

## Prostorni raspored osnovnih karakteristika malih voda na teritoriji Republike Srbije

Stevan Prohaska<sup>1</sup>

Jasna Plavšić<sup>2</sup>

Samir Čatović<sup>3</sup>

Vladislava Bartoš Divac<sup>4</sup>

Ognjen Prohaska<sup>5</sup>

Aleksandra Ilić<sup>6</sup>

Srdan Marjanović<sup>7</sup>

Dragutin Pavlović<sup>8</sup>

APSTRAKT: Ideja ovoga rada je da prikaže prostorni raspored osnovnih karakteristika malih voda na teritoriji Republike Srbije kao podloga projektovanju većine vodoprivrednih i hidrotehničkih objekata. To se pre svega odnosi na prostorni prikaz modula oticaja minimalnih srednjih mesečnih protoka 95% obezbeđenosti i srednjih godišnjih protoka verovatnoće pojave 10% i trajanja malovodnih perioda ispod protoka karakterističnih trajanja. Navedene karakteristike malih voda preuzete se iz buduće monografije „Prosečni protoci i male vode na srednjim i malim slivovima Srbije”, čija je izrada u toku.

Ključne reči: male vode, srednji i mali slivovi, malovodni periodi, minimalni srednji mesečni protok obezbeđenosti 95%, srednji godišnji protok

## Spatial distribution of low flow characteristics on the territory of the Republic of Serbia

ABSTRACT: This paper presents the spatial distribution of basic characteristics of low flows on the territory of the Republic of Serbia as the basis for design of various water management systems and hydraulic engineering structures. Spatial representation of specific runoff for minimum annual mean monthly flows of 95% probability of exceedance, specific runoff for mean annual flows of 10% probability of non-exceedance, and duration of low flow below selected characteristic threshold values. These low flow characteristics are taken from the forthcoming monograph “Mean and low flows in small and medium watersheds in Serbia”, which is under preparation.

Key words: low flows, medium and small catchments, minimum mean monthly flow of 95% probability of exceedance, mean annual flow

---

<sup>1</sup> Prof. dr Stevan Prohaska, Institut za vodoprivredu “Jaroslav Černi”, redovni profesor u penziji, [stevan.prohaska@jcerni.rs](mailto:stevan.prohaska@jcerni.rs)

<sup>2</sup> Prof. dr Jasna Plavšić, Univerzitet u Beogradu – Građevinski fakultet, [jplavsic@grf.bg.ac.rs](mailto:jplavsic@grf.bg.ac.rs)

<sup>3</sup> Vladislava Bartoš Divac, Institut za vodoprivredu “Jaroslav Černi”, [vladislava.bartos@jcerni.rs](mailto:vladislava.bartos@jcerni.rs)

<sup>4</sup> Samir Čatović, Republički hidrometeorološki zavod Srbije, [samir.catovic@hidmet.gov.rs](mailto:samir.catovic@hidmet.gov.rs)

<sup>5</sup> Ognjen Prohaska, Institut za vodoprivredu “Jaroslav Černi”, [ognjen.prohaska@jcerni.rs](mailto:ognjen.prohaska@jcerni.rs)

<sup>6</sup> Asist. Aleksandra Ilić, Univerzitet u Nišu – Građevinsko-arhitektonski fakultet, [aleksandra.ilic@gaf.ni.ac.rs](mailto:aleksandra.ilic@gaf.ni.ac.rs)

<sup>7</sup> Srdan Marjanović, Republički hidrometeorološki zavod Srbije, [srdjan.marjanovic@hidmet.gov.rs](mailto:srdjan.marjanovic@hidmet.gov.rs)

<sup>8</sup> Doc. dr Dragutin Pavlović, Univerzitet u Beogradu – Građevinski fakultet, [dpavlovic@grf.bg.ac.rs](mailto:dpavlovic@grf.bg.ac.rs)

## 1 Uvodne napomene

Cilj ovoga rada je analiza prostorne raspodele karakteristika malih voda bitnih sa stanovišta vodosnabdevanja, zaštite kvaliteta voda, navodnjavanja i proizvodnje hidroenergije. To se, pre svega, odnosi na merodavne karakteristike malih voda potrebne za ocenu minimalnog održivog protoka koji se nizvodno od vodozahvata mora obezbediti u vodotoku za opstanak i razvoj nizvodnih biocenoza i zadovoljavanje potreba nizvodnih korisnika. Pored toga, za navedene korisnike veoma su interesantna maksimalna trajanja malovodnih perioda ispod protoka karakterističnih trajanja. Ovim karakteristikama malih voda, nažalost, u dosadašnjoj našoj hidrološkoj praksi nije posvećivano dovoljno pažnje. Većina do sada izvršenih analiza malih voda u našoj zemlji, a i šire u svetu, obuhvatala je samo statističko-probabilističke analize serija minimalnih godišnjih i minimalnih srednjih mesečnih protoka i proračun trajanja malih voda. U ovom radu autori su primenili jedan novi prilaz koji obuhvata klasičnu analizu minimalnih godišnjih i minimalnih srednjih mesečnih protoka i analizu neprekidnih trajanja malih voda ispod protoka karakterističnih trajanja.

Bazni podaci koji su korišćeni za proračun malih voda su zvanični podaci Republičkog hidrometeorološkog zavoda Srbije sa hidroloških stanica za 82 slivna područja južno od Save i Dunava, čije su slivne površine manje od 1000 km<sup>2</sup>. U vezi sa ovim korišćene su raspoložive vremenske serije srednjednevnih i minimalnih godišnjih protoka na hidrološkim stanicama RHMZ Srbije. Periodi obrade su bili različiti, od početka rada određene hidrološke stanice zaključno sa 2018. godinom.

Rad na ovom naučnom projektu svestrano je podržao RHMZ Srbije, obezbeđujući zvanične podatke, a sa Institutom "Jaroslav Černi" učestvovala u zajedničkom izdavanju mnogo šire monografije "Prosečni proticaji i male vode Srbije na srednjim i malim slivovima". Pojedini eksperti iz RHMZ-a učestvuju u realizaciji celokupnog projekta, zajedno sa nekoliko eksperta sa Građevinskog fakulteta u Beogradu i Građevinsko-arhitektonskog fakulteta u Nišu..

## 2 Primenjena procedura proračuna osnovnih karakteristika malih voda

Za potrebe definisanja razmatranih karakteristika trajanja malih voda, njihove unutargodišnje raspodele i procentualne zastupljenosti korišćeni su srednjednevni protoci iz baze RHMZ Srbije.

Proračun krivih trajanja, na osnovu kojih su određeni reporni protoci  $Q(\Theta)$ , gde je  $\Theta$  trajanje izraženo u procentima u odnosu na celu godinu, izvršen je korišćenjem srednjednevnih protoka. Kao reporni protoci usvojeni su protoci trajanja  $\Theta = 50, 60, 70, 80, 90$  i 95 %.

Za sve reporne protoke  $Q(\Theta)$ , izdvojeni svi malovodni periodi u godini tokom kojih su protoci u reci manji od repornih,  $Q(t) < Q(\Theta)$  i određene njihove dužine, izražene u danima. Za svako razmatrano trajanje protoka formirane su serije:

- ukupnih godišnjih trajanja malovodnih perioda  $D(T)$ , određeni kao zbir trajanja svih malovodnih perioda tokom godine i
- maksimalnih godišnjih trajanja malovodnih perioda  $D_{\max}(T)$ .

Formirane su i serije početaka  $t_p$  i krajeva  $t_k$  malovodnih perioda maksimalnih trajanja po godinama (od – do dana):

$t_p$  – početni trenutak kada je  $Q(t) \leq Q(\Theta)$

$t_k$  – krajnji trenutak kada je  $Q(t) \leq Q(\Theta)$ .

Na osnovu ovih serija sračunate su prosečne višegodišnje vrednosti učestalosti (zastupljenosti) broja dana sa maksimalnim trajanjima malovodnih perioda i njihove odgovarajuće integralne (sumarne) krive zastupljenosti.

Integralne krive zastupljenosti koriste se za definisanje intervala poverenja unutar kojih se, sa određenim verovatnoćama može očekivati pojava malovodnih perioda. Definisani su 90%, 80% i 50% intervali poverenja.

# 19. Savetovanje SDHI i SDH - Beograd, Srbija 2021. Conference SDHI & SDH - Belgrade, Serbia 2021.

Za sve definisane serije maksimalnih godišnjih trajanja malovodnih perioda (u danima) sračunate su verovatnoće pojave. Pri tome su korišćeni sledeći zakoni raspodele: Pirson III, Log Pirson III, Gumbelova, dvoparametarska Vejbulovala, dvoparametarska i troparametarska log-normalna. Kvalitet prilagođavanja je testiran pomoću  $\chi^2$  testa, testa Kolmogorov-Smirnov i  $n\omega^2$  testa. Usvojene su one raspodele koje su na osnovu testova saglasnosti i vizuelne ocene pokazale najbolje prilagođavanje.

Rezultati dobijeni za 82 hidrološke stanice, zbog obimnosti, grupisani su i prikazani kao prosečni za pomenute slivove i za teritoriju Srbije južno od Save i Dunava.

## 3 Prikaz rezultata proračuna osnovnih karakteristika malih voda

Zbog obimnosti rezultata proračuna (82 hidrološke stanice) u ovom radu prikazuju se samo finalni rezultati za dve karakteristike malih voda koje se često primenjuju u našoj hidrotehničkoj praksi za određivanje minimalnog održivog protoka, a to su moduli oticaja srednjih mesečnih protoka obezbeđenosti 95% i srednjih godišnjih protoka verovatnoće pojave 10%. Zbirni rezultati učestalosti specifičnog oticaja ovih karakteristika -  $q$  ( $l/s/km^2$ ) za celu razmatranu teritoriju Republike Srbije južno od Save i Dunava prikazani su u tabelama 1 i 2. Grafički prikaz učestalosti i kumulativne (integralne) zastupljenosti navedenih karakteristika malih voda dat je na slikama 1 i 2.

Broj hidroloških stanica sa pojavom apsolutno maksimalnih trajanja malovodnih perioda za razmatrane vrednosti repnog protoka  $Q(\Theta(\%))$ , za celu razmatranu teritoriju Republike Srbije prikazana je u tabeli 3. Grafički prikaz broja hidroloških stanica na kojima su registrovana apsolutno najduža maksimalna trajanja malovodnih perioda za reperne protoke karakterističnih trajanja za celu razmatranu teritoriju Republike Srbije prikazan je na slici 3.

Prostorna raspodela osnovnih karakteristika merodavnih malih voda prikazana je na kartama razmatranog dela sliva na teritoriji Republike Srbije južno od Save i Dunava, na slikama 4-7.

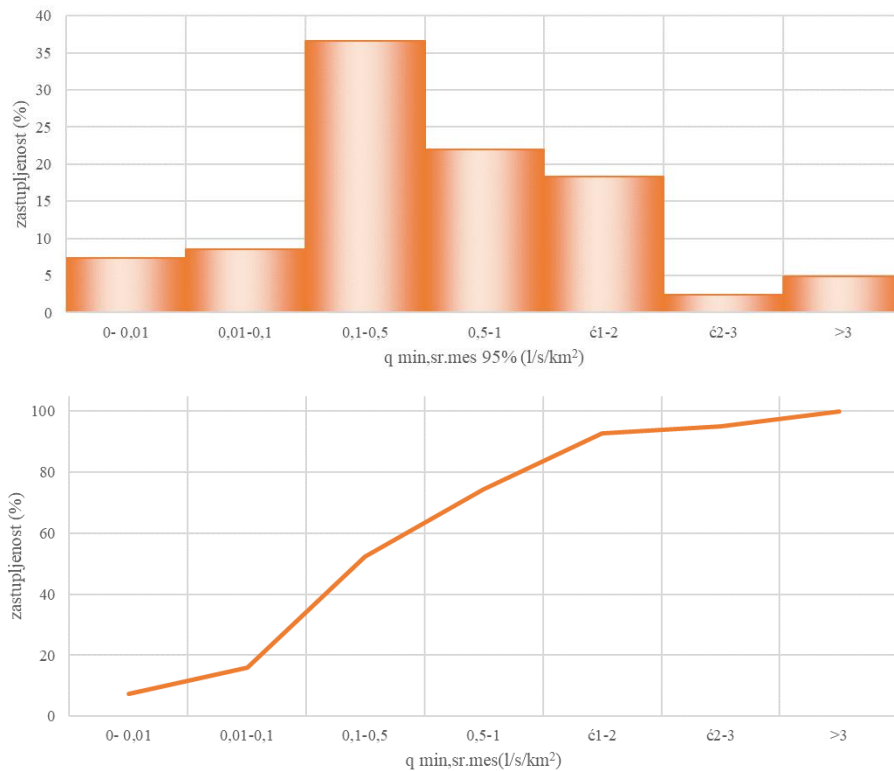
Tabela 1. Učestalost specifičnog modula minimalnih srednjih mesečnih protoka obezbeđenosti 95% na teritoriji Republike Srbije južno od Save i Dunava

	$q_{\min, sr. mes} (L/s/km^2)$							$\Sigma$	Min	Sred	Max
	0- 0,01	0,01-0,1	0,1-0,5	0,5-1	1 - 2	2 - 3	>3				
Br. sliv.	6	7	30	18	15	2	4	82	0	0,74	3,39
%	7,31	8,54	36,59	21,95	18,29	2,44	4,88	100			
$\Sigma\%$	7,31	15,85	52,44	74,39	92,68	95,12	100				

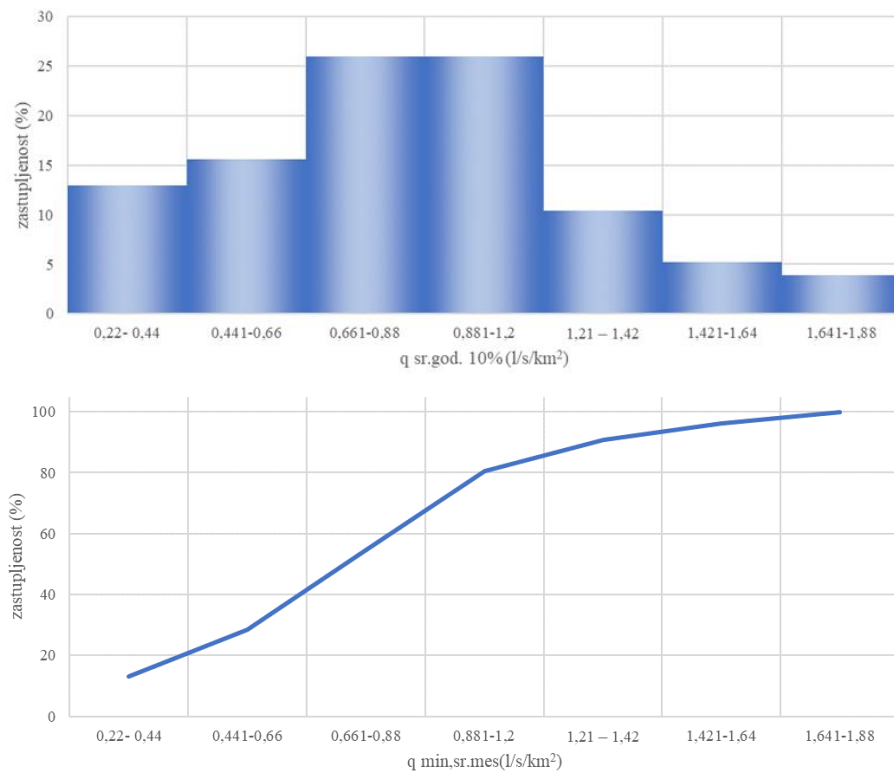
Tabela 2. Učestalost specifičnog modula srednjeg godišnjeg protoka verovatnoće pojave 10% na teritoriji Republike Srbije južno od Save i Dunava

	$q_{sr. god. 10\%} (l/s/km^2)$							$\Sigma$	Min	Sred	Max
	0,22-0,44	0,441-0,66	0,661-0,88	0,881-1,2	1,21 - 1,42	1,421-1,64	1,641-1,88				
Br. sliv.	10	12	20	20	8	34	3	77	0,23	0,89	1,772
%	12,99	15,58	25,97	25,97	10,39	5,20	3,90	100			
$\Sigma\%$	12,99	28,57	54,54	80,51	90,90	96,09	100				

# 19. Savetovanje SDHI i SDH - Beograd, Srbija 2021. Conference SDHI & SDH - Belgrade, Serbia 2021.



Slika 1. Učestalost specifičnog modula minimalnih srednjih mesečnih protoka obezbeđenosti 95% na teritoriji Republike Srbije južno od Save i Dunava po klasama i kumulativno

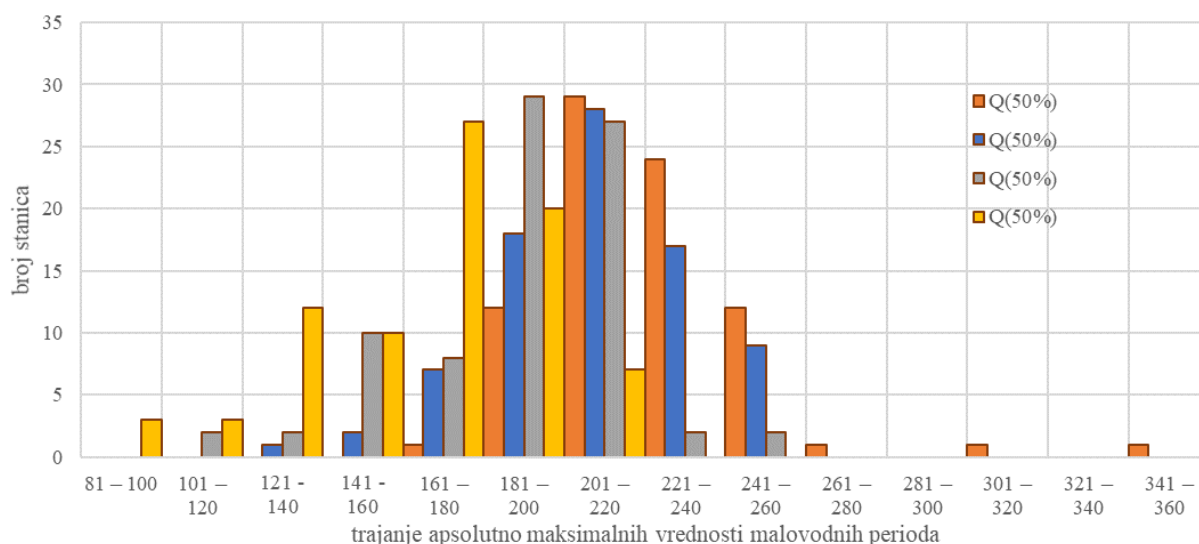


Slika 2. Učestalost specifičnog modula srednjih godišnjih protoka verovatnoće pojave 10% na teritoriji Republike Srbije južno od Save i Dunava

# 19. Savetovanje SDHI i SDH - Beograd, Srbija 2021. Conference SDHI & SDH - Belgrade, Serbia 2021.

Tabela 3. Broja hidroloških stanica sa pojavom apsolutno najdužih maksimalnih trajanja malovodnih perioda za reporne protoke karakterističnih trajanja

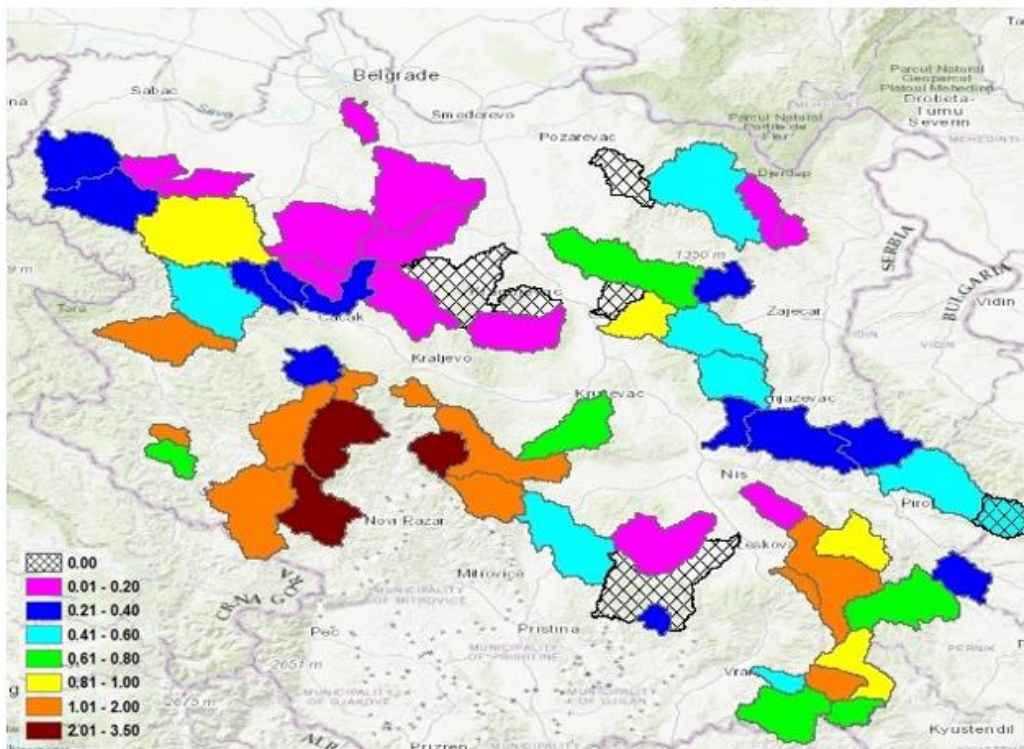
Dužina trajanje (dan)	Broj hidroloških stanica			
	Reporni protoci $\Theta$ (%)			
	Q(50%)	Q(50%)	Q(50%)	Q(50%)
81 – 100				3
101 – 120			2	3
121 - 140		1	2	12
141 - 160		2	10	10
161 – 180	1	7	8	27
181 – 200	12	18	29	20
201 – 220	29	28	27	7
221 – 240	24	17	2	
241 – 260	12	9	2	
261 – 280	1			
281 – 300				
301 – 320	1			
321 – 340				
341 – 360	1			
>361	1			
<b>Prosečno trajanje</b>	<b>224</b>	<b>208</b>	<b>189</b>	<b>165</b>
<b>Najduže trajanje</b>	<b>365</b>	<b>257</b>	<b>255</b>	<b>220</b>
<b>Najkraće trajanje</b>	<b>185</b>	<b>122</b>	<b>108</b>	<b>82</b>



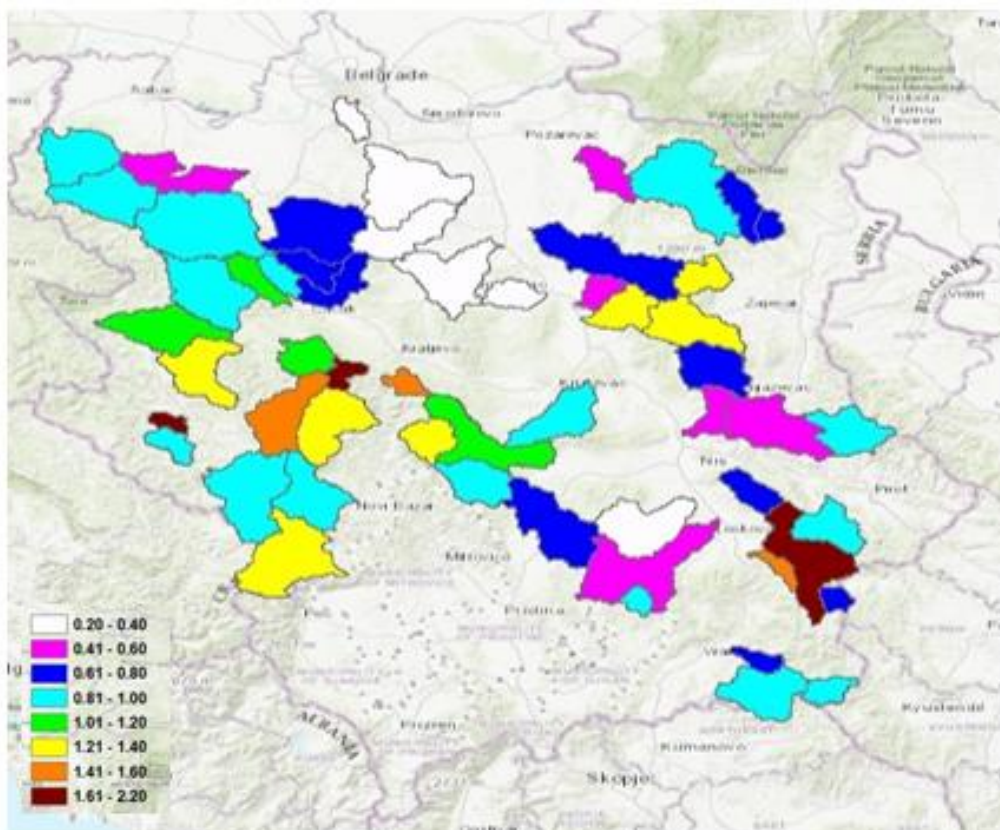
Slika 3. Broj razmatranih hidroloških stanica na kojima su registrovani apsolutno najduža maksimalnih trajanja malovodnih perioda za reporne protoke karakterističnih trajanja



## 19. Savetovanje SDHI i SDH - Beograd, Srbija 2021. 19. Conference SDHI & SDH - Belgrade, Serbia 2021.



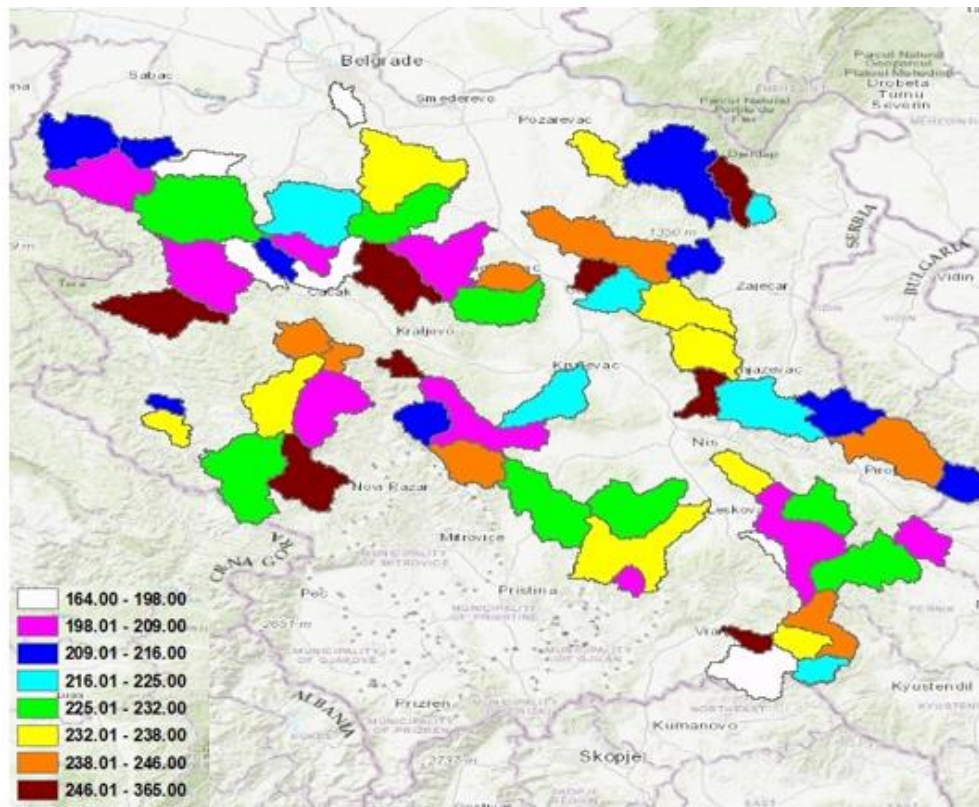
Slika 4. Prostorni prikaz specifičnog modula minimalnih srednjih mesečnih protoka obezbeđenosti 95% razmatranih slivova na teritoriji Republike Srbije južno od Save i Dunava



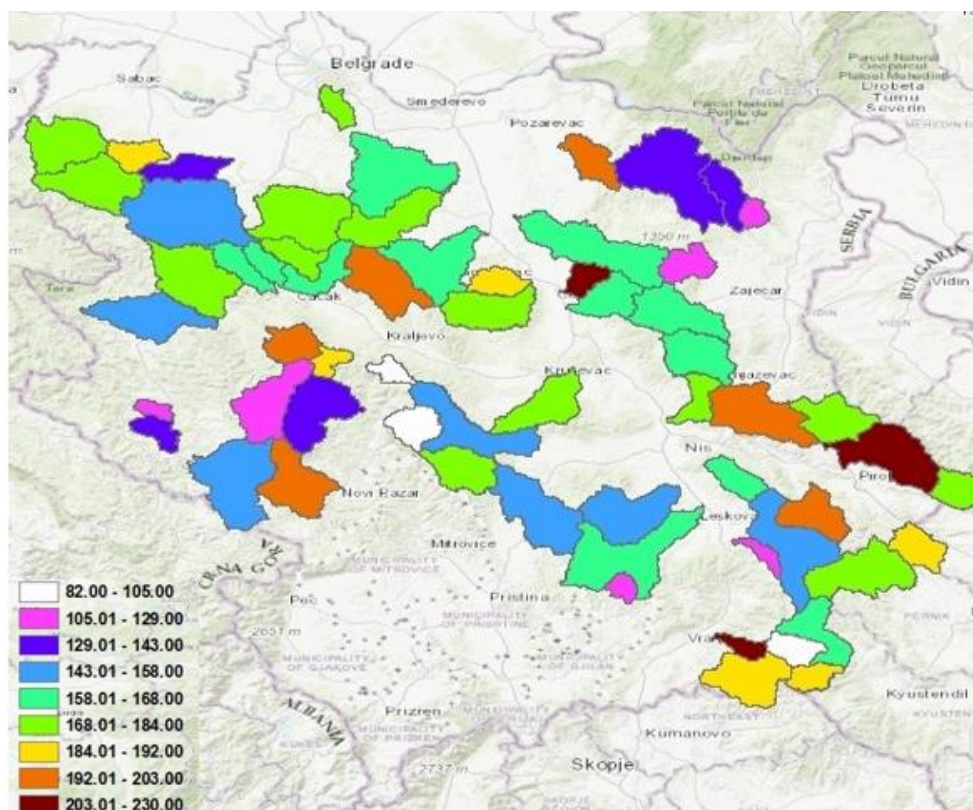
Slika 5. Prostorni prikaz specifičnog modula srednjih godišnjih protoka verovatnoće pojave 10% razmatranih slivova na teritoriji Republike Srbije južno od Save i Dunava



# 19. Savetovanje SDHI i SDH - Beograd, Srbija 2021. 19. Conference SDHI & SDH - Belgrade, Serbia 2021.



Slika 6. Prostorni prikaz broja dana apsolutno najdužih maksimalnih trajanja malovodnih perioda za reperne protoke trajanja 50% na razmatranim slivovima na teritoriji Republike Srbije južno od Save i Dunava



Slika 7. Prostorni prikaz broja dana apsolutno najdužih maksimalnih trajanja malovodnih perioda za reperne protoke trajanja 80% na razmatranim slivovima na teritoriji Republike Srbije južno od Save i Dunava

## 19. Savetovanje SDHI i SDH - Beograd, Srbija 2021. Conference SDHI & SDH - Belgrade, Serbia 2021.

Uočava se velika prostorna heterogenost u formiranju malih voda na teritoriju Republike Srbije južno od Save i Dunava. Po apsolutnim vrednostima navedenih modula oticaja veću neravnomernost pokazuju moduli minimalnog srednjeg mesečnog protoka obezbeđenosti 95% u odnosu na module srednjih godišnjih protoka verovatnoće pojave 10%.

Sa gledišta prostornog rasporeda broja dana apsolutno najdužih maksimalnih trajanja malovodnih perioda na razmatranim slivovima na teritoriji Republike Srbije takođe se uočava veoma izražena prostorna heterogenost u vrednostima broja dana apsolutno najdužih maksimalnih trajanja malovodnih perioda za sve razmatrane reperne protoke.

### 4 Zaključak

Primenjena metodologija analize malih voda na teritoriji Republike Srbije južno od Save i Dunava predstavlja jedan sasvim nov prilaz definisanju najznačajnijih karakteristika malih voda bitnih sa stanovišta vodosnabdevanja, zaštite kvaliteta voda, navodnjavanja i proizvodnje hidroenergije, a koji do sada nije primenjivan u našoj hidrološkoj praksi i šire. To se, pre svega, odnosi na pregled prostorne raspodele minimalnog srednjeg mesečnog protoka verovatnoće pojave 10%. Pored toga analiziran je i prostorni raspored broja dana apsolutno najdužih maksimalnih trajanja malovodnih perioda za reperne protoke trajanja 50% i 80%.

Zaključeno je da postoji velika prostorna heterogenost u formiranju malih voda na teritoriju Republike Srbije južno od Save i Dunava. Po apsolutnim vrednostima navedenih modula oticaja veću neravnomernost pokazuju moduli minimalnog srednjeg mesečnog protoka obezbeđenosti 95% u odnosu na module srednjih godišnjih protoka verovatnoće pojave 10%.

Slični zaključak može se izvesti i sa gledišta prostornog rasporeda broja dana apsolutno najdužih maksimalnih trajanja malovodnih perioda na razmatranim slivovima na teritoriji Republike Srbije. Evidentno je da se uočava veoma izražena prostorna heterogenost u vrednostima broja dana apsolutno najdužih maksimalnih trajanja malovodnih perioda za sve razmatrane reperne protoke.

### Literatura

1. Institut za vodoprivredu „Jaroslav Černi“, Republički hidrometeorološki zavod Srbije: Monografija „Prosečni protoci i male vode na srednjim i malim slivovima Srbije”, izrada u toku.
2. Prohaska S.: Hidrologija I Deo, Rudarsko-geološki fakultet, Institut za vodoprivredu „Jaroslav Černi“, RHMZ Srbije, str. 1-504, Beograd 2003.
3. Prohaska S.: Hidrološke karakteristike vodnih tokova od značaja za njihovo uređenje od poplava, II Deo - Male vode, Vodoprivreda br. 159-160, str, 29-36, Beograd 1996.
4. Prohaska S., Ristić V., Srna P.: Merodavne male vode Srbije sa aspekta zaštite vodotoka, „Zaštita voda '96“, str. 15-21, Ulcinj, 1996.