

## KARTIRANJE PARAMETRA METODE LANGBAJNA ZA PRORAČUN SREDNJIH VODA NA NEIZUČENIM SLIVOVIMA NA TERITORIJI SRBIJE

Ognjen PROHASKA, Jasna PLAVŠIĆ  
Univerzitet u Beogradu – Građevinski fakultet  
Stevan PROHASKA  
Institut za vodoprivredu “Jaroslav Černi”  
Andrijana Todorović  
Univerzitet u Beogradu – Građevinski fakultet

### REZIME

U radu se razmatra određivanje srednjih voda na malim neizučenim slivovima u okviru teritorije Republike Srbije, na kojima ne postoje hidrološki podaci o merenim protocima. Razmatrana je metoda Langbajna u kojoj je formulisan parametar  $\Theta$  čija vrednost u originalnoj formuli iznosi  $\Theta = 0,886$ . Kao ulazni podaci u metodi Langbajna u ovom radu korišćene su prosečne višegodišnje padavine i temperature preuzete sa digitalnog repozitorijuma CarpatClim. U proračun su uključene 82 merne stanice na kojima postoje podaci o merenim protocima, a detaljnijom analizom broj stanica je smanjen na 71. Primenom metode Langbajna sa originalnim parametrom  $\Theta$ , utvrđeno je neslaganje između osmotrenih srednjih protoka i računskih srednjih protoka na razmatranim stanicama. Nakon toga izvršeno je tariranje parametra  $\Theta$  za svaku stanicu tako da računate srednje vode odgovaraju osmotrenom. Dobijene vrednosti parametra  $\Theta$  su kartirane kako bi te karte poslužile za očitavanje parametra  $\Theta$  na neizučenim slivovima. Ispitano je više metoda za interpolaciju karata kako bi se dobilo najbolje rešenje koje će dati najrealnije rezultate pri korišćenju karata za neizučene slivove. Utvrđeno je da se najtačniji rezultati dobijaju za interpolaciju Tisenovim poligonima (Nearest Neighbour) i metodom recipročnih rastojanja na deseti stepen (IDW 10). Krajnja verifikacija ocena parametra  $\Theta$  izvršena je tako što su izabrane kontrolne stanice koje su isključene iz interpolacije, nakon čega su napravljene nove karte. Na osnovu dobijenih rezultata zaključeno je da su karte dobijene obema metodama interpolacije prihvatljive za ocenu parametra  $\Theta$ , uz dodatni oprez na područjima sa karstom.

**Ključne reči:** srednji protoci, metoda Langbajna, neizučeni slivovi, parametar  $\Theta$ , kartiranje

### 1 UVOD

Često se u hidrotehničkoj praksi javlja potreba da se odrede srednje vode koje se koriste pri rešavanju mnogih hidrotehničkih zadataka. Problem određivanja srednjih voda se dosta uprošćava ukoliko postoje hidrološke stanice na rečnom profilu, koje daju serije podataka osmotrenih protoka u određenom vremenskom intervalu. U slučaju da je stаница pravilno radila, bez prevelikih prekida, brzo se može doći do podataka o traženom protoku na osnovu koga će se vršiti dalja analiza. Ukoliko hidrološka stаница ne postoji, nailazi se na problem takozvanog neizučenog sliva na kome se koriste približne metode za procenu srednjih protoka. Takve metode se najčešće zasnivaju na regresionim zavisnostima sa fizičkim i klimatskim karakteristikama sliva. Jedna od takvih metoda je metoda Langbajna koja se razmatra u ovom radu.

#### 1.1 Metoda Langbajna

Metoda je dobila ime po američkom naučniku Volteru Langbajnu (1907-1982) koji je profesionalnu karijeru proveo u službi u USGS (United States Geological Survey), glavnoj instituciji za hidrološka merenja i analize u SAD [9]. Ova empirijska metoda kao ulazne podatke koristi srednje temperature  $T$  i srednje godišnje padavine  $P$  na zadatom slivu i preporučljiva je samo za slivove površine do  $1000 \text{ km}^2$ . Prema ovoj metodi, srednji godišnji oticaj određuje se iz empirijske veze [8]:

$$Q/E = f(P/E) \quad (1)$$

gde je  $Q$  prosečan oticaj sa sliva,  $P$  prosečna godišnja visina padavina na slivu i  $E$  tzv. temperaturni faktor, koji se računa pomoću formule:

$$\log E = 0,027 \cdot T + \Theta \quad (2)$$

U formulama (1) i (2) padavine  $P$  se unose u cm, a temperature  $T$  u °C, dok se oticaj dobija kao sloj oticaja u cm. Langbajn je definisao zavisnost (1) grafički, dok je tabelarna zavisnost data u [6] i [3]. Glavni parametar u ovoj metodi je parametar  $\Theta$ , čija je originalna vrednost 0,886 [8]. Problem sa ovim parametrom je da je njegova originalna vrednost dobijena na osnovu podataka sa područja SAD, pa se ne može očekivati da daje pouzdane ocene srednjeg protoka i u drugim područjima.

Jedan od načina da se Langbajnova metoda prilagodi lokalnim uslovima jeste da se izvrši kalibracija parametra  $\Theta$  na osnovu podataka o izmerenim protocima, padavinama i temperaturama na izučenim slivovima. Jedna vrsta takve kalibracije je izvršena u radu [3], gde je razmatrana optimalna vrednost parametra  $\Theta$  za celo područje uže Srbije, kao i optimalne vrednosti parametra  $\Theta$  u nekoliko oblasti uže Srbije koje dogovaraju najvećim slivovima. Rezultati u radu [3] su pokazali da kalibrirana vrednost  $\Theta$  za celo područje uže Srbije daje bolje slaganje računatih i izmerenih srednjih protoka nego originalna vrednost  $\Theta = 0,886$ , dok vrednosti  $\Theta$  kalibrisane na područjima većih slivova daju još bolja slaganja.

## 1.2 Cilj rada

U ovom radu je cilj bio da se parametar  $\Theta$  kartira za područje uže Srbije korišćenjem podataka sa izučenih slivova. Karta parametra  $\Theta$  bi omogućila određivanje ovog parametra za neizučene slivove na osnovu lokacije sliva i time bolje ocene višegodišnjeg prosečnog protoka. Iz tog razloga sproveden je proračun srednjih voda na malim slivovima na teritoriji uže Srbije metodom Langbajna u kome su kao ulaz korišćeni podaci o padavinama i temperaturama preuzeti sa digitalnog repozitorijuma CarpatClim u rasterskom obliku. Ovi podaci dostupni su za period od 1961. do 2010. godine. Nakon izbora odgovarajućih izučenih malih slivova, izvršeno je tariranje parametra  $\Theta$  za svaki sлив pojedinačno tako da sračunati srednji protok odgovara izmerenoj vrednosti na hidrološkoj stanici. Sa dobijenim vrednostima parametra  $\Theta$  izvršeno je njegovo kartiranje u programskim paketima QGis i Saga. Verifikacija dobijene karte parametra  $\Theta$  je izvršena tako što je izabrana grupa slivova koji su uklonjeni iz kartiranja, a nakon ponovnog kartiranja poređene su kartirane vrednosti  $\Theta$  na tim izabranim slivovima sa onim koje su dobijene u primarnom proračunu sa osmotrenim podacima.

<sup>1</sup> Dostupno na: <https://earthexplorer.usgs.gov/>.

## 2 IZBOR SLIVOVA I RASPOLOŽIVI PODACI

### 2.1 Opis raspoloživih izučenih slivova

U radu su razmatrana 82 izučena sliva na teritoriji Republike Srbije (tabela 1). Nakon detaljnije analize, broj razmatranih slivova je sведен na 71, zbog postojanja hidrotehničkih objekata uzvodno od razmatranih stаница, čime se remeti prirodan tok reke, a samim tim se onemogućava verifikacija Langbajbove metode.

Prvi korak u analizi je bio da se odrede granice slivova. To je sprovedeno u programskom paketu QGis kroz sledeće korake:

- 1) Preuzet je digitalni model terena sa sajta USGS u rasterskom obliku za područje Republike Srbije<sup>1</sup>.
- 2) Preuzeti digitalni model terena nalazi se u geografskoj projekciji WGS 84 (EPSG:4326) i prebačen je u zvaničnu kartografsku projekciju koja se koristi za državni premer Republike Srbije, tj. u projekciju UTM u zoni 34N (EPSG 32634).
- 3) U digitalnim modelima terena se često javljaju pikseli bez vrednosti, ili takozvani ponori koji onemogućavaju određivanje smera tečenja vode, pa je zbog njih neophodna korekcija digitalnog modela terena. Ponori su u ovom radu korigovani interpolacijom prema vrednostima iz susednih piksela (korišćena je funkcija Fill Sinks u QGIS-u).
- 4) Sledeći korak je prepoznavanje rečne mreže tj. određivanje piksela kojima se voda drenira sa sliva, tj. koje posmatramo kao vodotok. Za to je korišćena funkcija Strahler Order (Stralerov rang vodotoka) iz programskog paketa Saga.
- 5) Dalje se traži rečna mreža u formi vektora i određuju pripadajući slivovi u formi rastera. To je urađeno pomoću funkcije Channel Network and Drainage Basins iz paketa Saga.
- 6) Završetkom ove analize stvoreni su preduslovi za automatsku delineaciju granica slivova do profila koji predstavljaju izabrane hidrološke stанице. Ovaj zadatak je rešen pomoću funkcije Upslope Area.

### 2.2 Klimatološki podaci iz baze CarpatClim

Klimatološki podaci su preuzeti sa digitalnog repozitorijuma CarpatClim [11] i obuhvatili su srednje godišnje temperature i godišnje padavine za teritoriju Srbije. Podaci iz baze CarpatClim su dati u rasterskom formatu sa rezolucijom  $0,1 \times 0,1$  stepeni geografske širine/dužine.

Tabela 1. Spisak slivova do profila hidroloških stanica Republičkog hidrometeorološkog zavoda koji su korišćeni u radu (\* označava slivove koji nisu ušli u analizu).

R. br.	Reka	Stanica	Površina sliva (m <sup>2</sup> )	Broj godina podataka	Slivno područje	Srednji protok (m <sup>3</sup> /s)
1	Belica	Jagodina	193	56	V. Morava	0.613
2	Jasenica	Donja Šatornja	84	56	V. Morava	0.615
3	Jasenica	Smederevska Palanka	496	55	V. Morava	1.835
4	Kubršnica	Smederevska Palanka	743	54	V. Morava	1.708
5	Lepenica	Batočina/Rogot	584	67	V. Morava	1.890
6	Lugomir	Jagodina/Majur *	427	54	V. Morava	/
7	Ravanica	Čuprija	163	58	V. Morava	0.695
8	Resava	Manastir Manasija	388	54	V. Morava	3.678
9	Resava	Svilajnac	681	60	V. Morava	4.774
10	Crnica	Paraćin	289	90	V. Morava	3.672
11	Bistrica	Bistrica	79	55	Drina	1.341
12	Vapa	Čedovo	501	57	Drina	4.495
13	Jadar	Zavlaka	313	56	Drina	3.038
14	Jadar	Lešnica	959	57	Drina	8.081
15	Mileševka	Prijepolje	155	48	Drina	1.452
16	Vitovnica	Kula	243	50	Dunav	1.092
17	Pek	Kučevac	850	62	Dunav	7.102
18	Topčiderska r.	Rakovica	138	58	Dunav	0.548
19	Crnajka	Crnajka	96	51	Dunav	0.616
20	Crnajka	Šaška	236	50	Dunav	1.616
21	Brankovačka	Ribarce	160	55	Egej	1.281
22	Dragovištica	Ribarce *	688	54	Egej	4.587
23	Ljubatska	Bosiljgrad *	199	52	Egej	1.679
24	Pčinja	Barbace	457	63	Egej	3.742
25	Bjelica	Guča	239	55	Z. Morava	2.675
26	Veliki Rzav	Radobuđa	452	53	Z. Morava	6.077
27	Guberevac	Gruža *	491	34	Z. Morava	1.243
28	Đičina	Brdani	208	50	Z. Morava	1.587
29	Đetinja	Šengolj	511	62	Z. Morava	5.805
30	Ibar	Batrage	703	68	Z. Morava	9.044
31	Jošanica	Biljanovac	265	59	Z. Morava	3.378
32	Lopatnica	Bogutovac	116	55	Z. Morava	1.920
33	Moravica	Ivanjica	460	78	Z. Morava	6.711
34	Rasina	Bivolje	958	67	Z. Morava	7.741
35	Rasina	Brus	213	56	Z. Morava	2.383
36	Raška	Novi Pazar	477	53	Z. Morava	3.878
37	Ribnica	Ribnica	102	47	Z. Morava	1.435
38	Skrapež	Požega	630	63	Z. Morava	5.086
39	Studenica	Devići	191	52	Z. Morava	2.949
40	Studenica	Mlanča	310	53	Z. Morava	4.795
41	Studenica	Ušće	540	62	Z. Morava	7.193
42	Čemernica	Preljina	625	56	Z. Morava	3.948
43	Kamenica	Prijevor	201	55	Z. Morava	2.06
44	Rasina	Ravni	451	50	Z. Morava	4.580
45	Čemernica	Gornja Gorevnica	143		Z. Morava	1.248
46	Banjska	Vranjska Banja	108	52	J. Morava	0.833
47	Vlasina	Vlasotince	879	61	J. Morava	7.857
48	Vlasina	Svode	350	60	J. Morava	3.621
49	Jablanica	Pečenjevce	891	66	J. Morava	4.398
50	Jablanica	Sijerinska Banja	95	51	J. Morava	0.834
51	Kozarska	Tupalovce	98	55	J. Morava	1.457
52	Lužnica	Svode	318	54	J. Morava	2.717

Tabela 1 (nastavak). Spisak slivova do profila hidroloških stanica Republičkog hidrometeorološkog zavoda koji su korišćeni u radu (\* označava slivove koji nisu ušli u analizu).

R. br.	Reka	Stanica	Površina sliva (m <sup>2</sup> )	Broj godina podataka	Slivno područje	Srednji protok (m <sup>3</sup> /s)
53	Moravica	Žučkovac	394	48	J. Morava	2.557
54	Pusta	Pukovac	561	67	J. Morava	1.800
55	Toponička	Gornja Toponica	202	54	J. Morava	1.037
56	Gradac	Degurić	159	63	Kolubara	2.817
57	Jablanica	Sedlare	140	63	Kolubara	1.520
58	Kolubara	Valjevo	340	59	Kolubara	3.575
59	Ljig	Bogovađa	679	61	Kolubara	4.653
60	Obnica	Belo Polje	185	63	Kolubara	1.815
61	Ribnica	Mionica/Paštrić	107,8	58	Kolubara	1.248
62	Tamnava	Koceljeva	208	59	Kolubara	0.986
63	Ub	Ub	214	56	Kolubara	1.052
64	Kolubara	Slovac	995	61	Kolubara	9.833
65	Visočica	Bracevci *	227	55	Nišava	1.689
66	Gaberska	Mrtvine *	232	52	Nišava	1.104
67	Jerma	Strazimirovci	95	55	Nišava	0.756
68	Jerma	Trnski Odorovci *	557	55	Nišava	3.524
69	Kutinska	Radikine Bare	205	58	Nišava	1.280
70	Nišava	Dimitrovgrad *	482	57	Nišava	1.929
71	Temska	Staničenje *	818	66	Nišava	7.594
72	Visočica	Visočka Ržana *	139	43	Nišava	5.303
73	Grliška	Grlište *	191	58	Timok	1.168
74	Zlotska	Zlot	210	42	Timok	2.893
75	Svrlj. Timok	Rgošte	618	63	Timok	3.500
76	Trg. Timok	Gornja/D Kamenica	360	61	Timok	3.060
77	Crni Timok	Bogovina	467	61	Timok	5.731
78	Kosanica	Visoka	370	56	Toplica	1.987
79	Lukovska	Meréez	113	63	Toplica	1.499
80	Toplica	Donja Selova	353	64	Toplica	3.504
81	Toplica	Magovo	180	58	Toplica	1.631
82	Toplica	Pepelevac	986	65	Toplica	7.145

Podaci o temperaturi i padavinama za svaki sliv pojedinačno dobijeni su preklapanjem granice sliva u vektorском obliku i jednog rastera padavina ili temperatura. Ova operacija je takođe urađena u paketu QGis pomoću opcije Clip Raster By Mask Layer. Na ovaj način se iz kompletног rastera izdvaja deo rastera sa podacima o padavinama i temperaturi unutar granica zadatog sliva. Kada je to urađeno, računa se srednja vrednost padavina ili temperatura za razmatrani sliv kao aritmetička sredina vrednosti iz svih piksela unutar granica sliva.

### 2.3 Hidrološki podaci

Za potrebe rada na raspolaganju su bili podaci Republičkog hidrometeorološkog zavoda o srednjim godišnjim protocima na profilima hidroloških stanica prikazanim u tabeli 1. Na osnovu nizova godišnjih protoka određeni su srednji višegodišnji protoci. Prethodno su na nizovima godišnjih protoka sprovedeni testovi homogenosti i

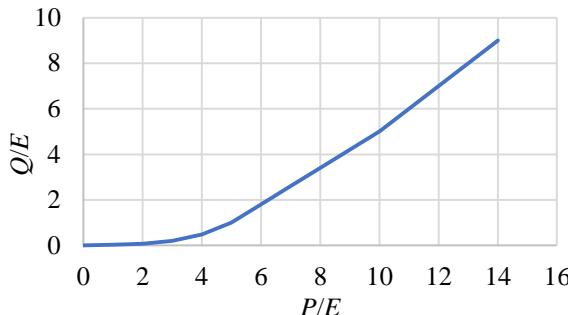
slučajnosti, koji su pokazali da nijedna od serija ne odstupa od hipoteze homogenosti i slučajnosti. Iz tog razloga, srednji višegodišnji protok na svakoj stanicu dođen je korišćenjem celokupnog raspoloživog niza.

## 3 OPIS METODOLOGIJE

### 3.1 Metoda Langbajna

Osnovna zavisnost koja se koristi kod metode Langbajna, data u formi izraza (1) i prikazana na slici 1, povezuje prosečan godišnji oticaj  $Q$  sa prosečnim godišnjim padavinama  $P$  i temperaturnim faktorom  $E$ , koji je funkcija prosečne temperature  $T$ . U originalnom radu Langbajna [8] temperaturni faktor E zavisi od temperature T na sledeći način:

$$\log E = 0,027 \cdot T + 0,886 \quad (3)$$



Slika 1. Empirijska zavisnost relativnog oticaja ( $Q/E$ ) od relativnih padavina ( $P/E$ ) u metodi Langbajna

Metoda se primenjuje tako što se na osnovu vrednosti temperaturnog faktora  $E$ , izračunatog pomoću temperature  $T$ , i prosečnih padavina  $P$  određuje odnos  $P/E$ . Na osnovu tog odnosa i zavisnosti (1) se dobija odnos  $Q/E$ . Vrednost  $Q$  se dobija kao sloj oticaja u centimetrima, dok se odgovarajući srednji protok  $Q_{sr}$  može dobiti množenjem sa površinom sliva i deljenjem sa vremenskim intervalom od jedne godine:

$$Q_{sr} = Q \cdot A / T_{god} \quad (4)$$

Primena originalne metode Langbajna za ocenu srednjeg protoka na profilima hidroloških stanica daje velika odstupanja od srednjih osmotrenih protoka, pri čemu se najveće razlike dobijaju na slivovima na kojima su prisutne karstne geološke formacije, tj. gde postoji podzemni oticaj u druge slivove i na koje dotiče voda sa drugih slivova. U domaćoj praksi je uobičajeno da se Langbajnova metoda „tarira“ prema raspoloživim podacima na izučenim slivovima, za šta su postojali različiti pristupi (npr. [6], [10]). Jedan od mogućih pristupa je tariranje zavisnosti temperaturnog faktora  $E$  od temperature  $T$  u vidu:

$$\log E = 0,027 \cdot T + \Theta \quad (5)$$

gde je  $\Theta$  koeficijent koji se tarira za razmatrani sliv.

### 3.2 Određivanje parametra $\Theta$ za izučene slivove

U ovom radu se pošlo od toga da svaki izučeni sliv ima svoju „optimalnu“ vrednost parametra  $\Theta$  sa kojom ocena srednjeg protoka po metodi Langbajna daje istu vrednost kao i izmereni srednji protok. Parametar  $\Theta$  može se izračunati za svaku stanicu tako što se traženi protok izjednačava sa osmotrenim srednjim protokom na stanicu. Jednačina se može rešiti iterativno, postepenim približavanjem rešenju uz promenu vrednosti parametra  $\Theta$ . Dobijene „optimalne“ vrednosti parametra  $\Theta$  za pojedine slivove su kartirane kako bi karta mogla da posluži za

određivanje ovog parametra za neizučene slivove. Pod kartiranjem se ovde podrazumeva prostorna interpolacija parametra  $\Theta$  na osnovu poznatih vrednosti za pojedine slivove. Razmatrano je gde će se nalaziti tačke kojima će se dodeliti vrednosti parametra  $\Theta$  i iz kojih će se vršiti interpolacija. Postojale su dve varijante za pozicioniranje tačaka: na izlaznom profilu sliva tj. na lokaciji hidrološke stanice, ili u težištu sliva. Posle preliminarног razmatranja ove dve varijante, izabrano je da se vrednosti parametra  $\Theta$  dodeli tačkama u težištu sliva. Formiran je skup tačaka čije prostorne koordinate predstavljaju geografske širine i dužine težišta slivova, a treća koordinata predstavlja vrednost parametra  $\Theta$ . Taj skup tačaka predstavlja vektor referentnih tačaka između kojih bi se uradila prostorna interpolacija, a time i kartiranje parametra  $\Theta$ . U nastavku rada razmatrano je više metoda prostorne interpolacije kako bi se dobila najrealističnija karta parametra  $\Theta$ .

### 3.3 Kartiranje parametra $\Theta$

Postoji više metoda prostorne interpolacije, ali ne postoje najbolja metoda koja je u opštem slučaju superiorna u odnosu na ostale metode [4]. Izbor metode zavisi od [4]: karakteristika pojave koja se modelira, raspoloživog uzorka, zahtevane tačnosti i dozvoljenog utroška računarskih resursa (memorija). Prostornom interpolacijom između referentnih tačaka dobija se rasterski sloj sa interpolovanim vrednostima.

U ovom radu je razmatrano nekoliko metoda prostorne interpolacije koje su dostupne u paketu QGis i koje se opisuju u nastavku.

#### 3.3.1 Tisenovi poligoni (Nearest neighbor)

Prema ovoj metodi, proizvoljnoj tački rastera se dodeljuje vrednost atributa (parametra  $\Theta$ ) najbliže referentne tačke. Preko Tisenovih poligona vrši se podela posmatranog područja tako da u sva svakom poligonu leži po jedna referentna tačka, a svaki poligon sadrži samo jednu dodeljenu vrednost. Prednosti ove metode su jednostavnost, a mane su nerealna prepostavka da se vrednost atributa naglo menja na granici Tisenovog poligona.

#### 3.3.2 Metod težina prema recipročnim rastojanjima (IDW)

Metoda IDW (Inverse Distance Weighting) spada u metode pokretnih površi koja se zasniva na proračunu posebne (lokalne) matematičke površi za svaku tačku u kojoj se interpoluje vrednost. Vrednost u interpolovanoj tački se računa kao visina lokalne površi iznad date

tačke. Površ može biti horizontalna ravan, kosa ravan ili površ drugog reda, čije se jednačine rešavaju po metodi najmanjih kvadrata. Pri proračunu se vrednosti atributa u referentnim tačkama dodeljuju različite težine, a funkcija za proračun se bira tako da bude monotono opadajuća funkcija rastojanja referentne tačke od interpolovane tačke. Kod metode IDW težina se računa kao recipročna vrednost rastojanja interpolovane tačke od referentnih tačaka podignutog na neki stepen. Za referentnu tačku i težinu je  $w_i = 1/d_i^k$ . Na osnovu toga, interpolovana vrednost  $z$  u tački  $s$  se dobija kao poneđrisana sredina vrednosti atributa  $z$  susednih referentnih tačaka  $s_i$ :

$$\hat{z}(s) = \sum_{i=1}^m w_i \cdot z(s_i) \quad (6)$$

gde je  $m$  ukupan broj susednih referentnih tačaka na osnovu kojih se interpoluje.

### 3.3.3 Metoda TIN

U ovoj metodi interpolacije referentne tačke predstavljaju temena mreže trouglova ili TIN (Triangular Irregular Network). Zasniva se na tome da se prvo odredi trougao u koji interpolovana tačka pada, pa se za taj trougao formira trougaoni površinski element koji prolazi kroz temena trouglova. Vrednost atributa u interpolovanoj tački određuje se linearom interpolacijom preko referentnih tačaka u temenima trougla.

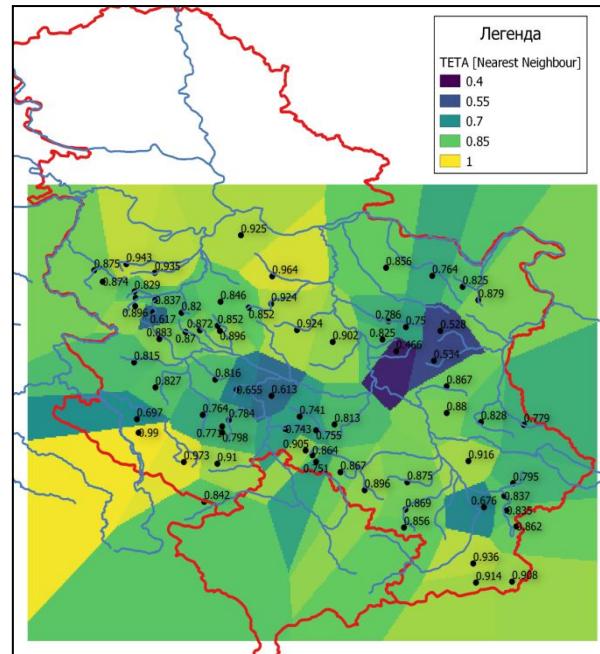
### 3.3.4 Metoda kriginga

Metoda kriginga je statistička metoda prostorne interpolacije. Cilj ove metode da se dobije najbolja linearna nepristrasna (nepomerena) ocena vrednosti atributa u posmatranoj tački. Metoda je dosta složenija od prethodnih navedenih, pa se neće ulaziti u njeno detaljnije razmatranje. Korišćena je varijanta običnog kriginga (Ordinary Kriging), kod koga se zahteva da su priraštaji funkcije stacionarni, ali ne i sama funkcija.

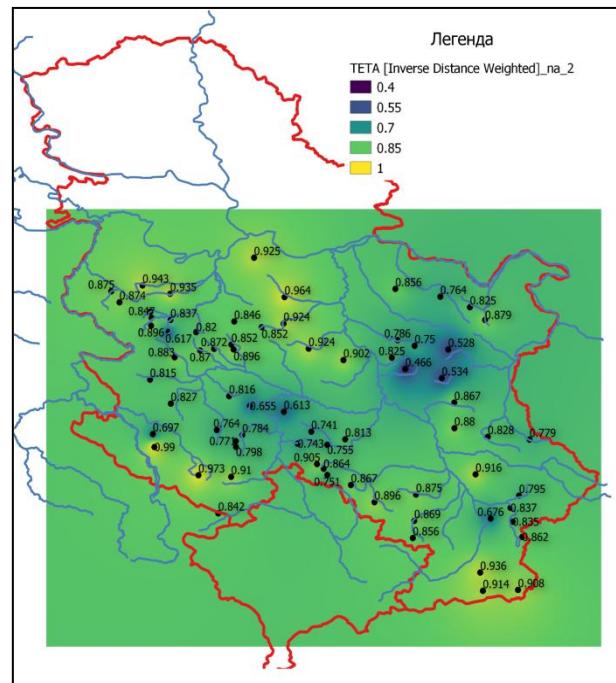
## 4 REZULTATI

### 4.1 Karte parametra $\Theta$ za različite metode interpolacije

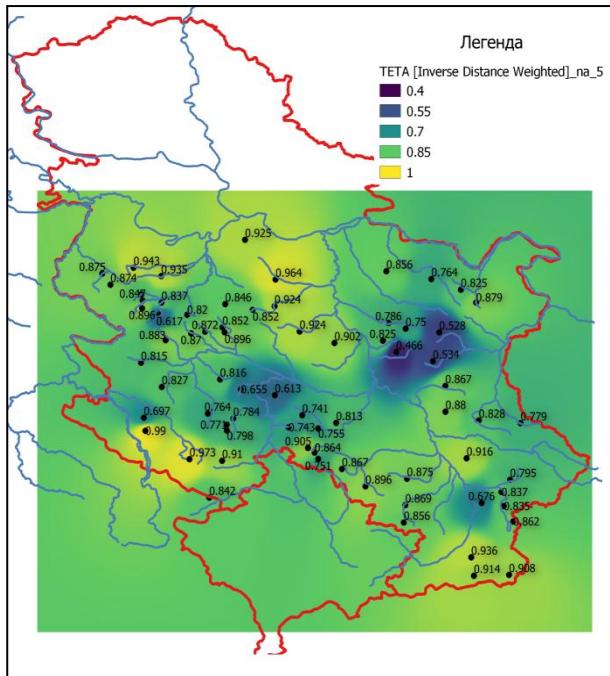
Karte parametra  $\Theta$  dobijene primenom razmatranih metoda interpolacije prikazane su na slikama 2 do 7. Teritorija pokrajine Kosova i Metohije je obuhvaćena interpolacijom, ali se dobijeni rezultat ne može smatrati validnim zbog nedostupnosti podataka sa mernih stanica na ovoj teritoriji.



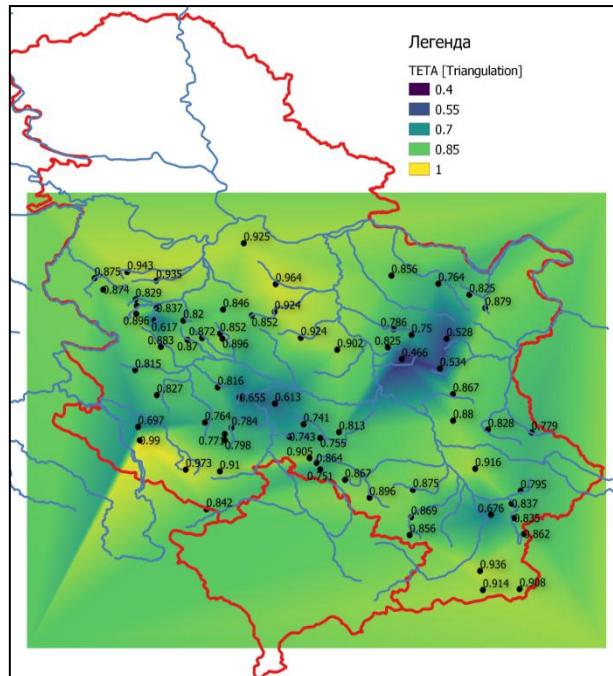
Slika 2. Karta parametra  $\Theta$  dobijena metodom Tisenovih poligona (Nearest neighbour)



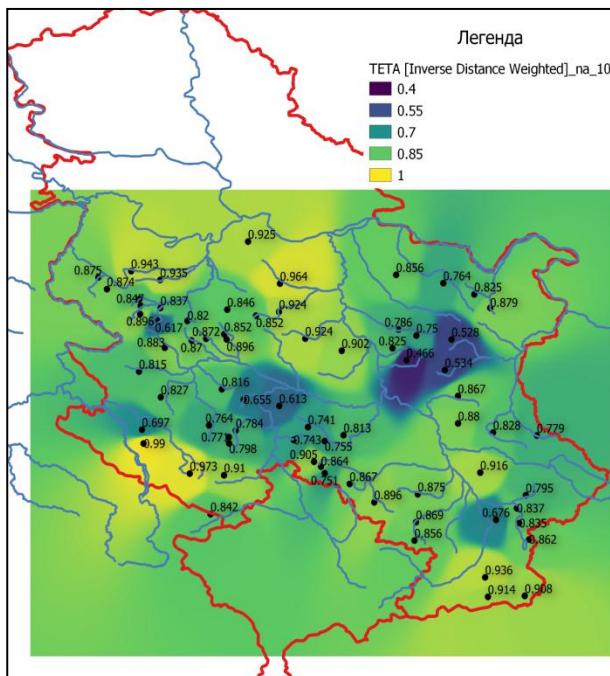
Slika 3. Karta parametra  $\Theta$  dobijena metodom recipročnih rastojanja (IDW) na drugi stepen



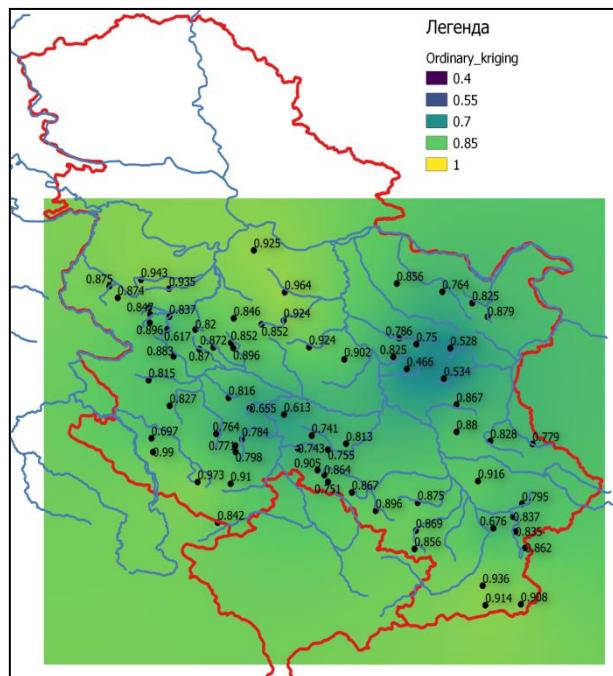
Slika 4. Karta parametra  $\Theta$  dobijena metodom recipročnih rastojanja (IDW) na peti stepen



Slika 6. Karta parametra  $\Theta$  dobijena metodom TIN



Slika 5. Karta parametra  $\Theta$  dobijena metodom recipročnih rastojanja (IDW) na deseti stepen



Slika 7. Karta parametra  $\Theta$  dobijena metodom kriginga

## 4.2 Verifikacija karata parametra $\Theta$

Verifikacija karata interpolovanog parametra  $\Theta$  izvršena je za sve izabrane slivove osrednjavanjem vrednosti parametra  $\Theta$  sa karte po celoj površini sliva. Postupak je sproveden u paketu QGis pomoću funkcije Clip Raster by Mask Layer kojom se preklapaju slivovi koji su u formi vektora i karte koje su u formi rastera. Nakon analize dobijenih rezultata došlo se do zaključka da interpolacija metodom Kriging daje najlošije rezultate i da je treba isključiti iz daljeg proračuna. Ostale metode daju bolje podudaranje sa originalnim vrednostima u tačkama interpolacije, ali za dalju analizu izabrane samo metoda recipročnih rastojanja na deseti stepen (IDW 10) i metoda Tisenovih poligona (Nearest Neighbour) koje daju najmanje prosečne greške od 1,5%, odnosno 1,4%.

## 4.3 Verifikacija isključivanjem odabralih stanica

Nakon što su odabранe metode interpolacije koje daju najbolje rezultate u kartiranju parametra  $\Theta$ , pristupilo se odabiru kontrolnih stanica koje će koristiti za proveru tačnosti ocene parametra  $\Theta$  na neizučenim slivovima. Izabrane stanice su isključene iz interpolacije, nakon

čega su napravljene nove karte primenom metoda IDW 10 i Tisenovih poligona. Na osnovu novih karata, određene su prosečne vrednosti parametra  $\Theta$  po površini slija i vrednosti  $\Theta$  u težištu sliva svake isključene stanice. Formirane su tri grupe kontrolnih stanica koje su izabrane za verifikaciju isključivanjem iz kartiranja:

- 1) Studenica/Devići i Studenica/Mlanča na slivu Zapadne Morave;
- 2) Belica/Jagodina (Velika Morava), Čemernica/Gornja Gorevnica (Zapadna Morava), Toponička/Gornja Toponica (Južna Morava);
- 3) Obnica/Belo Polje, Jablanica/Sedlare, Gradac/Degurić, Ribnica/Mionica/Paštrić (objedinjen niz), koje sve pripadaju kolubarskom slivu.

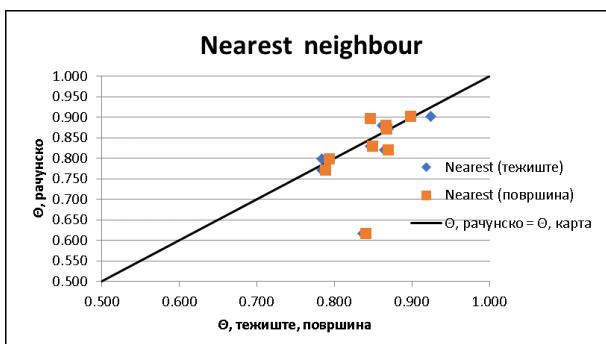
U tabeli 2 prikazane su vrednosti parametra  $\Theta$  za kontrolne stanice dobijene sa karata u težištu sliva i kao prosek po površini sliva. U istoj tabeli su prikazane i računske („optimalne“) vrednosti parametra  $\Theta$ . U tabeli 3 prikazane su greške u procentima za svaku od izvršenih verifikacija po kontrolnim stanicama. Opaža se da se najveće greške u oceni parametra  $\Theta$  javljaju u trećoj varijanti u kojoj su uklonjene stanice na slivu Kolubare.

Tabela 2. Vrednosti parametra  $\Theta$  na kontrolnim slivovima u verifikaciji.

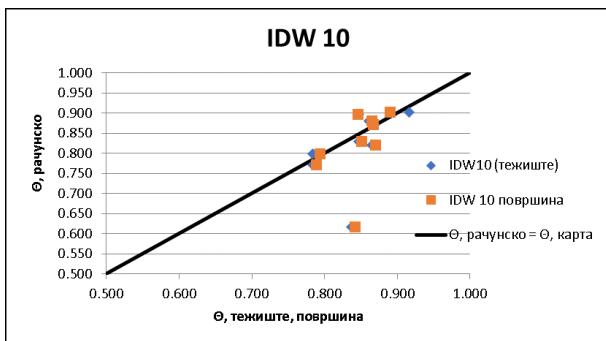
R. br.	Reka	Stanica	Slivno područje	Parametar $\Theta$				
				Računska vrednost	Nearest neighbour (težište)	IDW 10 (težište)	Nearest neighbour (na slivu)	IDW 10 (na slivu)
1	Studenica	Devići	Z. Morava	0.798	0.784	0.784	0.794	0.794
1	Studenica	Mlanča	Z. Morava	0.771	0.784	0.784	0.789	0.789
2	Belica	Jagodina	V. Morava	0.902	0.924	0.916	0.898	0.890
2	Čemernica	G. Gorevnica	Z. Morava	0.872	0.870	0.869	0.868	0.867
2	Toponička	G. Toponica	J. Morava	0.880	0.862	0.861	0.867	0.865
3	Obnica	Belo Polje	Kolubara	0.829	0.847	0.847	0.849	0.851
3	Jablanica	Sedlare	Kolubara	0.896	0.847	0.847	0.847	0.846
3	Gradac	Degurić	Kolubara	0.617	0.837	0.837	0.840	0.842
3	Ribnica	Mionica/Paštrić	Kolubara	0.820	0.865	0.865	0.870	0.870

Tabela 3. Greške prilikom ocene parametra  $\Theta$  na kontrolnim stanicama izražene u procentima.

R. br.	Reka	Stanica	Slivno područje	Greška u oceni parametra $\Theta$ (%)			
				Nearest neighbour (težište)	IDW 10 (težište)	Nearest neighbour (na slivu)	IDW 10 (na slivu)
1	Studenica	Devići	Z. Morava	1.7	1.7	0.5	0.5
1	Studenica	Mlanča	Z. Morava	1.6	1.6	2.2	2.2
2	Belica	Jagodina	V. Morava	2.5	1.6	0.4	1.3
2	Čemernica	G. Gorevnica	Z. Morava	0.2	0.4	0.5	0.6
2	Toponička	G. Toponica	J. Morava	2.1	2.2	1.5	1.7
3	Obnica	Belo Polje	Kolubara	2.2	2.2	2.4	2.6
3	Jablanica	Sedlare	Kolubara	5.5	5.5	5.5	5.5
3	Gradac	Degurić	Kolubara	35.7	35.7	36.3	36.5
3	Ribnica	Mionica/Paštrić	Kolubara	5.5	5.4	6.1	6.1



Slika 8. Odnos računskih vrednosti parametra  $\Theta$  i njegove ocene metodom Tisenovih poligona (Nearest Neighbor).



Slika 9. Odnos računskih vrednosti parametra  $\Theta$  i njegove ocene metodom recipročnih rastojanja na deseti stepen (IDW 10).

Usled prisustva karsta na slivu reke Gradac, računska vrednost  $\Theta$  je manja nego kod okolnih stanica. Uklanjanjem stanice Gradac – Degurić sa karte, mala vrednost parametra  $\Theta$  za ovu stanicu je isključena iz interpolacije, što znatno utiče i na vrednosti parametra  $\Theta$  na okolnim slivovima. Na slikama 8 i 9 je prikazan odnos računskih i ocenjenih vrednosti parametra  $\Theta$  za dve varijante interpolacije, kao i prava koja pokazuje jednakе vrednosti  $\Theta$  na apscisi i na ordinati. Uviđa se da ocenjene vrednosti parametra  $\Theta$  ne odstupaju mnogo od računskih, izuzev stanice Gradac – Degurić.

## 5 ZAKLJUČAK

Rezultati dobijeni u ovom radu dovode do zaključka da metoda Langbajna može uspešno da se koristi za određivanje srednjih protoka na neizučenim slivovima, uz pažljive korekcije i detaljna istraživanja.

Kako je verifikacija potvrdila, dobijene karte parametra  $\Theta$  u Langbajnovoj metodi mogu biti dobra polazna tačka

za primenu ove metode, ali ne za celu teritoriju Republike Srbije. Manja vrednost parametra  $\Theta$  odgovara slivovima sa karstnom geološkom strukturu, za koje bi bilo potrebno izvršiti dodatna istraživanja. Ta istraživanja treba da obuhvate određivanje stvarnih hidrogeoloških granica slivova i uvođenje u proračun što više izučenih slivova, tj. slivova do hidroloških stanica u nadležnosti Republičkog hidrometeorološkog zavoda na kojima se meri protok kako bi se što preciznije ispratio realan prostorni raspored oticaja. Ovo se odnosi i na teritorije na kojima je slaganje računskog parametra  $\Theta$  i njegove ocene na osnovu karata bilo bolje kako bi se povećala verodostojnost dobijenih rezultata.

Langbajnova metoda se pokazala pristupačnom za korišćenje kao jednostavna metoda koja se može prilagoditi lokalnim uslovima promenom jednog parametra. Korišćenjem savremenih alata kao što su geografski informacioni sistemi razvijena je karta parametra  $\Theta$  u digitalnom formatu i pomoću koje se traženi parametar može preciznije odrediti zarazmatrani neizučen sliv. Uočeno je da izbor metode interpolacije za kartiranje ovog parametra ima značajnu ulogu u realističnom prikazu njegovog prostornog rasporeda. Analize su pokazale da se najbolji rezultati u smislu verifikacije na izučenim slivovima dobijaju metodom Tisenovih poligona i metodom recipročnih rastojanja na deseti stepen (IDW 10), a dobijeni rezultati pokazuju da je interpolacija metodom IDW 10 nešto preciznija od metode Tisenovih poligona. Preporučuje se da se za nastavak istraživanja koriste obe metode zato što ne daju prevelike razlike. Takođe se preporučuje da se ocena parametra  $\Theta$  određuje po površini sliva a ne u njegovom težištu jer se na taj način uzimaju u obzir vrednosti  $\Theta$  na celom slivu.

S obzirom na promenljivost hidroloških procesa u vremenu prouzrokovano različitim promenama na slivovima kao i klimatskim varijacijama, a imajući u vidu i neprekidne promene u broju i rasporedu hidroloških stanica na osnovu kojih se analize mogu sprovesti, preporučuje se i povremeno ponavljanje opisane procedure u cilju ažuriranja karte parametra  $\Theta$  kako bi Langbajnova metoda mogla da se koristi sa dovoljnim stepenom pouzdanosti.

## LITERATURA

- [1] Blagojević, B., Plavšić, J. i Živković, N. (2010) Regionalizacija prosečnih voda na teritoriji Srbije. *Zbornik radova Građevinsko-arkitektonskog fakulteta u Nišu*, br. 25, str. 1-8.

- [2] Blagojević, B., Plavšić, J. (2013) A normalized regression based regional model for generating flows at ungauged basins, *Water Science and Technology*, 68(1): 99-108.
- [3] Blagojević J., Plavšić J., Ćatović S., Todorović A. (2018) Analiza srednjih voda u Srbiji na osnovu digitalnih karata padavina i temperaturu, *Vodoprivreda*, 50(4-6): 177-187.
- [4] Cvijetinović, Ž. (2008) Prostorna interpolacija (kreiranje neprekidnih polja, na osnovu tačkastih podataka), Geoinformatika 2, pisana predavanja, Univerzitet u Beogradu, Građevinski fakultet.
- [5] Isailović D., Prohaska S., Majkić B. (2007) Zavisnost komponenti hidrološkog bilansa Srbije. *Vodoprivreda*, 39(5-6): 239-252.
- [6] Janković, D. (2015) O određivanju prosečnog oticanja sa neizučenih slivova na teritoriji Srbije. Zbornik radova 17. Savetovanja SDHI - SDH, Vršac, Srbija. str. 816-825.
- [7] Langbein, W.B. (1962) The water supply of arid valleys in intermountain regions in relation to climate. *Bulletin of the International association of Scientific Hydrology*, Vol. 7, No. 1, pp. 34-39.
- [8] Langbein, W.B. and others (1949) *Annual runoff in the United States*, US Geological Survey, Circular 52.
- [9] Matalas N.C. (1983) Walter B. Langbein (1907–1982), *Hydrological Sciences Journal*, 28(3): 427-429.
- [10] Prohaska S., Srna P., Majkić B (2009) Hidrološke studije za reku Dubočicu u profilima vodozahvata malih hidroelektrana N1, N2 i N3, *Rudarsko-geološki fakultet, Beograd*.
- [11] Szalai, S., Auer, I., Hiebl, J., Milkovich, J., Radim, T., Stepanek, P., Zahradnicek, P., Bihari, Z., Laktos, M., Szentimrey, T., Limanowka, D., Kilar, P., Cheval, S., Deak, Gy., Mihic, D., Antolovic, I., Mihajlovic, V., Nejedlik, P., Stastny, P., Mikulova, K., Nabivyanets, I., Skyryk, O., Krakovskaya, S., Vogt, J., Antofie, T., Spinoni, J. (2013) Climate of the Greater Carpathian Region. Final Technical Report. CARPATCLIM Database © European Commission - JRC, [www.carpatclim-eu.org](http://www.carpatclim-eu.org).

## MAPPING THE PARAMETER OF THE LANGBEIN'S METHOD FOR MEAN RUNOFF ESTIMATION IN UNGAUGED BASINS IN SERBIA

by

Ognjen PROHASKA, Jasna PLAVŠIĆ  
University of Belgrade – Faculty of Civil Engineering  
Stevan PROHASKA  
“Jaroslav Černi” Institute for Water Management, Belgrade, Serbia  
Andrijana TODOROVIĆ  
University of Belgrade – Faculty of Civil Engineering

### Summary

This paper deals with the estimation of mean flows in small ungauged basins within the territory of the Republic of Serbia, where there are no hydrological data on measured flows. Particularly, the study employs the Langbein's method in which the parameter  $\Theta$  is formulated, the value of which is  $\Theta = 0.886$  in the original Langbein's formula. Mean annual precipitation and temperatures are used as the input data for the Langbein's method, taken from the CarpatClim Digital Repository. A total of 82 hydrologic stations with available data on measured flows were initially included in the analysis, but the number was reduced to 71 after additional considerations. By using the Langbein's method with the original value of the parameter  $\Theta$ , the discrepancies between the observed mean flows and the computational mean flows at the considered stations were determined. The parameter  $\Theta$  for each station was then calibrated so that the calculated mean flow at each station corresponds to the observed one. The calibrated values of the parameter  $\Theta$  were mapped to facilitate estimation of mean flows in ungauged basins. Several methods for spatial interpolation were examined in order to identify the method that will provide the most realistic results when using the map for ungauged basins. It was concluded that the most accurate results

were obtained for interpolation by the Thiessen polygons (or Nearest Neighbour method) and by the weighted inverse distance method with distances to the power of 10 (IDW 10 method). The final verification of the estimates of the parameter  $\Theta$  was performed by selecting a set of reference stations that were excluded from the interpolation, and then by creating new maps. Based on this new maps, new estimates of the parameter  $\Theta$  for the excluded stations were determined by averaging  $\Theta$  over the basin area and at the basin centroid. It was found that the estimate of parameter  $\Theta$  over the basin areas is more precise than the estimate at the basin centroid. On the basis of the results it is concluded that the maps obtained by the two interpolation methods are acceptable for estimating the parameter  $\Theta$ , with additional care in the karst areas. It is necessary to include as many stations as possible in the calculations and mapping of the parameter  $\Theta$  in order to obtain a more realistic representation of the parameter  $\Theta$ , especially in the parts of the country with significant share of karst formations.

Key words: mean flows, Langbein's method, ungauged basins, parameter  $\Theta$ , mapping

Redigovano 29.10.2019.