SIMPOZIJUM 89
SDGKJ
SAVEZ DRUŠTAVA GRAĐEVINSKIH KONSTRUKTERA JUGOSLAVIJE
DUBROVNIK 25 - 27 APRIL 1989

R – 51

Saša Stošić
Dušan Najdanović

JEDAN POSTUPAK PRORAČUNA NELINEARNOG PONAŠANJA ARMIRANOBETONSKIH RAMOVA

Rezime:

U radu je prikazan postupak proračuna linijskih armiranobetonskih konstrukcija koji uzima u obzir nelinearne veze između napona i dilatacija u betonu, kao i uticaj zategnute zone betona između prslina. Reološko ponašanje betona u toku vremena uzeto je u obzir sa linearnim vezama napona i dilatacija. Kako se numerički postupak u slučaju proračuna u toku vremena, svodi na rešenje " korak po korak " , postupak je primenljiv i u slučaju promenljive istorije opterećenja. Prema prikazanom postupku napisan je program čijom su primenom dobijeni rezultati prikazani u radu.

AN ALGORYTHM FOR NONLINEAR ANALYSIS OF THE REINFORCED CONCRETE FRAMES

Summary:

This article presents an algorythm for the analysis of planar reinforced concrete frames. It takes into consideration the effects of nonlinear stress-strain relationship in concrete and contribution of the tensioned concrete between cracks. Time-dependent effects are analysed using the principle of linearity for creep. The computer program was devolped and the results of some analyses are presented here.

Saša Stošić dipl. inž.grad.
S.O.U.R ENERGOPROJEKT
R.O. ENERGODATA
Beograd, Lenjinov Bulevar 12

Doc.dr. Dušan Najdanović dipl.inž.grad.
Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu, Bul. Revolucije 73

1. UVOD

Zadnjih godina razvijen je niz metoda proračuna liniskih armiranobetonskih konstrukcija kojima se manje ili više uspešno obuhvata problem geometriske i fizičke nelinearnosti. Na taj način moguće je znatno realnije opisati stvarno ponašanje konstrukcije, kako u fazi eksplatacionog opterećenja tako i u graničnoj oblasti nosivosti. Danas je jasno da je pored navedenih fenomena, proračunom neophodno obuhvatiti i tečenje i skupljanje betona kao i obrazovanje prslina, odnosno uticaj zategnute zone betona između prslina. Jedan takav pristup prikazan je u ovom radu*.

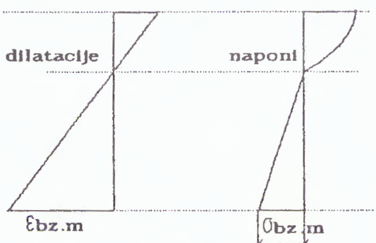
2 USVOJENE PRETPOSTAVKE

Proračun se zasniva na sledećim pretpostavkama

1.1 Može se usvojiti proizvoljna funkcija za radni dijagram betona, kojom se najbolje aproksimira realno ponašanje betona.

1.2 Napon u čeliku se određuje na osnovu bilnearnog radnog dijagrama čelika.

1.3 Uticaj zategnutog betona između prslina na srednju dilataciju armature, uzet je preko naponskog dijagrama prikazanog na sl.1, u kome je promena maksimalnog napona zatezenja $\sigma_{bz,m}$ data u funkciji maksimalne dilatacije betona, kako je prikazano na sl.2

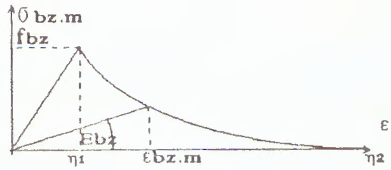


slika 1.

$\sigma_{bz,m} = \varepsilon_{bz,m} * E_{bo}$ za $\varepsilon_{bz,m} < \eta_1$

$\sigma_{bz,m} = f_{bz} * \dfrac{(\varepsilon_{bz,m} - \eta_1)^2}{(\eta_2 - \eta_1)^2}$ $\eta_1 < \varepsilon_{bz,m} < \eta_2$

$\sigma_{bz,m} = 0$ $\varepsilon_{bz,m} > \eta_2$



slika 2

1.4 Usvaja se linearna veza između elastične dilatacije i dilatacije tečenja.

$$\varepsilon_\varphi(t) = \sum \Delta\varepsilon_e(t_{i-1},t_i) * \varphi\left(t, \frac{t_{i-1}+t_i}{2}\right)$$

pri čemu su:

$\varepsilon_\varphi(t)$ - dilatacija tečenja u trenutku t

$\varepsilon_e(t_{i-1},t_i)$ prirast elastične dilatacije u intervalu t_{i-1} t_i

$\varphi(t,\tau)$ koeficijent tečenja za opterećanje naneto u $t=\tau$

1.5 Deformacija skupljanja ε_s se odvija nezavisno od naponsko deformacijskog stanja.

1.6 Pretpostavka o ravnom preseku koristi se kako u trenutku t=to tako i u t = t.

1.7 Zanemaruje se uticaj transverzalnih sila na deformaciju štapa.

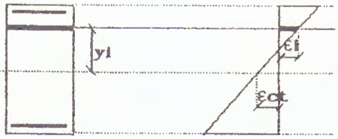
1.8 Zanemaruje se pomeranje sistemne linije nosača. Uslovi ravnnoteže se uspostavljaju na nedeformisanom nosaču (u smislu promene položaja elemenata), ali se uzima u obzir promena krutosti pri otvaranju prslina i odgovarajuće pomeranje težišta nosača

3 VEZE STATIČKIH I DEFORMACIJSKIH VELIČINA U PRESEKU

Koristeći pretpostavke 1.6 i 1.4 ukupna dilatacija proizvoljne tačke u betonskom preseku na odstojanju yi od težišta preseka, može se izraziti preko elastične dilatacije težišta preseka $\varepsilon_{ct,e}$ i elastične rotacije $\varkappa_e$, a u toku vremena i preko dilatacije tečenja težišta $\varepsilon_{ct,\varphi}$, rotacije koja je posledica tečenja $\varkappa_\varphi$ i dilatacije skupljanja $\varepsilon_{ct,s}$.

---

*Ovaj rad je napisan na osnovu diplomskog rada Stošić Saše " ANALIZA NELINEARNOG PONAŠANJA ARMIRANOBETONSKIH KONSTRUKCIJA" odbranjenog na katedri za betonske konstrukcije Građevinskog fakulteta u Beogradu, 1988.godine.



slika 3

$\varepsilon_i = \varepsilon_{ct} + \chi * y_i$

i koristeći superpoziciju iz pret. 1.6

$$\varepsilon_{ct} = \varepsilon_{ct,e} + \varepsilon_{ct,\varphi} + \varepsilon_{ct,s}$$
$$\chi = \chi_e + \chi_\varphi \qquad (2.1)$$

ili u vektorskom obliku:

$$\begin{Bmatrix}\varepsilon_{ct}\\ \chi\end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix}\varepsilon_{ct,e}\\ \chi_e\end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix}\varepsilon_{ct,\varphi} + \varepsilon_{ct,s}\\ \chi_\varphi\end{Bmatrix}$$

Generalisane statičke veličine u poprečnom preseku , moment M i normalna sila N , dobijaju se integracijom napona u preseku:

$$N = \int_F \sigma_b \, dF + \sum_{na} F_{ai} * \sigma_{ai}$$
$$M = \int_F \sigma_b * y \, dF + \sum_{na} F_{ai} * y_{ai} * \sigma_{ai} \qquad (2.2)$$

Koristeći pretpostavku 1.1

$$\sigma_b = E_b(\varepsilon_{b,e}) * \varepsilon_{b,e} \qquad (2.3.a)$$

i pretpostavku 1.2

$$\sigma_{ai} = E_a(\varepsilon_{b,ai}) * \varepsilon_{b,ai} \qquad (2.3.b)$$

pri čemu je $\varepsilon_{b,ai}$ ukupna dilatacija betona na mestu zategnute armature ai, dobija se iz jednačina (2.2):

$$N = \int_F \varepsilon_{b,e} * E_b(\varepsilon_{b,e}) \, dF + \sum_{na} F_{ai} * E_a(\varepsilon_b) * \varepsilon_{b,ai}$$
$$M = \int_F \varepsilon_{b,e} * E_{be}(\varepsilon_{be}) * y \, dF + \sum_{na} F_{ai} * E_a(\varepsilon_{b,ai}) * y_{ai} * \varepsilon_{b,ai} \qquad (2.4)$$

Ako izrazimo dilatacije betona i armature u jednačinama (2.4) preko jednačina (2.1) i izvučemo generalisane deformacije preseka ispred integrala dobićemo jednačine koje se u matri- čnom obliku mogu pisati kao:

$$\begin{Bmatrix}N\\ M\end{Bmatrix} = \begin{bmatrix}C_1 & C_2\\ C_2 & C_3\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\varepsilon_{ct}\\ \chi\end{Bmatrix} - \begin{bmatrix}E_1 & E_2\\ E_2 & E_3\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\varepsilon_{ct,\varphi} + \varepsilon_{ct,s}\\ \chi_\varphi\end{Bmatrix}$$

(2.4 a)

Pri čemu su:

$$C_1 = \int E_b \, dF + \sum E_{ai} * F_{ai}$$
$$C_2 = \int E_b * y \, dF + \sum E_{ai} * F_{ai} * y_{ai}$$
$$C_3 = \int E_b * y^2 \, dF + \sum E_{ai} * F_{ai} * y_{ai}^2 \qquad (2.5)$$
$$E_1 = \int E_b \, dF \qquad E_2 = \int E_b * y \, dF$$
$$E_3 = \int E_b * y^2 \, dF$$

U daljem tekstu će se koristiti oznake :

$$\begin{bmatrix}T_1 & T_2\\ T_2 & T_3\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}C_1 & C_2\\ C_2 & C_3\end{bmatrix}^{-1}$$

$$\{S\} = \begin{Bmatrix}N\\ M\end{Bmatrix}, \qquad \{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix}\varepsilon_{ct}\\ \chi\end{Bmatrix}$$

$$\{\varepsilon_\varphi\} = \begin{Bmatrix}\varepsilon_{ct,\varphi} + \varepsilon_{ct,s}\\ \chi_\varphi\end{Bmatrix}$$

Sa kojima jednačina (2.4.a) dobija oblik:

$$\{S\} = [C]\{\varepsilon\} - [E]\{\varepsilon_\varphi\}$$

Odnosno:

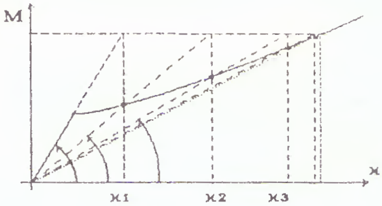
$$\{\varepsilon\} = [T]\{S\} + [T][E]\{\varepsilon_\varphi\} \qquad (2.4.b)$$

Međutim, uz ove jednačine ne mogu se na osnovu poznatih presečnih sila i ostvarenih vremenskih deformacija tečenja i skupljanja direktno odrediti generalisane deformacijske veličine u preseku, jer je za određivanje koeficijenata matrica [C] i [E] a time i matrice [T], potrebno znati upravo generalisane deformaciske veličine sa kojima se određuju moduli elastičnosti u svim tačkama preseka Zato se rešenje traži iterativnim postupkom, pri čemu se u svakoj iteraciji koeficijenti u matricama [C] , [E] i [T] nalaze na osnovu generalisanih deformacija preseka sračunatih u prethodnoj iteraciji. Na taj način vrednosti deformacija u n-toj iteraciji nalaze se koristeći matrice [T] i [E] sračunate za deformacije iz n-1 iteracije:

$$\{\varepsilon\}_n = [T]_{n-1} * \{S\} + [T]_{n-1} * [E]_{n-1} * \{\varepsilon_\varphi\}_{n-1} \qquad (2.6)$$

Za slučaj kada ne postoji normalna sila i kada krivina zavisi samo od momenta, postupak iteracija je grafički prikazan na slici 4.

$$\chi_n = \frac{1}{EI_{n-1}} * M$$



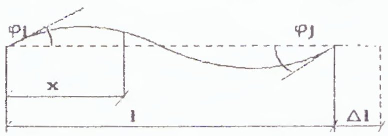
slika 4

Treba uočiti da je na slici prikazan postupak iteracije koji će se javiti samo u presecima statički određenih konstrukcija. U slučaju statički neodređene konstrukcije promene krutosti će dovoditi i do promene statičkih uticaja.

3 VEZE DEFORMACIJSKIH I STATIČKIH VELIČINA ŠTAPA

Veze osnovnih deformacijskih i statičkih veličina štapa

Pri formiranju matrice krutosti štapa potrebno je uspostaviti vezu između sila na krajevima štapa i deformacija krajeva štapa. Deformacije krajeva štapa dobijaju se numeričkom integracijom deformacija sračunatih za određen broj preseka štapa:



slika 5

$$\Delta l = \int \varepsilon_{ct}\, dx$$

$$\varphi_i = -\int \left(1 - \frac{x}{l}\right) \varkappa \, dx \qquad (3.1)$$

$$\varphi_j = \int \frac{x}{l} \varkappa \, dx$$

Deformacije preseka se mogu, kao što je to prikazano, jednačinom (2.6), izraziti preko presečnih sila i viskoznih deformacija preseka. Deo deformacija preseka koji je posledica viskoznih deformacija je poznat :

$$\begin{Bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{Bmatrix} = [T][E]\{\varepsilon\varphi\} \qquad (3.2)$$

a za određivanje dela deformacija koji je posledica delovanja presečnih sila, potrebno je znati presečne sile koje su u funkcija sila na krajevima štapa i opterećenja duž štapa:

M(x) = -Mi*(1-x/l) + Mj*x/l + + p*x/l*(1-x/l)/2

Ni = Nj = -N(x) (3.3)

Integracijom jednačina 3.1 , koristeći jednačine 2.4.b , 3.2 i 3.3, dobijaju se jednačine koje se mogu prikazati u matričnom obliku :

$$\begin{Bmatrix} \Delta l \\ \varphi_i \\ \varphi_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1 & Y_2 & Y_3 \\ Y_2 & Y_4 & Y_5 \\ Y_3 & Y_5 & Y_6 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N \\ M_i \\ M_j \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{Bmatrix} \qquad (3.4)$$

pri čemu su:

$$Y_1 = \int T_1\, dx \qquad B_1 = -\int \beta_1\, dx$$

$$Y_2 = \int T_2\left(1 - \frac{x}{l}\right) dx \qquad B_2 = -\int \beta_2\left(1 - \frac{x}{l}\right) dx$$

$$Y_3 = -\int T_2 \frac{x}{l}\, dx \qquad B_3 = \int \beta_2 \frac{x}{l}\, dx$$

$$Y_4 = \int T_3\left(1 - \frac{x}{l}\right)^2 dx$$

$$Y_5 = -\int T_3\left(1 - \frac{x}{l}\right)\frac{x}{l}\, dx \qquad Y_6 = \int T_3\left(\frac{x}{l}\right)^2 dx$$

$$P_1 = -\frac{p}{2}\int T_2 \frac{x}{l}\left(1 - \frac{x}{l}\right) dx$$

$$P_2 = -\frac{x}{l}\int T_3\left(1 - \frac{x}{l}\right)^2 \frac{x}{l}\, dx$$

$$P_3 = -\frac{x}{l}\int T_3\left(\frac{x}{l}\right)^2\left(1 - \frac{x}{l}\right) dx$$

Matrica [Y] u jednačini (3.4) je matrica fleksibilnosti. Inverzijom ove matrice dobija se bazna matrica krutosti štapa. Formiranje matrice krutosti štapa u lokalnom i globalnom koordinatnom sistemu, kao i formiranje matrice krutosti sistema i njeno rešavanje su uobičajeni postupci, pa se neće u ovom radu prikazivati.

5. ALGORITAM PRORAČUNA

Za izloženi postupak proračuna napisan je program u jezicimcima FORTRAN i BASIC prema sledećem algoritmu:

Učitavanje podataka o konstrukciji

Prirast vremena ili prirast opterećenja

Da li postoji prirast vremena — DA / NE

DA	NE
Proracun dilatacija skuplanja i tecenja	Učitavanje prirasta opterećenja

ITERATIVNI POSTUPAK

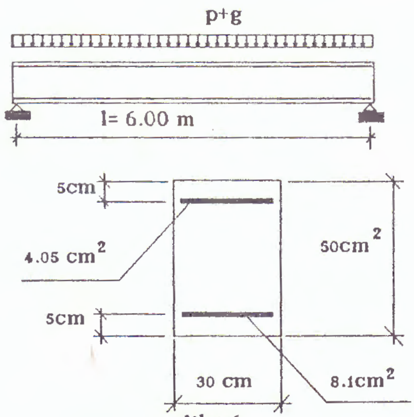
- Proraču krutosti preseka sa deformacijama iz prethodne iteracije
- Proračun matrica krutosti štapova i vektora ekvivalentnog čvornog opterećenja. Proračun matrice krutosti sistema i određivanje pomeranja i presečnih sila na krajevima štapova.
- U svim presecima sračuna deformacije na osnovu sračunatih presečnih sila i krutosti u tekućoj iteraciji

Unošenje na izlazni fajl rezultata

Rezultati ovakvog postupka proračuna upoređeni su sa nizom merenih podataka dobijenih eksperimentalnim putem, pri čemu je postignuta zadovoljavajuća saglasnost rezultata. Neka od ovih poređenja će biti prikazana u daljem tekstu.

. *Proračun ugiba proste grede opterećene dugotrajnim jednakopodeljenim opterećenjem*

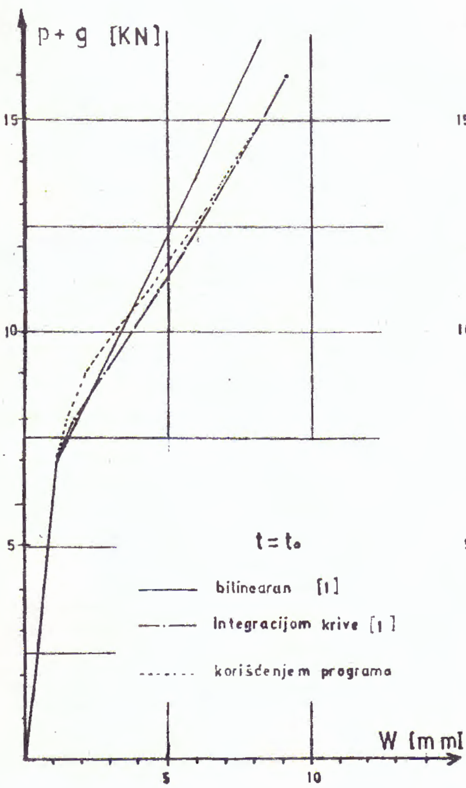
U radu [1] dati su rezultati proračuna ugiba proste grede opterećene jednako podeljenim opterećenjem. Geometriske karakteristike grede date su na slici 6. Rezultati proračuna prema [1], prikazani su na dva dijagrama: prvi prikazuje vrednost ugiba sredine nosača u početnom trenutku vremena u funkciji intenziteta opterećenja, a drugi vrednost ugiba u trenutku t→ oo za φ= 2,5.

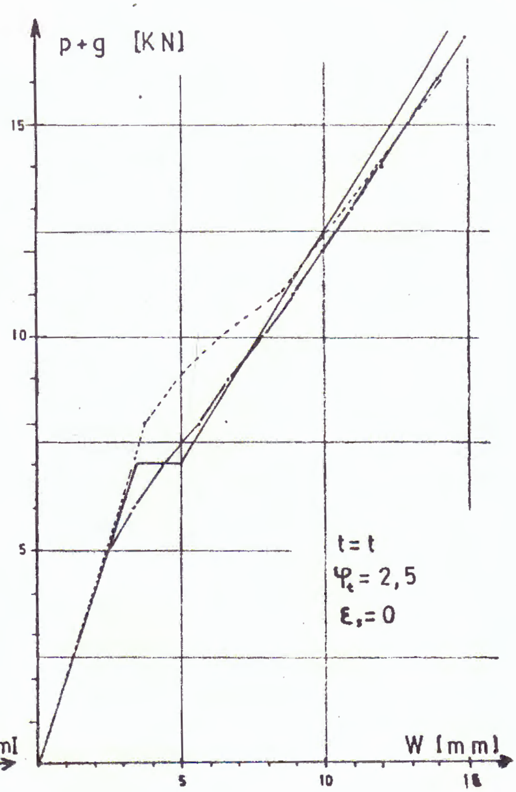


slika 6

U ovom primeru su usvojene sledeće karakteristike betona:

Ebo=30.5 MPa f_{bz}=-2.5 MPA φ=2,5





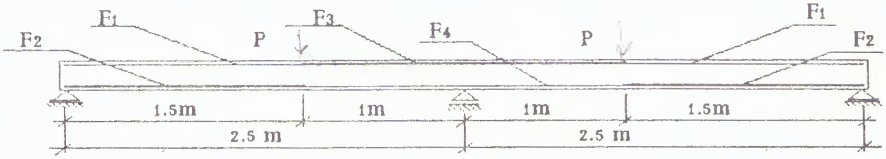
Proračun ugiba kontinualnog nosača od dva polja opterećennog koncentrisanim silama

U radu [8] prikazana je analiza ponašanja kontinualnog nosača na dva polja opterećenog koncentrisanim silama. Prikazani su, između ostalog, rezultati ispitivanja na modelu kontinualne grede, osovinskog raspona 2 X 2,5 m. Greda je konstantnog pravougaonog poprečnog preseka dimenzija 16 X 25 cm. Raspored opterećenja je prikazan na slici 7

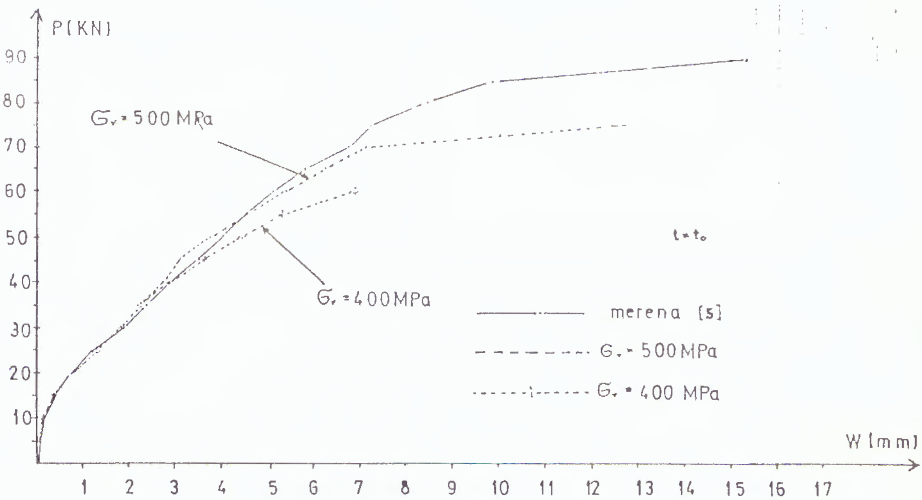
Raspored armature je:

F_1	F_2	F_3	F_4	
3,14	1,57	2,07	3,14	cm^2

Na dijagramu su prikazane uporedne vrednosti merenih ugiba (puna linija) u preseku A i ugiba dobijenih izloženim postupkom(isprekidana linija) . Analiza je sprovedena za dve granice velikih deformacija armature (računsku 400 MPa i dobijenu ispitvavjem u radu [5] 500 MPa).



slika 7



LITERATURA

[1] A.W. Beeby, R. Favre, M. Koprna, J.P.Jaccoud : CEB Design Manual on Cracking and Deformation ECOLE POLYTECHNIQUE FEDERALE DE LAUSANNE - 1985.

[2] A.C. Ferraro Maia, A. Grelat, B. Foure : Analyse non lineaire des ossatures en beton arme ou precontraint compte tenu du retrait, du fulage et de la relaxation, - ANNALES fevrier 1983.

[3] Y. J . Kang : Nonlinear Geometric, Material and Time Dependent analysis of Reinforced and Prestressed Concrete Frames, January 1977 .

[4] M. Koprna : EFFETS DIFFERES FLUAGE, RETRAIT, RELAXATION ECOLE POLYTECHNIQUE FEDERALE DE LAUSANNE 1986

[5] D. Bajić : EKSPERIMENTALNO ISTRAŽIVANJE PRERASPODELE STATIČKIH UTICAJA KOD ARMIRANOBETONSKIH KONTINUALNIH NOSAČA PRI OPTEREĆENJIMA KRATKOTRAJNOG KARAKTERA Beograd 1988