

Istraživanje dejstva vibracija na ljude i objekte u
cilju održivog razvoja gradova

Grupa autora

2015

Sadržaj

1	Dinamičke karakteristike tla	3
1.1	Uvod	3
1.2	Ekvivalentni linearni dinamički parametri tla	5
1.3	Određivanje dinamičkih karakteristika tla	10
1.4	Dinamički i statički modul smicanja	18
1.5	Primer proračuna dinamičkih karakteristika tla	19

1 Dinamičke karakteristike tla

Miloš Marjanović, Sanja Jocković, Mirjana Vukićević

1.1 Uvod

Kretanje vozila izaziva pojavu vibracija koje se u vidu talasa prostiru kroz tlo. Određivanje odgovora tla usled dinamičkih dejstava (zemljotresa, vibracija usled saobraćaja i sl.) jedan je od najzahtevnijih zadataka geotehničkog inženjerstva. Ponašanje tla pri dinamičkim naprezanjima definiše se posebnim fizičkim veličinama tzv. *dinamičkim karakteristikama tla*.

Do danas je razvijeno više različitih metoda za proračun dinamičkog odgovora tla. U odnosu na složenost analize sve metode se mogu podeliti na jednodimenzionalne, dvodimenzionalne i trodimenzionalne metode, pri čemu višedimenzionalne metode uglavnom predstavljaju generalizaciju jednodimenzionalnog rešenja. Dosadašnja istraživanja u ovoj oblasti pokazala su da jednodimenzionalna analiza daje rezultate koji su u skladu sa merenim vrednostima, pod uslovom da su zadovoljene odgovarajuće pretpostavke i da su dinamičke karakteristike tla pravilno definisane [1].

Kod jednodimenzionalnih metoda analize dinamičkog odgovora tlo se modelira kao horizontalno uslojeni poluprostor čije se dinamičke karakteristike menjaju jedino u vertikalnom pravcu (od sloja do sloja), dok su unutar pojedinačnih slojeva najčešće konstantne. Pretpostavka o horizontalnoj slojevitosti tla zadovoljena je u najvećem broju praktičnih problema. Pored toga, osnovna pretpostavka u jednodimenzionalnoj analizi je da je pravac prostiranja mehaničkih talasa vertikalno, što je usled zakona transmisije i refleksije mehaničkih talasa takođe zadovoljeno u najvećem broju slučajeva [1]. Tlo se u dinamičkoj analizi tretira kao sistem sa kontinualno raspoređenom masom, za razliku od građevinskih konstrukcija, koje se najčešće modeliraju kao sistemi sa diskretno raspoređenim masama.

U pogledu deformacija tlo je prvenstveno izloženo deformacijama smicanja. Pri deformacijama smicanja manjim od 10^{-5} može se smatrati da je po-

našanje tla potpuno elastično, dok se u rasponu deformacija od 10^{-5} do 10^{-2} osim elastičnih pojavljuju i plastične deformacije. Kod većih deformacija tlo dolazi u stanje loma. Sa porastom deformacija smicanja mehaničko ponašanje tla je složenije. U području malih i srednjih deformacija, za matematičko opisivanje naponsko-deformacijskih relacija najviše se koriste linearno elastični i viskoelastični konstitutivni modeli tla, dok se u domenu velikih deformacija moraju koristiti složeni elasto-plastični modeli (slika 1.1).

Deformacija smicanja	10^{-6}	10^{-5}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}
	Male def.	Srednje deformacije		Velike deformacije	Lom	
Elastično						
Elasto-plastično						
Lom						
Konstitutivni modeli	Linearno elastični		Viskoelastični		Elasto-plastični	
Analiza odgovora	Linearna		Ekvivalentna linearna		Direktna integracija	

Slika 1.1: Ponašanje tla u zavisnosti od veličine deformacije smicanja

Za analizu dinamičkog odgovora podloge u domenu malih deformacija koristi se linearna analiza. U području srednjih i velikih deformacija primenjuje se metoda ekvivalentne jednodimenzionalne linearne analize, koja daje prihvatljive rezultate za mnoge probleme od interesa [1]. Njom se vrši aproksimacija nelinearnog dinamičkog odgovora primenom niza sukcesivnih linearnih analiza u kojima se dinamičke karakteristike tla prilagođavaju ostvarenom nivou deformacije. Na ovaj način se primenom linearne analize mogu uzeti u obzir najvažniji elementi nelinearnog ponašanja tla. Kod linearne dinamičke analize važi princip superpozicije pomeranja, što omogućava da se dinamička dejstva stohastičkog karaktera aproksimiraju sumom prostih harmonijskih funkcija.

Složeniji nelinearni dinamički modeli su u stanju da još detaljnije opišu ponašanje tla, pre svega promenu smičuće čvrstoće i pornih pritisaka tokom cikličnih naprežanja, uz uvođenje većeg broja dodatnih parametara. Oni

zahtevaju visok stepen znanja i veliko iskustvo u njihovoj primeni.

U ovom poglavlju će najviše biti reči o definisanju i određivanju parametara tla koji se koriste u ekvivalentnoj linearnoj dinamičkoj analizi.

1.2 Ekvivalentni linearni dinamički parametri tla

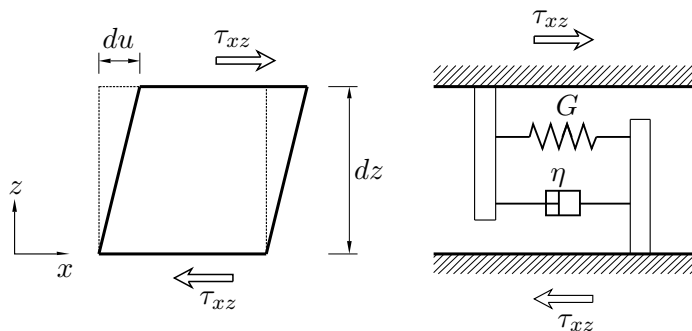
1.2.1. Kelvin-Voight-ov model materijala

Poznato je da je tlo višefazni prirodni materijal sastavljen od mineralnih zrna različite veličine i oblika, koja su međusobno nevezana ili su povezana relativno slabim vezama i mogu se razdvojiti nekim mehaničkim postupkom. Šupljine (pore) između zrna mogu biti potpuno ili delimično ispunjene vodom ili vazduhom. Ovakva priroda dovodi do izuzetno složenog mehaničkog ponašanja tla pri statičkim i dinamičkim dejstvima, koje je najčešće nelinearno, neelastično i anizotropno. Pored toga, ponašanje tla umnogome zavisi i od istorije naprezanja, početnih napona, brzine nanošenja opterećenja itd. Tokom prostiranja mehaničkih talasa kroz tlo deo dinamičke energije se gubi usled trenja između čestica tla, plastičnih deformacija, strujanja vode kroz pore, zagrevanja itd. Tačan mehanizam disipacije energije za svaki pojedinačni uzrok nije jednostavno opisati i modelirati, pa se uticaj različitih uzroka obično posmatra objedinjeno. Usled disipacije dinamičke energije dolazi do smanjenja amplitude oscilovanja tj. do prigušenja oscilacija, što znači da tlo uvek osciluje kao prigušeni sistem.

Najčešće korišćeni model prigušenja u dinamici tla je model viskoznog prigušenja, kod kojeg je sila prigušenja proporcionalna brzini pomeranja tačaka tela. Najjednostavniji model materijala koji simulira viskozno prigušenje je viskoelastični model, koji prema svojim autorima nosi ime Kelvin-Voight-ov model. Ovaj model, prikazan na slici 1.2, može se predstaviti paralelnom vezom elastične opruge (Hooke-ovog tela) krutosti G (N/m^2) i viskoznog klipa (Newton-ovog tela) čija je viskoznost η (Ns/m^2). Pošto se u dinamici tla analizira dejstvo smičućih talasa (S-talasa), umesto Young-ovog modula elastičnosti E koristi se modul smicanja G .

Može se pokazati da između parametara Kelvin-Voigt-ovog modela materijala i parametara prigušenog dinamičkog sistema sa jednim stepenom slobode (SDOF) postoji matematička analogija [1]. Parametri SDOF sistema su krutost elastične opruge K (N/m) i koeficijent prigušenja c (Ns/m).

Očigledno je da modul smicanja G odgovara krutosti opruge K , dok viskoznost η odgovara koeficijentu prigušenja c . Razlika je samo u tome što parametri SDOF sistema uspostavljaju vezu između sila i pomeranja (ili



Slika 1.2: Kelvin-Voight-ov model materijala

njihovih izvoda), dok parametri Kelvin-Voight-ovog modela materijala povezuju napone i deformacije.

Za slučaj delovanja S-talasa, napon smicanja u elementu tla τ_{xz} može se u funkciji deformacije smicanja $\gamma_{xz} = du/dz$ izraziti na sledeći način (slika 1.2):

$$\tau_{xz}(t) = G\gamma_{xz}(t) + \eta \frac{\partial \gamma_{xz}(t)}{\partial t} \quad (1.1)$$

Za slučaj harmonijskih smičućih deformacija u tlu

$$\gamma_{xz}(t) = \gamma_0 \sin \omega t \quad (1.2)$$

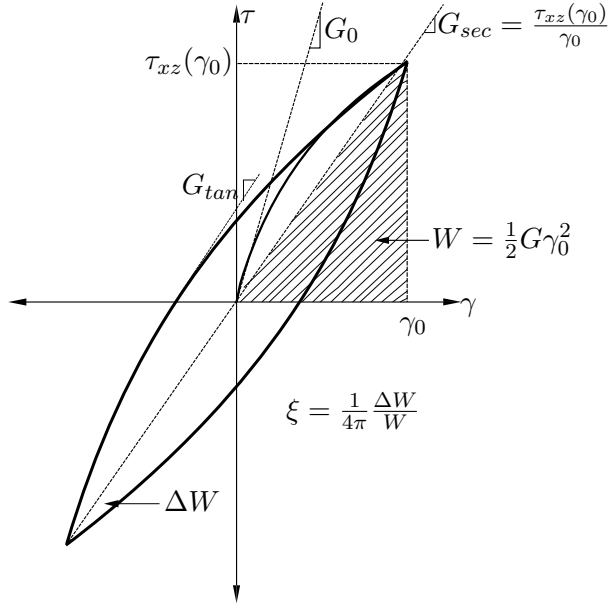
kod kojih je γ_0 amplituda, a ω ugaona brzina (*rad/s*), napon smicanja τ_{xz} za Kelvin-Voight-ov model može se prikaziti na sledeći način:

$$\tau_{xz}(t) = G\gamma_0 \sin \omega t + \eta\omega\gamma_0 \cos \omega t \quad (1.3)$$

Izraz (1.3) definiše dijagram napon-deformacija $\tau(\gamma)$ kod Kelvin-Voight-ovog modela materijala, koji je prikazan na slici 1.3. Za slučaj harmonijskih oscilacija dijagram $\tau(\gamma)$ ima oblik elipse. Površina elipse raste sa povećanjem viskoznosti η , dok se u slučaju zanemarljive viskoznosti dijagram degeneriše u pravu liniju, što odgovara linearno elastičnom materijalu.

1.2.2. Modul smicanja

Tangentni modul smicanja G_{tan} predstavlja tangens ugla nagiba tangente na dijagram $\tau(\gamma) = \tau_{xz}(\gamma)$ u posmatranoj tački. Sa slike 1.3 je očigledno da



Slika 1.3: Dijagram $\tau(\gamma)$ i energija deformacije pri cikličnom naprezanju

sa povećanjem nivoa naprezanja tangentni modul smicanja opada. Prosečna vrednost tangentnog modula smicanja tokom jednog ciklusa opterećenja i rasterećenja može se aproksimirati sekantnim modulom smicanja G_{sec} (ili samo G), koji je jednak količniku amplitude napona i amplitude deformacije smicanja:

$$G_{sec} = G = \frac{\tau_{xz}(\gamma_0)}{\gamma_0} \quad (1.4)$$

Sekantni modul smicanja G odgovara nagibu elipse na dijagramu $\tau(\gamma)$ i predstavlja opštu meru krutosti tla.

U trenutku pojave maksimalne deformacije smicanja γ_0 brzine pomeranja tačaka (i kinetička energija) napregnutog tela su jednake nuli. Tada se Kelvin-Voight-ovo viskoelastično telo ponaša kao linearno elastično telo - spoljašnja sila jednaka je sili u elastičnoj opruzi, dok je sila u klipu jednaka nuli. Brzina promene smičuće deformacije tada je jednaka nuli, odnosno:

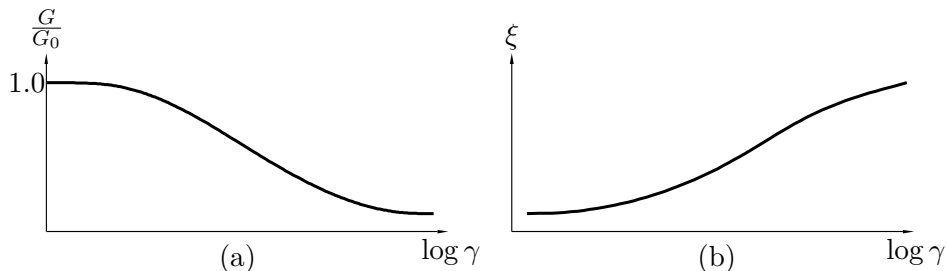
$$\frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial t} = 0 \quad (1.5)$$

Zamenom izraza 1.5 u opšti izraz 1.1 za napon smicanja kod Kelvin-Voight-ovog modela dobijamo:

$$\tau_{xz}(\gamma_0) = G\gamma_0 \quad (1.6)$$

Na početku nanošenja opterećenja tangenti modul smicanja (G_0) ima maksimalnu vrednost i naziva se *modul smicanja pri malim deformacijama* (*small strain shear modulus*). G_0 predstavlja početni nagib dijagrama $\tau(\gamma)$.

Promena modula smicanja G sa povećanjem nivoa deformacije smicanja pri cikličnom dinamičkom naprezanju najčešće se prikazuje na polulogaritamskom dijagramu $G/G_0 - \log\gamma$, koji se naziva kriva redukcije modula smicanja (*modulus reduction curve*). Tipična kriva redukcije modula smicanja je prikazana na slici 1.4a. Da bismo u potpunosti definisali ponašanje tla pri dinamičkom cikličnom naprezanju, potrebno je poznavati vrednost modula smicanja pri malim deformacijama G_0 , kao i krivu redukcije modula smicanja u domenu deformacija koji je od interesa za razmatrani problem.



Slika 1.4: Kriva redukcije modula smicanja (a) i kriva prigušenja (b)

1.2.3. Relativno prigušenje

Na dijagramu $\tau - \gamma$ pri cikličnom smičućem naprezanju realnog tla linije napona pri opterećenju i rasterećenju se ne poklapaju, već je linija opterećenja iznad linije rasterećenja u okviru jednog ciklusa $[t, t + T]$, gde je T period oscilovanja. Ovo nedvosmisleno pokazuje da je tokom ciklusa došlo do disipacije mehaničke energije.

Gubitak energije deformacije ΔW tokom jedne pune oscilacije proporcionalan je prigušenju sistema i jednak je površini dijagrama $\tau - \gamma$ na slici 1.3:

$$\Delta W = \int_t^{t+T} \tau_{xz}(t) d\gamma_{xz}(t) = \int_t^{t+\frac{2\pi}{\omega}} \tau_{xz}(t) \frac{\partial \gamma_{xz}(t)}{\partial t} dt \quad (1.7)$$

Zamenom izraza (1.2) i (1.3) u (1.7) i rešavanjem integrala, za slučaj Kelvin-Voight-ovog modela materijala i harmonijskih oscilacija gubitak energije deformacije ΔW iznosi:

$$\Delta W = \eta\omega\pi\gamma_0^2 \quad (1.8)$$

Vidimo da je disipacija energije proporcionalna frekvenciji ω i ostvarenom nivou deformacije γ_0 . Kod realnog tla, međutim, disipacija energije najčešće ne zavisi od frekvencije dinamičkog dejstva. Zbog toga je od interesa formulisanje prigušenja koje ne zavisi od frekvencije oscilovanja.

Relativno prigušenje SDOF sistema (ξ) definiše se kao odnos koeficijenta prigušenja sistema c i kritičnog koeficijenta prigušenja $c_{cr} = \sqrt{2Km}$, gde je m masa sistema. Imajući u vidu da je ugaona brzina $\omega = \sqrt{K/m}$ dobija se da je:

$$\xi = \frac{c}{c_{cr}} = \frac{c}{\sqrt{2Km}} = \frac{c\omega}{2K} \quad [\%] \quad (1.9)$$

Korišćenjem ranije navedene analogije između parametara Kelvin-Voight-ovog modela i SDOF sistema, relativno prigušenje ξ možemo izraziti na sledeći način:

$$\xi = \frac{\eta\omega}{2G} \quad (1.10)$$

Relativno prigušenje ξ se može dobiti iz odnosa energije izgubljene tokom jednog cikličnog naprezanja ΔW , jednačina (1.8), i energije elastične deformacije W :

$$\xi = \frac{1}{4\pi} \frac{\Delta W}{W} \quad (1.11)$$

Energija elastične deformacije W jednaka je površini osenčenog trougla na slici 1.3:

$$W = \int_0^{\gamma_0} \tau_{xz}(\gamma_0) d\gamma_{xz} = \int_0^{\gamma_0} G\gamma_0 d\gamma_{xz} = \frac{1}{2} G\gamma_0^2 \quad (1.12)$$

Izraz (1.11) može se primeniti za određivanje relativnog prigušenja na osnovu eksperimentalnih ispitivanja cikličnim naprezanjem, za slučaj kada eksperimentalni radni dijagram nije eliptičnog, već dosta složenijeg oblika. Modul smicanja G se korišćenjem izraza (1.12) takođe može odrediti iz eksperimentalnog radnog dijagrama, određivanjem ukupne energije elastične deformacije W i amplitude deformacije smicanja γ_0 .

Sa povećanjem deformacije smicanja γ_0 relativno prigušenje ξ raste. Ova promena se najčešće grafički prikazuje pomoću polulogaritamskog dijagrama $\xi - \log \gamma$ koji nazivamo kriva prigušenja (*damping curve*). Tipična kriva prigušenja za tlo prikazana je na slici 1.4b.

Ekvivalentni linearni dinamički parametri tla (G i ξ) su najvažnije dinamičke karakteristike tla, kako u domenu malih deformacija, tako i u domenu srednjih ili velikih deformacija. Ovi parametri mogu se primenom kompleksne formulacije objediniti u jedan dinamički parametar koji nazivamo kompleksni modul smicanja G^* :

$$G^* = G(1 + 2i\xi) \quad (1.13)$$

Pored navedenih parametara, u dinamičkoj analizi potrebno je definisati i zapreminsku masu (gustinu) tla ρ i Poisson-ov koeficijent ν , uz napomenu da ovi parametri nemaju presudan uticaj na dinamički odgovor sistema, kao i da variraju u relativno uskim granicama.

1.3 Određivanje dinamičkih karakteristika tla

Određivanje naponsko-deformacijskih karakteristika tla koje zavise od veličine amplitude deformacije smicanja je ključni faktor za racionalno projektovanje i predviđanje ponašanja tla pri dinamičkom opterećenju. Do danas je razvijeno više različitih terenskih (*in situ*) i laboratorijskih metoda za određivanje dinamičkih karakteristika tla, sa različitim prednostima i ograničenjima. Ove metode pokrivaju kako domen malih, tako i domen srednjih i velikih deformacija tla. Mnoge metode služe isključivo za određivanje dinamičkih karakteristika, dok pojedine predstavljaju modifikacije postojećih metoda za određivanje karakteristika tla pri statičkom opterećenju. Pored terenskih i laboratorijskih metoda, do danas je razvijen i veliki broj empirijskih i poluempirijskih formula pomoću kojih se dinamičke karakteristike tla mogu odrediti iz opšte poznatih osnovnih parametara tla pri statičkom opterećenju. Izbor odgovarajuće metode zahteva pažljivo analiziranje i razumevanje problema koji se rešava.

U nastavku će ukratko biti navedene najčešće korišćene terenske i laboratorijske metode za određivanje dinamičkih karakteristika tla, a najviše pažnje biće posvećeno empirijskim i poluempirijskim formulama.

1.3.1. Terenske metode

Terenske metode ispitivanja omogućavaju određivanje dinamičkih karakteristika tla na licu mesta (*in situ*). Prednost ovakvog pristupa prvenstveno leži u činjenici da nema potrebe za uzimanjem uzoraka tla, pa se naponsko-deformacijsko stanje u tlu ne menja. Domen tla koji se ispituje je relativno veliki i samim tim reprezentativniji. Međutim, u terenskim ispitivanjima se dinamičke karakteristike tla ne mere direktno, već se određuju indirektno, korišćenjem teorijske analize ili empirijskih korelacija.

Najpouzdaniji način određivanja modula smicanja pri malim deformacijama G_0 je preko poznate brzine prostiranja smičućih talasa kroz tlo v_s :

$$G_0 = \rho v_s^2 \quad (1.14)$$

gde je ρ zapreminska masa (gustina) tla (kg/m^3). Ukoliko brzina prostiranja talasa v_s nije poznata, može se primeniti neka od empirijskih formula.

Terenska ispitivanja pri malim deformacijama služe za određivanje modula smicanja pri malim deformacijama G_0 . Zasnivaju se na teoriji prostiranja talasa u elastičnim sredinama. Prilikom ispitivanja u tlu se indukuju deformacije manje od 10^{-5} . Najznačajnije geofizičke metode koje se zasnivaju na merenju brzina prostiranja zapreminskih smičućih talasa (S-talasa) kroz tlo su:

- 1 *Seismic reflection test*,
- 2 *Seismic refraction test*,
- 3 *Suspension logging test*,
- 4 *Cross-hole*,
- 5 *Down-hole (Up-hole)*,
- 6 *Seismic cone test*.

Nazivi navedenih metoda su dati na izvornom, engleskom jeziku, jer je tako uobičajeno u stručnoj literaturi.

Brzina prostiranja smičućih talasa se može odrediti i indirektno, analizirajući prostiranje površinskih Rayleigh-evih talasa (R-talasa), jer pri malim deformacijama brzina R-talasa ima približno istu vrednost kao i brzina S-talasa. U tu svrhu se koriste:

- 1 *Steady-state vibration test (Rayleigh wave test)*,
- 2 *Spectral analysis of surface waves test*.

Terenska ispitivanja pri velikim deformacijama služe pre svega za određivanje smičuće čvrstoće tla, ali su rezultati opita korelisani sa dinamič-

kim karakteristikama tla pri malim deformacijama. Od praktičnog značaja su rezultati sledećih opita:

- 1 *Standard penetration test (SPT)*,
- 2 *Cone penetration test (CPT)*,
- 3 *Dilatometer test (DMT)*,
- 4 *Pressuremeter test*.

1.3.2. Laboratorijske metode

Laboratorijskim metodama se mogu odrediti dinamičke karakteristike tla kako u domenu malih, tako i u domenu srednjih i velikih deformacija. Osnovni nedostatak je što se ispitivanje vrši na elementu tla, tj. uzorku ograničenih dimenzija, a pouzdanost dinamičkih karakteristika tla koje se određuju u velikoj meri zavisi od mogućnosti laboratorijske opreme da simulira inicijalne uslove i uslove naprezanja za problem od interesa.

Za laboratorijsko određivanje modula smicanja pri malim deformacijama koriste se:

- 1 *Resonant column test*,
- 2 *Ultrasonic pulse test*,
- 3 *Piezoelectric bender element test*

Krivu redukcije modula smicanja i odgovarajuću krivu prigušenja, slike 1.4a i 1.4b, je moguće odrediti u laboratorijskim ispitivanjima pri srednjim i velikim deformacijama. U tom području deformacija postoji tendencija tla da menja zapreminu. Usled toga se u nedreniranim uslovima, usled sprečene promene zapremine, generiše porni pritisak. S obzirom da ponašanje tla zavisi od efektivnih napona, rezultati ispitivanja zavise od mogućnosti aparata da se tačno izmere porni pritisci u nedreniranim uslovima, odnosno mogućnosti kontrole oticanja vode iz uzorka u dreniranim uslovima. Laboratorijska ispitivanja za određivanje modula smicanja G i relativnog prigušenja ξ pri srednjim i velikim deformacijama su:

- 1 *Cyclic triaxial test*,
- 2 *Cyclic direct simple shear test*,
- 3 *Cyclic torsional shear test*

Kod laboratorijskih ispitivanja velika pažnja se posvećuje pravilnom uzorkovanju, jer se u tom procesu može poremetiti naponsko, hemijsko i strukturno stanje uzorka. Uticaj poremećenosti uzoraka na modul smicanja pri malim deformacijama G_0 istraživali su mnogi autori [2], [3], [4], [5], [6], [7].

Sistematizacijom podataka određivanja modula smicanja pri malim deformacijama u laboratoriji $G_{0,lab}$ i na terenu $G_{0,field}$ sa nekoliko lokacija u Japanu, Toki i dr. [3] su utvrdili da se odnos $G_{0,lab}/G_{0,field}$ pretežno kreće u granicama 0.8-1.2 za reprezentativne uzorke gline (uzorkovane tankozidnim cilindrom). Takođe je zabeleženo da za uzorke peska i mekih stena, čija je struktura znatno poremećena tokom uzorkovanja, navedeni odnos iznosi svega 0.25.

Generalno, laboratorijski određen modul smicanja pri malim deformacijama ima manju vrednost u odnosu na vrednost dobijenu terenskim (*in situ*) ispitivanjima, a odnos $G_{0,lab}/G_{0,field}$ opada sa porastom brzine prostiranja smičućih talasa. Dobijeni rezultati ukazuju na važnost pravilnog uzorkovanja uz minimalne poremećaje strukture i vlažnosti, koji imaju odlučujući uticaj na mehaničko ponašanje tla.

1.3.3. Empirijske formule

Modul smicanja pri malim deformacijama G_0

Jednu od najčešće korišćenih formula, koja važi za sve tipove tla, predložili su Hardin i Drnevich 1972. [8]:

$$\frac{G_0}{p_a} = 625F(e)OCR^k \left(\frac{\sigma'_M}{p_a}\right)^n \quad (1.15)$$

gde je:

- p_a - atmosferski pritisak, u istim jedinicama kao σ'_M ,
- $F(e)$ - funkcija koeficijenta poroznosti tla e ,
- OCR - stepen prekonsolidacije,
- k - eksponent stepena prekonsolidacije, dat u tabeli 1.1,
- n - naponski eksponent,
- σ'_M - srednji efektivni napon ($= \frac{1}{3}(\sigma'_1 + \sigma'_2 + \sigma'_3)$)

Funkcija koeficijenta poroznosti $F(e)$ koju je predložio Hardin 1978. [9] glasi:

$$F(e) = \frac{1}{0.3 + 0.7e^2} \quad (1.16)$$

Jamiolkowski 1991. [10] predlaže sledeću funkciju $F(e)$:

$$F(e) = e^{-1.3} \quad (1.17)$$

Tabela 1.1: EkspONENT stepena prekonsolidacije k [1]

Indeks plastičnosti I_P	k
0	0.00
20	0.18
40	0.30
60	0.41
80	0.48
≥ 100	0.50

Tabela 1.2: Koeficijent $K_{2,max}$ [11]

e	$K_{2,max}$	D_r (%)	$K_{2,max}$
0.4	70	30	34
0.5	60	40	40
0.6	51	45	43
0.7	44	60	52
0.8	39	75	59
0.9	34	90	70

Naponski eksponent n se obično usvaja u vrednosti $n = 0.5$, ali se njegova vrednost za određeno tlo može i preciznije odrediti na osnovu rezultata laboratorijskih ispitivanja za različite vrednosti efektivnog vertikalnog napona. Pored navedenih univerzalnih formula, definisan je veliki broj formula koje važe za određene tipove tla. Za peskove Seed i Idriss 1970. [11] predlažu sledeću formulu:

$$\frac{G_0}{p_a} = 22.4K_{2,max}\left(\frac{\sigma'_M}{p_a}\right)^{0.5} \quad (1.18)$$

gde je $K_{2,max}$ koeficijent dat u tabeli 1.2 u funkciji koeficijenta poroznosti e ili relativne zbijenosti tla D_r . Za šljunkove je vrednost koeficijenta $K_{2,max}$ veća i iznosi 80-180 [12].

Za sitnozrna tla se, prema Weiler-u [13], G_0 može preliminarno proceniti na osnovu vrednosti indeksa plastičnosti I_P , stepena prekonsolidacije OCR i

Tabela 1.3: Vrednosti G_0/s_u [13]

Indeks plastičnosti I_P	<i>OCR</i>		
	1	2	5
15 – 20	1100	900	600
20 – 25	700	600	500
35 – 45	450	380	300

nedrenirane smičuće čvrstoće s_u iz CU opita triaksijalne kompresije. Preporučene vrednosti su date u tabeli 1.3.

G_0 se može empirijski proceniti i na osnovu rezultata terenskih penetracionih (SPT i CPT) ispitivanja tla. Na osnovu radova Ohta i Goto 1976. [14], Seed i dr. [12] za peskove predlažu sledeću korelaciju sa rezultatima SPT opita:

$$\frac{G_0}{p_a} = 447N^{0.33} \left(\frac{\sigma'_M}{p_a} \right)^{0.5} \quad (1.19)$$

gde je N broj udara SPT maljem korigovan na 60% energije udara i vertikalni pritisak od 100 kPa [15].

Rix i Stokoe [16] su 1991. predložili formulu za određivanje G_0 kvarcnog peska na osnovu rezultata CPT opita:

$$\frac{G_0}{p_a} = 290 \left(\frac{q_c}{p_a} \right)^{0.25} \left(\frac{\sigma'_M}{p_a} \right)^{0.375} \quad (1.20)$$

gde je q_c otpor vrha CPT konusa, u istim jedinicama kao σ'_M .

Mayne i Rix [17] su 1993. za gline predložili sledeću korelaciju sa rezultatima CPT opita:

$$G_0 = 406q_c^{0.695} e^{-1.13} \quad (1.21)$$

Prilikom određivanja G_0 na osnovu rezultata penetracionih opita treba biti naročito oprezan, jer je nivo deformacija tla pri navedenim opitima značajno veći od nivoa koji odgovara vrednosti modula G_0 .

Redukcija modula smicanja G/G_0

Nivo redukcije modula smicanja sa porastom deformacije najviše zavisi od vrste tla. Kod sitnozrnog tla je indeks plastičnosti I_P osnovni faktor koji utiče na nivo redukcije [1]. Generalno, modul smicanja kod visoko plastičnog tla opada znatno sporije nego u slučaju tla niske plastičnosti. Na osnovu analize velikog broja eksperimentalnih rezultata za različite tipove tla, Dobry i Vučetić [18] su definisali niz G/G_0 krivih za tla različite plastičnosti ($I_P = 0 - 200$). Kramer [1] navodi da se kriva redukcije modula prema [18] za slučaj $I_P = 0$ može koristiti kao kriva redukcije modula za peskove. Rollins i dr. [19] su analizirali veliki broj eksperimentalnih rezultata za peskove i šljunkove i definisali krivu redukcije modula smicanja u funkciji deformacije smicanja γ (decimalno) na sledeći način:

$$\frac{G}{G_0} = \frac{1}{1 + 1600\gamma(1 + 10^{-2000\gamma})} \quad (1.22)$$

Ova kriva redukcije slaže se sa rezultatima Seed-a i dr. (1970.) [11] za peskove, kao i sa empirijskim korelacijama za sitnozrna neplastična tla (prašine sa $I_P = 0$) [20].

Redukcija modula smicanja zavisi i od vrednosti srednjeg efektivnog napona u tlu σ'_M , naročito u slučaju tla niske plastičnosti. Ovaj uticaj, u kombinaciji sa indeksom plastičnosti formulisali su Ishibashi i Zhang 1993. [21] sledećom formulom:

$$\frac{G}{G_0} = K(\gamma, I_P)(\sigma'_M)^{m(\gamma, I_P) - m_0} \quad (1.23)$$

gde je:

$$K(\gamma, I_P) = 0.5 \left\{ 1 + \tanh \left[\ln \left(\frac{0.000102 + n(I_P)}{\gamma} \right)^{0.492} \right] \right\},$$

$$m(\gamma, I_P) - m_0 = 0.272 \left\{ 1 - \tanh \left[\ln \left(\frac{0.000556}{\gamma} \right)^{0.41} \right] \right\} \exp(-0.0145 I_P^{1.3}),$$

$$n(I_P) = \begin{cases} 0.0 & I_P = 0 \\ 3.37 \times 10^{-6} I_P^{1.404} & 0 < I_P \leq 15 \\ 7.00 \times 10^{-7} I_P^{1.976} & 15 \leq I_P \leq 70 \\ 2.70 \times 10^{-5} I_P^{1.115} & I_P \geq 70 \end{cases}$$

γ - deformacija smicanja (decimalno)

Analizom navedenog izraza (1.23) možemo uvideti da sa porastom nivoa vertikalnog napona u tlu modul smicanja G sporije opada. Sa porastom

indeksa plastičnosti uticaj srednjeg efektivnog napona σ'_M postaje manje značajan.

Stokoe i dr. [22] za redukciju modula smicanja predlažu hiperboličku funkciju u normalizovanom obliku :

$$\frac{G}{G_0} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\gamma}{\gamma_{ref}}\right)^\alpha} \quad (1.24)$$

gde je:

α - parametar krivine,

γ_{ref} - referentna deformacija pri kojoj modul smicanja pada na polovinu početne vrednosti ($G/G_0 = 0.5$)

Referentna deformacija γ_{ref} se najčešće dovodi u vezu sa indeksom plastičnosti I_P . Sumirajući rezultate 67 opita na 21 vrsti sitnozrnog tla (gline i prašine), Vardanega i Bolton [23] predlažu sledeću relaciju za primenu u dinamičkim analizama:

$$\gamma_{ref} = 3.7 \times 10^{-5} I_P,$$

$$\alpha = 0.943$$

Jednu od retkih formula koja definiše redukciju G/G_0 preko napona smicanja, a ne deformacije smicanja je formula Mayne-a [24], [25], koja glasi:

$$\frac{G}{G_0} = 1 - \left(\frac{\tau}{\tau_{max}}\right)^g \quad (1.25)$$

gde je:

τ - mobilisani napon smicanja u tlu,

τ_{max} - maksimalni napon smicanja u tlu, tj. smičuća čvrstoća tla,

g - redukcionni eksponent, u intervalu 0.2–0.4

Relativno prigušenje ξ

Teoretski, u domenu malih deformacija (ispod 10^{-5}), gde je ponašanje tla približno linearno elastično, prigušenje dinamičkog sistema ne bi trebalo da postoji. Međutim, eksperimentalna ispitivanja pokazuju da i u ovoj oblasti postoji izvesno prigušenje, pri čemu mehanizam prigušenja nije u potpunosti jasan [1]. Dakle, relativno prigušenje tla nikada nije jednako nuli, već u domenu malih deformacija najčešće varira u uskim granicama 2–4% [20].

Generalno, relativno prigušenje najveće je kod krupnozrnih materijala, a najmanje je kod visoko plastičnog i organskog tla. Promena (tj. povećanje) relativnog prigušenja sa porastom nivoa deformacije kod sitnozrnog tla najviše zavisi od indeksa plastičnosti I_P [18], [26], [27], pri čemu je ovaj uticaj značajniji u domenu srednjih ili velikih deformacija. Na prigušenje nisko plastičnih i krupnozrnih vrsta tla značajno utiču i relativna zbijenost D_r i efektivni vertikalni napon u tlu.

Ishibashi i Zhang su 1993. [21] formulisali empirijsku formulu na osnovu koje se iz poznatog odnosa G/G_0 može odrediti relativno prigušenje krupnozrnog ($I_P = 0$) i sitnozrnog tla:

$$\xi = 0.333 \frac{1 + \exp(-0.0145 I_P^{1.3})}{2} [0.586 \left(\frac{G}{G_0}\right)^2 - 1.547 \frac{G}{G_0} + 1] \quad (1.26)$$

Važno je napomenuti da empirijske formule treba koristiti isključivo za preliminarnu ocenu dinamičkih karakteristika razmatranog tla, kako bi se kasnije mogao pravilno definisati program terenskih i laboratorijskih ispitivanja za njihovo tačnije određivanje.

1.4 Dinamički i statički modul smicanja

U dinamici tla fenomen krutosti pri malim deformacijama poznat je još od 1970. godine [11]. Dugo se smatralo da eksperimentalni rezultati dobijeni pri statičkom opterećenju nisu primenljivi u analizi pri dinamičkom opterećenju, pre svega zbog prirode opterećenja (odnosno inercijalnih efekata) i velike brzine smicanja. Razvoj novih tehnologija merenja deformacija doveo je do saznanja da su zavisnosti modula smicanja i smičućih deformacija dobijene pri statičkom opterećenju vrlo slične već ranije poznatim zavisnostima pri dinamičkom opterećenju.

U statičkim uslovima, za određivanje veze između napona i deformacija u tlu u laboratoriji se najčešće koristi konvencionalni triaksijalni aparat. Međutim, krutost tla određena na osnovu rezultata triaksijalnog opita opita je znatno niža od krutosti izračunate povratnim analizama. Dobijena mala krutost se pripisivala ispucalosti (poremećenosti) uzoraka tokom uzimanja na terenu i tokom ugrađivanja u laboratorijsku aparaturu. Unapređenjem tehnike merenja deformacija uzorka u opitu utvrđeno je da su nesavršenost aparata i načina merenja deformacija, kao i nesavršen kontakt uzorka, postolja i kape glavni uzroci takvog neslaganja. U početnoj fazi nanošenja opterećenja već je prekoračen region malih deformacija – najmanja defor-

macija koja može biti izmerena u konvencionalnom triaksijalnom aparatu iznosi približno 10^{-3} .

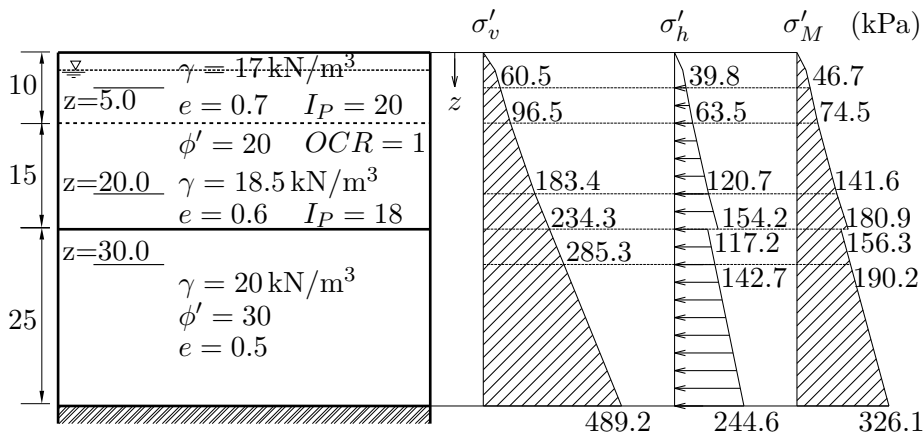
Stokoe i dr. [22] navode da inercijalni efekti neznatno utiču na povećanje krutosti tla pri malim deformacijama, tako da je modul smicanja pri malim deformacijama G_0 fundamentalna karakteristika svih geomaterijala - gline, prašine, peska, šljunka i stena [28] pri statičkom i dinamičkom opterećenju [29], u dreniranim i nedreniranim uslovima [30], jer se pri veoma malim deformacijama ne razvija dodatni porni pritisak u tlu. Termini u literaturi poznati kao *statički modul smicanja* i *dinamički modul smicanja* **nisu** dve različite elastične konstante, već su to dve vrednosti modula smicanja određene pri različitom nivou smičućih deformacija. Ova hipoteza je potvrđena brojnim laboratorijskim i terenskim ispitivanjima tla [29], [31], [32], [33].

Utvrđeno je da povećanje brzine smicanja neznatno utiče na povećanje G_0 [34], [35], [36], što potvrđuje hipotezu da je G_0 moguće odrediti pri statičkom i dinamičkom opterećenju, kao i u dreniranim i nedreniranim uslovima opterećivanja. Sa druge strane, uočen je uticaj brzine smicanja na krutost tla u području srednjih i velikih deformacija [34], [36]. Dok se sa povećanjem brzine smicanja vrednost G_0 ne menja, povećava se vrednost granične deformacije smicanja koja razdvaja područje malih i srednjih deformacija. Dobijeni rezultati ukazuju da se program laboratorijskih ispitivanja mora planirati u zavisnosti od vrste problema koji će se analizirati, tj. da li je reč o statičkoj ili dinamičkoj analizi.

Zbog uticaja brzine smicanja na krutost tla u području srednjih i velikih deformacija, kod usvajanja odgovarajuće krive redukcije modula smicanja iz literature potrebno je voditi računa ne samo o sličnim karakteristikama tla, već i pod kojim uslovima je kriva određena (statička ili dinamička ispitivanja).

1.5 Primer proračuna dinamičkih karakteristika tla

Primer proračuna dinamičkih karakteristika tla prikazan je na profilu terena (slika 1.5) na trasi buduće linije Beogradskog metroa (zemunski lesni plato). Osnovni podaci o tlu preuzeti su iz postojeće geotehničke dokumentacije [37]. Profil terena sastoji se od normalno konsolidovanih (OCR=1) prašinasto-peskovitih sedimenata debljine 25 m, ispod kojih se nalazi sloj aluvijalnih šljunkova debljine 25 m. Na dubini od 50 m nalazi se stenska masa. Nivo podzemne vode nalazi se na dubini od 2.5 m. Proračun je izvršen korišćenjem ranije navedenih empirijskih korelacija, na dubinama $z=5/20/30$ m.



Slika 1.5: Profil terena

Na početku je potrebno odrediti vrednosti efektivnih vertikalnih (σ'_v) i horizontalnih (σ'_h) napona u tlu. Koeficijent bočnog pritiska tla u stanju mirovanja za normalno konsolidovana (NC) tla određuje se prema poznatoj formuli [38]:

$$K_{0,NC} = 1 - \sin \phi' \quad (1.27)$$

Horizontalni efektivni napon se računa prema izrazu:

$$\sigma'_h = K_0 \sigma'_v \quad (1.28)$$

Srednji efektivni napon u tlu σ'_M određujemo prema izrazu:

$$\sigma'_M = \frac{1}{3}(\sigma'_1 + \sigma'_2 + \sigma'_3) = \frac{1}{3}(\sigma'_v + \sigma'_h + \sigma'_h) = \frac{1}{3}(\sigma'_v + 2\sigma'_h) \quad (1.29)$$

Dijagrami napona u tlu prikazani su na slici (1.5).

1.5.1. Tangentni modul smicanja G_0

Modul smicanja pri malim deformacijama G_0 za sloj prašinasto-peskovitih sedimenata određen je korišćenjem izraza (1.15). Na dubini $z=5$ m proračun se vrši na sledeći način:

$$p_a = 100 \text{ kPa (usvojeno)}$$

$$F(e) = e^{-1.3} = 0.7^{-1.3} = 1.59 \text{ (Izraz (1.17))}$$

Tabela 1.4: Rezultati proračuna G_0

z (m)	K_0 (-)	σ'_v (kPa)	σ'_h (kPa)	σ'_M (kPa)	k (-)	$F(e)$ (-)	$K_{2,max}$ (-)	G_0 (MPa)
5.0	0.66	60.5	39.8	46.7	0.180	1.59	/	67.9
20.0	0.66	183.4	120.7	141.6	0.162	1.94	/	144.5
30.0	0.50	285.3	142.7	190.2	/	/	60	185.4

$$OCR = 1$$

$$k = 0.18 \text{ (Tabela 1.1, } I_P = 20)$$

$$n = 0.5 \text{ (usvojeno)}$$

$$\sigma'_M = 46.7 \text{ kPa}$$

$$\frac{G_0}{p_a} = 625F(e)OCR^k \left(\frac{\sigma'_M}{p_a}\right)^n = 625 \times 1.59 \times 1^{0.18} \times \left(\frac{46.7}{100}\right)^{0.5} = 679.1$$

$$G_0 = 67910 \text{ kPa} = 67.9 \text{ MPa}$$

Analogno se proračun vrši i za $z=20$ m. U sloju aluvijalnih šljunkova proračun je izvršen korišćenjem izraza (1.18):

$$p_a = 100 \text{ kPa (usvojeno)}$$

$$K_{2,max} = 60 \text{ (Tabela 1.2, } e=0.5)$$

$$\sigma'_M = 190.2 \text{ kPa}$$

$$\frac{G_0}{p_a} = 22.4K_{2,max} \left(\frac{\sigma'_M}{p_a}\right)^{0.5} = 22.4 \times 60 \times \left(\frac{190.2}{100}\right)^{0.5} = 1853.6$$

$$G_0 = 185355 \text{ kPa} = 185.4 \text{ MPa}$$

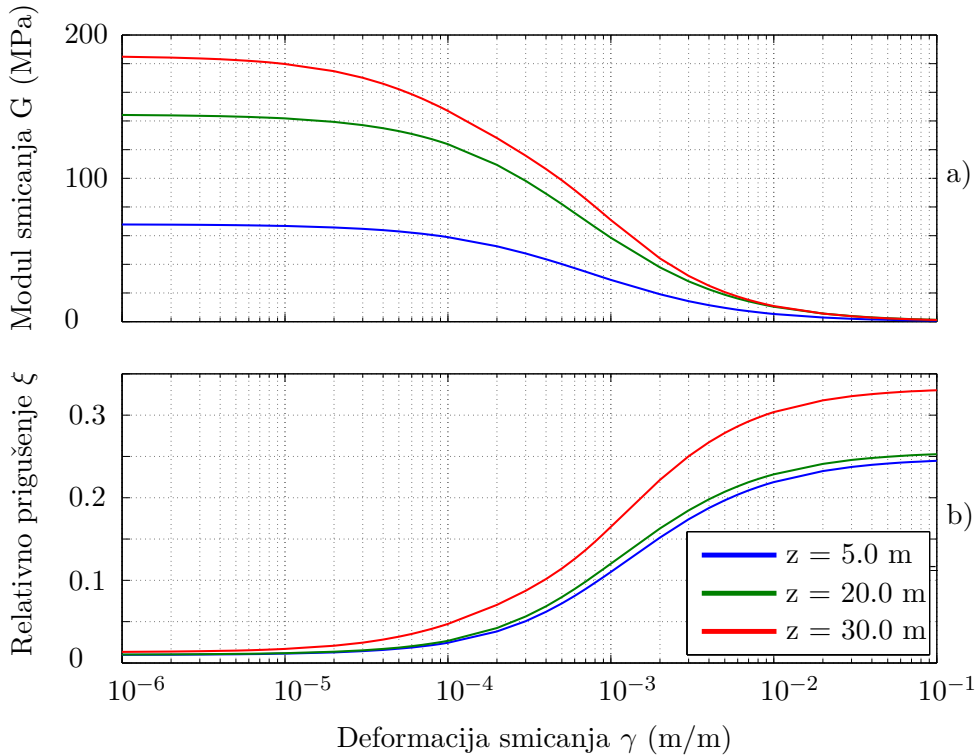
1.5.2. Kriva redukcije modula smicanja G/G_0

Kriva redukcije modula smicanja u sloju prašinsto-peskovitih sedimenata određena je prema izrazu (1.24). Vrednost referentne deformacije određena je prema izrazu:

$$\gamma_{ref} = 3.7 \times 10^{-5} I_P \tag{1.30}$$

dok je vrednost parametra krivine usvojena kao $\alpha = 0.943$.

U sloju aluvijalnih šljunkova kriva redukcije modula smicanja određena je prema izrazu (1.22). Dobijene krive redukcije modula prikazane su na slici 1.6a.



Slika 1.6: Rezultati proračuna: Krive G/G_0 (a) i krive prigušenja (b)

1.5.3. Kriva redukcije prigušenja

Krive prigušenja (slika 1.6b) određene su prema izrazu (1.26), na osnovu ranije sračunatih vrednosti G/G_0 . U sloju aluvijalnih šljunkova indeks plastičnosti $I_P = 0$.

Literatura

- [1] S. L. Kramer: *Geotechnical Earthquake Engineering*. Prentice-Hall, Inc., 1996.

- [2] F. Richart Jr: “Dynamic stress strain relations for soils, state of the art report”, *Proceedings of 9th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, 1977, pp. 603–612.
- [3] S. Toki, S. Shibuya, S. Yamashita: “Standardization of laboratory test methods to determine the cyclic deformation properties of geomaterials in japan”, *Proceedings of International Symposium: Pre-Failure Deformation of Geomaterials*, Rotterdam: Balkema, 1995, pp. 741–784.
- [4] Y. Kohata, F. Tatsuoka, L. Wang, G. L. Jiang, E. Hoques, T. Kodaka, “Modeling of the non-linear deformation properties of stiff geomaterials”, *Geotechnique*, vol. 47, no. 3, pp. 563–580, 1997.
- [5] D. W. Hight, J. D. Bennell, B. Chana, P. D. Davis, R. J. Jardine, E. Porovic, “Wave velocity and stiffness measurements of the crag and lower london tertiaries at sizewell”, *Geotechnique*, vol. 47, no. 3, pp. 451–474, 1997.
- [6] K. H. Stokoe, J. C. Santamarina: “Seismic-wave-based testing in geotechnical engineering”, *International Conference on Geotechnical and Geological Engineering: GeoEng 2000*, Melbourne, 2000, pp. 1490–1536.
- [7] M. M. Landon, D. J. De Groot, J. Jakubowski: “Comparison of shear wave velocity measured in situ and on block samples of a marine clay”, *Proceedings of 57th Canadian Geotechnical Conference*, Quebec, 2004, pp. 22–28.
- [8] B. O. Hardin, V. P. Drnevich, “Shear modulus and damping in soils: design equations and curves”, *Journal of Soil Mechanics and Foundations Division*, vol. 98, no. 7, pp. 667–692, 1972.
- [9] B. O. Hardin: “The nature of stress-strain behavior for soils”, *Proceedings of the ASCE Geotechnical Engineering Division Specialty Conference on Earthquake Engineering and Soil Dynamics*, 1978, pp. 3–89.
- [10] M. Jamiolkowski, S. Leroueil, D. C. F. Lo Presti: “Theme lecture: design parameters from theory to practice”, *Proceedings of Geo-Coast '91*, 1991, pp. 1–41.
- [11] H. B. Seed, I. M. Idriss: “Soil moduli and damping factors for dynamic response analyses (report no. eerc 70-10)”, Earthquake Engineering Research Center, Berkeley: University of California, 1970.

- [12] H. B. Seed, R. T. Wong, I. M. Idriss, K. Tokimatsu, “Moduli and damping factors for dynamic analyses of cohesionless soils”, *Journal of Geotechnical Engineering*, vol. 112, no. 11, pp. 1016–1032, 1986.
- [13] W. A. Weiler: “Small strain shear modulus of clay”, *Proceedings of the ASCE Conference on Geotechnical Engineering and Soil Dynamics II: Recent Advances in Ground Motion Evaluation*, 1988, pp. 331–335.
- [14] Y. Ohta, N. Goto, “Estimation of s-wave velocity in terms of characteristic indices of soil”, *Butsuri-Tanko*, vol. 29, no. 4, pp. 34–41, 1976.
- [15] J.-L. Briaud: *Geotechnical Engineering: Unsaturated and Saturated Soils*. John Wiley and Sons, Inc., 2013.
- [16] G. J. Rix, K. H. Stokoe: “Correlation of initial tangent modulus and cone resistance”, *International Symposium on Calibration Chamber Testing*, New York: Elsevier, 1991, pp. 351–362.
- [17] P. W. Mayne, G. J. Rix, “Gmax-qc relationships for clays”, *Geotechnical Testing Journal*, vol. 16, no. 1, pp. 54–60, 1993.
- [18] R. Dobry, M. Vucetic: “Dynamic properties and seismic response of soft clay deposits”, *Proceedings of International Symposium on Geotechnical Engineering of Soft Soils*, Mexico City, 1987, pp. 51–87.
- [19] K. M. Rollins, M. D. Evans, N. B. Diehl, W. D. Daily, “Shear modulus and damping relationships for gravels”, *Geotechnical Engineering*, vol. 124, no. 5, pp. 396–405, 1998.
- [20] RIVAS - Railway Induced Vibration Abatement Solutions Collaborative Project: “Test procedures for the determination of the dynamic soil characteristics”, International Unions for Railways, website: www.rivas-project.eu, 2012.
- [21] I. Ishibashi, X. Zhang, “Unified dynamic shear moduli and damping ratio of sand and clay”, *Soils and Foundations*, vol. 33, no. 1, pp. 182–191, 1993.
- [22] K. H. Stokoe, M. B. Darendeli, R. D. Andrus, L. T. Brown: “Dynamic soil properties: laboratory, field and correlations studies”, *Proceedings of Second International Conference on Earthquake Geotechnical Engineering*, Lisbon, 1999, pp. 811–845.
- [23] P. J. Vardenega, M. D. Bolton: “Practical methods to estimate the non-linear shear stiffness of fine grained soils”, *International Symposium on Deformation Characteristics of Geomaterials*, Seoul, 2011.

- [24] P. W. Mayne: “Cone penetration testing state-of-practice (nchrp project 20-05; task 37-14: synthesis on cone penetration test)”, National Cooperative Highway Research Program, National Academy of Sciences, Washington D. C., 2007.
- [25] —, “Cone penetration testing (nchrp synthesis 368)”, Transportation Research Board, National Research Council, Washington D. C.
- [26] T. Kokusho, Y. Yoshida, Y. Esashi, “Dynamic properties of soft clay for wide strain range”, *Soils and Foundations*, vol. 22, no. 4, pp. 1–18, 1982.
- [27] J. I. Sun, R. Golesorkhi, H. B. Seed: “Dynamic moduli and damping ratios for cohesive soils (report no. eerc-88/15)”, Earthquake Engineering Research Center, Berkeley: University of California, 1988.
- [28] F. Tatsuoka, S. Shibuya, R. Kuwano: “Advanced laboratory stress-strain testing of geomaterials”, Rotterdam: Balkema, 2001.
- [29] J. B. Burland, “Ninth laurits bjerrum memorial lecture: small is beautiful - the stiffness of soils at small strains”, *Canadian Geotechnical Journal*, vol. 26, pp. 499–516, 1989.
- [30] D. C. F. Lo Presti, M. Jamiolkowski, O. Pallara, A. Cavallaro, *Measuring and Modeling Time Dependent Soil Behavior*.
- [31] F. Tatsuoka, S. Shibuya: “Keynote lecture: deformation characteristics of soils and soft rocks from field and laboratory tests”, *Proceedings of 9th Asian regional Conference on SMFE*, Bangkok, 1992, pp. 101–170.
- [32] J. H. Atkinson, G. Sallfors: “Experimental determination of soil properties characteristic in laboratory and situ test”, *Proceedings of 10th EC SMFE*, Florence, 1991, pp. 915–956.
- [33] V. N. Georgiannou, S. Rampello, F. Silvestri: “Static and dynamic measurements of undrained stiffness on natural overconsolidated clays”, *Proceedings of 10th EC SMFE*, Florence, 1991, pp. 91–95.
- [34] F. Tatsuoka, R. J. Jardine, D. C. F. Lo Presti, H. Di Benedetto, T. Kodaka: “Theme lecture: characterizing the pre-failure deformation properties of geomaterials”, *Proceedings of the 14th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Hamburg, 1997, pp. 2129–2164.
- [35] S. Leroueil, M. E. S. Marques: “Importance of strain rate and temperature effects in geotechnical engineering”, *Measuring and Modeling Time Dependent Soil Behavior*, ASCE, 1996, pp. 1–60.

- [36] T. Quinn: “Rate effects in fine grained soils”, PhD. Thesis, University of Dundee, 2013.
- [37] “Inženjerskogeološka dokumentacija u zoni trase lakog metroa po varijanti „akademija“ – knjiga 1 – osnovna dokumentacija”, Geoinstitut, 2006.
- [38] J. Jaky, “The coefficient of earth pressure at rest”, *Journal of the Society of Hungarian Architects and Engineers*, vol. 78, no. 22, pp. 355–358, 1944.