

TEORIJSKO I EKSPRIMENTALNO ODREĐIVANJE KOEFICIJENTA PROTOKA ZA ŠIROKI PRAG U KANALU PROIZVOLJNOG NAGIBA DNA

Mr Dejana ĐORĐEVIĆ, dipl.građ.inž.
Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu
E-mail: DEJANA@irc.grf.bg.ac.yu

*"Sredstva mehanike fluida su laboratorijsko iskustvo, dimenzijska analiza i proces rasuđivanja koji nastoji da interpretira fenomene kretanja fluida u svetlosti osnovnih principa mehanike."
(Hunter Rouse)*

REZIME

U radu se najpre, korišćenjem principa dimenzione analize, razmatra slobodno, nepotopljeno prelivanje preko širokog praga sa pravouglim uzvodnim licem. Potom se, primenom jednačine sila (dinamičke jednačine), izvode uopšteni, teorijski izrazi za određivanje koeficijenta protoka preko širokog praga prvo, u kanalu sa nagnutim, a zatim u kanalu sa horizontalnim dnom. Na kraju se vrednosti koeficijenta protoka, dobijene na osnovu rezultata laboratorijskih eksperimenata za tri različita nagiba dna, porede sa ekvivalentnim vrednostima za horizontalno dno i izvode odgovarajući zaključci o uticaju nagiba dna na vrednosti koeficijenta protoka C_Q .

Ključne reči: široki prag, koeficijent protoka, dimenziona analiza, laboratorijska merenja

1. UVOD

Široki prag, kao što je poznato, predstavlja hidraulički kratak objekat koji se, između ostalog, može koristiti i za merenje protoka u laboratorijskim uslovima i na terenu. Pri tom se zahteva da prilazni kanal ima horizontalno dno. Na taj način se, prilikom određivanja koeficijenta protoka, eliminiše uticaj sile gravitacije (težine), koju je u najvećem broju slučajeva teško proceniti. Razmatranjem prelivanja preko širokog praga u kanalu proizvoljnog nagiba dna problem određivanja koeficijenta protoka za široki prag se generalizuje, pa se tečenje preko širokog praga u kanalu sa horizontalnim dnom,

kao što će se u ovom radu pokazati, može tretirati kao specijalan slučaj tečenja preko širokog praga u kanalu proizvoljnog nagiba dna. Teorijsku osnovu za ovu vrstu analize predstavlja zakon ravnoteže sila, a eksperimentalnu, merenja u ustaljenom hidrauličkom režimu, sprovedena za potrebe analize neustaljenog tečenja preko tri široka praga u prizmatičnom laboratorijskom kanalu.

2. TEORIJSKA RAZMATRANJA

2.1 Dimenziona analiza

Za slobodno prelivanje preko širokog praga sa pravouglim uzvodnim licem može se napisati sledeća funkcionalna zavisnost između promenljivih koje karakterišu ovaj vid strujanja sa slobodnom površinom:

$$\Phi_1(Q, b, h_1, L, P, l_d, g, \nu, \rho) = 0 \quad (1)$$

gde je: Q protok, b širina poprečnog preseka; h_1 visina prelivnog mlaza; L dužina praga u pravcu strujanja; P visina praga; l_d nagib dna kanala; g ubrzanje zemljine teže; ν kinematički koeficijent viskoznosti, a ρ gustina vode (fluida).

Kada se za osnovne veličine izaberu: dubina h_1 , kao predstavnik dužine, ubrzanje g , kao predstavnik vremena i gustina ρ , kao predstavnik mase, problem sa osam dimenzionih i jednom bezdimenzionom veličinom svodi se na problem sa šest bezdimenzionih veličina:

$$\Phi_2 \left(\frac{Q}{bh_1^{3/2} g^{1/2}}, \frac{Q^2}{b^2 h_1^3 g}, \frac{L}{h_1}, \frac{P}{h_1}, I_d, \frac{v}{h_1^{3/2} g^{1/2}} \right) = 0 \quad (2)$$

ili

$$\Phi_3 \left(\frac{Q}{bh_1^{3/2} g^{1/2}}, \frac{v^2}{gh_1}, \frac{h_1}{L}, \frac{h_1}{P}, I_d, \frac{h_1 \sqrt{gh_1}}{v} \right) = 0 \quad (3)$$

Prvi član u zagradi predstavlja koeficijent protoka C_Q , drugi Froude-ov broj, a poslednji član Reynolds-ov broj. S obzirom na to da se bezdimenzione veličine mogu međusobno povezivati, izvršiće se kombinovanje drugog i trećeg člana u zagradi, nakon čega se može napisati sledeća funkcionalna zavisnost za određivanje koeficijenta protoka:

$$C_Q = \frac{Q}{bh_1 \sqrt{gh_1}} = \Phi_4 \left(\frac{P}{L}, \frac{P}{h_1}, I_d, F_r, R_e \right) \quad (4)$$

Kao što se vidi, koeficijent C_Q , u opštem slučaju, zavisi od geometrijskih karakteristika praga, odnosa visine preliivanja prema visini praga, nagiba dna kanala, Froude-ovog (F_r) i Reynolds-ovog broja R_e . Za kanal sa horizontalnim dnom otpada član I_d , pa se (4) svodi na:

$$C_Q = \Phi_5 \left(\frac{P}{L}, \frac{P}{h_1}, F_r, R_e \right) \quad (5)$$

Za konkretan prag P/L je konstanta, pa se izostavlja iz razmatranja. Izrazi (4) i (5) se, u tom slučaju svode na:

$$C_Q = \Phi_6 \left(\frac{P}{h_1}, I_d, F_r, R_e \right) \quad (6)$$

za kanal sa nagnutim dnom, odnosno:

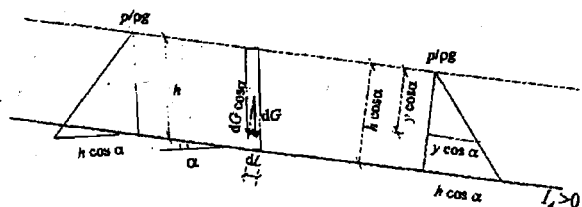
$$C_Q = \Phi_7 \left(\frac{P}{h_1}, F_r, R_e \right) \quad (7)$$

za kanal sa horizontalnim dnom.

2.2 Teorijski izrazi za koeficijent protoka pri nepotopljenom preliivanju preko širokog praga u kanalu sa nagnutim i horizontalnim dnom

U kanalu sa velikim nagibom dna ($\text{tg} \alpha \gg \sin \alpha$) raspored pritiska po vertikali odstupa od hidrostatičkog zakona raspodele koji važi za horizontalno dno. (U proračunima se može pretpostaviti da u preseku vlada hidrostatička raspodela pritiska ukoliko je nagib dna mali, tj. ako je $\text{tg} \alpha \approx \sin \alpha$, a tečenje blago promenljivo.) Nehidrostatička raspodela pritiska u preseku uslovljava nešto manju vrednost sile pritiska od hidrostatičke, pa će se, pre nego što se pristupi određivanju bezdimenzionih izraza za koeficijent protoka, prvo razmotriti raspodela pritiska u kanalu kod koga je $\text{tg} \alpha \gg \sin \alpha$.

Raspored pritiska u kanalu sa velikim nagibom dna. Pretpostaviće se da je tečenje u kanalu pravolinijsko i paralelno, sa dubinom $h \cos \alpha$, upravnom na dno (slika 1).



Sl. 1. - Raspored pritiska u kanalu sa velikim nagibom dna
Pressure distribution in the sloping channel

Težina stuba tečnosti visine h i neizmerno male širine dL iznosi: $dG = \rho gh dL \text{ m}^3$. Komponenta sile težine upravna na dno $dG \cos \alpha$ izaziva pritisak:

$$p = \frac{dG \cos \alpha}{dL \text{ m}^2} = \rho gh \cos \alpha \quad (8)$$

Na dubini y :

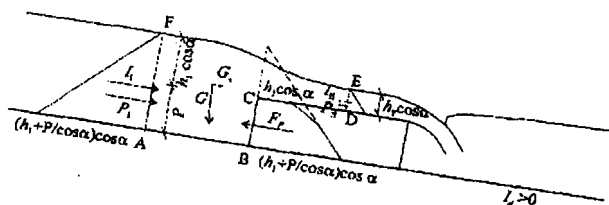
$$p(y) = \rho g y \cos \alpha \quad (9)$$

Dijagram raspodele visine pritiska ($p/\rho g$) kao i u slučaju horizontalnog dna ima oblik trougla. Međutim, trougao više nije ravnokrak, već raznokrak sa osnovom $h \cos \alpha$ i visinom h , ako se posmatra raspored pritisaka po vertikali, odnosno $h \cos \alpha$, ako se razmatra raspored pritisaka u pravcu upravnom na dno.

Bezdimenzioni izrazi za koeficijent protoka. Bezdimenzioni izraz za koeficijent protoka u kanalu pravougaonog poprečnog preseka (širine b) sa nagnutim

dnom izvešće se korišćenjem jednačine ravnoteže sila koje, u pravcu toka, deluju na kontrolnu zapreminu smeštenu između preseka AF i DE (slika 2). Osnovne pretpostavke su:

- 1° trenje na dnu kanala i kruni preliva se zanemaruje;
- 2° raspored pritiska u graničnim presecima AF i DE je linearan (strujnice su pravolinijske i paralelne);
- 3° raspored brzine u presecima AF i DE je uniforman.



Slika 2. - Shema sila koje deluju na kontrolnu zapreminu smeštenu između preseka AF i DE
Definition sketch for momentum analysis

Dinamička jednačina za razmatranu zapreminu glasi:

$$P_1 + I_1 + G_x = F_p + P_2 + I_2 \quad (10)$$

gde su P_1 i P_2 komponente sile pritiska u pravcu toka, a I_1 i I_2 inercijalne sile u presecima AF i DE; F_p je komponenta sile koja deluje na prag u pravcu toka, a G_x komponenta sile težine u pravcu toka. Sile su definisane sledećim izrazima:

Komponenta sile pritiska u pravcu toka u preseku AF širine b :

$$P_1 = \frac{1}{2} \rho g b \left(h_1 + \frac{P}{\cos \alpha} \right)^2 \cos^2 \alpha \quad (11)$$

dinamička jednačina dobija sledeći oblik:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \rho g b \left(h_1 + \frac{P}{\cos \alpha} \right)^2 \cos^2 \alpha - \frac{1}{2} \rho g b h_p^2 \cos^2 \alpha - K_p' \frac{1}{2} \rho g b \left[\left(2h_1 + \frac{P}{\cos \alpha} \right) \cos \alpha P \right] + \\ & + \rho g b A_{ABCDEF} \sin \alpha = \frac{\rho Q^2}{b h_p \cos \alpha} - \frac{\rho Q^2}{b \left(h_1 + \frac{P}{\cos \alpha} \right) \cos \alpha} \end{aligned} \quad (18)$$

Komponente sile pritiska u pravcu toka u preseku DE širine b :

$$P_2 = \frac{1}{2} \rho g b h_p^2 \cos^2 \alpha \quad (12)$$

Komponenta sile koja deluje na prag u pravcu toka:

$$F_p = K_p' \frac{1}{2} \rho g b \left[\left(2h_1 + \frac{P}{\cos \alpha} \right) \cos \alpha P \right] \quad (13)$$

gde je K_p' koeficijent kojim se uzima u obzir odstupanje od linearne raspodele pritiska u profilu uzvodnog lica (BC) (širina profila je b).

Komponenta sile težine (za zapreminu fluida smeštenu između preseka AF i DE) u pravcu toka:

$$G_x = G \sin \alpha = \rho g A_{ABCDEF} b \sin \alpha \quad (14)$$

Inercijalna sila u preseku AF širine b :

$$I_1 = \rho Q v_1 \quad (15)$$

Inercijalna sila u preseku DE širine b :

$$I_2 = \rho Q v_2 \quad (16)$$

gde su v_1 i v_2 srednje profilske brzine u razmatranim presecima.

Zamenom izraza (11)-(16) u (10), posle pregrupisanja članova u jednačini (10) i korišćenja jednačine kontinuiteta, napisane za preseke AF i DE:

$$v_1 \left(h_1 + \frac{P}{\cos \alpha} \right) \cos \alpha b = v_2 h_p \cos \alpha b = Q \quad (17)$$

Množenjem sa $2/\rho gb$ prethodni izraz postaje:

$$\left(h_1 + \frac{P}{\cos \alpha}\right)^2 \cos^2 \alpha - h_p^2 \cos^2 \alpha - K_p' \left(2h_1 + \frac{P}{\cos \alpha}\right) \cos \alpha P + 2A_{ABCDEF} \sin \alpha =$$

$$= \frac{2Q^2}{gb^2 \cos \alpha} \left(\frac{1}{h_p} - \frac{1}{h_1 + \frac{P}{\cos \alpha}} \right) \quad (19)$$

Rešavanjem prethodne jednačine po Q dobija se:

$$Q = b \sqrt{\frac{g}{2}} \left[\frac{\left(h_1 + \frac{P}{\cos \alpha}\right)^2 \cos^3 \alpha - h_p^2 \cos^3 \alpha - K_p' \left(2h_1 + \frac{P}{\cos \alpha}\right) \cos^2 \alpha P + A_{ABCDEF} \sin 2\alpha}{\frac{1}{h_p} - \frac{1}{h_1 + \frac{P}{\cos \alpha}}} \right]^{1/2} \quad (20)$$

Jednačina krive protoka za široki prag sa pravouglim uzvodnim licem u kanalu sa horizontalnim dnom u slučaju nepotopljenog preliivanja i u uslovima kada se brzinska visina uzvodno od praga može zanemariti ima sledeći oblik:

Da bi se izraz (20) sveo na formu sličnu prethodnoj, izvršiće se određene transformacije. U jednačini (20) ispred zagrade će se izvući izraz $\sqrt{2} h_1 \sqrt{h_1}$. Nakon sređivanja se dobija:

$$Q = C_D b h_1 \sqrt{2gh_1} \quad (21)$$

$$Q = b h_1 \sqrt{2gh_1} \frac{1}{2} \left[\frac{\left(\frac{h_1 \cos \alpha + P}{h_1 \cos \alpha}\right)^2 \cos^3 \alpha - \left(\frac{h_p}{h_1}\right)^2 \cos^3 \alpha - K_p' \frac{\left(2h_1 + \frac{P}{\cos \alpha}\right) \cos^2 \alpha}{h_1} \frac{P}{h_1} + \frac{A_{ABCDEF} \sin 2\alpha}{h_1^2}}{\frac{1}{h_p} - \frac{1}{h_1 + \frac{P}{\cos \alpha}}} \right]^{1/2} \quad (22)$$

Izjednačavanjem izraza (22) i (21) dobija se bezdimenzioni izraz - funkcija Φ_6 za određivanje koeficijenta protoka:

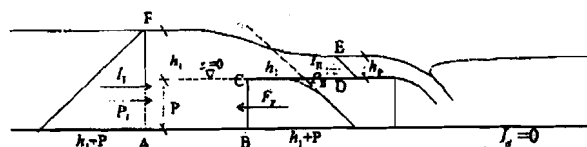
$$C_D = \frac{1}{2} \left[\frac{\left(\frac{h_1 \cos \alpha + P}{h_1 \cos \alpha}\right)^2 \cos^3 \alpha - \left(\frac{h_p}{h_1}\right)^2 \cos^3 \alpha - K_p' \frac{\left(2h_1 + \frac{P}{\cos \alpha}\right) \cos^2 \alpha}{h_1} \frac{P}{h_1} + \frac{A_{ABCDEF} \sin 2\alpha}{h_1^2}}{\frac{1}{h_p} - \frac{1}{h_1 + \frac{P}{\cos \alpha}}} \right]^{1/2} \quad (23)$$

Za konkretan prag, tj. poznatu geometriju ($P/L = \text{const}$), vrednosti koeficijenta K_p i odnosa h_p/h_1 mogu se odrediti eksperimentalnim ispitivanjem. Jedini problem koji ostaje nerešen jeste utvrđivanje zapremine fluida između graničnih preseka AF i DE. U laboratorijskim uslovima ovaj problem bi se, na primer, mogao rešiti planimetrisanjem fotosnimka tečenja preko praga, naravno, samo pod uslovom da su zidovi kanala transparentni.

Poslednji član u brojiocu izraza (23) unosi uticaj sile gravitacije (težine) na C_D . Kada je $\alpha = 0$ (horizontalno dno), ovaj član je jednak nuli, tj. sila gravitacije nema uticaja na vrednost koeficijenta protoka. Bezdimenzioni izraz za određivanje C_D tada postaje:

$$C_D = \frac{1}{2} \left[\frac{\left(\frac{h_1 + P}{h_1} \right)^2 - \left(\frac{h_p}{h_1} \right)^2 - K_p \frac{2h_1 + P}{h_1} \frac{P}{h_1}}{\frac{1}{\frac{h_p}{h_1}} - \frac{h_1}{h_1 + P}} \right]^{1/2} \quad (24)$$

Ovde je sa K_p označen koeficijent kojim se uzima u obzir odstupanje od hidrostatičke raspodele pritiska u profilu uzvodnog lica (BC) (slika 3).



SI. 3. - Shema sile koje deluju na kontrolnu zapreminu smeštenu između preseka AF i DE
Definition sketch for momentum analysis.

Do istog izraza se može doći korišćenjem jednačine sila primenjene na konačnu zapreminu smeštenu između preseka AF i DE (slika 3). Osnovne pretpostavke od kojih se polazi pri ispisivanju dinamičke jednačine u ovom slučaju su:

- 1° dno kanala i kruna praga su horizontalni;
- 2° trenje na dnu kanala i kruni praga se zanemaruje;
- 3° raspored pritiska u granicnim presecima AF i DE je hidrostatički, tj. ispunjen je uslov nepodan za uspostavljanje paralelnog strujanja nad krunom preliva;
- 4° raspored brzine po vertikali, u presecima AF i DE, je uniforman.

Izrazom (24) definisana je funkcija Φ_7 za određivanje koeficijenta protoka preko širokog praga u kanalu sa horizontalnim dnom. Za konkretan prag, tj. poznatu geometriju ($P/L = \text{const}$), vrednosti koeficijenta K_p i odnosa h_p/h_1 mogu se odrediti na osnovu eksperimenata.

Tab. 1. - Koeficijenti protoka pri nepotopljenom prelivanju preko "širokog" praga u kanalu sa horizontalnim i kanalu sa nagnutim dnom
Discharge coefficients of the rectangular broad-crested weir for free-flow conditions in both horizontal and sloping channel

$\text{tga} = 0 \wedge \text{tga} \approx \sin \alpha$	$C_D = \frac{1}{2} \left[\frac{\left(\frac{h_1 + P}{h_1} \right)^2 - \left(\frac{h_p}{h_1} \right)^2 - K_p \frac{2h_1 + P}{h_1} \frac{P}{h_1}}{\frac{1}{\frac{h_p}{h_1}} - \frac{h_1}{h_1 + P}} \right]^{1/2} \quad (24)$
$\text{tga} > \sin \alpha$	$C_D = \frac{1}{2} \left[\frac{\left(\frac{h_1 \cos \alpha + P}{h_1 \cos \alpha} \right)^2 \cos^3 \alpha - \left(\frac{h_p}{h_1} \right)^2 \cos^3 \alpha - K_p \frac{\left(2h_1 + \frac{P}{\cos \alpha} \right) \cos^2 \alpha}{h_1} \frac{P}{h_1} + \frac{A_{BCDEF} \sin 2\alpha}{h_1^2}}{\frac{1}{\frac{h_p}{h_1}} - \frac{h_1}{h_1 + \frac{P}{\cos \alpha}}} \right]^{1/2} \quad (23)$

Pošto se (23) za $\alpha = 0$ svodi na (24), prelivanje preko "širokog" praga kada je dno kanala horizontalno može se shvatiti kao specijalan slučaj prelivanja preko širokog praga u kanalu proizvoljnog nagiba dna. Činjenica da poslednji član u brojiocu izraza (23), kojim se unosi uticaj sile gravitacije (težine) na C_Q , nije prisutan u (24), intuitivno dovodi do zaključka da bi koeficijent protoka za nagnuti kanal trebalo da bude veći od odgovarajućeg koeficijenta pri $\alpha = 0$, kada su svi ostali uslovi isti: $P/L = \text{const}$, $h_1/P = \text{const}$, $F_r = \text{const}$ i $Re = \text{const}$.

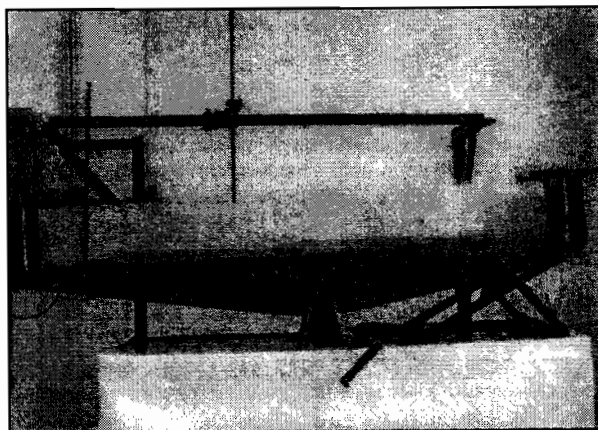
3. REZULTATI LABORATORIJSKIH ISPITIVANJA

Zaključak do koga se došlo teorijskim razmatranjem, proverice se korišćenjem rezultata merenja u ustaljenom hidrauličkom režimu. Ova merenja su sprovedena za potrebe analize neustaljenog tečenja preko tri široka praga u prizmatičnom laboratorijskom kanalu.

Najpre će se dati opis laboratorijske instalacije, a potom sledi prikaz rezultata merenja i njihova interpretacija.

3.1 Opis laboratorijske instalacije

Za potrebe laboratorijskih ispitivanja napravljena su tri široka praga od pleksiglasa, dužine (u pravcu toka) $L = 9$ cm, širine $b = 12$ cm i visine $P = 3$ cm. Pragovi su pričvršćeni za dno kanala postojeće laboratorijske instalacije (slika 4), koja se nalazi u Hidrauličkoj laboratoriji Instituta za hidrotehniku pri Građevinskom fakultetu u Beogradu.



Sl. 4. - Laboratorijska instalacija
Laboratory rig

Osnovni elementi instalacije su:

1. Uzvodni rezervoar čelične konstrukcije sa zmijolikim oštroičnim prelivom. Rezervoar je visinski tako postavljen da obezbeđuje konstantan dotok vode u kanal i ustaljeno tečenje kanalom.

¹Uslov koji treba da bude zadovoljen da bi se široki prag tretirao kao hidraulički kratak objekat [3]

2. Laboratorijski kanal čelične konstrukcije. Kanal je pravougaonog poprečnog preseka, dimenzija $b \times h = 12 \times 24.5$ cm. Dužina kanala iznosi $L_k = 240$ cm. Dno je izrađeno od čelika, a zidovi su od stakla.

3. Mesingani lenjir dužine 150 cm sa mernom iglom koja po njemu klizi iznad kanala.

4. Nizvodni rezervoar čelične konstrukcije sa Thomsonovim prelivom za merenje protoka.

Položaj pragova izabran je tako da domen strujanja, od interesa za pomenutu analizu, "padne" u dohvata merne igle (dužina od 140 cm) koja se kreće duž mesinganog lenjira. Tako su ovom iglom mereni svi nivoi duž kanala počevši od nivoa na uzvodnom pragu, do nivoa na nizvodnom pragu. Za merenje nivoa uzvodno od uzvodnog praga, korišćena je druga merna igla, oslonjena na zidove kanala. Referentne ravni se, u oba slučaja, nalaze iznad dna kanala i odgovaraju kotama "nula" mernih igala. Tačnost obe merne igle je 0.1 mm.

Nakon fiksiranja pragova, ponovo su izmerene visine i utvrđeno je da srednja vrednost visine uzvodnog praga iznosi $P_u = 3.065$ cm, srednjeg praga $P_s = 2.998$ cm, a nizvodnog $P_n = 3.033$ cm. Rastojanje između pragova iznosi $L_{pu} = L_{pn} = 58.5$ cm.

3.2 Uslovi pod kojima su izvedeni eksperimenti

Preliminarnim ispitivanjima je utvrđeno da se opseg protoka, pri kome je, na opisanom fizičkom modelu, za svaki od pragova, zadovoljen uslov: $0.08 \leq H_1/L \leq 0.33$ ¹, kreće od približno 0.2 do približno 0.7 l/s.

Eksperimenti su sprovedeni za tri vrednosti nagiba dna: $l_d = 7.84\%$, $l_d = 3.32\%$ i $l_d = 0.61\%$, koji odgovaraju redom: nepotopljenom prelivanju u burnom režimu, nepotopljenom prelivanju u mirnom režimu i potopljenom prelivanju. Za svaki od padova variran je protok unutar pomenutog opsega, odnosno bezdimenziona veličina h_1/P iz (6).

3.3 Poređenje vrednosti koeficijentata protoka za nagnuto dno sa ekvivalentnim vrednostima za horizontalno dno

Teorijski izrazi za koeficijent protoka (23) i (24) pokazuju da viskoznost, tj. Reynolds-ov broj praktično nema uticaja na vrednost koeficijenta C_Q . Stoga se Re u bezdimenzionim izrazima (6) i (7) može izostaviti. Iz ovih izraza se može izostaviti i Froude-ov broj pod pretpostavkom da je model napravljen po principima Froude-ove sličnosti, zato što istovetnost Froude-ovih brojeva na objektu i modelu omogućava da se rezultati i zaključci do kojih se došlo ispitivanjem na modelu prenesu na prototip.

U skladu sa prethodnim razmatranjem, funkcionalne zavisnosti (6) i (7) dobijaju sledeći oblik:

$$C_Q = \Phi'_6 \left(\frac{P}{h_1}, l_d \right) \quad (25)$$

za kanal sa nagutim dnom, odnosno

$$C_Q = \Phi'_7 \left(\frac{P}{h_1} \right) \quad (26)$$

za kanal sa horizontalnim dnom.

Kao što je već rečeno, funkcija Φ'_7 je specijalni oblik funkcije Φ'_6 za $l_d = 0$. Prema tome, da bi se moglo izvršiti poređenje, u izrazu (25) treba fiksirati nagib dna ($l_d = \text{const}$), tj. naći zavisnost:

$$C_Q = \Phi''_6 \left(\frac{P}{h_1} \right) \quad (27)$$

Statistička analiza rezultata pokazala je da se eksperimentalne vrednosti koeficijenta protoka najbolje prilagođavaju stepenoj zavisnosti:

$$C_Q = a \left(\frac{P}{h_1} \right)^b \quad (28)$$

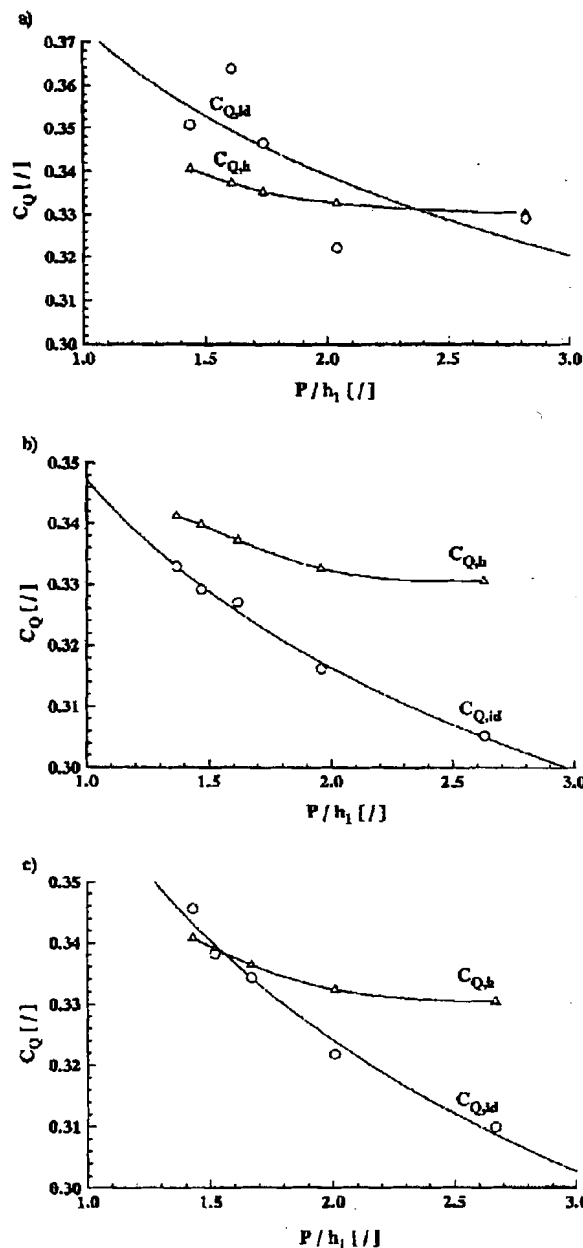
Vrednosti koeficijenata a i b , određene primenom metode najmanjih kvadrata, date su u Tabeli 2.

Tab. 2. - Vrednosti koeficijenata a i b iz (28)
Regression coefficients a and b of the Eq.(28)

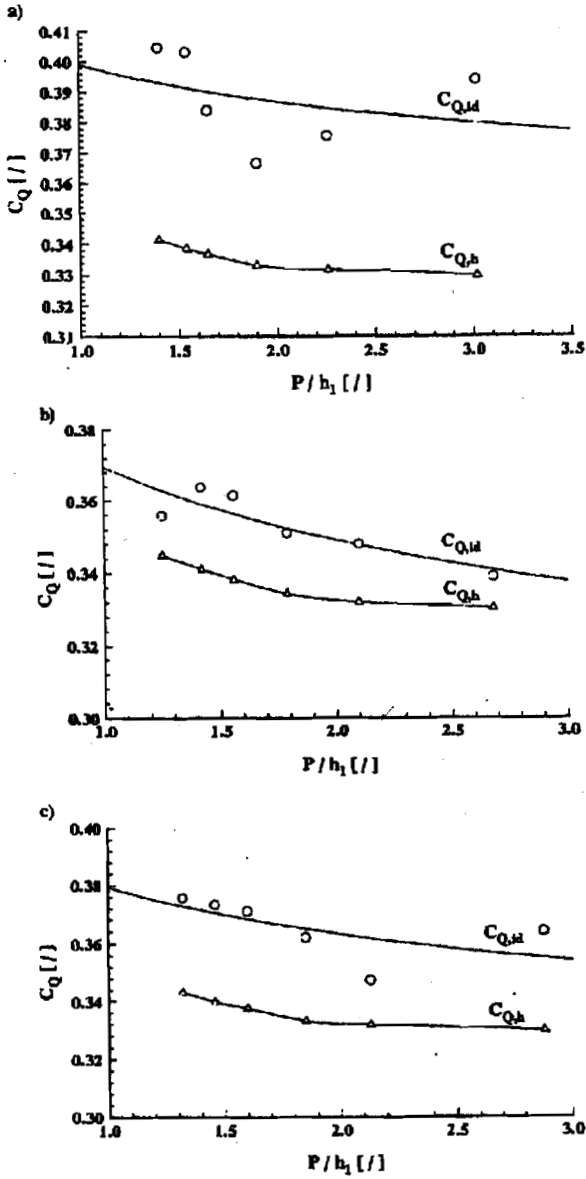
		$l_d = 0.61\%$	$l_d = 3.32\%$	$l_d = 7.84\%$
uzvodni prag	a	0.37700	0.40300	0.42184
	b	-0.15300	-0.05825	-0.00511
srednji prag	a	0.34513	0.37250	0.43053
	b	-0.12431	-0.09425	0.01669
nizvodni prag	a	0.36313	0.38150	0.41528
	b	-0.16331	-0.07025	0.03380

Ekvivalentne vrednosti koeficijenta C_Q za horizontalno dno sračunate su pod pretpostavkom da se u kanalu nalazi samo razmatrani prag. Proračun je sproveden prema postupku koji je opisan u literaturi [3].

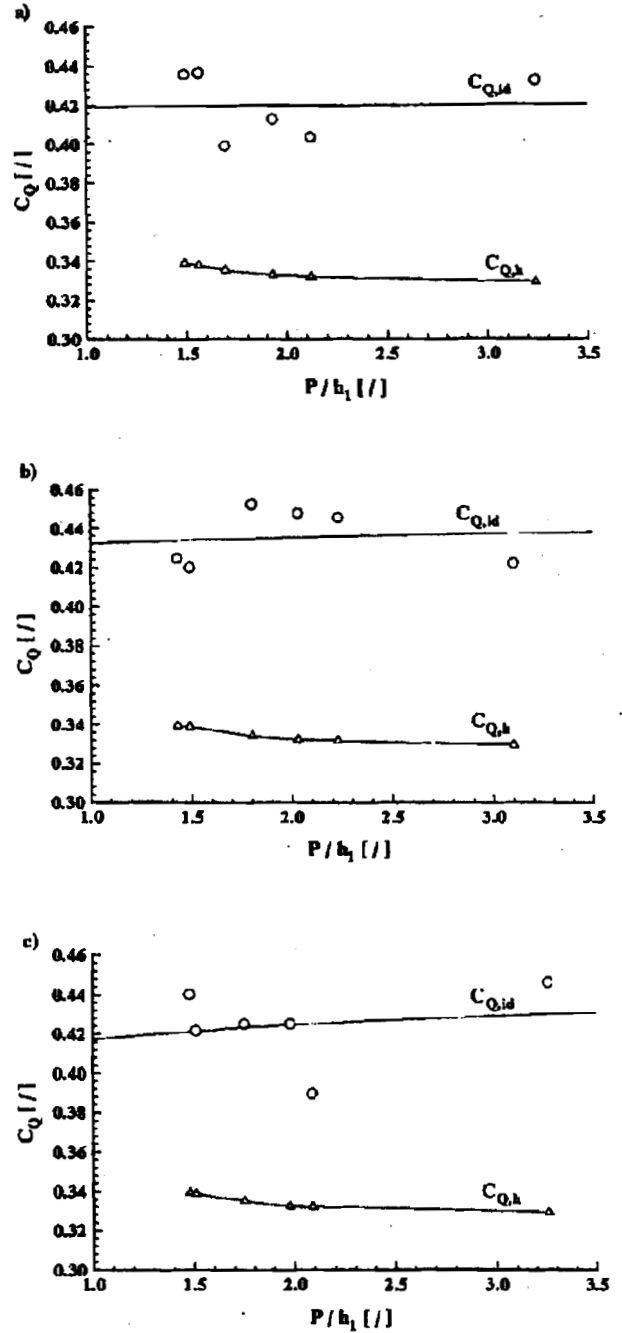
Na slikama 5, 6 i 7 prikazane su empirijske zavisnosti (28) za tri nagiba dna i empirijske zavisnosti tipa (26) za horizontalno dno. Svaka slika sadrži po tri dijagrama koji redom odgovaraju uzvodnom, srednjem i nizvodnom pragu. Uočava se da sa povećanjem nagiba dna grafik funkcije (28), odnosno (27) postaje sve položajija linija (slika 8).



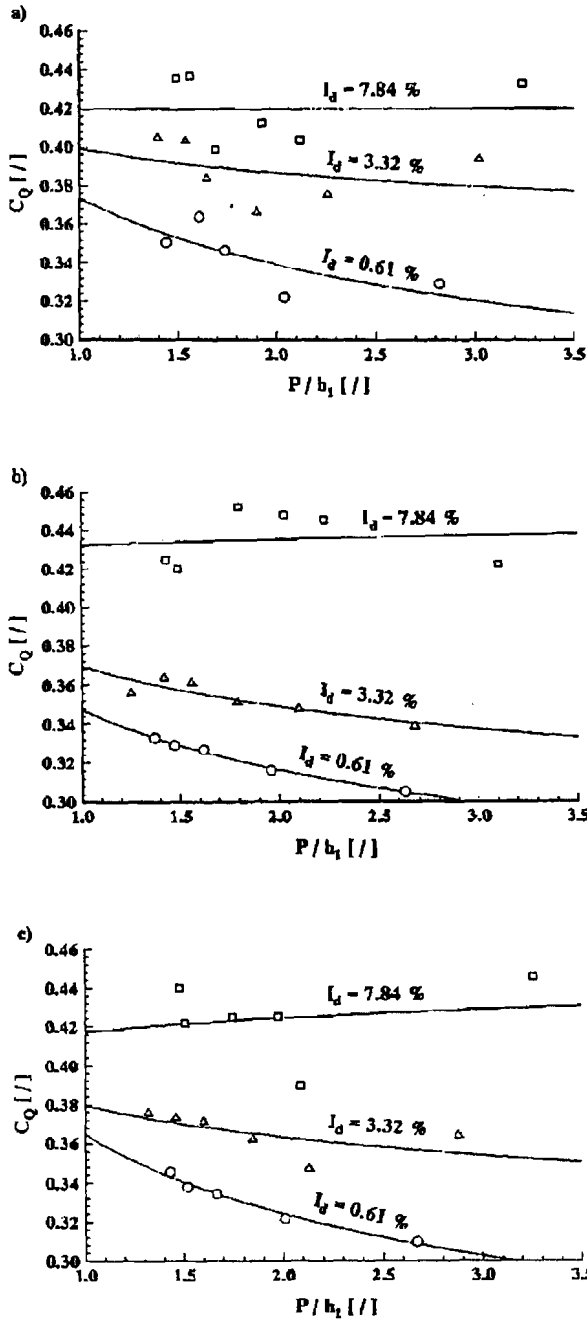
Sl. 5. - Zavisnost $C_Q = \Phi''_6(h_1/P)$ i $C_Q = \Phi'_7(h_1/P)$ pri $l_d=0.61\%$ za: a) uzvodni, b) srednji i c) nizvodni prag
Functional relationships $C_Q = \Phi''_6(h_1/P)$ and $C_Q = \Phi'_7(h_1/P)$ for the: a) upstream, b) intermediate and c) downstream broad-crested weirs when $l_d=0.61\%$



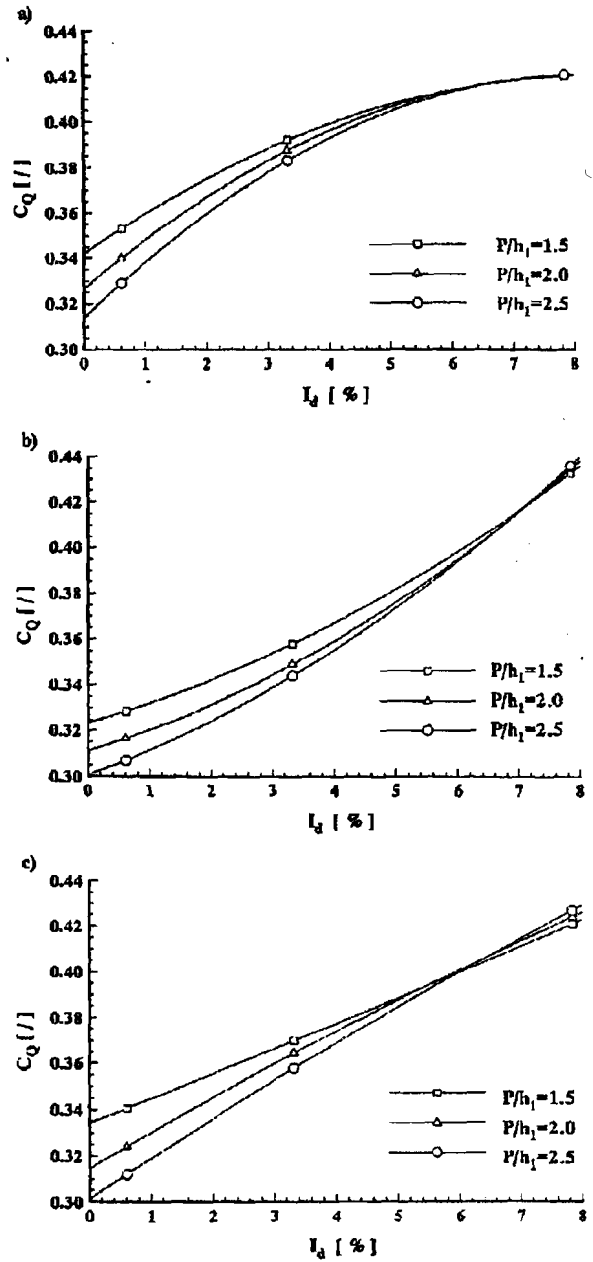
Sl. 6. - Zavisnost $C_Q = \Phi_6''(h_1/P)$ i $C_Q = \Phi_7'(h_1/P)$ pri $l_d=3.32\%$ za: a) uzvodni, b) srednji i c) nizvodni prag
Functional relationships $C_Q = \Phi_6''(h_1/P)$ and $C_Q = \Phi_7'(h_1/P)$ for the: a) upstream, b) intermediate and c) downstream broad-crested weirs when $l_d = 3.32\%$



Sl. 7. - Zvisnost $C_Q = \Phi_6''(h_1/P)$ i $C_Q = \Phi_7'(h_1/P)$ pri $l_d=7.84\%$ za: a) uzvodni, b) srednji i c) nizvodni prag
Functional relationships $C_Q = \Phi_6''(h_1/P)$ and $C_Q = \Phi_7'(h_1/P)$ for the: a) upstream, b) intermediate and c) downstream broad-crested weirs when $l_d=7.84\%$



Sl. 8 - Zavisnost koeficijenta protoka od bezdimenzionih visine prelivanja, sa nagibom dna kao parametrom za: a) uzvodni, b) srednji i c) nizvodni prag
Variation of the discharge coefficient with the nondimensional upstream head for the: a) upstream, b) intermediate and c) downstream broad-crested weirs when the channel slope is taken as a parameter



Sl. 9. - Uticaj nagiba dna na koeficijent protoka za a) uzvodni, b) srednji i c) nizvodni prag
Variation of the discharge coefficient with the bottom slope for the: a) upstream, b) intermediate and c) downstream broad-crested weirs

U mirnom režimu, na prelazu od nepotopljenog ka potopljenom prelivanju preko širokih pragova ($l_d = 0.61\%$ i manje), zavisnost (28), odnosno (27) je strma linija koja seče empirijsku zavisnost za usamljeni prag i horizontalno dno (slika 5), što ukazuje na međusobni uticaj pragova. Pri manjim visinama prelivanja ovaj uticaj je veći, pa su vrednosti koeficijenta prelivanja manje od ekvivalentnih vrednosti za horizontalno dno.

U mirnom režimu, pri nepotopljenom prelivanju preko širokih pragova ($l_d = 3.32\%$), grafik zavisnosti (28), odnosno (27) (slika 6) je položaj linija koja leži iznad zavisnosti tipa (26).

U burnom režimu ($l_d = 7.84\%$), dijagram zavisnosti (28), odnosno (27) (slika 7) je približno horizontalna linija.

Promena položaja i nagiba empirijskih zavisnosti za koeficijent protoka sa povećanjem nagiba dna u skladu je sa teorijskim razmatranjima iz prethodnog poglavlja prema kojima uticaj poslednjeg člana u brojiocu izraza (23) na vrednost koeficijenta C_Q sa povećanjem nagiba dna raste, a uticaj prva tri člana opada.

3.4 Uticaj nagiba dna na koeficijent protoka

Uticaj nagiba dna na koeficijent protoka prikazan je familijom krivih na slici 9 i to za svaki prag posebno. Zavisnosti $C_Q = \Phi_6'''(l_d)$ određene su posredno, pomoću empirijskih zavisnosti $C_Q = \Phi_6'''(P/h_1)$. Postupak se sastojao u sledećem:

1. Fiksirana je vrednost bezdimenzione visine prelivanja P/h_1 ;
2. Za izabranu vrednost P/h_1 očitane su vrednosti koeficijenta protoka sa empirijskih krivih koje odgovaraju nagibima dna $l_d = \{0.61; 3.32; 7.84\} \%$;
3. Očitane vrednosti nanete su u koordinatni sistem l_d - C_Q .
4. Koraci 1.-3. ponovljeni su za tri vrednosti $P/h_1 = \{1.5; 2.0; 2.5\}$ i za sva tri praga.

Uočava se da se sve krive iz familije krivih pri određenoj vrednosti nagiba dna: $l_d = l_{d,k}$ seku u jednoj tački. To znači da pri toj vrednosti l_d , koeficijent protoka ne zavisi od visine prelivanja². Na osnovu položaja parametarskih krivih u ravni l_d - C_Q zaključuje se da koeficijent C_Q , za $l_d < l_{d,k}$ raste sa povećanjem nagiba dna i smanjenjem bezdimenzione visine prelivanja, dok za $l_d > l_{d,k}$ raste i sa povećanjem nagiba dna i sa povećanjem bezdimenzione visine prelivanja.

4. ZAKLJUČCI

Na kraju će se ponoviti dva najbitnija zaključka:

- 1^o Teorijska razmatranja o uticaju nagiba dna na vrednosti koeficijenta protoka su nagovestila, a laboratorijski eksperimenti potvrdili da sa povećanjem nagiba dna uticaj visine prelivanja postaje zanemarljiv, a uticaj nagiba dna dominantan.
- 2^o Sa smanjenjem bezdimenzione visine prelivanja i povećanjem nagiba dna, do vrednosti $l_d = l_{d,k}$ raste i vrednost koeficijenta C_Q . Pri $l_d > l_{d,k}$ većim vrednostima bezdimenzione visine prelivanja odgovara veća vrednost koeficijenta protoka.

LITERATURA

- [1] Batinić, B.: Hidraulika, Beograd, Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu, 1994.
- [2] Boreli, M.: Hidraulika, Beograd, Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu, 1980.
- [3] Bos, M.G.: Discharge Measurement Structures, Wageningen, The Netherlands, International Institute for Land Reclamation and Improvement / ILRI, 1976.
- [4] Đorđević, D.: Analiza tečenja preko tri široka praga u prizmatičnom laboratorijskom kanalu, Seminarski rad iz Hidraulike hidrotehničkih objekata, Beograd, Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu, 1995.
- [5] Latišenkov, A.M., Lobačev, V.J.: Hidraulika, Beograd, Naučna knjiga, 1950.
- [6] Ramamurthy, A.S., Tim, U.S., Rao, M.V.J.: Characteristics of Square-Edged and Round-Nosed Broad-Crested Weirs, Journal of Hydraulic Division, ASCE, Vol.114, No.1, February, 1988, pp.61-73.

²Ovaj zaključak se odnosi na uslove tečenja pod kojima prepreke, postavljene na dnu kanala, imaju ulogu preliva sa širokim pragom.

THEORETICAL AND EXPERIMENTAL DETERMINATION OF DISCHARGE COEFFICIENT OF A BROAD-CRESTED WEIR
IN SLOPING CHANNEL

by

Dejana ĐORĐEVIĆ, MSc.C.E
Faculty of Civil Engineering, University of Belgrade

Summary

The free flow over a rectangular broad-crested weir is described first, using the basic principles of dimensional analysis. Subsequently, from the momentum equation, general expressions are derived for the discharge coefficients for broad-crested weirs in both sloping and horizontal channels. Then, for three different channel slopes, values of discharge coefficients obtained from

experiments in a laboratory flume with adjustable bottom slope, are compared with corresponding values in a horizontal channel. Finally, conclusions are proposed about the influence of the bottom slope on the discharge coefficients.

Key words: Broad-Crested Weir, Discharge Coefficient, Dimensional Analysis, Laboratory Measurements

Redigovano 28.9.1998.

