

## NAJNOVIJA SVEOBUHVAATNA ANALIZA MALIH VODA NA TERITORIJI REPIUBLIKE SRBIJE JUŽNO OD SAVE I DUNAVA

Stevan Prohaska\*, Jasna Plavšić\*\*, Samir Čatović\*\*\*,  
Vladislava Bartoš Divac\*, Ognjen Prohaska\*,  
Dragutin Pavlović\*\*, Srđan Marjanović\*\*\*,  
Aleksandra Ilić\*\*\*\*

\* *Institut za vodoprivredu „Jaroslav Černi“*, [stevan.prohaska@cerni.rs](mailto:stevan.prohaska@cerni.rs)

\*\* *Univerzitet u Beogradu – Građevinski fakultet*

\*\*\* *Republički hidrometeorološki zavod Srbije*

\*\*\*\* *Građevinsko-arhitektonski fakultet, Niš*

### REZIME

Sveobuhvatna analiza malih voda, koje se prikazuju u ovom radu, preuzete su iz nove monografije „Prosečni proticaji i male vode na srednjim i malim slivovima Srbije“, čija je izrada u toku, a koju zajednički realizuju Institut za vodoprivredu „Jaroslav Černi“ i Republički hidrometeorološki zavod Srbije uz učešće Građevinskog fakulteta iz Beograda i Građevinsko-arhitektonskog fakulteta iz Niša. Bazni podaci koji su korišćeni su zvanični podaci Republičkog hidrometeorološkog zavoda sa 82 profila hidroloških stanica na srednjim i malim slivovima na teritoriji Srbije, južno od Save i Dunava. Pri tome su korišćene sve raspoložive vremenske serije srednjednevni i minimalnih godišnjih protoka. Periodi obrade su bili od početka rada određene hidrološke stanice do zaključno sa 2018. godinom.

KLJUČNE REČI: minimalni godišnji protoci, minimalni srednjemesečni protoci, malovodni periodi, učestalost pojave malih voda, zastupljenost pojave malovodnih perioda.

## THE LATEST COMPREHENSIVE ANALYSIS OF LOW FLOWS ON THE TERRITORY OF THE REPUBLIC OF SERBIA SOUTH OF THE SAVA AND THE DANUBE

### ABSTRACT

The comprehensive analysis of low flows, which are presented in this paper, are taken from the recent monograph "Average and low flows in medium and small river basins of Serbia", whose development is in progress, and which is jointly developed by the Institute of Water Management "Jaroslav Černi" and Republic Hydrometeorological Institute of Serbia with the participation of the Faculty of Civil Engineering from Belgrade and the Faculty of Civil Engineering and Architecture from Nis. The basic data used are the official data of the Republic Hydrometeorological Institute with 82 profiles of hydrological stations in medium and small river basins on the territory of Serbia, south of the Sava and Danube. All available

time series of average daily and minimum annual flows were used. The processing periods were from the beginning of the work of a certain hydrological station until the end of 2018.

**KEY WORDS:** minimum annual flows, minimum average monthly flows, low-flow periods, frequency of occurrence of low flows, prevalence of occurrence of low-water periods.

## UVODNE NAPOMENE

Dosadašnje analize malih voda na hidrološkim stanicama Republičkog hidrometeorološkog zavoda (RHMZ) Srbije nisu sprovedene po istoj metodologiji, već je metodologija birana zavisno od potreba korisnika analiza. Sve analize za potrebe projektovanja vršene na osnovu podataka RHMZ, za koje je kasnije Zavod, u postupku prikupljanja vodoprivrednih uslova izdavao mišljenje. Većina do sada izvršenih analiza obuhvatala je samo statističko-probabilističke analize serija minimalnih godišnjih protoka i proračun trajanja malih voda. Analizi trajanja malovodnih perioda do sada nije posvećivana odgovarajuća pažnja. U ovom radu autori su primenili jedan sveobuhvatan prilaz koji polazi od klasičnih analiza minimalnih godišnjih i minimalnih srednje mesečnih protoka do sveobuhvatnih analiza neprekidnih trajanja malih voda, odnosno malovodnih perioda, sa aspekta različitih repernih protoka (sa prosečnih krivih trajanja) i verovatnoće pojave.

Podaci koji su korišćeni za proračun malovodnih perioda su zvanični podaci RHMZ sa hidroloških stanica za 82 slivna područja južno od Save i Dunava, čije su slivne površine manje od 1000 km<sup>2</sup>. Korišćene su raspoložive vremenske serije srednjednevni i minimalnih godišnjih protoka na hidrološkim stanicama RHMZ Srbije. Periodi obrade su bili različiti, od početka rada određene hidrološke stanice zaključno sa 2018. godinom.

Rad na ovom projektu podržao je RHMZ Srbije, obezbeđujući zvanične podatke, a sa Institutom „Jaroslav Černi” učestvuje u izradi mnogo šire monografije „Prosečni protoci i male vode Srbije na malim i srednjim slivovima”. Eksperti iz RHMZ učestvuju u realizaciji celokupnog projekta, zajedno sa ekspertima sa Građevinskog fakulteta u Beogradu i Građevinsko-arhitektonskog fakulteta u Nišu.

## PRIMENJENA PROCEDURA PRORAČUNA OSNOVNIH KARAKTERISTIKA MALIH VODA

Procedura sveobuhvatnog definisanja osnovnih karakteristika malih voda sastojala se u sledećem:

- Iz navedene baze dnevnih podataka sračunate su serije srednje mesečnih protoka iz kojih su izdvojene serije minimalnih srednje mesečnih protoka.
- Serije minimalnih godišnjih protoka preuzete su direktno iz baze hidroloških podataka RHMZ Srbije.
- Na osnovu serija dnevnih protoka sračunate su krive tajanja dnevnih protoka koje su bile osnova za definisanje repernih protoka  $Q(\Theta(\%))$ .

- Za karakteristične (reperne) protoke  $Q(\Theta(\%))$ , sa krivih trajanja dnevnih protoka, određene su dužine perioda  $D(T)$  u danima, tokom kojih su protoci u reci  $Q(t)$  manji od repernih  $Q(\Theta(\%))$ , tj:

$$D(T) = \sum_{t_p}^{t_k} (Q(t) \leq Q(\Theta(\%)))$$

gde je:

$t_p$  – početni trenutak kada je  $(Q(t) \leq Q(\Theta(\%)))$

$t_k$  – krajnji trenutak kada je  $(Q(t) \leq Q(\Theta(\%)))$ .

U konkretnom slučaju za repere protoke odabrane su odgovarajuće vrednosti sa krivih trajanja dnevnih protoka, a za trajanja  $\Theta(\%) = 50, 60, 70, 80, 90$  i  $95\%$ .

- Za sva naznačena trajanja ekstrakovane su serije ukupnog i maksimalnih godišnjih trajanja protoka (malovodnih perioda) ispod prikazanih repernih protoka -  $D_{\max}(T)$  po godinama.
- Posebno su ekstrakovane serije maksimalnih trajanja malovodnih perioda po godinama (od – do dana).
- Na osnovu ovih serija sračunate su prosečne višegodišnje vrednosti učestalosti broja dana sa maksimalnim trajanjima malovodnih perioda i njihove odgovarajuće integralne (sumarne) krive zastupljenosti.
- Na osnovu integralnih krivih zastupljenosti definisani su intervali poverenja IP-90%, IP-80% i IP-50% unutar kojih se, sa navedenim verovatnoćama može očekivati pojava malovodnih perioda.

Za sve definisane serije minimalnih srednje mesečnih protoka, zatim minimalnih godišnjih protoka, kao i za serije maksimalnih godišnjih trajanja malovodnih perioda (u danima) sračunate su verovatnoće pojave. Pri tome su korišćeni sledeći zakoni raspodele: Pirson III, Log Pirson III, Gumbel, Weibul II, Ln Normalna 3 i Ln Normalna 2. Kvalitet prilagođavanja je testiran pomoću  $\chi^2$  testa, testa Kolmogorov-Smirnov i  $n\omega^2$  testa. Usvojene su one raspodele koje su prema sprovedenim testovima saglasnosti dale najprihvatljivije rezultate.

Svi ovi navedeni proračuni urađeni su za sve 82 hidrološke stanice RHMZ Srbije južno od Save i Dunava. Zbirni (uprosečeni) rezultati dati su za posebno analizirane podslivove: Velike Morave, Drine, Dunava, Egejskog mora, Zapadne Morave, Južne Morave, Kolubare, Nišave, Timoka i Toplice. Takođe su urađeni i svi zbirni rezultati za razmatranu teritoriju Srbije, južno od Save i Dunava.

## PRIKAZ REZULTATA PRORAČUNA OSNOVNIH KARAKTERISTIKA MALIH VODA

Zbog obimnosti rezultata proračuna (82 hidrološke stanice) u ovom radu prikazuju se samo rezultati za jednu proizvoljno odabranu hidrološku stanicu Jagodinu na reci Belici u podslivu Velike Morave. Najbitniji rezultati sprovedene sveobuhvatne analize malih voda prikazuju se hronološkim redom kako je to definisano u prethodnom poglavlju.

Za serije minimalnih srednje mesečnih i minimalnih godišnjih protoka u tabeli br. 1 prikazani su samo rezultati izvršenih statističkih obrada, tj. statističkih parametara: srednje vrednosti, standardne devijacije  $\sigma$ , koeficijenta varijacije  $C_v$ , koeficijenta asimetrije  $C_s$  i ekstremnih minimalnih i maksimalnih vrednosti.

Tab 1. Prikaz statističkih parametara serije minimalnih srednje mesečnih i minimalnih godišnjih protoka reke Belice u profilu h.s. Jagodina

Promenljiva	Srednja vrednost (m <sup>3</sup> /s)	$\sigma$	$C_v$	$C_s$	$Q_{\min}$ (m <sup>3</sup> /s)	$Q_{\max}$ (m <sup>3</sup> /s)
$Q_{\min, sr, mes}$	0.120	0.131	1.103	1.240	0	0.555
$Q_{aps. min}$	0.059	0.077	1.299	1.278	0	0.278

Rezultati proračuna verovatnoće maksimalnih trajanja  $D(T)_{\max}$  prikazani su u tabeli br. 2.

Tab 2. Prikaz verovatnoća maksimalnih godišnjih trajanja malovodnih perioda za različite vrednosti repernih protoka

$Q(\Theta(\%))$ (m <sup>3</sup> /s)	Maksimalna trajanja malovodnih perioda $D(T)_{\max}$ (dani) za verovatnoće $p$ (%)									
	1	2	5	10	50	80	90	95	Tip raspod.	
$Q(50\%)$	0.30	261	231	199	168	78	38	234	15	Weil II
$Q(60\%)$	0.24	225	201	167	135	61	28	17	10	Weil II
$Q(70\%)$	0.18	222	1,96	160	130	52	22	12	7	Weil II
$Q(80\%)$	0.12	206	182	149	122	99	21	1,12	7	Weil II

Unutargodišnja zastupljenost pojave maksimalnih trajanja malovodnih perioda, za različite reperne protoke, prikazana je u tabeli br. 3 preko prosečnih višegodišnjih vrednosti broja dana, kao i preko njihove procentualane zastupljenosti iskazane preko integralne krive. Grafičke interpretacije ovih pokazatelja prikazani su na sl. 1.

Tab. 3. Unutargodišnja raspodela maksimalnih trajanja malovodnih perioda (u danima) za različite reperne protoke sa krive trajanja protoka  $Q(\Theta(\%))$

A) Prosečne višegodišnje vrednosti maksimalnih trajanja malovodnih peiroda (u danima) i njihova procentualna zastupljenost u p(%).

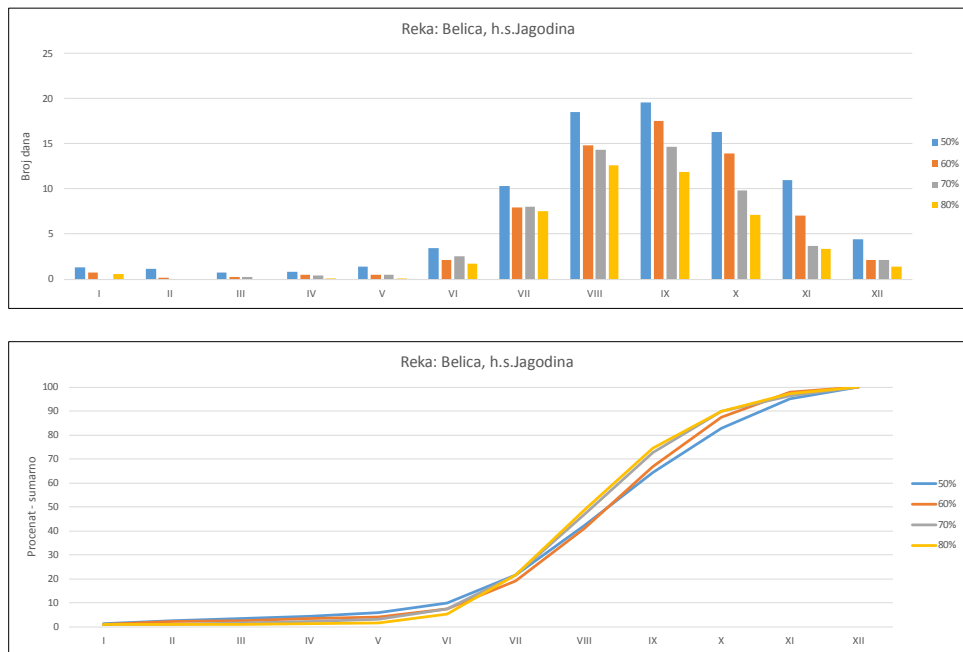
B)

Traj. $\Theta(\%)$	Prom	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	GOD
50%	Sr. vr	1.29	1.14	0.73	0.81	1.42	3.46	10.3	18.5	19.6	16.3	11	4.41	88.9
	P (%)	1.45	1.28	0.82	0.92	1.6	3.89	11.6	20.8	22	18.3	12.4	4.96	100
60%	Sr. vr	0.756	0.14	0.27	0.48	0.53	2.15	7.98	14.8	17.5	13.9	7.05	2.1	67.6
	P (%)	1.13	1.2	0.4	0.7	0.78	3.19	11.8	21.9	25.8	20.6	10.4	2.18	100
70%	Sr. vr	0-70	0	0.22	0.37	0.53	2.58	8	14.3	14.7	9.81	3.7	2.14	57.1
	P (%)	1.22	0	0.39	0.65	0.92	4.51	14	25.1	25.8	17.2	6.47	3.74	100
80%	Sr. vr	0.54	0	0	0.12	0.1	1.76	7.54	12.6	11.9	7.09	3.39	1.37	46.4
	P (%)	1.17	0	0	0.26	0.22	3.8	16.3	27.1	25.7	15.3	7.31	2.96	100

C) Sumarna kriva procentualne zastupljenosti maksimalnih trajanja malovodnih perioda  $\Sigma p(\%)$

D)

Trajanje $\Theta(\%)$	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
50%	1.45	2.73	3.55	4.47	6.07	9.96	21.56	42.36	64.36	82.66	95.06	100.02
60%	1.13	2.33	2.73	3.43	4.21	7.4	19.2	41.1	66.9	87.5	97.9	100.08
70%	1.22	1.22	1.61	2.26	3.18	7.69	21.69	46.79	72.59	89.79	96.26	100
80%	1.17	1.17	1.17	1.43	1.65	5.45	21.75	48.85	74.55	89.85	97.16	100.12



Slika 1. Grafički prikaz integralne krive zastupljenosti maksimalnih trajanja malovodnih perioda (u danima) za različite reperne protoke sa krive trajanja protoka  $\Theta(\%)$ .

Na osnovu prikazanih integralnih krivih zastupljenosti (numerički i grafički) definisani su intervali poverenja IP-90%, IP-75% i IP-50% unutar kojih se sa navedenim verovatnoćama može očekivati pojava malovodnih perioda. Definisani intervali poverenja predstavljaju prosečne vrednosti prikazanih integralnih krivih za razmatrana trajanja repernih protoka. Ovi rezultati su prikazani u tabeli br. 4.

Tab. 4 Prikaz intervala poverenja pojave malovodnih perioda unutar godine (IP od-do u datumima) za h.s. Jagodina na reci Belici

Intervali poverenja IP					
IP-90%		IP-75%		IP-50%	
od	do	od	do	od	do
6.VI	23.XI	15.VII	27.X	4.VIII	9.X

Kumulativni pregled prosečnih višegodišnjih vrednosti integrala poverenja pojave malovodnih perioda za podsliv Velike Morave prikazan je u tabeli br. 5.

Tab. 5 Kumulativni pregled prosečnih višegodišnjih vrednosti integrala poverenja pojave malovodnih perioda za podsliv Velike Morave

No. Sliva	Sliv Reka	Hidrološka stanica	Intervali poverenja IP					
			IP-90%		IP-75%		IP-50%	
			od	do	od	do	od	do
1	Belica	Jagodina	6.VI	23.XI	15.VII	27.X	4.VIII	9.X
2	Jasenica	Donja Šatornja	18.III	6.XII	20.VII	11.XI	9.VIII	20.X
3	Jaseniva	Smed. Palanka	9.V	6.XII	13.VII	12.XI	12.VIII	17.X
4	Kubršnica	Smed. Palanka	14.VI	5.XII	17.VII	14.XI	11.VIII	21.X
5	Lepenica	Batočina/Rogot	13.II	7.XII	8.V	15.XI	29.VII	22.X
6	Lugomir	Jagodina/Majur	5.VII	5.XII	28.VII	16.XI	20.VIII	26.X
7	Ravanica	Čuprija	18.III	2.XII	26.VI	10.XI	28.VII	14.X
8	Resava	Manastir Manasija	1.VII	8.XII	25.VII	18.XI	14.VIII	25.X
9	Resava	Svilajnac	30.VI	7.XII	24.VII	17.XI	14.VIII	25.X
10	Crnica	Paraćin	29.VI	9.XII	20.VII	18.XI	1.6.VIII	25.X
Datum pojave		Srednji	18.V	23.XI	8.VII	27.X	28.VII	9.X
		Najraniji	13.II	5.XII	11.VII	13.XI	9.VIII	20.X
		Najkasniji	5.VII	9.XII	28.VII	18.XI	20.VIII	26.X

Analogni prikaz za celu razmatranu teritoriju Republike Srbije južno od Save i Dunava dat je u tabeli br. 6.

Tab. 6 Kumulativni pregled prosečnih višegodišnjih vrednosti integrala poverenja pojave malovodnih perioda za celu teritoriju Republike Srbije južno od Save i Dunava

No. Sliva	Sliv Reka	Intervali poverenja IP						
		IP-90%		IP-75%		IP-50%		
		od	do	od	do	od	do	
1	Velike Morava	18.V	23.XI	8.VII	27.X	28.VIII	9.X	
2	Drina	26.V	1.XI	11.VII	8.XI	6.VIII	17.X	
3	Dunav	3.VI	21.XI	6.VII	24.XI	31.VII	7.X	
4	Egej	11.VI	30.XI	11.VII	7.XI	8.VIII	14.X	
5	Zapadna Morava	11.IV	1.XII	30.VI	11.X	6.VIII	18.X	
6	Južna Morava	4.V	2.XII	10.VII	9.XI	6.VIII	17.X	
7	Kolubara	18.IV	27.XI	9.VII	1.XI	4.VIII	17.X	
8	Nišava	15.V	3.XII	11.VII	12.XI	10.VIII	19.X	
9	Timok	15.VI	27.XI	15.VII	4.XI	3.VIII	20.X	
10	Toplica	24.VI	27.XI	21.VII	8.XI	12.VIII	14.X	
Datum pojave		Srednji	21.V	15.XI	10.VII	5.XI	10.VIII	15.X
		Najraniji	19.I	30.X	16.II	5.X	2.VII	21.IX
		Najkasniji	2.VII	15.XII	6.VIII	23.XI	22.VIII	27.XI

## ZAKLJUČAK

Primenjena metodologija analize malih voda na teritoriji Republike Srbije, južno od Save i Dunava, predstavlja jedan sasvim nov prilaz definisanju najznačajnijih karakteristika, pre svega malovodnih perioda, koji do sada nije primenjivan u našoj hidrološkoj praksi i šire. Uvedena je sveobuhvatna analiza unutargodišnje raspodele malovodnih perioda za različite reperne protoke, njihova procentualna zastupljenost i definisani su intervali poverenja koji omogućuju sagledavanja raspona pojave malih voda (od – do u datumima) sa unapred definisanim verovatnoćama pojave.

Rezultati koji su prikazani u ovom radu odnose se samo za h.s. Jagodina na reci Belici, a intervali poverenja pojave malovodnih perioda dati su po hidrološkim stanicama samo za podsliv Velike Morave i kumulativni za sve razmatrane podslivove za celu teritoriju Republike Srbije, južno od Save i Dunava.

Komentar prikazanih rezultata, zbog velike prostorne heterogenosti u formiranju malih voda na razmatranoj teritoriji Republike Srbije, namerno izostaje, i biće detaljno dat u budućoj monografiji „Prosečni proticaji i male vode na srednjim i malim slivovima Srbije”, čija je izrada u toku.

## LITERATURA

- Institut za vodoprivredu „Jaroslav Černi“, Republički hidrometeorološki zavod Srbije: Monografija „Prosečni proticaji i male vode na srednjim i malim slivovima Srbije”, izrada u toku.
- Prohaska S.: Hidrologija I Deo, Rudarsko-geološki fakultet, Institut za vodoprivredu „Jaroslav Černi“, RHMZ Srbije, str. 1-504, Beograd 2003.
- Prohaska S.: Hidrološke karakteristike vodnih tokova od značaja za njihovo uređenje od poplava, II Deo - Male vode, Vodoprivreda br. 159-160, str. 29-36, Beograd 1996.
- Prohaska S., Ristić V., Srna P.: Merodavne male vode Srbije sa aspekta zaštite vodotoka, „Zaštita voda '96“, str. 15-21, Ulcinj, 1996.