

ZBORNİK RADOVA

SA 13. SAVETOVANJA JUGOSLOVENSKOG
DRUŠTVA ZA HIDRAULIČKA ISTRAŽIVANJA



SOKOBANJA
09. - 11. OKTOBAR 2002.

JDHI



IAHR

CIP - Каталогизација у публикацији
Народна библиотека Србије, Београд

621.311.2(497.11)(082)
626/628(497.11)(082)

ЈУГОСЛОВЕНСКО друштво за хидрауличка
истраживања. Саветовање (13 ; 2002 ;
Сокобања)

Zbornik radova sa 13. savetovanja
Jugoslovenskog društva za hidraulička
Istraživanja, Sokobanja 09-11. oktobra 2002.
/ [organizatori] Jugoslovensko društvo za
hidraulička istraživanja [i]
[Građevinsko-arhitektonski fakultet, Niš]. -
Niš: Građevinsko-arhitektonski fakultet,
2002 (Knjaževac : Timok). – 1 knj. (razl.
pag.) : grafički prikazi, tabele ; 24 cm

Tiraž 200. – Napomene uz tekst. –
Abstracts. – Bibliografija uz sve radove.

ISBN 86-80295-60-4

a) Водне снаге - Коришћење - Србија -
Зборници b) Хидраулика Србија -Зборници

COBISS-ID 101402892

JUGOSLOVENSKO DRUŠTVO ZA
HIDRAULIČKA ISTRAŽIVANJA

ZBORNİK RADOVA

SA 13. SAVETOVANJA JUGOSLOVENSKOG
DRUŠTVA ZA HIDRAULIČKA ISTRAŽIVANJA

SOKOBANJA

09 - 11. OKTOBAR 2002.

Organizatori:

Jugoslovensko društvo za hidraulička istraživanja
Gradjevinsko-arhitektonski fakultet, Niš

Organizacioni odbor:

Mr Jelisaveta Muškatirović (*Institut "Jaroslav Černi"*)
Prof. dr Dragan Arandjelović (*Gradjevinsko-arhitektonski fakultet Niš*)
Prof. dr Marko Ivetić (*Gradjevinski fakultet Beograd*)
Prof. dr Aleksandar Gajić (*Mašinski fakultet Beograd*)
Prof. dr Srdjan Kolaković (*Gradjevinski fakultet Subotica*)
Dr Radomir Kapor (*Gradjevinski fakultet Beograd*)
Dr Dušan Prodanović (*Gradjevinski fakultet Beograd*)

Lokalni organizacioni odbor:

Prof. dr Dragan Arandjelović (*Gradjevinsko-arhitektonski fakultet Niš*)
Prof. dr Olivera Potić (*Gradjevinsko-arhitektonski fakultet Niš*)
Mr Dragan Milićević (*Gradjevinsko-arhitektonski fakultet Niš*)
Dr Radomir Kapor (*Gradjevinski fakultet Beograd*)
Veljko Nikolić, dipl. gradj. inž. (*Gradjevinsko-arhitektonski fakultet Niš*)

Glavni i odgovorni urednik:

Prof. dr Dragan Arandjelović (*Gradjevinsko-arhitektonski fakultet Niš*)

Tehnički urednik:

Prof. dr Olivera Potić (*Gradjevinsko-arhitektonski fakultet Niš*)

Tehnička obrada:

Mr Dragan Milićević (*Gradjevinsko-arhitektonski fakultet Niš*)
Veljko Nikolić, dipl. gradj. inž. (*Gradjevinsko-arhitektonski fakultet Niš*)

Izdavač::

Građevinsko - arhitektonski fakultet Niš

Štampa:

Timok-Knjaževac

Tiraž:

200 primeraka

ISBN 86-80295-60-4

SADRŽAJ

I RACIONALNO UPRAVLJANJE VODNIM RESURSIMA

1. ISTRAŽIVANJA ZA POTREBE SPROVOĐENJA POLITIKE INTEGRALNOG UPRAVLJANJA VODNIM RESURSIMA
Jelisaveta Muškatirović I-1
2. BILANS VODE PALIČKOG JEZERA
Ognjen Gabrić, Srđan Kolaković..... I-11
3. ANALIZA NIVOVA PODZEMNIH VODA NA SLIVU PALIČKOG JEZERA
Branka Nikolić, Srđan Kolaković I-23
4. MOGUĆNOSTI SNABDEVANJA VODOM NIŠA IZ AKUMULACIJE ZAVOJ
Dejan Dimkić, Dušan Pavlović..... I-33
5. VODNI BILANS AKUMULACIONOG JEZERA ZOBNATICA
Dejan Olah, Srđan Kolaković I-49
6. HIDROLOŠKA SIGURNOST BRANE I MERODAVNI PROTOCI I-57
Živodar Erčić
7. VIŠENAMENSKO KORIŠĆENJE VODE IZ AKUMULACIJE BARJE
Olivera Potić, Slaviša Trajković I-65
8. ANALIZA BILANSA VODA AKUMULACIJE MORAVICA
Agi Tukač, Srđan Kolaković I-75

II SAVREMENE TEHNIKE MODELIRANJA I MERENJA U HIDRAULICI

9. UTICAJ RAZMERE HIDRAULIČKOG MODELA NA PROPUSNU MOĆ ŠAHTNOG PRELIVA
Radomir Kapor, Vladimir Pop Trajković, Novica Petrović II-1
10. HIDRODINAMIČKE SILE NA DUBINSKIM ZATVARAČIMA
Jelena Marković, Helmut Drobir II-9
11. MODELSKO ISPITIVANJE PRAGA OŠTROIVIČNOG ČELA
Zlatko Arvajl, Lajoš Hovanj II-13

12. ODREĐIVANJE KOEFICIJENTA PROTOKA NA FIZIČKOM MODELU BRODSKE PREVODNICE <i>Ivana Dmitrović, Miodrag Jovanović</i>	II-17
13. MODELSKO ISPITIVANJE PRAGA SA RAMPAMA <i>Beti Pelhe, Lajoš Hovanj</i>	II-25
14. MODELSKO ISPITIVANJE NAGNUTOG OŠTROIVIČNOG PRELIVA <i>Ljubomir Budinski, Lajoš Hovanj</i>	II-33
15. O MOGUĆNOSTI POSTIZANJA SLIČNOSTI IZMEĐU OBJEKTA I NJEGOVOG MODELA, NAPRAVLJENOG PRIMENOM FRUDOVE SLIČNOSTI <i>Georgije Hajdin</i>	II-39
16. UTICAJ ŠIRINE I POLOŽAJA BREŠE NA KONZERVATIVNOST RAČUNSKE SCHEME MacCORMACK <i>Dejana Đorđević</i>	II-47
17. OSCILOVANJE NIVOVA VODENIH MASA U AKUMULACIONIM BASENIMA <i>Novica Stefanović, Radomir Kapor</i>	II-55
18. ODREĐIVANJE OPTIMALNIH MERNIH MESTA ZA POTREBE KALIBRACIJE HIDRAULIČKOG MODELA VODOVODNIH MREŽA <i>Zoran Kapelan, Dragan Savić i Godfrey Walters</i>	II-65
19. PRIMENA MATEMATIČKOG MODELIRANJA I VIŠEKRITERIJUMSKE OPTIMIZACIJE U PROJEKTOVANJU I REHABILITACIJI VODOVODNIH MREŽA <i>Dragan Savić</i>	II-75
20. SOFTVER ZA DIMENZIONISANJE I OBLIKOVANJE HIDROTEHNIČKIH GRAĐEVINA <i>Ljubodrag Savić, Bojan Milovanović, Vladan Kuzmanović, Dejan Komatina</i>	II-83
21. PRIMENA LANGRANGE-OVOG PRINCIPA VIRTUALNOG RADA ZA ODREĐIVANJE RADIJUSA VRTLOŽNOG JEZGRA VIHORNOG STRUJANJA <i>Benišek M, Čantrak S, Nedeljković M, Dušanić A.</i>	II-91
22. PRIMENA DVOSTUKO OSREDNJENIH NAVIER-STOKES-ovih JEDNAČINA NA TEČENJE U BLIZINI HRAPAVOG DNA <i>Dubravka Pokrajac, Lorna Campbell, Ian McEwan</i>	II-99
23. O NUMERIČKOJ SIMULACIJI HIDRAULIČKOG SKOKA <i>Slobodan Đorđević</i>	II-107
24. OTPORI KRETANJU BRODA U PLOVNOM PUTU OGRANIČENE ŠIRINE I DUBINE <i>Miodrag Jovanović</i>	II-115

UTICAJ ŠIRINE I POLOŽAJA BREŠE NA KONZERVATIVNOST RAČUNSKE SCHEME MacCORMACK

mr Dejana Đorđević, dipl. građ. inž.
Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu
E-mail: Dejana@grf.bg.ac.yu

Rezime: U ovom radu analizira se uticaj širine i položaja breše na svojstvo konzervativnosti računске sheme Makormak (MacCormack). Svojstvo konzervativnosti ispituje se praćenjem relativne greške zapremine nastale numeričkom simulacijom isticanja vode iz rezervoara kroz otvor formiran trenutnim delimičnim rušenjem brane. Razmatraju se dva položaja breše – breša koja se formira uz jednu od obala i simetrična breša formirana na sredini širine kanala. Razmatrane breše zauzimaju 10% i 50% ukupne širine korita. Takođe se analizira i slučaj potpunog trenutnog rušenja brane.

Abstract: In the present paper influence of a width and a position of a breach on the conservative property of the MacCormack scheme is analysed. Investigation into the conservative property of the scheme is conducted through the examination of the volume-balance relative error arising from the numerical simulation of the shock-wave propagation induced by instantaneous, partial dam-breach. Two characteristic positions of the breach are analysed. One near the bank, and the other, in the middle of the channel width and symmetrical to its axis. Breaches spreading over 10% and 50% of the total channel width are analysed. In addition to instantaneous partial dam-breach, total instantaneous breach is analysed, too.

1. UVOD

Jedan od veoma važnih problema prilikom numeričkog modeliranja tokova izazvanih rušenjem brana jeste očuvanje mase fluida unutar razmatrane kontrolne zapremine. Zahtev za očuvanjem mase fluida u razmatranoj kontrolnoj zapremini matematički se izražava ispisivanjem jednačine održanja mase (jednačine kontinuiteta). U slučaju kada se za matematičko modeliranje koriste diferencijalne jednačine, tada je, da bi pomenuti zahtev bio ispunjen, neophodno da diferencijalna jednačina bude zadovoljena u svim tačkama kontrolne zapremine. Sa gledišta numeričkog rešavanja parcijalnih diferencijalnih jednačina primenom metode konačnih razlika to znači da primenjena računska shema treba da poseduje svojstvo konzervativnosti. Svojstvo konzervativnosti, po definiciji, predstavlja osobinu računске sheme da u proizvoljnoj

kontrolnoj zapremini (koja može da obuhvati čitavu razmatranu oblast ili bilo koji njen deo), pri bilo kojoj gustini računске mreže ne naruši zakon održanja razmatrane veličine. Na ovom mestu treba naglasiti da se prilikom izbora računске sheme za modeliranje talasa izazvanih rušenjem brana svojstvo konzervativnosti razmatrane sheme ne sme posmatrati nezavisno i izdvojeno iz konteksta njene stabilnosti, zato što izrazito nestabilne sheme, sa izraženim numeričkim oscilacijama dubina i protoka mogu, na nivou cele kontrolne zapremine, da ispolje osobinu konzervativnosti i da pogrešno budu ocenjene kao dobre i pouzdane za simulaciju ovih tokova. Da bi računska shema mogla da ispolji svojstvo konzervativnosti, neophodno je da jednačine matematičkog i numeričkog modela budu napisane u konzervativnom obliku [3, 4 i 5].

U praktičnim proračunima svojstvo konzervativnosti primenjene računске sheme proverava se praćenjem zapremine (mase) fluida u razmatranoj oblasti strujanja. Isticanje vode iz rezervoara izazvano naglim podizanjem ustave ili trenutnim rušenjem dela brane predstavlja tipičan primer za ovu vrstu analize. Naime, zapremina vode u čitavoj računskoj oblasti (koja obuhvata rezervoar uzvodno od pregrade i deo kanala nizvodno od pregrade) mora da bude jednaka početnoj zapremini vode u razmatranoj oblasti strujanja. Međutim, ovaj uslov pri numeričkom modeliranju nije moguće zadovoljiti prvo, zbog neizbežne greške zaokruživanja i drugo, zbog toga što u realnim uslovima u jednačinama održanja količine kretanja figurišu sile gravitacije i trenja čime je narušen pun konzervativni oblik ovih jednačina [4 i 5]. Ako se posmatra idealizovan slučaj – kanal sa horizontalnim dnom u kojem je zanemareno trenje, tada na svojstvo konzervativnosti mogu da utiču: vrednost početnog odnosa dubina uzvodno i nizvodno od brane, širina otvora i njegov položaj u odnosu na obale kanala.

U ovom radu analizira se svojstvo konzervativnosti računске sheme MacCormack. Zbog činjenice da pripada grupi metoda koja daju slaba rešenja i jednostavnosti računskog postupka, ova shema postala je veoma popularna u modeliranju talasa izazvanih rušenjem brana. S obzirom na to da je cilj ovog rada utvrđivanje uticaja širine i položaja breše na svojstvo konzervativnosti ove računске sheme, korišćen je model ravanskog, u horizontalnoj ravni dvodimenzionog toka. Razmatrani su slučajevi formiranja otvora uz jednu od obala i simetrično u odnosu na osovinu kanala. Takođe je razmatran i slučaj potpunog trenutnog rušenja brane.

2. JEDNAČINE MATEMATIČKOG I NUMERIČKOG MODELA

Ravansko neustaljeno tečenje opisuje se St.Venantovim jednačinama napisanim za plitke oblasti strujanja. U sažetom, matričnom obliku, ove jednačine mogu se napisati na sledeći način:

$$\mathbf{U}_t + \mathbf{E}_x + \mathbf{F}_y + \mathbf{S} = 0 \quad (1)$$

gde su:

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} h \\ uh \\ vh \end{bmatrix} \quad \mathbf{E} = \begin{bmatrix} uh \\ u^2h + \frac{1}{2}gh \\ uvh \end{bmatrix} \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} vh \\ uvh \\ v^2h + \frac{1}{2}gh \end{bmatrix} \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 \\ -gh(S_{0x} - S_{fx}) \\ -gh(S_{0y} - S_{fy}) \end{bmatrix} \quad (2)$$

Indeksima t , x i y označeni su, redom, parcijalni izvod po vremenu i parcijalni izvodi po prostoru u x i y pravcu. Dubina h i jedinični protoci u x i y pravcu: uh i vh su zavisno promenljive, g je gravitaciono ubrzanje, S_{ox} i S_{oy} su nagibi dna u x i y pravcu, a S_{fx} i S_{fy} nagibi linije energije u dva koordinatna pravca.

Sistem jednačina prikazan izrazima (1) i (2) predstavlja sistem nelinearnih, nelinearnih parcijalnih diferencijalnih jednačina. Jednačine ovog sistema dobijene su primenom zakona održanja mase i količine kretanja na elementarnu zapreminu fluida i napisane su u tzv. konzervativnom obliku. Zanemarenjem slobodnih članova S , to jest zanemarenjem sila trenja i gravitacije, dobija se sistem homogenih nelinearnih PDJ za koje se kaže da su napisane u punom konzervativnom obliku [4 i 5].

Za korektnu formulaciju problema pored ispisivanja jednačina matematičkog modela potrebno je definisati početne i granične uslove. Početnim uslovima definiše se prostorni raspored zavisno promenljivih (h , u , v) u razmatranoj kontrolnoj zapremini neposredno pre početka proračuna – u trenutku $t = 0$. Graničnim uslovima definiše se promena određenih zavisno promenljivih na granicama kontrolne zapremine tokom vremena. Broj i raspored graničnih uslova na površinama kroz koje voda ulazi u razmatranu oblast strujanja i izlazi iz nje dat je u tabeli 1.

Tabela 1: Potreban broj i raspored graničnih uslova

režim tečenja	tip graničnog profila	
	ulazni	izlazni
miran	2	1
buran	3	0

Za rešavanje sistema jednačina (1) i (2) primenjen je numerički model zasnovan na računskoj shemi MacCormack. Primenom ove sheme osnovne jednačine se na svakom vremenskom nivou rešavaju u dve etape. U prvoj etapi – etapi "prediktor", predviđaju se vrednosti zavisno promenljivih na novom vremenskom nivou na osnovu poznatih vrednosti sa prethodnog vremenskog nivoa. U drugoj etapi – etapi "korektor" koriguju se vrednosti iz prethodne etape. Nova vrednost se dobija osrednjavanjem vrednosti sa prethodnog vremenskog nivoa i korigovane vrednosti.

Jednačine numeričkog modela linijskog toka baziranog na shemi MacCormack glase:

– etapa "prediktor" (početna vrednost)

$$U_{i,j}^p = U_{i,j}^k - \frac{\Delta t}{\Delta x} \nabla_x E_{i,j}^k - \frac{\Delta t}{\Delta y} \nabla_y F_{i,j}^k - \Delta t S_{i,j}^k \quad 2 \leq i \leq N, 2 \leq j \leq M \quad (3)$$

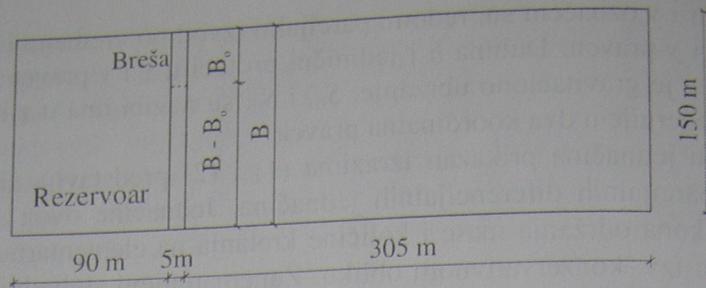
– etapa "korektor" (korigovana vrednost)

$$U_{i,j}^c = U_{i,j}^p - \frac{\Delta t}{\Delta x} \Delta_x E_{i,j}^p - \frac{\Delta t}{\Delta y} \Delta_y F_{i,j}^p - \Delta t S_{i,j}^p \quad 1 \leq i \leq N-1, 1 \leq j \leq M-1 \quad (4)$$

– nova vrednost

$$U_{i,j}^{k+1} = 0.5 (U_{i,j}^k + U_{i,j}^c) \quad (5)$$

Indeksi i i j predstavljaju celobrojne koordinate računskog polja u koordinatnom sistemu xOy .



Slika 1. Oblik i dimenzije računskog domena

U jednačinama numeričkog modela linijskog i ravanskog toka U^k je vektor zavisno promenljivih sa prethodnog vremenskog nivoa, U^p i U^c su odgovarajući vektori početnog i korigovanog rešenja sračunati u etapi prediktora odnosno, korektora, a U^{k+1} vektor rešenja na sledećem vremenskom nivou – nivou $(k+1)$.

Operatori prostorne diskretizacije iz jednačina (3) i (4) su jednostrani, što znači da predstavljaju ili razliku unazad ∇ ili razliku unapred Δ . Detalji vezani za računsku shemu MacCormack mogu se naći u [4 i 5].

3. ISPITIVANJE SVOJSTVA KONZERVATIVNOSTI RAČUNSKE SCHEME MacCORMACK

Svojstvo konzervativnosti računске sheme MacCormack analizirano je na hipotetičkom primeru trenutnog delimičnog rušenja brane dužine 150 m. Razmatrani su slučajevi formiranja otvora uz levu obalu i na sredini, simetrično u odnosu na osovину kanala. Oblik i dimenzije razmatrane oblasti strujanja prikazani su na slici 1. U svim analiziranim slučajevima dubina vode u rezervoaru iznosila je $h_u=3$ m. Dubina vode nizvodno od brane – h_n varirana je u opsegu od 0.001 m do 2.0 m, pri čemu je odnos dubina h_u/h_n bio {1.5; 2; 3; 6; 10; 15; 20; 30; 60; 100; 150; 200; 300; 600; 1000; 1500; 3000}. Rešavani su sistemi homogenih jednačina – jednačina (1) i (2) u kojima su zanemarene sile trenja i gravitacije (horizontalno dno).

Razmatrana oblast “prekrivena” je kvadratnom mrežom sa 2400 polja. Korišćen je prostorni korak $\Delta x=\Delta y=5$ m. Vremenski korak je tokom proračuna bio promenljiv, a računat je iz uslova stabilnosti:

$$\Delta t \leq \frac{1}{\frac{|u|}{\Delta x} + \frac{|v|}{\Delta y} + c \sqrt{\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2}}} \quad (6)$$

U početnom trenutku obe komponente brzine su u svim poljima, izuzev u profilu otvora, jednake nuli. U profilu otvora komponenta brzine upravna na ravan pregrade zadata je na osnovu teorijskog rešenja linijskog problema: $u = 8/27 \sqrt{g h_u(0)}$, dok je druga komponenta $v=0$. Početna dubina u profilu otvora takođe je zadata na osnovu teorijskog rešenja: $(4/9)h_u(0)$.

Slike 2 do 4 prikazuju zakon promene relativne greške zapremine $(\Delta V/V = (V_0 - V_i)/V_0)$ u funkciji broja računskih koraka (vremena proteklog od

trenutka rušenja dela brane) za različite početne odnose dubina uzvodno i nizvodno od brane (h_u/h_n). Zavisnosti $\Delta V/V = f$ (NDT) nacrtane su samo do trenutka u kojem talas stiže do nizvodnog profila. Kada čelo talasa zahvati poslednji niz polja nizvodna granica počinje da utiče na rezultate proračuna, a samim tim i na relativnu grešku zapremine, pa dobijeni rezultati nisu više merodavni za analizu svojstva konzervativnosti računске sheme.

3.1 Uticaj širine breše

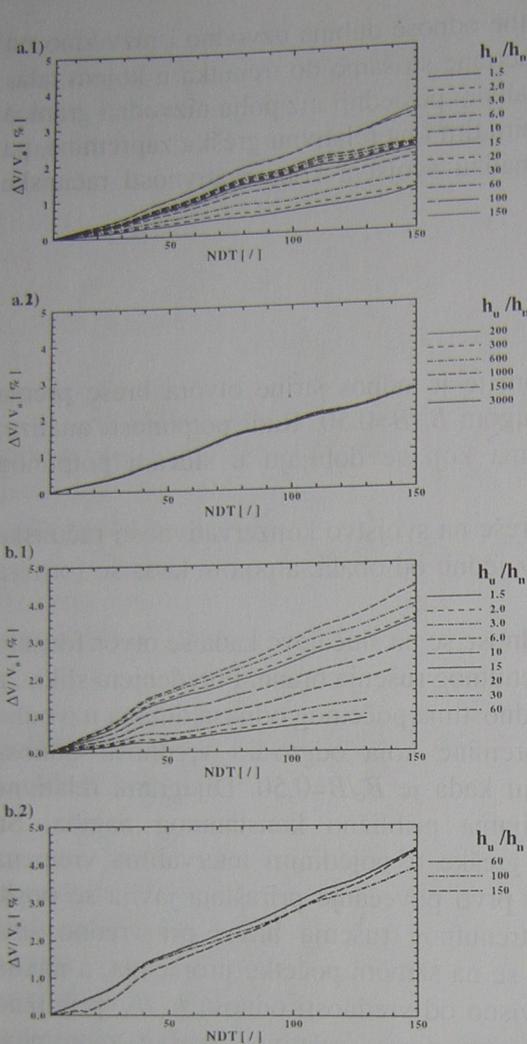
Razmatrana su dva slučaja. U jednom je odnos širine otvora breše prema ukupnoj dužini brane bio $B_o/B=0.10$, a u drugom $B_o/B=0.50$. Radi potpunosti analize, dobijeni rezultati upoređeni su sa rezultatima koji se dobijaju u slučaju potpunog trenutnog rušenja brane.

Najpre će se razmotriti uticaj širine breše na svojstvo konzervativnosti računске sheme MacCromack kada se otvor formira uz jednu od obala, a potom kada se formira simetrično u odnosu na osovinu kanala.

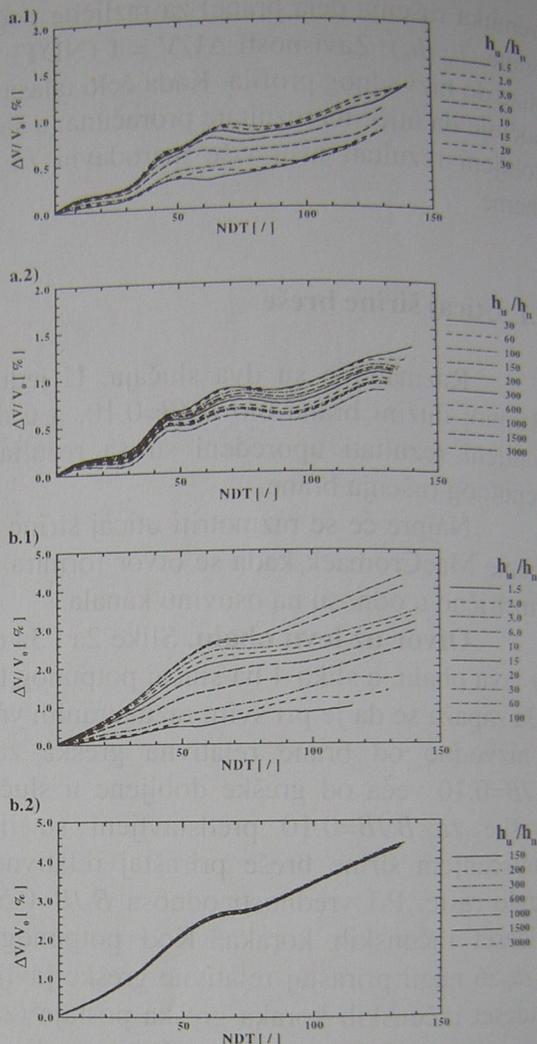
Otvor uz levu obalu. Slike 2a i 3a odnose se na slučajeve kada se otvor formira uz levu obalu, a slika 4 na slučaj potpunog trenutnog rušenja brane. Poređenjem slika 2a i 3a zapaža se da je pri svim razmatranim vrednostima početnog odnosa dubina uzvodno i nizvodno od brane relativna greška zapremine koja odgovara vrednosti odnosa $B_o/B=0.10$ veća od greške dobijene u slučaju kada je $B_o/B=0.50$. Dijagrami relativne greške za $B_o/B=0.10$ predstavljeni su linijama približno konstantnog nagiba. Sa povećanjem širine breše priraštaj relativne greške u pojedinim intervalima vremena naglo raste. Pri vrednosti odnosa $B_o/B=0.50$ prvo povećanje priraštaja javlja se posle trideset računskih koraka. Kod potpunog trenutnog rušenja brane pri vrednostima $h_u/h_n \geq 6$ nagli priraštaj relativne greške javlja se na samom početku proračuna, a nakon trideset računskih koraka greška postaje (zavisno od vrednosti odnosa h_u/h_n) približno konstantna, ili blago raste. Ovaj nagli početni porast relativne greške zapremine objašnjava se činjenicom da se talas sa strmim čelom formira odmah po celoj širini korita. Za razliku od potpunog rušenja brane, pri delimičnom rušenju dužina konture strmog čela je na početku proračuna manja, pa je i priraštaj relativne greške manji (dijagrami relativne greške pri delimičnom rušenju brane nalaze se ispod odgovarajućih dijagrama za slučaj potpunog rušenja).

Poređenjem slika 2a, 3a i 4, uočava se da je pri vrednosti odnosa $B_o/B=0.10$ maksimalna vrednost relativne greške zapremine veća nego pri odnosima $B_o/B=0.50$ i $B_o/B=1.0$. Ovo se može objasniti činjenicom da je pri manjim vrednostima odnosa B_o/B isticanje iz rezervoara sporije, to jest potreban je veći broj računskih koraka da bi talas stigao do nizvodne granice, pa je i greška koja se akumulira tokom proračuna u tom slučaju veća. Međutim, pri vrednostima početnog odnosa dubina $h_u/h_n \geq 60$, maksimalna vrednost relativne greške u slučaju potpunog trenutnog rušenja brane veća je od greške koja odgovara odnosu $B_o/B=0.50$. Ovo je posledica pomenutog naglog početnog priraštaja relativne greške pri potpunom rušenju brane i akumulisanja greške tokom proračuna.

Otvor simetričan u odnosu na osovину kanala. Dijagrami relativne greške zapremine za slučajeve formiranja simetričnog otvora na sredini kanala prikazani su na slikama 2b i 3b. Pri vrednosti odnosa $B_o/B=0.10$ proračun nije moguć za $h_u/h_n \geq 200$ ukoliko se ne usvoji vrednost Courantovog broja manja od jedan. Ovde su prikazani samo rezultati za $Cr=1$, to jest do vrednosti odnosa $h_u/h_n=150$.



Slika 2. Promena relativne greške zapremine pri $B_0/B = 0.10$ kada se breša formira: a) uz levu obalu i b) simetrično u odnosu na osovinu kanala

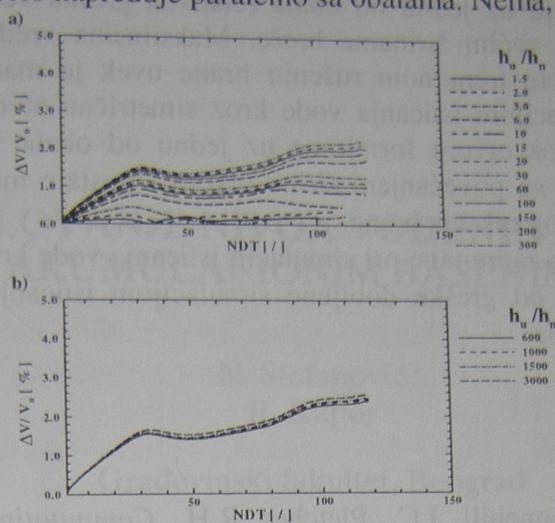


Slika 3. Promena relativne greške zapremine pri $B_0/B = 0.50$ kada se breša formira: a) uz levu obalu i b) simetrično u odnosu na osovinu kanala

Zbog veće širine breše i duže konture strmog čela za $B_0/B = 0.50$, priraštaji relativne greške zapremine su u prvih šezdeset računskih koraka znatno veći nego u slučaju kada je $B_0/B = 0.10$, pa se dijagrami relativne greške za $B_0/B = 0.50$, pri gotovo svim vrednostima početnog odnosa dubina h_u/h_n , nalaze iznad odgovarajućih dijagrama za $B_0/B = 0.10$. Dijagrami se seku jedino pri vrednostima početnog odnosa dubina iz intervala $15 \leq h_u/h_n \leq 30$.

Maksimalna vrednost relativne greške za $B_0/B = 0.50$ samo je pri vrednostima početnog odnosa dubina $h_u/h_n \leq 10$ veća od odgovarajuće vrednosti za $B_0/B = 0.10$. Pri većim vrednostima početnog odnosa dubina talas nastao isticanjem vode kroz uži otvor prostire se sporije, pa je i maksimačna vrednost relativne greške (zbog njenog akumulisanja tokom proračuna) veća nego pri $B_0/B = 0.50$.

Relativna greška zapremine u slučaju potpunog trenutnog rušenja brane manja je od grešaka dobijenih proračunima prostiranja talasa nastalih delimičnim rušenjem brane, zato što strmo čelo napreduje paralelno sa obalama. Nema, dakle, bočnog širenja



Slika 4. Promena relativne greške zapremine u slučaju potpunog trenutnog rušenja brane talasa i interakcije - odbijanja o obale što, zbog nastanka novih, reflektovanih talasa, utiče na povećanje relativne greške zapremine.

3.2 Uticaj položaja breše

Ovde se analizira inverzan problem – kako položaj otvora utiče na relativnu grešku zapremine pri određenom, fiksnom odnosu širine otvora prema ukupnoj dužini brane. Razmatrana su dva slučaja. U jednom se breša formira uz levi obalu, a u drugom na sredini dužine brane, simetrično u odnosu na osovinu kanala. Posmatrana su dva fiksna odnosa širina: $B_o/B=0.10$ i $B_o/B=0.50$ (slike 2 i 3).

Uočava se da je pri svim vrednostima početnog odnosa dubina uzvodno i nizvodno od brane za obe razmatrane vrednosti B_o/B relativna greška zapremine veća kada se otvor formira na sredini širine kanala. Osnovni razlog je taj što je u slučaju simetričnog otvora dužina konture strmog čela (približno dvostruko) veća nego u slučaju formiranja otvora uz jednu od obala.

4. ZAKLJUČCI

Provera svojstva konzervativnosti računске sheme MacCormack na primerima delimičnog i potpunog trenutnog rušenja brane pokazala je da je relativna greška zapremine prilikom rešavanja sistema homogenih jednačina u prihvatljivim granicama (manja od 5%) pri:

- 1° svim razmatranim odnosima dubina uzvodno i nizvodno od brane,
- 2° svim odnosima širine otvora prema ukupnoj dužini brane i
- 3° svim položajima breše.

To navodi na zaključak da bi se ova računska shema sa dovoljnom pouzdanošću mogla koristiti za simulaciju prostiranja talasa izazvanih rušenjem brana. Naravno, uz još jedan uslov, a to je da analiza stabilnosti pokaže da je shema stabilna.

Širina breše ima suprotan efekat na relativnu grešku zapremine kod otvora formiranih uz jednu od obala i simetričnih otvora na sredini širine korita. Tako je kod otvora koji se formiraju uz jednu od obala relativna greška veća pri manjim, a kod simetričnih otvora pri većim širinama breše. Maksimalna vrednost relativne greške zapremine pri potpunom trenutnom rušenju brane uvek je manja od odgovarajućih grešaka nastalih simulacijom isticanja vode kroz simetrične otvore na sredini kanala. Kod isticanja vode kroz otvore formirane uz jednu od obala, maksimalna vrednost relativne greške opada sa povećanjem širine otvora i postaje manja od odgovarajuće greške za slučaj potpunog rušenja brane.

Relativna greška zapremine pri simulaciji isticanja vode kroz simetrični otvor na sredini kanala veća je od greške dobijene simulacijom isticanja kroz otvor koji se formira uz jednu od obala.

LITERATURA

1. Anderson, D.A., Tannehill, J.C., Pletcher, R.H., *Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer*, Hemisphere Publishing Corporation, New York, 1984.
2. Bellos, C.V., Sakkas, J.G., *1-D Dam-Break Flood-Wave Propagation on Dry Bed*, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol.113, No 12., Dec. 1987.
3. Cunge, J.A., Holly, F.M., Verwey, A., *Practical Aspects of Computational River Hydraulics*, Pitman Publishing Limited, London, 1980.
4. Đorđević, D., *Numeričko modeliranje tokova koje karakteriše nagla lokalna promena dubine i protoka*, Magistarska teza, Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu, 1998.
5. Đorđević, D., *Modeliranje naglo promenljivih otvorenih tokova*, monografija, Zadužbina Andrejević, Beograd, 2000.
6. Fennema, R.J., Chaudhry, M.H., *Explicit Numerical Schemes for Unsteady Free-Surface Flows with Shocks*, Water Resources Research, Vol.22, No.13, Dec. 1986.
7. Fennema, R.J., Chaudhry, M.H., *Explicit Methods for 2D Transient Free-Surface Flows*, Journal of Hydraulic Research, IAHR, Vol. 116, No.8, 1990.
8. Garcia, R., Kahawita, R.A., *Numerical Solution of the St. Venant Equations With the MacCormack Finite-Difference Scheme*, International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol. 6, 1986.
9. Jovanović, M., Đorđević, D., *Neki primeri numeričke simulacije ravanskih tokova*, Vodoprivreda, Br. 141-146, Beograd, 1993.
10. Jovanović, M., Đorđević, D., *Experimental Verification of the MacCormack Numerical Scheme*, Advances in Engineering Software, Vol.23, Elsevier Science Limited, 1995.
11. Roache, P.J., *Computational Fluid Dynamics*, Hermosa Publishers, Albuquerque, New Mexico, 1982.

ISBN - 86 - 80295 - 60 - 4