XXIII konferencija za nacrtnu geometriju
i inženjersku grafiku

MoNGeometrija 2006

The 23rd Conference on Descriptive Geometry and Engineering Graphics

MoNGeometrija 2006

ZBORNIK RADOVA

Proceedings

-naučni skup sa međunarodnim učešćem-

Novi Sad, 22.-24. septembar 2006.

VUELMD 2 VHUELD

ORGANIZACIONI ODBOR (ORGANIZING COMMITTEE)

1. Dr Ratko Obradović, Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad, predsednik organizacionog Odbora
   (Faculty of Technical Sciences, Novi Sad, Conference Chairman)
2. Dr Radovan Štulić, Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad
   (Faculty of Technical Sciences, Novi Sad)
3. Dr Radojka Gligorić, Poljoprivredni fakultet, Novi Sad
   (Faculty of Agricultural Engineering, Novi Sad)
4. Dr Nevena Pušić, Prirodno matematički fakultet, Novi Sad
   (Faculty of Science, Novi Sad)
5. Dr Tima Segedinac, Viša tehnička škola, Novi Sad
   (Upper Technical School, Novi Sad)
6. Marija Zuber, Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad
   (Faculty of Technical Sciences, Novi Sad)
7. Vesna Stojaković, Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad
   (Faculty of Technical Sciences, Novi Sad)
8. Željko Baričić, Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad
   (Faculty of Technical Sciences, Novi Sad)
9. Nebojša Jakica, Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad
   (Faculty of Technical Sciences, Novi Sad)

NAUČNI ODBOR (SCIENTIFIC COMMITTE / BOARD)

1. Dr Lazar Dovniković, FTN, Novi Sad, počasni predsednik Odbora
   (Faculty of Technical Sciences, Novi Sad, Honorary Chairman)
2. Dr Radovan Štulić, FTN, Novi Sad, potpredsednik Odbora
   (Faculty of Technical Sciences, Novi Sad, Vice-Chairman)
3. Dr Ratko Obradović, FTN, Novi Sad
   (Faculty of Technical Sciences, Novi Sad)
4. Dr Irena Čomić, FTN, Novi Sad
   (Faculty of Technical Sciences, Novi Sad)
5. Dr Jovanka Nikić, FTN Novi Sad
   (Faculty of Technical Sciences, Novi Sad)
6. Dr Radojka Gligorić, Poljoprivredni fakultet, Novi Sad
   (Faculty of Agricultural Engineering, Novi Sad)
7. Dr Nevena Pušić, Prirodno matematički fakultet, Novi Sad
   (Faculty of Science, Novi Sad)

10\. Dr Tima Segedinac Viša tehnička škola, Novi Sad
   (Upper Technical School, Novi Sad)

Recenzenti / Reviewers:
1. Dr Lazar Dovniković
2. Dr Radovan Štulić
3. Dr Ratko Obradović

Tehnička obrada teksta /Text formatting:
1. Dr Ratko Obradović
2. Vesna Stojaković
3. Nebojša Jakica
4. Željko Baričić

Urednik / Editor
Doc. dr Ratko Obradović

Izdavač / Publisher:
Fakultet tehničkih nauka
Trg Dositeja Obradovića 6
21121 Novi Sad
Srbija
http://www.ftn.ns.ac.yu/

ISBN 86-7892-007-6

Tiraž / Number of copies printed: 100 kompakt diskova / CD

PREDGOVOR

Veoma smo zadovoljni činjenicom da ove godine na našem Fakultetu tehničkih nauka u Novom Sadu imamo priliku da ugostimo drage kolege i prijatelje iz zemlje i inostranstva, koji su se u velikom broju odazvali pozivu na XXIII konferenciju za nacrtnu geometriju i inženjersku grafiku MoNGeometrija 2006.

Primljena su i u Zborniku radova prikazana 33 naučna rada, od kojih su četiri rada iz inostranstva, jedan iz Austrije (Beča) od profesora dr Helmuta Štahela (Hellmuth STACHEL), dva iz Republike Makedonije, prof. dr Risto TAŠEVSKI i Sofija SIDORENKO i jedan rad iz Republike Mađarske (Budimpešta) od autora dr Katalin BOGNÁR-MÁTHÉ, dr Attila BÖLCSKEI i Csilla SÖRÖS.

U Zborniku radova su prikazani originalni naučni radovi kao i pregledni radovi koji obuhvataju tri ključne teme Konferencije:

1. NACRTNA GEOMETRIJA
2. TEORIJSKA GRAFIKA I PRIMENJENA GEOMETRIJA
3. EDUKACIJA U GEOMETRIJI I INŽENJERSKOJ GRAFICI

Sve tehničke poslove oko pripreme Zbornika radova obavili su članovi organizacionog Odbora. Nadamo se da je naporan rad urodio plodom i da smo dobili kvalitetnu i preglednu, ovog puta elektronsku verziju Zbornika radova. Na prelazak sa štampanog materijala na kompakt diskove prvo su nas navela iskustva naših kolega sa Fakulteta tehničkih nauka, koji sve češće prave isključivo elektronske verzije Zbornika radova. Sa druge strane, cena realizacije ovakvog Zbornika je gotovo deset puta manja od štampane verzije. Stoga se nadamo da nam nećete zameriti što smo se odlučili na ovakav korak.

Kod formatiranja smo koristili program Microsoft Word pomoću kojeg smo kreirali ceo dokument. Iz ovako formatiranog dokumenta, svaki autor će moći bilo koji deo Zbornika lako da pretvori u štampanu verziju.

Preliminarni pregled pristiglih radova uradio je naučni odbor, nakon toga Odbor za recenziju uradio je detaljne recenzije i pozitivno je ocenio sve pristigle radove, uz manje korekcije pojedinih radova.

Veliku zahvalnost dugujemo Autonomnoj pokrajini Vojvodini, odnosno Pokrajinskom sekretarijatu za nauku i tehnološki razvoj, koji nas je finansijski podržao. Time nam je omogućeno da tehnički realizujemo Konferenciju i bez ove pomoći to svakako ne bismo mogli.

ORGANIZACIONI ODBOR KONFERENCIJE

Sadržaj

KONSTRUKTIVNA OBRADA HIPERBOLIČKE SPIRALE KAO CENTRALNE PROJEKCIJE CILINDRIČNE ZAVOJNICE

Mr Marija Obradović[26] i Mr Slobodan Mišić[27]

#

Uh}Ip h#

#

Centralna projekcija cilindrične zavojnice jeste ravna transcedentna kriva, u najopštijem slučaju. U određenim slučajevima, ta kriva će biti upravo spiralna kriva. U specijalnom slučaju, kada se osovina cilindra poklapa sa glavnim očnim zrakom, ortogonalnim na likoravan, ova će spirala biti hiperbolička, budući da će imati beskonačno daleku tačku, pridruženu tački prodora zavojnice kroz očnu frontalnicu (Fs). Pravac određen ovom prodornom tačkom kroz Fs određuje asimptotu hiperboličke spirale. U radu su dati konstruktivni postupci za grafičko prikazivanje ove spirale.

Ključne reči: spirala, hiperbolička, centralna projekcija, cilindrična zavojnica

1.UVOD

Centralna projekcija cilindrične zavojnice predstavljaće ravnu, transcedentnu krivu, kao sliku prostorne transcedentne krive – krive beskonačno visokog reda. U zavisnosti od položaja cilindra na kojem se nalazi sama cilindricna zavojnica prema likoravni, ove krive mogu biti raznovrsne, pa se tako kao rezultat mogu pojaviti krive spiralnog ili srodnog oblika: sinusoida, kohleoida, hiperbolička spirala, ili druge nespecifikovane spiralne

---

[26]Marija Obradović, mr, asistent, Građevinski fakultet, Beograd
[27] Slobodan Mišić, mr, asistent Građevinski fakultet, Beograd

krive. U specijalnom slučaju, kada se osovina cilindra poklapa sa glavnim očnim zrakom, ortogonalnim na likoravan, slika cilindrične zavojnice u centralnoj projekciji biće jedna od poznatih algebarskih spirala, hiperbolička spirala, budući da ce imati jednu beskonačno daleku tačku, perspektivno pridruženu tački prodora zavojnice kroz očnu frontalnicu (Fs). Asimptota ove krive biće određena pravcem date beskonačno daleke tačke, i uglom α koji tangente zavojnice obrazuju prema ravni ortogonalnoj na osu zavojnice. U radu su dati konstruktivni postupci za grafičko prikazivanje ove spirale.

2.HIPERBOLIČKA SPIRALA KAO RAVNA KRIVA

Spirala je ravna ili prostorna transcedentna kriva koja gravitira oko jedne tačke (centra) ili ose[28]*.*

Ako govorimo o spirali kao ravnoj krivoj, treba napomenuti da samih spiralnih krivih ima beskonačno mnogo (ako uzmemo u obzir i prirodne i nealgebarske), a da bi bile razmatrane kao posebne geometrijske krive, potrebno je da mogu biti izražene određenom matematičkom jednačinom. Ukoliko mogu biti izražene polarnom jednačinom ***r(t)=at***, ravne spirale spadaju u takozvane algebarske spirale, od kojih je najelementarnija Arhimedova[29] spirala, sa jednačinom ***r(t)=t***, pri čemu je ***r*** poluprečnik krivine, a ***t*** je ugao koji radijus krivine u

---

[28] Jürgen Köller; definicija preuzeta sa web-strane “Spirals” - *Mathematische Basteleien*, http://www.mathematische-basteleien.de/spiral.htm Nemačka; i prilagođena ovom članku, budući da obuhvata najširu definiciju i blisku savremenim sagledavanjima pojma spirale. Mnogi autori se razilaze po pitanju same definicije spiralne krive, pa se neki od njih (K. Selkirk, J. Daintith...) ograničavaju isključivo na ravne krive, dok na pr. osim citiranog J. Kollera, Eric W. Weisstein, David. Eppstein i brojni drugi autori, u familiju spirala uvršćuju i prostorne transcedentne krive, pa tako i cilindričnu zavojnicu.

[29] Otkriće Arhimedove spirale se po nekim izvorima (Papos) pripisuje kononu Samoskom, ali je njena svojstva izučavao Arhimed, koji je otkrio mogućnostkonstrukcije tangente na ovu krivu i izračunao njenu kvadraturu. Takođe pokazao da se ova kriva može iskoristiti za kvadraturu kruga. (A.A. Savelov –Ravninske krivulje, Školska knjiga, Zagreb, 1979.str.250)

datoj tački zaklapa sa horizontalnom osom krive, koja prolazi njenim centrom (polom).

Na ovaj način se mogu, preko parametra ***x***, uporediti jednačine nekih poznatih spirala, koje su varijacije na dati oblik jednačine, koji se odnosi na Arhimedovu spiralu:

Arhimedova spirala $r = at$ pri čemu je $x=1$

Parabolička spirala (Fermaova spirala) $r= at^2$ pri čemu je $x=t$

Hiperbolička spirala (inverzna spirala) $r = a/t$ pri čemu je $x=1/t^2$

Logaritamska spirala (Bernulijeva spirala) $r = a^t$ pri čemu je $x= \log_a^t$

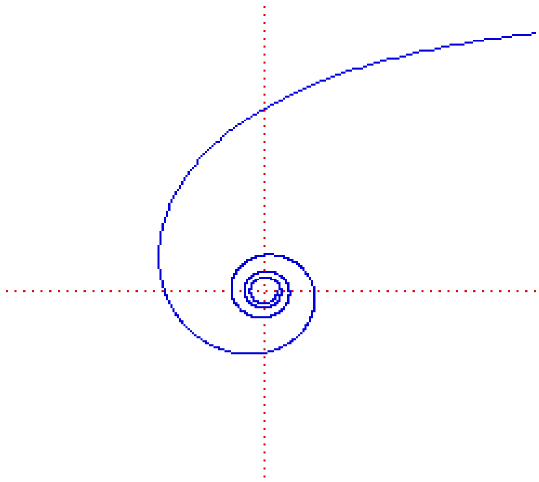
Lituus $r = a/\sqrt{t}$ pri čemu je $x= 1/\sqrt{t^3}$

Epi-spirala $r = 1/\cos at$ pri čemu je $x= 1/t\cos$

Takođe, u novijim interpretacijama samog pojma, kao spirala tretira se i prostorna kriva koja ima slične osobine ravnoj spirali, na prvom mestu cilindrična zavojnica, koja obilazi u pravilnom hodu oko ose pripadajućeg cilindra (ekvivalent centru spirale - sada je osa), zatim konusna zavojnica, ili pak loksodroma, koja se može tretirati kao sferna zavojnica.

Tema ovog rada jeste transformacija jedne prostorne spirale – cilindrične zavojnice u ravnu spiralu, sliku date prostorne krive nastalu centralnom projekcijom na likoravni, gde će se kao rezultat dobiti upravo jedna od navedenih spirala, hiperbolička ili inverzna spirala[30] (negde još nazvana i recipročna spirala, upravo zbog oblika njene jednačine, koja je recipročna jednačini Arhimedove spirale), prikazana na **slici 1**.

[30] Otkrio ju je Pjer Varinjon (Pierre Varignon) 1704-te, a proučavao takođe i Bernuli (Johann Bernoulli, između 1710 i 1713), kao i Kote (Cotes, 1722).



Slika 1 - hiperbolička spirala

Budući da hiperbolička spirala ima: jednu beskonačno daleku tačku – samim tim i asimptotu koja predstavlja tangentu krive u toj beskonačno dalekoj tački, centar (pol) i dve ortogonalne ose koje prolaze centrom spirale (od kojih je jedna paralelna, a jedna normalna na asimptotu krive), potražićemo ekvivalentne elemente na dobijenoj centralnoj projekciji cilindrične zavojnice.

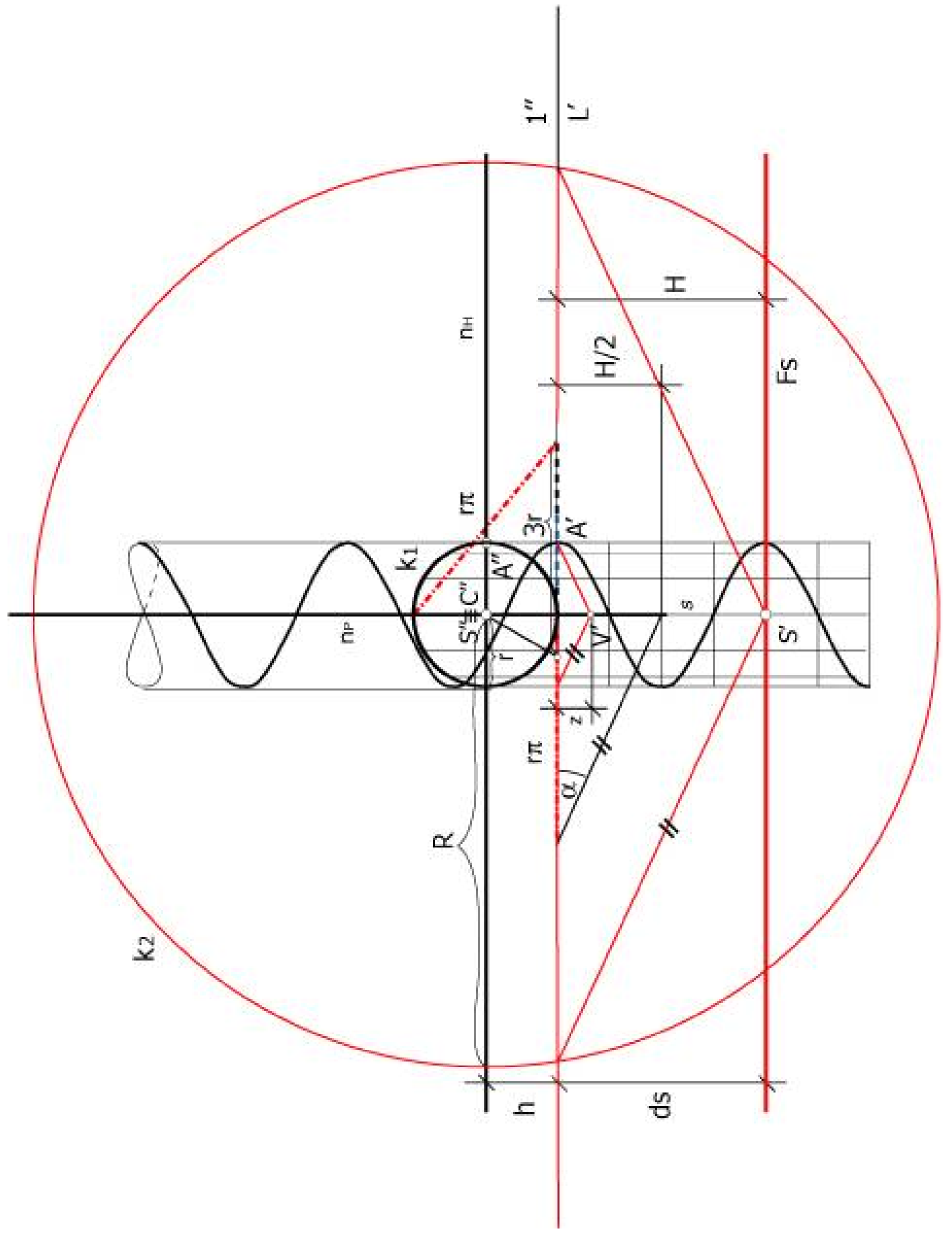
3. POREKLO KONSTRUKCIJE HIPERBOLIČKE SPIRALE

Poznato je da će, u određenom položaju cilindrične zavojnice prema likoravni, njena slika u centralnoj projekciji predstavljati hiperboličku spiralu. U ovom radu će biti dat i objašnjen konstruktivni postupak za grafičko prikazivanje ove ravanske krive, korišćenjem osobina cilindrične zavojnice, tako da se hiperbolička spirala može generisati i iscrtati klasičnim Nacrno-geometrijskim metodama, a pribor i sredstva mogu biti različiti – od šestara i lenjira, do kompjuterske obrade crteža.

Pretpostavimo da je obrtni cilindar, nosač cilindrične zavojnice, postavljen tako da njegova osa prolazi upravo očnom tačkom S i ortogonalna je na likoravan L, tako da je koincidentna glavnom očnom zraku *s*. Da bi smo mogli da konstruišemo centralnu projekciju cilindrične zavojnice, potrebno je da poznajemo sledeće parametre: poluprečnik bazisa cilindra *r*, visinu hoda zavojnice H, smer kretanja zavojnice, početnu tačku zavojnice A, distancu očne tačke *ds* i visinu horizonta *h*, tj. položaj projekcije očne tačke S" na likoravni. Pomoću ovih elemenata možemo postaviti zadatak, kao na **slici 2.**

Vidimo da će se u prvoj ortogonalnoj projekciji cilindrična zavojnica videti kao transcedentna ravna kriva – sinusoida, dok će se u drugoj ortogonalnoj projekciji na frontalnicu odn. likoravan (L), ona projektovati u bazis cilindra – krug k_1 datog poluprečnika *r*. Sa centrom C ovog bazisnog kruga biće stopljena druga projekcija očne tačke S". Kroz nju prolaze nedoglednice horizontalnih ravni (n_H) i profilnih ravni (n_P), koje će se videti kao ortogonalne prave – ekvivalentne osama hiperboličke spirale.

Za iscrtavanje cilindrične zavojnice u (prvoj) ortogonalnoj projekciji, potrebno je da, osim tačaka krive (1-12), dobijenih ravnomernim priraštajem visina tačaka shodno datom hodu zavojnice, poznajemo i tangente krive u ovim tačkama. U tu svrhu koristi se najčešće direkcioni konus, čije su izvodnice paralelne traženim tangentama krive. Bazis direkcionog konusa poklopljen je sa bazisom cilindra zavojnice, a visinu konusa *z* moguće je naći na više načina, na pr. primenom konstrukcije Kohanskog, koja koristi osobinu zavojnice da se na razvijenom omotaču cilindra ona vidi kao prava linija, čiji ugao nagiba prema duži razvijeng obima bazisa ($2r\pi$), odgovara nagibu α izvodnica direkcionog konusa prema ravni bazisa cilindra. (Ova opšte poznata konstrukcija prikazana je na **sl.2**, u sklopu nalaženja parametara za konstrukciju cilindrične zavojnice u prvoj ortogonalnoj projekciji).



Slika 2

Kada poznajemo ugao nagiba α izvodnica direkcionog konusa prema ravni L bazisa cilindra (u ovom slučaju – likoravni), postavićemo uporedni konus kroz očnu tačku S i na taj način pronaći poluprečnik R njegovog presečnog kruga sa likoravni L. Ovaj krug k_2 će u centralnoj projekciji svakako biti koncentričan bazisu k_1 cilindra zavojnice. Kako je tangenta u svakoj tački cilindrične zavojnice paralelna odgovarajućoj izvodnici direkcionog konusa (za $\pi/2$ ugaono udaljenoj na bazisnom krugu, niz krivu) - paralelnoj tangencijalnoj ravni cilindra u datoj tački zavojnice - to znači da će sve ove tangente krive imati nedoglede (Ntg1-Ntg13) koji će se nalaziti u prodorima uporednih zraka izvodnicama direkcionog konusa kroz likoravan L. Geometrijsko mesto tačaka ovih prodora će upravo biti bazis k_2 uporednog očnog konusa na likoravni.

Sada možemo na poznati način nalaziti tačku po tačku cilindrične zavojnice u centralnoj projekciji: određivanjem očnih zraka definisanih datim tačkama zavojnice (1-12) u prvoj i drugoj ortogonalnoj projekciji, i njihovim prodorom kroz likoravan. Ovaj postupak, međutim, iako sasvim ispravan, iziskuje više nepotrebnih poteza i suvišnog opterćivanja crteža, a uz to je, zbog većeg broja tačaka koje su potrebne za konstrukciju sagledljive spirale, nego sagledljive cilindrične zavojnice, veoma rizičan za precizno iscrtavanje, naročito ako se postupak izvodi primenom klasičnog pribora, šestara i lenjira, tako da ćemo potražiti brži i praktičniji postupak.

Bez obzira na metod konstrukcije krive, bitno je uočiti da će se tačka M’ prodora cilindrične zavojnice kroz očnu frontalnicu *Fs* projektovati u beskonačno daleku tačku M^c hiperboličke spirale i da će samim tim asimptota *as* ove krive biti upravo nedoglednica n_τ tangencijalne ravni τ očnog konusa uporednog direkcionom, po izvodnici *i* za $\pi/2$ ugaono udaljenoj u odnosu na posmatrani pravac tačke M, niz samu zavojnicu, jer je ova ravan stopljena (koncidentna) ravni σ određenoj samom tangentom tg_M u tački M i očnom tačkom S.

I sve ostale tangente u tačkama **1-13** spirale dobiće se kao spojnice ovih tačaka sa tačkama **Ntg1- Ntg13** nedogleda za pripadajuću tangentu, koje se nalaze na krugu k_2, za $\pi/2$ ugaono udaljene u smeru suprotnom od kretanja zavojnice, u odnosu na poluprečnik bazisa k_2 kojem pripada posmatrana tačka spirale.

Sada možemo da zaključimo da smo identifikovali sve elemente hiperboličke spirale na centralnoj projekciji cilindrične zavojnice:

- centar (pol) spirale je projekcija očne tačke - S”
- ose spirale su nedoglednice horizontalnih i profilnih ravni: n_H i n_P
- asimptota hiperboličke spirale je nedoglednica n_τ tangencijalne ravni direkcionog konusa, po izvodnici *i* paralelnoj tangenti tg_M u tački prodora M’ zavojnice kroz Fs
- smer spirale odgovara smeru kretanja zavojnice

4. METOD KONSTRUKCIJE HIPERBOLIčKE SPIRALE

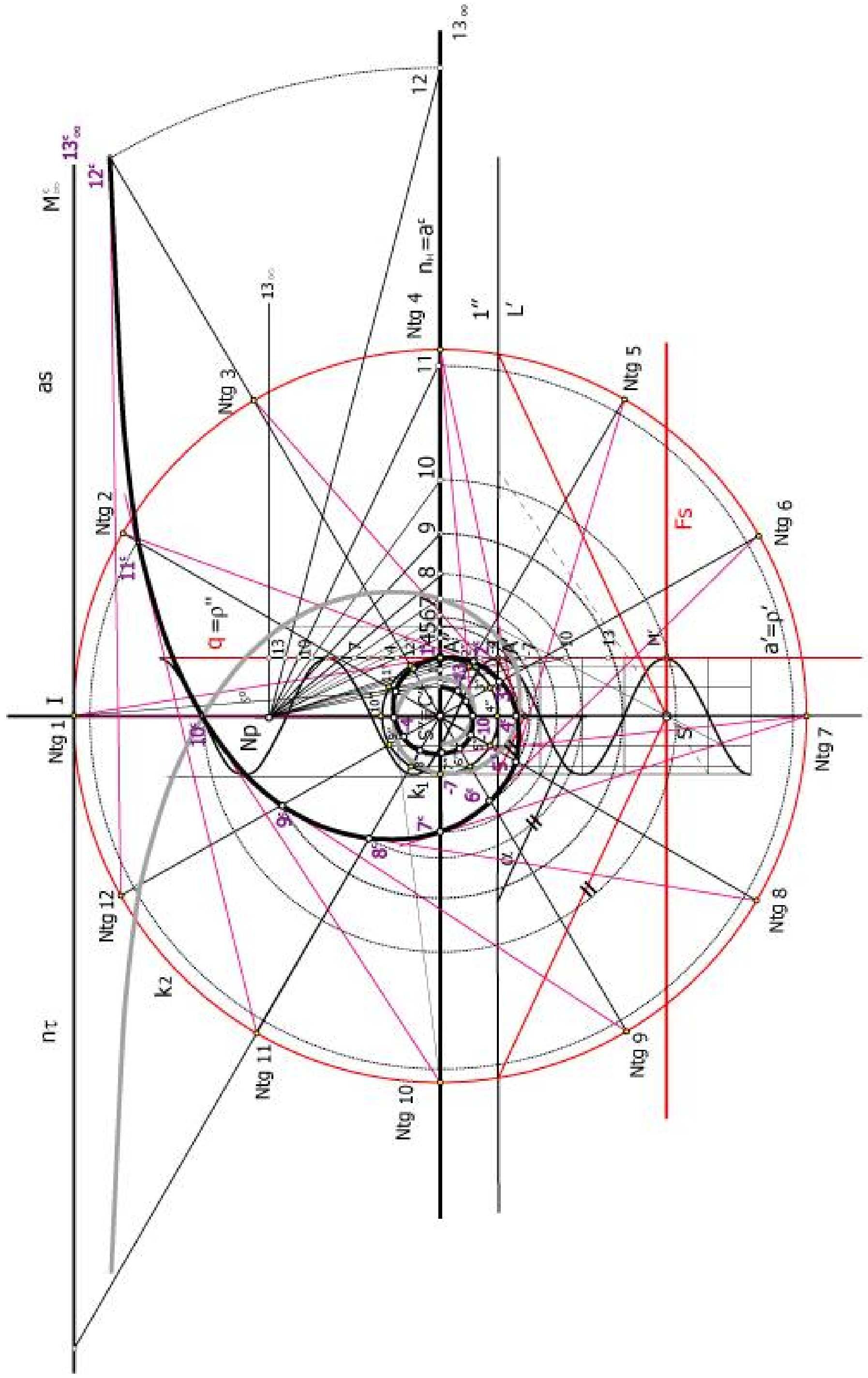
Da bi smo izveli konstrukciju hiperboličke spirale, koristeći se ovim uvidima, možemo se poslužiti sledećim metodom datim na **slici 3**:

1. Sa centrima u tački S konstruisaćemo krug k_1 i k_2, tako da je poluprečnik kruga k_2 veći[31] od k_1, a zatim i ose spirale h i p
2. podelićemo ova dva koncentrična kruga radijalno, na određeni broj jednakih delova (u ovom primeru 12 jednakih delova)
3. u tačkama **Ntg1-Ntg13** kruga k_2 nalaziće se nedogledi tangenata u tačkama spirale
4. prenećemo vrednost distance *ds* iz tačke S" na osu p i tako dobiti nedogled profila Np, koje sa likoravni zaklapaju ugao od 45^{o}. To će biti zapravo nedogled bisektrisnih zraka pomoću kojih ćemo izvršiti podelu prave ortogonalne na likoravan L (koja odgovara pravcu izvodnica cilindra) na određeni broj delova, prema odabranoj podeli bazisnih krugova i broju hodova zavojnice (12, 24, 36... ili neki broj koji ne mora biti celobrojni umnožak broja 12, ako ne insistiramo na određenom broju namotaja).

---

[31] Možemo usvojiti proizvoljno veći poluprečnik, time zapravo definišući i ugao nagiba tangenata zavojnice prema likoravni. Za ovakav metog konstrukcije, najbolje rezultate daje poluprečnik 3-6 puta veći od poluprečnika bazisa cilindra.

5. Povući ćemo pravu q koja đe biti tangenta kruga k_1 u odabranoj početnoj tački A"=A^c zavojnice, koja se nalazi na samoj likoravni, na osi h. Ova prava će zapravo predstavljati drugi trag (presečnicu) tangencijalne ravni ρ cilindra po njegovoj izvodnici *a* i poslužiće kao merna prava u pravoj veličini na likoravni, na koju ćemo naneti vrednosti (H/12) koje odgovaraju podeli visine hoda zavojnice na odabrani broj delova (12). Naravno, može se naneti višestruka vrednost hoda zavojnice, u zavisnosti od toga koliko


Ntg 1
Ntg 2
Ntg 3
Ntg 4
Ntg 5
Ntg 6
Ntg 7
Ntg 8
Ntg 9
Ntg 10
Ntg 11
Ntg 12
as
nτ
k2
Np
Fs
q=ρ''
a'=ρ'
L'
1''
I

Slika 3

6.

namotaja spirale želimo. Takođe, može se iskoristiti i sličnost trouglova (Talesova teorema), pa se upotrebiti n-tostruko manja vrednost distance ds, za n-tostruko manju vrednost segmenta hoda zavojnice.

6. Sa centrom u tački Np, bisektrisno projektujemo prethodnu podelu sa prave q, na osu h, koja predstavlja centralnu projekciju izvodnice *a* cilindra, koja je ortogonalna na likoravan.
7. Na ovaj način, na jednoj izvodnici dobijamo podele koje ćemo zatim preneti po redu na sledujuđe izvodnice, vodeći računa o smeru zavojnice, odnosno spirale. Izvodnice cilindra poklapaju se sa radijalnom podelom krugova k_1 i k_2 na 12 delova, tako da na svaku sledeću izvodnicu nanosimo vrednost podele za jedan segment veću (odn. u smeru niz zavojnicu, od tačke A -manju) od prethodne.
8. Povlačimo tangente spirale iz odgovarajućih tačaka nedogleda Ntg1-13 na krugu k_2, koje su za $\pi/2$ ugaono udaljene u odnosu na pravac izvodnice na kojoj se nalazi posmatrana tačka, u smeru suprotnom od smera spirale.
9. Asimptota spirale biće tangenta kruga k_2 u tački I koja odgovara prodoru izvodnice *i* uporednog konusa kroz likoravan, koja je paralelna mernoj pravoj q, odn, koja je poklopljena sa osom p.
10. Deo cilindrične zavojnice koji se nalazi u srednjem prostoru (između očne tačke S i likoravni L) projektovaće se u deo spirale – od beskonačno daleke tačke M_∞ do dodirne tačke $A=A^c$ sa bazisnim krugom cilindra k_1
11. Deo cilindrične zavojnice koji se nalazi u prednjem prostoru (iza likoravni) projektovaće se u deo spirale – od dodirne tačke $A=A^c$ sa bazisnim krugom cilindra k_1, do asimptotske tačke S" – centra spirale
12. Deo cilindrične zavojnice koji se nalazi u zadnjem prostoru (iza očne tačke S), projektovaće se u deo spirale – identičan i osno simetričan prethodnoj grani hiperboličke spirale (na sl.3 – prikazan sivom bojom), a osa simetrije biće osa p ove krive.

Za ovakvu konstrukciju hiperboličke spirale, prva ortogonalna projekcija cilindrične zavojnice nije potrebna, dovoljno je da poznajemo poluprečnik kruga k_1 i visinu hoda H, pa da konstrukcijom Kohanskog pronađemo ugao α izvodnica direkcionog konusa, čime je određivanje poluprečnika kruga k_2 sasvim jednostavno, poznavanjem sličnosti trouglova, za poznatu distancu *ds.*

Ove parametre možemo i zanemariti, tako da je moguće gore opisanim postupkom konstruisati hiperboličku spiralu i iz sasvim proizvoljnih polaznih elemenata, s tim što u tom slučaju, da bi se izbegle neusklađenosti između veličina: distance, visine hoda ili ugla između izvodnica direkcionog konusa i likoravni, treba voditi računa da na pr. visina hoda bude jednaka distanci (*H=ds*), tj, da veličina (H) na mernoj pravoj q, od početne tačke A do tačke (13) na istoj visini sa nedogledom Np (koja će dati pravac beskonačno daleke tačke M), bude podeljena na isti (ili n-tostruko veći) broj delova na koje će radijalno biti podeljeni krugovi k_1 i k_2.

5. ZAKLJUČAK

U literaturi se problem Nacrtno-geometrijskih konstrukcija spirala veoma retko sreće, tako da ako se i tretira problem geometrijske krive kakva je neka od spirala, njihove konstrukcije se ne daju, već se uglavnom putem skica nacrtanih spirografom ilustruju ove krive. Problem se javlja kod praktične pojave – upravo hiperboličke spirale, prilikom, na pr. perspektivne slike cilindrične zavojnice (zavojna stepeništa i sl.), kada čak i uz primenu savremenih kompjuterskih softvera, zbog toga što se spirala sagledava samo iz prednjeg prostora (ugao posmatranja perspektive i centralne projekcije značajno se razlikuju), veoma lako može da promakne njena prava priroda i da se ona zameni za neku od srodnih, ali neadekvatnih spirala.

Zbog toga, konstruktivni metod prikazan u ovom radu, može da pomogne širem i celovitijem sagledavanju prirode spirale koja nastaje centralnom projekcijom cilindrične zavojnice, da pruži jedan praktičan način za konstruisanje hiperboličke spirale i da omogući povezivanje konstruktivno-geometrijskog sagledavanja problematike spiralnih krivih, sa drugim aspektima posmatranja ovih transcedentih krivih, kao što su algebra ili kompjuterska grafika.

Literatura:

1. Dovniković L. *Harmonija sfera – Relativistička geometrija harmonijskih ekvivalenata*, Matica Srpska, Novi Sad 1999.
2. Lauwerier, H. *Fractals: Endlessly Repeated Geometric Figures.* Princeton, NJ: Princeton University Press, pp. 54-66, 1991.
3. Lockwood, E. H. "Spirals." Ch. 22 in *A Book of Curves.* Cambridge, England: Cambridge University Press, pp. 172-175, 1967.
4. Savelov A. A. *Ravninske krivuq*e, Moderna matematika, Školska kwiga, Zagreb 1979.
5. Yates, R. C. "Spirals." *A Handbook on Curves and Their Properties;* Ann Arbor, MI: J. W. Edwards, pp. 206-216, 1952.

Internet literatura:

1. Andrews.S.; *Hyperbolic Spiral*, http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/history/Curves/Hyperbolic.html
2. Eppstein, D. "Spirals." http://www.ics.uci.edu/čeppstein/junkyard/spiral.html
3. Weisstein, E. W. "Books about Spirals." http://www.ericweisstein.com/encyclopedias/books/Spirals.html
4. Köller Jürgen; *Spirals.* http://www.mathematische-basteleien.de/index.html
5. Wikipedia, The Free Encyclopedia; *Hyperbolic Spiral*: http://en.wikipedia.org/wiki/Transcendence_(mathematics)
6. Wassenaar - Holland Jan; *Spiral. - Mathematical curves*; http://www.2dcurves.com/spiral/spiral.html