

YU ISSN 0350-0519

UDK 626

BROJ 177-182  
GODINA 31  
JANUAR -  
- DECEMBAR  
1999/1-6

# vodoprivreda

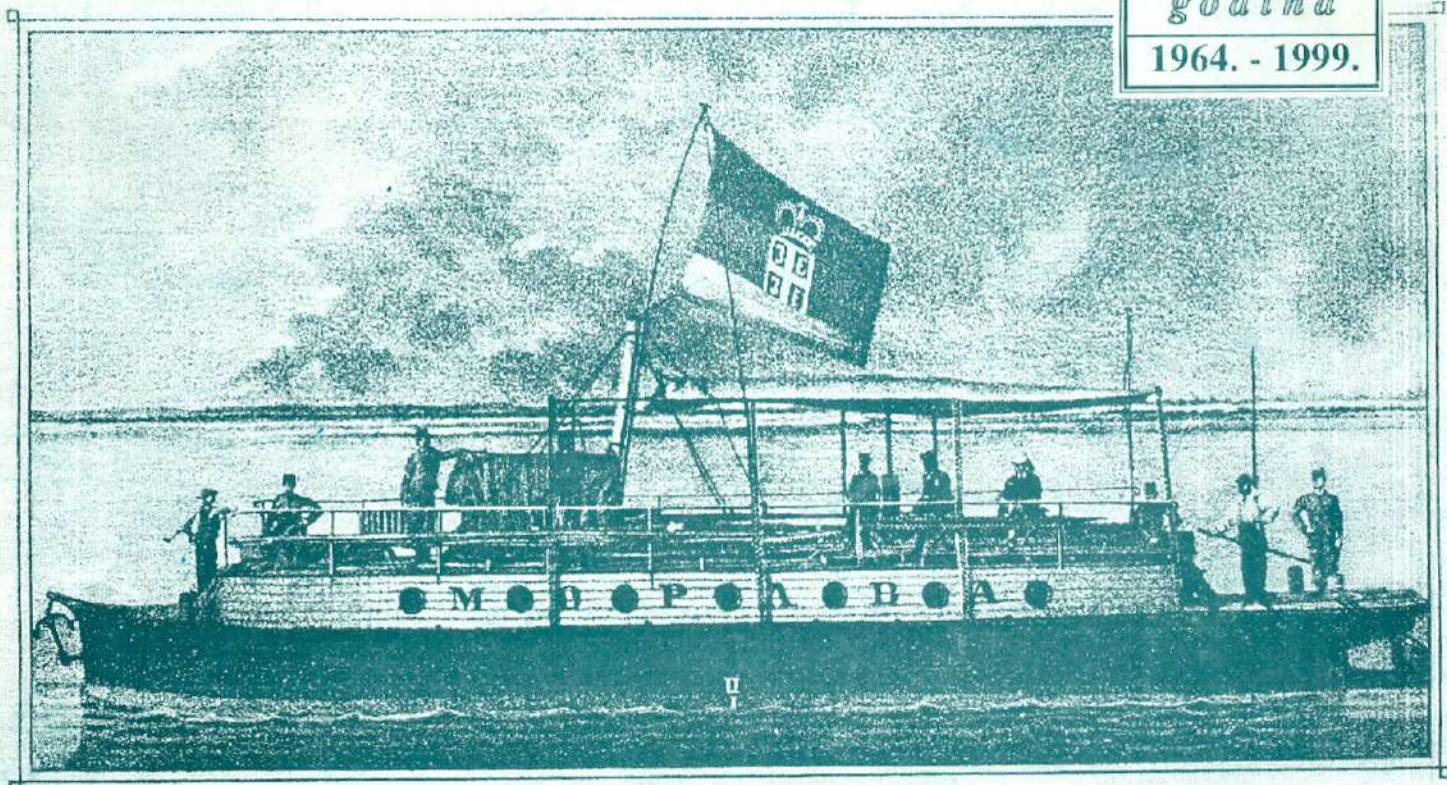
Nakon surove agresije - predstoji nam  
obnova razorene vodoprivredne infrastrukture!

JDON

35

godina

1964. - 1999.





## SADRŽAJ

<b>RADOVI POVODOM JUBILEJA JDON</b>	
Dr Milan STOJŠIĆ: Tridesetpet godina Jugoslovenskog društva za odvodnjavanje i navodnjavanje (JDON)	3
<b>ORIGINALNI NAUČNI RADOVI</b>	
Mr Dejan DIVAC i saradnici: Matematičko modeliranje prostornih problema filtracije vode primerom metode konačnih elemenata na primeru brane Prvonek	9
Mr Tina MILANOVIĆ i dr Branislav ĐORĐEVIĆ: Dinamički procesi u akumulacijama i njihovo modeliranje za potrebe planiranja i eksploatacije vodoprivrednih sistema	23
Mr Dejana ĐORĐEVIĆ: Modeliranje tečenja perko širokih pragova u burnom režimu	37
Dr Dimitrije AVAKUMOVIĆ i mr Miloš STANIĆ: Izgradnja zalivno-odvodnih sistema	45
PORTRETI STVARALACA: Miloje MILOJEVIĆ	51
<b>PREGLEDNI I SINTEZNI RADOVI</b>	
Ignjat TUČOVIĆ: O nekim aktuelnim problemima ocene sigurnosti velikih brana u Jugoslaviji	55
Mr Vlada KUZMANOVIĆ: Analiza naponsko-deformacijskog stanja lučnih brana u fazi glavnog projekta	61
Mr Biljana TRAJKOVIĆ i mr Slobodan ĐORĐEVIĆ: Pregled modela za numeričku simulaciju mešovitog režima tečenja u kanalima zatvorenog poprečnog preseka	79
Dr Vesna MARTINOVIĆ-VITANOVIĆ i Vladimir KALAFATIĆ: O proceduri projektovanja vodoprivrednih sistema - ekološki pristup kao imperativ pri planiranju, izgradnji i gazdovanju	93
Slobodan ČUBRILO i dr Branislav ĐORĐEVIĆ: Strategija uređenja donjeg toka Drine	107
Dr Stevan PROHASKA i saradnici: Analiza uticaja višenamenske akumulacije „Ključ“ na redukciju poplavnih talasa reke Sumanke	117
Dr Miodrag JOVANOVIĆ: Određivanje propusne moći zatvorenih kanala	127
Dr Slavko BOGDANOVIĆ: Međunarodnopravni režim vodnih resursa SFRJ	137
Mr Veroslav RAJČIĆ: Primena regulacionih zatvarača kao zaštita od štetnih dejstava prelaznih režima izazvanih iznenadnim nestankom električne energije	149
Dr Slavko BOGDANOVIĆ: Svetska banka i međunarodni vodni resursi	155
<b>STRUČNI RADOVI</b>	
Bratimir KATIĆ i saradnici: Mogućnost iskorišćenja hidroenergetskog potencijala Velike Morave	161
Dr Đuro BOŠNJAK i dr Svetimir DRAGOVIĆ: Uloga navodnjavanja u proizvodnji hrane u promenljivim klimatskim uslovima	169
Izlaganje sa okruglog stola o svojskoj transformaciji	175
Jubileji Katedara za hidrotehniku GF BG	179
Iz istorije vodoprivrede - Radovi na delimičnoj regulaciji reke Drine	183

## CONTENT

<b>35<sup>th</sup> ANYVERSARY OF YUICID</b>	
Milan STOJŠIĆ: THIRTY FIVE YEARS OF YUICID	3
<b>SCIENTIFIC TEMATIC REVIEWS</b>	
Dejan DIVAC et al.: MATHEMATICAL MODELING OF SPATIAL SEEPAGE PROBLEMS USING FINITE ELEMENT METHOD APPLIED IN CASE STUDY OF PRVONEK DAM	9
Tina MILANOVIĆ and Branislav ĐORĐEVIĆ: MATHEMATICAL MODELING OF EUTROPHICATION PROCESSES IN LAKES AND RESERVOIRS	23
Dejana ĐORĐEVIĆ: MODELING OF SUPERCRITICAL FLOW OVER A SEQUENCE OF BROAD-CRESTED WEIRS	37
Dimitrije AVAKUMOVIĆ and Miloš STANIĆ: BUILDING DRAINAGE - IRRIGATION SYSTEMS	45
PORTRET: Miloje MILOJEVIĆ	51
<b>REVIEWS</b>	
Ignjat TUČOVIĆ: ON SOME CURRENT PROBLEMS IN SAFETY EVALUATION OF LARGE DAMS IN YUGOSLAVIA	55
Vlada KUZMANOVIĆ: STRESS-STRAIN ANALYSIS FOR FINAL DESIGN OF ARCH DAMS	61
Biljana TRAJKOVIĆ and Slobodan ĐORĐEVIĆ: REVIEW OF NUMERICAL MODELS FOR THE SIMULATION OF MIXED FREE-SURFACE/PRESSURIZED FLOW IN CLOSED CONDUITS	79
Vesna MARTINOVIĆ-VITANOVIĆ and Vladimir KALAFATIĆ: PROJECT PROCEDURE IN REALIZATION, PLANNING, CONSTRUCTION AND EXPLOITATION OF WATER RESOURCES SYSTEMS - ECOLOGICAL APPROACH	93
Slobodan ČUBRILO and Branislav ĐORĐEVIĆ: RIVER IMPROVEMENT STRATEGY FOR THE DOWNSTREAM SECTION OF THE DRINA RIVER	107
Stevan PROHASKA et al.: ANALYSIS OF EFFECTS OF THE MULTIPURPOSE RESERVOIR „KLJUČ“ UPON REDUCTION OF FLOODS OF THE SUMANKA RIVER	117
Miodrag JOVANOVIĆ: DISCHARGE CAPACITY EVALUATION IN VEGETATED CHANNELS	127
Slavko BOGDANOVIĆ: THE INTERNATIONAL WATER LAW REGIME OF WATER RESOURCES ON THE TERRITORY OF FORMER YUGOSLAVIA	137
Veroslav RAJČIĆ: SURGE ANTICIPATING CONTROL VALVES FOR THE PREVENTION OF SURGES IN PRESSURE CONDUITS CAUSED BY POWER CUTS	149
Slavko BOGDANOVIĆ: WORLD BANK AND INTERNATIONAL WATER RESOURCES	155
<b>PROFESSIONAL PAPERS</b>	
Bratimir KATIĆ et al.: POSSIBILITY OF USING THE HYDROPOWER POTENTIAL OF THE VELIKA MORAVA	161
Đuro BOŠNJAK and Svetimir DRAGOVIĆ: ROLE OF IRRIGATION IN FOOD PRODUCTION IN THE VARIABLE CLIMATIC CONDITIONS	169
DISCUSSION AT THE ROUND TABLE ABOUT WATER ECONOMY	175
ANYVERSARY OF THE CHAIR OF HYDRAULIC ENGINEERING	179
FROM THE HISTORY OF WATER RESOURCES MANAGEMENT	183

## VODOPRIVREDA

GOD. 31

Godina 1999.

BR. 177 - 182

(1999/1-6)

UDK 626

YU ISSN 0350 - 0519

**IZDAVAČ:**  
JUGOSLOVENSKO DRUŠTVO ZA  
ODVODNJAVANJE I NAVODNJAVANJE  
Beograd, Kneza Miloša 9

Ovaj broj je finansijski podržan od strane Ministarstva za nauku i tehnologiju Srbije i Saveznog ministarstva za razvoj, nauku i životnu sredinu

REDAKCIJSKI KOLEGIJUM  
(sa oblastima koje se pokrivaju):

Đorđević dr Branislav – Vodoprivredni sistemi i  
Hydroenergetika; predsednik Redakcionog kolegijuma  
Avakumović dr Dimitrije – Hidromelioracioni sistemi  
Batinić dr Božidar – Hidraulika  
Bogdanović dr Slavko – Vodno pravo  
Bruk dr Stevan – Opšta hidrotehnika  
Ignjatović dr Lazar – Komunalna hidrotehnika  
Jovanović dr Miodrag – Regulacija reka  
Josipović dr Jovan – Hidrogeologija  
Likić Budislav – Hidrotehnički objekti  
Muškatirović dr Dragutin – Plovidbena infrastruktura  
Petrović dr Petar – Brane i građevine  
Petković dr Slobodan – Erozija  
Plamenac dr Nikola – Odvodnjavanje  
Popović dr Mirko – Kvalitet vode  
Potkonjak dr Svetlana – Ekonomika vodoprivrede  
Radić dr Zoran – Hidrologija  
Radinović dr Đura – Meteorologija  
Rudić dr Dragan – Održavanje melioracionih sistema  
Stojšić dr Milan – Navodnjavanje  
Tutundžić dr Vera – Ribarstvo  
Živaljević dr Ratimir – Hidrometeorološki informacioni sistemi

IZDAVAČKI SAVET

Bajić mr Vladimir  
Bogdanović Bogoljub  
Bošnjak dr Đuro  
Božinović dr Miodrag  
Dragović Dušan  
Dutina Nikola  
Đukić Miljan  
Ilić Živka  
Milenković dr Slobodan  
Milojević dr Miloje  
Pantelić Petar  
Tanacković mr Vladimir  
Tučović Ignjat  
Varga Arpad

Slika na naslovnoj strani korica:  
Brod "Morava" (uz članak B. Katića  
i saradnika u ovom broju)



## DINAMIČKI PROCESI U AKUMULACIJAMA I NJIHOVO MODELIRANJE ZA POTREBE PLANIRANJA I EKSPLOATACIJE VODOPRIVREDNIH SISTEMA

Mr Tina MILANOVIĆ, dipl.inž.građ.  
Građevinski fakultet u Beogradu  
E-mail: mtina@grf.bg.ac.yu

Prof. dr Branislav ĐORĐEVIĆ  
Građevinski fakultet u Beogradu  
E-mail: branko@grf.bg.ac.yu

*Nauka proučava samo ono što se može izmeriti. To je pravilno, ali je treba izdvojiti ono što zaslužuje i može da bude izmereno*  
(A.J. Lerner)

### REZIME

Poznavanje dinamičkih procesa koji se odvijaju u akumulacijama i jezerima, u vidu stalnih promena abiotičkih i biotičkih stanja tih akvatorija - izuzetno je važno sa stanovišta planiranja i eksploatacije vodoprivrednih sistema. Zbog toga se u novije vreme radi na sve složenijim matematičkim modelima tih dinamičkih procesa, kako bi se blagovremeno, još u fazi planiranja sistema sa akumulacijama, simuliralo njihovo ponašanje tokom vremena. Osnovni smisao tih simulacija je da se iznađu mere zaštite voda kojima se stanje kvaliteta akumulacije održava u nekim zahtevanim granicama kvaliteta. U radu je prikazan model WASP-GFBG, koji je sada jedan od najpotpunijih i najoperativnijih simulacionih modela za praćenje dinamičkih promena kvaliteta vode u veštačkim jezerima. Model obuhvata pored abiotičkih i ključne biotičke komponente u jezerima.

**Ključne reči:** akumulacije, kvalitet vode, matematički modeli, ekosistem, biotop, biocenoze, sukcesije

### UVOD

Dugoročna opredeljenja Republike Srbije u oblasti voda, iskazana u tri strateška dokumenta (Dugoročna strategija razvoja vodoprivrede Srbije, Vodoprivredna osnova Srbije i Prostorni plan Srbije) upućuju na korišćenje više desetina postojećih i novih akumu-

lacionih basena, čiji je zadatak da izvrše prostornu i vremensku preraspodelu vode na području čitave Republike. Na akumulacije kao izvišta naslanja se većina regionalnih sistema za snabdevanje vodom najvišeg kvaliteta, a samo uz regulisanje protoka u akumulacijama mogu se obezbediti potrebe i drugih korisnika voda - industrije, termoenergetike, navodnjavanja. Akumulacije se koriste i za poboljšanje vodnih režima u periodu malovođa, što je važna vodoprivredna mera održavanja kvaliteta vode u zahtevanim granicama.

Imajući u vidu tako veliku ulogu akumulacija u svim segmentima korišćenja i zaštite voda i uređenja vodnih režima, kao i činjenicu da su one najvitalniji ekosistemi, postaje izuzetno važno da se one održavaju u stanju visokog kvaliteta. O tome se mora voditi računa još u fazi planiranja, kako bi se iznašle odgovarajuće mere za održavanje kvaliteta u zahtevanim granicama (npr. izbegavanje plitkih zona akumulacije - podizanjem ili spuštanjem kote normalnog uspora, mere zaštite sliva u cilju smanjenja unosa nutrijenata, itd). U slučaju akumulacija koje služe za snabdevanje vodom naselja na osnovu predviđenog (simuliranog) kvaliteta vode u akumulacijama biraju se tehnologije prečišćavanja vode. Kod akumulacija koje su u fazi eksploatacije simuliranjem procesa kvaliteta sagledavaju se mere njihove operativne zaštite, koje se uglavnom svode na iznalaženje mera za smanjenje dotoka nutrijenata u jezero, kao i mere dispečinga, kojima se donekle može uticati na procese u jezeru.



Znači, akumulacije su neminovnost, ali je neminovno i da se one moraju veoma brižljivo čuvati od starenja i degradacije. Ne samo što bi degradacijom kvaliteta i eutrofikacijom izgubile sve svoje vodoprivredne performanse, već i zbog toga što se radi o izuzetno važnim ekosistemima, čiji aspekti kvaliteta imaju znatno globalniji uticaj na čitavo okruženje. Matematičko modeliranje procesa u akvatorijama je osnovni preduslov za razmatranje mera zaštite i usmeravanje razvoja procesa u pravcu koji je poželjan sa ekološkog i vodoprivrednog stanovišta. Rad na tim modelima podstakao je razvoj posebne grane nauke - **ekološke kibernetike**, koja koristi kibernetički pristup za matematičku formalizaciju, modeliranje i estimaciju svih bitnih procesa u ekosistemima. Doprinos tom razvoju daju i istraživanja iz kojih je nastao ovaj rad.

### PROCESI U JEZERIMA I NJIHOVO MODELIRANJE

Proces dinamičkih promena u akvatoriji nastaje već samim činom punjenja akumulacije. Novi ekosistem, nastao formiranjem akumulacije, započinje složeni proces sukcesija, koji prevashodno zavisi od unosa hranljivih materija - nutrijenata. Ti procesi, abiotičkog i biotičkog karaktera, međusobno su čvrsto povezani, jer se u akvatoriji neprekidno odigravaju procesi akcija (uticaj biotopa na biocenoze), reakcija (obratni proces, kojim biocenoze utiču na biotop) i koakcija (interakcije između vrsti i populacija biocenoza). Taj proces sukcesija odvija se uz delovanje čitavog niza pozitivnih i negativnih povratnih sprega (Đorđević, 1990), kojima se vodeni ekosistem napokon stabilizuje na nekom kvazistabilnom homeostatskom platou (klimakšno stanje), sve dok se prirodnim ili antropogenim delovanjem ne izmene uslovi u ekosistemu.

Svu složenost procesa u vodenom ekosistemu dobro odslikava čak i uprošćena šema procesa i interakcija (sl.1). Jasno se zapaža da su svi abiotički i biotički procesi međusobno povezani u zatvorenim petljama biotop => biocenoze => biotop, tako da nije svrsishodno modeliranje samo nekih izdvojenih parametara

<sup>1</sup>Rad na modeliranju procesa u vodenim ekosistemima započeo je još 1925. kada su Streeter i Phelps definisali prve jednačine ravnoteže rastvorenog kiseonika u vodi, što se smatra početkom modeliranja kvaliteta vode. U početku su razvijani jednodimenzionalni MM, a tokom vremena je rastao nivo složenosti modela, kako po broju razmatranih parametara, tako i po prostornom obuhvatu. Razvijane su tri klase MM: abiotički, biotički i spregnuti modeli. Na početku ovih istraživanja najbrže se razvijala klasa abiotičkih modela, iz dva razloga. Prvi je pragmatični razlog - želja da se odrede samo stanja kvaliteta vode, zavisno od kvaliteta vode na ulazima, kako bi se odabrala odgovarajuća tehnološka linija u postrojenjima za prečišćavanje vode. Drugi je povezan sa klasom složenosti: abiotički procesi analitički su znatno određeniji, jer se zasnivaju na analizi transportnih i difuzionih procesa, te se kao takvi mogu svrstati u klasu *dobro strukturiranih zadataka*. Biotički MM se svrstavaju u klasu *teško strukturiranih zadataka* (Đorđević, 1990), za koja su potrebna daleko složenija istraživanja "in situ", posebno u domenu sagledavanja koakcija pojedinih bioloških vrsta. Spregnuti MM, koji se razvijaju u novije vreme, zahvaljujući tehnološkim mogućnostima novih računara, istovremeno modeliraju sve akcije, reakcije i koakcije u ekosistemu. U tu klasu MM spada i razvijeni model WASP-GFBG, od kojih sufiks GFBG označava da je na Građevinskom fakultetu u Beogradu unapređen i dopunjen raniji model WASP5.

kvaliteta. Savremena modelska tehnika i računarska tehnologija omogućavaju da se realizuju spregnuti matematički modeli (MM)<sup>1</sup>, kojima se simultano modeliraju svi dinamički procesi u vodenom ekosistemu koji su relevantni za sagledavanje abiotičkih i biotičkih komponenti u procesu sukcesija, zaključno sa dostizanjem klimakšnog stanja. Ti modeli su postali u toj meri operativni da omogućavaju brze simulacije ponašanja ekosistema za različite ulaze nutrijenata, što omogućava da se sagleda uticaj planiranih mera zaštite, čiji je cilj da se akvatorije održavaju u nekom unapred definisanom stanju trofije.

**ABIOTIČKE KOMPONENTE PROCESA.** Na najvišem nivou opštosti abiotički procesi u vodenim ekosistemima modeliraju se zakonom održanja kvaliteta hidrauličkog transporta, koji, sveden na jedinicu zapremine fluida ima sledeći oblik:

$$\partial K / \partial t + \partial (K \cdot u_j) / \partial x_j = R \quad (1)$$

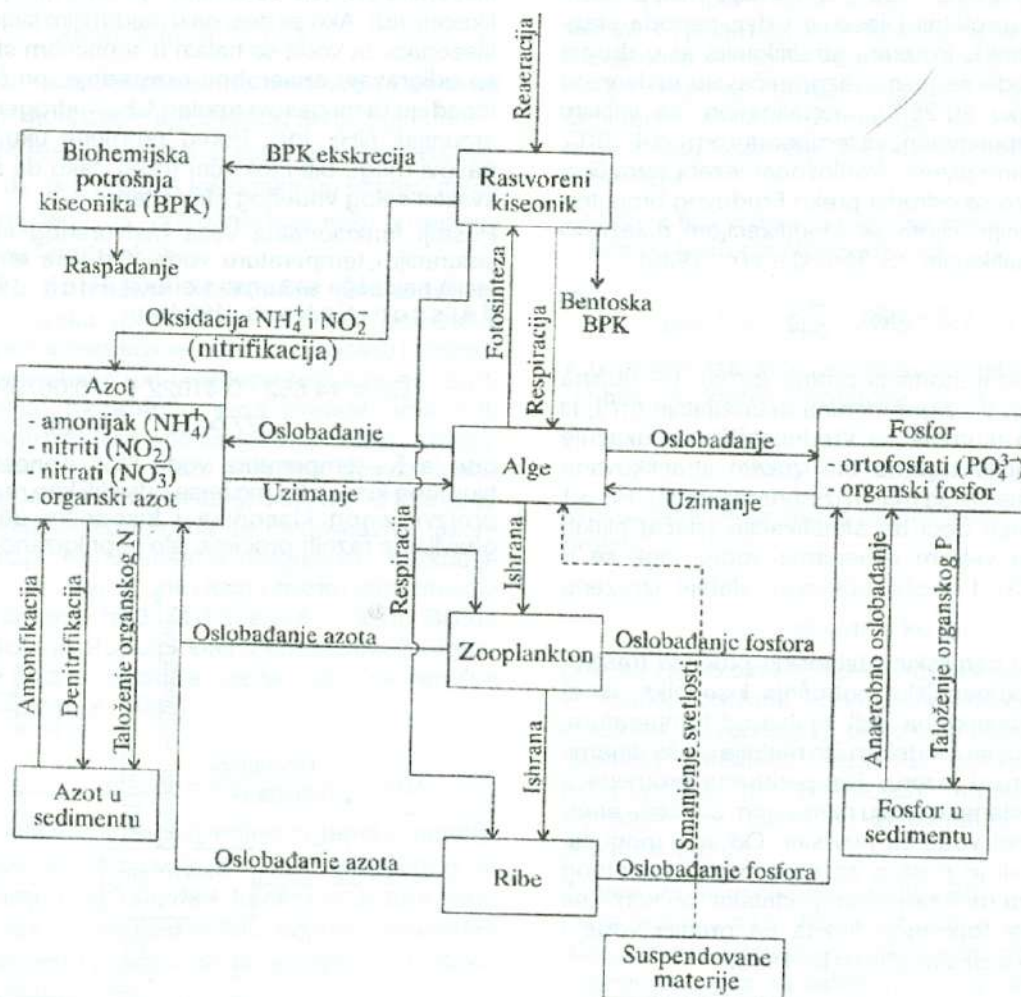
gde prvi član označava lokalnu vremensku, a drugi konvekcijsku promenu nekog kvalitativnog pokazatelja (K), dok je R uzročnik tih promena, u koji su uključeni svi izvori i ponori tog elementa kvaliteta usled procesa transformacije,  $x_j$  - prostorna koordinata ( $j=1,2,3$ ),  $u_j$  - komponente brzine u tački. Iz te opšte relacije izvode se sistemi jednačina kojima se opisuju dinamizam promene pojedinih komponenti kvaliteta, pre svega koncentracije pojedinih agenasa u vodi.

**Hidrodinamički režim.** Proces advektivnog i disperzivnog transporta kojima se komponente kvaliteta pronose kroz vodu kao biotop mogu se definisati u trodimenzionalnom obliku (Bowie et al., 1985):

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (U_x C) + \frac{\partial}{\partial y} (U_y C) + \frac{\partial}{\partial z} (U_z C) - \quad (2)$$

$$- \frac{\partial}{\partial x} \left( E_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( E_y \frac{\partial C}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left( E_z \frac{\partial C}{\partial z} \right) = \sum S$$





Sl. 1. - Šematski prikaz procesa i interakcija u vodenom ekosistemu  
 Schema of processes and interactions in water ecosystem

gde je: C - koncentracija neke od abiotičkih komponenti kvaliteta ( $\text{g}/\text{m}^3$ ),  $U_x$ ,  $U_y$ ,  $U_z$  - podužna, poprečna i vertikalna brzina advektivnog transporta (m/s),  $E_x$ ,  $E_y$ ,  $E_z$  - podužni, poprečni i vertikalni difuzioni koeficijenti ( $\text{m}^2/\text{s}$ ),  $\Sigma$  - suma tačkastih i rasutih izvora/ponora, graničnih opterećenja na uzvodnoj, nizvodnoj, bentskoj i granici sa atmosferom, i hemijskih i/ili biohemijskih transformacija komponenti kvaliteta vode ( $\text{g}/\text{m}^3\text{dan}$ ).

Osnovni uzročnici advektivnog transporta u jezeru su ulazni i izlazni tok vode, dejstvo vetra na vodenu površinu i talasa koje on izaziva. Uticaj ulaznog i izlaznog toka može biti vrlo značajan u akumulacijama sa manjim stepenom regulisanja, što je čest slučaj kod nekih HE.

Disperzivni transport ima veliki uticaj na transport komponenti kvaliteta i na transfer toplote (energije). Verti-

kalni disperzivni transport opisuje procese vertikalnog mešanja i definiše se preko koeficijenta difuzionog strujanja  $E_v$ . U prirodnim uslovima te vrednosti se kreću u granicama od  $10^{-4}$  do  $10^{-2}$   $\text{cm}^2/\text{m}$  (Henderson-Sellers, 1984). Veličina koeficijenta vertikalnog disperzivnog transporta se menja sa promenom dubine: minimalne su u zoni termoklina i blizu dna, a maksimalne u sloju epilimniona, što je rezultat dejstva vetra na vodenu površinu. Horizontalni disperzivni transport je, generalno, veći od vertikalnog za nekoliko redova veličina i kreće se u granicama od  $10^4$  do  $10^6$   $\text{cm}^2/\text{s}$  (Orlob, 1983). Empirijske realcije za te koeficijente ovde se ne daju (detaljnije: Bowie et al., 1985).

**Temperaturni uticaj.** Fenomen temperaturnih promena u jezerima je dobro proučen i ovde se neće detaljnije tretirati. Formiranje termičke stratifikacije ima veliki uticaj na procese u jezeru. Jezera na našem klimatskom području spadaju u grupu dimikličnih je-



zera (Hutchinson, 1957), jer imaju dva perioda mešanja vode (proletnji i jesenji) i dva perioda stagnacije (leto i zima). Potpuna stratifikacija je u drugoj polovini leta, kada se jasno razgraničavaju epilimnion (temperature oko 20-25°C), metalimnion, sa velikim gradijentima i hipolimnion, sa temperaturom od 4-10°C, zavisno od dubine jezera. Podložnost jezera termičkoj stratifikaciji može se odrediti preko Frudovog broja termalne stratifikacije, čijom se modifikacijom dolazi do pokazatelja stratifikacije PS (Đorđević, 1990)

$$PS = 320 \cdot \frac{QL}{VH} \quad (3)$$

gde su: Q - srednji godišnji protok (m<sup>3</sup>/s), L - dužina akumulacije (m), V - zapremina akumulacije (m<sup>3</sup>), H - srednja dubina akumulacije. Vrednost PS < 0,1 ukazuje da će akumulacija sigurno biti izrazito stratifikovana (duboke akumulacije sa malim izmenama vode), PS > 1 pokazuje da neće doći do stratifikacije (slučaj plitkih akumulacija, sa velikim izmenama vode), dok se u slučaju 0,1 < PS < 1 može očekivati slabije izražena stratifikacija.

Pošto parametri hemijskih i bioloških procesa (rastvoreni kiseonik, biohemijska potrošnja kiseonika, dinamika fito- i zooplanktona, itd) zavise od temperature, veoma je bitno da se modelom što realnije opiše dinamizam temperature u jezeru. Temperaturne promene u vodenom ekosistemu nastaju razmenom sunčeve energije na slobodnoj vodenoj površini. Od više mogućih pristupa najrealniji je pristup za određivanje toplotnog fluksa na osnovu meteoroloških podataka, po kome se opšta jednačina toplotnog fluksa na granici voda - vazduh definiše u obliku (Orlob, 1983)

$$\Phi_N = \Phi_{SN} + \Phi_{AT} - \Phi_{WS} - \Phi_E \pm \Phi_H \quad (4)$$

gde su:  $\Phi_{SN}$  - fluks čistog solarnog zračenja,  $\Phi_{AT}$  - fluks čistog atmosferskog zračenja,  $\Phi_{WS}$  - fluks zračenja sa vodene površine,  $\Phi_E$  - toplotni fluks isparavanja sa vodene površine,  $\Phi_H$  - promenljiv toplotni fluks. Sve komponente iz (4) definišu se empirijskim relacijama dobijenim na bazi merenja (Orlob, 1983), te se ovde neće navoditi.

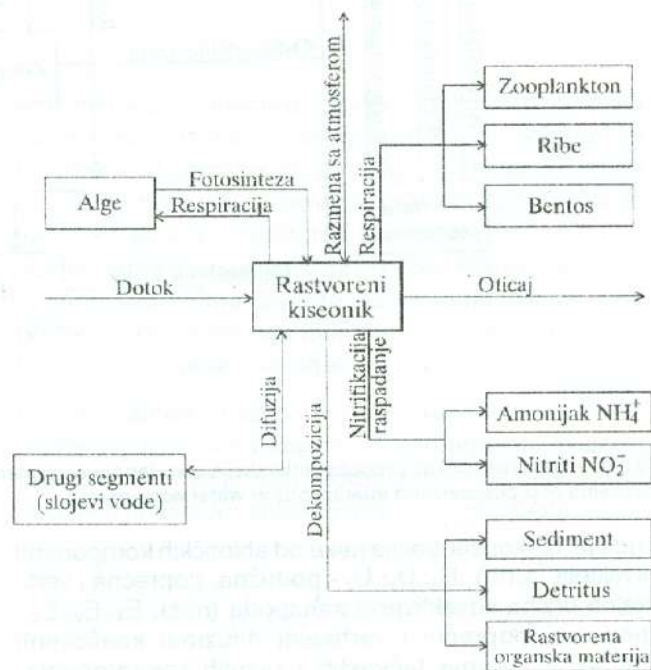
**Rastvoreni kiseonik.** Koncentracija rastvorenog kiseonika i dinamika njegove promene jedan je od ključnih pokazatelja kvaliteta vode u jezeru i indikator njegovog "zdravlja". Od kiseonika zavise hemijski i biološki procesi u jezeru: učestvuje u hemijskim i biohemijskim reakcijama oksidacije organskih i neorganskih materija, dok ga živi svet uzima iz vode u procesu respiracije. Osnovni izvor rastvorenog kiseonika je kiseonik iz atmosfere, koji se rastvara u vodi procesom aeracije i fotosinteze koju obavljaju alge. Zato je koncentracija rastvorenog kiseonika najveća na površini i opada sa dubinom. Kod dovoljnih količina rastvorenog

kiseonika odvijaju se aerobni procesi (respiracija, nitrifikacija, itd). Ako se desi da u najdubljim slojevima nema kiseonika, ta voda se nalazi u septičkom stanju i u njoj se odigravaju anaerobne razgradnje, pri čemu se oslobađaju razni gasovi (metan CH<sub>4</sub>, hidrogen sulfid H<sub>2</sub>S, amonijak NH<sub>3</sub>, idr). Pored promene ukusa vode ovi gasovi mogu biti i toksični (H<sub>2</sub>S), tako da se narušava kvalitet celog vodenog ekosistema.

Postoji funkcionalna veza rastvorenog kiseonika pri saturaciji i temperature vode. Od više empirijskih relacija najčešće se koristi sledeća (Rich, 1973, u Hendersson-Sellers, 1984)

$$C_s = 14,652 - 0,41022 T + 0,007991 T^2 - 7,77774 \cdot 10^{-5} T^3 \text{ (mg/l)} \quad (5)$$

gde je T - temperatura vode (°C). Koncentracija rastvorenog kiseonika može se odrediti kao razlika između proizvedenog kiseonika i kiseonika utrošenog za obavljanje raznih procesa, što je prikazano na sl. 2.



Sl. 2. - Izvori i ponori rastvorenog kiseonika u vodi  
Fluxes (sources and sinks) of dissolved oxygen in water

Proces reaeracije (razmene kiseonika između atmosfere i vode kroz kontaktnu površinu vazduh - voda) i potrošnje rastvorenog kiseonika pri biohemijskoj razgradnji modelira se jednačinom bilansa kiseonika Stretter-Phelps (videti: Milojević, 1990), dok se promena koncentracije rastvorenog kiseonika, usled fotosinteze i respiracije definiše relacijom (Bowie, 1995)



$$dC/dt = (\alpha_1 \mu - \alpha_2 \rho) \quad (6)$$

gde je: C - koncentracija rastvorenog kiseonika (mg O<sub>2</sub>/L),  $\mu$  - koeficijent specifičnog rasta algi (1/dan),  $\rho$  - koeficijent respiracije algi (1/dan), A - biomasa algi (mg algi/L),  $\alpha_1$  - proizvodnja kiseonika po jedinici mase algi (mg O<sub>2</sub>/mg algi),  $\alpha_2$  - potrošnja kiseonika po jedinici mase algi (mg O<sub>2</sub>/mg algi).

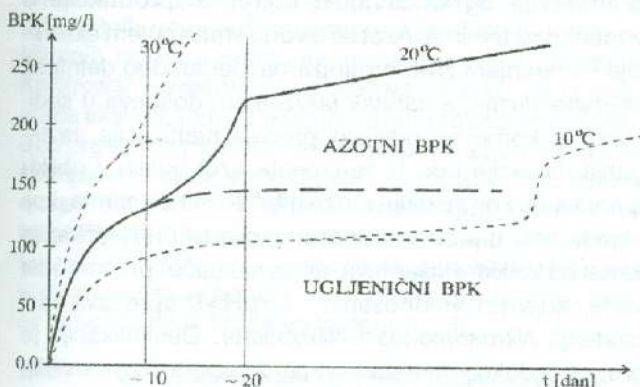
**Biohemijska potrošnja kiseonika.** Biohemijska potrošnja kiseonika (BPK), kao količinski pokazatelj rastvorenog kiseonika koji se potroši u procesu razgradnje organske materije, pri oksidaciji redukovanih azotnih jedinjenja, oksidaciju jona metala, ima dve komponente, ili dve faze potrošnje: ugljeničnu i azotnu. Ugljenična komponenta / faza koja traje desetak dana na 20°C razgrađuje samo materije koje ne sadrže azot, uglavnom ugljene hidrate, pa se često naziva fazom dekarbonizacije. Karakteriše je progresivno opadanje prirasta BPK tokom vremena i asimptotsko približavanje graničnoj vrednosti (sl.3, Milojević, 1990). Brzina dekarbonizacije je proporcionalna koncentraciji organske materije koja se oksidiše, pa se najčešće simulira jednačinom (Bowie, 1985)

$$-dL_c/dt = k_D L_c \quad (7)$$

gde su: L<sub>c</sub> - koncentracija rastvorljive organske materije izražena preko koncentracije kiseonika potrebnog za njenu oksidaciju (mgO<sub>2</sub>/L), k<sub>D</sub> - koeficijent brzine reakcije (1/dan), čija se vrednost dobija isključivo merenjem in situ. Koeficijent k<sub>D</sub> zavisi od temperature, pri čemu postoji funkcionalna veza

$$k_D = k_D(20^\circ\text{C})\theta^{(T-20)} \quad (8)$$

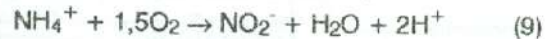
gde je:  $\theta$  - temperaturni koeficijent, koji ima vrednost 1,047 za T između 20 do 30°C.



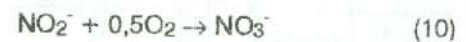
Sl. 3. - Promena BPK tokom vremena, po komponentama  
Variation of biochemical oxygen demand in time

Azotna komponenta BPK najčešće se (za temperature oko 20°C) javlja nakon desetak dana, i traje 40-50 dana. Karakteriše je nagli porast BPK, koji traje oko 10 dana, nakon čega se stabilizuje (sl.3). U toj fazi dolazi do oksidacije azotnih jedinjenja, uz znatnu potrošnju rastvorenog kiseonika. Taj proces nitrifikacije se odvija u dve faze:

- U prvoj fazi vrši se oksidacija amonijaka u nitrite, uz pomoć bakterije *Nitrosomonas*



- U drugoj fazi vrši se oksidacija nitrita u nitrate, uz pomoć bakterije *Nitrobacter*



Proces nitrifikacije može se definisati i kao kompletan proces

$$dL_N/dt = k_N L_N \quad (11)$$

gde su: L<sub>N</sub> - azotna komponenta biohemijske potrošnje kiseonika, izražena preko koncentracije rastvorenog kiseonika potrebnog za oksidaciju ukupnog azota (organskog, u nitritima i nitratima), k<sub>N</sub> - koeficijent smanjenja azotne BPK (koeficijent nitrifikacije) (1/dan). Koeficijent k<sub>N</sub> zavisi od temperature po relaciji iste strukture kao (8).

Zahtevi za kiseonikom u sedimentu rezultat su respiracije faune dna i biološke razgradnje organskog mulja istaloženog na dnu. Zavisi od stepena difuzije kiseonika u sediment, gde se zatim troši i od stepena vraćanja redukovane organske materije u vodeni stub, gde se zatim oksidiše. Zahtevi sedimenta za kiseonikom mogu se definisati u obliku (Ambrose, 1993)

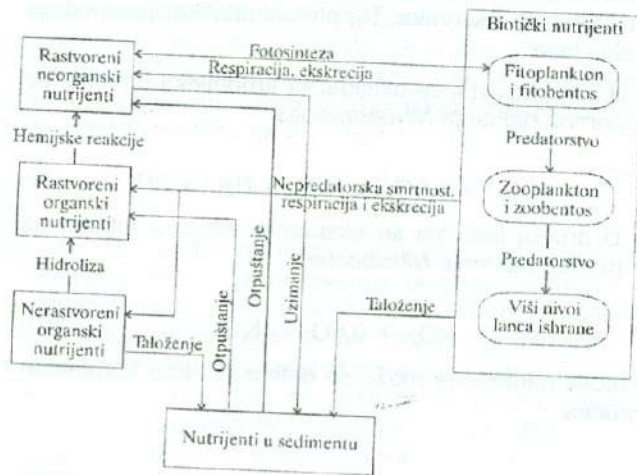
$$dC/dt = -SOD/H \quad (12)$$

gde su: C - koncentracija rastvorenog kiseonika u vodi iznad sedimenta (mgO<sub>2</sub>/L), H - dubina vode, SOD - zahtev za kiseonikom u sedimentu (mgO<sub>2</sub>/m<sup>2</sup>dan), za koje postoje empirijske relacije za određivanje (Bowie, 1985), u funkciji temperature, koncentracije rastvorenog kiseonika na granici faza voda - sediment, i karakteristika sedimenta.

**Nutrijenti.** Nutrijenti - hemijski elementi koji se unose u vodenu sredinu, na kojima kao hranljivim materijama počiva razvoj živog sveta u vodi, shodno poznatim ekološkim zakonitostima kruže u ekosistemu usled delovanja hemijskih, biohemijskih i bioloških procesa. Taj generalni proces kruženja nutrijenata prikazan je na sl.4. Zapaža se da se oni u vodi javljaju u nekoliko formi: rastvoreni neorganski, rastvoreni organski, nerastvoreni organski nutrijenti, nutrijenti u sedimentu i biotički nutri-



jenti. Zapaža se da u procesu kruženja materije u ekosistemu nutrijenti tokom vremena prelaze iz jedne forme u drugu.



Sl. 4. - Kruženje nutrijenata u vodenom ekosistemu  
Nutrient cycle in aquatic ecosystem

Razvoj fitoplanktona neposredno zavisi od količine nutrijenata u vodi, a pošto su oni početna karika u lancu ishrane, od raspoloživih nutrijenata zavisi i dinamika razvoja svih biocenoza u jezeru.

Od velikog broja nutrijenata najvažniji su ugljenik, azot, fosfor, kalijum i silicijum (ovaj zadnji za alge dijatome). Pored tih makronutrijenata, u procesu kruženja materije postoji i niz mikronutrijenata (gvožđe, mangan, bakar, cink, molibden, itd), koji su potrebni u malim količinama, ali koji, shodno Liebigovom zakonu minimuma, mogu da predstavljaju limitirajuće faktore razvoja biocenoza. U matematičke modele (MM) ne unosi se ugljenik, jer on ne predstavlja ograničavajući faktor rasta, a ni mikronutrijenti, jer i njih, po pravilu, ima dovoljno u vodenim sredinama, te bi njihovo razmatranje samo opterećivalo MM.

Uobičajen je slučaj da je rast algi u jezeru limitiran količinom neorganskih azotnih i fosfornih jedinjenja, pa se u MM kvaliteta obično razmatra samo dinamika ta dva nutrijenta. Rastvoreni organski i neorganski nutrijenti se u akumulacije unose iz spoljne sredine (površinskim oticajem i erozionim odnošenjem nutrijenata iz zemljišta, otpadnim vodama, produktima razgradnje organskih materija u slivu, itd), kao i procesima u samom vodenom sistemu (razlaganje organske materije u detritusu i sedimentu, hidroliza rastvorenih organskih materija, itd). Rastvorene organske nutrijente bakterije apsorbuju, pa ih posredstvom endo-enzima

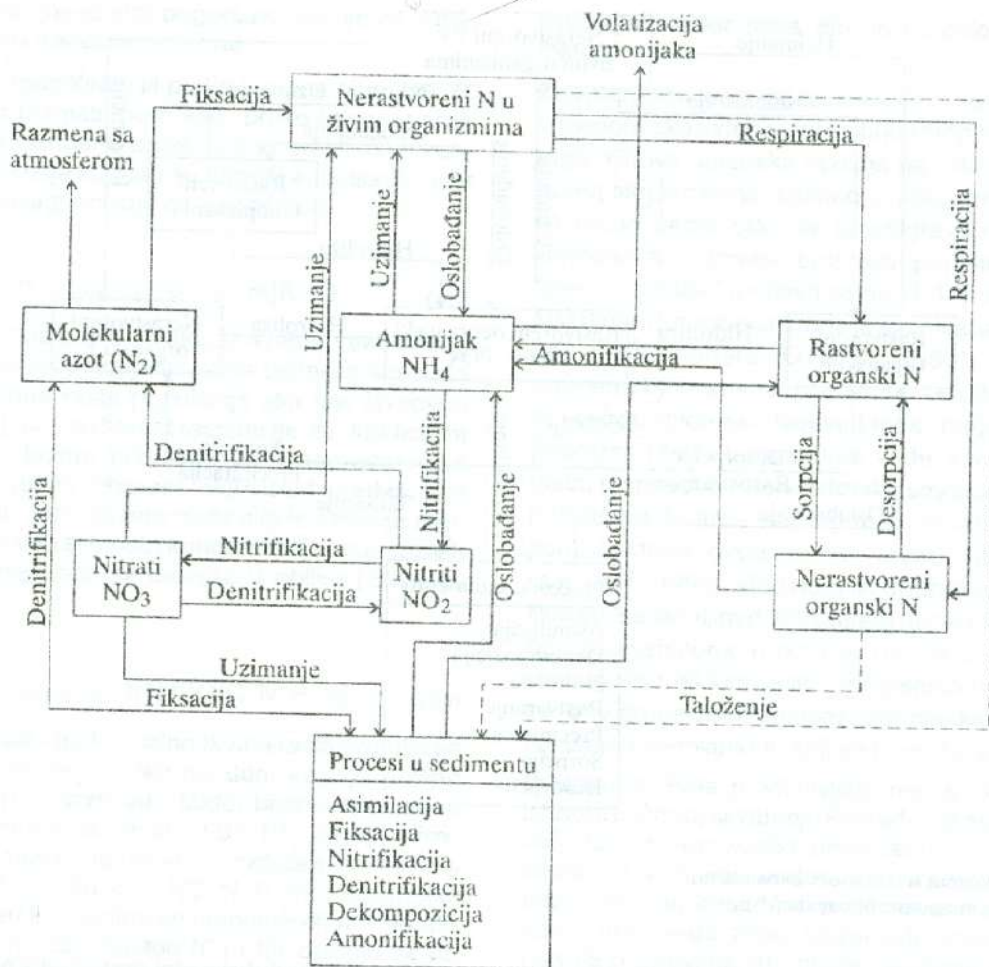
razlažu. Neke vrste bakterija mogu da žive samo pod uslovom da u vodi ima dovoljno rastvorenog kiseonika. To su aerobne bakterije, koje vrše biohemijsku oksidaciju organske materije, trošeći rastvoren kiseonik. Kao produkt razlaganja nastaje rastvorena neorganska materija i energija. Te rastvorene neorganske nutrijente iz vode uzimaju alge u procesu fotosinteze, odnosno primarne produkcije, ugrađuju ih u biomasu, koja na taj način postaje izvor biotičkih nutrijenata za ostale organizme u lancu ishrane.

Izumiranjem i i putem ekskrecije živih organizama organski nutrijenti dospevaju u sediment gde ih razlažu bakterije. Ako u zoni dna vladaju anaerobni uslovi, razlaganje vrše anaerobne bakterije i krajnji produkti su gasovi (metan, nitriti, sulfidi i dr.) koji odlaze u atmosferu i humus, koji služi kao hrana biljkama. Ako na dnu vladaju aerobni uslovi, kao krajnji produkt razlaganja nastaju nitrati, amonijak, ugljendioksid, sulfati - a to su rastvoreni neorganski nutrijenti koji su neophodni al-gama.

Opisano kruženje nutrijenata u vodenim ekosistemima veoma je složen proces, koji zavisi od niza fizičkih, hemijskih i bioloških faktora. Opisuje se jednačinama održanja mase, koje se izvode iz poznatih dinamičkih jednačina promene stanja sistema, i koje se matematički formalizuju za svaku od formi javljanja nutrijenta (Bowie, 1985), te se ovde ne navode. Ovde se sažeto prikazuju procesi kruženja azota i fosfora, jer su to najbitnije komponente abiotičkih procesa.

Azot koji je neophodan za proces biosinteze u okviru primarne produkcije alge mogu da uzmu u obliku amonijačnih soli i nitrata, ili fiksacijom molekularnog azota (N<sub>2</sub>) koju vrše modro - zelene alge. Zbog tog drugog načina nadoknađivanja, azot uglavnom ne predstavlja ograničavajući faktor bioprodukcije u vodenim sistemima. Azot se u vodu vraća putem ekskrecije i umiranjem živih organizama. Jedan deo detritusa se mineralizuje, a ostatak taloženjem dospeva u sediment, u kome se odvijaju procesi nitrifikacije, razlaganja, fiksacije i dr. Iz sedimenta azot odlazi u obliku amonijaka, koji se dalje može nitrifikovati do nitrata, koji alge koriste u procesu bioprodukcije (sl.5). Nitrifikacija zavisi od količine kiseonika, ali na nju utiče i pH vrednost vode, koja pri vrednostima 7 > pH > 9 sprečava rast bakterija *Nitrosomonas* i *Nitrobacter*. Denitrifikacija je proces redukcije nitrata i nitrita do azota (N<sub>2</sub>) i ostalih gasova (N<sub>2</sub>O, NO). Taj proces ostvaruju anaerobne bakterije "denitrifikatori", kao i razne heterotrofne fakultativno aerobne bakterije.





Sl. 5. - Kruženje azota u vodenom ekosistemu  
Nitrogen cycle in aquatic ecosystem

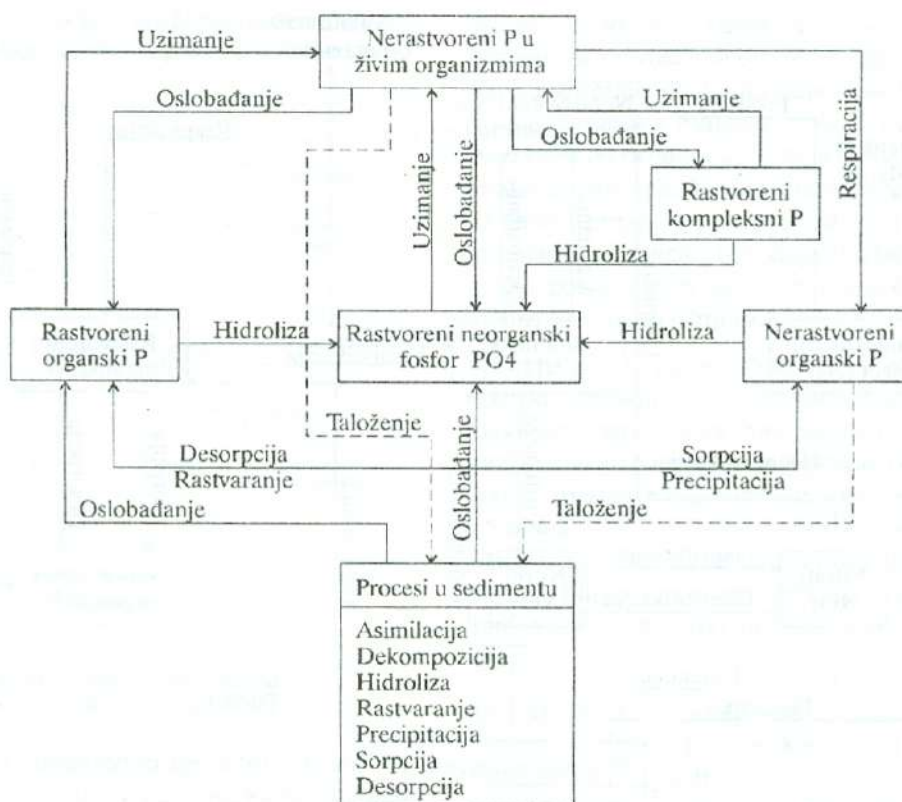
Fosfor alge usvajaju u obliku ortofosfata. Kontrola fosfora je najefikasniji način za kontrolu primarne produkcije i usporavanje procesa eutrofikacije, zbog čega je on predmet posebne brige pri modeliranju i traženju adekvatnih mera zaštite akumulacije. Zato bi jedan od ključnih slogana zaštite akumulacija mogao da bude: **Kontroliši i smanji unos fosfora!** Fosfor se u vodu vraća ekskrecijom i umiranjem živih organizama. Jedan deo organskog fosfora se hidrolizom vraća u rastvoreni neorganski oblik (ortofosfate), a ostatak taloženjem dospeva u sediment, gde se odigravaju procesi asimilacije, razgradnje, hidrolize, rastvaranja, desorpcije, tako da se rastvoreni organski i neorganski fosfor vraća u vodenu masu i ponovo služi kao hrana algama, čime se zatvara ciklus kruženja fosfora (sl. 6).

**BIOTIČKE KOMPONENTE PROCESA.** Živi svet u akvatoriji je u najtešnjoj interakciji sa biotopom, od čijih kvalitativnih parametara najneposrednije zavisi. Vrednosti abiotičkih parametara vodenog ekosistema ne-

posredno se odražavaju na primarnu produkciju fitoplanktona / algi, te se preko njih, kao početne karike u trofičkom lancu, prenose na čitavu životnu zajednicu akvatorije. Možda je to bio razlog što je dosta dugo u MM kvaliteta vode od bitoičkih komponenti modeliran uglavnom samo fitoplankton, dok se od ostalih karika trofičkog lanca odustajalo, zbog složenih veza u trofičkom lancu. U okviru MM WASP-GFBG učinjen je napor da se modelom obuhvati i zooplankton, a da se ujedno daju matematički elementi za modeliranje i ihtiofaune, u uslovima antropogeno usmeranih sukcesija.

Postojanje određenih biljnih i životinjskih vrsta, kao i sastav i struktura njihovih zajednica ukazuje na stepen trofije, odnosno na fazu razvoja vodenog ekosistema (Martinović - Vitanović i Kalafatić, 1996). Naime, utvrđeno je da se pojedini hidrobioniti pojavljuju u vodama određenog kvaliteta, tako da je već sama njihova pojava odličan indikator kvaliteta vode. Takve biljne i životinjske vrste označene su kao *bioindikator*.





S l. 6. - Kruženje fosfora u vodenom ekosistemu  
Phosphorus cycle in aquatic ecosystem

Tako su, npr. alge *Achnanthes minutissima*, *Diatoma hyemalis*, *Diatoma mesodon*, *Cymbella affinis* indikatori čistih, oligotrofnih voda, dok se za vodu u kojoj se pojavljuju alge *Closterium ehrenbergii*, *Nitzschia acicularis*, *Fragillaria ulna* može reći da je višeg stepena zagađenja (Obušćović, 1994). Slično, pojava određenih vrsta zooplanktona, makrofita i riba iz porodice *Salmonidae* ukazuje na vodu najvišeg kvaliteta, bogatu kiseonikom. Zbog toga modeliranje biotičkih procesa zavisi od abiotičkih komponenti, kao što su temperatura, pH, koncentracija rastvorenog kiseonika, sadržaj nutrijenata, kao i od biotičkih parametara, kao što su homeotipske i heterotipske koakcije. Modelom WASP-GFBG obuhvaćena je kompletna dinamika fito- i zooplanktona, dok je ihtiofauna razmatrana generalno i uslovljeno, za slučaj da se u akvatorijama odvijaju u tom pogledu antropogeno usmeravane sukcesije - poribljavanjem u skladu sa prognoziranim kvalitetom jezera kao biotopa.

**Fitoplankton - alge.** Fitoplankton / alge svojim dinamizmom razvoja najneposrednije odražavaju stanje kvaliteta neke akvatorije. Dobro modeliranje dinamizma razvoja algi važno je iz više razloga:

- ♦ Primarna produkcija algi predstavlja najveću komponentu ukupne primarne produkcije u jezeru. Kao prva karika u lancu ishrane one odlučujuće utiču na razvoj svih akvatičnih biocenoza.
- ♦ Sezonske varijacije brojnosti algi, kao i dinamizam procesa fotosinteze danju i respiracije noću, jedan su od bitnih uzročnika promena sadržaja kiseonika u jezeru. One dovode do saturacije (ili čak supersaturacije) kiseonika u površinskim slojevima vode, dok je taloženje i razgradnja uginulih algi glavni uzrok povećanja BPK i smanjenja rastvorenog kiseonika u hipolimnionu.
- ♦ Alge tokom rasta troše i uklanjaju rastvorene neorganske materije iz vode, dok je razlaganje uginulih algi glavna komponenta u kruženju nutrijenata.
- ♦ Alge su jedan od glavnih uzročnika smanjenja providnosti vode, što odlučujuće utiče na niz drugih vrsta biocenoza. Velika koncentracija algi može da ugrozi razvoj niza drugih vrsti.
- ♦ Alge pogoršavaju miris i ukus vode, a sa povećanjem njihove brojnosti postaju složeniji i skuplji sistemi za prečišćavanje vode za piće, ukoliko se voda za te svrhe zahvata iz akumulacija.



- ♦ Povećanje brojnosti algi pogoršava uslove za korišćenje jezera u rekreacione svrhe.

U MM alge se modeliraju ili preko ukupne biomase, ili, što je slučaj u razmatranom MM, preko koncentracije suve biomase, odnosno preko nekog od ključnih konstituenata žive ćelije kao što su hlorofil *a*, ugljenik, azot ili fosfor. Prirast algi opisuje se jednačinom

$$dA/dt = (\mu_a - r_e - e_x - s - m)A - G \quad (13)$$

gde su: *A* - ukupna biomasa algi, izražena preko nekog pokazatelja (hlorofil *a*, ugljenik, suva biomasa algi, i sl.) (mg/L),  $\mu_a$  - brzina rasta populacija algi (svi članovi u zagradi: 1/dan),  $r_e$  - koeficijent respiracije,  $e_x$  - koeficijent ekskrecije, *s* - brzina taloženja, *m* - nepredatorska smrtnost, *G* - gubici biomase algi usled predatorske smrtnosti (mg/L dan). Brzina rasta algi je funkcija temperature, intenziteta svetlosti i koncentracije raspoloživih nutrijenata, a najčešće se definiše u obliku (Bowie, 1985)

$$\mu_a = \mu_{\max}(T_{ref}) \cdot f(T) \cdot f(I) \cdot f(C, N, P, S_i) \quad (14)$$

gde su:  $\mu_{\max}(T_{ref})$  - maksimalna brzina rasta populacije algi pri nekoj referentnoj temperaturi, koja je obično 20°C (1/dan),  $f(T)$  - limitirajući faktor brzine rasta usled temperature, koji uzima vrednost  $0 < f(T) < 1$ ,  $f(I)$  - limitirajući faktor brzine rasta usled intenziteta svetlosti, koji uzima vrednost  $0 < f(I) < 1$ ,  $f(C, N, P, S_i)$  - limitirajući faktor rasta usled koncentracije raspoloživih nutrijenata (označenih u zagradi). Faktori  $f(T)$  i  $f(I)$  opisuju se na način kako se opisuju ekološki faktori (imaju donju i gornju granicu i zonu optimuma, konkretni oblici u Bowie, 1985). Faktori rasta usled koncentracije nutrijenata opisuju se Mondovim jednačinama

$$f(NUT) = C_{NUT} / (K_s + C_{NUT}) \quad (15)$$

u kojima  $C_{NUT}$  predstavlja koncentraciju nutrijenta NUT, i to one njegove forme koje koriste alge pri svom razvoju,  $K_s$  - polusaturaciona konstanta, odnosno koncentracija forme nutrijenta ( $C_{NUT}$ ) pri kojoj alge postizu polovinu maksimalnog rasta.

Iz strukture jed. (14) uočava se da jedan nutrijent može da predstavlja ograničavajući faktor rasta algi, ukoliko se spusti ispod granice minimuma, u skladu sa Liebigovim zakonom minimuma. To su obično azot i fosfor. Analizama (Ambrose, 1993) je utvrđeno da je polusaturaciona konstanta azota (zbir amonijačnog i nitratnog azota) petnaestak puta veća od odgovarajuće konstante za fosfor (ortofosfat:  $P-P_4^{3-}$ ). Ukoliko je:

$$(N-NO_4^+ + NO_3^-) / P-PO_4^{3-} > 15 \quad (16)$$

limitirajući faktor rasta algi je raspoloživi neorganski fosfor.

**Zooplankton** je druga karika u lancu ishrane u jednom vodenom ekosistemu, jer se hrani fitoplanktonom. Zbog toga njihova dinamika razvoja na određen način prati razvoj fitoplanktona, kasneći u pojavama maksimuma, na sličan način kako se to odigrava na dijagramima vremenske promene brojnosti populacija na relaciji "plen - predator" (uočava se na sl. 12). U razmatranom MM dinamika zooplanktona je simulirana preko Jorgensen-ovog modela (Orlob, 1983), prema kome promena biomase zooplanktona odlučujuće zavisi od tri veličine: biomase fitoplanktona, brojnosti predatora (biomase riba) i temperature vode, kao i koeficijenata rasta, respiracije, nepredatorske smrtnosti, i dr. Sistemi jednačina kojima se definiše dinamizam razvoja zooplanktona ovde se ne navode (detaljnije, Milanović, 1998). Modelom su obuhvaćene i dve modifikacije, sa tačnijim definisanjem uticaja temperature na rast zooplanktona, u odnosu na neku referentnu, kao limitirajućeg faktora rasta zooplanktona. Obuhvaćene su obe grupe zooplanktona: zooplankton koji se hrani ispašom i zooplankton koji se hrani filtriranjem vode.

**Ihtiofauna.** Ribe predstavljaju najvišu kariku u lancu ishrane u jednoj akvatoriji. Posredno ili neposredno one utiču na sve niže trofičke nivoe, ali i na razvoj abiotičkih faktora u vodi kao biotopu. I pored tako značajnog uticaja ribe su dosad retko uključivane u MM kvaliteta vode, pre svega zbog složenosti dinamike njihovog razvoja u uslovima vrlo brojnih koakcija između raznih ribljih populacija.

Izvesno pojednostavljenje, koje omogućava rešenje tog problema, leži u činjenici da se u slučaju veštačkih jezera sukcesije ihtiofaune po pravilu ne odigravaju spontano, već se antropogeno usmeravaju, putem veštačkog poribljavanja, kao i kasnijim korigovanjem tih aktivnosti planskim unošenjem novih ribljih vrsta, kako bi se postigle stabilne biocenoze u jezeru visokih klasa kvaliteta. Znači, ukoliko se počne od činjenice da će unošenje ihtiofaune biti usmeravano, postoji mogućnost da se i ta komponenta biocenoza obuhvati modelom.

Izbor ribljih vrsta za početno poribljavanje jezera zavisi od rezultata razmatranih pokazatelja dobijenih modeliranjem kvaliteta. Na osnovu vrednosti simuliranih abiotičkih faktora i dinamizma razvoja fito- i zooplanktona eksperti za ribarstvo mogu da procene sa kojim bi kombinacijama ribljih vrsta bilo najcelishodnije započeti proces usmeravanih sukcesija u novoj akumulaciji. Jasno je da su stepen trofije, kiseonični i temperaturni režim najdominantniji parametri.



U slučaju usmeravanih sukcesija, koje karakteriše manji broj ribljih vrsta, koje se biraju po kriterijumu stabilizacije stanja na najvišem nivou kvaliteta vode, za modeliranje se mogu uspešno koristiti Lotka - Volterra-ove jednačine

$$\frac{dN_1}{dt} = r_1 N_1 \left( \frac{K_1 - \sum_{i=1}^m \alpha_{1i} N_i}{K_1} \right) = r_1 N_1 \left( \frac{K_1 - \alpha_{11} N_1 - \sum_{i=2}^m \alpha_{1i} N_i}{K_1} \right)$$

$$\dots$$

$$\frac{dN_j}{dt} = r_j N_j \left( \frac{K_j - \sum_{i=1}^m \alpha_{ji} N_i}{K_j} \right) = r_j N_j \left( \frac{K_j - \sum_{i=1}^{j-1} \alpha_{ji} N_i - \alpha_{jj} N_j - \sum_{i=j+1}^m \alpha_{ji} N_i}{K_j} \right)$$

$$\dots$$

$$\frac{dN_m}{dt} = r_m N_m \left( \frac{K_m - \sum_{i=1}^m \alpha_{mi} N_i}{K_m} \right) = r_m N_m \left( \frac{K_m - \sum_{i=1}^{m-1} \alpha_{mi} N_i - \alpha_{mm} N_m}{K_m} \right)$$

gde su: N - brojnost određene populacije, r - specifična brzina rasta, K - granica rasta, m - broj vrsta koje razmatra MM,  $\alpha_{ij}$  - koeficijent koakcije između vrsta, koji može biti pozitivan i negativan, zavisno da li se radi o kooperativnom ili kompetitivnom odnosu jedne vrste na drugu. Sastoje se od tri grupe članova. Prva grupa ( $r_j N_j$ ) definiše slobodan rast (povećanje brojnosti) populacije. Drugom grupom ( $r_j N_j N_i / K_j$ ) koja ima negativni predznak, modeliraju se homeotipske koakcije, odnosno smanjenje brzine rasta usled efekta samoograničavanja rasta. Trećom grupom ( $r_j N_j \sum \alpha_{ji} N_i / K_j$ ) opisuju se heterotipske koakcije, odnosno uticaji između jedinki različitih vrsta, koji mogu pozitivno (ubrzavajuće) i negativno (usporavajuće) uticati na rast određene populacije. Efekti homeotipskih i heterotipskih koakcija obično se predstavljaju matricom koeficijenata uticaja A, koji se određuju empirijskim istraživanjima.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \alpha_{12} & \alpha_{13} & \dots & \alpha_{1j} & \dots & \alpha_{1m} \\ \alpha_{21} & 1 & \alpha_{23} & \dots & \alpha_{2j} & \dots & \alpha_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha_{j1} & \alpha_{j2} & \alpha_{j3} & \dots & 1 & \dots & \alpha_{jm} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha_{m1} & \alpha_{m2} & \alpha_{m3} & \dots & \alpha_{mj} & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

Razne vrste riba prema svojim specifičnim fiziološkim svojstvima za održavanje zahtevaju razne tipove ishrane i mogu se uspešno koristiti kao biološki regulatori

uspostavljanja i održavanja najpovoljnijih biocenoza, a time i potrebnog kvaliteta vode (Đorđević, 1993). Vrste i količina riba kojima se poribljava jezero zavise od tipa akumulacije, odnosno od mogućnosti i intenziteta razvoja životnih zajednica ili pojedinih njenih članova. Osnovno pravilo pri tome je da ribu treba nastanjivati radi održavanja kvaliteta vode, a ne radi ribarstva. Akumulacije Slano i Krupac primer su dobrog gazdovanja i uspešnog poribljavanja jezera (Kažić et al., 1989). Iako su formirane na koti od oko 600 mm, koja spada u zonu lipljana i mreane, permanentnim i strogo kontrolisanim poribljavanjem u sastavu ribljeg naselja ovih akumulacija zastupljene su uglavnom salmonidne vrste riba. U akumulaciji Krupac prisutne su samo dve riblje vrste: kalifornijska pastrmka (*Parasalmo gairdneri*) i potočna pastrmka (*Salmo trutta m. fario*), a u akumulaciji Slano četiri: kalifornijska pastrmka (*Parasalmo gairdneri*), potočna pastrmka (*Salmo trutta m. fario*), jezerska zlatovčica (*Salvelinus alpinus*) i gaovica (*Phoxinus phoxinus*). U ovim akumulacijama dominantnu ulogu, brojno i težinski, ima kalifornijska pastrmka, koja je u obe akumulacije zastupljena sa preko 80%.

Akumulaciono jezero Vlasina primer je degradacije kvaliteta vode i poremećaja formiranog stabilnog sistema, koje je izazvano nekontrolisanim poribljavanjem (Ostojić i Simić, 1994). U ovom jezeru godinama se stabilno stanje održavalo sa tri riblje vrste: potočna pastrmka (*Salmo trutta m. fario*), ohridska pastrmka (*Salmo letnica*) i gaovica (*Phoxinus phoxinus*). Ubacivanjem grgeča (*Perca fluviatilis fluviatilis*) ravnoteža je poremećena, na štetu salmonidnih vrsta, i jezero je degradirano u ribarskom i u pogledu kvaliteta vode. Još jedan negativan primer je akumulacija Bovan (Hristić i Stanković, 1989). Nakon izgradnje brane u ovoj akumulaciji nastanile su se nekvalitetne riblje vrste: klen (*Leuciscus cephalus*), ukljeva (*Alburnus alburnus*), crna (potočna) mreana (*Barbus meridionalis petenyi*) i klenić (*Leuciscus leuciscus*). Pošto je akumulacija namenjena za vodosnabdevanje, a u njoj su bili prisutni mnogobrojni oblici fitoplanktona, zooplanktona i sitnijih vrsta ribe, predviđeno je poribljavanje sledećim ribljim vrstama: šaran, beli i sivi tolstolobik, beli amur i smuč. Međutim, do predviđenog poribljavanja nije došlo jer je korisnik vode neplanski poribio akumulaciju svim mogućim ribljim vrstama: patuljasti somić (cvergl), grgeč (*Perca fluviatilis fluviatilis*), som (*Silurus glanis*), srebrni karaš (babuška) (*Carassius auratus gibelio*), i dr. Ovim nestručnim poribljavanjem, s obzirom na nemogućnost potpunog pražnjenja akumulacije i izlova svog ribljeg naselja prisutnog u njoj, ne postoji mogućnost nekog kontrolisanog gazdovanja ribljom populacijom u ovoj akumulaciji.

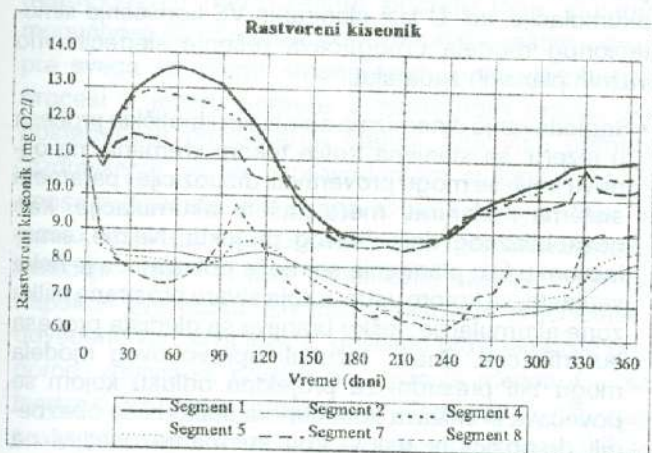


**MOGUĆNOSTI PRIMENE MODELA**

**Provera modela.** Mogućnosti primene modela WASP-GFBG ispitivane su na primeru akumulacije "Barje" na Veternici, uz izvesna delimična merenja obavljena 1996. godine koja su dala indikacije o nekim parametrima ponašanja akumulacije. Za potrebe modeliranja jezero je diskretizovano na 8 segmenata (sl.7, segmenti sa nižim brojevima uvek se nalaze iznad segmenata sa višim brojevima). Mada osmatranja ulaznih parametara kvaliteta vode nisu bila potpuna, i mada akumulacija ni u pogledu ulaznih protoka nije bila neprekidno osmatrana, rekonstruisani su ulazi i potrebni parametri sa kojima se ulazi u MM. Na slikama 8, 9, 10, 11 i 12 prikazani su neki rezultati modeliranja na akumulaciji "Barje".

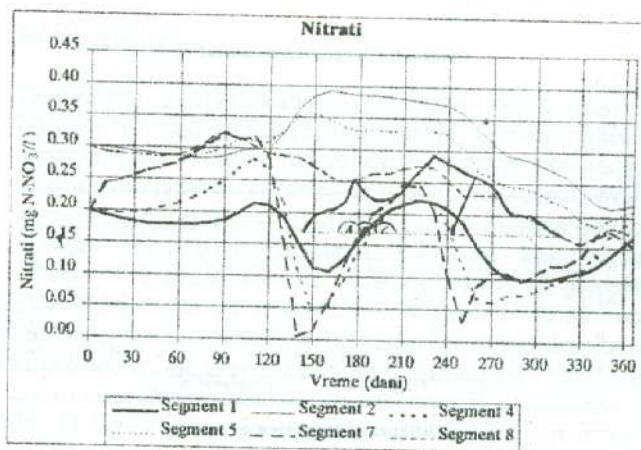


Sl. 7. - Diskretizacija jezera "Barje" za potrebe modeliranja  
Segmentation of "Barje" reservoir

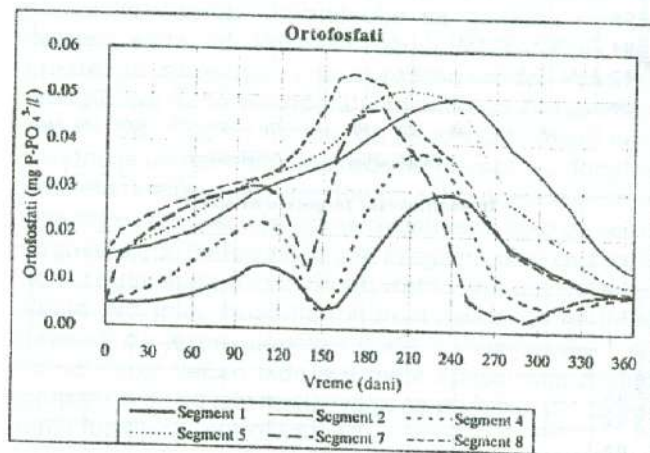


Sl. 8. - Promena koncentracije rastvorenog kiseonika  
Variation of dissolved oxygen

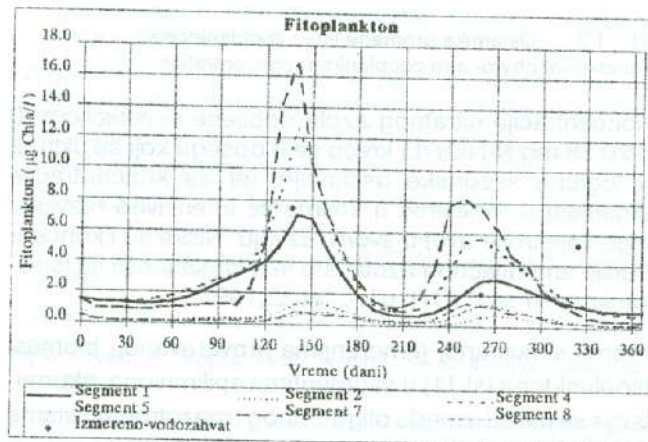
Prema rezultatima simulacije koncentracije rastvorenog kiseonika (sl.8) akumulacija "Barje" se uz kontrolu kvaliteta vode na ulazu može održavati u I i II klasi prema uredbi o klasifikaciji voda. U slojevima hipolimniona koncentracija ne spada ispod 6 mg O<sub>2</sub>/L, što znači da se u akumulaciji ne javljaju anaerobni uslovi. Ovakav kiseonični režim rezultat je, između ostalog, i dobre pripreme (čišćenja) terena pre prvog punjenja akumulacije. (U nekim akumulacijama punjenje nedovoljno očišćenog prostora akumulacije jedan je od uzročnika nevolija sa kvalitetom vode u njima).



Sl. 9. - Promena koncentracije nitrata  
Variation of nitrate nitrogen concentration

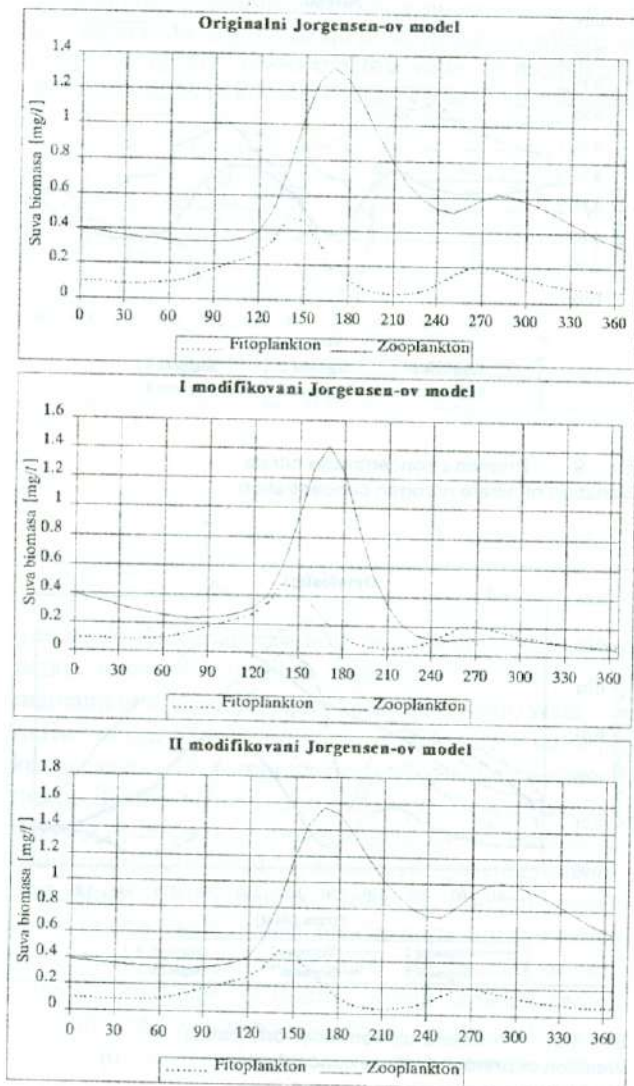


Sl. 10. - Promena koncentracije ortofosfata  
Variation of orthophosphate concentration



Sl. 11. - Promena biomase fitoplanktona  
Variation of phytoplankton concentration





Sl. 12. - Dinamika promene fito- i zooplanktona  
Variation of phyto- and zooplankton concentration

Koncentracije nitratnog azota dobijene simulacijom (0 do 0,38 mg N-NO<sub>3</sub>/L) kreću se u opsegu koji se uklapa u logične sezonske oscilacije, jer se koncentracije smanjuju u slojevima u kojima se intenzivno razvijaju alge koje troše azot u svom razvoju. Niske su i koncentracije amonijskog azota, što je u saglasnosti sa ispitivanjima "in situ" (Cibulić et al., 1997).

Prema simuliranoj (i merenjima proveravanoj) biomasi fitoplanktona (sl. 11) u segmentima epilimniona, akumulacija se nalazi između oligotrofnog i mezotrofnog stanja (prema klasifikaciji OECD, 1982), sa srednjom godišnjom vrednošću hlorofila *a* ≈ 2,9 µg/L. Segment uz branu nalazi se stalno u oligotrofnom stanju. Problem

je u najuzvodnijem delu akumulacije, koji tokom toplijeg, vegetacionog dela godine prelazi u mezotrofnog stanje zbog još uvek znatnog unošenja nutrijenata.

Modeliranje populacije zooplanktona (sl.12) pokazuje da dinamika promena njihove brojnosti sa određenim kašnjenjem prati sezonsku dinamiku povećanja i smanjenja brojnosti fitoplanktona (dva maksimuma). Biološka istraživanja "in situ" treba usmeriti u pravcu utvrđivanja parametara koji su potrebni za tačniju kalibraciju tog segmenta modela.

Provera kvaliteta vode u akumulaciji "Barje" na osnovu merenja bioloških parametara kvaliteta vode (Kalačević et al., 1997) pokazuju slične zaključke. Prema brojnosti populacija fitoplanktona, kao i hlorofila *a* akumulacija se održava na osnovu srednjih godišnjih vrednosti u stanju mezotrofije, dok se na osnovu srednje vrednosti biomase održava u oligotrofnom stanju.

**Mogućnosti primene.** Mogućnosti primene modela su vrlo široke, kako u fazi planiranja vodoprivrednog sistema (VS) sa akumulacijama, tako i u fazi korišćenja akumulacija. Pošto je model veoma operativan, on omogućava da se proveri veliki broj različitih simulacionih situacija, sa raznim ulazima kvaliteta, raznim pretpostavkama o merama zaštite kvaliteta vode u slivu, sa raznim efektivnostima PPOV (postrojenja za prečišćavanje otpadnih voda) na delu sliva uzvodno od akumulacije, itd. U fazi planiranja VS korišćenje simulacionog modela omogućava rešenje sledećih vrlo važnih planskih zadataka:

- Sagledavanje dinamizma abiotičkih i biotičkih procesa u jezeru, sa stanjima trofije tokom vremena, na osnovu kojih se mogu proveravati dispozicije i parametri sistema i planirati mere zaštite akumulacije, kao nezaobilaznog dela čitavog projekta. Naime, simulacijom u fazi planiranja se može pokazati da je neka varijanta, sa kojom uspora koja stvara prostrane plitke zone akumulacije, teško branjiva sa gledišta procesa eutrofikacije. Znači, rezultati upravo ovog modela mogu biti presudni za projektnu odluku kojom se povećava ili snižava kota uspora, kako bi se obezbedili dispozicioni uslovi koji su manje osetljivi na procese eutrofikacije jezera.
- Određivanje stanja kvaliteta vode u jezeru u pojedinim fazama njegovog razvoja, na osnovu kojih se mogu birati tehnologije prečišćavanja vode, ukoliko se akumulacija koristi i kao izvor vode za snabdevanje naselja.
- Kvantifikacija uticaja pojedinih koncentrisanih zagađivača u slivu na razvoj kvaliteta vode u nizvodnoj akumulaciji. Na osnovu toga se mogu pouzdanije donositi odluke o neophodnosti pojedinih zaštitnih mera u slivu (npr. potpuno kanalsanje naselja uzvodno od akumulacije i izgradnja odgovarajućih PPOV, izbor stepena prečišćavanja, itd.).



- Kvantifikovano sagledavanje uticaja akumulacije na okolinu, tokom izrade "Detaljne analize uticaja sistema na životnu sredinu", kao i u "Studiji opravdanosti", čija je izrada regulisana odgovarajućim zakonima.
- Sagledavanje realnih mogućnosti korišćenja akumulacije za ribarstvo, kao i za turističko - rekreativne svrhe, itd.

U fazi korišćenja vodoprivrednog sistema spektar problema koji se rešavaju ovakvim modelima je takođe dosta širok:

- Praćenje razvoja i estimacija / prognoza kvaliteta vode u akumulaciji, radi sagledavanja dopunskih mera njene zaštite.
- Analiza mera za usmeravanje razvoja ihtiofaune u pravcu koji je najpoželjniji sa gledišta održavanja visokog kvaliteta vode u akumulaciji (dodatna poribljavanja, izlov ribe, itd).
- Proveravanje optimalnih režima rada akumulacije sa stanovišta ciljeva održavanja visokog kvaliteta vode.
- Simulacija dopunskih mera zaštite koje su usmerene na poboljšanje stanja kvaliteta vode u jezeru, itd.

Napokon, treba istaći i jednu ohrabrujuću činjenicu: procesi u jezeru su dvosmerni, reverzibilni. Naime, ukoliko je stanje kvaliteta vode u nekom jezeru zbog neadekvatnih mera zaštite postalo loše, postoje mogućnosti da se realizacijom dopunske zaštite u slivu, pre svega na planu smanjivanja unosa nutrijenata, procesi u jezeru usmere u suprotnom pravcu, ka postepenom poboljšanju stanja. Ima više primera "ozdravljenja" jezera, sprovođenjem striktno kontrole unosa nutrijenata, pre svaga azota i fosfora. Tako je jezero Vashington kraj Sietla, koje se nalazilo na granici distrofije, nakon tri faze kanalsanja naselja, kojim su napokon sve otpadne vode prihvaćene, prečišćene i odvedene van sliva jezera, doživelo pravi ekološki preporod, vrativši se postepeno u stanje mezotrofije, sa tendencijom daljeg poboljšanja (O d u m, 1977). Najnovije informacije kazuju da se to jezero uspešno vratilo u oligotrofno stanje. Akumulacija Wahnbach u Nemačkoj, koja je bila u eutrofnom stanju na granici distrofije vraćena je u oligotrofno stanje. Doduše, to je ostvareno rigoroznim merama zaštite koje su podrazumevale izgradnju predrezervoara, iz koga je čitav ulazni protok slat u postrojenje za prečišćavanje (to je bilo moguće zahvaljujući relativno malom uzalnom protoku, od oko 40 do 60 miliona m<sup>3</sup> godišnje). Analize pokazuju da ukoliko se prosečna koncentracija fosfora striktno održava ispod 10 µg/L (to je granica preko koje se naglo intenziviraju fotosintetske aktivnosti), jezero će se održavati u stanju oligotrofije.

## ZAKLJUČAK

Savremeno projektovanje i korišćenje akumulacionih basena nije moguće bez odgovarajućih matematičkih modela za simulaciju abiotičkih i biotičkih procesa u jezeru. Simuliranje tih procesa u periodu projektovanja omogućava: (a) da se donesu valjane projektne odluke o dispoziciji i parametrima akumulacije, kako bi se izbegle dispozicije koje su posebno ranjive sa gledišta eutrofikacije, (b) da se nađu rešenja za zaštitu akumulacije, (c) da se izaberu tehnološke linije "fabrika voda" koje odgovaraju stanju kvaliteta u budućnosti, (d) da se jasno kvantificira uticaj akumulacije na životnu sredinu, itd. U fazi korišćenja akumulacije simulacioni model omogućava: (a) da se proveravaju prognoze razvoja kvaliteta u jezeru i efekti dodatnih mera zaštite, (b) da se usmeravanjem sukcesijama ekosistema jezero održava u najpoželjnijim stanjima kvaliteta, (c) da se tokom operativnog upravljanja određuju najpogodniji načini korišćenja akumulacije sa gledišta razvoja kvaliteta vode, itd. Prikazan model WASP-GFBG, koji predstavlja dopunjen i unapređen model WASP5, omogućava da se vrlo operativno rešavaju svi navedeni zadaci. Da bi se on mogao da uspešno primeni, neophodno je usmeriti istražne radove, posebno u domenu kvaliteta i količine ulaznog dotoka. Ohrabrujuća je činjenica da su procesi u jezerima dvosmerni, tako da se uz odgovarajuće mere zaštite, pre svega na planu kontrole unosa nutrijenata, jezera mogu vratiti u kvalitativno bolja stanja. No, ipak, osnovna mudrost nalaže da ne treba dozvoliti da jezero uopšte i dođe u neprihvatljivo eutrofno stanje, jer su tada sve mere spasavanja znatno skuplje no da su iste realizovane na početku, pre aktiviranja "upaljača" eutrofikacije.

## LITERATURA

- [1] Ambrose R., T. Wool and J. Martin: The Water Quality Analysis Simulation Program WASP5, Part I - Model Documentation, EPA, Environmental Research Laboratory, Athens, Georgia, 1993.
- [2] Bowie L. G. et al: Rates, Constants and Kinetics Formulation in Surface Water Quality Modeling, EPA, Georgia, 1985.
- [3] Carlson, E. R.: Trophic State Index for Lakes, Limnology and Oceanography, march, 1977.
- [4] Cibulić, V., V. Martinović-Vitanović i V. Kalifatić: Rezultati jednogodišnjeg praćenja kvaliteta vode akumulacije Barje - hemijski aspekt, "Zaštita voda '97", Sombor, 1997.
- [5] Dajoz, R.: *Precis d' ecologie*, Paris, 1972.
- [6] Đorđević, B.: *Vodoprivredni sistemi*, Naučna knjiga, Beograd, 1990.
- [7] Djordjević, B.: *Cybernetics in Water Resources Management*, WRP, Fort Collins, 1993.
- [8] Đorđević, B. i dr.: Izbor mera zaštite akumulacija od eutrofikacije, Zbornik radova "Akumulacije kao izvorišta za snabdevanje vodom", Leskovac, 1995.



- [9] Đorđević, B. i T. Milanović: Primena rasplinutih skupova pri vodoprivrednim analizama mera zaštita voda, "Zaštita voda 96", Ulcinj, 1996.
- [10] Eutrophication of Water, Monitoring, Assessment and Control, OECD, 1982.
- [11] Hutchinson, G. E.: Treatise on Limnology, John Wiley / Sons, New York, 1957.
- [12] Henderson-Sellers B.: Engineering Limnology, Pitman Publ. Inc., 1984
- [13] Janković, M.M.: Fitoekologija, Naučna knjiga, Beograd, 1987.
- [14] Kalafatić, V., V. Martinović- Vitanović i V. Cibulić: Rezultati jednogodišnjeg praćenja kvaliteta vode akumulacije "Barje" - biološki aspekt, "Zaštita voda '97", Sombor, 1997.
- [15] Kalafatić, V. i V. Martinović - Vitanović: Biološki aspekti zaštite vodnih resursa, kvaliteta vode i akvatičnih ekosistema, u kontekstu snabdevanja vodom za piće, Voda za 21 vek, Beograd, 1999.
- [16] McDonald, A.T. / D. Kay: Water Resources: Issues and Strategies, John Wiley, 1988
- [17] Milojević, M.: Snabdevanje vodom i kanalisanje naselja, Naučna knjiga, Beograd, 1990.
- [18] Martinović-Vitanović V. i V. Kalafatić: Osnovne hidrobiološke karakteristike kopnenih voda Jugoslavije. U: Biodiverzitet Jugoslavije sa pregledom vrsta od međunarodnog značaja, Biološki fakultet, Beograd, 1995.
- [19] Martinović-Vitanović V.: Ekološka studija Obedske bare, "Srbijašume", Beograd, 1996.
- [20] Milovanović, T.: Informatička i modelska podrška upravljanju sistemom brana - akumulacija, Magistarska teza, Građevinski fakultet, Beograd, 1998.
- [21] Odum, E. P.: Fundamentals of Ecology, Saunders, 1977.
- [22] Orlob, T. G.: Mathematical Modeling of Water Quality: Streams, Lakes and Reservoirs, A Waley - Interscience publication, 1983.
- [23] Papović, R. i J. Šapkarov: Animalna ekologija, Naučna knjiga, Beograd, 1985.
- [24] Soldatović B. i D. Zimonjić: Biologija i gajenje riba, Naučna knjiga, Beogrda, 1988.
- [25] Stanković, S.: Ekologija životinja, ZIUS, Beograd, 1962.
- [26] Vandermeer, J.: Elementary Mathematical Ecology, John Waley, 1981.
- [27] Welcomme R. L.: River Fisheries, FAO, Rome, 1985.
- [28] Wetzel, R. G.: Limnology, W.B. Saunders Com., Philadelphia, London, 1975.

#### MATHEMATICAL MODELING OF EUTROPHICATION PROCESSES IN LAKES AND RESERVOIRS

by

Tina Milanović, M.Sc.C.E. and Prof. Branislav Djordjević, Ph.D.C.E.  
Faculty of Civil Engineering, University of Belgrade

#### Summary

Processes of eutrophication in lakes and reservoirs (abiotic and biotic) are very important in the stages of planning and using water resource systems. That is the main reason for increasing development of mathematical models (MM) of water quality. These models enable successful prediction of reservoir water quality even in system design phases. Main advantage of such simulations is

ability to provide measures for reservoir water quality protection. Mathematical model WASP-GFBG is presented in the article. The model includes all relevant abiotic components as well as the main biotic components in the reservoir ecosystem.

*Key words:* water storage reservoirs, water quality, mathematical models, ecosystem, biotope, biocenosis, successions

Redigovano 20.06.1999.