



PD 7276



003071340

COBISS ©

**UNIVERZITET U BEOGRADU
GRAĐEVINSKI FAKULTET**

mr. Natalija Bratuljević
dipl. ing. geodezije

**OBJEKTIVNA OCENA
TAČNOSTI MERENJA
HORIZONTALNIH UGLOVA**

doktorska disertacija

1978

PD 7276

UNIVERZITET U BEOGRADU
GRADJEVINSKI FAKULTET

OBJEKTIVNA OCENA TAČNOSTI MERENJA

HORIZONTALNIH UGLOVA

- Doktorska disertacija -

Mr. NATALIJA V. BRATULJEVIĆ, dipl.ing

B E O G R A D

1978. g.

S A D R Ź A J

Strana

U V O D	1
I. METODE ODREĐJIVANJA GREŠAKA PODELE LIMBA I OPTIČKOG MIKROMETRA, VIZIRANJA, KOENCI- DIRANJA I REFRAKCIJE	5
I.1. METODE ODREĐJIVANJA GREŠAKA PODELE LIMBA	6
Analiza metoda ispitivanja grešaka podele limba .	10
Analiza metode merenja stalnih uglova	12
Prethodna ocena tačnosti	16
Odredjivanje broja stalnih uglova	17
Razrada metode merenja stalnih uglova	21
Odredjivanje grešaka podele limba teodolita Wild T3 broj 29772	24
Ocena tačnosti dobijenih rezultata	26
Zaključci	28
Prilozi	31
I.2. METODE ODREĐJIVANJA GREŠAKA OPTIČKOG MIKROMETRA	36
Prethodna ocena tačnosti merenja uglova u metodi uporedjivanja	40
Analiza metode merenja stalnog ugla	43
Odredjivanje broja stalnih uglova	47
Zaključci	51

I.3. ODREDJIVANJE SLUČAJNE GRESKE VIZIRANJA I SLUČAJNE GRESKE KOENCIDIRANJA	53
Prilozi	57
I.4. REFRAKCIJA	61
Metoda uvođenja popravaka u merenje hori- zontalnih uglova	63
Geodetske metode za smanjenje uticaja bočne refrakcije	67
Načini odredjivanja refrakcije pri obradi merenja	73
Zaključci	76
II. PRETHODNA OCENA TAČNOSTI MERENJA HORIZONTALNIH UGLOVA U GRADSKIM TRIGONOMETRIJSKIM MREŽAMA	78
II.1. KARAKTERISTIKE MREŽA MODELA	78
II.2. PRETHODNA OCENA TAČNOSTI	81
II.3. IZRAZI ZA USLOVE TAČNOSTI	84
II.4. MIKROTRIGONOMETRIJSKA MREŽA	86
II.5. PRETHODNA OCENA TAČNOSTI MERENJA HORIZON- TALNIH UGLOVA U VIŠE NEZAVISNIH SERIJA	87
Zaključci	91
III. RAZRADA METODE MERENJA HORIZONTALNIH UGLOVA	94
III.1. RAČUNANJE PODATAKA POTREBNIH ZA PRAĆENJE I KONTROLU MERENJA	94
III.2. RAZRADA METODE MERENJA HORIZONTALNIH UGLOVA	100
Zaključci	103

IV. MERENJA HORIZONTALNIH UGLOVA U GRADSKIM TRIGONOMETRIJSKIM MREŽAMA	104
IV.1. MERENJA HORIZONTALNIH UGLOVA U TRIGONOMETRIJSKOJ MREŽI VELIKO GRADISTE	104
IV.2. MIKROTRIGONOMETRIJSKA MREŽA	105
IV.3. MERENJE HORIZONTALNIH UGLOVA U TRIGONOMETRIJSKOJ MREŽI NIKSIĆA	114
IV.4. OCENA TAČNOSTI IZ PODATAKA IZVRŠENIH MERENJA	114
Prilozi	117
Zaključci	125
V. IZRAVNAVANJE TRIGONOMETRIJSKIH MREŽA	127
Prilozi	128
V.2. UPOREDJIVANJE PODATAKA DOBIJENIH IZ PRETHODNE OCENE TAČNOSTI I OCENE TAČNOSTI IZ MERENJA I IZRAVNAVANJA	134
L I T E R A T U R A	137

U V O D

Trigonometrijske mreže viših redova, gradske trigonometrijske mreže i ostale mreže koje koriste kao osnova za mnoge radove u primenjenoj geodeziji, uslovljavaju merenje uglova sa najvećom ili odredjenom tačnošću. Horizontalni uglovi u pomenutim mrežama mere se preciznim teodolitima, a za merenje se koriste razne metode. Izbor metode merenja može da bude korektan jedino ako proističe iz razrade metode merenja koja je dobijena na osnovu analize prethodne ocene tačnosti. Kod ovako složenog problema, gde merenje uglova prati veliki broj izvora grešaka, analiza metode merenja pruža mogućnost da se postigne i obezbedi određena tačnost koja se zahteva pri merenju. Druga ocena tačnosti vrši se iz merenih podataka i podataka dobijenih iz izravnavanja. Ove dve ocene tačnosti se dopunjuju i neophodne su za utvrđivanje objektivne tačnosti merenih uglova. Samo ovakvim postupkom može se predložiti i najpogodnija metoda merenja, koja će dovesti do isključenja ili najvećeg ograničenja grešaka svake vrste, a samim tim do određene tačnosti rezultata.

U analizi metode merenja horizontalnih uglova (1), koja sadrži opis metode merenja, izvore grešaka koje se javljaju pri merenju, podelu grešaka po značaju u odnosu na tačnost merenja, naznačene su greške koje ograničavaju tačnost merenja. Ovo su greške čiji su izvori: greške podele limba i optičkog mikrometra, greške viziranja i koencidiranja, refrakcija i zaokruživanje čitanja. Ostale greške mogu se otkloniti, odnosno učiniti beznačajnim.

Za prethodnu ocenu tačnosti merenih uglova naročito je važno da se odrede vrednosti za pojedine izvore grešaka. Neke od ovako određenih vrednosti mogu se koristiti stalno, a druge je potrebno utvrđivati za svaku mrežu posebno. Ono što je naročito važno je da vrednosti za pojedine izvore grešaka budu određene na pravilan način, odnosno da objektivno odražavaju njihovu tačnost.

U dosadašnjim radovima (1), (2), za vrednosti pojedinih grešaka, korišćeni su podaci dobijeni iz ranijih ispitivanja ili iz literature. Međutim, nije detaljno zalaženo u analize metoda njihovih određivanja.

U ovom radu u prvoj glavi daje se analiza metoda određivanja grešaka podele limba i optičkog mikrometra. Od postojećih metoda ispitivanja, odabiraju se najpogodnije i za njih daje analiza koja sadrži: analizu metode merenja koja su potrebna u ispitivanjima i određivanje broja merenja. Na osnovu ovako dobijene analize, dolazi se do objektivne ocene tačnosti metoda ispitivanja i do granice tačnosti određivanja ovih grešaka. Dalje se, razmatra pitanje određivanja greške viziranja i koencidiranja i predlaže da se ove greške određuju iz određenog broja merenja u uslovima koji će se koristiti za merenje. Vrednost određivanja ovih grešaka predstavlja važan podatak za određivanje kriterijuma koji se daju za praćenje i kontrolu merenja u razradi metode metenja, a koji isključivo zavise od grešaka viziranja i koencidiranja. U glavi I.4. razmatrani su načini određivanja ili smanjivanja uticaja bočne refrakcije koja ograničava tačnost uglovnih merenja. Opisane su postojeće metode koje se danas koriste: merenje uglova u kombinaciji sa meteorološkim merenjima, poseban postupak merenja uglova u cilju

smanjenja uticaja bočne refrakcije, instrumentalne metode i načini izdvajanja uticaja bočne refrakcije iz statističke obrade podataka merenja. Iz dobijenih podataka u ovim radovima, došlo se do određenih vrednosti za regionalnu i lokalnu refrakciju i do zaključaka o uslovima pri merenju uglova koji omogućuju smanjenje uticaja bočne refrakcije.

Druga glava ovog rada odnosi se na prethodnu ocenu tačnosti merenja horizontalnih uglova u gradskim trigonometrijskim mrežama. Ova ocena tačnosti, data je za dve trigonometrijske mreže, a vrednosti pojedinih grešaka potrebnih za prethodnu ocenu tačnosti korišćeni su iz podataka dobijenih u glavi I. ovog rada. Prethodna ocena tačnosti sadrži, između ostalog, i izraze za uslove tačnosti, a naročita pažnja je posvećena prethodnoj oceni tačnosti merenja uglova u više nezavisnih serija.

U trećoj glavi data je razrada metode merenja horizontalnih uglova sa posebnim osvrtom na računanje graničnih (dozvoljenih) razlika i pojedinih vrednosti srednjih grešaka potrebnih za praćenje i kontrolu merenja. Ove vrednosti su sračunate i za merenje uglova u više nezavisnih serija.

Merenje horizontalnih uglova u mrežama Veliko Gradište i Nikšić, sa posebnim osvrtom na mikrotrigonometrijsku mrežu Veliko Gradište, dato je u četvrtoj glavi. Ovde je takodje izvršena potpuna ocena tačnosti iz podataka merenja za uglove u pojedinim serijama.

Glava pet obradjuje izravnavanje trigonometrijskih mreža Veliko Gradište i Nikšić i ocenu tačnosti podataka dobijenih iz izravnavanja. Na kraju ove glave izvršeno je upoređivanje određenih vrednosti srednjih grešaka dobijenih iz prethodne ocene tačnosti, ocene tačnosti iz merenja i izravnavanja.

Na kraju svakog poglavlja dati su određeni zaključci a opšti zaključci podeljeni su u dva dela i odnose se na zaključke o određivanju vrednosti pojedinih grešaka iz analiza metoda i prethodne ocene tačnosti i zaključke o objektivnoj tačnosti merenja horizontalnih uglova u gradskim trigonometrijskim mrežama.

I. METODE ODREDJIVANJA GREŠAKA PODELE LIMBA
I OPTIČKOG MIKROMETRA, VIZIRANJA, KOENCI-
DIRANJA I REFRAKCIJE

Tačnost merenja horizontalnih uglova ograničavaju greške čiji su izvori: greške podele limba i optičkog mikrometra, greške viziranja i koencidiranja, refrakcija i zaokruživanje čitanja. Za prethodnu ocenu tačnosti, od naročite važnosti je određivanje njihove vrednosti na pravilan način.

Za određivanje grešaka podele limba i optičkog mikrometra postoji više predloženih i korišćenih metoda, koje popravke dijametara, i podele daju sa odredjenom tačnosti.

Vrednost grešaka viziranja i koencidiranja zavisi od mnogih faktora, pa se mora odrediti na poseban način i iz odredjenog broja merenja.

Refrakcija, kao dominantna greška, ograničava tačnost uglovnih merenja. Da bi njen uticaj oslabio, primenjuje se takva metoda merenja, koja bazira na savremenim dostignućima u oblasti izučavanja i slabljenja dejstva bočne refrakcije.

Ovim problemima biće posvećeno dalje izlaganje.

I.1. METODE ODREĐJIVANJA GREŠAKA PODELE LIMBA

Pri ispitivanju limbove podele određuju se greške dijametara. Ukupna greška bilo kog dijametara deli se na sistematsku i slučajnu.

Sistematske greške limbove podele predstavljaju se periodičnim redom oblika

$$\Delta(\varphi) = C_0 + C_1 \sin(\varphi + \omega_1) + C_2 \sin(\varphi + \omega_2) + \dots + C_s \sin(\varphi + \omega_s)$$

koeficijenti C_0, C_1, \dots, C_s i uglovi $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_s$ određuju se iz ispitivanja. Znajući ih, računa se popravka bilo kog dijametara.

Slučajne greške dijametara karakteriše srednja kvadratna greška, koja, ako su poznate vrednosti v_p može da bude određena izrazom

$$m = \sqrt{\frac{[v_p^2]}{n}}$$

gde je n - broj ispitivanih dijametara.

Greške dijametara imaju više perioda i u zavisnosti od njihove veličine dele se na dugoperiodične i kratkoperiodične. Kratkoperiodične imaju periodu u predelu jednog ili nekoliko stepeni. Opšte ispitivanje limbove podele podrazumeva ispitivanje dijametara na svakih $1^\circ, 3^\circ, 5^\circ$, a u cilju određivanja kratkoperiodičnih grešaka ispituje se podela u okviru nekoliko intervala, između podela koje su ušle u opšte ispitivanje.

Sve metode određivanja grešaka podele limba mogu se svrstati u dve grupe:

- metode koje daju popravke za pojedine dijametre
- metode za dobijanje opštih karakteristika tačnosti podele.

Metoda rozeta

Najpogodnija metoda za određivanje popravaka za pojedine dijametare je metoda rozeta razradjena od nemačkog astronoma Brunsa. Pri ispitivanju limbove podele, umesto opšteg snopa, koji se sastoji iz S dijametara kruga koji se ispituje, koriste se dva ili tri snopa (rozete), koji sadrže manji broj dijametara, ali raspoređenih po krugu tako, da se više grupa određuju za ugao σ u odnosu na susedne dijametare, sve dotle, dok se ceo snop ne smesti na veličinu ugla između dijametara koji mu pripadaju. Brojevi p , q i r se u tom slučaju biraju tako da zadovolje sledeće uslove:

- proizvod brojeva p , q , r mora da bude S ;
- brojevi p , q , r ne treba da sadrže najmanji zajednički imenitelj;
- svaki od tih brojeva ne treba da bude manji od 2 i veći od 9.

Ako broju S odgovara ugao $\sigma = 180/S$ između ispitivanih dijametara, onda će brojevima p , q , r odgovarati uglovi $\sigma_1 = 180/p$, $\sigma_2 = 180/q$, $\sigma_3 = 180/r$.

Ako se označi sa $R(p, x)$ rozeta koja se sastoji iz p ravnomerno raspoređenih dijametara na krugu, a odgovarajuće rozete $R(q, x)$ i $R(r, x)$, skraćunica određuje nizove

$$\begin{array}{ll} R(p, x^\circ) & R(p, x^\circ + \sigma) \dots R[p, x^\circ + (k_1 - 1)\sigma] \\ R(q, x^\circ) & R(q, x^\circ + \sigma) \dots R[q, x^\circ + (k_2 - 1)\sigma] \\ R(r, x^\circ) & R(r, x^\circ + \sigma) \dots R[r, x^\circ + (k_3 - 1)\sigma] \end{array}$$

gde je $k_1 = S/p$, $k_2 = S/q$, $k_3 = S/r$.

Svaki izmereni red u ispitivanoj rozeti dobija se nezavisno od drugih. Za mereni ugao predpostavlja se da je konstantan

za vreme merenja jednog reda. Veličina izmerenog ugla određuje se posebno za svaki red.

Svaki mereni ugao daje jednu jednačinu popravaka oblika

$$X_{\varphi} - X_{\varphi+\sigma} + \sigma_0 - \sigma_i = U_i$$

gde je

σ_0 - vrednost stalnog ugla

σ_i - izmerena vrednost stalnog ugla

$\left. \begin{matrix} X_{\varphi} \\ X_{\varphi+\sigma} \end{matrix} \right\}$ - popravke dijametara φ $\varphi+\sigma$ koji učestvuju u merenom uglu.

Postoje mnoge modifikacije Brunsove metode koje imaju za cilj da smanje broj merenja koji je kod potpunih Brunsovih programa preopširan, ili da pogodnim transformacijama dodju do rešavanja normalnih jednačina u eksplicitnom obliku.

Metoda merenja pravaca

Ova metoda razradjena od autora (4) sastoji se u opažanju pravaca po girusnoj metodi. Autor ističe prednost ove metode nad potpunim Brunsovim programima koja se ogleda u smanjenju vremena za merenje i obradu podataka. Medjutim, i ova metoda daje rešavanje jednačina u eksplicitnom obliku. Metodi merenja pravaca može se staviti ozbiljnija primedba, jer merenje pravaca u jednom girusu traje prilično dugo, pa postoji mogućnost promene stalnih uglova. S druge strane obrada podataka vrši se na takav način da ne daje potpunu ocenu tačnosti određivanih grešaka podele limba.

Metoda za određivanje sistematskih grešaka podele
limba

U ovoj grupi metoda najpoznatija je Hojfelinkova. Ova metoda daje sistematske greške dijametara koje su izražene trigonometrijskim redom oblika:

$$\alpha + a_2 \sin 2\varphi + a_4 \sin 4\varphi + \dots - a_2 \sin 2(\varphi + \beta) - a_4 \sin 4(\varphi + \beta) + \dots - p_\varphi = \xi_\varphi$$

gde je $\varphi = f, f + \sigma, f + 2\sigma, \dots, f_t (s-1)\sigma$

α - vrednost stalnog ugla oslobodjena grešaka dijametara

β - nominalna vrednost stalnog ugla (obično 30 ili 45)

p_φ - vrednost stalnog ugla dobijena iz merenja sa ispitivanim dijametrima

ξ_φ - popravka za slučajnu grešku dijametara

f - čitanje na krugu

σ - ugao za koji se pomera ispitivani limb između dva susedna merenja stalnog ugla

S - broj ispitivanih dijametara

Iz ovih jednačina određuju se koeficijenti i uglovi ω_2, ω_4

$$x(\varphi) = C_2 \sin(2\varphi + \omega_2) + C_4 \sin(4\varphi + \omega_4) + \dots$$

daju sistematske greške bilo kog dijametara ispitivanog limba.

Analizu tačnosti Hojfelinkove metode obradio je autor (7) koji ističe: "Za potrebe tačnih uglovnih merenja, potrebno je određivati stvarne popravke dijametara ili njihove što bolje aproksimacije, što se praktično može postići samo Brunsovom metodom, ili nekom modifikacijom ove metode. Mora se ipak reći da su modifikacije potrebne, jer i Brunsova metoda, mađa u manjoj meri, ima nedostatak da u zavisnosti od izbora konstantnih

uglova mogu ostati izvesne periodičnosti neotkrivene".

Jednu modifikaciju Brunsovog postupka razradili su autori (25) u kojoj predlažu da se umesto obično primenjivanog programa, gde se za određivanje popravaka dijametara na svakih 5° koriste stalni uglovi $\sigma_1 = 20^\circ$, $\sigma_2 = 45^\circ$, u modifikovanom programu iskoristi i stalni ugao $\sigma_3 = 30^\circ$. Na ovaj način, uz jedno povećanje broja merenja, postiže se veća efikasnost u otkrivanju periodičnih grešaka i veća tačnost određivanja popravaka pojedinih dijametara. U istom radu predložena je i obrada podataka ispitivanja koja se sastoji u formiranju jednačina popravaka za svaki mereni ugao i njihovom rešavanju pod uslovom $x = 0$ po teoriji najmanjih kvadrata. Rezultati izravnivanja daju između ostalog i srednje greške jedinice težine (m_0) kao i koeficijente težina i na taj način omogućuju potpunu ocenu tačnosti popravaka ispitivanih dijametara.

Analiza metoda ispitivanja grešaka podele limba

Iz izloženih opisa postojećih metoda, kao najpogodnija metoda ispitivanja grešaka limbove podele može se predložiti metoda rozeta. Kako se u osnovi ove metode radi o merenju stalnog ugla, to analiza metode merenja mora da sadrži: analizu metode merenja stalnog ugla i određivanje broja stalnih uglova.

Svaki mereni ugao daje jednačinu popravaka oblika

$$X_p + X_{p+\sigma} + \sigma_0 - \sigma_i = \sigma_i$$

Popravke dijametara mogu da budu određene pod uslovom da suma svih popravaka bude nula ili da jedna popravka bilo kog (obično nultog) dijametara bude nula. Ako se koristi drugi uslov, popravke dijametara su ustvari popravke razlika odnosnih dijametara i početnog dijametara.

Ako se izravnavanje izvrši po poznatom postupku za posredna merenja,

$$V = A \cdot X + F \quad V^* V = \min$$

$$(A^* A) X + A^* F = 0$$

pa je rešenje ovih jednačina

$$X = -(A^* A)^{-1} \cdot A^* F$$

gde je:

$$(A^* A)^{-1} = Q$$

Rezultati izravnavanja merenja su: srednja greška jedinice težine, popravke merenja, popravke dijametara, veličine stalnih uglova, srednje greške popravaka dijametara, srednje greške veličina stalnih uglova i matrica koeficijenata težina.

Po poznatom postupku, može se izvršiti ocena tačnosti dobijenih rezultata i odrediti:

Srednja greška traženih veličina (u ovom slučaju ispitivanih dijametara) $m_x = m_0 \sqrt{Q_x}$

i srednja greška funkcije (greška ugla koja dolazi od grešaka podele limba)

$$f = f_0 + g^* x$$

$$m_f^2 = m_0^2 \cdot g^* N^{-1} g = m_0^2 \cdot Q_{ff}$$

$$Q_{ff} = g^* \cdot Q \cdot g$$

Očigledno je da ovakav način obrade podataka ispitivanja jasno ističe pitanje tačnosti odredjivanih dijametara, pa se može zaključiti da tačnost odredjivanja popravaka dijametara zavisi od:



- tačnosti merenja stalnog ugla (srednje greške jedinice težine m_0)
- broja merenja (koeficijenta težina Q_x).

Dosadašnja obrada merenih podataka, zbog obimnosti posla, skoro je uvek vršena na taj način što su transformisane jednačine grešaka i što je ta transformacija dovodila do rešavanja normalnih jednačina u eksplicitnom obliku. Za računanje srednje greške jedinice težine dobijana je vrednost računata iz razlika dvostrukih merenja ili iz odstupanja pojedinih merenja od aritmetičke sredine a težina popravaka računata je kao težina funkcije predložena od Brunsa. Ovakav način računanja nije mogao da pruži potpuni uvid u tačnost odredjivanih popravaka.

Iz svega izloženog vidi se da je neophodno podatke ispitivanja obradivati kao celinu, a da to u sadašnjim uslovima ne predstavlja problem.

Analiza metoda odredjivanja grešaka podele limba mora se, iz svega izloženog, sastojati iz dva dela:

- analize metode merenja stalnog ugla
- odredjivanja broja stalnih uglova.

Analiza metode merenja stalnih uglova

Metoda merenja.- Merenje stalnog ugla vrši se po metodi ponavljanja.

Instrumentat i pribor za merenje.- Ostvarivanje stalnog ugla vrši se postavljanjem tri stuba: na jednom od njih postavljen je instrumentat čiji se limb ispituje, a na druga dva, koja se nalaze na jednakom rastojanju postavljaju se kolimatori.

Pre ispitivanja limbove podele vrši se između ostalih i sledeće ispitivanje:

- određivanje srednje greške koencidiranja
- određivanje srednje greške viziranja.

Osvetljavanje kolimatora.- Za viziranje se koriste markice ili kolimatori. Kolimatori se postavljaju na istu visinu i osvetljavaju svetlom iz električne mreže.

Postupak pri merenju.- Stalni ugao se meri simetrično radi isključenja spoljnih uticaja koji dejstvuju proporcionalno vremenu. Merenje stalnog ugla obavlja se na sledeći način:

- viziranje levog kolimatora ; zatim desnog; potom ponovo viziranje desnog kolimatora završavajući merenje viziranjem na levi kolimator,

- durbin pri merenju uglova ne prevodi se u drugi položaj, već se sva merenja obavljaju pri jednom te istom položaju durbina,

- kolimatori se postavljaju na istu visinu da se u procesu merenja ne menja nagib durbina,

- merenje treba obavljati brzo, ravnomerno i bez prekida.

Praćenje merenja.- Pri merenju stalnog ugla vrši se kontrola i praćenja:

- razlike između dva viziranja i koencidiranja
- razlike uglova u dva ponavljanja
- vrednosti početnog i završnog ugla u jednom redu merenja.

Obrada podataka merenja.- Za vrednost merenog ugla uzima se aritmetička sredina iz dva ponavljanja i dobija razlika između vrednosti stalnog ugla i merenog. Ova razlika koja je data u sekundama čini slobodan član f u jednačinama popravaka.

Izvori grešaka

Pri opažanju stalnog ugla mogu se nabrojati sledeći izvori grešaka koje utiču na tačnost merenja:

1. Slučajna greška viziranja
 2. Sistematska greška viziranja
 3. Slučajna greška koencidiranja
 4. Sistematska greška koencidiranja
 5. Greška zaokruživanja čitanja
 6. Mrtvi hod zavrtnja za fino kretanje alhidade
 7. Mrtvi hod zavrtnja optičkog mikrometra
 8. Promena stalnog ugla usled promene temperature.
- Svi ovi izvori grešaka su detaljno opisani (1), (2).

Podela grešaka po značaju

Greške od kojih zavisi tačnost merenja su:

1. $(\Delta p)_1 = \epsilon_{pv}$
2. $(\Delta p)_2 = \epsilon_{pk}$
3. $(\Delta p)_3 = \epsilon_{pz}$

Greške koje se mogu otkloniti metodom rada:

4. $(\Delta p)_6 = \sigma_{pza}$
5. $(\Delta p)_7 = \sigma_{pzom}$

Greška σ_{pza} otklanja se tako što se zavrtnj za

fino kretanje alhidade u poslednjem potezu pri viziranju okreće u smislu kazaljke na satu.

Greška σ_{pzoH} otklanja se tako što se vodi računa da se poslednji potez zavrtnjem optičkog mikrometra pri koencidiranju vrši uvek u istom smislu, po pravilu, u pravcu kretanja kazaljke na satu. Tako σ_{pzoH} deluje kao konstantna sistematska greška i otklanja se u uglu.

Greške koje se otklanjaju postavljanjem određenih uslova pri merenju su:

$$6. (\Delta p)_2 = \sigma_{pv}$$

$$7. (\Delta p)_4 = \sigma_{pk}$$

$$8. (\Delta p)_8 = \sigma_{pt}$$

Greška pravca usled sistematske greške viziranja σ_{pv} koencidiranja σ_{pk} ne dolaze do izražaja u uglu ako su uslovi za viziranja i za koencidiranje isti za oba pravca, pošto tada ove greške imaju karakter konstantne sistematske greške. To se može postići osvetljenjem limba i kolimatora svetlom iz gradske mreže.

σ_{pk} otklanja se što se u laboratoriji merenje vrši pri konstantnoj temperaturi u što kraćem vremenskom periodu.

Izrazi za ocenu tačnosti

Ukupna greška jednog opažanog pravca σ_{op} jednaka je zbiru svih grešaka prve grupe

$$\sigma_{op} = \epsilon_{pv} + \epsilon_{pk} + \epsilon_{pz}$$

Po poznatom postupku

Srednja ukupna greška pravca je:

$$(\sigma_p)_{\sigma_0}^2 = m_{pv}^2 + m_{pk}^2 + m_{pz}^2$$

Srednja ukupna greška ugla merenog u jednom ponavljanju je:

$$\left(m_{\sigma}\right)_{\sigma}^2 = 2 \left(m_v^2 + m_k^2 + m_z^2\right) \quad I.2$$

Srednja ukupna greška ugla merenog u n ponavljanja je:

$$\left(m_{\sigma}\right)_{\sigma}^2 = \frac{2}{n} \left(m_v^2 + m_k^2\right) + 2 m_z^2$$

Kako se u postupku ispitivanja predviđa određivanje greške viziranja i koencidiranja u laboratorijskim uslovima za svakog operatora i kako se ove greške određuju iz razlike dvostrukih merenja, to se za prethodnu ocenu tačnosti koristi

$$m_v^2 + m_k^2 = m_{vk}^2$$

pa je :

$$\left(m_{\sigma}\right)_{\sigma}^2 = \frac{2}{n} \left(m_{vk}^2\right) + 2 m_z^2$$

Kako se stalni ugao uvek meri u dva ponavljanja, to je

Srednja kvadratna ukupna greška merenog ugla σ

$$\left(m_{\sigma}\right)_{\sigma} = \sqrt{\frac{2}{n} m_{vk}^2 + 2 m_z^2} \quad I.3$$

Prethodna ocena tačnosti

Za prethodnu ocenu tačnosti neophodno je poznavati vrednost greške viziranja, koencidiranja i zaokruživanja čitanja.

Iz ispitivanih teodolita (3), (4) određivana je greška viziranja i greška čitanja za instrumente tipa Wild T3. Takođe je izvršeno određivanje grešaka viziranja i koencidiranja za instrument Wild T3 broj 29772 (podaci o ovome nalaze se u I.3.). Vrednosti grešaka viziranja i koencidiranja date su u sledećoj tabeli.

Teodolit Wild T3 broj 29772			
m_k	0,25	0,20	0,20
m_v	0,30	0,20	0,35
m_{vk}	0,38	0,28	0,40
m_z	0,06	0,06	0,06

Ako se vrednosti srednjih grešaka zamene u I.3. dobija se

Srednja greška ugla merenog u dva ponadljanja

$$(m_\sigma)_2 = \pm 0,40''$$

Za vrednosti iz tabele (drugi operator) vidi se da je srednja greška viziranja i koencidiranja znatno manja od ostalih vrednosti. To je zbog toga što je za merenje stalnog ugla umesto kolimatora korišćen graničnik, pa se umesto greške viziranja m_v pojavljuje greška priljubljanja koja iz ispitivanja iznosi $\pm 0'',20$. Ako se ove vrednosti uvrste u izraz za srednju kvadratnu ukupnu grešku ugla dobija se:

$$(m_\sigma)_2 = \pm 0,30''$$

Odredjivanje broja stalnih uglova

Uobičajeno je da se podela limba teodolita ispituje na svaka 4 ili 5 stepena, pa bi broj stalnih uglova bio:

A. Potpuni Brunsovi programi

Za $\sigma = 4^\circ$	$180/4^\circ = 45$	$p = 9,$	$q = 5,$	$S = 45$
Stalni uglovi				
$180/9 = 20^\circ$	$\sigma_1 = 20^\circ$	$\sigma_2 = 40^\circ$	$\sigma_3 = 60^\circ$	$\sigma_4 = 80^\circ$
$180/5 = 36^\circ$	$\sigma_5 = 36^\circ$	$\sigma_6 = 72^\circ$		

Rezultati merenja:

270 opažanih uglova

Nepoznate:

44 popravaka dijametara

Izravnavanje:

Transformacija normalnih jednačina

Ocena tačnosti:

Srednja greška jedinice težine sračunata iz razlika dvostrukih merenja, a težina $\frac{1}{p} = \frac{1}{p+q} \left[1 + \frac{1}{p} + \frac{1}{q} - \frac{1}{pq} \left(1 + \frac{p}{q} + \frac{q}{p} \right) \right]$

B. Brunsova metoda (dva stalna ugla)

Za $\sigma = 4^\circ$	$\sigma = 5^\circ \quad 180/5^\circ = 36$
	$p = 4 \quad q = 9 \quad S = 36$
Stalni uglovi	Stalni uglovi
$\sigma_1 = 20^\circ \quad \sigma_2 = 36^\circ$	$\sigma_1 = 20^\circ \quad \sigma_2 = 45^\circ$
$x_0 = 0$	$x_0 = 0$
Rezultati merenja	Rezultati merenja
$N = 90$ stalnih uglova	$N = 72$ stalna ugla
Nepoznate	Nepoznate
$u = 43+14$	$u = 34+13$
(43 popravaka za dijemetre 14 nepoznatih stalnih uglova)	

C. Modifikovana Brunsova metoda (kombinacija tri stalna ugla)

$\sigma = 4^\circ$	$\sigma = 5^\circ$
Stalni uglovi	Stalni uglovi
$\sigma_1 = 20^\circ, \sigma_2 = 36^\circ, \sigma_3 = 40^\circ$	$\sigma_1 = 20^\circ, \sigma_2 = 45^\circ, \sigma_3 = 30^\circ$
$x_0 = 0$	$x_0 = 0$

Rezultati merenja; N = 135	Rezultati merenja; N = 108
Nepoznate; u = 62	Nepoznate; u = 54

Za navedene programe ispitivanja, sračunati su koeficijenti težina.

Tabela I.1.

σ	σ_i	N	$\sqrt{Q_p}$	$\sqrt{Q_{\text{odl}}}$	$(m_\sigma)_i$	M_x	$M_p = \frac{M_x}{\sqrt{2}}$	M_{odl}	$M_p' = \frac{M_x}{2}$
4°	20 36	90	0,89	0,70	0,40	0,36	0,26	0,28	0,18
5°	20 45	72	0,88	0,70	0,40	0,35	0,25	0,28	0,18
4°	20 36 40	135	0,65	0,57	0,40	0,26	0,18	0,23	0,13
5°	20 45 30	108	0,65	0,57	0,40	0,26	0,18	0,23	0,13
4°	20 40 60 80 36 72	270	0,30		0,40		0,12	0,17	

U Tabeli I.1. prikazani su sledeći podaci

$(m_\sigma)_i$ - srednja ukupna greška merenog ugla

$\sqrt{Q_p}$ - težina popravke dijametra

$\sqrt{Q_{\text{odl}}}$ - težina ugla sračunata kao greška funkcije

M_x - srednja greška razlika pojedinog dijametra i početnog

M_{φ} - srednja greška popravke dijametara

M_{α} - srednja greška ugla koja dolazi od grešaka dijametara.

Iz rezultata prikazanih u Tabeli I.1. vidi se da se tačnost određivanja popravaka dijametara kreće u granicama $0'',12$ do $0'',18$, a tačnost određivanja ugla koja dolazi od greška dijametara u granicama od $0'',17$ do $0'',28$. Vrednost za $M_{\varphi} = 0'',12$ i $M_{\alpha} = 0'',17$ odnosi se na potpune Brunsove programe, koji sadrže daleko veći broj merenja.

Tačnost određivanja popravaka po modifikovanoj Brunsovoj metodi (kombinacija tri stalna ugla) može se povećati merenjem u dve nezavisne serije, pa se u tom slučaju greške popravaka dijametara kreću u granicama $0'',13$ do $0'',18''$.

Ako se stalni uglovi mere sa upotrebom graničnika, to je srednja ukupna greška ugla $0,30''$ pa je tačnost određivanja popravaka dijametara $M'_{\varphi} = 0'',10$.

Iz Tabele I.1., može se zaključiti da su koeficijenti težina za tri stalna ugla (za 4° i 5°) isti, pa se u metodu može uneti stav da je bolje da se treći stalni ugao izabere kao nezavistan, jer se na ovaj način uz poboljšanje koeficijenata težina postiže i veća efikasnost u otkrivanju periodičnih grešaka.

Na osnovu dobijenih podataka o tačnosti određivanja grešaka dijametara može se za najpogodniju metodu predložiti

- modifikovana Brunsova metoda (kombinacija tri stalna ugla) -

koja je opisana u radu (25), a koja između ostalog predviđa

- merenje stalnih uglova u dve nezavisne serije
- izravnavanje stalnih uglova po načinu posrednih merenja
- ocenu tačnosti iz podataka izravnavanja.

Za ovu metodu biće data razrada metode merenja uglova i ispitivanje limba teodolita Wild T3 br. 29772.

Razrada metode merenja stalnih uglova

Računanje dozvoljenih razlika za praćenje i kontrolu merenja

Za određene vrednosti koje služe za kontrolu i praćenje merenja, sračunate su granične (dozvoljene) razlike.

Granične (dozvoljene) razlike između dva viziranja i koencidiranja

$$\begin{aligned} (\mu_1)_{\frac{\max}{gran}} &= 2 | m_{\mu_1} | \\ m_{\mu_1}^2 &= 2 (m_p)_{c_0}^2 = 2 m_{vk}^2 \end{aligned}$$

gde je

$(m_p)_{c_0}$ - srednja greška opažanog pravca sračunata iz grešaka koje dolaze do izražaja u razlici

$$\mu_1 \frac{\max}{gran} = 0,8''$$

Granične (dozvoljene) razlike između vrednosti ugla opažanog u dva ponavljanja

$$\begin{aligned} (\mu_2)_{\frac{\max}{gran}} &= 2 | m_{\mu_2} | \\ m_{\mu_2}^2 &= 2 (m_\sigma)_{c_0}^2 = 4 m_{vk}^2 \end{aligned}$$

gde je

$(m_\sigma)_{c_0}$ - srednja greška ugla merenog u jednom ponavljanju sračunata iz grešaka uglova koje dolaze do izražaja u razlici.

$$\text{Kako je : } (m_{\sigma})_{i_0}^2 = 2(m_{vk}^2 + m_z^2)$$

$$\text{to je : } (m_{\tau})_2^2 = 4m_{vk}^2$$

Za date vrednosti srednjih grešaka

$$\tau_2 \frac{\max}{gran} = 1,5''$$

Granične (dozvoljene) razlike izmedju početnog i završnog ugla u redu :

$$\tau_3 \frac{\max}{gran} = 2 | m_{\tau_3} |$$

gde je

$$m_{\tau_3}^2 = 2(m_{\sigma})_{i_0}^2$$

$(m_{\sigma})_{i_0}$ - srednja greška ugla merenog u jednom ponavljanju sračunata iz grešaka koje dolaze do izražaja u razlici.

$$\text{Kako je : } (m_{\sigma})_{i_0}^2 = 2(m_{vk}^2 + m_z^2)$$

$$\text{to je : } (m_{\tau_3})^2 = 4m_{vk}^2$$

Za date vrednosti srednjih grešaka

$$\tau_3 \frac{\max}{gran} = 1,5''$$

Razrada metode ispitivanja

Razrada metode ispitivanja sadrži:

- sva potrebna ispitivanja instrumenata
- način viziranja
- program ispitivanja
- postupak merenja stalnih uglova
- postupak obrade podataka.

Iz elemenata datih u razradi metode ispitivanja napravljeno je uputstvo za merenje stalnih uglova koje se sastoji u sledećem:

- Limb ispitati na svakih 5° podele
- ispitivanje obaviti u laboratoriji
- viziranje vršiti na osvetljene kolimatore
- pre početka merenja odrediti srednju grešku viziranja i koencidiranja
- ispitivanje izvršiti u dve nezavisne serije merenja
- za merenje koristiti stalne uglove $20^{\circ}, 45^{\circ}, 30^{\circ}$ a prema shemi priloženoj u tabeli
- merenje uglova vršiti na sledeći način: dvostruko viziranje na levi kolimator sa odgovarajućim čitanjem, dvostruko viziranje na desni kolimator sa odgovarajućim čitanjem; zatim dvostruko viziranje na desni kolimator sa odgovarajućim čitanjem i dvostruko viziranje na levi kolimator sa odgovarajućim čitanjem.
- Definitivno viziranje uvek vršiti okretanjem zavrtnja za fino kretanje alhidade u smislu kazaljke na satu.
- Koencidiranje zavrtnja optičkog mikrometra uvek vršiti na isti način.
- Čitanja vršiti na približno istoj podeli optičkog mikrometra.
- Za vreme merenja pridržavati se veličina dozvoljenih odstupanja i to: dozvoljene razlike između dva čitanja istog pravca, dozvoljene razlike između ugla merenog u prvom i drugom ponavljanju i dozvoljene razlike između početnog i završnog ugla u redu.

$\pi_{1 \frac{max}{gran}} = 0,4^d$	$\pi_{2 \frac{max}{gran}} = 1,5''$	$\pi_{3 \frac{max}{gran}} = 1,5''$
------------------------------------	------------------------------------	------------------------------------

Određjivanje grešaka podele limba teodolitaWild T3 broj 29772

Ispitivanje limbove podele pomenutog teodolita izvršeno je u prostoriji koju je Zavod za fotogrametriju adaptirao u laboratoriju za ispitivanje podele geodetskih instrumenata. Laboratorijski uslovi za rad su vrlo skromni i ne mogu se uporediti sa dobro opremljenom i uređenom laboratorijom. U jednoj podrumskoj prostoriji sazidan je stub za postavljanje instrumenta čija se podela ispituje. Stub je propisno fundiran. Postolje za kolimatore sazidano je od opeke u obliku polukružnog zida, a sam stub na kome se nalazi instrument predstavlja njegov centar. Kolimatori su postavljeni na jednakom rastojanju od instrumenta. Za kolimatore su upotrebljeni đurbini starih Fenelovih teodolita koji su postavljeni na zid u visini đurbina ispitivanog instrumenta. Temperatura u prostoriji za vreme merenja bila je stalna sa promenama od $0,5^{\circ}\text{C}$. Za osvetljenje končanica kolimatora i teodolita upotrebljena je transformisana struja iz gradske električne mreže. Pre početka merenja kolimatori su namešteni tako da obrazuju potreban stalni ugao a pored toga končanica je dovedena na daljinu jasnog vidjenja. Na ovaj način izbegnuta je greška fokusiranja a vremenski period merenja jednog reda dosta je skraćen. Merenje ugla obavljeno je po datoj šemi programa merenja, a po postupku koji je predviđen u uputstvima. Merenja uglova vršena su u dve nezavisne serije. Prvu seriju merenja obavio je jedan operator, a drugu seriju drugi. Prosečno vreme trajanja jednog reda iznosilo je oko 25 minuta. Čitanja su upisivana u poseban zapisnik. Prilikom merenja, a u cilju kontrole nepromenljivosti stalnog ugla, uzimana su završna merenja uglova u svakom poluredu. Isto tako vršena je kontrola merenja

na osnovu podataka dobijenih u razradi metode. Uticaj grešaka optičkog mikrometra otklonjen je na taj način što su sva merenja vršena na približno istom sektoru njegove skale.

Obrada podataka ispitivanja

Svaki mereni ugao iz serije daje jednu jednačinu popravaka oblika gde je $U_i = X_{\varphi} - X_{\varphi+\sigma} + \sigma_0 - \sigma_i$

σ_0 - veličina stalnog ugla

σ_i - izmerena vrednost stalnog ugla

X_{φ}
 $X_{\varphi+\sigma}$ - popravke dijametara $\varphi, \varphi+\sigma$ koje učestvuju u merenju ugla

U_i - popravka merenja.

Broj jednačina popravaka kod jednog nezavisnog određivanja je $N = 108$, a broj nepoznatih $u = 54$ (broj dijametara $u_1 = 35$ i broj stalnih uglova $u_2 = 19$).

Popravke dijametara određene su pod uslovom $x = 0$. Na ovaj način popravke dijametara su ustvari popravke razlika odnosnih dijametara i početnog dijametara.

Rezultati izravnavanja merenja su: srednja greška jedinice težine, popravke merenja, popravke dijametara, vrednosti stalnih uglova, srednje greške popravaka dijametara, srednje greške vrednosti stalnih uglova i matrica koeficijenata težina. Ove vrednosti date su u prilogu I.1.

U grafikonu I. prikazane su popravke dijametara iz prvog i drugog određivanja kao i njihova sredina. Razlike popravaka dijametara iz dve nezavisne serije su u saglasnosti sa ocenom tačnosti.

Kako je ispitivanje limbove podele teodolita br. 29772 izvršio prof. Sevarlić po potpunim Brunsovima programima i za

konstantne uglove 36° , 72° , 20° , 40° , 60° i 80° , pa su za uporedjenje podataka korišćeni i rezultati ovih ispitivanja.

Iz ovih podataka, a za obradu predloženu u modifikovanoj Brunsovoj metodi korišćeni su stalni uglovi 20° , 40° i 36° . Rezultati dobijeni iz ravnavanjem nalaze se u prilogu I.2. U grafikonu 2. prikazan je dijagram popravaka ispitivanog limba za potpune Brunsove programe i za modifikovanu Brunsovu metodu. U dijagramu broj 3 prikazane su popravke ispitivanih dijametara iz ispitivanja sa podacima profesora Ševarlića iz podataka prikazanih u ovom radu.

Ocena tačnosti dobijenih rezultata

Iz dobijenih rezultata određivanja popravaka limbove podele, izvršena je ocena tačnosti i podaci prikazani u Tabeli I.2.

Tabela I.2.

Metoda	Brunsova			Modifikovana Brunsova		
	I	II	III	I	II	III
m''_0	0,36	0,42	0,19	0,39	0,42	0,26
Q	0,70	0,70	0,70	0,57	0,57	0,56
M''_x	0,30	0,35	0,16	0,24	0,25	0,17
M''_φ	0,15	0,17	0,08	0,12	0,12	
M''_d	0,25	0,29	0,13	0,22	0,24	0,16
m''_{vk}	0,45	0,39	0,29			

Iz prikazanih rezultata vidi se da se tačnost popravaka kreće u granicama $0'',12$ do $0'',17$, a greške za ugao koje dolaze od grešaka dijametara u granicama $0'',16$ do $0'',25$.

Upoređujući vrednost srednje greške jedinice težine dobijene iz potpunih Brunsovih programa, koja je u radu (3) računata iz razlika dvostrukih merenja iznosi $m_0 = \pm 0,19''$ i srednju grešku jedinice težine dobijenu izravnavanjem po modifikovanoj Brunsovoj metodi $m_0 = \pm 0,26''$, može se zaključiti da je ocena tačnosti kod potpunih Brunsovih programa nepotpuna i da daje nešto ulepšanu sliku tačnosti određivanja popravaka dijametara.

U cilju iscrpnijeg ispitivanja osobina grešaka podele, limb je ispitan i po metodi Hojfelinka sa stalnim uglom $\beta = 30^\circ$. Sistematske greške dijametara predstavljene trigonometrijskim redom oblika

$$X(\varphi) = C_2 \sin(2\varphi + \omega_2) + C_4 \sin(4\varphi + \omega_4) + C_6 \sin(6\varphi + \omega_6) + \dots$$

gde su vrednosti koeficijenata C_2, C_4, C_6 - faznih uglova $\omega_2, \omega_4, \omega_6$ date su u prilogu.

Za ocenu tačnosti dobijeni su, između ostalog, i sledeći podaci.

Tabela I.3.

Metoda	Hojfelinkova			Wild T3 br. 29772			
	I "	II "	III "	Ranija ispitivanja " " " "			
m	0,17	0,15	0,10	0,16	0,16	0,22	0,17
M	0,50	0,54	0,48	0,42	0,46	0,51	0,21
τ	0,25	0,29	0,24	0,25	0,29	0,28	0,32

Iz rezultata prikazanih u Tabeli I.3. vidi se da se srednja kvadratna greška ukupnog uticaja slučajnih i sistematskih grešaka τ kreće u granicama od $0,24''$ do $0,29''$, što pokazuje da greške limbove podele čine polovinu srednje kvadratne greške jedinice težine (M). Tačnost popravaka sistematskih grešaka

ima vrednost oko $\pm 0,25''$.

Iz podataka dobijenim ispitivanjem može se zaključiti da limb teodolita Wild T3 br. 29772 spada u limbove sa izrazito slučajnim greškama. Međutim, iz ispitivanja drugih teodolita tipa Wild T3 (25) vidi se da postoje i limbovi sa izrazito sistematskim greškama, pa kod njih Hojfelinkova metoda dobro reprezentuje sistematski deo popravaka dobijenih po metodi Brunsa. Podaci o ovim ispitivanjima dati su u prilogu.

Zaključci

Iz analize metoda određivanja grešaka podele limba može se zaključiti:

- Za određivanje ukupnih popravaka dijametara najprihvatljivija Brunsova metoda sa modifikacijama koje se čine u cilju smanjivanja broja merenja stalnih uglova.
- Obradu podataka treba vršiti na predložen način, jer ona daje mogućnost za potpunu ocenu tačnosti popravaka dijametara.
- Tačnost određivanja popravaka dijametara, ako se koristi Brunsova modifikovana metoda, koja između ostalog predviđa ispitivanje u dve nezavisne serije, kreće se u granicama $0,13''$ do $0,18''$ ako se stalni uglovi mere viziranjem na kolimatore, a oko $0,10''$ do $0,15''$ ako se za merenje uglova koristi graničnik.
- Hojfelinkova metoda može poslužiti za iscrpnije ispitivanje osobina grešaka, a tačnost određivanja sistematskih grešaka je $\pm 0,25''$. Aproksimacija popravaka trigonometrijskim redom može se prihvatiti kod limbova čije su slučajne greške podele neznatne u odnosu na sistematske. Kod ispitivanja sistematskih grešaka veoma je važno određivanje periode, pa bi pravilno

bilo da se putem ispitivanja dijametara ukupnih grešaka nadju periode sistematskih grešaka, a potom, znajući ih, sastave jed- načine popravaka.

- Ako se u rezultate uglovnih merenja unose popravke za greške limba, to je potrebno ispitati u okviru nekih intervala i krat- ko-periodične greške.
- Iz prethodne ocene tačnosti merenja uglova (1), za slučaj ka- da se u rezultate merenja unose greške podele limba i optičkog mikrometra, greške određivanja popravaka za limb i optički mikrometar ulaze u grupu grešaka za koje se određuju uslovi tačnosti. Izraz za uslove tačnosti izveden po principu jedna- kih uticaja je

$$(m_u)_0 \leq \frac{1}{3\sqrt{6}} (m_u)_z$$

a $m_{\epsilon_{\text{L}}} = \sqrt{\frac{n}{2}} (m_u)_0$ $m_{\epsilon_{\text{OM}}} = \sqrt{\frac{n}{2}} (m_u)_0$

Tako bi se za jednu gradsku trigonometrijsku mrežu (Veliko Gradište), ukoliko bi se ^u merenje uglova unosile popravke za limb i optički mikrometar, moglo sračunati sa kojom tačnošću je potrebno dobiti popravke za ukupnu grešku limba i optičkog mikrometra. Za date vrednosti pojedinih grešaka (Glava II.) i određene karakteristike mreže

$$(m_u)_z = \pm 0,74'' \quad (m_u)_0 \leq 0,10''$$

što znači da je

$$m_{\epsilon_{\text{L}}} = \pm 0,17'' \quad (m_{\epsilon_{\text{L}}})_{\alpha} = \pm 0,24''$$

U radu (1) prikazano je računanje $m_{\epsilon_{\text{L}}}$, $m_{\epsilon_{\text{OM}}}$ za trigonome- trijsku mrežu 1. reda gde se za

$$n = 12 \quad \alpha_{\text{min}} = 20 \text{ km} \quad Z_{\text{min}} = 90^\circ \pm 2^\circ$$

dobija:

$$a) \quad m_{\text{εTL}} = m_{\text{εTOH}} = \pm 0,29''$$

odnosno za opažanje sa stuba i kada se koriste svetlosni signali

$$b) \quad m_{\text{εTL}} = m_{\text{εTOH}} = \pm 0,48''$$

Ove vrednosti pokazuju da su uslovi tačnosti za određivanje popravaka limba i optičkog mikrometra vrlo oštri kada se radi o gradskoj trigonometrijskoj mreži, a i o mreži 1. reda u slučaju a), pa se mora povećati tačnost određivanja popravaka dijametara, ili izrazi za uslove tačnosti obraditi po principu nejednakih uticaja.

- Pitanje povećanja tačnosti određivanja popravaka dijametara može se odnositi na: povećanje tačnosti određivanja stalnih uglova, povećanje broja merenja (smanjivanje vrednosti za koeficijente težina).
- Kod instrumenata čiji limb ima jasno izraženu sistematsku grešku, treba voditi računa da se kod računanja određenih podataka potrebnih za praćenje i kontrolu merenja poveća vrednost za dozvoljenu razliku. Kod ovih limbova Hojfelinkova metoda dobro reprezentuje sistematski deo popravaka, ali tačnost njihovih određivanja ne omogućuje da se sistematske greške podele limba isključe iz grupe dominantnih grešaka.

Щете програмата переџа с џанних углоџа

щема А

20°

0	20	40	60	80	100	120	140	160
5	25	45	65	85	105	125	145	165
10	30	50	70	90	110	130	150	170
15	35	55	75	95	115	135	155	175

щема Б

45°

0	45	90	135
5	50	95	140
10	55	100	145
15	60	105	150
20	65	110	155
25	70	115	160
30	75	120	165
35	80	125	170
40	85	130	175

щема С

30°

0	30	60	90	120	150
5	35	65	95	125	155
10	40	70	100	130	160
15	45	75	105	135	165
20	50	80	110	140	170
25	55	85	115	145	175

$Y_{IAC} (0^\circ - 20^\circ)$

Y_{IAC}	z	f	F
0	0	0	-1
1	0	0,507	+1
Σ	0	+0,507	0,507
	0	+0,507	0,507
		$Q_{med} =$	0,507
		$\sqrt{Q_{med}} =$	0,712

$(100^\circ - 120^\circ)$

Y_{IAC}	z	f	F
20	0,930	0,647	-1
24	0,647	0,871	+1
Σ	1,577	1,518	+0,059
	-0,203	0,224	+0,058
		$Q_{med} =$	0,507
		$\sqrt{Q_{med}} =$	0,712

$(20^\circ - 50^\circ)$

Y_{IAC}	z	f	F
1	0,396	0,491	-1
10	0,491	0,580	+1
Σ	0,887	1,071	-0,084
	-0,435	0,489	-0,054
		$Q_{med} =$	0,524
		$\sqrt{Q_{med}} =$	0,569

$(140^\circ - 170^\circ)$

Y_{IAC}	z	f	F
22	0,542	0,227	-1
23	0,227	0,336	-1
Σ	0,769	0,563	+0,007
	-0,435	0,489	-0,054
		$Q_{med} =$	0,524
		$\sqrt{Q_{med}} =$	0,569

$(80^\circ - 110^\circ)$

Y_{IAC}	z	f	F
10	0,400	0,226	-1
19	0,226	0,383	+1
Σ	0,626	0,609	+0,007
	-0,464	0,459	+0,005
		$Q_{med} =$	0,523
		$\sqrt{Q_{med}} =$	0,568

$(145^\circ - 175^\circ)$

Y_{IAC}	z	f	F
19	0,395	0,224	-1
2	0,224	0,376	+1
Σ	0,619	0,600	+0,019
	-0,470	0,450	+0,019
		$Q_{med} =$	0,523
		$\sqrt{Q_{med}} =$	0,568

$(0^\circ - 30^\circ)$

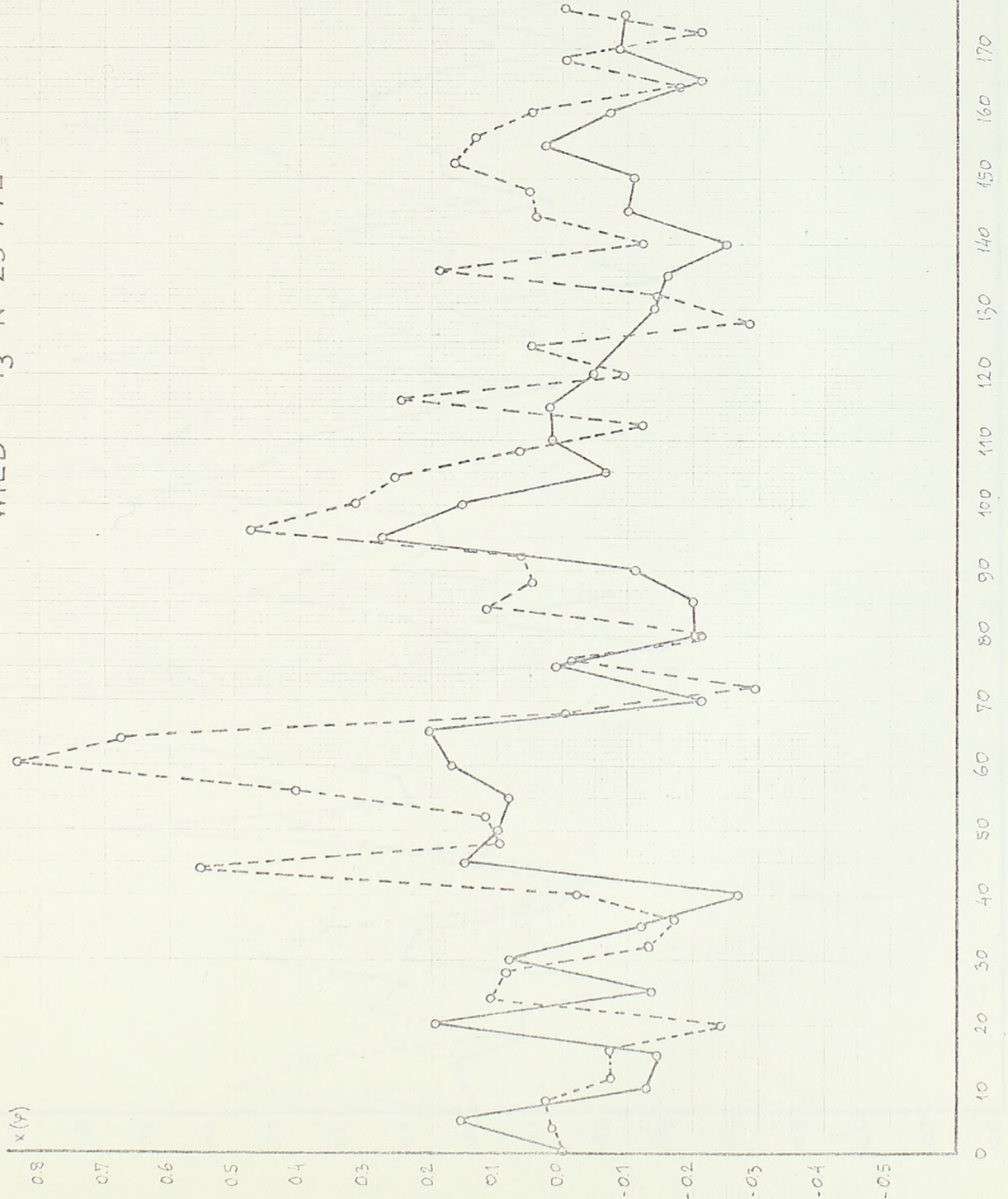
Y_{IAC}	z	f	F
0	0	0	-1
9	0	0,318	+1
Σ	0	0,318	0,318
	0	0,318	0,318
		$Q_{med} =$	0,318
		$\sqrt{Q_{med}} =$	0,564

$(0^\circ - 10^\circ)$

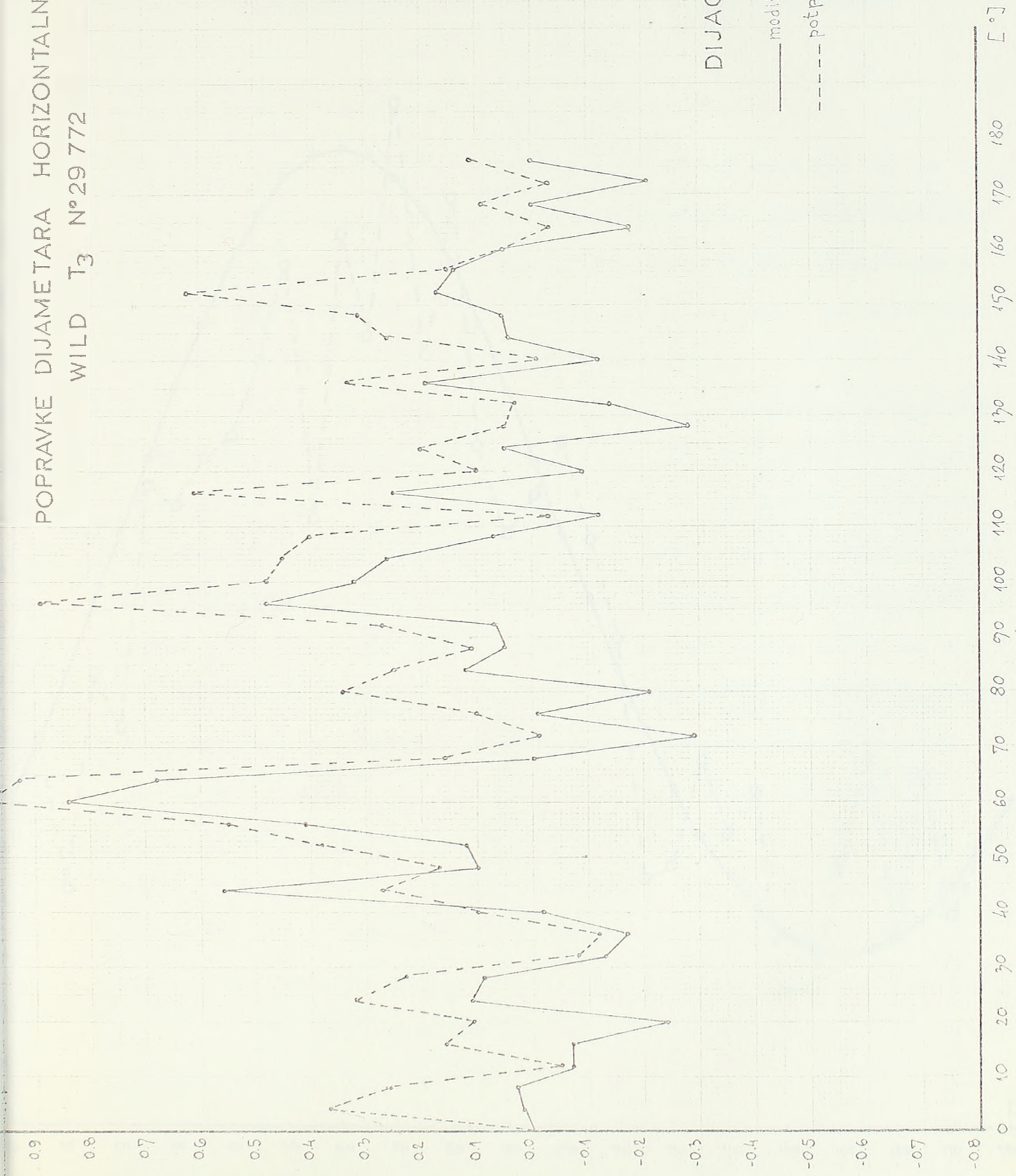
Y_{IAC}	z	f	F
0	0	0	-1
10	0	0,318	+1
Σ	0	0,318	0,318
	0	0,318	0,318
		$Q_{med} =$	0,318
		$\sqrt{Q_{med}} =$	0,566

POPRAVKE DIJAMETARA HORIZONTALNOG LIMBA

WILD T₃ N° 29 772



POPRAVKE DIJAMETARA HORIZONTALNOG LIMBA
WILD T₃ N°29 772



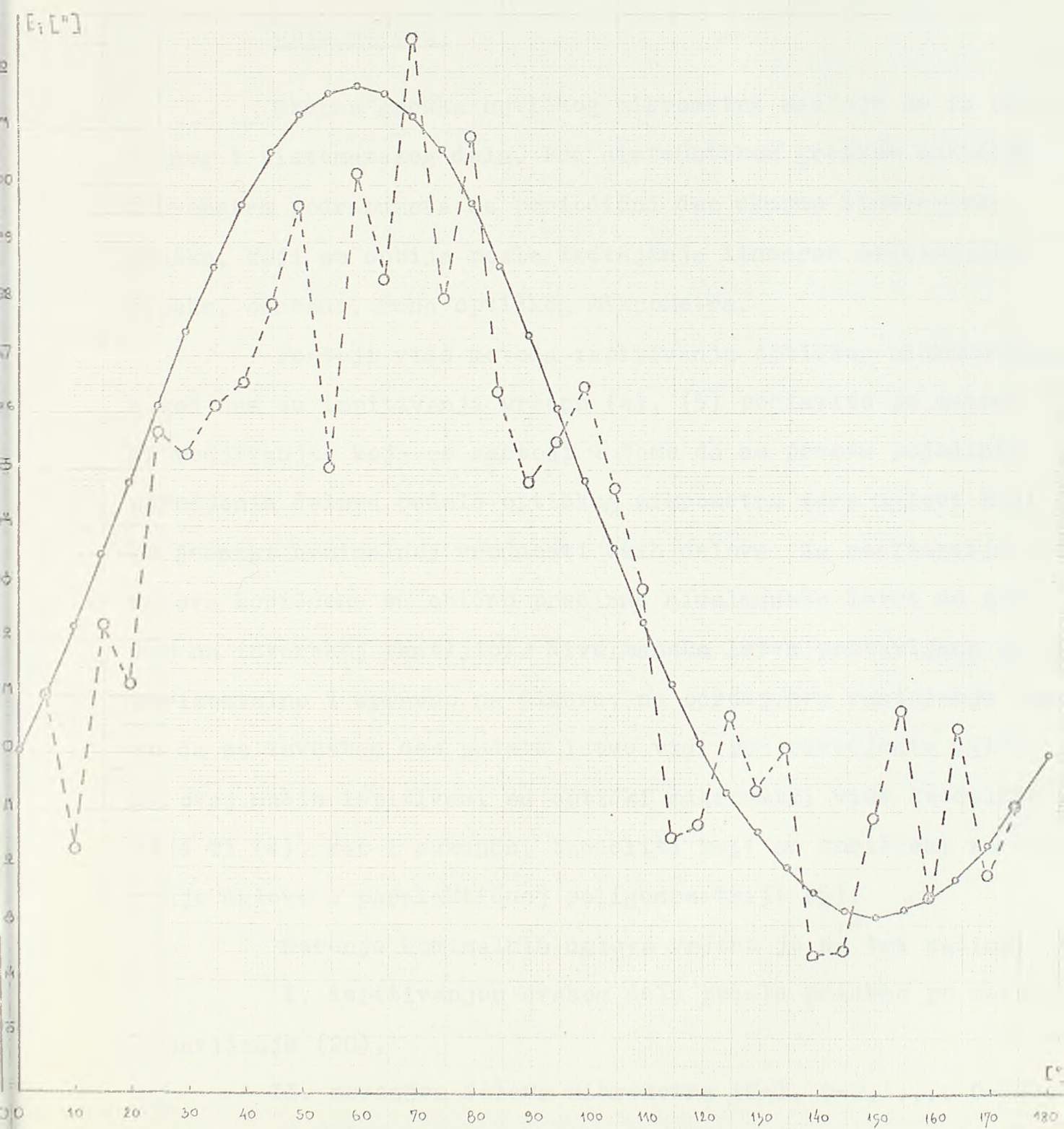
DIJAGRAM II

— modifikovana Brunsova metoda
 - - - - - potpuni Brunsovi programi

POPRAVKE DIJAMETARA HORIZONTALNOG LIMBA

WILD T₃ N° 124 203

----- modifikovana Brunsova metoda
 ————— Hofjelinkova metoda

DIJAGRAM IV

I.2. METODE ODREĐJIVANJA GREŠAKA OPTIČKOG MIKROMETRA

Opis metoda

Ukupna greška optičkog mikrometra sastoji se iz slučajnog i sistematskog dela. Pod sistematskom greškom optičkog mikrometra podrazumeva se periodični deo ukupne sistematske greške, koji se dobija posle izdvajanja linearne sistematske greške, odnosno, runa optičkog mikrometra.

Postoji više metoda ispitivanja optičkog mikrometra, a kod nas su ispitivanja vršena (4), (5) poglavito po metodi upoređjivanja; koja se sastoji u tome da se pomoću pojedinih određenih delova podele optičkog mikrometra mere uglovi koji su jednaki nominalnoj vrednosti ovih delova. Za realizaciju ovih uglova korišćene su obično precizne nivelmanske letve sa pode- lom na invarskoj pantlji. Nivelmanska letva postavljena je horizontalno i upravno na vizuru, na određenom rastojanju ta- ko da se izvestan deo podele letve vidi pod određenim uglom. Na ovaj način ispitivani su optički mikrometri više teodolita Wild T3 (4), kao i sekundni teodoliti koji su korišćeni za me- renje uglova u paralaktičnoj poligonometriji (5).

Merenje nominalnih uglova vršeno je na tri načina:

I. ispitivanjem svakog dela podele posebno po metodi ponavljanja (20),

II. merenjem delova mikrometra (0-1, 0-2, 0-10). Uglovi se takođe mere po metodi ponavljanja,

III. istovremenim ispitivanjem cele podele, merenjem

svih crtica po girusnoj metodi (15-20 girusa).

Optički mikrometri teodolita Wild T3 ispitivani su po načinu III., a sekundni teodoliti po načinu I. i II.

Obrada podataka za ispitivanje optičkih mikrometara teodolita Wild T3 sastojala se u nalaženju srednjih vrednosti za sve pravce (opažane u 15 girusa) i postavljanju jednačina popravaka oblika

$$v^{20} = a_{sz}^{\circ} + 20'' + \frac{\pi}{6} - a_{sz}^{20}$$

$$v^{120} = a_{sz}^{\circ} + 6\left(20'' + \frac{\pi}{6}\right) - a_{sz}^{20}$$

Obrada podataka sekundnih teodolita koji su ispitivani po načinu I. i II. sastoji se u nalaženju opšte aritmetičke sredine svakog merenog ugla kao najverovatnije vrednosti, računanju popravaka

$$\Delta'' = \frac{60}{x} \cdot 60 - 60$$

i srednje sistematske greške minutne podele

$$\Delta_{sz} = \frac{[\Delta]}{n}$$

zatim razlika: $\delta = \Delta_i - \Delta_{sz}$

Ocena tačnosti vršena je iz popravaka v. $m = \sqrt{\frac{[vv]}{N-U}}$

Kod ovih metoda ispitivanja optičkog mikrometra javlja se veliki broj izvora grešaka, pa autor navodi "Medjutim, određivanje uticaja nekih faktora zahtevao bi duga ispitivanja i velike materijalne izdatke kao na primer: uticaj greške linba, temperature, refrakcije itd. Zato će ovde biti prikazan samo uticaji onih faktora čije se greške mogu odrediti a to su:

1. uticaj određivanja dužine između letve i instrumenta,
2. uticaj neupravnosti letve,
3. uticaj greške podele letve i njene temperature
4. uticaj grešaka viziranja i čitanja,
5. uticaj greške runa." (4)

Kasnije su učinjeni novi pokušaji da se neki od ovih uticaja smanje (6), jer se tačnost dobijenih popravaka m_V nije mogla smatrati zadovoljavajućom. Tako je za viziranje izradjena specijalna skala sa odredjenom širinom polja prilagođenom za viziranje, vršeno je komparisanje skale, a i posebno određivanje dužine između skale i instrumenta. Za ispitivanje optičkog mikrometra sada su primenjene sve tri navedene metode (I., II., III.), a ispitivani su isti teodoliti Wild T3.

Srednje greške izravnatih uglova:

I. način	$m = \pm 0'',03$
I. i II. način	$m = \pm 0'',12$
III. način	$m = \pm 0'',06$

Iz upoređivanja popravaka dobijenih ranijim ispitivanjem (4), konstatovane su neprihvatljive razlike pa je zaključak bio: "pitanje metode određivanja popravaka za optički mikrometar Wildovih teodolita T3 ne može se smatrati rešenim. Na ovom polju treba još raditi istražujući najpodesniju metodu za merenje malih uglova."

Ovaj način ispitivanja optičkih mikrometara opisan je i u radu (29) gde autori analiziraju tri postupka ispitivanja optičkog mikrometra:

- Kod prvog postupka, u žiži kolimatora nalazi se skala izdeljena na minute. Ispred kolimatora je postavljen instrument koji se ispituje tako da se prilikom viziranja preko prve crtice mikrometar može očitati na početku skale. Zatim je po girusnoj metodi vizirano svih 10 crtica.

- Kod drugog postupka korišćena je metoda upoređivanja. Kao razmernik je služila invarska letva. Pojedine crtice opažane su po girusnoj metodi. Ovde autori nabrajaju uticaje

pojedinih grešaka: greske počele letve, razlika između kružnog luka i tangente, merenje rastojanja, horizontalnost letve i upravnost letve na vizuru. Ovaj postupak je identičan načinu III.

- Kod treće metode korišćeno je autokolimatorsko ogledalo, a multi položaj meren je autokolimatorskim đurbinom. U ovom postupku greska viziranja ne dolazi do izrežaja, ali se pojavljuje greška počesavanja i očitavanja autokolimatorskog đurbina.

Rezultati dobijeni iz ovih ispitivanja optičkih mikrometara su statistički obrađeni i u tu svrhu određene vrednosti izgladjenih krivih. Za ove krive daje se polinom i posle obrade podataka dobijaju se između ostalih

m_0 - srednja greška jedinice težine

$m_{bi} = m_0 \sqrt{Q_{ii}}$ srednja greška koeficijenta b

Interesantne su razlike koje se javljaju u vrednostima za srednje greške jedinice težine (srednja greška merenog ugla) koje su najveće kod II. postupka ispitivanja optičkih mikrometara i koje za različite ispitivane teodolite (sekundne) iznose:

m_0	0,60	0",60	0",60	0",61
-------	------	-------	-------	-------

Zaključak autora je: "Iz podataka dobijenih pomoću tri postupka, može se zaključiti da se postupak sa nivelmanskom letvom u poređenju sa postupkom sa kolimatorom ne može smatrati jednako tačnim. Stoga ostaje otvoreno da li je razlog ovome samo u greški viziranja."

Prethodna ocena tačnosti merenja uglova
u metodi upoređivanja

Iz prethodne ocene tačnosti merenja horizontalnih uglova (1) koristeći se opštim vrednostima za pojedine izvore grešaka i izrazima dobijenim za ocenu tačnosti, može se doći do vrednosti ukupne greške merenog ugla u n ponavljanja kod metode upoređivanja. $(m_u)_{\sigma}^2 = \frac{2}{n} (m_{vk}^2) + 2(m_{\alpha}^2 + m_z^2)$

Gornja granica tačnosti

$$n = n_{\frac{max}{gran}} \quad m_{vk} = 0$$

$$(m_u)_{\sigma}^{\frac{min}{gran}} = \sqrt{2(m_{\alpha}^2 + m_z^2)}$$

pod uslovom da je prema kriterijumu beznačajnosti

$$\frac{2}{n_{\frac{max}{gran}}} (m_{vk}^2) \leq \frac{1}{9} (m_u)_{\sigma}^{\frac{min}{gran}^2} \leq \frac{2}{9} (m_{\alpha}^2 + m_z^2)$$

i odatle je:

$$n_{\frac{max}{gran}} = 9 \frac{m_{vk}^2}{m_{\alpha}^2 + m_z^2}$$

Za vrednosti pojedinih grešaka

T-3	$m_{vk} = \pm 0'',70$	$m_{\alpha} = \pm 0'',40$	$m_z = \pm 0'',06$
$n_{\frac{max}{gran}} = 28$			
T-2	$m_v = \pm 1'',0$	$m_k = \pm 0'',50$	$m_{\alpha} = \pm 0'',40$
i $m_z = \pm 0'',29$			
$n_{\frac{max}{gran}} = 25$			

pa je

Srednja ukupna greška ugla merenog u n ponavljanja

T-3 $(m_u)_{\sigma}^{\frac{min}{gran}} = 0'',57$

T-2 $(m_u)_{\sigma}^{\frac{min}{gran}} = 0'',70$

Kako su merenja vršena u 20 ponavljanja to je praktična

gornja granica tačnosti

T-3 $(m_u)_{\sigma}^{\frac{min}{gran}} = 0'',61$

T-2 $(m_u)_{\sigma}^{\frac{min}{gran}} = 0'',78$

Dominantna greška ugla je greška lokalne refrakcije i ona ograničava tačnost ispitivanja.

Iz ovih podataka se može zaključiti da, ukoliko se merenja uglova vrše po opisanoj metodi, van laboratorijskih uslova, granica tačnosti merenih uglova zavisi od lokalne refrakcije. Veoma je interesantno uporediti vrednosti srednje ukupne greške ugla dobijene iz prethodne ocene tačnosti za metodu upoređivanja sa vrednostima m_0 (srednja greška jedinice težine) dobijene u radu (29). ($m_0 = \pm 0,60''$; $(m_0)_z = \pm 0,61''$)

Metoda merenja stalnih uglova

Novije metode za ispitivanje optičkog mikrometra odnose se na metodu merenja stalnih uglova koja je razrađjena za određivanje kratkoperiodičnih grešaka limbove podele. Ideja metode sastoji se u merenju stalnog ugla β koji može da ima proizvoljan broj stepeni koji se isključuju u procesu obrade, a minuti se mere delovima ispitivanog optičkog mikrometra. (8), (30).

Ako je

n - vrednost podele skale optičkog mikrometra

S - broj podele skale (obično $S_n = v/2$ gde je v - vrednost podele limba), onda je $\beta = S/n$ korak ispitivanja mikrometra,

X_φ - greške podele skale mikrometra.

Svako merenje ugla daje jednu jednačinu popravaka obli-

ka
$$U_i = X_\varphi - X_{\varphi+\beta} + \beta_0 - \beta_i$$

gde je:

β_0 - vrednost stalnog ugla oslobodjena grešaka optičkog mikrometra

β_i - izmerena vrednost stalnog ugla

$\left. \begin{array}{l} X_{\varphi} \\ X_{\varphi+\beta} \end{array} \right\}$ - greške optičkog mikrometra
 φ - popravka.

Pod uslovom da je $x_0 = 0$ tj. greška nultog podeoka optičkog mikrometra jednaka nuli, dobijaju se jednačine popravaka oblika

$$A \cdot X + F = V$$

a po teoriji najmanjih kvadrata za $V^* \cdot V = \min$.

$$A^* \cdot A \cdot X + A^* \cdot F = 0 \quad X = (A^* \cdot A)^{-1} \cdot A^* \cdot F$$

i dalje srednja kvadratna greška nepoznati

$$m_x = m_0 \sqrt{Q_x}$$

kao i matrica koeficijenata težina

$$Q = (A^* \cdot A)^{-1}$$

Rezultati izravnavanja merenja su: srednja greška jedinice težine (m_0), popravke merenja nepoznate, veličine stalnih uglova, srednja greška nepoznatih, srednja greška veličine stalnih uglova i matrica koeficijenata težina.

Očigledno je da tačnost određivanja podele optičkog mikrometra zavisi od

- tačnosti merenja stalnog ugla
- koeficijenta težine, odnosno broja merenja.

U skladu sa ovim, treba izvršiti analizu metode merenja stalnog ugla i odrediti najpovoljniji broj merenja stalnih uglova

Analiza metode ispitivanja optičkog mikrometra mora se sastojati iz dva dela:

- analize metode merenja stalnog ugla
- određivanja broja stalnih uglova.

Analiza metode merenja stalnog ugla

Metoda merenja.- Merenje stalnog ugla vrši se po metodi ponavljanja.

Instrumentat i pribor za merenje.- Ostvarivanje stalnog ugla vrši se pomoću tri stuba: na jednom od njih postavlja se instrumentat čiji se limb ispituje, a na druga dva, koja se nalaze na jednakom rastojanju, postavljaju se kolimatori. Pre ispitivanja limbove podele vrši se između ostalih i:

- određivanje srednje greške koencidiranja
- određivanje srednje greške viziranja.

Postupak pri merenju.- Merenje stalnog ugla obavlja se na sledeći način:

- dvostruko viziranje na levi kolimator sa odgovarajućim čitanjem,
- dvostruko viziranje na desni kolimator sa odgovarajućim čitanjem.

Ovo merenje nazvaćemo merenjem stalnog ugla u jednom ponavljanju.

Durbin pri merenju uglova ne prevodi se u drugi položaj durbina, već se sva merenja obavljaju pri jednom te istom položaju

- Kolimatori se postavljaju na istu visinu, da se u procesu merenja ne menja nagib durbina.

- Radi povećanja tačnosti merenja stalnog ugla mogu se vršiti merenja u dva ili u četiri ponavljanja.

- Merenje se obavlja brzo, ravnomerno i bez prekida.

- Veći broj merenja nije preporučljiv zbog održavanja konstantnosti stalnog ugla.

Kolimatori se osvetljavaju svetlom iz električne mreže.

Pri merenju stalnog ugla kontrolišu se

- razlike između dva viziranja i čitanja
- razlika uglova u dva ponavljanja
- vrednost početnog i završnog ugla u redu.

Za vrednost merenog ugla uzima se aritmetička sredina iz n ponavljanja i dobija razlika između stalnog ugla β i merenog. Ova razlika data je u sekundama i čini slobodan član za formiranje jednačina popravaka.

Izvori grešaka

Pri opažanju stalnog ugla mogu se nabrojati sledeći izvori grešaka koji utiču na tačnost merenja:

- slučajna greška viziranja
- sistematska greška viziranja
- slučajna greška koencidiranja
- sistematska greška koencidiranja
- greška zaokruživanja čitanja
- mrtvi hod zavrtnja za fino kretanje alhidade
- mrtvi hod zavrtnja optičkog mikrometra
- promena stalnog ugla usled promene temperature.

Svi ovi izvori grešaka su detaljno opisani i dobro poznati (1), (2).

Pod dele grešaka po značaju

Greske od kojih zavisi tačnost opažanja

$$1. (\Delta p)_1 = \epsilon_{pv}$$

$$2. (\Delta p)_2 = \epsilon_{pk}$$

$$3. (\Delta p)_3 = \epsilon_{pz}$$

Greške koje se mogu otkloniti metodom rada

$$4. (\Delta p)_6 = \sigma_{pZA}$$

$$5. (\Delta p)_7 = \sigma_{pZOM}$$

Greška σ_{pZA} otklanja se tako što se zavrtnanj za fino kretanje alhidade u poslednjem potezu pri viziranju okreće u smislu zavrtnanja.

Greška σ_{pZOM} otklanja se tako što se vođi računa da se poslednji potez zavrtnjem optičkog mikrometra vrši uvek u istom smislu. Tako ova greška deluje kao konstantna sistematska greška i otklanja se u uglu.

Greške koje se otklanjaju postavljanjem određenih uslova pri merenju su:

$$6. (\Delta p)_2 = \sigma_{pv}$$

$$7. (\Delta p)_4 = \sigma_{pk}$$

$$8. (\Delta p)_8 = \sigma_{pt}$$

Greška pravca usled sistematske greške viziranja, koencidiranja ne dolazi do izražaja u uglu, ako su uslovi za viziranje i za koencidiranje isti za oba pravca, pošto tada ove greške imaju karakter konstantnih sistematskih grešaka. To se postiže podjednakim osvetljenjem kolimatora i limba. Greška σ_{pt} otklanja se na taj način što se temperatura pri merenju konstantnog ugla ne menja i što se merenja vrše u što kraćem vremenskom periodu.

Izrazi za ocenu tačnosti

Po poznatom postupku iz grešaka prve grupe može se dobiti:

Srednja ukupna greška pravca

$$(\overline{m_p})_{\sigma_0}^2 = m_{vk}^2 + m_z^2$$

Srednja ukupna greška ugla merenog u jednom ponavljanju

$$(m_{\beta})_{\tau_0}^2 = 2(m_{vk}^2 + m_z^2)$$

Srednja ukupna greška ugla merenog u n ponavljanja

$$(m_{\beta})_{\tau n}^2 = \frac{2}{n}(m_{vk}^2 + 2m_z^2)$$

Prethodna ocena tačnosti

Iz ispitivanja teodolita Wild T-3 određena je greška viziranja i čitanja. Za ispitivanje sekundnih teodolita za grešku viziranja i čitanja uzeti su opšti podaci. Vrednosti ovih grešaka date su u sledećoj tabeli.

Wild T-3

m_k	0,25"
m_v	0,30"
m_{vk}	0,40"
m_z	0,06"

Ako se vrednosti grešaka iz prikazane tabele uvrste u izraz za srednju ukupnu grešku ugla merenog u n ponavljanja dobiće se:

$$n=2 \quad (m_{\beta})_{\tau} = \pm 0,40''$$

$$n=4 \quad (m_{\beta})_{\tau} = \pm 0,28''$$

Razrada metode merenja

Računanje dozvoljenih razlika za praćenje i kontrolu merenja.

Granične (dozvoljene) razlike između dva viziranja i koencidiranja

$$n_{1, \frac{\max}{\text{gran}}} = 2 |m_{\mu_1}| \quad m_{\mu_1}^2 = 2(m_p)_{\tau_0}^2$$

gde je

$(m_p)_{\tilde{\tau}_0}$ - srednja greška opažanog pravca sračunata iz grešaka koje dolaze do izražaja u razlici

$$n_1 \frac{\max}{gran} = 0,4^d = 0,8''$$

Granične (dozvoljene) razlike izmedju vrednosti ugla opažanog u dva ponavljanja

$$n_2 \frac{\max}{gran} = 2 |m_{r_2}| \quad m_{r_2}^2 = 2(m_{\beta})_{\tilde{\tau}_0}^2$$

gde je

$(m_{\beta})_{\tilde{\tau}_0}$ - srednja greška ugla merenog u jednom ponavljanju sračunata iz grešaka uglova koje dolaze do izražaja u razlici

$$n_2 \frac{\max}{gran} = 1,5''$$

Granična (dozvoljena) razlika izmedju početnog i završnog ugla

$$n_3 \frac{\max}{gran} = 2 |m_{r_3}| \quad m_{r_3} = 2(m_{\beta})_{\tilde{\tau}_0}$$

gde je

$(m_{\beta})_{\tilde{\tau}_0}$ - srednja greška ugla merenog u jednom ponavljanju sračunata iz grešaka koje dolaze do izražaja u razlici

$$n_3 \frac{\max}{gran} = 1,5''$$

Odredjivanje broja stalnih uglova

Kod odredjivanja broja stalnih uglova razmatraće se slučaj za ispitivanje optičkog mikrometra na svakih 20" podele, što je uobičajeno kod ispitivanja teodolita tipa Wild T3.

A. Merenje stalnih uglova u svim kombinacijama

Ako se broj stalnih uglova određuje po metodi merenja uglova u svim kombinacijama, to će ukupan broj merenja stalnih uglova biti

$$N = \frac{S(S-1)}{2} \quad \text{gde je } S \text{ broj podele optičkog mikrometra.}$$

Za ispitivanje optičkog mikrometra na svakih 20"

$$N = 20 \quad S = 5 \quad x_0 = 0$$

Program opažanja stalnih uglova

S t a l n i u g l o v i β_i				
20"	40"	60"	80"	100"
0-20	0-40	0-60	0-80	0-100
20-40	20-60	20-80	20-100	20-120
40-60	40-80	40-100	40-120	
60-80	60-100	60-120		
80-100	80-120			
100-120				

Stalni uglovi

$$\beta_1 = 20'' \quad \beta_2 = 40'' \quad \beta_3 = 60'' \quad \beta_4 = 80'' \quad \beta_5 = 100''$$

$x_0 = 0$ Rezultati merenja Nepoznate

$$N = 20$$

$$u = 5+5$$

B. Kombinacija dva stalna ugla

Ako se kod ispitivanja optičkog mikrometra koriste dva stalna ugla kao $\beta_1 = \frac{S}{n_1}$ i $\beta_2 = \frac{S}{n_2}$ pod uslovom da je n_j ceo broj to je za $S = 120''$

$$n_1 = 4 \quad n_2 = 2$$

$$\beta_1 = 120/4 = 30''$$

$$\beta_2 = 120/2 = 60''$$

Program opažanja stalnih uglova

Stalni uglovi β_i	
30"	60"
0-30	0-60
30-60	60-120
60-90	
90-120	

Stalni uglovi $\beta_1 = 30''$ $\beta_2 = 60''$

$x_0 = 0$ Rezultati merenja Nepoznate

$N = 6$

$u = 5$

Ovu metodu autor (30) naziva metodom konačnih intervala i za razliku od predloženog načina izravnavanja u ovom radu, slobodne članove računa kao $f_{ik} = \beta_i - \frac{n}{n_j} \sum_{j=1}^{j=n_j} \beta_j$.

C. Kombinacija tri stalna ugla

Ako se ispitivanje optičkog mikrometra vrši kombinacijom tri stalna ugla

$$\beta_1 = 20'' \quad \beta_2 = 40'' \quad \beta_3 = 60''$$

to bi program opažanja bio:

Stalni uglovi β_i		
20"	40"	60"
0-20	0-40	0-60
20-40	20-60	20-80
40-60	40-80	40-100
60-80	60-100	60-120
80-100	80-120	
100-120		

Stalni uglovi $\beta_1 = 20''$ $\beta_2 = 40''$ $\beta_3 = 60''$
 $x_0 = 0$ Rezultati merenja Nepoznate
 $N = 15$ $u = 8$

Za navedene programe ispitivanja, postavljene su jed-
 načine popravaka i sračunati koeficijenti težina.

U Tabeli I.2.1. prikazani su sledeći podaci:

- $(m_\beta)_{\bar{c}}$ - srednja kvadratna ukupna greška ugla merenog u
 n ponavljanja
 $\sqrt{Q_\sigma}$ - težina nepoznate
 M_σ - srednja greška podele
 $M_{\sigma/\sqrt{2}}$ - srednja greška podele dobijena iz dve nezavisne
 serije.

Podaci o ispitivanjima optičkih mikrometara po predlo-
 ženom načinu dati su u radu (32).

Tabela I.2.1.

β	β_i	N	$(m_\beta)_{\bar{c}}''$	$\sqrt{Q_\sigma}$	M_σ''	$M_{\sigma/\sqrt{2}}''$
20''	20'' 40'' 60'' 80'' 100''	20	0,28	0,50	0,14	0,10
20''	30'' 60''	6	0,28	0,76 0,58	0,21 0,16	0,15
20''	20'' 40'' 60''	15	0,28		0,16	0,11

Iz prikazane tabele vidi se da se tačnost dobijanja
 podele optičkog mikrometra kreće u granicama od 0,10'' do 0,21''
 što zavisi od izbora broja stalnih uglova i metode merenja.

Zaključci

- Metoda uporedjivanja, kod nas najviše primenjivana, za ispitivanje optičkih mikrometara teodolita tipa Wild T3 i T2 ne može da pruži zadovoljavajuću tačnost za određivanje grešaka optičkog mikrometra. Kako su ova ispitivanja vršena van laboratorijskih uslova, lokalna refrakcija ograničava tačnost merenih uglova, pa je gornja granica tačnosti za $n_{\frac{\text{max}}{\text{gran}}} = 25$ $(M_{\sigma})_{\bar{\sigma}} = \pm 0",57$, a praktična granica za merenje uglova u 20 ponavljanja $(M_{\sigma})_{\bar{\sigma}} = \pm 0",61$.
- Kao najpogodnija metoda za ispitivanje optičkih mikrometara može se predložiti metoda merenja stalnih uglova opisana u ovoj glavi.
- Tačnost određivanja popravaka podele optičkog mikrometra dobijena ispitivanjem po ovoj metodi kreće se u granicama 0",10 do 0",21, što zavisi od izbora stalnih uglova.
- Najveća tačnost postiže se ako se uglovi mere u svim kombinacijama, u dve nezavisne serije. Kako se ovde ne radi o velikom broju merenja, to se praktično ovakav postupak može bez teškoća primeniti.
- Obradu podataka merenih uglova treba vršiti na predložen način, izravnavanjem svih jednačina popravaka po metodi najmanjih kvadrata, jer on pruža mogućnost za potpunu ocenu tačnosti, a pripremljeni programi, omogućuju da se vrlo brzo dodje do rezultata.
- Predložena metoda za ispitivanje optičkih mikrometara može se u celosti koristiti i za ispitivanja kratkoperiodičnih grešaka podele limba.

- Ukoliko se u merenje uglova unose popravke za optički mikrometar, to je potrebno u prethodnoj oceni tačnosti odrediti tačnost popravaka optičkog mikrometra, jer ona ulazi u greške ostatka.
- Iz navedenih primera u zaključku glave I.1. vidi se da je uslov tačnosti za popravke optičkog mikrometra za:
 - gradsku trigonometrijsku mrežu $m = \pm 0",17$
 - gradsku trigonometrijsku mrežu 1. reda a) $m = \pm 0",29$
 - b) $m = \pm 0",48$
 pa se to može po predloženom načinu i postići.
- Ukoliko se optički mikrometri ispituju zbog dobijanja vrednosti srednje ukupne greške koja je potrebna za prethodnu ocenu tačnosti, može se za ispitivanje koristiti metoda stalnih uglova (dva stalna ugla) i to sa merenjem u dve nezavisne serije.

I.3. ODREĐJIVANJE SLUČAJNE GREŠKE VIZIRANJA I SLUČAJNE GREŠKE KOENCIDIRANJA

Slučajna greška viziranja zavisi od: preciznosti teodolita, vrste i oblika signala i sposobnosti operatora. Pri tome se može smatrati da se uticaji spoljnih uslova posmatraju odvojeno.

Slučajna greška koencidiranja zavisi od: crtica limba, osvetljenosti limba, jasnoće crtica, od načina na koji se vrši koencidiranje i drugo.

Odredjivanje slučajne greške koencidiranja vrši se na poznat način (2), iz razlike čitanja horizontalnih uglova. Greška koencidiranja dobija se iz razlike dvostrukih koencidencija iz izraza:

$$m_k = \sqrt{\frac{[dd]}{2n}}$$

gde je n broj razlika.

Pravilan postupak za odredjivanje slučajne greške viziranja bio bi da se odredi iz merenja i to za približno iste uslove (teodolit, signali, operator), pri kojima će se vršiti i merenje horizontalnih uglova.

Slučajna greška viziranja može se dobiti iz podataka merenja uglova i to na sledeći način: svaki pravac kod merenja ugla treba dva puta vizirati i vršiti odgovarajuće čitanje. Tako razlika r sadrži slučajnu grešku viziranja i koencidiranja, kao i slučajni deo greške spoljnih prilika, ukoliko se uglovi mere pod takvim uslovima. Srednja kvadratna greška viziranja, koencidiranja i spoljnih prilika odredjuje se iz razlika dvostrukih merenja iz izraza

$$m_{vksp} = \sqrt{\frac{[rr]}{2n}}$$

gde je n broj razlika.

Opisani postupak primenjen je kod merenja horizontalnih uglova u trigonometrijskoj mreži Ivangrada (2), pa je iz razlika dvostrukih merenja dobijena srednja greška viziranja, koencidiranja i spoljnih prilika koja iznosi

$$M_{VKSP} = \pm 0,84'' \quad \text{za } n = 1825 \text{ razlika}$$

Očigledno je da je za prethodnu ocenu tačnosti potrebno odrediti grešku viziranja i koencidiranja pre merenja, pa se postavlja pitanje broja merenja.

Ako se ugao meri na opisani način, to se za merenje ugla u šest girusa dobija 24 razlika, pa je $m_{VK} = \sqrt{\frac{[dd]}{2 \cdot 24}}$. Određujući ove srednje kvadratne greške za svaki ugao pojedinačno (u mreži Ivangrada) a zatim srednju grešku ugla za celu mrežu $M = \sqrt{\frac{m_{VK}^2}{N}}$ dobija se da je vrednost ove srednje greške određena sa tačnošću $\pm 0'',01$ i da se vrednosti pojedinih srednjih grešaka za uglove (m) menjaju u vrlo uskim granicama. Sva ova razmatranja dovela su do zaključaka:

- vrednosti greške viziranja i koencidiranja treba odrediti pre početka svakog merenja,
- ovo određivanje treba izvršiti pri istim uslovima (operator, instrumenat, signali), koji će biti za vreme merenja uglova,
- merenje uglova obavljati u periodu mirnih likova,
- radi određivanja grešaka viziranja i koencidiranja treba izmeriti najmanje pet ugla u šest girusa,
- uglove meriti na različitim tačkama u mreži,
- za svaki ugao sračunati srednju grešku viziranja iz razlika dvostrukih merenja $m_{VK} = \sqrt{\frac{[dd]}{2n}}$
- iz sračunatih srednjih grešaka m_{VK} , sračunati srednju

grešku viziranja i koencidiranja $M = \sqrt{\frac{[m_i^2]}{N}}$

Po opisanom postupku izvršeno je određivanje srednjih grešaka viziranja i koencidiranja pre ispitivanja limbove podele teodolita Wild T3 br. 29772, kao i pre uglovnih merenja u mrežama Veliko Gradište i Nikšić.

Iz ovih ispitivanja dobijeni su sledeći podaci:

a) Ispitivanje podele limba

	I	II	III
M_{vk}	$\pm 0,38''$	$\pm 0,40''$	$\pm 0,38''$

Srednja greška određivanja M_{vk} je $\pm 0'',03$.

b) Određivanje greške viziranja i koencidiranja za mrežu Veliko Gradište.

Ugao	Broj girusa	Broj razlika	$m_{vk//}$
1	5	120	0,68
2	5	120	0,68
3	5	120	0,73
4	5	120	0,61
5	5	120	0,70

Podaci o određivanju grešaka viziranja i koencidiranja za ostale operatore nalaze se u prilogu.

Zaključci

- Vrednosti grešaka viziranja i koencidiranja treba odrediti pre početka merenja horizontalnih uglova.
- Vrednosti grešaka viziranja i koencidiranja odrediti iz razlike dvostrukih merenja.
- Postupak određivanja: izmeriti u mreži 4 do 5 ugla po girusnoj

metodi u šest girusa.

- Uglove meriti na različitim tačkama trigonometrijske mreže.
- Merenja obavljati u periodu mirnih likova.
- Za svaki ugao sračunati srednju grešku viziranja i koencidiranja iz razlika dvostrukih merenja. $m_{vk} = \sqrt{\frac{[dd]}{2n}}$
- Iz svih srednjih grešaka odrediti srednju grešku (M) i izvršiti ocenu tačnosti određivanja ove vrednosti.

ISPITIVANJE LIMBOVNE PODELE
ODREDJIVANJE SREDNJE SLUČAJNE GREŠKE VIZIRANJA

teodolit № 124 203

serija br. mer.	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0.0	0.2	0.0	0.8	0.2	0.6	0.4	0.2
2	0.4	0.2	0.6	0.4	0.4	0.8	0.6	0.8
3	0.4	0.2	0.6	0.4	0.8	0.8	0.2	0.4
4	0.8	0.8	0.2	0.4	0.4	0.2	0.2	0.4
5	0.2	0.2	0.4	0.0	0.2	1.0	0.8	0.4
6	0.8	0.8	0.0	0.0	0.2	0.8	0.2	0.2
7	0.2	0.4	0.2	0.4	0.6	0.4	0.6	1.0
8	0.4	0.6	0.6	0.6	0.6	0.0	1.0	0.8
9	0.0	0.6	0.6	0.2	0.8	0.6	0.0	0.2
10	0.6	0.2	0.6	0.6	0.2	0.4	0.4	0.2
m_{VK}	0.33	0.34	0.32	0.32	0.35	0.45	0.37	0.38

$M_{VK} = \pm 0,36$

teodolit № 29 772

serija br. mer.	1	2	3	4	5	6	7
1	0.4	0.3	0.4	0.4	0.1	0.1	0.3
2	0.2	0.3	0.1	0.1	0.4	0.3	0.2
3	0.4	0.5	0.1	0.3	0.4	0.0	0.3
4	0.2	0.0	0.2	0.2	0.3	0.4	0.1
5	0.4	0.4	0.0	0.1	0.4	0.2	0.0
6	0.4	0.1	0.2	0.4	0.2	0.3	0.1
7	0.3	0.1	0.1	0.4	0.2	0.3	0.3
8	0.4	0.2	0.2	0.3	0.2	0.3	0.2
9	0.2	0.4	0.3	0.4	0.2	0.2	0.4
m_{VK}	0.22	0.21	0.15	0.22	0.20	0.18	0.17

$M_{VK} = \pm 0,38$

ODREDJIVANJE SLUČAJNE GREŠKE KOENCIDIRANJA

teodolit: T₃ N° 29772

T_A = 20°C

T_B = 20°C

ugao	I položaj			II položaj			ugao
	I koincid.	II koincid.	razlika d	I koincid.	II koincid.	razlika d	
0°	1.0	1.1	-0.1	4.8	4.8	±0.0	5°
10°	3.0	2.8	+0.2	6.2	6.0	+0.2	15°
20°	1.4	1.2	+0.2	5.3	5.5	-0.2	25°
30°	2.3	2.3	±0.0	8.5	8.5	±0.0	35°
40°	3.4	3.7	-0.3	6.4	6.7	-0.3	45°
50°	4.1	4.0	+0.1	6.6	6.3	+0.3	55°
60°	3.3	3.2	+0.1	6.9	6.9	±0.0	65°
70°	3.2	3.4	-0.1	7.1	7.2	-0.1	75°
80°	4.8	4.8	±0.0	4.0	3.8	+0.2	85°
90°	3.5	3.6	-0.1	5.3	5.0	+0.3	95°
100°	3.9	4.0	-0.1	7.2	7.1	+0.1	105°
110°	5.8	5.8	+0.3	8.0	8.1	-0.1	115°
120°	6.2	5.9	+0.3	10.5	10.3	+0.2	125°
130°	8.0	8.2	-0.2	3.0	2.9	+0.1	135°
140°	11.4	11.2	+0.2	4.1	4.2	-0.1	145°
150°	3.3	3.1	+0.2	8.2	8.0	+0.2	155°
160°	5.3	5.5	-0.2	5.2	5.3	-0.1	165°
170°	6.7	6.4	+0.3	5.3	5.4	-0.1	175°
180°	6.3	6.1	+0.2	11.0	10.7	+0.3	185°

$$m_k = \sqrt{\frac{[dd]}{2 \times 38}} = \pm 0.13^{del}$$

$$m_k = \pm 0,26$$

operator:
D. STEVANOVIC
zapisničar:
J. ŠARČEVIĆ

početak merenja: 10⁴⁰
kraj merenja: 11⁰⁵
datum: 3. 8. 1976.

ODREDJIVANJE SLUČAJNE GREŠKE KOENCIDIRANJA

teodolit T₃ N° 29772

T_A = 20°C

T_B = 20°C

ugao	I položaj			II položaj			ugao
	I koincid.	II koincid.	razlika d	I koincid.	II koincid.	razlika d	
0°	6.8	6.6	+ 0.2	11.5	11.4	+ 0.1	5°
10°	5.4	5.1	+ 0.3	1.5	1.2	+ 0.3	15°
20°	4.5	4.6	- 0.1	4.8	5.0	- 0.2	25°
30°	5.9	5.8	+ 0.1	9.3	9.5	- 0.2	35°
40°	1.7	2.1	- 0.4	5.4	5.6	- 0.2	45°
50°	7.4	7.1	+ 0.3	1.3	1.6	- 0.3	55°
60°	1.6	1.8	- 0.2	7.6	7.7	- 0.1	65°
70°	13.7	13.4	+ 0.3	7.1	7.2	- 0.1	75°
80°	3.1	3.0	+ 0.1	3.1	3.4	- 0.3	85°
90°	7.5	7.8	- 0.3	3.8	3.6	+ 0.2	95°
100°	7.1	6.9	+ 0.2	2.2	2.1	+ 0.1	105°
110°	3.2	3.3	- 0.1	9.2	9.1	+ 0.1	115°
120°	7.7	7.5	+ 0.2	12.1	12.3	- 0.2	125°
130°	6.7	6.8	- 0.1	13.0	12.7	+ 0.3	135°
140°	1.0	1.3	- 0.3	9.2	9.5	- 0.3	145°
150°	1.5	1.6	- 0.1	2.4	2.2	+ 0.2	155°
160°	6.0	5.8	+ 0.2	4.3	4.5	+ 0.2	165°
170°	6.0	6.1	- 0.1	3.9	3.8	+ 0.1	175°
180°	5.9	5.8	+ 0.1	10.4	10.7	- 0.3	185°

$$m_d = \pm \sqrt{\frac{[dd]}{74}} = 0.15^{\text{del.}}$$

$$m_z = \pm 0.30$$

početak merenja: 10^h 10'

kraj merenja: 10^h 35'

datum: 3. 8. 1976.

operator:

J. ŠARČEVIĆ

zapisničar:

D. STEVANOVIĆ

ODREDJIVANJE GREŠKE VIZIRANJA
I KOENCIDIRANJA

V. GRADIŠTE

NIKŠIĆ

ugao	razlike	m _{VK}
1	0.73	
2	0.67	
3	0.56	
4	0.77	
5	0.64	0"68
1	0.75	
2	0.65	
3	0.64	
4	0.73	
5	0.63	0"68
1	0.74	
2	0.75	
3	0.66	
4	0.79	
5	0.70	0"73
1	0.66	
2	0.59	
3	0.83	
4	0.61	
5	0.61	0"67
1	0.65	
2	0.69	
3	0.83	
4	0.74	
5	0.58	
6	0.70	
7	0.80	
8	0.70	0"71

br razlike	razlike	razlike	razlike	razlike	razlike
1	0.8	0.0	0.0	0.2	0.2
2	0.8	0.4	0.8	0.0	0.0
3	0.6	0.8	0.0	0.0	0.4
4	0.6	0.2	0.4	0.6	0.2
5	0.0	0.6	0.2	0.6	0.0
6	0.6	0.4	0.2	0.0	0.1
7	0.4	0.4	0.6	0.4	0.2
8	0.8	0.0	0.6	0.4	0.2
9	0.0	0.0	0.6	0.4	0.8
10	0.6	0.2	0.0	0.0	0.6
11	0.2	0.4	0.4	0.0	0.2
12	0.0	0.6	0.0	0.0	0.4
13	0.0	0.6	0.6	0.6	0.2
14	0.4	0.0	0.0	0.4	0.4
15	0.4	0.2	0.4	0.6	0.4
16	0.2	0.6	0.6	0.6	0.7
17	0.6	0.2	0.2	0.0	0.8
18	0.8	0.2	0.2	0.4	0.4
19	0.6	0.6	0.8	0.0	0.4
20	0.4	0.6	0.0	0.2	0.3
21	0.6	0.6	0.6	0.0	0.4
22	0.8	0.0	0.6	0.4	0.6
23	0.0	0.2	0.6	0.4	0.8
24	0.0	0.4	0.4	0.2	0.8
25	0.2	0.8	0.4	0.6	0.2
26	0.4	0.8	0.8	0.0	0.2
27	0.8	0.2	0.4	0.6	0.2
28	0.8	0.8	0.6	0.2	0.2
29	0.2	0.6	0.2	0.0	
30	0.4	0.8	0.4	0.2	
31		0.2	0.4	0.4	
32		0.4		0.6	
m _{VK}	0.74	0.71	0.65	0.52	0.61

I.4. REFRAKCIJA

Za određivanje komponente refrakcije, kako je poznato, neophodno je odrediti odgovarajuće komponente gradijenata koeficijenata prelamanja svetlosti u vazduhu. Koeficijent prelamanja svetlosti zavisi od temperature, pritiska, i vlažnosti vazduha.

Pri ispitivanju bočne refrakcije značajne su komponente gradijenata temperature, pritiska i vlažnosti vazduha postavljene paralelno sa nivoskim površinama - horizontalni gradijenti.

Gradijenti temperature, vlažnosti i pritiska koji su uslovljeni mesnim osobinama prostiruće površine nazivaju se lokalnim, a gradijenti vezani za uticaj klimatskih osobina datog mesta - regionalnim. Osim ovih, postoje i širinski gradijenti izazvani promenama klime od ekvatora ka polu i "sinoptički" gradijenti koji nastaju pri premeštanju zagrejanih ili rashlađenih vazdušnih masa nad površinom zemlje. Ovakva svojstva gradijenata usloвила su da se greške bočne refrakcije u trigonometrijskim mrežama svrstaju u: lokalne, regionalne, širinske i t.d.

Lokalna refrakcija uslovljena je mesnim anomalijama gustine vazduha na putu vizure. Srednja kvadratna veličina lokalne refrakcije dobijena iz ispitivanja i merenja u triangulaciji viših redova iznosi oko $0,4''$ do $0,6''$.

Temperatura prizemnog sloja vazduha zavisi isključivo od uslova toplotne razmere na granici prizemnog sloja i prostiruće površine. Pri insolaciji, zemljina površina je toplija od

vazduha i tu je karakterističan prenos toplote iz nižih slojeva vazduha u više. Količina toplote koju upija prostiruća površina zavisi od mnogih faktora od kojih su: položaj površine u odnosu na pravac sunčevog zračenja, forma i sposobnost površine za odbijanje suncevih zrakova, specifični toplotni kapacitet i koeficijent provodljivosti materije. Prema tome, temperatura na jednoj visini nad različito prostirućim površinama nije jednaka, a takodje i u horizontalnim slojevima na dvema jednakim po strukturema ali različito orijentisanim površinama.

Najveća intenzivnost toplotne razmene između vazduha i prostiruće površine nastupa u pođnevnim časovima i u tom se periodu očekuju maksimalne veličine lokalnih gradijenata temperature u prizemnom sloju. Za merenje horizontalnih uglova od naročite važnosti su stanja izoternije, koja nastupa kada se temperatura zemlje i prizemnog sloja vazduha izjednači. Taj period je dobro poznat kao "period mirnih likova" i lokalni gradijenti su u to vreme, po pravilu, mali. U toku 24 časa postoje dve izotermije - jutarnja i večernja. Medjutim, vreme izotermija zavisi od položaja prostiruće površine tako da se nad istočnim padinama jutarnja izotermija opaža odmah po izlasku Sunca, a večernja po pođne, a nad zapadnim stranama jutarnja izotermija uspostavlja se pred pođne, a večernja posle zalaska Sunca.

Regionalne razlike u temperaturi prizemnog sloja vazduha javljaju se medju velikim mestima sa različitim slojevima toplotne razmene prostiruće površine.

"Sinoptički" temperaturni gradijenti obrazuju se čuž fronta zagrejanih ili rashladjenih vazdušnih masa koje se premeštaju nad zemljinom površinom.

Srednja temperatura vazduha menja se sa širinom mesta idući od ekvatora ka polu.

Promene horizontalnih gradijenata pritiska u vremenu bez vetra u horizontalnom sloju vazduha neznatne su, a pri postojanju vetra veličine horizontalnih gradijenata se izračunavaju po empiriskim formulama.

Horizontalni gradijenti vlažnosti javljaju se na različitim površinama po strukturi.

Iz ovih kratkih razmatranja nameće se zaključak da se na osnovu teorijskih izvoda ne može doći do veličine lokalnih horizontalnih gradijenata temperature pritiska i vlažnosti. Oni se mogu odrediti jedino neposrednim ili posrednim merenjima u atmosferi.

Iz literature (10), (11), (12) mogu se nastojanja otklanjanja uticaja refrakcije podeliti u četiri osnovne metode:

1. Metoda uvođenja popravaka u merenje uglova dobijenih iz meteoroloških merenja.

2. Geodetske metode zasnovane na posebno razradjenoj metodi merenja horizontalnih uglova.

3. Instrumentalne metode koje podrazumevaju primenu refraktometara.

4. Načini određivanja refrakcije pri obradi merenja.

Metod uvođenja popravaka u merenju horizontalnih uglova iz podataka dobijenih meteorološkim merenjem predložio je još Kukamaki, ali je eksperimentalno proveren i dalje usavršavan najviše u Ivovskom Politehničkom Institutu (LPI). U jednom od ovih radova poznata Kukamakijeva formula u kojoj se bočna refrakcija izražava samo kroz jedan meteorološki element - vertikalni gradijent temperature, autori su umesto osrednjenih veličina merili temperaturu na jednoj vertikali instrumenta za vreme uglovnih merenja. Na taj način dobijeni su stvarni gradijenti koji su

odgovarali uglovnim merenjima. Iz dobijenih podataka po predloženoj formuli za izračunavanje popravke δ_2 , izračunate su popravke za sva merenja i ispravljani mereni uglovi. Dalje je izvršeno izravnavanje uglova na stanici, a zatim zatvaranje trouglova u mreži. Za nas je od značaja podatak dobijen za srednju grešku lokalne refrakcije koji iznosi:

$$m_{r''} = \pm 0'',57 \quad \text{i} \quad m_{r''} = \pm 0'',50$$

Iz ovih vrednosti, dalje je sračunat ostatak uticaja refrakcije koji iznosi

$$m_{r'} = \pm 0'',30 \quad \text{i} \quad m_{r'} = \pm 0'',26$$

Meteorološka merenja vršena su i u cilju ispitivanja temperaturnih promena nad gradovima. U Lvovu je razvijena trigonometrijska mreža u obliku centralnog sistema i mreža meteotачaka koja je pružila podatke o temperaturi. Iz datih podataka nacrtane su karte izotermi za period vedrog vremena i period promenljivog i oblačnog vremena. Koristeći se dobijenim kartama sračunati su horizontalni gradijenti temperature i popravke za refrakcija za svaki pravac u mreži.

Iz ovih rezultata može se takođe sračunati srednja kvadratna greška svih popravki δ_2 koja iznosi:

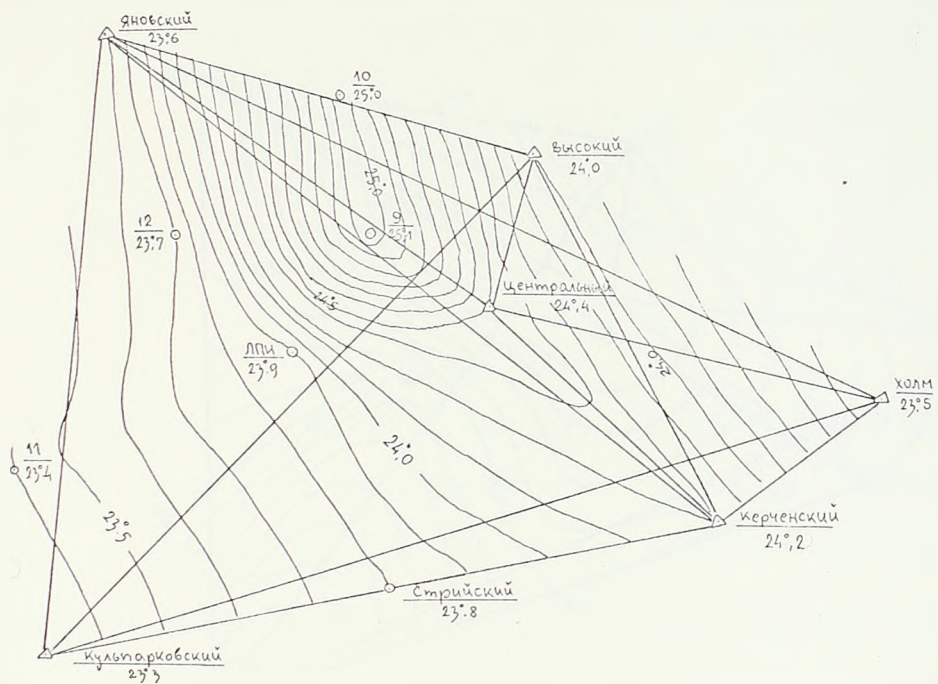
$$m_{r''} = \pm 0'',44$$

Za nas je veoma interesantan zaključak autora: (12)

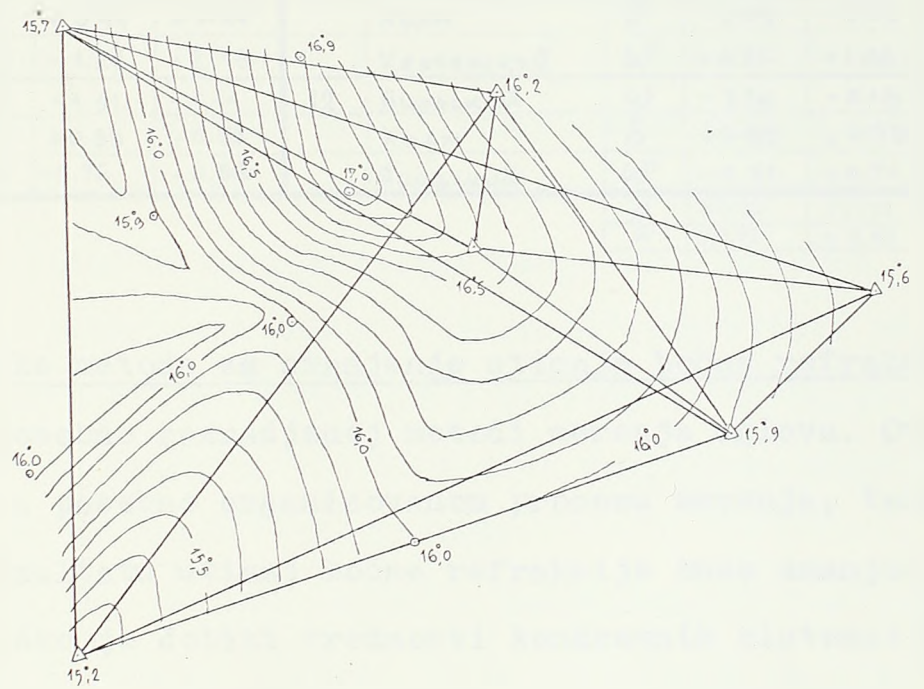
" - Tačke gradske trigonometrijske mreže treba postavljati na visokim zdanjima i zgradama da bi došlo do podizanja vizura iznad površine grada,

- uglovna merenja u trigonometrijskoj mreži treba vršiti u promenljivom i oblačnom vremenu, što će znatno oslabiti sistematski uticaj bočne refrakcije."

RASPORED TEMPERATURE NAD LVOVOM
U PERIODU VEDROG VREMENA



RASPORED TEMPERATURE NAD LVOVOM
U PERIODU PROMENLJIVOG I OBLAČNOG
VREMENA



br. trougla	br. tačke	greška zatvaranja trougla	program I	program II	br. trougla	br. tačke	greška zatvaranja trougla	program I	program II
1	Централни	ω	+2.36	+0.60	7	Яновский	ω	+0.19	+1.58
	Яновский	δ	-0.08	-0.08		Керченский	δ	-0.13	-0.13
	Высокий	ω'	+2.28	+0.52		Кульпарковский	ω'	+0.06	+1.45
2	Централни	ω	-2.92	-2.82	8	Кульпарковский	ω	-1.26	-0.38
	Высокий	δ	+0.37	+0.37		Холм	δ	+0.85	+0.85
	Керченский	ω'	-2.55	-2.45		Яновский	ω'	-0.41	+0.47
3	Централни	ω	+0.83	+1.01	9	Кульпарковский	ω	+1.97	+1.48
	Керченский	δ	+0.27	+0.27		Высокий	δ	-0.12	-0.12
	Яновский	ω'	+1.10	+1.28		Керченский	ω'	+1.65	+1.36
4	Централни	ω	-0.27	+1.44	10	Яновский	ω	+0.27	-1.21
	Холм	δ	+0.18	+0.18		Высокий	δ	+0.56	+0.56
	Керченский	ω'	-0.09	+1.62		Керченский	ω'	+0.83	-0.65
5	Централни	ω	-1.66	-2.63	11	Кульпарковский	ω	+0.35	+1.95
	Холм	δ	+0.44	+0.44		Холм	δ	-0.09	-0.09
	Яновский	ω'	-1.22	-2.19		Керченский	ω'	+0.26	+1.86
6	Кульпарковский	ω	-1.31	-1.11	12	Яновский	ω	-1.10	-0.18
	Яновский	δ	+0.55	+0.55		Холм	δ	+0.89	+0.89
	Высокий	ω'	-0.76	-0.56		Яновский	ω'	-0.21	+0.71
			μ	± 0.84	± 0.91				
			μ'	± 0.72	± 0.82				

Geodetske metode za smanjenje uticaja bočne refrakcije

zasnivaju se na posebno razradjenoj metodi merenja uglova. Ovaj način sastoji se u posebno organizovanom procesu merenja, tako da u dobijenom rezultatu uticaj bočne refrakcije bude smanjen. Po ovom načinu teško je dobiti vrednosti konkretnih sistematskih grešaka ali su mnogi autori primenjivali ovaj način u kombinaciji sa meteorološkim merenjima. Najznačajniji radovi u ovoj oblasti dati su od autora (10), (11), koji je izučavao uticaj klimatskih osobina grada pri uglovnim merenjima i na osnovu toga došao do sledećih zaključaka:

Pravci u triangulaciji velikog grada izloženi su neprekidno različitim promenama, koje su uslovljene dejstvom lokalnog polja refrakcije a koje su posledica klimatskih osobina grada

Uticaj mesnih polja refrakcije na izmereni pravac menja se u toku 24 časa a takodje i pri prelazu iz jednog

vremenskog perioda u drugi, od proleća do leta i t.d. Bočna refrakcija u uslovima grada ima hodove u toku 24 časa i sezonske.

Ovi hodovi imaju zakonitost, zavise od promena temperaturnog režima grada. U vezi sa tim postavlja se pitanje o dovođenju preciznih merenja u triangulaciji viših redova u određene fizičke uslove, kada uticaj bočne refrakcije postaje zanemarljivo mali.

Maksimalne promene pravaca u gradskoj triangulaciji, pod dejstvom refrakcije, dešavaju se u letnjim danima. Oni su osobito veliki u sunčanim i toplim danima pri srednjoj dnevnoj temperaturi vazduha koja prelazi 20° . U tom slučaju dnevne promene pravaca mogu dostići 3 sekunde i više. Sa opštim zahladjenjem vazduha, na prelazu iz leta u jesen, menja se i dejstvo bočne refrakcije. U jesen, pri srednjoj dnevnoj temperaturi od oko 15° , uticaj mesnih polja refrakcije u periodu od 18 časova do 8 časova ujutru je neznatan i 3 do 4 puta manji nego u odgovarajućim časovima za vreme letnjih dana.

Drugim rečima, periodu najvećih temperaturnih razlika u gradu, odgovaraju i najveći uticaji bočne refrakcije na rezultate merenja i obrnuto, pri maksimalnim razlikama temperature između raznih delova grada (u jesen), primećuje se i manje dejstvo refrakcije.

U velikom gradu, pri jednoobraznim uslovima vremena i približno jednakoj temperaturi vazduha, nepromenjenoj u toku nekoliko dana, ostaje postojan i karakter dejstva bočne refrakcije tj. njen uticaj može jednoobrazno da se ponavlja po veličini i po znaku u jednom istom času u toku više dana.

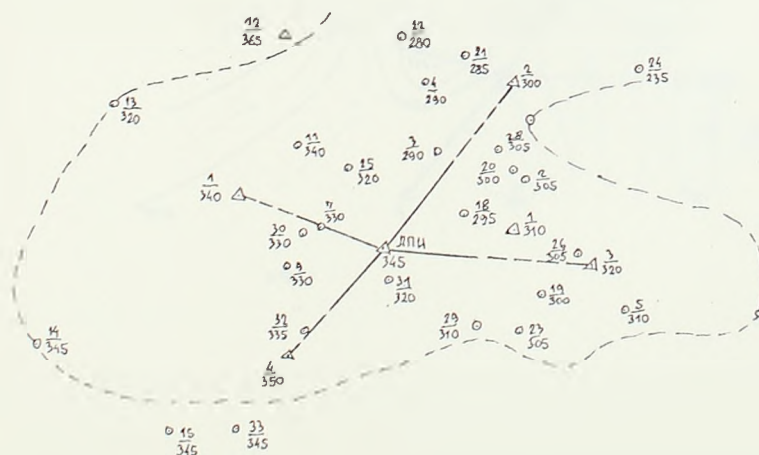
Liniju nultog prolaza kriva dnevnog hoda bočne refrakcije preseca dva puta - ujutru i uveče, pri čemu je u

prvom slučaju to gotovo neposredno po izlasku Sunca, a u drugom približno 2,5 sata po zalasku Sunca.

Opažanja u gradskoj triangulaciji neophodno je vršiti sa tačke gledišta najmanjeg uticaja bočne refrakcije, pri sniženoj temperaturi vazduha to jest u rano proleće i u jesen, kada su temperaturni kontrasti unutar grada znatno ujednačeni.

Ovaj način detaljnog izučavanja osobina gradskih klimatskih uslova, dozvoljava da se ustanovi, ne samo opšta zakonitost promene temperaturnih razlika u gradu, već što je vrlo važno, da se odredi najpogodnije vreme u toku 24 časa za opažanje preciznih uglovnih merenja, kada će dejstvo bočne refrakcije na rezultate merenja biti najmanje."

Sledeći ove zaključke, autor (17), (18), napravio je eksperiment o ispitivanju karaktera uticaja bočne refrakcije u uslovima grada, kombinacijom uglovnih merenja i obimnih temperaturnih opažanja, na osnovu kojih je napravio karte izoterma nad površinom grada.



Shema rasporeda meteoroloških tačaka i trigonometrijskih tačaka

Uglovna merenja izvršena su teodolitom TT2/6 po girusnoj metodi. Pravci su izabrani tako da su vizure nad gradom bile neznatne visine i prolazile nad raznim delovima grada. Dužina pravaca iznosila je 1,5 do 2 km. U jutarnjim časovima, zbog slabe vidljivosti za opažanje (magla) izmereno je oko 80 girusa. Da bi se sudilo o dnevnim temperaturama nad gradom nacrtane su karte izoterma. U datom radu daju se sheme izoterma za 7 i za 15 časova. Analizirajući ih, može se primetiti, da nezavisno od prostiruće površine, u centralnom delu grada je znatno toplije nego u okolini i da se u jutarnjim i večernjim časovima nad gradom za- pažaju znatni horizontalni temperaturni gradijenti.

SPENE	ПРАВАЦ							
	1		2		3		4	
	$(\frac{dT}{dx})^{\circ}/\text{KM}$	δ°	$(\frac{dT}{dx})^{\circ}/\text{KM}$	δ°	$(\frac{dT}{dx})^{\circ}/\text{KM}$	δ°	$(\frac{dT}{dx})^{\circ}/\text{KM}$	δ°
31. август								
15 час	-0.2	+0.03	+0.3	-0.06	0.0	0.00	-0.2	+0.03
16	+0.2	-0.03	0.0	0.00	-0.4	+0.08	+0.6	-0.08
17	+0.3	-0.04	-0.2	+0.04	-0.7	+0.13	+0.5	-0.06
18	+0.4	-0.06	-0.6	+0.12	-1.0	+0.19	+0.4	-0.05
19	+0.6	-0.08	-0.9	+0.18	-0.8	+0.15	+0.4	-0.05
20	+0.8	-0.11	-1.0	+0.20	-0.9	+0.17	+0.8	-0.10
4-5 септембра								
7	+2.0	-0.30	-1.0	+0.21	+2.0	+0.40	+0.3	-0.04
8	+1.9	-0.29	-0.9	+0.19	-1.6	+0.37	+0.2	-0.03
9	+2.0	-0.29	-1.2	+0.24	-1.4	+0.27	+0.3	-0.04
10	+1.2	-0.18	-0.7	+0.14	-1.2	+0.24	+0.4	-0.05
11	+0.6	-0.09	-0.2	+0.04	-0.6	+0.12	+0.6	-0.08
12	+0.6	-0.09	+0.2	-0.04	-0.3	+0.06	-0.3	+0.04
13	+0.2	-0.03	0	0.00	-0.5	+0.10	-0.3	+0.04
14	+0.2	-0.03	+0.2	-0.04	-0.3	+0.06	+0.2	-0.03
15	+0.3	-0.04	+0.3	-0.06	-0.1	+0.02	+0.1	-0.01
16	+0.2	-0.03	+0.2	-0.04	0.0	0.00	+0.5	-0.07
17	+0.6	-0.08	-1.0	+0.20	-0.8	+0.15	+0.6	-0.08
18	+1.0	-0.14	-1.4	+0.28	-1.0	+0.19	+0.9	-0.12
19	+1.0	-0.14	-1.4	+0.28	-0.9	+0.17	+1.0	-0.13
20	+0.8	-0.08	-1.3	+0.26	-0.8	+0.13	+1.0	-0.13

Iz karata izoterma sračunate su popravke za bočnu refrakciju i prikazane u prethodnoj tabeli. Rezultati od 31. avgusta i 4. i 5. septembra imaju jednak znak i skoro su isti po veličini. Ono što je naročito značajno je da su popravke u jutarnjem periodu daleko veće od popravaka u večernjem periodu. Data tabela pokazuje da merenja uglova u jutarnjem periodu mogu biti opterećena bočnom refrakcijom po vrednosti oko $0",7$. U toku dana veličine dobijenih popravaka su neznatne i pri merenju uglova njihov uticaj se može zanemariti. Od 18 do 19 časova popravke za refrakciju ponovo postaju veće i iznose oko $0",3$ do $0",4$.

Na osnovu ovih podataka autor (12) izvodi između ostalih i sledeće zaključke:

"- Nad površinom grada u bilo koje vreme u toku 24 časa postoji jednostrano dejstvo refrakcionog polja čiji su gradijenti minimalni u prepodnevnom i popodnevnom časovima.

- Uglovna merenja koja se izvršavaju biće opterećena značajnim uticajem refrakcije u jutarnjem periodu i kasnom večernjem periodu opažanja. Za vizure od 2 km vrednosti ovih uticaja mogu biti i do $0",7$.

- Uvodjenje popravaka u merenje uglova za uticaj refrakcije, znatno poboljšava rezultate uglovnih merenja za opažanje uglova naročito u jutarnjem periodu.

- Najpogodnije vreme za opažanje uglova u gradskoj trigonometrijskoj mreži je u popodnevnom periodu od 15 ili 16 časova do 17 ili 18 časova, pri uslovima dobre vidljivosti i mirnih likova. Jutarnji period u uslovima grada je nepogodan za uglovna merenja, kako zbog značajnog uticaja bočne refrakcije tako i zbog loših uslova vidljivosti (obično postoje jutarnje magle)".

Instrumentalne metode

Ostranjivanje uticaja refrakcije iz rezultata uglovnih merenja može da bude postignut jedino putem neposrednog određivanja uglova refrakcije ili koeficijenta prelamanja svetlosti na osnovu merenja uglovne dispersije elektromagnetskih kolebanja. Zbog toga se instrumentalne metode ubrajaju u najvažnije, a izrada uglovnih refraktometara postavlja se kao glavni zadatak koji će omogućiti izučavanje i slabljenje uticaja refrakcije. Neophodno je izraditi takve refraktometre koji bi mogli da odrede refrakciju sa tačnosti $0",1$ do $0",2$. Takođe treba usavršiti i metode koje su zasnovane na pravilnom uzimanju meteoroloških elemenata i njihovih gradijenata od kojih zavisi veličina i znak refrakcije.

Načini određivanja refrakcije pri obradi merenja

Najznačajniji radovi iz ove oblasti dati su u LPI (15), (17) od kojih se u jednom proučava zavisnost grešaka uglovnih merenja u trigonometrijskim mrežama od vremenskih uslova a u drugom greške refrakcije koje ostaju u trigonometrijskim mrežama.

U prvom radu korišćeni su materijali merenja horizontalnih uglova u triangulaciji 2. reda. Greške zatvaranja trouglova bile su podeljene u dve grupe: prvu grupu čine merenja pri sunčanom, a drugu pri promenljivom, oblačnom i tmurnom vremenu. U rezultatima je bilo 225 grešaka trouglova pri sunčanom vremenu, i 224 pri oblačnom. Sve greške zatvaranja trouglova podeljene su na pet intervala vidljivosti, a zatim je sastavljena korelaciona matrica za ove dve grupe grešaka.

Ako se greška zatvaranja trougla predstavi kao suma slučajne α_i , sistematske β_{itk} (gde je t vreme, računato od sredine vidljivosti) i konstantne γ to jest

$$W_{ik} = \alpha_i + \beta_{itk} + \gamma_i, \quad W_{il} = \alpha_i + \beta_{ill} + \gamma_i$$

gde su k, l intervali perioda vidljivosti, korelaciona matrica:

$$K_{k,l} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} W_{ik} \cdot W_{il}$$

Jednačine popravaka imaju oblik

$$v_i = \alpha^2 + a\beta^2 + \gamma^2 - b$$

gde su a i b koeficijenti dobijeni iz korelacione matrice.

Po izravnavanju dobijaju se vrednosti α , β , γ , i njihove srednje kvadratne greške.

Sunčano vreme

$$\alpha = 1,38'' \pm 0,06$$

$$\beta = 1,42'' \pm 0,23$$

$$\gamma = 1,47'' \pm 0,03$$

Oblačno vreme

$$\alpha = 1,46'' \pm 0,04$$

$$\beta = 1,02'' \pm 0,18$$

$$\gamma = 1,35'' \pm 0,03$$

Iz dobijenih rezultata primećuje se da se veličina vrlo malo razlikuje, dok se koeficijent β kreće u granicama 1",02 do 1",42. Razlika u koeficijentu γ objašnjava se promenom centrisanja signala (jer se signali postavljaju u vreme koje nije pogodno za opažanje) pa temperaturni uticaj može da se odrazi na promenu linearnih elemenata ekscentriciteta.

Iz koeficijenata α sračunata je srednja kvadratna slučajna greška merenih uglova

$$M_c' = \pm 0,80''$$

$$M_c = \pm 0,36''$$

$$M_a' = \pm 0,84''$$

$$M_a = \pm 0,38''$$

Veličina sistematske greške u trouglovima sračunate

su :

$$\delta_c = \pm 0,71 \pm 0,12$$

$$\delta_b = \pm 0,51 \pm 0,09$$

Iz dobijenih podataka može se zaključiti da vrednost refrakcije zavisi od vremenskih uslova i da će uglovna merenja koja se vrše po tmurnom i oblačnom vremenu u većoj meri biti oslobođeni od uticaja bočne refrakcije.

U drugom radu konstatuje se da greška ugla, usled uticaja bočne refrakcije, treba da se odrazi u greškama zatvaranja trouglova. Ovde su ispitivani isti podaci, s tom razlikom što je promenjen interval za greške zatvaranja trouglova (u prvom radu t je očitavano od sredine vidljivosti) i počinje od $t_2 = 0$.

Po istom postupku dobijeni su koeficijenti α , β i γ iz rešavanja jednačina grešaka i normalnih jednačina.

Iz svih merenja srednja greška ugla izračunata iz koeficijenata α je:

$$\mu_c = \pm 0,27'' \quad \mu_c = \pm 0,37''$$

Iz koeficijenata β sračunate su greške bočne refrakcije u trouglu na kraju perioda vidljivosti za različite vremenske uslove

$$\begin{array}{lll} m_{n_1} = \pm 0,26 & m_{n_1} = \pm 0,27 & m_{n_1} = \pm 0,24 \\ m_{n_2} = \pm 0,77 & m_{n_2} = \pm 0,81 & m_{n_2} = \pm 0,73 \end{array}$$

Za jedan ugao

$$\begin{array}{ll} m_n = \pm 0,59'' & \\ m_{n_{\text{od } f_1}} = \pm 0,56'' & \\ m_{n_s} = \pm 0,62'' & \end{array}$$

Za moguće greške ostatka bočne refrakcije u greškama zatvaranja trouglova za uglove koji se ne opažaju u periodu izotermije dobijene su vrednosti

$$\Delta m_n = \pm 0,72'' \quad \pm 0,76'' \quad \pm 0,69''$$

Zaključci

- Uticaj refrakcije ne može se odstraniti iz rezultata merenja horizontalnih uglova.
- Kod merenja uglova treba koristiti takvu metodu merenja koja bazira na savremenim dostignućima u oblasti izučavanja i slabljenja dejstva refrakcije.
- Uglovna merenja treba vršiti u promenljivom i oblačnom vremenu, što će znatno oslabiti sistematski uticaj bočne refrakcije.
- Lokalno polje refrakcije u gradovima uslovljeno je klimatskim osobinama grada.
- Maksimalna promena refrakcije dešava se u letnjim danima.
- Ujesen, uticaj mesnih polja refrakcije je 3 do 4 puta manji nego za vreme letnjih dana.
- Najvećim temperaturnim razlikama u gradu odgovaraju i najveći uticaji bočne refrakcije.
- Opažanja uglova u gradskim trigonometrijskim mrežama treba vršiti u rano proleće i ujesen kada su temperaturne razlike unutar grada ujednačene.
- Najpogodnije vreme za opažanje uglova u gradskim trigonometrijskim mrežama je period od 15 do 18 časova pri uslovima dobre vidljivosti i mirnih likova. Jutarnji period je nepovoljan, kako zbog značajnog uticaja bočne refrakcije, tako i zbog loše vidljivosti.
- Iz podataka u radu (12) može se doći do srednje greške refrakcije za različite vremenske periode opažanja. Sračunati podaci prikazani su u sledećoj tabeli.

Tabela I.4.1.

Vreme opažanja	P r a v a c				m_r
	1	2	3	4	
u h	"	"	"	"	"
15-18	0,07	0,13	0,18	0,19	0,15
7-10	0,27	0,30	0,33	0,04	0,26

- Iz drugih radova prikazanih u ovoj glavi dolazi se do podataka o srednjoj kvadratnoj greški popravaka za regionalnu i lokalnu refrakciju:

$$m_{r'} = \pm 0,30''$$

$$m_{r''} = \pm 0,40''$$

II. PRETHODNA OCENA TAČNOSTI MERENJA HORIZONTALNIH UGLOVA U GRADSKIM TRIGONOMETRIJSKIM MREŽAMA

II.1. Karakteristike mreža modela

Iz dobijenih vrednosti za pojedine izvore grešaka i iz zaključaka datih u Glavi I. doslo se na ideju da se za jednu gradsku trigonometrijsku mrežu napravi takva prethodna ocena tačnosti merenja horizontalnih uglova i izvrši razrada metode, koja će omogućiti da se iz dobijenih podataka dođe do određenih vrednosti za srednju gresku lokalne i regionalne refrakcije. Za tu svrhu poslužile su projektovane i izrekognoscirane trigonometrijske mreže Velikog Gradišta i Nikšića.

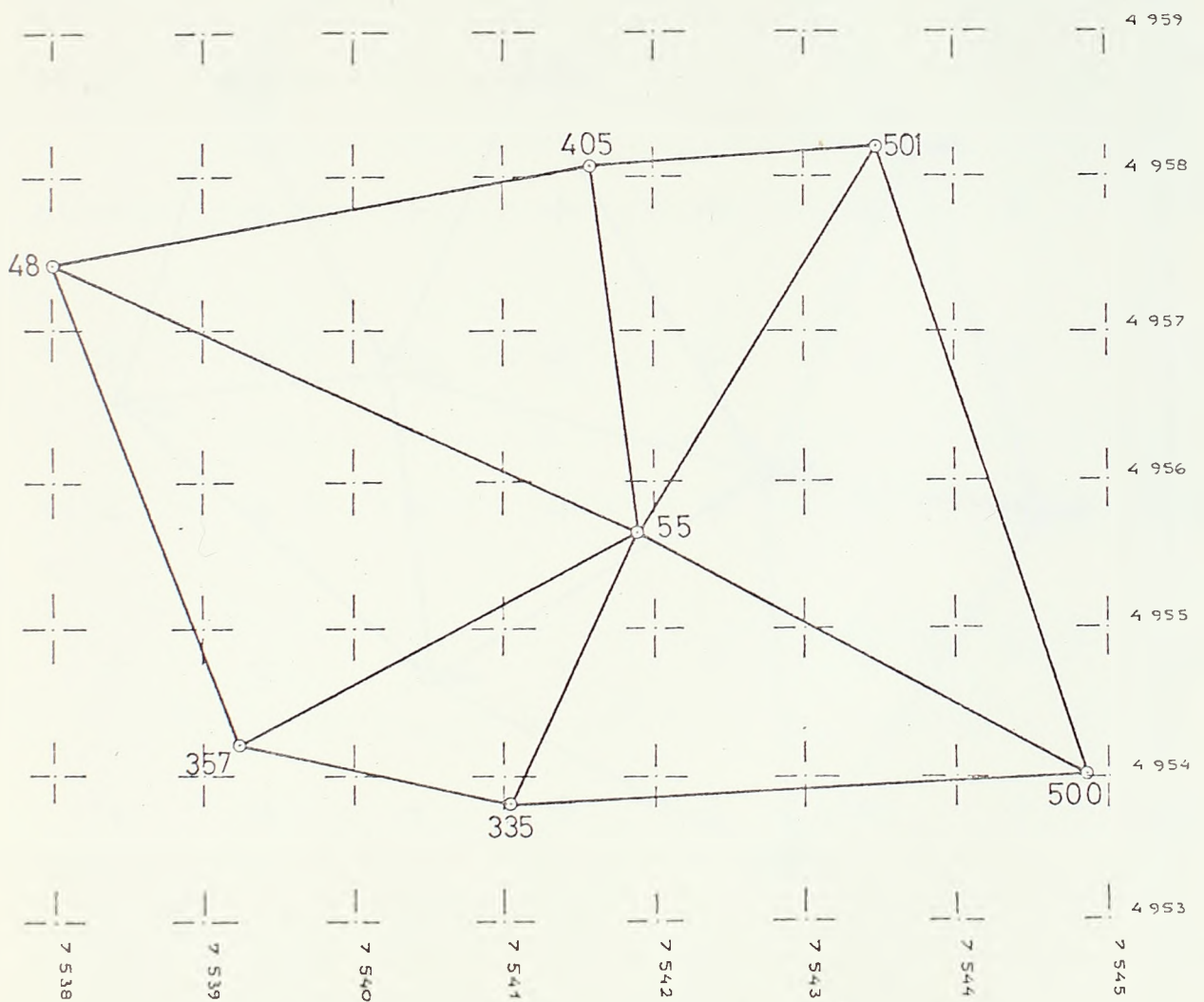
A. Trigonometrijska mreža Velikog Gradišta

Trigonometrijsku mrežu Velikog Gradišta čini sedam tačaka koje obrazuju centralni sistem. Pre definitivnog rekognosciranja mreže izvršena je ocena tačnosti projekta na osnovu sračunatih koeficijenata težina i od moguće tri varijante projekta usvojen je najpogodniji. Stabilizaciji tačaka posvećena je izuzetna pažnja. Sve tačke trigonometrijske mreže (osim 405 - crkva) stabilizovane su betonskim stubovima visine 110 cm iznad terena. Signalisanje trigonometrijskih tačaka vršeno je cevima prečnika 3,5 cm. Za nepristupačnu tačku 405 predviđeno je da se uglovi opažaju ekscentrično a da se elementi ekscentriciteta određe iz mikrotrigonometrijske mreže.

SKICA GRADSKE TRIGONOMETRIJSKE MREŽE

Veliko Gradište

R = 1 : 50 000



B. Trigonometrijska mreža Nikšića

Trigonometrijsku mrežu Nikšića čini 11 tačaka oblika prikazanog na skici. Pre definitivnog rekognosciranja mreže izvršena je ocena tačnosti projekta. Sve tačke u trigonometrijskoj mreži stabilizovane su betonskim stubovima visine 110 cm iznad terena, a signalisane cevima prečnika 3,5 cm.

Za merenje horizontalnih uglova u mrežama Veliko Građište i Nikšić predviđeno je da se koristi instrumenat Wild br. 29772.

Merenje horizontalnih uglova vršiće se u više nezavisnih serija u različitim vremenskim uslovima.

II.2. Prethodna ocena tačnosti

Osnovni izrazi za prethodnu ocenu tačnosti (1), (2), za slučaj da se ne unose popravke za limb i optički mikrometar su:

Srednja ukupna greška jednog opažanog pravca

$$(m_p)_{\sigma_0}^2 = (m_{\sigma_{RM}}^2 + m_v^2 + m_K^2 + m_{\alpha'}^2 + m_{\alpha''}^2 + m_z^2) \quad \text{II.1}$$

Srednja ukupna greška ugla merenog u jednom girusu

$$(m_u)_{\sigma_0}^2 = 2(m_{\sigma_{RM}}^2 + m_{\alpha'}^2 + m_{\alpha''}^2 + m_z^2) + m_v^2 + m_K^2 \quad \text{II.2}$$

Srednja ukupna greška ugla merenog u n girusa

$$(m_u)_{\sigma_0}^2 = \frac{1}{n} (2m_{\sigma_{RM}}^2 + m_v^2 + m_K^2) + 2(m_{\alpha'}^2 + m_{\alpha''}^2 + m_z^2) \quad \text{II.3}$$

gde je:

$m_{\sigma_{RM}}$ - srednja ukupna greska limbove podele

m_v - srednja slučajna greska viziranja

- m_K - srednja slučajna greška koencidiranja
 $m_{\Sigma R}$ - srednja ukupna refrakcija
 $m_{\Sigma R}'$ - srednja regionalna refrakcija
 $m_{\Sigma R}''$ - srednja lokalna refrakcija
 m_Z - srednja greška zaokruživanja čitanja

Merenje horizontalnih uglova izvršiće se na sledeći

način:

- Merenje će se obavljati u jesen.
- Uglovi će se meriti u periodu izotermije i mirnih likova.
- Merenje uglova će se vršiti u više nezavisnih serija pod različitim vremenskim uslovima.
- Svaki pravac će se dva puta vizirati i vršiti odgovarajuće čitanje.

Tako će izrazi II.1, II.2 i II.3 imati sledeći oblik:

Srednja ukupna greška jednog opažanog pravca

$$(m_p)_{\Sigma}^2 = m_{\Sigma R}^2 + m_{\Sigma R}'^2 + m_{\Sigma R}''^2 + \frac{m_{VK}^2}{2} + m_Z^2$$

Srednja ukupna greška ugla merenog u jednom girusu

$$(m_u)_{\Sigma}^2 = 2(m_{\Sigma R}^2 + m_{\Sigma R}'^2 + m_{\Sigma R}''^2 + m_Z^2) + \frac{m_{VK}^2}{2}$$

Srednja ukupna greška ugla merenog u n girusa

$$(m_u)_{\Sigma}^2 = \frac{1}{n} \left(2m_{\Sigma R}^2 + \frac{m_{VK}^2}{2} \right) + 2(m_{\Sigma R}'^2 + m_{\Sigma R}''^2 + m_Z^2)$$

gde je: $m_{VK}^2 = m_V^2 + m_K^2$

Srednja ukupna greška radne mere

Za instrument Wild T3 broj 29772, sračunati su podaci za srednju ukupnu grešku limbove podele koji su uzeti iz Glave I.1.

$$m_{CL_I} = \pm 0,23'' \text{ (modifikovana Brunsova metoda } 4^\circ)$$

$$m_{CL_{II}} = \pm 0,20'' \text{ (modifikovana Brunsova metoda } 5^\circ)$$

pa se za srednju ukupnu grešku limbove podele može uzeti aritmetička sredina

$$m_{CL} = \pm 0,22''$$

Iz Glave I. srednja ukupna greška optičkog mikrometra iznosi:

$$m_{COM} = \pm 0,14''$$

tako da je srednja ukupna greška radne mere

$$m_{CRM} = \pm 0,37''$$

Srednja slučajna greška koencidiranja i viziranja

Iz ispitivanja slučajne greške koencidiranja i viziranja iz razlika dvostrukih merenja (Glava I.3).

	I operator	II operator	III operator
Veliko Gradište	0,70	0,50	0,68
Nikšić	0,63	0,60	

Srednja greška refrakcije

Iz podataka dobijenih u Glavi I. za srednju grešku regionalne refrakcije usvojena je vrednost

$$m_R' = \pm 0,30''$$

a za srednju grešku lokalne refrakcije

$$m_R'' = \pm 0,40''$$

Date vrednosti pojedinih grešaka prikazane su u tabeli

II.1

Iz datih vrednosti pojedinih grešaka sračunate su srednja ukupna greška ugla merenog u četiri girusa i srednja ukupna greška ugla merenog u šest girusa i nalaze se u istoj tabeli.

Tabela II.1

Srednja greška	Teodolit br. 29772	
	Veliko Gradište	Nikšić
	"	"
m_{EL}	0,22	0,22
m_{COM}	0,14	0,14
m_{CRME}	0,12	0,12
m_{CRM}	0,37	0,37
m_{VK}	0,50 0,70	0,68 0,63
m_{z}'	0,30	0,30
m_{z}''	0,40	0,40
m_{z}	0,06	0,06
$(m_{\text{u}})_{\text{z}}^4$		0,80
$(m_{\text{u}})_{\text{z}}^6$	0,77	0,77
$(m_{\text{u}})_{\text{o}}$	0,13	0,15

II.3. Izrazi za uslove tačnosti

U grupu grešaka koje se mogu učiniti beznačajnim odredjenim uslovima tačnosti spadaju:

A. Veliko Gradište

- m_{VA} - greška usled nevertikalnosti alhidadne osovine
 m_{ZOH} - greška usled runa optičkog mikrometra
 m_{CS} - greška usled centrisanja signala,
 m_{DET} - greška odredjivanja popravaka elemenata ekscentriciteta stanice.

B. Nikšić

m_{VA} - greška usled nevertikalnosti alhidadne osovine

m_{ROM} - greška usled runa optičkog mikrometra

m_{CS} - greška usled centrisanja signala.

Po poznatom postupku (1), (2) sračunati su uslovi tačnosti za granice tačnosti za mrežu A i B i prikazani u Tabeli II.2.

Tabela II.2.

Srednja greška	Teodolit Wild T-3 br. 29772	
	Veliko Gradište	Nikšić
$(m_u)_c^6$	0,77"	0,77"
$(m_u)_o$	0,13"	0,15"
m_{VA}	5,3"	3,0"
m_{CS}	1 mm	1 mm
m_{ROM}	0,13"	0,15"
m_{det}	0,09"	

Ove vrednosti dobijene su iz izraza:

Veliko Gradište		Nikšić
d_{min}	1900 m	1500 m
z_{min}	89°	87°40'

$$m_{CT} = \frac{d_{min}}{\sqrt{2}} ; m_{CS} = d_{min} (m_u)_o$$

$$m_{des} = \frac{1}{\sqrt{2}} (m_u)_o ; m_{ROM} = \frac{(m_u)_o}{\sqrt{2}}$$

$$m_{VA} = \operatorname{tg} \frac{z_{min}}{\sqrt{2}} (m_u)_o$$

Iz dobijenih podataka može se konstatovati da se uslovi tačnosti, po principu jednakih uticaja, mogu bez teškoća ispuniti za dovodjenje alhidadne osovine u položaj vertikale, za run optičkog mikrometra, dok se postavljanju signala kod kraćih

strana mora posvetiti posebna pažnja i postavljanje vršiti pomoću instrumenata. Tačnost određivanja elemenata ekscentriciteta kod ekscentrične stanice (crkva) treba dobiti iz posebne analize mikrotrigonometrijske mreže.

II.4. Mikrotrigonometrijska mreža

Iz dobijene vrednosti za $m_{\delta_{cr}} = \pm 0,09''$ treba odrediti tačnost određivanja linearnog ekscentriciteta m_e i ugla "i".

Iz poznatog izraza:

$$\delta'' = \rho'' \frac{e}{d} \sin i$$

srednja greška

$$m_{\delta}^2 = \rho^2 \frac{\sin^2 i}{d^2} m_e^2 + \rho^2 \frac{e^2 \sin^2 i}{d^4} m_d^2 + \rho^2 \frac{e^2 \cos^2 i}{d^2} m_i^2$$

kako je

$$m_{\delta}^2 = m_{\delta_e}^2 + m_{\delta_i}^2 \quad m_{\delta_d}^2 \leq \frac{1}{9} (m_{\delta_e}^2 + m_{\delta_i}^2)$$

i primenom principa jednakih uticaja dobija se:

$$(m_{\delta_{e,i}})_0 = \frac{m_{\delta_{cr}}}{\sqrt{2}} = \frac{0,09}{\sqrt{2}} = \pm 0,064'' \quad m_{\delta_d} \leq 0,03'$$

pa je:

$$d_{min} = 3600 m; \quad i_{max} = 216^\circ; \quad e = 2,5 m$$

$$m_e = \frac{d}{\rho \sin i} (m_{\delta_e})_0 = \pm 2 \text{ mm.}$$

$$m_i = \frac{d}{\rho e \cos i} (m_{\delta_{e,i}})_0 = \pm 2'$$

$$m_d = \frac{d^2}{\rho e \sin i} (m_{\delta})_d = \pm 1,3 m$$

Za date podatke d, e, "i" dobija se da je srednja greška linearnog ekscentriciteta:

$$m_e = \pm 2 \text{ mm}$$

a srednja greška ugla "i"

$$m_{\text{"i"}} = \pm 110''$$

Kao što se vidi uslovi tačnosti za dobijanje elemenata ekscentriciteta su veoma oštri. Iz dosadašnjih mikrotrigonometrijskih mreža nije se vršila potpuna ocena tačnosti dobijenih elemenata, pa je i naglašavano (9) da mikrotrigonometrijske mreže često snižavaju tačnost trigonometrijskih mreža. Iz ovog razloga pitanje mikrotrigonometrijske mreže mora biti posebno razmotreno.

II.5. Prethodna ocena tačnosti za merenje horizontalnih uglova u više nezavisnih serija

Ako se uglovi mere u q nezavisnih serija u različitom vremenskom periodu, za prethodnu ocenu tačnosti je od značaja:

Srednja ukupna greška ugla merenog u q serija.

Ovaj izraz dobija se iz srednje ukupne greške ugla merenog u n girusa,

$$(m_u)_{\text{c}}^2 = \frac{1}{n} \left(2m_{\text{CKM}}^2 + \frac{m_{\text{VK}}^2}{2} \right) + 2(m_{\text{R}}^2 + m_{\text{R}''}^2 + m_{\text{Z}}^2)$$

imajući u vidu da ugao meren u q serija sadrži grešku

m_{RHC} , m_{VK} , $m_{\text{R}''}$ - grešku lokalne refrakcije umanjenu sa brojem serija q, srednju grešku regionalne refrakcije m_{R} , konstantnu u svim serijama dobija se:

Srednja ukupna greška ugla merenog u q serija:

$$(M_u)_{\text{c}q}^2 = \frac{1}{nq} \left(2m_{\text{CKM}}^2 + \frac{m_{\text{VK}}^2}{2} \right) + 2(m_{\text{R}}^2 + \frac{m_{\text{R}''}^2}{q} + m_{\text{Z}}^2)$$

Iz dobijenog izraza može se odrediti broj girusa n u zavisnosti od broja serija q , a pod uslovom da srednja ukupna greška radne mere i srednja slučajna greška viziranja i koencidiranja budu beznačajne.

Pod uslovom, da je prema kriterijumu beznačajnosti:

$$\frac{1}{nq} \left(2m_{\text{CRM}}^2 + \frac{m_{\text{VK}}^2}{2} \right) \leq \frac{2}{9} \left(m_{\text{R}'}^2 + \frac{m_{\text{R}''}^2}{q} + m_{\text{Z}}^2 \right)$$

za $n = n_{\text{gran}}^{\text{max}}$ jer je

$$m_{\text{CRM}} = m_{\text{CRM}}^{\text{min}} = 0$$

$$m_{\text{VK}} = m_{\text{VK}}^{\text{min}} = 0$$

dobija se:

$$n_{\text{gran}}^{\text{max}} = \frac{9 \left(2m_{\text{CRM}}^2 + \frac{m_{\text{VK}}^2}{2} \right)}{2q \left(m_{\text{R}'}^2 + \frac{m_{\text{R}''}^2}{q} + m_{\text{Z}}^2 \right)}$$

odnosno ako je:

$$n_{\text{gran}}^{\text{max}} = \frac{4,5}{9} \frac{A}{\left(B + \frac{m_{\text{R}''}^2}{q} \right)}$$

$$A = 2m_{\text{CRM}}^2 + \frac{m_{\text{VK}}^2}{2}$$

$$B = m_{\text{R}'}^2 + m_{\text{Z}}^2$$

Za date vrednosti m_{CRM} , m_{VK} , $m_{\text{R}'}$, $m_{\text{R}''}$

dobija se:

$$n_{\text{gran}}^{\text{max}} = \frac{2,336}{0,160 + 0,0936q}$$

U sledećoj tabeli za različiti broj serija q sračunato je n

Tabela II.3.

q	n	
	Veliko Gradište	Nikšić
2	7	6
3	5	4
4	4	4
5	4	3

Na osnovu podataka u Tabeli II.3.:

Srednja ukupna greška ugla merenog u n girusa i q serija

$$(M_u)_{2q}^2 = 2 \left(m_{\alpha'}^2 + \frac{m_{\alpha''}^2}{q} + m_z^2 \right) \quad n \geq 6 ; q \geq 2$$

što znači da će srednja greška ugla sračunata iz više serija zavisiti od $m_{\alpha'}$, $m_{\alpha''}$.

Dalje se može odrediti $q_{\text{gran}}^{\text{max}} \quad m_{\alpha''} = 0$

pa bi po principu beznačajnosti uticaja i vrednosti za pojedine greške:

$$\frac{2m_{\alpha''}^2}{q} \leq \frac{2}{9} (m_{\alpha'}^2 + m_z^2)$$

$$q_{\text{gran}}^{\text{max}} \leq 15$$

što znači da bi trebalo izvršiti 15 nezavisnih serija merenja pa da uticaj lokalne refrakcije bude beznačajan. Tada bi gornja granica tačnosti bila:

$$(M_u)_2^2 = 2(m_{\alpha'}^2 + m_z^2) ; \quad (M_u)_2 = \pm 0,43''$$

Iz gornjeg izraza vidi se da $m_{\alpha''}$ ograničava tačnost merenja, ostaje u rezultatu i ne može se smanjiti povećanim brojem merenja.

Kako će u mreži Veliko Gradište biti izmereno najviše pet serija to je:

$$(M_u)_2^2 = 2(m_{\alpha'}^2 + m_z^2) + \frac{2m_{\alpha''}^2}{q} ; \quad (M_u)_2 = \pm 0,50''$$

srednja ukupna greška ugla merena u q serija sadrži srednju grešku regionalne refrakcije, grešku zaokruživanja čitanja i srednju grešku lokalne refrakcije koja zavisi od broja serija.

Iz datih vrednosti pojedinih grešaka (Tabela II.1) sračunata je srednja ukupna greška ugla merenog u q serija i

rezultati prikazani u sledećoj tabeli.

Tabela II.4.

q	m_u n = 6	
	Veliko Gradište	Nikšić
2	0,59	0,59
3	0,54	0,54
4	0,52	0,52

Srednja greška razlike uglova merenih u dve serije

Iz razlika r uglova merenih u dve serije može se računati srednja greška razlike polazeći od izraza za srednju ukupnu grešku ugla merenog u n girusa

$$(\mathcal{M}_u)_c^2 = \frac{1}{n} \left(2m_{RM}^2 + \frac{m_{VK}^2}{2} \right) + 2(m_{z'}^2 + m_{z''}^2 + m_z^2)$$

Srednja greška razlika

$$M_R = (\mathcal{M}_u)_c \cdot \sqrt{2}$$

Vodeći računa o tome da u razlici ne učestvuje greška regionalne refrakcije, sistematska greška podele limba i greška zaokruživanja, može se napisati da je:

$$(M_R)_c^2 = \frac{2}{n} \left(2m_{RME}^2 + \frac{m_{VK}^2}{2} \right) + 4m_{z''}^2$$

za $n = n_{\max}$

$$m_{RME} = 0 \quad m_{VK} = 0$$

po principu beznačajnosti uticaja

$$\frac{2}{n} \left(2m_{RME}^2 + \frac{m_{VK}^2}{2} \right) \leq \frac{4}{9} m_{z''}^2$$

i za vrednosti pojedinih grešaka iz Tabele II.1 dobija

se:

$$n_{\frac{\max}{gran}} = 6$$

Ako se uglovi opažaju u šest girusa, to se za srednju grešku razlike može napisati

$$M_R^2 = 4 m_{\alpha}^2$$

odnosno :

$$M_R = 2 m_{\alpha}$$

Iz gornjeg izraza vidi se da srednja kvadratna greška razlike uglova dobijenim merenjem u šest girusa i dve nezavisne serije zavisi od lokalne refrakcije.

Za datu vrednost iz Tabele II.1. srednja kvadratna greška razlike

$$M_R = \pm 0,80''$$

Zaključci

- Iz prethodne ocene tačnosti za trigonometrijske mreže i vrednosti pojedinih izvora grešaka dobija se da je srednja kvadratna ukupna greška ugla merenog u šest girusa $(m_{\alpha})_{\Sigma} = \pm 0'',77$.
- U mrežama modelima vrednosti za srednje greške viziranja i koencidiranja kreću se u granicama $0'',50$ do $0'',70$ i ne sadrže slučajnu grešku spoljnih prilika.
- Uslovi tačnosti, sračunati po principu jednakih uticaja, pokazuju da se bez teškoća mogu ispuniti za dovodjenje alhidadne osovine u položaj vertikale, za run optičkog mikrometra, dok se postavljanju signala kod kratkih strana mora posvetiti posebna pažnja.
- Uslovi tačnosti za dobijene elemente ekscentriciteta u mikrotrigonometrijskoj mreži veoma su oštri ($m_e = \pm 2 \text{ mm}$, $m_i = \pm 2'$), pa je neophodno da se mikrotrigonometrijska mreža izravna kao celina a prethodno izvrši ocena tačnosti projekta i merenih elemenata.

- Za uglove merene u n girusa i više nezavisnih serija sračunata je srednja kvadratna ukupna greška. Izraz za ovu grešku dobijen je pod pretpostavkom da se sa brojem serija smanjuje slučajna greška viziranja i koencidiranja, greška lokalne refrakcije i ukupna greška radne mere. U ovom konkretnom slučaju, gde su slučajne greške podele limba znatnije od sistematskih, može se pomenuta srednja greška dobiti na ovakav način. Medjutim, za druge teodolite i za kasnije radove, analiza bi trebalo da razdvoji sistematsku grešku radne mere od slučajnih grešaka, ili da se ^{za} merenje uglova u više serija napravi shema pomeranja limba.
- Iz sračunatog broja merenja $n = \pi \frac{\max}{gran}$ za više serija, pod uslovom da je prema kriterijumu beznačajnosti $m_{GRH} = 0$ i $m_{VK} = 0$, dobija se da je $q = 2$, $n = 6$, što znači da srednja ukupna greška ugla merenog u šest girusa i dve serije sadrži grešku regionalne i lokalne refrakcije i grešku zaokruživanja čitanja. U ovom izrazu srednja greška lokalne refrakcije menja se sa brojem serija. Ako se dalje postavi uslov beznačajnosti za $n_{RH} = 0$, dobija se da je $q \frac{\max}{gran} = 15$ i za ovu vrednost gornja granica tačnosti $m_u = \pm 0",43$. Ovo pokazuje da se sa povećanjem broja serija veoma sporo smanjuje vrednost srednje ukupne greške ugla i da je regionalna refrakcija greška koja ostaje u rezultatu i ograničava tačnost merenja.
- U prethodnoj oceni tačnosti dobijen je i izraz za srednju kvadratnu ukupnu grešku razlike uglova merenih u dve serije, koja je sračunata iz srednje ukupne greške ugla merenog u n girusa, a iz grešaka koje dolaze do izražaja u ovoj razlici. Treba naglasiti da su to: slučajna greška radne mere, greška viziranja i koencidiranja i greška lokalne refrakcije. Za

uslov da je $m_{RME} = 0$ i $m_{VK} = 0$, po principu beznačajnosti dobijeno je $n_{\frac{max}{gran}} = 6$, a $M_R = 2 m_{\frac{1}{T}}$, što znači da srednja greška razlike uglova dobijenih merenjem u šest girusa i dve nezavisne serije sadrži grešku lokalne refrakcije.

- Pomenute zaključke dobijene iz prethodne ocene tačnosti treba koristiti za razradu metode merenja uglova i za upoređivanje sa odgovarajućim vrednostima dobijenih iz merenja ili izravnivanja.

III. RAZRADA METODE MERENJA HORIZONTALNIH UGLOVA

III.1. Računanje podataka potrebnih za praćenje i kontrolu merenja

Za praćenje i kontrolu merenja sračunate su određene vrednosti za pojedine veličine koje služe kao kriterijum (dozvoljene razlike, dozvoljene vrednosti srednjih grešaka itd.).

Za granične (dozvoljene) vrednosti ovih veličina kod preciznih merenja uzimaju se po pravilu dvostruke vrednosti određenih srednjih grešaka.

Granične (dozvoljene) razlike između dva viziranja i koencidiranja

Granične razlike između dva viziranja i koencidiranja računaju se iz srednje greške opažanog pravca uzimajući u obzir vrednosti pojedinih grešaka koje dolaze do izražaja u ovoj razlici.

$$N_1 \frac{\max}{\text{gran}} = 2 |m_r| \quad m_r = \frac{m_{vk}}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2}$$

$$N_1 \frac{\max}{\text{gran}} = 2 m_{vk}$$

Za date vrednosti iz Tabele II.1.

$$N_1 \frac{\max}{\text{gran}} = 1,4''$$

Granične (dozvoljene) razlike između vrednosti ugla dobijenih u prvom i drugom položaju durbina

$$N_2 \frac{\max}{\text{gran}} = 2 |m_{r_2}|$$

Kako je : $m_{r_2}^2 = 2(m_{w_0})^2$

gde je :

$(m_{w_0})^2$ - srednja greška ugla opažanog u jednom

položaju durbina sračunata iz grešaka koje dolaze do izražaja u razlici r_2 .

To je
$$m_{r_2} = 2 m_{VK}$$

odnosno
$$\mu_2 \frac{\max}{\text{gran}} = |4 m_{VK}|$$

Za date vrednosti iz Tabele II.1.

$$\mu_2 \frac{\max}{\text{gran}} = 2,8''$$

Granične (dozvoljene) razlike između vrednosti ugla dobijenih merenjem u pojedinim girusima

$$\mu_3 \frac{\max}{\text{gran}} = 2 |m_{r_3}|$$

Kako je :
$$m_{r_3} = (m_u)_{\hat{\alpha}_0} \cdot \sqrt{2}$$

gde je :

$(m_u)_{\hat{\alpha}_0}$ - srednja greška ugla merenog u jednom girusu sračunata iz grešaka koje dolaze do izražaja u razlici.

Odnosno
$$\mu_3 \frac{\max}{\text{gran}} = \left| 2 \sqrt{4 m_{CRM}^2 + 2 m_{VK}^2} \right|$$

Za date vrednosti iz Tabele II.1.

$$\mu_3 \frac{\max}{\text{gran}} = 2,5''$$

Srednja greška ugla merenog u n girusa sračunata iz odstupanja pojedinih merenja od aritmetičke sredine

$$(\mathcal{M}_U)_{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \left(2\mathcal{M}_{\sigma RM}^2 + \frac{\mathcal{M}_{VK}^2}{2} \right) + \frac{(\mathcal{M}_{UN})_{\sigma}^2}{n}$$

odnosno

$$(\mathcal{M}_U)_{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1} \left(2\mathcal{M}_{\sigma RM}^2 + \frac{\mathcal{M}_{VK}^2}{2} \right)$$

gde je

$(\mathcal{M}_U)_{\sigma}$ - srednja greška ugla merenog u n girusa sračunata iz grešaka koje dolaze do izražaja u odstupanjima

$\frac{(\mathcal{M}_{UN})_{\sigma}}{n}$ - član koji dolazi od aritmetičke sredine u odstupanjima

Za date vrednosti pojedinih grešaka iz Tabele II.1.

$$(\mathcal{M}_U)_{\sigma} = \pm 0,35''$$

Granične (dozvoljene) vrednosti grešaka zatvaranja horizonta

Kako je

$$f_H \frac{\max}{\text{gran}} = 2 |m_f| \quad m_f = (\mathcal{M}_U)_{\sigma} \cdot \sqrt{S}$$

gde je

$(\mathcal{M}_U)_{\sigma}$ - srednja greška ugla merenog u n girusa sračunata iz grešaka koje dolaze do izražaja u greški zatvaranja horizonta

S - broj pravaca.

$$m_f^2 = \frac{S}{n} \left(2\mathcal{M}_{\sigma RM}^2 + \frac{\mathcal{M}_{VK}^2}{2} \right) + m_{\sigma}^2 + S m_{\sigma}^2 + 2S m_z^2$$

Za date vrednosti srednjih grešaka iz Tabele II.1.

$$m_{VK} = \pm 0,70$$

$$f_H \frac{\max}{gran} = \left| 2 \sqrt{0,090 + 0,254S} \right|$$

Za različiti broj pravaca granične vrednosti grešaka zatvaranja horizonta prikazane su u sledećoj tabeli:

S	3	4	5	6
f_H	1,9	2,3	2,4	2,7

Srednja greška ugla merenog u n girusa sračunata iz grešaka zatvaranja horizonta

$$(m_u)_{ch} = (m_u)_c$$

gde je

$(m_u)_c$ - srednja greška ugla merenog u n girusa sračunata iz grešaka uglova koje dolaze do izražaja u vrednosti f_H

$$(m_u)_{ch} = \frac{1}{n} \left(2 m_{CRM}^2 + \frac{m_{VK}^2}{2} \right) + m_{r'}^2 + 2 m_{r''}^2 + 2 m_z^2$$

Za date vrednosti srednjih grešaka iz Tabele II.1.

$$(m_u)_{ch} = \pm 0,71''$$

Granične (dozvoljene) vrednosti grešaka zatvaranja trouglova

Kako je
$$f_{\Delta} \frac{\max}{gran} = 2 \left| m_{f_{\Delta}} \right| \quad m_{f_{\Delta}} = (m_u)_c \cdot \sqrt{3}$$

gde je

$(m_u)_c$ - srednja greška ugla merenog u n girusa sračunata

iz grešaka uglova koje dolaze do izražaja u vrednostima f.

$$(m_f)_\Delta^2 = \frac{3}{n} \left(2m_{\text{CRM}}^2 + \frac{m_{\text{VK}}^2}{2} \right) + 2(m_{\alpha'}^2 + 3m_{\alpha''}^2 + m_{\alpha_z}^2)$$

Za date vrednosti iz Tabele II.1.

$$m_{f_\Delta} = 1,2''$$

$$f_{\Delta}^{\text{max gran}} = 2,4''$$

Srednja greška ugla merenog u n girusa sračunata iz grešaka zatvaranja trouglova

$$(m_u)_{\alpha\Delta} = (m_u)_{\alpha}$$

$$(m_u)_{\alpha\Delta} = \frac{1}{n} \left(2m_{\text{CRM}}^2 + \frac{m_{\text{VK}}^2}{2} \right) + 2(m_{\alpha'}^2 + m_{\alpha''}^2 + m_{\alpha_z}^2)$$

gde je

$(m_u)_{\alpha}$ - srednja greška ugla merenog u n girusa sračunata iz grešaka uglova koje dolaze do izražaja u vrednostima f.

Kao što se vidi ovaj izraz identičan je sa srednjom kvadratnom ukupnom greškom ugla merenog u n girusa.

Za date vrednosti iz Tabele II.1.

$$(m_u)_{\alpha\Delta} = \pm 0,77''$$

Dozvoljene (granične) vrednosti razlika između uglova merenih u dve serije

$$R_{\text{gran}}^{\text{max}} = 2 |(M_R)_{\alpha}|$$

Kako je :

$$(M_R)_{\alpha}^2 = 2(m_u)_{\alpha}^2$$

$(m_u)_c$ - srednja greška ugla merenog u n girusa sračunata iz grešaka ugla koje dolaze do izražaja u razlici.

Za date vrednosti iz Tabele II.1.

$$R_{\frac{\max}{\text{gran}}} = 1,6''$$

Srednja greška ugla merenog u c serija sračunata iz odstupanja pojedinih merenja od aritmetičke sredine

$$(M_u)_{cq}^2 = (M_u)_c^2 + \frac{(M_u)_{cq}^2}{q}$$

$$(M_u)_{cq}^2 = \frac{1}{n(q-1)} \left(2m_{\text{CRM}}^2 + \frac{m_{\text{VK}}^2}{2} \right) + \frac{2m_{\text{u}}^2}{q}$$

gde je

$(m_u)_c$ - srednja greška ugla merenog u n girusa
 $(M_u)_c$ - srednja greška ugla merenog u q serija
 $\frac{(M_u)_{cq}}{q}$ - član koji dolazi od aritmetičke sredine

Za date vrednosti pojedinih grešaka iz Tabele II.1.

i različiti broj serija sračunato je $(M_u)_{cq}$ i prikazano u sledećoj tabeli:

q	M_u
3	0,39
4	0,33
5	0,29

III.2. Razrada metode merenja horizontalnih uglova

U razradi metode merenja horizontalnih uglova dati su podaci o:

- rektifikaciji instrumenta
- kontroli instrumenta
- ispitivanj^u instrumenta
- signalisanj^u tačaka
- odredjivanju elemenata ekscentriciteta u mikrotri-
gonometrijskoj mreži
- postupak^{KU} na stanici pri merenju uglova
- podaci^{ma} za praćenje i kontrolu merenja.

Iz razrade metode merenja napisano je uputstvo za merenje uglova koje se sastoji u sledećem:

- uglove u mreži meriti instrumentom Wild T-3 broj 29772,
- pre početka merenja izvršiti potrebnu rektifikaciju. Kolimaciona greška ne sme da pređe vrednost $c \leq 5''$,
- uglove na stanici meriti po metodi zatvaranja horizonta, a svaki pojedini ugao po girusnoj metodi,
- kod merenja uglova svaki pravac dva puta vizirati i vršiti odgovarajuća čitanja,
- uglove meriti u šest girusa, a limb pomerati za $180/n$,
- optički mikrometar između pojedinih girusa pomerati za $60/n$,
- definitivno viziranje uvek vršiti okretanjem zavrtnja za fino kretanje alhidade u smislu kazaljke na satu,

- koencidiranje zavrtnja optičkog mikrometra uvek vršiti na isti način,
- merenje uglova obavljati u periodu mirnih likova i u časovima izotermije,
- za pravce koji prolaze kroz prosek šume, kukuruza, ili druge zatvorene proseke, ukoliko se u mirnim danima vrednost ugla promeni u periodu od 5 do 15 minuta, merenje prekinuti, sačekati jedan period, a zatim nastaviti,
- pre početka merenja instrumenat treba izložiti spoljnoj temperaturi najmanje 30 minuta,
- instrumenat zaštititi suncobranom od direktnih uticaja sunčevih zrakova,
- za vreme merenja uglova kontrolisati stalno položaj mehura libele, a ukoliko mehur odstupi više od pola parsaa, dovesti libelu ponovo do vrhunjenja,
- signale na trigonometrijskim tačkama postavljati u položaj vertikale pomoću običnog viska a za dužine od 1500 do 2000 metara pomoću instrumenta,
- praćenje i kontrolu merenja sprovoditi prema podacima datim u tabeli III.1,
- oko nepristupačne tačke 405 razviti mikrotrigonometrijsku mrežu koja treba da zadovolji sledeće uslove: srednja greška linearnog ekscentriciteta $m_e = \pm 2 \text{ mm}$, a srednja greška ugla "i" $m_{\text{"i"}} = \pm 2'$,
- prvu seriju merenja uglova obaviti u jutarnjim časovima,
- drugu seriju merenja uglova obaviti u popodnevnim časovima,
- treću seriju merenja uglova obaviti, po mogućstvu, po oblačnom i vetrovitom vremenu.

Tabela III.1.

Granične (dozvoljene) razlike između:	Vrednosti dozvoljenih razlika				
dva viziranja i koencidiranja	$\mu_1 \frac{\max}{\text{gran}} = 1,4''$				
vrednosti ugla u prvom i drugom položaju šurbina	$\mu_2 \frac{\max}{\text{gran}} = 2,8''$				
vrednosti ugla dobijene merenjem u pojedinim girusima	$\mu_3 \frac{\max}{\text{gran}} = 2,5''$				
vrednosti ugla iz dve serije	$R \frac{\max}{\text{gran}} = 1,6''$				
Srednja greška ugla	Vrednost srednje greške				
Merenog u šest girusa, iz odstupanja δ	$(m_u)_{\delta} = \pm 0,35''$				
Merenog u šest girusa iz grešaka zatvaranja horizonta	$(m_u)_{ch} = \pm 0,71''$				
Merenog u šest girusa iz grešaka zatvaranja trouglova	$(m_u)_{ca} = \pm 0,77''$				
Greška zatvaranja horizonta	3	4	5	6	
$f_H \frac{\max}{\text{gran}}$	19	23	24	27	
Greška zatvaranja trouglova	$f_{\Delta} \frac{\max}{\text{gran}} = 2,4''$				

Zaključci

- Granične (dozvoljene) razlike između dva viziranja i koencidiranja i granične (dozvoljene) razlike između vrednosti ugla dobijenog u prvom i drugom položaju durbina, zavise od grešaka viziranja i koencidiranja. Vrednosti ovih srednjih grešaka određuju se posebno za svaku mrežu. Iz dobijenih podataka za greške viziranja i koencidiranja u gradskim trigonometrijskim mrežama vidi se da se one kreću u granicama $0",50$ do $0",86$ pa se u zavisnosti od toga vrednost za dozvoljene razlike menja.
- Ukoliko instrumenat ima jasno izraženu sistematsku grešku podele limba, o tome se mora voditi računa kod računanja dozvoljenih (graničnih) razlika u kojima ova greška dolazi do izražaja.
- Za granične vrednosti grešaka zatvaranja horizonta dobijeni su daleko oštriji kriterijumi nego kod ranijih radova. Ovo je zbog toga što su vrednosti grešaka od kojih zavisi računanje ovih izraza manje.

IV. MERENJA HORIZONTALNIH UGLOVA U GRAĐSKIM
TRIGONOMETRIJSKIM MREŽAMA

IV.1. Merenja horizontalnih uglova u trigonometrijskoj
mreži Veliko Gradište

Merenje uglova u trigonometrijskoj mreži Veliko Gradište obavljena su prema uputstvima dobijenim iz razrade metode. Merenja su vršena po sledećem rasporedu:

10-25 septembra 1976. godine obavljena je prva i druga serija merenja. Sva merenja uglova u prvoj seriji obavljena su pre podne, a merenja u drugoj seriji po podne. Merenja u prvoj i drugoj seriji obavio je isti operator (D. Stevanović, absolvent Geodetskog odseka).

16-26 oktobra 1976. godine obavljena je treća serija merenja. Sva merenja obavljena su u izuzetno povoljnim vremenskim uslovima (oblačno i vetrovito pri temperaturi od oko 5-10 stepeni). Merenja je obavio drugi operator (R. Beloica, absolvent Geodetskog odseka).

20. oktobra do 10 novembra 1977. godine obavljena je četvrta serija merenja. Ova merenja obavio je treći operator (B. Petrović, absolvent Geodetskog odseka).

Sva merenja obavljena su instrumentom Wild T-3 br. 29772. Pre početka merenja izvršena je rektifikacija i kontrola instrumenta. Za ovaj instrumenat izvršena su ispitivanja ranije i to:

- ispitivanje mrtvog hoda zavrtnja za koeficijenciju optičkog mikrometra,

- ispitivanje mrtvog hoda zavrtnja za fino kretanje alhidade,
- ispitivanje pomeranja limba pri kretanju alhidade,
- ispitivanje pravilnosti kretanja sočiva za unutrašnje fokusiranje,
- određivanje osetljivosti libele,
- određivanje runa optičkog mikrometra,
- određivanje nagnutosti obrtne osovine đurbina,
- ispitivanje pravilnosti kretanja alhidade,
- određivanje kolimacione greške.

Podaci o ovim ispitivanjima nalaze se u diplomskim radovima apsolutna Geodetskog odseka.

Kraćenje i kontrola merenja

Koristeći se podacima za dozvoljene razlike i za određene vrednosti srednjih grešaka, iz detaljne razrade metode merenja, vršena je tokom merenja kontrola rezultata. U sledećoj tabeli dat je prikaz ponovljenih merenja.

IV.2. Mikrotrigonometrijska mreža

Kako je u trigonometrijskoj mreži Veliko Gradište tačka 405 nepristupačna, radi dobijanja elemenata ekscentriciteta projektovana je i izrekognoscirana mikrotrigonometrijska mreža (prilog IV.1.).

Iz podataka dobijenih u razradi metode elemente ekscentriciteta treba odrediti sa sledećom tačnošću:

$$m_e = \pm 2 \text{ mm}$$

$$m_i = \pm 2'$$

Kako se elementi ekscentriciteta dobijaju iz mikrotrigonometrijske mreže, to je trebalo projektovati takvu mrežu i izmeriti uglove i dužine u njoj, da zadovolji gornje zahteve tačnosti. Iz ovog razloga mikrotrigonometrijska mreža izravnata je kao celina po načinu posrednih merenja. Kako je već poznato iz posrednog izravnavanja, srednja greška funkcije

$$f = f(x, y, z, \dots, t)$$

ili prikazano u linearnom obliku

$$f = f_0 + g_1 \Delta x + g_2 \Delta y + \dots + g_n \Delta t$$

odnosno :

$$f = f_0 + g^* \cdot x$$

$$m_f^2 = m_0^2 \cdot g^* \cdot N^{-1} \cdot g = m_0^2 \cdot Q_{ff}$$

gde je :

$$m_0 - \text{srednja greška jedinice težine} \quad m_0 = \sqrt{\frac{[v \cdot v]}{N - u}}$$

$Q_{ff} = N^{-1}$ - matrica koeficijenata težina dobijena iz izravnavanja.

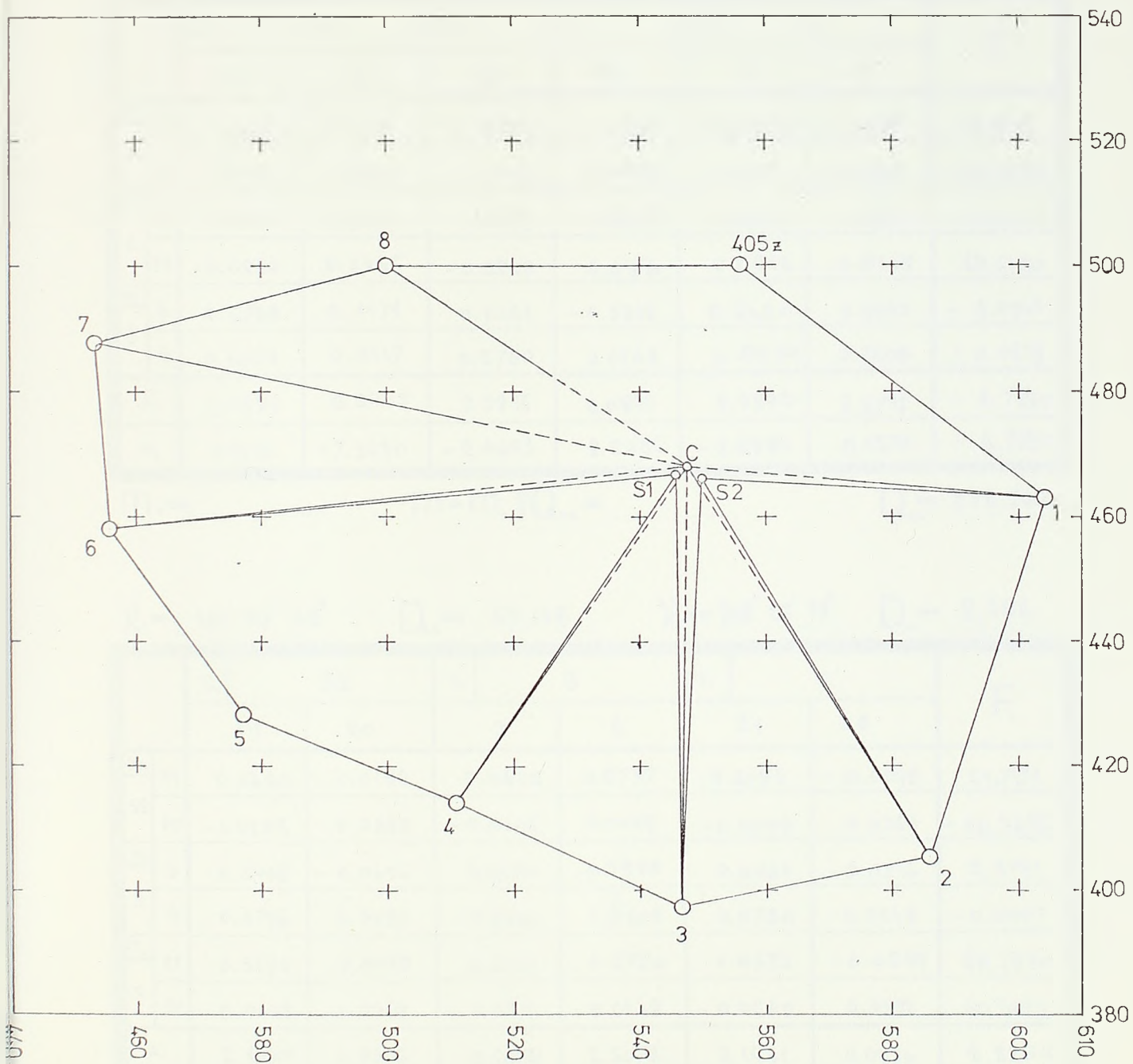
Iz izraza

$$Q_{ff} = g^* Q_x g$$

može se na jednostavan način doći do srednje greške određenih elemenata ekscentriciteta. Tačnost ovih elemenata zavisi od srednje greške jedinice težine m_0 i koeficijenata težine Q_{ff} .

Iz projektovane mreže i privremenih koordinata formirane su jednačine popravaka za posredno izravnavanje. Za privremene koordinate korišćene su koordinate dobijene grafičkim putem. Za koordinatni sistem usvojene su koordinate tačke 1, a za orijentaciju sistema dat je direkcioni ugao φ^4 . Izravnavanje je vršeno po načinu posrednih merenja sa 47 jednačina popravaka, 22 nepoznate u normalnim jednačinama i 11 nepoznatih uglova.

SKICA MIKROTRIGONOMETRIJSKE MREŽE VELIKO GRADIŠTE



RAZMERA 1:1000

PROJEKAT MIKROTRIGONOMETRIJSKE MRŽE

RAČUNANJE KOEFICIJENATA TEŽINA Q_i

$$F_1 = \left(\frac{S''}{D_{xx}} \cos \gamma_{AB} - \frac{S''}{D_{xx}} \cos \gamma_{AC} \right) \quad F_3 = -\frac{S''}{D_{xx}} \cos \gamma_{AB} \quad F_5 = \frac{S''}{D_{xx}} \cos \gamma_{AC}$$

$$F_2 = -\left(\frac{S''}{D_{xx}} \sin \gamma_{AB} - \frac{S''}{D_{xx}} \sin \gamma_{AC} \right) \quad F_4 = \frac{S''}{D_{xx}} \sin \gamma_{AB} \quad F_6 = -\frac{S''}{D_{xx}} \sin \gamma_{AC}$$

$$\gamma_{AB} = 41^\circ 41' 32'' \quad D_{AB} = 2,512 \quad \gamma_{AC} = 178^\circ 49' 01'' \quad D_{AC} = 68,965$$

	T_A	S1		T_B	C		T_c	3		F_i
		17	18		21	22		3	4	
T_A	17	0.6358	0.0714	0.5720	-0.0260	0.5758	0.6039			64.3057
S1	18	0.0714	0.2554	0.0061	0.0495	0.1171	0.0447			-54.5532
T_B	21	0.5720	0.0061	0.5873	-0.0249	0.5061	0.5750			-61.3153
C	22	-0.0260	0.0495	-0.0249	0.0976	-0.0216	0.0148			54.6150
T_c	3	0.5758	0.1171	0.5061	-0.0216	0.6620	0.5900			-2.9904
3	4	0.6039	0.0447	0.5750	0.0148	0.5900	0.7508			-0.0618
A_i		2.4829	0.5442	2.2216	0.0894	2.4294	2.5792			-8.7830
A_c		1.9542	-7.3650	-2.4693	2.5485	-3.5384	0.1370			-8.7830

$$m_0 = \dots \quad m = m_0 \sqrt{Q_{xx}} = \dots \quad Q_{xx} = 828.2650$$

$$\gamma_{AB} = 181^\circ 55' 02'' \quad D_{AB} = 69,198 \quad \gamma_{AC} = 308^\circ 52' 19'' \quad D_{AC} = 2,656$$

	T_A	S2		T_B	3		T_c	C		F_i
		19	20		3	4		21	22	
T_A	19	0.5650	-0.0182	0.5405	0.5737	0.5124	-0.0092			-51.7171
S2	20	-0.0182	0.0882	-0.0695	0.0029	-0.0098	0.0369			-60.3625
T_B	3	0.5405	-0.0695	0.6620	0.5900	0.5061	-0.0216			2.9791
3	4	0.5735	0.0029	0.5900	0.7508	0.5750	0.0148			-0.0997
T_c	21	0.5124	-0.0098	0.5061	0.5750	0.5373	-0.0249			48.7380
C	22	-0.0092	0.0369	-0.0216	0.0148	-0.0249	0.0976			60.4622
A_i		2.1640	0.0305	2.2075	2.5072	2.1461	0.0936			2.8254
A_c		-2.1515	-2.8367	1.5158	0.7672	2.6604	2.8702			2.8254

$$m_0 = \dots \quad m = m_0 \sqrt{Q_{xx}} = \dots \quad Q_{xx} = 590,1401$$

RAČUNANJE KOEFICIJENATA TEŽINA Q_{ee}

$$e_1 (s_1 - c)$$

T_b T_a	Y	X
C	548,389	466,284
S1	546,718	466,413
	ΔY +1,671	ΔX +1,876

$$D = 2,512 \text{ m}$$

$$F_1 = -\frac{\Delta Y}{D}$$

$$F_2 = -\frac{\Delta X}{D}$$

$$F_3 = \frac{\Delta Y}{D}$$

$$F_4 = \frac{\Delta X}{D}$$

	T_a	S1	T_b	C	F_i
	17	18	21	22	
T_a					
17	0,6358	0,0714	0,5720	-0,0260	-0,6652
S1	18	0,0714	0,0061	0,0495	-0,7468
T_b					
21	0,5720	0,0061	0,5873	-0,0249	0,6652
C	22	-0,0260	0,0495	-0,0249	0,7468
A_1	1,3032	0,3824	1,1405	0,0902	-0,3220
A_2	-0,1484	-0,1972	-0,0130	-0,0362	-0,3219

$$Q_{20} = 0,2644$$

$$e_2 (s_2 - c)$$

T_b T_a	Y	X
C	548,389	468,284
S2	550,457	466,622
	ΔY -2,068	ΔX +1,667

$$D = 2,656 \text{ m}$$

	T_a	S2	T_b	C	F_i
	19	20	21	22	
T_a					
19	0,5650	-0,0182	0,5124	-0,0092	0,7786
S2	20	-0,0182	0,0087	-0,0098	-0,6276
T_b					
21	0,5124	-0,0098	0,5873	-0,0249	-0,7786
C	22	-0,0092	0,0369	-0,0249	0,6276
A_1	1,0500	0,0976	1,0650	0,1004	-0,0099
A_2	0,0466	-0,0390	-0,0678	0,0503	-0,0099

$$Q_{20} = 0,14512$$

za orijentisanje pravaca koji su eliminisani pre formiranja normalnih jednačina. Za slobodne članove $F = 0$ izvršeno je izravnavanje i dobijena matrica koeficijenata težina a iz nje sračunati koeficijenti težina ekscentriciteta $Q_{e_1 e_1}$, $Q_{e_2 e_2}$, $Q_{i_1 i_1}$ i $Q_{i_2 i_2}$.

Q_{ee}	0,264	0,145
Q_{ii}	798	572

Iz prethodne ocene tačnosti merenja uglova i dužina u mikrotrigonometrijskim mrežama i iz dosadašnjih mikrotrigonometrijskih mreža (21) srednja greška jedinice težine iznosi $\pm 4''$. Iz ovih podataka mogu se dobiti srednje greške linearnog ekscentriciteta

$m_{e_1} = 2 \text{ mm}$	$m_{e_2} = 1,5 \text{ mm}$
$m_{i_1} = 112''$	$m_{i_2} = 96''$

Iz ovih podataka može se zaključiti da je za ovakav oblik mreže potrebno izmeriti uglove i dužine tako da srednja greška jedinice težine bude $\pm 4''$.

Koristeći razradu metode (21) pravci u mikrotrigonometrijskoj mreži opažani su teodolitom Wild T-2 po girusnoj metodi (četiri girusa), a dužine su izmerene sa distomatom DI-10 (dvostruka merenja). Mreža je izravnata kao slobodna mreža po postupku koji je već prikazan i rezultati izravnavanja su: popravke (v), nepoznate (x), srednje greške nepoznatih (M_x), srednja greška jedinice težine (m_0) i koeficijenti težina (Q). Svi podaci nalaze se u prilogu IV.2.

IZRAVNAJE IKTOTRIG. METODE V. ANALIZE II

47=PROJ. VERT. IKTOTRIG. METODE

22=PROJ. VERT. IKTOTRIG. METODE

11=LEPOZ. IKTOTRIG. METODE PREJ. IRANJA V/U

1	V=	2.8669	F=	1.0000	F=	9.300
2	V=	-3.4779	F=	1.0000	F=	-10.300
3	V=	-0.3939	F=	1.0000	F=	-14.400
4	V=	0.8985	F=	1.0000	F=	14.300
5	V=	-1.4015	F=	1.0000	F=	-9.500
6	V=	-1.4323	F=	1.0000	F=	-14.500
7	V=	4.6921	F=	1.0000	F=	9.100
8	V=	-1.9573	F=	1.0000	F=	15.100
9	V=	0.8871	F=	1.0000	F=	16.100
10	V=	-2.1637	F=	1.0000	F=	-0.200
11	V=	0.9353	F=	1.0000	F=	-14.700
12	V=	-1.3557	F=	1.0000	F=	1.400
13	V=	1.9010	F=	1.0000	F=	-2.400
14	V=	1.9715	F=	1.0000	F=	8.900
15	V=	-0.8137	F=	1.0000	F=	-5.200
16	V=	-0.6440	F=	1.0000	F=	-14.200
17	V=	-0.5154	F=	1.0000	F=	10.400
18	V=	1.5848	F=	1.0000	F=	-4.300
19	V=	-1.5846	F=	1.0000	F=	4.100
20	V=	-1.1622	F=	1.0000	F=	-21.500
21	V=	0.4339	F=	1.0000	F=	6.700
22	V=	2.1285	F=	1.0000	F=	7.200
23	V=	-1.3882	F=	1.0000	F=	12.700
24	V=	-1.6163	F=	1.0000	F=	20.100
25	V=	0.4695	F=	1.0000	F=	6.700
26	V=	1.0559	F=	1.0000	F=	-26.800
27	V=	0.5632	F=	1.0000	F=	-42.300
28	V=	-1.4617	F=	1.0000	F=	16.100
29	V=	0.9114	F=	1.0000	F=	25.100
30	V=	0.0512	F=	1.0000	F=	40.600
31	V=	-0.0512	F=	1.0000	F=	-40.700
32	V=	1.0998	F=	1.0000	F=	7.100
33	V=	-2.0622	F=	1.0000	F=	6.000
34	V=	-2.1620	F=	1.0000	F=	-12.200
35	V=	3.2217	F=	1.0000	F=	4.900
36	V=	-4.0861	F=	1.0000	F=	-1.900
37	V=	0.8043	F=	1.0000	F=	-2.500
38	V=	1.2268	F=	0.3900	F=	0.100
39	V=	2.4178	F=	0.3900	F=	0.100
40	V=	0.2830	F=	0.3900	F=	0.100
41	V=	3.0057	F=	0.3900	F=	-0.200
42	V=	7.5630	F=	0.3900	F=	-0.200
43	V=	4.1634	F=	0.3900	F=	3.400
44	V=	-0.1183	F=	0.3900	F=	-0.100
45	V=	-9.1786	F=	0.3900	F=	-13.000
46	V=	-4.4968	F=	0.3900	F=	0.200
47	V=	-0.0000	F=	100.0000	F=	0.000

2.9090=SPREJ. KVADRATSKA 35FSKA JED. TEZ.

217.024=SIJA KVADRATA POPRAVKA

3.22

Ocena tačnosti dobijenih rezultata

Po postupku koji se dosad primenjivao za računanje mikrotrigonometrijske mreže, za ocenu tačnosti, dobijaju se samo srednje kvadratne greške položaja tačaka ekscentričnih stanica S i centra C. Za ovu mrežu dobijeni su:

	M_x	M_y	M_o
S_1	0,99 mm	1,10 mm	6,8"
S_2	2,01 mm	1,42 mm	4,9"
C	3,77 mm	4,24 mm	20,6"

Izravnavanjem po metodi posrednih merenja dobijeni su sledeći podaci koji karakterišu tačnost određjenih linearnih elemenata ekscentriciteta.

Za računanje srednjih kvadratnih grešaka ekscentriciteta e_1 i e_2 korišćena je matrica koeficijenata težina Q_{ee} .

Za računanje srednjih kvadratnih grešaka uglova i korišćena je matrica koeficijenata težina koja se odnosi na direkcioni ugao između linearnog ekscentriciteta sračunatog sa ekscentrične stanice S prema centru C.

Vrednosti srednjih grešaka linearnih ekscentriciteta i uglova i date su u donjoj tabeli.

Vrednosti srednjih grešaka	m_{e_1}	m_{e_2}	m_{i_1}	m_{i_2}
$m_o = \pm 3,9"$	$\pm 2,0$ mm	$\pm 1,5$ mm	$\pm 110"$	$\pm 93"$

Veličine ekscentriciteta i dužina $S_1 - S_2$ prikazane su u sledećoj tabeli:

	Klasično računanje	Posredno izravnavanje	Razlika R
$e_1 (S_1 - C)$	2,512	2,519	7 mm
$e_2 (S_2 - C)$	2,656	2,652	4 mm

IV.3. Merenje horizontalnih uglova u trigonometrijskoj mreži Nikšića

Merenje uglova u trigonometrijskoj mreži Nikšića obavljena su prema uputstvima dobijenim iz razrade metode. Merenja su vršena u jesen 1977. godine. Prva serija merenja obavljena je sa instrumentom Wild T3 br. 29772 a uglovi su mereni u šest girusa. Druge dve serije merenja vršene su sa instrumentom Wild T3 br. 192084, a uglovi su mereni u četiri girusa. Merenje uglova obavljali su tri operatora.

Pre početka merenja izvršena je rektifikacija i kontrola instrumenta, a svi podaci o ovim ispitivanjima nalaze se u (33).

IV.4. Ocena tačnosti iz podataka izvršenih merenja

Radi ocene tačnosti merenih uglova u trigonometrijskim mrežama Veliko Gradište i Nikšić sračunate su određene vrednosti srednjih grešaka. Za svaki ugao u mreži, za svaku seriju i za sredine uglova iz svih serija sračunate su:

- srednja greška ugla merenog u n girusa sračunata iz odstupanja pojedinih merenja od aritmetičke sredine,
- srednja greška ugla merenog u n girusa sračunata iz grešaka zatvaranja horizonta,
- srednja slučajna greška viziranja i koencidiranja,
- srednja greška razlike dvostrukih kolimacionih grešaka,
- srednja greška ugla merenog u n girusa iz grešaka zatvaranja trouglova,
- srednja greška razlike između uglova merenih u dve serije.

Srednja greška ugla merenog u n girusa sračunata iz odstupanja pojedinih merenja od aritmetičke sredine.

Vrednosti srednjih grešaka za svaki ugao nalaze se u elaboratu, u sledećoj tabeli prikazane su srednje greške ugla za pojedine serije za celu mrežu.

	Veliko Gradište			N i k š i ć
	I	II	III	I
$(M_u)_g$	0",36	0",32	0",25	0",31

Srednja greška ugla merenog u n girusa sračunata iz grešaka zatvaranja horizonta.

Podaci o greškama zatvaranja horizonta i srednjim greškama ugla sračunatim iz grešaka zatvaranja horizonta za svaku seriju i za mreže Veliko Gradište i Nikšić prikazani su u sledećim tabelama.

V e l i k o G r a d i š t e					
Greške zatvaranja horizonta					
Stanica	S	I "	II "	III "	IV "
48	3	+2,1	+0,8	+1,5	+0,9
55	6	+0,6	+1,8	+1,3	+2,3
335	3	0,0	0,0	-1,4	+0,8
357	4	+0,1	-1,3	-0,4	+0,8
500	3	+0,7	-1,6	-1,8	-0,5
501	3	+0,6	+0,7	+0,3	-1,6
Srednja greška ugla merenog u n girusa $(M_u)_h$		$\pm 0",60$	$\pm 0",58$	$\pm 0",78$	$\pm 0",64$

N i k š i ć				
Greške zatvaranja horizonta				
Stanica	S	I //	II //	III //
1	3	+0,3	+0,5	+0,1
2	3	+0,7	+1,7	-0,9
3	4	+1,2	-0,1	+1,6
4	6	-0,6	+2,1	+1,1
5	5	-0,2	+1,7	+1,6
6	6	+0,6	-2,7	-2,7
7	3	+0,8	-1,2	+0,2
8	4	-0,2	-0,8	0,0
9	3	0,0	+0,3	+1,5
10	3	-1,3	-1,2	-0,3
11	4	+0,8	+0,2	+1,5
$(M_u)_h$		$\pm 0,38$	$\pm 0,64$	$\pm 0,57$

Slučajna greška viziranja i koencidiranja.

Slučajna greška viziranja i koencidiranja sračunata je iz razlike dvostrukih merenja iz izraza $\sqrt{\frac{[dd]}{2n}}$, (gde je n broj merenja), iz podataka za celu mrežu.

Slučajna greška viziranja i koencidiranja				
Mreža	n	I "	II "	III "
Veliko Gradište 528		0,70	0,63	0,50
Nikšić	1056	0,68	0,62	0,70

TRIGONOMETRIJSKA MREŽA

VELIKO GRADIŠTE

stanica	ugao	serija I	serija II	serija III	serija IV	II-I	III-II	IV-II	IV-III
48	405-55	35° 38' 27.2	26.2	26.6	25.9	-1.0	+0.4	-0.3	-0.7
	55-357	43 36 06.2	06.9	06.3	06.3	+0.7	-0.6	-0.6	0.0
	357-405	280 45 28.7	27.7	28.6	28.7	-1.0	+0.9	+0.4	-0.5
		02.1	00.8	01.5	00.9				
55	357-48	52 47 36.5	37.1	36.3	36.3	+0.6	-0.8	+0.2	0.0
	48-405	57 54 27.7	27.9	26.6	26.5	+0.2	-1.3	-1.4	-0.1
	405-501	38 24 34.3	34.0	34.9	34.7	-0.3	+0.9	+0.7	-0.2
	501-500	86 46 14.5	14.4	14.6	14.6	-0.1	+0.2	+0.2	0.0
	500-335	86 20 56.2	56.8	57.5	58.0	+0.6	+0.7	-1.2	+0.5
	335-357	37 40 11.4	11.6	11.4	12.2	+0.2	-0.2	+0.6	+0.8
	00.6	01.8	01.3	02.3					
335	357-55	101 10 35.5	35.5	36.5	36.5	0.0	1.0	+1.0	0.0
	55-500	62 30 46.0	46.0	44.6	45.4	-1.4	-1.4	-0.6	+0.8
	500-357	196 18 37.2	38.5	38.0	37.3	+1.3	-0.5	-1.2	-0.7
		58.7	00.0	59.1	59.2				
357	48-55	83 36 19.3	19.4	17.0	17.0	+0.1	-2.4	-2.4	0.0
	55-335	41 09 13.6	12.7	13.5	13.3	-0.9	+0.8	+0.6	-0.2
	335-48	235 14 29.5	29.3	29.1	30.8	-0.2	-0.2	+0.5	+1.7
		02.4	01.4	59.6	01.1				
500	55-501	43 17 43.2	42.2	42.2	43.2	-1.0	0.0	+1.0	+1.0
	501-335	285 39 59.8	59.6	57.7	59.7	-0.2	-1.9	+0.1	+2.0
	335-55	31 02 17.7	16.6	16.2	16.6	-1.1	-0.4	0.0	+0.4
		00.7	58.4	56.1	59.5				
501	55-405	54 20 50.3	48.7	47.2	48.0	+2.0	+0.1	0.3	+0.2
	405-500	255 43 06.5	07.6	08.7	08.1	+0.6	+0.5	-0.1	-0.6
	500-55	49 56 03.8	04.4	03.6	02.3	+0.6	-0.8	2.1	-1.3
		00.6	00.7	59.5	58.4				
405	501-55	87 20 25.2	25.9	25.1	26.9	+0.7	-0.8	+1.0	+1.8
	55-48	86 31 06.8	09.1	09.7	08.5	+2.3	+0.6	-0.6	-1.2
						0.86	0.79	0.77	0.80

TRIGONOMETRIJSKA MREŽA NIKŠIĆA

stanica	ugao	serija I	serija II	serija III	II-I	III-I	III-II
1459	1460-1462	62° 47' 25.7	25.4	26.6	-0.3	+0.9	+1.2
	1462-1458	60 43 30.9	29.5	30.7	-1.4	-0.2	+1.2
	1458-1460	276 29 03.7	05.6	03.8	+1.9	+0.1	-1.8
		00.3	00.5	00.1			
1460	1461-1462	58 24 15.2	16.1	15.7	+0.9	+0.5	-0.4
	1462-1459	39 31 51.3	51.2	50.4	-0.1	-0.9	-0.8
	1459-1461	262 03 54.2	54.4	53.0	+0.2	-1.2	-1.4
		00.7	01.7	59.1			
1461	1454-1463	41 08 34.5	33.6	34.4	-0.9	-0.1	-0.8
	1463-1462	65 53 56.4	56.6	57.7	+0.2	+1.3	+1.1
	1462-1460	59 05 56.6	56.9	56.5	+0.3	-0.1	-0.4
	1460-1454	193 51 33.7	32.8	33.0	-0.9	-0.7	+0.2
		01.2	59.9	01.6			
1463	1464-1458	54 08 57.5	58.3	57.7	+0.8	+0.2	-0.6
	1458-1459	75 09 10.8	12.0	11.7	+1.2	+0.9	-0.3
	1459-1460	77 40 43.9	44.7	45.2	+0.8	+1.3	+0.5
	1460-1461	62 29 47.1	47.4	46.8	+0.3	-0.3	-0.6
	1461-1463	47 40 51.2	51.2	51.2	±0.0	±0.0	±0.0
	1463-1464	42 50 29.9	28.5	28.5	-1.4	-1.4	±0.0
		59.4	02.1	01.1			
1462	1454-1455	67 51 27.6	27.4	27.5	-0.2	-0.1	+0.1
	1455-1464	53 22 43.8	45.1	44.8	+1.3	+1.0	-0.3
	1464-1462	81 56 22.8	22.0	22.3	-0.8	-0.5	+0.3
	1462-1461	66 25 12.8	14.2	12.9	-1.8	+0.5	-1.3
	1461-1454	90 24 12.8	13.0	14.2	+0.2	+1.4	+1.2
		59.8	01.7	01.7			
1464	1455-1456	100 49 42.8	42.2	42.5	ne ulaze u ocenu tačnosti		
	1456-1457	55 22 40.8	39.9	40.4			
	1457-1458	35 19 50.1	49.6	49.9	-0.5	-0.2	+0.3
	1458-1462	47 28 22.2	21.2	20.7	-1.0	-1.5	-0.5
	1462-1463	55 13 08.1	06.8	07.1	-1.3	-1.0	+0.3
	1463-1455	65 46 16.6	17.6	16.7	+1.0	+0.1	-0.9
		00.6	57.3	57.3			
				0.93	0.82	0.81	

UGLOVI KOJI SU OPAŽANI U VIŠE SERIJA

ugao	serija I	II	III	IV	V	VI	VII
1455-1456	44.0	42.8	40.7	42.2	40.7	42.5	
1456-1457	40.8	43.0	44.5	39.9	40.4	42.9	39.2

TRIGONOMETRIJSKA MREŽA NIKŠIĆ

stanica	ugao	serija I	serija II	serija III	II-I	III-I	III-II	α_{SR}
1454	1455-1463	64° 14' 47.1	46.8	47.4	-0.3	+0.3	+0.6	47.10
	1463-1461	48 27 12.1	12.0	12.4	-0.4	+0.3	+0.7	12.07
	1461-1455	247 18 01.6	00.0	00.4	-1.6	-1.2	+0.4	00.67
		00.8	58.8	00.2				
1455	1456-1464	39 11 23.6	22.8	23.4	-0.8	-0.2	+0.6	23.17
	1464-1463	60 50 58.2	58.0	57.7	-0.2	-0.5	-0.3	57.97
	1463-1454	47 53 46.4	46.2	45.8	-0.2	-0.6	-0.4	46.13
	1454-1456	212 03 51.6	52.2	53.1	+0.6	+1.5	+0.9	52.30
		59.8	59.2	00.0				
1456	1457-1464	58 24 32.7	33.4	33.9	+0.7	+1.2	+0.5	33.33
	1464-1455	39 58 54.3	54.1	54.5	-0.2	+0.2	+0.4	54.30
	1455-1457	261 36 33.0	32.8	33.1	-0.2	+0.1	+0.3	32.97
		00.0	00.3	01.5				
1457	1458-1464	101 29 48.6	47.2	46.5	-1.4	-2.1	-0.7	47.43
	1464-1456	66 12 43.5	43.7	45.3	+0.2	+1.8	+1.6	44.17
	1456-1458	192 17 26.6	27.9	27.9	+1.7	+1.7	+0.0	27.33
		58.7	58.8	59.7				
1458	1459-1462	44 07 16.2	17.8	17.2	+1.6	+1.0	-0.6	17.07
	1462-1464	78 22 42.5	41.6	42.5	-0.9	+0.0	+0.9	42.20
	1464-1457	43 10 22.0	21.1	22.2	-0.9	+0.2	+1.1	21.77
	1457-1459	194 19 40.1	39.7	39.6	-0.4	-0.5	-0.1	39.80
		00.8	00.2	01.5				
					0.89	0.86	0.70	
				m _R	0.89	0.84	0.75	

Srednja greška razlike između vrednosti ugla u
I i II položaju durbina (dvostrukih kolimacionih
grešaka)

Za ocenu tačnosti sračunata je srednja greška razlika između dvostrukih kolimacionih grešaka. Ove vrednosti sračunate su za svakog operatora iz izraza $\sqrt{\frac{[rr]}{n}}$

Srednja greška razlike između vrednosti ugla u I i II položaju				
operator	V. GRADIŠTE		NIKŠIĆ	
	I	II	III	IV
M_r	$\pm 1,25$	$\pm 0,65$	$\pm 1,41$	$\pm 1,32$

Srednja greška ugla merenog u n girusa sračunata
iz grešaka zatvaranja trouglova

Podaci o greškama zatvaranja trouglova nalaze se u prilogu. Srednja greška ugla sračunata iz grešaka zatvaranja trouglova po serijama i za aritmetičku sredinu uglova iz više serija $(M_u)_\Delta = \sqrt{\frac{[ff]}{3n}}$

Srednja greška ugla merenog u n girusa sračunata iz f					
Mreža	I	II	III	IV	aritmetičk sredina
Veliko Gradište	0,76	0,35	0,58	0,75	0,48
Nikšić	0,73	0,66	0,66		0,48

RAZLIKE IZMEDJU VREDNOSTI UGLA U I I II
POLOŽAJA DURBINA

operator I			operator II			operator III			operator IV		
+2.4	+0.1	+1.0	+1.6	-0.5	+0.2	+0.7	-2.4	+0.9	+1.8	+3.0	-3.5
+1.3	+0.8	-1.5	+1.1	+0.2	-1.1	-0.1	-0.7	-0.4	-0.8	+2.3	+1.5
±0.0	-0.3	-0.6	+1.5	-0.3	+0.7	-1.8	-2.0	-0.9	+2.6	-1.9	-1.0
+0.8	+1.0	-0.2	+1.0	+0.4	-0.6	+0.7	+2.9	-2.2	+0.4	-1.9	-2.1
+1.7	+1.1	+0.6	=0.0	-1.3	+0.1	+0.6	+0.7	-1.5	+1.1	-0.6	-2.6
+1.1	+0.8	-0.5	+1.1	-0.6	-0.4	+2.5	+2.1	-2.5	-1.1	-1.2	-2.8
+1.8	-1.5	+0.1	+0.2	+0.3	+0.5	+1.7	+2.0	-2.2	+3.3	-0.5	+3.4
+1.0	-0.6	-0.4	+0.4	-1.1	-0.5	-0.3	+2.1	-2.0	-1.2	+0.6	+1.7
-1.2	+1.9	-1.0	+0.1	-0.1	+0.1	+1.9	-0.1	-2.4	-0.6	+0.7	-1.8
+1.1	+1.2	+0.4	+1.2	-0.5	-0.1	-1.0	+1.1	±0.0	±0.0	-1.0	+0.7
-1.7	-0.3	+1.2	+1.5	+0.8	-0.4	+0.8	+0.1	-1.2	+2.1	+1.5	-3.1
-1.3	+0.2	+1.5	+0.5	-0.4	-0.3	-1.4	+0.1	+1.6	+1.4	-0.6	-1.3
±0.0	+1.1	-0.4	+0.9	+0.2		-2.5	+1.8	+0.7	±0.0	+0.9	+0.5
+2.2	+1.9	-0.1	+1.3	+0.2		+0.5	+1.8	-1.5	-0.1	-1.3	-0.5
+0.2	±0.0	-1.4	+0.8	-0.7		+0.7	-0.9	-2.4	-0.5	-1.3	+2.4
+1.8	+1.2	+0.8	+0.3	-0.4		-1.2	-0.6	-1.7	-0.5	-0.3	+0.4
+1.0	+0.3	-0.3	+0.1	+0.3		+1.0	+1.7	+0.6	+1.3	+0.2	+0.7
-0.2	+1.1	+1.1	-1.4	+0.4		-0.3	+1.4	-0.1	+0.1	-1.6	-1.0
-2.0	+1.2	+1.9	±0.0	±0.0		+2.7	+1.4	+2.8	+0.2	-0.4	+1.7
-1.3	+1.3	+0.1	-0.5	-0.4		+0.8	+0.2	±0.0	-0.4	-1.9	+0.7
-2.0	-0.8		-0.5	+0.1		+0.7	-1.0	+1.5	+1.9	-0.7	+1.3
-0.5	+2.3		-0.2	+0.1		+0.3	-0.3	+0.2	+1.0	+0.6	±0.0
+2.7	+2.0		-0.9	±0.0		-0.1	+1.1	-0.9	+1.8	+3.2	+0.4
+1.0	+0.1		+0.7	-0.2		+1.3	+2.1		+1.5	-0.9	-0.5
-0.2	-2.9		-0.7	+0.1		-2.7	+1.3		-0.3	-0.5	+2.7
+0.7	-1.3		-0.1	-0.2		+1.2	+0.4		+0.8	-0.3	-2.5
-1.2	+0.2		-0.2	+0.4		-1.2	-0.3		+1.7	-1.5	+0.1
+1.9	+1.3		+0.4	-0.1		-1.6	+1.3		+1.3	+1.3	+2.3
+2.4	+2.0		-0.4	+0.4		-0.2	+0.2		+1.0	±0.0	+0.5
+0.2	-0.1		+0.6	-0.3		-2.9	+1.6		+1.2	-2.6	+2.8

operatori :

I D. STEVANOVIC

II R. BELOICA

III R. RADANOVIC

IV M. VULEVIC

GREŠKE ZATVARANJA TROUGLOVA
TRIGONOMETRIJSKE MREŽE V. GRADIŠTE

trouglo	vgrao	I	II	III	IV
Δ_1	$\hat{\Delta} 48$	43° 36' 06.2	06.3	06.3	06.3
	$\hat{\Delta} 55$	52 47 36.5	37.1	36.3	36.3
	$\hat{\Delta} 357$	83 36 17.0	16.7	17.0	16.7
		59.7	00.7	59.6	59.6
		-0.3	+0.7	-0.4	-0.4
Δ_2	$\hat{\Delta} 55$	37 40 11.4	11.6	11.4	12.2
	$\hat{\Delta} 41$	41 09 13.6	12.7	13.5	13.3
	$\hat{\Delta} 101$	101 10 35.5	35.5	36.5	33.9
		00.5	59.8	01.4	59.4
		+0.5	-0.2	+1.4	-0.6
Δ_3	$\hat{\Delta} 55$	86 26 56.2	56.8	57.5	58.0
	$\hat{\Delta} 335$	62 30 44.6	46.0	44.6	45.4
	$\hat{\Delta} 500$	31 02 17.7	16.6	16.2	16.6
		58.5	59.4	58.3	00.0
		-1.5	-0.6	-1.7	±0.0
Δ_4	$\hat{\Delta} 55$	86 46 14.5	14.4	14.6	14.6
	$\hat{\Delta} 500$	43 17 43.2	42.2	42.2	43.2
	$\hat{\Delta} 501$	49 56 03.8	04.4	03.6	02.3
		01.5	01.0	00.4	00.2
		+2.1	+0.4	+0.4	+0.1
Δ_5	$\hat{\Delta} 55$	38 24 34.3	34.0	34.9	34.7
	$\hat{\Delta} 501$	54 20 50.3	48.7	47.9	48.0
	$\hat{\Delta} 405$	87 14 36.9	37.6	36.8	38.6
		01.5	00.3	59.6	01.3
		+1.5	±0.3	-0.4	+1.3
Δ_6	$\hat{\Delta} 55$	57 54 27.7	27.9	26.6	26.5
	$\hat{\Delta} 48$	35 38 27.2	26.2	26.6	25.9
	$\hat{\Delta} 405$	86 27 03.1	05.4	06.0	04.8
		58.2	59.5	59.2	57.2
		-1.8	-0.5	-0.8	-2.6

GREŠKE ZATVARANJA TROUGLOVA
TRIGONOMETRIJSKE MREŽE NIKŠIĆ

trou- gao	ugao	I	II	III	sred.	trou- gao	ugao	I	II	III	sred.
I	2	48° 27' 12.1	12.0	12.4	12.17	VII	15	78° 22' 42.5	41.6	42.5	42.20
	38	90 24 12.8	13.0	14.2	13.33		28	54 08 57.5	58.3	57.7	57.83
	24	41 08 34.5	33.6	34.4	33.88		42	47 28 22.2	21.2	20.7	20.94
		59.4	58.6	01.0	59.38			02.2	01.1	00.9	00.97
		- 0.6	- 1.4	+ 1.0	- 0.62			+ 2.2	+ 1.1	+ 0.9	+ 0.97
II	1	64 14 47.1	46.8	47.4	47.10	VIII	14	44 07 16.2	17.8	17.2	17.07
	6	47 53 46.4	46.2	45.8	46.13		19	60 43 30.9	19.5	30.7	30.90
	34	67 51 27.6	27.4	27.5	27.50		29	75 09 10.8	12.0	11.7	11.50
		01.1	00.4	00.7	00.73			57.9	59.3	59.6	59.47
		+ 1.1	+ 0.4	+ 0.7	+ 0.73			- 2.1	- 0.7	- 0.4	- 0.53
III	5	60 50 58.2	58.0	57.7	57.97	IX	18	62 47 25.7	25.4	26.6	25.90
	35	53 22 43.8	45.1	44.8	44.57		22	39 31 51.3	51.2	50.4	50.97
	44	65 46 16.6	17.6	16.7	16.97		30	77 40 43.9	44.7	45.2	44.60
		58.6	00.7	59.2	59.51			00.9	01.3	02.2	01.47
		- 1.4	+ 0.7	- 0.8	- 0.49			+ 0.9	+ 1.3	+ 2.2	+ 1.47
IV	4	39 11 23.6	22.8	23.4	23.27	X	21	58 24 15.2	16.1	15.7	15.67
	9	39 58 54.3	54.1	54.5	54.30		26	59 05 56.8	56.9	56.5	57.07
	39	100 49 42.8	42.2	42.5	42.15		31	62 29 47.4	47.4	46.8	47.20
		00.7	59.1	00.4	59.72			59.4	00.4	59.0	59.94
		+ 0.7	- 0.9	+ 0.4	- 0.28			- 0.6	+ 0.4	- 1.0	- 0.06
V	8	58 24 32.7	33.4	33.9	33.33	XI	25	65 53 56.4	56.6	57.7	56.90
	12	66 12 43.5	43.7	45.3	44.17		32	47 40 51.2	51.2	51.2	51.20
	40	55 22 41.9	42.2	40.8	41.53		37	66 25 12.8	11.2	12.9	12.30
		58.1	59.3	00.0	59.03			00.4	59.0	01.8	00.40
		+ 1.9	+ 0.7	± 0.0	- 0.97			+ 0.4	- 1.0	+ 1.8	+ 0.40
VI	11	101 29 48.6	47.2	46.5	46.84	XII	33	42 50 29.9	28.5	28.5	28.97
	16	43 10 22.0	21.1	22.0	21.77		36	81 56 22.8	22.0	22.3	22.33
	41	35 19 50.1	49.6	49.9	49.87		43	56 13 08.1	07.8	08.6	08.17
		00.7	57.9	58.4	58.48			00.8	58.3	59.4	59.47
		+ 0.7	- 2.1	- 1.6	- 1.52			+ 0.8	- 1.7	- 0.6	- 0.53

Srednja greška razlika između uglova merenih
u dve nezavisne serije

Sračunata je iz razlika dvostrukih merenja iz izra-

za
$$M_R = \sqrt{\frac{[RR]}{n}}$$

Kao razlike uzete su vrednosti uglova merenih u n girusa između serija prikazanih u tabeli. Podaci za računanje nalaze se u prilogu.

Srednja greška razlike između uglova merenih u dve serije				
Mreža	II-1	III-II	IV-II	IV-III
	"	"	"	"
Veliko Gradište	0,86	0,79	0,77	0,80
Nikšić	0,87	0,82	0,75	

Upoređujući sračunate vrednosti za razlike R sa vrednostima dobijenim iz prethodne ocene tačnosti, može se zaključiti da su u saglasnosti. Važno je napomenuti da su se kod merenja horizontalnih uglova 1455-1456 i 1456-1457 sa stanice 1454 javile veće razlike od predviđenih između vrednosti uglova merenih u dve serije. Očigledno se radilo o većem uticaju refrakcije, jer je pravac 1454-1456 prolazio nisko iznad šume. Ova dva ugla, zbog toga što nisu zadovoljila kriterijum o maksimalnoj razlici, opažana su u više nezavisnih serija i njihovi podaci pokazuju grupisanje rezultata. Važno je napomenuti, da su druga merenja uglova izvršena bez teškoća i da je broj ponovljenih merenja (2%) veoma mali, što pokazuje da je prethodna ocena tačnosti data u potpunosti i da su za merenje horizontalnih uglova korišćeni uslovi koji odgovaraju zahtevima datim u razradi metode merenja.

Zaključci

Podaci iz ocene tačnosti merenja horizontalnih uglova jasno pokazuju da su vrednosti srednjih grešaka u saglasnosti sa odgovarajućim vrednostima dobivenim^u prethodnoj oceni tačnosti.

- Vrednosti slučajne greške viziranja i koencidiranja određene iz podataka svih merenja u mrežama veoma pouzdano potvrđuju da su opažanja vršena u povoljnom vremenskom periodu i da su vrednosti ovih grešaka dobijenih u prethodnoj oceni tačnosti određene na ispravan način.
- Srednje greške razlika dvostrukih kolimacionih grešaka i mali broj odbačenih merenja, potvrđuju da ova vrednost zavisi od srednje greške viziranja i koencidiranja i da su kriterijumi o dozvoljenim razlikama veoma važni za praćenje i kontrolu merenja. Mali broj odbačenih merenja pokazuje da su merenja obavljena pod najpovoljnijim uslovima i od operatora pripremljenih za ovu vrstu radova.
- Iz sračunatih srednjih grešaka razlika između uglova merenih u dve nezavisne serije dolazi se do podataka za srednju vrednost lokalne refrakcije koja iznosi za

Veliko Gradište

Nikšić

$$m_r'' = \pm 0,40''$$

$$m_r'' = \pm 0,40''$$

Najmanja srednja greška razlike dobijena je iz razlika uglova opažanih u II i III seriji merenja, što je trebalo i očekivati jer su uglovi u drugoj seriji merenja izmereni po podne, a u trećoj po oblačnom i promenljivom vremenu.

- Srednja greška ugla sračunata iz grešaka zatvaranja trouglova u saglasnosti je sa vrednostima za ovu srednju grešku dobijenu u prethodnoj oceni tačnosti.

- Srednja greška ugla, sračunata iz više nezavisnih serija u saglasnosti je sa vrednostima dobijenih za ovu srednju grešku u prethodnoj oceni tačnosti.
- Iz svih ovih rezultata može se zaključiti da su sva merenja u trigonometrijskim mrežama obavljena u potpunosti po uputstvima datim u razradi metode, a što je još važnije da je prethodna ocena tačnosti i računanje podataka za praćenje i kontrolu merenja izvršena na pravilan način.

V. IZRAVNAVANJE TRIGONOMETRIJSKIH MREŽA

A. Trigonometrijska mreža Veliko Gradište

Trigonometrijska mreža Veliko Gradište izravnata je kao slobodna mreža po načinu posrednih merenja. Izravnavanje je vršeno tako što su posebno izravnati uglovi u prvoj, drugoj i trećoj seriji merenja, a zatim je izvršeno izravnavanje uglova dobijenih kao aritmetička sredina iz ove tri serije.

Podaci o izravnavanju nalaze se u elaboratu. Radi određenih zaključaka o tačnosti merenih uglova od kojih zavisi tačnost oblika mreže, mreža je izravnata na sledeći način.

Koordinatni sistem:

Koordinatni početak, orijentacija sistema i razmera mreže definisani su time što su za tačke 48 i 55 date apsolutne vrednosti koordinata.

Rezultati merenja:

23 opažana ugla

Nepoznate:

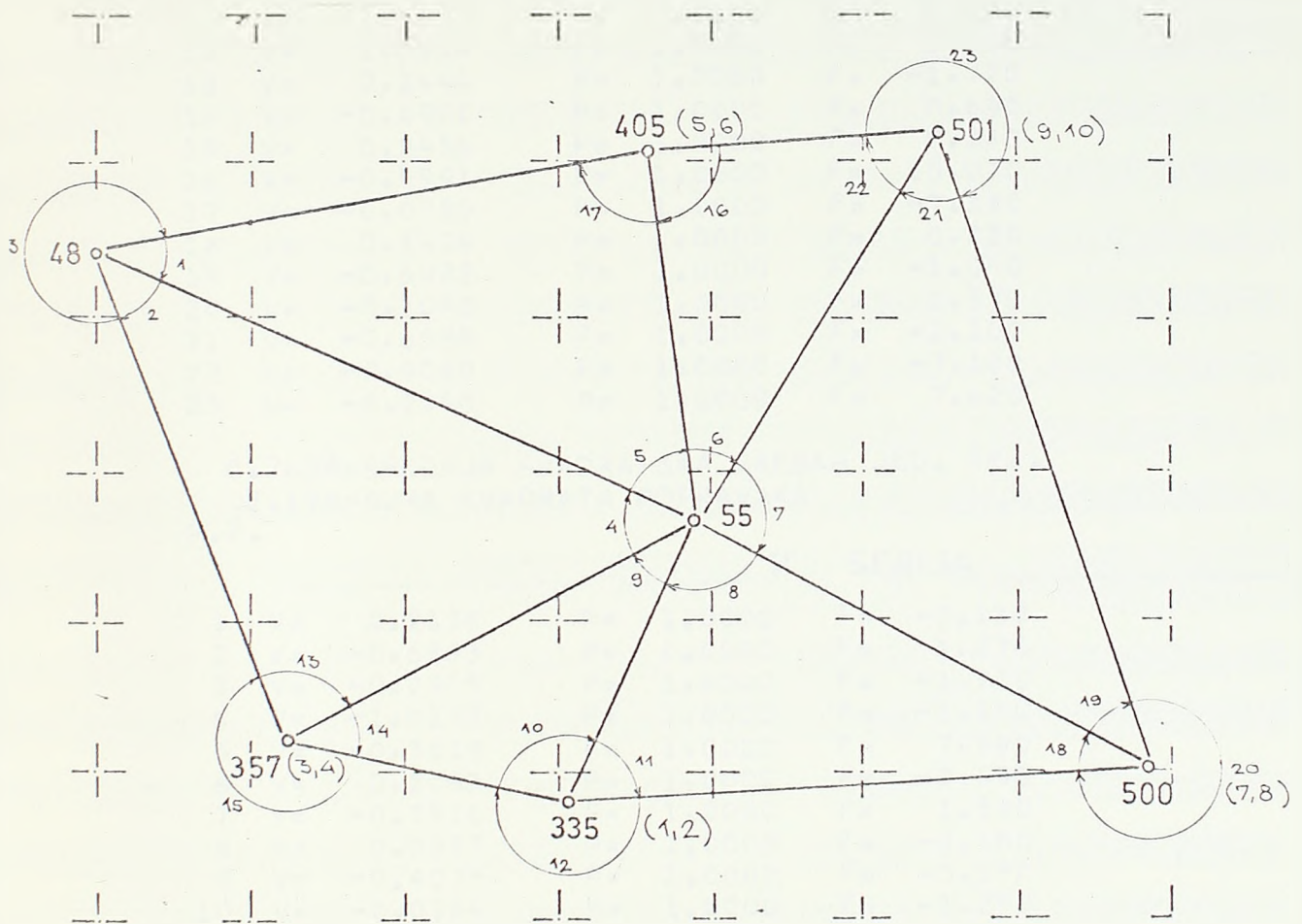
10 koordinata trigonometrijskih tačaka

Izravnavanje:

posredno - program GEO 27 (P. Zeremskog)

Rezultati izravnavanja su: srednja greška jedinice težine (m_0), popravke (v), nepoznate (x), srednja greška nepoznatih (M_x), matrica koeficijenata težina. U prilogu V.1. prikazane su popravke (v) i srednje greške (M_x).

SKICA TRIGONOMETRIJSKE MREŽE
VELIKO GRADIŠTE
R=1:50 000



TRIGONOMETRIJSKA MREZA VELIKO GRADISTE I/II

I SERIJA

23=BROJ MERENIH ELEMENATA

10=BROJ NEPOZNATIH

0=NEPOZNATE ELIMINISANE PRE FORMIRANJA M/J

1	V=	-0.5960	P=	1.0000	F=	-1.150
2	V=	-0.7589	P=	1.0000	F=	1.980
3	V=	-0.6550	P=	1.0000	F=	-2.640
4	V=	0.1844	P=	1.0000	F=	-0.540
5	V=	0.1261	P=	1.0000	F=	7.940
6	V=	-0.4088	P=	1.0000	F=	-9.850
7	V=	-0.2937	P=	1.0000	F=	1.910
8	V=	0.2992	P=	1.0000	F=	0.240
9	V=	-0.4391	P=	1.0000	F=	-0.130
10	V=	0.4393	P=	1.0000	F=	-1.250
11	V=	1.1492	P=	1.0000	F=	0.830
12	V=	1.0914	P=	1.0000	F=	3.100
13	V=	0.2444	P=	1.0000	F=	-1.770
14	V=	-0.4901	P=	1.0000	F=	0.890
15	V=	0.2456	P=	1.0000	F=	0.880
16	V=	-0.5991	P=	1.0000	F=	15.070
17	V=	-0.0720	P=	1.0000	F=	-7.330
18	V=	0.1414	P=	1.0000	F=	0.220
19	V=	-0.6922	P=	1.0000	F=	-1.050
20	V=	-0.1092	P=	1.0000	F=	0.170
21	V=	-0.6539	P=	1.0000	F=	-2.100
22	V=	-0.9069	P=	1.0000	F=	-7.120
23	V=	-0.2390	P=	1.0000	F=	7.420

0.7439=SREDNJA KVADRATSKA GRESKA JED. TEZ.

7.194=SUMA KVADRATA POPRAVAKA

P.Z.

II SERIJA

1	V=	0.2138	P=	1.0000	F=	-0.130
2	V=	-0.6833	P=	1.0000	F=	1.270
3	V=	-0.2905	P=	1.0000	F=	-1.900
4	V=	-1.0192	P=	1.0000	F=	-1.100
5	V=	-0.3519	P=	1.0000	F=	7.690
6	V=	0.2063	P=	1.0000	F=	-9.590
7	V=	-0.3816	P=	1.0000	F=	1.590
8	V=	0.0337	P=	1.0000	F=	-0.160
9	V=	-0.4073	P=	1.0000	F=	-0.350
10	V=	-0.0164	P=	1.0000	F=	-1.250
11	V=	0.3937	P=	1.0000	F=	-0.520
12	V=	-0.3173	P=	1.0000	F=	1.830
13	V=	0.1025	P=	1.0000	F=	-1.770
14	V=	0.5927	P=	1.0000	F=	1.770
15	V=	0.3636	P=	1.0000	F=	1.080
16	V=	0.9367	P=	1.0000	F=	15.070
17	V=	0.3680	P=	1.0000	F=	-7.330
18	V=	0.1424	P=	1.0000	F=	1.250
19	V=	-0.5343	P=	1.0000	F=	0.030
20	V=	-0.7781	P=	1.0000	F=	-2.450
21	V=	-0.1040	P=	1.0000	F=	-2.640
22	V=	0.3345	P=	1.0000	F=	-3.990
23	V=	-0.5304	P=	1.0000	F=	6.330

0.6330=SREDNJA KVADRATSKA GRESKA JED. TEZ.

5.209=SUMA KVADRATA POPRAVAKA

P.Z.

III SERIJA

23=BROJ MERENIH ELEMENATA

10=BROJ NEPOZNATIH

0=NEPOZNATE ELIMINISANE PRE FORMIRANJA N/U

1	V=	0.0564	P=	1.0000	F=	-0.530
2	V=	-0.6903	P=	1.0000	F=	1.810
3	V=	-0.9161	P=	1.0000	F=	-2.730
4	V=	-0.0820	P=	1.0000	F=	-0.360
5	V=	0.3929	P=	1.0000	F=	9.020
6	V=	-0.3478	P=	1.0000	F=	-10.460
7	V=	-0.6039	P=	1.0000	F=	1.390
8	V=	-0.0844	P=	1.0000	F=	-0.790
9	V=	-0.6046	P=	1.0000	F=	-0.130
10	V=	0.3645	P=	1.0000	F=	-1.250
11	V=	0.8488	P=	1.0000	F=	0.870
12	V=	0.6666	P=	1.0000	F=	2.260
13	V=	0.4523	P=	1.0000	F=	-1.770
14	V=	-0.2098	P=	1.0000	F=	0.930
15	V=	0.1974	P=	1.0000	F=	1.280
16	V=	-0.0179	P=	1.0000	F=	15.070
17	V=	0.7106	P=	1.0000	F=	-7.330
18	V=	1.0455	P=	1.0000	F=	1.730
19	V=	0.2235	P=	1.0000	F=	-0.010
20	V=	0.6208	P=	1.0000	F=	0.170
21	V=	-0.0896	P=	1.0000	F=	-1.850
22	V=	-0.0066	P=	1.0000	F=	-4.970
23	V=	0.0963	P=	1.0000	F=	6.820

0.6680=SREDNJA KVADRATSKA GREŠKA JED. TEŽ.

5.802=SUMA KVADRATA POPRAVAKA

p.7.

SREDINA IZ TRI SERIJE

1	V=	-0.1054	P=	1.0000	F=	-0.600
2	V=	-0.7096	P=	1.0000	F=	1.690
3	V=	-0.5849	P=	1.0000	F=	-2.490
4	V=	-0.2063	P=	1.0000	F=	-0.670
5	V=	0.0588	P=	1.0000	F=	8.220
6	V=	-0.1844	P=	1.0000	F=	-9.970
7	V=	-0.4267	P=	1.0000	F=	1.500
8	V=	0.0806	P=	1.0000	F=	-0.140
9	V=	-0.4816	P=	1.0000	F=	-0.200
10	V=	0.2643	P=	1.0000	F=	-1.250
11	V=	0.7949	P=	1.0000	F=	0.390
12	V=	0.4807	P=	1.0000	F=	2.400
13	V=	0.2659	P=	1.0000	F=	-1.770
14	V=	-0.0326	P=	1.0000	F=	1.200
15	V=	0.2766	P=	1.0000	F=	1.080
16	V=	0.1047	P=	1.0000	F=	15.070
17	V=	0.3369	P=	1.0000	F=	-7.330
18	V=	0.4442	P=	1.0000	F=	1.070
19	V=	-0.3302	P=	1.0000	F=	-0.340
20	V=	-0.0840	P=	1.0000	F=	-0.700
21	V=	-0.2829	P=	1.0000	F=	-2.200
22	V=	-0.1925	P=	1.0000	F=	-5.360
23	V=	-0.2234	P=	1.0000	F=	6.860

0.4879=SREDNJA KVADRATSKA GREŠKA JED. TEŽ.

3.095=SUMA KVADRATA POPRAVAKA

p.7.

B. Trigonometrijska mreža Nikšića

Trigonometrijska mreža Nikšića izravnata je kao slobodna mreža po načinu posrednih merenja. Za definitivne vrednosti uglova uzete su aritmetičke sredine iz tri serije merenja. Podaci o izravanavanju nalaze se u elaboratu.

Koordinatni sistem:

Koordinatni početak definisan je tako što su za tačku 1462 date apsolutne vrednosti koordinata. Orijentacija sistema data je pravcem 1462-1459 koji je dat kao rezultat merenja.

Razmera mreže:

Data je rezultatima merenja pet dužina (distomat).

Rezultati merenja:

44 merena ugla $m_{\alpha} = \pm 0",50$ $p = 1,0000$

pet merenih dužina $m_d = 1,5mm$ $p_d = 0,125$

jedan mereni direkcioni ugao $p = 100,0$

Nepoznate:

20 nepoznatih koordinata za 10 trigonometrijskih tačaka

Izravnavanje:

posredno GEO 27 (P.Zeremskog)

Rezultati izravnavanja prikazani su u prilogu V.2.

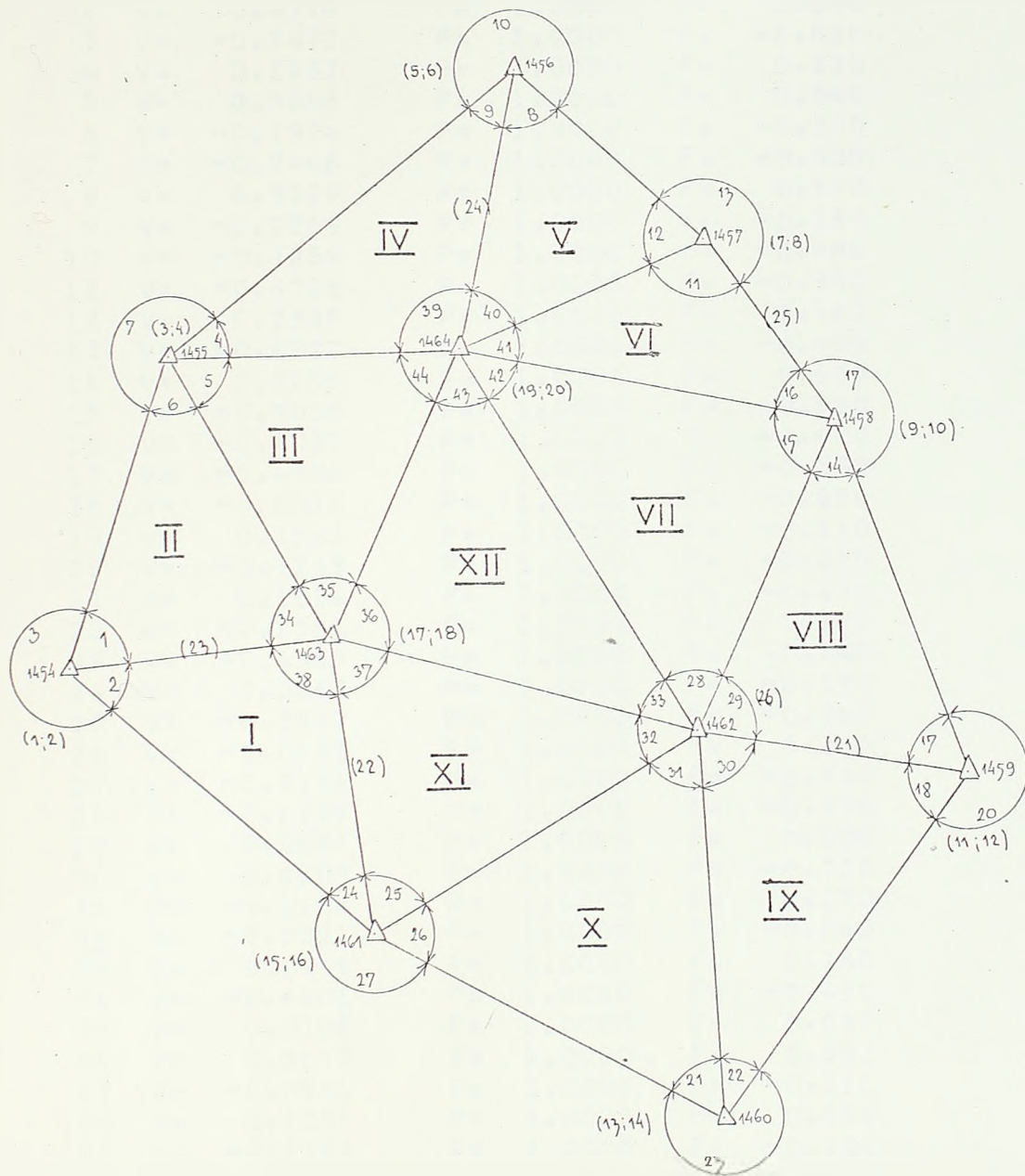
Ocena tačnosti iz podataka izravnavanja

U prilogu V.1. i V.2. dati su podaci o oceni tačnosti iz izravnavanja za trigonometrijske mreže Veliko Gradište i Nikšić. U sledećoj tabeli prikazane su srednje greške ugla merenog u n girusa (m_{0V}) dobijene iz podataka izravnavanja.

SKICA TRIGONOMETRIJSKE MREŽE

NIKŠIĆ

R=1:50 000



TRIGONOMETRIJSKA MREZA NIKSICA DEFINITIVNO IZRAVNANJE

49=BROJ MERENIH ELEMENATA

20=BROJ NEPOZNATIH

0=NEPOZNATE ELIMINISANE PRE FORMIRANJA N/U

1	V=	-0.0723	P=	1.0000	F=	0.030
2	V=	0.4796	P=	1.0000	F=	0.690
3	V=	-0.3472	P=	1.0000	F=	-0.660
4	V=	0.2632	P=	1.0000	F=	0.220
5	V=	0.5088	P=	1.0000	F=	0.840
6	V=	-0.1974	P=	1.0000	F=	-0.330
7	V=	-0.2446	P=	1.0000	F=	-0.400
8	V=	0.3529	P=	1.0000	F=	0.560
9	V=	-0.2269	P=	1.0000	F=	-0.180
10	V=	-0.7259	P=	1.0000	F=	-0.980
11	V=	-0.4728	P=	1.0000	F=	-0.990
12	V=	0.2355	P=	1.0000	F=	0.460
13	V=	-0.6927	P=	1.0000	F=	-0.400
14	V=	0.3250	P=	1.0000	F=	0.650
15	V=	-0.3006	P=	1.0000	F=	-0.530
16	V=	-0.4037	P=	1.0000	F=	-0.400
17	V=	-0.4706	P=	1.0000	F=	-0.580
18	V=	-0.6010	P=	1.0000	F=	-0.850
19	V=	0.1563	P=	1.0000	F=	-0.110
20	V=	-0.7253	P=	1.0000	F=	-0.210
21	V=	0.1836	P=	1.0000	F=	-0.270
22	V=	-0.2381	P=	1.0000	F=	0.100
23	V=	-0.4555	P=	1.0000	F=	-0.340
24	V=	0.0047	P=	1.0000	F=	-0.170
25	V=	-0.2537	P=	1.0000	F=	-0.260
26	V=	-0.0131	P=	1.0000	F=	0.260
27	V=	-0.7178	P=	1.0000	F=	-0.810
28	V=	-0.6199	P=	1.0000	F=	-0.770
29	V=	0.0685	P=	1.0000	F=	0.000
30	V=	-0.6308	P=	1.0000	F=	-0.720
31	V=	-0.1104	P=	1.0000	F=	0.070
32	V=	-0.0821	P=	1.0000	F=	-0.040
33	V=	0.0748	P=	1.0000	F=	0.160
34	V=	-0.4601	P=	1.0000	F=	-0.430
35	V=	0.0108	P=	1.0000	F=	0.030
36	V=	0.3679	P=	1.0000	F=	0.390
37	V=	-0.0740	P=	1.0000	F=	-0.110
38	V=	0.1255	P=	1.0000	F=	0.090
39	V=	-0.1162	P=	1.0000	F=	-0.120
40	V=	0.3715	P=	1.0000	F=	-0.060
41	V=	-0.1934	P=	1.0000	F=	0.320
42	V=	-0.5093	P=	1.0000	F=	-0.130
43	V=	0.5572	P=	1.0000	F=	0.450
44	V=	-0.0296	P=	1.0000	F=	-0.380
45	V=	-0.0000	P=	100.0000	F=	0.000
46	V=	-1.6377	P=	0.1250	F=	-0.600
47	V=	1.9325	P=	0.1250	F=	2.500
48	V=	1.1862	P=	0.1250	F=	2.000
49	V=	-1.5926	P=	0.1250	F=	-0.400

0.5202=SREDNJA KVADRATSKA GREŠKA JED. TEŽ.

7.850=SUMA KVADRATA POPRAVAKA

P.Z.

V.2. UPOREDJIVANJE PODATAKA DOBIJENIH IZ PRETHODNE
OCENE TAČNOSTI I OCENE TAČNOSTI IZ MERENJA I
IZRAVNAVANJA

Odredjeni podaci dobijeni iz prethodne ocene tačnosti i ocene tačnosti iz podataka merenja i izravnavanja prikazani su u sledećoj tabeli.

Srednja kvadratna greška	Vrednost srednje kvadratne greške		
	prethodna ocena tačnosti "	ocena tačnosti iz merenja "	ocena tačnosti iz izravnavanja "
$(m_u)_c$	0,77		
$(m_u)_{cd}$	0,35	0,31	
$(m_u)_{ch}$	0,71	0,53 0,65	
$(m_u)_{ca}$	0,77	0,63 0,68	
M_R	0,80	0,80 0,81	
$(M_u)_{cq}$	$q=2$	0,59	0,49 0,50
	$q=3$	0,54	
	$q=3$		
M_{VK}	0,50	0,50-0,70	
	0,70	0,62-0,70	
$(m_u)_{cv}$	0,77		0,74 0,63 0,67

Dobijeni podaci jasno pokazuju da su vrednosti srednjih kvadratnih grešaka iz prethodne ocene tačnosti i ocene tačnosti iz podataka merenja i izravnavanja u saglasnosti, pa se iz toga

može zaključiti da je analiza sprovedene u potpunosti i da određene vrednosti srednjih grešaka objektivno karakterišu tačnost merenih uglova.

Ideja ovog rada bila je da se dodje do objektivne ocene tačnosti merenja horizontalnih uglova.

U prvom delu rada date su analize metoda određivanja vrednosti grešaka koje ograničavaju tačnost merenja horizontalnih uglova. Po izvršenoj analizi metoda, data je prethodna ocena tačnosti i razrada metoda. Ovakav postupak, koji do sada nije primenjivan, omogućio je dobijanje granica tačnosti u kojima se kreću vrednosti pomenutih grešaka.

Drugi deo rada sadrži prethodnu ocenu tačnosti metode merenja horizontalnih uglova u gradskim trigonometrijskim mrežama. Rezultati dobijeni iz prethodne ocene tačnosti i ocene tačnosti iz merenja i izravnavanja jasno potvrđuju da je tačnost merenja horizontalnih uglova podignuta na rang najveće tačnosti.

Iz svega ovoga može se zaključiti da postupak primenjen u analizi metode merenja horizontalnih uglova pruža velike mogućnosti za primenu kod svih preciznih merenja.

L I T E R A T U R A

1. ČINKLOVIĆ NIKOLA: Analiza metode merenja horizontalnih uglova
Prethodna ocena tačnosti merenja horizon-
tačnih uglova (monografija - pripremljena
za štampu)
2. BRATULJEVIĆ NATALIJA: Primena analize metode merenja hori-
zontalnih uglova u gradskim trigonometrijs-
kim mrežama (magistarski rad, 1975. god.).
3. ŠEVARLIĆ BRANISLAV: Ispitivanje horizontalnog kruga Wildovog
preciznog teodolita T3 (Zbornik Geodetskog
instituta br. 1, 1958. god.)
4. NIKOLIĆ LJUBODRAG: Prilog ispitivanju podele krugova i optič-
kih mikrometara geodetskih i astronomskih
instrumenata (doktorski rad, 1965. god.).
5. ČINKLOVIĆ NIKOLA: Paralaktična poligonometrija kao metoda
za određivanje tačaka osnovnih poligono-
metrijskih mreža (doktorska disertacija,
1960. god.).
6. Radovi Savezne geodetske uprave na astronom-
sko-geodetskoj mreži, Portorož, 1962. god.
7. MILOVANOVIĆ VLADETA: Ispitivanje limbove podele teodolita
predvidjenih za tačnija uglovna merenja
(Zbornik Geodetskog instituta br. 3, 1960.).
8. LITVINOV B.A. Geodezičeskoe instrumentovedenije
LOBACEV V.M. : (Moskva, 1971. god.).
VORONKOV N.N. :

9. SVEČNIKOV NIKOLA: Gradske geodetske mreže
(Savezna geodetska uprava, 1964. god.)
10. JAKOVLEV N. V.: Ob učete klimatologičeskikh osobenostej goroda pri uglovih izmerenijah v gorockoj trijangu-
lacii I klasa
(Geodezija i aerofotosjenka 6, Moskva 1960.
godina).
11. JAKOVLEV N.V.: O vigodneišen vremeni nabljudeni v gorockoj
trianguljacii (Geodezija i aerofotosjenka 2,
Moskva, 1962. god.).
12. TARTAČINSKIJ, R.M.: K voprosu opredelenija popravok v izmere-
nie ugli za bokovuju refrakciju.
(Geodezija, kartografija i aerofotosjenka 13
Lvov, 1972. god.).
13. TARTAČINSKIJ, R.M.: Isledovanija slučajnih i sistematičeskikh
ošibok uglovih izmerenih v setjah triangu-
liaciji. (Geodezija, Kartografija i Aero-
fotosjenka 15, Lvov, 1972. god.).
14. TARTAČINSKIJ, R.M.: Zavisimost izmenjenija bokovoj refrakcii
ot radijacionovo balansa v gornoj mesnosti.
(Geodezija, kartografija i aerofotosjonka
18, Lvov 1973. god.).
15. TARTAČINSKIJ, R.M.: Ozavisimosti ošibok uglovih izmerenih v
setjah trianguliaciji ot sastojanija pagodi.
(Geodezija, kartografija i aerofotosjenka
18, Lvov 1973. god.).
16. TARTAČINSKIJ, R. N.: Temperaturnoe polje goroda i jevo vlija-
nije na rezultati uglovih izmerenih v
gorockoj trianguliaciji. (Geodezija, kar-
tografija i aerofotosjenka 19, Lvov, 1974.)

17. TARTAČINSKIJ, R. M.: Ob ostatočnih ošipkah refrakcionovo ha-
raktera v setjah trianguliaciji. (Geodezija,
kartografija i aerofotosjenka 19, Lvov 1974).
18. TARTAČINSKIJ, R.M.: Isledovanije bokovoj refrakciji v eksperi-
mentalnoj gorockoj seti trianguliaciji.
(Geodezija, kartografija i aerofotosjenka 22,
Lvov 1975. god.).
19. Spravočnik geodezista, Moskva 1975. god.
20. BÖHM JOZEF: Račun izravnavanja, Prag 1962. god.
21. SVEČNIKOV NIKOLA: Viša geodezija I, Beograd 1953. god.
22. MIHAILOVIĆ KRUNISLAV: Geodezija II, Beograd 1974. god.
23. JUNOSEV : Refrakcija svetlosti, Monografija (prevod).
24. MIHAILOVIĆ KRUNISLAV: Teorija izravnanja i ocene tačnosti
korelativno zavisnih veličina (skripta,
Beograd 1969. god.).
25. MILOVANOVIĆ VLADETA
BRATULJEVIĆ NATALIJA: O ispitivanju limbove podele preciznih
teodolita (Zbornik geodetskog instituta
- u štampi)
26. JOVANOVIĆ MIODRAG: Gradske trigonometrijske mreže (doktorska
disertacija 1963. god.)
27. Simpozijum o osnovnim geodetskim radovima
(Herceg Novi, 1976.)
28. ZEREMSKI PAVLE: Kritički osvrt na mere tačnosti geodetskih
mreža (magistarski rad, 1977. god.)

29. BRUGGEMANN, G. Mikrometer undersøchungen an sekundentheo-
HALLERMANN, L. doliten. (Karlsruhe 1973. god.).
KAHMEN, H.
HOFMAN, W.
ZETSCHKE, H.
30. SPIRIDONOV, A.I.: Isledovanie pogrešnostej optičeskijh mikro-
metrovoj teodolitoj sposobom kratnijh inter-
valov. (CNIIGAIK, Moskva).
31. BRATULJEVIĆ NATALIJA: Prethodna ocena tačnosti metoda merenja
uglova i dužina u mikrotrigonometrijskim
mrežama (pripremljeno za štampu).
32. BRATULJEVIĆ NATALIJA: Ispitivanje optičkih mikrometara pre-
ciznijh teodolitoj (Zbornik Geodetskog insti-
tuta - u štampi).
33. ČINKLOVIĆ NIKOLA
BRATULJEVIĆ NATALIJA: Trigonometrijska mreža Nikšića
(Elaborat 1977. god.)
34. PAUNOVSKI BORIS: Gradske trigonometrijske mreže sa posebnim
osvrtom na analizu uglovnijh merenja
(magistarski rad, 1976. god.).



