



**SAVEZ GRAĐEVINSKIH
INŽENJERA SRBIJE
- BEOGRAD -**

GRAĐEVINSKI KALENDAR

2012

SAVEZ GRAĐEVINSKIH INŽENJERA SRBIJE

UDK: 624(059) ISSN 0352-2733
COBISS.SR – ID 43031

**GRAĐEVINSKI
KALENDAR
2012**

Građevinski kalendar, Vol. 44
Beograd, decembar 2011, p. I-XIII, 1-430

CIP – Каталогизација у публикацији
Народна библиотека Србије, Београд

624(059)

GRAĐEVINSKI kalendar / glavni i odgovorni urednik Mihailo Muravljov. - 1970- . -
Beograd : Savez građevinskih inženjera Srbije, 1970 - (Novi Sad : Štamparija Budućnost). - 14 cm

Godišnje
ISSN 0352 - 2733 = Građevinski kalendar

COBISS.SR-ID 43031

kao i radovi iz oblasti saobraćaja, hidrotehnike i organizacije radova i menadžmenta.

Ovde, međutim, treba reći da je *Kalendar*, ove godine više nego ranijih godina, publikovan uz ne male teškoće. Osnovni problem bio je u tome što je bilo vrlo teško, a prateći kretanja u široj oblasti graditeljstva i u želji da *Kalendar* uvek bude aktuelan, animirati kompetentne autore za pisanje radova, i to radova koji će u neku ruku definisati *Kalendar* kao inženjerski priručnik. Zbog toga u ovom izdanju *Kalendara*, kao i ranijih godina, ima i radova koji su na razmeđu struke i nauke.

Na kraju treba reći da se i kroz ovo izdanje *Građevinskog kalendara 2012* nastojalo da bude sačuvano visoko mesto za koje se *Kalendar* tokom prethodnog vremena izborio u našoj stručnoj publicistici. Međutim, treba ponoviti još jednom da je potpuno jasno, a polazeći od uslova u kojima je publikованo ovo izdanje, da taj zadatak nije bio ni malo lak. U kojoj meri je on ostvaren - o tome će svakako biti najmerodavnija ocena čitalaca.

Beograd, novembar 2010.

Glavni i odgovorni urednik
Prof. dr Mihailo Muravlјov, dipl.inž.građ.

GRAĐEVINSKI KALENDAR 2012

Beograd, decembar 2011.

UDK: 624(059)

ISSN 0352-2733

COBISS.SR – ID 43031



S A D R Ž A J

KALENDAR 2012.....	IV
PREDGOVOR IZDANJU "GRAĐEVINSKI KALENDAR 2012"	V

Dr Mira PETRONIJEVIĆ, v. prof.

Mr Marija NEFOVSKA-DANILOVIĆ, asistent

VIBRACIJE USLED SAOBRAĆAJA: MERENJE, PROCENA I PREDVIĐANJE

0352-2733, 44 (2011).,p. 1-41

UDK: 656.1:534.13

Pregledni naučni članak

1. Uvod.....	2
2. Vibracije od saobraćaja	4
3. Merenja	8
4. Procena vibracija.....	14
5. Predviđanje vibracija.....	30
6. Zaključak	38
7. Literatura	39

Doc. dr Igor JOKANOVIĆ, dipl.inž.građ.

**ХАРМОНИЗАЦИЈА РЕГУЛАТИВЕ,
ТЕХНИЧКИХ УСЛОВА И УПУТСТАВА У
СЕКТОРУ ПУТЕВА СА РЕГУЛАТИВОМ
ЕВРОПСКЕ УНИЈЕ**

0352-2733, 44 (2011),,p. 42-93

UDK: 351.712.2.025(497.11)

Pregledni naučni članak

1. Uvod.....	44
2. Pojam harmonizacije	47
3. Osnove za harmonizaciju.....	55
4. Efekti	60
5. Regulatorni okvir EU	61
6. Procena usklađenosti.....	63
7. Tehnička regulativa.....	64
8. Harmonizacija u sektoru puteva	73
9. Praktična primena.....	85
10. Zaključak	88
11. Literatura.....	91

Ignjat KOVACHEVIĆ, inž. građ.

**MODEL ORGANIZACIJE LABORATORIJE ZA
OSIGURANJE KVALITETA U PROIZVODNJI I
PRIMENI BETONA BII**

0352-2733, 44 (2011),,p. 94-158

UDK: 061.62:666.972

Stručni članak

1. Uvod.....	96
--------------	----

2. Laboratorija u internoj kontroli u funkciji osiguranja kvaliteta	106
3. Organizacija laboratorije GK "Beton"	142
4. Zaključak	153
5. Literatura.....	156

Asistent mr Jelena Dobrić, dipl. građ. inž.

Vanredni profesor dr Zlatko Marković, dipl. građ. inž.

Redovni profesor dr Dragan Buđevac, dipl. građ. inž.

Asistent Marko Pavlović, dipl. građ. inž.

**PRIMENA NERĐAJUĆIH ČELIKA U
GRAĐEVINARSTVU**

0352-2733, 44 (2011),,p. 159-191

UDK: 669.14.018.8

Pregledni stručni članak

1. Uvod.....	160
2. Karakteristike materijala	162
3. Faktori od značaja na izbor materijala	176
4. Specifičnosti proračuna.....	181
5. Zaključak	189
6. Literatura	191

Mr Andrija RAŠETA, dipl. ing. grad.

NELINEARNA SEIZMIČKA ANALIZA GREDNIH AB MOSTOVA

0352-2733, 44 (2011),,p. 192-239

UDK: 624.41.042.7

Pregledni naučni članak

1. Uvod.....	194
2. Projektovanje grednih ab mostova	196
3. Metode analize grednih ab mostova	200
4. Numerički primer.....	209
5. Zaključci.....	224
6. Literatura.....	230

Dr Zoran DRAKULIĆ dipl. ing. grad.

Prof. dr Vlastimir RADONJANIN dipl. ing. grad.

Prof. dr Mirjana MALEŠEV dipl. ing. grad.

Prof. dr Mihailo MURAVLjOV dipl. ing. grad.

TEORIJSKA I EKSPERIMENTALNA ANALIZA BRZINE BUŠENJA KROZ BETON KAO PARAMETRA ZA ODREĐIVANJE ČVRSTOĆE BETONA PRI PRITISKU

0352-2733, 44 (2011),,p. 240-297

UDK: 620.178.1.691.32

Izvorni naučni članak

1. Uvod.....	243
2. Eksperimentalno istraživanje.....	247
3. Zavisnost između aksijalne brzine bušenja i koeficijenta „C”	273

4. Određivanje čvrstoće betona pri pritisku na osnovu poznate brzine aksijalnog prodora burgije kroz masu očvrslog betona "v _b " i bezdimenzionalnog koeficijenta "c"	286
5. Zaključak	291
6. Literatura	296

Doc. dr Dejana Đorđević, dipl. grad. inž.

UTICAJNI ČINIOCI NA REČNIM UŠĆIMA SA IZDIGNUTIM DNOM PRITOKE

0352-2733, 44 (2011),,p. 298-355

UDK: 532.543:519.87

Izvorni naučni članak

1. Uvod	300
2. Pregled i izbor uticajnih činilaca	304
3. Matematičko i numeričko modeliranje prostornog tečenja	311
4. Ispitivanje uticaja izabranih činilaca	316
5. Zaključci	343
6. Literatura	348

Dragan Gavrilović, dipl. grad. inž.

Stevan Živković, dipl. grad. inž.

HIDROIZOLACIJA RAVNIH KROVOVA SINTETIČKIM MEMBRANAMA, MATERIJALI I SISTEMI

Pregledni stručni članak

1. Uvod.....	357
2. Materijali	357
3. Proizvođači.....	359
4. Karakteristike.....	359
5. Osnovni sistemi hidroizolacije ravnih krovova....	362
6. Mehanički fiksirani krovovi	363
7. Lepljeni krovovi	367
8. Nепропусните крошки са баластом	368
9. Prohodni krovovi – krovne terase.....	369
10. Inverzni krovovi - „inverted roofs“	370
11. Krovne bašte	371

Mr Branislav Vojinović, dipl. inž. grad.

**MODEL ZAVRŠNOG IZVEŠTAJA O KONTROLI
KVALITETA MATERIJALA I BETONA ZA
TEHNIČKI PREGLED OBJEKATA
VISOKOGRADNJE**

Stručni članak

1. Uvod.....	374
2. Pojave prikrivanja nedostataka o izvedenim betonskim radovima na objektima	376
3. Predlog modela pripreme tehničke dokumentacije za tehnički pregled objekta (betonski radovi).....	379

4. Matrica odgovornosti za izradu završnog iveštaja o kontroli kvaliteta materijala i izvođenja radova.....	386
5. Primer završnog izveštaja o kvalitetu materijalima i izvođenju radova	389
6. Zaključak	400
7. Literatura	402

**IZVEŠTAJ I ZAKLJUČCI SA SEDMOG NAUČNO-
STRUČNOG SAVETOVANJA OCENA STANJA,
ODRŽAVANJE I SANACIJA GRAĐEVINSKIH
OBJEKATA I NASELJA** 403

**IZVEŠTAJ I ZAKLJUČCI SA IV NAUČNO-
STRUČNOG SAVETOVANJA "GEOTEHNIČKI
ASPEKTI GRAĐEVINARSTVA"** 414

**IZVEŠTAJ SA MEĐUNARODNOG SIMPOZIJUMA
O ISTRAŽIVANJIMA I PRIMENI
SAVREMENIH DOSTIGNUĆA U
GRAĐEVINARSTVU U OBLASTI
MATERIJALA I KONSTRUKCIJA.....** 423

OGLASNI DEO između 402-403

UTICAJNI ČINIOCI NA REČNIM UŠĆIMA SA IZDIGNUTIM DNOM PRITOKE

0352-2733, 44 (2011), p. 298-355

UDK: 532.543:519.87
IZVORNI NAUČNI ČLANAK

Rezime

U ovom radu se pomoću numeričkog modela prostornog tečenja ispituje uticaj četiri izabrana činioca na hidrodinamiku ušća sa izdignutim dnem priske. To su: ugao uliva α , odnos sile inercije reke i priske M_R , odnos širina korita priske i reke B_p / B_R i stepen zakrivljenosti trase priske B_p / R_p . Razmatraju se asimetrična ušća širokih pravougaonih korita ($B/h \gg 5$) kod kojih je stepen izdignutosti dna korita priske iznad dna reke $\Delta z_p / h_n = 0.5$. Cilj je da se projektantima, na osnovu rezultata ovih istraživanja, daju smernice za uredenje rečnih ušća i postavljanje ispusta. Jedan od najbitnijih zaključaka ovog istraživanja je da u linijskom modelu ušća Hagerov koeficijent popravke srednje vrednosti ugla skretanja toka δ na ušću nije konstantan, već da zavisi od ugla uliva i parametra M_R . Takođe je utvrđeno da intenzitet komponente sile inercije priske koja deluje u pravcu toka

reke može biti precenjen i do 30% ako se umesto integracije odgovarajuće komponente količine kretanja po poprečnom preseku za proračun koristi srednja vrednost ugla δ .

Ključne reči: rečno ušće, izdignuto dno priske, model prostornog tečenja

CONTROLS AT RIVER CONFLUENCES WITH DISCORDANT BEDS

Summary

The role of four parameters that are controlling river confluence hydrodynamics at discordant beds confluences is investigated using 3D numerical model. These are: the junction angle α , the momentum-flux ratio between the river and tributary channels M_R , the width-ratio of the two upstream channels B_p / B_R and the upstream planform curvature B_p / R_p . Only confluences of wide-channels ($B/h \gg 5$) with non-dimensional elevation of the tributary bed of $\Delta z_p / h_n = 0.5$ are considered. The paper aims at providing the designers with the guidelines for river training at confluences and proper positioning of the outlet structures. The main conclusion concerning 1D modelling procedure is that the Hager's correction coefficient for the mean flow angle δ at the tributary entrance to the confluence is not constant, i.e. it depends both on the α and M_R . Additionally, the

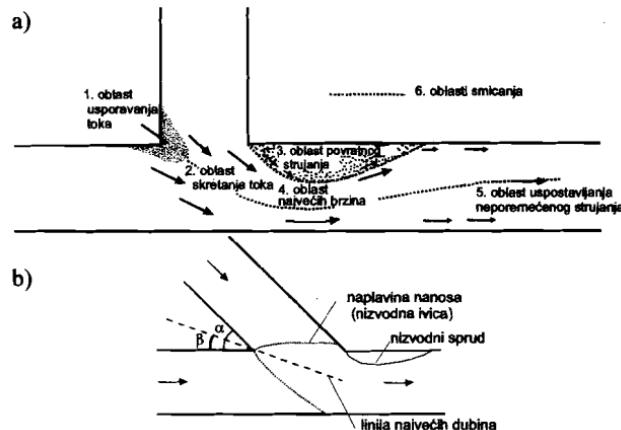
¹ Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu
Rad primljen septembra 2011.

magnitude of the inertia-force component acting in the main-river direction might be overestimated by 30% if calculated using the mean δ -angle value instead of integrating the corresponding momentum-flux component over the downstream tributary cross-section.

Key words: river confluence, discordant beds, three-dimensional numerical model

1. UVOD

Na rečnim ušćima se usled međudejstva sustičućih tokova sa jedne, i stalnog uzajamnog delovanja toka i rečnog dna, sa druge strane, javlja složeno strujanje. U slučaju vremenski osrednjjenog tečenja, ta složenost može se ispoljiti samo u jednoj (horizontalnoj) ravni kroz izraženu zakrivenost strujnica, izraženo smicanje između tokova i pojavu vrtloga sa vertikalnom osovinom ili, to može biti prostorno strujanje kod kojeg strujnice, osim toga što menjaju zakrivenost u horizontalnoj ravni, istovremeno poniru ka dnu ili izviru ka površini izazivajući mešanje i po širini i po dubini poprečnog preseka. Best je 1988. godine [5] uočio i izdvojio šest oblasti strujanja na prostoru hidrodinamičkog uticaja ušća. To su (slika 1a): 1) oblast usporavanja tokova u blizini uzvodnog temena ušća, 2) oblast skretanja sustičućih tokova, 3) oblast usporenog ili povratnog strujanja oivičena graničnom strujnicom koja ishodi iz nizvodnog temena ušća,



Slika 1. a) Osnovne oblasti strujanja i b) osnovni oblici dna prema Bestu [5]

4) oblast najvećih brzina, 5) oblast ponovnog uspostavljanja neporemećenog polja brzina i 6) dve oblasti smicanja od kojih se jedna nalazi između dva sustičuća toka, a druga između oblasti povratnog strujanja i vodene struje koja dolazi iz pritoke. Ovim oblastima je pridružio tri osnovna oblika dna (slika 1b): 1) naplavine nanosa (u oblasti skretanja tokova), 2) proluku u koju se spuštaju nizvodne kosine naplavina (u oblasti smicanja dva toka) i 3) sprud u nizvodnom koritu uz obalu na strani pritoke (u oblasti usporenog ili povratnog strujanja). Mera u kojoj će se

razviti navedenih šest oblasti strujanja i tri oblika dna i njihov položaj u rečnom koritu zavise od niza činilaca, kao što su, npr.: izgled ušća u osnovi (simetrično ili asimetrično), ugao uliva α , zakriviljenost trase korita (R/B), različita širina korita pritoke i reke (B_p/B_R), odnos protoka (D_R) ili sila inercije reke i pritoke (M_R), pojava izdignutog dna uzvodnih korita u odnosu na korito reke nizvodno od ušća itd.

Izučavanje oblika rečnog dna i činilaca koji utiču na njihov nastanak i njihovu veličinu pripada oblasti rečne morfologije, kao grane geomorfologije. Ova malobrojna i sporadična istraživanja uglavnom su bila vezana za rešavanje problema projektovanja podzemnih gasovoda i naftovoda ispod korita razuđenih vodotoka [1,32]. Znatno veća pažnja posvećena je izučavaju hidrodinamike rečnih ušća u uslovima nepokretnog dna, tj. razmatranju uticaja izabranih činilaca na strujnu sliku na ovim ušćima. Iako su terenska merenja još pre dvadeset pet godina pokazala da je na ušćima reka sa pokretnim dnom pojавa izdignutog dna korita jednog ili oba sustićuća vodotoka više pravilo nego izuzetak, preko 90% dosadašnjih istraživanja odnosi se na izučavanje hidraulike ušća bez izdignutog dna korita sastavnica [2-4, 20-24, 26-31, 35-44]. U ovim istraživanjima je, u širokom rasponu vrednosti Frudovog broja, razmatran uticaj samo dva činioca – ugla uliva α i odnosa protoka (D_R), odnosno sila inercije reke i pritoke (M_R). Značaj izdignutog dna, tj. stepena izdignu-

tosti dna korita sastavnice iznad dna nizvodnog korita ($\Delta z_p / h_n$), kao jednog od bitnih uticajnih činilaca, nije dovoljno i nije na odgovarajući način izučen. Ovim istraživanjima bavili su se Best i Roj [6], Bironova i ost. [7-10], Bredbrukova [13] i Bredbrukova i ost. [12, 14-16], i Godet i Roj [19]. Njihove rezultate, međutim, treba uzeti sa rezervom, jer se odnose na ušća kod kojih je vrednost odnosa širine kanala prema dubini toka mnogo manja od one koja se susreće u velikim aluvijalnim vodotocima – u laboratorijskim i numeričkim ogledima ova vrednost bila je manja od 2, dok je u rečnim koritima ona mnogo veća od 5.

Za razliku od Bredbrukove i ost. [12], koji su na ušću sa uglom uliva $\alpha=0^\circ$ posmatrali uticaj stepena izdignutosti dna pritoke $\Delta z_p / h_n$ pri različitim vrednostima odnosa brzina u reci i pritoci, cilj ovog rada je da se pomoću numeričkog modela prostornog tečenja detaljnije ispitaju uticajni činioci na asimetričnim ušćima ($\alpha>0^\circ$) kod kojih je $\Delta z_p / h_n = 0.50$. Izbor ove vrednosti $\Delta z_p / h_n$ zasnovan je na rezultatima terenskih merenja koja su pokazala da je na većini ušća sa izdignutim dnom pritoke vrednost ovog parametra oko 0.50 [9,11]. Lista do sada izučavanih činilaca na ušćima bez izdignutog dna (α i M_R) proširiće se na uticaje različite širine korita pritoke i reke uzvodno od ušća (B_p/B_R) i zakriviljenosti trase pritoke neposredno uzvodno od ušća (B_p/R_p). Ispitivanje će se ograničiti na uslove tečenja koji vladaju u velikim aluvijalnim

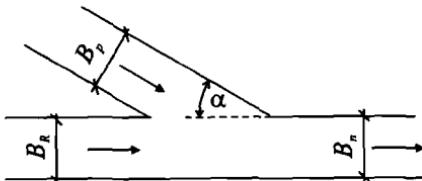
vodotocima – na mirno tečenje. Posmatrače se rasporedi: 1) uglova skretanja toka i 2) proticaja količine kretanja na ušću, jer su oni pokazatelji razmene količine kretanja između pritoke i reke od koje zavise prodiranje toka pritoke u korito reke i procesi mešanja u nizvodnom koritu, 3) pritiska, jer od njega zavise jačina sekundarnog strujanja u ravni i jačina prostornog tečenja, 4) intenziteta brzina i 5) kinetičke energije turbulentcije (KET) u poprečnim preseциma nizvodno od ušća i 6) rasporedi pokazatelja pokretanja vučenog i taloženja lebdećeg nanosa.

Nakon uvodnog dela, u tački 2 sledi pregled uticajnih činilaca na rečnim ušćima sa obrazloženjem izbora onih koji su razmatrani u ovom radu, a potom, u tački 3, opis matematičkog i numeričkog modela prostornog tečenja. U tački 4 se, zatim, daje uporedni prikaz rezultata za sve parametre i raspravlja o značaju pojedinačnih činilaca. Na kraju se izvode i sumiraju najbitniji zaključci i daju smernice projektantima za uređenje rečnih ušća i postavljanje ispusta.

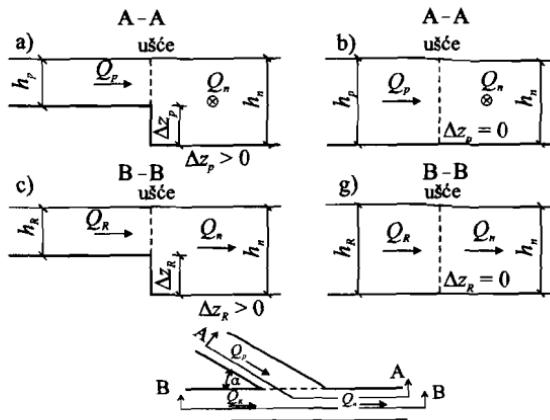
2. PREGLED I IZBOR UTICAJNIH ČINILACA

Činioci koji utiču na hidrodinamiku rečnih ušća mogu se podeliti na geometrijske i hidrauličke. U geometrijske se ubrajuju:

1. širine korita uzvodno i nizvodno od ušća: B_p , B_R , B_n (slika 2);

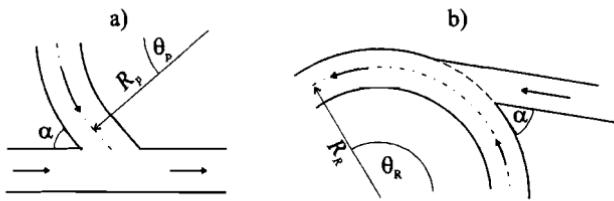


Slika 2. Shematski prikaz ušća – ugao uliva i širine koritâ



Slika 3. Shematski prikaz ušća u uslovima mirnog tečenja;

- a) dno pritoke izdignuto je iznad dna reke,
- b) kote dna pritoke i reke na ušću su jednake, c) korito reke uzvodno od ušća izdignuto je iznad dna nizvodnog korita i g) kota dna reke se na ušću ne menja



Slika 4. Shematski prikaz ušća – elementi zakrivljenosti trase; a) zakrivena trasa prtoke i b) zakrivena trasa reke

2. ugao uliva α (slika 2);
3. razlika kota dna korita na ušću: Δz_p i / ili Δz_R (slika 3);
4. zakrivljenost korita uzvodno/nizvodno od ušća: $1/R_p$, $1/R_R$ (slika 4);
5. centralni uglovi krivina: θ_p , θ_R (slika 4) i
6. nagibi dna korita: I_{dp} , I_{dR} , I_{dn} .

Hidraulički činioci su:

1. brzine ili protoci uzvodno i nizvodno od ušća: V_p , V_R , V_n , ili Q_p , Q_R , Q_n (slika 3) i
2. dubine vode uzvodno i nizvodno od ušća: h_p , h_R , h_n (slika 3).

Pored geometrijskih i hidrauličkih činilaca, na tečenje na ušćima utiču još i ubrzanje zemljine teže g i fizičke osobine vode – njena gustina ρ i viskoznost izražena

preko kinematičkog koeficijenta viskoznosti v , uz napomenu da se viskoznost izostavlja iz razmatranja zato što je tečenje na ušćima izrazito turbulentno.

Imajući sve ovo u vidu, promena neke veličine, kao što je npr. ugao skretanja toka, najveća vrednost brzine, najveća ili najmanja vrednost pritiska, ili pak najveća vrednost tangencijalnog napona nizvodno od ušća, može se prikazati funkcijom:

$$F_1(\Omega_i, B_p, B_R, B_n, \alpha, h_p, h_R, h_n, \Delta z_p, \Delta z_R, R_p, R_R, \\ \theta_p, \theta_R, I_{dp}, I_{dR}, I_{dn}, Q_p, Q_R, Q_n, g, \rho) = 0 \quad (1)$$

gde je (Ω_i) opšta označka za neku od prethodno pomenutih veličina. Izborom sledećih osnovnih veličina: dubine h_n , kao predstavnika dužine, gustine ρ , kao predstavnika mase i protoka Q_n , kao predstavnika vremena, dobija se veza između ispitivane veličine i geometrijskih i hidrauličkih činilaca:

$$\frac{\Omega_i}{h_n^a \rho^b Q_n^c} = F_2\left(\frac{B_p}{h_n}, \frac{B_R}{h_n}, \frac{B_n}{h_n}, \alpha, \frac{h_p}{h_n}, \frac{h_R}{h_n}, \frac{\Delta z_p}{h_n}, \frac{\Delta z_R}{h_n}, \right. \\ \left. \frac{R_p}{h_n}, \frac{R_R}{h_n}, \theta_p, \theta_R, I_{dp}, I_{dR}, I_{dn}, \right. \\ \left. \frac{Q_p}{Q_n}, \frac{Q_R}{Q_n}, \text{Fr}_n \right) \quad (2)$$

Vrednosti izložilaca a , b i c u mernom broju za razmatranu veličinu Ω_i , zavise od dimenzija te veličine. Kombinovanjem bezdimenzionalnih brojeva i uvođenjem sledećih oznaka: $D_R = Q_R / Q_p$ i $M_R = (\rho Q_R^2 / A_R) / (\rho Q_p^2 / A_p)$, broj argumenata u izrazu (2) može se dodatno smanjiti. Ako se, uz to, uzme u obzir da se na asimetrični ušćima širina korita reke nizvodno od ušća ne menja (ili vrlo malo menja), $B_R \approx B_n$, i ako se posmatra pojednostavljen slučaj u kojem sva korita imaju horizontalno dno ($I_{dr} = I_{dp} = I_{dn} = 0$), dobija se sledeća veza:

$$\frac{\Omega_i}{h_n^a \rho^b Q_n^c} = F_3\left(\frac{B_p}{B_R}, \alpha, \frac{h_p}{h_n}, \frac{h_R}{h_n}, \frac{\Delta z_p}{h_p}, \frac{\Delta z_R}{h_R}, \frac{R_p}{B_p}, \frac{R_R}{B_R}, \theta_p, \theta_R, D_R, M_R, Fr_n\right) \quad (3)$$

Ušća kod kojih su kote dna svih kanala jednake ($\Delta z_p = \Delta z_R = 0$ i $h_r / h_n = h_p / h_n$) su, kao što je rečeno u uводу, dobro pokrivena u pogledu ispitivanog raspona uglova uliva, $\alpha \in (15^\circ, 135^\circ)$, vrednosti Frudovog broja, $Fr \in (0.1, 1.0)$ i odnosa sila inercije pritoke i reke. Kod ušća sa izdignutim dnom pritoke ($\Delta z_p > 0$, $\Delta z_R = 0$, $h_r / h_n \neq h_p / h_n$) ispitani su uticaji samo dva parametra: odnos dubina (h_p / h_n) ili stepen izdignutosti pritoke ($\Delta z_p / h_n$) i odnos brzina, odnosno protoka (D_R) u pritoci i reci i to samo pri uglu uliva od 0° . Pošto je

vrednost odnosa B/h tokom ovih ispitivanja bila oko 2, postojeće rezultate treba uzeti sa rezervom. Stoga je, kao što je rečeno, odlučeno da se u ovom radu razmatranja prošire na asimetrična ušća ($\alpha > 0^\circ$) širokih pravougaonih korita ($B/h > 5$) kod kojih je stepen izdignutosti dna pritoke iznad dna reke $\Delta z_p / h_n = 0.5$. Razmatranja će se ograničiti samo na uslove tečenja koji vladaju u velikim aluvijalnim vodotocima, tj. na tečenje u mirnom režimu, sa vrednostima Frudovog broja $Fr < 0.3$. Lista do sada izučavanih parametara (α , M_R , D_R , Fr , h_p / h_n , $\Delta z_p / h_p$) proširiće se uvođenjem u razmatranje zakrivenosti trase pritoke (R_p / B_p) i nejednakih širina korita pritoke i reke (B_p / B_R).

Posmatraće se po tri vrednosti ugla uliva $\alpha = \{30^\circ, 60^\circ, 90^\circ\}$, odnosa širina korita pritoke i reke $B_p / B_R = \{1.00, 0.75, 0.50\}$ i odnosa silâ inercije reke (uzvodno od ušća) i pritoke $M_R = \{0.5, 1.0, 2.0\}$. Kada je $M_R = 0.5$, uticaj pritoke veći je od uticaja reke uzvodno od ušća, pri $M_R = 1.0$, uticaji su uravnoteženi, a pri $M_R = 2.0$, reka uzvodno od ušća nadvladava uticaj pritoke. Pri vrednostima M_R većim od 2, uticaj pritoke postaje zanemarljiv. Kada je $M_R \leq 1.0$, osnovne pretpostavke na kojima se zasniva primenjeni model prostornog tečenja narušavaju se ukoliko je vrednost odnosa $B_p / B_R < 0.5$, tako da ovim radom nisu obuhvaćena ušća manjih reka u velike, aluvijalne vodotoke. Izbor vrednosti poslednjeg parametra R_p / B_p , kojim je određena zakrivenost trase pritoke, zasnovan je na analizi satelitskih snimaka ušća svih većih reka u

Srbiji (tabela 1). Odmah se uočava da postoje dve karakteristične vrednosti – jedna oko 4.5 i druga, oko 16.

Tabela 1. Zakrivljenost trasa pritokâ na ušćima većih reka u Srbiji

Reka	Pritoka	$R_p/B_p [/]$	$\theta_p [^\circ]$
Dunav	Drava	17.4	35
Sava	rukavac reke Dunav	4.7	90
Dunav	V.Morava	3.95	90
Sava	Drina	16.6	45
Sava	Kolubara	14.75	90

Stoga je odlučeno da se uticaj uzvodne zakrivljenosti na tečenje na ušću ispita za vrednosti odnosa $R_p/B_p = \{\infty, 15, 5\}$, gde vrednost $R_p/B_p = \infty$ odgovara graničnom slučaju u kojem je trasa priske pravolinijska. Na većini ušća vrednost centralnog ugla krivine je 90° tako da će se razmatrati samo kružne krivine sa ovom vrednošću ugla θ_p .

3. MATEMATIČKO I NUMERIČKO MODELIRANJE PROSTORNOG TEĆENJA

Za proračun prostornog ustaljenog tečenja na ušćima sa izdignutim dnem priske primjeni je matematički model vremenski osrednjeg prostornog tečenja kojeg čine jednačina održanja mase, Rejnoldsove jednačine [25] i jednačine za modeliranje napona turbulencije. Naponi turbulencije se modeliraju Businekovim modelom kod kojeg se koeficijent turbulentne viskoznosti (v_t) povezuje sa kinetičkom energijom turbulencije – KET-e (k) i brzinom njenog rasipanja (ϵ) pomoću izraza $v_t = c_\mu k^2/\epsilon$, gde je c_μ parametar modela. Ovo su tzv. $k-\epsilon$ modeli turbulencije. Njih ima više vrsta, a u ovom radu je primjenjen RNG $k-\epsilon$ model, koji se od ostalih modela razlikuje ne samo prema vrednostima parametara modela, već i po tome što u jednačini kojom se opisuje transport veličine ϵ ima dodatni član. Ovim članom se uzima u obzir povećanje rasipanja KET-e u tokovima ili delovima toka gde postoje veliki naponi smicanja odnosno, velike brzine deformacija, kao što je slučaj na rečnim ušćima. Dodatni član (u engleskoj literaturi se naziva „linear ReNormalisation Group“) sa smanjenjem napona smicanja teži nuli, tako da u delovima toka gde je smicanje zanemarljivo ili ga nema, važi standardni oblik ϵ -jednačine. Vrednosti parametara RNG $k-\epsilon$ modela su: $c_\mu = 0.0845$, $C_{\epsilon 1} = 1.42$, $C_{\epsilon 2} = 1.68$, $\sigma_k = 0.72$ i $\sigma_\epsilon = 0.72$.

Jednačine matematičkog modela numerički su rešavane pomoću modela SSIIM2 [33, 34]. Ovaj model za rešavanje jednačina koristi poluimplicitnu metodu konačnih zapremina i ne pruža mogućnost za određivanje položaja slobodne površine tokom proračuna – površinu vode predstavlja u vidu „krutog poklopca“. Budući da se u radu razmatra samo mirno tečenje sa $Fr < 0.3$ (tabela 2), ovakav način predstavljanja površine vode je prihvatljiv.

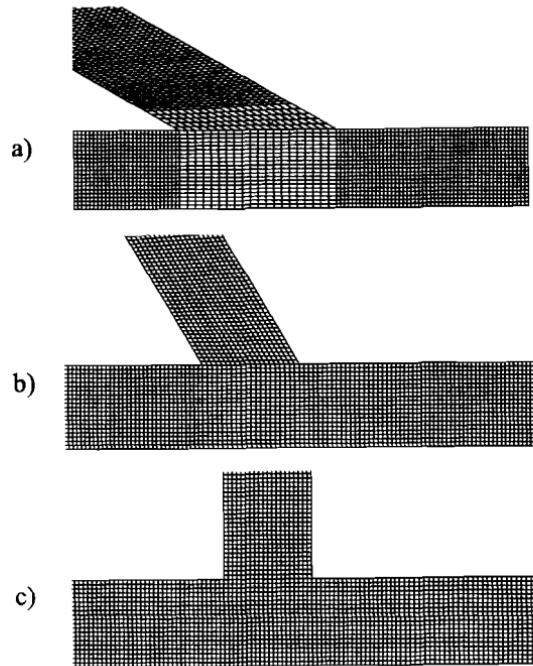
Granični uslovi u modelu SSIIM2 zadaju se na sledeći način. Na površinama kroz koje voda ulazi u oblast strujanja zadaju se vrednosti protoka. Vrednosti KET-e i brzine njenog rasipanja u uzvodnim preseцима određuju se na osnovu rasporeda koeficijenta turbulentne viskoznosti po dubini toka, koji je definisao Nas [33], prepostavke o ravnoteži između proizvodnje i rasipanja KET-e u blizini čvrste granice i prepostavke o linearnoj promeni KET-e po dubini toka (od vrednosti $k = \tau_0 / (\rho \sqrt{c_\mu})$ na dnu, do polovine te vrednosti na površini vode). Na površinama kroz koje voda izlazi iz razmatrane oblasti strujanja granični uslov zadaje se u vidu nule prvih izvoda zavisno promenljivih. Isti uslov se koristi i na površini vode za ϵ i komponente brzine u horizontalnoj ravni, dok se vrednost vertikane brzine određuje iz uslova da protok kroz ovu površinu bude jednak nuli. Duž čvrstih granica sve zavisno promenljive određuju se korišćenjem zakona zida [33].

3.1 Uslovi pod kojima su izvedeni numerički ogledi

Numerički ogledi su sprovedeni na ušću dva horizontalna kanala pravougaonog poprečnog preseka. Uticaj parametara α , M_R i R_p/B_p ispitana je na ušćima kanala jednakih širina, dok je uticaj nejednakih širina korita pritoke i reke, pri različitim vrednostima parametra M_R , ispitana samo na ušću sa uglom uliva od 60° . Širine kanala i hidraulički parametri za sve oglede dati su u tabeli 2.

Model SSIIM2 prethodno je proveren pomoću rezultata merenja iz tri laboratorijska ogleda i terenskih merenja na ušću reke Save u Dunav [18]. S obzirom na to da se u modelu SSIIM2 pretpostavlja da su poprečna i vertikalna komponenta brzine na površinama kroz koje voda ulazi u razmatranu oblast strujanja jednakе nuli, uzvodni preseci u reci i pritoci su postavljeni na rastojanju od po $10B$ ($= 1$ km) od ušća, kako bi se do ušća razvio turbulentni tok. Nizvodno od ušća, oblast strujanja obuhvatila je korito reke u dužini od $10B$ ($= 1$ km). Granata oblast prekrivena je prostornom dvodelnom mrežom kod koje je jedan blok obuhvatio korito reke uzvodno i nizvodno od ušća (blok 1), a drugi, korito pritoke (blok 2). Svaki blok predstavlja jednu strukturiranu mrežu (objašnjenje videti u [18]), s tim što je blok 1 struktuirana ortogonalna, a blok 2 struktuirana neortogonalna mreža (slika 5). Osetljivost rezultata na gustinu računske mreže ispitana je na ušćima kanala jednakih širina poređenjem rezultata proračuna za

šest mreža: $211 \times 11 \times 11 + 91 \times 11 \times 6$, $421 \times 21 \times 11 + 191 \times 21 \times 6$, $841 \times 41 \times 11 + 391 \times 41 \times 6$, $21 \times 21 \times 21 + 191 \times 21 \times 11$, $841 \times 41 \times 21 + 391 \times 41 \times 11$, gde prvi „sabirak“ prikazuje broj kontrolnih zapremina (KZ) u bloku 1, a drugi njihov broj u bloku 2. Pri ispisivanju veličina bloka mreže prvi broj predstavlja broj KZ u pravcu glavnog toka, drugi – broj KZ u pravcu upravnom na pravac glavnog toka, a treći – broj slojeva po dubini toka. Pregledom i poređenjem rezultata utvrđeno je da se u rešenjima dobijenim korišćenjem mreža sa $\Delta x < B/20$, $\Delta y < B/20$ i $\Delta z < H/10$ javljaju intenzivne oscilacije koje se ispoljavaju kroz usitnjavanje vrtloga sekundarnog strujanja i umnožavanje jezgara sa intenzitetima brzina suprotnog znaka na rasporedima intenziteta brzina u poprečnim i horizontalnim preseцима. Mreža veličine $421 \times 21 \times 11 + 191 \times 21 \times 6$ je najsitnija mreža



Slika 5. Detalji računskih mreža u blizini ušća pravolinijskih kanala ($R_p/B_p = \infty$) jednakih širina ($B_p/B_R = 1.0$) sa uglom uliva: a) $\alpha=30^\circ$, b) $\alpha=60^\circ$ i c) $\alpha=90^\circ$. Zbog ograničenog prostora, ne prikazuju se detalji ostalih mreža.

koja je dala rešenja bez pomenutih parazitskih uticaja, tako da se sva naredna razmatranja na ušćima korita jednakih širina odnose na rezultate proračuna dobijene korišćenjem ove računske mreže. Na ušćima pritoka sa koritom užim od korita reke, broj KZ u pravcu upravnog na pravac toka u bloku 2 smanjuje se na 16 (za $B_p/B_R = 0.75$), odnosno na 11 (za $B_p/B_R = 0.50$).

U uzvodnim preseцима zadavani su protoci, a u nizvodnom preseku dubine iz tabele 2. Rapavost dna pritoke i reke odgovara peščanoj rapavosti od 1 mm.

4. ISPITIVANJE UTICAJA IZABRANIH ČINILACA

Značaj četiri izabrana parametra utvrđiće se na osnovu uporednih prikaza rasporeda: 1) uglova skretanja toka i 2) proticaja količine kretanja na ušću, 3) pritiska, 4) intenziteta brzina i 5) kinetičke energije turbulencije u poprečnim preseциma nizvodno od ušća i 6) pokazatelja pokretanja vučenog i taloženja lebdećeg nanosa. Zbog ograničenog prostora, prikazaće se samo rezultati koji najslikovitije pokazuju uticaj ovih činilaca. Rezultati za sve kombinacije vrednosti parametara mogu se naći u [18]. Na svim uporednim prikazima dva parametra će, radi lakšeg praćenja, uvek imati konstantnu vrednost.

Tabela 2. Podaci za sve hidrauličke proračune

vodotok	B	h	Q	V	h_p/h_R	Re	Fr	D_R	M_R
	[m]	[m]	[m ³ /s]	[m/s]	[/]	[/]	[/]	[/]	[/]
pritoka	100°	2.5	100	0.40	0.5	10^6	0.08	1.0	0.50
			70	0.28		$7 \cdot 10^5$	0.06	0.7	1.02
			50	0.20		$5 \cdot 10^5$	0.04	0.5	2.00
reka uzv. od ušća	100	5.0	100	0.20	-	10^6	0.03	-	-
reka nizv. od ušća	100	5.0	200	0.40		$2 \cdot 10^6$	0.06	-	-
			170	0.34		$1.7 \cdot 10^6$	0.05	-	-
			150	0.30		$1.5 \cdot 10^6$	0.04	-	-

* Podaci iz ovog dela tabele važe za sve vrednosti parametra R_p/B_p .

Tabela 2. Podaci za sve hidrauličke proračune (nastavak)

vodotok	B	h	Q	V	h_p/h_R	Re	Fr	D_R	M_R
	[m]	[m]	[m ³ /s]	[m/s]	[/]	[/]	[/]	[/]	[/]
pritoka	75°	2.5	87	0.46	0.5	$1.16 \cdot 10^6$	0.09	0.87	0.50
			61	0.32		$8 \cdot 10 \cdot 10^5$	0.07	0.61	1.02
			43	0.23		$5.70 \cdot 10^5$	0.05	0.43	2.02
reka uzv. od ušća	100	5.0	100	0.20	-	10^6	0.03	-	-
reka nizv. od ušća	100	5.0	187	0.37		$9.35 \cdot 10^5$	0.05	-	-
			161	0.32		$8.05 \cdot 10^5$	0.05	-	-
			143	0.29		$1.43 \cdot 10^6$	0.04	-	-

* Ovi ogledi su sprovedeni na ušću sa uglom uliva od 60°.

Tabela 2. Podaci za sve hidrauličke proračune (nastavak)

vodotok	<i>B</i>	<i>h</i>	<i>Q</i>	<i>V</i>	<i>h_p</i> / <i>h_R</i>	Re	Fr	<i>D_R</i>	<i>M_R</i>
	[m]	[m]	[m ³ /s]	[m/s]	[/]	[/]	[/]	[/]	[/]
pritoka	50*	2.5	70	0.56		$1.40 \cdot 10^6$	0.11	0.70	0.51
			50	0.40		10^6	0.08	0.50	1.00
			35	0.28		$7.00 \cdot 10^5$	0.05	0.35	2.04
reka uzv. od ušća	100	5.0	100	0.20	0.5	10^6	0.03	-	-
reka nizv. od ušća	100	5.0	170	0.34		$1.70 \cdot 10^6$	0.05	-	-
			150	0.30		$1.50 \cdot 10^6$	0.04	-	-
			135	0.27		$1.35 \cdot 10^6$	0.04	-	-

* Ovi ogledi su sprovedeni na ušću sa uglom uliva od 60° .

4.1 Rasporedi uglova skretanja toka na ušću

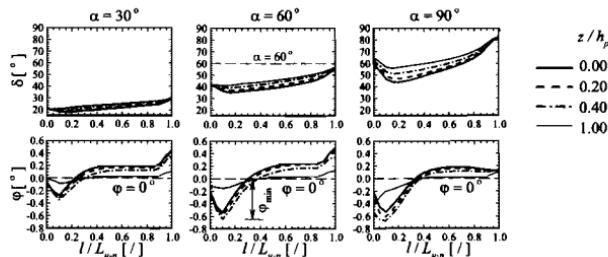
Skretanje toka na ušću može se posmatrati u horizontalnoj i vertikalnoj ravni. Mera skretanja toka u horizontalnoj ravni je ugao $\delta = \text{arc tg } (v/u)$, a u vertikalnoj, ugao $\varphi = \text{arc tg } (w / \sqrt{u^2 + v^2})$. Što je odstupanje ugla δ od ugla uliva manje, tok priskeće dublje u korito reke, potiskujući reku ka naspramnoj obali. S druge strane, što je vrednost ugla φ veća, prostorno tečenje je izraženije.

Slika 6 prikazuje uticaj ugla uliva na rasporede uglova skretanja toka duž linija koje spajaju uzvodno i nizvodno

teme ušća (dakle, po širini nizvodnog preseka priskeće) za $M_R = 2.00$. Vidi se da se oba ugla (δ i φ) menjaju i po širini i po dubini nizvodnog preseka priskeće nezavisno od vrednosti ugla uliva.

Skretanje strujnica iz priskeće pod uticajem toka reke povećava se sa povećanjem ugla uliva, a rasporedi ugla δ postaju sve neravnomerniji. Tako od približno linearnih za $\alpha = 30^\circ$, prelaze u približno parabolične za $\alpha = 90^\circ$. Posmatrajući promene po dubini, vidi se da su u gornjim slojevima toka odstupanja ugla δ od ugla uliva najmanja.

Ugao φ menja znak po širini preseka – u blizini uzvodnog temena je negativan (strujnice skreću ka dnu), a duž najvećeg dela linije ušća je pozitivan (strujnice skreću ka površini vode). Najveće vrednosti ugla beleže se

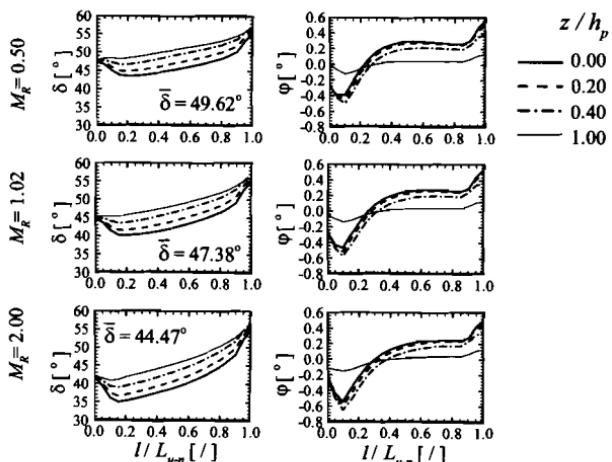


Slika 6. Uticaj ugla uliva na rasporede uglova skretanja toka δ i φ u nizvodnom preseku priskeće pri $M_R = 2.00$.

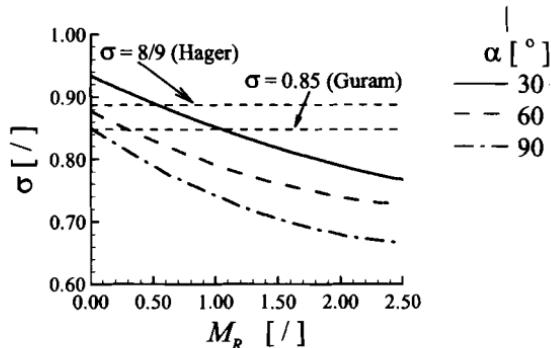
Apsolutno najveća vrednost ugla φ (na slici označena sa φ_{\min}) beleži se na $z/h = 0.40$.

na $0.4h$. Sa povećanjem ugla uliva, mesto na kojem ugao φ menja znak pomera se nizvodno, a rasporedi postaju sve neravnomerniji, što se zapaža po skraćenju dela linije na kojem ugao φ ima približno istu vrednost.

Uticaj parametra M_R na rasporede uglova δ i φ na ušću sa uglom uliva $\alpha = 60^\circ$ prikazan je na slici 7. Zapaža se da je efekat povećanja uticaja reke, odnosno porasta vrednosti M_R sličan efektu porasta ugla uliva α (slika 6).



Slika 7. Uticaj odnosa sila inercije reke i pritoke (M_R) na rasporede uglova skretanja toka δ i φ u nizvodnom preseku pritoke za $\alpha = 60^\circ$



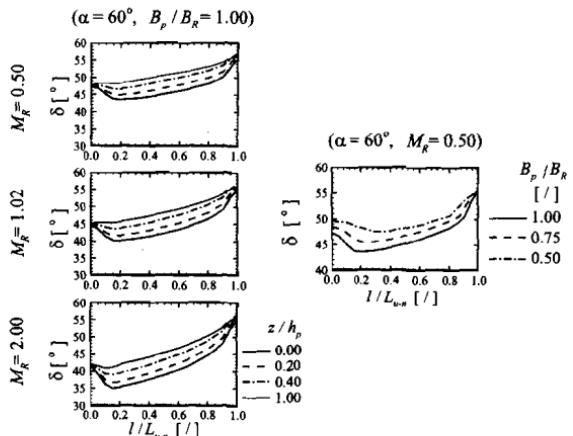
Slika 8. Uticaj parametara M_R i α na koeficijent neravnomernosti rasporeda ugla δ u nizvodnom preseku pritoke

To znači da se povećava skretanje strujica iz pritoke pod uticajem toka reke, zbog čega rasporedi ugla δ postaju sve neravnomerniji, a srednja vrednost u poprečnom preseku $\bar{\delta}$ se smanjuje. Neravnomernost rasporeda uglova δ i φ lepo uočava na aksonometrijskom prikazu brzina u nizvodnom preseku pritoke (slika 13e). Na njemu se vidi da je na ušćima sa izdignutim dnem prostorno tečenje ograničeno na donje delove toka, a da je tečenje u gornjim slojevima približno ravansko.

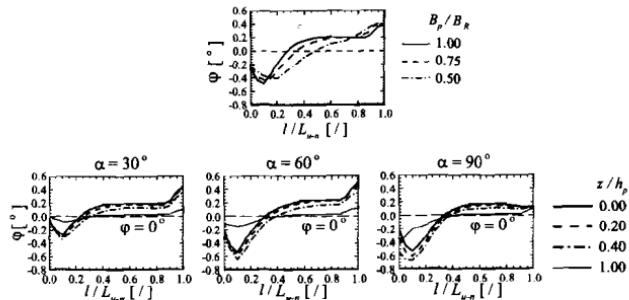
U modelima liniskog tečenja uticaj pritoke u dinamičkoj jednačini se obračunava preko srednje vrednosti ugla δ ,

koja se računa kao proizvod koeficijenta neravnomernosti rasporeda ovog ugla (σ) i ugla uliva α . Pošto se za dato α , srednja vrednost ugla δ smanjuje sa povećanjem vrednosti parametra M_R (slika 7), sledi da vrednost koeficijenta σ nije konstantna kao što su prepostavili Hager i Guram. Štaviše, za dato M_R njegova vrednost se smanjuje sa porastom ugla uliva (slika 8).

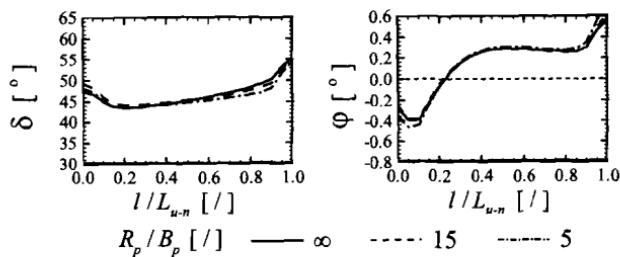
Posledice suženja korita na ugao skretanja toka δ za dato α i dato M_R , slične su onima koje nastaju pri pove-



Slika 9. Uticaj parametra B_p / B_R na rasporede ugla δ na uscu sa uglom uliva $\alpha = 60^\circ$. Sužavanjem korita pritoke rasporedi ugla δ postaju sve ravnomerniji, a odsupanje od ugla uliva se smanjuje.



Slika 10. Uticaj parametra B_p / B_R na rasporede ugla ϕ na uscu sa uglom uliva $\alpha = 60^\circ$. Suženjem korita pritoke mesto na kojem ugao ϕ menja znak pomera se nizvodno, a raspored postaje sve neravnomerniji.



Slika 11. Uticaj parametra R_p / B_p na rasporede uglova skretanja toka δ i ϕ u nizvodnom preseku pritoke za $\alpha = 60^\circ$

čanju uticaja reke, odnosno povećanju vrednosti odnosa sila inercije reke i pritoke za dato α i datu vrednost odnosa širina korita pritoke i reke (slika 9). Što se tiče ugla ϕ , uticaj suženja korita pritoke sličan je uticaju povećanja ugla uliva, s tim što se mesto na kojem ugao ϕ menja znak pomera ka sredini poprečnog preseka (slika 10).

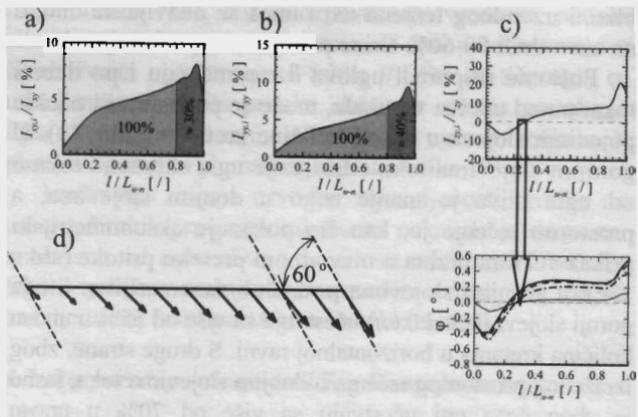
Ispitivanje uticaja uzvodne zakriviljenosti pritoke na ušćima širokih pravougaonih korita pokazalo je da je on, nezavisno od ugla uliva i vrednosti odnosa sila inercije reke i pritoke, praktično zanemarljiv (slika 11), pa se nadalje uticaj ovog parametra neće razmatrati.

4.2 Rasporedi proticaja količine kretanja na ušću

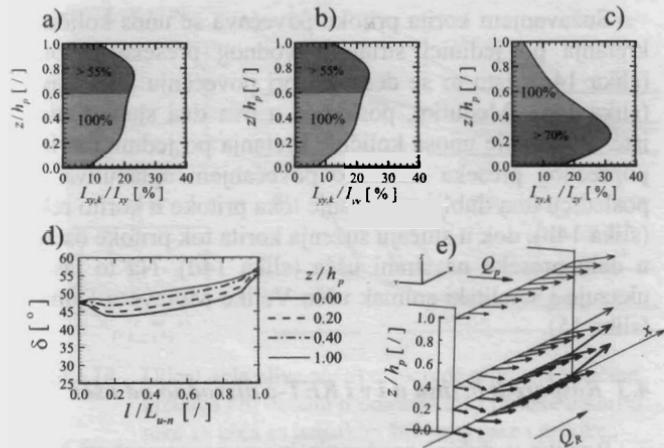
Zbog neravnomernog rasporeda uglova δ i ϕ i neravnomernog rasporeda intenziteta brzine, ni unos količine kretanja iz pritoke u reku u nizvodnom preseku nije ravnomerno raspoređen. Slika 12 prikazuje učešće vertikalne u unosu sve tri komponente količine kretanja. Površine ispod dijagrama odgovaraju ukupnoj vrednosti odgovarajuće komponente sile inercije. Zbog činjenice da su odstupanja ugla δ od ugla uliva α u blizini nizvodnog temena ušća najmanja i da se tu intenziteti brzine najveći (slika 12d), nizvodne vertikale učestvuju sa 30%, odnosno 40% u unosu količina kretanja u horizontalnoj ravni. Kada je reč o rasporedu komponente količine kretanja mw , vidi se da on prati raspored ugla skretanja toka ϕ (slika 12e) – u

blizini uzvodnog temena ušća unos se obavlja ka dnu, a na nizvodnih 50-60% širine preseka, ka površini vode.

Pošto se rasporedi uglova δ i ϕ menjaju i po dubini toka, pored učešća vertikalne, može se posmatrati i učešće pojedinih slojeva u unosu količine kretanja (slika 13). U gornjim slojevima toka odstupanje ugla skretanja toka δ od ugla uliva je manje nego u donjim slojevima, a prostorno tečenje je, kao što pokazuje aksonometrijski prikaz vektora brzina u nizvodnom preseku pritoke (slika 13e), u gornjim slojevima praktično zanemarljivo. Stoga gornji slojevi (iznad 0.6h) učestvuju sa više od 55% u unosu količina kretanja u horizontalnoj ravni. S druge strane, zbog izraženog prostornog tečenja u donjim slojevima toka, jasno je zbog čega oni učestvuju sa više od 70% u unosu komponente količine kretanja u vertikalnoj ravni. Dakle, može se zaključiti da se najveći unos količine kretanja u horizontalnoj ravni obavlja u blizini nizvodnog



Slika 12. a-c) Rasporedi proticaja komponenti količine kretanja po širini nizvodnog preseka pritoke ($\alpha = 60^\circ$, $M_R = 0.50$), d) projekcija vektora brzine u nizvodnom preseku na horizontalnu ravan i e) rasporedi ugla φ



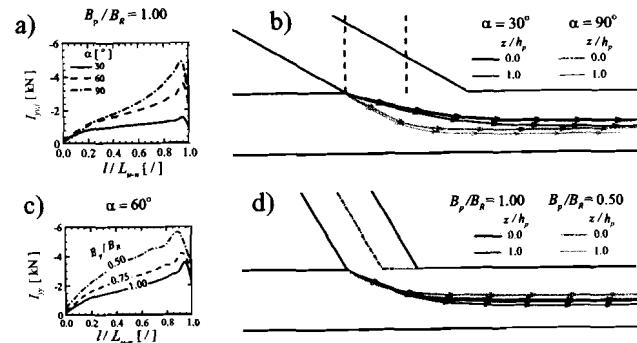
Slika 13. a-c) Rasporedi proticaja komponenti količine kretanja po dubini nizvodnog preseka pritoke ($\alpha = 60^\circ$, $M_R = 0.50$), d) rasporedi ugla δ , e) vektori brzine u nizvodnom preseku pritoke

temena ušća kroz gornje slojeve toka, a da se najveći unos u vertikalnoj ravni obavlja takođe u blizini nizvodnog temena ušća, ali, ovoga puta, kroz donje slojeve toka. Ovde bi još trebalo naglasiti da je, u zavisnosti od ugla uliva, komponenta sile inercije pritoke koja deluje u pravcu osovine reke, a koja se u modelima linijskog tečenja obračunava pomoću srednje vrednosti ugla δ ($\bar{\delta}$), potcenjena i do 30%.

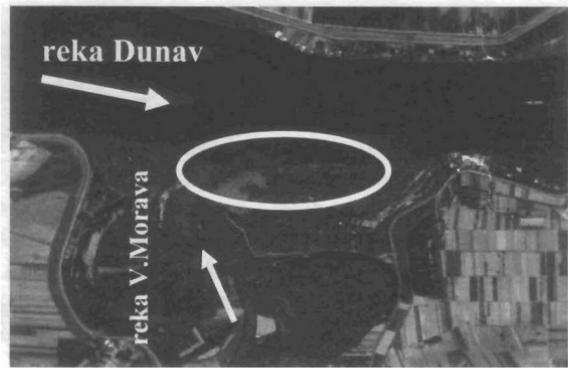
Sužavanjem korita pritoke povećava se unos količine kretanja po jedinici širine nizvodnog preseka pritoke (slika 14c). Isto to se dešava i pri povećanju ugla uliva (slika 14a). Međutim, posledice u ova dva slučaja nisu iste. Povećanje unosa količine kretanja po jedinici širine poprečnog preseka izazvano povećanjem ugla uliva za posledicu ima dublje prodiranje toka pritoke u korito reke (slika 14b), dok u slučaju suženja korita tok pritoke ostaje u delu preseka na strani ušća (slika 14d). Na to jasno ukazuju i satelitski snimak ušća Velike Morave u Dunav (slika 15).

4.3 Rasporedi brzina u i v i KET-e nizvodno od ušća

Razlike u dubini prodiranja mogu se posmatrati i na rasporedima podužne (u/U_0) i poprečne (v/U_0) komponente brzine nizvodno od ušća (slika 16). Gornja dva reda pokazuju uticaj ugla uliva, a donja dva reda, uticaj suženja korita pritoke. Sa povećanjem ugla uliva jezgro najvećih brzina (u/U_0) prodire dublje ka dnu i pomera se



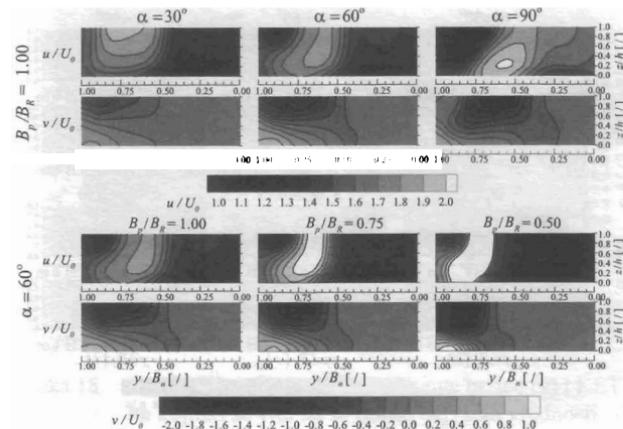
Slika 14. Uticaj ugla uliva na: a) rasporede proticaja količine kretanja i b) dubinu prodiranja toka pritoke u korito reke za ušća sa jednakim širinama reke i pritoke; uticaj nejednakih širina reke i pritoke na: c) rasporede proticaja količine kretanja i b) dubinu prodiranja toka pritoke u korito reke za ušća sa uglom uliva $\alpha=60^\circ$ ($M_R=0.50$)



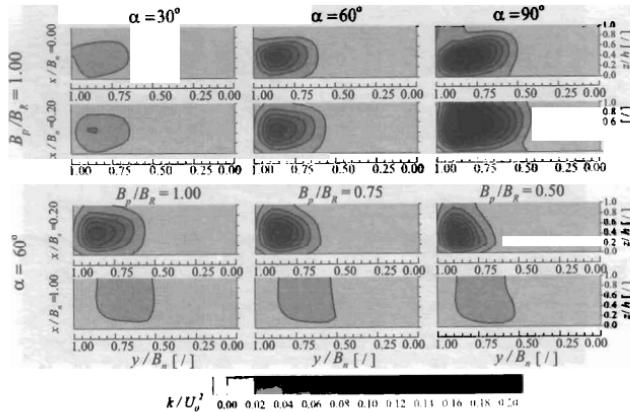
Slika 15. Satelitski snimak ušća reke Velike Morave u reku Dunav [Google 2005].

ka suprotnoj obali. S druge strane, sužavanjem korita pritoke povećavaju se vrednosti najvećih brzina, ali jezgro ostaje na strani pritoke, tako da obala na strani ušća postaje ugrožena od eventualnog podlokavanja. Razlike u dubini prodiranja su još uočljivije na rasporedima poprečne komponente brzine (v/U_0).

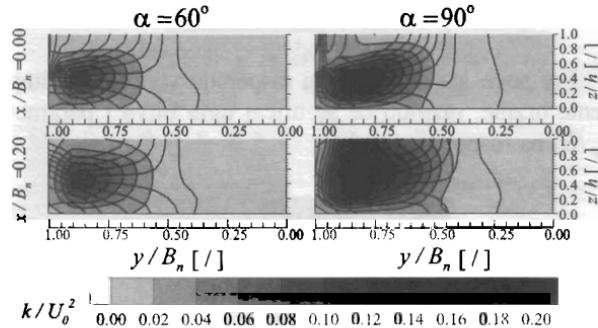
Sa povećanjem ugla uliva povećavaju se gradijenți brzina u poprečnom preseku, a to znači i vrednosti kinetičke energije turbulentcije (slika 17). Preklapanjem rasporeda brzine i KET-e može se zaključiti da se oblast najvećih vrednosti KET-e poklapa sa delovima toka u kojima su gradijenți ove komponente brzine najveći. Na



Slika 16. Uticaj ugla uliva i odnosa širina pritoke i reke na rasporedne komponente brzine u horizontalnoj ravni (u i v) za $M_R=0.50$. Normalizacija je obavljena pomoću brzine $U_0 = Q_n/(A_R + A_p)$ [1]



Slika 17. Uticaj ugla uliva i odnosa širina prtoke i reke na rasporede KET-e za $M_R=0.50$. Normalizacija je obavljena pomoću brzine $U_0 = Q_n/(A_R+A_p)$ [1]



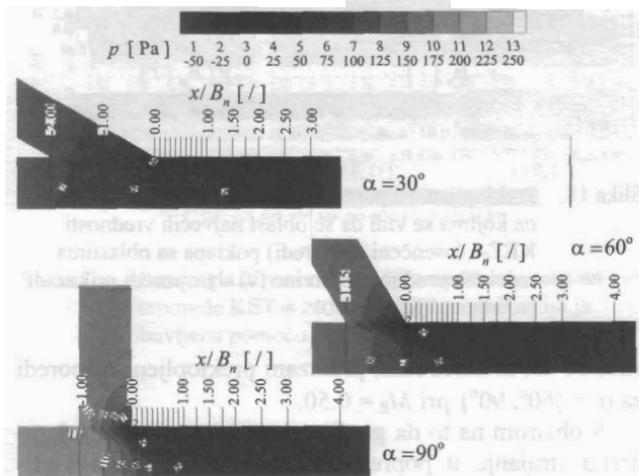
Slika 18. Preklopjeni rasporedi komponente brzine (v) i KET-e na kojima se vidi da se oblast najvećih vrednosti KET-e (osenčeni rasporedi) poklapa sa oblastima najvećih gradijenata brzine (v) – rasporedi prikazani izotahama ($M_R = 0.50$)

slici 18 su, primera radi, prikazani preklopjeni rasporedi za $\alpha = \{60^\circ, 90^\circ\}$ pri $M_R = 0.50$.

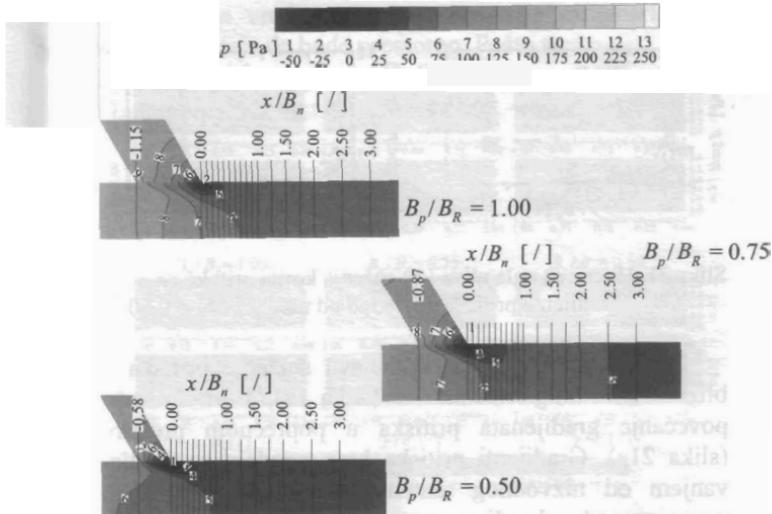
S obzirom na to da gradijenti pritiska utiču na sekundarno strujanje u poprečnom preseku, rasporedi vertikalne komponente brzine (w) posmatraće se odvojeno od rasporeda komponenata brzine u horizontalnoj ravni.

4.4 Rasporedi pritiska i brzine w

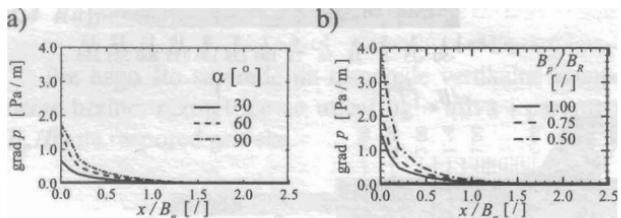
Pre nego što se pređe na rasporede vertikalne komponente brzine, razmotriće se uticaj ugla uliva i parametra B_p/B_R na raspored pritiska.



Slika 19. Uticaj ugla uliva na raspored pritiska pri $M_R = 0.50$



Slika 20. Uticaj suženja korita pritoke na raspored pritiska za $\alpha=60^\circ$ pri $M_R = 0.50$

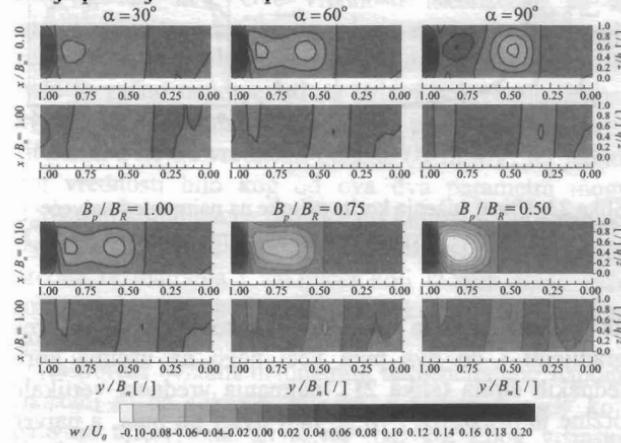


Slika 21. Uticaj: a) ugla uliva i b) suženja korita pritoke na gradijente pritiska nizvodno od ušća pri $M_R = 0.50$

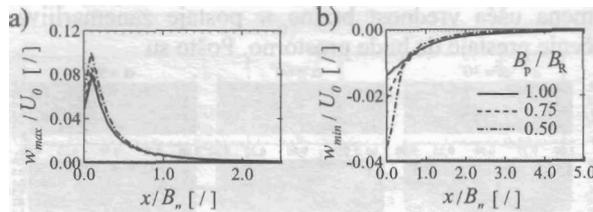
Povećanje ugla uliva uslovjava sniženje pritiska u blizini nizvodnog temena ušća (slika 19), a samim tim i povećanje gradijenata pritiska u poprečnom preseku (slika 21a). Gradijenti pritiska brzo opadaju sa udaljavanjem od nizvodnog temena ušća, i već na $2.5B$, nezavisno od ugla uliva, postaju praktično zanemarljivi. Na ušćima sa manjim uglom uliva vrednosti gradijenata su manje.

Uticaj suženja korita sličan je uticaju povećanja ugla uliva (slika 20). Veće suženje izaziva veće gradijente pritiska (slika 21b), a veći gradijenti pritiska u poprečnom preseku za posledicu imaju pojavu „poprečne cirkulacije“, tj. veće skretanje strujnica u vertikalnoj ravni. Zbog toga su vrednosti vertikalne komponente brzine u blizini ušća najveće (slika 22). Međutim, zbog naglog opadanja gradijenata pritiska, već na udaljenosti B od nizvodnog

temena ušća vrednost brzine w postaje zanemarljiva i tečenje prestaje da bude prostorno. Pošto su



Slika 22. Uticaj ugla uliva i odnosa širina pritoke i reke na rasporede brzine w pri $M_R=0.50$. Normalizacija je obavljena pomoću brzine $U_0 = Q_n / (A_R + A_p)$ [1]



Slika 23. Uticaj suženja korita pritoke na najmanje i najveće vrednosti vertikalne komponente brzine ($\alpha = 60^\circ$, $M_R = 0.50$)

na ušćima pritoka sa užim koritom od korita reke gradijenti i do dva puta veći nego na ušćima korita jednakih širina (slika 21), najmanja vrednost vertikalne brzine je pri $B_p/B_R = 0.50$ oko dva i po puta, a najveća vrednost je za četvrtinu veća od one nizvodno od ušća korita jednakih širina (slika 23).

4.5 Rasporedi bezdimenzionalnog tangencijalnog napona na dnu i pokazatelja položenja lebdećeg nanosa

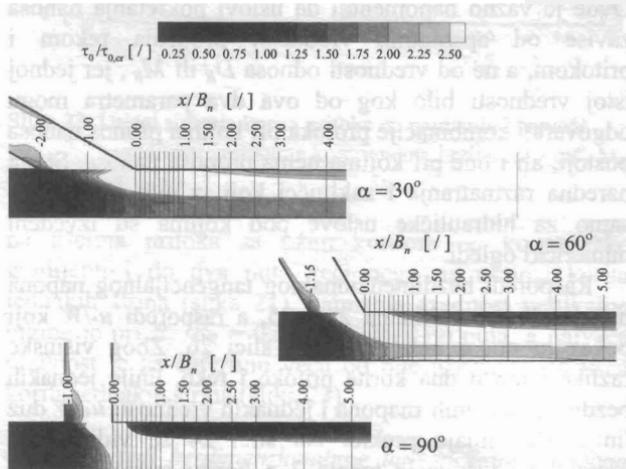
Uslovi pokretanja nanosa razmotreni su na primeru zrna krupnoće $d = 0.1$ mm, koje, u zavisnosti od uslova tečenja, može da se kreće po dnu kao vučeni nanos, ali isto tako može biti zahvaćeno sa dna i podignuto u tok da se kreće nošeno fluidnom strujom u vidu lebdećeg nanosa. Vrednosti kritičnog tangencijalnog napona i brzine

tonjenja za zrno pomenute krupnoće su $\tau_{kr} = 0.91$ Pa i $W = 0.0125$ m/s. Ove vrednosti iskorišćene su za normalizaciju tangencijalnog napona na dnu i određivanje vrednosti pokazatelja položenja lebdećeg nanosa $u*/W$. Ovde je važno napomenuti da uslovi pokretanja nanosa zavise od apsolutnih vrednosti proticaja rekonom i pritokom, a ne od vrednosti odnosa D_R ili M_R , jer jednoj istoj vrednosti bilo kog od ova dva parametra mogu odgovarati kombinacije protoka pri kojima pronos nanosa postoji, ali i one pri kojima nema pronosa nanosa. Stoga naredna razmatranja i zaključci koji iz njih slede važe samo za hidrauličke uslove pod kojima su izvedeni numerički ogledi.

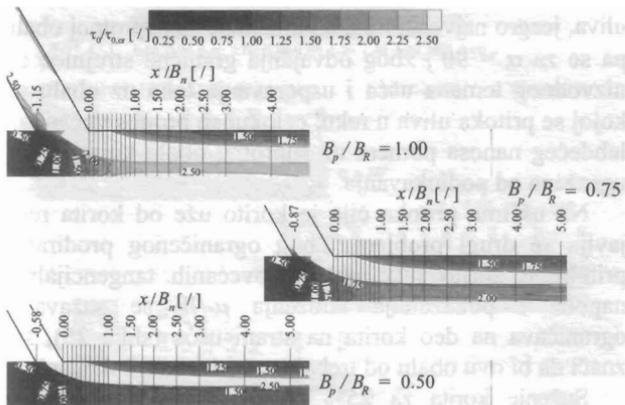
Rasporedi bezdimenzionalnog tangencijalnog napona prikazani su na slikama 24 i 25, a rasporedi $u*/W$ koji pokazuju uticaj ugla uliva, na slici 26. Zbog visinske razlike između dna korita pritoke i reke, linije jednakih bezdimenzionalnih tnapona i jednakih vrednosti $u*/W$ duž linije ušća imaju prekid. Na slici 24 se vidi da za hidrauličke uslove iz tabele 2 u koritu pritoke postoje uslovi za kretanje i vučenog i lebdećeg nanosa kada je $M_R \leq 1.02$. To, međutim, nije slučaj sa koritom reke uzvodno od ušća u kojem ni pri jednoj od tri razmatrane kombinacije protoka nema uslova za kretanje vučenog, pa, dakle, ni lebdećeg nanosa.

Nezavisno od ugla uliva, vrednosti M_R i odnosa širina korita pritoke i reke najveće vrednosti τ/τ_{kr} i $u*/W$ javljaju

se u blizini nizvodnog temena ušća, pa se tu stvaraju uslovi za početak procesa erozije, što je usklađu sa zapažanjima Virakuna i Tamaija [45]. S druge strane, na



Slika 24. Uticaj ugla uliva na raspored bezdimenzionalnog tangencijalnog napona pri $M_R = 0.50$



Slika 25. Uticaj suženja korita pritoke na raspored bezdimenzionalnog tangencijalnog napona za $\alpha=60^\circ$ pri $M_R = 0.50$

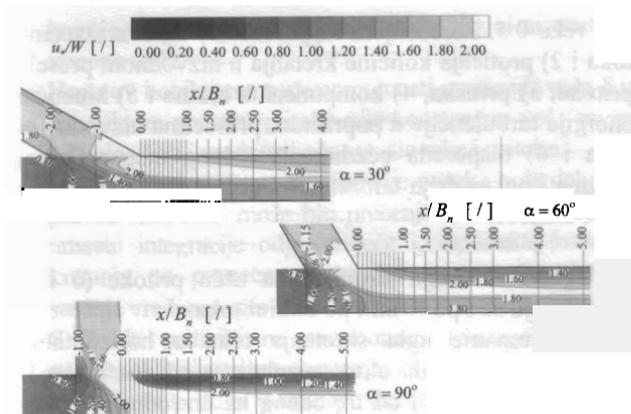
uzvodnom temenu ušća i τ/τ_{kr} i $u*/W$ manji su od jedan, što znači da se tu stvaraju uslovi za istaložavanje nanosa. Ovo smanjenje transportne sposobnosti toka u skladu je sa opažanjima Besta [5].

Za $\alpha = 30^\circ$, pri svim razmatranim vrednostima odnosa protoka rekom i pritokom postoje uslovi za kretanje nanosa po celoj širini korita (slika 24), a za $M_R = 0.50$, postoji velika verovatnoća da se zrna nanosa krupnoće 0.1 mm nađu u suspenziji (slika 26). Sa povećanjem ugla

uliva, jezgro najvećih brzina pomera se ka suprotnoj obali, pa se za $\alpha = 90^\circ$, zbog odvajanja granične strujnice od nizvodnog temena ušća i usporavanja toka uz obalu na kojoj se pritoka uliva u reku, celokupan pronos vučenog i lebdećeg nanosa pomera uz suprotnu obalu koja postaje ugrožena od podlokavanja.

Na ušćima pritoka čije je korito uže od korita reke javlja se drugi problem. Zbog ograničenog prodiranja pritoke u korito reke oblast povećanih tangencijalnih napona i pokazatelja položenja u_s/W se sužava i ograničava na deo korita na strani ušća (slika 25), što znači da bi ovu obalu od trebalo zaštiti od podlokavanja.

Suženje korita za 25% pri $M_R \approx 0.50$ dovodi do povećanja bezdimenzionalnog tangencijalnog napona za 12%, dok suženje od 50% za posledicu ima povećanje bezdimenzionalnog τ -napona za 29%. Ova povećanja pri $M_R \approx 1.00$ iznose 7% za $B_p/B_R = 0.75$ i 17% za $B_p/B_R = 0.50$. Od $M_R \approx 2.00$ promena širine pritoke ne utiče na najveću vrednost tangencijalnog napona na ušću.



Slika 26. Uticaj ugla uliva na raspored pokazatelja položenja lebdećeg nanosa pri $M_R = 0.50$

5. ZAKLJUČCI

U ovom radu je pomoću numeričkog modela prostornog tečenja detaljno izučena hidraulika ušća sa izdignutim dnem pritoke Ispitan je uticaj četiri činioca (ugla uliva α , odnosa sila inercije reke i pritoke M_R , odnosa širinâ korita pritoke i reke B_p/B_R i stepena zakriviljenosti trase pritoke R_p/B_p) na ušćima širokih pravougaonih korita kod kojih je stepen izdignutosti dna pritoke iznad

dna reke 0.5. Poređenjem rasporeda: 1) uglova skretanja toka i 2) proticaja količine kretanja u nizvodnom preseku pritoke, 3) pritiska, 4) komponenata brzine i 5) kinetičke energije turbulencije u poprečnim presecima nizvodno od ušća i 6) rasporeda bezdimenzionalnog tangencijalnog napona i pokazatelja taloženja lebdećeg nanosa zaključeno je sledeće.

1. Uglovi skretanja strujnica na ušću pritoke (δ i ϕ) menjaju se i po širini i po dubini toka.
- a) Odstupanje ugla skretanja toka u horizontalnoj ravni δ od ugla uliva smanjuje se od dna korita ka površini vode i od uzvodnog ka nizvodnom temenu ušća.
- b) Ugao skretanja toka u vertikalnoj ravni ϕ menja znak po širini toka – u blizini uzvodnog temena ušća je negativan (strujnice poniru ka dnu), a duž najvećeg dela linije ušća je pozitivan (strujnice skreću ka površini vode).
- c) Skretanje strujnica u vertikalnoj ravni (ugao ϕ) smanjuje se od dna ka površini vode i pri površini je praktično zanemarljivo, pa se može smatrati da je u gornjim slojevima toka tečenje na ušću ravansko.
2. Neravnomeran raspored uglova skretanja toka ispoljava se i kroz neravnomeran unos količine kretanja iz pritoke u reku. Najveći unos količine kretanja os-

tvaruje se kroz gornje slojeve toka u blizini nizvodnog temena ušća.

3. Hagerov koeficijent neravnomernosti rasporeda ugla δ u nizvodnom preseku pritoke nije konstantan, već zavisi od ugla uliva i vrednosti odnosa sila reke i pritoke.
4. Intenzitet komponente sile inercije pritoke koja deluje u pravcu toka reke može biti precenjen i do 30% ako se umesto integracije odgovarajuće komponente količine kretanja po poprečnom preseku za proračun koristi srednja vrednost ugla δ .
5. Sniženje pritiska na nizvodnom temenu ušća sa porastom ugla uliva i neravnomeren unos količine kretanja iz pritoke u reku po dubini toka za posledicu imaju:
 - a) proširenje oblasti sa najvećim brzinama u blizini nizvodnog temena ušća na celu dubinu toka (uzvodno od ušća ova oblast nalazi se pri površini vode) i
 - b) ostupanje sloja smicanja od vertikale – sloj smicanja je nagnut ka naspramnoj obali.
6. Pri istoj vrednosti parametra M_R , na ušćima pritoka sa koritom užim od korita reke, povećava se unos količine kretanja po jedinici širine poprečnog preseka u odnosu na slučaj kada su korita oba vodotoka približno iste širine. To za posledicu ima povećanje:
 - a) najvećih vrednosti brzina i širine oblasti sa najvećim brzinama

- b) rastojanja na kojem oblast sa najvećim brzinama ponovo prelazi u gornje slojeve toka, smicanja između dva toka i
 - c) transportne sposobnosti toka u neposrednoj blizini nizvodnog temena ušća.
7. Pomenuto povećanje unosa količine kretanja iz pritoke u reku nije, međutim, praćeno dubljim prodiranjem toka pritoke u korito reke. Naprotiv, tok iz pritoke zadržava se uz obalu na kojoj se pritoka uliva u reku. Uz ovu obalu beleže se i najveće brzine i tangencijalni naponi, pa u određenim hidrološko-hidrauličkim uslovima može biti ugrožena njena stabilnost.
8. Na ušćima reka sa koritima približno iste širine, situacija je obrnuta. Ugrožena je stabilnost naspramne obale, jer povećanje ugla uliva, u slučaju kada pritoka unosi veću količinu kretanja od reke ($M_R < 1.00$ – dominacija pritoke nad rekom), utiče na pomeranje oblasti sa najvećim vrednostima pokazatelja kretanja nanosa ka toj obali. S druge strane, uz obalu na kojoj se pritoka uliva u reku tok se, zbog odvajanja granične strujnice od nizvodnog temena ušća, usporava, tako da uz nju postoji uslovi za istaložavanje nanosa.
9. Uticaj zakrivljenosti trase pritoke kod velikih aluvijalnih vodotoka sa širokim pravougaonim koritom praktično je zanemarljiv.

Rezultati i zaključci do kojih se došlo parametarskom analizom predstavljaju korisne smernice projektantima za uređenje rečnih ušća.

1. Neravnomeran unos količine kretanja iz pritoke u reku po širini i po dubini toka i povećane vrednosti tangencijalnih naponi u blizini nizvodnog temena ušća ukazuju na neophodnost zaštite nizvodnog temena od erozije.
2. Značajno odstupanje ugla skretanja toka u horizontalnoj ravni (δ) od ugla uliva (α) u blizini uzvodnog temena ušća, odgovarajuće smanjenje unosa količine kretanja iz pritoke u reku i male vrednosti KET-e, ukazuju da uzvodno teme ušća nije pogodno mesto za postavljanje kanalizacionih ispusta, jer su tu uslovi za pronošenje nanosa i razblaženje zagađenja najnepovoljniji.
3. Rasporedi brzina u nizvodnim presecima i rasporedi pokazatelja pokretanja vučenog i taloženja lebdećeg nanosa pokazuju da je na ušćima vodotoka približno jednakih širina ($B_p / B_R \approx 1.00$) potrebno zaštiti naspramnu obalu od erozije ukoliko je ugao $\alpha \geq 60^\circ$.
4. Na ušćima pritoka sa koritom užim od korita reke ($B_p / B_R \leq 0.50$), naspramna obala nije ugrožena erozijom. U ovom slučaju, podlokavanju može biti izložena obala na kojoj se nalazi ušće, jer se uz ovu obalu nalaze oblasti sa najvećim brzinama i pokazateljima pokretanja nanosa. Zbog toga bi na ovakvim ušćima trebalo predvideti mere koje će zaštитiti od erozije

obalu na kojoj se pritoka uliva u reku. U kategoriju ušća sa užim koritom pritoke mogli bi se uvrstiti i ispusti tople vode iz termoelektrana i kanalizacioni ispusti velikih gradova. Njihovo pravilno planiranje i projektovanje trebalo bi da onemogući zadržavanje tople ili zagađene vode uz obalu nizvodno od ispusta.

LITERATURA

- [1] ASHMORE, P. and PARKER, G.: *Confluence scour in coarse braided streams*, Water Resour. Res., 19(2): 392-402, (1983).
- [2] BARKDOLL, B. D.: *Experiments on flow at a 90E open-channel junction*, J. Hydraul. Eng., ASCE, 129(2): 167-168, (2003).
- [3] BEST, J. L., and REID, I.: *Separation zone at open channel junctions*, J. Hydraul. Eng., ASCE, 110 (11): 1588-1594, (1984).
- [4] BEST, J. L., and REID, I.: *Closure to ASeparation zone at open channel junctions*, J. Hydraul. Eng., ASCE, 113(4): 545-548, (1987).
- [5] BEST, J.L.: *Sediment transport and bed morphology at river channel confluences*, Sedimentology, 35, 481-498, (1988).
- [6] BEST, J.L. and ROY, A.G.: *Mixing-layer distortion at the confluence of channels of different depth*, Nature, 350: 411-413, (1991).
- [7] BIRON, P., ROY, A.G., BEST, J.L. and BOYER, C.J.: *Bed morphology and sedimentology at the confluence of unequal depth channels*, Geomorphology, 8: 115-129, (1993).
- [8] BIRON, P., ROY, A.G., and BEST, J.L: *Turbulent flow structure at concordant and discordant open-channel confluences*, Experiments in Fluids, 21: 437-446, (1996a).
- [9] BIRON, P., BEST, J.L., and ROY, A.G.: *Effects of bed discordance on flow dynamics at open-channel confluences*, J. Hydraul. Eng., ASCE, 122(12): 676-682, (1996b).
- [10] BIRON, P.M., RAMAMURTHY, A.S. & HAN, S.: *Three-dimensional numerical modeling of mixing at river confluences*, J. Hydraul. Eng., ASCE, 130(3): 243-253, (2004).
- [11] BIRON, P. M., and LANE, S. N.: *Modelling hydraulics and sediment transport at river confluences*, In: Rice, S. P., Roy, A. G., and Rhoads, B. L. (Eds.) River confluences, tributaries and the fluvial network. Wiley, 17-38, (2008).

- [12] BRADBROOK, K.F., BIRON, P., LANE, S.N., RICHARDS, K.S., & ROY, A.G.: *Investigation of controls on secondary circulation in a simple confluence geometry using a three-dimensional numerical model*, Hydrological Processes, 12: 1371-1396, (1998).
- [13] BRADBROOK, K.F.: *Numerical, field and laboratory studies of three-dimensional flow structures at river channel confluences*, Unpublished PhD thesis, Univ. of Cambridge, Cambridge, 348 p, (1999).
- [14] BRADBROOK, K.F., LANE, S.N. and RICHARDS, K.S.: *Numerical simulation of the threedimensional, time-averaged flow structure at river channel confluences*, Water Resour. Res., 36(9): 2731-2746, (2000a).
- [15] BRADBROOK, K.F., LANE, S.N., RICHARDS, K.S., BIRON, P.M. and ROY, A.G.: *Large eddy simulation of periodic flow characteristics at river channel confluences*, J. Hydraul. Res. 38(3): 207-215, (2000b).
- [16] BRADBROOK, K.F., LANE, S.N., RICHARDS, K.S., BIRON, P.M. and ROY, A.G.: *Role of bed discordance at asymmetrical river confluences*, J. Hydraul. Eng., ASCE, 127(5): 351-368, (2001).
- [17] ĐORĐEVIĆ, D. and BIRON, P.M.: *Role of upstream planform curvature at asymmetrical confluences B laboratory experiment revisited*, Proc. 4th Int. Conference on Fluvial Hydraulics B River Flow 2008, Cesme; 3: 2277-2286, (2008).
- [18] ĐORЂEVIĆ, D.: *Hidraulička analiza rečnih ušća primenom numeričkih modela*, doktorska disertacija, Građevinski fakultet u Beogradu, 381str., (2011)
- [19] GAUDET, J.M., ROY, A.G.: *Effect of bed morphology on flow mixing length at river confluences*, Nature, 373: 138-139, (1995).
- [20] GURRAM, S.K., KARKI, K.S., and HAGER, W.H.: *Subcritical junction flow*, J. Hydraul. Eng., ASCE, 123(5): 447-455, (1997).
- [21] GURRAM, S. K. and KARKI, S. K.: *Discussion of ASubcritical open-channel junction flow@*, J. Hydraul. Eng., ASCE, 126(1): 87-89, (2000).
- [22] HAGER, W. H.: *Discussion of ASeparation zone at open-channel junctions@*, J. Hydraul. Eng., ASCE, 113(4): 539-543, (1987).
- [23] HAGER, W. H.: *Transitional flow in channel junctions*, J. Hydraul. Eng., ASCE, 115(2): 243-259, (1989).
- [24] HAGER, W. H.: *Discussion of AExperiments on flow*

- at a 90° open-channel junction@, J. Hydraul. Eng., ASCE, 129(2): 166-167, (2003).
- [25] HAJDIN, G.: Mehanika fluida, Građevinska knjiga, (1983)
- [26] HSU, C.C., WU, F.S., and LEE, W.J.: *Flow at 90° equal-width open-channel junction*, J. Hydraul. Eng., ASCE, 124(2): 186-191, (1998a).
- [27] HSU, C.C., LEE, W.J., and CHANG, C.H.: *Subcritical open-channel junction flow*, J. Hydraul. Eng., ASCE, 124(8): 847-855, (1998b).
- [28] HUANG, J., WEBER, L. J., and LAI, Y. G.: *Three-dimensional study of flows in open-channel junctions*, J. Hydraul. Engineering, ASCE, 128(3): 268-280, (2002).
- [29] KESSERWANI, G., GHOSTINE, R., VAZQUEZ, J., MOSÉ, R., ABDALLAH, M., and GHENAIM, A.: *Simulation of subcritical flow at open-channel junction*, Advances in Water Resources, Vol.31, No.2, 287-297, doi:10.1016/j.advwatres. 2007.08.007, (2008).
- [30] LIN, J. D. and SOONG, H. K.: *Junction losses in open channel flows*, Water Resour. Res., 15(2): 414-419, (1979).
- [31] MODI, P. N., ARIEL, P. D., and DANDEKAR, M. M.: *Conformal mapping for channel junction flow*, J. Hydraul. Div., ASCE, 107(HY12): 1713-1733, (1981).
- [32] MOSLEY, M. P.: *An experimental study of channel confluences*, Journal of Geology, Vol.94, 535-562, (1976).
- [33] OLSEN, N.R.: *CFD Algorithms for Hydraulic Engineering*, Trondheim: The Norwegian University of Science and Technology, (2000).
- [34] OLSEN, N.R.: *A three-dimensional numerical model for simulation of sediment movements in water intakes with multi-block option B User=s Manual*, Trondheim: The Norwegian University of Science and Technology, (2007).
- [35] RAMAMURTHY, A. S., CARBALLADA, L.B., and TRAN, D. M.: *Combining open channel flow at right angled junctions*, J. Hydraul. Eng., ASCE, 114(12): 1449-1460, (1988).
- [36] RICE, C. E.: *Discussion of AConformal mapping for channel junction flow@*, J. Hydraul. Div., ASCE, 109(HY1): 169-173, (1983).
- [37] RHOADS, B.L. and KENWORTHY, S.T.: *Flow structure at an asymmetrical stream confluence*. Geomorphology, 11: 273-293, (1995).

- [38] RHOADS, B.L. and KENWORTHY, S.T.: *Time-averaged flow structure in the central region of a stream confluence*, Earth Surf. Processes and Landforms, 23(2): 171-191, (1998).
- [39] RHOADS, B.L. and KENWORTHY, S.T.: *On secondary circulation, helical motion and Rozovskii-based analysis of time-averaged two-dimensional velocity fields at confluences*, Earth Surf. Processes. Landforms, 24(4): 369-375, (1999).
- [40] RHOADS, B.L. and SUKHODOLOV, A.N.: *Field investigation of the three-dimensional flow structure at stream confluences: 1. Thermal mixing and time-averaged velocities*, Water Resour. Res., 37(9): 2393-2410, (2001).
- [41] RHOADS, B.L. and SUKHODOLOV, A.N.: *Spatial and temporal structure of shear layer turbulence at a stream confluence*, Water Resour. Res., 40, W06304, doi: 10.1029/2003 WR002811, (2004).
- [42] RHOADS, B.L. and SUKHODOLOV, A.N.: *Lateral momentum flux and the spatial evolution of flow within a confluence mixing interface*, Water Resour. Res., 44, W08440, doi: 10.1029/ 2007 WR006634, (2008).
- [43] SHABAYEK, S., STEFFLER, P., and HICKS, F.: *Dynamic model for subcritical combining flows in channel junctions*, J. Hydraul. Eng., ASCE, 128(9): 821-828, (2002).
- [44] SHUMATE, E.D.: *Experimental description of flow at an open-channel junction*, Unpublished Master thesis, Univ. of Iowa, Iowa, 150 p, (1998).
- [45] WEERAKOON, S.B., TAMAI, N., KAWAHARA, Y.: *Bed topography, bed shear stress distribution and velocity field in a confluence*, Proc. of Hydr. Eng. , JSCE, Vol.34, 307-312, (1990).