

# PRIJAVA TEHNIČKOG REŠENJA

## Kategorije M81

### Naziv tehničkog rešenja

## KONSTITUTIVNI MODEL ZA PREKONSOLIDOVANE GLINE "HASP" MODEL

### Autori tehničkog rešenja

- doc. dr Sanja Jocković, dipl. građ. inž.
- prof. dr Mirjana Vukićević, dipl. građ. inž.

### Ključne reči

- Konstitutivni model; Prekonsolidovane gline; Parametar stanja

### Naručilac tehničkog rešenja

- Originalni konstitutivni model za prekonsolidovane gline, "HASP" model, je razvijen u doktorskoj disertaciji autora Sanje Jocković, a pod mentorstvom Mirjane Vukićević. Konstitutivni model je implementiran u program Plaxis, tako da nije bilo neposrednog naručioca.

### Korisnik tehničkog rešenja

- Korisnici tehničkog rešenja su građevinski inženjeri (projektanti) u analizi interakcije konstrukcije i tla i pri projektovanju geotehničkih i drugih konstrukcija.

### Godina kada je tehničko rešenje urađeno

- 2016.

### Godina kada je tehničko rešenje počelo da se primenjuje

- 2019.

### Oblast tehnike na koju se tehničko rešenje odnosi

- Građevinarstvo

## 1. Opis problema koji se rešava tehničkim rešenjem

Osnovni zadaci u geotehničkom inženjerstvu su adekvatno predviđanje pomeranja u tlu, proračun nosivosti tla i stabilnosti geotehničkih konstrukcija. Primena analitičkih metoda kod rešavanja ovih zadataka je ograničena na neke veoma jednostavne probleme. Varijacije u geometriji, graničnim uslovima i opterećenjima zahtevaju primenu numeričkih metoda (metoda konačnih elemenata, metoda konačnih razlika), koje mogu da obuhvate veliki broj elemenata realnog ponašanja tla i konstrukcija, kao i njihovu interakciju. Veliki napredak u razvoju savremenog numeričkog modeliranja postignut je neprekidnim usavršavanjem terenskog i laboratorijskog ispitivanja tla, kao i formulacijom i korišćenjem naprednih konstitutivnih modela za tlo. Razvoj naprednih, ali sa druge strane, za upotrebu dovoljno jednostavnih konstitutivnih modela za tlo je neophodan uslov za racionalno projektovanje geotehničkih konstrukcija. Međutim, opisati naponsko-deformacijsko ponašanje tla kao nehomogenog i anizotropnog materijala, koji se plastično deformiše od ranih stadijuma opterećivanja, predstavlja izazov sa kojim se geotehnika intenzivno suočava poslednjih decenija. Nije moguće opisati ponašanje svih vrsta tla pri različitim stanjima i uslovima opterećivanja pomoću jednog konstitutivnog modela. Brojni konstitutivni modeli razvijeni do danas se uz određen nivo aproksimacija primenjuju za različite probleme u geotehnici. Osnovni imperativ je postići dobar balans između sofisticiranosti i jednostavnosti, sa materijalnim parametrima koji imaju jasno fizičko značenje i koji mogu da se odrede iz konvencionalnih laboratorijskih opita.

Značajan deo u oblasti konstitutivnog modeliranja tla predstavlja opisivanje naponsko-deformacijskih relacija prekonsolidovanih gline. U prirodi su retke normalno konsolidovane gline, što nameće potrebu da se intenzivno razvijaju konstitutivni modeli koji će opisivati mehaničko ponašanje normalno konsolidovanih i prekonsolidovanih gline. Prekonsolidovane gline su u prošlosti bile opterećene vertikalnim efektivnim naponom koji je veći od tekuće veličine vertikalnog efektivnog napona. U poređenju sa normalno konsolidovanim glinama, imaju manji koeficijent poroznosti i veću smičuću čvrstoću. U prirodi su najčešće ispucale, što dovodi do nehomogenog polja deformacija. Iz tog razloga ispoljavaju najsloženiji oblik ponašanja tla pri lomu koji podrazumeva povećanje smičućeg napona do maksimalne veličine, a zatim opadanje smičućeg napona pri daljem deformisanju do konstantne veličine (krto-plastični lom). Na ponašanje prekonsolidovanih gline značajno utiče prethodna istorija napona i deformacija.

Konstitutivno modeliranje prekonsolidovanih gline predstavlja u mehaničkom i matematičkom smislu složen zadatak, s obzirom na kompleksno ponašanje takvih materijala i na nehomogeno polje deformacija usled pojave lokalnih zona smicanja. Sa druge strane, koristeći mehaniku kontinuuma i teoriju plastičnosti, uz određen nivo aproksimacija moguće je simulirati ključne karakteristike ponašanja prekonsolidovanih gline. Iako pojedini elasto-plastični modeli dobro opisuju naponsko-deformacijsko ponašanje prekonsolidovanog tla, osnovni nedostatak je uključivanje velikog broja konstitutivnih konstanti koje nemaju jasno fizičko značenje. Iz tog razloga se teži da se unapređenje konstitutivnog modela vrši kroz adekvatno definisanje parametara koji uvode stanje tla kao bitnu odrednicu njegovog mehaničkog ponašanja. Razvijeni konstitutivni model omogućava da se adekvatno opiše elasto-plastično ponašanje prekonsolidovanih gline od ranih stadijuma opterećivanja pa sve do loma, u dreniranim i nedreniranim uslovima, koristeći samo parametre sa jasnim fizičkim značenjem.

## 2. Stanje rešenosti problema u svetu – prikaz i analiza postojećih rešenja

Veliki broj konstitutivnih modela razvijen je koristeći koncept kritičnog stanja i relacije Modifikovanog Cam Clay (MCC) modela (Roscoe and Burland, 1968). MCC model je baziran na velikom broju eksperimentalnih ispitivanja na normalno konsolidovanim i lako prekonsolidovanim glinama, tako da se za takve materijale, pri monotonom opterećenju, može koristiti sa velikom pouzdanošću. Za prekonsolidovane gline, MCC model ne daje adekvatne rezultate i potrebne su izvesne modifikacije. S obzirom da se zasniva na klasičnoj teoriji plastičnosti (Hill, 1950), unutar površi tečenja MCC modela moguć je razvoj samo elastičnih deformacija. Međutim, eksperimentalno je utvrđeno je da se tlo ponaša elastično samo pri deformacijama manjim od  $10^{-5}$ , odnosno plastične deformacije se pojavljuju mnogo pre nego što naponska tačka dođe do površi tečenja. Nagli prelaz iz elastične u plastičnu oblast takođe nije u skladu sa eksperimentalnim podacima koji pokazuju postepeno smanjenje krutosti prilikom opterećivanja. Nedostatak MCC modela je i slabo predviđanje vršne čvrstoće, odnosno model predviđa veliki smičući napon pri lomu za prekonsolidovana tla.

Jednu od prvih modifikacija MCC modela, u cilju boljeg predviđanja ponašanja prekonsolidovanih glina izvršili su Zienkiewicz & Naylor (1973). U relacije konstitutivnog modela su uveli matematički opis površi Hvorslev-a. Eksperimentalno je utvrđeno da površ Hvorslev-a predstavlja anvelopu vršne čvrstoće. Na taj način se modifikuje granica mogućih naponskih stanja iznad linije kritičnog stanja i realnije opisuje veličina smičućeg napona pri lomu u dreniranim i nedreniranim uslovima (Houlsby i dr. 1982, Mita i dr. 2004, Yao i dr. 2009, Tsiamposi i dr. 2013, Schädlich & Schweiger 2014). Sa svakom izmenom MCC modela, kompleksnost modela je rasla, ali i tačnost predviđanja mehaničkog ponašanja tla. Iako predviđanja naponsko-deformacijskih relacija koristeći MCC model ne odgovaraju ponašanju realnog tla, to je jedan od najzastupljenijih modela u inženjerskoj praksi zahvaljujući lakoj identifikaciji parametara modela, koji se mogu dobiti iz standardnih laboratorijskih opita.

Značajan napredak u konstitutivnom modeliranju je postignut razvojem koncepta sa više površi tečenja – Multi Surface Plasticity – MSP (Mroz 1967, Iwan 1967). Adekvatnije je opisivan zakon ojačanja materijala, postepen prelaz iz elastične u plastičnu oblast, ponašanje prekonsolidovanog tla, kao i ponašanje tla pri cikličnom opterećenju. Predstavljao je generalni okvir u kome su mnogi istraživači razvili nove konstitutivne modele. Koncept granične površi – Bounding Surface Plasticity – BSP (Dafalias & Popov 1976, Dafalias & Herrmann 1980, 1982) je zasnovan na MSP teoriji i predstavljao je izvesno poboljšanje u smislu boljeg opisivanja postepenog prelaza iz elastične u plastičnu oblast. Obe teorije su izvorno bile razvijene za opisivanje plastičnosti metala, ali su ubrzo našle primenu i u modeliranju geomaterijala (Prevost 1977, Mroz i dr. 1978, Dafalias & Herrmann 1980). Osnovna ideja je da se umesto klasične površi tečenja kod Cam Clay modela koja ograničava elastični region, definiše granična površ unutar koje je dozvoljen razvoj plastične deformacije. Prednost ovog koncepta je uzimanje u obzir prethodne istorije opterećivanja, a samim tim i realnije opisivanje ponašanja prekonsolidovanog tla. Takođe je omogućena simulacija ponašanja tla pod cikličnim opterećenjem, jer površ tečenja koja ograničava elastični region može da se translatorno pomera unutar granične površi – kinematičko ojačanje.

Brojni konstitutivni modeli za prekonsolidovano tlo zasnovani su na MSP ili BSP konceptima: Bubble model – Al Tabbaa & Wood (1989), MIT-E3 – Whittle & Kavvas (1994), 3 SKH model – Stallebrass & Taylor (1997), Gajo & Wood (2001), CASM model –

Yu (1998, 2006), Grammatikopoulou i dr. (2006), Modified 3 SKH model – McDowell & Hau (2003), SANICLAY model – Dafalias i dr. (2006), UH-model – Yao i dr. (2008, 2009).

Do danas još uvek nije razvijen konstitutivni model koji bi opisivao sve elemente realnog ponašanja tla. Pojedini napredni modeli tla mogu se vrlo pouzdano upotrebiti za opisivanje određene vrste tla. Osnovni problem je što takvi modeli zahtevaju određivanje velikog broja konstitutivnih konstanti koje nemaju jasno fizičko značenje. Što je više parametara uključeno u opisivanje naponsko-deformacijskih relacija, manja je pouzdanost modela. Iz tog razloga se još uvek ne koriste rutinski u analizi geotehničkih problema. Za praktičnu primenu konstitutivnih modela imperativ su jednostavna formulacija i jasno fizičko značenje parametara modela koji se mogu odrediti iz standardnih laboratorijskih opita.

### 3. Detaljan opis tehničkog rešenja

#### 3.1 Uvod

Polazna tačka ka formulisanju novog konstitutivnog modela za opisivanje mehaničkog ponašanja prekonsolidovanih gline pri različitim stanjima i uslovima opterećivanja je Modifikovani Cam Clay model. Unapređenje konstitutivnog MCC modela izvršeno je kroz definisanje parametara koji uvode stanje tla kao bitnu odrednicu njegovog mehaničkog ponašanja. Jedan od takvih parametara, koji se još uvek ne koristi dovoljno u konstitutivnom modeliranju je parametar stanja (state parameter). U okviru koncepta granične površi izvršena je modifikacija zakona ojačanja koristeći parametar stanja, čime je formulisan novi model nazvan **HASP** model – *HARDening State Parameter* model. U tekstu se pod terminom napon podrazumeva efektivni napon.

#### 3.2 Generalne plastične naponsko-deformacijske relacije

Površ tečenja koja ograničava region u kome se materijal ponaša elastično može se izraziti u obliku:

$$f(p', q, p'_0) = 0 \quad (3.1)$$

Površ plastičnog potencijala je izražena kao:

$$g(p', q, \zeta) = 0 \quad (3.2)$$

gde parametri  $p'_0$  i  $\zeta$  kontrolišu veličinu površi tečenja i plastičnog potencijala, respektivno. Priraštaj plastičnih deformacija se dobija iz uslova normalnosti na površ plastičnog potencijala:

$$d\varepsilon_v^p = d\chi \frac{\partial g}{\partial p'} \quad (3.3)$$

$$d\varepsilon_q^p = d\chi \frac{\partial g}{\partial q} \quad (3.4)$$

gde je  $d\chi$  skalarni multiplikator. Veličina površi tečenja se menja sa promenom plastičnih deformacija u skladu sa zakonom ojačanja:

$$dp'_0 = \frac{\partial p'_0}{\partial \varepsilon_v^p} d\varepsilon_v^p + \frac{\partial p'_0}{\partial \varepsilon_q^p} d\varepsilon_q^p \quad (3.5)$$

Diferencijalna forma površi tečenja (uslov konzistencije) je:

$$\frac{\partial f}{\partial p'} dp' + \frac{\partial f}{\partial q} dq + \frac{\partial f}{\partial p'_0} dp'_0 = 0 \quad (3.6)$$

Kombinovanjem izraza (3.3) – (3.6), skalarni multiplikator se može izraziti kao:

$$d\chi = \frac{-\left(\frac{\partial f}{\partial p'} dp' + \frac{\partial f}{\partial q} dq\right)}{\frac{\partial f}{\partial p'_0} \left(\frac{\partial p'_0}{\partial \varepsilon_v^p} \frac{\partial g}{\partial p'} + \frac{\partial p'_0}{\partial \varepsilon_q^p} \frac{\partial g}{\partial q}\right)} \quad (3.7)$$

Zamenom izraza (3.7) u izraze (3.3) i (3.4) dobijamo generalne plastične naponsko-deformacijske veze.

$$\begin{Bmatrix} d\varepsilon_v^p \\ d\varepsilon_q^p \end{Bmatrix} = \frac{-1}{\frac{\partial f}{\partial p'_0} \left(\frac{\partial p'_0}{\partial \varepsilon_v^p} \frac{\partial g}{\partial p'} + \frac{\partial p'_0}{\partial \varepsilon_q^p} \frac{\partial g}{\partial q}\right)} \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial p'} \frac{\partial g}{\partial p'} & \frac{\partial f}{\partial q} \frac{\partial g}{\partial p'} \\ \frac{\partial f}{\partial p'} \frac{\partial g}{\partial q} & \frac{\partial f}{\partial q} \frac{\partial g}{\partial q} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dp' \\ dq \end{Bmatrix} \quad (3.8)$$

Ako je  $H$  plastični modul:

$$H = -\frac{\partial f}{\partial p'_0} \left(\frac{\partial p'_0}{\partial \varepsilon_v^p} \frac{\partial g}{\partial p'} + \frac{\partial p'_0}{\partial \varepsilon_q^p} \frac{\partial g}{\partial q}\right) \quad (3.9)$$

Izrazi za plastične deformacije se mogu predstaviti kao:

$$d\varepsilon_v^p = \frac{1}{H} \left(\frac{\partial f}{\partial p'} \frac{\partial g}{\partial p'} dp' + \frac{\partial f}{\partial q} \frac{\partial g}{\partial p'} dq\right) \quad (3.10)$$

$$d\varepsilon_q^p = \frac{1}{H} \left(\frac{\partial f}{\partial p'} \frac{\partial g}{\partial q} dp' + \frac{\partial f}{\partial q} \frac{\partial g}{\partial q} dq\right) \quad (3.11)$$

Za asocijativan zakon tečenja važi da je  $f=g$  i matrica fleksibilnosti je simetrična.

### 3.3 Formulacija HASP konstitutivnog modela

Osnovni principi na kojima se zasniva HASP konstitutivni model su:

- 1) Tlo je izotropno
- 2) Od samog početka opterećivanja, istovremeno sa razvojem elastičnih deformacija razvijaju se i plastične deformacije
- 3) Normalno konsolidovane do blago prekonsolidovane gline smanjuju zapreminu tokom smicanja u dreniranim uslovima i razvija se pozitivan priraštaj pornog pritiska u nedreniranim uslovima, dok jako prekonsolidovane gline teže da povećavaju zapreminu (dilatancija) tokom dreniranog smicanja i razvija se negativan priraštaj pornog pritiska u nedreniranim uslovima

- 4) U dreniranim uslovima prekonsolidovane gline pokazuju omekšanje nakon dostizanja vršne smičuće čvrstoće
- 5) U nedreniranim uslovima nema omekšanja
- 6) Parametar ojačanja u modelu zavisi od priraštaja plastičnih zapreminskih deformacija i priraštaja plastičnih smičućih deformacija
- 7) Za opis kompletne konstitutivne veze se koriste samo parametri Modifikovanog Cam Clay modela koji se mogu odrediti iz konvencionalnih laboratorijskih opita.

HASP model je formulisan u okviru koncepta granične površi (Dafalias & Herrmann, 1980) u  $p' - q$  ravni. Granična površ (*bounding surface*) je MCC površ čiju veličinu definiše vrednost maksimalnog srednjeg napona  $\bar{p}'_0$ , Slika 3.1. Ova površ se može nazvati i površ normalne konsolidacije:

$$\frac{\bar{p}'}{\bar{p}'_0} = \frac{M^2}{M^2 + \eta^2} \quad (3.12)$$

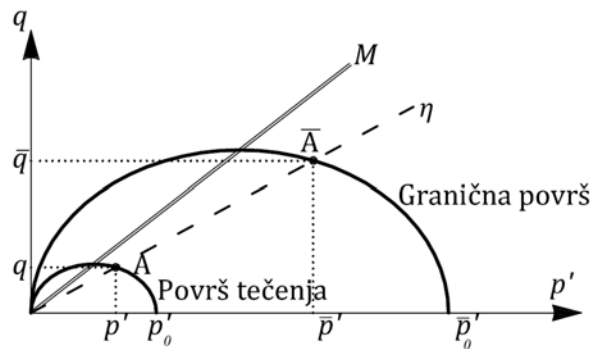
Tačka A ( $p', q$ ) koja predstavlja trenutno naponsko stanje se nalazi na unutrašnjoj površi tečenja (*loading surface*) čiju veličinu definiše vrednost srednjeg efektivnog napona  $p'_0$ :

$$\frac{p'}{p'_0} = \frac{M^2}{M^2 + \eta^2} \quad (3.13)$$

Uzimajući u obzir pretpostavku modela da se plastične deformacije razvijaju od početka opterećivanja, tačka A se uvek nalazi na površi tečenja. Radijalno mapiranje podrazumeva da tački A odgovara imaginarna tačka  $\bar{A}(\bar{p}', \bar{q})$  na graničnoj površi, tako da je ispunjeno:

$$\eta = \frac{q}{p'} = \frac{\bar{q}}{\bar{p}'} \quad (3.14)$$

Važi asocijativni zakon tečenja, odnosno vektor priraštaja plastičnih deformacija je uvek upravan na površ tečenja.



**Slika 3.1** Koncept granične površi

Granična površ ima sve karakteristike MCC površi: za naponski odnos ispod linije kritičnog stanja dolazi do smanjenja zapremine i površ se širi, dok za naponski odnos iznad linije kritičnog stanja dolazi do povećanja zapremine i površ se skuplja. Sa druge strane, površ tečenja se širi (ojačanje) sve do dostizanja vršne čvrstoće pri naponskom odnosu  $\eta=M_f$ , a zatim se skuplja (omekšanje) do dostizanja kritičnog stanja  $\eta=M$ .

### 3.3.1 Zakon ojačanja za površ tečenja

Zakon ojačanja MCC modela zavisi samo od zapreminske plastične deformacije i pogodan je za normalno konsolidovana tla:

$$dp'_0 = \frac{v}{\lambda - \kappa} p'_0 d\varepsilon_v^p \quad (3.15)$$

Generalni zahtev za prekonsolidovana tla je prelaz iz kompresije u ekspanziju pre dostizanja vršne čvrstoće. Zakon ojačanja opisan izrazom (3.15) ne omogućava adekvatno opisivanje dilatancije i ojačanja. Da bi površ tečenja nastavila da se širi i za vrednosti naponskog odnosa  $M < \eta < M_f$ , potrebno je koristiti kombinovani zakon ojačanja i formulisati ga u funkciji i plastične smičuće deformacije (Nova & Wood 1979, Yao i dr. 2009) u obliku:

$$dp'_0 = \frac{v}{\lambda - \kappa} p'_0 (d\varepsilon_v^p + \xi d\varepsilon_q^p) \quad (3.16)$$

Gde je  $\xi$  parametar koji će biti kasnije formulisan, a  $p'_0$  parametar ojačanja MCC modela. Kombinovano ojačanje je ključno za modele kritičnog stanja. U skladu sa Drugim aksiomom teorije kritičnog stanja (Jefferies & Been, 2006), sa povećanjem smičućih deformacija stanje tla se približava kritičnom stanju i plastične smičuće deformacije moraju biti uvrštene u zakon ojačanja. Kombinovani zakon ojačanja utiče i na putanju napona koja prelazi CSL i dostiže se vršna čvrstoća u dreniranim uslovima. U nedreniranim uslovima, kombinovano ojačanje je ključno za predviđanje putanje efektivnih napona "S" oblika.

Ako je dilatancija odnos priraštaja zapreminske i smičuće komponente plastične deformacije:

$$d = \frac{d\varepsilon_v^p}{d\varepsilon_q^p} \quad (3.17)$$

plastične smičuće deformacije se mogu izraziti kao:

$$d\varepsilon_q^p = \frac{d\varepsilon_v^p}{d} \quad (3.18)$$

i izraz za zakon ojačanja površi tečenja za prekonsolidovana tla je:

$$dp'_0 = \frac{v}{\lambda - \kappa} \bar{p}'_0 d\varepsilon_v^p \left( 1 + \frac{\xi}{d} \right) \quad (3.19)$$

Tokom procesa deformisanja, trenutni stepen prekonsolidacije se može definisati kao:

$$R = \frac{\bar{p}'}{p'} = \frac{\bar{q}}{q} = \frac{\bar{p}'_0}{p'_0} \quad (3.20)$$

Zakon ojačanja površi tečenja tako postaje:

$$dp'_0 = \frac{v}{\lambda - \kappa} p'_0 d\varepsilon_v^p \left( 1 + \frac{\xi}{d} \right) R \quad (3.21)$$

Odnosno:

$$dp'_0 = \frac{v}{\lambda - \kappa} p'_0 d\varepsilon_v^p \omega \quad (3.22)$$

gde je  $\omega$  "koeficijent ojačanja" (*hardening coefficient*):

$$\omega = \left(1 + \frac{\xi}{d}\right) R \quad (3.23)$$

Na osnovu izraza (3.9), plastični modul je:

$$H = \frac{v}{\lambda - \kappa} \frac{1}{p'} \frac{M^2 - \eta^2}{M^2 + \eta^2} \omega \quad (3.24)$$

a izrazi za plastične deformacije su:

$$d\varepsilon_v^p = \frac{\lambda - \kappa}{v} \frac{1}{p'} \frac{1}{\omega} \left( \frac{M^2 - \eta^2}{M^2 + \eta^2} dp' + \frac{2\eta}{M^2 + \eta^2} dq \right) \quad (3.25)$$

$$d\varepsilon_q^p = \frac{\lambda - \kappa}{v} \frac{1}{p'} \frac{1}{\omega} \left( \frac{2\eta}{M^2 + \eta^2} dp' + \frac{4\eta^2}{(M^2 + \eta^2)(M^2 - \eta^2)} dq \right) \quad (3.26)$$

Kompletne konstitutivne relacije HASP modela mogu se sada predstaviti kao:

$$\begin{Bmatrix} d\varepsilon_v \\ d\varepsilon_q \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{1}{K} + \frac{\lambda - \kappa}{vp'} \frac{1}{\omega} \frac{M^2 - \eta^2}{M^2 + \eta^2} & \frac{\lambda - \kappa}{vp'} \frac{1}{\omega} \frac{2\eta}{M^2 + \eta^2} \\ \frac{\lambda - \kappa}{vp'} \frac{1}{\omega} \frac{2\eta}{M^2 + \eta^2} & \frac{1}{3G} + \frac{\lambda - \kappa}{vp'} \frac{1}{\omega} \frac{4\eta^2}{(M^2 + \eta^2)(M^2 - \eta^2)} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} dp' \\ dq \end{Bmatrix} \quad (3.27)$$

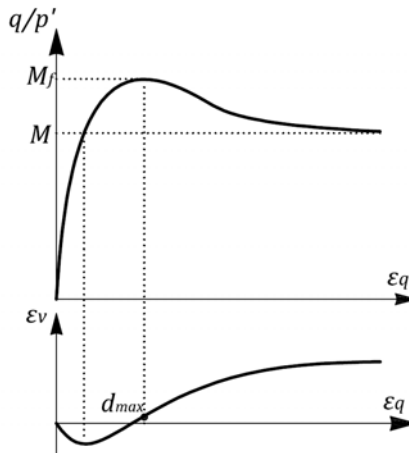
Posmatrajući izraze (3.25) i (3.26) može se uočiti da je koeficijent ojačanja  $\omega$  ujedno i koeficijent redukcije plastičnih deformacija, tako da se adekvatnom formulacijom koeficijenta ojačanja mogu značajno redukovati plastične deformacije prekonsolidovane gline u početnoj fazi opterećivanja, kada MCC model predviđa samo elastične deformacije. Na taj način je moguće pretpostaviti da tlo od samog početka opterećivanja trpi i plastične deformacije koje su tada veoma male. Kako se u procesu deformisanja polako gubi i stepen prekonsolidacije tla, tako se i koeficijent  $\omega$  smanjuje i plastične deformacije postaju dominantne.

Pri dostizanju vršne čvrstoće (prelaz iz ojačanja u omekšanje) važi da je  $dp'_0 = 0$  i uočava se maksimalni gradijent promene zapremine – maksimalna dilatancija, Slika 3.2. Na osnovu izraza (3.22) može se zaključiti da je tada  $\omega=0$  i da važi relacija:

$$\xi = -d_{max} \quad (3.28)$$

Sledi da parametar  $\xi$  predstavlja maksimalnu vrednost dilatancije pri lomu u dreniranim uslovima (Nova, 2006).

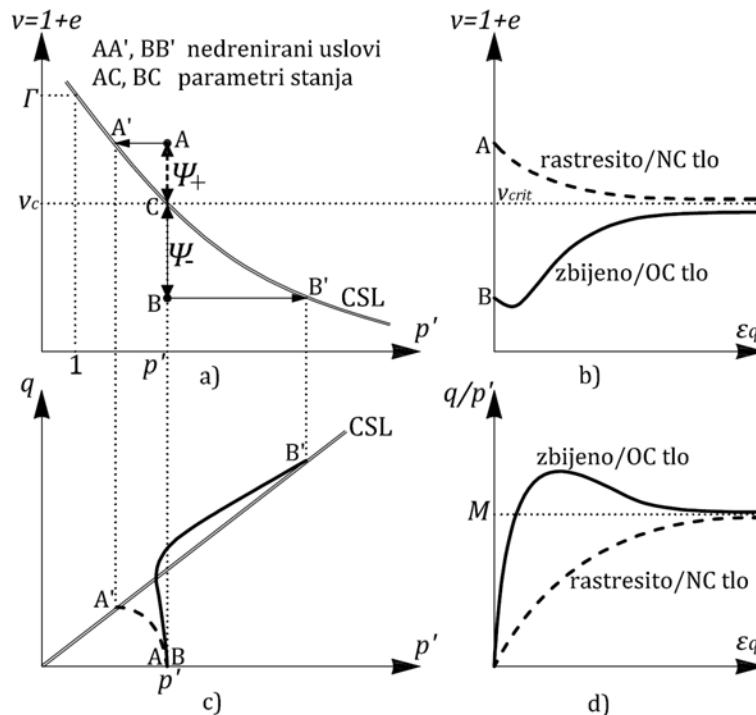




Slika 3.2 Maksimalni gradijent promene zapremine

### 3.3.2 Koncept parametra stanja

Koncept parametra stanja je prvenstveno uveden za opisivanje ponašanja granularnih krupnozrnih vrsta tla. Stanje krupnozrnih materijala se najčešće predstavljalo zapreminskom težinom i relativnom zbijenošću. Međutim, navedeni pokazatelji nisu dovoljni da opišu mehaničko ponašanje granularnih krupnozrnih materijala. Veličina srednjeg efektivnog napona  $p'$  značajno utiče na ponašanje tla, tako da se krupnozrno tlo za dati koeficijent poroznosti pri velikoj vrednosti srednjeg efektivnog napona ponaša kao rastresit, dok se za manje vrednosti srednjeg efektivnog napona taj isti materijal ponaša kao zbijen. To znači da je pored koeficijenta poroznosti za karakterizaciju krupnozrnog tla neophodna i veličina srednjeg efektivnog napona.



Slika 3.3 a) Parametar stanja b) Promena specifične zapremine tla c) Putanje efektivnih napona u nedreniranim uslovima d) Naponsko-deformacijske krive

Umesto koeficijenta poroznosti predloženo je korišćenje parametra stanja kao fundamentalne promenljive. Koncept parametra stanja prvi su predstavili Been i Jefferies (1985) za opisivanje ponašanja peska. Parametar stanja predstavlja razliku između trenutne specifične zapremine  $v$  (ili koeficijenta poroznosti  $e$ ) i specifične zapremine  $v_c$  (ili koeficijenta poroznosti  $e_c$ ) na liniji referentnog stanja pri istom srednjem efektivnom naponu, A-C i B-C na Slici 3.3a.

Ovakav koncept podrazumeva da postoji referentno stanje (*steady state condition*) koje treba da ima jedinstvenu strukturu. Za konstitutivne modele definisane u okviru teorije kritičnog stanja, referentno stanje je upravo kritično stanje, kada se smičuće deformacije razvijaju bez promene zapremine i efektivnog napona. Takođe, mora biti ispunjen uslov da je linija kritičnog stanja CSL u  $v$ - $p'$  ravni jedinstvena. Tako se parametar stanja može izraziti kao:

$$\Psi = v - v_c \quad (3.29)$$

Parametar stanja je najčešće uključen u konstitutivne relacije krupnozrnog tla (peska): *Nor-Sand* model (Jefferies, 1993), *Severn-Trent sand* model (Gajo & Wood, 1999), model koji su razvili Li & Dafalias (2000). Može se donekle uspostaviti analogija između ponašanja zbijenih granularnih materijala i ponašanja prekonsolidovane gline, odnosno između zbijenosti i stepena prekonsolidacije. Prekonsolidovane gline će se ponašati kao normalno konsolidovane za dovoljno velike vrednosti efektivnog napona. S obzirom da se kod gline može lakše utvrditi položaj linije kritičnog stanja u odnosu na pesak (potrebno je pesak ispitati pri veoma velikim vrednostima efektivnih napona da bi se locirala linija kritičnog stanja), nameće se zaključak da se parametar stanja može koristiti i za opisivanje konstitutivnih relacija prekonsolidovanih glina. Jedan od takvih modela koji se može koristiti za opisivanje mehaničkog ponašanja gline i peska razvio je Yu (1998) – CASM (Clay And Sand Model).

Za inicijalnu vrednost parametra stanja veću od nule, karakterističnu za rastresita i normalno konsolidovana tla, tačka A na Slici 3.3a, zapremina tla se smanjuje (kontrakcija) sve do dostizanja kritičnog stanja, Slika 3.3b. Dolazi do plastičnog smičućeg loma bez pojave vršne vrednosti, Slika 3.3d. Ako je inicijalna vrednost parametra stanja manja od nule, kao što je slučaj sa zbijenim i prekonsolidovanim tlom, tačka B na Slici 3.3a, tlo će nakon početne kompresije težiti da povećava zapreminu, Slika 3.3b. Tlo ispoljava krto plastični lom koji podrazumeva povećanje smičućeg napona do maksimalne veličine (vršna smičuća čvrstoća), a zatim opadanje smičućeg napona (omekšanje) pri daljem deformisanju do konstantne veličine, Slika 3.3d. U nedreniranim uslovima karakteristične putanje efektivnih napona prikazane su na Slici 3.3c.

Ako posmatramo kompresionu  $\ln p'$ - $v$  ravan, sa Slike 3.4 slede relacije:

$$\Gamma - v = \Psi + x \quad (3.30)$$

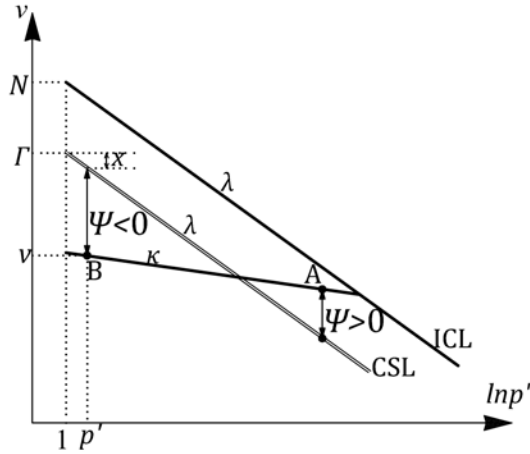
$$\frac{x}{\ln p' - \ln 1} = \lambda \quad (3.31)$$

odnosno:

$$x = \lambda \ln p' \quad (3.32)$$

i konačno parametar stanja se može izraziti kao:

$$\Psi = v + \lambda \ln p' - \Gamma \quad (3.33)$$



**Slika 3.4** Parametar stanja

Parametar stanja je negativan za jako prekonsolidovane gline i zbijene peskove  $\Psi < 0$  (tačka B), dok je za lako prekonsolidovane i normalno konsolidovane gline i rastresite peskove pozitivan  $\Psi > 0$  (tačka A). Kada naponska tačka dođe do linije kritičnog stanja  $\Psi = 0$ .

U nastavku će biti prikazane relacije koje povezuju parametar stanja sa stepenom prekonsolidacije, kao i izraz za parametar stanja imaginarne tačke na graničnoj površi HASP modela.

### 3.3.3 Parametar stanja za imaginarnu tačku $\bar{\Psi}$

Za naponski odnos  $\eta = q/p'$ , u kompresionoj ravni  $\ln p' - v$  važi (Slika 3.5):

$$\bar{v}_\lambda = \bar{v} + \lambda \ln \bar{p}' \quad (3.34)$$

Za izotropnu konsolidaciju važi:

$$\eta = 0 \quad \bar{v}_\lambda = N \quad (3.35)$$

dok je za kritično stanje:

$$\eta = M \quad \bar{v}_\lambda = \Gamma \quad (3.36)$$

Sa slike 3.5 sledi da je specifična zapremina za tačku  $\bar{A}$ :

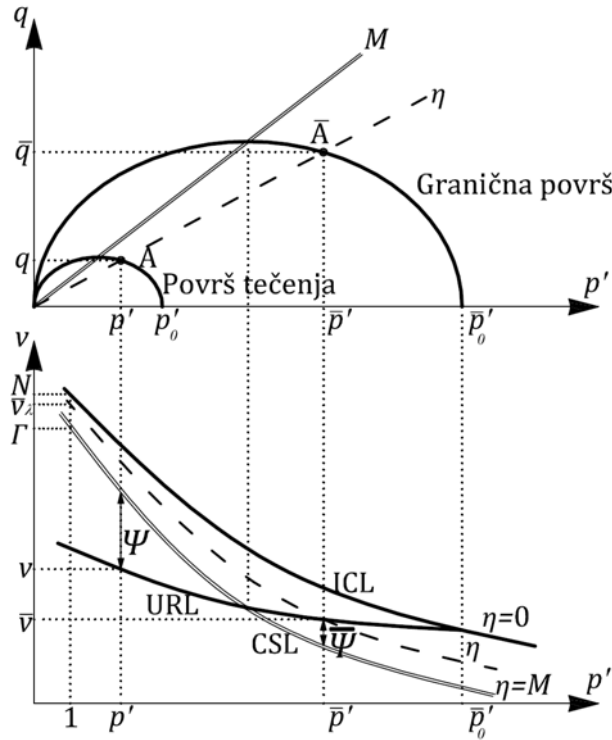
$$\bar{v} = N - \lambda \ln \bar{p}'_0 + \kappa \ln \left( \frac{\bar{p}'_0}{\bar{p}'} \right) \quad (3.37)$$

Ubacivanjem izraza (3.37) u izraz (3.34) dobijamo:

$$\bar{v}_\lambda = N - \lambda \ln \bar{p}'_0 + \kappa \ln \left( \frac{\bar{p}'_0}{\bar{p}'} \right) + \lambda \ln \bar{p}' \quad (3.38)$$

ili:

$$\bar{v}_\lambda = N - (\lambda - \kappa) \ln \left( \frac{\bar{p}'_0}{\bar{p}'} \right) \quad (3.39)$$



**Slika 3.5** Granična površ i parametar stanja

Ako se izraz (3.12) za graničnu površ uvrsti u jednačinu (3.39):

$$\bar{v}_\lambda = N - (\lambda - \kappa) \ln \left( \frac{M^2 + \eta^2}{M^2} \right) \quad (3.40)$$

Nakon sređivanja imamo da je:

$$\eta^2 = M^2 \exp \left( \frac{N - \bar{v}_\lambda}{\lambda - \kappa} \right) - M^2 \quad (3.41)$$

Za MCC model važi da je:

$$N = \Gamma + (\lambda - \kappa) \ln 2 \quad (3.42)$$

i zamenom izraza (3.42) i izraza (3.34) u izraz (3.41) dobijamo:

$$\eta^2 = M^2 \exp \left( \frac{(\lambda - \kappa) \ln 2 - (\bar{v} + \lambda \ln \bar{p}' - \Gamma)}{\lambda - \kappa} \right) - M^2 \quad (3.43)$$

ili preko parametra stanja (3.33):

$$\eta^2 = M^2 \exp \left( \frac{(\lambda - \kappa) \ln 2 - \bar{\Psi}}{\lambda - \kappa} \right) - M^2 \quad (3.44)$$

Konačno izraz za parametar stanja imaginarne tačke na graničnoj površi je:

$$\bar{\Psi} = (\lambda - \kappa) \ln \left( \frac{2M^2}{M^2 + \eta^2} \right) \quad (3.45)$$

Važe relacije:

$$\eta < M \quad \bar{\Psi} > 0 \quad (3.46)$$

$$\eta > M \quad \bar{\Psi} < 0 \quad (3.47)$$

### 3.3.4 Stepen prekonsolidacije

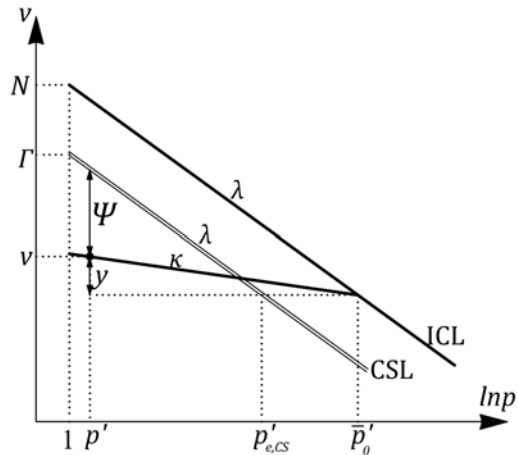
Izotropni stepen prekonsolidacije predstavlja odnos maksimalnog srednjeg efektivnog napona  $\bar{p}'_0$  i tekuće vrednosti srednjeg efektivnog napona  $p'$ :

$$R_i = \frac{\bar{p}'_0}{p'} \quad (3.48)$$

Stepen prekonsolidacije *OCR* je izražen preko vertikalnog efektivnog napona:

$$OCR = \frac{\sigma'_{v,max}}{\sigma'_v} \quad (3.49)$$

i samo za *OCR*=1 važi da je *R*=1. Za prekonsolidovane gline ovako definisani stepeni prekonsolidacije su različite brojne vrednosti.



**Slika 3.6** Odnos veličina u kompresionoj ravni

Srednji efektivni napon  $p'_{e,CS}$  na liniji kritičnog stanja koji odgovara naponu  $\bar{p}'_0$  je (Slika 3.6):

$$p'_{e,CS} = \frac{\bar{p}'_0}{2^\Lambda} \quad (3.50)$$

gde je:

$$\Lambda = \frac{\lambda - \kappa}{\lambda} \quad (3.51)$$

Sa Slike 3.6 se može uočiti da je:

$$\frac{y + \Psi}{\ln p'_{e,CS} - \ln p'} = \lambda \quad (3.52)$$

Zamenom izraza (3.50) u prethodni izraz dobijamo:

$$y + \Psi = \lambda \ln \left( \frac{\bar{p}'_0}{p'} \frac{1}{2^\lambda} \right) \quad (3.53)$$

$$\ln \left( \frac{\bar{p}'_0}{p'} \right) = \frac{\lambda}{\kappa - \lambda} \ln \frac{1}{2^\lambda} - \frac{\Psi}{\kappa - \lambda} \quad (3.54)$$

odnosno:

$$\ln R_i = \frac{\lambda}{\lambda - \kappa} \ln 2^\lambda + \frac{\Psi}{\lambda - \kappa} \quad (3.55)$$

$$R_i = \exp(\ln 2) \exp \left( \frac{\Psi}{\lambda - \kappa} \right) \quad (3.56)$$

U prethodnom izrazu se mora voditi računa da parametar stanja ima negativnu vrednost za tačku ispod linije kritičnog stanja, tako da je konačan izraz za izotropni stepen prekonsolidacije:

$$R_i = 2 \exp \left( \frac{-\Psi}{\lambda - \kappa} \right) \quad (3.57)$$

Na sličan način se može pokazati da za imaginarnu tačku na graničnoj površi takođe važi relacija:

$$\bar{R}_i = 2 \exp \left( \frac{-\bar{\Psi}}{\lambda - \kappa} \right) \quad (3.58)$$

odnosno:

$$\bar{R}_i = \frac{\bar{p}'_0}{p'} \quad (3.59)$$

U toku procesa deformisanja stepen prekonsolidacije se smanjuje i pri dovoljno velikim deformacijama polako gubi. Ako se stepen prekonsolidacije definiše kao odnos:

$$R = \frac{\bar{p}'_0}{p'} = \frac{\bar{q}}{q} \quad (3.60)$$

može se predstaviti i preko parametra stanja u sledećem obliku:

$$R = \frac{R_i}{\bar{R}_i} = \frac{\exp \left( \frac{-\Psi}{\lambda - \kappa} \right)}{\exp \left( \frac{-\bar{\Psi}}{\lambda - \kappa} \right)} \quad (3.61)$$

I konačno:

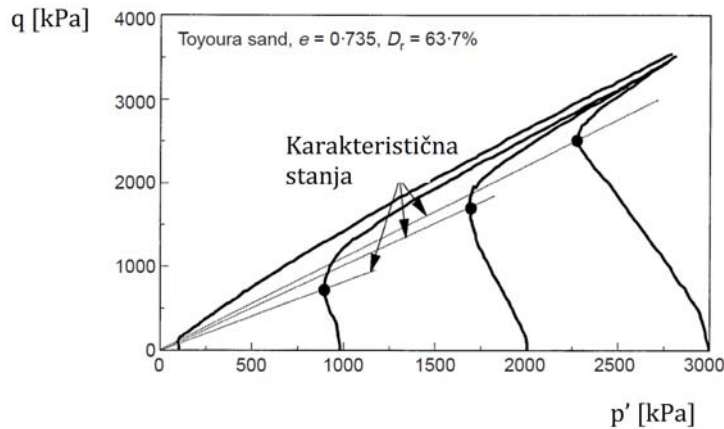
$$R = \exp\left(\frac{\bar{\Psi} - \Psi}{\lambda - \kappa}\right) \quad (3.62)$$

### 3.3.5 Parametar stanja i ponašanje prekonsolidovanih glina

Kao što je već navedeno, ranija istraživanja su bila uglavnom usmerena na uspostavljanje veze između parametra stanja i ponašanja peska, odnosno između parametra stanja i dilatancije. Dilatancija je tendencija tla da menja zapreminu tokom smicanja i predstavlja fundamentalni aspekt ponašanja tla koji se mora adekvatno opisati konstitutivnim relacijama. U velikom broju konstitutivnih modela kritičnog stanja dilatancija je funkcija samo naponskog odnosa  $\eta = q/p'$  (*stress-dilatancy relation*), tako da se zakon tečenja može izraziti kao:

$$d = d(\eta, C) \quad (3.63)$$

gde  $C$  predstavlja set konstitutivnih konstanti. Za sitnozrna tla (gline i prašine)  $d$  je funkcija udaljenja trenutnog naponskog odnosa  $\eta$  od naponskog odnosa pri kritičnom stanju  $\eta = M$  i u dobroj meri se slaže sa eksperimentalnim rezultatima. Za  $\eta < M$  dolazi do kompresije, odnosno za  $\eta > M$  dolazi do ekspanzije tla. Eksperimentalna istraživanja sprovedena na pesku nisu u skladu sa prethodnim tvrdnjama. Utvrđeno je da se kod zbijenog peska promena ponašanja iz kontrakcije u ekspanziju dešava pre nego što naponski odnos  $\eta$  dostigne veličinu  $M$ . Prelaz iz kontrakcije u ekspanziju je označen kao karakteristično stanje (*phase transformation*). Za zbijene uzorke pri manjim vrednostima normalnih napona karakteristično stanje je više udaljeno od linije kritičnog stanja, Slika 3.7.



**Slika 3.7** Karakteristična stanja peska, Verdugo & Ishihara (1996)

U skladu sa uočenim ponašanjem peska, Wood i dr. (1994), Manzari & Dafalias (1997) i Li & Dafalias (2000) navode da je za kompletan opis dilatancije u zakon tečenja potrebno uvrstiti i parametar stanja  $\Psi$ , odnosno:

$$d = d(\eta, \Psi, C) \quad (3.64)$$

Predložen je zakon tečenja u sledećem obliku (*state dependent dilatancy*):

$$d = \frac{d_0}{M} (M_f - \eta) \quad (3.65)$$

gde je  $d_0$  pozitivna konstanta, a parametar  $M_f$  funkcija parametra stanja:

$$M_f = M + m\Psi \quad \text{Wood i dr. (1994), Manzari \& Dafalias (1997)} \quad (3.66)$$

$$M_f = M \exp(m\Psi) \quad \text{Li \& Dafalias (2000)} \quad (3.67)$$

U izrazima (3.66) i (3.67)  $m$  je pozitivna konstanta. Kada je dostignuto kritično stanje važi da je  $\Psi=0$ ,  $M_f=M$  i  $d=0$ . I u ovom slučaju je dilatancija funkcija udaljenja trenutnog naponskog odnosa  $\eta$  od referentnog naponskog odnosa, ali se referentni naponski odnos menja u zavisnosti od veličine parametra stanja. Ako je inicijalna vrednost parametra stanja  $\Psi_0 < 0$ , pesak će imati vršnu čvrstoću jer je  $M_f > M$ , odnosno ako je inicijalna vrednost parametra stanja  $\Psi_0 > 0$ , naponski odnos teži ka liniji kritičnog stanja, jer se parametar stanja smanjuje sve do  $\Psi=0$  na liniji kritičnog stanja.

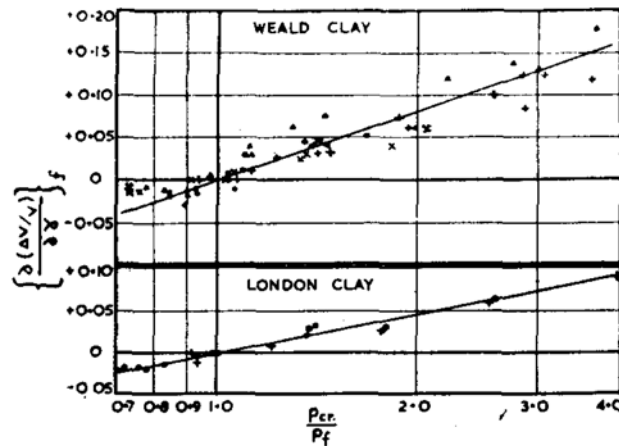
Na osnovu velikog broja triaksijalnih testova na pesku Been & Jefferies (1985) su uspostavili vezu između inicijalnog parametra stanja i maksimalne vrednosti dilatancije (kada je dostignuta vršna čvrstoća), u sledećem obliku:

$$d_{max} = -\chi \cdot \Psi_0 \quad (3.68)$$

odnosno, maksimalna dilatancija je linearna funkcija inicijalnog parametra stanja, gde se parametar  $\chi$  kreće u granicama 3–5.

Pored ispitivanja na pesku, Been & Jefferies (1985) su uradili veliki broj triaksijalnih testova i na prekonsolidovanoj glini i utvrđeno je da se može uspostaviti slična linearna zavisnost, izraz (3.86), gde se parametar  $\chi$  kreće u granicama 3.5–4.5.

Parry je 1958. godine uradio seriju dreniranih triaksijalnih testova na Weald glini i London glini, Slika 3.8.



**Slika 3.8** Promena zapremine pri maksimalnoj vrednosti devijatora napona, Parry (1958)

Vrednosti promene zapremine pri maksimalnoj vrednosti devijatora napona su predstavljene u zavisnosti od odnosa  $p'_{cr} / p'_f$  (srednji efektivni napon na liniji kritičnog stanja koji odgovara specifičnoj zapremini pri vršnoj čvrstoći prema srednjem efektivnom naponu pri lomu). Na polulogaritamskom dijagramu jasno se može uočiti skoro linearna zavisnost između dilatancije pri vršnoj čvrstoći i prikazanog odnosa, tj.:

$$\left\{ \frac{\partial(\Delta v/v)}{\partial \gamma} \right\}_f = k_1 \ln \left( \frac{p'_{cr}}{p'_f} \right) \quad (3.69)$$



gde je  $k_1$  konstanta. Može se jednostavno pokazati da se odnos  $p'_{cr} / p'_f$  može izraziti kao funkcija parametra stanja u  $\ln p' - v$  ravni, odnosno:

$$\Psi = \lambda \ln \left( \frac{p'_{cr}}{p'_f} \right) \quad (3.70)$$

iz čega sledi da je parametar stanja linearno proporcionalan dilatanciji pri vršnoj čvrstoći u dreniranim uslovima.

### 3.3.6 Koeficijent ojačanja $\omega$

Prethodna razmatranja, data u tački 3.3.5 su poslužila da se formira teorijsko-metodološki okvir za formulaciju koeficijenta ojačanja koji će omogućiti opisivanje ojačanja, vršne čvrstoće i omekšanja prekonsolidovane gline, uz pojavu plastičnih deformacija od početka deformisanja. U izrazu za koeficijent ojačanja (3.23) je potrebno definisati odnos  $\xi/d$ . Yu (1998) je parametar  $\xi$  označio kao konstantu modela. Međutim, ako se parametar  $\xi$  posmatra u kontekstu jednačine (3.21), predstavlja maksimalnu vrednost dilatancije pri lomu (vršna čvrstoća) u dreniranim uslovima. U skladu sa jednačinom (3.57) na polulogaritamskom dijagramu, postoji linearna zavisnost između parametra stanja i izotropnog stepena prekonsolidacije, što dalje znači da postoji linearna zavisnost između  $d_{max}$  i stepena prekonsolidacije. Na osnovu ovih zaključaka i uzimajući u obzir izraz (3.62) za stepen prekonsolidacije, pretpostavljeno je da je apsolutna vrednost dilatancije u direktnoj zavisnosti od  $\bar{\Psi} - \Psi$ .

Za naponska stanja ispod CSL dilatancija  $d$  je pozitivna (kompresija), dok je negativna za naponska stanja iznad CSL (ekspanzija). Kada je naponska tačka na CSL dilatancija  $d=0$ . To znači da se dilatancija menja na sličan način kao parametar stanja za imaginarnu tačku na graničnoj površi  $\bar{\Psi}$ , Slika 3.13.

Razmatrajući prethodno navedene relacije i s obzirom da dilatancija utiče na ponašanje tla duž čitave putanje napona sve do loma, predložen je izraz za koeficijent ojačanja u sledećem obliku:

$$\omega = \left( 1 + \frac{\bar{\Psi} - \Psi}{\bar{\Psi}} \right) R \quad (3.71)$$

Deo izraza (3.71) u zagradi određuje znak koeficijenta ojačanja i zajedno sa stepenom prekonsolidacije određuje magnitudu koeficijenta ojačanja, a samim tim i veličinu plastičnih deformacija u skladu sa izrazima (3.25) i (3.26). Za normalno konsolidovane gline važi da je  $\Psi = \bar{\Psi}$  i koeficijent ojačanja je  $\omega = 1$ . HASP model tada automatski prelazi u MCC model.

## 3.4 Karakteristike HASP modela u dreniranim uslovima

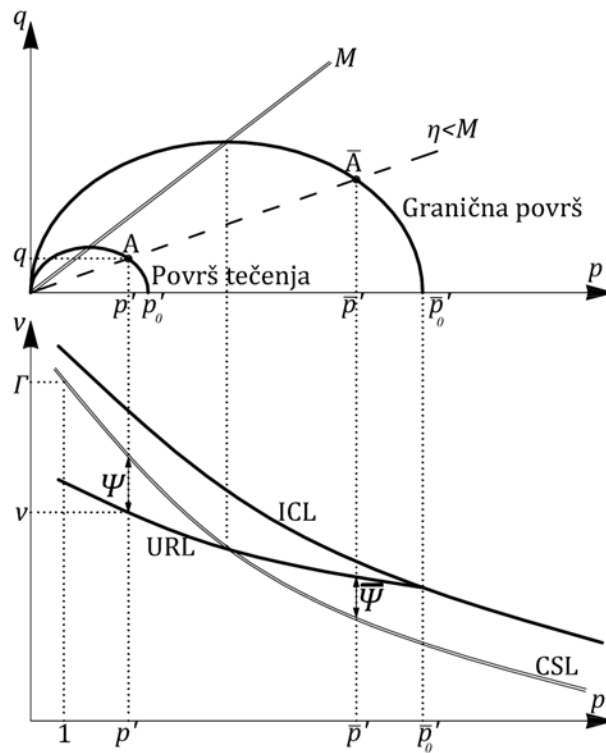
Karakteristike HASP modela u dreniranim uslovima će biti prikazane kroz nekoliko faza deformisanja koje su eksperimentalno identifikovane:

1)  $\eta < M$ ,  $\Psi < 0$ ,  $\bar{\Psi} > 0$ ,  $\omega > 0$

Na početku opterećivanja koeficijent ojačanja ima pozitivnu vrednost. Što je veći stepen prekonsolidacije i naponska tačka udaljenija od CSL, to je i početni koeficijent ojačanja veći. Kako se naponski odnos približava CSL, smanjuje se vrednost  $\bar{\Psi}$ , što ima za posledicu povećanje koeficijenta ojačanja sve do dostizanja prvog karakterističnog stanja ( $\eta = M$ ). S obzirom da je koeficijent ojačanja ujedno i koeficijent redukcije plastičnih deformacija, plastične deformacije su u ovoj fazi manje od elastičnih deformacija. Dolazi do kompresije  $d\varepsilon_v > 0$  i površ tečenja i granična površ se šire (ojačanje), Slika 3.9.

2)  $\eta = M, \quad \Psi < 0, \quad \bar{\Psi} = 0, \quad \omega \rightarrow \infty$

Kada je dostignuto *prvo karakteristično stanje* i parametar stanja  $\bar{\Psi} = 0$ , Slika 3.10, koeficijent ojačanja teži beskonačnosti i  $d\varepsilon_v^p = 0$ . Dok MCC model predviđa za  $\eta = M$  beskonačne vrednosti smičućih deformacija, u HASP modelu je omogućen kontinuitet i dalji rast smičućih deformacija upravo zahvaljujući velikoj vrednosti koeficijenta ojačanja.



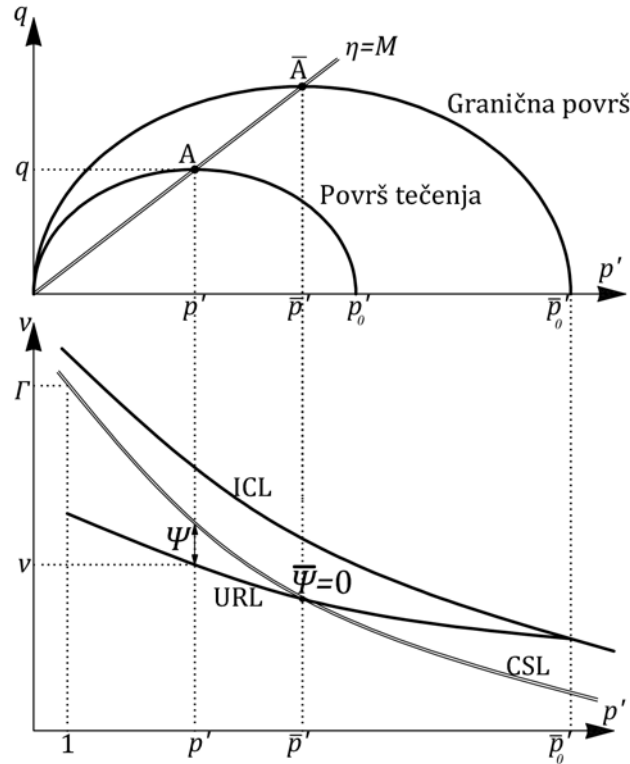
**Slika 3.9** Drenirani uslovi, inicijalno stanje  $\eta < M$

3)  $\eta > M, \quad \Psi < 0, \quad \bar{\Psi} < 0, \quad \omega < 0$

Za naponski odnos iznad CSL imaginarna naponska tačka  $\bar{A}$  u kompresionj ravni prelazi ispod linije kritičnog stanja i koeficijent ojačanja je negativan, Slika 3.11. Dolazi do ekspanzije  $d\varepsilon_v < 0$ . Zahvaljujući negativnoj vrednosti koeficijenta ojačanja razvijaju se pozitivne smičuće deformacije. Površ tečenja nastavlja da se širi, dok se granična površ za vrednost naponskog odnosa  $\eta > M$  skuplja.

4)  $\bar{\Psi} - \Psi = -\bar{\Psi}$ ,  $\omega = 0$ ,  $\eta = M_f$

Kada se u procesu deformisanja za vrednost  $\eta > M$ , površ tečenja i granična površ približe dovoljno tako da je ispunjen uslov  $\bar{\Psi} - \Psi = -\bar{\Psi}$ , koeficijent ojačanja je nula, Slika 3.11. Takvo stanje je označeno kao *drugo karakteristično stanje* i predstavlja prelaz iz ojačanja u omekšanje. Naponski odnos je vršni naponski odnos  $\eta = M_f$ , jer površ tečenja prestaje da se širi  $dp'_0 = 0$ .



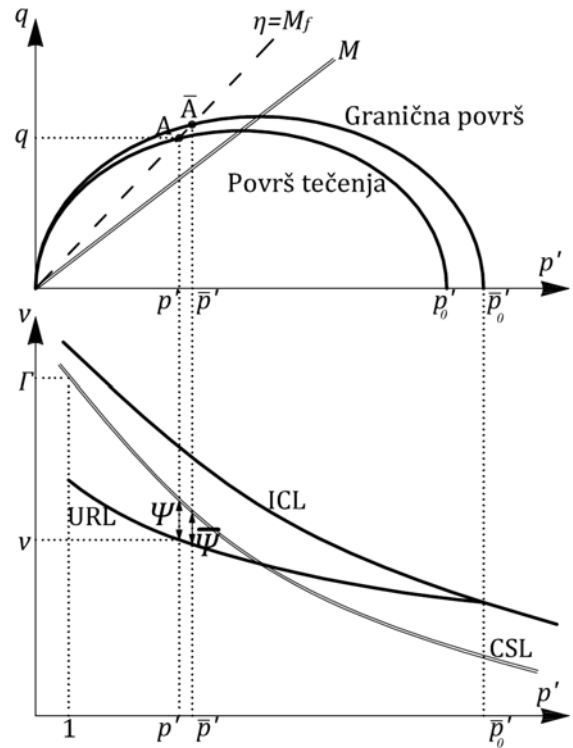
**Slika 3.10** Drenirani uslovi, prvo karakteristično stanje

5)  $M_f > \eta > M$ ,  $\Psi < 0$ ,  $\bar{\Psi} < 0$ ,  $-1 < (\bar{\Psi} - \Psi) / \bar{\Psi} < 0$ ,  $\omega > 0$

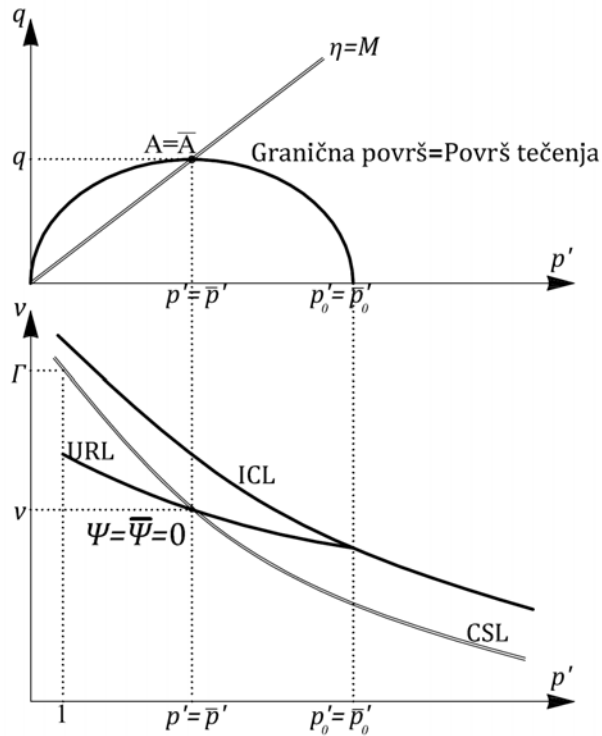
Pri daljem deformisanju, površ tečenja i granična površ se približavaju i tada je  $\bar{\Psi} - \Psi < -\bar{\Psi}$ . Koeficijent ojačanja ima pozitivnu vrednost. Da bi smičuće deformacije imale pozitivan priraštaj potrebno je da bude ispunjen uslov  $dp' < 0$  i  $dq < 0$ , odnosno dolazi do omekšanja. Površ tečenja i granična površ se skupljaju.

6)  $\eta = M$ ,  $\Psi = 0$ ,  $\bar{\Psi} = 0$ ,  $R = 1$ ,  $\omega = 1$

Površ tečenja i granična površ se skupljaju sve do dostizanja kritičnog stanja (loma). Koeficijent ojačanja je jednak jedinici i potpuno se gubi stepen prekonsolidacije  $R=1$ , Slika 3.12.



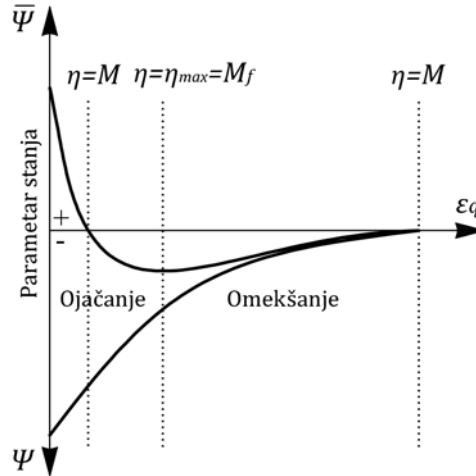
Slika 3.11 Drenirani uslovi, faze 3, 4 i 5



Slika 3.12 Drenirani uslovi, kritično stanje

Za lako prekonsolidovane gline  $OCR < 2$ , za koje važi da je  $\Psi > 0$  i  $\bar{\Psi} > 0$ , koeficijent ojačanja ima uvek pozitivnu vrednost  $\omega > 1$  koja se sa deformisanjem smanjuje sve do  $\omega = 1$  za  $\eta = M$ .

Promena parametara stanja  $\Psi$  i  $\bar{\Psi}$  u dreniranim uslovima sa promenom smičućih deformacija je prikazana na Slici 3.13.



**Slika 3.13** Promena parametara stanja u dreniranim uslovima

### 3.5 Karakteristike HASP modela u nedreniranim uslovima

U nedreniranim uslovima kad nema promene zapremine važi:

$$d\varepsilon_v^e + d\varepsilon_v^p = 0 \quad (3.72)$$

Ako se u prethodni izraz uvrsti izraz (3.22) dobijamo:

$$\frac{\kappa}{v} \frac{dp'}{p'} + \frac{\lambda - \kappa}{v} \frac{dp'_0}{p'_0} \frac{1}{\omega} = 0 \quad (3.73)$$

odnosno:

$$\frac{dp'}{p'} = - \frac{\lambda - \kappa}{\kappa} \frac{dp'_0}{p'_0} \frac{1}{\omega} \quad (3.74)$$

Izraz za diferencijalnu formu površi tečenja se može u obliku:

$$\frac{dp'_0}{p'_0} = \frac{dp'}{p'} + \frac{2\eta d\eta}{M^2 + \eta^2} \quad (3.75)$$

uvrstiti u jednačinu (3.74):

$$\frac{dp'}{p'} = - \frac{\lambda - \kappa}{\kappa} \left( \frac{dp'}{p'} + \frac{2\eta d\eta}{M^2 + \eta^2} \right) \frac{1}{\omega} \quad (3.76)$$

i nakon sređivanja imamo:

$$\frac{dp'}{p'} = - \frac{\lambda - \kappa}{\omega\kappa + (\lambda - \kappa)} \frac{2\eta}{M^2 + \eta^2} d\eta \quad (3.77)$$

Nakon integracije izraz (3.77) postaje:

$$\ln \frac{p'_i}{p'} = \frac{\lambda - \kappa}{\omega\kappa + (\lambda - \kappa)} \ln \left( \frac{M^2 + \eta^2}{M^2 + \eta_i^2} \right) \quad (3.78)$$

odnosno:

$$\frac{p'_i}{p'} = \left( \frac{M^2 + \eta^2}{M^2 + \eta_i^2} \right)^\alpha \quad (3.79)$$

gde je:

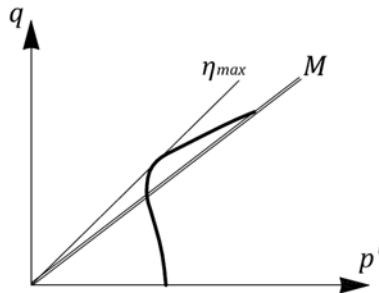
$$\alpha = \frac{\lambda - \kappa}{\omega\kappa + (\lambda - \kappa)} \quad (3.80)$$

Izraz (3.79) predstavlja putanju efektivnih napona u nedreniranim uslovima, dok su  $p'_i$  i  $\eta_i$  inicijalne vrednosti srednjeg efektivnog napona i naponskog odnosa.

Za prekonsolidovane gline, mogu se uočiti sledeće karakteristike HASP modela u nedreniranim uslovima:

1)  $\eta < M$ ,  $\Psi < 0$ ,  $\bar{\Psi} > 0$ ,  $\omega > 0$ ,  $\alpha > 0$ ,  $d\eta > 0$

Koeficijent ojačanja ima pozitivnu vrednost za  $\eta < M$  i prema izrazu (3.74) dobijamo da je tada  $dp' < 0$  i parametar stanja  $\Psi$  se u ovoj fazi blago smanjuje. To znači da se putanja napona približava liniji kritičnog stanja sa desne strane, Slika 3.14. Međutim koeficijent ojačanja za  $\eta < M$  ima najveće vrednosti i promene srednjeg efektivnog napona su tada veoma male. Što je stepen prekonsolidacije veći, manji je otklon putanje napona. Takođe je  $d\varepsilon_v^p > 0$ , odnosno  $d\varepsilon_v^e < 0$ , površ tečenja i granična površ se šire.



**Slika 3.14** Putanja efektivnih napona u nedreniranim uslovima

2)  $\eta = M$ ,  $\Psi < 0$ ,  $\bar{\Psi} = 0$ ,  $\omega \rightarrow \infty$ ,  $\alpha = 0$ ,  $d\eta > 0$

Kada je dostignuto prvo karakteristično stanje, parametar stanja  $\bar{\Psi} = 0$ , Slika 3.15, koeficijent ojačanja teži beskonačnosti i  $d\varepsilon_v^p = 0$ . Samim tim je i  $d\varepsilon_v^e = 0$  i onda važi da je  $dp' = 0$ . Putanja napona menja smer.

3)  $\eta > M$ ,  $\Psi < 0$ ,  $\bar{\Psi} < 0$ ,  $\omega < 0$ ,  $\alpha < 0$ ,  $d\eta > 0$

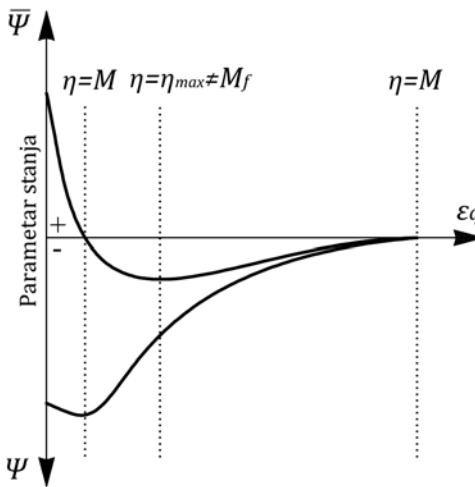
Kada naponski odnos prođe CSL, koeficijent ojačanja je negativan i  $d\varepsilon_v^p < 0$ ,  $d\varepsilon_v^e > 0$  i sledi da je  $dp' > 0$ . Putanja napona se približava CSL sa leve strane. Kako se za  $\eta > M$  koeficijent ojačanja povećava, to će za vrednost:

$$\omega = \frac{\kappa - \lambda}{\kappa} \quad (3.81)$$

imenilac u izrazu (3.80) biti nula, a parametar  $\alpha$  će imati beskonačnu vrednost. Iz izraza (3.77) sledi da je tada  $d\eta = 0$ , odnosno dostignut je vršni naponski odnos  $\eta_{max}$ . Vršni naponski odnos ne odgovara maksimalnoj vrednosti devijatora napona, kao u dreniranim uslovima. Površ tečenja se širi, dok se granična površ skuplja.

4)  $\eta \rightarrow M, \Psi < 0, \bar{\Psi} < 0, \omega < 0, \alpha > 0, d\eta < 0$

Pri daljem deformisanju  $\alpha > 0$  i naponski odnos  $\eta$  se smanjuje, tj.  $d\eta < 0$  sve dok ne dođe do linije kritičnog stanja  $\eta = M$ . Tada je  $\Psi = 0$  i  $\bar{\Psi} = 0$  i beleži se maksimalna vrednost devijatora napona.



Slika 3.15 Promena parametara stanja u nedreniranim uslovima

### 3.6 Parametri HASP modela

Kao što je ranije navedeno HASP model zahteva, kao i MCC model, pet parametara za opis kompletne konstitutivne veze za određeni tip tla:  $\lambda, \kappa, M, \Gamma$  ili  $N, G$  ili  $\mu$ . Svi parametri se mogu odrediti iz konvencionalnih laboratorijskih opita (triaksijalni opit, edometarski opit, opit direktnog smicanja).

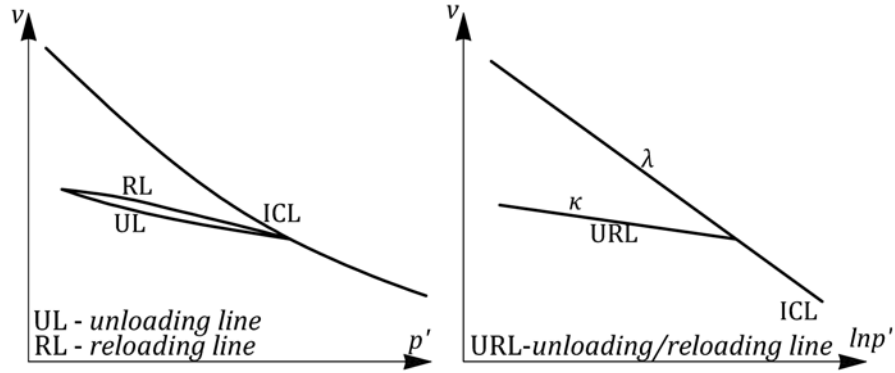
#### Parametri $\lambda, \kappa$ i $\Gamma$

Promena zapremine uzorka normalno konsolidovane gline pri izotropnoj kompresiji u triaksijalnom opitu prikazana je dijagramima  $p'-v$  i  $\ln p'-v$  na Slici 3.16. Rezultati se obično prikazuju koristeći invarijantu napona u razmeri prirodnog logaritma. Da bi se konstruisao jednostavan model ponašanja tla, zanemaruje se histerezis u "elastičnom" području, tako da se promena zapremine može idealizovati pravim linijama (linijama bubrenja).

Parametar  $\lambda$  predstavlja nagib linije normalne konsolidacije u uslovima izotropne kompresije u  $\ln p'-v$  dijagramu, dok parametar  $\kappa$  predstavlja nagib linija bubrenja u uslovima izotropne kompresije u  $\ln p'-v$  dijagramu. Parametar  $N$  je specifična zapremina normalno konsolidovanog tla pri  $p'=1$  kPa u uslovima izotropne kompresije. Umesto

parametra  $N$  u HASP modelu je prikladnije koristiti parametar  $\Gamma$  koji predstavlja specifičnu zapremina tla pri  $p'=1$  kPa na liniji kritičnog stanja, jer je parametar stanja definisan u zavisnosti od parametra  $\Gamma$ . U HASP modelu važi relacija:

$$\Gamma = N - (\lambda - \kappa) \ln 2 \quad (3.82)$$



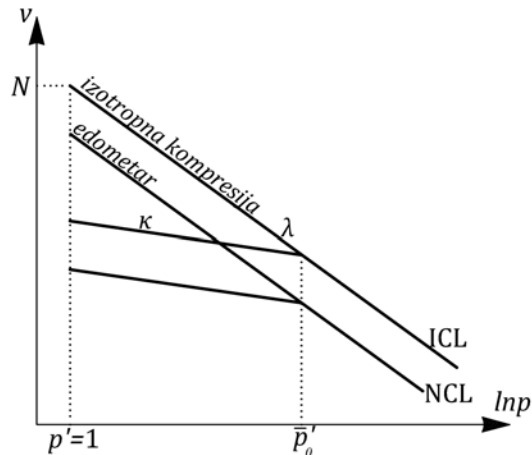
**Slika 3.16** Promena zapremine uzorka normalno konsolidovane gline pri izotropnoj kompresiji

Opisane parametre je moguće odrediti i iz rezultata edometarskog opita. Ispitivanja su pokazala da je linija normalne konsolidacije u uslovima jednodimenzionne konsolidacije paralelna sa linijom normalne konsolidacije u uslovima izotropne kompresije i sa linijom kritičnog stanja u  $\ln p'-v$  dijagramu. Isto važi i za linije bubrenja, Slika 3.17. Može se uspostaviti jednoznačna veza parametra  $\lambda$  sa indeksom stišljivosti koja glasi:

$$\lambda \cong \frac{C_c}{2.3} \quad (3.83)$$

Takođe, parametar  $\kappa$  se može proceniti na osnovu indeksa rekompresije u obliku:

$$\kappa \cong \frac{C_R}{2.3} \quad (3.84)$$



**Slika 3.17** Promene zapremine pri izotropnoj kompresiji i u edometarskom opitu

U literaturi se mogu naći i brojne empirijske relacije koje povezuju parametre  $\lambda$  i  $\Gamma$  sa pokazateljima plastičnosti glina. Nastale su uglavnom na osnovu ispitivanja na prerađenim uzorcima:



$$\lambda \cong 0.585I_p \quad \text{Schofield \& Wroth (1968)} \quad (3.85)$$

$$\lambda \cong 0.92(I_p - 0.09) \quad \text{Schofield \& Wroth (1968)} \quad (3.86)$$

$$\lambda \cong 0.3(w_l - 0.1) \quad \text{Terzaghi \& Peck (1948)} \quad (3.87)$$

$$C_c \cong I_p G_s / 200 \quad \text{Atkinson (1993)} \quad (3.88)$$

$$\Gamma \cong 1.25 + 4.27I_p \quad \text{Schofield \& Wroth (1968)} \quad (3.89)$$

$$\Gamma \cong 1 + G_s(w_l + 0.3I_p) \quad \text{Wood (1990)} \quad (3.90)$$

gde su:  $I_p$  - indeks plastičnosti,  $w_l$  - granica tečenja,  $G_s$  - specifična težina tla.

### Parametri $M$ i $\mu$

Parametar  $M$  predstavlja nagib linije kritičnog stanja u  $p'$ - $q$  dijagramu. U uslovima standardnih triaksijalnih ispitivanja ili koristeći opit direktnog smicanja, parametar  $M$  se može se proceniti na osnovu ugla smičuće čvrstoće pri konstantnoj zapremini  $\phi'_{cv}$  kao:

$$M_c = \frac{6 \sin \phi'_{cv}}{3 - \sin \phi'_{cv}} \quad \text{za kompresiju} \quad (3.91)$$

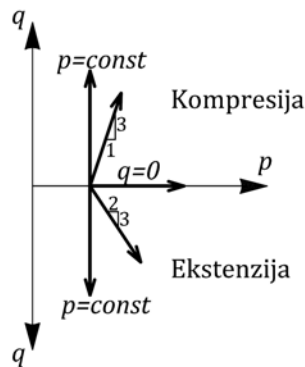
$$M_e = \frac{6 \sin \phi'_{cv}}{3 + \sin \phi'_{cv}} \quad \text{za ekstenziju} \quad (3.92)$$

Elastično ponašanje je u HASP modelu predstavljeno pretpostavljajući konstantnu vrednost Poisson-ovog koeficijenta  $\mu$  i modul smicanja  $G$  se tako može dobiti na osnovu izraza:

$$G = \frac{3(1 - 2\mu) \nu p'}{2(1 + \mu) \kappa} \quad (3.93)$$

### 3.7 Validacija HASP modela

Validacija HASP modela izvršena je poređenjem rezultata simulacije laboratorijskih opita sa eksperimentalnim rezultatima iz literature sa različitim putanjama totalnih napona prikazanim na Slici 3.18.



Slika 3.18 Putanje totalnih napona

U postupku validacije izabrane su gline sa različitim stepenima prekonsolidacije, za koje u literaturi postoje dobro dokumentovana ispitivanja u triaksijalnom aparatu i za koje su već određeni parametri konstitutivnog MCC modela:

1. Cardiff Kaolin glina (prerađeni uzorci), Banerjee & Stipho (1979)
2. London glina (prerađeni uzorci), Gasparre (2005)
3. Kaolin (black) glina (prerađeni uzorci), Biarez & Hicher (1994)
4. Bangkok (stiff) glina (neporemećeni uzorci), Hassan (1976)

U Tabeli 3.1 prikazani su publikovani parametri MCC modela za prekonsolidovane gline. Navedeni parametri predstavljaju ujedno i parametre HASP modela.

**Tabela 3.1** Parametri MCC i HASP modela

	$\lambda$	$\kappa$	$M_c$	$M_e$	$\Gamma$	$\mu$
Cardiff glina	0.140	0.050	1.05	0.85	2.63	0.2
London glina	0.168	0.064	0.80	/	2.85	0.2
Kaolin glina	0.230	0.030	0.81	/	3.44	0.2
Bangkok glina	0.100	0.020	1.13	/	2.85	0.2

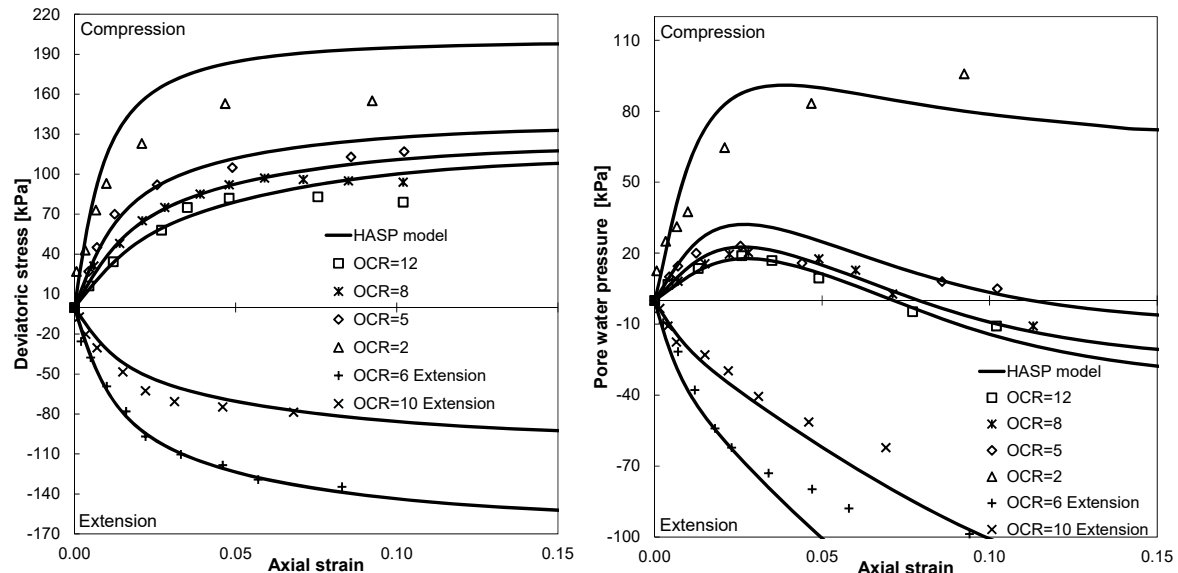
U Tabeli 3.1, parametri  $M_c$  i  $M_e$  predstavljaju nagib linije kritičnog stanja u naponskoj ravni u kompresiji i ekstenziji, respektivno. Za simulaciju opita potrebno je definisati i inicijalne uslove za svaki opit i to početni koeficijent poroznosti (specifičnu zapreminu) i početni srednji efektivni napon. Vrednosti stepena prekonsolidacije sa inicijalnim uslovima za svaki opit dati su u Tabeli 3.2. Ako za navedene materijale u literaturi nije publikovan parametar koji definiše položaj linije kritičnog stanja u kompresionoj ravni  $\Gamma$  i početni koeficijent poroznosti  $e_0$ , vrednosti su usvojene tako da odgovaraju publikovanom stepenu prekonsolidacije u skladu sa jednačinama (3.33) i (3.62).

**Tabela 3.2** Inicijalni uslovi za simulaciju triaksijalnih opita

	OCR	$p'_{initial}$ [kPa]	$v_0$
<b>Cardiff glina</b>	<b>12</b>	34.5	1.973
CU opit	<b>8</b>	48.2	1.963
	<b>5</b>	73	1.947
Kompresija	<b>2</b>	193	1.893
	<b>10</b>	41.5	1.963
Ekstenzija	<b>6</b>	92	1.895
<b>London glina</b>	<b>20</b>	30	2.040
	<b>2.25</b>	200	1.954
CU opit	<b>1</b>	317	1.952
	<b>8</b>	100	2.09
<b>Kaolin glina</b>	<b>4</b>	200	2.07
	<b>2</b>	400	2.05
CD opit	<b>1</b>	800	2.03
	<b>24</b>	34	2.300
<b>Bangkok glina</b>	<b>8</b>	103	2.275
	<b>2</b>	414	2.245
CD opit	<b>1.5</b>	552	2.240

### 3.7.1 CU triksijalni opiti, Cardiff Kaolin glina, Banerjee & Stipho (1979)

Prikazani su rezultati četiri nedrenirana opita triksijalne kompresije na prerađenim uzorcima Cardiff Kaolin gline (LL=52%, PI=26%) sa stepenima prekonsolidacije 2, 5, 8, 12, kao i rezultati dva nedrenirana opita triksijalne ekstenzije na prerađenim uzorcima sa stepenima prekonsolidacije 6 i 10.



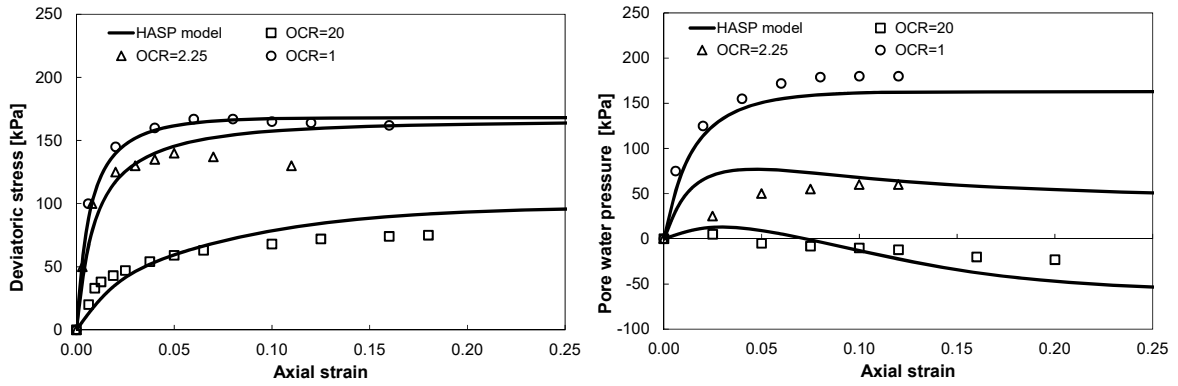
Slika 3.19 Simulacija CU opita i eksperimentalni rezultati, Cardiff Kaolin glina a) naponsko-deformacijska kriva b) promena pornog pritiska

Rezultati simulacije triksijalnog opita koristeći HASP model upoređeni su sa eksperimentalnim rezultatima na Slici 3.19. Naponsko-deformacijske relacije dobijene HASP modelom pokazuju veoma dobro slaganje sa eksperimentalnim rezultatima, za sve stepene prekonsolidacije pri triksijalnoj kompresiji i ekstenziji. Takođe, postoji dobro predviđanje generalne forme putanje efektivnih napona u nedreniranim uslovima u zavisnosti od stepena prekonsolidacije, koristeći HASP model. Posledica toga je i veoma dobro predviđanje pornog pritiska. Najveća odstupanja u odnosu na eksperimentalne rezultate uočavaju se pri stepenu prekonsolidacije 2, gde se dobija za oko 10-15% veći devijator napona. Predviđa se da se kritično stanje dostiže pri smičućim deformacijama od oko 15%.

### 3.7.2 CU triksijalni opiti, London glina, Gasparre (2005)

Prerađeni uzorci London gline iz različitih litoloških sredina su ispitani u nedreniranom opitu triksijalne kompresije. Uzorci su izotropno konsolidovani pod srednjim naponom i zatim rasterećeni do vrednosti  $p'$ initial pre faze smicanja. Za simulaciju opita su izabrani uzorci sa dubine 11-12 m, iz litološke sredine označene u disertaciji kao B2 (prašinate gline). Stepene prekonsolidacije su 20, 2.25 i 1. Karakteristike uzoraka i parametri modela prikazani su u Tabeli 3.1 i Tabeli 3.2, a rezultati simulacije na Slici 3.20.

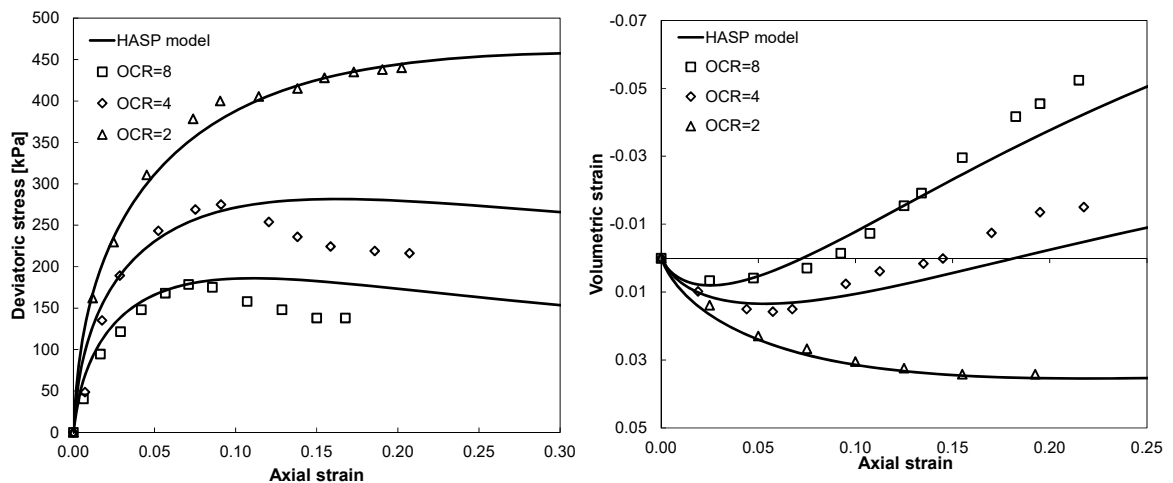
Uočava se veoma dobro slaganje rezultata dobijenih HASP modelom sa eksperimentalnim rezultatima za sve stepene prekonsolidacije. Za stepen prekonsolidacije 20 predviđa se nešto veća vrednost devijatora napona i pornog pritiska pri lomu. Predviđa se da se kritično stanje dostiže pri smičućim deformacijama od oko 20-25%.



Slika 3.20 Simulacija CU opita i eksperimentalni rezultati, London glina a) naponsko-deformacijske krive b) promena pornog pritiska

### 3.7.3 CD triaksijalni opiti, Kaolin glina, Biarez & Hicher (1994)

Opite triaksijalne kompresije na prerađenoj kaolinskoj glini radili su Zervoyannis i Bard, a rezultate opita su analizirali i publikovali Biarez & Hicher (1994). Uzorci su izotropno konsolidovani pod srednjim naponom  $\bar{p}'_0 = 800$  kPa i zatim rasterećeni do vrednosti  $p'_{initial} = 100, 200$  i  $400$  kPa pre faze smicanja u dreniranim uslovima. Stepeni prekonsolidacije su 8, 4 i 2. Nagib linije kritičnog stanja je kalibrisan koristeći rezultate triaksijalnog opita na normalno konsolidovanoj glini. Parametri HASP modela i inicijalni uslovi prikazani su u Tabeli 3.1 i Tabeli 3.2, a rezultati simulacije na Slici 3.21.



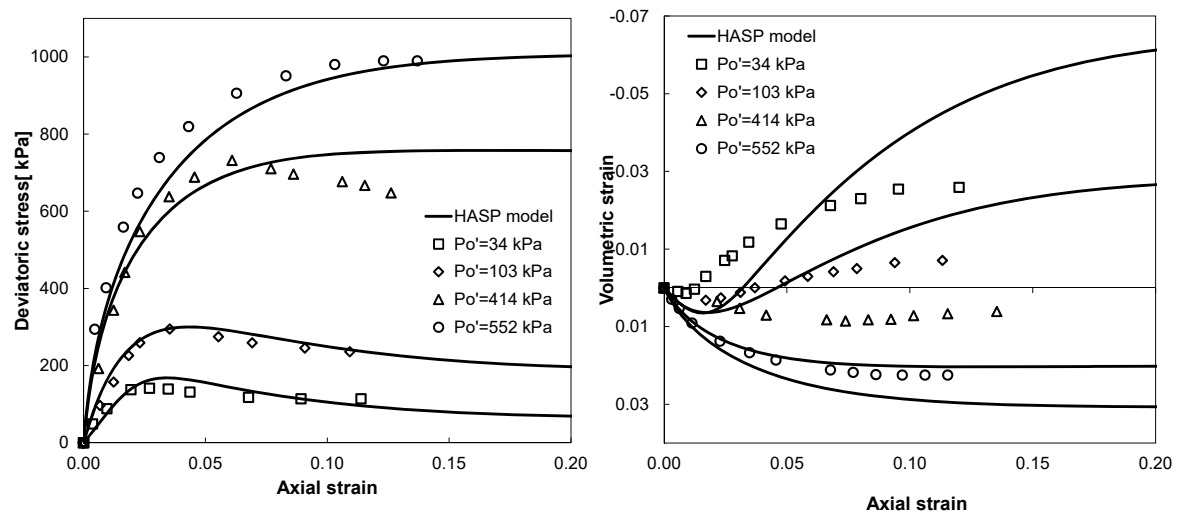
Slika 3.21 Simulacija CD opita i eksperimentalni rezultati, Kaolin glina a) naponsko-deformacijske krive b) promena zapreminskih deformacija

Ponašanje prekonsolidovanih glina tokom ojačanja u CD opitu je veoma dobro opisano HASP modelom. Za uzorke sa stepenima prekonsolidacije 8 i 4, HASP model predviđa pad čvrstoće – omekšanje pri deformacijama većim od oko 10%. Za jako prekonsolidovane uzorke (OCR=8, OCR=4), nakon početne kompresije uzoraka dolazi do ekspanzije i povećanja zapremine, što je u skladu sa eksperimentalnim rezultatima i uočava se odlično predviđanje promene zapreminskih deformacija sa promenom smičućih deformacija. Osnovni nedostatak HASP modela u prikazanoj simulaciji je predviđanje nešto većih smičućih deformacija pri lomu.

### 3.7.4 CD triaksijalni opiti, Bangkok (stiff) glina, Hassan (1976)

Seriju dreniranih opita triaksijalne kompresije na neporemećenim uzorcima tvrde Bangkok gline uradio je Hassan (1976) tokom izrade magistarske teze, a rezultati su reinterpretirani u Surarak i dr. (1994). Ispitani su neporemećeni uzorci sa dubine 17.4-18.0 m. Publikovane vrednosti efektivnog ugla smičuće čvrstoće i kohezije su  $\varphi' = 26.3^\circ$  i  $c' = 32.8 \text{ kN/m}^2$ . Uzimajući u obzir relativno veliku vrednost prividne kohezije, kao i da je anvelopa loma za prekonsolidovane tvrde materijale zakrivljena (nelinearna anvelopa), usvojena je nešto veća vrednost efektivnog ugla smičuće čvrstoće pri konstantnoj zapremini  $\varphi_{cv}' = 28.5^\circ$ . Nagib linije kritičnog stanja je izračunat u skladu sa jednačinom (3.91) i iznosi  $M = 1.13$ . Publikovani su modifikovani kompresioni parametri, i to modifikovani indeks stišljivosti  $\lambda^*$  i modifikovani indeks bubrenja  $\kappa^*$  (nagibi linije izotropne konsolidacije i linije bubrenja podeljeni specifičnom zapreminom) i iznose  $\lambda^* = 0.032-0.049$  i  $\kappa^* = 0.007-0.012$ . Vrednosti kompresionih parametara usvojeni za simulaciju su prikazane u Tabeli 3.1. Srednji efektivni naponi (svestrani naponi)  $p'_{initial}$  i inicijalne vrednosti specifične zapremine pre faze smicanja su prikazani u Tabeli 3.2, a rezultati simulacije na Slici 3.22.

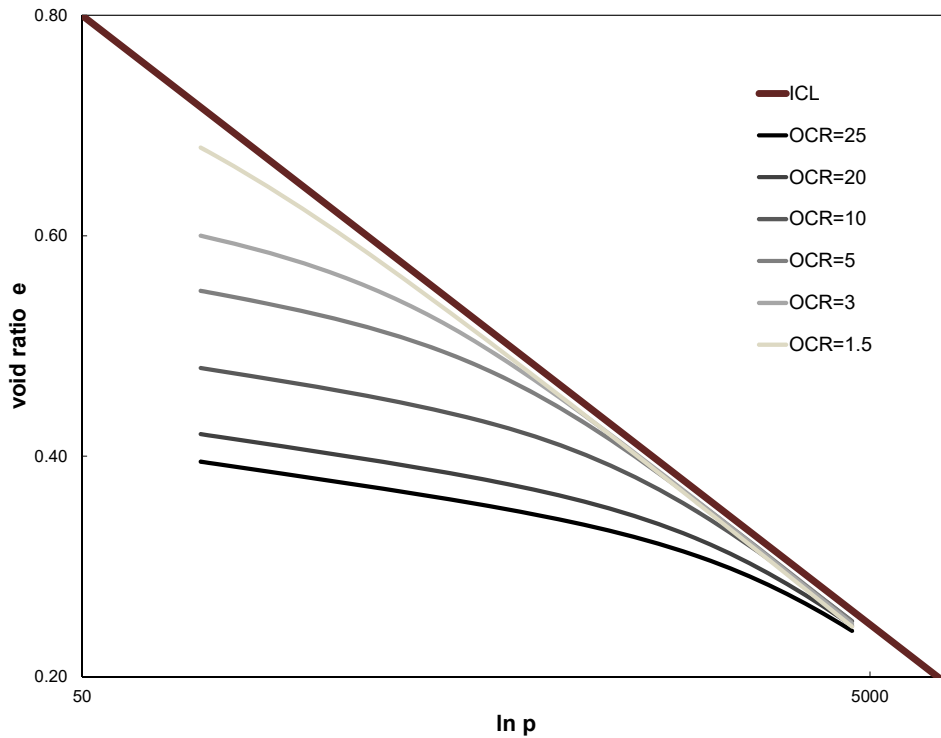
Za razliku od prethodnih simulacija gde je poređenje vršeno sa testovima na prerađenim uzorcima gline, za koje važi da postoji izvesna zakonitost u ponašanju pod opterećenjem, u ovom slučaju je dato poređenje sa rezultatima opita na neporemećenim uzorcima. Može se konstatovati da je slaganje sa eksperimentalnim rezultatima veoma dobro za naponsko – deformacijski odnos. Uočava se pad čvrstoće – omekšanje za uzorke koji su ispitani pod manjim svestranim naponom. Postoji dobro predviđanje aksijalne deformacije (3-4%) pri kojoj se postiže vršna smičuća čvrstoća. Veća odstupanja od eksperimentalnih rezultata zabeležena su kod promene zapreminskih deformacija sa promenom smičućih deformacija, naročito za uzorak ispitani pod svestranim naponom od 414 kPa. Takav rezultat nije neočekivan, s obzirom na nehomogeno polje deformacija, usled ispugalosti uzoraka prekonsolidovane gline uzetih sa velike dubine. Predviđa se da se kritično stanje dostiže pri smičućim deformacijama od oko 15-20%.



**Slika 3.22** Simulacija CD opita i eksperimentalni rezultati, Bangkok glina naponsko-deformacijske krive b) promena zapreminskih deformacija

### 3.7.5 Izotropna konsolidacija

Predviđanje naponsko – deformacijskog ponašanja prekonsolidovanih glina u toku izotropne konsolidacije HASP modelom je prikazano na Slici 3.23. Za veliki stepen prekonsolidacije, zahvaljujući velikoj vrednosti koeficijenta ojačanja  $\omega$ , na početku opterećivanja su dominantne elastične deformacije i dolazi do manje promene koeficijenta poroznosti. Sa povećanjem srednjeg napona, smanjuje se stepen prekonsolidacije i kriva se približava liniji izotropne konsolidacije. Za veće vrednosti koeficijenta poroznosti, odnosno pri manjim vrednostima stepena prekonsolidacije uočava se veća promena koeficijenta poroznosti sa povećanjem srednjeg napona.



Slika 3.23 Predviđanje izotropne konsolidacije HASP modelom

## 4 Literatura

1. Al-Tabbaa, A. & Wood, D.M. (1989). An experimentally based "bubble" model for clay. Numerical Models in Geomechanics NUMOG III (eds S Pietruszczak and GN Pande), Elsevier Applied Science; 91-99.
2. Atkinson, J.H. (1993). The mechanics of soils and foundations. McGraw and Hill Book Company Ltd., England.
3. Banerjee, P.K. & Stipho, A.S. (1978). Associated and non-associated constitutive relations for undrained behaviour of isotropic soft clays. Int J Numer Anal Methods Geomech; 2:35–56. doi:10.1002/nag.1610020104.
4. Banerjee, P.K. & Stipho, A.S. (1979). Elastoplastic model for undrained behavior of heavily overconsolidated clays. Int J Numer Anal Mech Geomech; 3(1): 97-103.
5. Been, K. & Jefferies, M.G. (1985). A state parameter for sands. Géotechnique; 35(2): 99-112.
6. Biarez, J. & Hicher, P.Y. (1994). Elementary Mechanics of Soil Behaviour. Saturated Remoulded Soils. A. A. Balkema, Rotterdam.
7. Dafalias, Y.F. & Popov, E.P. (1976). Plastic internal variables formalism of cyclic plasticity. J. of Applied Mechanics, Vol. 98, 645 - 651.
8. Dafalias, Y.F. & Herrmann, L.R. (1980). A bounding surface soil plasticity model. Proc. Int. Symp. on Soils under Cyclic and Transient Loading, Vol. 1, Swansea, U.K.; 335–345.
9. Dafalias, Y.F. & Herrmann, L.R. (1982). Bounding surface formulation of soil plasticity. Soil Mechanics – Transient and Cyclic Loads, eds. G. N. Pande, & O. C. Zienkiewicz, 253–282, John Wiley & Sons Ltd.
10. Dafalias Y.F., Manzari M.T., Papadimitriou A.G. (2006). SANICLAY: simple anisotropic clay plasticity model. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics; 30: 1231-1257. DOI: 10.1002/nag.524.
11. Gajo, A. & Wood, D.M. (1999). Severn–Trent sand: a kinematic-hardening constitutive model: the q–p formulation. Géotechnique; 49:595–614. doi: 10.1680/geot.1999.49.5.595.
12. Gajo, A. & Wood, D.M. (2001). A new approach to anisotropic, bounding surface plasticity: General formulation and simulations of natural and reconstituted clay behaviour. Int J Numer Analyt Meth Geomech; 25-3: 207–241.
13. Gasparre, A. (2005). Advanced Laboratory Characterisation of London Clay. PhD Thesis, Imperial College London.
14. Grammatikopoulou, A., Zdravkovic, L., Potts, D.M. (2006). General Formulation of Two Kinematic Hardening Constitutive Models with a Smooth Elastoplastic Transition. Int J Geomech; 6:291–302. doi:10.1061/(ASCE)1532-3641(2006) 6:5(291).
15. Hassan, Z. (1976). Stress-strain behaviour and shear strength characteristics of stiff Bangkok Clays. Master Thesis, Asian Institute of Technology, Thailand.
16. Hill, R. (1950). The Mathematical Theory of Plasticity, Oxford University Press, London.
17. Houlby, G.T., Wroth, C.P., Wood, D.M. (1982). Predictions of the results of laboratory tests on a clay using a critical state model. In Proc. int. workshop on constitutive behaviour of soils, Grenoble, Balkema (Rotterdam), 99-121.
18. Iwan, W.D. (1967). On a class of models for the yield behaviour of continuous and composite systems. Journal of Applied Mechanics, ASME 34, 612–617.
19. Jefferies, M.G. (1993). Nor-Sand: a simple critical state model for sand. Géotechnique; 43(1):91-103.
20. Jefferies, M.G. & Been, K. (2006). Soil Liquefaction: A critical state approach. Taylor and Francis, Abingdon.
21. Jocković, S. & Vukićević, M. (2017). Bounding surface model for overconsolidated clays with new state parameter formulation of hardening rule. Comput Geotech 2017; 83:16–29. doi:10.1016/j.compgeo.2016.10.013.
22. Li, X.S. & Dafalias, Y.F. (2000). Dilatancy for cohesionless soils. Géotechnique; 50:449–60. doi:10.1680/geot.2000.50.4.449.

23. Manzari, M.T. & Dafalias, Y.F. (1997). A critical state two-surface plasticity model for sands. *Géotechnique*; 47:255–72. doi:10.1680/geot.1997.47.2.255.
24. McDowell, G.R. & Hau, K.W. (2003). A simple non-associated three-surface kinematic hardening model. *Géotechnique* 53, No. 4, 433–437.
25. Mita, K.A., Dasari, G.R., Lo, K.W. (2004). Performance of a three-dimensional Hvorslev-Modified Cam clay model for overconsolidated clay. *ASCE, Int J Geomech*; 4(4): 296-309.
26. Mróz, Z. (1967). On the description of anisotropic workhardening. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 15, 163–175.
27. Mroz, Z., Norris, V.A., Zienkiewicz, O.C. (1978). An anisotropic hardening model for soils and its application to cyclic loading. *Int J Numer Anal Methods Geomech*; 2:203–221.
28. Nova, R. & Wood, D.M. (1979). A constitutive model for sand in triaxial compression. *Int J Numer Anal Methods Geomech*; 3: 255–278.
29. Parry, R.H.G. (1958). Correspondence. *Géotechnique*; 8:183-186.
30. Prévost, J. H. (1977). Mathematical modelling of monotonic and cyclic undrained clay behaviour. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics* 1, 195–216.
31. Roscoe, K.H. & Burland, J.B. (1968). On the generalised stress-strain behaviour of ‘wet’ clay. In: Heyman J, Leckie FA, editors. *Engineering plasticity*. Cambridge, UK: Cambridge University Press; 535–609.
32. Schädlich, B. & Schweiger, H.F. (2014). Modelling the shear strength of overconsolidated clays with a Hvorslev surface. *Geotechnik*; 37:47–56. doi:10.1002/gete.201300016.
33. Schofield, A.N. & Wroth C.P. (1968). *Critical state soil mechanics*, McGraw-Hill.
34. Schofield, A.N. & Wroth, C.P. (1968). *Models and soil mechanics. Critical state soil mechanics*. McGraw-Hill, London, New York, 20 - 21.
35. Stallebrass, S.E. & Taylor, R.N. (1997). The development of a constitutive model for the prediction of ground movements in overconsolidated clay. *Géotechnique*, 47, 235 - 253.
36. Terzaghi, K. & Peck, R.B. (1948). *Soil Mechanics in Engineering Practice*, 1st Edition, John Wiley and Sons, New York.
37. Tsiamposi, A., Zdravković, L., Potts, D.M. (2013). A new Hvorslev surface for critical state type unsaturated and saturated constitutive models. *Comput Geotech*; 48:156–66. doi:10.1016/j.compgeo.2012.09.010.
38. Verdugo, R. & Ishihara, K. (1996). The steady state of sandy soils, *Soils and Foundations*, Vol. 36, No. 2, pp :81-91.
39. Whittle, A. & Kavvas, M., (1994). Formulation of MIT-E3 constitutive model for overconsolidated clays. *J. Geotech. Eng.* 120 (1), 173–198.
40. Wood, D.M. (1990). *Soil behaviour and critical state soil mechanics*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
41. Wood, D.M., Belkher, K., Liu, D.F. (1994). Strain softening and state parameters for sand modelling. *Géotechnique*; 44(2):335-339.
42. Yao, Y., Hou, W., Zhou, A. (2008). Constitutive model for overconsolidated clays. *Science in China Series E: Technological Sciences*, 51(2), 179–191. doi:10.1007/s11431-008-0011-2.
43. Yao, Y.P., Hou, W., Zhou, A.N. (2009). UH model: three-dimensional unified hardening model for overconsolidated clays. *Géotechnique*; 59:451–69. doi:10.1680/geot.2007.00029.
44. Yu, H.S. (1998). CASM: A unified state parameter model for clay and sand. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 22, No. 8: 621-653.
45. Yu, H.S. (2006). *Plasticity and geomechanics*. Springer, USA.
46. Zienkiewicz, O.C. & Naylor, D.J. (1973). *Finite element studies of soils and porous media. Lecture, finite elements*, Oden and de Arantes (eds), UAH Press; 459–493.



## 5. Tehnička dokumentacija

### 1. Validan dokaz o primeni tehničkog rešenja

- opis tehničkog rešenja u časopisu kategorije M21  
Jocković, S. & Vukićević, M. (2017). Bounding surface model for overconsolidated clays with new state parameter formulation of hardening rule. *Comput Geotech* 2017; 83:16–29. doi:10.1016/j.compgeo.2016.10.013.  
<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0266352X16302531>
- primena tehničkog rešenja u komercijalnom softveru Plaxis pod oznakom modela UDSM - OC-Clay (A Constitutive Model for Overconsolidated Clay based on the Hardening State Parameter )  
<https://blog.virtuosity.com/take-your-geotechnical-analysis-to-the-next-level-plaxis-specialized-material-models>  
<https://communities.bentley.com/products/geotech-analysis/w/plaxis-soilvision-wiki/46246/udsm---oc-clay>

### 2. Lista tehničkih rešenja svih autora:

#### • prof. dr Mirjana Vukićević:

M85 - Algoritam za numeričku integraciju konstitutivnih relacija za modifikovani "Cam Clay" model za tlo, prema odluci NNV GF u Beogradu od 12.07.2010.

M85 - Algoritam za numeričku integraciju konstitutivnih relacija za model sa graničnom površi (Mrozz, Norris, Zienkiewicz) za tlo, prema odluci NNV GF u Beogradu od 12.07.2010.

M82 - Algoritam za numeričku integraciju konstitutivnih relacija "HASP" modela za prekonsolidovane gline, 2017, prema odluci Matičnog odbora za saobaćaj, urbanizam i građevinarstvo od 14.09.2017. godine.

M82 - Metodologija za formiranje i razvoj baze podataka o potpornim konstrukcijama, prema odluci Matičnog odbora za saobaćaj, urbanizam i građevinarstvo od 29.09.2020. godine.

#### • doc. dr Sanja Jocković:

M82 - Algoritam za numeričku integraciju konstitutivnih relacija "HASP" modela za prekonsolidovane gline, 2017, prema odluci Matičnog odbora za saobaćaj, urbanizam i građevinarstvo od 14.09.2017. godine.

M82 - Metodologija za formiranje i razvoj baze podataka o potpornim konstrukcijama, prema odluci Matičnog odbora za saobaćaj, urbanizam i građevinarstvo od 29.09.2020. godine.

Autori tehničkog rešenja:

---

doc. dr Sanja Jocković, dipl. građ. inž.

---

prof. dr Mirjana Vukićević, dipl. građ. Inž.