...I FAKULTET
...U BEOGRADU

NESTACIONARNO TEČENJE VODE U PRIRODNIM TOKOVIMA

[illegible] uskatirović, dipl.inž.
asistent Gradjevinskog fakulteta
Univerziteta u Beogradu

NESTACIONARNO TEČENJE VODE U PRIRODNIM TOKOVIMA

Doktorska disertacija
izradjena na
Gradjevinskom fakultetu Univerziteta u Beogradu

Rukovodilac:
Dr.Inž.[illegible]
vanredni profesor Gradjevinskog fakulteta

Beograd
19[illegible]

S A D R Ž A J

Strana

Strana

Strana

1. UVOD

Teorija nestacionarnog tečenja u otvorenim tokovima od izvanrednog je značaja za svakodnevnu inženjersku praksu. Ni jedan ozbiljniji hidrotehnički poduhvat se ne može zamisliti bez prethodne analize nestacionarnih pojava koje se u konkretnom slučaju mogu pojaviti.

Fenomen nestacionarnog tečenja u otvorenim tokovima definisan je osnovnim jednačinama Saint-Venanta, koje sa matematičke tačke gledišta predstavljaju par parcijalnih diferencijalnih kvazilinearnih jednačina hiperboličnog tipa.

Kao što je poznato, ne postoji metoda direktnog rešavanja jednačina ovog tipa, što i predstavlja glavni "kamen spoticanja" kod rešavanja teorijskih i praktičnih problema nestacionarnog kretanja u otvorenim tokovima.

Hidraulička literatura u kojoj se tretira ova problematika, izvanredno je obimna. Bez preterivanja se može reći da su se ovom materijom bavili [illegible] hidraulike.

Naša literatura je međutim vrlo siromašna radovima iz ove oblasti, mada oni koji postoje [4], predstavljaju značajan doprinos svetskoj literaturi. Broj je i inače stručnih radova i studija relativno vrlo mali, u odnosu na radove iz drugih oblasti hidraulike.

Ovo je bio jedan od razloga koji nas je na izvestan način [illegible] problemu analize nestacionarnog tečenja u otvorenim tokovima.

[illegible] talasa u prirodnim [illegible] [illegible] u literaturi uglavnom pomoću [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible]

po kvantitetu, tako i po kvalitetu. Ovo je bio drugi ozbiljan razlog da se pozabavimo ovom materijom.

Pomenuti rad [4], "Opšte numeričko rešenje [illegible] talasa u slob[illegible]", tretira [illegible] [illegible] slučaj tokova sa slobodnim ogledalom proizvoljnog preseka, koji se mogu definisati Froudeovim brojem početnog hidrauličkog režima. Složen rečni profil, na kakav se u prirodi najčešće nailazi, ne može se tretirati na ovaj način, s obzirom na promenljivu srednju brzinu u glavnom rečnom koritu i u inundaciji, kao i na uticaj inundacije na transformaciju talasa.

Kao treći i najozbiljniji razlog da smo prišli izradi disertacije sa ovom temom jeste namera da se domen obuhvaćen pomenutim radom [4], proširi i na prirodna korita, pa makar metodika ne bila identična. Na taj način bi se i oblast nestacionarnog tečenja u prirodnim vodotocima približila inženjerima projektantima, koji bi na dovoljno efikasan i tačan način mogli vršiti proračune ove vrste, pomoću unapred pripremljenih nomograma.

Kako je već pomenuto, naša literatura iz ove oblasti je više nego skromna. U svetskoj literaturi je poznat veoma mali broj publikacija koje ovu problematiku tretiraju kompleksno, i to sa aspekta prirodnih vodotoka. Zato nam se još u samom početku rada na disertaciji kao osnovna koncepcija nametnula potreba detaljne analize postojeće materije. Pri tome ova analiza ne bi bila isključivo retrospektivna, već bi na neki način prošla kroz "filter" prirodnih tokova i na osnovu takvog načina posmatranja bili bi doneti odgovarajući zaključci.

U samom početku nismo hteli pomišljati na neku novu metodu, jer smatramo da bezuslovno insistiranje na "novim"metodama, a poznato je da već ima mnogo postojećih, može da zavede - da dovede do "metode radi metode". A to nije bila svrha našeg rada. Osnovni cilj je bio razrada postupka za konstrukciju nomograma za proračun propagacije talasa u otvorenim vodotocima, pa makar i po nekoj od već postojećih metoda proračuna.

U disertaciji su analizirani prvenstveno poplavni talasi u prirodnim vodotocima, a zatim i sve ostale vrste talasa kod kojih se može zanemariti vertikalno ubrzanje vodenih čestica. Drugim rečima, talasi za koje važi hidrostatički raspored pritisaka po dubini toka i ujednačenost brzine u svim tačkama poprečnog preseka toka; tj. sve vrste talasa na koje se u praksi nailazi.

Teza obuhvata sedam poglavlja, koja sa jedno čine celinu.

Nakon uvoda i opšteg pogleda na osnovne tipove nestacionarnih pojava, izvedene su osnovne jednačine kako za idealizovani slučaj prizmatičnog korita, tako i za složeno prirodno rečno korito, što i jeste poenta ove glave.

U četvrtoj glavi analizirani su konturni uslovi na koje se u inženjerskoj praksi najčešće nailazi, naročito kod analize poplavnih talasa u prirodnim vodotocima.

[illegible] je posvecena metodama resavanja [illegible] jednacine nestacionarnog kretanja, sa [illegible] [illegible]

[illegible] i z [illegible] o [illegible] [illegible]

[illegible]

[illegible] proracune nomograma.

[illegible] u praksi, sa iskustvima stecenim u [illegible]

[illegible] predstavlja posve originalan [illegible] [illegible]

[illegible] ucinjen, s obzirom [illegible] [illegible] na ovoj problematici. [illegible] prilozen je spisak [illegible]

U poglavlju "Prilozi" dati su crteži i izvesni proračuni za koji se smatralo da bi opterećivali osnovni [illegible].

[illegible] ti analiza nestacionarnog kretanja vode datira još sa [illegible]

[illegible] se razvijala uglavnom u dva osnovna pravca: sa jedne [illegible]

Autor meto[illegible] karakteristik[illegible] je Belgijanac [illegible] [illegible] jeć[illegible] [illegible] rietajnović (1938) [20] i [illegible] (1938) [18] [illegible] je od ovog vremena do današnjih [illegible] (1947) [3] , [illegible] (1950) [40] [illegible] gi drugi - nabrojani su samo najznačajniji , [illegible] slobodno reći da još od [illegible] rada nije bilo suštinski novih ideja u evoluciji metode karakteristika. Izuzetak čine najnoviji radovi koji se odnose na primenu [illegible] nog kretanja u otvorenim tokovima po metodi karakteristika. [illegible] postupak bar prema sad[illegible] stanju stvari [illegible] [41], Freissmen i Cunge [34].

[illegible]

[illegible] [ ] [illegible] [3] [illegible] [21].

[illegible]

[illegible], pri čemu je akcenat bačen na specifične uslove koji [illegible]

2. [illegible]

Najopštiji vid kretanja vode u otvorenim tokovima [illegible] ili [illegible]ljeno kretanje. [illegible] ostale vrste kretanja predstavljaju samo jednu varijantu ovog opšteg slučaja.

Pod nestacionarnim kretanjem se podrazumeva takvo kretanje, kod koga su osnovni parametri režima promenljivi u toku vremena, u bilo kom poprečnom preseku toka.

Sa teorijske tačke gledišta kretanje vode u prirodnim tokovima je isključivo nestacionarno. Iz praktičnih razloga medjutim, izmedju dve nestacionarne promene, tretira se kao stacionarno.

Osnovni cilj kod rešavanja problema nestacionarnog kretanja u otvorenim tokovima jeste [illegible] osnovnih parametara režima u pojedinim presecima [illegible] tokom vremena. Ako se sa A_1, A_2, ..., A_n obeleže traženi parametri režima, [illegible] je svrha [illegible] nestacionarnih promena u jednom toku [illegible]

$$A_1 = f_1(x, t)$$

$$A_2 = f_2(x, t) \qquad [illegible]$$

$$\dots$$

$$A_3 = f_3(x, t)$$

U literaturi se [illegible] nestacionarnog fenomena u otvorenim tokovima kratko naziva talas. U stranoj literaturi za razne vrste talasa postoje i razni termini. Kod nas, reč "talas" ostaje u korenu za svaku vrstu, s tim što joj se kao prefiks dodaje opisni pridev koji definiše karakter: poplavni talas, strmi talas itd.

S obzirom da će se u daljem izlaganju koristiti brojni izrazi, specifični za ovu oblast hidraulike, smatramo da nije na odmet pomenuti i eventualno definisati one najvažnije.

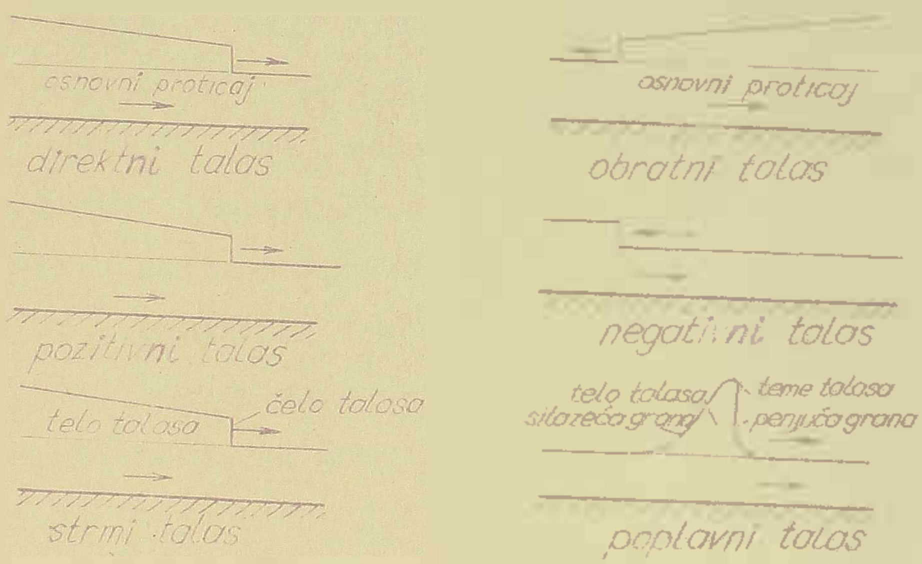
Kristijanović [20] je talas u otvorenom toku, sa matematičke tačke gledišta definisao kao nestacionarno [illegible] određenom u nekoj oblasti promene nezavisno promenljivih [illegible], pri čemu posmatrano rešenje u dotičnoj oblasti ima neprekidne konačne izvode prvog reda. Matematički [illegible] i unutrašnjih uslova merodavnih za dotičnu oblast. U praksi se obično nestacionarna promena definiše u jednom preseku u vidu promene proticaja ili vodostaja, sa vremenom. [illegible] seku, obično se zadaje drugi konturni uslov, o čemu će biti reči docnije.

Talasi se dele prema pravcu kretanja u odnosu na pravac tečenja osnovnog toka, na direktne (pravac propagacije talasa identičan je sa pravcem tečenja osnovne [illegible] gacije obrnut od pravca kretanja osnovnog toka).

Prema obliku talasa na njegovom početku, odnos[illegible] talasi mogu biti blago promenljivi, i oni koji se odlikuju jasno izraženim čelom. Kada je već reč o čelu, na talasu razlikujemo sledeće osnovne elemente: čelo talasa, vrh, ledja i telo talasa. Poplavni talasi nemaju čelo, ali zato kod njih razlikujemo penjuću i silazeću granu talasa i naravno njegov vrh ili teme.

Ako je talas nastao kao posledica porasta proticaja (nailazak velike vode u pritoci na matičnu reku), onda je to pozitivan talas. Ukoliko je pojava talasa vezana za smanjenje proticaja, (naglo oticanje iz akumulacije izaziva pojavu talasa uzvodno od brane), onda je to negativan talas.

Svi pomenuti termini dokumentovani su odgovarajućom skicom na slici 1.



Sl. 1

Najvažniji tipovi talasa koji se u praksi najčešće javljaju biće izneti po redosledu koji je adekvatan značaju koji im je u ovoj disertaciji pripisan.

<u>Poplavni talasi.</u> Poplavni talasi u prirodnim uslovima nastaju kao posledica nailaska velikih voda izazvanih intenzivnim padavinama u slivu u vidu kiše, topljenjem snega ili kombinacijom jednog i drugog. Začetak poplavnih talasa obično je vezan za gornje, planinske delove sliva reke, gde su i padavine obično intenzivnije, a strmenitost sliva veća, tako da je i slivanje brže i koncentrisanije.

Poplavni talas je isključivo nestacionarna pojava, čiji uzroci njegovog nastanka (kiša, topljenje snega, itd., mogu biti stacionarni u jednom dužem vremenskom razdoblju. Ovo se objašnjava time što u formiranju [illegible] [illegible] nazvanog poplavni talas.

[illegible] "[illegible]" na ovaj osnovni proticaj i počinje po njemu [illegible] - [illegible] talasu se manifestuju njegovim spljoštavanjem - smanjenjem maksimalnih vrednosti vodostaja i proticaja, ali i produženjem njegovog trajanja. Transformacije talasa je posledica retenzionog dejstva korita. Sličan proces se odigrava i pri prolasku talasa kroz akumulaciju.

[illegible] one površine, mogu izazvati obratan efekat - transforma- [illegible] vrednosti vodostaja i proticaja. Nagli nailazak velikih voda pritoke može izazvati nestacionarne promene koje će se propagirati ne samo nizvodno, već čak i uzvodno, u pravcu suprotnom od pravca nailaska poplavnog [illegible].

[illegible] vodotocima praksa nameće niz problema čije rešavanje ima izvanredan značaj za privredu uopšte: prognoze nailaska velikih voda, analiza isključenja retenzionih površina, regulisanje rečnih tokova itd.

[illegible]

Strmi talasi. [illegible] je tip talasa koji za razliku od poplavnih ima jasno izraženo "čelo". Nastaje pri [illegible] pitanju nagli porast ili smanjenje proticaja. Brojni su [illegible] češće [illegible] kao posledica čovekovog uticaja.

Izuzetno mogu se javiti i u prirodi: nagli nailazak bujičnih poplava na bujičnim tokovima npr. [illegible], najčešće se javljaju kao posledica rada hidroelektrana, brodskih prevodnica, naglog uklanjanja prepreka u rečnom toku itd.

[illegible] nog direktnog talasa pod pretpostavkom da nema trenja, [illegible] lasa, situacija je obrnuta - strmenitost čela se relativno brzo gubi.

[illegible] do "prigušenja" talasa - nestanka čela.

Talasi koji nastaju [illegible].

Ova vrsta talasa se pominje radi potpunosti u izlaganju, mada neće biti tretirana u ovoj disertaciji. [illegible] ćemo naglasiti da i ovaj tip u izvesnom smislu [illegible] vlja talase sa strmim čelom, koji su specifični [illegible] ovoga nastanka. [illegible] na je od životnog značaja (Holandija).

Mali talasi. Mali talasi predstavljaju [illegible] ični slučaj talasa sa konačnom amplitudom. Javljaju se pri [illegible] malih [illegible] je više teorijske prirode, pošto je s obzirom na malu vrednost promene proticaja moguća linearizacija kvadratnih članova u osnovnim jednačinama, čime se omogućava njihova nesmetana integracija.

Pored ovih osnovnih tipova talasa postoji još niz nedovoljno opredeljenih, koji se ne bi mogli svrstati ni u jednu od pomenutih grupa. S obzirom da je naš osnovni cilj analiza poplavnih talasa, to ni ovi slučajevi neće biti detaljnije tretirani.

3. OSNOVNE JEDNAČINE NESTACIONARNOG KRETANJA VODE U OTVORENIM TOKOVIMA

Diferencijalne jednačine nestacionarnog kretanja u otvorenim tokovima izveo je St.Venant još 1871 god, tako da se vrlo često zovu i St.Venant-ove jednačine. Nakon njega, njihovim izvodjenjem bavio se veliki broj autora. Smatrali smo da je radi kontinuiteta u izlaganju materije neophodno priložiti i ovo izvodjenje. Pri tome ćemo se pridržavati postupaka izloženih u literaturi [3] , [15] i [41] po pitanju jednačina izvedenih za prizmatično korito.

Prirodni fenomen onakav kakav je, bilo bi nemoguće obuhvatiti matematičkim jednačinama bez izvesnih aproksimacija, s obzirom na njegovu složenost. Iz tog razloga se pribegava izvesnoj šematizaciji, koja medjutim ne utiče bitno na karakter rešenja, a omogućava da se do traženih jednačina dodje. Šematizacija se sastoji u sledećem:

a/ Vertikalno ubrzanje delića vode je zanemarljivo malo, što znači da se pritisak u bilo kojoj tački poprečnog preseka ponaša po zakonima hidrostatike. Drugim rečima, to bi značilo da je slobodna površina vode u bilo kom poprečnom preseku horizontalna.

b/ Za slučaj nestacionarnog kretanja važi ista sila otpora usled trenja konstatovana za tok iste srednje brzine i srednje dubine u slučaju stacionarnog tečenja.

I ova aproksimacija ne može izazvati ozbiljnu grešku, s obzirom da većina prirodnih tokova pripada grupi tokova sa blago promenljivim režimom.

Osnovne jednačine će biti izvedene za jedinstveno korito prizmatičnog oblika i za složeno prirodno [illegible].

Pod jedinstvenim prizmatičnim koritom podrazu- [illegible] ne menja duž jedne odredjene deonice, i koji ne sadrži inundacione površine. I ako očigledno predstavlja aprok- [illegible] matičnog korita ima svog punog opravdanja. Poznata je činjenica da se na osnovu morfološke analize korita prirodnog vodotoka može konstatovati takve deonice vodotoka, na kojima je poprečni presek uniforman po svojim geometrijskim karakteristikama (površina i oblik preseka).

[illegible] je retko jedinstveno; pored glavnog dela korita obično [illegible] ključivo protočnu [illegible] ciju, složeno prirodno korito ima [illegible] poplavnog talasa. Iz tog razloga će biti interesantno izvesti osnovne jed- [illegible] vo [illegible], da bi se videlo da li i ukoliko [illegible], koj- [illegible] tokovima.

S obzirom da se jednačine odnose na [illegible] pojave, to se kao nezavisno promenljive veličine javljaju odstojanje duž toka (x) i vreme (t). Za zavisno promenljive se obično usvajaju srednja brzina toka (v) i vodostaj (z) ili dubina (y), ili protiecaj (Q) i površina poprečnog preseka (F).

Pošto su zavisno promenljive jednovremeno funkcija i vremena (t) i rastojanja (x), to se njihova elementarna promena mora izražavati pomoću parcijalnih izvoda. Ukupna promena brzine i dubine toka, data je jednačinom (3.1.).

$$dv = \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right) dx + \left(\frac{\partial v}{\partial t}\right) dt$$

$$dy = \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right) dx + \left(\frac{\partial y}{\partial t}\right) dt \qquad (3.1.)$$

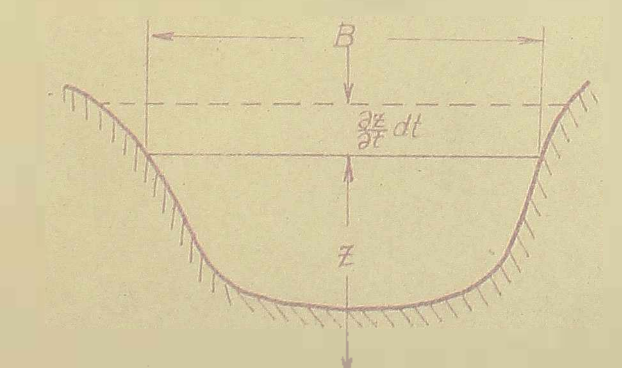
Gornje jednačine bi se mogle iskazati rečima na sledeći način: ukupnu promenu zavisno promenljivih (v) i (y) čini lokalna promena dotične veličine po vremenu i trenutna promena iste te veličine duž toka. U ovome je suština nestacionarnosti pojave.

3.1. Nestacionarno kretanje u otvorenim tokovima prizmatičnog oblika i pravougaonog poprečnog preseka

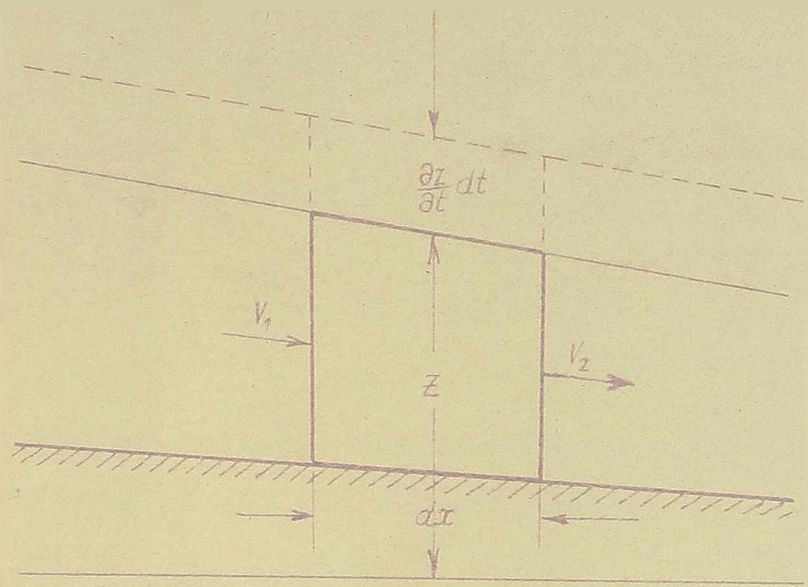
Osnovne jednačine će biti izvedene na osnovu zakona o neprekidnosti fluida i zakona održanja energije.

Jednačina kontinuiteta

Posmatraćemo elementarnu zapreminu toka izdvojenu pomoću dva preseka 1 - 1 i 2 - 2 (vidi sliku 3.1.1 a/ i b/).



sl.(3.1.1-a) Poprečni presek posmatranog toka



Sl. (3.1.1 Uzdužni presek posmatranog toka

Pošto je tečenje [illegible], zapremina vode koja uđe u posmatranu elementarnu deonicu mora biti ravna zapremini koja iz nje izađe. Ukoliko razlike postoji, one se [illegible] kao promena [illegible] na posmatranoj elementarnoj deonici.

Ako se ova konstatacija izrazi matematičkom jednačinom, dobija se:

$$(F_1 \cdot v_1 - F_2 \cdot v_2) \cdot dt = \frac{\partial z}{\partial t} \cdot dt \cdot B \cdot dx \qquad (3.1.2)$$

(Indeksi 1 odnosno 2, odnose se na odgovarajuće preseke na sl. 3.1.1).

Jednačina (3.1.2) se može uprostiti, ako se ima u vidu da je:

$$(F_1 \cdot v_1 - F_2 \cdot v_2) = -\Delta(F \cdot v) = -\frac{\partial}{\partial x}(F \cdot v) dx - \frac{\partial}{\partial t}(F \cdot v) \cdot dt \qquad (3.1.3)$$

kao i to da je promena proticaja u toku vremena jednaka nuli (pod pretpostavkom da nema bočnog doticaja [illegible]). Na ovaj način se jednačina (3.1.2) svodi na:

$$- \frac{\partial}{\partial x}(F \cdot v)\, dx \cdot dt = \frac{\partial z}{\partial t} dt \cdot B\, dx \qquad (3.1.4)$$

Konačno se dobija:

$$\frac{\partial}{\partial x}(F \cdot v) + \frac{\partial z}{\partial t} \cdot B = 0 \qquad (3.1.5)$$

što predstavlja definitivan oblik jednačine kontinuiteta za slučaj jedinstvenog prizmatičnog korita.

Ukoliko bi postojao i bočni doticaj, jednačina kontinuiteta bi glasila:

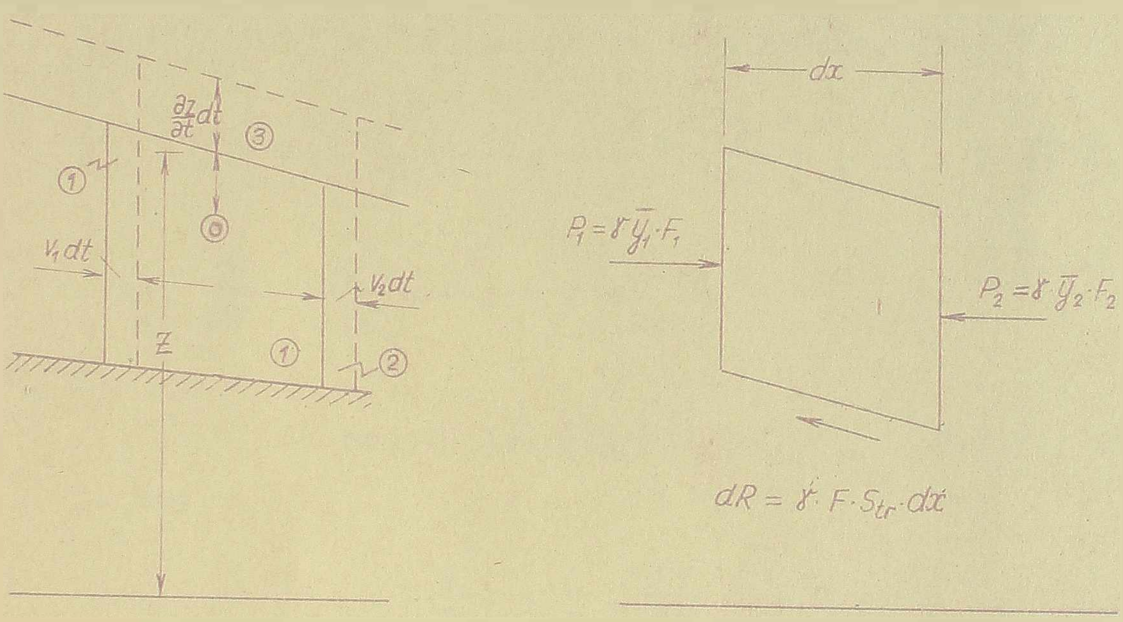
$$\frac{\partial}{\partial x}(F \cdot v) + \frac{\partial z}{\partial t} B + q_l = 0 \qquad (3.1.6)$$

Odnosno

$$\frac{\partial}{\partial x}(Q) + \frac{\partial F}{\partial t} + q_l = 0 \qquad (3.1.6')$$

<u>Dinamička jednačina.</u> Izvodjenje jednačine zasniva se na sledećem postulatu: rad svih spoljašnjih sila koje deluju na izdvojenu elementarnu zapreminu fluida, jednak je promeni kinetičke energije koju poseduje dotična zapremina.

[illegible] elementarnu zapreminu fluida koja se pod dejstvom spoljašnjih sila menja kao što je pokazano na slici (3.1.7).



Sl. (3.1.7)

U toku perioda (dt), posmatrana zapremina fluida se uvećala za zapremine (2) i (3), a umanjila za zapreminu (1). Ako se suma svih radova i promena kinetičke energije izjednače sa nulom (tabela 3.1.I), dobija se izraz (3.1.8)

$$F_1 \cdot v_1\left(z_1 + \frac{v_1^2}{2g}\right) - F_2 \cdot v_2\left(z_2 + \frac{v_2^2}{2g}\right) - B \cdot dx\left(z + \frac{v^2}{2g}\right) \cdot$$

$$\cdot \frac{\partial z}{\partial t} - F \cdot dx\left[\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{v^2}{2g}\right)\right] - F \cdot v \cdot S_{tr} \cdot dx = 0 \quad (3.1.8)$$

Ako se razlika $\left[F_1 \cdot v_1 (z_1 + \frac{v_1^2}{2g}) - F_2 \cdot v_2 \cdot (z_2 + \frac{v_2^2}{2g})\right]$ napiše u vidu promene $\frac{\partial}{\partial x}\left[(z + \frac{v^2}{2g}) \cdot F \cdot v\right] \cdot dx$, jednačina (3.1.8) se transformiše u jednacinu (3.1.9):

$$F \cdot v \cdot \frac{\partial}{\partial x}(z + \frac{v^2}{2g}) + (z + \frac{v^2}{2g})\left[\frac{\partial}{\partial x}(F \cdot v) + B \cdot \frac{\partial z}{\partial t}\right] + F \cdot \frac{\partial}{\partial t} \cdot \frac{v^2}{2g} = F \cdot v \cdot S_{tr} \qquad (3.1.9)$$

Na osnovu jednačina (3.1.5) i (3.1.9), dobija se:

$$\frac{\partial}{\partial x}(z + \frac{v^2}{2g}) + \frac{1}{g} \cdot \frac{\partial v}{\partial t} = - S_{tr} \qquad (3.1.10)$$

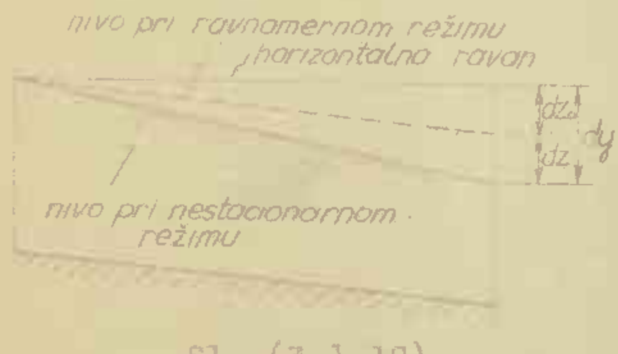
Kada se prvi član na levoj strani gornje jednačine razvije, dobija se:

$$\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{v}{g} \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{g} \cdot \frac{\partial v}{\partial t} = - S_{tr} \qquad (3.1.11)$$

Konačno, jednačina (3.1.11) se može napisati u obliku

$$\frac{\partial y}{\partial x} + \frac{v}{g} \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{g} \cdot \frac{\partial v}{\partial t} = S_0 - S_{tr} \qquad (3.1.12)$$

pošto se sa slike (3.1.12) vidi da je:



Sl. (3.1.12)

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial z_0}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial x} \qquad (3.1.13)$$

Tabela (3.1.1)

	(1)	(2)	(3)	(4)
Vrsta promene	Oduzima se	Dodaje se	Dodaje se	Isključivo promene po vremenu
Rad spoljašnjih sila	$\gamma \cdot \bar{y}_1 \cdot F_1 \cdot v_1 \cdot dt$ (pritisak)	$-\gamma \cdot \bar{y}_2 \cdot F_2 \cdot v_2 \cdot dt$ (pritisak)	-	$-\gamma \cdot F \cdot S_{tr} \cdot dx \cdot v \cdot dt$ (trenje)
Rad sile zemljine teže	$(\gamma \cdot F_1 \cdot v_1 \cdot dt)(\bar{z}_1 - \bar{y}_1)$ (sopstvena težina)	$-(\gamma \cdot F_2 \cdot v_2 \cdot dt)(\bar{z}_2 - \bar{y}_2)$ (sopstvena težina)	$-\gamma \cdot B \cdot dx \cdot \frac{\partial z}{\partial t} dt$ (sopstvena težina)	-
Gubitak kinetičke energije	$(\gamma \cdot F_1 \cdot v_1 \cdot dt) \frac{v_1^2}{2g}$	$-(\gamma \cdot F_2 \cdot v_2 \cdot dt) \cdot \frac{v_2^2}{2g}$	$-\gamma \cdot B \cdot dx \cdot \frac{\partial z}{\partial t} \cdot \frac{v^2}{2g} \cdot dt$	$-\gamma \cdot F \cdot dx \frac{\partial}{\partial t} (\frac{v^2}{2g}) dt$
Suma učinjenog rada i gubitaka kinetičke energije, svedeno na jedinično vreme	$F_1 \cdot v_1 (z_1 + \frac{v_1^2}{2g})$	$-F_2 \cdot v_2 \cdot (z_2 + \frac{v_2^2}{2g})$	$-B \cdot dx (z + \frac{v^2}{2g}) \frac{\partial z}{\partial t}$	$-F \cdot dx \cdot \frac{\partial}{\partial t} (\frac{v^2}{2g}) - v \cdot F \cdot S_{tr} \cdot dx$

(Kako je $\frac{\partial z}{\partial x} = - S_o$, to je $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial y}{\partial x} - S_o$)

Jednačina (3.1.11) predstavlja dinamičku jednačinu izvedenu za korito prizmatičnog oblika.

Na sličan način se dolazi i do osnovnih jednačina za otvorene tokove pravougaonog poprečnog preseka (šematizacija kojoj se pribegava kod izrazito razvučenih profila):

jednačina kontinuiteta

$$v \cdot \frac{\partial y}{\partial x} + y \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{1}{B} \cdot q_1 = 0 \qquad (3.1.12)$$

dinamička jednacina

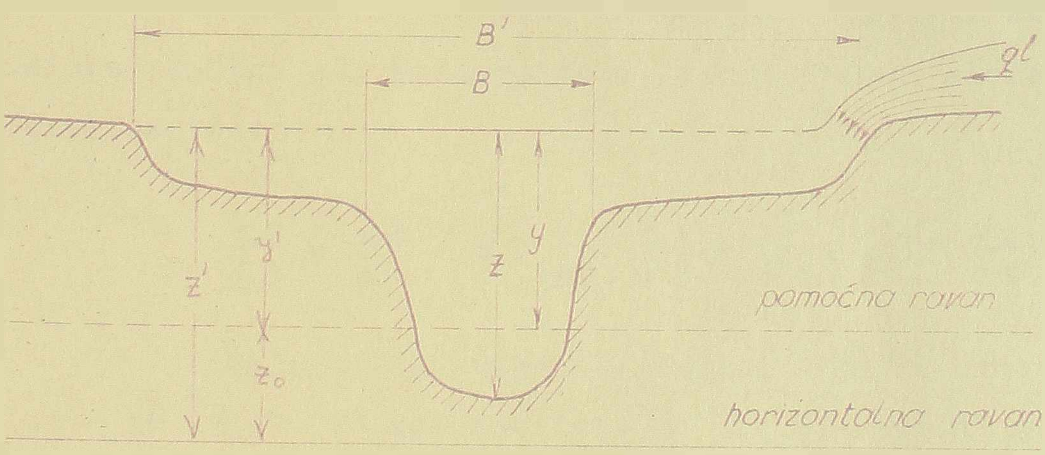
$$\frac{\partial y}{\partial x} + \frac{v}{g} \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{g} \cdot \frac{\partial v}{\partial t} = S_o - S_{tr} \qquad (3.1.13)$$

y - dubina pravougaonog profila

3.2 Nestacionarno kretanje u otvorenim tokovima složenog poprečnog preseka

Jednačine će, kako je to već pomenuto, biti izvedene za složeno rečno korito koje ima dvostruku funkciju: protočnu i retenzionu. Pri tome se ipak vrši izvesna šematizacija u odnosu na prirodno stanje. Naime, smatra se da je srednji deo korita isključivo protočni, a da inundacija ima samo retenziono svojstvo. Ova pretpostavka ne odgovara stvarnoj situaciji u prirodi. Poznato je naime da i retenzija može biti isto tako protočna. Medjutim, isto tako je poznato da se u složenom rečnom profilu brzina toka ne može u svim tačkama zameniti jednom istom srednjom brzinom; strujne slike u glavnom koritu i u inundaciji bitno se razlikuju. Kako smo medjutim već ranije pomenuli, problem nestacionarnog kretanje u otvorenim tokovima može biti rešen samo ukoliko važi pretpostavka o jednoj reprezentativnoj vrednosti [illegible] najmanje tri različite vrednosti srednjih brzina (dve u levoj i desnoj inundaciji i jedna u glavnom koritu), [illegible] znači da bi problem praktično bio nerešiv. Iz tog razloga moramo tačno razgraničiti svojstva pojedinih delova korita, [illegible] lase velike vode.

Korito za koje će biti izvedene osnovne jednačine prikazano je na slici (3.2.1). Ono je promenljivo duž toka.



Sl. (3.2.1) Poprečni presek složenog prirodnog korita

[illegible] biti različit. U slučaju da je inundacija relativno uska, nivoi u glavnom koritu i u inundaciji biće identični. Ukoliko je inundacija široka (regulisani tok se jako [illegible] većih reka), nivoi se razlikuju. Ova razlika zavisi od trenutne situacije - da li je u pitanju nailazak ili povlačenje velikih voda - a proporcionalna je kvadratu brzine glavnog toka $\propto \left(\frac{v^2}{2g}\right)$. Do razlike u nivoima može doći i usled pojave bočnog strujanja u inundaciji, pri čemu se ovo strujanje odvija od glavnog korita pri nailasku talasa, odnosno ka glavnom koritu pri povlačenju vode, i proporcionalno je nekoj funkciji $\left[f\left(\frac{\partial z}{\partial t}\right)\right]$ intenziteta promene vodostaja u toku vremena.

Prema tome, nivo u inundaciji složenog rečnog profila može se izraziti sledećom jednačinom

$$z' = z + \alpha \cdot \frac{v^2}{2g} \pm \beta\left[f\left(\frac{\partial z}{\partial t}\right)\right] \qquad (3.2.2)$$

Jednačina kontinuiteta

U toku jediničnog intervala vremena i na jediničnoj dužini posmatranog toka, akumulira se sledeća zapremina vode:

$$\frac{\partial z'}{\partial t} = \frac{\partial z}{\partial t} + \alpha \cdot \frac{v}{g} \cdot \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t}\left\{\pm \beta\left[f\left(\frac{\partial z}{\partial t}\right)\right]\right\} \qquad (3.2.3)$$

Ako pretpostavimo da postoji i bočni doticaj q_t, onda se jednačina kontinuiteta za složeni rečni profil s obzirom na jednačine (3.1.6') i (3.2.3), može napisati u sledećem obliku:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + B'\left(\frac{\partial z}{\partial t}\right) + (B' - B)\,\alpha\,\frac{v}{g} \cdot \frac{\partial v}{\partial t} + (B' - B) \cdot \frac{\partial}{\partial t}\left\{\pm \beta\left[f\left(\frac{\partial z}{\partial t}\right)\right]\right\} + q_t = 0 \qquad (3.2.4)$$

Treći i četvrti član gornje jednačine zanemarljivo su mali u odnosu na ostale članove, što bi značilo da je nivo u složenom profilu jedinstven. (Ovo je evidentno kada se ima u vidu činjenica da intenzitet promene brzine toka kod naših većih reka - Velike Morave na primer - ne iznosi više od 2m/s/dan, kao i to da prema izrazu kojim je definisan, intenzitet promene vodostaja predstavlja malu veličinu drugog reda u odnosu na ostale članove gornje jednačine). Nakon ovakvog rasudjivanja, jednačinu (3.2.4) možemo napisati u sledećem obliku:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + B' \cdot \frac{\partial z}{\partial t} + q_1 = 0 \qquad (3.2.5)$$

Gornja jednačina se može transformisati na sledeći način:

$$\frac{\partial}{\partial x}(F \cdot v) + B' \cdot \frac{\partial z}{\partial t} + q_1 = 0 \qquad (3.2.6)$$

Pošto se površina poprečnog preseka menja usled promene vodostaja duž toka i usled promene oblika samog profila duž toka, to se jednačina (3.2.6) može razviti i dalje:

$$F \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + B' \cdot \frac{\partial z}{\partial t} + q_\ell + v \left(B \cdot \frac{\partial z}{\partial x} + \left. \frac{\partial F}{\partial x} \right|_{z=const} \right) = 0 \qquad (3.2.7)$$

Umesto vodostaja (z) može se operisati sa dubinom (y), merenom od nekog nultog vodostaja koji odgovara nekom malom proticaju u reci

$$F \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + B' \frac{\partial y}{\partial t} + q_\ell + v \left(B \cdot \frac{\partial y}{\partial x} + \left. \frac{\partial F}{\partial x} \right|_{y=const} \right) = 0 \qquad (3.2.8)$$

Gornja jednačina predstavlja jednačinu kontinuiteta za složeni prirodni profil, sa bočnim doticajem.

Dinamička jednačina.

Jednačina će biti izvedena za elementarnu zapreminu fluida mase $m = \rho \cdot V$, iz uslova da je veličina ukupne promene količine kretanja (promena količina kretanja toka u glavnom delu korita + promena količine kretanja usled bočnog doticaja + promena količine kretanja koja otpada na retenzioni deo korita), jednaka sumi svih spoljašnjih sila koje deluju na izdvojenu elementarnu zapreminu fluida.

Od spoljašnjih sila izdvojena elementarna zapremina fluida se nalazi pod dejstvom sledećih: sile hidrostatičkog pritiska na granične ravni izdvojene elementarne zapremine, sile trenja po okvašenom obimu posmatranog elementa fluida i konačno sile zemljine teže koja izaziva ubrzanje posmatrane zapremine u pravcu toka.

Priraštaj količine kretanja:

a/ promena količine kretanja glavnog toka

$$d(\rho . F . v^2) = \frac{\partial}{\partial x}(\rho . F . v^2) \, dx + \frac{\partial}{\partial t}(\rho . F . v^2) . dt =$$

$$= \frac{\partial}{\partial x}(\rho . F . v^2) . dx + \frac{\partial}{\partial t}(\rho . F . v) . dx \qquad (3.2.9)$$

b/ promena količine kretanja usled bočnog doticaja

$$\rho . q_\ell . dx . v \qquad (3.2.10)$$

c/ promena količine kretanja izazvana akumuliranjem vode u inundacionom delu korita

$$\rho . (B' - B) . v . dx . \frac{\partial z}{\partial t} \qquad (3.2.11)$$

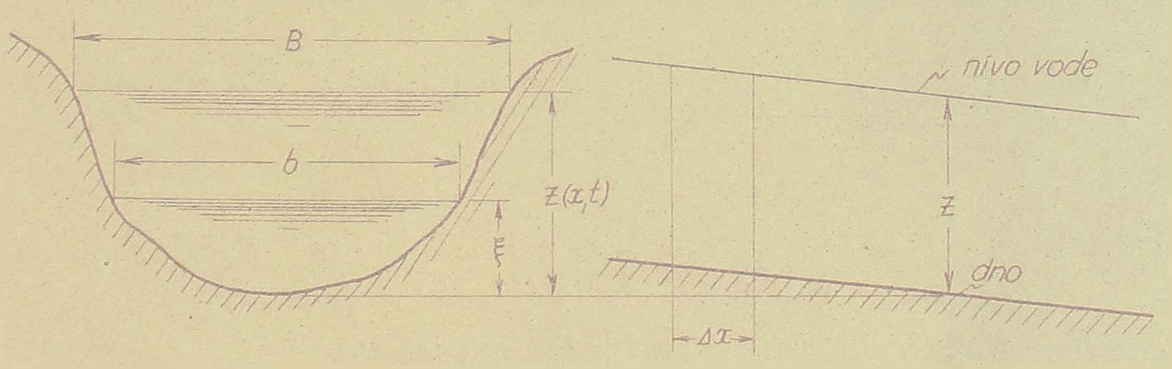
(Kod tokova sa jasno zakrivljenom trasom verovatno postoji i uticaj Coriolis-ove sile, ali je on zanemarljivo mali, te ga u daljem nećemo uzimati u obzir).

Spoljašnje sile koje deluju na elementarnu zapreminu fluida:

a/ Sila hidrostatičkog pritiska na granične ravni:

$$\int_0^z \rho g \left[z(x,t) - \xi \right] b(x,\xi)\, d\xi \qquad (3.2.12)$$

što sledi iz hidrostatičkog zakona rasporeda pritiska (vidi sl. 3.2.13).



Sl. (3.2.13) Poprečni i uzdužni profil toka

b/ Sila pritiska po okvašenom obimu posmatrane zapremine:

$$\int_0^z \rho g \left[z - \xi \right] \frac{\partial b}{\partial x}(x,\xi)\, d\xi$$

Rezultujuća sila pritiska projektovana na (x) osovinu će biti:

$$P_x = -\frac{\partial}{\partial x}\left\{ \int_0^z \rho \cdot g \left[z(x,t) - \xi \right] b(x,\xi)\, d\xi \right\} \cdot dx +$$

$$+ \left\{ \int_0^z \rho g \left[z - \xi \right] \frac{\partial b}{\partial x}(x,\xi)\, d\xi \right\} \cdot dx = -\int_0^z \rho \cdot g \cdot \frac{\partial z}{\partial x}\, b(x,\xi)\, d\xi$$

$$= -\rho \cdot g \cdot \text{[illegible]} \cdot \frac{\partial z}{\partial x} \qquad (3.2.14)$$

c/ Sila trenja po ostvarenom obliku elementarne zapremine fluida:

$$-\frac{v^2}{C_s^2}\cdot R.dx = -\gamma.F.S_{tr}.dx \qquad (3.2.15)$$

Napisaćemo dinamičku jednačinu za komponente spoljašnjih sila u pravcu (x) osovine:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho.F.v^2).dx + \frac{\partial}{\partial t}(\rho.F.v).dx + \rho.q_l.dx.v +$$

$$+\rho.\frac{\partial z}{\partial t}(B'-B).v.dx = -\gamma F.dx.\frac{\partial z}{\partial x} - \gamma.F.S_{tr}.dx$$

$$(3.2.16)$$

Deljenjem gornje jednačine sa [illegible], dobija se:

$$\frac{\partial}{\partial x}(F.v^2) + \frac{\partial}{\partial t}(F.v) + q_l.v + (B'-B).v\frac{\partial z}{\partial t} + gF\frac{\partial z}{\partial x} +$$

$$+ g.F.S_{tr} = 0 \qquad (3.2.17)$$

Oduzimanjem jednačine kontinuiteta (3.2.6) umnožene vrednošću brzine (v), od gornje jednacine, dobija se konačan izraz za dinamičku jednačinu složenog prirodnog korita:

$$\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{v}{g}\cdot\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{g}\cdot\frac{\partial v}{\partial t} + S_{tr} = 0 \qquad (3.2.18)$$

Ako se pređje na referentnu ravan dobija se:

$$\frac{\partial y}{\partial x} + \frac{v}{g}.\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{g}.\frac{\partial v}{\partial t} + S_{tr} - S_o = 0 \qquad (3.2.19)$$

Kao što se vidi, dobijena jednacina za prirodno složeno korito sa bočnim doticajem, identična je sa jednačinom (3.1.10), odnosno (1.1.11), izvedenom za prismatično korito bez bočnog doticaja. Drugim rečima, uticaj aproksimacije prirodnih uslova odražava se isključivo preko jednačine kontinuiteta, što se unapred nije moglo predvideti.

Izvedene jednačine (3.1.6) i (3.1.1o) za prizmatično, odnosno (3.2.7) i (3.2.19) za složeno korito, predstavljaju osnovne diferencijalne jednačine nestacionarnog kretanja u otvorenim tokovima. Rešavanjem ovih jednačina dolazi se do vrednosti nepoznatih zavisno promenljivih funkcija dubine y(x,t) i brzine toka v(x,t), odnosno površine poprečnog preseka F(x,t) i proticaja Q(x,t), u zavisnosti od toga sa kojim veličinama operišemo.

Kao što se iz gornjih jednačina vidi, za njihovo rešavanje je neophodno poznavati geometrijske podatke o koritu u bilo kome njegovom preseku, kao i podatke o padu dna i rapavosti korita duž toka.

Sa matematske tačke gledišta dobijene jednačine pripadaju grupi nelinearnih parcijalnih diferencijalnih jednačina hiperboličnog tipa, sa dve zavisno i dve nezavisno promenljive.

Sa geometrijske tačke gledišta, pod pretpostavkom da je rešenje sistema osnovnih jednačina dato u obliku

$$F = F(x,t) \; ; \quad v = v(x,t) \; , \qquad (3.2.2o)$$

ovo rešenje predstavlja površine u prostoru

$$(F;\ x;\ t) \text{ i } (v;\ x;\ t)$$

Kao što je već u uvodu pomenuto, sistem osnovnih jednačina nema rešenja u opštem obliku, što i predstavlja osnovni problem kod rešavanja nestacionarnih fenomena u otvorenim tokovima.

Postavlja se na kraju pitanje u kojoj meri izvedene jednačine verno obuhvataju nestacionarni fenomen u otvorenim tokovima.

Ponovićemo još jednom osnovne hipoteze od kojih se pošlo pri izvodjenju ovih jednačina, formulisane na nešto konkretniji način:

a/ Tečenje je dovoljno tačno definisano u slučaju kada su za svaki presek poznati nivo i proticaj.

b/ Brzina u bilo kojoj tački profila može se zameniti srednjom brzinom.

c/ Vertikalna brzina i ubrzanje su zanemarljivo mali, odnosno zakon rasporeda pritiska u toku je hidrostatički.

Ove hipoteze, inače neophodne da bi se proračun nestacionarnog fenomena uopšte mogao izvršiti, imaju ozbiljnih zamerki kod proračuna poplavnih talasa u prirodnim tokovima i talasa sa izraženim čelom (talasi koji nastaju pri naglој promeni proticaja). bile uglavnom sledeće:

- Stvarna strujna slika u toku ne može se aproksimirati šemom po kojoj je brzina u svim tačkama preseka ista. Ova primedba je naročito opravdana kod proračuna nestacionarnog fenomena u prirodnim tokovima.

Jedna od mogućnosti smanjenja greške izazvane hipotezom o srednjoj brzini u prirodnom profilu jeste razgraničenje protočnog od neprotočnog dela retenzije, o čemu je već bilo reči.

- U svim slučajevima nestacionarnog kretanja gde se javlja izrazito čelo talasa, hipoteza o hidrostatičkom rasporedu pritisaka nije realna; vertikalno ubrzanje postoji i ono je znatno.

Još jednom na kraju ćemo naglasiti da smo svesni da usvojene hipoteze ne odgovaraju u potpunosti stvarnosti, ali da smo isto tako svesni da je njihovo uvodjenje neophodno i da se jedino blagodareći njima problem nestacionarnog kretanja u otvorenim tokovima mogu rešavati.

4. KONTURNI USLOVI

Pod konturnim uslovima podrazumevamo početne i granične uslove. Izvedene osnovne jednačine važe za rešavanje svih slučajeva nestacionarnog kretanja za koje važe pretpostavke učinjene pri njihovom izvodjenju. Konturni uslovi su ti koje ove pojedine slučajeve diferenciraju od drugih i čine ih specifičnim.

Pravilan izbor konturnih uslova je od primarnog značaja u proračunima nestacionarnih fenomena u otvorenim tokovima. Pogrešna formulacija konturnih uslova dovodi do apsurdnih rezultata. Medjutim, čak i principijelno dobro usvojeni konturni uslovi, sa izvesnim manjim greškama, mogu dovesti do bitnih odstupanja u konačnim rezultatima.

4.1. Početni uslovi

Uslovi koji vladaju u rečnom toku neposredno pred pojavu nestacionarnog fenomena, nazivaju se početni. To znači da je definicija početnih uslova vezana za jedan odredjeni trenutak.

Sa teorijske tačke gledišta definicija početnih uslova ne predstavlja problem. Početni uslovi se obično zadaju u zavisnosti od toga da li operišemo sa brzinama i dubinama ili proticajima i površinama, u vidu funkcija $y = y(x)$ i $v = v(x)$, odnosno $Q = Q(x)$ i $F = F(x)$, u jednom odredjenom početnom trenutku (t_0). Problem je u praktičnom odredjivanju pomenutih funkcija, pogotovo ako je u pitanju prirodni vodotok. Neophodno je raspolagati detaljnim morfološkim i hidrološkim podacima duž cele analizirane deonice, i to za nekoliko mogućih početnih vodostaja. S obzirom na skoro redovno skromne raspoložive podatke za prirodne vodotoke, pribegava se aproksimaciji, pri čemu se duže deonice (obično izmedju dva vodomera) tretiraju kao uniformne i sa tako usvojenim aproksimativnim polaznim podacima se operiše. Očigledno da aproksimacija ove vrste dovodi do manjih ili većih grešaka u konačnim rezultatima.

4.2. Granični uslovi

To su uslovi zadati u nekoj fiksiranoj tački posmatranog rečnog toka, obično u najuzvodnijem i najnizvodnijem preseku. Ukoliko je u pitanju tok neodredjene dužine, granični uslov je pokretan, i vezan za ono što se zbiva u profilu do koga je nestacionarni poremećaj dopro u tom trenutku (npr., uslovi na čelu kada je u pitanju strmi talas). Granični uslovi su najčešće dati u vidu funkcije vremena. To znači da pored početnih uslova, koji se zadaju na ordinati (x) zamišljene ravni (x, t) u kojoj rešavamo problem nestacionarnog fenomena, uvodimo i uslove na osi (t), za neku odredjenu vrednost druge nezavisno promenljive (x).

Granični uslovi se odnose na ekstremne profile. Uslov zadat u jednom od tih profila (najčešće uzvodnom), predstavlja njegovu suštinu - sadržaj problema čije rešenje se traži. Takav granični uslov se naziva primarni i kao što je već rečeno, izražava se u vidu sledećih funkcija $Q = Q(t)$, $z = z_1(t)$, ili veze $z = z_2(Q)$. Uslov koji se odnosi na drugi profil, naziva se sekundarni.

U izvesnim slučajevima je dovoljan samo jedan granični uslov - jednostruki granični uslov. (Ovaj slučaj imamo kod velike većine prirodnih tokova, kod kojih je režim toka miran, pri čemu poznavanje jedne funkcije $f(t)$ u odredjenom preseku, automatski povlači poznavanje i druge, što znači da je njena posebna definistija u vidu graničnog uslova nepotrebna). Ovo se medjutim ne može prihvatiti kao pravilo; u izvesnim slučajevima za potpunu definiciju problema neophodno je poznavanje oba granična uslova. U tom slučaju kažemo da raspolažemo sa dvostrukim graničnim uslovima. Ukoliko je dovoljan jedan granični uslov, neophodno je poznavanje dvostrukog početnog uslova.

Granični uslov može biti istovremeno primarni i sekundarni, ukoliko se odnosi na presek koji je granični za dve susedne radne deonice.

I početni i granični uslov mogu biti uzročni, ali ne moraju. Pod uzročnim uslovom podrazumevamo granični ili početni uslov tako definisan, da uslovljava, uzrokuje neku pojavu. Na primer, kod prirodnih rečnih tokova kod kojih je skoro po pravilu režim toka miran ($v < v_{kr}$), poznavanjem dubine za poznati proticaj, unapred je definisana i promena brzine; uslov zadat u vidu promene dubine toka naziva se (već prema tome da li je početni ili granični), i uzročni. Naprotiv, kod izvesnih periodičnih neustaljenih strujanja, periodičnost fenomena je zagarantovana bez obzira na usvojeni početni uslov. Ovakav početni uslov nije uzročni.

4.1. Definicija konturnih uslova

Problem odredjivanja konturnih (naročito graničnih) uslova može biti u izvesnim slučajevima jednostavan, dok naprotiv u drugim vrlo složen i vezan za prethodne proračune. Način odredjivanja konturnih uslova zavisi i od primenjene metode proračuna. (Kako izlaganje metoda proračuna sledi naknadno, a prethodni pojmovi o kontunim uslovima su neophodni za razmatranje te materije, to će problem izbora konturnih uslova i izvesni [illegible] [illegible] biti izneti u opštim crtama).

Poplavni talasi

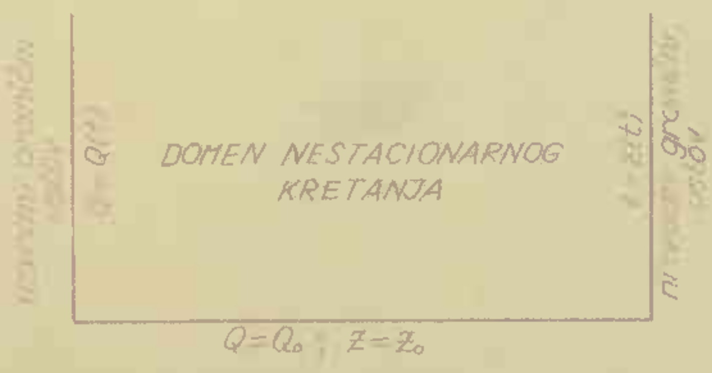
U praksi se najčešće analiziraju propagacija i transformacija poplavnih talasa u prirodnim koritima i akumulacijama.

Propagacija poplavnih talasa u prirodnim vodotocima.

Konturni uslovi u ovom slučaju su definisani na sledeći način:

a/ početni uslov je dvostruk i njime su definisani promene nivoa i brzine, odnosno vodostaja i protoka duž posmatrane deonice, u jednom određenom trenutku.

b/ graničnih uslova ima dva: jedan koji se odnosi na uzvodni profil, dat u vidu nivograma ili hidrograma, i drugi koji se odnosi na nizvodni profil analizirane deonice. Ovaj poslednji služi za kontrolu rezultata proračuna i daje se najčešće u vidu promene vodostaja $z = z(t)$. Šematski prikaz konturnih uslova vezanih za gornji slučaj dat je na slici (4.3.1)



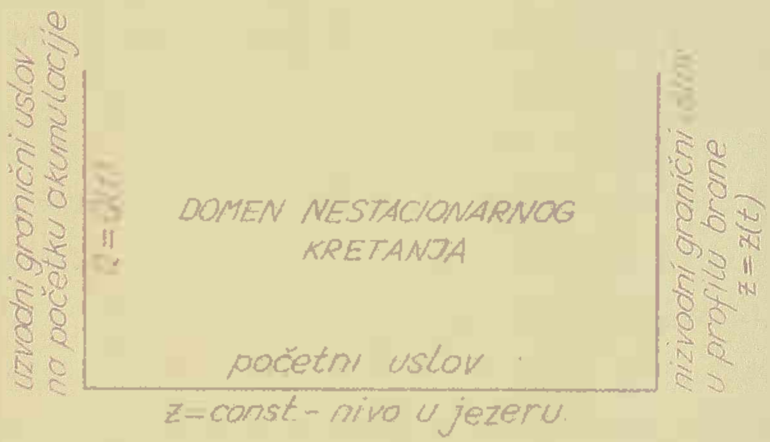
Sl. (4.3.1) Konturni uslovi za slučaj analize poplavnih talasa.

Transformacija talasa u akumulaciji

Ovaj slučaj je nesto složeniji u pogledu definicije konturnih uslova u odnosu na prethodni, a zavisi od problema koji se tretira. Ako je u pitanju najjednostavniji slučaj - odredjivanje uticaja akumulacije na transformaciju talasa i posledice - konturni uslovi su sledeći:

a/ početni uslov je definisan nivoom u jezeru neposredno pre pojave talasa,

b/ uzvodni granični uslov je definisan hidrogramom ulaznog talasa $Q = Q(t)$, a nizvodni nivogramom neposredno uzvodno od brane $z = z(t)$. Šema ovog slučaja data je na slici (4.3.2.)



Sl. (4.3.2.) Konturni uslovi za slučaj analize transformacije poplavnih talasa akumulacijama

<u>Strmi talas</u>

[illegible] strmi [illegible] i [illegible] na rad hidropostrojenja i eventualno [illegible] njenje [illegible] ([illegible] bi [illegible] profila brane), proboj nasipa, pregrada od leda itd.)

Problemi vezani za rad hidroelektrana su najsložniji su, a samim tim i izbor i odredjivanje odgovarajućih konturnih uslova.

Pojava strmog talasa u otvorenom vodotoku.

a/ kao i u većini slučajeva početni uslov je definisan elementima stacionarnog režima koji je vladao neposredno pre pojave strmog talasa.

b/ uzvodni granični uslov je obično definisan ulaznim hidrogramom

c/ nizvodni granični uslov zavisi od toga da li je posmatrani tok ograničene ili neograničene dužine. Ukoliko je tok ograničene dužine, nizvodni granični uslov zavisi od načina završetka vodotoka; ukoliko je u pitanju potpuno zatvoren profil, dolazi do totalne refleksije talasa i pojave pozitivnog obratnog talasa, a ukoliko se reka uliva u veću reku ili u akumulacioni basen, javlja se negativni obratni talas.

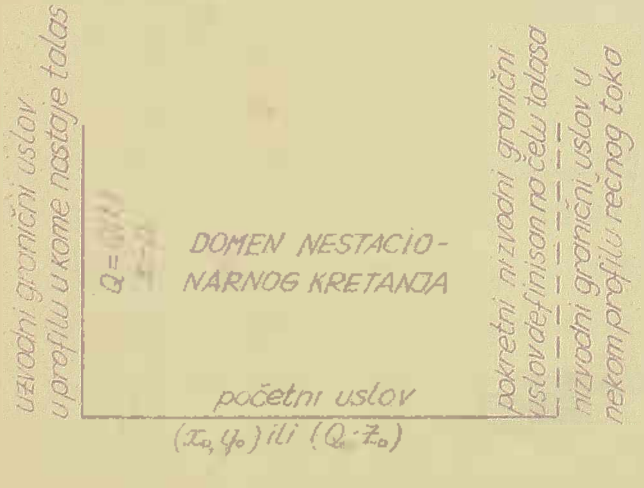
Uopšte govoreći refleksija talasa je posledica njegovog nailaska u profil sa bilo kakvim diskontinuitetom. (Diskontinuitet u pogledu oblika poprečnog profila, preloma u padu, račvanje toka itd.). Refleksija može biti totalna ili delimična, u zavisnosti od tipa diskontinuiteta, koji takodjer može biti totalni ili delimični. Pod totalnim diskontinuitetom se podrazumeva potpuna promena uslova u toku (pregradjen tok ili uliće u rezervoar praktično neograničenih dimenzija, u kome je nivo vode konstantan - velika akumulacija, prirodno jezero ili more). Totalni diskontinuitet izaziva i totalnu refleksiju, koja može biti pozitivna i negativna, što zavisi od tipa diskontinuiteta.

Delimični diskontinuitet izaziva kao što je već rečeno i delimičnu refleksiju - jednovremenu pojavu tranzitnog i reflektovanog talasa. Najčešći uzročnik pojave delimične refleksije jesu nagle promene u jednom od profila toka.

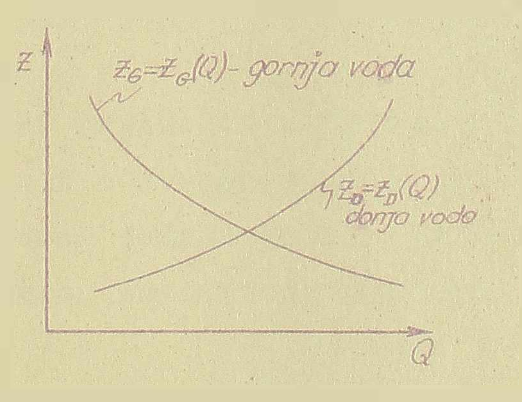
Pošto osnovne jednačine nestacionarnog kretanja ne sadrže članove kojima bi bili obuhvaćeni iznenadni diskontinuiteti u koritu, to se u slučaju pojave takvog diskontinuiteta tok mora izdeliti na deonice u tim profilima. Pri tome se moraju napisati posebne jednačine za jednu i drugu deonicu, pri čemu u zavisnosti od toga sa koje se strane posmatra, ovaj diskontinuitet može predstavljati uzvodni ili nizvodni granični uslov.

(Nakon ove kratke digresije u vezi pojma refleksije talasa, vratićemo se na problem odredjivanja nizvodnog graničnog uslova u slučaju propagacije talasa u kanalu neodredjene dužine).

Pošto nizvodni kraj toka nije definisan, to ne može biti definisan ni nizvodni granični uslov u klasičnom smislu. Na nizvodnom kraju granični uslov definiše čelo talasa. (O ovome će docnije biti detaljnije reči). Šema ovog slučaja data je na slici (4.3.3.)



Sl.(4.3.3.) Strmi talas nastao usled rada HE



Sl.(4.3.4.) Strmi talas nastao rušenjem brane

Konturni uslovi za slučaj analize propagacije strmog talasa

U izvesnim slučajevima se granični uslov ne može definisati jednoznačnom vezom, tako da se jedna od zavisno promenljivih mora uvesti kao parametar.

Na primer, kod analize nestacionarnog kretanja na deonici nizvodno od prelivne potopljene brane sa konstantnim uzvodnim nivoom, uzvodni granični uslov je definisan zavisnošću $Q = Q(\Delta H)$, pri čemu se kao parametar uvodi vreme (t). (ΔH) predstavlja denivelaciju gornje i donje vode.

Još složeniji problem predstavljaju slučajevi kod kojih se odredjivanje graničnih uslova vrši probanjem.

Pod pretpostavkom da u prethodnom slučaju nivo u jezeru nije konstantan, granični uslov u profilu vodomerne stanice se odredjuje probanjem, odnosno na taj način se odredjuju veličine (Q) i (ΔH). U tom cilju se fiksira odredjeni trenutak vremena (t_1) i za taj trenutak se odredjuje probanjem par vrednosti (Q) i (H), koji će dati snagu postrojenja (N_1), koja u datom trenutku (t_1) odgovara snazi na zadatom dijagramu opterećenja elektrane.

<u>Problem rušenja brane</u>

Rušenje brane može biti delimično i potpuno. Kao posledica proloma i u jednom i u drugom slučaju dolazi do pojave direktnog pozitivnog talasa koji se propagira nizvodno od brane, i povratnog negativnog koji se propagira kroz jezero.

Izbor konturnih uslova zavisi od karaktera rušenja brane i način njihovog odredjivanja se razlikuje za jedan i drugi slučaj.

Slučaj trenutnog i potpunog rušenja brane.

a/ Početni uslovi su definisani režimom u kanalu i u jezeru u trenutku neposredno pre proloma. Ukoliko režim u kanalu nije uniforman, ili ako je promena u akumulaciji $V \neq 0$, proračun početnog stanja se svodi na proračun krive uspora ili depresije.

Za definiciju početnih uslova neophodno je i poznavanje veličine površine preseka i protoka u profilu brane u trenutku proloma. Ove dve veličine se dobijaju jednovremenim rešenjem jednačina kojima je definisana brzina propagacije čela obratnog negativnog talasa i veličina proticaja na čelu pozitivnog direktnog talasa.

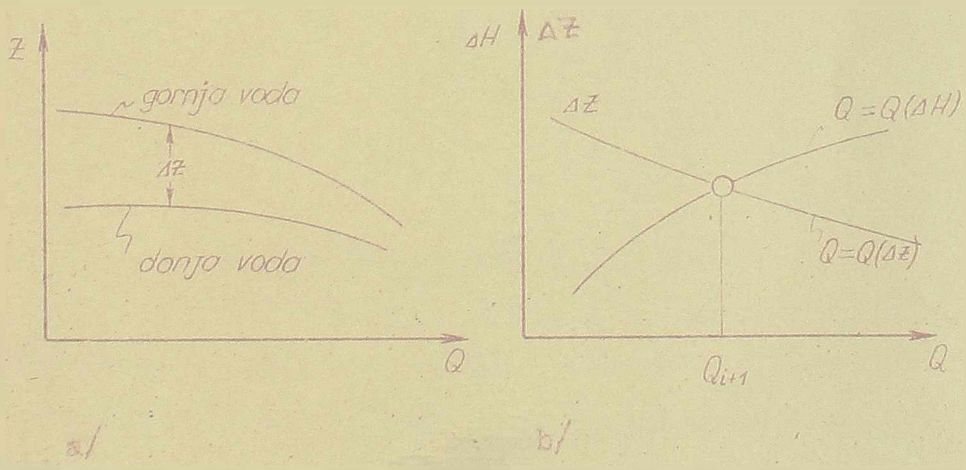
b/ Graničnih uslova ima dva: za gornju i donju vodu. Ako se pođe od pretpostavke da je režim toka nizvodno i uzvodno od brane poznat u jednom određenom trenutku vremena (t_i) da je treba odrediti u sledećem trenutku (t_{i+1}), onda se za usvojenu vrednost proticaja može odrediti odgovarajuća vrednost vodostaja z, kako u gornjoj, tako i u donjoj vodi. Za nekoliko parova vrednosti (z, Q), mogu se konstruisati dijagrami $z = z(Q)$ za gornju i donju vodu. Veličina proticaja (Q) predstavlja prvi granični uslov, a dijagrami $z = z(Q)$, drugi. Tražene vrednosti vodostaja i proticaja nalaze se u preseku dobijenih dijagrama $z = z(Q)$ za gornju i donju vodu (vidi sl. 4.3.4)

Slučaj delimičnog rušenja brane

a/ Početni uslovi su kao u prethodnom slučaju definisani režimom u toku nizvodno od brane i u jezeru u trenutku neposredno pre delimičnog rušenja brane. Pored ovih elemenata, potrebno je poznavanje veličine proticaja i vodostaja u profilu brane. Do ovih veličina se dolazi iz jednačine veličine proticaja na čelu obratnog

[illegible] i po[illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible]

Prvi [illegible] $Q = Q(z_i)$ [illegible]. Ovaj uslov se određuje [illegible] i [illegible] srene, u [illegible] (z_i) poznat. [illegible] ([illegible] z i proticaj Q) u sled[illegible] (z_{i+1}). U tu svrhu pretpostavimo nekoliko vrednosti proticaja (Q_{i+1}) [illegible]. Za svaku od tih vrednosti možemo [illegible] izvodno [illegible] i pomoću [illegible] predstavljaju [illegible] granični uslov (vidi sl. 4.4.3 – a) za gornju i donju vodu.

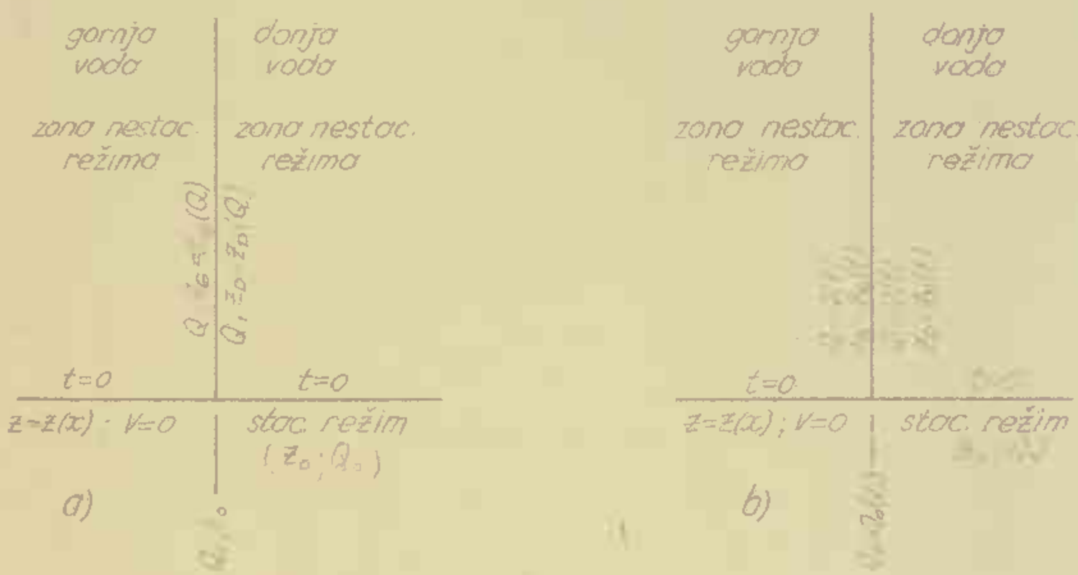


Sl. (4.4.3.)

Ako se na zajednički dijagram (sl. 4.4.3-b) nanesu dijagrami $Q = Q(\Delta H)$ i $Q = Q(\Delta z)$, [gde Δz predstavlja razliku ordinata [illegible]

$z = z(Q)$, a (ΔH) denivelacija [illegible] nivoa gornje i donje vode u brešći brane pri jednom određenom proticaju Q] , onda se u preseku ovih dveju linija dobija tražena veličina proticaja (Q_{i+1}), u trenutku (t_{i+1}). Odnosno, nađena je jedna od tačaka dijagrama $Q = Q(t)$ u profilu preše, koja predstavlja prvi granični uslov.

Konturni uslovi za jedan i drugi slučaj proloma brane [illegible] su šematski na slici (4...6).



[illegible]

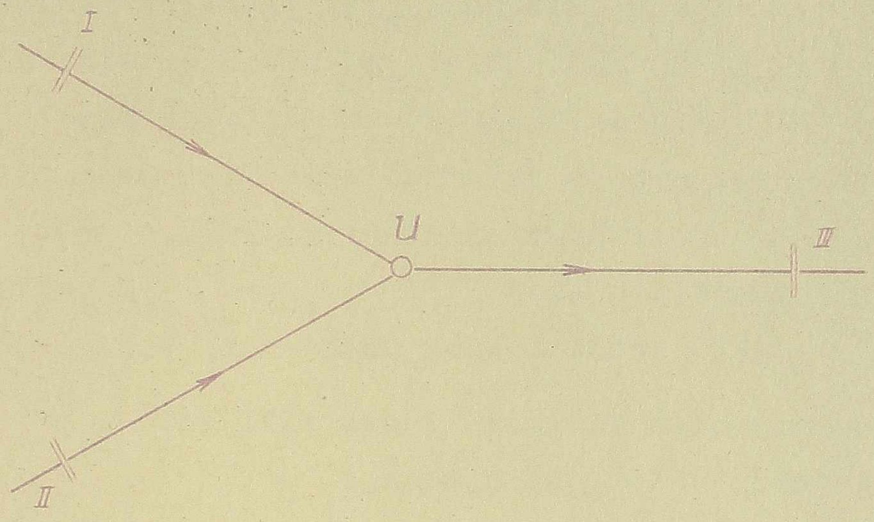
Pretpostavimo da se [illegible] P_1 i P_2 jednovremeno javljaju poplavni talasi u [illegible] (slika 4...7), koji izazivaju poplavni talas u [illegible] profila u tački (J). Profil vodomerne [illegible] označen je sa III.

a/ početni uslovi [illegible] režimom [illegible]

[illegible]

b/ [illegible]

[illegible].



Sl. (4.3.7)

Prvi granični uslov:

Tok I: prvi granični uslov zadat je u vidu ulaznog hidrograma $Q_I = Q_I\ (t)$

Tok II: prvi granični uslov zadat je u vidu ulaznog hidrograma $Q_{II} = Q_{II}\ (t)$

Tok III: prvi granični uslov se dobija iz drugog graničnog uslova za tokove I i II.

Drugi granični uslov:

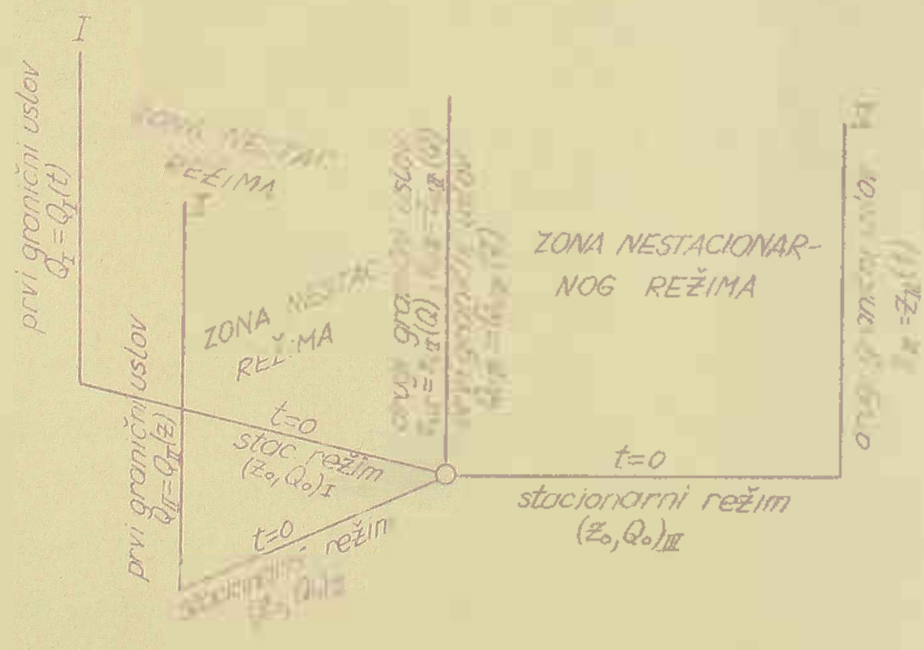
Tokovi I i II: drugi granični uslov za svaki od ova dva toka dobija se na sledeći način: pod pretpostavkom da je režim u tokovima I i II poznat u trenutku (t_i) i da ga želimo odrediti za sledeći trenutak (t_{i+1}), usvojimo nekoliko vrednosti za vodostaj (z_U) u profilu ušća u tački (U). Sračunaju se krive $z_{u_I} = z_{u_I}(Q)$ i $z_{u_{II}} = z_{u_{II}}(Q)$, koje predstavljaju drugi granični uslov za tokove I i II. Sumiranjem proticaja očitanih sa pomenutih dijagrama za jednu određenu vrednost vodostaja, dobija se zavisnost $Q_{I+II} = Q_{I+II}(z)$, koji predstavlja prvi granični uslov za matičnu reku u tački (U).

Tok III: drugi granični uslov je obično poznat i zadaje se u vidu nivograma

$$z_{III} = z_{III}(t).$$

Tražene vrednosti proticaja i vodostaja u trenutku (t_{j+1}) dobijaju se sa uslovom $Q_{III} = Q_{III}(z)$, iz uslova da odgovaraju prvom graničnom uslovu u matičnoj reci.

Konturni uslovi za slučaj ulivanja dvaju pritoka u matičnu reku prikazani su šematski na slici (4.3.8).



Sl. 4.3.8) Konturni uslovi za slučaj analize propagacije talasa u zoni ušća

5. [illegible] DIFERENCIJALNIH JEDNAČINA [illegible] TRENUTNIH REŽIMA

Osnovne diferencijalne jednačine nestacionarnog kretanja u otvorenim tokovima sa matematske tačke gledišta predstavljaju par simultanih parcijalnih diferencijalnih nelinearnih jednačina hiperboličnog tipa, koje sadrže dve zavisno promenljive (obično v i H ili Q i z) i dve nezavisno promenljive (x i t).

Pomenuti sistem jednačina nije u opštem slučaju integrabilan, tako da se pri resavanje pribegava metodama približne integracije.

5.1. Opšti pregled metoda

Ne može se reći da je metodologija tretiranja nestacionarnog kretanja napredovala sa razvojem modernih stremljenja u hidraulici u onoj meri u kojoj je to postignuto u drugim oblastima. Naprotiv, osnovne postavke metode karakteristika učinjene su više od loo godina unazad. Sve što je naknadno učinjeno, predstavlja modifikaciju ovih osnovnih postavki, pa čak i grubu aproksimaciju. (Primenu elektronskih računskih mašina na probleme ove vrste ne smatramo kvalitativnim, već samo kvantitativnim doprinosom - mehanizacijom tretiranja ove materije).

Primenjivane metode su brojne, a nastajale su iz potrebe olakšanja i ubrzanja proračuna ove vrste, kao i iz potrebe rešavanja konkretnih problema (slučaj metode iznete u [4]).

Pošto ćemo se naknadno detaljno zadržati na izlaganju izvesnih metoda interesantnih za proračune nestacionarnih fenomena u otvorenim prirodnim tokovima, to ćemo za sada samo ukratko prikazati osnovne tipove metoda proračuna i njihove specifičnosti. Smatramo da hronološki red izlaganja pri tome nije neophodan, već da metode treba grupisati prema načinu tretmana osnovne materije.

Metode malih talasa

Pod malim talasima podrazumevamo takve talase kod kojih su odstupanja od početnog režima dovoljno mala tako da su kvadrati njihovih veličina zanemarljivo mali. Na ovaj način je postignuta linearizacija kvadratnih članova u osnovnim jednačinama, koji u stvari predstavljaju smetnju pri integraciji.

Mali talasi u suštini predstavljaju donji limes talasa sa konačnom amplitudom i iz tog aspekta su isto tako interesantni.

Pored toga, mali talasi poseduju izvesna svojstva (zakon superpozicije, po kome je promena dubine direktno proporcionalna promeni proticaja), na osnovu kojih se mogu izvući veoma dalekosežni zaključci [4] i za talase konačne amplitude.

Linearizovane osnovne jednačine nestacionarnog kretanja mogu se rešiti analitički, što je najvažnija osobina malih talasa. Rešenja se obično dobijaju u vidu periodičnih funkcija.

Metoda karakteristika

Na ovoj metodi se nećemo dugo zadržavati u ovom poglavlju, pošto ona predstavlja okosnicu disertacije.

Ukratko, metoda karakteristika se zasniva na zameni osnovnih jednačina koje se ne mogu integrisati jednačinama karakteristika, isto tako diferencijalnim, ekvivalentnim osnovnim. Ovako dobijene diferencijalne jednačine mogu se približno rešiti sa dovoljnom tačnošću, metodom konačnih priraštaja.

Postoje brojne varijante proračuna po metodi karakteristika, ali su sve uglavnom grafoanalitičke.

Inženjerske metode

Ovo je najbrojnija grupa metoda, i moglo bi se reći za potrebe inženjera praktičara najkorisnija; do rezultata, ne takvog kvaliteta koji se postiže prethodno pomenutim metodama, dolazi se znatno brže.

Pod inženjerskim metodama podrazumevamo sve one čija je razrada zahtevala izvesne aproksimacije u smislu uprošćavanja osnovnih jednačina radi njihovog lakšeg rešavanja.

Što se tiče dalje podele, inženjerske metode se prema svojim specifičnostima mogu deliti na sledeće tri osnovne podgrupe:

1. Metode koje se baziraju na direktnoj primeni osnovnih jednačina nestacionarnog kretanja u vidu konačnih diferencija, ili na zameni [illegible]
2. Metode koje se baziraju na pretpostavci o eksponencijalnom zakonu promene proticaja nakon prolaska čela talasa.
3. Približne metode proračuna u okviru kojih se kretanje talasa posmatra kao niz izvođenih proticaja.

I na ovoj grupi metoda nećemo se zadržavati duže, pošto ćemo neke od njih detaljno analizirati kasnačno, u svetlu primene na prirodne rečne tokove.

5.2 <u>Metoda karakteristika</u>

Tip jednačina kome pripadaju i osnovne diferencijalne jednačine nestacionarnog kretanja u otvorenim tokovima ima dva osnovna obeležja:

a/ nije integrabilan u opštem slučaju

b/ može se zameniti ekvivalentnim sistemom karakterističnih jednačina koje se mogu rešavati po principima približne integracije.

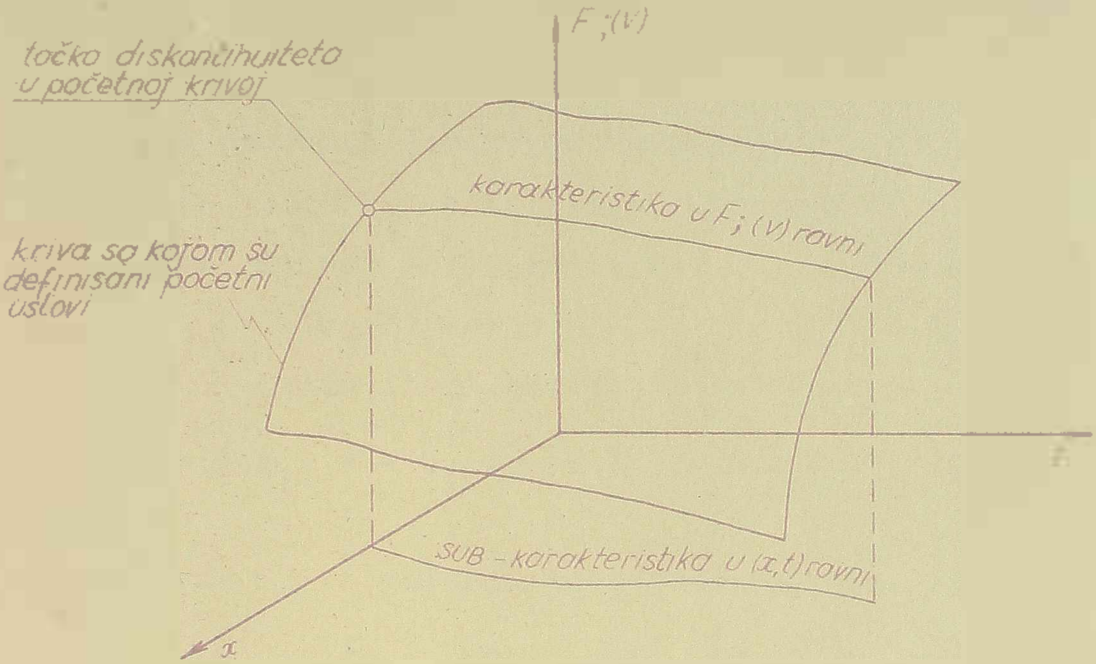
Prema tome, rešavanje osnovnih diferencijalnih jednačine nestacionarnog kretanja u otvorenim tokovima svodi se na prelaz na odgovarajuće jednačine karakteristika i zatim njihovo rešavanje. Važno je pri tome naglasiti da ovaj postupak ima svoje puno teorijsko opravdanje.

5.2.1 <u>Koncepcija rešavanja osnovnih jednačina nestacionarnog kretanja u otvorenim tokovima po metodi karakteristika</u>.

Rešenje osnovnih diferencijalnih jednačina nestacionarnog kretanja

$$F = F(x,t),\ v = v(x,t) \ \text{ili} \qquad Q = Q(x,t) \ \text{i} \ z = z(x,t) \tag{5.2.1.1}$$

sa geometrijske tačke gledišta predstavlja površine u prostoru definisanom koordinatnim sistemom (F,x,t) i (v,x,t), odnosno (Q,x,t) i (z,x,t), do kojih se može doći nanošenjem veličina (F) i (v), odnosno (z) i (Q) na ravan (x,t), kao što je pokazano na slici (5.2.1.2)



Sl. (5.2.1.2)

Ako je kriva kojom su definisani konturni uslovi sastavljena od niza analitičkih odsečaka, tj. ako funkcije kojima su definisani početni uslovi imaju iste diskontinuitete kao i prvi izvodi zavisno promenljivih, onda kroz svaki taj odsečak možemo povući jednu integralnu površinu, koja predstavlja rešenje sistema osnovnih jednačina. Ove površine se seku medjusobno (vid. sl.5.2.1.2) po karakterističnim krivim tzv. sub-karakteristikama duž kojih se propagiraju diskontinuiteti parcijalnih izvoda konturnih krivih. Drugim rečima, duž ovih krivih se propagiraju nestacionarni poremećaji kroz kontinuum vreme-prostor. Projekcije karakterističnih krivih na ravan (x,t) nazivamo sub-karakteristikama, koje ćemo radi kratkoće nadalje zvati samo karakteristikama.

S obzirom da su karakteristične krive, linije duž kojih se propagiraju diskontinuiteti, to znači da se do njihovih jednačina može doći iz uslova da su duž njih vrednosti parcijalnih izvoda neodredjene. Ovaj uslov biće zadovoljen ako se stavi da je determinanta sisstema osnovnih jednacina nestacionarnog kretanja, dopunjenih jednačinama totalnih diferencijala dveju zavisno promenljivih(F)i(v), (odnosno Q i z), jednaka nuli.

Objašnjenje:

Ako imamo sistem jednačina

$$a_i \cdot x + b_i \cdot y + c_i \cdot z + d_i \cdot k = m_i; \; i = 1,2,3,4 \ldots n \tag{5.2.1.3}$$

onda će determinanta sistema biti

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & d_3 \\ a_4 & b_4 & c_4 & d_4 \end{vmatrix} \tag{5.2.1.4}$$

Zamenom pojedinih kolona determinante (5.2.1.4), vrednostima na desnoj strani sistema jednačina (5.2.1.3), dobiće se sledeće determinante:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} m_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ m_2 & b_2 & c_2 & d_2 \\ m_3 & b_3 & c_3 & d_3 \\ m_4 & b_4 & c_4 & d_4 \end{vmatrix} \tag{5.2.1.5}$$

- - - - - - - - - - - - - -

- - - - - - - - - - - - - -

$$\Delta_4 = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & m_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & m_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & m_3 \\ a_4 & b_4 & c_4 & m_4 \end{vmatrix} \tag{5.2.1.6}$$

Rešenje sistema jednačina (5.2.1.3), preko determinanti (5.2.1.4 - 6), glasiće:

$$\left.\begin{aligned} x &= \Delta_1/\Delta, \text{ odnosno } \Delta \cdot x = \Delta_1 \\ y &= \Delta_2/\Delta, \text{ odnosno } \Delta \cdot y = \Delta_2 \\ z &= \Delta_3/\Delta, \text{ odnosno } \Delta \cdot z = \Delta_3 \\ k &= \Delta_4/\Delta, \text{ odnosno } \Delta \cdot k = \Delta_4 \end{aligned}\right\} \qquad (5.2.1.7)$$

Naša tvrdnja da će sistem biti neodredjen ili nemoguć ukoliko determinantu sistema izjednačimo sa nulom, očigledna je iz sledećeg:

a/ sistem je nemoguć, ako je $\Delta = 0$, a npr. $\Delta_1 \neq 0$, s obzirom na relaciju (5.2.1.7).

b/ sistem je neodredjen ili nemoguć, ako je $\Delta = 0$, i ako su ostale determinante sistema $\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta_3 = \Delta_4 = 0$, pošto se za promenljive (x), (y), (z) i (k) dobija neodredjen odnos $\frac{0}{0}$.

5.2.2. Zamena osnovnih jednačina nestacionarnog kretanja u otvorenim tokovima jednačinama odgovarajućih karakteristika.

Suština metode karakteristika leži u činjenici da se osnovne jednačine nestacionarnog kretanja u otvorenim tokovima mogu zameniti parom ekvivalentnih karakterističnih diferencijalnih jednačina. Prema tome, problemi vezani za nestacionarne fenomene u otvorenim tokovima, rešavaju se pomoću tih karakterističnih diferencijalnih jednačina.

Polazimo od osnovnih diferencijalnih jednačina nestacionarnog kretanja (za složeno, a zatim i za prizmatično korito), dopunjenih jednačinama totalnih diferencijala funkcija dveju zavisno promenljivih:

$$\frac{B'}{B} \cdot \frac{\partial F}{\partial t} + F \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial F}{\partial x} = - q_{\ell} \qquad (3.2.5')$$

$$\frac{1}{g} \cdot \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{v}{g} \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{B} \cdot \frac{\partial F}{\partial x} = S_o - S_{tr} \qquad (3.2.19)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} \cdot dt + \frac{\partial v}{\partial x} \cdot dx = dv \qquad (5.2.2.1)$$

$$\frac{\partial F}{\partial t} \cdot dt + \frac{\partial F}{\partial x} \cdot dx = dF \qquad (5.2.2.2)$$

Ove četiri diferencijelne jednacine sadrže četiri nepoznate: $\partial F/\partial t$, $\partial F/\partial x$, $\partial v/\partial t$ i $\partial v/\partial x$.

Kao što je već objašnjeno u tački (5.2.1), jednačine karakteristika čije postojanje je uslovljeno postojanjem diskontinuiteta na konturnim krivim, odredjuju se iz uslova da su parcijalni izvodi zavisno promenljivih veličina neodredjeni. Drugim rečima, jednačine karakteristika će se dobiti tražeći pri kojim uslovima sistem jednačina (3.2.5'*, 3.2.19 i 5.2.2.1 i 5.2.2.2) postaje neodredjen za parcijalne izvode $\partial F/\partial t$, $\partial F/\partial x$, $\partial v/\partial t$ i $\partial v/\partial x$. Na osnovu izloženog iznetog, ti uslovi su sledeći:

a/ sistem jednačina će biti neodredjen ili nemoguć, ukoliko je determinanta tog sistema jednaka nuli:

$$\Delta = \begin{vmatrix} m & B'/B & F & v \\ 1/g & 0 & v/g & 1/B \\ dt & 0 & dx & 0 \\ 0 & dt & 0 & dx \end{vmatrix} = 0 \qquad (5.2.2.3)$$

Razvijanjem ove determinante dobija se sledeći

---

*/ Jednačina (3.2.5') je napisana u nešto izmenjenom obliku u odnosu na jednačinu (3.2.5):

$$B' \cdot \frac{\partial z}{\partial t} = B' \cdot \frac{\partial y}{\partial t} = B' \cdot \frac{\partial}{\partial t} (F/B)$$

[illegible] jednačine:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{(B'+B)}{2B} \cdot v \pm \sqrt{[illegible] \cdot \frac{F}{B'} + (\frac{[illegible]}{B'}) \cdot v^2} \quad ([illegible])$$

nemoguć

b/ sistem jednačine [illegible] biti neodredjen [illegible] liko formiramo novu determinantu zamenom jedne od kolona determinante (Δ) članovima na desnoj strani sistema četiri diferencijalne jednačine, i njenim izjednačenjem sa nulom. Na taj način se dobijaju [illegible] četiri determinante. Medjutim, s obzirom na relaciju ([illegible]), ove četiri determinante se svode na jednu jedinu:

$$\delta = \begin{vmatrix} 0 & B'/B & q_1 & v \\ [illegible] & 0 & [illegible] & 1/B \\ [illegible] & 0 & dv & 0 \\ 0 & dt & [illegible] & dx \end{vmatrix} = 0 \quad ([illegible])$$

[illegible] gornje determinante dobija se sledeći par jednačina:

$$dv + \frac{[illegible]}{[illegible]} \cdot \frac{[illegible]}{(B'-B) \cdot v \pm 2B'N} \cdot [illegible] = [illegible] (S_0 - I_{tr}) [illegible] \cdot$$

$$\cdot \frac{[illegible]}{[illegible]} \quad ([illegible])$$

U gornju jednačinu je radi skraćenja uvedena oz[illegible]

$$N = \sqrt{(\frac{[illegible]-B}{[illegible]})^2 \cdot v^2 [illegible] \cdot \frac{[illegible]}{[illegible]}}$$

Sistem [illegible] (5.2.2.[illegible]-5) i (5.2.2.7-8) predstavlja tražene [illegible] par[illegible] karakteristi[illegible] [illegible]:

par pozitivnih karakteristika:

$$\frac{dx}{dt} = (\frac{B'+B}{2B'}) \cdot v + \sqrt{[illegible] \cdot \frac{F}{B'} + (\frac{B'-B}{B'})^2 \cdot v^2} \quad (5.2.2.[illegible])$$

$$dv + \frac{B'}{B} \cdot \frac{2g}{(B'-B).v+2\cdot B'.N} \cdot dF = +g(S_o - S_{tr}) + (v.dF + q_l)$$

$$\frac{2g}{(B'-B).v+2\cdot B'\cdot N} \qquad (5.2.2.10)$$

par negativnih karakteristika:

$$\frac{dx}{dt} = \left(\frac{B'+B}{2B'}\right) \cdot v - \sqrt{g \cdot \frac{F}{B'} + \left(\frac{B'-B}{B'}\right)^2 \cdot v^2} \qquad (5.2.2.11)$$

$$dv + \frac{B'}{B} \cdot \frac{2g}{(B'-B).v-2\cdot B'N} \cdot dF = -g(S_o - S_{tr}) - (v.dF + q_l) \cdot$$

$$\frac{2g}{(B'-B).v-2\cdot B'.N} \qquad (5.2.2.12)$$

Izrazi "pozitivna" i "negativna" karakteristika usvojeni su analogo ekvivalentnim izrazima koji služe za definiciju tipa talasa; pozitivna karakteristika prikazana u ravni (x,t) ima pravac pružanja u pravcu tečenja osnovnog toka, a negativna u obrnutnom .

Na sličan način se dobijaju i jednačine za nešto uprošćenije oblike poprečnog profila toka, pri čemu se na svaki konkretan slučaj koriste odgovarajuće osnovne jednačine nestacionarnog kretanja. Detalji postupka neće biti izneti, pošto su identični sa prikazanim za složeno korito.

Prizmatično korito:

par pozitivnih karakteristika

$$\frac{dx}{dt} = v + \sqrt{g \cdot F/b} \qquad (5.2.2.13)$$

$$dv + \sqrt{\frac{g}{bF}} \cdot dF = g\,(S_o - S_{tr}).dt \qquad (5.2.2.13)$$

par negativnih karakteristika:

$$\frac{dx}{dt} = v - \sqrt{g.F/_B} \qquad (5.2.2.14)$$

$$dv - \sqrt{\frac{g}{B \cdot F}} \cdot dF = g(S_o - S_{tr}).dt \qquad (5.2.2.15)$$

pravougaono korito:

par pozitivnih karakteristika

$$\frac{dx}{dt} = v + \sqrt{gy} \qquad (5.2.2.16)$$

$$dv + \frac{\sqrt{g}}{2} \cdot \frac{dy}{\sqrt{y}} = g(S_o - S_{tr}).dt \qquad (5.2.2.17)$$

par negativnih karakteristika

$$\frac{dx}{dt} = v - \sqrt{gy} \qquad (5.2.2.18)$$

$$dv - \frac{\sqrt{g}}{2} \cdot \frac{dy}{\sqrt{y}} = g(S_o - S_{tr}).dt \qquad (5.2.2.18')$$

Na ovaj način, polazeći od osnovnih diferencijalnih jednačina neintegrabilnih u opštem slučaju, došlo se do novog sistema običnih diferencijalnih jednačina identičnih sa polaznim, koje se mogu rešiti metodom približne integracije.

Da su dobijene jednačine karakteristika identične sa polaznim, biće dokazano na primeru pravougaonog korita:

Prethodno će osnovne jednačine biti dovedene na simetričan oblik, što se postiže uvodjenjem pojma brzine propagacije talasa (koji će naknadno biti detaljnije analiziran)

$$c = \sqrt{g \cdot y} \qquad (5.2.2.19)$$

Ako se gornja jednačina diferencira po (x) i (t), dobija se.

$$2c \cdot \frac{\partial c}{\partial x} = g \cdot \frac{\partial y}{\partial x} \qquad (5.2.2.20)$$

$$2c \cdot \frac{\partial c}{\partial x} = g \cdot \frac{\partial y}{\partial t} \qquad (5.2.2.21)$$

Uvodjenjem jednačina (5.2.2.20-21) u osnovne jednačine nestacionarnog kretanja toka sa pravougaonim poprečnim presekom bez bočnog doticaja, (3.1.12 - 13), i zatim njihovim sabiranjem, dobijaju se sledeće jednačine:

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + (v + c) \cdot \frac{\partial}{\partial x}\right] \cdot (v + 2c) = g(S_o - S_{tr}) \qquad (5.2.2.22)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + (v - c) \cdot \frac{\partial}{\partial x}\right] \cdot (v - 2c) = g\,(S_o - S_{tr}) \qquad (5.2.2.23)$$

[illegible] se gornje jednačine uporede sa sledećim [illegible] [illegible]:

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial A}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} = \left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{dx}{dt} \cdot \frac{\partial}{\partial x}\right] A \qquad (5.2.2.24)$$

[illegible] operatori u srednjim zagradama u jednačinama (5.2.2.22-23) predstavljaju usmerene izvode po (t), [illegible] diferencijalnim jednačinama:

$$\frac{dx}{dt} = v \pm c \qquad (5.2.2.25-26)$$

Duž ovih karakterističnih krivih, jednačine (5.2.2.22-23) mogu da se napišu u sledećoj formi:

$$d(v \pm 2c) = g\,(S_o - S_{tr}) \cdot dt \qquad (5.2.2.27-28)$$

Kao što se vidi, počevši od osnovnih jednačina [illegible] [illegible], [illegible] da su ove dve sisteme medju sobom identični. [illegible] sličan način se može dokazati identičnost odgovarajućih [illegible] jednačina za prizmatično i složeno rečno korito.

5.2.3. <u>Analiza pojedinih članova jednačina karakteristika i njihov fizički smisao.</u> Schönfeld u svom delu "Propagation of Tides and Similar Waves", uvodi pojam "malih karakterističnih komponenata talasa", kao osnovu svakog kretanja talasa.

Ako pogledamo jednačine karakteristika za korito sa bilo kakvim tipom poprečnog preseka, videćemo da se mogu napisati u sledećem obliku:

par pozitivnih karakteristika

$$dx = c^+ \, dt \qquad (5.2.3.1)$$

$$d\phi^+ + a^+ \, dt = 0 \qquad (5.2.3.2)$$

par negativnih karakteristika

$$dx = c^- \, dt \qquad (5.2.3.3)$$

$$d\phi^- + a^- \, dt = 0 \qquad (5.2.3.4)$$

Izrazi $c^{\pm}$, $a^{\pm}$ i $\phi^{\pm}$ predstavljaju karakterističnu brzinu propagacije talasa, karakteristično spljoštenje talasa i karakterističnu promenljivu, a njihov oblik zavisi od tipa poprečnog preseka korita na koje se odnose.

Prema Schönfeld-u, karakteristične komponente talasa čini čitav niz tačaka talasa pri čemu se svaka tačka ovog niza kreće sa odgovarajućom brzinom c^+ (ili c^-) i ima pri tome odgovarajuću vrednost karakteristične promenljive ϕ^+ (ili ϕ^-). Veličina karakteristične komponente opada u toku vremena za veličinu karakterističnog spljoštenja a^+ (ili a^-). Prema tome, svaka karakteristika predstavlja u izvesnom smislu "istoriju" bilo koje od tačaka para karakterističnih komponenata talasa.

Karakteristična brzina(c^{+}) i karakteristično spljoštenje(a^{+}) su funkcije četiri promenljive veličine: nezavisno promenljivih (x) i (t) i karakterističnih promenljivih (Φ^{+}) i (Φ^{-}). (Isti ovi zaključci se mogu izvesti za veličine c^{-} i a^{-}). To znači da u jednom odredjenom trenutku (t), brzina i spljoštenje tačke pozitivne karakteristične komponente talasa ne zavisi samo od položaja (x) i odgovarajuće veličine (Φ^{+}), već i od veličine (Φ^{-}), koja odgovara tački druge karakteristične komponente talasa sa kojom se posmatrana tačka u datom trenutku sreće. To znači da negativna karakteristična komponenta utiče na propagaciju (i sve ostalo što uz nju sledi), pozitivne karakteristične komponente. Ustvari, ovo uzajamno dejstvo predstavlja uzrok nemogućnosti direktne integracije osnovnih jednačina.

Kao što se iz gornjeg izlaganja vidi, pored ostalih pozitivnih osobina, metoda karakteristika ima i tu prednost, da se pomoću nje iz rešavanja problema sa matematičke tačke gledišta, osvetljava i njegova fizička strana.

Izrazi za karakterističnu brzinu, spljoštenje i za karakterističnu promenljivu, za razne tipove korita i ostale sekundarne uticaje ili bez njih, dati su niže:

[illegible]

a/ sa bočnim doticajem i mrtvom retenzijom

$$c^{\pm} = \left(\frac{B'+B}{2B'}\right) . v \pm \sqrt{\left(\frac{B'-B}{B'}\right)^{2} . v^{2} + g\frac{F}{B'}} \qquad (5.2.3.5)$$

$$a^{\pm} = \frac{2g}{(B'-B).v \mp 2B'N}\left(v . \frac{dF}{dx} + q_{\ell}\right) \pm g(S_{tr} - S_{o}) \qquad (5.2.3.6)$$

$$\phi^{\pm} = \int \frac{2g}{(B'-B).v \pm 2B'N} . dF + v \qquad (5.2.3.7)$$

b/ sa bočnim doticajem i bez mrtve retenzije

$$c^{\pm} = v \pm \sqrt{g \cdot \frac{F}{B}} \qquad (5.2.3.8)$$

$$a^{\pm} = \sqrt{\frac{g}{F \cdot B}} \cdot \left(v \cdot \frac{dF}{dx} - q_{\ell}\right) \pm g\,(S_{tr} - S_o) \qquad (5.2.3.9)$$

$$\phi^{\pm} = \int \sqrt{\frac{g}{B \cdot F}} \cdot dF \pm v \qquad (5.2.3.10)$$

c/ sa mrtvom retenzijom i bez bočnog doticaja članovi $(c^{\pm})$ i $(\phi^{\pm})$ su identični sa odgovarajućim iz tačke a/

$$a^{\pm} = \frac{2g}{(B' - B) \cdot v \pm 2B'N} \cdot v \cdot dF \pm g\,(S_{tr} - S_o) \qquad (5.2.3.11)$$

Prizmatično rečno korito

a/ sa bočnim doticajem

Članovi $(c^{\pm})$ i $(\phi^{\pm})$ su identični sa odgovarajućim izrazima u tački b/ za složeno rečno korito

$$a^{\pm} = \sqrt{\frac{g}{F \cdot B}} \cdot q_{\ell} \pm g\,(S_{tr} - S_o) \qquad (5.2.3.12)$$

b/ bez bočnog doticaja

Članovi $(c^{\pm})$ i $(\phi^{\pm})$ ostaju isti kao u tački a/

$$a^{\pm} = \pm g\,(S_{tr} - S_o) \qquad (5.2.3.13)$$

Pravougaono korito

a/ sa bočnim doticajem

$$c^{\pm} = v \pm \sqrt{g \cdot y} \qquad (5.2.3.14)$$

$$\phi^{\pm} = 2\sqrt{g \cdot y} \pm v \qquad (5.2.3.15)$$

$$a^{\pm} = \sqrt{\frac{g}{y}} \cdot q_{\ell} \pm g\,(S_{tr} - S_o) \qquad (5.2.3.16)$$

b/ bez bočnog doticaja

Izrazi za karakterističnu brzinu $(c^{\pm})$ i karakterističnu promenljivu $(\Phi^{\pm})$ isti su kao za slučaj pod tačkom

$$a^{\pm} = \pm g \, (S_{tr} - S_{o}) \qquad (5.2.3.17)$$

Jednačine (5.2.3.5 -17) mogu se koristiti za vrlo brzo formiranje jednačina karakteristika za bilo koji od pomenutih tipova profila.

Analizom gornjih jednačina mogu se izvesti izvesni zaključci o tome od kojih parametara i u kojoj meri zavise izvesne veličine koje karakterišu kretanje talasa.

<u>Karakteristična brzina $(c^{\pm})$</u>

a/ Veličina karakteristične brzine $(c^{\pm})$ u svim slučajevima zavisi isključivo od srednje brzine toka i geometrijskih karakteristika poprečnog preseka toka (širine ogledala i dubine). Ovaj zaključak je interesantan, jer bi se unapred moglo očekivati da brzina propagacije zavisi od trenja ili od pada dna.

b/ Bočni doticaj ne utiče na veličinu brzine propagacije talasa direktno. Medjutim, ukoliko utiče na promenu geometrijskih karakteristika u smislu povišenja vodostaja, onda indirektno utiče i na promenu brzine propagacije talasa.

c/ Kontinualna promena oblika profila definisana izrazom $\left(\frac{dF}{dx}\right)$ ne utiče na veličinu brzine propagacije talasa. Treba naglasiti medjutim (kao što je već pomenuto u tački 4.), da ovaj izraz ne obuhvata nagle lokalne promene u koritu, koje svakako da utiču na veličinu brzine propagacije.

b/ Za korita jednostrukog profila prizmatičnog oblika, brzina propagacije je jednaka srednjoj brzini toka uvećanoj (ili umanjenoj) za veličinu Lagrange-ove brzine propagacije talasa $c = \sqrt{g \cdot \frac{F}{B}}$, u zavisnosti od toga da li je u pitanju pozitivne ili negativne karakteristike.

Karakteristično spljoštenje (Φ-)

a/ Izraz za karakteristično spljoštenje za složeno korito sadrži praktično sve uticaje: srednje brzine toka, geometrijskih karakteristika korita, uticaj promene oblika poprečnog preseka i bočnog doticaja, kao i uticaj trenja i pada dna.

b/ Za slučaj jednostrukog korita konstantnog preseka (prizmatično i pravougaono), veličina karakterističnog spljoštenja jednaka je razlici odbitka pada trenja i pada dna, umnoženoj konstantom gravitacije. Ne treba smetnuti sa uma međutim da je gubitak pada trenja funkcija srednje brzine toka, geometrijskih karakteristika korita i [illegible].

Karakteristično [illegible] (Ψ-)

a/ Karakteristično [illegible], nezavisno od oblika poprečnog preseka merodavnog profila, zavisi od geometrijskih karakteristika tog profila i od srednje brzine toka.

b/ Za slučaj prizmatičnog korita, član koji sadrži geometrijske karakteristike korita zavisi isključivo od dubine toka (srednje dubine za prizmatično korito i stvarne dubine za slučaj pravougaonog profila).

c/ Za složeno i prizmatično korito član koji sadrži geometrijske karakteristike može se integrisati grafički, dok se ti isti članovi koji odgovaraju profilima čiji se oblik može definisati matematički, mogu integrisati analitički. (Ova činjenica ima svog značaja u izvesnim varijantama metoda karakteristika).

5.2.4. <u>Osnovni principi rešavanja nestacionarnog kretanja u otvorenim tokovima po metodi karakteristika</u>. Postavlja se pitanje kako rešiti diferencijalne jednačine karakteristika za koje smo konstatovali da su ekvivalentne osnovnim jednačinama.

Treba ustanoviti mogu li se izložene jednačine rešavati direktno, i ako mogu u kojim slučajevima; ukoliko za izvesne slučajeve ne mogu, treba usvojiti najpogodniji postupak, prvenstveno sa stanovišta potrebne tačnosti rezultata proračuna.

Mogućnost integracije je vezana za egzistenciju jedne odredjene diferencijabilne funkcije četiri promenljive (x), (t), (ϕ^+) i (ϕ^-), koju ćemo zvati opšta karakteristična promenljiva i obeležavati sa (ϕ_o), koja postoji duž svake karakteristike (pozitivne i negativne)

Posmatraćemo opštu karakterističnu promenljivu (Φ_o^+) duž pozitivne karakteristike [slično razmatranje važi i za (Φ_o^-) duž negativne karakteristike]. Jednačina kojom se definiše totalni diferencijal opšte karakteristične promenljive duž pozitivne karakteristike, glasi:

$$d\Phi_o^+ = \frac{\partial \Phi_o^+}{\partial t} \cdot dt + \frac{\partial \Phi_o}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial \Phi_o^+}{\partial \Phi^+} \cdot d\Phi^+ + \frac{\partial \Phi_o^+}{\partial \Phi^-} \cdot d\Phi^- \quad (5.2.4.1)$$

Kombinovano sa jednačinama pozitivnih karakteristika (5.2.3.1 - 2), gornja jednačina se može svesti na sledeći oblik:

$$d\Phi_o^+ = \left[\frac{\partial \Phi_o^+}{\partial t} + \frac{\partial \Phi_o^+}{\partial x} \cdot c^+ + \frac{\partial \Phi_o^+}{\partial \Phi^+} \cdot a^+ \right] \cdot dt + \frac{\partial \Phi_o^+}{\partial \Phi^-} \cdot d\Phi^- \quad (5.2.4.2)$$

Pošto je opšta karakteristična promenljiva nepromenljiva duž jedne određene karakteristike, to se iz jednačine (5.2.4.2) dobijaju sledeća dva uslova:

a/ $$\frac{\partial \Phi_o^+}{\partial \Phi^-} = 0 \quad (5.2.4.3)$$

b/ $$\frac{\partial \Phi_o^+}{\partial t} \Big/ \frac{\partial \Phi_o^+}{\partial \Phi^+} + \frac{\partial \Phi_o^+}{\partial x} \Big/ \frac{\partial \Phi_o^+}{\partial \Phi^+} \cdot c^+ - a^+ = 0 \quad (5.2.4.4)$$

Iz jednačina (5.2.4.3) i (5.2.4.4) se može zaključiti sledeće:

- opšta karakteristična promenljiva i bilo koja njena parcijalna izvodna su nezavisne od negativne karakteristične promenljive (Φ^-)
- jednačina (5.2.4.4) se može napisati u obliku

$$a^+ = A_1 + A_2 \cdot c^+ \quad (5.2.4.5)$$

pri čemu, su [illegible] uvedene oznake:

$$A_1 = \frac{\partial \Phi_0^+}{\partial t} / \frac{\partial \Phi_0^+}{\partial \phi^+} ; \quad A_2 = \frac{\partial \Phi_0^+}{\partial x} / \frac{\partial \Phi_0^+}{\partial \phi^+} \qquad (5.2.4.6)$$

Odgovarajućim matematičkim operacijama jednačine (5.2.4.6) mogu da se dovedu na sledeći oblik:

$$\frac{\partial A_1}{\partial x} + A_1 \cdot \frac{\partial A_2}{\partial \phi^+} = \frac{\partial A_2}{\partial t} + A_2 \cdot \frac{\partial A_1}{\partial \phi^+} \qquad (5.2.4.7)$$

Na osnovu jednačina (5.2.4.5) i (5.2.4.7) može se zaključiti da je egzistencija opšte zavisno promenljive (Φ_0^+), (isto važi i za Φ_0^-), vezana za postojanje funkcija (A_1) i (A_2) koje zadovoljavaju gornje jednačine, a zavise od nezavisno promenljivih (x) i (t) i karakterističnih promenljivih (ϕ^+) i (ϕ^-). Ukoliko se funkcije (A_1) i (A_2) ne mogu definisati, ne može se odrediti ni opšta karakteristična promenljiva, a samim tim i odgovarajuća diferencijalna jednačina karakteristika se ne može direktno integrisati. U ovakvim slučajevima se primenjuju metode približne integracije – najčešće metoda konačnih priraštaja.

Sada ćemo pokušati da utvrdimo da li se diferencijalne karakteristike izvedene za najčešće tipove korita koji se u prirodi javljaju (od pravougaonog, preko prizmatičnog do složenog), mogu ili ne mogu direktno integrisati.

S obzirom na ono što je rečeno o karakterističnom opredeljenju za neke tipove korita i obrasce (5.2.3.5; 5.2.3.9; 5.2.3.11; 5.2.3.12; 5.2.3.1[illegible]; 5.2.3.16 i 5.2.3.17), kao i s obzirom na jednačine (5.2.4.5) i konstataciju da su veličine (A_1) i (A_2) funkcije i vremena (t), dolazi se do zaključka da se [illegible] ne postoji zatvoren oblik opšte karakteristične promenljive, odnosno odgovarajuće dif. jednačine [illegible] slično, metodom konačnih priraštaja.

Ukratko ćemo prikazati [illegible] proračuna [illegible] konačnih priraštaja na osnovu koga se mogu izvesti vrlo važni zaključci [illegible] o fizičkoj strani fenomena.

Uobičajeno je da se proračun sprovodi [illegible] (x, t) ravni, što znači da operišemo sa [illegible] - projekcijom karakteristika koje leže [illegible] površini koja predstavlja rešenje [illegible] na [illegible] (x, t) ravan. [illegible] je [illegible] samog zadatka - određivanje [illegible] u [illegible] preseku [illegible] i u [illegible] zone [illegible].

[illegible] fenomena [illegible]. Rešenje se traži [illegible] $t > 0$, pri čemu su početni uslovi definisani [illegible] $t = 0$, u vidu početnih funkcija:

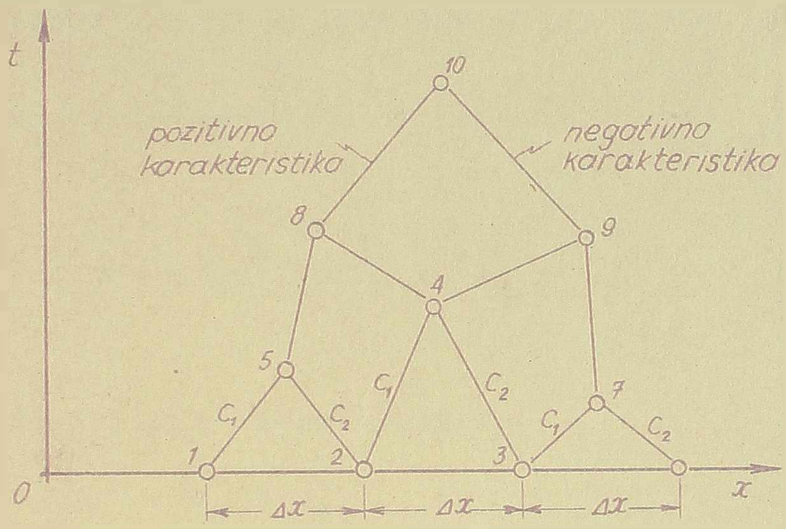
$$v(x,o) = \bar{v}(x); \; y(x,o) = \bar{y}(x) \qquad ([illegible])$$

$$\text{odnosno} \quad Q(x,o) = \bar{Q}(x); \; F(x,o) = \bar{F}(x) \qquad ([illegible].4.3')$$

[illegible] predstavljaju [illegible] funkcije. (Dalje izlaganje biće izvedeno uz pretpostavku o [illegible] 5.[illegible].3).

Posmatraćemo niz tačaka na (x) osovini (vidi sliku [illegible]) koje se nalaze [illegible] na nekom odstojanju (Δx).

Za prvi momenat ćemo obratiti pažnju na tačke (1) i (2). Kao što je već rečeno, polazi se od pretpostavke da je početni režim u svim tačkama koje leže na (x) osovini poznat. Položaj nepoznate tačke (3) u ravni (x, t) definisan je karakteristikama (C_1) i (C_2)



Sl. (5.2.4.9.) Mreža karakteristika u ravni (x,t)

povučenih kroz tačke (1) i (2). Ukoliko je dužina računske deonice (Δx) izabrane tako da $\Delta x \to 0$, onda se može očekivati da sračunati položaj tačke (5), i njoj odgovarajuće vrednosti (v_5) i (y_5) odgovaraju stvarnosti. Na sličan način mogu se odrediti nepoznati elementi i u ostalim tačkama (x, t) ravni koje ne leže na x osovini. Drugim rečima, cela površina se može na ovaj način pokriti mrežom sub-karakteristika, koja predstavlja kompletno numeričko rešenje jednačina za zadate granične uslove, pošto se karakteristike toka u tačkama u kojima proračun nije izvršen mogu sa dovoljno tačnosti dobiti interpolacijom.

Medjutim, iz praktičnih razloga proračune nije moguće vršiti sa beskonačno malim dužinama računskih deonica, već se računa sa konačnim vrednostima. S obzirom na ovo, jednačine karakteristika (5.2.3.1. - 5.2.3.4.) transformišu se na sledeće [napisaćemo ih za već pomenute tačke mreže karakteristika u ravni (x, t) 1, 2 i 5]:

par pozitivnih karakteristika

$$(x_5 - x_1) = \left(\frac{c_1^+ + c_5^+}{2}\right) \cdot (t_5 - t_1) \qquad (5.2.4.9)$$

$$(\phi_5^+ - \phi_1^+) = -\left(\frac{a_5^+ + a_1^+}{2}\right) \cdot (t_5 - t_1) \qquad (5.2.4.1o)$$

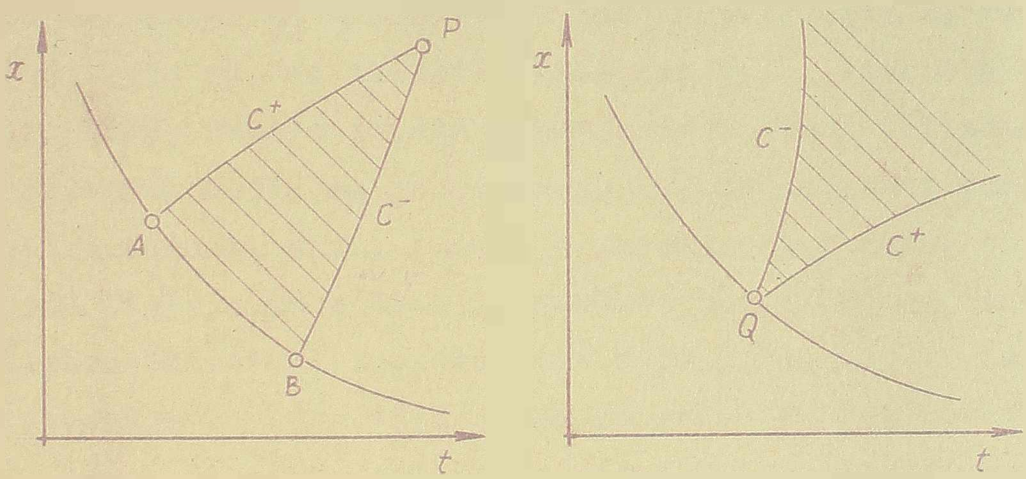
par negativnih karakteristika

$$(x_5 - x_2) = \left(\frac{c_2^- + c_5^-}{2}\right) \cdot (t_5 - t_2) \qquad (5.2.4.11)$$

$$(\phi_5^- - \phi_2^-) = -\left(\frac{a_5^- + a_2^-}{2}\right) \cdot (t_5 - t_2) \qquad (5.2.4.12)$$

Kao što se vidi, u jednačinama karakteristika figurišu elementi nepoznate, tražene tačke. Za razliku od prethodnog slučaja u kome je proračun vršen direktno, s obzirom na beskonačno malu dužinu računske deonice (Δx), u praktičnim proračunima u kojima (Δx) ima neku konačnu vrednost, problem se rešava sukcesivnom aproksimacijom. Postupak je sledeći: pretpostave se vrednosti (c_5^+), (c_5^-), (a_5^+) i (a_5^-) u nepoznatoj, traženoj tački (5), (u konkretnom slučaju). Koristeći jednačine (5.2.4.9 – 5.2.4.12), mogu se odrediti nepoznate veličine (x), (t), (ϕ^+) i (ϕ^-) u tački (5), [illegible]. Pretpostavljene vrednosti (c_5^+), (c_5^-), (a_5^+) i (a_5^-) se zatim proveravaju. Ukoliko se [illegible], proračun se ponavlja.

[illegible] no sa dovoljno [illegible] vrednost intervala (Δx) [illegible] granične uslove, što se može [illegible]. Isto tako može se postati da izračunate vrednosti [illegible] promenljivih u nepoznatoj tački (1o), (slika 5.2.4. [illegible]), se zavise od početnih uslova definisanih duž cele posmatra-ne deonice, već samo od uslova merodavnih na delu između tačaka (1) i (4) prikazanih na istoj slici. Odavde sledi vrlo važna konstatacija o oblasti zavisnosti bilo koje od tačaka mreže karakteristika u ravni (x,t): veličina nezavisno promenljivih u bilo kojoj tački (P) (vidi sl. 5.2.4.13/a) u ravni (x,t), zavisi od



a) oblast zavisnosti tačke P

b) oblast uticaja tačke Q

Sl. (5.2.4.13) Definicija oblasti zavisnosti i oblasti uticaja

početnih uslova na delu (AB) ograničenom konturnim karakteristikama koje prolaze kroz tačku (P); rešenje u delu ravni (x,t), (ABP), je jednoznačno za zadate početne uslove, pri čemu oblast ravni (x,t) van graničnih karakteristika nema apsolutno nikakvog uticaja na oblast zavisnosti tačke (P). Svakoj od tačaka (Q) na liniji u kojoj su zadati početni uslovi, odgovara jedna određena oblast uticaja, koja isto tako leži unutar graničnih karakteristika. Ova oblast uticaja tačke (Q) sadrži sve tačke (P), čija oblast zavisnosti sadrži tačku (Q). Egzistencija oblasti zavisnosti i oblasti uticaja čini mogućim rešenje diferencijalnih jednačina i u slučaju kada konturni uslovi sadrže diskontinuitete prvog (ili viših) izvoda zavisno promenljivih. Ovi diskontinuiteti se pojavljuju duž karakteristika koji prolaze kroz tačke diskontinuiteta na konturnoj krivoj. Treba naglasiti da su u pitanju diskontinuiteti izvoda a ne i funkcija, pošto se prvi propagiraju duž karakteristika i nikada se konačno ne "gase", dok se ovi drugi ne propagiraju duž karakteristika, već putuju kao "udarni talasi". Sada nam je na izvestan način bliža ranije izneta tvrdnja da su karakteristike krive duž kojih se propagiraju diskontinuiteti početnih vrednosti prvog izvoda i izvoda višeg reda, pošto je u slučaju da oblast zavisnosti tačke (P) ne sadrži diskontinuitet , logično da i rešenja u vidu zavisno promenljivih isto tako imaju neprekidne prve izvode.

Analiza oblasti zavisnosti i uticaja omogućava da se još bolje osvetli pitanje brzine propagacije talasa ($c^{\pm}$). Pošto se nestacionarni poremećaj u početnim uslovima u nekoj tački na krivoj $\overline{AB}$ (s. 5.2.4.13/a), propagira uzvodno i nizvodno od te tačke sa brzinom

$$\frac{dx}{dt} = v \pm c^{\pm} \qquad (5.2.4.14)$$

i pošto je prvi član desne strane gornje jednačine srednja brzina osnovnog toka, to je očigledno da je ($c^{\pm}$) brzina kojom se poremećaj propagira u odnosu na osnovni tok; prema tome, ($c^{\pm}$) zaista predstavlja karakterističnu brzinu propagacije, kako smo to već ranije rekli.

U svim metodama proračuna po metodi karakteristika koristi se (x , t) dijagram, u kome se konstruiše mreža karakteristika sukcesivno, sa napredovanjem proračuna.

Interesantno je razmotriti koji parametri utiču na pravac pružanja karakteristika u ravni (x,t).

kao i problem definicije granične karakteristike, koja razgraničava zonu stacionarnog i nestacionarnog režima u toku.

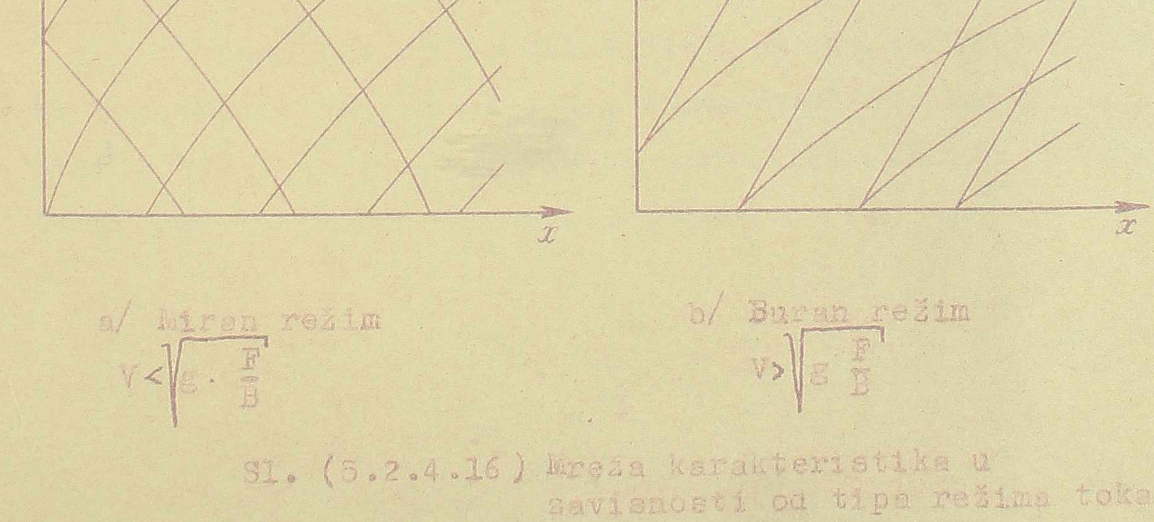
Prethodno ćemo analizirati uticaj karaktera toka na razvoj mreže karakteristika, i uzgred, na izbor graničnih uslova.

Kao što je dobro poznato, tokovi se izmedju ostalog mogu podeliti na mirne i burne, u zavisnosti od toga da li je

$$v \lessgtr \sqrt{g \cdot \frac{F}{B}} \qquad (5.2.4.15)$$

Kod mirnih tokova kod kojih je $v < \sqrt{g \cdot \frac{F}{B}}$, karakteristične brzine (c^{+}) i (c^{-}) će biti različite po vrednosti i znaku s obzirom na nejednačinu (5.2.4.15); kod burnih tokova karakteristične brzine (c^{+}) i (c^{-}) će biti isto tako različite, ali istog znaka.

S obzirom na ovu konstataciju, mreža karakteristika će izgledati kao na slici (5.2.4.16).



a/ Miren režim $V < \sqrt{g \cdot \frac{F}{B}}$

b/ Buran režim $V > \sqrt{g \frac{F}{B}}$

Sl. (5.2.4.16) Mreža karakteristika u zavisnosti od tipa režima toka

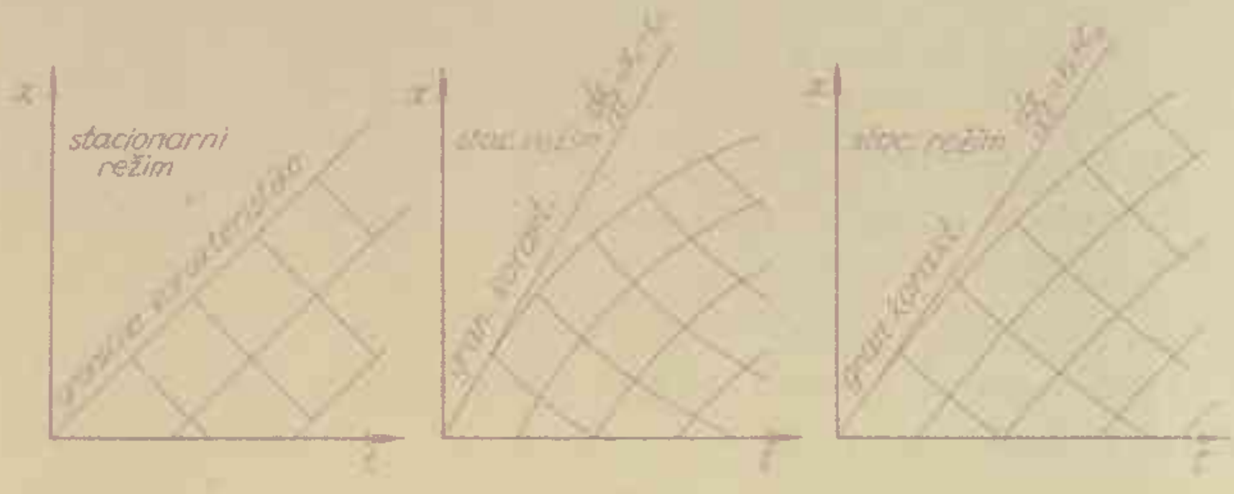
S obzirom da karakteristike predstavljaju krive linije duž kojih se propagiraju diskontinuiteti, to je sa slike (5.2.4.16) očigledno da se nestacionarni poremećaj u mirnom režimu propagira uzvodno i nizvodno od tačke u kojoj je došlo do nestacionarne promene, a u slučaju burnog režim isključivo nizvodno.

U slučaju mirnog režima, kao posledica nestacionarnih promena na uzvodnom delu toka, nastaju promene i na nizvodnom, pri čemu je za njihovo odredjivanje neophodno poznavanje dvaju graničnih uslova: na početku i na kraju analizirane deonice. Ovaj slučaj se najčešće javlje u prirodnim tokovima. Na primer, kod analize propagacije poplavnog talasa duž jedne rečne deonice, neophodno je poznavanje uzvodnog graničnog uslova, najčešće datog u vidu ulaznog hidrograma, i nizvodnog, [illegible] obično u vidu nivograma $z = z(t)$.

U slučaju burnog režima u toku, odnosno u slučaju kada je $v > \sqrt{g F/B}$, uslovi u toku nizvodno mogu biti definisani isključivo pomoću jednačina karakteristika. Pri tome nisu potrebni nikakvi granični uslovi. Na uzvodnom kraju mora biti zadat granični uslov, da bi mogao biti odredjen režim na nizvodnim delovima analizirane deonice.

Oblik i pravac [illegible] karakteristika [illegible] i od oblika korita, hrapavosti, nagiba dna itd. Karakteristični slučajevi su prikazani na slici (5.2.4.17).

Kao što se sa slike vidi, mreža karakteristika u ravni (x, t) za slučaj pravougaonog horizontalnog korita bez trenja, čini sistem paralelnih linija postavljenih pod uglom $c = \pm\sqrt{g\, y_0}$ u odnosu na (t) osovinu.



a/ [illegible]   b/ [illegible]   c/ [illegible]

Sl. (3.2.4.11)

Za slučaj prizmatičnog i složenog oblika profila vode kojima su data primerka, mrežu karakteristika čine dve familije krivih linija. Ove krive se konvergirati u slučaju povećanja dubine, i divergirati u slučaju opadanja dubine u jednoj određenoj tački toka. Ukoliko dubina opada idući duž toka, karakteristike se konvergirati i obratno. Isto tako dolazi do konvergencije u slučaju smanjenja, odnosno divergencije u slučaju povećanja širine.

Posebno je interesantna granična karakteristika koja razdvaja oblast poremećenog od neporemećenog režima u toku.

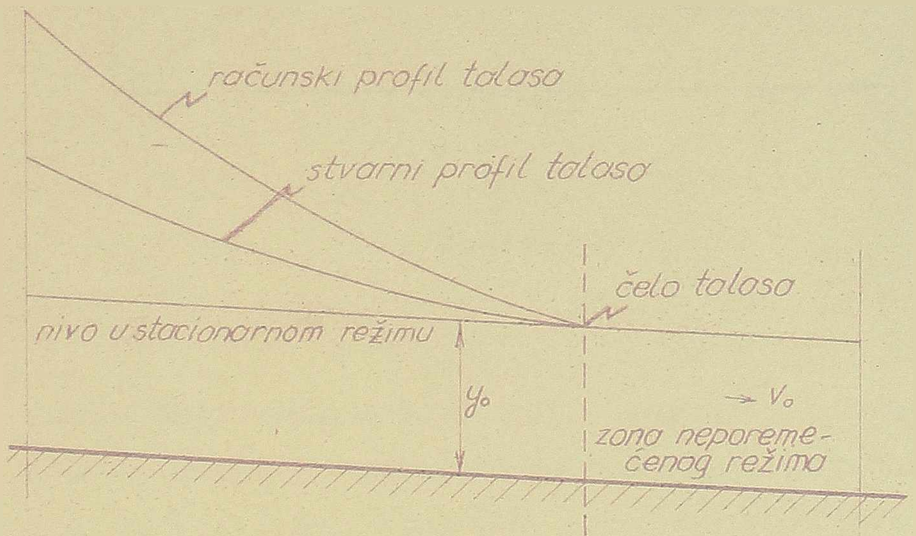
Granična karakteristika je određena sledećom jednačinom:

$$x = (v_o + c_o) \cdot t \qquad (3.2.4.12)$$

pri čemu je indeksom nula označeno početno, neporemećeno stanje.

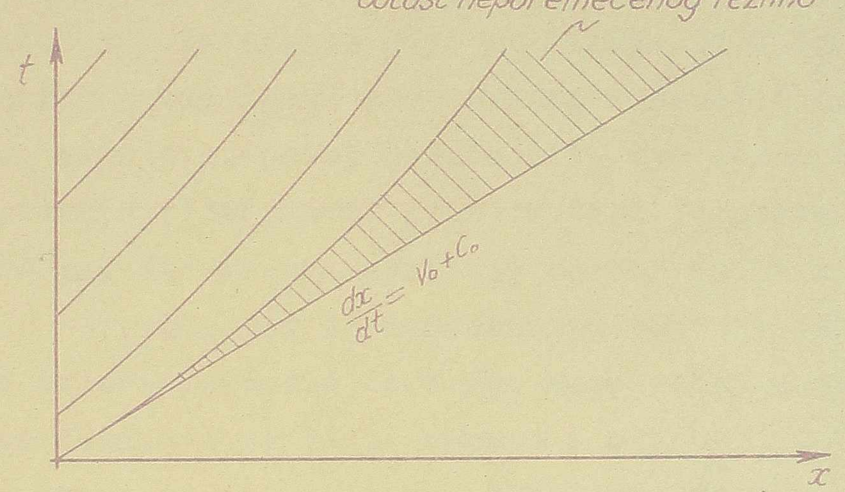
Osnovna masa talasa, zbog velikog otpora na trenje pri svome kretanju kroz korito, zaostaje znatno za čelom koje "klizi" po površini osnovnog proticaja.

Analizom kretanja u oblasti prve karakteristike, u blizini osnovne mase talasa, konstatovano je da i sa unutrašnje strane granične karakteristike postoji zona neporemećenog režima, odnosno da standardni proračuni daju često veće vrednosti za dubine od stvarnih (vidi sliku 5.2.4.19).



Sl.(5.2.4.19)

Ovde je [illegible] "tablicom" zone neporemećenog režima, koje se [illegible] u red po vremenu (t) i njihovom zamenom u osnovne jednačine nestacionarnog kretanja, pri čemu se zadržavamo na prvom i drugom članu reda. Nizom relativno jednostavnih matematičkih operacija dolazi se do diferencijalne jednačine, na osnovu koje se mogu odrediti pomenuta prva dva člana reda. Njihovim poznavanjem može se definisati [illegible] zona neporemećenog režima u ravni (x, t), prikazana na slici (5.2.4.20). Postojanje ove [illegible] vremena pri proračunima, na taj način što bi se konstrukcija mreže karakteristika u toku proračuna izostavila u toj



Sl. 5.2.4.2a)

zoni. Medjutim, uslovi koji vladaju u prirodnim rečnim tokovima (neravnomernost režima, usputni doticaj itd.), praktično čine ovu zonu zanemarljivo malom, tako da joj ne treba poklanjati pažnju; znatno više vremena je potrebno za definiciju granica dodatne zone, od vremena potrebnog za konstrukciju mreže karakteristika u tom delu ravni (x, t).

5.2.5. Izbor optimalnih računskih intervala (dužine računske deonice i trajanja računskog intervala). Problem odredjivanja računskih intervala u proračunima po metodi karakteristika od velike je važnosti iz dva razloga: kraći računski intervali obezbedjuju veću tačnost rezultata, dok usvojeni duži intervali znatno utiču na skraćenje vremena potrebnog za obavljanje proračuna.

Interesantno je da u najznačajnijim delima literature koja se bavi nestacionarnim kretanjem u otvorenim tokovima [3], [20], [37], [41], problem izbora računskih intervala nije tretiran. Po našem mišljenju razlog ovome treba pre tražiti u nedefinisanosti problema, nego u njegovoj nevažnosti. Tek u najnovijoj literaturi [11], [34], ovoj problematici je posvećena puna pažnja, što se pokazalo kao sasvim opravdano.

Kao što je napomenuto, osnovni zahtevi u pogledu izbora računske deonice, nametnuti zahtevanim stepenom tačnosti sa jedne strane i obimom uloženog rada sa druge, u koliziji su. Nažalost, opštih pravila za izbor veličine računskih intervala nema; moguće su samo neke opšte primedbe. Izbor računskih intervala zavisi od konkretnih uslova zadatka i izvesnih karakteristika toka za koji se proračun sprovodi, kao i primenjenog metoda proračuna.

U već klasičnom postupku proračuna po metodi karakteristika, u kome se proračun elemenata toka u trenutku $(t + \Delta t)$ sprovodi eksplicitno na osnovu poznatih podataka o toku u prethodnom trenutku (t), po čemu se ovakva šema proračuna u literaturi [11] naziva eksplicitna, veza vremenskog i dužinskog računskog intervala data je sledećom nejednačinom:

$$\Delta t < \frac{\Delta x}{W_{max}} \qquad (5.2.5.1)$$

pri čemu smo sa (W_{max}) obeležili maksimalnu brzinu propagacije čela talasa.

U većini slučajeva gornja nejednačina garantuje "stabilnost" proračuna. [Međutim, ukoliko su intervali (Δx) jako mali, čak i zadovoljenje nejednačine (5.2.5.1) nije dovoljna garancija].

Baš ovaj uslov, dat nejednačinom ([illegible]), jeste taj koji eksplicitnu metodu čini u izvesnim slučajevima praktično neupotrebljivom; u proračunima propagacije i transformacije poplavnih talasa u prirodnim koritima gornji uslov diktira toliko kratke vremenske intervale, da je čak i proračun računskim elektronskim mašinama glomazan.

Inače, kod proračuna nestacionarnog kretanja u većim rekama, može se preporučiti $\Delta t = 24^h$, a u slučaju strmih talasa ovo vreme mora biti znatno kraće.

Činjenica da su potrebni računski intervali u izvesnim slučajevima izuzetno mali u odnosu na trajanje nestacionarnog [illegible], uslovilo je [illegible] rešenja na neki drugi, u ovom slučaju moglo bi se reći ekonomičniji način. Odnosno, tražen je takav postupak koji bi omogućio rad sa znatno dužim vremenskim intervalima (Δt).

Suština ove nove metode proračuna, koja se za razliku od prethodne eksplicitne naziva implicitna, sastoji se u zameni parcijalnih izvoda po (x) u osnovnim jednačinama srednjom vrednošću konačnih diferencija u trenucima (t) i $(t + \Delta t)$. Ovako usvojena šema proračuna ne omogućava eksplicitno odredjivanje režima toka u narednom trenutku $(t + \Delta t)$, zbog čega je i dobila naziv implicitna.

Parcijalni izvodi neke funkcije $f(x,t)$, prema onome kako je to gore izloženo, glase:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \theta \cdot \frac{f(x+\Delta x,\, t+\Delta t) - f(x,\, t+\Delta t)}{\Delta x} + (1-\theta) \cdot$$

$$\cdot \frac{f(x+\Delta x,\, t) - f(x,t)}{\Delta x} \qquad \text{([illegible])}$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \theta \, \frac{f(x+\Delta x,\, t+\Delta t) - f(x,\, t+\Delta t)}{2\,\Delta t}$$

$$- \frac{f(x+\Delta x,\, t) + f(x,\, t)}{2\,\Delta t} \qquad (5.2.5.3)$$

gde θ predstavlja koeficijent ponderacije.

Proračun se vrši tako što se izrazi (5.2.5.2) i (5.2.5.3) uvrste u osnovne jednačine, koje se zatim rešavaju pomoću Richtmyer-ovog algoritma (R. D. Richtmyer: "Difference methods for initial value problems." Interscience Publishers, N. York, 1957).

Osnovne jednačine transformisane po gornjem postupku znatno su složenije od onih jednačina koje se koriste u eksplicitnoj metodi; sam proračun je zato takođe znatno složeniji i praktično je neizvodljiv bez primene elektronskih računskih mašina. Međutim, ono što je uslovilo iznalaženje i primenu implicitne metode jeste izbor proizvoljnog intervala vremena (Δt) bez ikakvih ograničenja, što sa svoje strane omogućava znatno skraćenje vremena potrebnog za izvršenje proračuna. Napominjemo da je ovaj postupak isključivo pogodan za proračune propagacije talasa u otvorenim tokovima, ali ga mi nismo koristili iz razloga iznetih u uvodu.

5.2.6. Pregled najčešće primenjivanih računskih metoda proračuna po metodi karakteristika

Iz literature je poznat veliki broj varijanti proračuna po metodi karakteristika. U daljem izlaganju biće ukratko iznete dve najvažnije, pošto je za praktičnu primenu svaka od njih interesantna, bilo da je u pitanju uprošćenje postupka, ili izbor zavisno promenljivih, itd. Posebna pažnja će se posvetiti uopštenoj metodi konstantnog vremenskog intervala za složeno rečno korito koja predstavlja originalan postupak; radi ovoga u daljem izlaganju biće kasnije i izvedeni detalji proračuna po ovoj metodi za jedan konkretan slučaj propagacije talasa u prirodnim koritima.

Smatrali smo da kratak prikaz već poznatih metoda neće biti na odmet radi kontinuiteta izlaganja celokupne materije.

5.2.6.1. Grafoanalitička metoda po Arhangelskij-u*

Ova metodu izmedju ostalog karakteriše to, što se po njoj operiše sa proticajem (Q) i vodostajem (z) kao zavisno promenljivim, za razliku od drugih metoda u kojima su za zavisno promenljive usvojene brzine toka (v) i dubine (y) ili površina poprečnog preseka (F).

Metoda pripada grupi grafoanalitičkih.

Prelaz sa srednje brzine toka i dubine, na vodostaj i proticaj, biće izvršen po postupku Meleščenko-a i Jakubov-a. Tretiraće se problem prizmatičnog korita bez bočnog doticaja.

Jednačine karakteristika biće napisane u sledećoj formi:

$$\frac{dx}{dt} = v \pm \sqrt{g \cdot \frac{F}{B}} = \xi, \text{ odnosno } \tilde{\xi} \qquad (5.2.6.1.1)$$

$$dv = N \cdot dt \mp \sqrt{\frac{g}{B \cdot F}} \cdot dF \qquad (5.2.6.1.2)$$

$$N = g\,(S_{tr} - S_0)$$

---

* Metoda predstavlja kombinaciju metoda V.A. Arhangelskij-a, N.T. Meleščenko-a i N.S. Jakubov-a.

Za prizmatično korito se može napisati:

$$dv = d\,(Q/F) = \frac{dQ}{F} - \frac{Q}{K^2} \cdot B \cdot dH \qquad (5.2.6.1.[illegible])$$

S obzirom na jednačine (5.2.6.1.2 i 3), može se napisati za pozitivnu karakteristiku (s tim što je postupak identičan i za negativnu):

$$\frac{dQ}{F} - \frac{Q}{K^2} \cdot B \cdot dH = N \cdot dt - \sqrt{\frac{g}{B \cdot F}} \cdot B \cdot dH \qquad (5.2.6.1.[illegible])$$

Ako se obe strane gornje jednačine pomnože sa [illegible] i ako se stavi da je

$$dt = \frac{dx}{\xi} \qquad \sqrt{g \cdot \frac{F}{B}} = \alpha = v_{kr}$$

dobija se sledeći izraz za totalni diferencijal dubine toka:

$$dH = \frac{dQ}{B \cdot C} - \left(S_o - \frac{v^2}{C^2 \cdot R}\right) \cdot \frac{g \cdot F}{B \cdot C} \cdot \frac{dx}{\xi} \qquad (5.2.6.1.5)$$

Pošto je

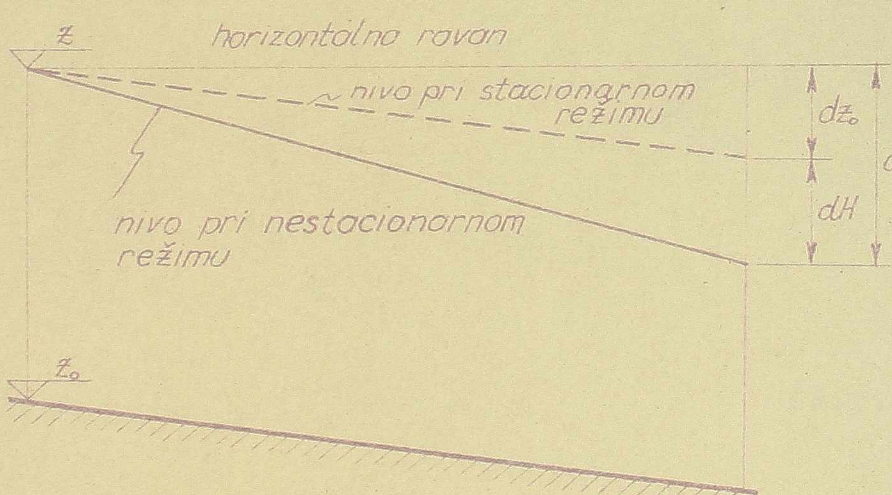
$$\frac{g \cdot F}{B \cdot C} \cdot \frac{dx}{\xi} = \frac{\alpha^2}{(v-\alpha)(v+\alpha)} = -\frac{1}{1-(v/\alpha)^2}$$

a pošto isto tako za većinu prirodnih tokova važi nejednačina $v/v_{kr} < 1$, to se jednačina (5.2.6.1.5) može napisati u sledećoj formi:

$$dH = \frac{dQ}{B \cdot C} + \left(S_o - \frac{v^2}{C^2 \cdot R}\right) \cdot dx \qquad (5.2.6.1.6)$$

Ako se u gornjoj jednačini dubina (H) izrazi pomoću vodostaja (z), i brzina sa modulom proticaja (K) preko proticaja (Q), vodeći računa o slici (5.2.6.1.7), dobija se konačno izraz za pozitivnu karakteristiku:

$$dz = \frac{1}{B.\check{C}} \cdot dQ - \frac{Q^2}{k^2} \cdot dx \qquad (5.2.6.1.8)$$



Sl.(5.2.6.1.7)

Prema tome, pri pozitivnoj karakteristici biće definisana sledećim jednačinama:

$$dx = [illegible] \cdot dt \qquad (5.2.6.1.9)$$

$$dz = \frac{1}{B.\check{C}} \cdot dQ - \frac{Q^2}{K^2} \cdot dx \qquad (5.2.6.1.10)$$

Na sličan način se dolazi i do jednačina negativne karakteristike:

$$dx = Č \cdot dt \qquad (5.2.6.1.11)$$

$$dz = \frac{1}{B.Š} \cdot dQ - \frac{Q^2}{K^2} \cdot dx \qquad (5.2.6.1.12)$$

Izražene pomoću konačnih razlika gornje jednačine napisane za nepoznatu traženu tačku "m", i poznate, uzvodnu tačku "a" i nizvodnu "b", glase:

$$x_m - x_a = Š_{1sr} (t_m - t_a) \qquad (5.1.6.1.13)$$

$$z_m - z_a = \left[\left(\frac{1}{B.Č}\right)_{1sr} - \left(Q_a + \frac{Q_m - Q_a}{3}\right) \cdot \frac{x_m - x_a}{K^2_{1sr}} \right] .$$

$$\cdot (Q_m - Q_a) - \frac{Q_a^2}{K^2_{1sr}} \cdot (x_m - x_a) \qquad (5.2.6.1.14)$$

$$x_m - x_b = Č_{2\,sr} (t_m - t_b) \qquad (5.2.6.1.15)$$

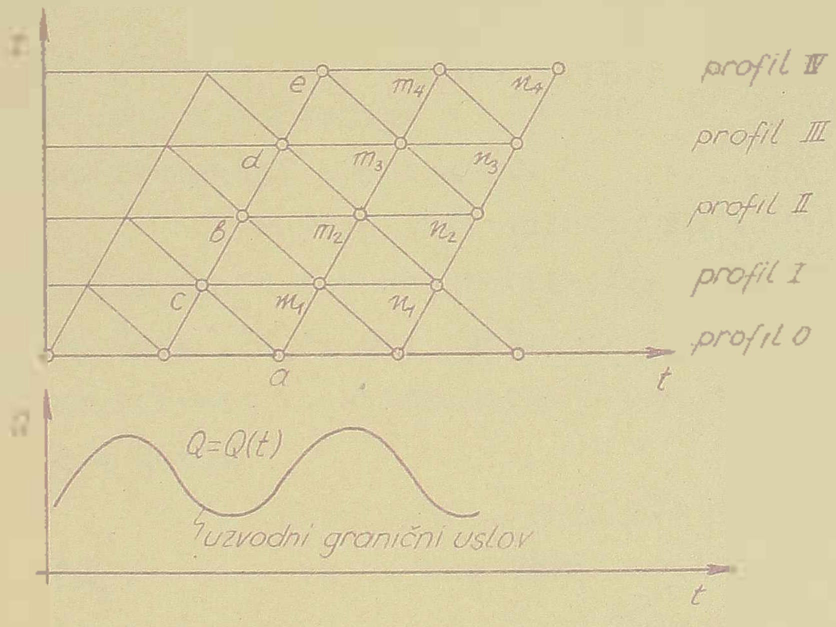
$$z_m - z_b = \left[\left(\frac{1}{B.Š}\right)_{2\,sr} - \left(Q_b + \frac{Q_m - Q_b}{3}\right) . \frac{x_m - x_b}{K^2_{2sr}} (Q_m - Q_b) - \right.$$

$$- \frac{Q_b^2}{K^2_{2\,sr}} (x_m - x_b) \qquad (5.2.6.1.16)$$

Za srednje vrednosti $(Š)$, $(Č)$, $\left(\frac{1}{B.Š}\right)$ i $\left(\frac{1}{B.Č}\right)$ usvajaju se one koje odgovaraju srednjoj vrednosti tih veličina na deonicama $(x_m - x_a)$ i $(x_m - x_b)$. (Indeksima 1 i 2 su označene srednje vrednosti koje se odnose na deonicu $x_m - x_a$, odnosno $x_m - x_b$).

Proračun se vrši u (x, t) ravni, a pomoću izvedenih jednačina (5.2.6.1.13 - 16). Proračun se svodi mo rešavanje četiri jednačine sa četiri nepoznate: x_m, t_m, Q_m i z_m.

Formiraćemo prvo mrežu karakteristika u ravni (x, t), pri čemu je početni uslov definisan poznatim proticajem (Q_o) i vodostajem (z_o) duž svake posmatrane deonice. Uzvodni granični uslov je definisan proticajem Q = Q(t) u početnom profilu svake deonice i vodostajem z = z(t) u nizvodnim profilima posmatranih deonica (vidi sl. 5.2.6.1.17).



Sl. (5.2.6.1.17)
Konstrukcija mreže karakteristika u ravni (x,t)

U tačkama (a), (b), (c), (d) i (e), koje leže u graničnim profilima posmatranih deonica, poznate su vrednosti (Q_o) i (z_o). U prvoj aproksimaciji pretpostavićemo da su veličine (c), ($\bar{c}$), ($\frac{1}{B.C}$) i ($\frac{1}{B.C}$) konstantne na deonicama ($x_m - x_a$) i ($x_m - x_b$) i odredićemo ih na osnovu poznatih (Q_o) i (z_o) u tačkama (a) i (b). Na osnovu ove pretpostavke možemo definisati pravce pozitivne, odnosno negativne karakteristike kroz tačku (a), odnosno (b), prema jednačinama (5.2.6.1.[illegible]

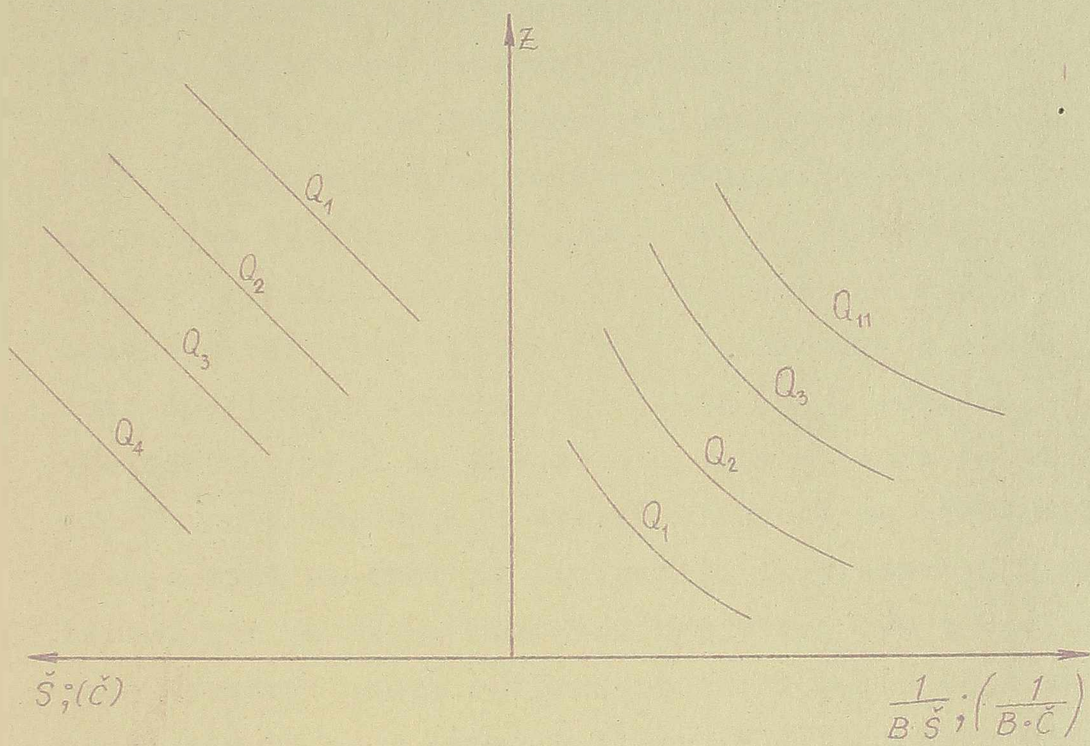
U preseku ovih dveju pravih dobija se tražena tačka (m_1) i njene koordinate u ravni (x, t), (x_m) i (t_m). Koristeći jednačine (5.2.6.1.14 i 17) dobijamo veličinu proticaja (Q'_{m_1}) i vodostaja (Z'_{m_1}) u nepoznatoj tački (m_1). Ukoliko ovako odredjene vrednosti (Q_{m_1}) i (Z_{m_1}) ne odgovaraju pretpostavljenim [na osnovu kojih su odredjeni polazni elementi (c), (c), ([illegible]) i ([illegible])], pretpostavljamo novu vrednost proticaja koja je jednaka ($\frac{Q_a + Q'_{m_1}}{2}$) i vodostaja ($\frac{Z_a + Z'_{m_1}}{2}$), i postupak se ponavlja sve dotle dok pretpostavljene vrednosti proticaja i vodostaja u traženoj tački (m_1) ne budu ekvivalentne izračunatim.

Postupak se dalje nastavlja za nalaženje tačke mreže karakteristika (m_1), (m_2), (m_3) itd., i spoljašnje (m_o). Ove poslednje se računaju pomoću para negativnih karakteristika i zadatog graničnog uslova $Q = Q(t)$.

Nakon iznalaženja sistema tačaka (m_o), (m_1), (m_2) .... (m_n), ove ~~[illegible]~~ postaju polazne za sistem (n_o), (n_1), (n_2) .... (n_n) itd. Na ovaj način se malo polje u ravni (x,t) pokriva mrežom karakteristika.

Postupak je relativno jednostavan, ali vrlo zahtevan u primeni.

Na ovom grafiku se mogu videti detaljni morfološki podaci o koritu, i hidraulički elementi toka, na osnovu kojih se formiraju pomoćni dijagrami prikazani na slici (5.2.6.1.1[illegible]).



Sl. (5.2.6.1.18) - Pomoćni dijagrami za proračun po metodi karakteristika po Arhangelskij-om

Puno [illegible] sa [illegible] metodom ima postupak [illegible]

Polazeći od osnovnih diferencijalnih jednačina nestacionarnog kretanja, autor dolazi do jednačina karakteristike, koje se mogu napisati pomoću konačnih vrednosti u sledećem obliku:

$$x_u = x - x_u = \check{S}_u (t - t_u) [illegible] t_u \qquad (5.2.6.1.19)$$

$$v_u = v - v_u = [illegible] (F - F_u) + [illegible]_u \cdot t_u \qquad (5.2.6.[illegible])$$

$$x_n = x - x_n = \check{C}_n (t - t_n) [illegible] t_n \qquad ([illegible])$$

$$v_n = v - v_n = [illegible] \cdot (F - F_n) + [illegible]_n \cdot t_n \qquad (5.2.6.1.2[illegible])$$

u kojima su indeksom (u) obeležene vrednosti koje se odnose na uzvodnu tačku kroz koju prolazi pozitivna karakteristika, a sa tačkom (n) nizvodna tačka kroz koju prolazi negativna karakteristika.

Autor je dao postupak sličan prethodnom, pomoću koga se gornje jednačine rešavaju, i na taj način se odredjuju dve zavisno promenljive (v) i (F) i dve nezavisno promenljive u traženoj tački. Pri tome se duž računskih odsečaka karakteristika, kao i u prethodnom slučaju uostalom, operiše sa vrednostima člana (N_u), odnosno (N_n), tj. vrednostima koji se odnose na poznate tačke (u) i (n).

S obzirom na veliku sličnost sa prethodnom, ova metoda sama po sebi ne bi trebalo da predstavlja veliki interes, bar sa našeg aspekta. Medjutim, baš u vezi ove metode postoji veoma interesantan rad[44], u kome se tretira problem uvodjenja promene člana (N) duž odsečka računske karakteristike. Koristeći mogućnost linearizacije člana koji predstavlja pad trenja, dolazi se do jednačina kojima je obuhvaćena i ta promena u prvom približavanju, što predstavlja jedan stepen više u pogledu tačnosti osnovnih jednačina. (Slična razmišljanja bi se mogla primeniti i kod postupka Arhangelskij-a).

Znači da se polazi od činjenice da veličina (N), koja u sebi sadrži i trenje nije konstantna, već se u toku vremena [illegible].

$$\frac{dN}{dt} = \frac{d}{dt}\left[g\left(I_o - \frac{v^2}{C_s^2 \cdot R}\right)\right] \qquad (5.2.6.1.23)$$

odakle se dobija sledeća jednačina:

$$N_t = N_o - \frac{x \cdot v_o^2}{C_s^2 \cdot R}\left[\frac{2(v_t - v_o)}{v_o} - M_o(1+B_o)\frac{F_t - F_o}{F_o}\right] \qquad (5.2.6.1.24)$$

gde je

$$x = 1 - 2 \cdot \frac{R}{B} \cdot \sqrt{1 + m^2} \qquad (5.2.6.1.25)$$

m – kotangens ugla nagiba kosine u tački ureza vode.

A o se zatim [illegible] pretpostavi da [illegible] [illegible] pop[illegible] preseka (F_g) i brzine toka (v_g) u intervalu (Δt) linearne funkcija od vremena (t), onda se umesto izraza ($F_g \cdot \Delta t_g$) u jednačini (5.2.6.[illegible]) [illegible]:

$$\int_{t_g}^{t} N\,dt = g\Big[S_o - \frac{v_{g} \cdot v}{C^2_{[illegible]} \cdot R_{[illegible]}} + \frac{v_g^2}{C^2_{ag} \cdot R_a} \cdot \frac{[illegible](1-\beta_{[illegible]})}{2} \cdot$$

$$\cdot \left(\frac{[illegible]}{[illegible]_v} - 1\right)\Big] \cdot (t - t_g) \qquad (5.2.6.1.26)$$

Na sličan način se može zameniti i izraz ($N_{[illegible]} \cdot [illegible]$) u jednačini (5.2.6.1.21).

Ovo predstavlja suštinu korekcije razvijenih jednačina karakteristika, [illegible] u njihovo dalje izvodjenje i računanje. Na osnovu rezultata primene ovih dopuna autor smatra da je [illegible] način proširena oblast primene opšte poznate metode Hristijanović-a.

5.2.6.2. Metoda konstantnog vremenskog intervala po Lin-u [illegible].

Smisao uvodjenja konstantnog računskog vremenskog intervala (Δt) leži u tome što se na taj način [illegible] [illegible] traženoj tački mreže u ravni ($x, \Delta t$).

Metoda će biti izvedena za slučaj prizmatičnog rečnog korita bez bočnog doticaja.

Predložena metoda se razlikuje od [illegible] na taj način što se mreža ne razvija u celoj ravni, već duž celog kanala u toku kratkih vremenskih intervala (Δt).

[illegible] okviru ovog intervala mogu se sa puno opravdanja aproksimirati pravim linijama. Odavde sledi da se promena karakteristične promenljive odigrava po linearnom [illegible]. Proračun se sprovodi sa konačnim veličinama, [illegible] se osnovne jednačine nestacionarnog kretanja u otvorenom prizmatičnom koritu mogu napisati u sledećoj formi:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = v \pm \sqrt{g\ F/B} = v \pm c \qquad (5.2.6.2.1)$$

gde je $c = \sqrt{g\ F/B}$ – brzina propagacije

$$(v \pm 2\ U) = g\ (S_o - S_{tr}) . \Delta t \qquad (5.2.6.2.2)$$

gde je $U = \sqrt{\frac{g}{2}} \int \frac{dF}{BF}$

Izraz za (S_{tr}) je dobijen na osnovu polazne postavke o linearnoj promeni nagiba trenja, tako da se [illegible] sati:

$$\int_{t}^{t+\Delta t} S_{tr} . dt \approx \overline{S}_{tr} . \Delta t \qquad (5.2.6.2.3)$$

Nakon ovoga, jednačine (5.2.6.2.1-2) se mogu napisati u sledećoj formi:

$$V + 2\ U \approx v_u + 2\ U_u + M_u + M \qquad (5.2.6.2.4)$$

$$v - 2\ U \approx v_n - 2\ U_n + M_n + M \qquad (5.2.6.2.5)$$

pri čemu je uvedena oznaka:

$$M = g/2\ (S_o - S_{tr}) . \Delta t \qquad (5.2.6.2.6)$$

što u stvari predstavlja polovinu proizvoda konstante gravitacije i karakterističnog spljoštenja.

Sabiranjem i oduzimanjem jednačina (5.2.6.2.4–5) eliminiše se veličina (M) u nepoznatoj tački, čime se postupak uprošćava u velikoj meri.

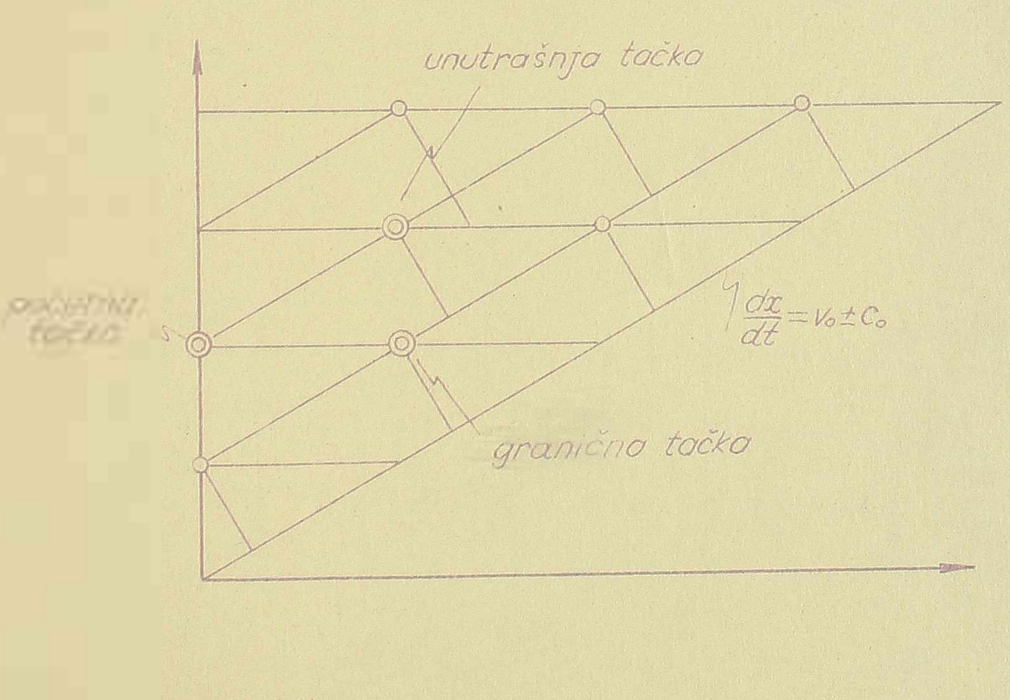
Sabiranjem se dobija:

$$V + M = \frac{1}{2}\left[(V_u + 2U_u + M_u) + (V_n - 2\,U_n + M_n)\right] \qquad (5.2.6.2.6)$$

Oduzimanjem gornjih jednačina dobija se izraz za proračun veličine U:

$$U = \frac{1}{4}\cdot\left[(V_u + 2\,U_u + M_u) - (V_n - 2\,U_n + M_n)\right] \qquad (5.2.6.2.7)$$

Proračun po metodi Lin-a razlikuje se za unutrašnje i početne tačke mreže u ravni (x,t), kao što je pokazano na slici (5.2.6.2.8)



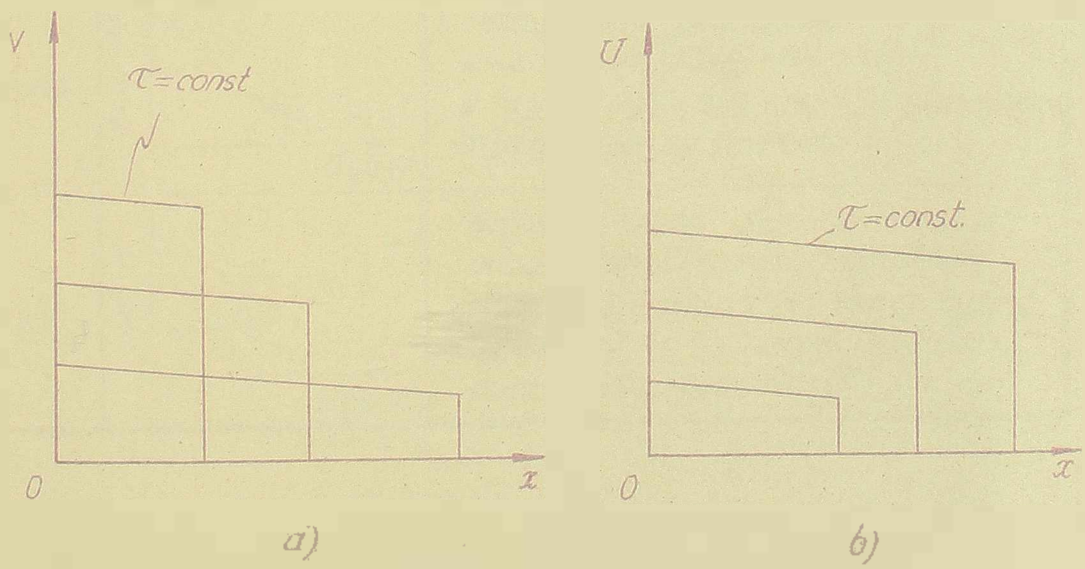
Sl. (5.2.6.2.8)

Pod unutrašnjim tačkama se podrazumevaju one koje leže unutar mreže u ravni (x,t), početne tačke su one koje leže na (t) osovini u (x,t) ravni, odnosno tačke ... [illegible] tako zavisi i od graničnih uslova.

Za obavljanje proračuna neophodno je poznavanje detaljnih morfoloških karakteristika deonice na kojoj se analizira propagacija talasa, kao i početni uslovi ravnomernog režima toka u trenutku $t = 0$, neposredno pre pojave nestacionarnog fenomena.

Koristeći podatke o poznatim podlogama, konstruišu se pomoćni dijagrami neophodni za dalji proračun.

Treba pomenuti još jednu specifičnost metode konstantnog vremenskog intervala: sa napredovanjem u računanju [illegible] karakteristika, naporedo se crtaju i dijagrami $v = v(x)$ i $U = U(x)$, što nam omogućava da izvršimo proračun za sledeći vremenski interval (vidi sl. 5.2.6.2.9).



Sl. (5.2.6.2.9)
Pomoćni dijagrami $v = v(x)$ i $U=U(x)$ u proračunu po metodi LIN-a

Proračun početnih tačaka.

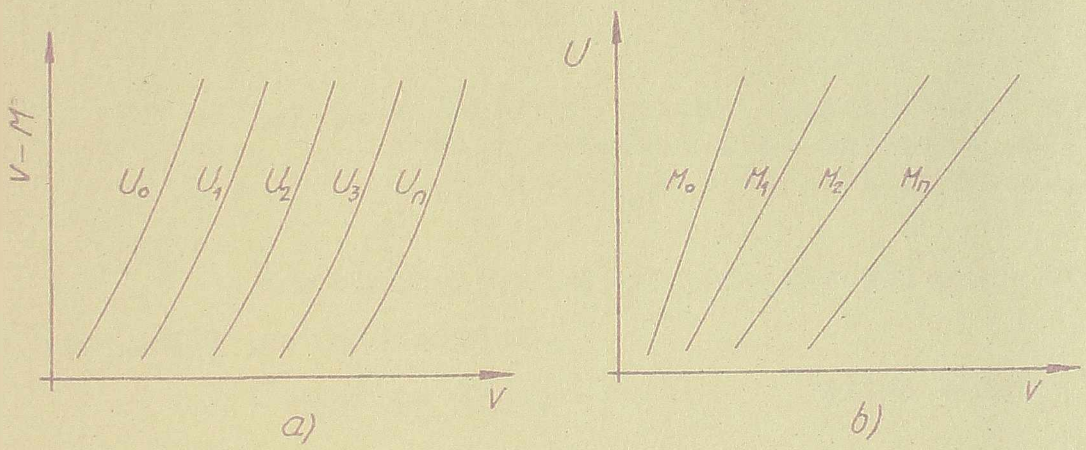
Za proračun početnih tačaka koristi se jednačina (5.2.6.2.5) i pomoćni dijagrami dati na slici (5.2.6.2.1o) u zavisnosti od zadatog graničnog uslova, kao i sam početni uslov.

GRANIČNI USLOV	POMOĆNI DIJAGRAM	NAČIN PRORAČUNA
$y=y(t)$	—	Do rešenja se dolazi direktno iz odgovarajuće jednačine
$V=V(t)$		Do rešenja se dolazi direktno, na osnovu poznate brzine V, sračuna se U
$V=0$	—	Do rešenja se dolazi direktnim rešavanjem jednačine $U=U_U+(V_U/2)+[(M_U+M)/2]\cdot\Delta t$
$Q=const$		Rešenje se dobija direktnim rešavanjem jednačine $V+2U-M=V_U+2U_U+M_U$ ili $V-2U-M=V_D-2U_D+M_D$ Sa pomoćnog dijagrama se odrede U ili V
$Q=Q(t)$		Najčešći slučaj koji se rešava probanjem. Pomoću jednačine (5.2.6.2.5) i poznatog proticaja Q, odredi se (V), a zatim površina poprečnog preseka (F).

31. (5.2.6.2.1o)

[illegible] nosti od [illegible] uslova.

Proračun unutrašnjih tačaka. Pomoću jednačina (5.2.6.2.6-7) i pomoćnog dijagrama prikazanog na slici (5.2.6.2.11/a), odredi se (v) u nepoznatoj traženoj tački. Za poznato (U) i (V), a pomoću dijagrama na slici (5.2.6.2.11/b) odredi se veličina (M) u nepoznatoj traženoj tački. Kako je M = M(F), to se vrlo lako nadje i vrednost površine poprečnog preseka (F).



Slika (5.2.6.2.11) Pomoćni dijagrami za proračun po metodi Lin-a

Kontrola ovako sračunatih veličina (v) i (F) vrši se pomoću preostalog para karakteristika (5.2.6.2.1). Proračun za jednu tačku završava se onda, kada su veličine (v) i (F) sračunate pomoću jednačina (5.2.6.2.6-7), identične sa vrednostima dobijenim pomoću jednačina (5.2.6.2.1).

Metoda Lin-a je vrlo praktična za primenu i kao što se vidi razradjena je za sve najvažnije slučajeve koji se u praksi mogu pojaviti s obzirom na granične uslove.

Medjutim, za izvesne tačke koje ćemo nazivati granične (one koje se nalaze neposredno uz graničnu karakteristiku i prva početna tačka mreže u ravni x, t), vremenski interval Δt ≠ const, što znači da se takve tačke moraju računati po nekoj drugoj varijanti metode karakteristika, što negativno utiče na kontinuitet rada i uigranost onoga ko računa; zahteva izradu novih pomoćnih dijagrama itd. Logično da se sve ovo negativno odražava i na utrošak vremena.

Pored toga, izloženi postupak primenljiv je samo za šematizovano prirodno korito - prizmatično.

Sve ovo, kao i praktičnost metode, navelo nas je na pomisao da pokušamo da razradimo jednu novu metodu koja bi zadržala sve pozitivne osobine originalne metode Lin-a, s tim što bi bila primenljiva za sve tačke mreže karakteristika u ravni (x, t) i za prirodna korita sa neprotočnom inundacijom.

5.2.6.3. Uopštena metoda "konstantnog" vremenskog intervala, za prirodna korita prizmatičnog oblika sa inundacijom

Ponovićemo jednačine karakteristika za prirodno korito sa inundacijom.

Jednačine karakteristika u opštem obliku glase:

$$\frac{dx}{dt} = c^{\pm} \qquad (5.2.6.3.1)$$

$$d\phi^{\pm} + a^{\pm}\,dt = 0 \qquad (5.2.6.3.2)$$

Za slučaj prirodnog korita gornje jednačine se transformišu u sledeće:

$$\frac{dx}{dt} = \left(\frac{B' + B}{2B'}\right) \cdot v \pm \sqrt{\left(\frac{B' - B}{B'}\right) \cdot v^2 + g \cdot \frac{F}{B'}} \qquad (5.2.6.3.3)$$

$$d\left[\int \frac{2g \cdot B' \cdot dy}{(B' - B) \cdot v \pm 2B' \cdot N} \pm v\right] \pm g(S_{tr} - S_o) = 0 \qquad (5.2.6.3.4)$$

Nešto transformisana poslednja jednačina može da se napiše u sledećem obliku

$$d\left[v + \int \frac{2g \cdot B' \cdot dy}{(B' - B) \pm 2B' \cdot N}\right] = g(S_o - S_{tr})^{+} \qquad (5.2.6.3.4^{+})$$

+/ Interesantno je da se iz ovih opštih izraza ne mogu dobiti izrazi za jednostavnije oblike korita - trapezno i pravougaono. Ovo se da objasniti time što polazne osnovne jednačine (dinamička jednačina i jed-

Uvodi se smena:

$$2\,U^{\pm} = \int \frac{2g \cdot B' \cdot dy}{(B'-B)\,v \pm 2B'\sqrt{\left(\frac{B'-B}{B}\right)^{2} \cdot v^{2} + g \cdot \frac{F}{B}}} \qquad (5.2.6.3.5)$$

tako da se jednačine karakteristika (5.2.6.3.4) mogu napisati u konačnoj formi:

$$d(v + 2U^{\pm}) = g(S_{o} - S_{tr}) \cdot dt \qquad (5.2.6.3.6)$$

veličina ($U^{\pm}$) se može napisati u još jednostavnijem obliku:

$$U^{\pm} = g \cdot B' \int \frac{dy}{(B'-B) \cdot v \pm 2\sqrt{(B'-B)^{2} \cdot v^{2} + g\,F \cdot B'}} \qquad (5.2.6.3.7)$$

Gornji izraz se ne može rešiti analitički, već približno, grafoanalitički. Naime, ako se izraz

---

načina kontinuiteta) nisu identične za složeno i bilo koje drugo korito. Medjutim, iz opštih karakterističnih izraza (brzine, spljoštenja i promenljive), mogu se odrediti odgovarajući karakteristični izrazi za dotično korito.

Pokazaćemo ovo na slučaju prizmatičnog korita. Za slučaj prizmatičnog korita će biti:

$$B' = B$$

tako da se karakteristične jednačine (5.2.6.3.3–4) svode na:

$$\frac{dx}{dt} = \left(\frac{B'-B}{2B}\right) \cdot v \pm \sqrt{\left(\frac{B'-B}{B}\right)^{2} \cdot v^{2} + g \cdot \frac{F}{B}} = v \pm \sqrt{g\frac{F}{B}} \qquad (5.2.2.12 \text{ i } 14)$$

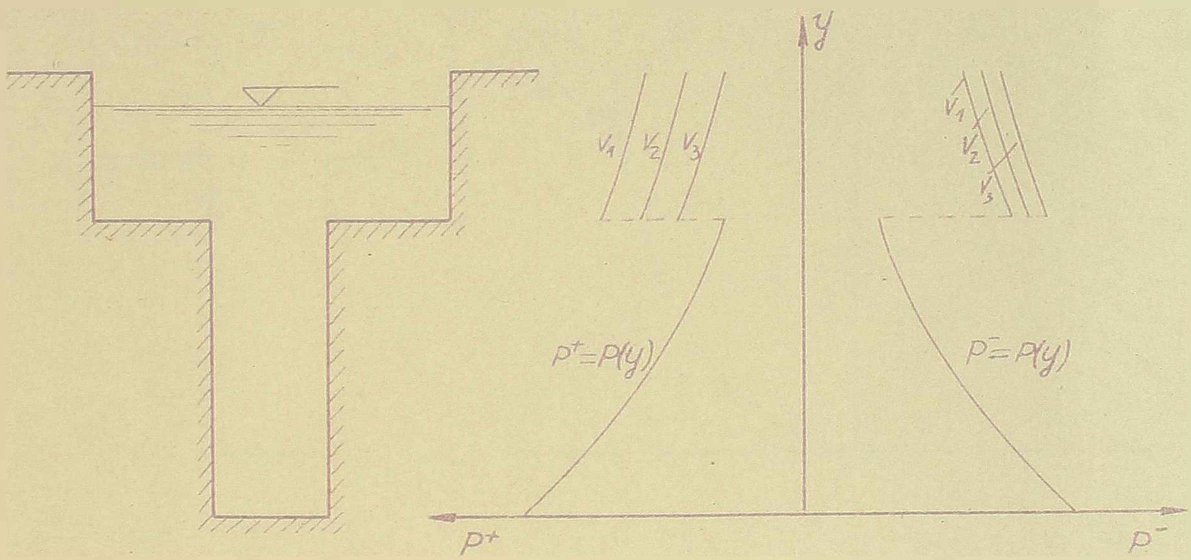
$$d\left[\int \frac{2g \cdot B' \cdot dy}{(B'-B) \cdot v \pm 2B' \cdot N} + v\right] + g(S_{tr} - S_{o}) = d\left(v \pm \int \sqrt{\frac{g}{B}} \frac{dF}{\sqrt{F}}\right) \qquad (5.2.5.11 \text{ i } 15.)$$

Kao što se vidi, dobijene su identične jednačine onima ranije izvedenim.

pod integralom obeleži sa (p), pri čemu je

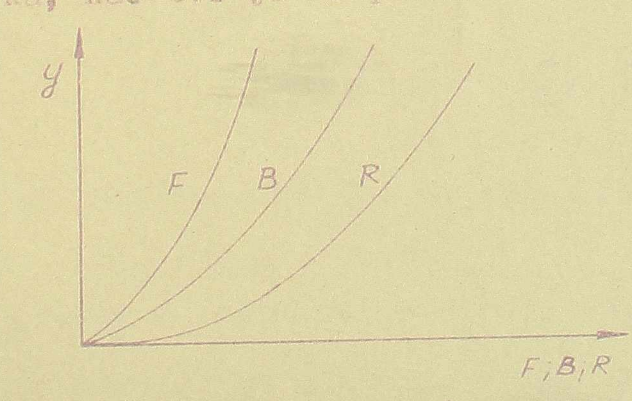
$$p^{\pm} = \frac{g \cdot B'}{(B'-B)\cdot v \pm 2\,(B'-B)^2 \cdot v^2 + g\,FB'} \qquad (5.2.6.3.8)$$

funkcije (p) nacrtana u koordinatnom sistemu $p = p(y)$, ima oblik kao na slici (5.2.6.3.9)



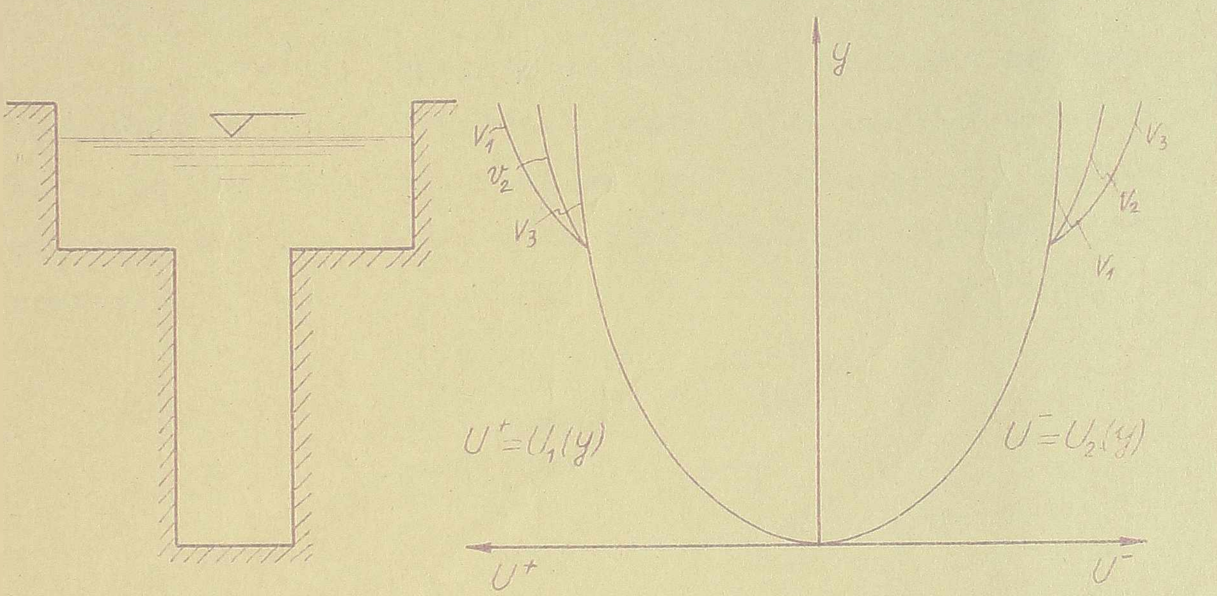
Sl. (5.2.6.3.9) - Pomoćni dijagrami

Za konstrukciju gornjeg dijagrama neophodno je poznavanje morfoloških karakteristika u funkciji dubine toka, kao što je to pokazano na slici (5.2.6.3.9')



Sl. (5.2.6.3.9')
Pomoćni dijagram sa morfološkim karakteristikama toka

Grafičkim integrisanjem funkcije $p^{\pm} = p(y)$, dobijaju se funkcije $U^{\pm} = U(y)$ kao što je prikazano na slici (5.2.6.3.10)



Sl. (5.2.6.3.10)

Integrisanjem leve i desne strane jed[illegible] (5.2.6.3.6), uz pretpostavku da je izabran dovoljno [illegible] vremenski interval (Δt), dobija se:

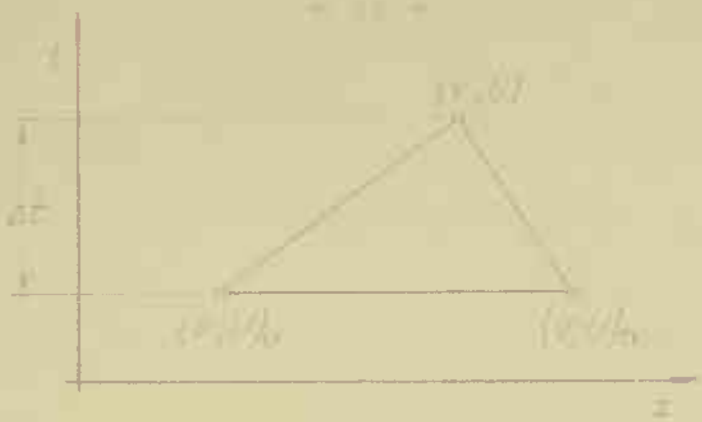
$$d\,(v \pm 2U^{\pm}) = (v \pm [illegible]) - (v_{[illegible]} + 2U^{\pm}_{[illegible]}) \quad (5.2.6.3.[illegible])$$

$$[illegible] (v_{[illegible]} - 2U^{-}_{[illegible]}) \quad (5.2.6.3.[illegible])$$

pri čemu su korišćene oznake sa slike (5.2.6.3.13)

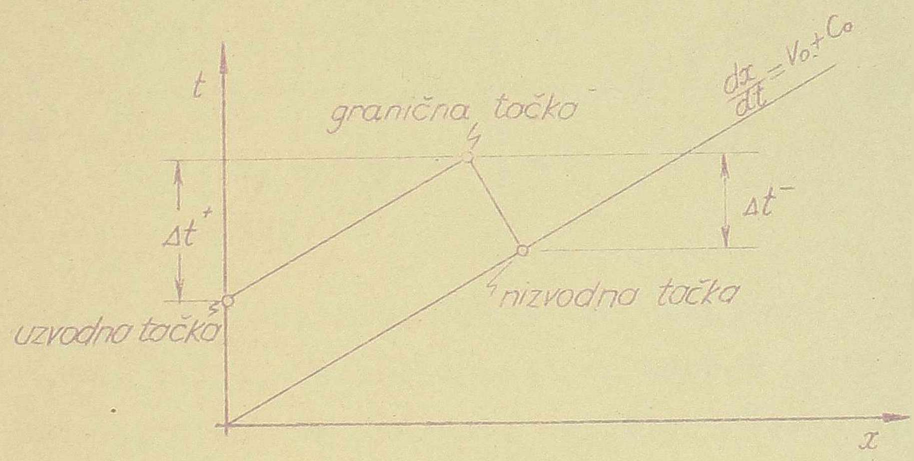
[illegible] $\int_{t}$ [illegible] $= [illegible] \left[[illegible] / 2 \right] \cdot \Delta t$ [illegible] ..(5.2.6.3.14)

$= \left[[illegible] + S_{[illegible]} / 2 \right] \cdot \Delta t$ ..(5.2.6.3.15)



Sl. (5.2.6.3.13) element mreže karakteristika u ravni (x, t)

Već je pomenuto da se [illegible] postupak [illegible] koristiti za tzv. "graničke" [illegible] (vidi sliku 5.2.6.3.16). Da bi se ovo izbeglo, uvodi se novi postupak, pri čemu će proračun ostalih tačaka biti samo jedna od mogućnosti tog postupka.



Sl. (5.2.6.3.16)

Za opšti [illegible] slučaj kada je $\Delta t \neq const$, [illegible] (5.2.2.11 i 15), [illegible] sledećem obliku:

$$v + 2U^+ = v_{[illegible]} + 2U^+_{[illegible]} + M^+ + M^+ \qquad (5.2.6.3.17)$$

$$v + 2U^- = v_{[illegible]} - 2U^-_{[illegible]} + M^- + M^- \qquad (5.2.6.3.18)$$

Veličine trenja u bilo kojoj [illegible] (x, t) obuhvaćena je sledećim izrazom:

$$M = g/2(S_0 - S_{tr}) \cdot \Delta t = g/2(S_0 - \frac{[illegible]^2 \cdot [illegible]^2}{[illegible]}) \Delta t \qquad (5.2.6.3.19)$$

Veličina trenja u nepoznatoj [illegible] tač-
ki, prikazanoj na slici (5.2.6.3.16), mora biti ista bilo da se polazi iz uzvodne (u) ili nizvodne (n) [illegible]

$$M^{+} = \frac{g}{2}\left[S_o - \left(\frac{n^2 \cdot v^2}{R^{4/3}}\right)\right] \cdot \Delta t^{+} \qquad (5.2.6.3.20)$$

$$M^{-} = \frac{g}{2}\left[S_o - \left(\frac{n^2 \cdot v^2}{R^{4/3}}\right)\right] \cdot \Delta t^{-} \qquad (5.2.6.3.21)$$

pri čemu je $\Delta t^{+} > \Delta t^{-}$

$$\frac{M^{-}}{M^{+}} = \frac{g/2\left[S_o - \left(\frac{n^2 \cdot v^2}{R^{4/3}}\right)\right] \cdot \Delta t^{-}}{g/2\left[S_o - \left(\frac{n^2 \cdot v^2}{R^{4/3}}\right)\right] \cdot \Delta t^{+}} = \frac{\Delta t^{-}}{\Delta t^{+}} \qquad (5.2.6.3.22)$$

Indeksima [illegible] i [illegible] označene su uzvodna i nizvodna tačka. Veličine koje se odnose na traženu tačku nemaju [illegible] indeksa; veličine [illegible] od uzvodne tačke obeležene su znakom (+), a od nizvodne znakom (−).

Iz poslednje [illegible]

$$M^{-} = M^{+} \cdot \frac{\Delta t^{-}}{\Delta t^{+}} \qquad (5.2.6.3.23)$$

[illegible] se poslednja jednačina [illegible] u jednačine (5.2.6.3.17 i 18), dobija se:

$$v + 2\,U^{+} = v_u + 2\,U_u^{+} + M_u^{+} + M^{+} \qquad (5.2.6.3.24)$$

$$v + 2\,U^{-} = v_n - 2\,U_n^{-} + M_n^{-} + M^{+} \cdot \frac{\Delta t^{-}}{\Delta t^{+}} \qquad (5.2.6.3.25)$$

[illegible] jednačina [illegible] jedne od druge, [illegible] ovim sređivanjem u smislu preoači-

[illegible]

$$\frac{1}{2}\left(1+\frac{\Delta t^-}{\Delta t^+}\right)=\alpha\ ;\ \frac{1}{2}\left(1-\frac{\Delta t^-}{\Delta t^+}\right)=\beta \qquad \text{[illegible]}$$

dobija se sledeći par jednačina:

$$\left[(U^+ - U^-) - \beta \cdot M^+\right] = \frac{1}{2}\cdot\left[(v_u + 2U_u^+ + M_u^+) - (v_n - 2U_n^- + M_n^-)\right] \qquad (5.2.6.3.27)$$

$$\left[(v - \alpha \cdot M^+) + (U^+ + U^-)\right] = \frac{1}{2}\left[(v_u + 2U_u^+ + M_u^+) + (v_n - 2U_n^- + M_n^-)\right] \qquad (5.2.6.3.28)$$

Koeficijenti (α) i (β) [illegible] (5.2.6.3.26)

$$\beta = (1 - \alpha) \qquad \text{[illegible]}$$

[illegible]

$$1/2 \leq \alpha \leq 1.0$$

$$0 = \beta \leq 1/2 \qquad (5.2.6.\text{[illegible]})$$

[illegible] i granične tačke, to će biti izložen odvojeno za [illegible] druge.

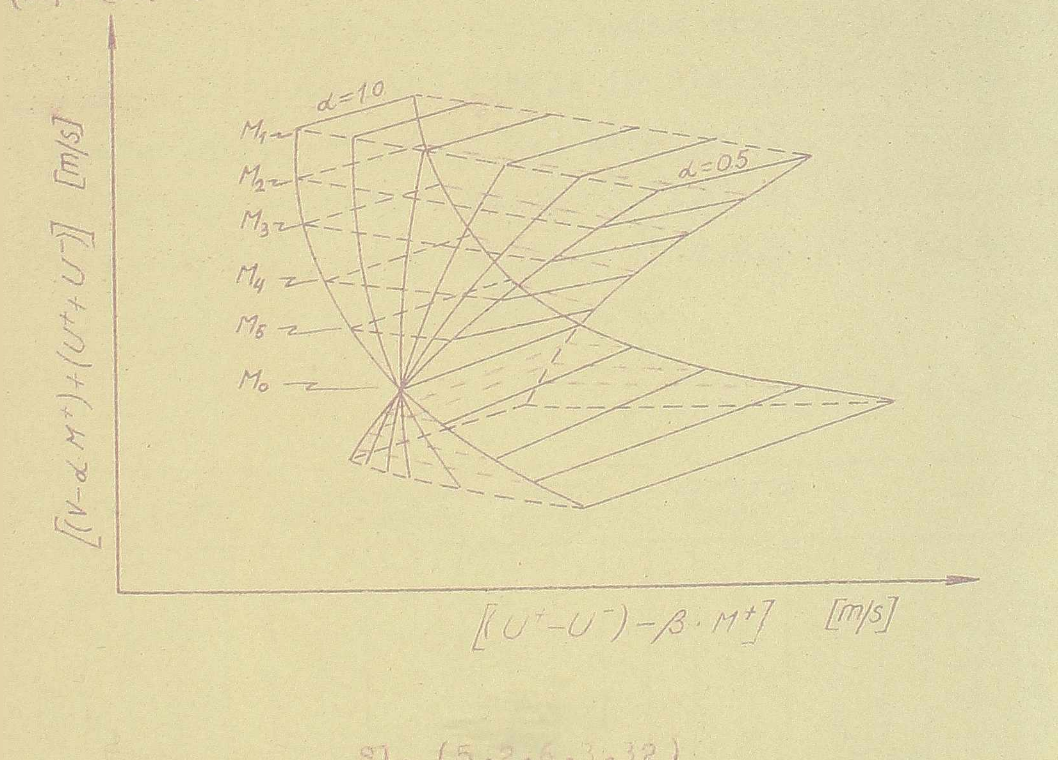
Proračun unutrašnjih tačaka.

Tok proračuna će biti izložen hronološki i detaljno sa svim potrebnim pomoćnim dijagramima i tabelama.

1. Iz jednačina (5.2.6.3.27 i 28) se vidi da je za njihovo rešavanje neophodno konstruisati dijagram dat sledećom zavisnošću:

$$(V - \;.\; M^{+}) + (U^{+} + U^{-}) = f_1\left[(U^{+} - U^{-}) \;.\; M^{+}\right] \ldots\ldots (5.2.6.3.31)$$

koji je prikazan na slici (5.2.6.3.32) i predstavlja "prostorni" dijagram pošto u njemu figurišu dva parametra (M) i (α) .



Sl. (5.2.6.3.32)
Pomoćni dijagram za proračun unutrašnjih tačaka

Pomoću ovog dijagrama proračunava se tabelarno, kao što je to prikazano tabelom (5.2.6.3.I).

Tabela (5.2.6.3.I)

M	V_1											V_2
				$\alpha_1 = 1.0$, $\beta_1 = 0.5$				$\alpha_2 = 0.50$, $\beta_2 = 0.50$				
	$V_1 - M$	$U^+ + U^-$	$U^+ - U^-$	$V - \alpha_1 \cdot M$	$(V - \alpha_1 \cdot M) + (U^+ + U^-)$	$\beta_1 \cdot M$	$(U^+ - U^-) - \beta_1 \cdot M$	$V - \alpha_2 \cdot M$	$(V - \alpha_2 \cdot M) + (U^+ + U^-)$	$\beta_2 \cdot M$	$(U^+ - U^-) - \beta_2 \cdot M$	

S obzirom da desnu stranu jednačina (5.2 [illegible] čine poznate veličine, to znači da se mogu odrediti i leve strane tih istih jednačina.

Znači da se prethodno sračunaju vrednosti u kolonama (12) do (19) tabele (5.2.6.3.II) na osnovu pretpostavljenog položaja nizvodne tačke, [illegible] i na osnovu njih, vrednosti u kolonama (2o) do (25). Koristeći [illegible] podatke i dijagram sa slike (5.2.6.3.32), odredi se veličina ([illegible]) u nepoznatoj tački.

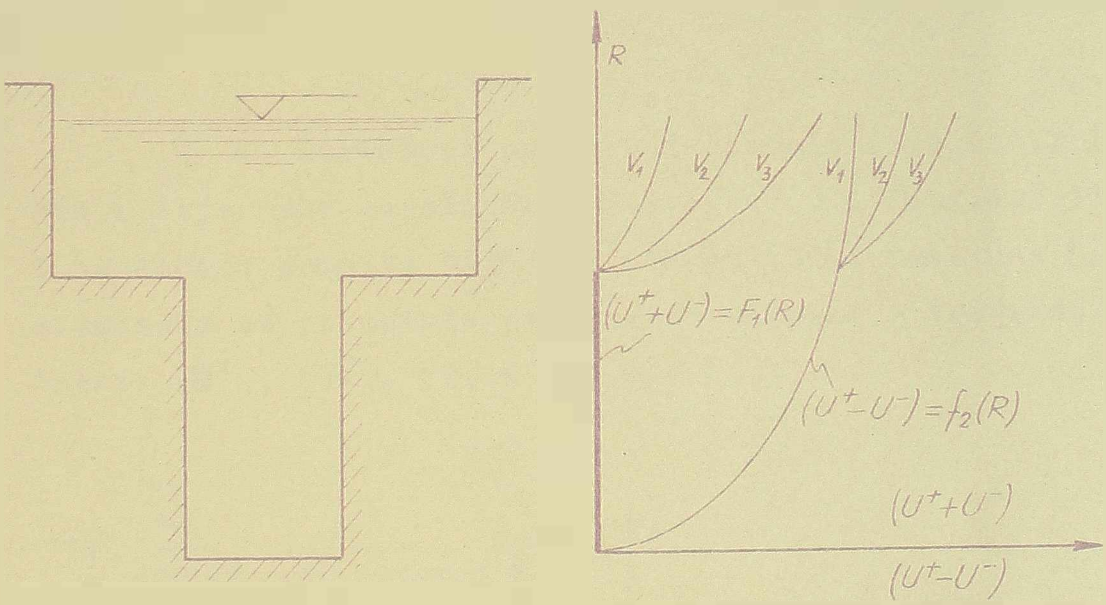
Tabela (5.2.6.3.II)

broj tačke	Tražena tačka						provera sračunatih podataka				uzvodna tačka				nizvodna tačka				—					
	V	U^+	U^-	M	F	Q	$(dx/dt)^+$	$(dx/dt)^-$	$(dx/dt)^+_{sr}$	$(dx/dt)^-_{sr}$	V_U	U_U^+	M_U^+	$\left(\frac{dx}{dt}\right)_U$	V_N	U_N^-	M_N^-	$\left(\frac{dx}{dt}\right)_N$	$V_U^+ + 2U_U^+ + M_U^+$	$V_N^- - 2U_N^- + M_N^-$	$\frac{(22)}{2}$	$\frac{(23)}{2}$	$(V - \alpha \cdot M^+) + (U^+ + U^-) = [(24)+(25)]$	$[(U^+ - U^-) - \beta \cdot M^+ = (24)-(25)]$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

2. Na osnovu [illegible] veličine (m) odredi se [illegible] $(U^{-} - U^{-})$, pošto je veličina (β) poznata (vidi sliku 5.2.6.3.16).

3. Na osnovu prethodno pripremljenog dijagrama $(U^{+} + U^{-}) = f(R)$ prikazanog na slici (5.2.6.3.33), koji se sračunava tabelarno (tabela 5.2.6.3.III), odredi se veličina hidrauličkog radijusa (R).

4. Sa istog dijagrama i pomoću veličine (R), odredi se izraz $(U^{+} - U^{-})$.



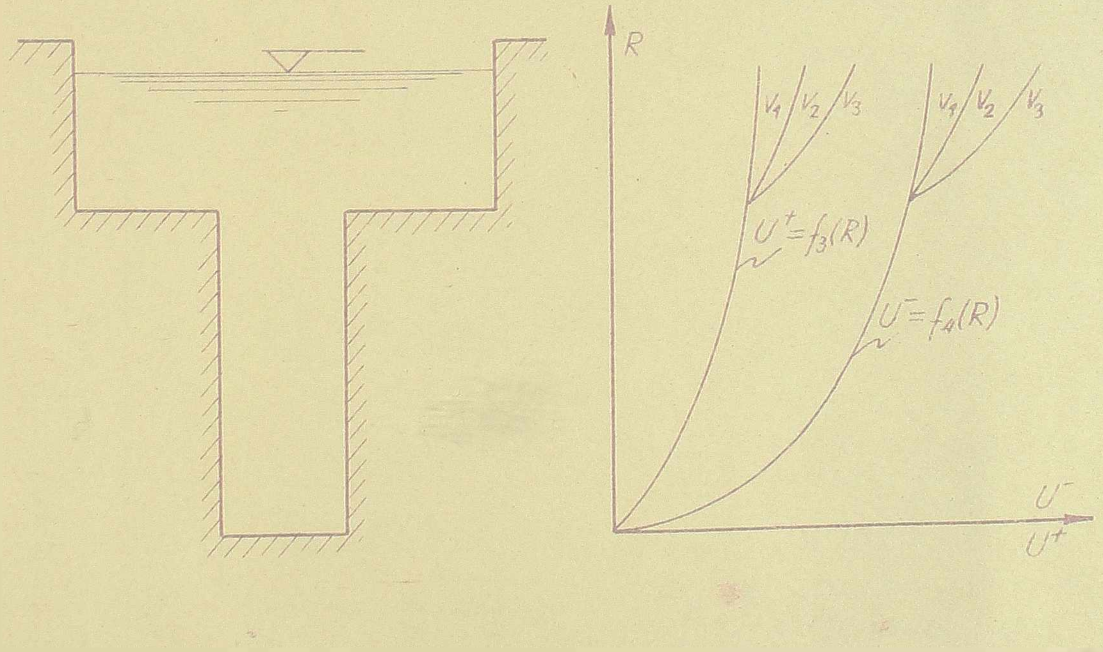
Sl. (5.2.6.3.33) Pomoćni dijagram za proračun [illegible]

5. [illegible] (v) [illegible] iz [illegible] $(v - \alpha \cdot B^{+}) + (U^{+} + U^{-})$ i upisuje u kolonu (2) tabele (5.2.6.3.III).

Tabela (5.2.6.3.III)

					V_1							V_2
y	R	gB'	$(B'-B)$	[illegible]	$(B'-B_1)V$	$(B'-B)V^2$	$2\sqrt{(5)+(7)}$	$(6)-(8)$	[illegible]	U^+ U^-	(U^+U) (U^+U^-)	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	

6. Koristeći podatke iz tabele (5.2.6.3.III), kao i dijagrame na slikama (5.2.6.3.[illegible]) i (5.2.6.3.34), i na osnovu poznate veličine hidrauličkog radijusa (R), određuju se [illegible] u traženoj tački: (U^+), (U^-), (F) i konačno (Q).



Sl. (5.2.6.3.34) Pomoćni dijagram za proračun unutrašnjih tačaka

Proračun početnih tačaka.

Položaj bilo koje početne tačke mreže karakteristika u ravni (x, t) definisan je negativnom karakteristikom.

$$v + 2U^- - \varepsilon \cdot M^+ = v_M - 2U^-_M + M^-_M \qquad (5.2.6.3.35)$$

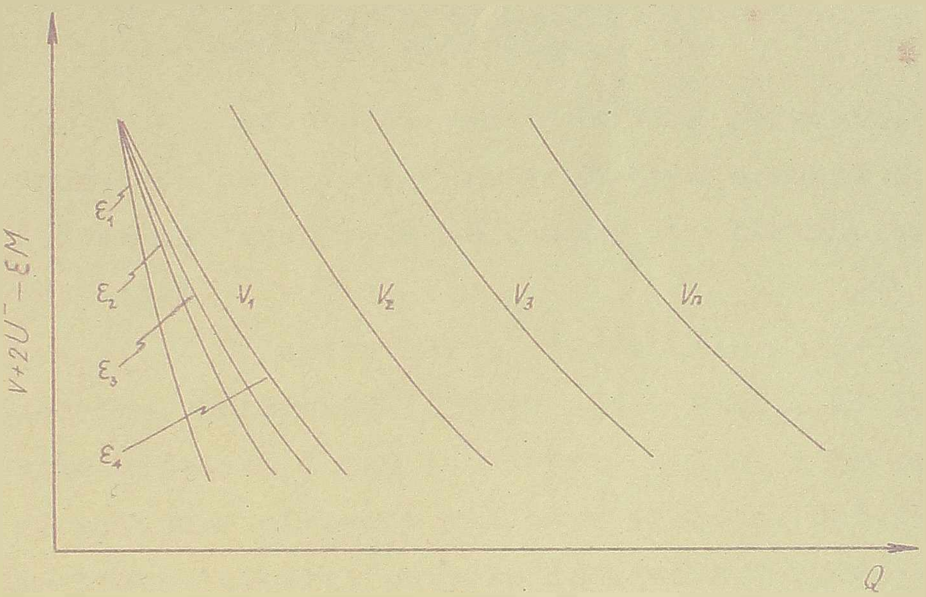
pri čemu je $\varepsilon = \dfrac{\Delta t^-}{\Delta t^+}$; $0 \leq \varepsilon \leq 1,0$

Za proračun početnih tačaka prethodno se konstruiše pomoćni dijagram prikazan na slici (5.2.6.3.36), sračunat u tabeli (5.2.6.3.IV).

Dijagram na slici (5.2.6.3.36) sračuna se samo za početnu vrednost proticaja za nekoliko vrednosti koeficijenta (ε). Za ostale vrednosti proticaja (Q), računa se sa ε = 1,0

Tabela (5.2.6.3.IV)

V	Q	F	R	$R^{4/3}$	$V^2/R^{4/3}$	S_{tr}	(S_o-S_{tr})	M^+	U^-	$V-c\cdot M^+$	$V+2U^- - \varepsilon\cdot M^+$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12



Sl. (5.2.6.3.36) Pomoćni dijagram za proračun početnih tačaka

Tok proračuna je sledeći:

1. Za polazne elemente (v_z) i (U_0) sračuna se izraz ($v_n - 2U_n^{-} + M_n^{-}$).

2. Na osnovu gornjeg podatka, za usvojeno (ε), (s obzirom da se usvaja i položaj nizvodne tačke), i poznat polazni proticaj (Q_0), iz dijagrama na slici (5.2.6.3.36) očita se veličina srednje brzine toka i upiše u kolonu (2) tabele (5.2.6.3.II).

3. Iz proticaja i srednje brzine sračuna se veličina poprečnog preseka (F). (kolona 6) iste tabele.

4. Koristeći dijagram na slici (5.2.6.3.9') i (5.2.6.3.34), odrede se (U^{+}) i (U^{-}). [Postavlja se pitanje kod proračuna nizvodne tačke, koje (U) treba uneti: (U^{+}) ili (U^{-}). Međutim, nije bitna vrednost (U) ako se već raspolaže veličinom hidrauličkog radijusa, pošto na osnovu njega i dijagrama U = U (R), već prema potrebi, možemo odrediti bilo (U^{+}) ili (U^{-})].

Kontrola proračuna

Kao što je već više puta pomenuto, teškoća proračuna po metodi karakteristika sastoji se u tome što se do rešenja ne može doći direktnim putem, već probanjem.

U konkretnom slučaju, bilo da je u pitanju početna, unutrašnja ili granična tačka, mi pretpostavimo nizvodnu tačku i elemente u njoj i na osnovu njih odredjujemo elemente režima u traženoj tački. To znači da treba izvršiti proveru dobijenih rezultata.

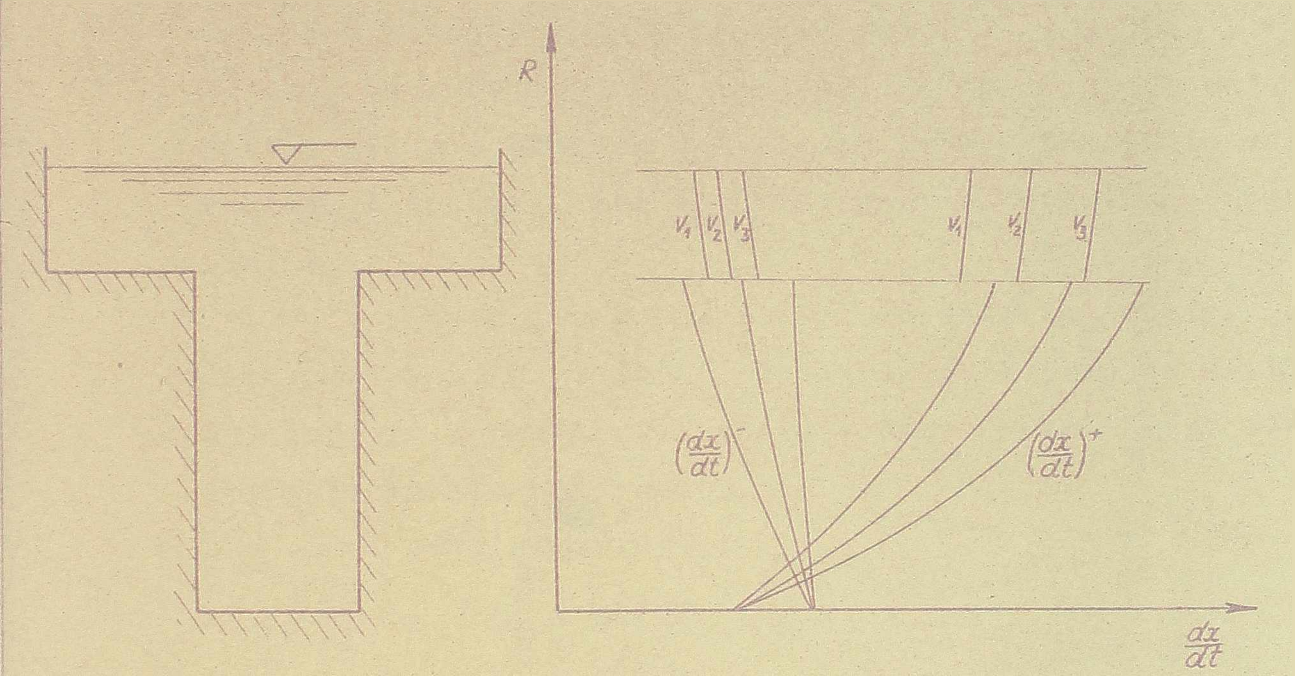
Za potrebe kontrole koristimo drugi par jednačina karakteristika, [illegible]

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)^{\pm} = \left(\frac{B'+B}{2B'}\right) \cdot v \pm \sqrt{\left(\frac{B'-B}{B'}\right) \cdot v^2 + g \cdot F/B'} \quad (5.2.6.3.37)$$

Za razliku od Lin-ove metode, gde se provera vrši direktno pomoću gornjih jednačina napisanih za prizmatično korito, za složeno prirodno korito smo morali formirati pomoćni dijagram prikazan na slici (5.2.6.3.35) do koga se dolazi tabelarnim proračunom (tabela 5.2.6.3.V) a po jednačini (5.2.6.3.37).

Tabela (5.2.6.3.V)

								V_1					V_2
y	B'	B	$\frac{B'+B}{2B'}$	$B'-B$	$\frac{B'-B}{B'}$	$g \cdot F$	$\frac{g \cdot F}{B'}$	$\left(\frac{B'+B}{2B'}\right) \cdot V$	$(9)^2$	$(8)+(10)$	$\sqrt{(11)}$	$\frac{dx}{dt} = (9) \pm (12)$	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	



Sl. (5.2.6.3.38)
Pomoćni dijagram za proveru sračunatih vrednosti

Provera se vrši na sledeći način:

Na osnovu sračunatih veličina (R) i (v) za jednu odredjenu tačku, odrede se veličine $(dx/dt)^+$ i $(dx/dt)^-$ pomoću dijagrama (5.2.6.3.38). Tako dobijene vrednosti se uporede sa veličinom

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)^{\pm}_{sr} = \frac{(dx/dt)^{\pm} + (dx/dt)_{sin}}{2} \qquad (5.2.6.3.39)$$

Ukoliko se veličine $(dx/dt)^{\pm}$, sračunate na jedan i drugi način podudaraju, pretpostavljena vrednost je ispravna i proračun teče dalje. Ukoliko to nije slučaj, pretpostavljamo nove elemente u traženoj tački i sa njima ponavljamo postupak.

Da bi omogućili proračun za svaki sledeći trenutak (t_{i+1}), na osnovu poznatih elemenata toka u bilo kojoj tački mreže karakteristika u prethodnom trenutku (t_1), sa napredovanjem proračuna jednovremeno crtamo i pomoćne dijagrame $v = v(x)$, $u' = u_1 (x)$ i $u'' = u_2 (x)$. Na taj način se kao "uzgredni proizvod" dobija slika o promeni brzine duž toka u pojedinim vremenskim trenucima, što je u izvesnim slučajevima interesantno.

Način proračuna zavisi od zadatih početnih i graničnih uslova. Izloženi postupak je razradjen za slučaj koji je u praksi najčešći, a koji je definisan sledećim konturnim uslovima:

početni uslovi

$$Q_0 = Q(x)$$
$$[illegible] \qquad (5.2.6.3.40)$$

uzvodni granični uslov

$$Q = Q(t) \qquad (5.2.6.3.41)$$

[illegible]

[illegible] ova metoda je potpunija u ocno- [illegible] je nešto obimniji, s obzirom da je izraz za veličinu [illegible] no i [illegible] korito ([illegible] poslednjem slučaju đuk [illegible] moguća integracija [illegible]). Pravilna interpretacija [illegible] pojedini [illegible] transformaciju talasa i [illegible] analize transformacije [illegible]

[illegible] o ovoj uopštenoj metodi koja je naročito po[illegible]-na za proračune vezane za prirodne rečne tokove.

Naša želja je bila, i u tom smislu smo vršili po[illegible]je, [illegible] način o[illegible]imo i promenu obli-profila duž toka, koja je jednačinom kontinuiteta obuhvaćena na sledeći način:

$$\left.\frac{\partial F}{\partial x}\right|_{y\,=\,const} \qquad (S.2.6.3.42)$$

No s obzirom na moguće nepravilnosti prirodnih profila ovaj pokušaj nije doveo do rešenja, tako da se proračun mora vršiti od deonice do deonice, čije dužine su definisane uniformnošću oblika i veličine poprečnog profila, pri jednom istom proticaju - vodostaju.

[illegible]

kada je $\alpha > 1$ (odnosno $\beta < 1$), tj. [illegible] različite vrednosti računskog intervala (Δt). Ova mogućnost je [illegible] korisna kada se ima u vidu činjenica o potrebi podešavanja računskog intervala (Δt) prema inten[illegible] promene proticaja [illegible] $Q = Q(t)$. [U in-[illegible] proticaja relativno [illegible] [illegible] intervala (Δt) može biti veća od intervala koji je usvojen za [illegible] delove talasa]. Ovakav način proračuna zahtevao bi izradu pomoćnih dijagrama i za jednu i za drugu vrednost vremenskog intervala (Δt), što bi znatno opteretilo i onako obiman proces proračuna.

5.2.6.4 Grafička metoda proračuna propagacije talasa sa strmim čelom kroz prirodno korito po metodi karakteristika po Ré-u

Primena metode karakteristika na proračune ove vrste ima svojih specifičnosti, tako da je interesantna i [illegible] S [illegible] sve veću primenu elektronskih računskih mašina u proračunima ovakve vrste, ove metode u izvesnom smislu mogu da predstavlje anahronizam. Međutim, s obzirom na naše uslove, kao i česte potrebe prethodnih brzih studija, smatramo da je još uvek korisna, te je kao takva biti izložena. (Njena praktična primena sa detaljima proračuna biće izneta u sledećoj glavi disertacije).

Poznato je da se po uklanjanju pregrade iza koje su se nagomilale vodene mase (konkretno rušenje brane), u prvom trenutku jedan deo ogromne potencijalne energije [illegible] i vodena masa počinje da se kreće. Kao posledica naglog pražnjenja akumulacije dolazi do pojave dve vrste strmih talasa: direktnog pozitivnog koji se propagira nizvodno [illegible]

[illegible] su ove dve pojave usko povezane među sobom; obrazuju [illegible] canja vodnih masa iz akumulacije, koja sa druge strane formira [illegible]

Metoda koja sledi nakon ovog kratkog uvoda, razrađena je za slučaj pravougaonog korita; ova aproksimacija poprečnog profila toka ima opravdanja, pošto ogromni proticaji koji se propagiraju niz dolinu zapremaju profile velikih površina koji se mogu tretirati kao jedinstveni i pravougaoni.

Za talase sa strmim čelom, kojima pripadaju i talasi nastali prolomom brane, ne važe jednačine karakteristika date jednačinama (5.2.2.16 - 18), već na neki način mora biti obuhvaćen i uticaj strmenitosti čela.

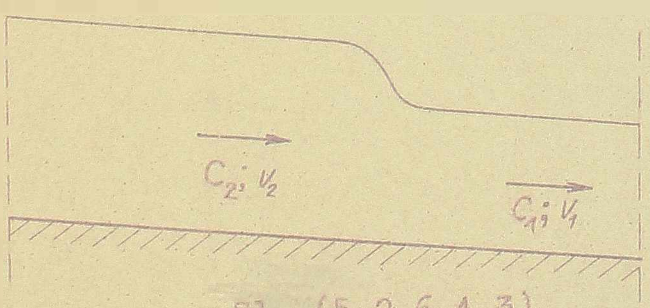
Brzina propagacije* čela talasa data je jednačinom

$$c = v_1 \pm \frac{C_2}{C_1} \cdot \sqrt{\frac{C_1^2 + C_2^2}{2}} \qquad (5.2.6.4.1)$$

a promene koje se odigravaju na samom čelu, definisane su sledećim izrazima:

$$\frac{v_2 - v_1}{C_2 - C_1} = \pm \frac{2\,\frac{C_2+C_1}{2}\cdot\sqrt{\frac{C_2^2+C_1^2}{2}}}{C_2 \cdot C_1} \qquad (5.2.6.4.2)$$

pri čemu su sa indeksom (1) obeležene veličine koje se odnose na režim pre nailaska talasa, a sa indeksom (2) veličine u toku proleska talasa (vidi sliku 5.2.6.4.3)



Sl. (5.2.6.4.3)

---

*) Izraz za brzinu propagacije izvodi se iz jednačine količine kretanja i jednačine kontinuiteta, pri čemu se uticaj sila trenja zanemaruje, tako da se od spoljašnjih sila uzima u obzir samo sila hidrostatičkog pritiska.

[illegible]

$$[illegible]$$

[illegible] talasa kreće brzinom $v \pm c$, [illegible] jednačinom (5.2.6.4.1).

[illegible] sledeće [illegible]

$$v + c = \sqrt{g \cdot y} \qquad (5.2.6.4.5)$$

tako da mali talasi koji se [illegible] osnovne m[illegible] pro- [illegible] vrši pomoću jednačine (5.2.[illegible]), prema kojoj is- ključiv[illegible] uticaj na talas [illegible] pad dna (S_0) i pad trenja (S_{tr}), [illegible] malih talasa zaneme- [illegible]. Ovaj [illegible] se uzima u obzir samo s vremena na vreme, [illegible] strmi talas [illegible] karakteristike.

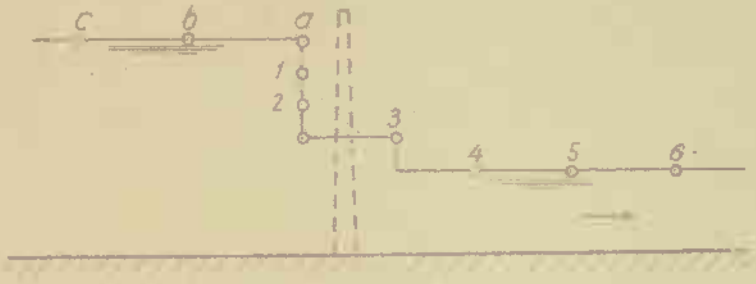
[illegible] talas se gasi relativno brzo. Što se [illegible] br[illegible] (A) i (B) (vidi sliku 5.2.6.4.6). [illegible] ista srednja [illegible] (C) i (C) [illegible]

Sl. [illegible]

[illegible]

Radi lakše interpretacije fizičke strane ovog problema autor uvodi tzv. posmatrače - pokretne tačke, ko- [illegible] to svojstvo da sma[illegible] ulo[illegible] koji [illegible] u ta- lasu na [illegible] i u odredjenom trenutku.

Posmatrači se "postavljaju" uzvodno i nizvodno od brane, a s obzirom [illegible] bitne razlike koje medju njima postoje, [illegible]mo ih ra[illegible] tačke uzvodno od brane obeležavamo slovima, a nizvodno od brane brojevima, kao što je to pokazano na slici (5.2.6.4.7.)



Sl. (5.2.6.4.7.) Uzdužni profil toka sa [illegible] posmatrača "brojeva" i "slova".

Posmatrači postavljeni nizvodno od brane kre- [illegible] (v + c), [illegible] "slova" [illegible] (v + c), i [illegible].

Posmatrači a, 1, 2, 3 ...., (broj posmatrača [illegible]), [illegible] ju specifičnu ulogu, tako da ćemo ih odvojeno i posmatrati. Posmatrače u profilu brane [illegible] granični, i njima odgovarajuće tačke granične.

Izmedju graničnih [illegible] izdvaja se tačka (a), koja se nalazi u samom profilu brane, dok su ostale granične tačke rasporedjene na čelu talasa.

Tačka (a) se kreće zajedno sa čelom, čija [illegible] je definisana izrazom (5.2.6.4.1.). Nju sustiže sledeća tačka, kojoj tačka (a) predaje svoje karakteri-

[illegible], itd.

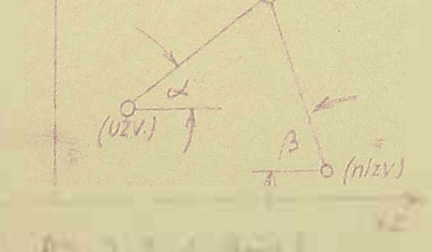
Preostali granični posmatrači se kreću tako, što je najbrži najviši, a najniži najsporiji.

Ovi posmatrači "stupaju u akciju" u trenutku kada poremećaj izazvan rušenjem brane stigne do njih. Oni ne prate taj talas koji ih je pokrenuo, već onaj sa istim karakteristikama koji se kreće uzvodno.

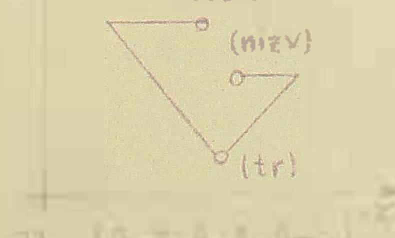
Proračun je grafoanalitički. Naime, promene u pojedinim tačkama toka prati se jednovremeno u ravni (x, t) i (U, v). Prethodno u ravni (U, v) treba definisati zonu nestacionarnih promena (slika 5.2.6.4.8).

Ova zona definisana je sa jedne strane krivom linijom (AB) koja definiše stacionarni režim, na kojoj su rasporedjene tačke "slova". Sa gornje i donje strane ova zona je ograničena pravama ($\overline{AB}$) i $\overline{BC}$), čiji nagib iznosi približno 1:2. Položaj tačaka (A) i (B) je definisan samim problemom, (najviša i najniža tačka u profilu brane koje odgovaraju dubinama gornje i donje vode). Položaj tačke (C) u ravni (U, v) se dobija jednovremenim rešavanjem jednačina (5.2.6.4.2). Ova tačka definiše režim u trenutku proloma brane. Granične tačke su rasporedjene na pravoj ($\overline{AC}$), dok su ostale tačke "brojevi" rasporedjeni duž prave [illegible].

Što se tiče konstruisanja mreže karakteristika u ravni (x, t), postupak je sledeći: iz tačaka čije elemente poznajemo, povlačimo prave do preseka koji definiše položaj nepoznate, tražene tačke (vidi sliku 5.2.6.4.8-a).



Sl. (5.2.6.4.8-a)

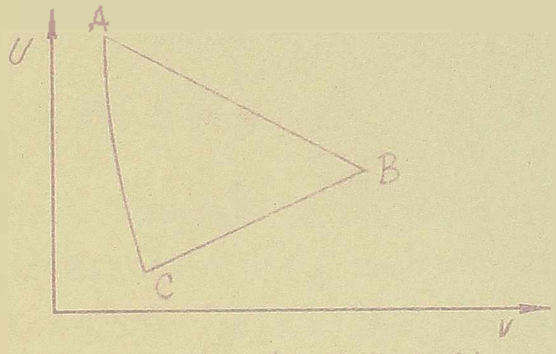


Sl. (5.2.6.4.8-b)

pri [illegible] je [illegible] α = U [illegible] v , [illegible] β = [illegible]

Nagib karakteristika iznosi približno [illegible] 1:2.

U ravni (U,v), položaj nepoznate tražene [illegible] definiše se na taj način, što polaznu tačku iz koje vučemo karakteristiku, pomeramo za veličinu [illegible] (vidi sliku 5.2.6.4.9.).



Sl. (5.2.6.4.9)

Ukoliko je veličina [illegible] pozitivna, [illegible] se [illegible] ulevo [illegible] na tačke u ravni (C, v): [illegible] [illegible] ove [illegible].

[illegible]

[illegible]

[illegible] je i ubrzanje procesa proračuna.

[illegible] u literaturi [4], [illegible]

[illegible]

[illegible] standardna; umesto da se određe elementi reš [illegible] u nepoznatoj, traženoj tački mreže karakteristika u ravni (x, t), na osnovu poznatih elemenata u odgovarajućoj prethodnoj i narednoj tački, pri čemu se bira položaj jedne od polaznih tačaka (položaj druge je poznat) tako da se dobija ispravno rešenje.

Postupak je razradjen za korito paraboličnog preseka čija površina je definisana jednačinom

$$F = a \cdot h^{m} \qquad (5.2.6.5.1)$$

gde je (a) neka konstanta, (h) dubina toka, a (m) eksponent čija veličina varira u zavisnosti od oblika profila.

Jednačine karakteristika izvedene iz osnovnih jednačina nestacionarnog kretanja* za ovaj tip korita glase:

$$\frac{dx}{dt} = v \pm \sqrt{\frac{g \cdot h}{m}} \qquad (5.2.6.5.2)$$

$$\frac{d}{dt}\left(v \pm \sqrt{g \cdot m \cdot h}\right) = g\,(S_o - S_{tr}) \qquad (5.2.6.5.3)$$

---

* Sličan postupak se može sprovesti i za prirodno rečno korito (npr. prizmatično), s tim što se kao druga zavisno promenljiva uvodi površina (F)

$$\frac{dx}{dt} = v \pm \sqrt{g\,F/B}$$

$$d\,(v \pm 2U) = g\,(S_o - S_{tr})\,dt; \quad U = \frac{\sqrt{g}}{2}\int\frac{dF}{\sqrt{BF}}$$

Prelaskom na diferencije:

$$x_t \pm x_u = \left(\frac{V_t + V_{u,n}}{2}\right) \pm \sqrt{\frac{g}{2B}\left(F_t + F_{u,n}\right)}$$

Ako se diferencijali zamene diferencijama, pod pretpostavkom pravilno izabranih računskih intervala (Δx) i (Δt), gornje jednačine dobijaju sledeći oblik:

$$x_t - x_u = \left(\frac{v_t + v_u}{2} + \sqrt{\frac{g}{2m}} \cdot \sqrt{h_t + h_u}\right)(t_t - t_u) \qquad (5.2.6.5.4)$$

$$x_t - x_n = \left(\frac{v_t + v_n}{2} - \sqrt{\frac{g}{2m}} \cdot \sqrt{h_t + h_n}\right)(t_t - t_n) \qquad (5.2.6.5.5)$$

$$v_t + 2\sqrt{g.m.h_t} - v_u - 2\sqrt{g.m.h_u} = g\left(S_o - \frac{S_{tr_t} + S_{tr_u}}{2}\right)(t_t - t_u) \qquad (5.2.6.5.6)$$

$$v_t - 2\sqrt{g.m.h_t} - v_n + 2\sqrt{g.m.h_n} = g\left(S_o - \frac{S_{tr_t} + S_{tr_n}}{2}\right)(t_t - t_n) \qquad (5.2.6.5.7)$$

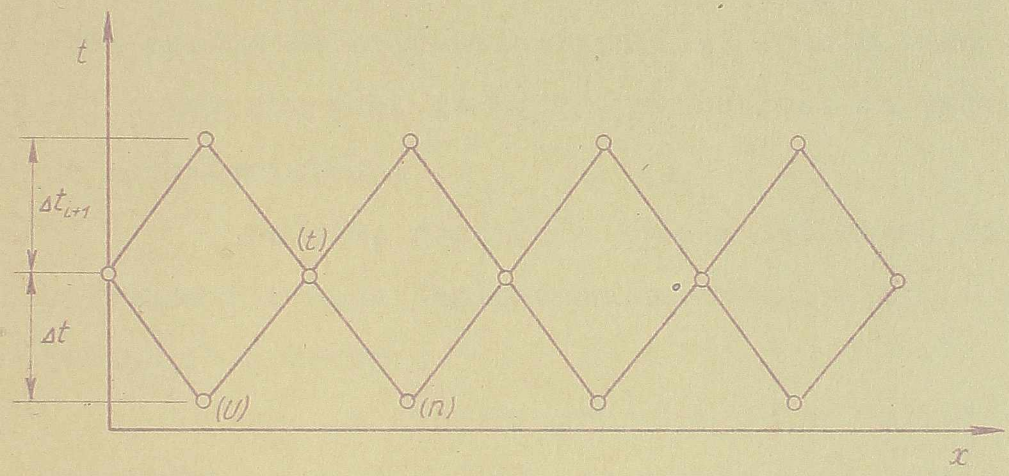
Kao i obično indeksi (t), (u) i (n) označavaju traženu, uzvodnu i nizvodnu tačku.

Proračun se svodi na određivanje elemenata režima u nepoznatoj tački [tri zavisno promenljive (v_t), (h_t) i (S_{tr_t}) i dve nezavisno promenljive (x_t) i (t_t)], pomoću četiri osnovne jednačine (5.2.6.5.4 - 7). Uvođenjem konstantnog računskog vremenskog intervala (Δt), u jednom koraku proračuna, donekle se uprošćava postupak, zbog toga što se sve tačke mreže (x,t) nalaze na jednoj pra-

---

*/ $$v_t \pm 2U_t - v_{u;n} \mp 2U_{u;n} = g\left(S_o - \frac{S_{tr_t} + S_{tr_{u;n}}}{2}\right)(t_t - t_{u;n})$$

Veličine U_u i U_n se očitavaju sa prethodno pripremljenih dijagrama $U = U(F)$. Nastavak postupka je identičan sa izloženim za parabolično korito voj (vidi sliku 5.2.6.5.8)



Sl. (5.2.6.5.8) - Mreža karakteristika u ravni (x,t)

Karakteristika ove metode jeste u korišćenju prethodno pripremljenih nomograma u proračunima, u čije detalje konstrukcije nećemo ulaziti.

Ako u jednačine (5,2,6,5.4-7) uvedemo uslov da je Δt = const., oduzimanjem prve od druge i treće od četvrte, dobijamo sledeće dve jednačine.

$$\left(\frac{x_n - x_u}{\Delta t} + \frac{v_n - v_u}{2}\right)\sqrt{\frac{2m}{g}} = \sqrt{h_t + h_n} + \sqrt{h_t + h_u} \ldots \quad (5.2.6.5.9)$$

$$4 \cdot \sqrt{g.m.h_t} = \left(v_u + 2\sqrt{g.m.h_u} - \frac{g}{2}.\Delta t.S_u\right) -$$

$$- \left(v_n - 2\sqrt{g.m.h_n} - \frac{g}{2}.\Delta t.S_n\right) \ldots \quad (5.2.6.5.1o)$$

[illegible] ovaj način smo [illegible] da broj nepoznatih u [illegible] [illegible]. Pošto je i veličina (Δt) poznata, [illegible] svo[illegible] sve na dve (v_t i x_n), što [illegible] i jeste bio cilj.

Ovako transformisane jednačine koriste se za izradu nomograma, koji od jednostavnih postaju složeni, ako se od jednostavnih formi poprečnog preseka ko[illegible] pre[illegible]je na nepravilne profile. Pomoću tako dobijenih nomograma vrši se proračun unutrašnjih tačaka mreže karakteristika.

Položaj graničnih tačaka definisan je samo pozitivnom ili samo negativnom karakteristikom i zadatim graničnim uslovom.

Ako je uzvodni granični uslov definisan ulaznim hidrogramom $Q = Q(t)$, za parabolično korito se može napisati

$$Q = v_m \cdot h^{m} \; ; \quad C_{\check{s}} = \frac{1}{n} \cdot \frac{h^{1/6}}{m^{1/6}} \qquad (5.2.6.5.11)$$

Jednačine negativnih karakteristika u tom slučaju glase:

$$\frac{x_t - x_n}{\Delta t} = \frac{Q_t}{2a \cdot h_t^{m}} - \frac{Q_n}{2a \cdot h_n^{m}} \pm \sqrt{g/2m \; (h_t + h_n)} \qquad (5.2.6.5.1[illegible])$$

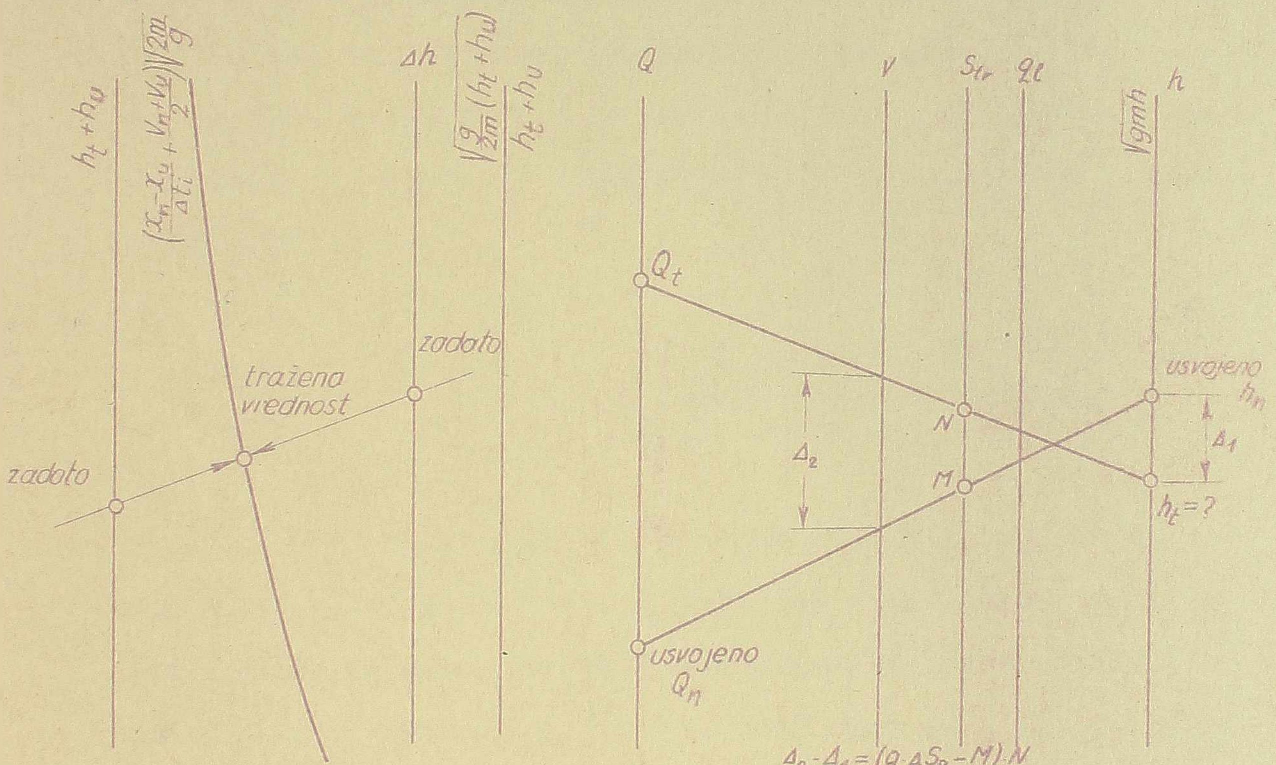
$$\left(\frac{Q_t}{a \cdot h_t^{m}} - 2\sqrt{g \cdot m \cdot h_t}\right) - \left(\frac{Q_n}{a \cdot h_n^{m}} + 2\sqrt{g \cdot m \cdot h_n}\right) =$$

$$= g \cdot \Delta t \cdot S_o - \frac{Q_t^{2} \cdot E}{h_t^{2m + 1,33}} - \frac{Q_n^{2} \cdot E}{h_n^{2m + 1,33}} \qquad \text{gde je}$$

$$E = \frac{g \cdot \Delta t \cdot m^{4/3} \cdot n^{2}}{2 \cdot a^{2}} \qquad (5.2.6.5.1[illegible])$$

Koristeći pravila o izradi nomograma, isti se izrađuju za jednačine (5.2.6.5.9), (5.2.6.5.1o), (5.2.6.5.12) i (5.2.6.5.13)

Šema nomograma za slučaj paraboličnog korita prikazana je na slici (5.2.6.5.14), sa ucrtanim tokom proračuna



a) Nomogram za rešenje jednačine (5,2,6,5,9)

b) Nomogram za rešavanje jednačina (5,2,6,5,12 i 13)

Sl. (5.2.6.5.14) - Nomogrami za proračun propagacije talasa po metodi E-Panžu-a.

Izložena metoda je vrlo privlačna u slučajevima kada se zavisnosti [illegible] = F(h) i Q = Q(h) mogu izraziti analitički, odnosno kada je u pitanju korito relativno pravilnog oblika. Isto tako postupak se u znatnoj meri uprošćava u slučaju kada se veza izmedju hidrauličkih elemenata toka (v), (h) i (x) može izraziti analiticki.

U protivnom slučaju, kada je u pitanju složeno nepravilno rečno korito gde se pomenute zavisnosti mogu definisati samo grafički, izloženi postupak je u znatnoj meri komplikovan.

Prema našem iskustvu, izrada pomoćnih nomograma uz činjenicu da se i pomoću njih proračun mora vršiti probanjem a ne direktno, zahteva skoro isti utrošak vremena kao proračun po bilo kojoj od standardnih metoda. Iz tog razloga dajemo preimućstvo metodi Lin-a, koja sa ovom metodom ima zajedničku opštu crtu - uvodjenje pomoćnih dijagrama - nomograma u cilju ubrzanja i uprošćavanja postupka.

5.2.6.6 Proračun po metodi konačnih priraštaja, pomoću unapred definisane pravougaone mreže u ravni (x,t)*

Strogo uzevši, ova metoda ne pripada ni jednoj varijanti metode karakteristika. Medjutim, kako se pri njenoj primeni koriste i izvesne osnovne postavke metode karakteristika, to smo smatrali da joj je ovde mesto.

Sve do sada izložene varijante proračuna po metodi karakteristika baziraju se na formiranju mreže karakteristika u ravni (x,t), po tzv. "trougaonoj šemi"; na osnovu poznatnih elemenata režima toka u dve tačke mreže, odredjuju se elementi u nepoznatoj traženoj tački.

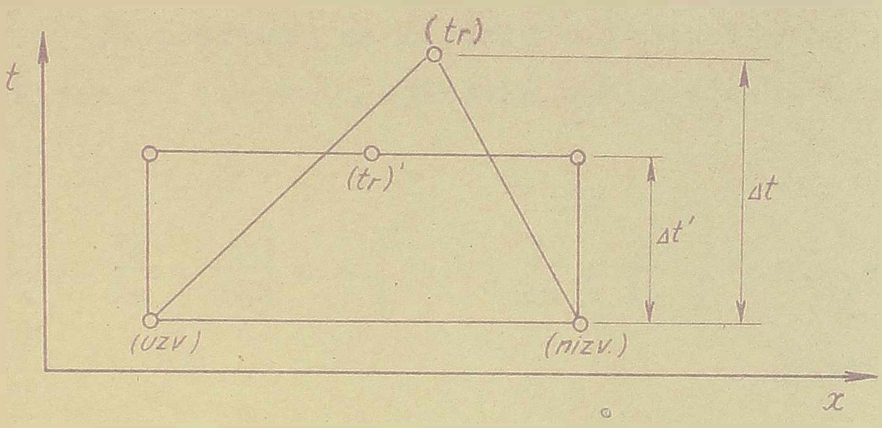
Za razliku od trougaone šeme razradjena je i šema proračuna po unapred definisanoj pravougaonoj mreži u ravni (x,t). Suštinska razlika izmedju ove metode i metode karakteristika i jeste u tome što se mreža definiše unapred, dok se kod proračuna po metodi karakteristika razvija postepeno sa napredovanjem proračuna.

Naglasićemo odmah da je proračun po ovoj metodi bez primene računskih mašina znatno obimniji, što

---

*/ Radi kratkoće pisanja metodu ćemo nazvati "pravougaona".

je očigledno sa slike (5.2.6.6.1)



Sl. (5.2.6.6.1) - Uporedjenje računskih šema razvijanjem mreže karakteristika po trouglu i po pravougaoniku

Naime, vremenski računski interval je znatno veći kod proračuna po metodi karakteristika, ako se uzme u obzir ono što je rečeno o oblasti zavisnosti bilo koje od tačaka u ravni (x,t), što opterećuje postupak proračuna. Kod proračuna elektronskim računskim mašinama ova činjenica nije od bitnog značaja, s obzirom da se najviše vremena utroši na programiranje, dok se sam proces proračuna odvija brzo.

Kako proračun po unapred fiksiranoj pravougaonoj šemi ima i svojih bitnih prednosti, to ga za slučajeve analize nestacionarnih fenomena sa relativno malim trajanjem možemo primeniti, pa smatramo da svakako treba izložiti osnovne koncepcije.

Za razliku od metode karakteristika, kod primene pravougaone metode se kao nepoznate veličine javljaju samo srednje brzina toka (v) i brzine propagacije (c)*. Koordinate pojedinih tačaka u ravni (x,t) [illegible]

*/ Metoda će biti izložena za slučaj pravougaonog korita, kod kog je c = $\sqrt{[illegible]}$

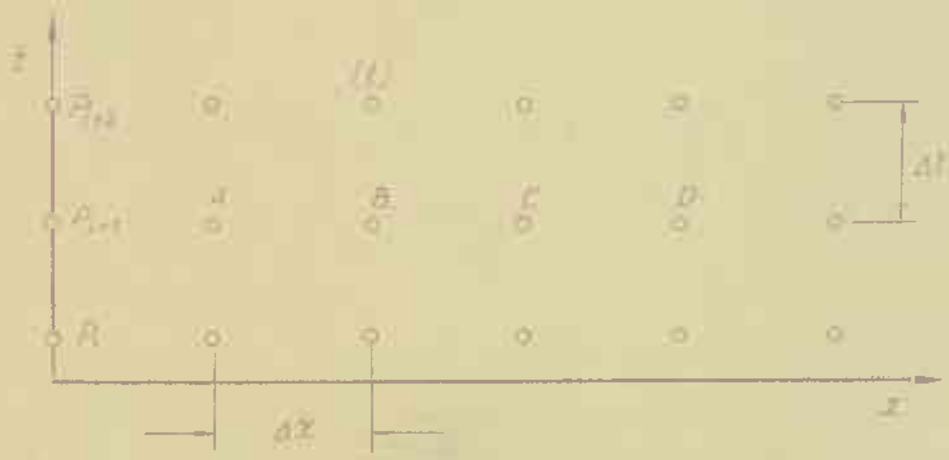
rešene su u mreži, tako da ih ne treba određivati kao u metodi karakteristika.

Za proračun se koriste diferencijalne jednačine dobijene iz osnovnih, njihovim sabiranjem i oduzimanjem:

$$2\left\{(c+v)\frac{\partial}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial t}\right\}c+\left\{(c+v)\frac{\partial}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial t}\right\}v+g(S_{tr}-S_o)=0 \qquad (5.2.6.6.2)$$

$$-2\left\{(-c+v)\frac{\partial}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial t}\right\}c+\left\{(-c+v)\frac{\partial}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial t}\right\}v+g(S_{tr}-S_o)=0 \qquad (5.2.6.6.3)$$

U proračunima se polazi od pretpostavke da su elementi režima toka (v) i (c) poznati u tačkama (A), (B), (C), pravougaone mreže (vidi sliku 5.2.6.6.4), i da treba odrediti odgovarajuće elemente u traženoj tački (tr). Jednačine (5.2.6.6.2-3) ćemo napisati u nešto izmenjenom



Sl. (5.2.6.6.4) - Pravougaona mreža za proračun po metodi konačnih priraštaja

obliku, zamenjujući parcijalne izvode po (x) i (t) diferencijama i to na sledeći način:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{v_t - v_B}{\Delta x}\ ; \quad \frac{\partial c}{\partial t} = \frac{c_t - c_B}{\Delta x} \qquad (5.2.6.6.5)$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{v_B - v_A}{\Delta x}\ ; \quad \frac{\partial c}{\partial x} = \frac{c_B - c_C}{x} \qquad (5.2.6.6.6)$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{v_C - v_B}{\Delta x}\ ; \quad \frac{\partial c}{\partial x} = \frac{c_C - c_B}{\Delta x} \qquad (5.2.6.6.7)$$

pri čemu jednačine (5.2.6.6.6) odgovaraju jednačini (5.2.6.6.2), a jednačine (5.2.6.6.7) odgovaraju jednačini (5.2.6.6.3).

Ako stavimo da je $M = g\,(S_{tr} - S_o)$, i uvedemo izraze kojima smo parcijalne izvode zavisno promenljivih (v) i (c) zamenili diferencijama, dobićemo polazne jednačine u takvoj formi u kojoj nepoznate veličine (v_t) i (c_t) [illegible] linearne, tako da se mogu direktno izraziti

$$v_t = v_B + \frac{\Delta t}{\Delta x}\Big[(c_B + v_B)(\tfrac{1}{2} v_A - \tfrac{1}{2} v_B + c_A - c_B) -$$

$$-(c_B - v_B)(\tfrac{1}{2} v_B - \tfrac{1}{2} v_C - c_B + c_C) - \Delta x\, E_B\Big] \ldots\ldots (5.2.6.6.8)$$

$$c_t = c_B + \frac{1}{2}\frac{\Delta t}{\Delta x}\Big[(c_B + v_B)(\tfrac{1}{2} v_A - \tfrac{1}{2} v_B + c_A - c_B) +$$

$$+(c_B - v_B)(\tfrac{1}{2} v_B - \tfrac{1}{2} v_C - c_B + c_C)\Big] \qquad (5.2.6.6.9)$$

$E = g\,(S_{tr} - S_o)$

Pomoću gornjih jednačina sračunaju se elementi toka u nizu tačaka koji je u odnosu na početni pomeren u ravni (x,t) za vremenski interval(Δt). Pomoću ovako sračunatog niza tačaka računamo elemente za sledeći niz,itd.

Način proračuna tačaka koje leže u početnom profilu x = o, zavisi od zadatih graničnih uslova (tačnije rečeno od prvog graničnog uslova). Kako je već dobro poznato, uzvodni granični uslov može biti zadat bilo u vidu nivograma $y = y(t)$, bilo u vidu promene brzine $v = v(t)$, koja sa površinom poprečnog preseka toka daje proticaj.

Ako nam je zadat baš ovaj poslednji slučaj, i pod pretpostavkom da su elementi [illegible] toka poznati u tačkama (P_{i+1}) i (A), do podataka za tačku (P_{i+2}), (vidi sl. 5.2.6.6.A), doći ćemo isključivo na osnovu jednačine (5.2.6.6.3.), koja je vezana za negativnu karakteristiku $(dx/dt = v - c)$. Konkretno, na osnovu poznatih vrednosti $v_{P_{i+1}}$, (v_A), $(c_{P_{i+1}})$ i (c_A) i na osnovu poznate vrednosti $(c_{P_{i+2}})$ ili $(v_{P_{i+2}})$, pomoću pomenute jednačine sračuna se tražena veličina $(v_{P_{i+2}})$, odnosno $(c_{P_{i+2}})$, u zavisnosti od toga u kakvom je obliku zadat granični uslov.

Još jednom treba podvući da pri izboru računskih intervala (Δt) i (Δx) treba voditi računa o tome da tražena tačka bude u okviru trougla definisanog pravim povučenim kroz tačke na osnovu čijih podataka sračunavamo elemente tražene tačke. Ugao nagiba ovih pravih jednak je nagibu karakteristika, a zavisi od elemenata poznatih tačaka, što znači da ga je lako sračunati.

5.3. Inženjerske metode sa posebnim osvrtom na metodu trenutnih režima

Primenom elektronskih računskih mašina znatno se skraćuje vreme potrebno za proračune nestacionarnih fenomena u otvorenim tokovima. Medjutim, ova metoda još uvek nije postala svakidešnja praksa, ne samo u nas, već i u tehnički razvijenijim zemljama. Razlozi su uglavnom sledeći:

- vreme potrebno za programiranje i prethodnu obradu podloga može biti znatno duže od vremena potrebnog za same proračune, tako da prednosti rada sa računskim mašinama u pogledu brzine nisu onolike koliko se to na prvi pogled čini.
- relativno visoka cena koštanja elektronskih računskih uredjaja još uvek ih čini dostupnim samo najvećim stručnim i naučnim organizacijama.

Iz navedenih razloga, a s obzirom na teškoće na koje se nailazi u toku proračuna po metodi karakteristika, tzv. inženjerske metode, čija primena zahteva izvesne aproksimacije čak i u osnovnim jednačinama od kojih se proračun i započinje, još dugo neće izgubiti svoj veliki značaj u rešavanju problema koji se javljaju u svakodnevnoj praksi inženjera hidrotehničara.

Pod inženjerskim metodama podrazumevamo sve one kod kojih se izvesni članovi u osnovnim diferencijalnim jednačinama zanemaruju manje ili više opravdano, čime se omogućava njihovo rešavanje.

Ove metode se prema vidu usvojene aproksimacije mogu podeliti u tri osnovne grupe:

a/ Metode kod kojih se aproksimacija sastoji u zameni dinamičke jednačine Chezy-jevom jednačinom za ravnomerno tečenje.

b/ Metode koje se baziraju na pretpostavci o eksponencijalnom zakonu promene proticaja nakon prolaska čela vala.

c/ Približne metode proračuna u okviru kojih se kretanje talasa posmatra kao niz izuvojenih proticaja.

Od tri navedene grupe inženjerskih metoda, najozbiljniju teorijsku podlogu ima prva, čiju osnovu čini metoda trenutnih režima. Iz tog razloga ćemo se na njoj uglavnom i zadržati.

5.3.1. Metoda trenutnih režima i njene varijante. - Suštinu ove metode čini uvodjenje konačnih diferencija u osnovne jednačine, i njihovo rešavanje za čitav niz vrednosti t = const. Kao rezultat integracije dobijaju se dijagrami promene proticaja i vodostaja (ili brzine i dubine) duž posmatranog toka, u onim vremenskim trenutcima za koje je proračun sproveden.

Ne ulazeći u istorijat razvoja ove metode koja je nastala 8o-tih godina prošlog veka, iznećemo neke prednosti proračuna po metodi trenutnih rezima, za koje smatramo da su osobito korisne za praktične proračune, koji će nam izmedju ostalog poslužiti kao baza za izradu nomograma za proračun propagacije talasa u prirodnim vodotocima.

5.3.1.1. Svodjenje osnovnih jednačina na oblik u kome se koriste kod proračuna po metodi trenutnih režima

[illegible] hipoteza od koje se pri primeni ov[illegible]

[illegible]

u telu talasa, koje je inače kontinualna pojava u vremenu, može tretirati kao niz stacionarnih stanja. Pod trenutnim režimom, (otuda i naziv ove grupe metoda), podrazumeva se rešenje osnovnih jednačina nestacionarnog kretnja u odredjenom trenutku vremena t = const.

Ponovićemo dinamičku jednačinu za koju smo ranije konstatovali da je ista za otvorene tokove bilo kakvog poprečnog preseka. Jednačina će biti napisana za slučaj kada su kao zavisno promenljive usvojene dubina toka (y) i srednja profilska brzina (v):

$$\frac{\partial y}{\partial x} + \frac{v}{g} \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{g} \cdot \frac{\partial v}{\partial t} = S_o - S_{tr} \qquad (5.3.1.1.1)$$

Vodeći računa o slici (3.1.12) i jednačini (3.1.13), gornja jednačina može da se napiše u nešto izmenjenom obliku:

$$- \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{v^2}{C_{\check{S}}^2 \cdot R} + \frac{v}{g} \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{g} \cdot \frac{\partial v}{\partial t} \qquad (5.3.1.1.2)$$

Rečima iskazana jednačina (5.3.1.1.2) glasi: pad linije vodnog ogledala

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right) \qquad (5.3.1.1.3)$$

jednak je padu potrebnom za savladavanje trenja

$$\left(\frac{v^2}{C_{\check{S}}^2 \cdot R}\right) \qquad (5.3.1.1.4)$$

uvećanom za deo pada koji se troši na račun stvaranja brzinske visine na deonici elementarne dužine

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{v^2}{2g}\right) \qquad (5.3.1.1.5)$$

plus pad koji je potreban za promenu brzine toka u jednom te istom poprečnom profilu u toku elementarnog vremenskog intervala

$$\left(\frac{1}{g}\ \frac{\partial v}{\partial t}\right) \qquad (5.3.1.1.6)$$

Posmatrajući jednačinu (5.3.1.1.2), vidimo da ukoliko na desnoj strani zadržimo samo prvi, prva dva ili sva tri člana, pomenuta jednačina važi za ravnomerno, neravnomerno i konačno za nestacionarno kretanje.

Postavlja se pitanje međusobnog odnosa članova na desnoj strani jednačine (5.3.1.1.2), koji se još zovu pad trenja, pad brzinske visine i inercioni član, od kojih su poslednja dva člana posledica dejstva inercionih sila.

Važno je znači utvrditi značaj svakog od ova tri člana ponaosob, pošto bi eventualno (opravdano) isključenjema i jednog od njih znatno olakšalo rešavanje osnovnih jednačina.

U tom smislu analizirani su poplavni talasi registrovani na nekim našim najvećim ravničarskim tokovima. Na osnovu podataka o hidrometrijskim merenjima u periodu nailaska povodnje, konstatovano je da intenzitet promene srednje brzine toka ni u kome slučaju nije veći od 2,o m/sec/dan. To bi značilo da veličina inercionog člana, izražena u ‰ iznosi svega

$$\frac{1}{9,81} \cdot \frac{2,0}{86.400} = 0,00236\ ‰$$

Ako se ova vrednost uporedi sa srednjim padom reke Save u njenom ravničarskom delu, reke Velike Morave, Drine ili Dunava, onda se dobijaju odnosi dati u tabeli (5.3.1.1.1).

Tabela (5.3.111)

Naziv reke	Pad pri velikim vodama ‰	Veličina inercionog člana u ‰	% učešća inercionog člana
Sava	0,05 - 0,06	0,00236	4,70 - 3,90
V. Morava	0,30 - 0,40	0,00236	0,79 - 0,59
Dunav (Djerdap)	0,067 - 0,26	0,00236	3,50 - 0,91
Drina (B.Bašta)	1,29	0,00236	0,18

Na osnovu podataka iz gornje tabele bez dvoumljenja se može reći da je zanemarenje inercionog člana u proračunima vezanim za poplavne talase u prirodnim tokovima opravdano. Medjutim, ovo se ne može prihvatiti kao pravilo, u slučajevima gde su promene proticaja, a samim tim i brzina, u toku vremena velike, (npr. pri naglom manevrisanju zatvaračima ili turbinama pri radu hidroelektrana), veličina inercionog člana $\left(\frac{1}{g} \cdot \frac{\partial v}{\partial t}\right)$ se ne može zanemariti u odnosu na pad trenja, tako da proračun moramo sprovesti sa kompletnim osnovnim jednacinama.

Analiza veličine dela pada koji se troši na formiranje razlike u brzinskoj visini, $\left[\frac{\partial}{\partial x}(v^2/2g)\right]$, pokazuje da se i ovaj član dinamičke jednačine može zanemariti kod tokova sa blago promenljivim režimom, koji je karakterističan za ravničarske vodotoke. Pored toga, analiza ovoga nam ukazuje na činjenicu da se duž tok neprekidno propagiraju talasi, pri čemu kroz jedan isti profil prolaze naizmenično čelo i ledja talasa. S obzirom na stalno promenljive padove, menja se i srednja profilska brzina, pri čemu je ova promena čas pozitivna [illegible]

[illegible]

zak nuli.

Na osnovu gornje analize konstatujemo da se članovi dinamičke jednačine, čija egzistencija je uslovljena dejstvom inercionih sila, mogu kod blago promenljivih tokova, što znači u svim analizama poplavnih talasa, zanemariti.

Ova činjenica je vrlo interesantna sa matematske tačke gledišta, pošto se zanemarivanjem dejstva inercionih sila menja tip diferencijalnih jednačina sa hiperboličnog na parabolični. Ovaj podatak je vrlo važan, pošto uslovi stabilnosti proračuna nisu isti za probleme definisane osnovnim jednačinama hiperboličnog ili paraboličnog tipa. Baš na stabilnosti proračuna možemo utvrditi značaj članova dinamičke jednačine, uslovljenih postojanjem inercionih sila. Kao što je već poznato, uslov stabilnosti pri rešavanju parcijalnih diferencijalnih jednačina hiperboličnog tipa po eksplicitnoj metodi, definisan je nejednačinom $\Delta t \leq \frac{\Delta x}{c+v}$. Medjutim, isto tako je poznato da ovaj uslov nije dovoljan, ukoliko dužina deonice Δx nije dovoljno mala. Posto je gornji uslov stabilnosti posledica postojanje inercionih članova, a kako vidimo taj uslov nije uvek i dovoljan, to možemo i po ovoj liniji konstatovati da je značaj članova $\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{v^2}{2g}\right)\right]$ i $\left[\frac{1}{g}\cdot\frac{\partial v}{\partial t}\right]$ u dinamičkoj jednačini zaista zanemarljiv. Još jednom treba naglasiti da gornje rezonovanje ima smisla samo kod blago promenljivih tokova.

Zanemarivanjem članova koji definišu neravnomerno i nestacionarno kretanje, dinamička jednačina se svodi na Chezy-jevu, što nam otvara niz praktičnih mogućnosti za rešavanje nestacionarnih pojava u prirodnim tokovima.

Konačno možemo napisati:

$$-\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{v^2}{C_{\check{s}}^2 \cdot R} \qquad (5.3.1.1.7)^{+}$$

[illegible] to je već poznato, jednačina kontinuiteta za složeno prirodno korito glasi:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + B' \frac{\partial z}{\partial t} - q_1 = 0 \qquad ([illegible])$$

Ako [illegible] bočni [illegible]oti-[illegible] q_1 = [illegible] proračun [illegible] vršiti po [illegible] pri [illegible] se [illegible] deonice [illegible] lom u [illegible] bočni [illegible], [illegible] obzirom za [illegible] proizvod ($B' \frac{\partial z}{\partial t}$) [illegible] promenu [illegible]mine u [illegible] 1 [illegible] 1, jed[illegible]ina kontinuiteta može [illegible] u sledećem obliku:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} = 0 \qquad (5.3.1.1.8)$$

Dinamička jednačina (5.3.1.1.7) kombinovana sa jednačinom kontinuiteta (5.3.1.1.8), čini [illegible] diferencijalnih jednačina paraboličnog tipa.

Iz jednačine (5.3.1.1.8) [illegible]

+/ Jednačina (5.3.1.1.7) pred[illegible] vo[illegible]staja [illegible] pr[illegible]ic[illegible]ja, o [illegible] [illegible] između [illegible] korita ispod nivoa koji o[illegible]gov[illegible] t[illegible]ju, postoji isto t[illegible]ko izvesna [illegible]nost, [illegible] uspostaviti veza između proticaja i zapremine korita, čija grafička pre[illegible]st[illegible] u [illegible] tnom sistemu (Q,V) nosi naziv kri[illegible] zapremine. Pozn[illegible]v[illegible]je kriva zapremine ima velikog [illegible] nestacionar[illegible] [illegible], tako da će ovom [illegible] di-sertaciji.

stoji principijelna razlika u proračunima za prirodna korita i korita pravilnog geometrijskog oblika; razliku u sebi sadrži član kojim je obuhvaćena promena zapremine toka.

Ponovićemo još jednom osnovne hipoteze koje leže u osnovi metode trenutnih režima:

- ukupno vreme trajanja nestacionarne pojave, koja je kod blago promenljivog režima kontinualna, može se "razbiti" na kratke vremenske intervale (Δt).
- promena elemenata režima u toku kratkih vremenskih intervala može se smatrati linearnom.

Gledano kroz prizmu prirodnih tokova, ove polazne postavke se mogu tolerisati; promene režima toka relativno su blage, tako da se ceo proces može tretirati kao niz kraćih procesa, pri čemu izabran dovoljno kratak vremenski interval (Δt) opravdava pretpostavljenu linearnost promene elemenata režima.

Uzimajući u obzir učinjene pretpostavke kao i redukcije izvršene na osnovnim jednačinama, kada se diferencijali zamene diferencijama, iste se mogu napisati u sledećoj formi:

dinamička jednačina

$$\frac{(Q_v)_2 + (Q_i)_2}{2} = \frac{\bar{K}}{\sqrt{\Delta l}} \sqrt{(Z_v)_2 - (Z_i)_2} \qquad (5.1.1.19)$$

jednačina kontinuiteta

$$\left(\frac{Q_1 + Q_2}{2}\right)_v \Delta t - \left(\frac{Q_1 + Q_2}{2}\right)_i \Delta t = V_2 - V_1 \qquad (5.1.1.20)$$

Gornje jednačine su napisane za rečnu deonicu dužine (Δl), pri čemu se smatra da su elementi toka poznati u trenutku (1), a da na osnovu njih treba odrediti elemente u [illegible] trenutku(2). Veličina intervala vremena $t_2 - t_1 = \Delta t$ mora biti dovoljna mala, tako da budu zadovoljene hipoteze učinjene u vezi sa tim. Indeksima "u" i "i" obeleženi su elementi toka koji se odnose na ulazni, odnosno na izlazni profil posmatrane deonice dužine (Δl). Zapremina korita na ovoj deonici se odredjuje pomoću sledeće jednačine

$$V = \int_0^{\Delta l} F \cdot dl \approx \bar{F} \cdot \Delta l$$

pri čemu je srednja vrednost površine odredjena na osnovu vodostaja $\bar{z} = \frac{z_u + z_i}{2}$ na sredini posmatrane deonice dužine (Δl).

Pošto se, s obzirom na nepravilne forme poprečnih preseka kod prirodnih tokova, veza vodostaja i promene površine ne može izraziti analitičkim putem, to [illegible] $\bar{F} = \bar{F}(\bar{z})$. [illegible] $\bar{B} = \bar{B}(\bar{z})$ i zapremine $V = V(\bar{z})$.

Koristeći vezu promene geometrijskih karakteristika toka i vodostaja na sredini rečne deonice, osnovne jednačine (5.3.1.1.9) i (5.3.1.1.10) se mogu svesti na dve jednačine sa četiri nepoznate $(Q_u)_2$, $(Q_i)_2$, $(Z_u)_2$ i $(Z_i)_2$.

Da bi se ove jednačine mogle rešiti, neophodno je da budu zadati početni i granični uslovi (uzvodni i nizvodni). Polazeći od [illegible] profila u kome je [illegible] u ulaznom [illegible] (npr. [illegible] koji se broj nepoznatih redukuje na tri, [illegible] tok, usvajajući za jednu od preostalih [illegible] tri nepoznate veličine neku odredjenu vrednost (neka to bude vrednost u uzvodnom profilu u sledećem trenutku vremena). Problem se na taj način svodi na rešavanje dve jednačine sa dve nepoznate i sa jednim parametrom. Zadatim nizvodnim graničnim uslovom definišemo stvarnu vrednost parametra za koji vršimo proračun duž celog toka, naravno sukcesivnom apsokrimacijom.

Postoji veliki broj varijanti trenutnih režima, od kojih svaka ima svoje dobre i manje dobre strane. Mi ćemo izložiti samo dve za koje smatramo da su najpogodnije za proračune propagacije talasa u prirodnim tokovima (metodu trenutnih režima po Arhangelskij-u i tzv. "kvazi-stacionarnu" metodu).

5.3.1.2. Problem definicije krivih zapremine $V = V(Q)$. Odredjivanje brzine i vremena propagacije nestacionarnih promena u otvorenim tokovima

Pod krivom zapremine podrazumeva se veza proticaja i zapremine dela korita između odgovarajućeg profila.

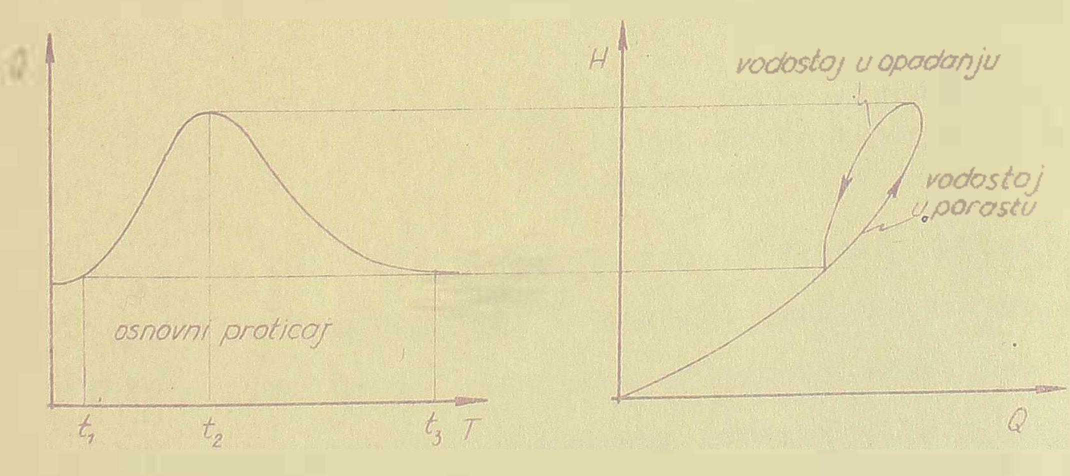
Funkcija $V = V(Q)$, kako se najčešće matematički izražava kriva zapremine, predstavlja jedan od osnovnih parametara neophodnih za proračune propagacije i transformacije poplavnih talasa u prirodnim tokovima. Od toga koliko funkcija $V = V(Q)$ verno odražava stvarno stanje u prirodi, zavisi tačnost naših proračuna. Iz tog razloga krivoj zapremine treba posvetiti ozbiljnu pažnju.

Strogo teorijski, veličina zapremine korita može se odrediti samo pomoću detaljnih morfoloških karakteristika rečnog toka. Teorijski, samo u onim slučajevima u kojima je veza vodostaja i proticaja jednoznačna, [illegible] može biti merilo veličine [illegible] korita.

Jednoznačna zavisnost Q = Q(H) za velike vode u prirodnom koritu vrlo je retka. (Kod [illegible] se može smatrati da je funkcija Q = Q(H) jednoznačna, pošto je oticaj kroz isvodni profil taj koji diktira promene vodostaja u jezeru).

Brojni su [illegible] uticaja na [illegible] jednoznačne veze proticaja i vodostaja u prirodnim tokovima, od kojih je za nas najinteresantniji uticaj nestacionarnosti režima toka.

Dijagram Q = Q(H) pokazuje u svom gornjem delu karakterističan oblik petlje. Uticaj nestacionarnosti režima na formiranje petlje očigledan je sa slike (5.3.1.2.1), [illegible] krive proticaja [illegible] i hidrogram [illegible]. [illegible] proticaja, [illegible] u kome dolazi do opadanja vodostaja.



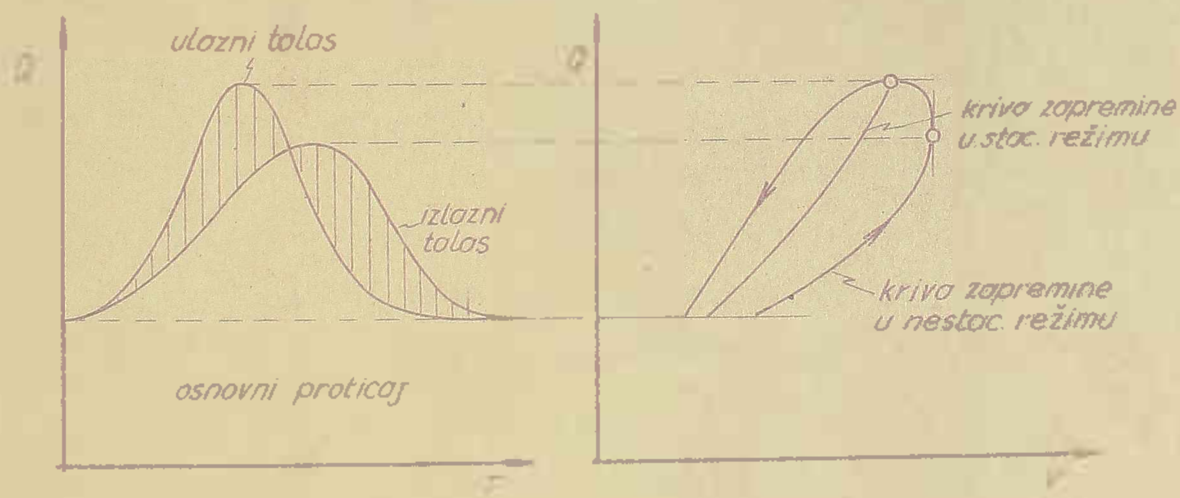
a/ Talas

b/ Kriva proticaja

Sl. (5.3.1.2.1) Uticaj nestacionarnosti na oblik krive proticaja

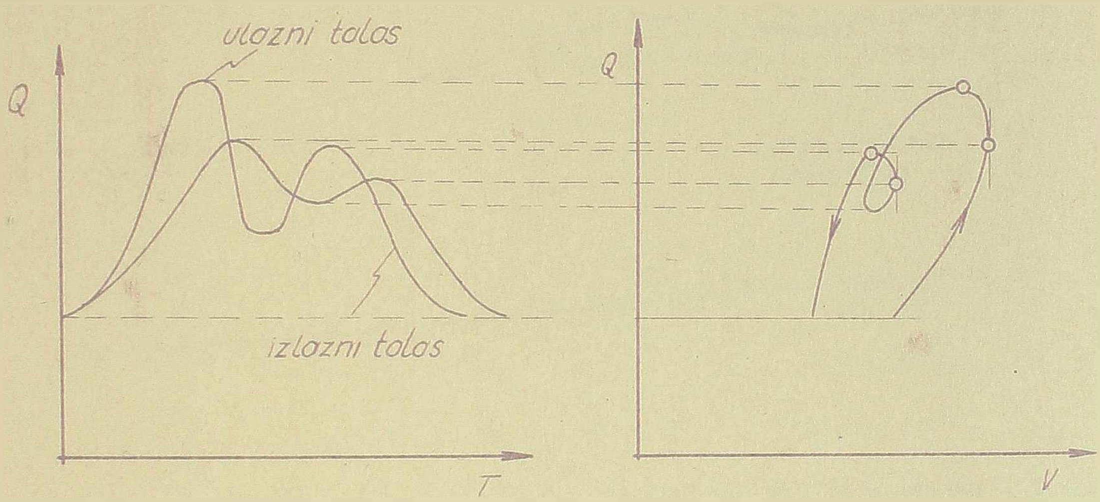
Na sličan način bi se mogla objasniti i poja-va petlje kod krivih zapremine usled povećanih padova pri proticanju veće količine (odnosno usled smanjenih padova pri povlačenju talasa manje količine), od onih koje bi proticale pri uniformnom režimu.

Većim odnosno manjim količinama odgovaraju i veće odnosno manje zapremine korita (vidi sliku 5.3.1.2.2) i pored toga što je danas dubina toka obrnuto srazmerna odnosu padova pri jednom te istom proticaju. Naime, uticaj povećanja (smanjenja) pada znatno je veći u pogledu promene proticaja nego u pogledu promene vodostaja.



Sl. (5.3.1.2.2) Uticaj nestacionarnosti na oblik krive zapremine kod prirodnih tokova

Zapremina dela korita pod vodom je veća u periodu nailaska poplavnog talasa, a manja u periodu njegovog povlačenje, pri čemu maksimalna vrednost zapremine ne odgovara i maksimalnoj vrednosti proticaja na hidrogramu. Petlja može imati vrlo složen oblik, što zavisi od oblika hidrograma (Kao što će se naknadno videti, oblici hidrograma su u prirodnim tokovima veoma raznovrsni, tako da pored jedinstvenih - usamljenih talasa, ima i složenih - sukcesivnih, koji nailaze jedan za drugim). Oblik krive zapremine za jedan ovakav talas prikazan je na sl. (5.3.1.2.3).



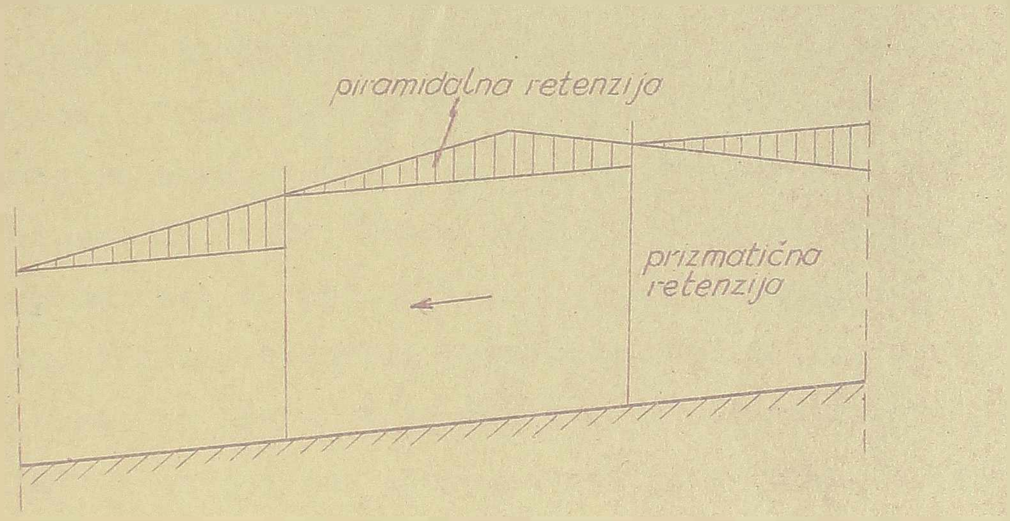
Sl. (5.3.1.2.3) Oblik krive zapremine za poplavni talas složenog oblika

Postoji pretpostavka [6] da je petlja posledica toga što se retenzija ne puni po celom frontu obale duž reke, već samo na odredjenim uvalama i nižim mestima, koja su u suštini uska grla i dovode do zakašnjenja u punjenju (i pražnjenju), odnosno do razlike u kotama u koritu i re[illegible]iji. Pri tome je pri porastu nivoa voda u retenziji ni[illegible], [illegible] pri opadanju viša od nivoa u glavnom koritu.

Po [illegible] mišljenju ova hipoteza o uticaju nekoincidencije nivoa u reci i inundaciji nije osnovni faktor koji utiče na formiranje petlje. Dokaz za ovu tvrdnju je činjenica da se petlja javlja i u jedinstvenom rečnom koritu, pod uslovom da je kretanje nestacionarno.

U američkoj literaturi [26], [37] je vrlo odo-

[illegible] hipotezu, prema kojoj je [illegible] petlja posledica [illegible] prizmatične i piramidalne retenzije, kao što je to prikazano na sledećoj slici (5.3.1.2.4)



Sl. (5.3.1.2.4) Uzdužni profil reke sa ucrtanim nivoom pri prolasku poplavnog talasa

Kao što se sa gornje slike vidi, ukupnu zapreminu korita čini suma paramidalnog i prizmatičnog dela. Prizmatični deo odgovara zapremini koju bi korito imalo pri uniformnom režimu, dok je piramidalni deo posledica nestacionarnosti fenomena. Ako ovako shvaćenu ukupnu vrednost zapremine uporedimo sa zapreminom koju bi korito imalo pri uniformnom režimu, onda je očigledno da je zapremina korita pri nestacionarnom režimu veća od ove prethodne za veličinu paramidalne retenzije pri nailasku talasa, odnosno manja za veličinu piramidalne pri povlačenju talasa.

Objašnjenje pojave petlje uvodjenjem piramidalne i prizmatične retenzije u potpunoj je saglasnosti sa onim što smo u početku rekli o uzrocima njenog postojanja.

Već je pomenuto da se tačna kriva zapremine može definisati isključivo preciznim morfometrijskim merenjima. Drugim rečima, neophodno je poznavanje tačnih linija nivoa vodnog ogledala duž cele posmatrane deonice, i funkcije $F = F(z)$, gde je (F) površina poprečnog preseka, a (z) vodostaj za sve poprečne profile snimljene duž toka. Treba podvući da su nam pri tome neophodni svi ti podaci i za najveće proticaje. Koliko staju, i kakvu tehničku poteškoću predstavljaju merenja ove vrste ne treba ni spominjati. U literaturi [16] smo našli na samo jedan slučaj kompletnog snimanja rečnog toka za potrebe studija nestacionarnog kretanja, što je inače prava retkost.

S obzirom na sve ovo sa jedne strane, a sa druge s obzirom na veliki značaj koji krive zapremine imaju u [illegible] nestacionarnih pojava u otvorenim tokovima, u praksi se pribegava znanje [illegible], ali znatno jednostavnijoj [illegible] određivanju krive zapremine nazvanoj "metoda bilansiranja".

Za proračun se koristi jednačina kontinuiteta, [illegible]

proticaja, i ukoliko postoji, poznavanje bočnog doticaja. Razlika zapremine koja uđe na jednu deonicu i zapremine vode koja iz te deonice izlazi, u jednom određenom intervalu vremena, predstavlja [illegible] korito. Označi [illegible] se na osnovu relacije regi- [illegible] mine krive, kao što je pokazano na slici (7.3.1.2.2). Proračun se vrši tabelarno. Veličina računskog intervala (Δt) treba da je što kraća u intervalima nagle promene [illegible], da bi tražena kriva zapremine bila [illegible] cionije o.redjena.

Veličina zapremine dobijena na jednoj istoj rečnoj [illegible] varira od slučaja do slučaja, što se ob- [illegible] popisnih talasa po veličini, o- [illegible] itd. To [illegible] [illegible] moći doneti zaklju- [illegible] zapremini [illegible] [illegible] premine možemo koristiti [illegible] karakteristi- [illegible] liza (i [illegible] [illegible] velikih, dotle još neopaženi [illegible] to su oblik, zapremina [illegible] je, moramo [illegible]viti).

[illegible] malih do malih voda, [illegible] celokupna retenzija u posma- [illegible]

[illegible] koji način, [illegible] mi smo [illegible] veličinu zapremine. [illegible] usvojiti kao drugu [illegible]

[illegible] ine?

[illegible] pisati kao

$V = V(\ldots)$, $V = V_2(\ldots)$ ili $V = V_3(\ldots)$. [illegible] je? Razmišljajući ovome, ne uzimajući fizičku stranu problema u obzir, [illegible] do apsurdnih zaključaka. Naime, veličinu zapremine možemo nacrtati u funkciji bilo čega (npr. u funkciji vremena). I to je [illegible] "kriva zapremine", samo ta kriva zapremine ne odražava [illegible] promene zapremine korita na onaj način kako je to jedino ispravno sa aspekta proračuna nestacionarnih fenomena u otvorenim tokovima.

Ako razmotrimo fizičku stranu problema, onda je jasno da zapremina vode na jednoj rečnoj deonici konačne dužine, zavisi od uzvodnih i nizvodnih graničnih uslova. Zapravo, uslovi doticanja i oticanja su ti koji definišu koji deo zapremine vode je u jednom odredjenom trenutku akumuliran u koritu dotične deonice.

Na ovaj način smo došli do suštine problema: [illegible] ulaznog i izlaznog proticaja, pa se postavlja pitanje po kome zakonu. Kao što se u svim slučajevima, gde problem nije dovoljno jasno definisan da bi se mogao analizirati teorijski, pribegava empirijskim razmatranjima, tako je učinjeno i ovde. Naime, da bi se na neki način obuhvatio uticaj i piramidalne i prizmatične retenzije, uvedena je sledeća empirijska jednačina za krivu zapremine:

$$V = \frac{b}{a} \; X(Q_u)^{m/n} + (1 - X)Q_i^{m/n} \qquad (5.3.1.2.5)$$

gde (a) i (n) karakterišu tip krive proticaja $Q = a.h^n$; (b) i (m) karakterišu tip krive zapremine $V = b \,.\, h^m$, dok (h) predstavlja dubinu.

Koeficijenat (X) predstavlja odnos uticaja (Q_u) i (Q_i) na formiranje zapremine korita. Veličina koeficijenta (X) varira u granicama $0 \leq X \leq 1$, a odredjuje se probanjem na osnovu ranije konstatovanih talasa na deonici za koju se vrše ispitivanja. (X) predstavlja odnos zapremine i proticaja vode, a u suštini to je vreme propagacije. Koeficijenat (b/a) se u većini slučajeva zamenjuje koeficijentom (K), tako da se jednačina (5.3.1.2.5) može napisati u sledećem obliku:

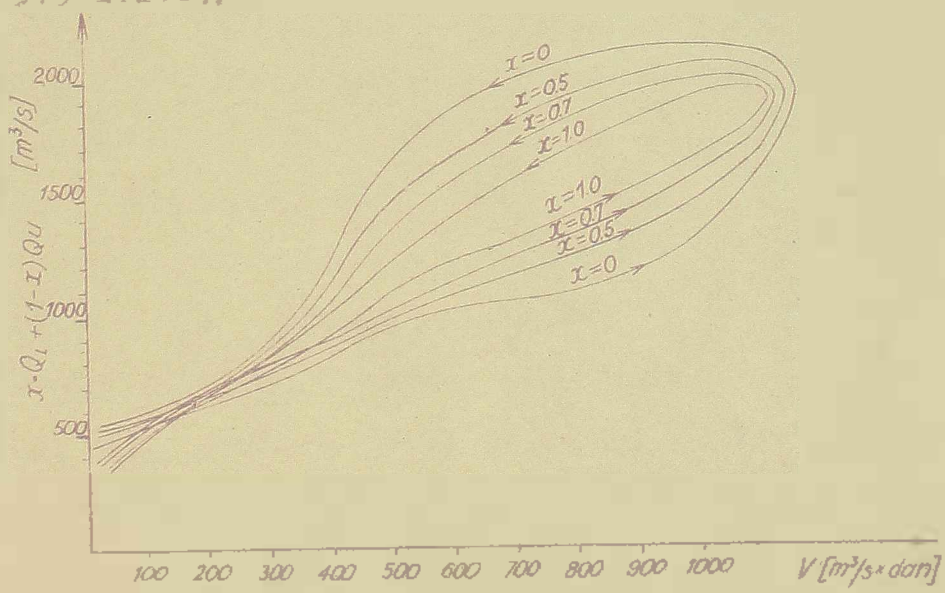
$$V = K\left[X \cdot Q_u + (1 - X)\, Q_i\right] \qquad (5.3.1.2.6)$$

Kao što je rečeno, veličina koeficijenta (X) se odredjuje probanjem, pri čemu se konstruiše dijagram

$$V \sim X \cdot Q_u + (1 - X) \cdot Q_i \qquad (5.3.1.2.7)$$

na osnovu stvarnih podataka registrovanih u prirodi. Vrednost koeficijenta (X) se varira sve dotle dok zavisnost $V = V(Q)$ koja ima oblik petlje, ne postane jednoznačna.

Medjutim, u izvesnim slučajevima ovo se ne može postići ni za bilo koju od vrednosti (X), što ukazuje na nedovoljnu teorijsku podlogu osnovne ideje (vidi sliku 5.3 1.2.8).



Sl. (5.3.1.2.8) Krive zapremine na deonici Ćuprija - Bagrdan, za talas u decembru 1955. godine

Grubo uzevši, obrazac (5.3.1.2.6) može da posluži kao pokazatelj u kojoj meri koji od proticaja utiče na formiranje zapremine, odnosno da li treba uzeti u obzir i ulazni i izlazni proticaj, ili samo jedan od njih.

[illegible] analize krivih zapremine [illegible] nekim [illegible] Rezultati ovih analiza prikazani su delimično u tabeli (5.3.1.2.I).

[illegible] iz pomenute tabele nedvosmisleno pokazuju, i to za sve analizirane slučajeve, [illegible] izlazni proticaj [illegible] u [illegible] uticaja [illegible] formiranje zapremine [illegible] tako [illegible] promenu zap[illegible] trebe [illegible] u funk[illegible] (Ova) [illegible] se ne može uopštiti, ali skoro sigurno se može tvrditi da važi za ravničarske reke sa širokom inundacijom i malim uzdužnim padovima).

Ova konstatacija je značajna kada se ima u vidu činjenica da je proračun sa krivama zapremine [illegible] $V = V(Q_{[illegible]})$, za [illegible] jednostavniji [illegible] u obzir [illegible] ulaznog [illegible].

[illegible] jednom [illegible] se [illegible] na [illegible] (5.3.[illegible].2.6). Naime, smisao uvodjenja ove [illegible] [illegible] premina, čime bi se postigla mogućnost definicije funkcije $V = V(Q)$ pomoću nekog matematskog izraza. Posmatrana sa ovog aspekta, pomenuta jednačina gubi svoj značaj, pošto veštačko transformisanje krive zapremine na ono što nam iz nekih razloga konvenira, nema nikakvog smisla. Potreba za uvodjenjem jedn[illegible]nijih oblika postoji, pod pretpostavkom da za to postoji neka teorijska osnova.

U tom smislu interesantna je ideja o uvodjenju tzv. karakteristične deonice [21], koja ima tu osobinu [illegible] je kriva zapremine te deonice jednoznačna funkcija proticaja.

Kao što je dobro poznato, u slučaju stacionarnog rečnog toka važi neprekidna, jednoznačna funkcionalna zavisnost

$$Q = Q(V) \qquad (5.3.1.2.9)$$

Isto tako se može napisati da je

$$V = V(Q) \qquad (5.3.1.2.10)$$

Pošto izvod $\frac{dV}{dQ}$ ima pozitivnu vrednost, može se napisati sledeća jednačina:

$$dV = \tau \cdot dQ \qquad (5.3.1.2.11)$$

Parametar (τ) ima razmeru vremena i predstavlja ono vreme u toku koga kroz bilo koji poprečni profil posmatrane deonice protekne zapremina vode jednaka zapremini vode akumuliranoj u toj deonici. Izraženo pomoću konačnih priraštaja, vreme (τ) se može izraziti na sledeći način:

$$\tau = \frac{\Delta V}{\Delta Q} \qquad (5.3.1.2.12)$$

Iz ove jednačine se može zaključiti da je (τ) ono vreme koje je neophodno za prelaz toka iz jednog u drugi stacionarni režim.

Pošto je proces transformacije povodnja na jednoj rečnoj deonici sličan onome u akumulaciji, a znamo da u slučaju akumulacije važi jednoznačna zavisnost $V = V(Q)$, postavlja se pitanje može li se na neki način odrediti deonica takve dužine, čiji uticaj će biti identičan uticaju akumulacije. Drugim rečima, može li se odrediti deonica takvih karakteristika za koju će izmedju vodostaja na sredini i proticaja kroz nizvodni granični profil važiti jednoznačna veza?

Tabela (5.[illegible])

REKA I POTEZ		N°	[illegible]- ve talasa	Odnos utieja ulazno[illegible] lazno[illegible] proti[illegible] X
Velika Morava	ĆUPRIJA- BAGRDAN	1	1954	[illegible]
		[illegible]	1955/II	0.00
		[illegible]	1955/XII	0.00
		[illegible]	1957	0.00
		5	1958	[illegible]
- " -	BAGRDAN- MARKOVAČKI MOST	6	1954	0.00
		7	1955/II	0.00
		8	1955/XII	[illegible]
		[illegible]	1957	0.00
		10	1958	[illegible]
- " -	MARKOVAČKI MOST- LJUBIČEVSKI MOST	[illegible]	1954	[illegible]
		[illegible]	1955/II	0.30
		13	1955/XII	0.70
		14	1957	0.20
		15	1958	0.00
Drina	FOČA- [illegible]	16	1948	[illegible]
-"-		17	1955/II	0.00
		18	1955/XII	0.00
		19	1957	0.00
-"-	BAJINA BAŠTA- ZVORNIK	20	[illegible]	0.00
		21	1948	0.00
		22	1955/XII	0.00
		23	1957	0.00
-"-	[illegible]- SR.MITROVICA	[illegible]	[illegible]	0.10
		25	[illegible]	0.10
		[illegible]	1957	0.20
Sava	LONJSKO-POLJE ST.GRADIŠKA	27	1925	0.00
		28	1937	0.00
		29	1940	0.00
		30	1947	[illegible]
		31	1952	[illegible]

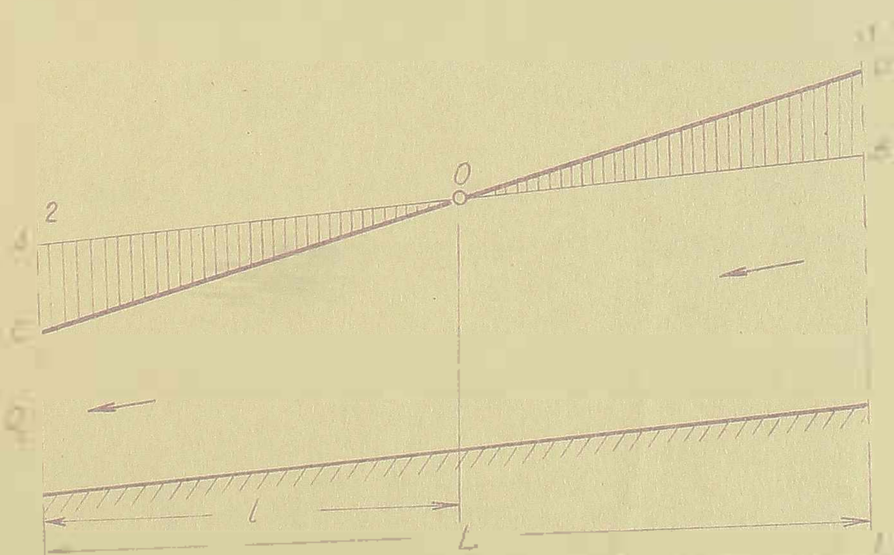
Ukoliko takva jedna deonica postoji, za nju bi morala znači da važi jednoznačna zavisnost proticaja i vodostaja i u uslovima nestacionarnog režima, data sledećom jednačinom:

$$a(Q_{STAC.} + Q_{DOP.}) = \frac{L}{T}(V_{STAC.} + V_{DOP.}) \qquad (5.3.1.2.13)$$

[illegible] su sa indeksom "STAC" obeležene vrednosti koje bi bile u stacionarnom režimu, a sa indeksom "DOP", veličine za koje se vrednosti proticaja, odnosno zapremine u stacionarnom režimu razlikuju od onih u nestacionarnom.

Već smo naglasili da ovakva zavisnost praktično ne postoji u prirodnim tokovima. Ukoliko međutim bismo [illegible] neki način odredili dužinu deonice za koju se [illegible] $V = V(Q)$, onda će takva deonica [illegible] isti uticaj na transformaciju povodnja, kao i njoj [illegible] površini akumulacioni basen. Ovakva rečna deonica [illegible] nazvana karakteristična.

Karakteristična deonica bi se mogla predstaviti [illegible] na slici (5.3.1.2.14), odakle se vidi da je na



Sl. (5.3.1.2.14) Karakteristična deonica izvesnom odstojanju od nizvodnog profila nivo vode pri nestacionarnom režimu je jednak nivou pri stacionarnom režimu. S obzirom na ovo, veza proticaja u nizvodnom profilu i vodostaja u profilu na odstojanju (1), mora biti jednoznačna. Pošto su šrafirane površine(ACO) i (BDO) jednake po veličini, a s obzirom na jednoznačnu vezu proticaja u profilu (2) i vodostaja u profilu na odstojanju (1), to i između proticaja u nizvodnom profilu i zapremine na rečnoj deonici dužine $L = 2\,1$, mora biti jednoznačna.

Jedna rečna deonica će biti karakteristična ukoliko su ispunjeni sledeći uslovi:

a/ dužina karakteristične deonice mora biti konstantna bez obzira na veličinu proticaja za koji se računa,

b/ dužina karakteristične deonice ne sme zavisiti od parametara nestacionarnog režima.

Iz Chezy-jeve jednačine za proticaj može se lako pokazati da je odnos proticaja u stacionarnom i nestacionarnom režimu pri jednom istom nivou jednak odnosu drugih korenova odgovarajućih padova:

$$Q/Q_{STAC} = S^{1/2}/S_{STAC}^{\;1/2} \qquad (5.3.1.2.15)$$

Pad u nestacionarnom režimu može se izraziti kao zbir pada u stacionarnom režimu i nekog dopunskog pada

$$S = S_{STAC} + S_{OP} \qquad (5.3.1.2.16)$$

odnosno

$$\sqrt{S} = \sqrt{S_{STAC} + S_{OP}} \qquad (5.3.1.2.17)$$

Kod ravničarskih tokova, vrednost pada (S_{OP})

je zanemarljivo mala u odnosu na (S_{STAC}), tako da se koristeći metode približnog računanja izraz (5.3.1.2.17) može napisati:

$$\sqrt{S} = \sqrt{S_{STAC} + S_{DOP}} \approx \sqrt{S_{STAC}} \cdot \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{S_{DOP}}{S_{STAC}}\right) \qquad (5.3.1.2.18)$$

Na osnovu gornje jednačine izraz za proticaj glasi:

$$Q = \ldots C_S \cdot \sqrt{H \cdot S_{STAC}} \cdot \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{S_{DOP}}{S_{STAC}}\right) \qquad (5.3.1.2.19)$$

Prema tome, dopunski proticaj uslovljen nestacionarnošću pojave dat je sledećim izrazom:

$$Q_{DOP} = \frac{1}{2} \, Q_{STAC} \cdot \frac{S_{DOP}}{S_{STAC}} \qquad (5.3.1.2.20)$$

Pod pretpostavkom da se kriva proticaja u bilo kome profilu posmatrane deonice ne menja, kao i da se veza priraštaja vodostaja i odgovarajućih proticaja u stacionarnom i nestacionarnom režimu može izraziti sledećom jednačinom

$$\frac{\Delta Z}{\Delta Z_{STAC}} = \frac{\Delta Q}{\Delta Q_{STAC}} \qquad (5.3.1.2.21)$$

dobijamo izraz za veličinu promene vodostaja u nestacionarnom režimu:

$$\Delta Z = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q_{STAC}}{S_{STAC}} \cdot \frac{\Delta Z_{STAC}}{\Delta Q_{STAC}} \cdot S_{DOP} \qquad (5.3.1.2.22)$$

Pošto je

$$\Delta Z = 1 \cdot \Delta [illegible] \qquad (5.3.1.2.23)$$

to se dobija konačno [illegible] polovinu dužine karakteristične deonice

$$l = \frac{Q_{STAC}}{2S_{STAC}} \cdot \frac{\Delta S_{STAC}}{\Delta Q_{STAC}} \qquad (5.3.1.2.24)$$

odnosno, dužina cele deonice iznosi:

$$L = 2l = \frac{Q_{STAC}}{S_{STAC}} \cdot \frac{\Delta S_{STAC}}{\Delta Q_{STAC}} \qquad (5.3.1.2.25)$$

Na ovaj način je definisana deonica [illegible] dužine, za koju važi jednoznačan odnos izmedju proticaja i zapremine korita.

Postavlja se pitanje šta se dešava ukoliko se konačno usvojena dužina karakteristične deonice ne podudara se računskom (npr., profil u kome nas inter[illegible] [illegible] karakteristične deonice).

Dužina karakteristične deonice može utic[illegible] [illegible] tačnost proračuna isključivo preko krive zapremine - ukoliko odstupimo od tačno sračunate dužine karakteristične deonice, neće važiti pretpostavka o jednoznačnosti krive $V = V(Q)$.

Ukoliko se usvoji kraća dužina karakteristične deonice od sračunate, kriva zapremine će imati [illegible]tlju, što znači da će naš proračun biti, s obzirom da radimo sa jednoznačnom [illegible] [illegible]en po [illegible] [illegible] liniji. A to bi značilo da pri proračunu vodnog [illegible] u [illegible] vrednosti, a pri opadanju nešto niže. Na taj način bi se greška donekle kompenzirala. Pretpostavimo [illegible] je [illegible] računske deonice dva puta m[illegible] [illegible] slučaju [illegible] bi [illegible] svakako [illegible] [illegible] do koje bi došlo [illegible] se [illegible] [illegible] po nekoj [illegible] noj krivoj $V = V(Q)$.

Na sličan način se može pokazati da usvajanje veće dužine karakteristične deonice od stvarne ne bi dovelo do znatnih odstupanja.

U zaključku se može reći da odstupanje od sračunatih dužina karakterističnih deonica ne utiče bitno na tačnost rezultata. Isto tako, ukoliko je neophodno iz nekih specifičnih razloga menjati dužinu karakteristične deonice za razne proticaje, od ovoga ne treba à priori odustati. Postupak je nešto obimniji, ali je tačnost u svakom slučaju zadovoljavajuća.

Kada je već reč o krivoj zapremine, treba pomenuti i mogućnost odredjivanja vremena propagacije poplavnih talasa duž neke deonice pomoću zavisnosti V=V(Q). Kriva zapremine je kao što je već rečeno, definisana zavisnošću V = V(Q) koja nacrtana u koordinatnom sistemu (Q,V) predstavlja obično krivu liniju u vidu petlje. Tangenta na liniju zapremine odredjuje vreme propagacije, pošto je

$$\tau = \frac{dV}{dQ} \qquad (5.3.1.2.26)$$

Pošto linija zapremine korita sadrži u sebi uticaje i protočnog i neprotočnog dela korita, to je ovako definisano vreme propagacije ispravno.

Brzina propagacije se dobija kao tangenta na krivu proticaja*, i data je sledećim izrazom

---

*/ Ovaj izraz se dobija na osnovu uprošćenih teorijskih analiza u kojima se talas posmatra kao uniformno-progresivni fenomen, u čijem toku vlada stacionarni režim. Za takvu šematizaciju iz [illegible] ne kretanja dobija se izraz za brzinu propagacije talasa.

$$c_n = [illegible]$$ ([illegible])

gde je B - širina korita, H - srednja dubina toka, a [illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

i vreme, odnosno brzina propagacije, ukazuje na to da [illegible]

[illegible]

[illegible]

paka.

[illegible] vremena propagacije [illegible]

se može nezavisno od krivih zapremine definisati i pomo-

[illegible]

[illegible]

Ukratko, pošli smo od pretpostavke da se oblik [illegible] vrhu može dovoljno tačno aproksimirati parabolom povučenom kroz četiri tačke, u vidu Lagrange-ovog interpolacionog polinoma. Na ovaj način je omogućena [illegible] definicija trenutka pojave vrha talasa u jednom odredjenom profilu rečnog toka. Vreme koje protekne [illegible] čita rečna profila daje vreme propagacije, dok rastojanje tih dvaju profila podeljeno sa vremenom propagacije, daje brzinu propagacije.

Opsta funkcija $y = f(t)$, gde $y_0, y_1, y_2 \ldots y_n$ predstavljaju relativne vodostaje, a $t_0, t_1 \ldots t_n$ vreme u časovima u momentu pojave odgovarajućih vodostaja, ima sledeći oblik:

$$y = f(t) = \frac{(t - t_1)(t - t_2)\ \ldots\ (t - t_n)}{(t_0 - t_1)(t_0 - t_2)\ \ldots\ (t_0 - t_n)} Y_0$$

$$+ \frac{(t - t_0)\ (t - t_2)\ldots(t - t_n)}{(t_1 - t_0)\ (t_1 - t_2)\ \ldots(t_1 - t_n)} Y_1 + \ldots$$

$$+ \frac{(t - t_0)(t - t_1)\ \ldots\ (t - t_n)}{(t_n - t_0)(t_n - t_1)\ \ldots\ (t_n - t_{n-1})} Y_n \quad (5.3.1.2.28)$$

Pri tome je:

$t_0 = 0.^{00}$ h $\qquad Y_0 = H_0 - H_0 = 0$

$t_1 = 24.^{00}$ h $\qquad Y_1 = H_1 - H_0$

$t_2 = 48.^{00}$ h $\qquad Y_2 = H_2 - H_0$

$t_3 = 72.^{00}$ h $\qquad Y_3 = H_3 - H_0$

Oznake su date na slici (5.3.1.2.29)

Jednačinu diferenciramo po (t) i izjednačujemo sa nulom, da bi dobili traženu vrednost - momenat prolaska vrha talasa kroz profil vodomerne stanice. U opštem obliku ta jednačina glasi:

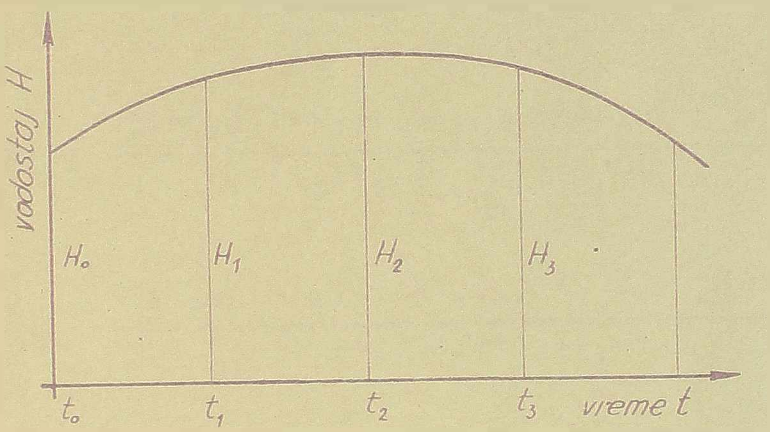
$$y' = \frac{(t - t_2)(t - t_1) + \ldots (t - t_{n-1})(t - t_n)}{(t_0 - t_1)(t_0 - t_2)\ \ldots\ \ldots(t_0 - t_{n-1})(t_0 - t_n)} Y_0 +$$

$$+ \frac{(t - t_0)(t - t_n) + \ldots (t - t_{n-1})(t - t_n)}{(t_1 - t_0)(t_1 - t_2)\ \ldots\ (t_1 - t_{n-1})(t_1 - t_n)} Y_1 + \ldots$$

$$+ \frac{(t - t_0)(t - t_2)\ \ldots\ (t - t_{n-2})(t - t_{n-1})}{(t_n - t_0)(t_n - t_1)\ldots(t_n - t_{n-1})} Y_n$$

(5.3.1.2.30)

Kao što smo naglasili, u našoj aproksimaciji zadržaćemo se na polinomu trećeg stepena:



Sl. (5.3.1.2.29) Aproksimacija temena talasa parabolom

$$y' = \frac{(t-t_2)(t-t_3)+(t-t_1)(t-t_3)+(t-t_1)(t-t_2)}{(t_0-t_1)(t_0-t_2)(t_0-t_3)}\,Y_0 +$$

$$+\frac{(t-t_2)(t-t_3)+(t-t_0)(t-t_3)+(t-t_0)(t-t_2)}{(t_1-t_0)(t_1-t_2)(t_1-t_3)}\,Y_1 +$$

$$+\frac{(t-t_1)(t-t_3)+(t-t_1)(t-t_0)+(t-t_0)(t-t_3)}{(t_2-t_0)(t_2-t_1)(t_2-t_3)}\,Y_2 +$$

$$+\frac{(t-t_0)(t-t_1)+(t-t_1)(t-t_2)+(t-t_0)(t-t_3)}{(t_3-t_0)(t_3-t_1)(t_3-t_2)}\,Y_3$$

(t.311.2.31)

Kada uvrstimo vrednost za t i Y_3

$$H' = (H_0 - H_0) \cdot \frac{(t - t_2)(t - t_3) + (t - t_1)(t - t_3) + (t - t_1)(t - t_2)}{(t_0 - t_1)(t_0 - t_2)(t_0 - t_3)}$$

$$+ (H_1 - H_0) \cdot \frac{(t - t_2)(t - t_3) + (t - t_0)(t - t_3) + (t - t_0)(t - t_2)}{(t_1 - t_0)(t_1 - t_2)(t_1 - t_3)}$$

$$+ (H_2 - H_0) \cdot \frac{(t - t_1)(t - t_3) + (t - t_1)(t - t_0) + (t - t_0)(t - t_3)}{(t_2 - t_0)(t_2 - t_1)(t_2 - t_3)}$$

$$+ (H_3 - H_0) \cdot \frac{(t - t_0)(t - t_1) + (t - t_1)(t - t_2) + (t - t_0)(t - t_2)}{(t_3 - t_0)(t_3 - t_1)(t_3 - t_2)}$$

(5.3.1.2.32)

i sredimo ovu jednačinu, dobićemo kvadratnu jednačinu koja u opštem obliku glasi:

$$A \cdot t^2 + B \cdot t + C = 0 \qquad (5.3.1.2.33)$$

gde su A, B i C konstante date izrazima:

$$A = H_3 - 3H_2 - 3H_1 + 5 \cdot H_0$$

$$B = 408 \cdot H_0 + 264 \cdot H_1 - 192 \cdot H_2 - [illegible]$$

(5.3.1.2.34)

$$C = 6.528 \cdot H_0 - 5.184 \cdot H_1 - 1.728 \cdot H_2$$

[illegible]

$$t = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \qquad (5.3.1.2.35)$$

Prema tome uošlo se [illegible] [illegible] merne stanice.

[illegible] ovaj način se relativno lako dolazi [illegible] [illegible] toku, na osnovu elemenata konkretnih, dotle osmatranih ta-

[illegible]

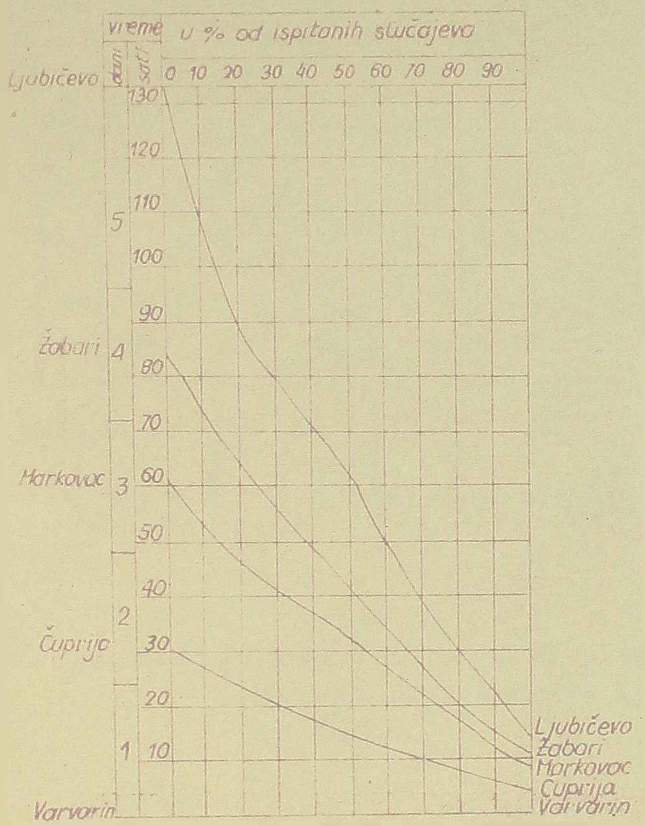
Ovaj podatak može biti vrlo i[illegible] i može se iskoristiti za izradu neke vrste nomograma, pomoću kojih bi se za odredjene karakteristike talasa moglo [illegible] vreme i brzina propagacije talasa, kao neophodan element kratkoročnih prognoza.

Za reku Veliku Moravu ispitani su ekstremni [illegible] velike vode u proteklom periodu od 1930-1955. [illegible], u kome su opažani vodostaji na svim [illegible].

[illegible] dobijeni podaci o vremenu propagacije [illegible] poredjani su po veličini i odredjena im je učestalost pojave u odnosu na ukupan broj posmatranih slučajeva. Na [illegible] Velikoj Moravi.

Rečima iskazan dijagram na sl.(5.3.1.2.36) glasi: za jednu odredjenu deonicu vreme propagacije talasa u x% slučajeva je veće, odnosno u (100-x)% slučajeva manje od [illegible] u konkretnom slučaju. Pri tome treba voditi računa da ovako dobijeni dijagrami predstavljaju vreme propagacije nekog imaginarnog talasa, pošto jednoj istoj [illegible] rečnog toka, ne odgovara i isti [illegible].

Sa slike (5.3.1.2.36) vidi se da su granice u kojima se kreće vreme prop[illegible] tesa vrlo široke (ekstremne vrednosti se razlikuju za deset i više puta). [illegible] medjutim logično kada se ima u vidu činjenica da su [illegible] obuhvaćeni svi talasi u periodu od 1930 do 1955 godine, što znači da su [illegible]



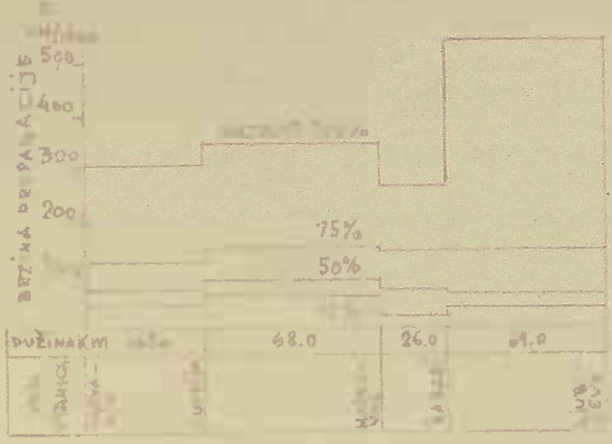
Sl. (5.3.1.2.36) Vreme propagacije poplavnog talasa na Velikoj Moravi (obradjen period od 1930. do 1955. godine)

bijenim dijagramima obuhvaćeni i veliki i mali talasi, koji se izmedju ostalog razlikuju i po brzini kretanja.

Iz dijagrama vremena propagacije talasa može se konstruisati i dijagram brzine propagacije talasa duž rečnog toka, za slučajeve različite učestalosti pojave.

Vrednost ovog dijagrama delimično je umanjena time što ne odgovara stvarnim talasima, tako da se brzina propagacije ne može povezati sa ostalim konkretnim karakteristikama rečnog toka (veličinom proticaja npr.)

I pored ove primedbe, dijagram na sl. (5,3.1.2.36) može se praktično iskoristiti u sledeće svrhe: za prognoziranje trenutka vremena u kome se može očekivati pristizanje bilo kog talasa u bilo koji nizvodni profil. Drugim rečima, sa sigurnošću se može očekivati da brzina kretanja poplavnog talasa neće biti manja, niti veća od jedne odredjene vrednosti.



Sl. (5.3.1.2.37) Dijagram brzine propagacije talasa na Velikoj Moravi (period od 1930. do 1935.)

5.3.1.3. Metoda trenutnih režima po Arhangelskom

Ova metoda se ne razlikuje bitno od izvorne metode Berdadskog. Razlika je uglavnom ta što je ova grafoanalitička i vrlo pogodna za proračune vezane za prirodne tokove. To je bio isključivi razlog da smo se na njoj zadržali nešto duže.

Podjimo od osnovnih jednačina izvedenih u prethodnoj tački:

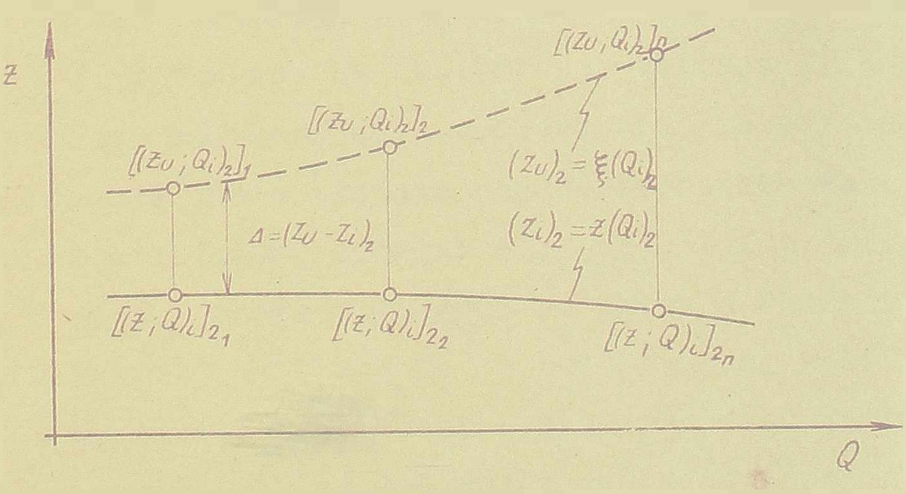
$$\frac{(Q_n)_2 + (Q_1)_1}{2} = \frac{\bar{K}}{\sqrt{\Delta l}} \sqrt{(Z_n)_2 - (Z_1)_2} \qquad (5.3.1.19)$$

$$\left(\frac{Q_1 + Q_2}{2}\right)_1 \Delta t - \left(\frac{Q_1 + Q_2}{2}\right)_1 \Delta t = W_2 - W_1 \qquad (5.3.1.1.10)$$

koje predstavljaju dve algebarske jednačine sa jednim parametrom, koje se približno rešavaju grafoanalitički.

Za potrebe proračuna prethodno se konstruišu pomoćni dijagrami $z = z\,(Q)$. Pretpostavimo da je u pitanju računska deonica dužine (Δl), za koju na osnovu poznatog uzvodnog graničnog uslova datog u vidu ulaznog hidrograma i na osnovu poznatih elemenata režima toka u prethodnom trenutku $(t)_1$, treba odrediti odgovarajuće elemente u sledećem trenutku (t_2).

Kao što je već rečeno, prethodno konstruišemo pomoćne dijagrame; na osnovu uzvodnog graničnog uslova $(Q_u)_2$, koji odgovara trenutku $(t)_2$, i za nekoliko vrednosti parametra $(Z_u)_2$, rešimo osnovne jednačine. Kao rezultat, u krajnjem profilu posmatrane deonice dobija se nekoliko pari vrednosti za nivo $(Z_i)_2$ i proticaj $(Q_i)_2$. Svakom paru ovih vrednosti odgovara po jedna tačka u ravni (Z, Q), koje spojene daju krivu sračunatih režima (puna linija na slici 5.3.1.3.1).



Sl. (5.3.1.3.1) Pomoćni dijagram za proračun po metodi Arhangelskog

U istoj ravni može se konstruisati na osnovu parametara $(Z_u)_{2_{1,2,3\ldots n}}$ i odgovarajućih sračunatih vrenosti $(Q_1)_{2,3,...n}$, krive mogućih režima

$$(Z_U)_2 = \zeta(Q_1)_2 \qquad (5.3.1.3.2)$$

prikazana na sl. (5.3.1.3.2) crtičastom linijom. Razlika

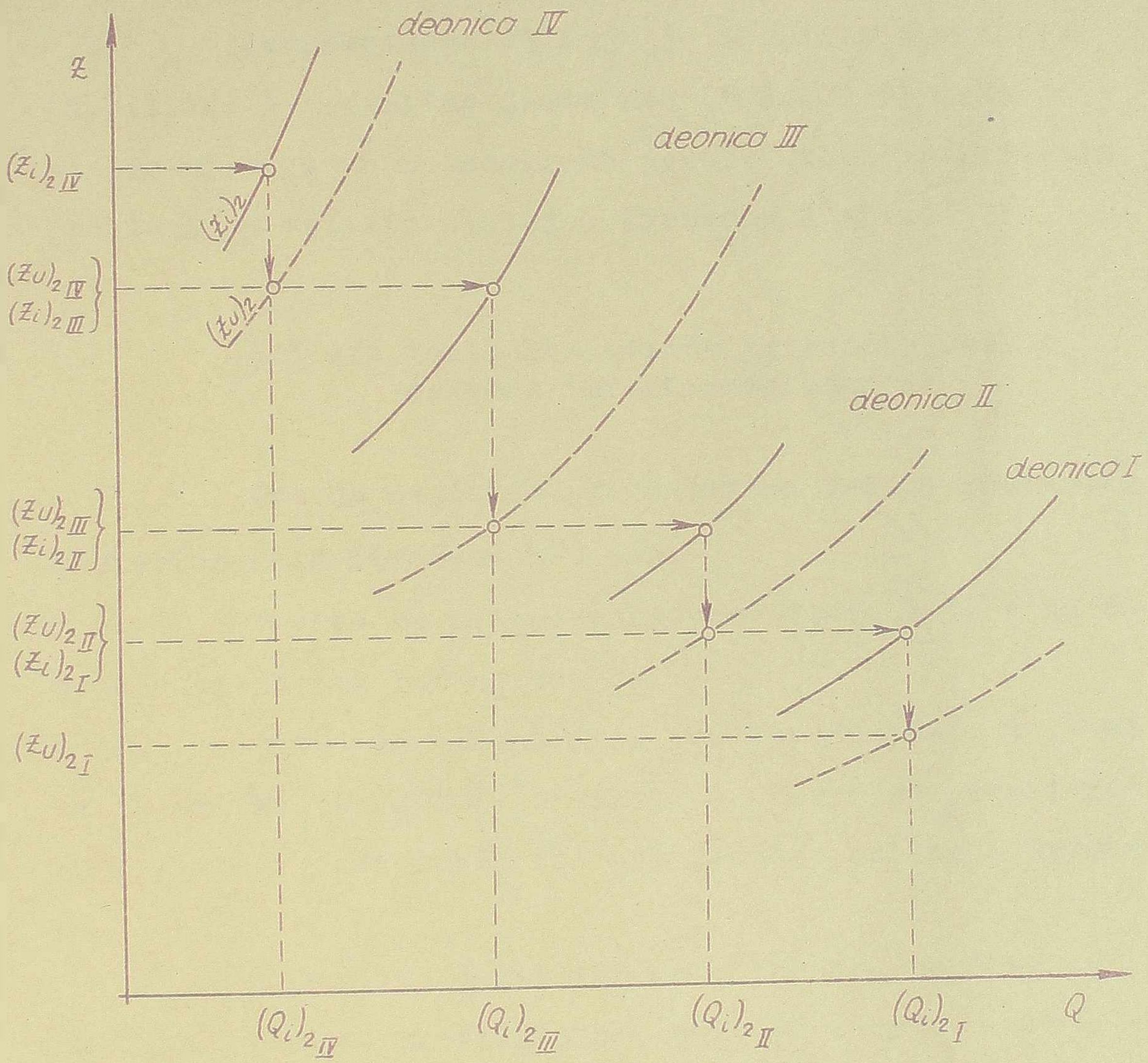
$$\zeta(Q_1)_2 - Z(Q_1)_2$$

predstavlja pad nivoa na posmatranoj deonici za razne vrednosti proticaja u nizvodnom profilu.

Koristeći nizvodni granični uslov koji se obično daje u vidu nivograma $Z = Z(t)$, i prethodno pripremljene [illegible] dijagrame za sve deonice $\Delta l_{1,2,3...n}$ posmatrane rečne deonice dužine (L), počevši od najnizvodnijeg profila mogu se sukcesivno, idući od jedne do druge deonice, odrediti elementi režima rečnog toka, kao što je to pokazano na slici (5.3.1.3.3). Pri tome je izlazni profil prethodne deonice ulazni za sledeću. Isto važi i za sračunate vodostaje, odnosno proticaje; izlazni hidrogram, odnosno nivogram prethodne deonice identičan je ulaznom hidrogramu odnosno nivogramu sledeće deonice.

S obzirom na isključenje uticaja sila inercije, odnosno [illegible] dinamičke jednačine, ograničen je domen primene metode trenutnih režima. Da bi se na neki način izbegao ovaj nedostatak, razradjen je i postupak proračuna kojim se uzima u obzir i inercioni član u [illegible]. [illegible] je [illegible] primena ove metode i u slučajevima u kojima je [illegible] i kod kojih veličine inercionog člana ne može da se zanemari u odnosu na član $\left(\frac{V^2}{C_S^2 \cdot R}\right)$.

Ako se pretpostavi da su dužina računske deonice (Δl) i računskog intervala (Δt) izabrani t[illegible] važi sledeća približna jednakost:



Proračun nestacionarnog režima za rečnu deonicu izdeljenu na 4 deonice dužine $\Delta l_{1,2,3}$ i 4 pomoću pomoćnih dijagrama.

Jednovremeno rešenje jednačine kontinuiteta (5.3.1.lo) i dinamičke jednačine (5.3.1.3.5) može da se predstavi u vidu nomograma pomoću kojih se rešavaju problemi sa velikim uticajem inercionih sila.

5.3.1.4 Varijanta metode trenutnih režima nazvana "kvazi-stacionarna"

Ovo je najčešće primenjivana metoda proračuna nestacionarnih fenomena kod nas.

Bazira se na osnovnim postavkama koje važe za metodu trenutnih režima uopšte.

Bitna karakteristika ove metode jeste to, što se dinamička jednačina svedena na Chezy-jevu, zanemarenjem uticaja inercionih sila, zamenjuje krivom zapremini.

U pogledu jednačine kontinuiteta ne čine se nikakve dopunske pretpostavke, tako da zadržava svoju punu važnost.

Ponovićemo osnovne jednačine:
dinamička jednačina

$$Q = Q(V) \qquad (5.3.1.4.1)$$

jednačina kontinuiteta*

$$(\overline{Q_u}) - (\overline{Q_i}) = \frac{\Delta W}{\Delta t} \qquad (5.3.1.4.2)$$

---

*/ Ukoliko postoji bočni doticaj (Q_b), on se dodaje ulaznom proticaju (Q_u), tako da zbir $(Q_u + Q_b) = (Q_u)'$, predstavlja novi ulazni proticaj $(Q_u)'$ za posmatranu deonicu. Ukoliko ne postoji koincidencija ulaznog i bočnog proticaja (nepodudaranje pojave talasa na matičnoj reci i pritoci), ovo se mora uzeti u obzir, vodeći računa o vremenu propagacije talasa od ulaznog profila do ušća pritoke.

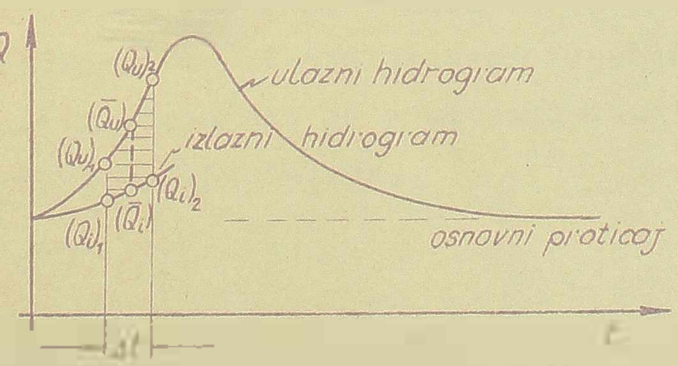
pri čemu je sa (ΔV) obeležena razlika zapremina ($V_u - V_i$).

Proračun se vrši u kratkim vremenskim intervalima (Δt), čija dužina je uslovljena intenzitetom nestacionarne promene; blaže promene dozvoljavaju primenu dužih računskih vremenskih intervala i obratno.

Proračun počinje od stacionarnog stanja (obično niskog vodostaja i odgovarajućeg proticaja) i na njemu se i završava.

S obzirom da u pogledu jednačine kontinuiteta nisu vršene nikakve aproksimacije, to tačnost proračuna po ovoj metodi zavisi isključivo od tačnosti krive zapremine $V = V(Q)$, odnosno od toga koliko verno ova zavisnost predstavlja dinamičku jednačinu; ukoliko su osnovne hipoteze bliže stvarnosti, utoliko će i tačnost rezultata biti veća.

Postupak oko proračuna je relativno jednostavan: na osnovu poznatih elemenata toka u uzvodnom profilu (proticaja i odgovarajuće zapremine) u prethodnom i sledećem trenutku, i veličine proticaja i zapremine u nizvodnom profilu u prethodnom trenutku, i pretpostavljene veličine proticaja u nizvodnom profilu u sledećem trenutku, traži se zadovoljenje leve i desne strane jednačine (5.3.1.4.2). Proračun se vrši sukcesivno i grafoanalitički; napredovanje proračuna se prati istovremeno i u ravni (Q,t), kao što je prikazano na slici (5.3.1.4.3).



Sl. (5.3.1.4.3). Detalj proračuna po kvazi-stacionarnoj metodi

6. PROBLEMI KOJI SE NAJČEŠĆE JAVLJAJU U ANALIZAMA NESTACIONARNOG TEČENJA VODE U OTVORENIM TOKOVIMA

U toku projektovanja hidrotehničkih objekata obavezno se srećemo sa problemima proračuna nestacionarnih fenomena bilo u otvorenim tokovima, bilo u vodovima pod pritiskom.

U otvorenim tokovima najčešće se javljaju sledeći problemi: analiza propagacije i transformacije poplavnih talasa; promene režima toka uzvodno i nizvodno od brane kao posledice rada hidroelektrane; propagacija strmih talasa nastalih usled naglog uklanjanja pregrade iz rečnog toka (prolom brane); naglo ispuštanje većih zapremina vode iz akumulacionih basena ili rečnih tokova u okviru njihove eksploatacije (rad brodskih prevodnica, propuštanje leda preko brane, ispiranje nanosa, korišćenje vode za potrebe navodnjavanja, snabdevanja naselja vodom).

Analiziraćemo neke od ovih problema na konkretnim slučajevima koji su rešavani u našoj praksi.

6.1. Analiza propagacije i transformacije poplavnih talasa

Do transformacije poplavnih talasa može doći u prirodnim tokovima i akumulacijama. I u jednom i u drugom slučaju se kao problem najčešće postavlja iznalaženje hidrograma izlaznog talasa (u nekom profilu rečnog toka ako je u pitanju propagacija duž toka, odnosno u profilu brane ako je u pitanju uticaj akumulacije na transformaciju talasa).

6.1.1. Propagacija poplavnih talasa u prirodnim koritima. - Do transformacije poplavnih talasa u prirodnim tokovima dolazi iz više razloga, od kojih je svaki za sebe specifičan i interesantan i kao takav biće analiziran:

- transformacija talasa u toku propagacije kroz prirodno korito
- transformacija talasa usled isključenja inundacionih područja na većoj dužini rečnog toka (izgradnja nasipa).
- transformacija poplavnih talasa usled isključenja većih lokalnih inundacionih područja

Svrha proračuna je u sva tri slučaja ista: konstatovati promene koje će pretrpeti talas odredjenih karakteristika, bilo pod uticajem prirodnih faktora, bilo pod uticajem rada čoveka.

Osnova postupka u rešavanju ovih problema takodje je ista u sva tri slučaja: kombinacijom hidrološko-hidrauličke studije dolazi se do elemenata hidrograma poplavnog talasa u bilo kom profilu rečnog toka za zadate konturne uslove. Posledice medjutim nisu iste, što će se jasno uočiti iz konkretnih primera koji će biti izloženi.

6.1.1.1 Transformacija poplavnih talasa pod uticajem prirodnog rečnog toka na reci Drini.

Analizi uticaja drinskih akumulacija na smanjenje velikih voda na ušću Drine u Savu i na Savi nizvodno, prethodila je analiza poplavnih talasa u prirodnom koritu reke Drine, da bi se došlo do kriterijuma o veličini uticaja.

Ovom studijom je obuhvaćena analiza poplavnih talasa na potezu od Foče na Drini do Sremske Mitovice na Savi. Ovo ukupno rastojanje je bilo podeljeno prema položaju vodomernih stanica na sledeće medjudeonice:

Foča - Bajina Bašta (dužina 134 km)

Bajina Bašta - Zvornik (dužina 97 km)

Zvornik - Sr. Mitrovica (dužina 13o km)

Analizom je obuhvaćeno nekoliko opaženih najvećih talasa u proteklom periodu.*

Ne ulazeći u probleme čisto hidrološke prirode (nepouzdanost krivih proticaja, procentualno velika površina neregistrovanog sliva u odnosu na ukupni, itd.), trebalo je konkretno dati odgovor na sledeća pitanja:

- definisati krive zapremine korita na pojedinim deonicama
- konstatovati stepen transformacije konkretnih talasa
- odrediti prosečnu brzinu propagacije talasa

Kriva zapremine za deonicu Foča - Bajina Bašta određena je metodom bilansa. Izlazni hidrogram je bio definisan talasom u profilu vodomerne stanice Bajina Bašta. Definicija ulaznog hidrograma bila je nešto složenija; na deonici između vodomernih stanica Foča i Bajina Bašta reka Drina prima nekoliko značajnih pritoka, što znači da je pri bilansiranju trebalo i njih uzeti u obzir.

Koristeći podatke o proticajima sa vodomernih stanica Foča na Drini, Vikoč na Ćeotini, Mesići na Prači i Rudo na Limu za definiciju ulaznog talasa, i podatke za vodomernu stanicu Bajina Bašta za definiciju izlaznog talasa (prilog 6.1.A), izvršeno je bilansiranje proticaja (tabela 6.1.B). Na osnovu ovih elemenata bilo je moguće konstruisati osrednjenu krivu zapremine na deonici Foča - Bajina Bašta, neophodnu za dalje prora-

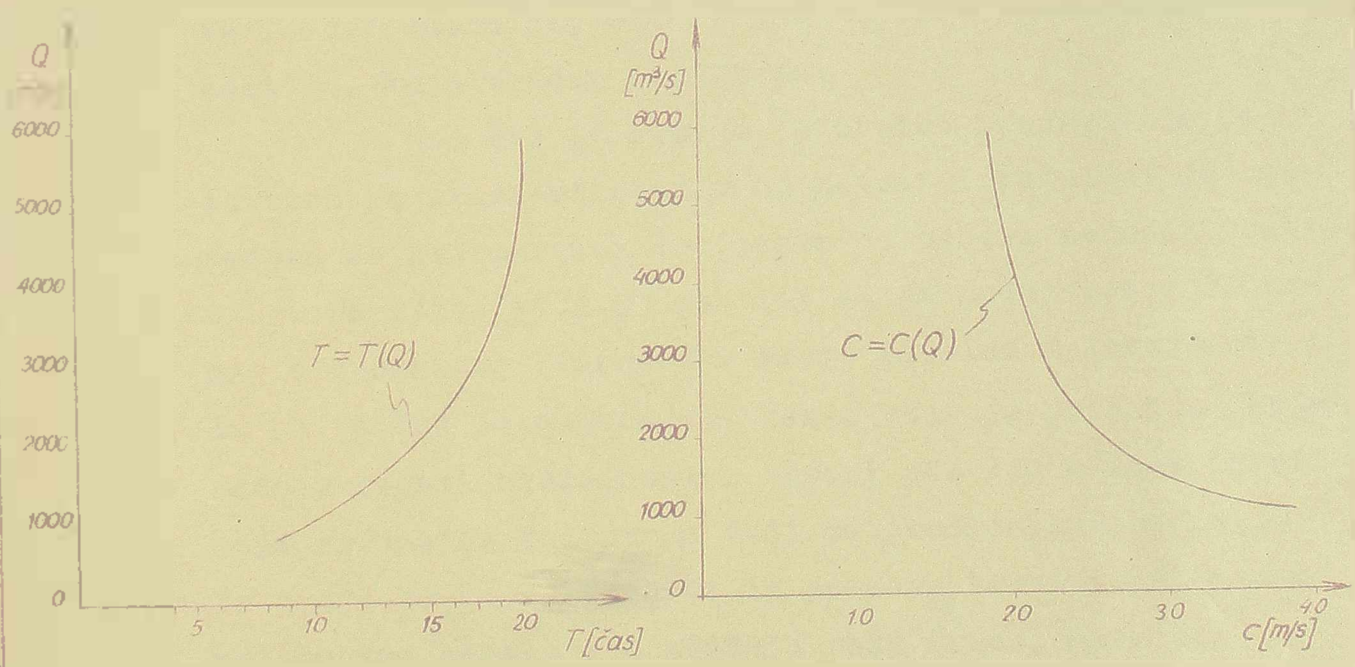
* S obzirom na karakter izlaganja, iznećemo podatke samo za deonicu Foča - B. Bašta, i to za talas iz decembra meseca 1952. godine.

[illegible] (prilog 6.1.[illegible]).

U cilju prov[illegible] mogućnosti primene kvazi-sta[illegible]cionarne metode u anal[illegible] propagacije poplavnih talasa u prirodnim tokovima u uslovima kakvi vladaju na reci Drini, izvr[illegible]en je [illegible] proračun (tabela 6.1.D u prilogu), a rezultati proračuna prikazani su u prilogu (6.1.E).

Dobijena kriva zapremine (prilog 6.1.C), ima karakterističan oblik petlje, sa jednom manjom "sekundarnom" petljom, koja je uslovljena složenim oblikom talasa.

Vreme i brzina propagacije poplavnog talasa odredjani su preko krive zapremine, pri čemu tangenta na [illegible] krivu odredjuje vreme propagacije. Rezultati su pokazani na slici (6.1.1.1.1)



a/ Vreme propagacije

b/ Brzina propagacije

Sl. (6.1.1.1.1) Vreme i brzina propagacije poplavnih talasa od XII 1964. godine, na reci Drini, na deonici Foča - Bajina Bašta.

Sa priložene slike se vidi da je vreme propagacije najveće za proticaj od Q = 1000 m^3/sek, odnosno brzina propagacije najmanja. Još jednom je potvrdjena [illegible] brzinu propagacije, što se objašnjava malim padovima u zoni temena talasa.

Deonica Foča - Bajina Bašta svojom zagremljenom izaziva deformaciju poplavnog talasa (slika 6.1.E u prilogu). Veličina spljoštenja je najevidentnija u zoni temena talasa, pošto su vrhovi ulaznog i izlaznog talasa lako uočljivi, i pošto se zna da tački koja predstavlja vrh hidrograma ulaznog talasa odgovara tačka u vrhu hidrograma izlaznog talasa. (Pošto svaki proticaj mora da ima, pored brzine ili vremena propagacije i spljoštenje, to se ne može a priori utvrditi koji proticaj na izlaznom hidrogramu odgovara jednom odredjenom proticaju na ulaznom hidrogramu.)

Veličina spljoštenja u temenu osnovnog talasa iznosi 400 m^3/s, što svakako izaziva i sniženje vodostaja, koje iznosi oko 25 cm.

Kao što je rečeno, proračun propagacije je izvršen po kvazi-stacionarnoj metodi i rezultat je uporedjen sa hidrogramom dobijenim na osnovu merenih podataka. Sa slike (6.1.E) se vidi da je poudaranje stvarnog i računatog hidrograma skoro idealno u gornjem delu (u temenu je najbolje). Neslaganje je prividno* najveće u osnovi hidrograma i iznosi oko 100 m^3/sek (proticaji računatog talasa su veći od proticaja opaženog). Iz ovoga se da zaključiti da primena kvazi-stacionarne metode ima smisla i u slučaju reke Drine, mada ova u

---

*Za ovo odstupanje kažemo da je prividno, pošto je ono posledica toga što se radi uštede u vremenu i zbog malog značaja odredjivanja tačnih vrednosti proticaja u osnovi hidrograma, sa proračunom ne polazi tačno od trenutka u kome kriva koncentracije izlaznog hidrograma tangira osnovni proticaj.

svom gornjem delu (npr. deonica Foča - B.Bašta) ima znatne padove i ne može se tretirati kao izrazito ravničarski tok.

6.1.1.2. Transformacija poplavnih talasa usled isključenja inundacija.-

Regulacioni radovi na rečnim tokovima obuhvataju izmedju ostalog i zaštitu ili isključenje inundacionih površina. Ovi radovi dovode do značajnih promena režima oticanja velikih voda, pri čemu veličina ove promene zavisi od stepena isključenja inundacionih područja, koji će pak zavisiti od merodavnih uslova uzvodno, duž deonice koja se reguliše i nizvodno od nje.

Uopšte govoreći, posledice isključenja plavnih površina zavise od funkcije dotičnih inundacija, njihovog rasporeda duž toka i naravno veličine.

Kao što je već pominjano, prema funkcionalnosti inundacije se mogu podeliti na sledeća tri osnovna tipa:

- protočna inundacija koja u stvari predstavlja povećanje proticajnog profila pri nailasku velikih voda.

- mrtva, neprotočna inundacija, koja ima ulogu retenzije

- kombinacija protočne i mrtve inundacije, [illegible]ja se javlja kao najčešći slučaj u prirodi.

Isključenje bilo koga od ova tri tipa [illegible] cionih površina izaziva i odgovarajuće posledice, [illegible] da ćemo [illegible] posebno i razmatrati.

1.- Regulacioni [illegible] obuhvataju isključe[illegible] protočne inundacije. - [illegible] glavnog rečnog korita, [illegible] čemu [illegible] dostupna samo velikim vodama. Sa druge st[illegible] protočn[illegible] inundacije može [illegible] u vidu pobočnih rečnih rukavaca, kojim protiču tako samo male vode.

Kao posledica isključenja protočne inundacije dolazi do povećanja vodostaja ali ne i povećanja proticaja uzvodno od poteza na kome je izvršeno suženje korita*. Ovo povišenje vodostaja dovodi do povećanja uzvodnog i smanjenja nizvodnog [illegible] pada nivoa vodnog ogledala.

2.- Regulacioni radovi [illegible] isključenje samo neprotočne inundacije. Ovaj slučaj je čest u praksi, naročito pri osvajanju novih poljoprivrednih površina, koje u uslovima neregulisanog toka nisu mogle biti podvrgnute režimu intenzivne poljoprivrede.

[illegible] isključenja ove vrste inundacionih površina, prethodno ćemo pomenuti njihov uticaj na deformaciju poplavnih talasa:

- smanjenje proticaja pri nailasku velikih voda, odnosno povećanje pri opadanju

- sniženje vodostaja uzvodno i nizvodno od posmatrane deonice pri nailasku velikih voda, i obratan proces pri njihovom povlačenju.

- povećanje uzvodnih padova i smanjenje nizvodnih pri nailasku velikih voda i obratno pri povlačenju.

Isključenje [illegible] inundacionih površina dovodi do povećanja [illegible] proticaja pri nailasku [illegible] pri opadanju. [illegible] po [illegible] prostor [illegible] padovi; uzvodni [illegible], dok se uzvodni i nizvodni [illegible] stati povećavaju. Pri tome [illegible]

*Pri ovome se misli na promene koje će se odigrati neposredno posle sprovodjenja regulacionih mera.

važi za vodostaje konstatovane neposredno pred kulminaciju, što se objašnjava time da je u trenutku kulminacije doticaj u inundaciju jednak nuli.

Odredjivanje transformisanog hidrograma je relativno jednostavno; povišeni talas predstavlja zbir ulaznog proticaja registrovanog u glavnoj reci neposredno uzvodno od inundacionog područja i doticaja pritoka ukoliko se iste ulivaju u zoni retenzije koja se isključuje. Ovaj novi, sumirani talas je merodavan za date analize [illegible] deonica. (Izloženi postupak važi za slučaj [illegible] u profilu neposredno uzvodno od inundacionog područja [illegible] je se isključenje predvidja, postoji hidrometrijski profil i tačno definisana kriva proticaja). U slučaju da se hidrometrijski profil nalazi nizvodno od inundacionog područja, povišeni talas se mora konstruisati na osnovu izlaznog hidrograma i poznate zapremine retenzije utvrdjene ranije. Postupak je sledeći: izlaznom proticaju (Q_i), merodavnom za vremenski interval (Δt), dodaje se priraštaj proticaja koji je jednak priraštaju zapremine inundacije u tom istom intervalu, svedenom [illegible] proticaj, a prema jednačini

$$Q_p = Q_i + \frac{\Delta W}{\Delta t} \qquad (6.I.1.2.1.)$$

(Proračun treba sprovesti [illegible] neto zapreminom inundacionog područja; od bruto zapremine [illegible] se dobija planimetrisanjem treba odbiti zapreminu glavnog korita).

Kao što je već pomenuto, kao posledica isključenja retenzije dolazi do povećanja proticaja i povišenja vodostaja u odnosu na prirodno stanje, pri čemu su ove promene najintenzivnije na deonici nizvodno od regulisane. Prema tome, nizvodni uslovi su ti koji [illegible] [illegible] stepen isključenja retenzije. Drugim rečima, ukoliko nizvodni uslovi ne dopuštaju isključenje 100 % zapremine retenzije, jedan deo te retenzije se [illegible] finitivno zaštititi od velikih voda, a drugi planirano koristiti za sniženje ekstremnih velikih voda. Na taj način bi se postigao kompromis u pogledu efekta isključenja retenzionih površina i negativnih posledica na deonicama nizvodno.

3.- Treći slučaj obuhvata kombinaciju prva dva, pa je i efekat kombinovan; pojavu uspora usled isključenja protočne inundacije koji se prostire uzvodno od mesta suženja prati povišenje vodostaja. Pri tome se konstatuje povećanje proticaja na deonicama nizvodno od poteza na kome su izvršeni regulacioni radovi.

Postupak u okviru proračuna posledica na transformaciju talasa bio bi sledeći: prethodno se sračuna uspor izazvan suženjem, analizirana deonica se izdeli na kraće medjudeonice na kojima se neravnomerni režim može aproksimirati ravnomernim, a zatim se izvrši proračun transformacije.

Posledice isključenja inundacionih površina zavise i od njihovog rasporeda duž toka:

- Kontinualnim isključenjem inundacionih površina duž celog toka izazivaju se promene na celoj dužini posmatrane deonice, što znači da se ista mora "razbiti" na više kraćih deonica i ove promene se moraju računati sukcesivno idući od jedne do druge.

- Isključenje velikih inundacionih površina u pojedinim tačkama rečnog toka (niski tereni vezani za glavni tok uzanim prolazima koji bivaju plavljeni pri nailasku velikih voda), izazivaju promene uglavnom nizvodno od tih površina.

- Kombinacija prva dva slučaja predstavlja treći i najčešći. U ovom slučaju do promena dolazi duž celog toka, s tim što one nisu ni približno ravnomerne kao u prvom slučaju; na delovima gde postoje veća inundaciona područja koja se isključuju i promene režima su znatnije.

Problem analize posledica isključenja inundacionih površina ilustrovaćemo konkretnim proračunima izvršenim za reku Savu (isključenje Lonjskog Polja, što predstavlja karakterističan primer inundacije sa retenzionim svojstvom) i za reku Veliku Moravu (isključenje protočne retenzije podizanjem nasipa duž celog toka).

Povišenje poplavnih talasa na reci Savi
usled isključenja inundacionih površina
u oblasti Lonjskog Polja.-

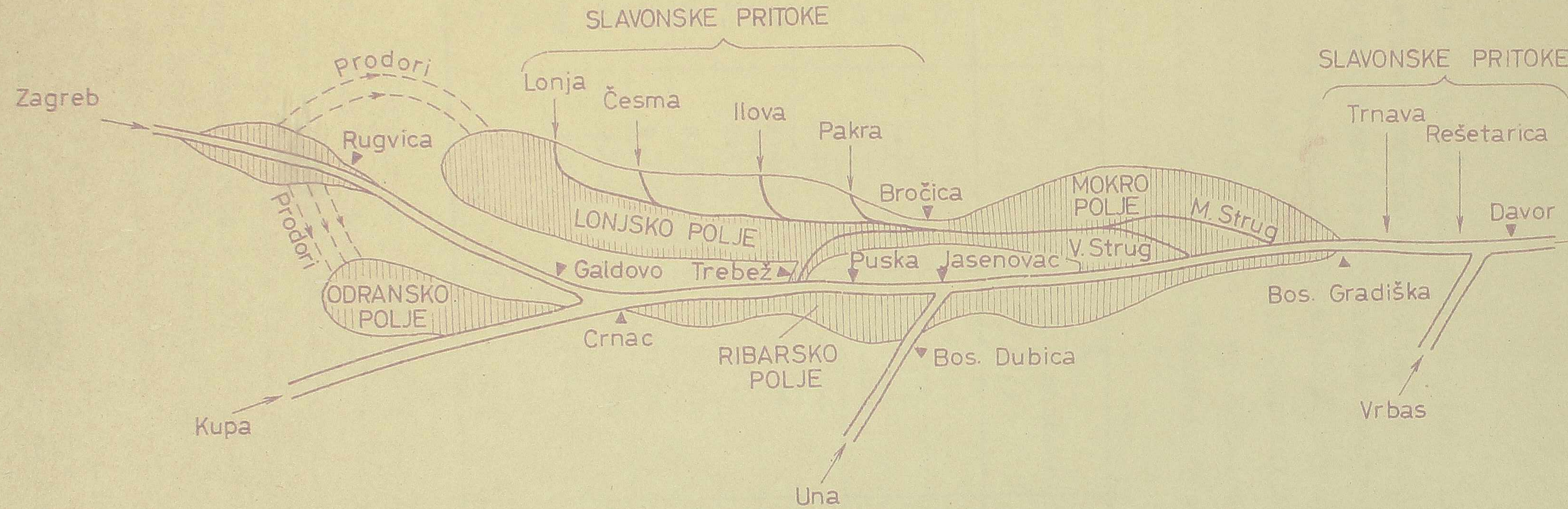
Svrha ove studije je iznalaženje uticaja isključenja Lonjskog polja, koje predstavlja tipičan primer neprotočne retenzije, na povećanje proticaja, odnosno povišenje vodostaja na nizvodnim deonicama.

Da bi se mogle pratiti osnovne koncepcije studije, prilažemo skicu situacije doline reke Save u zoni Lonjskog Polja (sl. 6.1.1.2.2)..

Da bi se došlo do osnovnih podloga neophodnih za sprovodjenje ove studije, izvršena je analiza nekoliko talasa katastrofalno velikih voda. Na osnovu ove analize učinjene su izvesne korekcije krivih proticaja gde se metodom bilansa pokazalo da postoje odstupanja, i konačno, konstruisane su kriva zapremine Lonjskog Polja za svaki od posmatranih talasa, u funkciji od izlaznog proticaja u profilu vodomerne stanice Bosanska Gradiška. Ovako dobijene bruto zapremine retenzije Lonjsko Polje umanjene su za veličinu zapremine glavnog korita reke, pošto ova utiče na transformaciju talasa i nakon isključenja retenzije.

Sumiranjem proticaja koji se odnose na isti dan, konstatovanih u profilima vodomernih stanica Crnac (Sava), Bosanska Dubica (Una), i proticaja koji otpada

ŠEMATSKI PRIKAZ SAVE OD ZAGREBA DO DAVORA



sl. (5.1.1.2.2).

na preostale pritoke*, dobijeni su ulazni hidrogrami, pod pretpostavkom totalnog isključenja Lonjskog Polja. (Na prilogu 6.1.F prikazan je ovako konstruisan talas iz 1952/53 god. Na sličan način obradjeni su i svi ostali posmatrani talasi). Povišenje ovih talasa, nastalo kao posledica isključenja Lonjskog Polja, u prvom nizvodnom profilu na reci Savi u Bosanskoj Gradiški, iznosi:

Tabela (6.1.1.2.1)

Redni broj	Godina	Q_{max} pre odbrane (m^3/s)	Q_{max} posle odbrane (m^3/s)	Priraštaj proticaja (m^3/s)
1	1925	2.680	4.550	1.870
2	1931	2.390	3.230	840
3	1932	2.790	4.110	1.320
4	1937	2.455	3.500	1.045
5	1939	2.440	3.900	1.460
6	1940	2.600	3.510	910
7	1942	2.652	3.920	1.268
8	1944	2.755	3.700	945
9	1947	2.930	3.790	860
10	1952	2.670	4.000	1.330
11	1954	2.610	4.700	2.090
12	1955	2.540	3.830	1.290

Kao što se iz gornje tabele vidi, nakon eventualnog totalnog isključenja Lonjskog Polja došlo bi do izvanredno velikog povećanja maksimalnih proticaja u profilu Bosanska Gradiška (u slučaju talasa iz 1954. godine ono iznosi 2.090 m^3/s), što je svakako nedopustivo. Ova konstatacija automatski nameće drugu: isključenje retenzije Lonjsko Polje može biti samo delimično,

---

* Sumiranje proticaja, raznih pritoka, konstatovanih [illegible] nog istog dana, ima smisla pošto su sve vodomerne stanice približno podjednako udaljene od profila B. Gradiška.

a nikako potpuno. U konkretnom slučaju je kao granični proticaj do koga ima smisla dozvoliti povišenje maksimalnog proticaja u profilu Bosanska Gradiška, uzimajući u obzir i nizvodne uslove, usvojen onaj od 3.000 m^3/s (vidi prilog 6.1.G, na kome je [illegible] jednog od analiziranih talasa). Onaj ostatak [illegible] povišenog talasa izmedju graničnog proticaja Q_{lim} [illegible] m^3/sec i konture hidrograma, morala bi da primi [illegible] to specijalno pripremljena retenzija, raspoređena negde u zoni Lonjskog Polja. Predstava o tome kolika se zapremina retenzije u ovim uslovima sačuva od plavljenja, može se dobiti iz sledeće tabele:

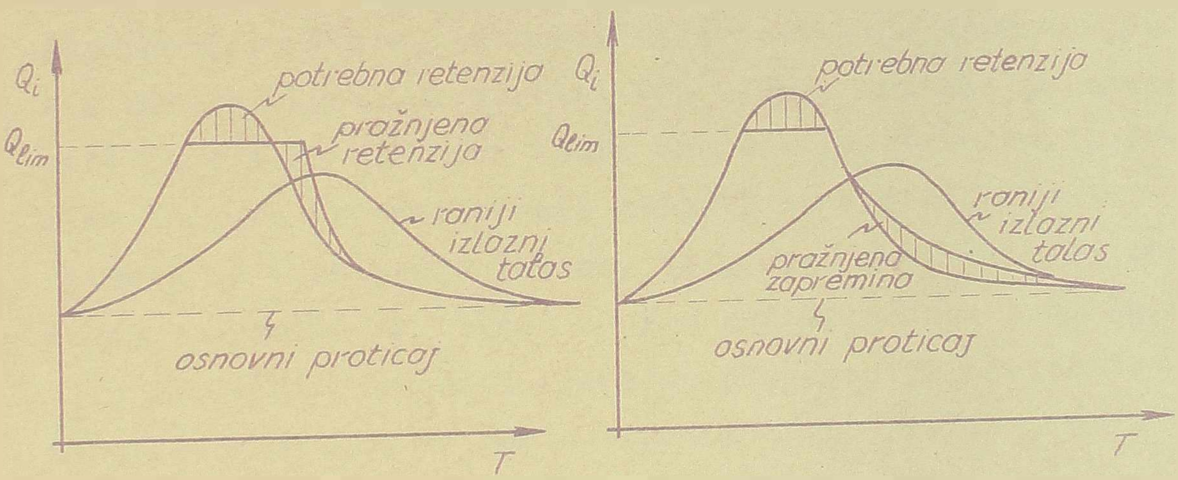
Tabela (6.1.1.2.II)

Redni broj	Godina	Zapremina retenzije Lonjsko Polje pre odbrane $m^3 . 10^{-6}$	Potrebna retenzija nakon isključenja i limitiranja na [illegible] 3000 $m^3 . 10^{-6}$	[illegible] ΔV $m^3 . 10^{-6}$
1	1925	1.690	717	973
2	1931	1.400	45	1.[illegible]
3	1932	1.900	562	1.[illegible]
4	1937	1.500	190	1.310
5	1939	1.470	334	1.136
6	19[illegible]	1.650	358	1.292
7	1942	1.720	337	1.383
8	19[illegible]	1.880	320	1.560
9	1947	2.100	552	1.548
10	1952	1.740	789	951
11	1954	1.660	504	1.15[illegible]
12	1955	1.520	346	1.174

Nakon definicije povišenih i potom limitiranih talasa (kao što je onaj pri[illegible] prilogu 6.1.[illegible] naišlo se na problem definicije načina pr[illegible] trolisanih retenzionih područja. Kao što je poznato, za rešenje ovog problema postoje dve mogućnosti:

- pražnjenje počinje onog trenutka kada proticaj na povišenom hidrogramu izlaznog talasa padne ispod Q_{lim}.
- pražnjenje počinje nešto docnije, pošto proticaji opadnu ispod limitiranog.

Jedan i drugi slučaj šematski su prikazani na slici (6.1.1.2.2).



a/ Sa pražnjenjem se počinje od proticaja koji je jednak Q_{lim}

b/ Sa pražnjenjem se počinje od proticaja koji je manji od Q_{lim}

Sl. (6.1.1.2.2) Mogućnosti planiranog pražnjenja retenzije

Kao što se sa gornje slike vidi, pražnjenje koje počinje u trenutku kada proticaj na silaznoj [illegible] ni povišenog talasa dostigne vrednost Q_{lim} nema [illegible] opravdanja, pošto [illegible] u tom slučaju pogoršani uslovi oticanja velikih voda u odnosu na prirodne.

Iz ovog razloga, u konkretnom slučaju pra[illegible]njenje je predviđeno tek kada proticaji [illegible] za 500 - 1000 m^3/s ispod limitiranog, [illegible] što je potre[illegible] nekoliko dana. [illegible] ovaj način je postignuto to, da su [illegible] proticaji na [illegible] izlaznog talasa (vidi sliku 6.1.1.2.2 i prilog 6.1.G).

Promene hidrograma talasa katastrofalno veli-[illegible] voda konstatovane u profilu Bosanska Gradiska, doveśće i do promena na deonicama nizvodno, koje su praktično od još većeg značaja. S obzirom na o o. izvršena je analiza propagacije i transformacije karakterističnih poplavnih talasa na potezu od Bosanske Gradiške do Pančeva. Proračun je izvršen pomoću već standardne, kvazi-stacionarne metode, uz korišćenje prethodno propremljenih krivih zapremine korita. Pri o ome, trebalo je obratiti pažnju na sledeće: pošto promene izazvane isključenjem lonjske retenzije neće uticati na efekat nizvodnih pritoka na formiranje talasa, to je [illegible] konstrukciju hidrograma povišenog talasa u bilo kom nizvodnom profilu, bilo neophodno izvršiti proračun propagacije povišenog i opaženog talasa do pomenutog nizvodnog profila, naći razliku ova dva hidrograma u profilu neposredno uzvodno od nizvodnog, i tu razliku dodati na hidrogram prirodnog talasa u nizvodnom profilu. Na taj način je konstruisan povišeni talas u nizvodnom profilu. Ovaj postupak je ponovljen za sve hidrometrijske profile na Savi od Bosanske Gradiške do Pančeva. Rezultati ovih proračuna prikazani su u tabeli (6.1.1.2.III).

Pošto nas praktično interesuju ne proticaji, već odgovarajući vodostaji, to su ovi odredjeni [illegible] njem krivih proticaja i sračunatih povećanih proticaja. Povišenje vodostaja iznad dosadašnjeg nivoa vrlo [illegible] vode nakon odbrane Lonjskog Polja prikazano je [illegible] (6.1.1.2.IV). Na taj način dat je odgovor i na [illegible] [illegible] će se isključenje retenzije Lonjsko Polje odraziti [illegible]

Tabela (6.[illegible])

Redni broj	Godina	VODOMERNE STANICE — Doboj: DOSADAŠNJE Q_{max} m³/s	Doboj: POSLE ODBRANE Q_{max} m³/s	Doboj: PRIRAST PROTICAJA ΔQ m³/s	Šabac: DOSADAŠNJI Q_{max} m³/s	Šabac: POSLE ODBRANE Q_{max} m³/s	Šabac: PRIRAST PROTICAJA ΔQ m³/s	S. Mitrovica: DOSADAŠNJE Q_{max} m³/s	S. Mitrovica: POSLE ODBRANE Q_{max} m³/s	S. Mitrovica: PRIRAST PROTICAJA ΔQ m³/s	Pančevo: DOSADAŠNJE Q_{max} m³/s	Pančevo: POSLE ODBRANE Q_{max} m³/s	Pančevo: PRIRAST PROTICAJA ΔQ m³/s
1	1925	–	–	–	3.400	4.1[illegible]0	720	4.[illegible]70	5.[illegible]10	1.05[illegible]	[illegible].200	10.[illegible]5	[illegible].[illegible]5
2	1931	2.970	3.510	540	[illegible].6[illegible]0	4.280	[illegible]10	4.260	4.7[illegible]0	530	10.250	11.230	[illegible]80
3	1932	[illegible].[illegible]40	[illegible].560	520	4.030	4.420	[illegible]90	5.080	5.200	120	11.[illegible]00	13.[illegible]70	5[illegible]0
4	1937	3.010	[illegible].550	540	[illegible].850	4.[illegible]0	2[illegible]0	4.7[illegible]0	5.2[illegible]0	[illegible]50	12.500	1[illegible].400	900
5	1939	2.6[illegible]0	[illegible].250	[illegible]10	–	3.760	–	[illegible].[illegible]70	4.270	900	10.750	12.100	[illegible].350
6	1940	[illegible].170	[illegible].470	300	4.450	4.820	[illegible]70	5.170	5.280	110	1[illegible].300	15.130	[illegible]80
7	1942	[illegible].140	3.5[illegible]0	[illegible]00	[illegible].9[illegible]0	4.[illegible]60	370	4.870	5.[illegible]00	430	1[illegible].500	1[illegible].[illegible]80	880
8	1944	[illegible].250	[illegible].510	[illegible]60	–	–	–	5.[illegible]0	5.220	50	[illegible].[illegible]50	1[illegible].[illegible]50	500
9	1947	[illegible].360	3.440	[illegible]0	[illegible].5[illegible]0	3.850	[illegible]20	4.[illegible]	4.730	460	1[illegible].050	[illegible].960	9[illegible]0
10	1952/3	[illegible].130	[illegible].490	[illegible]70	3.610	4.580	970	4.960	5.800	[illegible]40	10.250	[illegible]	[illegible].290
11	1954	[illegible].060	[illegible].520	[illegible]60	3.510	[illegible].200	[illegible]90	[illegible].[illegible]50	5.2[illegible]0	[illegible]90	10.[illegible]00	11.5[illegible]0	[illegible].240
12	1955	2.980	[illegible].460	480	3.[illegible]30	3.620	2[illegible]0	4.[illegible]80	4.540	[illegible]60	[illegible].90[illegible]	[illegible]2.[illegible]10	810

Tabela (6.1.1.2.IV)

Profil	Povišenje vodostaja (cm)	Povišeni vodostaj (cm)	Kota povišenih vodostaja vrlo velikih voda (m)
Beograd	44	756	75,79
Šabac	56	632	78,91
Sremska Mitrovica	56	824	80,46
Brčko	47	947	[illegible]
Županja	[illegible]	[illegible]	86,86
Slavonski Brod	26	890	90,70
Dovor	19	875	92,66
Bosanska Gradiška	0	855	93,94

Transformacija poplavnih [illegible] na reci Velikoj Moravi, kao posledica izgradnje nasipa

U cilju zaštite niskog priobalja reke Velike Morave predviđena je [illegible] nasipa duž toka na jednoj i drugoj obali.

Kako inundacione površine na reci Velikoj Moravi predstavljaju [illegible] deo rečnog korita kojim se evakuišu velike vode, to će njihovo isključenje, kao što nam je poznato, izazvati izvesno povećanje proticaja i povišenje vodostaja u odnosu na prirodne uslove.

Problem isključenja inundacionih površina u konkretnom slučaju je ekonomskog karaktera, [illegible] dimenzija i razmaka nasipa [illegible] od posledica koje to isključenje sa sobom povlači. Prema tome, [illegible] tine problema se svodi na iznalaženje stepena isključenja inundacionih površina i povećanja proticaja, odnosno povišenja vodostaja. Ovim podatkom se [illegible] dobija odgovor na pitanje o tome koje su dimenzije nasipa potrebne*.

Da bi se mogle konstatovati posledice isključenja inundacionih površina, prethodno je izvršena analiza prirodnog stanja. Ovom prethodnom analizom je obuhvaćeno odredjivanje krivih zapremine prirodnog korita, i veličine spljoštenja karakterističnih poplavnih talasa u pojedinim profilima duž Morave, isto tako u prirodnim uslovima.

Rezultati analize sprovedene na talasima registrovanim 1955. godine (februar i decembar) i 1958. godine (mart i maj), izneti su u tabeli (6.1.1.2.V).

Analizi uticaja isključenja inundacionih površina prethodilo je odredjivanje geometrijskih i hidrauličkih karakteristika regulisanog korita, uključujući i odgovarajuće krive zapremine.

Na osnovu ovih podataka, kao i podataka o ulaznim hidrogramima**, za čiju promenu u najuzvodnijem profilu toka u odnosu na prirodno stanje nije bilo razloga, izvršen je proračun propagacije konkretnih talasa velikih voda, a rezultati za talas registrovan u februaru 1955 godine, prikazani su u prilogu (6.1. R)

---

*/ Sam izbor dimenzija i raznaso nasipa nije izvršen pošto to nije bila svrha studije, ali su rezultati poslužili projektantima kao jedan od osnovnih parametara prilikom projektovanja.

**/ Pošto je veličina inundacionih površina na najuzvodnijem potezu toka Velike Morave od Varvarina do Ćuprije zanemarljivo mala, to je sa uporedjenjem ova deonica izostavljena iz dalje analize. Na taj način je ulazni hidrogram registrovan u profilu Ćuprija tretiran kao merodavan za ceo tok nizvodno.

U cilju [illegible] uticaja razmaka [illegible] na veličinu spljoštenja, za izvesne talase sproveden je proračun za tri širine korita za veliku vodu (B = 4oo, 5oo i 6oo m).

Rezultati ovih proračuna, za širinu B = 5oo m, [illegible] u tabeli (6.1.1.2.V)

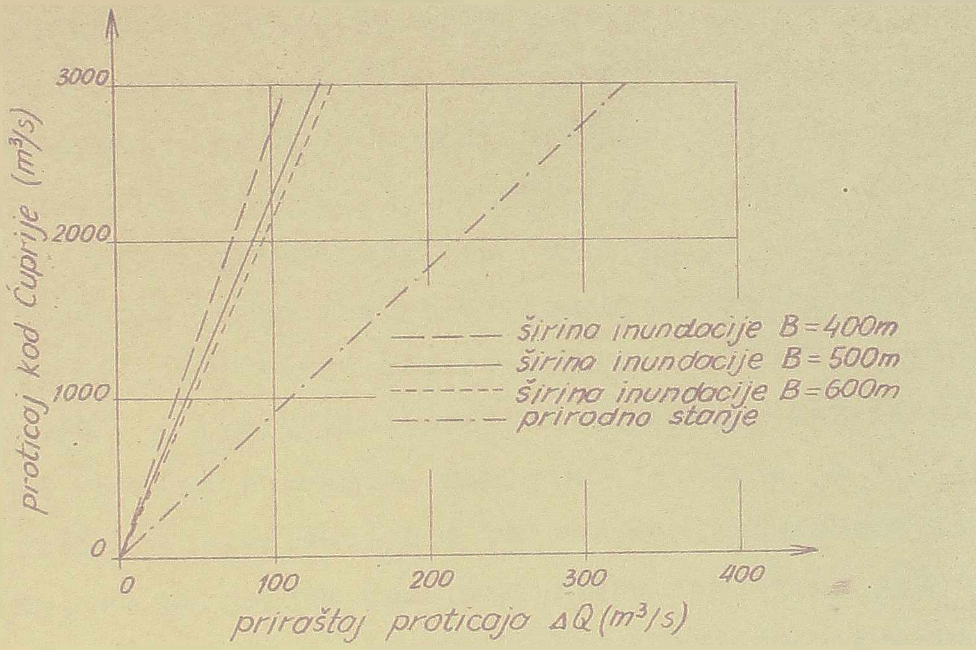
Tabela (6.1.1.2.V)

VODOMERNE STANICE	PROTICAJ Q (m³/sec)											
	Maksimalni opažani proticaj				Maks proticaj posle isključenja inundacionog područja				Maks. povećanje proticaja u odnosu na maks. opažani proticaj			
	1955	[illegible]	[illegible]	1958	1955 II	1955	[illegible]	1958	1955 II	1955	1958	1958
ĆUPRIJA	2140	2150	2020	2535	2140	2150	2020	2535	–	–	–	–
BAGRDAN	2120	2130	[illegible]	[illegible]	2135	2135	2000	2520	15	5	40	20
MARKOVAČKI MOST	2100	2115	1940	2475	2125	2125	1970	2485	25	15	30	10
LJUBIĆEVSKI MOST	1826	1995	1830	2275	2040	2055	1940	2435	214	60	110	160

Na osnovu podataka iz tabele (6.1.1.2.V), koji se odnose [illegible] B = 5oo m, kao i podataka za korita [illegible] B = 4oo i 6oo m, konstruisan je dijagram [illegible] veličine spljoštenja u funkciji od [illegible] maksimalnog proticaja na hidrogramu ulaznog talasa, i prikazan na [illegible] (6.1.1.2.[illegible]).

[illegible] (6.1.1.2.V) i dijagram na sl. (6.1.1.2.3), dolazi se do sledećih zaključaka:

- veličina spljoštenja raste sa porastom maksimalnog ulaznog proticaja.
- uticaj veličine širine korita za veliku vodu (bar za one vrednosti za koje je analiza izvršena), vrlo je mali.
- veličina rasplinjavanja u uslovima regulisanog korita [illegible] od [illegible] od odgovarajuće vrednosti [illegible] u prirodnim uslovima.



Il. (6.1.1.2.3) Dijagram veličine spljoštenja i [illegible] cenja inundacionih površina.

- razlika u veličini rasplinjavanja duž toka [illegible] tok [illegible] Morave od sastavaka do ušća može usvojiti jedan te isti proticaj velike vode merodavan za dimenzioniranje nasipa.

6.1.2 [illegible] u akumulacijama

U cilju optimalnog korišćenja voda jednog prirodnog vodotoka pribegava se izradi veštačkih akumulacionih basena. Jedan od osnovnih parametara o kome se mora [illegible] pri projektovanju akumulacija jesu talasi velikih voda.

[illegible] velikih voda sa nizvodnim deonicama toka. Veličina [illegible] ćeg broja parametara, od kojih [illegible] rezervne zapremine rezervisane za prijem dela poplavnih talasa, tip evakuacionog organa i nizvodni uslovi.

Veličina rezervne zapremine zavisi od veliči- ne korisne zapremine akumulacije. Kada je u pitanju ko- rišćenje akumulacije i za smanjenje talasa velikih vo- da, sa punjenjem rezervne zapremine treba početi tek po- kon što doticaj predje jednu odredjenu vrednost. Na ovaj način se rezervna zapremina koristi za primanje vr- ha talasa. Ovakav način transformacije poplavnih talasa naziva se limitiranje, što znači da su proticaji nepo- sredno nizvodno od brane ograničeni na jednu odredjenu vrednost (Q_{lim}).

Što se tiče tipa evakuacionih organa (misli se na prelive), oni mogu biti izvedeni u vidu slobodnih preliva ili kao prelivi opremljeni ustavama. Prelivi sa ustavama pružaju znatno veće mogućnosti kontrolisanog uticaja na poplavne talase; slobodnim prelivima nije moguće izvesti limitiranje talasa, već se i rezervna zapremina puni od samog početka nailaska talasa.

Problem ublaženja posledica nailaska velikih voda u donjem toku reke Drine i na Savi nizvodno od ušća Drine, vrlo je ozbiljan s obzirom na planirano is- ključenje velikih inundacionih područja u slivu jedne i druge reke (Mačve i Semberije u slivu Drine i Lonj- skog polja u slivu Save).

S obzirom na ovo, izvršena je studija mogućnosti smanjenja katastrofalno velikih voda Drine akumulacijama u slivu i uticaja na proticaje na reci Savi u profilu Sr.Mitrovica.

Studiji uticaja akumulacija je prethodila analiza najkarakterističnijih talasa velikih voda, opaženih u profilima vodomernih stanica na reci Drini. Na osnovu nekoliko izabranih talasa sračunata je njihova verovatnoća pojave po zapremini iznad proticaja Q_{lim} = 1.5oo i 2.ooo m^3/s (proticaj je usvojen kao parametar, da bi se mogao oceniti uticaj veličine Q_{lim} na izbor rezervne zapremine).

Svi proračuni transformacije talasa, bilo u akumulacijama ili na deonicama izmedju dve akumulacije, izvršeni su po kvazi-stacionarnoj metodi. Postupak je bio sledeći: ulazni talas, registrovan u uzvodnom profilu, propagiran je do prve nizvodne akumulacije. Transformacija talasa u akumulaciji računata je ukoliko je na dotičnoj brani predvidjen slobodan preliv ili je izvršeno limitiranje, ukoliko je preliv, snabdeven ustavama.

Analizirane su sledeće najvažnije akumulacije u slivu Drine:

Tabela (6.1.2.I)

No Naziv akumulacije	Korisna zapremina mil. m3	Tip evakuacionih organa
1. Kokin Brod na Uvcu	225,5	Slobodan preliv
2. Zaton na Limu	492,o	Preliv sa ustavama
3. Brodarevo na Limu	200,0	"
4. Vaškovo na Tari	300,0	"
5. [illegible] na Tari	[illegible]	
6. [illegible] na Pivi	[illegible]	"
7. [illegible] na Pivi	5oo	Slobodan preliv

./.

8. Buk Bijela na Drini	1.160	Preliv sa ustavom
9. Bajina Bašta na Drini	218	"
10. Dubrovica na Drini	1.450	"

i to u vidu pet kombinacija istovremenog funkcionisanja:

Tabela (6.1.2.II)

Oznaka varijante	Akumulacije koje su uzete u obzir u pojedinim varijantama
D	Dubravica
B	Bajina Bašta
BB	Bajina Bašta i Buk Bijela
S	Sve akumulacije iz tabele (6.1.2.I)

Kao finalni proizvod ove analize izradjen je dijagram $Q_{lim} = f(V_R)$, (vidi prilog 6.1.I), na kome je za svaku od analiziranih varijanata i za svaki od posmatranih talasa, naneta veličina ukupno potrebne rezervne zapremine u funkciji od proticaja u Zvorniku. Na osnovu pomenutog dijagrama konstatovana je vrlo važna činjenica, po kojoj veličina limitiranog proticaja nizvodno od Zvornika praktično ne zavisi od položaja [illegible] ne zapremine. S obzirom na veličinu potrebne rezervne [illegible], usvojen je granični proticaj $Q_{lim} = 1.500\ m^3/sec$.

Uticaj postojećih i budućih drinskih akumulacija na režim velikih voda kod Sr. Mitrovice na reci Savi, analiziran [illegible]:

- uticaj [illegible] akumulacija [illegible] prirodnog režima na reci Savi
- uticaj drinskih akumulacija na proticaje na Savi kod Sr.Mitrovice pri odbrani Lonjskog polja
- [illegible] akumulacija na proticaje [illegible] Savi nizvodno od ušća Drine, pri isključenju Lonjskog Polja, Mačve i Semberije.

Kao zajednički reper u sve tri navedene analize usvojen je maksimalni, do sada opaženi proticaj na Savi u Sremskoj Mitrovici, koji iznosi 5.200 m^3/sec.

Na osnovu ovih analiza, na ključnom dijagramu (prilog 6.1.J), razlika sračunatih proticaja u profilu vodomerne stanice Sr.Mitrovica i maksimalnog opaženog proticaja Q_{max} = 5.200 m^3/sec, obeležena sa (Q), izcrtana je u funkciji rezervne zapremine drinskih akumulacija.

Sa ključnog dijagrama (6.1.J) se vidi da su potrebne rezervne zapremine u slučaju isključenja inundacionih površina na Savi i Drini znatne, tako da je definitivno usvajanje stepena [illegible] ovih površina moguće tek nakon odgovarajuće ekonomske analize.

6.2. Analiza talasa [illegible]

Problem pojave nestacionarnih fenomena u toku uzvodno i nizvodno od brane obavezno prati rad hidroelektrane.

Analiza posledica rada hidroenergetskog postrojenja od velikog je praktičnog značaja (uslovi plovidbe, funkcionisanje pristaništa ukoliko se nalazi u zoni intenzivnih promena proticaja i nivoa, stabilnost rečnih građevina i deformacija rečnog korita).

Problemi slične vrste rešavani su i u toku projektovanja postrojenja HE Djerdap. Ovom analizom obuhvaćena je [illegible] promena nizvodno od brane [illegible] buduće pristanište u Kladovu, uslove plovidbe itd.

Hidraulička studija nestacionarnih promena nizvodno od brane trebalo je da da elemente za tehničko - ekonomske analize, na osnovu koje bi se od predloženih dijagrama opterećenja izabrao onaj koji pruža dovoljnu bezbednost za normalno funkcionisanje i ostalih vodoprivrednih grana u blizini brane, vezanih za eksploataciju reke Dunava.

Za potrebe [illegible] korišćeni su podaci o snimanjima rečnog korita izvršenim u periodu od 1957 do 1959 godine.

Pored morfoloških podataka raspolagalo se i podacima o linijama nivoa vodnog ogledala pri različitim proticajima, duž posmatrane deonice.

U okviru analize raznih varijanti eksploatacije postrojenja HE Djerdap, usvojeno je sedam različitih karakterističnih hidrograma, čiji su osnovni elementi prikazani u tabeli (6.2.1).

Proračun je izvršen po metodi Kalinin-a i Miljukov-a*, koja spada u grupu približnih inženjerskih metoda, i to iz sledećih razloga:

Tabela (6.2.I)

N°	Varijanta	Kota nivoa u profilu brane	Multi proticaj Q_o (m^3/s)	Minimalni proticaj (m^3/s)
1	I	68.00	3.000	2.000
2		"	4.000	2.000
3		"	5.000	2.000
1	II	68.00	2.000	1.000
2		"	3.000	1.000
3		"	4.000	1.000
4		"	5.000	1.000

a/ i pored izvesnih aproksimacija (osnovna je pretpostavka o eksponencijalnom zakonu promene proticaja) rezultati proračuna po ovoj metodi vrlo dobro se

---

*/ Proračun se vrši za deonicu karakteristične dužine, koja se odredjuje po jednačini

$$L = \frac{[illegible]}{S_{[illegible]}} \cdot \frac{\Delta [illegible]}{\Delta [illegible]} \qquad [illegible]$$

[illegible]

[illegible] (Δt)

$$Q_t = Q_{io} + (Q_u - [illegible]) [illegible]$$

[illegible] rezultatima proračuna po metodi karakteristika.*

b/ raspoloživi morfološki i hidrološki podaci, kao i činjenica da je studija preliminarnog karaktera, a s obzirom da se u nas još ne primenjuju elektronske računske mašine za proračune ove vrste, uticala je na izbor ove približne, ali dovoljno tačne i dovoljno jed- [illegible].

Analizirana je deonica dužine 60 km nizvodno od brane. Proračun je vršen za karakteristične deonice, čija dužina je sračunata pomoću obrasca (5.3.1.2.25), [illegible] (6.2.II).

Tabela (6.2.II)

Broj deonice	Stacionaža nizvodnog profila mereno od brane (km)	Dužina deonice (km)	Oznaka karakteristične deonice	Usvojena dužina karakteristične deonice (km)	Vreme propagacije $T = \frac{\Delta V}{\Delta Q}$ (čas)
1	12,00	12,00	I	12,0	2,0
2.	24,00	24,00	II	24,0	4,0
3	63,00	51,00	III	51,0	11,0

*/ Sa rumunske strane proračun je izvršen po metodi karakteristika i dobijeni rezultati su skoro identični. Nažalost, ove rezultate i pored brojnih pokušaja nismo uspeli da dobijemo, tako da nisu priloženi.

Svi proračuni su radjeni sa linearnom zavisnošću [illegible] proračuni [illegible] zavis[illegible]. Rezultati ovih preciznijih pro[illegible] [illegible] nje sa proračunima izvede[illegible] [illegible] što znači da ova aproksi[illegible] macija nema bitnog [illegible] kretnom slučaju. Osnovni podaci za konačno usvojene kri[illegible] ve proticaja [illegible] tabeli (6.2.III).

Do oscilacija nivoa, koje su bile od primarnog značaja u ovoj studiji, došlo se preko prethodno sračunatih hidrogr[illegible]; promene proticaja računate su pomoću jednačine (6.2.1).

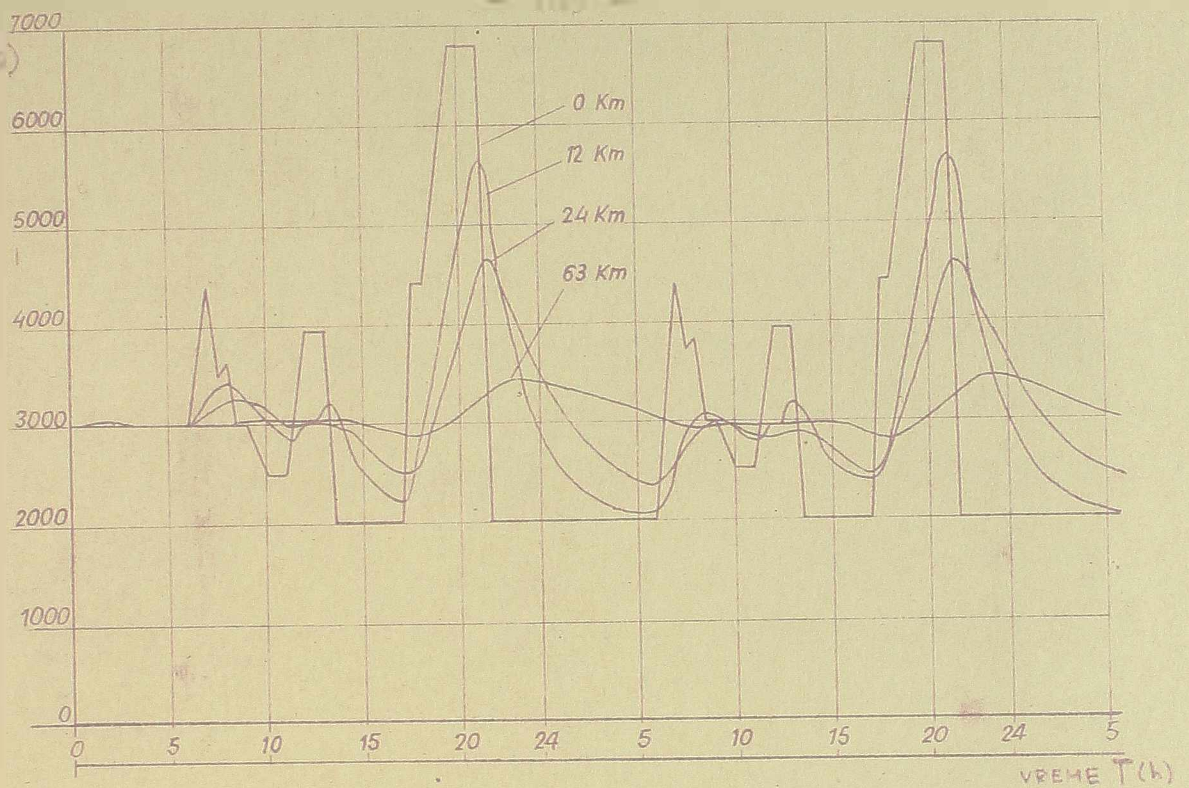
Tabela (6.2.III)

Deonica	[illegible] deonice u funkciji od proticaja $m^3 \cdot 10^6$				
	$Q = 1000\ m^3/s$	3000	5000	7000	9000
I	15	35	50	[illegible]	75
II	30	70	102	[illegible]	150
III	90	190	265	329	385

Rezultati [illegible] prikazani su [illegible] (6.2.[illegible]).

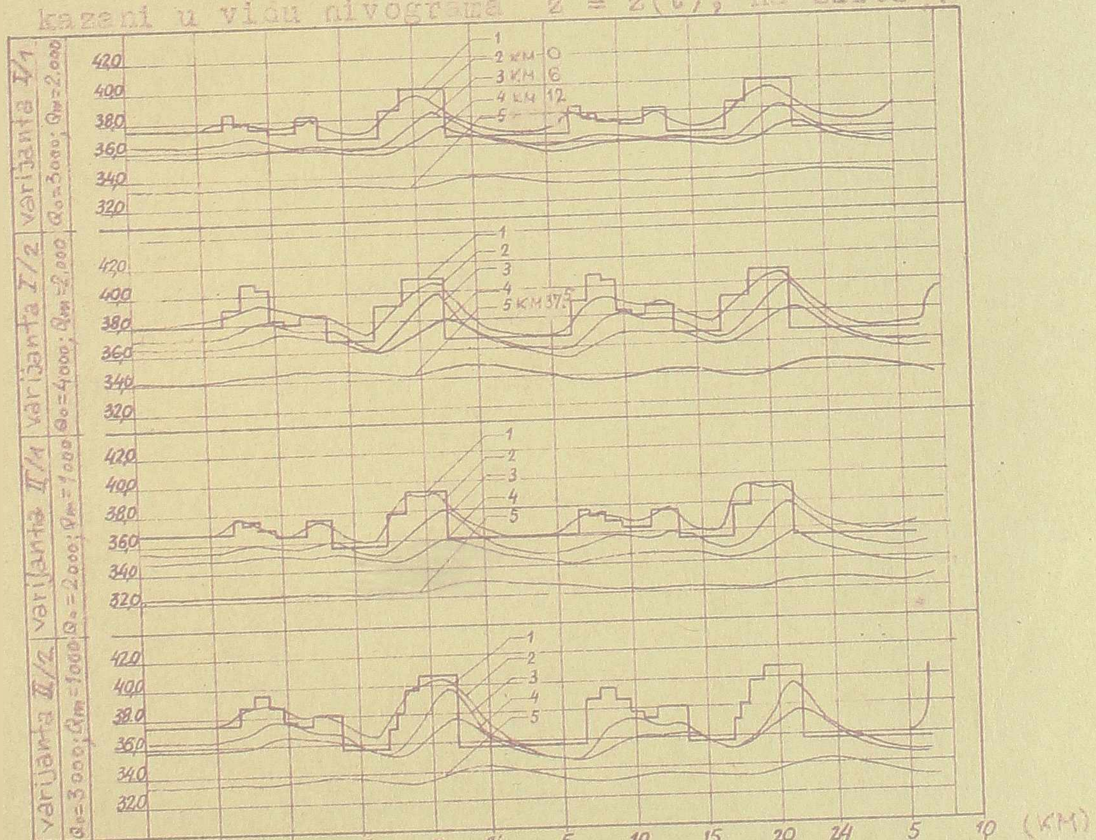
Pošto po definiciji karakteristične deonice, i[illegible] profilu i nivoa u težištu karakteristične deonice postoji j[illegible] funkcionalna zavisnost, to je bilo moguće na osnovu poznatog proticaja u nizvodnom profilu, koristeći veze $T = \frac{\Delta V}{\Delta Q}$ i $z = z(V)$, o[illegible] (Δz), odnosno prira[illegible] [illegible]j vodostaja [illegible] proticaja (ΔQ).

S obzirom na [illegible] pokazalo se [illegible] dovoljno [illegible] vremenski interval bude $\Delta t = 0,5$ h. (U proračunima propagacije poplav-



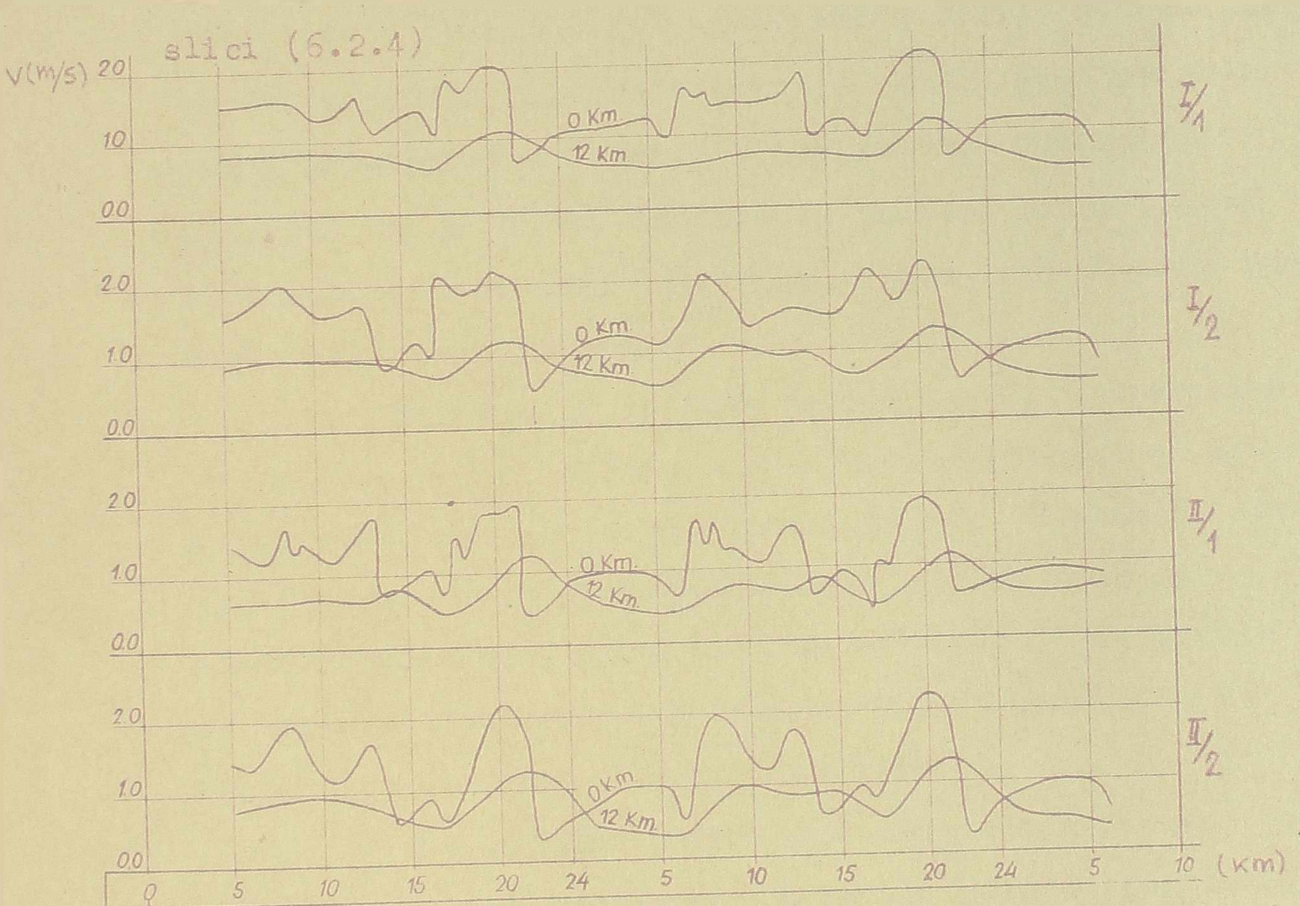
Sl. (6.2.2) Hi rogrami u profilima km 0, km 12, km 24 i km 63,o. Varijanta I/1 (Q_o = 3000 m³/s; Q_{min} = 2000 m³/s)

nih talasa ovaj interval bi mogao biti znatno duži 24 h). Proračun je vršen tabelarno, a rezultati su prikazani u vidu nivograma z = z(t), na slici (6.2.3)



Sl.(6.2.3.) Nivogrami sračunati u profilima km o, km 6, km 12 i km 37,5o.

[illegible] osnovu geometrijsk[illegible] karakteristika toka, nivoa i proticaja, sračunate su veličine srednjih brzina duž celog toka. Ovaj podatak je interesantan [illegible] sa as- [illegible] slici (6.2.4)



Sl. (6.2.4.) Dijagram promene brzina duž toka

[illegible] zvanih [illegible].

[illegible] režimu; nivoi u nestacionarnom [illegible] odgovarajućih u stacionarnom pri maksi- [illegible] (6.2.3), što je [illegible] za određivanje ukupne [illegible] guće proizvodnje električne energije.

Amplitude oscilacija vodostaja, kao što se i očekivalo, najveće su u profilu brane, s tim što opada[illegible]. Na km 12 (potez na kome se predviđa izgradnja budućeg pristaništa), maksimalna amplituda iznosi 4,50 m (slika 6.2.3 - varijanta II/2), na šta treba [illegible] pri projektovanju rečnih gradjevina i samog pristaništa. Promene nivoa postaju zanemarljivo male već na km 37,50. Intenzitet promene nivoa iznosi [illegible], što [illegible] ometati plovidbu, ali svakako može [illegible].

Maksimalna srednja brzina u reci u nestacionar[illegible] 0,35 m/s [illegible] do [illegible] brane, a [illegible] budućeg pristaništa 1,35 m/s. U proseku srednje brzine u reci u nestacionarnom režimu veće su od odgovarajućih u stacionarnom za 30%, što je inter[illegible] [illegible] i uslova plovidbe.

U zaključku ponovićemo još jednom osnovne postavke na kojima se zasniva izložena metoda proračuna, što je interesantno s obzirom na specifičnost analizira[illegible].

Osnovne aproksimacije koje se čine jesu sledeće:

- zanemarenje inercionih članova u dinamičkoj jednačini
- promene proticaja odvijaju se po eksponenci[illegible]

Što se tiče konturnih uslova neophodna je definicija [illegible] (u vidu [illegible] ...

[illegible] ($= 1/4$) . [illegible]
ziron [illegible] u ovom konkretnom slučaju nije [illegible] definisano, to nizvodni granični uslov praktično ne [illegible].

Rezultati proračuna vrlo dobro se slažu sa rezultatima dobijenim po metodi karakteristika u konkretnom slučaju, što znači da uvodjenje pomenutih aproksimacija ne predstavlja bitno odstupanje od stvarnih uslova.

U zaključku treba napomenuti da u principu ne treba izbegavati ove tzv. inženjerske metode, već da rezultate (ako ne za sve varijante proračuna a ono bar za karakterističnu), treba uporediti bilo sa osmatranjima u prirodi, bilo sa rezultatima tačnog proračuna; ukoliko konstatujemo zadovoljavajuće slaganje rezultata, metodu treba smatrati punovažnom u svim sličnim slučajevima i kao takvu je koristiti.

6.3 Talasi [illegible] akumulacije. Prolom brane

Usled naglog rušenja brane dolazi do pojave katastrofalno velikih voda na deonicama nizvodno, gde se propagira direktni pozitivni talas. Uzvodno od brane se javlja obratni negativni, koji isto tako može dovesti do neželjenih posledica.

U cilju procene veličine poplavnog talasa koji bi nastao usled eventualnog rušenja jedne brane, i u cilju demonstracije primene metode karakteristika i na ovaj vid nestacionarnog kretanja u otvorenim tokovima, izvršena je analiza jednog takvog slučaja (brana HE Djerdap).

Pošlo se od pretpostavke da rekom protiče relativno veliki proticaj od 14.000 m^3/s, (povratni period za ovaj proticaj [illegible] u trenutku proloma brane.

Povećana vrednost proticaja je izabrana iz razloga što se pri velikim vodama (tj. pri većoj ispunjenosti korita), kod veće apsolutne kote vodostaja izazvane poplavnim talasom, nego pri manjim proticajima. Sa druge strane [illegible] katastrofalni osnovni proticaj pošto je verovatnoća koincidencije jednog tako velikog proticaja i proloma brane mala. Pored toga relativna visina poplavnog talasa računata od osnovnog proticaja sve više opada ukoliko osnovni proticaj raste, tako da rušenje brane relativno uzev postaje sve manje značajno ukoliko se osnovni proticaj povećava.

U proračunu je izvršena pretpostavka o momentalnom rušenju brane, što znači da se i po toj liniji išlo na ekstremni slučaj koji bi se vrlo teško mogao ostvariti u prirodi. Međutim, kako je cilj studije bilo iznalaženje krajnje katastrofalnih posledica proloma brane, to ova pretpostavka ima smisla.

[illegible] karakteristike, s obzirom [illegible] preliminarne, usvojeno je uniformno pravougaono korito duž cele posmatrane deonice širine B = 1300 m.

Uticaj bočnih dolina na amortizaciju poplavnog talasa zanemaren je, s obzirom da je njihov kapacitet relativno mali.

Uzdužni profil analiziranog toka pokazuje prelom približno na mestu buduće brane, dok je uzvodno i nizvodno od nje uniformni [illegible] uzvodno od brane iznosi 0,26‰, a u nizvodnom sektoru 0,067‰. Usva-

[illegible] uniformnog [illegible] ima opravdanja i s obzirom na či-
njenicu da u vrtačama koje imaju znatan broj u koritu,
praktično nema strujanja. Drugim rečima ove vrtače pri-
padaju neaktivnom delu rečnog korita.

Srednja dubina toka nizvodno od brane iznosi-
la je okruglo 11,o m, a uzvodno od brane računata je od
usporenog nivoa do osrednjenog dna i menjala se, normal-
no, od profila do profila. Dubina u profilu brane sa uz-
vodne strane iznosila je pri koti normalnog uspora 3o [illegible]

Proračun obrazovanja i propagacija katastro-
falnog talasa računat je po metodi Re-a, čiji su osnov-
ni principi izneti u tački [illegible] disertacije.

Proračun je vršen grafoanalitički. Dužina ra-
čunskih deonica iznosila je 2 km do km 1o (mereno od pro-
fila brane), 5 km do km 3o i 1o km preko km 3o. Re-
zultati proračuna su pokazali da su dužine računskih de-
onica usvojene suviše velike, što se svakako odrazilo i na
tačnost rezultata.

[illegible] dijagrami u ravni (U, [illegible]) i mreža ka-
rakteristika u ravni (x,t), prikazani su na prilozima
(6.3.A-a i b)

[illegible] tačke u ravni ([illegible]) koji odgovara [illegible]
te istom posmatraču, predstavlja ustvari zakon karakte-
ristika tog posmatrača. [illegible] osnovu [illegible] u ravni
(U, v) moguće je u svakoj [illegible] zone nestacionarnog kre-
tanja odrediti brzinu i dubinu toka.

U ravni (x,t) prikazana je mreža karakteris-
tika, pri čemu svaka presečna tačka predstavlja [illegible]
[illegible] dva posmatrača ("slova" i "broja").
[illegible] ravni (x,t) može se definisati mesto i trenutak

tog susreta.

Rezultati proračuna prikazani su na prilogu (6.3.B.), u vidu dijagrama $y = y(t)$, za šest profila toka: km o, lo, 2o, 3o, 5o i loo, pri čemu (y) predstavlja dubinu iznad vodostaja koji odgovara osnovnom proticaju $Q = 14.000\ m^3/s$.

Maksimalne visine talasa iznad ovog nivoa u pomenutim profilima toka, prikazane su u slededoj tabeli:

Tabela (6.3.I)

Odstojanje nizvodno od brane (km)	Max. visina poplavnog talasa (m)
o	lo,5o
lo	9,lo
2o	8,2o
3o	7,5o
5o	6,2o
7o	5,00
loo	3,8o

i grafički na dijagramu /6.3.C/.

Sa crteža (prilog 6.3.B) vidi se i trajanje poplavnih talasa. Teme talasa traje relativno kratko, dok manje dubine traju znatno duže. Na analiziranoj dužini deonice dužine 400 km talas još nije nestao.

Što se tiče čela, ono se praktično gubi već na km 3o, što znači da se nizvodno od ovog profila ne mogu očekivati toliko katastrofalne posledice koje su uslovljene izvanredno velikim brzinama čela.

Brzina čela je najveća neposredno nizvodno od profila brane (oko 75 km/čas), da bi se u profilu na km 3o smanjila na 4o km/čas.

Na ovaj način su dati odgovori na sva važnija pitanja postavljena pred ovu studiju.

7. NOMOGRAMI ZA PRORAČUN PROPAGACIJE I TRANSFORMACIJE TALASA U PRIRODNIM TOKOVIMA

Smisao uvodjenja nomograma u analize nestacionarnih fenomena u prirodnim tokovima jeste potrebe za jednostavnom, brzom i dovoljno tačnom mogućnošću proračuna. Izradom nomograma bila bi omogućena analiza nestacionarnih fenomena ne samo u izuzetno važnim, već i u svim ostalim problemima, što se inače izbegava zbog složenih i dugotrajnih računskih operacija.

7.1. Analiza postojećih nomograma za proračun nestacionarnih pojava u prirodnim tokovima

Nomogrami razradjeni kao metoda proračuna nestacionarnih pojava u otvorenim tokovima, vrlo su retki u literaturi. Tačnije rečeno, nama su poznate ove dve metode: metoda E. Panžu-a (34) i metoda Geze Bate (4) nazvana "Opšte numeričko rešenje propagacije talasa u otvorenim tokovima".

Iako se i jedna i druga metoda baziraju na proračunu po metodi karakteristika, izmedju njih postoji suštinska razlika: metoda E. Panžu-a predstavlja samo varijantu proračuna po metodi karakteristika, pri čemu nomogrami predstavljaju vid pomoćnih dijagrama. Nomogrami po G. Bati, medjutim, predstavljaju rešenje problema transformacije i propagacije pozitivnih talasa sa strmim čelom, za odredjene početne uslove i intenzitet promene proticaja u funkciji vremena, i to sve izraženo pomoću bezdimenzionalnih izraza.

Ovakav tip nomograma, na osnovu kojih se uz poznavanje izvesnih polaznih parametara mogu trenutno bez ikakvih dopunskih proračuna definisati odabrane karakteristike nestacionarnog fenomena koji se analizira (npr. talasa), predstavlja osnovu naše ideje o generalizaciji rešenja propagacije poplavnih talasa.

U radu (4) razmatrani su samo direktni pozitivni talasi sa strmim čelom, što znači da se i pored uopštenosti ovi nomogrami ne mogu koristiti za analizu poplavnih talasa u prirodnim tokovima.

[illegible].2. Izbor metode za proračun nomograma

Ako se ima u obzir činjenica da nomogrami koje želimo da sračunamo treba da služe kao osnova proračuna u brojnim konkretnim slučajevima, što znači da se ne sme uopšte postavljati pitanje njihove tačnosti, onda od svih postojećih metoda za njihov proračun dolaze u obzir na prvom mestu metode karakteristika, a zatim metode trenutnih režima.

Dovoljno puta smo naglasili da se metoda karakteristike bazira na preciznoj, matematički ispravnoj teoriji, što znači da su istog kvaliteta i rezultati proračuna dobijeni po ovoj metodi. Tačnost rezultata, medjutim, zavisi ne samo od metode, već i od tačnosti polaznih parametara. Njih je za uslove koji vladaju u prirodnom rečnom toku nemoguće jednovremeno tačno definisati i prikazati u uopštenoj formi, da bi se mogli primeniti u bilo kome konkretnom slučaju. Postavlja se zato pitanje opravdanosti primene jedne tako tačne metode kao što je metoda karakteristika, koja zahteva ulaganje velikog truda, a pri tome polazni podaci nemaju odgovarajuću tačnost. Medjutim, ovakvom rezonovanju bi se mogao staviti prigovor: ako su već polazni podaci netačni, ima li smisla konačne rezultate opterećivati netačnostima koje za sobom povlači metoda proračuna? Ako se ima u vidu izbor metoda za koje smo rekli da dolaze u obzir za proračun nomograma, onda ovaj prigovor otpada; u tački (5.3.1.4) ove disertacije je konstatovano, (a ove konstatacije se baziraju na brojnim primerima proračuna ne samo u nas već i u stranoj literaturi,[3],[6],[22], da za proračune vezane za propagaciju poplavnih talasa u prirodnim tokovima pomoću metode trenutnih režima, aproksimacije usvojene pri razradi ove metode ne utiču bitno na tačnost rezultata. A poznata je isto tako činjenica, da je proračun po metodi trenutnih režima znatno jednostavniji i brži od proračuna po metodi karakteristika.

Još jednu veoma važnu činjenicu ne smemo smetnuti sa uma: složeni rečni profil ima protočno i retenziono dejstvo. Jednačine (3.2.8) i (3.2.19) izvedene za prirodno korito, važe samo za složeni profil kod koga inundacija ima isključivo retenziono svojstvo. Usled nejednakosti brzina u inundaciji i glavnom koritu, osnovne jednačine ne mogu biti izvedene za taj najopštiji slučaj, što znači da bi se pri primeni metode karakteristika moralo pribeći aproksimaciji dejstva retenzije na poplavni [illegible] režim, inundacija bi bila tretirana kao isključivo retenzioni deo korita.

Uvodjenjem krive zapremine umesto dinamičke jednačine u proračune po kvazi-stacionarnoj metodi, obuhvaćeno je složeno dejstvo retenzije, što predstavlja prednost u odnosu na metodu karakteristika.

Ne uzimajući u obzir i mogućnost definicije parametara čije poznavanje je neophodno za primenu jedne ili druge metode, na osnovu ovih opštih razmatranja se može zaključiti da metodi trenutnih režima treba dati preimućstvo. Analiza pomenutih parametara treba medjutim da da konačan odgovor.

7.3. Analiza i izbor parametara od kojih zavise propagacija i transformacija talasa u prirodnim tokovima

Na osnovu svega što je do sada rečeno o propagaciji i transformaciji poplavnih talasa u prirodnim tokovima, može se zaključiti da je za potrebe proračuna neophodno poznavanje sledećih veličina:

a/ parametri koji figurišu u osnovnim jednačinama nestacionarnog kretanja:

- dužina puta (x) i vreme (t), kao nezavisno promenljive veličine
- srednja brzina toka (v) površina poprečnog preseka (F), širina vodnog ogledala (B) i srednja dubina toka (y)
- pad dna korita (S_c)
- gubitak energije na trenje $S_{f} = \dfrac{v^2}{C_{\check{s}}^2 \cdot R}$ (po Šeziju).
- ubrzanje zemljine teže (g), kao karakteristika fluida.

b/ parametri koji služe za definiciju početnih uslova:

Najčešće se polazi od pretpostavke da u koritu vlada stacionarno-ravnomeran režim, što znači da moraju biti poznati sledeći elementi:

- početni proticaj (Q_o)
- početna srednja dubina toka (y_o)
- ostale geometrijske karakteristike korita vezane za početni proticaj (F_o, B_o)

c/ parametri neophodni za definiciju graničnih uslova.

Od graničnih uslova u slučaju propagacije poplavnih talasa najčešće se operiše sa uzvodnim, zadatim u vidu hidrograma $Q = Q(t)$. To znači da za potrebe definicije graničnih uslova moramo uvesti kao jedan od parametara i zakon promene proticaja u funkciji od vremena, u najuzvodnijem profilu.

Gledano kroz mogućnost primene metode karakteristika, neophodno je poznavanje svih ovih parametara. Za potrebe proračuna po metodi trenutnih režima (varijanta nazvana "kvazi-stacionarna" metoda), neophodno je poznavanje dvaju elemenata: ulaznog hidrograma i krive zapremine korita $V = V(Q)$.

Za korita pravilnog geometrijskog oblika moguće je izraziti promene geometrijskih karakteristika toka u funkciji od vodostaja, analitičkim izrazima. Za prirodna korita ovo je nemoguće; ove funkcije se mogu prikazati isključivo grafički. S obzirom na osobine prirodnih tokova, ove zavisnosti su izrazito nepravilnog karaktera i nemoguće ih je definisati sa jednim razumnim brojem parametara.

Problem definicije početnih uslova javlja se samo u slučaju primene metode karakteristika (naravno u okviru poredjenja metode karakteristika i metoda trenutnih režima), što povećava broj broj parametara koje treba uzeti u obzir pri proračunima. (Definicija početnih uslova u proračunima po kvazi-stacionarnoj metodi nije neophodna; početni uslovi su indirektno sadržani u krivama zapremine korita, koje se konstruišu za deo korita iznad osnovnog proticaja).

Uzvodni granični uslov u vidu ulaznog hidrograma mora biti uveden kao parametar bez obzira po kojoj od pomenute dve metode se računa.

Nizvodni granični uslov se najčešće ne znaje, a ako za to postoje uslovi, onda se zadaje u vidu nivograma. To znači da se nizvodni granični uslov mora vezati za hidrometrijski profil - vodomernu stanicu.

Konačno, za razliku od velikog broja parametara čija definicija je neophodna za proračun pomoću karakteristika, a čije uopštavanje je praktično nemoguće s obzirom da su u pitanju prirodni tokovi, za proračun po kvazi-stacionarnoj metodi su neophodna samo dva elementa: ulazni hidrogram Q = Q(t) i kriva zapremine korita V = V(t).

Na osnovu svega izloženog, a s obzirom na mogućnost definicije parametara neophodnih za obavljanje proračuna, kao i s obzirom na relativno jednostavan postupak proračuna, odlučili smo se da nomograme računamo pomoću kvazi-stacionarne metode.

(Radi potpunosti ovog razmatranja želimo da istaknemo da je izvršen pokušaj uvodjenja bezdimenzionalnih izraza pomoću dimenzionalne analize slično kako je to uradjeno u [4], medjutim s obzirom na specifične uslove koji važe za prirodne tokove i poplavne talase, nije se došlo do praktičnih rezultata).

Pošto je kvazi-stacionarna metoda usvojena kao najpogodnija, treba izvršiti konačnu analizu dvaju osnovnih parametara (krivih zapremine i hidrograma poplavnih talasa) i izvršiti po mogućstvu njihovo uopštavanje.

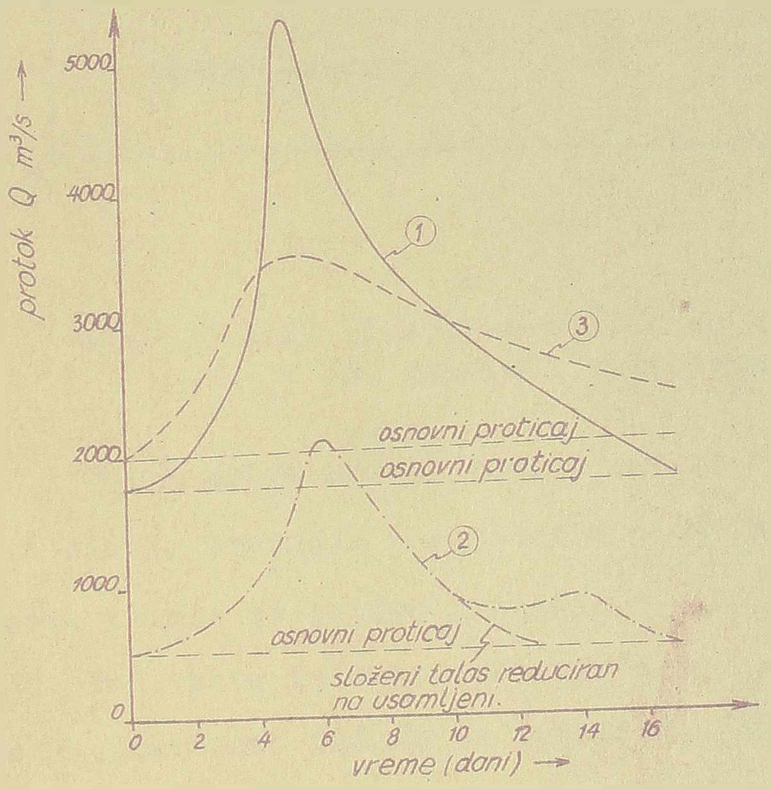
7.3.1 Izbor analitičkih izraza za definiciju oblika poplavnih talasa u prirodnim tokovima, sa primenom na naše reke u Jugoslaviji

Mogućnost definicije karakteristika poplavnog talasa predstavlja prvi osnovni parametar u zamišljenoj šemi izrade nomograma.

Poplavni talasi nastaju kao posledica nailaska velikih voda izazvanih intenzivnim padavinama u slivu u vidu kiše, topljenjem snega ili kombinacijom jednog i drugog.

Oblik hidrograma poplavnih talasa u prirodnim koritima zavisi od više činilaca, (da nabrojimo samo najvažnije: površina, oblik, strmenitost i pošumljenost sliva; trajanje, intenzitet i raspored padavina; debljina snežnog pokrivača; visina temperature i intenzitet promene; veličina koeficijenta oticanja; raspored i veličina pritoka; oblik i dimenzije rečnog korita itd.), između kojih je vrlo teško uspostaviti zavisnost, kao i proceniti pojedinačni uticaj svakog od ovih činilaca na formiranje talasa. Iz tog razloga mi smo u okviru disertacije analizirali isključivo oblik poplavnih talasa (ne i veličinu kao što će se docnije videti), kao definitivni rezultat zajedničkog uticaja svih pomenutih faktora, a ne svaki od njih i njihov posebni uticaj pojedinačno.

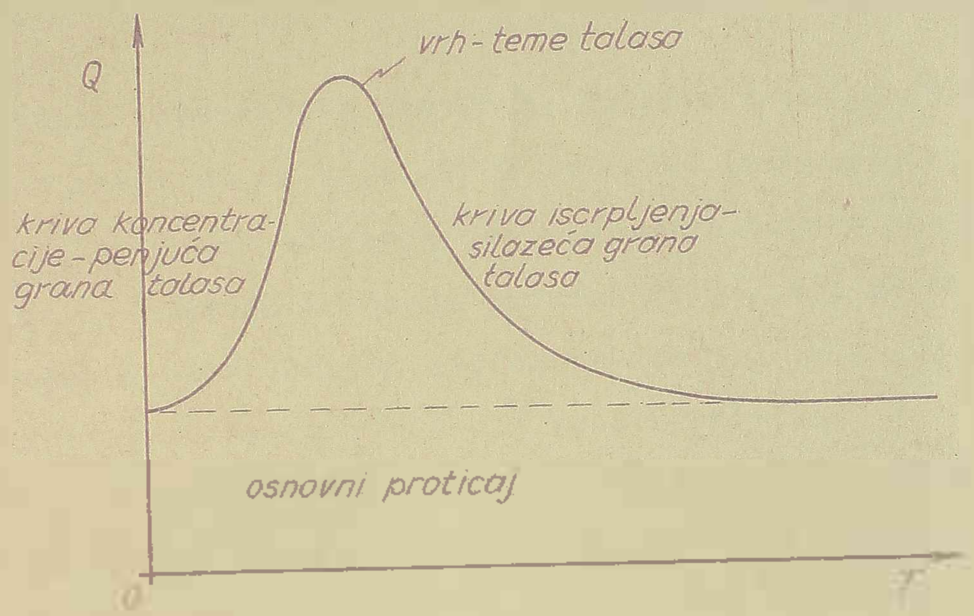
Analizom su obuhvaćeni najveći usamljeni talasi registrovani u profilima vodomernih stanica na rekama Savi, Drini i Velikoj Moravi (slika 7.3.1.1), u periodu u kome je vršeno opažanje vodostaja i za koji se raspolagalo sa tačnim krivama proticaja u profilima vodomernih stanica. Treba podvući da su posmatrani samo usamljeni talasi, pošto oblici složenih talasa, s obzirom na raznovrsnost njihove forme, ne bi mogli biti obuhvaćeni ovakvom analizom. (U slučajevima gde je to bilo moguće, iz složenog talasa izdvajan je osnovni-usamljeni talas, kao što je pokazano na pomenutoj slici).



Sl.(7.3.1.1) Karakteristični oblici poplavnih talasa na Drini, V.Moravi i Savi.
1.Drina u Zvorniku (I,1948.god.);
2.V.Morava u Ćupriji (II,1955.god)
3.Sava u Sr.Mitrovici (II-III, 1957. god.).

Za ovako odabrane talase analiziran je samo oblik dela talasa koga čine deopunski proticaji, a za koji se predpostavlja da "klizi" po liniji vodnog ogledala osnovnog proticaja.

Hidrogrami poplavnih talasa imaju karakterističan oblik, pri čemu su osnovni elementi jednog talasa kriva koncentracije ili [illegible] grana, vrh talasa ili teme, i kriva iscrpljenja ili silazna grana (slika 7.3.1.2).



Sl.(7.3.1.2) Hidrogram poplavnog talasa sa osnovnim elementima

Oblik krive koncentracije zavisi od površine i oblika sliva, trajanja i rasporeda padavina. Ovaj deo hidrograma talasa je obično konkavan.

Pod vrhom talasa podrazumeva se deo hidrograma izmedju prevojnih tačaka na penjućoj i silaznoj grani, uključujući i tačku kojoj odgovara maksimalna vrednost proticaja. Položaj vrha talasa u odnosu na ukupno trajanje zavisi od vremenskog rasporeda kiša po trajanju; u slučaju uniformnog rasporeda kiše, vreme pojave vrha posle nakon završetka kiše. Ukoliko su kiše neuniformne, one izazivaju talas čiji vrh nastaje pre njihovog završetka. Vrhova može biti više (tzv. složeni talasi), koji su posledica pojave sukcesivnih kratkotrajnih kiša.

Kriva iscrpljenja ili silazna grana hidrograma talasa predstavlja zakon po kome se prazni akumulirana vodu u rečnoj mreži, i to nakon pristizanja ukupnog dotiecaja, što znači da oblik ove krive ne zavisi od vari[illegible]acije intenziteta padavina. Fizičke karakteristike rečne mreže su te koje utiču na krivu iscrpljenja.

Vreme trajanja penjuće grane talasa znatno je [illegible] od vremena trajanja silazni grane, što se objašnjava sporim iscrpljenjem zapremine korita, za razliku od relativno brzog doticanja vode u početku.

U hidrološkoj literaturi poznat je veliki broj [illegible]kih izraza,(s teorijskom podlogom ili bez nje), [illegible] definiciju oblika poplavnih talasa. Mi [illegible] izvršiti analizu mogućnosti primene nekih od njih [illegible] talase pomenute tri reke i na osnovu dobijenih rezul[illegible] ćemo izvršiti izbor izraza kojim se najbolje reprodukuju prirodni talasi.

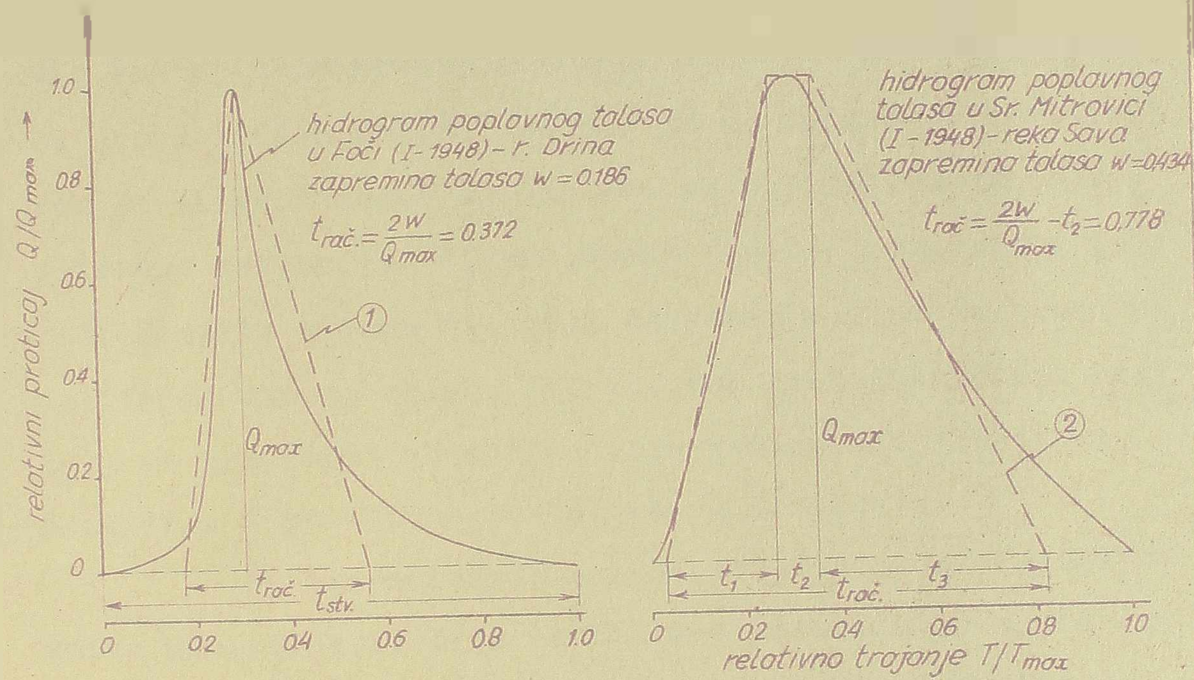
Svi ovi izrazi mogu se podeliti u dve osnov[illegible] grupe: oni kod kojih su penjuća i silazna grana povodnje aproksimirane pravim linijama, i oni kod kojih je usvojen krivolinijski zakon promene proticaja u toku vremena.

U prvu grupu spadaju izrazi po kojima se [illegible] talasi aproksimiraju trouglom a razvučeniji trapezom (7.3.1.3).

Princip shematizacije sastoji se u tome da stvarni i shematizovani talas imaju istu zapreminu i maksimalnu ordinatu Q_{max}.

[illegible]tak ovakvog načina prikazivanja talasa leži u tome što zakon promene proticaja s vremenom u slu[illegible] [illegible] se, kako za penjuću tako i za silaznu granu, nije linearan, što pri radu s ovim izrazima dovodi do netačnih vrednosti za trajanje talasa.

[illegible]rugu grupu izraza za aproksimaciju oblika talasa čine dve podgrupe: u prvu spadaju izrazi kod kojih je zakon promene proticaja s vremenom dat jednom jedna-



Sl.(7.3.1.3) Aproksimacija oblika talasa (1) trouglom i (2) trapezom

činom za ceo talas, a izrazi druge podgrupe posebno se [illegible]nose na [illegible]juću i posebno na silaznu [illegible] talasa.

Češki autor Bratranek [8], izvršio je aproksi[illegible] [illegible] Gauss-ovom krivom verovatnoće u [illegible] [illegible]

$$y = e^{-\pi \cdot x^2} \qquad (7.3.1.4)$$

u kome je

$$y = \frac{Q}{Q_{max}} \quad \text{relativni proticaj,}$$

$$x = \frac{t}{t_{max}} \quad \text{relativno trajanje.}$$

Upotrebljavajući ovaj izraz Bratranek je [illegible]cunao vrednosti relativnog vremena (x) u zavisnosti od relativnog proticaja (y) (tabela 7.3.1.I).

[illegible] primedba ovoj [illegible] [illegible] se na činjenici, [illegible] je već rečeno, da [illegible] poplavnih talasa u prirodnim koritima u većini slučajeva imaju nesimetričan oblik: penjuća grana talasa je strmija, dok je silazna nešto blaža, što se objašnjava uticajem prirodne retenzije. (Opravdanost Bratranekovog postupka leži donekle u tome što cilj njegovog rada nije bilo iznalaženje tačnog oblika talasa, vec dimenzioniranje preliva na prelivnoj vodojaži preko zavisnosti relativne retenzije i relativnog redukovanog proticaja).

Oblik prirodnih talasa podseća na nesimetričnu krivu učestalosti, čiji se oblik u praksi vrlo često aproksimira nesimetričnom krivom učestalosti logaritamske raspodele po Galton-u.

Tabela (7.3.1.I)

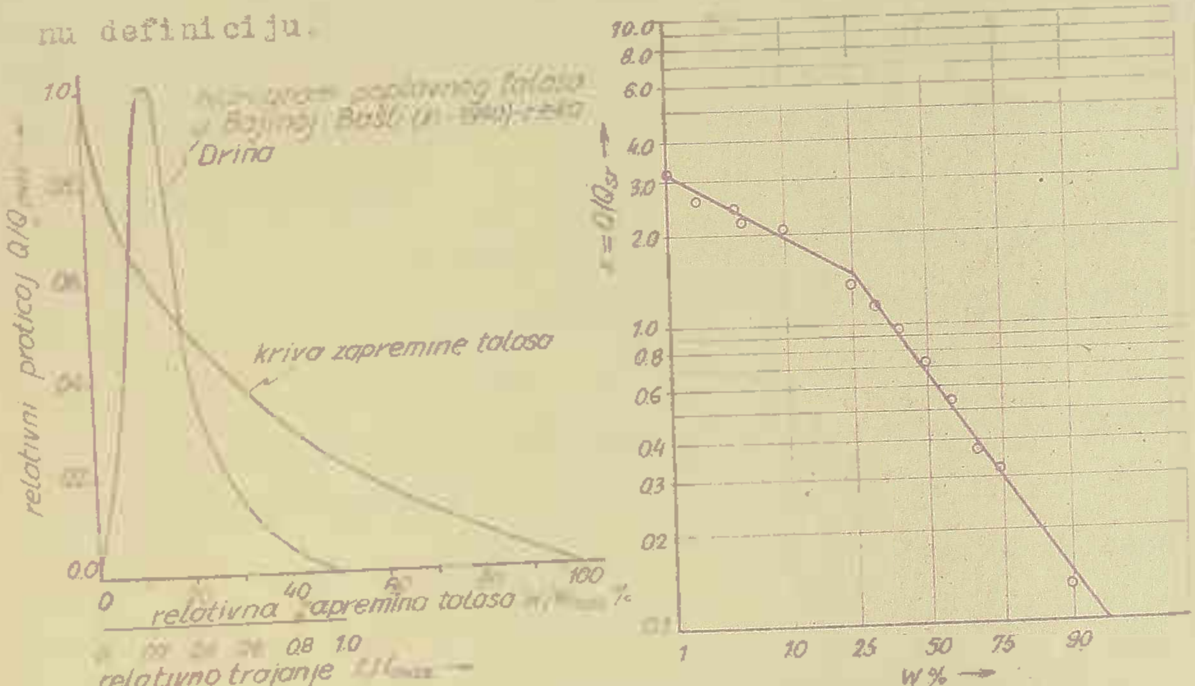
$y = \frac{Q}{Q_{max}}$	$x = \frac{t}{t_{max}}$
1,0	0,0000
0,9	0,1831
0,8	0,2665
0,7	0,3370
0,6	0,4032
0,5	0,4697
0,4	0,5401
0,3	0,6191
0,2	0,7158
0,1	0,8561
0,01	1,0000

$$y = \frac{1}{\sigma_n \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(\log x - x_n)}{2 \cdot \sigma_n^2}} \qquad (7.3.1.1)$$

σ_n - srednje kvadratno otstupanje logaritama,

x_n - srednja vrednost logaritama

Kriva učestalosti data jednačinom (7.3.1.4) ima tu osobinu da je njena integralna kriva linija u koordinatnom sistemu s logaritamskom razmerom na jednoj osi, a s razmerom verovatnoće na drugoj, predstavljena pravom linijom, te su dovoljna dva parametra (x_n) i (σ_n) za njenu definiciju.



Sl.(7.3.1.5) Aproksimacija oblika poplavnog talasa nesimetričnom krivom logaritamske raspodele po Galtonu.

To znači da bi oblik poplavnog talasa mogao biti aproksimiran jednačinom (7.3.1.4.), pod uslovom da je kriva zapremine talasa, naneta u koordinatni sistem s pomenutom razmerom, prava linija.

Ovaj postupak je primenjen na posmatrane talase, i pokazalo se, (sl.7.3.1.5), da se kriva zapremine talasa u pomenutoj razmeri ne može prikazati jednom pravom, već sa dve prave koje se seku, što znači da linija zapremine poplavnog talasa odstupa od logaritamskog zakona učestalosti.

Neki autori (2) uvode pri analizi oblika poplavnih talasa Pirsonovu krivu tipa III, u vidu

$$y = x \cdot e^{\alpha(1-x)} \qquad (7.3.1.6)$$

(α) je parametar koji zavisi od odnosa $\frac{Q_m \cdot t_p}{W}$.

Na sl. (7.3.1.7) prikazan je jedan od talasa čiji je oblik aproksimiran jednačinom (7.3.1.6), a na koji važe primedbe koje su karakteristične i za ostale posmatrane talase:

a/ Odstupanja odgovarajućih ordinata računatog i stvarnog talasa znatna su, što ukazuje na nedovoljnu "osetljivost" metode.

b/ Trajanje silazne grane hidrograma neopravdano se produžava za niže vrednosti proticaja.

Za talase s izduženim vrhom i razvučenom osnovom dobijaju se dobri rezultati aproksimacijom u vidu dve parabole, koju je predložio Sokolovski. Parabolom m-tog reda aproksimira se penjuća grana talasa od osnovnog proticaja do (Q_{max}), a parabolom n-tog reda silazna grana od (Q_{max}) do osnovnog proticaja (slika 7.3.1.8).

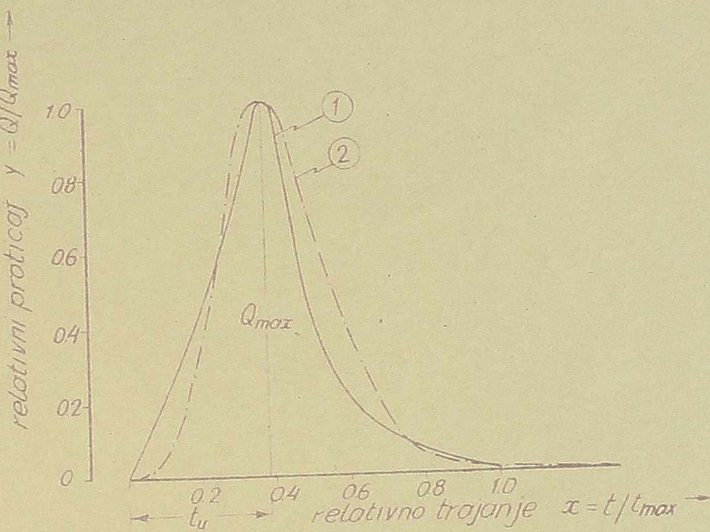
Vrednost eksponenata (m) i (n) iznosi prema Sokolovskom (2), odnosno (3), a dobijena je na osnovu analize oblika prirodnih talasa.

Ako se penjuća grana talasa aproksimira jednačinom

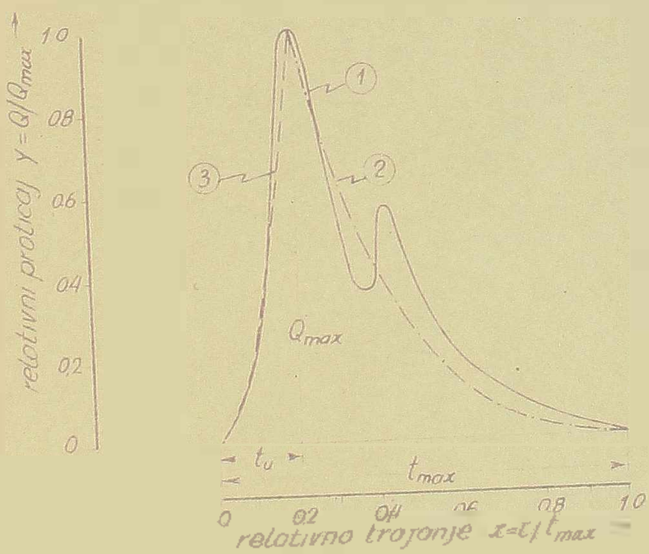
$$y = x^m, \quad 0 \leq x \leq 1 \qquad (7.3.1.9)$$

a silazna jednačinom

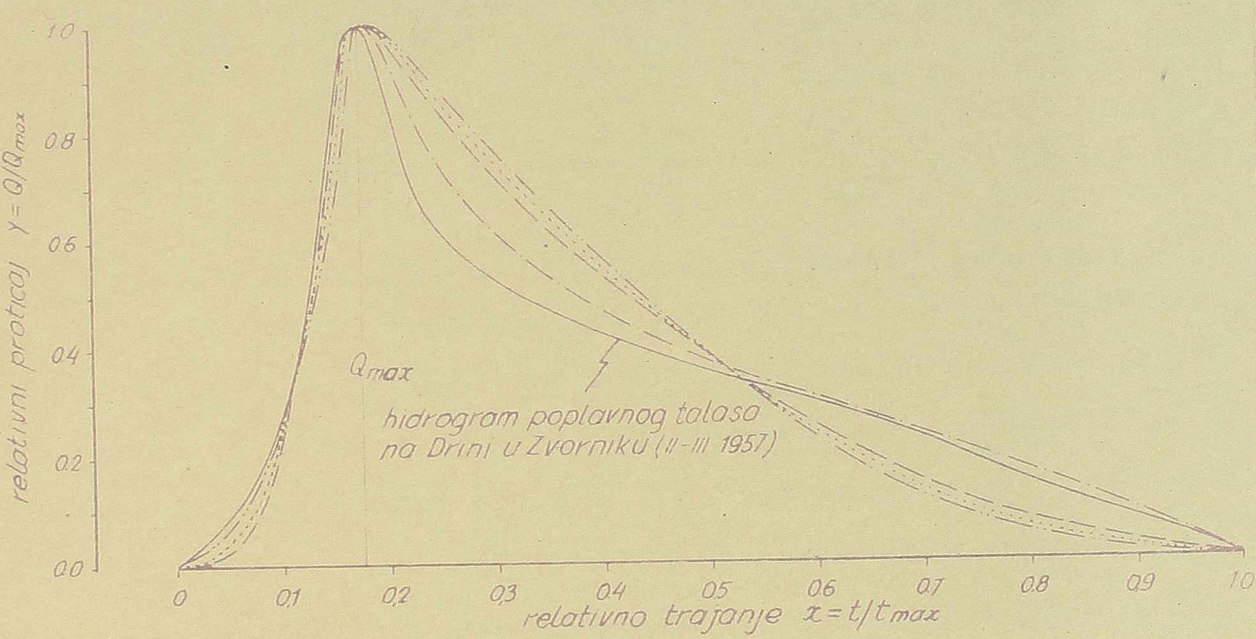
$$y = \left(\frac{\tau - x}{\tau - 1}\right)^n, \quad 1 \leq x \leq \tau \qquad (7.3.1.10)$$



Sl.(7.3.1.7) Aproksimacija oblika poplavnog talasa krivom asimetrične učestalosti po [illegible]rsonu (tip III). 1.- hidrogram poplavnog talasa na [illegible]oravi u [illegible]upriji [illegible] talas aproksimiran jednačinom (7.3.1.6) za veličinu odnosa $\frac{Q \cdot t_u}{[illegible]} = [illegible]$



[illegible] otlika poplavnog talasa na [illegible]rin[illegible] u Zvorniku (XII, 1952. god.) dvema parabolama, prema jednačinama (7.[illegible] [illegible] [illegible] 1. [illegible] granu talasa.



Sl. 7.[illegible] [illegible] uticaja vrednosti koef[illegible] "m" na oblik talasa, prema jednač[illegible] (7.3.1.2o) i (7.3.1.21). [illegible]enjuća grana prema jednačini (7.[illegible].1.2o) [illegible] 1,[illegible] [illegible] = 2,o p; [illegible] m [illegible] 2,5 p. [illegible] grana: prema jednacini (7.3.1.2o) ---m [illegible] o [illegible] ....m = p;-.-.- m = 2,o p; i prema jednacini (7.3.1.21) [illegible] = o

gde je:

$y = \frac{Q}{Q_{max}}$ relativni proticaj,

$x = \frac{t_{p,o}}{t_{max}}$ relativno vreme trajanja porasta, odnosno opadanja povodnja

t_{max} - ukupno vreme trajanja celog povodnja

$\tau = \frac{t_{max}}{[illegible]}$ relativno ukupno vreme trajanja povodnja

onda veličina zapremine tako aproksimiranog talasa (W), ograničena paraboloma prema jednačinama (7.3.1.9) i (7.3.1.10), iznosi:

$$= Q_{max} \cdot t_p \left(\frac{1}{m+1} + \frac{t-1}{n+1} \right) = Q_{max} \cdot t_p \cdot S. \qquad (7.3.1.11)$$

$$S = \frac{1}{m+1} + \frac{t-1}{n+1} = \frac{[illegible]}{Q_{max} \cdot t_p} \qquad (7.3.1.12)$$

Prema Sokolovu, izraz 1/S se naziva koeficijenat oblika.

[illegible] (7.3.1.8) i (7.3.1.18) prikazuje [illegible] talasa [illegible] parabo- [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] oštrim uglom, što ne odgovara stvarnom obliku prirodnih talasa.

V.G. Andrejanov uvodi za aproksimaciju obli- ka penjuće i silazne grane talasa analitički izraz:

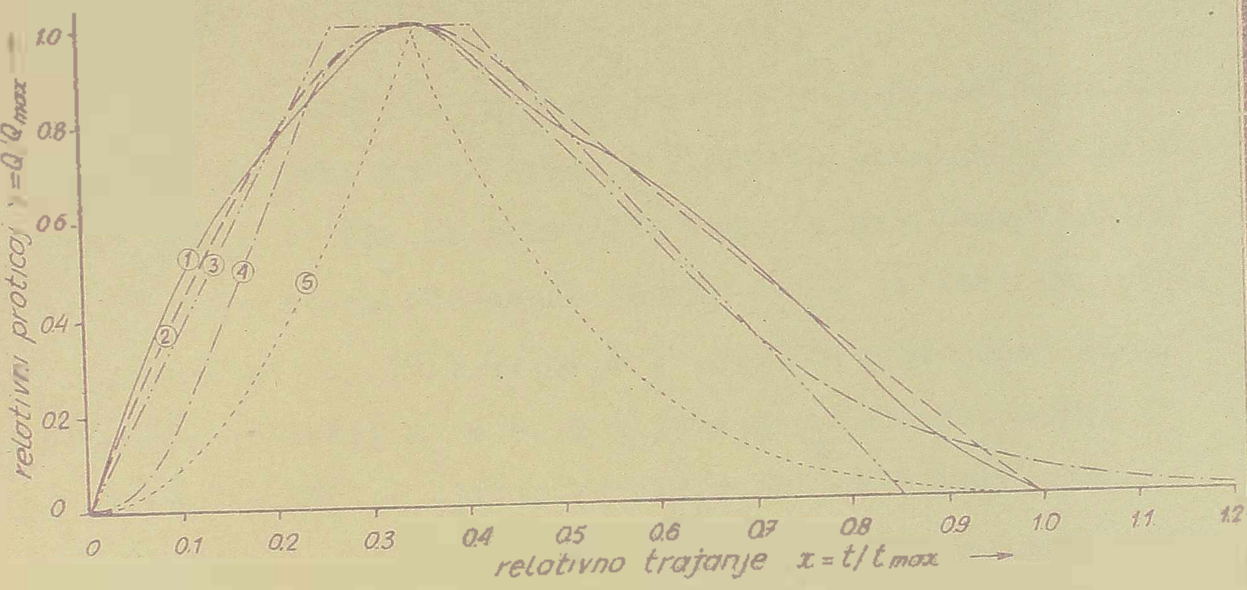
$$y = (n+1) \cdot x^n - n \cdot x^{n+m}, \quad m,n \geq 0 \qquad (7.3.1.14)$$

$x = \frac{t_p}{t_{max}}$ za penjuću, odnosno $= \frac{t_s}{t_{max}}$ za silaznu granu talasa (vidi sliku 7.3.1.13)

Površina hidrograma, odnosno zapremina [illegible] [illegible] krive linije date izrazom (7.3.1.14), [illegible] stvarnoj zapremini tog [illegible] talasa [illegible] relativnim vrednostima ([illegible]) vrednosti trajanja i [illegible]):

$$\int_0^1 y\, dx = \int_0^1 \left[(n+1) \cdot x^n - n \cdot x^{n+m} \right] dx = 1 - \frac{n}{(n+m+1)} =$$

$$= \frac{W}{Q_{max} \cdot t_1} = S_1 \qquad (7.3.1.15)$$



Sl. (7.3.1.18) Aproksimacija oblika poplavnog talasa u Bos.Gra[illegible]ki (1925. god.) [illegible] prirodni talas; 2.- aproksimacija [illegible]činom(7.3.1.14); 3.- [illegible]proksimacija trapezom; 4.- [illegible] jedn[illegible]inom (7.[illegible]) ;5- proksimacija dvema p[illegible]rabol[illegible] pr[illegible] jed[illegible] (7.3.1.[illegible]) i (7.3.1.lo).

Tu je: (n) [illegible] u jednačini (7.3.1.14); (m) stepen [illegible] krivine duž krive date jednacinom (7.3.1.[illegible]) ; ([illegible]$_i$) deo z premine [illegible] ao silaznoj [illegible] (t_i) vremensk[illegible] os[illegible]ova pen[illegible]ice, odnosno silazne [illegible]ne [illegible]; (p_i) koeficijenat oblika talasa.

[illegible] (7.3.[illegible].15) po (n) dobij[illegible]

$$n = [illegible] + [illegible] \frac{[illegible]}{p} - [illegible] \qquad (7.3.1.[illegible])$$

+/ Koeficijenat (p) [illegible] koeficijente oblika [illegible]

Konstatovano je da izmedju parametara (m) i (p) postoji zavisnost:

$$m = 2p_i \tag{7.3.1.17}$$

Detaljna analiza primene jednačine (7.3.1.14) na talase reke Save, Drine i V.Morave pokazala je da zavisnost $m = f(p_i)$ ne samo nije ista za sve reke, već da nije ista ni za obe grane jednog istog talasa. Kao što se vidi na sl. (7.3.1.13) i (7.3.1.18), penjućoj grani talasa odgovara $m_p = 2$, a silaznoj $m_s = 0$. Medjutim, sl.(7.3.1.13) je ujedno karakterističan primer koliko je jednačina (7.3.1.14) malo osetljiva na promenu koeficijenta (m), tako da u cilju uopštavanja rezultata ima smisla usvojiti zavisnost $m = f(p_i)$ zajedničku za sve talase.

U tablici (7.3.1.II) dat je pregled zavisnost (m) i (p) za pomenute tri reke, kako za penjuću tako i za silaznu granu povodnja:

Tabela (7.3.1.I)

R e k e	Penjuća grana	Silazna grana
Sava	m = 2p	m = 2p
Drina	m = 2p	m = o
V.Morava	m = 2p	m = o

Oblik povodnja na pomenutim rekama definisan je sledećim jednačinama:

Reka Sava

penjuća i
silazna grana

$$y = (n + 1) \cdot x^{n} - n \cdot x^{n + m}; \quad m = 2p \tag{7.3.1.19}$$

Reka Drina

penjuća grana $y = (n + 1) \cdot x^{n} - n \cdot x^{n+m}$; (7.3.1.20)

$m = 2p$,

silazna grana $y = x^{n+x-0{,}6}$; $m = 0$. (7.3.1.21)

Reka V. Morava

penjuća grana $y = (n + 1) \cdot x^{n} - n \cdot x^{n+m}$; (7.3.1.22)

$m = 2p$,

silazna grana $y = x^{n}$; $m = 0$ (7.3.1.23)

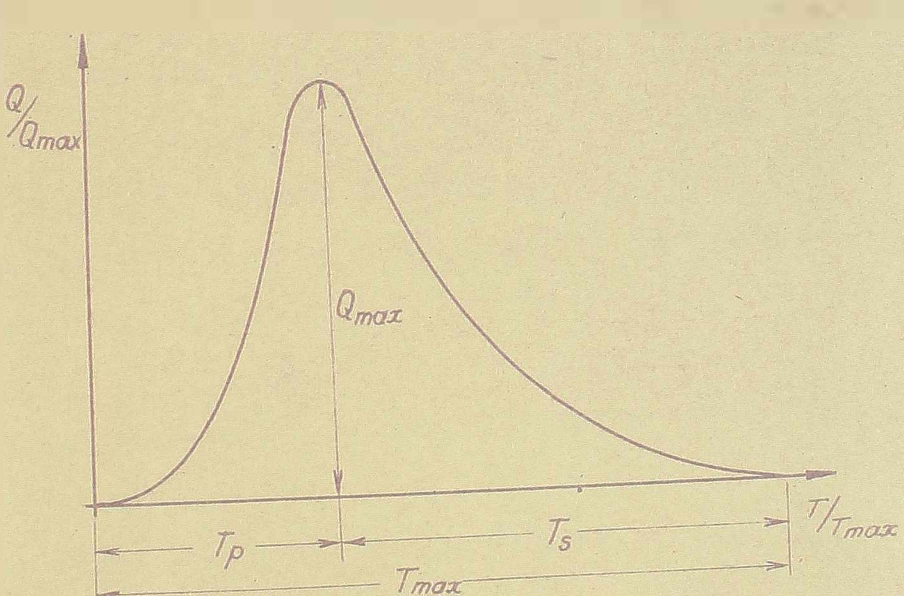
Kao što se vidi iz jednačine (7.3.1.21), specifičnost oblika silazne grane drinskih talasa uslovila je donekle specifičan oblik osnovne jednačine. Treba međutim naglasiti da se jednačina (7.3.1.21) može vrlo dobro zameniti jednačinom (7.3.1.23), pri čemu se za vrednosti $x < 0{,}60$ dobijaju vrednosti ordinata nešto manje od stvarnih, odnosno, za $x > 0{,}60$ nešto veće.

Podaci iz tablice (7.3.1.II) kao i jednačine (7.3.1.21) i (7.3.1.22) pokazuju da je silazna grana talasa najbolje aproksimirana parabolom koja u predelu [illegible] daje nešto niže vrednosti od stvarnih. S obzirom na to da se ova odstupanja odnose na jednu vrlo usku zonu u blizini maksimalne ordinate, kao i [illegible] je ostali deo hidrograma vrlo dobro aproksimiran, (što se ne može u potpunosti reći za slučaj aproksimacije parabolom po jednačini (7.3.1.10), sl. (7.3.I.18), možemo smatrati da rezultati dobijeni prema [illegible] jednačinama (7.3.1.21) i (7.3.1.22) u potpunosti zadovoljavaju.

Prema tome, u zaključku se može reći da je oblik penjuće grane najbolje aproksimiran jednačinom u kojoj je m = 2p, dok za silaznu granu važi odnos o < m < 2p, tako da u daljoj analizi odnos koeficijenata (m/p) treba tretirati kao parametar.

Da bi se olakšala primena jednačina (7.3.1.19 - 7.3.1.23), izradjene su tabele (7.3.A i B). (Ovim tabelama obuhvaćene su vrednosti koeficijenta oblika "p", konstatovane na analiziranim talasima - vidi tabelu (7.3.C).

Na osnovu izloženog, parametri pomoću kojih se može izraziti jednačina oblika jediničnog talasa (vidi sliku 7.3.1.24), jesu sledeći:



Sl.(7.3.1.24) Redukovani talas sa naznačenim osnovnim elementima

(p) - koeficijenat oblika penjuće, odnosno silazne grane

(p_p/p_s) - odnos koeficijenata oblika za penjuću i silaznu granu talasa

(t_p/t_s) - odnos trajanja penjuće i silazne grane talasa

(m/p_s)

Da bi se sa ovako definisanog jediničnog talasa prešlo na stvarni, potrebno je raspolagati sledećim podacima:

(Q_{max}) - maksimalni proticaj kome odgovara maksimalna ordinata hidrograma

(T_{max}) - ukupno trajanje talasa.

Množeći ordinate jediničnog hidrograma sa Q_{max} i apscise sa T_{max}, dobija se hidrogram prirodnog talasa.

7.3.2 <u>Analiza i izbor krivih zapremine</u>. - Na prvi pogled, s obzirom na izvanredno složene forme krivih zapremine koje se dobijaju za uslove koji vladaju u prirodnim tokovima, uopštavanje ovih krivih izgleda nemoguće, a da se pri tome ne učini gruba aproksimacija.

U cilju pojednostavljenja oblika krivih zapremine prirodnih korita činjeni su brojni pokušaji, (vidi tačku 5.3.1.2 disertacije), ali je po našem mišljenju sa teorijske tačke gledišta jedino ispravan postupak uvodjenje karakteristične deonice, čime se postiže jednoznačna zavisnost proticaja u nizvodnom profilu i zapremine. Na taj način forme krivih zapremine izvanredno uprošćene u [illegible] oblike na koje smo navikli u analizama deonica proizvoljnih dužina.

S obzirom na sve što je do sada izneto, usvajamo karakterističnu deonicu kao računsku.

Postavlja se pitanje na koji način odrediti samu krivu zapremine, nakon što je odredjena dužina karakteristične deonice.

U idealnom slučaju trebalo bi raspolagati nivoima pri raznim proticajima i tačnim snimanjima profila korita duž toka. Ukoliko ne raspolažemo sa ovim podacima (što je najčešće slučaj), proračun krivih zapremine treba izvršiti bilansiranjem ulaznih i izlaznih proticanja, kao što je to već objašnjeno. Medjutim, u primeni ovog poslednjeg postupka postoji jedna smetnja: može se desiti da se dužina karakteristične deonice ne podudara se dužinom rečne deonice izmedju dve vodomerne stanice. U tom slučaju moramo pribeći aproksimaciji, i proračun zapremine izvršiti sa nekim srednjim geometrijskim karakteristikama poprečnih profila toka.

Promena geometrijskih karakteristika prirodnog korita duž toka (širine i površine poprečnog profila, kao i zapremine korita) sa vodostajem, može se prikazati isključivo grafički, pri čemu se operiše sa srednjim vrednostima.

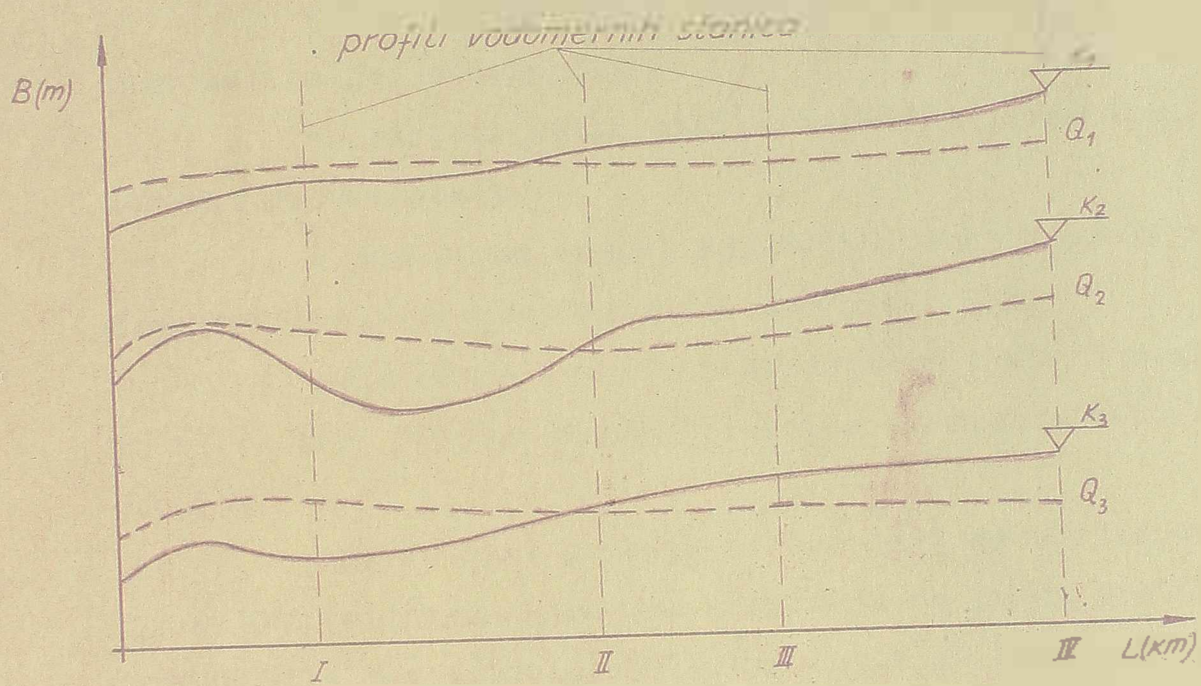
Pomenute veličine vezane su medju sobom sledećim zavisnostima:

$$F = \int_{z_0}^{z} B \cdot dz \qquad (7.3.2.1)$$

$$V = \bar{F} \cdot l \qquad (7.3.2.2)$$

što znači da je za definiciju svih ostalih, dovoljno poznavanje samo zavisnosti $B = B(z)$.

Da bi došli do ove funkcije moramo raspolagati podacima o krivama proticaja u izvesnim profilima na jednoj dužoj deonici, koja sadrži i našu karakterističnu. Isto tako potrebna je i situacija doline posmatrane reke. Koristeći podatke sa situacije mogu se konstruisati dijagrami na slici (7.3.2.3), koji predstavljaju razmak izmedju dve susedne izohipse sa istom kotom. Koristeći podatke o kotama nivoa u izvesnim profilima i prethodno konstruisane dijagrame, mogu se na istom crtežu konstruisati dijagrami promene širine vodnog ogledala sa vodostajem.



Sl. (7.3.2.3) Dijagrami promene širine korita

——— dijagram promene razmaka izmedju dve susedne izohipse sa istom kotom

- - - - dijagram promene širine vodnog ogledala duž toka pri jednom odredjenom proticaju

Koristeći ove dijagrame vrlo lako se dolazi do srednje veličine širine vodnog ogledala na posmatranoj deonici ($\bar{B}$), zatim do površine ($\bar{F}$), srednje dubine toka (H_{sr}) i konačno veličine zapremine korita pri jednom odredjenom vodostaju.

Ovako sračunate krive zapremine uporedjuju se sa krivama na osnovu kojih su sračunati nomogrami, i konačno se konstatuje ona računska kriva zapremine koja najviše odgovara prirodnoj. U slučaju potrebe može se izvršiti i interpolacija.

Pri izboru računskih krivih zapremine za proračun nomograma, pošli smo os sledećih pretpostavki:

- veza proticaja u nizvodnom profilu i zapremine korita je jednoznačna
- prirodni rečni profil se može aproksimirati širokim pravougaonim.
- pad nivoa vodnog ogledala u stacionarnom režimu približno je konstantan za sve proticaje.

Samo drugu i treću pretpostavku treba "braniti", pošto je prva evidentna iz definicije karakteristične deonice.

Ako se uzme u obzir da deo glavnog korita, od nivoa koji odgovara osnovnom proticaju do punog korita, predstavlja procentualno mali deo (bilo po površini, bilo po propusnoj moći) od ukupnog proticajnog profila, onda se prirodno korito globalno može zameniti širokim pravougaonim+/, sa nekom srednjom dubinom $H_{sr} = F/B$.

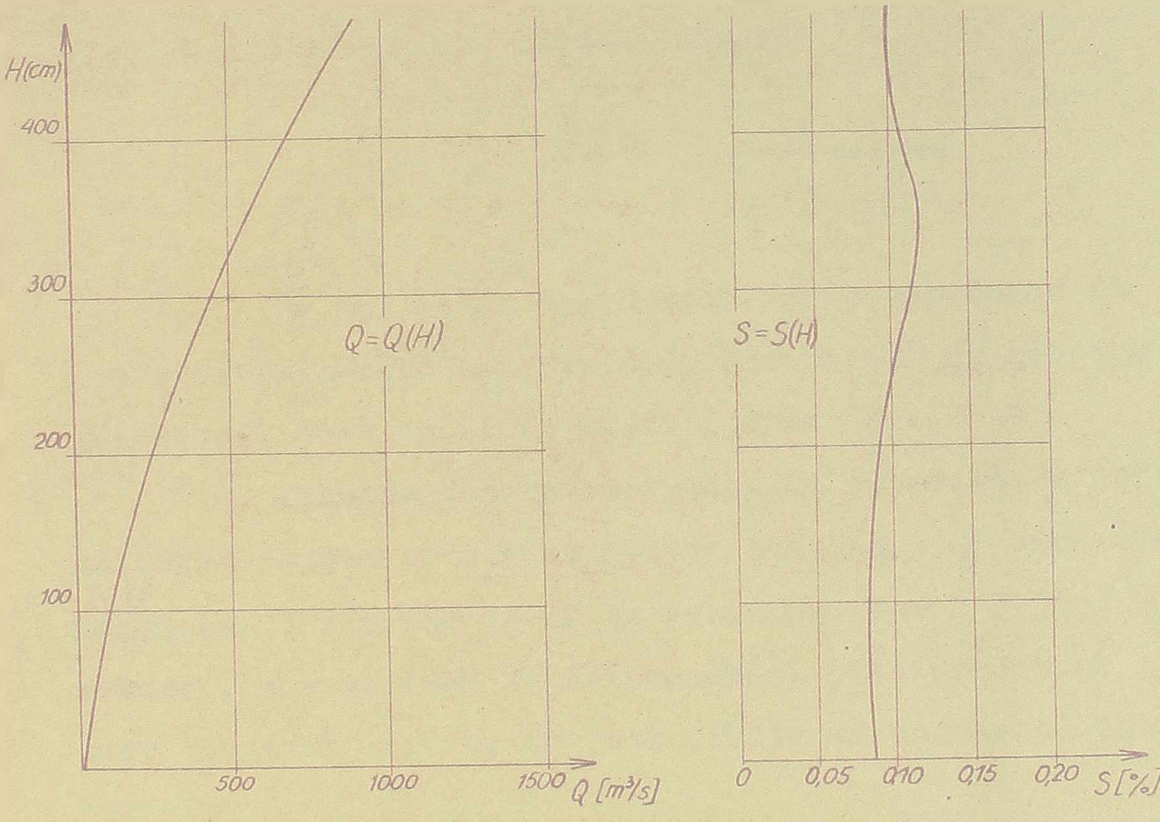
Što se tiče treće pretpostavke, poznato je da se pad nivoa vodnog ogledala na jednoj rečnoj deonici menja kako sa promenom proticaja u stacionarnom režimu, tako i usled nestacionarnih promena režima.

Uvodjenjem karakteristične deonice uticaj promene pada usled nestacionarnosti pojave se eliminiše

---

+/ Nomogrami bi se mogli konstruisati i za karakteristični oblik složenog rečnog profila sa inundacijom, samo bi u tom slučaju potreban broj parametara za definiciju krivih zapremine bio neuporedivo veći i nomogrami bi bili neuporedivo komplikovaniji za upotrebu

Zakon promene uzdužnog pada nivoa vodnog ogledala sa proticajem u stacionarnom režimu ne može se izraziti analitički; veličina pada zavisi od više parametara, a uticaj svakog od njih pojedinačno različit je u raznim slučajevima. Iz tog razloga smo pribegli analizi konkretnih podataka dobijenih merenjima u prirodi. Npr., snimanja padova pri raznim vodostajima - proticajima na V.Moravi (vidi sliku 7.3.2.4), pokazuju da praktično



Sl. (7.3.2.4) Promena pada nivoa vodnog ogledala sa promenom proticaja u u profilu Ljugavčina na reci V. Morava.

promene pada sa promenom proticaja nema, što se može smatrati karakterističnom pojavom za reke ravničarskog karaktera sa relativno malim padom. Ovom konstatacijom obrazložena je i treća pretpostavka od koje se pošlo pri konstrukciji računskih krivih zapremina.

Uzimajući u obzir pretpostavke od kojih smo pošli, jednačinu zapremine deonice karakteristične dužine (L) možemo definisati počavši od jednačine za proticaj kroz široko pravougaono korito, izražene pomoću Chezy-jevog koeficijenta:

$$Q = \frac{\sqrt{S_{tr}}}{n} \cdot \frac{1}{B^{2/3} L^{5/3}} \cdot V^{5/3} = a \cdot V^{5/3} \quad (5.3.2.5)$$

gde je radi skraćenja uvedena oznaka

$$a = \frac{\sqrt{S_{tr}}}{n} \cdot \frac{1}{B^{2/3} \cdot L^{5/3}}$$

Na taj način smo uspeli krive zapremine da predstavimo parabolama, za čiju definiciju je potrebno poznavanje samo veličine koeficijenta (a).

Može se staviti primedba da su ovako definisane krive zapremine suviše pojednostavljene i veštačke. Medjutim, činjenica je da je zavisnost $V = V(Q)$ tog karaktera, a s obzirom da će nomogrami biti sračunati za snep ovakvih krivih, to postoji široka mogućnost interpolacije.

Pošto su računski talasi, (tačka 7.3.1 disertacije), definitivno svedeni na jedinične redukovanjem ordinata i apscisa hidrograma maksimalnom vrednošću proticaja i trajanja, to je bilo neophodno da se i odgovarajuća kriva zapremine redukuje u istom smislu. Na taj način je definitivno dobijena jednačina redukovane krive zapremine:

$$Q/Q_m = \frac{(Q_m \cdot t_{max})^{5/3}}{Q_m} \cdot \frac{\sqrt{S_{tr}}}{n} \cdot \frac{1}{B^{2/3} \cdot L^{5/3}} \cdot \left(\frac{V}{Q_m \cdot t_{max}}\right)^{5/3} \quad (7.3.2.6)$$

odnosno

$$Q/Q_m = b \cdot V_r^{5/3} \qquad (7.3.2.7)$$

gde je

$$b = \frac{\sqrt{S_{tr}}}{n} \cdot q_m^{2/3} \cdot \left(\frac{t_{max}}{I}\right)^{5/3}$$

$$V_r = \frac{V}{Q_m \cdot t_{max}}$$ - redukovana zapremina korita

Što se tiče vrednosti koeficijenta (b), ona može da varira u veoma širokim granicama (vidi tabelu 7.3.2.I)+:

Tabela (7.3.2.I)

Naziv reke	Srednji pad nivoa o/oo	Srednja vrednost koef.rapavosti	Srednja širina polja (m)	Dužina karakteristične deonice (m)	Q_m 10^3 (m^3/s)	Ukupno trajanje talasa t (dan)	(b)
Dunav	0,073	0,035	1300	68.000	14	55	137
Sava	0,055	0,035	1.000	78.000	4	18	2
V.Morava	0,25	0,035	400	9.000	2	10	5.250
Drina	1,29	0,035	200	2.100	3,5	6	65.900

Na osnovu gornje tabele usvajamo za izradu nomograma sledeće vrednosti koeficijenta (b):

b = 1 - 1.000 - 50.000 - 100.000

+/ Podaci su r[illegible] za [illegible] deonice

7.4 Izrada nomograma i korišćenje

Nakon izbora metode za proračun nomograma i analize parametara koji su neophodni za proračun po usvojenoj metodi, treba definisati i parametre za koje ćemo izvršiti proračun nomograma.

Kao što je ranije pomenuto, redukovani jedinični talas može se definisati parametrima (p_p), odnosima parametara (p_p / p_s), (t_p/t_s) i (m/p_s - vidi str. 219). Veličina ovih parametara sračunata je i prikazana u već pomenutoj tabeli (7.3.1. C).

Teorijski, koeficijenti (p_p), odnosno (p_s), mogu da variraju u granicama od o-1, a njihov odnos u granicama od o-∞. Na osnovu analize veličine ovih parametara na talasima opaženim na nekim našim većim rekama, veličina koeficijenta oblika (p) varira u granicama od o,15-o,6o, a odnos ovih koeficijenata za penjuću i silaznu granu talasa u granicama od 1,o-2,5o.

Odnos trajanja krive koncentracije i krive iscrpljenja na hidrogramu (t_p/t_s), teorijski takodje može da varira u granicama od o - ∞, dok je za analizirane talase konstatovano da je $0{,}20 \leq t_p/t_s \leq 2{,}00$. (Odnos 1,7o konstatovan je samo za moravske talase, dok su najčešće vrednosti o,3o - o,5o).

Što se tiče odnosa (m/p), analiza je pokazala da za penjuću granu važi m/p = 2 za sve tipove talasa, kao i za silazeću granu za nizvodne delove izrazi-

---

x/ Ovo na prvi pogled nije očigledno, pošto je $p_p/p_s = W_p \cdot t_s / W_s \cdot t_p$, pri čemu je $W_p/W_s < 1$, a $t_s/t_p > 1$.

to ravničarskih tokova velike slivne površine, sa pritokama bogatim vodom i kontinualnim dotokom (reke Sava i Dunav npr.), kod kojih se kriva iscrpljenja odlikuje velikim trajanjem. Za reke manje slivne površine, kod kojih su talasi posledica padavina u jednoj užoj zoni sliva (V.Morava i Drina npr.), odnos m/p = o, što znači da je i trajanje nizvodne grane hidrograma poplavnog talasa kraće nego u prethodnom slučaju.

Konačno, na osnovu svih ovih razmatranja, za izradu nomograma su odobrane sledeće vrednosti parametara potrebnih [illegible] definiciju talasa:

$$p_p = 0{,}05 - 0{,}30 - 0{,}70 - 1{,}00$$

$$\frac{p_p}{p_s} = 1{,}00 - 1{,}50 - 2{,}50$$

$$\frac{t_p}{t_s} = 0{,}25 - 0{,}50 - 1{,}50$$

$$\frac{m}{p} = 2 \text{(za penjuću granu) i } 0 \text{ i } 2 \text{ (za silaznu granu)}$$

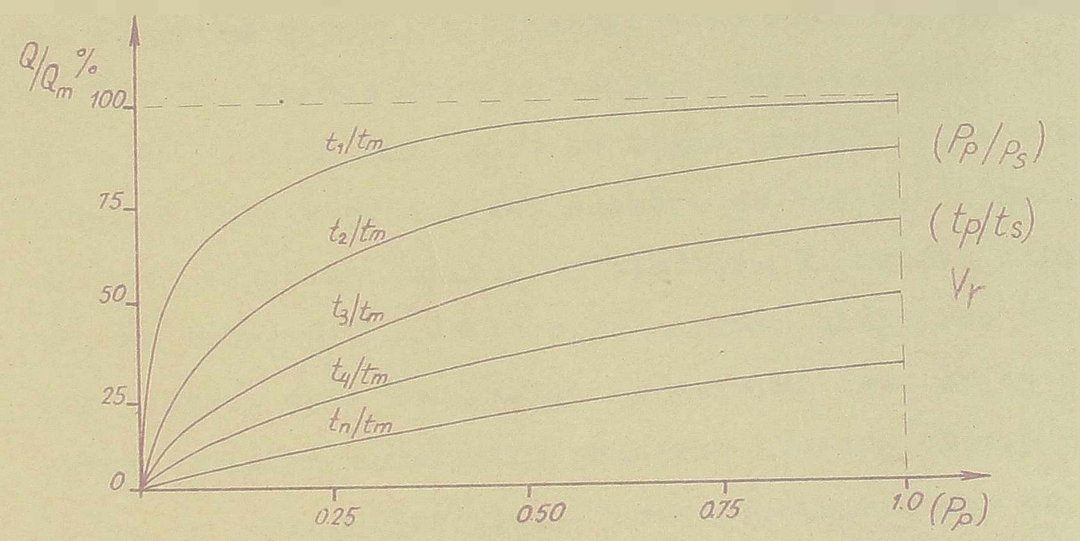
Drugi osnovni parametar neophodan za proračun nomograma jeste, kao što nam je poznato, kriva zapremine, za čiju definiciju je potrebno poznavanje veličine koeficijenta
$$b = \frac{\sqrt{S_0}}{n} \cdot q_m^{2/5} \cdot \left(\frac{t_{mn}}{[illegible]}\right)^{5/5}$$

Nomogrami će biti sračunati [illegible] vrednosti ovog koeficijenta:

$$b = 1 - [illegible] - 1000 - 5000 - 100.000$$

definisani talasi i krive zapremine, izvršen je proračun nomograma.

Rezultati proračuna* prikazani su u prilogu "Nomogrami za približan proračun propagacije talasa u prirodnim tokovima", a u vidu dijagrama prikazano na slici (7.4.1).



Sl. (7.4.1) Veličina ordinata transformisanih talasa u zavisnosti od tipa ulaznog talasa

Treba napomenuti da je relativno trajanje t/t_{max} koje na nomogramu na slici (7.4.1) figuriše kao parametar, izraženo u % od vremenske osnove ulaznog talasa. Ovo je učinjeno stoga što se silazna grana izlaznog talasa asimptotski približava apscisnoj osovini - nivou koji odgovara početnom proticaju, te stoga nije moguće tačno definisati trajanje izlaznog talasa. Ostatak silazne grane izlaznog talasa nema nikakvog praktičnog značaja, te se može opravdano zanemariti. U slučaju

---

*Tabelarni proračun nije zbog obimnosti priložen, već se nalazi u našoj dokumentaciji i ukoliko je potrebno može biti stavljen na uvid.

potrebe, završetak silazne grane talasa je lako ekstrapolovati].

Korišćenje nomograma je jednostavno, što je uostalom i jedan od osnovnih uslova.

Za konkretni ulazni talas odrede se veličine (p_p), (p_s), (p_p/p_s), (t_p), (t_s) i (t_p/t_s). Definiše se kriva zapremine odredjivanjem veličine koeficijenta (b). Na osnovu ovih podataka i poznate krive zapremine za deonicu kroz koju se talas propagira, izražene u relativnim vrednostima, odabere se varijanta nomograma koja odgovara konkretnom slučaju. Na osnovu nomograma, na istom prilogu na kome je nacrtan hidrogram ulaznog talasa, crta se izlazni talas, pri čemu se u trenutku veličina maksimalne ordinate ulaznog talasa usvaja da je jednaka jedinici. U odredjenim tačkama na vremenskoj osovini hidrograma nanesu se ordinate (Q/Q_{max}) očitane sa nomograma, izražene u(%) od maksimalne ordinate (Q_{max}) ulaznog talasa. Položaj maksimalne ordinate izlaznog talasa odredjen je tačkom na silaznoj grani ulaznog talasa u kojoj je proticaj jednak $(Q_{max})_i$. Na taj način definisan "jedinični" izlazni hidrogram ujedno predstavlja stvarni izlazni talas ako se ponovo vratimo na razmeru u kojoj je nacrtan ulazni hidrogram.

P O G O V O R

Želeo bih na kraju da izrazim zahvalnost svima onima koji su mi pružili bilo moralnu ili stručnu podršku da okončam svoj trogodisnji rad na izradi disertacije.

Zahvaljujem svome profesoru Relji Popoviću, koji me je od prvih dana stupanja na dužnost asistenta pri Gradjevinskom fakultetu upućivao na rad na usavršavanju i izradi teze, i koji je imao izvanredno mnogo razumevanja za obaveze koje su mi ovim radom nametnute.

Ogromnu zahvalnost dugujem pokojnom profesoru Dr inž. Gezi Bati na stručnoj pomoći i uvodjenju u materiju koja čini suštinu moje teze.

Profesoru Dr Milanu Popadiću dugujem zahvalnost za vrlo korisne savete iz oblasti matematskog tretmana teorije nestacionarnog kretanja.

I na kraju, što ne odgovara značaju pomoci koja mi je pružena, najtopliju zahvalnost izražavam kolektivu Hidrauličke laboratorije Instituta za vodoprivredu "Jaroslav Černi", koji mi je bez ikakvih ograničenja omogućio rad, kako na praktičnim i teorijskim proolemima analize nestacionarnih feonomena u prirodnim tokovima, tako i na izradi same teze.

Beograd, oktobra 1964. god.

Inž. Dragutin Muskatirović

Inž. Dragutin Muskatirovic

SPISAK NAJČEŠĆE KORIŠĆENIH OZNAKA

A – simbol za obeležavanje izvesnih parametara režima toka

$a^{\pm}$ – karakteristično spljoštenje talasa

B – širina vodnog ogledala

B′ – širina vodnog ogledala složenog prirodnog poprečnog profila

$C_{š}$ – Šezijev koeficijenat

$c^{\pm} = g \cdot \sqrt{F/B}$ – brzina propagacije malih talasa u prizmatičnom koritu

F – površina poprečnog preseka toka

g – ubrzanje zemljine teže

H – dubina toka

K – moduo proticaja po Bahmeteev-u

L – dužina karakteristične deonice; dužina deonice

$l = L/2$

$M = g/2 \cdot (S_o - S_{tr}) \cdot \Delta t$

m – eksponent u jednačini oblika talasa

$n = (m+1)\left(\frac{1}{p} - 1\right)$

– koeficijenat rapavosti po Manning-u

p – koeficijenat oblika talasa

p_p – koeficijenat oblika penjuće grane talasa

p_s – koeficijenat oblika silazeće grane talasa

Q – proticaj

Q_p – povišeni proticaj

Q_{lim} – limitirani, ograničeni proticaj

q_l – bočni doticaj

R – hidraulički radijus

S_o – pad dna ili nivoa vodnog ogledala u ravnomernom režimu

S_{tr} - gubitak pada na trenje

T - trajanje talasa

T_{max} - ukupno trajanje talasa

t - vreme

t_p - trajanje penjuće grane talasa

t_s - trajanje silazeće grane talasa

U - $\frac{\sqrt{g}}{2} \int \frac{dF}{BF}$ - za prizmatično korito

V - zapremina korita; retenzija

v - srednja profilska brzina

v_{kr} - kritična brzina

z - vodostaj

W = $c \pm \sqrt{\frac{gF}{B}}$ maksimalna brzina propagacija čela talasa

W_t - zapremina talasa

X - odnos uticaja ulaznog i izlaznog proticaja na formiranje zapremine

x - odstojanje mereno duž toka

y - dubina toka

α - koeficijenat proporcionalnosti

β - koeficijenat proporcionalnosti

γ - zapreminska težina vode

Δ - konačni priraštaj neke veličine

- determinanta sistema

δ - determinanta sistema

θ - koeficijenat ponderacije

λ - koeficijenat trenja

ξ - dubina u ma kojoj tački toka

ρ - gustina

τ - vreme propagacije

ϕ - karakteristična promenljiva

oznake u eksponentu:

(+; -) veličine koje se odnose na pozitivnu, odnosno negativnu karakteristiku

oznake u indeksu:

(i) - izlazni profil

(n) - nizvodna tačka na mreži karakteristika u ravni (x,t).

(sr)- srednja vrednost

(tr)- tražena tačka na mreži karakteristika u ravni (x,t)

0 (nula) - oznaka elemente početnog režima

L I T E R A T U R A

1. Alekseev G.A.: Približennыe metodы rasčeta transformacii po odka vodohranilищami. Trudы osu arstvenogo gidrologičeskogo instituta br.52. Gidrometeoizdat, Leningrad, 1956.

2. Andr anov: V.G.: Gidrologičeskie rascetы pri proektirovanii malыh i srednih gidroelektrostancii. Gidrometeoizdat, Leningrad, 1957.

3. Arhangelskiй V.A.: Rasčet neustanovivšegosя dviženiя v otkrыtыh vodotokah. Izd. Ak.Nauk. SSSR, 1947.

4. Bata G.: Opšte numeričko rešenje propagacije talasa u otvorenim tokovima, Doktorska disertacija Beograd, 1962.

5. Bata G. i Ašković N.: Povišenje poplavnih talasa na Savi posle zaštite poplavnih površina. Saopštenja instituta za vodoprivredu "Jaroslav Černi", br. 29, Beograd

6. Bata G.: Prolazak poplavnih talasa u prirodnim tokovima. Saopstenja Instituta za vodoprivredu "Jaroslav Černi", br. 2o-21, Beograd, 196o

7. Bata G. i Mustafirović J.: Korišćenje akumulacija u cilju smanjenja poplavnih velikih voda (u štampi)

8. Bratranek A.: Economic dimensions of a reservoir spillway with regard to the natural retention of the highest flood. Fourth Congr. on Large Dams, New Delhi, 1951.

9. Cinger B.H.: Transformaciя maksimalnыx raskodov vodohranilišćami. Trudы gosudarstvennogo gidrologičeskogo instituta, br. 52. Gidrometeoizdat, Leningrad, 1956.

1o. Craya: Calcul graphique des regimes variables dans les canaux. La Houille Blanche. Nº 1, Nov.1945.

11. Cunge J.A. Wegner M.: Integration numerique des equations d'ecoulement de barre de Saint-Venant par un schema implicite de differences finies. La Houille Blanche, Nº 1/1964.

12. Čertousov M.D.: Specialьnый kurs gidravliki. Gosenergoizdam. Moskva, 1947.

13. Egiazaran O.B.: Približennьй sposob nahoždenia rashoda vodы pri prohoždenii prяmoй volnы . Izd. Akad.nauk Armяnskoй SSR, Erevan, 1955.

14. E Pan-Ju: Rasčet neustanovivšegosя dviženiя v otkrutых vodotokah po metodu harakteristik. Izv. Akad.Nauk SSSR, br. 4, Moskva, 1956.

15. Faure J., Nahas N.: Etude numerique et experimentale d'intumescences a forte courbure du front. La Houille Blanche, Nº 5, oct. 1961.

16. Fedorov N.N. i ostali: Issledovaniя neust. dviženiя vodы na reke Sviri v zimnih i letnih usloviяh. Gidrometeoizdat. Leningrad, 1963.

17. Guyot [illegible], Nougaro J., Thirriot Cl.: Etude numerique des regimes transitoires dans les canaux.

18. Henry M.: Propagation des intumescences dans un canal rectangulaire. Rev.gen. d'hydraulique, Nº 19, 2o.

19. Holsters H.: Le calcul du mouvement non permanent dans les rivieres par la methode dite des "liques d'influence". La Houille Blanche, br. 4, VIII-IX 1953.

2o. [illegible]novič S.A.: Neustanovivšeesя dviže[illegible] v kanalah i rekah, Moskva, 1938

21. Kalinin G.P. i Milюkov P.I.:O rasčete neust. dviženiя v otkrыtых ruslah. Gidrometeoizdat, br. 1o. Leningrad, 1957.

22. Kalinin G.P. i Milюkov P.I.: Približennый rasčet neustanovivšegosя dviženiя vodnыh. mass. Gidrometeoizdat, br. 66. Leningrad 1958

23. Kalinin G.P. i Makarova T.T.: Issledovanie nekatorыx voprosov stoka vesennogo polovodя . Gidrome-teoizdat, br. 94, Leningrad, 1959

24. Klaebo[illegible] H.: Movement of flood-Waves. Asseblee generale de Bruxelles, [illegible] IV, 1951.

25. Levin L.: Eksperimentalna hidraulika, [illegible], 1951.

26. Linsley and Cohler: Applied Hydrology Mc Graw-Hill Book Comp. London, New York, 1949.

27. Masse P.: Hydrodynamique fluviale regimes variables. Edit. Hermann, Paris, 1935.

28. Muskatirović D.: Karakteristike [illegible] na nekim re[illegible] u Jugoslaviji. [illegible], br. 6, Zagreb, 6-1963.

29. [illegible] naibolee rasprostranennыe v SŠA [illegible]ы [illegible] ob [illegible] voln. [illegible], br. 94. Leningrad, 195[illegible].

30. Nougaro [illegible]: Méthode graphique pour le calcul de la propagation des intumescences. Le Génie Civil, nr.12, 1955.

31. Petrovй [illegible] s častnыmi [illegible]ы [illegible] t.lit, [illegible], 195[illegible].

32. [illegible] Neustanovivšeesя dviženie vodы v [illegible]ыh ruslah. Gosэnergoizdat, 1960.

33. [illegible] Numerical analysis of continuous [illegible]. Transaction, Vol. [illegible], [illegible] - 1956.

34. Preissmann A., Cunge J.: Calcul des intumescences sur machines électroniques. Ninth Convention AIRH, Dubrovnik, 1961

35. [illegible] La Houille Blanche, V-1946.

36. Rockwood D.M.: Columbia basin streamflow routing by computer. Journal of the Waterways and Harbors Division, Vol. 84, № [illegible]. XII 1958, part [illegible].

37. Rouse H.: Engineering Hydraulics. J. Wiley and Sons, New-York, 195[illegible].

38. [illegible], Graves Q.B., Snyder F.F.: Flood routing. Proc. of the American Society of Civil Eng.- R.S, Vol. 64, № 2, II-1938

39. Sinha G.: Mathematical computation of tidal propagation in estuarine rivers. Journal of the Central Board of Irrigation and Power, vol.15, № 1, I - 1958.

40. Schönfeld J.C.: Propagation of tides and similar waves. Delft 1950. Holland.

41. Stoker J.J.: Water waves. Interscience, New York, 1957.

42. Vedernikov V.V.: Osobennosti dviženiя židkosti v otkrыtom rusle. Dokladы Akad. nauk SSSR, tom. 52, № 3. Izd. Akad. nauk SSSR-Moskva, 1946.

43. Vedernikov V.V., Mastickiй N.V., Potapov M.V.: Neustanovivšeesя dviženie vodnogo potoka v otkrыtom rusle. Izd. Akad. nauk SSSR, Moskva 1947.

[illegible] V: K r[illegible]četu neust. uviženija
[illegible] v [illegible]tkrom rusle.
Do[illegible] Akad. Nauk S[illegible], 194[illegible],
tom. L II, N° [illegible].

[illegible] I.A: O točnosti [illegible] tr[illegible]
maks[illegible] r[illegible]shodov reguliruющeu
[illegible]
Izd. A[illegible] Nauk Ukrainsko S[illegible]. Kiev.
[illegible].

[illegible] dviženia
vodы po metodu [illegible]
M[illegible]l kova P.I. dlя nižnego beefa
[illegible] S [illegible] sutočno[illegible]
[illegible]. Trudы c[illegible]ntralьnogo institute
[illegible] Gidrometeoizdat [illegible].
Moskva 1960.