

NEPARAMETARSKO GENERISANJE STOHAŠTIČKIH HIDROLOŠKIH VREMENSKIH SERIJA I NJIHOVA VIŠEGODIŠNJA VARIJABILNOST

NONPARAMETRIC STOCHASTIC SIMULATION OF HYDROLOGIC TIME SERIES AND THEIR LONG-TERM VARIABILITY

Đurica Marković¹, Dragutin Pavlović², Jasna Plavšić², Neša Ilić³

Rezime: U radu je prikazana metodologija stohastičkog generisanja hidrometeoroloških vremenskih serija, zasnovana na neparametarskim metodama za opisivanje raspodela podataka i njihove korelacione strukture. Prikazana metodologija reprodukuje osnovne statistike osmotrenih serija i njihovu prostornu i vremensku zavisnost, kako za osnovnu vremensku diskretizaciju, tako i nakon agregacije ili osrednjavanja u dužim vremenskim koracima (npr. sa mesečnog na godišnji vremenski korak). Metodologija obuhvata i algoritam za podešavanje karakteristika višegodišnjih varijacija u generisanim vremenskim serijama. Dugački nizovi generisani ovom metodologijom stoga mogu biti veoma korisni u razmatranjima planiranja i upravljanja akumulacijama sa višegodišnjim izravnanjem.

Ključne reči: neparametarske metode, stohastičko generisanje, hidrološke vremenske serije, višegodišnje varijacije

Abstract: The paper presents a methodology for stochastic generation of hydro-meteorological series, based on nonparametric methods for describing probability distributions and correlation structure of the series. The methodology preserves basic statistics of the observed series and their temporal and spatial dependence, both at the fundamental time discretization and after aggregating data to coarser time scales (e.g. from monthly to annual). It also includes an algorithm for fine-tuning of long-term

¹ Fakultet tehničkih nauka Univerziteta u Prištini sa privremenim sedištem u Kosovskoj Mitrovici, djurica.markovic@pr.ac.rs

² Univerzitet u Beogradu – Građevinski fakultet, dpavlovic@grf.bg.ac.rs, jplavsic@grf.bg.ac.rs

³ Optimal Solutions Ltd, Calgary, Canada, nilich@optimal-solutions-ltd.com

variability in the generated series. As such, the methodology is highly suitable for application in planning and operation of reservoirs with long-term storage optimization.

Key words: nonparametric methods, stochastic generation, hydrologic time series, long-term variability

1 UVOD

Hidrološke vremenske serije predstavljaju podatke dobijene merenjem veličina vezanih za hidrološke procese, kao što su padavine i oticaj. Ove serije sadrže različite informacije koje su od koristi u planiranju, projektovanju i upravljanju hidrotehničkim objektima i vodoprivrednim sistemima (Yevjevich, 1984). Usled stalnog povećanja urbanog stanovništva, potražnja za kvalitetnom vodom je sve veća, dok sa druge strane, kao posledica klimatskih promena, pojava ekstremnih prilika (protoci, padavine,...) postaje sve izraženija. Zbog toga, vodoprivredni sistemi, a posebno akumulacije kao ključni objekti u tim sistemima, dobijaju sve veći značaj (Đorđević i sar., 2020). Planiranje i upravljanje akumulacijama, naročito ako su u nizu, postaju ključne aktivnosti, na osnovu kojih treba odrediti maksimalno iskorišćenje vode kao resursa.

Uopšteno se može reći da su postojeći nizovi osmatranja protoka nedovoljni za pouzdano planiranje i upravljanje akumulacijama. Zbog toga se koriste duže generisane hidrološke serije, na osnovu kojih se određuje optimalna zapremina akumulacije, kao i optimalna pravila upravljanja raspodelom vode i sl. Generisane serije treba da imaju statističke osobine koje se ne razlikuju od osmotrenih, kao npr. srednja vrednost, standardna devijacija, korelacije i sl. Osnovna ideja generisanja sintetičkih serija je da se vodoprivredni sistem testira pod različitim uslovima, sa mnogo dužim nizovima protoka nego što su osmotreni. Pri tome se pretpostavlja da će duži nizovi protoka sadržati ekstremnije protoke od osmotrenih i na taj način će se testirati sistem pod strožim uslovima (Lawrance & Kottegoda, 1977). Pored izraženijih ekstremnih pojava, u dovoljno dugim generisanim serijama mogu da se očekuju i uzastopni nizovi sušnih i kišnih godina, što bi dalo mogućnost u planiranju da se na takve događaje odgovori optimalnim upravljanjem koje će zadovoljiti potrebe svih korisnika sa određenom obezbeđenošću. U ovom procesu planiranja i upravljanja naročito su važni generisani nizovi u kojima se javljaju uzastopne sušne godine jer one mogu biti ograničavajući faktor pri izboru veličine akumulacije ili određivanju pouzdanosti snabdevanja ili odobrenih količina za snabdevanje određenih korisnika vode iz akumulacije. Ovo

ukazuje na potrebu da se u slučaju pojave sušnih perioda potrošnja vode iz akumulacije minimizira i troši prema utvrđenim prioritetima i obezbeđenošću.

U ovom radu se najpre daje kraći pregled modela za generisanje hidrometeoroloških veličina koji treba da ukaže na ciljeve i kriterijume koje jedan stohastički model za generisanje treba da ima. Posebno su razmatrane karakteristike modela vezane za tzv. dugu memoriju hidroloških procesa, odnosno za višegodišnje zavisnosti u hidrološkim vremenskim serijama. Zatim je prikazan neparametarski model za generisanje u čijem su razvoju učestvovali autori ovog rada, dok je akcenat u prikazu rezultata ovog modela stavljen na analizu i modeliranje duge memorije u dugačkim generisanim serijama.

2 PREGLED STOHAŠTIČKIH MODELA ZA HIDROMETEOROLOŠKE SERIJE

2.1 Modeli za generisanje protoka

Početne korake u modeliranju hidroloških serija napravio je Hazen (1914) koji je koristio nizove standardizovanih osmotrenih protoka, dužine 25 do 45 godina, sa 14 američkih reka za formiranje niza dužine 300 godina. U ovim prvim pokušajima podaci su generisani bez vezivanja za verovatnoću pojave koja se očekuje iz nizova većih dužina i uz zanemarivanje stohastičke, tj. autokorelacione i kros-korelacione strukture nizova. Prvi modeli za stohastičko generisanje hidroloških serija su razvijeni 60-tih godina prošlog veka korišćenjem autoregresivnih modela. Thomas & Fiering (1962) su razvili model mesečnih protoka na osnovu osmotrenog uzorka dužine 32 godine na 5 mernih stanica i generisali 10 serija od 52 godine. Ovaj model je, pored srednje vrednosti i standardne devijacije mesečnih protoka, uspešno reprodukovao autokorelaciju između mesečnih protoka na pojedinim stanicama i kros-korelaciju između mesečnih protoka na različitim stanicama. Slično tome, Matalas (1967) je razvio autoregresivni (AR) model prvog reda za primenu na više mernih mesta uz očuvanje autokorelacije i kros-korelacije. Autoregresivne modele, koji se najčešće koriste za godišnje serije podataka o protocima na jednom ili više mernih mesta (Salas & Pielke, 2003) razvijali su i mnogi drugi autori (Yevjevich, 1963; Pegram & James, 1972; Kelman, 1977; Salas, et al., 1980) itd.

Kada su Box & Jenkins (1970) postavili svoj generalizovani pristup modeliranju vremenskih serija koji je zasnovan na autoregresivnom modelu pokretnih sredina (ARMA), došlo je do razvoja velikog broja različitih modela namenjenih različitim tipovima vremenskih serija. ARMA modelima se mogu modelirati kratkoročne ili dugoročne zavisnosti među podacima u zavisnosti od toga da li u modelu nadvladava AR komponenta koja dobro reprodukuje kratkoročne zavisnosti, ili MA komponenta

koja reprodukuje dugoročne zavisnosti (Hipel & McLeod, 1994). Nedostatak ovih modela jeste veliki broj parametara koji moraju da se procene, kao i nemogućnost istovremenog modeliranja i kratkoročnih i dugoročnih zavisnosti među podacima vremenskih serija.

Nedavno objavljeni radovi (Tsoukalas et al. 2018a, 2018b; Kossieris et al. 2019) opisuju metode koje se mogu koristiti pri simulaciji ne-Gausovskih stacionarnih procesa sa jednom ili više promenljivih, a koje su sposobne da zadrže bilo koju korelacionu strukturu osmotrenih podataka i marginalnu raspodelu za svaki razmatrani vremenski korak.

2.2 Neparametarski modeli za generisanje hidroloških serija

Širu primenu računarske tehnologije u modeliranju vremenskih serija, pa i generisanju dugačkih serija neparametarskim metodama, Jevđević je nagovestio već početkom 70-tih godina 20. veka (Yevjevich, 1972). U ovoj oblasti do danas razvijane su različite varijante neparametarskih modela, modela zasnovanih na veštačkim neuronskim mrežama, kao i drugih modela od kojih je najčešći model talasića (*wavelet*). Dobar pregled ovih modela su dali Srinivas & Srinivasan (2005). Oni su takođe dali sintezu osobina koje idealni model za stohastičku simulaciju na više mernih mesta i sa višesezonskim nizovima podataka treba da ima, a to je reprodukcija na svakom mernom mestu statistika osmotrenog niza, strukture zavisnosti, marginalnih raspodela za različite vremenske skale (diskretizacije), kao i kros-korelacije između simuliranih mernih mesta.

Srinivas & Srinivasan (2005) su razvili hibridni *bootstrap* model sa pokretnim blokovima, koji se zasniva na formiranju velikog broja serija iz osmotrenih podataka, tako da novi nizovi u potpunosti zadržavaju osmotrenu raspodelu. Model je formiran sa idejom zadržavanja korelacione strukture osmotrene serije na taj način da se umesto uzorkovanja pojedinih podataka iz skupa osmotrenih podataka, uzorkuju celi blokovi osmotrenih podataka. Ovaj model takođe reprodukuje i pojavu sušnih i kišnih perioda tokom vremena u srednjim godišnjim protocima.

Metoda K najbližih suseda (K-NN, *K nearest neighbours*) je opisana u velikom broju radova (Lall & Sharma, 1996; Rajagopalan & Lall, 1999; Sharif & Burn, 2006; Sharif & Burn, 2007; Prairie, et al., 2006; Nowak, et al., 2010). Ova metoda se, takođe, zasniva na uzorkovanju iz skupa osmotrenih podataka.

Metodu talasića (*wavelets*) kao metodu za generisanje protoka su među prvima primenili Bayazit & Aksoy (2001) i Aksoy (2001) na godišnjim i mesečnim protocima na jednoj reci u Turskoj i jednoj u SAD-u. Postupak generisanja podataka je takav da se prvo izvrši

dekompozicija podataka, pri čemu se izdvaja slučajna komponenta, sezonska komponenta, srednja vrednost i standardna devijacija. Zatim se svaka od komponenti modelira vejevletima koje se na kraju agregiraju.

2.3 Modeli za generisanje padavina i hidrometeoroloških veličina

Za padavine je specifično to što podaci mogu imati nulte vrednosti kako na dnevnom nivou, tako i u dužim periodima (u aridnim sredinama i na mesečnom, pa i na godišnjem nivou). Padavine zato predstavljaju prekidni slučajni proces (Yakowitz, 1973; Kelman, 1977). Kod prekidnih procesa potrebno je modelirati dva procesa: pojavu padavina u vremenu i količinu padavina. Za to se često koriste modeli zasnovani na lancima Markova i na procesima obnavljanja. Prvi model pojave padavina zasnovan na lancima Markova prvog reda predložili su Gabriel & Neumann (1962), u kome verovatnoća pojave padavina u nekom danu zavisi samo od toga da li je prethodni dan bio sa padavinama ili bez njih.

Modeli za generisanje količine padavina su slični modelima za generisanje protoka, osim što se radi o prekidnim procesima, pa se njihovo modeliranje vrši iz dva dela: najpre se procenjuje verovatnoća pojave beskišnog vremenskog intervala i njoj suprotna verovatnoća pojave kišnog intervala, dok se potom modelira uslovna raspodela verovatnoće visina padavina u kišnim intervalima. Modeliranje i generisanje visine padavina u kišnim intervalima je identično modeliranju tj. generisanju protoka.

Modeli za generisanje meteoroloških veličina se najčešće nazivaju generatorima vremena (*weather generators*). U skorije vreme često se razvijaju stohastički generatori vremena. Jedan od takvih generatora prikazan je u radovima (Srivastav & Simonovic, 2014, 2015), kojim se generiše više promenljivih veličina na više mernih mesta. Ovaj generator koristi princip maksimalne entropije i K-NN metodu i reprodukuje statistike osmotrenih veličina, prostornu i vremensku strukturu zavisnosti među podacima. Autori su model testirali na dnevnim podacima o padavinama i maksimalnim i minimalnim temperaturama sa ukupno 22 stanice na slivu gornje Temze u Ontariju, Kanada.

2.4 Modeli sa „dugom memorijom“

Nedostatak „duge memorije“ u modelima ARMA tipa razni autori su pokušali da prevaziđu novim tipom modela. Jedan broj autora je razvijao modele frakcionog Gausovog šuma (FGN; Mandelbrot & Wallis, 1968; Matalas & Wallis, 1971). Ovaj tip modela je namenjen modeliranju procesa sa višegodišnjim zavisnostima, što ga je u to vreme činilo značajnim jer je to bio prvi model koji je mogao da uspešno modelira vremenske serije u kojima je ispoljen Hurstov (Hurst, 1951) fenomen, tj. pojava nagomilavanja vodnih i

sušnih godina. „Sposobnost“ neke serije da poseduje dugu memoriju često se izražava preko tzv. Hurstovog koeficijenta h koji može da varira (Yevjevich, 1972). Koeficijent h predstavlja eksponent u relaciji $E[R_n^{**}] \propto n^h$ gde je n ukupan broj podataka, a R_n^{**} predstavlja razliku između maksimalne i minimalne ordinate sumarnih krivih standardizovanih odstupanja protoka od višegodišnjeg proseka. Za nizove nezavisnih podataka pri velikim vrednostima n koeficijent h asimptotski teži 0,5, dok kod dugačkih osmotrenih serija ovaj koeficijent ima vrednosti oko 0,7.

Za potrebe proučavanja raspoloživosti vodnih resursa, Yevjevich (1972) je uveo i sistematski opisao karakteristike vremenskih serija u vezi sa očuvanjem i obnavljanjem zapremine vode u akumulacijama, kao i karakteristike serija koje opisuju dužinu trajanja suše, njenu veličinu i intenzitet. Jedna od tih karakteristika je kriva kumulativnih odstupanja godišnjih protoka od srednje vrednosti, koja se može zapisati kao:

$$S_i = S_{i-1} + (y_i - \bar{y}_N) \cdot t \text{ za } i = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

gde je $S_0 = 0$ početna zapremina, y_1, y_2, \dots, y_N su godišnji protoci, a \bar{y}_N je srednja vrednost uzorka. Na slici 1 je prikazan jedan primer ove krive. Kriva pokazuje viškove i manjkove količine voda u odnosu na višegodišnji prosek, a na osnovu nje se može odrediti najmanja potrebna zapremina akumulacije koja bi obezbedila korisnicima konstantnu isporuku y vode tokom vremena. Potrebna zapremina akumulacije se može sračunati kao razlika (raspon) između najvećeg viška i najmanjeg manjka vode:

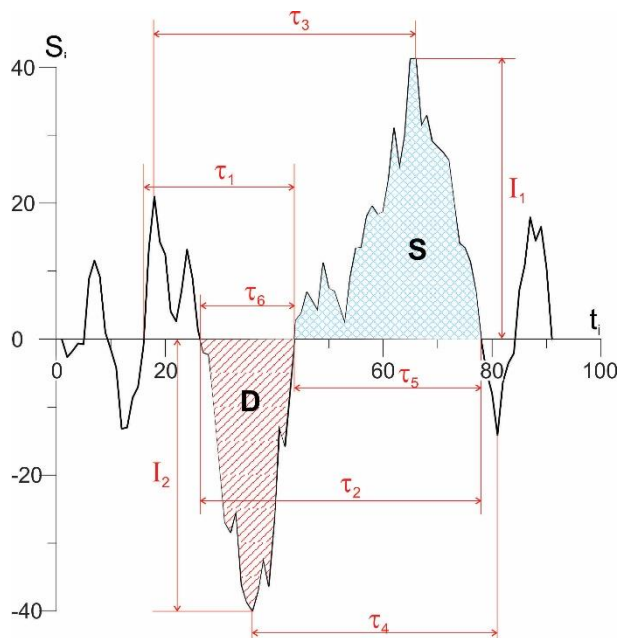
$$R_N^* = \max(S_1, S_2, \dots, S_N) - \min(S_1, S_2, \dots, S_N) \quad (2)$$

Veličina koja se naziva svedeni raspon računa se prema obrascu

$$R_N^{**} = \frac{R_N^*}{S_N} \quad (3)$$

gde je S_N standardna devijacija uzorka. Veličina R_N^{**} se često koristi kao parametar koji opisuje stepen višegodišnjih zavisnosti u vremenskim serijama.

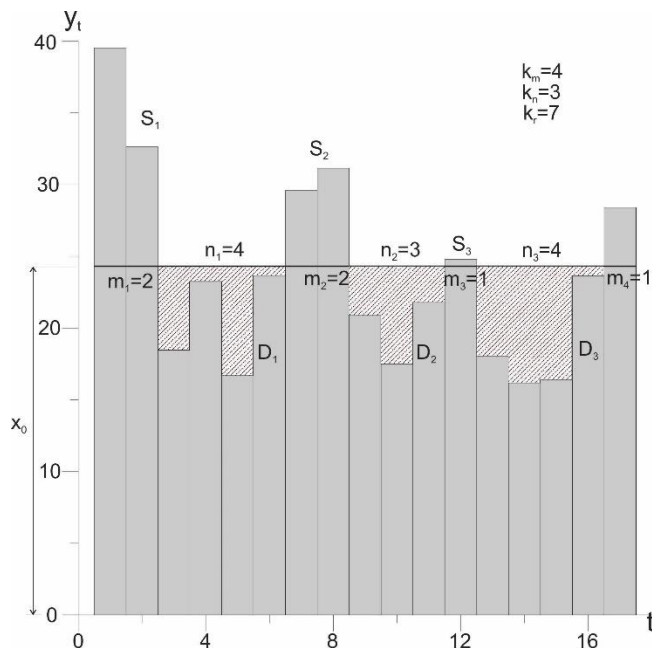
Pored viškova i manjkova vode, mogu se razmatrati i osobine u vezi sa trajanjem pojava kao što su suše ili vodni periodi. Ove karakteristike vremenskih serija su definisane kao koraci (*runs*) u odnosu na presecanje dva procesa (Yevjevich, 1972). Jedan proces obično predstavlja srednja vrednost vremenske serije a drugi je kriva kumulativnih odstupanja od srednje vrednosti. U zavisnosti od svrhe analize, presecanje može da bude i sa nekim drugim parametrom, različitim od srednje vrednosti, kao što je npr. prag plavljenja određene površine, zapremina vode potrebna za neku potrošnju kao što je vodosnabdevanje, navodnjavanje, optimalna proizvodnja u hidroelektranama i slično.



Slika 1 – Različite definicije koraka za dati nivo presecanja x_0

Na slici 1 su prikazane različite vrste koraka: τ_1 – udaljenost između uzlaznih presecanja, τ_2 – udaljenost između silaznih presecanja, τ_3 – udaljenost između susjednih maksimuma, τ_4 – udaljenost između susjednih minimuma, τ_5 – udaljenost između susjednog uzlaznog i silaznog presecanja odnosno dužina pozitivnog koraka, τ_6 – udaljenost između susjednog silaznog i uzlaznog presecanja odnosno dužina negativnog koraka. Svi ovi definisani koraci se mogu primeniti na različite probleme u hidrologiji i vodoprivredi, ali Jevđević (Yevjevich, 1972) smatra da su od drugih važniji trajanje vodnog koraka τ_5 , trajanje sušnog koraka τ_6 , višak zapremine pozitivnog koraka S , manjak zapremine negativnog koraka ili deficit D i intenziteti koraka I . Poslednje tri veličine su takođe prikazane na slici 2. Interesantno je poznavati i ukupan broj pozitivnih i negativnih koraka u seriji k_m i k_n .

Karakteristike koje opisuju pojavu suše u vremenskoj seriji jesu dužina trajanja suše, njen intenzitet i deficit. Među k_n sušnih perioda u seriji od najvećeg interesa je vrednost $D^* = \max(D_1, D_2, \dots, D_{kn})$ koju nazivamo kritičnom sušom. Slično se definišu kritične vrednosti i za intenzitet suše $I_D^* = \max(I_1, I_2, \dots, I_{kn})$. Analogno tome, među k_m perioda viškova u seriji, od interesa su najveći višak $S^* = \max(S_1, S_2, \dots, S_{km})$ i najveći intenzitet vodnog perioda $I_S^* = \max(I_1, I_2, \dots, I_{km})$.



Slika 2 – Primer određivanja trajanja sušnih perioda n i deficita D , kao i trajanja vodnih perioda m i viškova S na hidrološkoj stanici C5AE27 na reci St. Mary u Kanadi

3 METODOLOGIJA NEPARAMETARSKOG STOHAŠTIČKOG GENERISANJA

U stohastičkoj hidrologiji ne postoji univerzalno prihvaćen model generisanja vremenskih serija sa više promenljivih. U radovima Ilich & Despotovic (2008), Ilich (2014), Marković et al. (2015) i Marković et al. (2019), razvijen je drugačiji pristup koji predstavlja suštinsko odstupanje od prethodno uspostavljenih metoda. Predložena metodologija se sastoji od tri koraka: (1) generisanje Monte Karlo metodom niza nezavisnih podataka za dati vremenski korak, čime se održavaju funkcije raspodele posmatranih serija, (2) promenom redosleda podataka iz pojedinačnih nizova podešavaju se autokorelacioni i kros-korelacioni koeficijenti serije, i (3) vrednosti protoka na kraju i početku godine se preuređuju kako bi se prilagodila njihova autokorelacija za vremenske intervale koji međusobno povezuju dve uzastopne godine. Ilich & Despotovic (2008) su predstavili ovu metodologiju i primenili na nedeljne protoke. Ilich (2014) je u postupak simulacije uveo nizove prekidnih promenljivih (padavina), zajedno sa kontinualnim

nizovima protoka. Marković i dr. (2015) su poboljšali performanse metode primenom logaritamske transformacije na podatke, čiji je cilj smanjivanje uticaja velike asimetrije na generisanje ekstremnih vrednosti, naročito ekstremno niskih letnjih i jesenjih protoka u sušnim godinama. Marković i dr. (2019) su dopunili metodologiju posebnim algoritmom za generisanje vrednosti iz neparametarskih raspodela izvan domena osmotrenih podataka.

Glavne prednosti predložene metodologije su: (1) počevši od najkraćeg razmatranog vremenskog koraka, metodologija osigurava očuvanje statističkih karakteristike za sve veće korake, (2) metoda čuva autokorelaciju nizova između dve uzastopne godine, (3) mogu se generisati neprekidne i prekidne vremenske serije, i (4) postupak je u potpunosti automatizovan korišćenjem skupa zadatih kriterijuma.

Tri koraka predložene procedure za generisanje podataka opisana su ukratko u nastavku. Potpuni detalji su predstavljeni u radu Marković et al. (2015), a u radu Marković et al. (2019) su dati i pseudo-kodovi za pojašnjenje metode. Postupak je opisan za nedeljne protoke (i padavine), ali isto važi i za ostale vremenske diskretizacije.

3.1 Korak 1 – Generisanje nezavisnih nizova podataka

Postupak stohastičkog generisanja protoka oslanja se na pretpostavku da osmotreni podaci odlikavaju prirodni hidrološki režim i da posmatrani proces u svakom vremenskom koraku ima jedinstvenu statističku raspodelu koju treba uskladiti u generisanoj seriji. U razvijenom modelu koriste se neparametarske raspodele verovatnoće kako bi se izbeglo (često subjektivno) usvajanje neke parametarske raspodele.

U prvom koraku generiše se N godina slučajnih nedeljnih podataka koji imaju svoje raspodele za svaki vremenski korak. Za nedeljne podatke i K stanica, ukupan broj nizova koji se generišu je $M = 52K$. Ulazni podaci predstavljaju matricu osmotrenih nedeljnih protoka od M kolona i n redova, gde je n broj godina osmotrenih podataka. Ovaj korak uključuje logaritamsku transformaciju i definisanje ciljnih statistika (srednja vrednost, standardna devijacija i koeficijent asimetrije), a zatim pokretanje Monte Carlo procedure za generisanje podataka iz neparametarske raspodele za svaki od M nizova u kombinaciji sa algoritmom za ekstrapolaciju krajeva raspodele. Pri logaritamskoj transformaciji nultih padavina dodaje se konstanta od 1 mm. Slično bi se primenilo za slivove koji pokazuju nulte protoke. Rezultat ovog koraka je matrica generisanih nezavisnih nizova podataka, koja ima M kolona i N redova (u našem istraživanju $N = 1.000$, ali generalno N može biti onoliko veliko koliko je potrebno).

Za razliku od protoka, generisanje podataka o padavinama uzima u obzir da su padavine prekidni proces i da se funkcija raspodele $F(x)$ jednog niza padavina sastoji od dva dela: verovatnoće p_0 da u jednom vremenskom intervalu nema padavina i uslovne raspodele visine padavina tokom intervala sa kišom $F_1(x)$ pod uslovom pojave padavina u jednom intervalu sa verovatnoćom $(1 - p_0)$:

$$F(x) = p_0 + (1 - p_0) \cdot F_1(x) \quad (9)$$

Generisanje podataka o padavinama, dakle, ima dve faze: (1) ocenu verovatnoće beskišnog intervala p_0 i definisanje raspodele visina padavina u kišnim intervalima $F_1(x)$ iz podataka osmatranja, i (2) slučajno uzorkovanje visina padavina uzimanjem slučajnog broja u iz uniformne raspodele $[0,1]$ i proračun vrednosti F_1 koja zadovoljava jednačinu (9) za $F(x) = u$, i konačno računajući odgovarajući visinu padavina kao $x_u = F_1^{-1}[(u - p_0)/(1 - p_0)]$. Preostali postupak je identičan generisanju podataka o protocima.

Za generisanje slučajnim uzorkovanjem iz neparametarskih raspodela koriste se unapred postavljeni kriterijumi za slaganje osnovnih statistika osmotrenih i simuliranih podataka. Proces generisanja se završava kada su statistike generisanih nizova dovoljno blizu osmotrenih. Na kraju ovog koraka se generisane serije transformišu nazad iz logaritmovanih u izvorni prostor podataka.

3.2 Korak 2 – Podešavanje korelacione strukture generisanih nizova

U drugom koraku metodologije podešava se korelaciona struktura nizova generisanih nezavisnih podataka korišćenjem Iman-Konoverovog algoritma (Iman & Conover, 1982). Ovaj algoritam je zasnovan na neparametarskoj korelaciji, odnosno na korelaciji rangova dva niza. Tražena korelacija može se postići jednostavnom promenom redosleda elemenata u jednom nizu, čime se ne remeti raspodela tog niza jer se originalne vrednosti zadržavaju. Promenom redosleda elemenata u više nekorelisanih nizova može se postići da oni imaju željenu korelacionu matricu, odnosno željenu auto- i kros-korelaciju. Algoritam koristi korelaciju rangova, i zasniva se na dekompoziciji željene korelacione matrice. Detalji primene Iman-Konoverovog algoritma u opisanom modelu dati su u radu Markovića i sar. (2019). Na kraju ovog koraka, generisani nizovi će imati istu korelaciju rangova kao i osmotreni nizovi, dok će korelaciona matrica sa Pirsonovim koeficijentima biti vrlo bliska ciljnoj matrici, ali neće biti identična. To znači da je reprodukovana autokorelacija svakog niza kao i kros-korelacije između nizova.

S obzirom na to da je svrha stohastičkog generisanja da obezbedi ulazne podatke za optimalno projektovanje i/ili za optimalno upravljanje akumulacijama, važno je da generisane serije pokrivaju širok spektar mogućih vrednosti i uključuju događaje koji bi

mogli biti kritični za upravljanje akumulacijom. Kritični događaji su uzastopne vodne ili sušne godine. Sušne godine sa ukupnim godišnjim oticajem ispod osmotrenog minimuma su kritičnije za raspodelu vode korisnicima. Takvi događaji sa donjeg ili gornjeg kraja raspodele protoka se retko nalaze u osmotrenim serijama (ili ih nema), ali bi se njihova pojava mogla očekivati u dužem periodu od N godina, koji je obično mnogo veći od broja godina osmatranja. Iako metodologija generalno daje minimalne generisane protoke po nedeljama manje od osmotrenih, prethodno opisano preuređivanje nizova za postizanje ciljne korelacione strukture neće nužno proizvesti niz sa izuzetno sušnim godinama u kojima male vode traju duže. Iz tog razloga, originalni algoritam Ilicha (2014) je nadograđen za dodatno preuređivanje simuliranog skupa podataka tako da sadrži niz izuzetno sušnih godina. To se postiže dodatnim zamenama najmanjih nedeljnih protoka uz zadržavanje prethodno postignute korelacione strukture, kako su objasnili Marković i sar. (2015) i Marković et al. (2019). Jedno dodatno preuređivanje daje jednu izuzetno sušnu godinu, ali se postupak može ponoviti za proizvoljan broj ekstremno sušnih godina sa najmanjim godišnjim protocima. Isti postupak dodatnog preuređivanja može se primeniti za ekstremno kišne godine ako su od interesa za upravljanje radom akumulacija.

3.3 Korak 3 – Podešavanje autokorelacije članova sa kraja i početaka godina i godišnje autokorelacije

U vremenskim serijama se autoregresivne veze nastavljaju iz godine u godinu. Na primer, protoci u nedeljama 50, 51 i 52 u bilo kojoj godini treba da budu korelisani sa protocima u nedeljama 1, 2 itd. u sledećoj godini. Pored toga, za sve stanice u generisanoj seriji treba podesiti i autokorelacije godišnjih protoka. Ovo se postiže preslaganjem redova u matrici generisanih podataka, tj. celih godina sa već složenim nedeljnim podacima (Ilich & Despotovic, 2008). Ovim korakom se završava pretvaranje nizova slučajnih brojeva u vremenske serije sa zahtevanom autokorelacionom strukturom. Ako se ovo dodatno preslaganje sprovede tako da se podese korelacije između poslednja dva podatka u jednoj godini i prva dva podatka u sledećoj godini, to bi bilo ekvivalentno AR(2) procesu. U tom slučaju, preslaganje celih godina za stanicu k zasniva se na minimizovanju veličine D_k koja predstavlja sumu kvadrata razlika koeficijenata autokorelacije do drugog reda generisanih i osmotrenih nizova na toj stanici (Ilich & Despotovic, 2008).

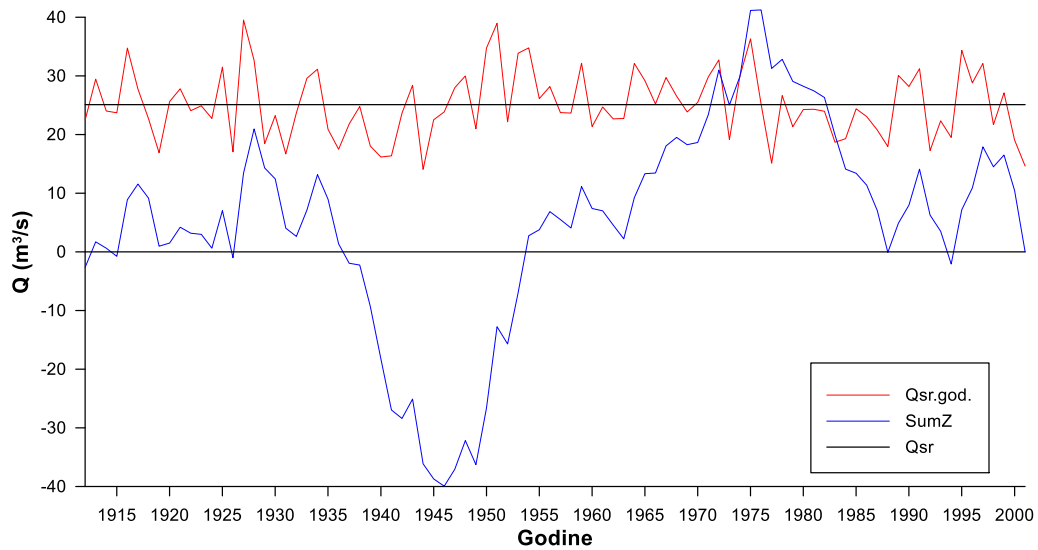
Da bi autokorelaciona struktura osmotrenih serija bila reprodukovana u celini, pa i na godišnjem nivou, potrebno je obezbediti i slaganje koeficijenata autokorelacije osmotrenih i generisanih godišnjih protoka. Zato se veličini D_k dodaje član koji meri slaganje osmotrene i generisane godišnje autokorelacije do zahtevanog reda m . Konačni kriterijum je veličina D kao suma kriterijumskih funkcija D_k svih pojedinačnih stanica.

Preslaganje redova generisane matrice se vrši dok se ne dobiju vrednosti D dovoljno bliske nuli. Važan aspekt algoritma preslaganja redova je da treba održavati relativnu uniformnost statističkih osobina kroz generisane serije. Ovo se može postići permutacijom redova podjednako kroz celu generisanu seriju (Ilich & Despotovic, 2008).

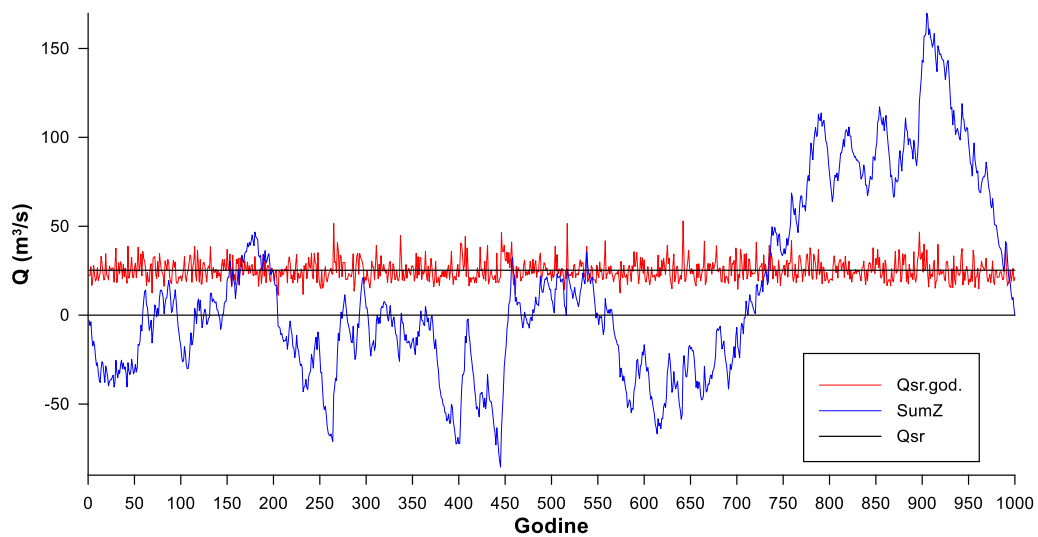
3.4 Korak 3a – Podešavanje višegodišnjih karakteristika vremenskih serija

Na kraju prethodnog algoritma, podaci u redovima generisane matrice (cele godine na svim stanicama) su optimizovani i poređani tako da zadovolje tražene autokorelacije na nedeljnom i godišnjem nivou. Međutim, karakteristike nizova godišnjih protoka u pogledu višegodišnjih promena i veoma duge memorije procesa u generisanom nizu od 1.000 godina ne moraju da odgovaraju onima iz osmotrenih nizova. Jedan od razloga za to je što se autokorelaciona funkcija godišnjih protoka podešava za onoliko vremenskih pomaka koliko ima smisla u odnosu na dužinu osmotrenog niza ($n/4$), pa kako to iznosi oko 15-25 godina za uobičajene dužine nizova, tada je logično što se u generisanim nizovima od 1.000 godina ne reprodukuju te dugoročne karakteristike. Uočeno je da trajanje i intenzitet višegodišnjih vodnih i sušnih perioda u generisanim nizovima ne prati iste karakteristike osmotrenih serija. Na primer, kod jedne od osmotrenih serija se javlja niz godišnjih deficita ili viškova dužine do oko 35 godina, njihov raspon je oko 80 m³/s, i ukupni broj presecanja 12 (slika 3). Kod odgovarajuće generisane serije se javljaju potpuno drugačije vrednosti: niz godišnjih deficita ili viškova traje i do nekoliko stotina godina (u ovom primeru oko 300), njihov raspon je oko 255 m³/s, a ukupni broj presecanja 32 (slika 4).

Da bi se generisane serije podataka prilagodile i u odnosu na ove parametre pri višegodišnjem sagledavanju, dovoljno je izvršiti dodatno minimalno preslaganje višegodišnjih segmenata tako da se poveća broj presecanja, umanja dužina trajanja viškova ili deficita i smanji raspon sumarne krive odstupanja od srednje vrednosti, ne narušavajući značajno dobijeni rezultat prethodnih koraka. Ovaj dodatni korak se sprovodi u odnosu na krivu kumulativnih odstupanja od srednje vrednosti godišnjih protoka koja se filtrira pokretnim sredinama. Segmenti niza od 3-10 uzastopnih godina na rastućoj grani sumarne krive se premeštaju na opadajuću granu sumarne krive, prekidajući tako neodgovarajući trend. Na taj način se prethodno postignuta korelacija i autokorelacija ne narušava značajno, a podešavaju se i dugogodišnje karakteristike niza.



Slika 3 –Prikaz godišnjih protoka iz jedne osmotrene serije i njene krive kumulativnih odstupanja od srednje vrednosti



Slika 4 – Prikaz godišnjih protoka iz generisane serije koja odgovara osmotrenoj seriji na slici 3 i njene krive kumulativnih odstupanja od srednje vrednosti, koja posle preslaganja u 3. koraku daje nerealne dugoročne karakteristike

Osnovni parametri na osnovu kojih se vrši preslaganje segmenata jesu broj prelaza (uzlazno ili silazno presecanje sumarne krive sa nultom vrednošću), maksimalno trajanje koraka (broj godina od jednog do drugog prelaza), raspoređenost pozitivnih i negativnih koraka u seriji (njihova verovatnoća pojave i trajanja u odnosu na srednju vrednost teži izjednačavanju, tj. $p = q = 0.5$, gde je p verovatnoća pojave ili trajanja pozitivnih koraka, a q negativnih koraka), maksimalna i minimalna vrednost i sl.

4 PRIMERI PRIMENE METODOLOGIJE

4.1 Ulazni podaci

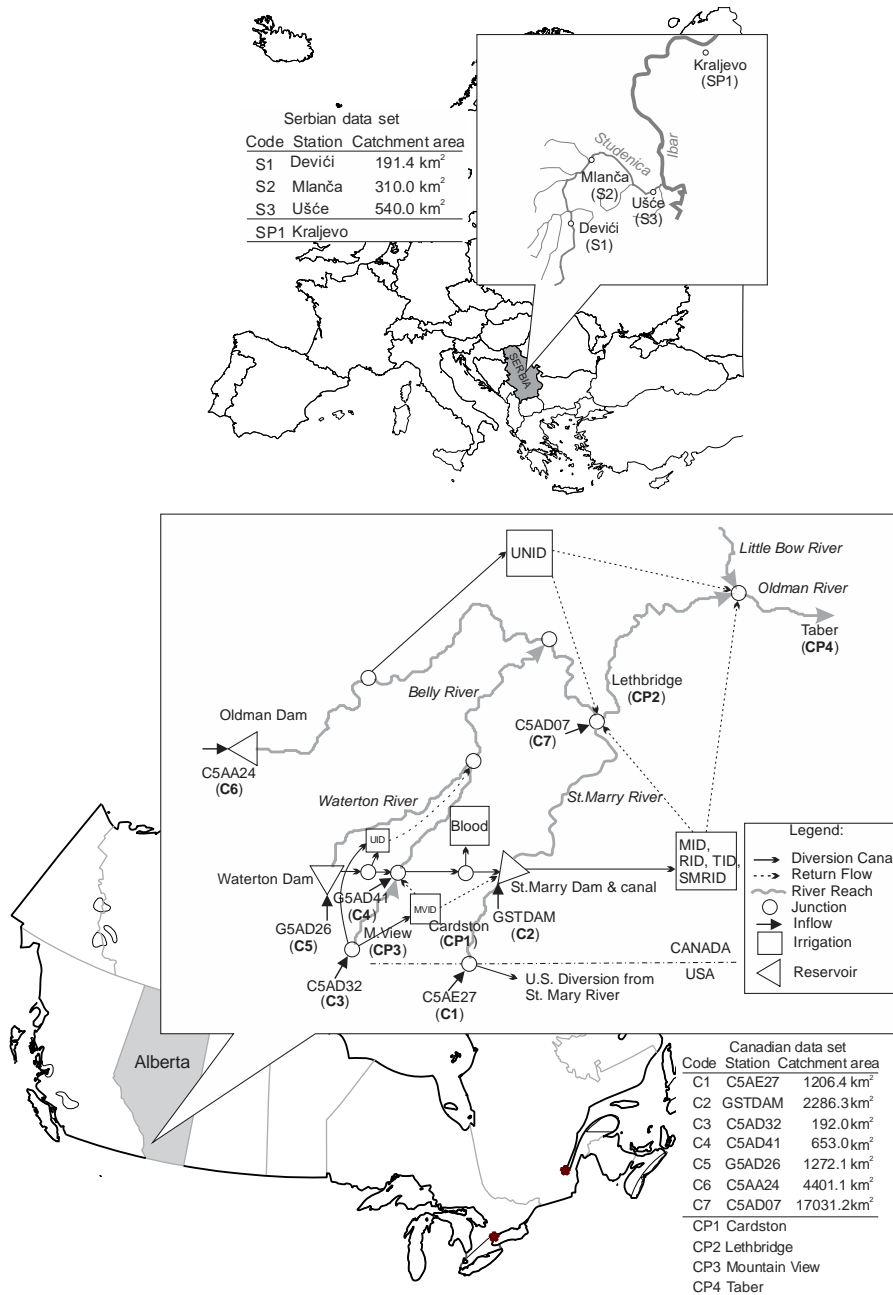
Za primenu predložene metodologije odabrani su slivovi reke Studenice u Srbiji i reke Oldman u Kanadi, na kojima su generisane serije protoka i padavina kako bi se pokazalo da model može da uspešno generiše nizove raznorodnih veličina, na više mernih mesta istovremeno i sa različitim vremenskim koracima bez izrade zasebnih modela.

U primeru sliva reke Studenice (slika 5) korišćeni su podaci o dnevnim protocima sa tri hidrološke stanice u periodu 1964-2012, što predstavlja niz od 49 godina, i odgovarajući podaci o padavinama sa kišomerne stanice u Kraljevu, kao jedine stanice u okruženju sa potpunim nizom podataka u spomenutom periodu. U ovom primeru iz raspoloživih dnevnih podataka formirani su nizovi nedeljnih i mesečnih podataka.

Podaci za sliv reke Oldman u Kanadi (slika 5) obuhvataju 7 hidroloških stanica sa rekonstruisanim prirodnim nedeljnim protocima u periodu od 1912-2001, što predstavlja niz od 90 godina. Sa ovog sliva na raspolaganju su bili i podaci o padavinama sa 4 stanice za period 1928-2001, što za kombinaciju sa više hidroloških veličina predstavlja niz od 74 godine, na 11 stanica. Iz raspoloživih nedeljnih protoka, nizovi mesečnih protoka su formirani tako što je za svaki dan u određenoj nedelji pretpostavljeno da je protok jednak onom za tekuću nedelju, pa je mesečni protok dobijen osrednjavanjem dnevnih protoka.

4.2 Rezultati

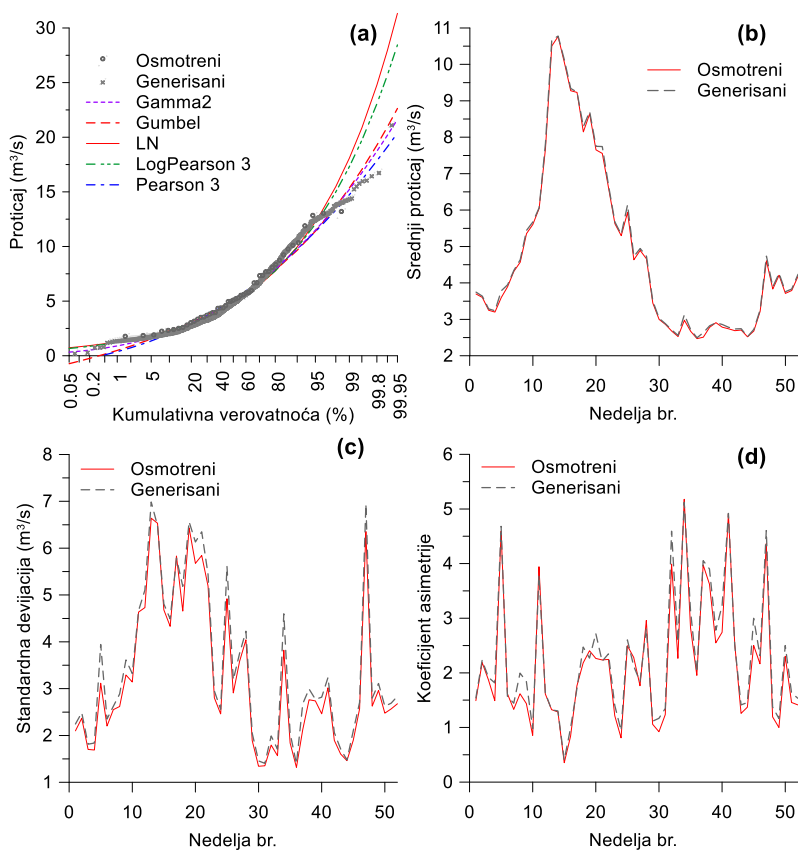
U ovom radu prikazuju se rezultati modela za generisanje protoka i padavina sa vremenskom diskretizacijom na nedeljnom nivou, za područja iz Srbije i Kanade. Biće prikazani samo rezultati vezani za protoke, koji su u ovom radu od interesa za razmatranje dugoročnih karakteristika generisanih hidroloških serija. Prikaz rezultata se odnosi na sledeće celine: 1) verifikaciju generisanja slučajnih nizova (posle koraka 1 u metodologiji), 2) verifikaciju generisanja korelacione strukture nizova (posle koraka 2), 3) verifikaciju generisanih godišnjih protoka (posle koraka 3), i 4) verifikaciju višegodišnjih karakteristika generisanih serija (posle koraka 3a).



Slika 5 – Mapa područja istraživanja u Srbiji (gore) i Kanadi (dole) – sa kratkim kodovima i punim nazivima stanica koje se koriste u primeni modela

4.2.1 Generisanje slučajnih parcijalnih nizova

Cilj prvog koraka metodologije neparametarskog generisanja hidroloških serija je da se za svaku nedelju u godini formira niz nezavisnih podataka od N godina čija će raspodela verovatnoće biti ista kao i raspodela odgovarajućeg osmotrenog niza dužine n godina ($n \ll N$). Ovo je ilustrovano na slici 6 za hidrološku stanicu Mlanča. Na slici 6a je dat primer empirijskih raspodela verovatnoće osmotrenih i generisanih protoka za nedelju 10, gde se vidi da raspodela generisanih protoka u potpunosti prati raspodelu osmotrenih.



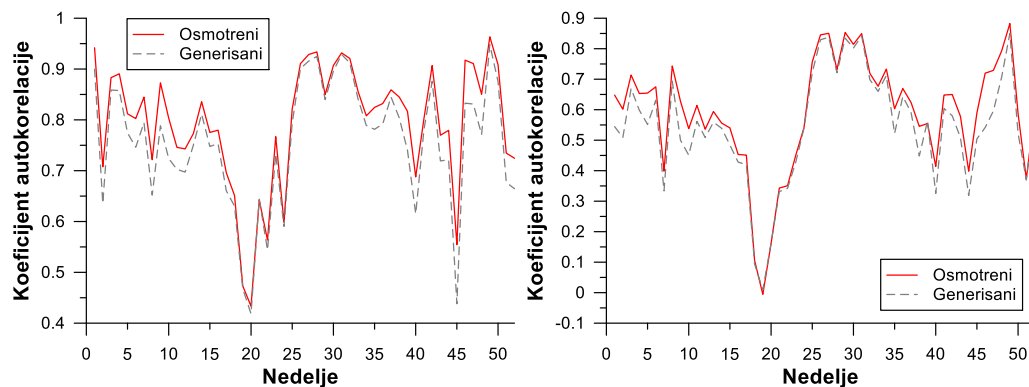
Slika 6 – Rezultati koraka 1 za nedeljne protoke na stanici Mlanča: a) empirijske raspodele osmotrenih i generisanih protoka i tipične teorijske raspodele za nedelju 10; b) osmotreni i generisani srednji nedeljni protoci; c) osmotrene i generisane vrednosti nedeljnih standardnih devijacija; d) osmotrene i generisane vrednosti nedeljnih koeficijenata asimetrije

Na istom dijagramu prikazane su i najčešće korišćene teorijske (parametarske) raspodele koje su prilagođene osmotrenom nizu (Gumbelova, Pirson 3, log-Pirson 3, dvoparametarska gama). Može se videti da teorijske raspodele ne prate verno empirijsku raspodelu na njenom gornjem kraju, dok se u zoni ekstrapolacije neparametarske raspodele generisanih protoka za verovatnoću 99.9 % nalaze se u okviru raspona prikazanih teorijskih raspodela, iako su za verovatnoće između 90 % i 98 % izvan raspona teorijskih raspodela. U donjem delu raspodele se potpuno podudaraju raspodele osmotrenih i generisanih vrednosti, dok pojedine teorijske raspodele potpuno odstupaju od empirijske.

Analogno nedeljnim podacima, za dnevne i mesečne nizove se dobijaju slični rezultati. Na osnovu dobijenih rezultata može se zaključiti da je generisanje, prema srednjim vrednostima, veoma ujednačeno za sve vremenske diskretizacije.

4.2.2 Korelacija parcijalnih nizova

Primenom algoritma Iman-Konovera za preslaganje podataka unutar parcijalnih nizova u drugom koraku metodologije, podešavaju se i autokorelacija u nizovima na istoj stanici i kros-korelacija između stanica. Na slici 7 je prikazano poređenje koeficijenata autokorelacije prvog i drugog reda u osmotrenim i generisanim nedeljnim parcijalnim nizovima stanici SA1 na reci Oldman. Koeficijenti autokorelacije su skoro identični za osmotrene i generisane nizove. Veoma su slični koeficijenti autokorelacije nedeljnih nizova za srpske stanice, pa se može reći da se autokorelacija odlično reprodukuje u oba primera. Isti zaključak se može izvesti i kada se porede rezultati dobijeni za ostale vremenske diskretizacije za oba seta podataka.



Slika 7 – Koeficijenti autokorelacije prvog i drugog reda parcijalnih nedeljnih nizova na stanici SA1 na reci Oldman

Kompletiranje reprodukcije korelacione strukture parcijalnih nizova završava se u koraku 3 metodologije kada se podešavaju koeficijenti korelacije nizova sa kraja i početka godine. U radovima Marković i sar. (2015) i Marković et al. (2019) su tabelarno dati i rezultati koji prikazuju veliki stepen slaganja koeficijenata korelacije na krajevima i počecima godine.

Na osnovu izvršenog istraživanja na modelu sa podacima o protocima, kao i modelu sa podacima o protocima i padavinama, rezultati svih statistika, autokorelacija i kros-korelacija, relativnih greški i odstupanja, može se zaključiti da su rezultati podešavanja korelacione strukture skoro identični za modele sa i bez padavina. Slični rezultati dobijeni su za kanadske stanice.

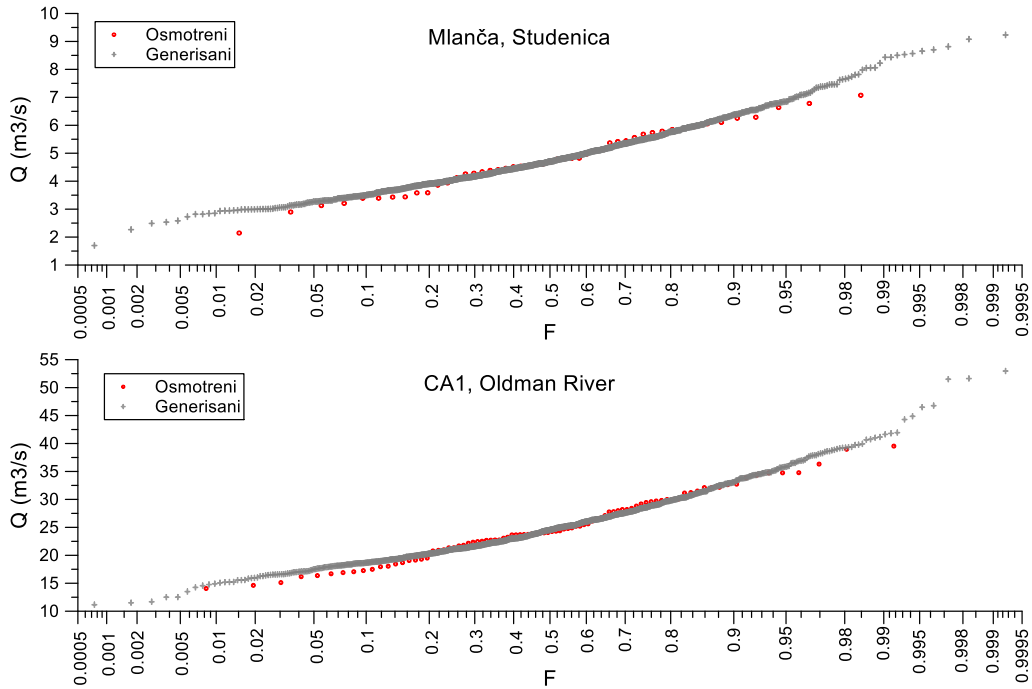
Detalji slaganja autokorelacione funkcije nedeljnih nizova kao cele vremenske serije, na kojima se vidi usklađenost generisane i osmotrene serije su detaljnije prikazani u radu Marković et al. (2019, Supplementary material).

4.2.3 Godišnji protoci

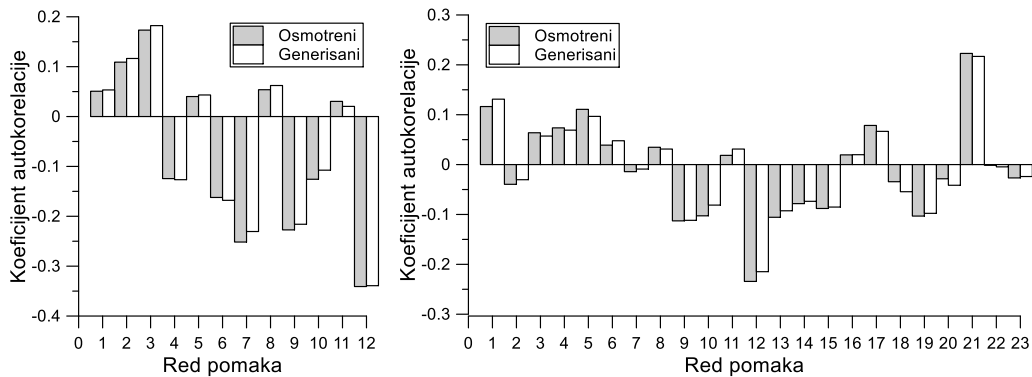
Podaci generisani za određenu vremensku diskretizaciju se agregiraju na godišnjem nivou da bi se poredile karakteristike osmotrenih i generisanih nizova godišnjih protoka. Na slici 8 se vidi da raspodela generisanih godišnjih protoka sasvim dobro prati raspodelu osmotrenih godišnjih protoka, pa čak i u domenu ekstremnih malih voda što je rezultat dodatnog podešavanja podataka u godinama sa najmanjim godišnjim protocima.

Autokorelacija u nizovima godišnjih protoka prikazana je na slici 9 gde se vidi da generisane serije izuzetno dobro prate ponašanje osmotrenih serija u pogledu karakteristika duge memorije. Slični rezultati se dobijaju za sve vremenske diskretizacije. Za godišnje nizove padavina važi da su koeficijenti autokorelacije mali, ali da se u potpunosti reprodukuju u generisanim serijama.

U generisanim parcijalnim nizovima dužine 1.000 godina javljaju se ekstremnije vrednosti od onih u osmotrenim serijama na nivou osnovne vremenske diskretizacije, kao i na godišnjem nivou. Opširnije o tome je referisano u radovima Marković i sar. (2015) i Marković et al. (2019).



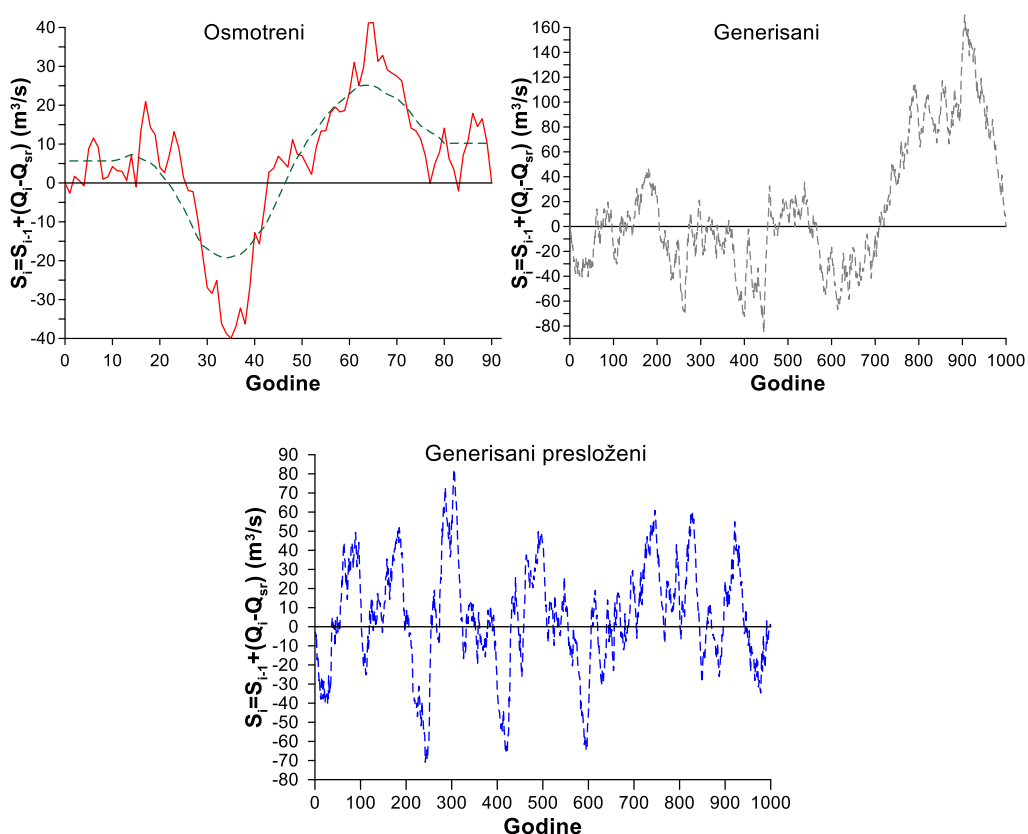
Slika 8 – Raspodela godišnjih protoka za stanice Mlanča (gore) i za stanicu CA1 (dole)



Slika 9 – Koefficienti autokorelacije srednjih godišnjih protoka za stanicu Mlanča na Studenici (levo) i za stanicu SA1 na reci Oldman (desno)

4.2.4 Višegodišnje karakteristike

Na kraju, sagledane su višegodišnje varijacije generisanih protoka analizom sumarnih linija odstupanja od srednje vrednosti, sa ciljem da se pokaže da se za generisane serije mogu podešavati odabrane dugoročne karakteristike. Sumarna linija odstupanja od srednjeg protoka može da ukaže na cikličnost osmotrene serije. Za osmotrenu seriju godišnjih protoka na reci Oldman (slika 10 gore levo) se vidi da sumarna linija odstupanja obuhvata i period sušnih i vodnih godina sa sličnim vrednostima minimuma i maksimuma krive, što je verovatno posledica dužeg niza osmatranja, jer u relativno kratkim osmotrenim serijama može biti teško da se uoči dužina i amplituda ciklusa.



Slika 10 – Sumarna kriva odstupanja godišnjih protoka od srednjeg potoka za osmotrenu seriju (gore levo), za generisanu seriju (gore desno) i za generisanu seriju posle dodatnog permutovanja redova (dole) na reci Oldman za stanicu CA1

Tabela 1 – Parametri sumarnih krivih pri analizi koraka na reci Oldman za stanicu CA1

Parametar	Osmotrena serija	Generisana serija	Generisana serija posle permutacija
Broj godina	90	1000	1000
Broj prelaza	12	48	86
Procenat prelaza	13.33%	4.80%	8.60%
Najveća dužina koraka	34	290	59
Maksimum	41.25	169.91	82.60
Minimum	-39.94	-85.49	-70.86

Iako se na osnovu jednog osmotrenog ciklusa ne mogu pouzdano oceniti dugoročne karakteristike procesa, ipak se može očekivati da te karakteristike za generisane serije ne odstupaju značajno od onih za osmotrene serije. U razmatranom primeru, u osmotrenoj seriji se javlja veći broj prelaza jednogodišnjeg trajanja (tačnije 5, odnosno 5.6% od ukupnog broja godina), što je uticalo na ukupan procenat osmotrenih prelaza od 13.3%. Međutim, kada se pogledaju koraci od 10 ili više godina, onda je broj takvih prelaza 4 (odnosno 4.4%). Broj prelaza dužine jedne godine u generisanoj seriji je ukupno 11 (ili 1.1%), a broj prelaza dužih od 10 godina je 15 (ili 1.5%), što je manje nego u osmotrenim serijama. Nakon dodatnog preslaganja dobijena je realnija višegodišnja varijacija vremenske serije što se vidi poređenjem sumarnih krivih na slici 10 (gore desno i dole), i parametara u tabeli 1. Broj prelaza je povećan sa 48 na 86 (8.6%), što je još uvek manje od osmotrene serije, ali sudeći na osnovu većeg broja simulacija gde se ovaj procenat kreće oko 10%, može se smatrati dobrim rezultatom. Najveća dužina koraka je smanjena sa 290 na 59 godina, što je duže u odnosu na osmotrenu seriju, ali očekivanje je da će se u seriji od 1000 godina javiti i duži sušni/vodni periodi od osmotrenih. Takođe, maksimalne i minimalne vrednosti sumarne krive su slične i raspon je smanjen sa 255 m³/s na 153 m³/s, što je u odnosu na osmotrenu vrednost skoro dvostruko više, ali dobro odslikava ekstremne uslove u izuzetno vodnim/sušnim periodima koji su korisni za određivanje scenarija upravljanja akumulacijama. Broj jednogodišnjih prelaza je 21 (ili 2.1%), što je procentualno dosta manje od osmotrene serije, ali je veće nego pre preslaganja. Takođe, broj prelaza dužih od 10 godina je 29 (ili 2.9%) što je veće nego pre preslaganja, ali je i dalje manje nego u osmotrenoj seriji.

Potrebno je napomenuti da je prilikom dodatnog preslaganja osnovni kriterijum bio da se uz minimalni broj preslaganja, kojim se praktično ne bi narušio dobijeni rezultat koeficijentata korelacije na počecima i krajevima godina i koeficijenti autokorelacije srednjih godišnjih vrednosti, dobije što realniji višegodišnji raspored godišnjih protoka razmatrajući kumulativnu sumarnu liniju odstupanja od srednje vrednosti. Složenija

analiza, koja bi uzimala u obzir sve parametre koji se razmatraju pri analizi hidroloških serija pomoću koraka, zahtevala bi još složeniji algoritam, koji bi mogao da znatno poremeti već dobijene rezultate, što nikako nije cilj ovog dodatnog preslaganja. Ovo ostavlja dovoljno prostora za dalje razmatranje i unapređenje algoritma za reprodukciju dugogodišnjeg ponašanja hidroloških serija. Kao što se može videti iz priloženih rezultata, ozbiljna prepreka ovoj analizi može predstavljati kratak niz osmotrenih podataka prilikom određivanja dužine koraka.

5 ZAKLJUČAK

U ovom radu je prikazan postupak generisanja hidrometeoroloških vremenskih serija, koji se bazira na neparametarskim metodama za opisivanje raspodela podataka i njihove korelacione strukture. Prikazana metodologija za generisanje teži ka univerzalnom hidrološkom modelu, reprodukujući osnovne statistike osmotrenih veličina i njihovu prostornu i vremensku zavisnost. Ovom metodologijom je moguće dobiti iste rezultate nezavisno od vremenskog koraka (dnevni, nedeljni, mesečni ili sezonski), zadržavajući sve osobine procesa sadržane u osmotrenim podacima. Pored toga, metodologija se može smatrati opštom jer ne zavisi od vrste podataka (ne moraju se posebno ocenjivati parametri za svaku stanicu, za druge hidrološke veličine, ili za različiti korak diskretizacije). Ovde svakako treba spomenuti i vernu reprodukciju korelacione i autokorelacione strukture osmotrenih veličina praktično do bilo kog reda. Takođe, vodi se računa i o prelazu iz jedne godine u drugu podešavanjem korelacije na kraju i na početku godine, čime se u potpunosti reprodukuje i autokorelaciona funkcija za razmatranu vremensku diskretizaciju, ali i dugoročne karakteristike vremenske serije. Dugački nizovi generisani ovom metodologijom stoga mogu dobro poslužiti u razmatranjima planiranja i upravljanja akumulacijama sa višegodišnjim izravnanjem.

Karakteristike stohastičkog modela za istovremeno generisanje višedimenzionalnih hidroloških vremenskih serija za proizvoljne vremenske korake od dnevnog do mesečnog ogledaju se u sledećem:

- Koristi neparametarske raspodele zajedno sa algoritmom ekstrapolacije za generisanje podataka i algoritme neparametarskog preuređivanja za postizanje ciljane korelacione strukture.
- Heuristički algoritam ekstrapolacije pruža robusno rešenje za ekstrapolaciju krajeva raspodele i omogućava potpuno automatizovano izvršavanje algoritma.
- Metodologija osigurava da se empirijska statistička svojstva procesa očuvaju u zadovoljavajućem stepenu na vremenskoj skali simulacije, kao i na višim

vremenskim skalama (npr. agregacijom sa nedeljne na mesečnu ili godišnju skalu).

- Metoda reprodukuje autokorelaciju pri prelasku iz jedne godine u drugu.
- Mogu se generisati kontinualne i prekidne hidrološke vremenske serije.
- Proces generisanja je zasnovan na logaritamski transformisanim podacima kako bi se smanjio efekat izuzetaka i izbegle negativne generisane vrednosti.
- Postupak je potpuno automatizovan sa skupom unapred zadatih kriterijuma.
- Model ima sposobnost za rad sa različitim veličinama (*multi-variate*), pre svega sa protocima i padavinama, uz zadržavanje već opisanih karakteristika modela za rad sa više mernih mesta (*multi-site*) i sa različitim vremenskim diskretizacijama (*multi-temporal*).
- Uz dodatan minimalni broj preslaganja, kojim se praktično ne narušava dobijeni rezultat koeficijenata korelacije na počecima i krajevima godina i koeficijenti autokorelacije srednjih godišnjih vrednosti, simulira se i višegodišnja varijacija godišnjih protoka razmatrajući kumulativnu sumarnu liniju odstupanja od srednje vrednosti.

Rezultati izvedeni iz dva nezavisna skupa podataka (iz Srbije i Kanade) pokazuju da model može na zadovoljavajući način reprodukovati raspodele verovatnoće više različitih veličina osmotrenih nizova i njihovu korelacionu strukturu. Pored toga, pokazano je da se dodatnim permutacijama delova dobijenih vremenskih serija mogu podesiti i željene dugoročne (višegodišnje) karakteristike vremenskih serija uočene u osmotrenim nizovima.

Sve navedene karakteristike čine da razvijeni model ima visok potencijal za primenu u različitim vrstama hidrotehničkih i vodoprivrednih analiza u kojima je potrebno analizirati ponašanje složenih sistema kao što su višenamenski sistemi sa velikim brojem akumulacija koji, u uslovima povećavanja vrednosti vode kao resursa, zahtevaju pažljivo vremenski i ekonomski optimizovanu isporuku vode korisnicima.

6 LITERATURA

Aksoy, H., 2001. Storage Capacity for River Reservoir by Wavelet-Based Generation of Sequent-Peak Algorithm. *Water Resources Management*, 15(6), p. 423–437.

- Bayazit, M. & Aksoy, H., 2001. Using wavelets for data generation. *Journal of Applied Statistics*, 28(2), pp. 157-166.
- Box, G. & Jenkins, G., 1970. *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. San Francisco, California: Holden-Day, Inc.
- Đorđević, B., Dašić, T., & Plavšić, J., 2020. Uticaj klimatskih promena na vodoprivredu Srbije i mere koje treba preduzimati u cilju zaštite od negativnih uticaja. *Vodoprivreda*, 52(1-3), 39-68.
- Gabriel, K. & Neumann, J., 1962. A Markov chain model for daily rainfall occurrence at Tel Aviv. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 88(375), p. 90-95.
- Hazen A. 1914 Storage to be provided in impounding reservoirs for municipal water supply, *Transactions of the American Association of Civil Engineers*, 77, 1539-1669.
- Hipel, K. & McLeod, A., 1994. *Time Series Modelling of Water Resources and Environmental Systems*. Amsterdam: Elsevier.
- Hurst, H. E., 1951. Long term storage capacities of reservoirs, *Trans. ASCE*, 116, 776-808.
- Ilich, N. & Despotovic, J., 2008. A simple method for effective multi-site generation of stochastic hydrologic time series. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 22(2), pp. 265-279.
- Ilich, N., 2014. An Effective Three-Step Algorithm for Multi-Site Generation of Stochastic Weekly Hydrologic Time Series. *Hydrological Sciences Journal*, 59(1), pp. 85-98.
- Iman R. & Conover W. 1982 A distribution-free approach to inducing rank correlation among input variables. *Communications in Statistics - Simulation and Computation*, 11(3), 311-334.
- Kelman, J., 1977. *Stochastic Modeling of Hydrologic, Intermittent Daily Processes*. Hydrology Papers ur. Fort Collins, Colorado: Colorado State University.
- Kelman, J., 1977. *Stochastic Modeling of Hydrologic, Intermittent Daily Processes*. Hydrology Papers ur. Fort Collins, Colorado: Colorado State University.
- Kossieris, P., Tsoukalas, I., Makropoulos, C. & Savic, D. 2019 Simulating Marginal and Dependence Behaviour of Water Demand Processes at Any Fine Time Scale. *Water*, 11(5), 885. <https://doi.org/10.3390/w11050885>
- Lall, U. & Sharma, A., 1996. A nearest neighbour bootstrap for resampling hydrologic time series. *Water Resources Research*, 32(3), p. 679-693.
- Lawrance, A. & Kottegoda, N., 1977. Stochastic Modelling of Riverflow Time Series. *Journal of the Royal Statistical Society. Series A: Statistics in Society*, 140(1), pp. 1-47.
- Mandelbrot, B. & Wallis, J., 1968. Noah, Joseph and Operational Hydrology. *Water Resources Research*, 4(5), pp. 909-918.

- Marković Đ., Ilic S., Pavlović D., Plavšić J. & Ilich N.. 2019 Multivariate and multi-scale generator based on non-parametric stochastic algorithms. *Journal of Hydroinformatics*, 21(6), 1102-1117.
- Marković Đ., Plavšić J., Ilich N. & Ilic S. 2015 Non-parametric Stochastic Generation of Streamflow Series at Multiple Locations. *Water Resources Management*, 29(13), 4787-4801.
- Matalas, N. & Wallis, J., 1971. Statistical Properties of Multivariate Fractional Noise Processes. *Water Resources Research*, 7(6), p. 1460–1468.
- Matalas, N., 1967. Mathematical assessment of synthetic hydrology. *Water Resources*, 3(4), pp. 937-945.
- Nowak, K., Prairie, J., Rajagopalan, B. & Lall, U., 2010. A Non-parametric Stochastic Approach for Multisite Disaggregation of Annual to Daily Streamflow. *Water Resources Research*, 46(8).
- Pegram, G. & James, W., 1972. Multilag multivariate autoregressive model for the generation of operational hydrology. *Water Resources Research*, 8(4), p. 1074–1076.
- Prairie, J., Rajagopalan, B., Fulp, T. & Zagona, E., 2006. Modified K-NN Model for Stochastic Streamflow Simulation. *Journal of Hydrologic Engineering*, 11(4), p. 371–378.
- Rajagopalan, B. & Lall, U., 1999. A k-nearest-neighbour simulator for daily precipitation and other weather variables. *Water Resources Research*, 35(10), p. 3089–3101.
- Salas, J. & Pielke, R., 2003. Chapter 32: Stochastic simulation of precipitation and streamflow processes. U: T. Potter & C. Bradley, *Handbook of Weather, Climate, and Water: Atmospheric Chemistry, Hydrology, and Societal Impacts*. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., pp. 607-640.
- Salas, J., Delleur, J., Yevjevich, V. & Lane, W., 1980. *Applied Modeling of Hydrologic Time Series*. Littleton, Colorado: Water Resources Publications.
- Sharif M. & Burn D. 2006 Simulating climate change scenarios using an improved K-nearest neighbor model. *Journal of Hydrology*, 325, 179-196.
- Sharif M. & Burn D. 2007 Improved K-Nearest Neighbor Weather Generating Model. *Journal of Hydrologic Engineering*, 12(1), 42-51.
- Srinivas V. & Srinivasan K. 2005 Hybrid moving block bootstrap for stochastic simulation of multi-site multi-season streamflows. *Journal of Hydrology*, 302, 307-330.
- Srivastav R. & Simonovic S. 2014 An analytical procedure for multi-site, multi-season streamflow generation using maximum entropy bootstrapping. *Environmental Modelling & Software*, 59, 59–75.
- Srivastav R. & Simonovic S. 2015 Multi-site, multivariate weather generator using maximum entropy bootstrap. *Climate Dynamics*, 44(11–12), 3431–3448

- Thomas H.A. Jr. & Fiering M.B. 1962 Mathematical synthesis of streamflow sequences for the analyses of river basins by simulation. In: The design of water resources systems. Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts, 459-493.
- Tsoukalas, I., Efstratiadis, A. & Makropoulos, C. 2018a Stochastic Periodic Autoregressive to Anything (SPARTA): Modeling and simulation of cyclostationary processes with arbitrary marginal distributions. *Water Resources Research*, 54(1), 161–185. <https://doi.org/10.1002/2017WR021394>
- Tsoukalas, I., Makropoulos, C. & Koutsoyiannis, D. 2018b Simulation of Stochastic Processes Exhibiting Any-Range Dependence and Arbitrary Marginal Distributions. *Water Resources Research*, 54(11), 9484-9513.
- Yakowitz, S., 1973. A stochastic model for daily river flows in an arid region. *Water Resources Research*, 9(5), p. 1271–1285.
- Yevjevich, V., 1963. Fluctuation of wet and dry years, Research data assembly and mathematical models. Hydrology Papers ur. Fort Collins, Colorado: Colorado State University.
- Yevjevich, V., 1972. Stochastic processes in hydrology. Water Resources Publications, Fort Collins, Colorado, U.S.A.
- Yevjevich, V., 1984. Structure of daily hydrologic series. Water Resources Publications, Littleton, Colorado.