome, rezultati za naknadno termički obrađene uzorke leže iznad krive  $a$ . S povećanjem vitkosti, izvijanje hladnooblikovanih elemenata približnije odgovara višim krivama izvijanja. Međutim, rezultati ispitivanih naknadno termički obrađenih EHS preseka u celom opsegu vitkosti odgovaraju krivama izvijanja  $a$  i  $a_0$ .

### 3.4 Flexural buckling behaviour

Typical column failure modes according to the finite element analysis are presented in Figure 7, on the example of columns EHS 150x75x3 mm of various lengths from 700 mm to 3100 mm, with the applied material stress–strain curve given by Quach and Young for hot-finished elliptical sections [17]. Column failure occurred due to flexural buckling about minor principal axis, without local buckling effects.

The results of flexural buckling analysis are usually presented through relationship between a buckling reduction factor, equal to a normalised column resistance due to axial compression  $N_b/N_c$ , and a non-dimensional slenderness  $\lambda$ . However, Figure 8 shows that such presentation of the results might be confusing and inapplicable in some cases. In Figure 8, there are presented ultimate loads reached during axial compression of members obtained from numerical analysis, normalised with: (1) a compressive cross-section resistance as it is obtained from stub column simulations  $N_c$  (Figure 8.a); (2) a product of a gross cross-sectional area and a yield strength,  $A \cdot f_y$  (Figure 8.b); and (3) a design strength as it is calculated according to EN 1993-1-1:2015, taking into account an effective area for cross-sections of the class 4,  $N_{c,EN}$  (Figure 8.c). As those three values are not equal, given results differ as well. For example, by looking at Figure 8.c, some might conclude that buckling curves defined in EN 1993-1-1:2015 in general lead to safe-sided results. However, before making such a conclusion, one should be aware of the inaccuracy that could be made while determining cross-section class and an effective sectional area, as explained in the previous section 3.3. Mentioned conservativeness lead to additional inaccuracies at the point of buckling reduction factor determination. In addition to the stated, it could be observed that Figures 8.a and 8.b fit each other rather, while results presented in Figure 8.c vary comparing to equivalent values in Figures 8.a and 8.b.

It could be observed from Figure 8 that all results lie in-between curves  $a$  and  $a_0$  for columns of a non-dimensional slenderness greater than 1.5. As the slenderness tends lower, the variation of the results is greater. Therefore, for columns of the non-dimensional slenderness lower than 0.5, the results for cold-formed EHS lie above the curve  $c$  (Figure 8.b). Contrary, the results for hot-finished specimens lie above the curve  $a$ . By increasing slenderness, buckling of cold-formed members fits higher curves. However, the results for studied hot-finished EHS for all range of slenderness correspond to  $a$  and  $a_0$  buckling curves.



Slika 8. Krive izvijanja i numerički rezultati normalizovani sa:  
 (a) nosivošću poprečnog preseka, dobijenom iz numeričke analize ponašanja kratkih stubova; (b)  $A \cdot f_y$ ;  
 (c) nosivošću poprečnog preseka prema EN 1993-1-1  
 Figure 8. Column buckling curves and FEA results normalised with:  
 (a) cross-section strengths from FEA of stub columns; (b)  $A \cdot f_y$ ;  
 (c) cross-section design strengths according to EN 1993-1-1

Poređenje predikcija koje daju EN 1993-1-1:2015 i AISI-S100 predstavljeno je na slici 9, gde je odnos graničnog opterećenja i definisane nosivosti stuba na izvijanje  $N_b/N_{b,EN}$ , odnosno  $N_b/N_{b,AISI}$ , prikazan u funkciji relativne vitkosti stuba  $\lambda$  (definisane kao  $\lambda_c$  u AISI-S100). Primećuje se da Severnoamerička specifikacija (slika 9.c) daje predviđanja bliža numeričkim rezultatima nego što daje EN 1993-1-1:2015 (slika 9.a). Podudaranje rezultata posebno je dobro za hladnooblikovane elemente, dok je rasipanje rezultata veće u slučaju naknadno termički obrađenih EHS stubova. Ovakav ishod nije iznenađujući, imajući u vidu to što je AISI-S100 standard za projektovanje hladnooblikovanih čeličnih elemenata. Svega nekoliko rezultata nije na strani sigurnosti, međutim, u tom slučaju razlika u numerički dobijenoj i prediktivnoj nosivosti stuba ni u jednom slučaju nije veća od 1%.

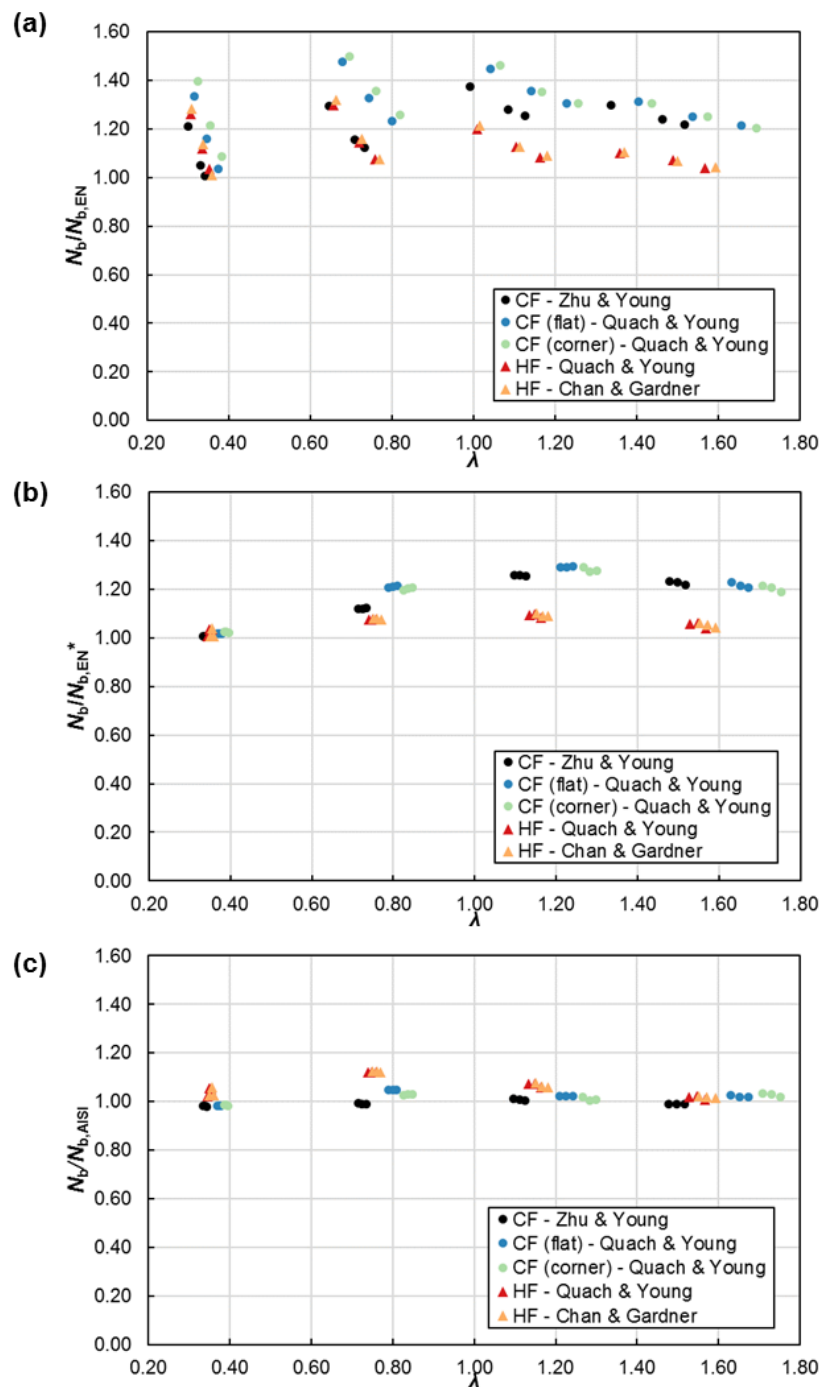
S druge strane, procedura koju definiše EN 1993-1-1:2015 dovodi do konzervativnih predikcija, u jednom slučaju čak za 50% većih u poređenju s rezultatom dobijenim numerički. Kao što je prethodno napomenuto, razlika u rezultatima jeste posledica konzervativnog usvajanja efektivne površine poprečnog preseka. Kako bi se ovakva greška umanjila i kako bi se stekao bolji uvid u određene proračunske procedure definisane za fleksiono izvijanje, na slici 9.b dat je odnos  $N_b/N_{b,EN}^*$ ,

Comparison of EN 1993-1-1:2015 and AISI-S100 predictions is presented in Figure 9, where the ratio of an ultimate column load and a design column strength  $N_b/N_{b,EN}$ , i.e.  $N_b/N_{b,AISI}$ , is plotted against a non-dimensional column slenderness  $\lambda$  (defined as  $\lambda_c$  in AISI-S100). It can be observed that North American specification (Figure 9.c) gives predictions closer to numerically obtained results than EN 1993-1-1:2015 (Figure 9.a). The result match is especially good for cold-formed members, while dissipation is greater in the case of hot-finished EHS. Such outcome is not surprising as AISI-S100 is the standard for the design of cold-formed steel members. Only few results are unsafe-sided, however in that case the difference in numerically obtained buckling resistance and a design prediction is never larger than 1%.

On the other side, the procedure that follows EN 1993-1-1:2015 leads to conservative predictions, in one case even up to 50% greater than the numerical result. As previously underlined, the difference in the results is a consequence of the conservative adoption of the cross-sectional effective area. In order to reduce such an error and to give a better overview of the specific design procedure defined for flexural buckling, in Figure 9.b the ratio  $N_b/N_{b,EN}^*$  is obtained disregarding an effective cross-sectional area and calculating with a gross

zanemarena je efektivna površina preseka i umesto nje, računajući s bruto površinom, takav postupak označen je kao modifikovani EN 1993-1-1. Međutim, i dalje je uočljivo precenjivanje definisanih nosivosti veće od 10% u slučaju analiziranih hladnooblikovanih elemenata relativne vitkosti veće od 0.80.

sectional area instead, marking that procedure as the modified EN 1993-1-1. However, the overestimation of a design strength greater than 10% is still noticeable for all analysed cold-formed members of a non-dimensional slenderness larger than 0.80.



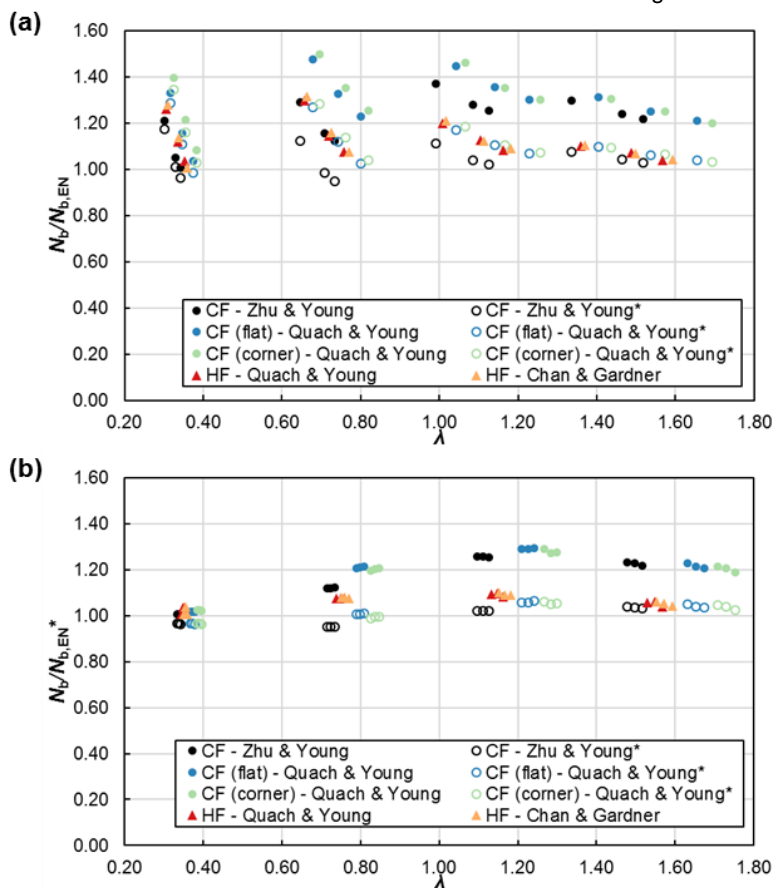
Slika 9. Poređenje numeričkih rezultata s nosivošću stuba na izvijanje prema:  
 (a) EN 1993-1-1; (b) modifikovanoj EN 1993-1-1; (c) AISI-S100  
 Figure 9. Comparison of FEA results with column design strengths according to:  
 (a) EN 1993-1-1; (b) modified EN 1993-1-1; (c) AISI-S100

U sledećem koraku, iscrtnani su grafici na slici 10, koji obuhvataju prikaz rezultata sa slike 9 i dodatno poređenje između numeričkih rezultata i proračunskih predikcija prema Evrokodu, korišćenjem krive izvijanja *a* takođe za hladnooblikovane elemente (prstenasti simboli na slici 10). Kao što je očekivano, u opsegu veće vitkosti elementa, nosivosti stubova sračunate s krivom *a* približnije su onim dobijenim numeričkom analizom. Nasuprot tome, usvajanje krive *a* u domenu manje vitkosti elementa ne vodi do rezultata na strani sigurnosti.

Primećeno je da se rezultati dobijeni korišćenjem materijalnih krivih koje su dali Kvak i Jang [17] za najravnije i najzakrivljenije epruvete ne razlikuju znatno. Međutim, razlike u fleksionom izvijanju hladnooblikovanih elemenata s materijalnim karakteristikama, koje su dali Kvak i Jang [17] i Zu i Jang [21], jesu uočljivije. To se može objasniti različitim oblicima materijalnih krivih, što se vidi iz različitih odnosa konvencionalne granice razvlačenja i čvrstoće na zatezanje. Ipak, prethodno je naglašeno da epruvete koje su testirali Zu i Jang nisu izvađene iz elipsastih, već iz ovalnih profila i zbog toga moraju biti uzete s rezervom. Naknadno termički obrađeni EHS elementi s materijalnim krivama, koje su publikovali Čen i Gardner [5] i Kvak i Jang, prate isti trend ponašanja.

In the next step, there are plotted graphs on Figure 10 including the results shown on Figure 9 with an addition of a comparison between numerical results and design predictions according to the Eurocode by applying curve *a* to cold-formed members as well (unfilled circles in Figure 10). As expected, design column strengths calculated with the curve *a*, for larger slenderness region predict results closer to the results of the finite element analysis. In the opposite, adoption of the curve *a* in low slenderness domain does not lead to safe-sided predictions.

It is noticed that the results conducted by using material curves given by Quach and Young [17] for flat and corner coupons differ insignificantly. However, the differences in flexural behaviour of members with applied cold-formed material properties of Quach and Young [17] and of Zhu and Young [21] are more noticeable. It could be explained by the different shape of material curves, which is observed by comparing a ratio between 0.2% proof stress and a tensile strength. Although, it is outlined that material coupons tested by Zhu and Young are not taken from elliptical, but from oval sections and for that reason should be taken with caution. At the point of hot-finished EHS, members with applied material curves given by Chan and Gardner [5] and Quach and Young follow the same trend.



Slika 10. Poređenje numeričkih rezultata s nosivošću stuba, imajući u vidu krive izvijanja *a* (naknadno termički obrađeni EHS i hladnooblikovani EHS – označeni sa \*) i *c* (hladnooblikovani EHS) prema: (a) EN 1993-1-1; (b) modifikovanom EN 1993-1-1

Figure 10. Comparison of FEA results with column design strengths accounting buckling curves *a* (hot-finished EHS and cold-formed EHS - marked with \*) and *c* (cold-formed EHS) according to: (a) EN 1993-1-1; (b) modified EN 1993-1-1

#### 4 ZAKLJUČCI

U ovom radu predstavljena je numerička evaluacija fleksionog izvijanja elemenata elipsastih poprečnih preseka. Formirani su modeli naknadno termički obrađenih i hladnooblikovanih stubova i odgovarajući modeli kratkih stubova za svaki analizirani poprečni presek i zadate materijalne karakteristike. Simulirana je globalna imperfekcija sa amplitudom 1/1000 dužine stuba, dok je amplituda lokalne imperfekcije varirana od 1/100 do 1/10 debljine lima, ali nije pokazala značajan uticaj na rezultate. Materijalne krive napon–dilatacija zadate su putem rezultata testova na zatezanje, koji su publikovani u drugim istraživanjima EHS preseka. Analizirano je samo izvijanje oko slabije ose inercije.

Dobijeni numerički rezultati za naknadno termički obrađene i hladnooblikovane elemente upoređeni su međusobno i s proračunskim kriterijumima definisanim u revidiranoj verziji Evrokoda za proračun čeličnih konstrukcija EN 1993-1-1:2015 [11] i Severnoameričkoj specifikaciji za projektovanje hladnooblikovanih čeličnih elemenata AISI-S100 [2]. Uočeno je i to da je Severnoamerički standard precizniji nego Evrokod u predviđanju i nosivosti kratkih stubova i nosivosti stubova na izvijanje, za sve analizirane naknadno termički obrađene i hladnooblikovane elemente. Samo za nekoliko stubova, AISI-S100 predikcije nisu na strani sigurnosti, ali ni u tim slučajevima – ne za više od 1%. Ispostavilo se da je granična vitkost za klasu 3 aksijalno pritisnutih preseka prema EN 1993-1-1:2015 potcenjena. Navedena konzervativnost dovodi do rezultata na strani sigurnosti (do 50%) za definisane nosivosti poprečnog preseka i nosivosti stuba na izvijanje. Stoga, preporučuju se modifikacije.

U oblasti veće vitkosti elemenata, kada se fleksiono izvijanje događa u oblasti elastičnih napona pre dostizanja granice razvlačenja, uočeno je slično ponašanje kod stubova proizvedenih hladnim oblikovanjem i naknadnom termičkom obradom. Suprotno tome, za manje vitkosti elemenata, hladnooblikovani stubovi teže nižim krivama izvijanja u odnosu na naknadno termički obrađene. Zaključuje se da kapaciteti stubova u pogledu nosivosti na pritisak veoma zavise od osobina materijala, posebno u oblasti nelinearnog ponašanja materijala.

Poređenjem krivih izvijanja, datih u EN 1993-1-1:2015 [11] s numeričkim rezultatima, uočeno je da u oblasti manje vitkosti elemenata, rezultati odgovaraju krivama *a* i *c*, koje su respektivno definisane za naknadno termički obrađene i hladnooblikovane elipsaste poprečne preseke analiziranog kvaliteta materijala. Međutim, u oblasti veće vitkosti, izvijanje svih modela odgovara krivoj *a*. Stoga, treba biti svestan da standard daje konzervativne preporuke za analizirano izvijanje oko slabije ose inercije pri primeni na sve hladnooblikovane elemente.

Ova komparativna analiza daje uvid u različito ponašanje hladnooblikovanih i naknadno termički obrađenih stubova EHS poprečnih preseka izloženih fleksionom izvijanju, koji su za sada samo delimično pokriveni standardima za projektovanje i koji nisu dovoljno eksperimentalno i numerički istraživani. Za donošenje opštih zaključaka, u budućim istraživanjima trebalo bi uključiti i druge odnose dimenzija EHS profila, kao i veći opseg vitkosti poprečnih preseka. Iako je sličan trend primećen u fleksionom izvijanju oko slabije i jače ose inercije

#### 4 CONCLUSIONS

This paper presents numerical evaluation of flexural buckling of elliptical hollow section members. Column models of hot-finished and cold-formed sections are made, and corresponding stub column models for each cross-section and the applied material properties are developed as well. An overall imperfection is included in simulations with an amplitude of 1/1000 of a member length, while a local imperfection amplitude is varied from 1/100 to 1/10 of a plate thickness, but shows insignificant effect on the results. Material stress–strain curves are applied through the results of tensile coupon tests published in other researches of EHS. Only buckling about minor principal axis is analysed.

The obtained numerical results for hot-finished and cold-formed members are compared among themselves and with the design criteria defined in the draft version of the Eurocode for the design of steel structures EN 1993-1-1:2015 [11] and North American specification for the design of cold-formed structural members AISI-S100 [2]. It is observed that North American standard provides better predictions of both a stub column strength and a buckling column resistance than Eurocode, for all analysed hot-finished and cold-formed members. Only for a few columns AISI-S100 design predictions are unsafe-sided, but even in that case not more than 1%. The limiting slenderness for pure compression for the class 3 according to EN 1993-1-1:2015 turned out to be underestimated. Mentioned conservativeness leads to safe-sided results (up to 50%) for design predictions of both cross-section compression strength and column buckling strength. Therefore, modifications are suggested.

In the range of higher column slenderness, when flexural buckling happens in the elastic stress domain before reaching the yielding stress, similar behaviour is observed for cross-sections produced both by cold-forming and hot-finishing. Contrary, for a lower slenderness, cold-formed members tend to lower buckling curves in comparison with the hot-finished ones. It is concluded that compressive capacities of columns are highly dependent on their material properties, especially in non-linear stress–strain domain.

Comparing buckling curves given in EN 1993-1-1:2015 [11] to the numerical results, it is noticed that in the lower slenderness area, the results fit curves *a* and *c*, which are defined for hot-finished and cold-formed elliptical hollow sections of the analysed steel grades, respectively. However, in the higher slenderness region, buckling of all models correspond to the curve *a*. Therefore, one must be aware that design predictions for the analysed buckling about minor axis of inertia are conservative if adopted for all cold-formed members.

This comparative study provides an outlook on the different behaviour of cold-formed and hot-finished EHS members exposed to flexural buckling, that are still only partly covered by design standards and insufficiently experimentally and numerically investigated. For making further general conclusions, the other aspect ratios of EHS should be included in future researches, as well as the larger range of a cross-section slenderness. Although there is a similar trend observed in flexural buckling response both about minor and major axis of



naknadno termički obrađenih EHS stubova koje su ispitivali Čen i Gardner [5], u budućim istraživanjima moglo bi se ispitati da li isto važi za hladnooblikovane stubove.

inertia in the research of hot-finished EHS columns done by Chan and Gardner [5], in some future work it might be tested if the same applies on cold-formed columns.

## 5 LITERATURA REFERENCES

- [1] Abaqus, CAE 6.13-4, (2012).
- [2] AISI-S100, North American Specification for the design of cold-formed steel structural members. AISI S100-16, American Iron and Steel Institute, Washington, D.C., 2016.
- [3] T.M. Chan, L. Gardner, Compressive resistance of hot-rolled elliptical hollow sections, *Eng. Struct.* 30 (2008) 522–532.
- [4] T.M. Chan, L. Gardner, Bending strength of hot-rolled elliptical hollow sections, *J. Constr. Steel Res.* 64 (2008) 971–986.
- [5] T.M. Chan, L. Gardner, Flexural Buckling of Elliptical Hollow Section Columns, *J. Struct. Eng.* ASCE. 135 (2009) 546–557.
- [6] T.M. Chan, L. Gardner, K.H. Law, Structural design of elliptical hollow sections: a review, *Proc. Inst. Civ. Eng. - Struct. Build.* 163 (2010) 391–402.
- [7] M.T. Chen, B. Young, Material properties and structural behavior of cold-formed steel elliptical hollow section stub columns, *Thin-Walled Struct.* 134 (2019) 111–126.
- [8] EN 10210-2, Hot finished structural hollow sections of non-alloy and fine grain steels. Part 2: Tolerances, dimensions and sectional properties, CEN, Brussels, 2006.
- [9] EN 10219-2, Cold formed welded structural hollow sections of non-alloy and fine grain steels. Part 2: Tolerances, dimensions and sectional properties, CEN, Brussels, 2006.
- [10] EN 1993-1-1, Eurocode 3: Design of steel structures. Part 1-1: General rules and rules for buildings, CEN, Brussels, 2005.
- [11] EN 1993-1-1, Eurocode 3: Design of steel structures. Part 1-1: General rules and rules for buildings (2nd draft), 2015.
- [12] EN 1993-1-5, Eurocode 3: Design of steel structures. Part 1-5: Plated structural elements, CEN, Brussels, 2006.
- [13] L. Gardner, T.M. Chan, Cross-section classification of elliptical hollow sections, *Steel Compos. Struct.* 7 (2007) 185–200.
- [14] L. Gardner, T.M. Chan, J.M. Abela, Structural behaviour of elliptical hollow sections under combined compression and uniaxial bending, *Adv. Steel Constr.* 7 (2011) 86–112.
- [15] I. Jakovljević, Z. Marković, J. Dobrić, Numerical evaluation of flexural buckling of hot-finished and cold-formed EHS columns, in: 15th ASES Int. Congr. Proceedings, Zlatibor, 6-8th Sept. 2018: pp. 618–626.
- [16] K.H. Law, L. Gardner, Lateral instability of elliptical hollow section beams, *Eng. Struct.* 37 (2012) 152–166.
- [17] W. Quach, B. Young, Material Properties of Cold-Formed and Hot-Finished Elliptical Hollow Sections, *Adv. Struct. Eng.* 18 (2015) 1101–1114.
- [18] B.W. Schafer, S. Adany, Buckling analysis of cold-formed steel members with general boundary conditions using CUFSM: Conventional and constrained finite strip methods, in: 18th Int. Spec. Conf. Cold-Formed Steel Struct., 2006.
- [19] Tata Steel, Celsius® 355 EHS, 2018.
- [20] X.Z. Zhang, S. Liu, M.S. Zhao, S.P. Chiew, Comparative experimental study of hot-formed, hot-finished and cold-formed rectangular hollow sections, *Case Stud. Struct. Eng.* 6 (2016) 115–129.
- [21] J.H. Zhu, B. Young, Design of cold-formed steel oval hollow section columns, *J. Constr. Steel Res.* 71 (2012) 26–37.

## REZIME

### FLEKSIONO IZVIJANJE NAKNADNO TERMIČKI OBRAĐENIH I HLADNOOBLIKOVANIH STUBOVA ELIPSASTOG POPREČNOG PRESEKA: NUMERIČKA UPOREDNA ANALIZA

Isidora JAKOVLJEVIĆ  
Jelena DOBRIĆ  
Zlatko MARKOVIĆ

Iako se poslednjih godina šuplji profili elipsastog poprečnog preseka (EHS) mogu naći na tržištu, pravila za njihovo dimenzionisanje su tek delimično uvedena u odgovarajuće standarde za projektovanje. Cilj ovog rada jeste da prikaže komparativnu numeričku analizu ponašanja centrično pritisnutih hladnooblikovanih i naknadno termički obrađenih EHS stubova, usled fleksionog izvijanja. Analizirani su zglobno oslonjeni stubovi različitih vitkosti bez bočnog pridržanja duž elementa, uzimajući u obzir početne geometrijske imperfekcije. Nelinearno ponašanje materijala modelirano je na osnovu publikovanih eksperimentalnih rezultata testova pri zatezanju, sprovedenih u prethodnim ispitivanjima. Takođe, izvršene su numeričke simulacije ponašanja kratkih stubova kako bi se utvrdila nosivost poprečnog preseka na pritisak. Rezultati numeričke analize sprovedene metodom konačnih elemenata upoređeni su s računskim vrednostima graničnih nosivosti u skladu s revidiranom verzijom Evrokoda EN 1993-1-1:2015 i Severnoameričkom specifikacijom za projektovanje hladnooblikovanih čeličnih elemenata AISI-S100. Uočeno je da Severnoamerički standard daje preciznije predikcije – i za nosivosti poprečnog preseka i za nosivosti stuba na fleksiono izvijanje. Metoda ekvivalentnog prečnika, opisana u Evrokodu 3, daje konzervativnije rezultate. Prema dobijenim numeričkim rezultatima, slično ponašanje pri fleksionom izvijanju uočeno je kod naknadno termički obrađenih i hladnooblikovanih stubova veće vitkosti, dok u oblasti manje vitkosti, hladnooblikovani pritisnuti elementi teže nepovoljnijim krivama izvijanja. Primećeno je da Evrokod potcenjuje nosivosti na izvijanje hladnooblikovanih stubova veće vitkosti.

**Ključne reči:** elipsasti poprečni preseci, fleksiono izvijanje, krive izvijanja, efektivna površina poprečnog preseka, metoda direktne čvrstoće, kratki stub, numerička analiza

## SUMMARY

### FLEXURAL BUCKLING OF HOT-FINISHED AND COLD-FORMED ELLIPTICAL HOLLOW SECTION COLUMNS: NUMERICAL COMPARATIVE ANALYSIS

Isidora JAKOVLJEVIĆ  
Jelena DOBRIĆ  
Zlatko MARKOVIĆ

Even though structural elements of the elliptical hollow section (EHS) have been introduced to the construction market in the past years, the rules for their design were only partially introduced into the suitable codified procedures. The aim of this paper is to present a comparative numerical analysis of behaviour of cold-formed and hot-finished EHS columns exposed to flexural buckling under pure axial compression. Pinned columns of a various slenderness without lateral restrains and with incorporated geometrical imperfections are analysed. Material nonlinear behaviour is included through published experimental tensile test results, conducted in previous researches. In addition, numerical simulations of stub column behaviour are performed in order to obtain a cross-section compressive resistance. Results of the finite element analysis are compared to the design criteria defined in the draft version of Eurocode EN 1993-1-1:2015 and in North American specification for cold-formed member design AISI-S100. It is observed that North American standard provides more accurate predictions of both a cross-section resistance and a buckling column resistance. Equivalent diameter method described in Eurocode 3 led to more conservative results. According to the obtained numerical results, similar buckling behaviour is observed for both hot-finished and cold-formed columns of higher slenderness, while in the lower slenderness region, cold-formed compressed members tend to lower buckling curves. Underestimation of a column buckling resistance according to Eurocode regulations is noticed for cold-formed members of a higher slenderness.

**Key words:** elliptical hollow sections, flexural buckling, buckling curves, effective cross-sectional area, direct strength method, stub columns, numerical analysis