

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ

ГРАЂЕВИНСКИ ФАКУЛТЕТ

Милена Б. Коларевић

**БУРНО ТЕЧЕЊЕ У КРИВИНАМА  
ЕВАКУАЦИОНИХ ОБЈЕКТА**

докторска дисертација

Београд, 2015.

UNIVERSITY OF BELGRADE  
FACULTY OF CIVIL ENGINEERING

Milena B. Kolarević

**SUPERCritical FLOW IN  
SPILLWAY CONDUIT BENDS**

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2015.

---

Ментор: Проф. др Љубодраг Савић,  
Универзитет у Београду - Грађевински факултет

Чланови комисије: Проф. др Радомир Капор,  
Универзитет у Београду - Грађевински факултет

Проф. др Никола Младеновић,  
Универзитет у Београду - Машински факултет

Проф. др Владан Кузмановић,  
Универзитет у Београду - Грађевински факултет

Проф. др Ненад Јаћимовић,  
Универзитет у Београду - Грађевински факултет

Датум одбране:

---

## ЗАХВАЛНОСТ

Захвалност за израду ове докторске дисертације дугујем ментору Проф. др Љубодрагу Савићу, као и осталим члановима комисије Проф. др Радомиру Капору, Проф. др Николи Младеновићу, Проф. др Владану Кузмановићу и Проф. др Ненаду Јаћимовићу, јер су својим корисним и сврсисходним саветима усмерили истраживање и умногоме допринели побољшању квалитета дисертације.

Захваљујем се и својој породици на помоћи и подршци коју су ми пружили.



---

## БУРНО ТЕЧЕЊЕ У КРИВИНАМА ЕВАКУАЦИОНИХ ОБЈЕКТА

Резиме: У оквиру докторске дисертације је анализирано течење у проводнику кружног попречног пресека које настаје услед присуства хоризонталне кривине при бурном току. На физичком моделу је испитан утицај геометријских карактеристика кривине (закривљеност и скретни угао) и услова течења у узводној непо ремећеној зони (релативна дубина и Фрудов број) на настанак хеликоидног течења и загушења тока. На основу анализе резултата моделских испитивања, изведене су емпиријске једначине којима се у зависности од поменутих величина датим у бездимензионалном облику, описују зоне настанка одређеног типа течења. Провера предложених емпиријских израза за шири спектар услова течења и карактеристика кривине је урађена применом нумеричког модела, формираног у оквиру програмског пакета Fluent. На њему су анализирани случајеви који због ограничености капацитета лабораторијске инсталације нису могли да се испитају на физичком моделу. Резултати испитивања на физичком моделу су коришћени и за одређивање губитка енергије који настаје у проводнику при хеликоидном течењу. Дефинисани су општи изрази којима се у зависности од карактеристика кривине одређује овај коефицијент губитка.

Кључне речи: буран ток, хоризонтална кривина, затворени проводник, хеликоидно течење, загушење тока, енергетски губитак у кривини, физички модел, нумерички модел

Научна област: Грађевинарство

Ужа научна област: Хидротехничке грађевине и објекти

УДК број: 624:626/627(043.3)

---

## SUPERCRITICAL FLOW IN SPILLWAY CONDUIT BENDS

**Abstract:** A complex flow pattern occurring in a circular conduit bend with supercritical flow has been studied. The influence of geometry (bend curvature and deflection angle) and approach flow conditions (relative flow depth and Froude number) on the inception of helical and choking flow are analyzed on the scale model. A series of experiments provided data for developing empirical relationships describing the effects of aforementioned variables given in nondimensional form on the inception of a certain type of flow. Empirical relationships are checked by the numerical model for a wider range of approach flow conditions and bend curvatures. Numerical model is prepared using software package Fluent, and it was used to simulate conditions that could not be examined on scale model due to the limited capacity of the laboratory installation. Based on the scale model experiments, the energy loss for helical flow are also determined. Empirical relationships for the energy bend loss coefficient depending on the bend curvature and deflection angle were proposed.

**Key words:** choking flow; closed conduit; energy bend loss; helical flow; horizontal bend; hydraulic model; supercritical flow

**Scientific field:** Civil engineering

**Specific scientific field:** Hydraulic structure and facilities

**UDK number:** 624:626/627(043.3)

---

## САДРЖАЈ

1	УВОД.....	1
2	ОПИС ПОЈАВЕ.....	3
3	ДИМЕНЗИОНАЛНА АНАЛИЗА.....	6
4	АНАЛИЗА ПРЕТХОДНИХ ИСТРАЖИВАЊА.....	10
4.1	Досадашња истраживања бурног течења при промени правца чврсте границе.....	10
4.2	Бурно течење у кривини колектора за кишну канализацију.....	12
4.3	Бурно течење у кривини затвореног проводника.....	15
4.4	Увлачење ваздуха у ток.....	16
5	ХИДРАУЛИЧКА МОДЕЛСКА ИСПИТИВАЊА.....	18
5.1	Концепт функционисања инсталације.....	18
5.2	Опис експерименталне инсталације.....	19
5.3	Мерења на моделу.....	21
5.3.1	<i>Мерење протока.....</i>	<i>21</i>
5.3.2	<i>Мерење отвора уставе.....</i>	<i>23</i>
5.3.3	<i>Мерење дубине воде у резервоару.....</i>	<i>24</i>
5.3.4	<i>Мерење дубине тока у проводнику.....</i>	<i>24</i>
5.3.5	<i>Мерење брзина.....</i>	<i>25</i>
5.4	Обим моделских испитивања.....	27
6	УВЛАЧЕЊЕ ВАЗДУХА У ТОК.....	30
6.1	Прорачун количине увученог ваздуха у ток на основу података из литературе.....	32
6.2	Одређивање дубине и брзине воде узводно од кривине.....	32
6.3	Поређење мерених и рачунски одређених вредности брзина и концентрација.....	37
6.4	Коментари о примени израза за увлачење ваздуха у ток из литературе (Falvey, 1980) на испитани физички модел.....	38

---

7	АНАЛИЗА РЕЗУЛТАТА МОДЕЛСКИХ ИСПИТИВАЊА .....	40
7.1	Класификација течења на моделу.....	40
7.2	Одређивање граница настанка хеликоидног течења и загушења проводника .....	43
7.3	Испитивање граница настанка хеликоидног течења и загушења тока.....	45
7.3.1	<i>Кривина са закривљеношћу <math>D/R = 1/2</math> и скретним углом од <math>15^\circ</math> .....</i>	45
7.3.2	<i>Кривина са закривљеношћу <math>D/R = 1/2</math> и скретним углом од <math>30^\circ</math> .....</i>	47
7.3.3	<i>Кривина са закривљеношћу <math>D/R = 1/2</math> и скретним углом од <math>45^\circ</math> .....</i>	47
7.3.4	<i>Кривина са закривљеношћу <math>D/R = 1/2</math> и скретним углом од <math>60^\circ</math> .....</i>	48
7.3.5	<i>Кривина са закривљеношћу <math>D/R = 1/3</math> и скретним углом од <math>15^\circ</math> .....</i>	49
7.3.6	<i>Кривина са закривљеношћу <math>D/R = 1/3</math> и скретним углом од <math>30^\circ</math> .....</i>	50
7.3.7	<i>Кривина са закривљеношћу <math>D/R = 1/3</math> и скретним углом од <math>45^\circ</math> .....</i>	51
7.3.8	<i>Кривина са закривљеношћу <math>D/R = 1/3</math> и скретним углом од <math>60^\circ</math> .....</i>	53
7.3.9	<i>Кривина са закривљеношћу <math>D/R = 1/3</math> и скретним углом од <math>75^\circ</math> .....</i>	54
7.3.10	<i>Кривина са закривљеношћу <math>D/R = 1/3</math> и скретним углом од <math>90^\circ</math> .....</i>	55
7.3.11	<i>Кривина са закривљеношћу <math>D/R = 1/4</math> и скретним углом од <math>15^\circ</math> .....</i>	56
7.3.12	<i>Кривина са закривљеношћу <math>D/R = 1/4</math> и скретним углом од <math>30^\circ</math> .....</i>	56
7.3.13	<i>Кривина са закривљеношћу <math>D/R = 1/4</math> и скретним углом од <math>45^\circ</math> .....</i>	57
7.3.14	<i>Кривина са закривљеношћу <math>D/R = 1/4</math> и скретним углом од <math>60^\circ</math> .....</i>	58
7.4	Утицај скретног угла на карактеристике течења у проводнику .....	58
7.4.1	<i>Утицај скретног угла на настанак хеликоидног течења.....</i>	59
7.4.2	<i>Утицај скретног угла на настанак загушења тока.....</i>	64
7.5	Утицај закривљености на карактеристике течења .....	66
7.5.1	<i>Утицај закривљености на настанак хеликоидног течења .....</i>	66
7.5.2	<i>Утицај закривљености на настанак загушења тока.....</i>	70
7.6	Коментари о применљивости предложених емпиријских израза за настанак хеликоидног течења и загушења тока у пракси .....	72
8	ЕНЕРГЕТСКИ ГУБИЦИ У КРИВИНИ .....	74

---

---

8.1	Одређивање губитка енергије у кривини при хеликоидном течењу.....	74
8.2	Поређење резултата са изразима за течење под притиском.....	79
9	НУМЕРИЧКИ МОДЕЛ.....	82
9.1	Основне једначине и њихово решавање.....	82
9.2	Карактеристике нумеричког модела.....	86
9.3	Поређење резултата физичког и нумеричког модела .....	99
9.4	Утицај скретног угла на карактеристике течења у проводнику .....	114
9.5	Утицај закривљености на карактеристике течења у проводнику .....	115
9.6	Утицај пречника проводника на течење у њему.....	117
9.7	Провера израза за настанак хеликоидног течења и загушења тока за случај већих Фрудових бројева.....	128
9.8	Провера израза за настанак хеликоидног течења и загушења тока за случај кривине са мањом закривљеношћу .....	131
10	ЗАКЉУЧНА РАЗМАТРАЊА И ПРЕПОРУКЕ.....	135
	<b>ЛИТЕРАТУРА</b> .....	137
	<b>Додатак А</b> - Мерење брзина тока узводно од кривине и анализа резултата .....	141
	<b>Додатак Б</b> – Поређење мерених и рачунски одређених вредности брзина и концентрација са фотографијама са модела .....	144
	<b>Додатак В</b> – Границе настанка хеликоидног течења и загушења тока у функцији Фрудовог броја дефинисаног у литератури (Gisonni & Hager, 2000).....	153
	<b>БИОГРАФИЈА АУТОРА</b> .....	163
	Изјава о ауторству	
	Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада	
	Изјава о коришћењу	

---

---

## СПИСАК СЛИКА

Слика 2.1 - Простирање позитивног и негативног таласа дуж проводника .....	3
Слика 2.2 - Тунелски прелив .....	5
Слика 4.1 - Коси стојећи талас изазван нагом променом правца зида .....	10
Слика 4.2 - Линије поремећаја настале услед конкавних и конвексних кривина (Raus, 1969) .....	11
Слика 4.3 - Бурно течење у зони кривине (Hager & Gissoni, 2005) .....	13
Слика 4.4 - Струјна слика низводно од кривине (Gissoni & Hager, 2000) .....	16
Слика 5.1 - Схематски приказ инсталације за моделска испитивања .....	18
Слика 5.2 - Подужни пресек кроз експерименталну инсталацију .....	20
Слика 5.3 - Фотографије експерименталне инсталације .....	21
Слика 5.4 - Мерење нивоа воде у резервоару са Томсоновим преливима .....	22
Слика 5.5 - Табласта устава на улазу у проводник .....	23
Слика 5.6 - Мерни лењир и пијезометарска цев за мерење дубине воде у резервоару .....	24
Слика 5.7 - Мерење дубине тока у проводнику .....	25
Слика 5.8 - Мерење брзине помоћу конфета .....	26
Слика 5.9 - Распоред брзина у попречном правцу (површина тока) .....	26
Слика 5.10 - Стојећи таласи узводно од кривине истог реда величине као и основни ток и стојећи таласи на низводној деоници проузроковани кривином .....	28
Слика 5.11 - Поремећаји (стојећи таласи) узводно од кривине .....	28
Слика 6.1 – Интензивно увлачење ваздуха у ток при окретању млаза .....	30
Слика 6.2 - Увлачење ваздуха у ток узводно од кривине .....	31
Слика 6.3 - Схематски приказ попречног пресека проводника и величина коришћених у прорачуну .....	32
Слика 6.4 - Мехурићи ваздуха на воденој површини који се јасно издвајају при мањим брзинама тока .....	35

---

Слика 6.5 - Присуство ваздуха у току при већим брзинама течења .....	35
Слика 6.6 – Мерење дубине мешавине у случају шире површинске зоне са доминантним учешћем ваздуха .....	36
Слика 7.1 - Карактеристичне струјне слике при бурном течењу у кривини проводника кружног попречног пресека .....	41
Слика 7.2 - Течење без окретања млаза са загушењем .....	42
Слика 7.3 - Конвексна страна кривине при течењу без окретања млаза са загушењем.....	42
Слика 7.4 - Зависности типа течења од релативне дубине и Фрудовог броја узводно од кривине ( $D/R = 1/2, \alpha = 15^\circ$ ) и поређење са предложеним кривама .....	46
Слика 7.5 - Зависности типа течења од релативне дубине и Фрудовог броја узводно од кривине ( $D/R = 1/2, \alpha = 30^\circ$ ) и поређење са предложеним кривама .....	47
Слика 7.6 - Зависности типа течења од релативне дубине и Фрудовог броја узводно од кривине ( $D/R = 1/2, \alpha = 45^\circ$ ) и поређење са предложеним кривама .....	48
Слика 7.7 - Зависности типа течења од релативне дубине и Фрудовог броја узводно од кривине ( $D/R = 1/2, \alpha = 60^\circ$ ) и поређење са предложеним кривама .....	49
Слика 7.8 - Зависности типа течења од релативне дубине и Фрудовог броја узводно од кривине ( $D/R = 1/3, \alpha = 15^\circ$ ) и поређење са предложеним кривама .....	49
Слика 7.9 - Зависности типа течења од релативне дубине и Фрудовог броја узводно од кривине ( $D/R = 1/3, \alpha = 30^\circ$ ) и поређење са предложеним кривама .....	50
Слика 7.10 - Зависности типа течења од релативне дубине и Фрудовог броја узводно од кривине ( $D/R = 1/3, \alpha = 45^\circ$ ) и поређење са кривом из литературе (Gisonni & Hager, 2000) .....	51
Слика 7.11 - Зависности типа течења од релативне дубине и Фрудовог броја узводно од кривине ( $D/R = 1/3, \alpha = 45^\circ$ ) и поређење са предложеним кривама .....	52
Слика 7.12 - Зависности типа течења од релативне дубине и Фрудовог броја узводно од кривине ( $D/R = 1/3, \alpha = 60^\circ$ ) и поређење са предложеним кривама .....	53

---

---

Слика 7.13 - Зависности типа течења од релативне дубине и Фрудовога броја узводно од кривине ( $D/R = 1/3, \alpha = 75^\circ$ ) и поређење са предложеним кривама .....	54
Слика 7.14 - Зависности типа течења од релативне дубине и Фрудовога броја узводно од кривине ( $D/R = 1/3, \alpha = 90^\circ$ ) и поређење са предложеним кривама .....	55
Слика 7.15 - Зависности типа течења од релативне дубине и Фрудовога броја узводно од кривине ( $D/R = 1/4, \alpha = 15^\circ$ ) и поређење са предложеним кривама .....	56
Слика 7.16 - Зависности типа течења од релативне дубине и Фрудовога броја узводно од кривине ( $D/R = 1/4, \alpha = 30^\circ$ ) и поређење са предложеним кривама .....	57
Слика 7.17 - Зависности типа течења од релативне дубине и Фрудовога броја узводно од кривине ( $D/R = 1/4, \alpha = 45^\circ$ ) и поређење са предложеним кривама .....	57
Слика 7.18 - Зависности типа течења од релативне дубине и Фрудовога броја узводно од кривине ( $D/R = 1/4, \alpha = 60^\circ$ ) и поређење са предложеним кривама .....	58
Слика 7.19 - Границе настанка хеликоидног течења за закривљеност $D/R = 1/2$ и различите скретне углове кривине .....	59
Слика 7.20 - Границе настанка хеликоидног течења за закривљеност $D/R = 1/3$ и различите скретне углове кривине .....	60
Слика 7.21 - Поређење карактеристика тока при истим условима течења узводно од кривине, а различитим скретном угловима ( $15^\circ$ и $30^\circ$ ).....	61
Слика 7.22 - Границе настанка хеликоидног течења за закривљеност $D/R = 1/4$ и различите скретне углове кривине .....	62
Слика 7.23 - Границе настанка загушења тока за закривљеност $D/R = 1/2$ и различите скретне углове кривине .....	64
Слика 7.24 - Границе настанка загушења тока за закривљеност $D/R = 1/3$ и различите скретне углове кривине .....	65
Слика 7.25 - Границе настанка загушења тока за закривљеност $D/R = 1/4$ и различите скретне углове кривине .....	65
Слика 7.26 - Границе настанка хеликоидног течења за скретни угао кривине од $15^\circ$ и различите закривљености .....	67

---



---

Слика 7.27 - Границе настанка хеликоидног течења за скретни угао кривине од $30^\circ$ и различите закривљености .....	67
Слика 7.28 - Границе настанка хеликоидног течења за скретни угао кривине већи од $45^\circ$ и различите закривљености .....	68
Слика 7.29 - Облик путање млаза на конкавној страни кривине при истим условима течења узводно од кривине, а за различите закривљености.....	69
Слика 7.30 - Границе настанка загушења тока за скретни угао кривине од $15^\circ$ и различите закривљености .....	70
Слика 7.31 - Границе настанка загушења тока за скретни угао кривине од $30^\circ$ и различите закривљености .....	71
Слика 7.32 - Границе настанка загушења тока за скретни угао кривине од $45^\circ$ и различите закривљености .....	71
Слика 7.33 - Границе настанка загушења тока за скретни угао кривине од $60^\circ$ и различите закривљености .....	72
Слика 8.1 – Одступање нивоа воде од хоризонталног на деоници низводно од кривине (поглед са низводног краја проводника).....	75
Слика 8.2 – Интензивно увлачење ваздуха у ток при окретању млаза .....	75
Слика 8.3 – Хеликоидно течење низводно од кривине.....	76
Слика 8.4 – Окретање млаза по обиму цеви под малим нагибом у односу на правац проводника за скретни угао од $15^\circ$ .....	78
Слика 8.5 – Средња вредност коефицијента губитка у кривини и предложене емпиријске зависности .....	79
Слика 8.6 – Вредности коефицијента губитка у кривини при бурном течењу према предложеној зависности (8.7), у поређењу са изразом из литературе (US Army Corps of Engineers, 1977) за течење под притиском .....	80
Слика 8.7– Вредности коефицијента губитка у кривини при бурном течењу, према предложеној зависности (8.7) у поређењу са изразом Идељчика за течење под притиском (8.11).....	81
Слика 9.1 - Оријентација координатног система на нумеричком моделу - пример кривине са скретним углом од $\alpha = 45^\circ$ и закривљеношћу $D/R = 1/3$ .....	85

---

---

Слика 9.2 – Концентрације ваздуха у мешавини у попречним пресецима проводника непосредно узводно од кривине за моделе са различитом густином рачунске мреже .....	88
Слика 9.3 – Концентрације ваздуха у мешавини за моделе са различитом густином рачунске мреже (прорачунске ћелије на калоти проводника – поглед одозго).....	89
Слика 9.4 - Хеликоидно течење на моделу $D/R = 1/3$ и $\alpha = 60^\circ$ (Опит бр. 6) .....	90
Слика 9.5 - Концентрације ваздуха у мешавини у попречним пресецима проводника непосредно узводно од кривине за моделе са различитом храпавошћу проводника .....	91
Слика 9.6 - Концентрације ваздуха у мешавини за моделе са различитом храпавошћу проводника (поглед одозго на проводник) .....	92
Слика 9.7 - Течење без окретања млаза на моделу $D/R = 1/2$ и $\alpha = 30^\circ$ (Опит бр. 2) .....	93
Слика 9.8 – Концентрације ваздуха у мешавини добијене применом различитих метода прорачуна запреминских удела воде и ваздуха (поглед одозго на проводник и попречни пресек непосредно узводно од кривине) .....	95
Слика 9.9 – Прелазно течење на моделу $D/R = 1/3$ и $\alpha = 45^\circ$ (Опит бр. 7).....	96
Слика 9.10 - Концентрације ваздуха у мешавини за моделе са различитим протоком ваздуха изнад водене површине (поглед одозго на проводник).....	98
Слика 9.11 - Течење без окретања млаза на моделу $D/R = 1/2$ и $\alpha = 30^\circ$ (Опит бр. 6) .....	100
Слика 9.12 - Прелазно течење на моделу $D/R = 1/2$ и $\alpha = 30^\circ$ (Опит бр. 1) .....	103
Слика 9.13 - Хеликоидно течење на моделу $D/R = 1/2$ и $\alpha = 30^\circ$ (Опит бр. 3) .....	107
Слика 9.14 - Течење са загушењем на моделу $D/R = 1/2$ и $\alpha = 30^\circ$ (Опит бр. 4) .....	110

---

---

Слика 9.15 - Поређење карактеристичних величина одређених применом нумеричког модела и мерењима на физичком моделу: а) дубине, б) дужине, в) углови .....	113
Слика 9.16 – Концентрације ваздуха у мешавини за моделе са различитим скретним углом кривине (поглед одозго на проводник) .....	114
Слика 9.17 – Концентрације ваздуха у мешавини за моделе са различитом закривљеношћу (поглед одозго на проводник).....	116
Слика 9.18 – Концентрације ваздуха у мешавини у попречним пресецима проводника непосредно узводно од кривине за моделе са различитим пречницима проводника, течење без окретања млаза: (а) у истој размери за сва три модела, (б) сведено на исту вредност пречника .....	119
Слика 9.19 - Концентрације ваздуха у мешавини за моделе са различитим пречницима проводника (поглед одозго), течење без окретања млаза .....	120
Слика 9.20 - Концентрације ваздуха у мешавини у попречним пресецима проводника непосредно узводно од кривине за моделе са различитим пречницима проводника, прелазно течење: (а) у истој размери за сва три модела, (б) сведено на исту вредност пречника .....	122
Слика 9.21 - Концентрације ваздуха у мешавини за моделе са различитим пречницима проводника (поглед одозго), прелазно течење .....	123
Слика 9.22 - Концентрације ваздуха у мешавини у попречним пресецима проводника непосредно узводно од кривине за моделе са различитим пречницима проводника, хеликоидно течење: (а) у истој размери за сва три модела, (б) сведено на исту вредност пречника .....	124
Слика 9.23 - Концентрације ваздуха у мешавини за моделе са различитим пречницима проводника (поглед одозго) - хеликоидно течење .....	125
Слика 9.24 - Концентрације ваздуха у мешавини у попречним пресецима проводника непосредно узводно од кривине за моделе са различитим пречницима	

---

проводника - загушење тока: (а) у истој размери за сва три модела, (б) сведено на исту вредност пречника.....	126
Слика 9.25 - Концентрације ваздуха у мешавини за моделе са различитим пречницима проводника (поглед одозго) - загушење тока .....	127
Слика 9.26 – Концентрације ваздуха у мешавини у попречним пресецима проводника непосредно узводно од кривине за прорачуне дефинисане у Табели 9.18.....	129
Слика 9.27 – Концентрације ваздуха у мешавини за прорачуне дефинисане у Табели 9.18 (поглед одозго на проводник).....	129
Слика 9.28 - Поређење резултата прорачуна са предложеним границама настанка хеликоидног течења и загушења тока дефинисаним на основу опита на физичком моделу ( $D/R = 1/3$ , $\alpha = 45^\circ$ ).....	130
Слика 9.29 – Концентрације ваздуха у мешавини према нумеричком моделу са закривљеношћу $D/R = 1/10$ и скретним углом од $45^\circ$ (поглед одозго на проводник и попречни пресек непосредно узводно од кривине), за прорачуне дефинисане у Табели 9.13 .....	133
Слика 9.30 - Поређење резултата прорачуна са границама настанка хеликоидног течења и загушења тока одређеним на основу израза (7.1) и (7.4) за закривљеност $D/R = 1/10$ и скретни угао од $45^\circ$ .....	134
Слика А.1 - Прва серија фотографија за опит 24-12-03 .....	145
Слика А.2 - Друга серија фотографија за опит 24-12-03.....	146
Слика А.3 - Трећа серија фотографија за опит 24-12-03 .....	146
Слика В.1 - Однос Фрудових бројева дефинисаних једначинама (в.1) и (в.2) за кружни попречни пресек у зависности од релативне дубине воде .....	158
Слика В.2 - Зависности типа течења од релативне дубине воде и Фрудовог броја дефинисаног изразом (в.1) за диспозицију проводника ( $D/R = 1/2$ , $\alpha = 15^\circ$ ) и поређење са дефинисаним границама .....	159

---

---

Слика В.3 - Зависности типа течења од релативне дубине воде и Фрудовог броја дефинисаног изразом (в.1) за диспозицију проводника ( $D/R = 1/2$ , $\alpha = 30^\circ$ ) и поређење са дефинисаним границама .....	159
Слика В.4 - Зависности типа течења од релативне дубине воде и Фрудовог броја дефинисаног изразом (в.1) за диспозицију проводника ( $D/R = 1/2$ , $\alpha = 45^\circ$ ) и поређење са дефинисаним границама .....	160
Слика В.5 - Зависности типа течења од релативне дубине воде и Фрудовог броја дефинисаног изразом (в.1) за диспозицију проводника ( $D/R = 1/2$ , $\alpha = 60^\circ$ ) и поређење са дефинисаним границама .....	160
Слика В.6 - Зависности типа течења од релативне дубине воде и Фрудовог броја дефинисаног изразом (в.1) за диспозицију проводника ( $D/R = 1/3$ , $\alpha = 15^\circ$ ) и поређење са дефинисаним границама .....	161
Слика В.7 - Зависности типа течења од релативне дубине воде и Фрудовог броја дефинисаног изразом (в.1) за диспозицију проводника ( $D/R = 1/3$ , $\alpha = 30^\circ$ ) и поређење са дефинисаним границама .....	161
Слика В.8 - Зависности типа течења од релативне дубине воде и Фрудовог броја дефинисаног изразом (в.1) за диспозицију проводника ( $D/R = 1/3$ , $\alpha = 45^\circ$ ) и поређење са дефинисаним границама .....	162
Слика В.9 - Зависности типа течења од релативне дубине воде и Фрудовог броја дефинисаног изразом (в.1) за диспозицију проводника ( $D/R = 1/3$ , $\alpha = 60^\circ$ ) и поређење са дефинисаним границама .....	162
Слика В.10 - Зависности типа течења од релативне дубине воде и Фрудовог броја дефинисаног изразом (в.1) за диспозицију проводника ( $D/R = 1/3$ , $\alpha = 75^\circ$ ) и поређење са дефинисаним границама .....	163

---

Слика В.11 - Зависности типа течења од релативне дубине воде и Фрудовога броја дефинисаног изразом (в.1) за диспозицију проводника ( $D/R = 1/3$ , $\alpha = 90^\circ$ ) и поређење са дефинисаним границама .....	163
Слика В.12 - Зависности типа течења од релативне дубине воде и Фрудовога броја дефинисаног изразом (в.1) за диспозицију проводника ( $D/R = 1/4$ , $\alpha = 15^\circ$ ) и поређење са дефинисаним границама .....	164
Слика В.13 - Зависности типа течења од релативне дубине воде и Фрудовога броја дефинисаног изразом (в.1) за диспозицију проводника ( $D/R = 1/4$ , $\alpha = 30^\circ$ ) и поређење са дефинисаним границама .....	164
Слика В.14 - Зависности типа течења од релативне дубине воде и Фрудовога броја дефинисаног изразом (в.1) за диспозицију проводника ( $D/R = 1/4$ , $\alpha = 45^\circ$ ) и поређење са дефинисаним границама .....	165
Слика В.15 - Зависности типа течења од релативне дубине воде и Фрудовога броја дефинисаног изразом (в.1) за диспозицију проводника ( $D/R = 1/4$ , $\alpha = 60^\circ$ ) и поређење са дефинисаним границама .....	165

---

## СПИСАК ТАБЕЛА

Табела 5.1 – Диспозиције проводника обухваћене моделским испитивањима .....	21
Табела 5.2 - Број извршених опита за сваку испитану диспозицију проводника .....	29
Табела 8.1– Број разматраних опита за одређивање губитка енергије код којих се остварило хеликоидно течење без загушења .....	76
Табела 8.2 – Средња вредност коефицијента губитка на кривини .....	77
Табела 8.3 – Стандардна девијација коефицијента губитка на кривини .....	78
Табела 9.1 - Подаци о броју и величини прорачунских ћелија .....	88
Табела 9.2 – Поређење карактеристичних величина са нумеричког и физичког модела (хеликоидно течење).....	90
Табела 9.3 - Поређење карактеристичних величина са нумеричког и физичког модела (течење без окретања млаза).....	93
Табела 9.4 - Поређење карактеристичних величина са нумеричког и физичког модел (прелазно течење).....	96
Табела 9.5 - Карактеристичне величине мерене на физичком моделу (течење без окретања млаза).....	100
Табела 9.6 - Карактеристичне величине добијене применом нумеричког модела (течење без окретања млаза).....	101
Табела 9.7 - Приказ резултата прорачуна нумеричког модела течења без окретања млаза и поређење са Опитом бр. 6 на физичком моделу.....	101
Табела 9.8 - Карактеристичне величине мерене на физичком моделу (прелазно течење).....	103
Табела 9.9 - Карактеристичне величине добијене применом нумеричког модела (прелазно течење).....	104
Табела 9.10 - Приказ резултата прорачуна нумеричког модела прелазног течења и поређење са Опитом бр. 1 на физичком моделу.....	104

---

Табела 9.11 - Карактеристичне величине мерене на физичком моделу (хеликоидно течење).....	107
Табела 9.12 - Карактеристичне величине добијене применом нумеричког модела (хеликоидно течење).....	107
Табела 9.13 - Приказ резултата прорачуна нумеричког модела хеликоидног течења и поређење са Опитом бр. 3 на физичком моделу.....	107
Табела 9.14 - Карактеристичне величине мерене на физичком моделу (течење са загушењем тока) .....	110
Табела 9.15 - Карактеристичне величине добијене применом нумеричког модела (течење са загушењем тока) .....	110
Табела 9.16 - Приказ резултата прорачуна нумеричког модела хеликоидног течења са загушењем и поређење са Опитом бр. 4 на физичком моделу .....	110
Табела 9.17 - Подаци о броју и величини прорачунских ћелија за нумеричке моделе са различитим пречником проводника .....	118
Табела 9.18 - Карактеристичне величине за извршене прорачуне ( $45^\circ$ , $D/R = 1/3$ ).....	130
Табела 9.19 - Карактеристичне величине за извршене прорачуне ( $45^\circ$ , $D/R = 1/10$ ).....	133
Табела Б.1 – Опит број 04-09-03 ( $D/R = 1/3$ , $\alpha = 60^\circ$ , Опит. 22).....	148
Табела Б.2 – Опит број 24-12-03 ( $D/R = 1/4$ , $\alpha = 60^\circ$ , Опит. 13).....	149
Табела Б.3 – Опит број 15-10-03 ( $D/R = 1/3$ , $\alpha = 45^\circ$ , Опит 17).....	150
Табела Б.4 – Опит број 30-10-03 ( $D/R = 1/3$ , $\alpha = 90^\circ$ , Опит 15).....	151
Табела Б.5 – Опит број 26-09-04 ( $D/R = 1/3$ , $\alpha = 45^\circ$ , Опит 9).....	152
Табела Б.6 – Опит број 18-10-04 ( $D/R = 1/3$ , $\alpha = 90^\circ$ , Опит 4).....	153
Табела Б.7 – Опит број 26-02-03 ( $D/R = 1/4$ , $\alpha = 30^\circ$ , Опит 11).....	154
Табела Б.8 – Опит број 15-10-02 ( $D/R = 1/3$ , $\alpha = 45^\circ$ , Опит 16).....	155
Табела Б.9 – Опит број 02-10-02 ( $D/R = 1/3$ , $\alpha = 45^\circ$ , Опит 13).....	156

---



---

## СПИСАК КОРИШЋЕНИХ ОЗНАКА

### Грчке ознаке

$\alpha$	скретни угао кривине
$\alpha_{1,max}$	угао од почетка кривине до места појаве првог максимума
$\alpha_{1,max}^{50\%}$	угао од почетка кривине до места на коме млаз са концентрацијом ваздуха у мешавини од 50 % формира први максимум
$\alpha_{1,min}$	угао од почетка кривине до места појаве првог минимума
$\alpha_{kal}$	угао од почетка кривине до места на коме млаз дотиче теме проводника
$\alpha_{kal}^{50\%}$	угао од почетка кривине до места на коме млаз са концентрацијом ваздуха у мешавини од 50 % дотиче теме проводника
$\alpha_q$	учешће $q$ -те фазе у контролној запремини
$\mu_w$	динамичка вискозност воде
$\rho_w$	густина воде
$\rho_q$	густина $q$ -те фазе
$\rho_m$	густина флуида у прорачунској ћелији
$\sigma$	коэффициент сигурности при примени предложених израза за настанак хеликоидног течења и загушења тока
$\sigma_w$	површински напон између воде и ваздуха
$\xi_{kriv}$	коэффициент енергетског губитка у кривини при хеликоидном течењу

---

## Латиничне ознаке

$a, b$	променљиве које се користе за дефинисање коефицијента локалног губитка у кривини кружног проводника при хеликоидном течењу
$A_a$	површина протицајног пресека ваздуха
$A_w$	површина протицајног пресека чисте воде
$\bar{C}$	средња концентрација ваздуха у мешавини
$D$	пречник проводника
$\Delta E_{C-E}$	укупан енергетски губитак између пресека С и Е
$\Delta E_{C-E}^{lin}$	линијски губитак између пресека С и Е
$\Delta E_{kriv}$	енергетски губитак при хеликоидном течењу
$Fr_0$	Фрудов број у англосаксонској литератури
$Fr_0^{SR}$	Фрудов број у европској и домаћој литератури
$Fr_{0,G\&H}$	дефиниција Фрудовог броја у литератури (Gisonni & Hager, 2000)
$g$	гравитационо убрзање
$H_1, H_2$	променљиве које се користе за дефинисање граница настанка хеликоидног течења
$h_{1,max}$	максимална дубина у проводнику (први максимум)
$h_{1,max}^{50\%}$	максимална дубина у проводнику за концентрацију ваздуха у мешавини од 50 %,
$h_{1,min}$	минимална дубина у проводнику (први минимум)
$h_{1,min}^{50\%}$	минимална дубина у проводнику за концентрацију ваздуха у мешавини од 50 %
$h_{2,max}$	друга максимална дубина у проводнику (други максимум)

---

$h_{2,max}^{50\%}$	друга максимална дубина у проводнику за концентрацију ваздуха у мешавини од 50 %
$h_0$	дубина воде непосредно узводно од кривине
$h_0/D$	релативна дубина воде непосредно узводно од кривине
$h_{uz}$	дубина воде на узводном крају проводника
$h_m$	дубина мешавине
$h_m^{50\%}$	дубина мешавине непосредно узводно од кривине за концентрацију ваздуха у мешавини од 50 %
$h_w$	дубина чисте воде
$k$	апсолутна храпавост проводника
$l_{1,max}$	растојање од краја кривине до места појаве првог максимума
$l_{1,max}^{50\%}$	растојање од краја кривине до места појаве првог максимума за концентрацију ваздуха у мешавини од 50 %
$l_{1,min}$	растојање од краја кривине до места појаве првог минимума
$l_{1,min}^{50\%}$	растојање од краја кривине до места на коме млаз са концентрацијом ваздуха у мешавини од 50 % формира први минимум
$l_{2,max}$	растојање од краја кривине до места појаве другог максимума
$l_{2,max}^{50\%}$	растојање од краја кривине до места појаве другог максимума за концентрацију ваздуха у мешавини од 50 %
$l_{kal}$	растојање од краја кривине до места на коме млаз дотиче теме проводника
$L_{s1}$	растојање од краја кривине до места где се окренути ток спаја са током на конвексној страни кривине
$L_{s2}$	растојање од краја кривине до низводног краја спајања окренутог млаза са током на супротној страни проводника

---

---

$L_{kat}$	растојање од краја кривине до места на коме се завршава течење млаза по темену проводника.
$N$	број извршених опита на физичком моделу
$Q_a$	проток ваздуха кроз проводник
$Q_w$	проток воде кроз проводник
$R$	радијус кривине
$Re_0$	Рејнолдсов број непосредно узводно од кривине
$v_0$	средња брзина тока непосредно узводно од кривине
$We_0$	Веберов број непосредно узводно од кривине
$Z_1, Z_2$	променљиве које се користе за дефинисање граница настанка загушења тока

## 1 УВОД

Присуство кривине у хоризонталној равни при бурном течењу изазива нагле поремећаје тока, који се у виду косих стојећих таласа простиру низводно. У затвореном проводнику може да дође и до окретања млаза по обиму проводника, а при одређеним условима и до његовог загушења, чиме се прекида проток ваздуха изнад водене површине, па течење са слободном површином може да пређе у течење под притиском.

Бурно течење у кривини затворених проводника је обрађено у веома малом броју радова. У њима је анализирана само кривина са закривљеношћу  $D/R = 1/3$  и скретним углом од  $45^\circ$  (Слика 2.1), па се не могу донети закључци о условима течења у проводнику са другачијим карактеристикама кривине.

Због тога је главни циљ израде ове докторске дисертације да се одреде услови при којима долази до окретања млаза по обиму проводника, а затим и до његовог загушења. Кључни фактори са геометријског аспекта се односе на облик кривине, који је одређен скретним углом и закривљеношћу, док су релативна дубина и Фрудов број узводно од кривине доминантни са аспекта услова течења у проводнику.

Ради прегледности текста овог рада, под терминима *карактеристика кривине* и *диспозиција проводника*, подразумеваће се комбинација скретног угла кривине и њене закривљености.

Услови при којима долази до окретања млаза по обиму проводника и загушења тока су одређени на бази испитивања на физичком моделу, који је урађен у лабораторији Грађевинског факултета у Београду. На њему је испитано 14 диспозиција проводника. Границе настанка хеликоидног течења и загушења тока су одређене за сваку испитану диспозицију и њима се дефинишу потребни услови течења узводно од кривине (релативна дубина,  $h_0/D$ , и Фрудов број,  $Fr_0$ ), при којима се у проводнику остварује течење одређеног типа. Границе су дате у облику емпијских зависности, у којима фигуришу услови течења узводно од кривине у бездимензионалном облику и карактеристике кривине, такође дате у бездимензионалном облику.

Нумерички модел је направљен са циљем да се испитају услови настанка хеликоидног течења за шири опсег карактеристика кривине, за веће преч-

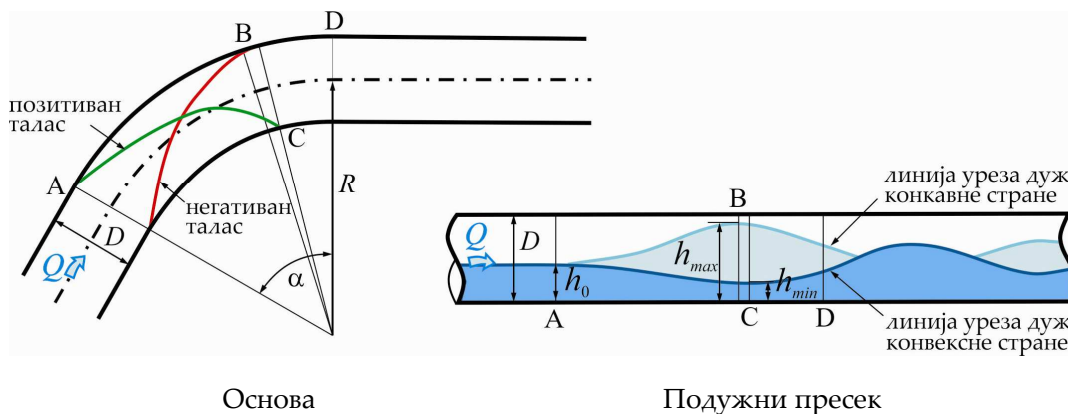
нике проводника, као и за услове течења који (због ограничености протока у лабораторијским условима), нису могли да се испитају на физичком моделу. Примењен је комерцијални програмски пакет Fluent (Ansys - Fluid Dynamic), који користи методу коначних запремина при решавању једначина просторног струјања воде и ваздуха. Након поређења резултата нумеричких прорачуна са извршеним опитима на физичком моделу, спроведени су додатни прорачуни на нумеричким моделима са другачијим карактеристикама кривине.

Резултати мерења су искоришћени и за процену губитка енергије у кривинама при бурном течењу у проводнику кружног попречног пресека. Овај губитак није занемарљив, па је од интереса да се процени његова вредност, чиме се омогућава и одређивање преостале енергије низводно од кривине. На основу извршене анализе, предложене су зависности за одређивање коефицијента локалног губитка у кривини проводника кружног попречног пресека при бурном течењу. С обзиром да у литератури не постоје подаци о енергетским губицима за овакав случај, резултати су упоређени са изразима који се односе на струјање у кривини при течењу под притиском.

На крају рада су дати закључци извршених анализа и препоруке за примену предложених израза.

## 2 ОПИС ПОЈАВЕ

Промена правца чврсте границе у хоризонталној равни при бурном течењу изазива нагле поремећаје дубине и брзине тока, које се простиру низводно, у виду косих стојећих таласа. На месту промене правца, на спољашњој (конкавној) страни кривине настаје позитиван, а на унутрашњој (конвексној) негативан талас. Позитиван талас карактерише повећање нивоа воде, а негативан снижење.



Слика 2.1 - Простирање позитивног и негативног таласа дуж проводника

Промене дубине и брзине имају таласне карактеристике, па за њих важе закони рефлексије и интерференције. Таласни поремећаји се простиру низводно и одбијају од чврсте границе, услед чега се на зидовима брзотока или тунела наизменично јављају позитивне и негативне осцилације нивоа.

Код проводника кружног попречног пресека може да настане сложено, хеликоидно течење, као последица „ломљења“ таласа низводно од кривине. При одређеним условима (велика релативна дубина или велика брзина тока узводно од кривине), може да дође и до загушења попречног пресека проводника у зони кривине или низводно од ње, чиме се прекида проток ваздуха изнад водене површине, па течење са слободном површином прелази у течење под притиском. Ова појава може да има периодичан карактер, где се наизменично смењују течење под притиском и са слободном површином, па долази до смањења капацитета проводника и опасности од настанка вибрација конструкције.

*Примери разматраног течења у пракси*

Бурно течење у затвореном проводнику се у пракси јавља на објектима на бранама (темељни испуст, тунелски прелив), као и у колекторима за кишну канализацију.

- **Темељни испуст**

Темељни испуст је сигурносни објекат у склопу бране, којим се контролисано празни акумулација и испира нанос. Постављен је ниско да би се омогућило пражњење акумулације до нижих кота, па се у њему, услед притиска воде са узводне стране, јављају велике брзине течења. Проток кроз темељни испуст се регулише затварачем, који се најчешће налази на његовом узводном или низводном крају.

Уколико се затварач налази на низводном крају, у испусту се јавља течење под притиском. Међутим, када је затварач смештен на узводном крају или на средини проводника, у испусту треба омогућити течење са слободном површином.

Ваздух се надокнађује кроз аерациону цев, која је постављена непосредно низводно од затварача. Течење је бурно, јер се услед великог притиска воде из акумулације, јављају велике брзине.

Због недовољне истражености појава које настају при бурном течењу у затвореном проводнику, темељни испусти се најчешће пројектују без промене правца у хоризонталној равни, иако то, у неким случајевима, доводи до значајног поскупљења објекта.

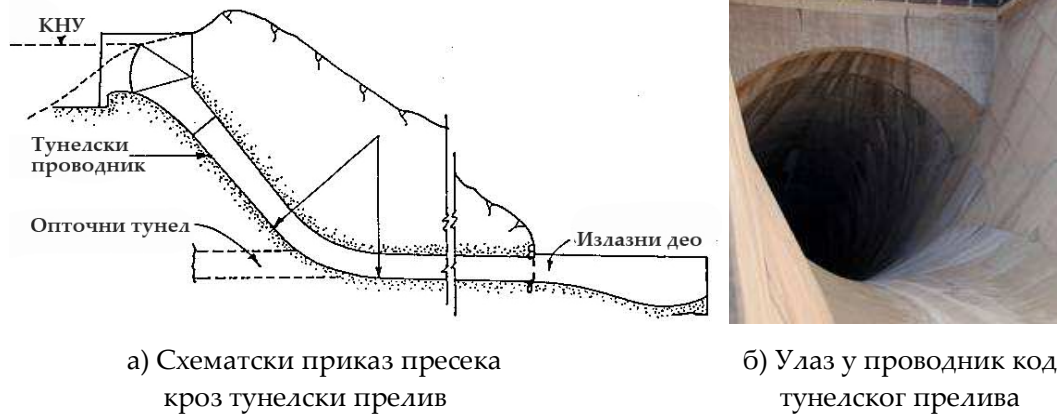
- **Тунелски прелив**

Тунелски прелив се најчешће примењује као евакуациони објекат на бранама, смештеним у уским речним долинама (кањонима). Састоји се од прелива (слободног или контролисаног уставама), тунелског (затвореног) проводника и излазног дела (Слика 2.2). Тунел се састоји од стрме узводне деонице и низводне, скоро хоризонталне, која је најчешће део оптичног тунела, коришћеног у фази изградње.

Вода из акумулације се преко прелива упушта у затворени проводник. Ток се убрзава дуж деонице са стрмим нагибом. Потенцијална енергија прела-



зи у кинетичку, па се у тунелу јављају велике брзине течења, карактеристичне за буран ток. Када буран ток наиђе на хоризонталну кривину, настају појаве описане на почетку поглавља и код тунелских пресека се због недовољног познавања специфичности оваквог течења, често избегавају криволинијске деонице што доводи до повећања трошкова изградње.



Слика 2.2 - Тунелски прелив

- Колектори за кишну канализацију

Колектори за кишну канализацију се користе за одвођење атмосферских вода до реципијента у урбаним подручјима. Атмосферске воде су великог интензитета, а кратког трајања (у поређењу са употребљеним водама), па је улога канализационог система да, у релативно кратком року, одведе воду до реципијента, како би се избегло плављење урбаног подручја. Због овог захтева, канализационе мреже се пројектују и изводе тако да се у њима остварују велике брзине течења. С обзиром да је реч о течењу са слободном површином, у колекторима за кишну канализацију се најчешће остварује бурно течење.

Канализациона мрежа најчешће прати путању саобраћајнице испод које је постављена, па је промена правца колектора у хоризонталној равни уобичајена појава, при чему су скретни углови значајни. На месту промене правца се поставља шахт (вертикално окно), па затворени проводник у овој зони прелази у отворени, најчешће U-профил. При бурном течењу у колектору, настају појаве описане на почетку поглавља, у зони шахта и низводно од њега.

### 3 ДИМЕНЗИОНАЛНА АНАЛИЗА

Као што је речено, главни циљ израде докторске дисертације је да се одреде услови при којима долази до окретања млаза по обиму проводника, а затим и до његовог загушења.

Облик струјне слике која се остварује у проводнику зависи од великог броја величина. Једне се односе на геометријске карактеристике разматраног проблема, друге на услове течења у непо ремећеној зони проводника, а треће на физичке особине флуида.

Геометријски услови су дати преко пречника проводника,  $D$ , скретног угла кривине,  $\alpha$ , и њеног радијуса,  $R$ . Услови течења у проводнику су дефинисани дубином,  $h_0$ , и средњом брзином тока,  $v_0$ , узводно од кривине (у непо ремећеној зони), док су величине које карактеришу физичке особине флуида: густина воде,  $\rho_w$ , динамичка вискозност воде,  $\mu_w$ , модул стишљивости воде,  $E_w$ , и површински напон између воде и ваздуха,  $\sigma_w$ . Поред тога, у анализу је уврштено и гравитационо убрзање,  $g$ .

Када се све наведене величине узму у разматрање, добије се да струјна слика у проводнику зависи од следећих димензионалних величина:

$$T = f(D, \alpha, R, h_0, v_0, \rho_w, \mu_w, E_w, \sigma_w, g) \quad (3.1)$$

где је променљивом  $T$  симболички представљен тип течења који се остварује у проводнику (класификација је приказана у поглављу 7.1).

При проучавању одређене појаве, може се прећи са димензионалних величина на бездимензионалне величине које више одговарају анализи конкретаног случаја. Поступком свођења димензионалних величина на бездимензионални облик, смањује се број независно променљивих величина и омогућава једноставнија анализа, на основу које се добијају резултати и закључци такође у бездимензионалном облику, погодном за примену.

Поред услова да основне величине морају да буду међусобно независне, оне такође морају да буду и свеобухватне, да би се преко њих омогућило изражавање свих изведених величина.

Систем основних величина чине три међусобно независне и свеобухватне величине, којима се у потпуности описује струјање:

- $h_0$ , којом се дефинишу геометријске карактеристике проблема,

- $v_0$ , као показатељ кинематичности, преко кога се у анализу укључује време, и
- $\rho_w$ , као показатељ инертности, преко кога се у анализу уноси маса.

Једначина (3.1) у којој фигурише 10 димензионалних величина са десне стране једначине, се применом Бакингамове П–теореме, своди на једначину са  $10 - 3 = 7$  бездимензионалних величина (јед.(3.2)).

$$T = \varphi \left( \frac{D}{h_0}, \alpha, \frac{R}{h_0}, \frac{\mu_w}{h_0 v_0 \rho_w}, \frac{E_w}{v_0^2 \rho_w}, \frac{\sigma_w}{h_0 v_0^2 \rho_w}, \frac{gh_0}{v_0^2} \right) \quad (3.2)$$

У претходној једначини се уочавају реципрочне вредности неких стандардних бездимензионалних бројева, који се примењују у механици флуида:

$$Re_0 = \frac{h_0 v_0 \rho_w}{\mu_w} \text{ - Рејнолдсов број}$$

$$Ca_0 = \frac{v_0^2 \rho_w}{E_w} \text{ - Кошијев број}$$

$$We_0 = \frac{h_0 v_0^2 \rho_w}{\sigma_w} \text{ - Веберов број}$$

$$Fr_0^{SR} = \frac{v_0^2}{gh_0} \text{ - Фрудов број}$$

Приказан облик Фрудовог броја се користи у европској и домаћој литератури. У англосаксонској литератури је уобичајено коришћење квадратног корена из овако дефинисаног Фрудовог броја,  $Fr_0 = v_0 / \sqrt{gh_0}$ .

У свим аутору расположивим истаживањима поменутог феномена, коришћен је искључиво овакав облик Фрудовог броја, па се усвајањем истог облика постиже логичан наставак започетих анализа, али и једноставније поређење резултата.

Уврштавањем безимензионалних бројева у једначину (3.2) добија се:

$$T = \varphi \left( \frac{D}{h_0}, \alpha, \frac{R}{h_0}, Re_0, Ca_0, We_0, Fr_0 \right) \quad (3.3)$$

Поменути бездимензионални бројеви немају исти утицај на разматрану појаву, јер се сваким од њих описују различите карактеристике тока.

Рејнолдсов број описује утицај вискозности флуида на трење, јер је реч о односу инерцијалних и вискозних сила. Његов утицај није од великог зна-

чаја у случају струјања са изразито развијеном турбуленцијом, какво је овде разматрано, осим што, у извесној мери, може утицати на увлачење ваздуха.

Кошијев број представља утицај стишљивости флуида на течење. С обзиром да је стишљивост воде практично занемарљива (нарочито у случају течења са слободном површином), утицај Кошијевог броја се неће даље разматрати.

Веберов број представља утицај површинског напона, односно капиларних сила, и битан је за анализу увлачења ваздуха у ток. Буран ток карактеришу релативно велике брзине течења, при којима долази до значајног увлачења ваздуха и дебљања млаза, па утицај Веберовог броја није занемарљив. С обзиром на расположиву мерну опрему и капацитет лабораторије, није било могуће егзактно мерити и одредити увлачење и течење ваздуха. Иако је у предложеним изразима којима се описује разматрано струјање избегнуто експлицитно присуство Рејнолдсовог и Веберовог броја, ипак је у току истраживања на различите начине уважен њихов утицај на увлачење ваздуха.

Фрудов број представља утицај гравитације на течење, јер је реч о односу инерцијалних и гравитационих сила. Утицај Фрудовог броја је доминантан када сила гравитације утиче на кретања флуида, што је случај код отворених токова какав је и овде анализиран. Фрудов број ће се разматрати у наставку, као најважнија бездимензионална величина, која описује предметно струјање.

Бездимензионалне величине могу да се коренују и степенују или да се међусобно множе и деле, као и да се множе и деле другим бездимензионалним величинама, уколико се на тај начин олакшава даљи рад.

У складу са анализом утицаја бездимензионалних бројева на разматрану појаву, једначина (3.3) се своди на облик:

$$T = \varphi \left( \frac{D}{h_0}, \alpha, \frac{R}{h_0}, Fr_0 \right) \quad (3.4)$$

Реципрочна вредност првог члана једначине на десној страни даје релативну дубину тока узводно од кривине,  $h_0/D$ , која је повољнија за примену и чија се вредност креће у опсегу од 0 до 1. Трећи члан једначине ће се

такође преформулисати, тако што ће се његова реципрочна вредност помножити са првим чланом и на тај начин добити нова бездимензионална величина, закривљеност кривине  $D/R$ . Претходна једначина се тако своди на коначан облик:

$$T = \varphi\left(\frac{h_0}{D}, \alpha, \frac{D}{R}, Fr_0\right) \quad (3.5)$$

Први и четврти члан се односе на услове течења у непоремећеној зони (узводно од кривине), док се другим и трећим чланом дефинишу геометријске карактеристике кривине.

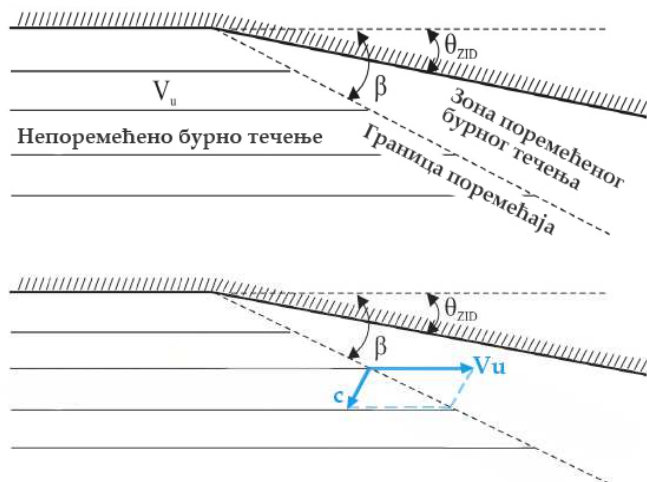
## 4 АНАЛИЗА ПРЕТХОДНИХ ИСТРАЖИВАЊА

Анализом бурног течења при промени правца контуре бавили су се многи истраживачи. Међутим, већина радова је фокусирана на течење у отвореним каналима, док је течење у кривини затворених проводника обрађено у веома малом броју радова.

### 4.1 Досадашња истраживања бурног течења при промени правца чврсте границе

Прва истраживања на овом пољу су рађена 30-тих година 20. века у САД, када је на хидрауличком моделу испитано бурно течење у кривини правоугаоног канала. Под руководством Р. Т. Кнарр-а, у периоду од 1935. до 1938. године извршена су опсежна експериментална испитивања карактеристика тока при различитим условима течења и диспозицијама канала. Резултати експеримената су показали одређену сличност са струјањем ваздуха при брзинама већим од брзине звука (суперсоничне брзине). Аутор ове дисертације не располаже подацима о резултатима поменутих истраживања, а о њиховом постојању сазнаје на основу литературе (Irpen, 1951).

Hunter Rous је у својој књизи *Engineering Hydraulics* из 1950. године, која је преведена и на српски језик (Raus, 1969), анализирао утицај прелазних деоница на течење у бурном режиму. У њој су приказане специфичности оваквог тока и дефинисани су карактеристични појмови.



–Слика 4.1 - Коси стојећи талас изазван наглом променом правца зида

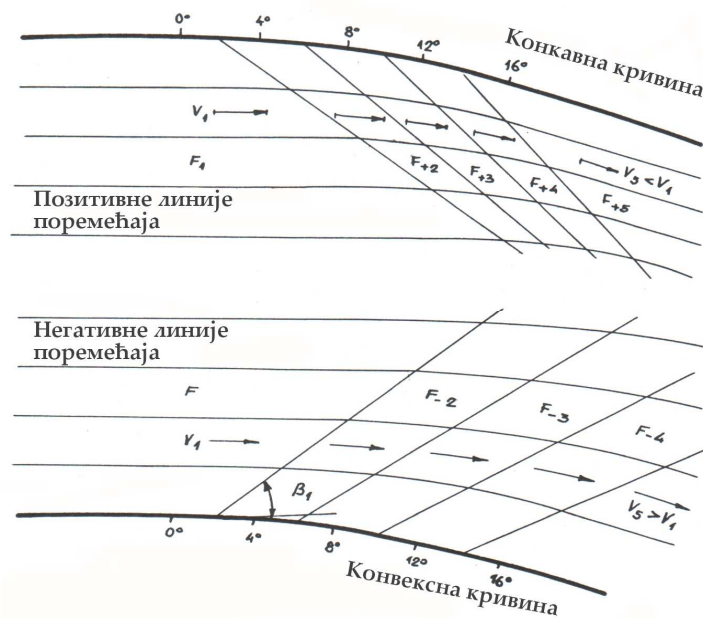
На месту промене правца чврсте границе настаје талас, који раздваја зону непо ремећеног (узводног) и поремећеног (низводног) бурног тока. Овај талас пресеца непо ремећен ток под таласним углом  $\beta$ , а у попречном правцу се простира брзином малих поремећаја,  $c$  (Слика 4.1).

Према Кнарр-у, таласни угао зависи од услова течења и одређен је односом брзина малог поремећаја и непо ремећеног тока, као што се види на претходној слици:

$$\sin \beta = \frac{c}{V_u} = \frac{1}{Fr_0} \quad (4.1)$$

У поменутој књизи су закривљени делови чврсте границе представљени низом кратких тетива (Слика 4.2). На конкавној страни кривине настају позитивни таласи и долази до повећања дубине тока, смањења брзине и Фрудовог броја. Таласни углови се повећавају у низводном смеру, па су позитивне линије поремећаја конвергентне и могу да формирају стрми таласни фронт.

Насупрот томе, на конвексној страни кривине настају негативне линије поремећаја, које су дивергентне, јер се таласни углови смањују у низводном смеру. Према томе, на конвексној страни не може да се формира стрми таласни фронт.



Слика 4.2 - Линије поремећаја настале услед конкавних и конвексних кривина (Raus, 1969)

На основу анализе карактеристика стојећих таласа у кривини отвореног канала, као и на основу експерименталних испитивања, закључено је да кружне кривине нису погодне за примену, јер се јављају таласи велике висине, који захтевају значајно надвишење бочних зидова. Предложене су модификације решења у виду: извођења прилазних деоница на улазу и излазу из кривине; издизања дна канала; извођење дијагоналних прагова на дну. За предложене модификације, као и за основни случај кружне кривине, приказани су резултати експерименталних испитивања. Поред поменутих прелазних деоница у књизи је анализирано и течење при сужењу и проширењу канала.

Иако су у поменутој књизи анализирани промене правца зида само за отворене канале, она ипак пружа корисне информације о настанку стојећих таласа и њиховим карактеристикама и у затвореним проводницима.

У истраживањима која су уследила (Rouse, *et al.*, 1951, Irpen & Dawson, 1951) такође је анализирано бурно течење у отвореном проводнику при његовом нагом проширењу, односно сужењу.

И у већини наредних истраживања су анализирани специфичности бурног течења при промени правца, али само за случај отворених проводника (Irpen & Harleman, 1956, Batinić, 1976, ICOLD, 1992, Hager, *et al.*, 1994, Reinauer & Hager, 1996, 1997, Budinski & Savić, 2005a, 2005b, Beltrami, *et al.*, 2010, Jaefarzadeh, *et al.*, 2012).

#### **4.2 Бурно течење у кривини колектора за кишну канализацију**

Стојећи таласи услед промене правца контуре отвореног проводника у бурном току, могу да буду значајне висине, што зависи како од геометријских карактеристика проводника, тако и од услова течења.

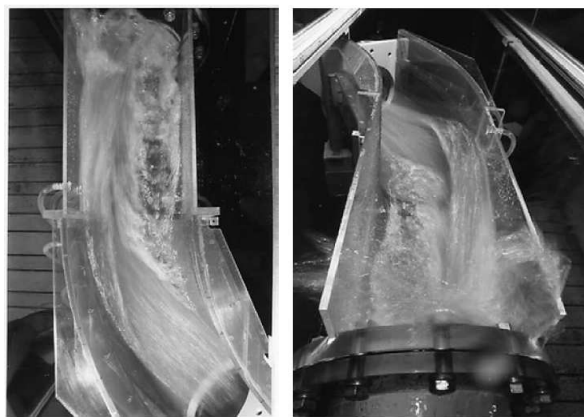
Специфичност бурног течења при промени правца контуре у затвореном проводнику је у томе што може да дође до формирања хеликоидног течења и до загушења тока.

Услови настанка оваквог течења су испитани у веома малом броју радова. У појединим радовима су анализирани случајеви течења у колекторима за кишну канализацију, чија диспозиција не одговара сасвим предмету ди-



сертације, јер у зони кривине, односно шахта, прелазе у отворени проводник U-профила (Del Giudice, *et al.*, 2000, Hager & Gissoni, 2005).

Циљ испитивања у поменутиим радовима је био да се одреде нивои воде дуж унутрашње и спољашње контуре проводника, његов капацитет, као и развој стрмих таласа низводно од кривине. За ту сврху су урађена експериментална мерења на моделу проводника са закривљеношћу  $b/R = 1/3$  и скретним угловима кривине од  $45^\circ$  и  $90^\circ$ . Пречник цеви је износио 24 cm, а подужни пад дна  $I_{dna} = 0,5\%$ . Испитивањима је обухваћен опсег релативних дубина узводно од кривине од  $h_0/D = 0,14 - 0,65$  и Фрудових бројева 1,12–3,9.



Слика 4.3 - Бурно течење у зони кривине (Hager & Gissoni, 2005)

На основу анализе експерименталних испитивања, предложени су изрази за одређивање максималне и минималне дубине у проводнику. Дате су у релативном износу (у односу на дубину узводно од кривине), а у функцији бездимензионалног броја кривине,  $B_0$ , који је као такав, дефинисан у раније поменутом раду (Reinauer & Hager, 1997).

$$Z_{max} = \left( \frac{h_{max}}{h_0} \right)^{1/2} - 1 = 0,5 B_0^2$$

$$Z_{min} = 1 - \left( \frac{h_{min}}{h_0} \right)^{1/2} = 0,5 B_0^2 \quad (4.2)$$

где је:  $h_{max}$  - максимална дубина (конкавна страна),  $h_{min}$  - минимална дубина (конвексна страна),  $B_0 = Fr_0 \sqrt{b/R}$  - број кривине,  $Fr_0$  - Фрудов број узводно од кривине,  $b$  - ширина проводника,  $R$  - полупречник кривине.

Из претходних једначина следи да максимална и минимална дубина воде у проводнику, првенствено зависе од дубине и Фрудовог броја узводно од

кривине, као и од њене закривљености, док скретни угао кривине не фигурише у претходним изразима.

Поред тога, дати су и изрази којима се одређују положаји максималног и минималног нивоа воде.

$$\begin{aligned} \tan \theta_{max} &= 2,8 \left( \frac{b}{R} Fr_0 \right)^2 \\ \tan \theta_{min} &= \sqrt{2} \left( \frac{b}{R} Fr_0 \right) \end{aligned} \quad (4.3)$$

где је:  $\theta_{max}$  – угао од узводног краја кривине до положаја максималне дубине,  $\theta_{min}$  – угао од узводног краја кривине до положаја минималне дубине.

На основу претходне једначине може се закључити да положаји максималне и минималне дубине воде зависе од Фрудовог броја узводно од кривине, као и од закривљености проводника, али не и од скретног угла.

У раду је такође анализиран и капацитет проводника. На основу моделских испитивања је одређена горња граница запуњености проводника узводно од кривине, при којој не долази до загушења тока. За скретни угао кривине од  $90^\circ$ , горња граница запуњености проводника износи 55% ( $h_0/D = 0,55$ ), док за скретни угао кривине од  $45^\circ$  износи 70%.

Горње границе запуњености проводника узводно од кривине при којима не долази до загушења тунела, су дате за испитани опсег Фрудових бројева, па се претпоставља да би биле нешто ниже, уколико би се проширио опсег испитаних Фрудових бројева. Границе су дате у зависности од скретног угла кривине, али се може претпоставити да и закривљеност има утицај на настанак загушења, што није анализирано, јер је на моделу испитана само једна закривљеност проводника.

На крају рада је дат и емпиријски израз за Фрудов број узводно од кривине при коме се остварује максимални капацитет проводника пре него што дође до његовог загушења:

$$F_{0,c} = 3 \sin \alpha \left( 1 - \frac{h_0}{D} \right) + \frac{h_0}{D} \quad (4.4)$$

где је  $\alpha$  – скретни угао кривине.

С обзиром да је испитана само једна закривљеност проводника, и овде је Фрудов број при максималном капацитету проводника дат само у функ-

цији скретног угла и релативне дубине воде узводно од кривине, иако се претпоставља да и закривљеност има утицаја.

У поменутиим радовима који анализирају бурно течење у кривини колектора за кишну канализацију, предложене су и мере за повећање капацитета у виду уградње поклопца у зони шахта (Del Giudice, *et al.*, 2000) или продужетка отвореног проводника низводно од кривине на дужини  $2D$ , као што је приказано на Слици 4.3.

Иако анализирани диспозиције не одговарају у потпуности предмету ове дисертације, ипак пружају корисне информације о зависностима између кључних (меродавних) величина, па на тај начин и усмеравају даља истраживања.

### 4.3 Бурно течење у кривини затвореног проводника

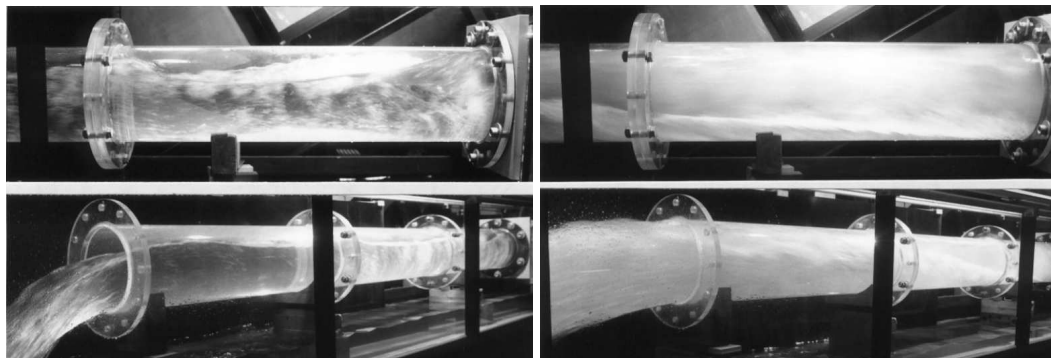
Gisonni и Nager су 2000. године објавили рад у коме су анализирали течење у кривини темељног испуста кружног попречног пресека, са циљем да се одреде услови при којима долази до настанка хеликоидног течења. За ту сврху су урађена моделска испитивања, на којима је испитана једна кривина, са закривљеношћу  $D/R = 1/3$  и скретним углом од  $45^\circ$ . Пречник цеви је износио 24 cm, а у свим извршеним опитима је запуњеност проводника узводно од кривине била 60% ( $h_0/D = 0,6$ ). Фрудов број је дефинисан изразом  $Fr_{0,G\&H} = Q/\sqrt{gDh_0^4}$  и обухваћен је опсег од 1,4 до 4,2.

Струјна слика у кривини и низводно од ње зависи од узводних услова течења, од којих су најзначајнији дубина и брзина, односно Фрудов број. Аутори чланка су дефинисали бездимензионални „број загушења“,  $C_{G\&H}$ , као производ Фрудовог броја и релативне дубине воде узводно од кривине, па су на основу њега одредили границу појаве хеликоидног течења.

$$C_{G\&H} = Fr_{0,G\&H} \frac{h_0}{D}, \quad \begin{cases} C_{G\&H} < 1 & \text{Течење без окретања млаза} \\ C_{G\&H} > 1 & \text{Хеликоидно течење} \end{cases} \quad (4.5)$$

Према претходној једначини могло би се закључити да једино узводни услови течења утичу на настанак хеликоидног течења, док геометријске карактеристике кривине немају утицаја. Пошто је испитана само једна диспозиција проводника, аутори рада заправо нису ни могли да донесу

закључак о утицају карактеристика кривине на течење у проводнику, иако је веома разумно очекивати да овакав утицај постоји.



а)  $C_{G\&H} = 1,20$  проводник је загушен  
низводно од кривине на дужини  $2D$

б)  $C_{G\&H} = 2,52$  проводник је загушен  
до низводног краја

Слика 4.4 - Струјна слика низводно од кривине (Gisonni & Hager, 2000)

Због свега овога, један од основних циљева ове дисертације је да се анализа бурног течења у кривини кружног проводника прошири и на утицај карактеристика кривине на формирања различитих типова течења у проводнику.

#### 4.4 Увлачење ваздуха у ток

Увлачење ваздуха у ток је веома важна појава, услед које долази до дебљања млаза. У случају отворених проводника, значај познавања поменутих појава се огледа пре свега у правилном димензионисању бочних (разделних) зидова канала или брзотока. У случају затворених проводника, значај ове појаве је и већи, јер иако не може да дође до преливања воде преко зидова проводника, може да дође до његовог загушења и смањења капацитета.

У литератури постоје многобројни радови у којима је анализирано увлачење ваздуха у ток у затвореним проводницима (Falvey, 1980, Chanson, 1992, 1993, 1997, Speerli, 1999, Speerli & Hager, 2000, Kramer & Hager, 2005, Pfister & Hager, 2010, Mortensen, *et al.*, 2011). Већина поменутих радова је заснована на резултатима експерименталних испитивања, на којима су мерење концентрације ваздуха у мешавини при различитим условима течења и диспозицијама проводника. Један део испитаних проводника је правоугаоног попречног пресека са затварачем на узводном крају, док други део чине тунелски проводници кружног попречног пресека. Ни у једном од

поменутих радова није анализиран проводник са кривином у хоризонталној равни.

Израз Falvey-а (1980) нема ограничење везаног за облик попречног пресека, па ће се применити у овом раду за процену концентрације ваздуха у току испред кривине, као што је приказано у поглављу 6.

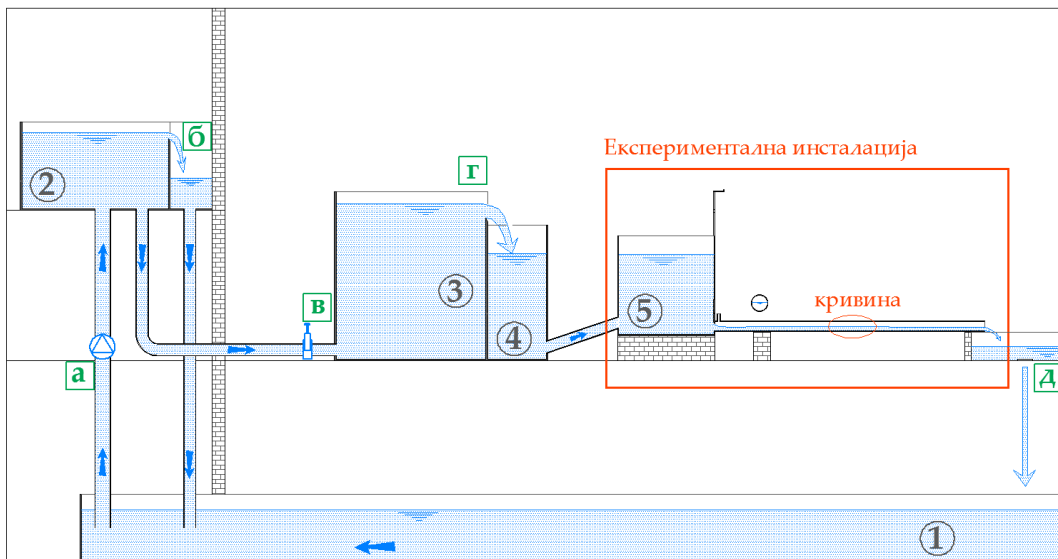
## 5 ХИДРАУЛИЧКА МОДЕЛСКА ИСПИТИВАЊА

Физички модел је направљен са циљем да се испитају карактеристике течења изазване кривином при бурном току у затворном проводнику, за различите услове течења и диспозиције проводника.

Моделска испитивања су урађена у Хидрауличкој лабораторији Института за хидротехнику и водно-еколошко инжењерство, који је део Грађевинског факултета Универзитета у Београду. Схематски приказ мерне инсталације је дат на Слици 5.1, а у наставку је објашњен концепт њеног функционисања за потребе ових испитивања.

### 5.1 Концепт функционисања инсталације

Инсталација се састоји од доњег резервоара (базена (1)), смештеног на најнижем нивоу, из кога се вода пумпом капацитета 60 l/s подиже на највиши ниво, у горњи резервоар (2).



Слика 5.1 - Схематски приказ инсталације за моделска испитивања

- 1 – доњи базен, 2 – горњи резервоар, 3 – резервоар са Томсоновим преливом за мерење протицаја, 4 – резервоар за умирење воде, 5 – резервоар у оквиру експерименталне инсталације, а – пумпа, б – растеретни (лабиринт) прелив, в – регулациони затварач, г – Томсонов прелив, д - сливник

Вода из горњег резервоара делом прелива преко дугачке преливне ивице лавиринт прелива и враћа се у доњи резервоар, а делом улази у цев која води до следећег низводног резервоара (3). Ниво воде у горњем резервоару

је практично константан током испитивања, јер је преливна ивица веома дугачка, па се висина преливног млаза занемарљиво мало мења са променом протока преко њега. На спојној цеви са резервоаром (3) је постављен затварач (в), којим се регулише протицај који улази у експерименталну инсталацију. Вишак воде из горњег резервоара се преко растеретног лавиринт прелива, враћа у доњи резервоар.

Резервоар (3) је снабдевен са два Томсонова прелива, на којима је дефинисана једнозначна веза између нивоа воде у резервоару и протока преко прелива.

Вода преко Томсонових прелива улази у базен за умирење (4). Базен је помоћу цеви спојен са резервоаром (5), који представља део актуелне експерименталне инсталације. Истицање из спојне цеви у резервоар (5) је потопљено, па проток воде кроз њу зависи само од разлике нивоа воде између суседних резервоара (базена за умирење (4) и резервоара (5)).

Резервоар (5) је најузводнији део експерименталне инсталације. Из њега се вода контролисано упушта у хоризонтални проводник са кривином, на коме су вршена експериментална испитивања. Вода се након проласка кроз експерименталну инсталацију, преко сливника враћа у доњи базен. На тај начин се омогућава циркулација воде у лабораторији.

## 5.2 *Опис експерименталне инсталације*

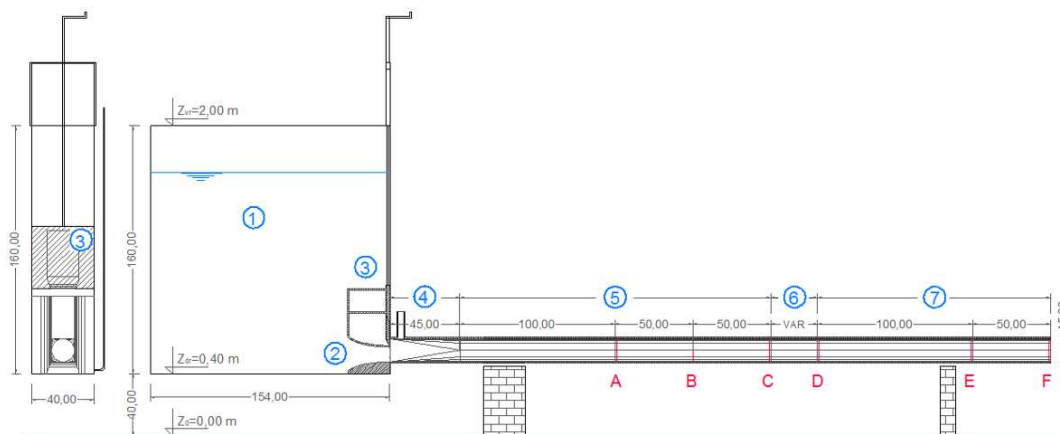
Актуелна експериментална инсталација се састоји од:

- узводног резервоара из кога се вода контролисано упушта у проводник и
- проводника пречника 15 cm, који се састоји од једне хоризонталне кривине и узводне и низводне праволинијске деонице.

Узводни резервоар је димензија 154 x 40 x 160 cm. Вода улази у њега преко спојне цеви, док се из њега контролисано упушта у проводник помоћу табласте уставе (Слика 5.2).

Доток у резервоар се подешава помоћу регулационог затварача, а мери се на Томсоновом преливу пре уласка у експерименталну инсталацију. Описана инсталација обезбеђује устаљене услове течења, па је проток воде на улазу у резервоар једнак оном на излазу, односно протоку који пролази кроз проводник.

Жељени услови течења кроз инсталацију (дубина и брзина, односно Фрудов број узводно од кривине) се постижу променом отвора уставе. Смањењем отвора уставе, повећава се дубина воде у резервоару, па се у проводнику остварује мања дубина, али већа брзина тока. На тај начин се симулирају жељени услови течења узводно од кривине.



Слика 5.2 - Подужни пресек кроз експерименталну инсталацију

(димензије су дате у cm)

- 1 - резервоар, 2 - улаз у проводник, 3 - табласта устава, 4 - прелазна деоница са правоугаоног на кружни попречни пресек, 5 - узводна праволинијска деоница, 6 - кривина, 7 - низводна праволинијска деоница, A, B, C, D, E, F – фиксна мерна места

Да би се у проводнику узводно од кривине остварило течење са што мањим поремећајима, улаз у проводник је обликован са три стране. Поред тога, у склопу табласте уставе је са узводне стране постављена маска која такође доприноси правилнијем обликовању улазног млаза (Слика 5.3).

Вода из резервоара улази у цев квадратног попречног пресека, која на дужини  $3D$  прелази у кружни попречни пресек (прелазна деоница). Праволинијска деоница узводно од кривине је дужине 245 cm, а низводно 150 cm. Цев је израђена од провидног пластичног материјала (клирита) са процењеном храпавости по Манингу  $n = 0,009 \text{ m}^{-1/3}$ . Аерациона цев је постављена непосредно иза затварача (на улазу у проводник), како би ваздух могао да буде увучен у турбулентни ток. Проводник је хоризонталан.

Моделским испитивањима је обухваћено 14 различитих диспозиција проводника. Испитане су три закривљености кривине ( $D/R = 1/2, 1/3, 1/4$ ) и четири скретна угла ( $15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$  и  $60^\circ$ ). Анализа је проширена и на веће



скретне углове ( $75^\circ$  и  $90^\circ$ ), али само за закривљеност  $D/R = 1/3$ . Закривљеност се мери по оси кривине.

Табела 5.1 – Диспозиције проводника обухваћене моделским испитивањима

	15°	30°	45°	60°	75°	90°
$D/R=1/2$	✓	✓	✓	✓	✗	✗
$D/R=1/3$	✓	✓	✓	✓	✓	✓
$D/R=1/4$	✓	✓	✓	✓	✗	✗



Слика 5.3 - Фотографије експерименталне инсталације

### 5.3 Мерења на моделу

#### 5.3.1 Мерење протока

Као што је већ речено, проток воде на моделу се мери на Томсоновим преливима (контролни пресек) пре уласка у експерименталну инсталацију, а израчунава се према формули Сопе-а:

$$Q_i = 1000 \cdot 0,303 \sqrt{2g} h_{pi}^{2,48} \quad (5.1)$$

где је:  $Q_i$  [l/s] – проток преко прелива, а  $h_{pi}$  [m] – висина преливног млаза на одговарајућем преливу, која се одређује на основу мерења нивоа воде у резервоару.

Ниво воде се мери помоћу мерне игле, а пошто су преливи на различитој висини, важи да је:

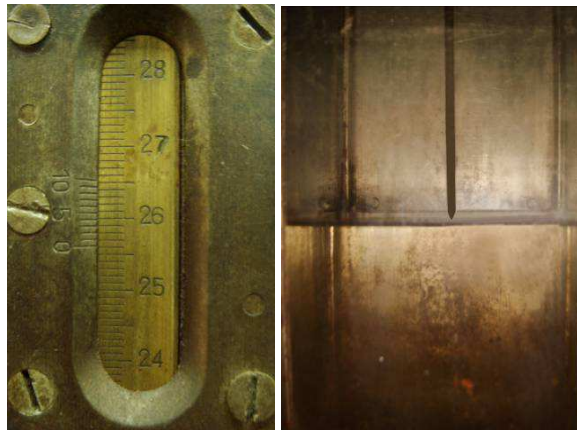
$$h_{p1} = 44,57 - H_{igle} \text{ [cm]}$$

$$h_{p2} = 44,36 - H_{igle} \text{ [cm]}$$

где је:  $H_{igle}$  [cm] – ниво воде у резервоару, одређен читавањем положаја мерне игле.

Укупан проток се одређује као збир протока преко оба прелива ( $Q = Q_1 + Q_2$ ).

Мерна игла за одређивање нивоа воде у резервоару је тачности 0,1 mm. Тачност одређивања протока зависи од опсега у коме се мери, а са повећањем протока се повећава и апсолутна грешка. При максималном протоку од 60 l/s, апсолутна грешка при мерењу износи 0,07 l/s, односно 0,117% (релативна грешка).



а) Очитавање положаја игле    б) Мерна игла

Слика 5.4 - Мерење нивоа воде у резервоару са Томсоновим преливима

Ипак, тачност мерења више зависи од прецизности постављања игле у одговарајући положај, него од тачности мерног инструмента, јер (иако игла има зашиљен врх), не може се са тачношћу 1/10 mm поставити у положај да додирује површину воде.

Имајући наведено у виду, може се сматрати да је тачност мерења нивоа воде 0,5 mm, па је максимална грешка при одређивању протока 0,35 l/s, односно 0,58%.

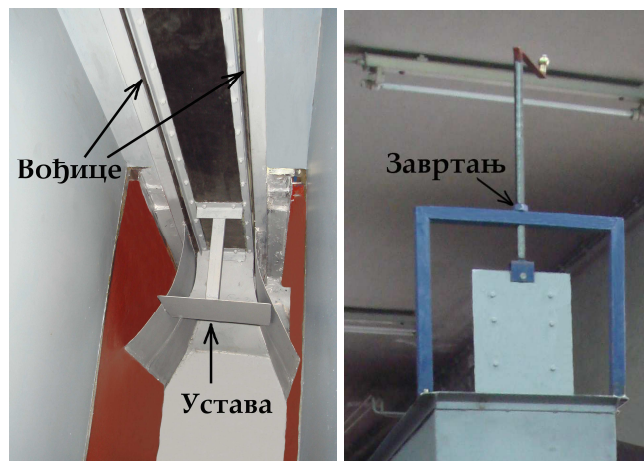
Кроз ексерименталну инсталацију су током моделских испитивања пропуштени протоци у опсегу од 8,3 до 51,3 l/s.

### 5.3.2 Мерење отвора уставе

Табласта устава на улазу у проводник се покреће механички, окретањем ручице на врху резервоара, која је преко навоја спојена са телом уставе. Устава клизи дуж вођица унутар резервоара, мењајући површину отвора на улазу у проводник, Слика 5.5а).

Променом положаја табласте уставе, мења се дебљина млаза који истиче из резервоара, али и дубина воде у њему, која утиче на брзину млаза. На овај начин се табласта устава користи за успостављање жељених услова течења у проводнику.

Отвор табласте уставе се мери помоћу лењира, постављеног изнад завртња на врху резервоара, Слика 5.5б).



а) Вођице у резервоару б) Погонска ручица

Слика 5.5 - Табласта устава на улазу у проводник

Отвори уставе су током испитивања износили од 2,4 до 9,5 cm, како би се обухватио предвиђени опсег услова течења узводно од кривине. Два опита при малим отворима (1,4 cm и 2,0 cm) су изузета из даље анализе, јер су се при њима јављали значајни поремећаји тока узводно од кривине.

### 5.3.3 Мерење дубине воде у резервоару

Дубина воде у резервоару се мери помоћу мерног лењира и пијезометарске цеви изведене из резервоара и постављене са његове предње стране.

Иако је тачност мерења дубине воде у резервоару 1 mm, ниво воде у њему осцилује током мерења. Висина одступања нивоа воде од средње вредности зависи од протока који се пропушта кроз експерименталну инсталацију. Осцилације расту са повећањем протока и дубине воде у резервоару, а максималне осцилације достижу  $\pm 2-3$  cm.



Слика 5.6 - Мерни лењир и пијезометарска цев за мерење дубине воде у резервоару

С обзиром да је током мерења као репрезентативна узета временски осредњена дубина воде у резервоару, може се сматрати да је ова дубина одређена са тачношћу од  $\pm 1$  cm.

Да би се обухватио предвиђени опсег испитивања на моделу, дубине воде у резервоару су се мењале од 26,2 до 147,2 cm (мерено од дна проводника).

### 5.3.4 Мерење дубине тока у проводнику

На моделу је дефинисано 6 фиксних мерних пресека (А, В, С, D, Е и F, Слика 5.2), док су остала мерна места дефинисана за сваки опит посебно (у складу са струјном сликом која се остварила у проводнику).

У зависности од карактеристика течења на моделу, мерене су различите величине. Тако су за течење без окретања млаза мерене максимална и минимална дубина тока на конкавној и конвексној страни кривине и место на коме се јављају, као и други минимум и максимум, који се јављају низводно од кривине. При хеликоидном течењу је мерен положај места на



коме окренути млаз дотиче теме цеви, место удара окренутог млаза у супротну страну проводника, дужина потеза низводно од кривине на којој окренути млаз клизи по темену цеви, као и место на коме се поново остварује течење са слободном површином.

Мерни лењери за мерење дубине тока су направљени од транспаретне фолије и постављени су по обиму проводника на дефинисаним мерним местима. Скала (подела) на њима није линеарна, већ је прилагођена директном читавању дубине воде.



Слика 5.7 - Мерење дубине тока у проводнику

У дефинисаним пресецима је помоћу мерних лењира мерена дубина тока (Слика 5.7).

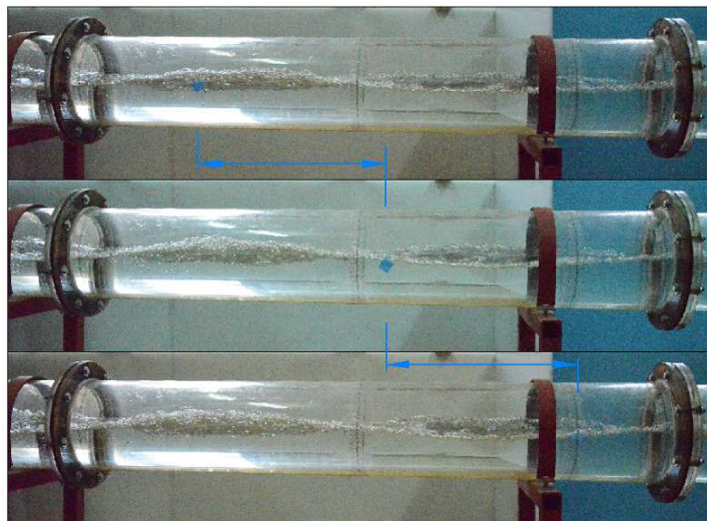
### 5.3.5 Мерење брзина

Брзина тока узводно од кривине је на моделу мерена на девет опита, док је за преостале опите, само рачунски одређена (поглавље 6.2). Брзине су мерене помоћу конфета, које су кроз аерациону цев убациване у проводник, а фотоапаратом је бележен њихов положај у одређеним временским размацима. На основу анализе снимака одређена је компонента брзине у правцу тока.

На Слици 5.8 је приказано мерење брзине за скретни угао кривине од  $60^\circ$  и закривљеност  $D/R = 1/4$  (опит 24-12-03). Фотоапаратом је направљена серија снимака са временским размаком од  $1/6$  s између узастопних фотографија.

На фотографијама се уочава једна конфета, чије се кретање прати током времена. Растојање између положаја конфете на суседним фотографијама зависи од места на коме се налази конфета у попречном пресеку, јер су

брзине тока мање у близини чврсте границе. Поред тога, пређени пут зависи и од положаја конфете на снимку. С обзиром да се фотоапарат налази наспрам средине цеви, на том месту су „праве“ (стварне) дужине, док се идући ка крајевима проводника, фотографија све више дистордује.



Слика 5.8 - Мерење брзине помоћу конфета

За све опите су одређене брзине тока на основу једначине континуитета, а за мерене дубине и протоке кроз проводник, као што је приказано у поглављу 6.2. На овај начин се добија осредњена брзина тока по попречном пресеку.

Брзине тока се разликују како по дубини проводника, тако и у попречном правцу. На Слици 5.9 је приказан квалитативан распоред брзина по површини тока (у попречном правцу), на основу праћења кретања површинских мехурића ваздуха.



Слика 5.9 - Распоред брзина у попречном правцу (површина тока)

На фотографији се уочавају јасно дефинисани мехурићи ваздуха уз чврсту границу, што указује на мању брзину тока у овој зони. Идући ка средишњем делу проводника, мехурићи ваздуха све више губе свој јасан облик и на фотографијама се практично виде путање којима се крећу, што указује на повећање брзине у овом правцу.

#### 5.4 Обим моделских испитивања

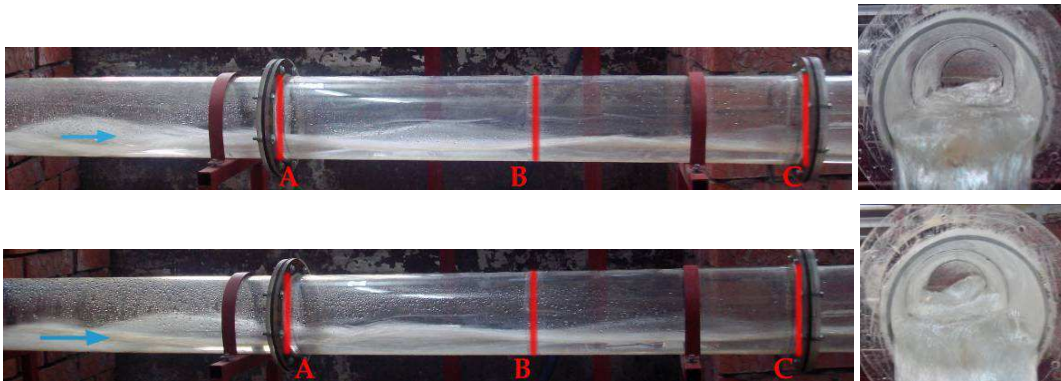
На физичком моделу је извршено укупно 182 опита. Обухваћен је опсег релативних дубина узводно од кривине,  $h_0/D = 0,21 - 0,84$  и опсег Фрудових бројева,  $Fr_0 = v_0/\sqrt{g A_0/B_0} = 1,54 - 6,45$ .

Улаз у проводник је обликован за одређене услове течења, па се његов ефекат на спречавање поремећаја узводно од кривине, мења у зависности од испитаних услова течења. Понекад су се током испитивања јављали стојећи таласи на праволинијском делу проводника узводно од кривине, а њихова висина је зависила од услова течења (отвора затварача и дубине воде у резервоару). Присуство прелазне деонице са квадрата на круг, такође утиче на формирање стојећих таласа узводно од кривине, нарочито при великим брзинама течења.

При опитима са веома малим отворима затварача (до 2 cm), јављали су се поремећаји истог реда величине као и дубина основног тока. Такви опити су изузети из даљег разматрања, јер стојећи таласи значајне висине утичу на течење у кривини и онемогућавају прецизно одређивање карактеристика течења узводно од ње. Током испитивања су се јавила два таква опита (оба на диспозицији проводника са  $D/R = 1/3$  и  $60^\circ$ ), па је укупан број анализираних опита 180. У оба приказана случаја се остварило течење без окретања млаза. Тешко је рећи колика је притом била прилазна дубина, с обзиром да су се узводно од кривине јавиле значајне разлике нивоа воде на супротним странама проводника, које су биле присутне и у пресеку С.

На фотографијама са низводног краја, Слика 5.10б), се види да је максимум на конкавној страни кривине далеко од врха цеви, а самим тим и да су услови течења далеко од потребних за настанак хеликоидног течења. Због тога, ови опити нису значајни за одређивање услова за настанак хеликоидног течења или загушење проводника (налазе се дубоко у зони течења без

окретања млаза), па је њихово изузимање из даље анализе оправдано и не утиче на закључке.

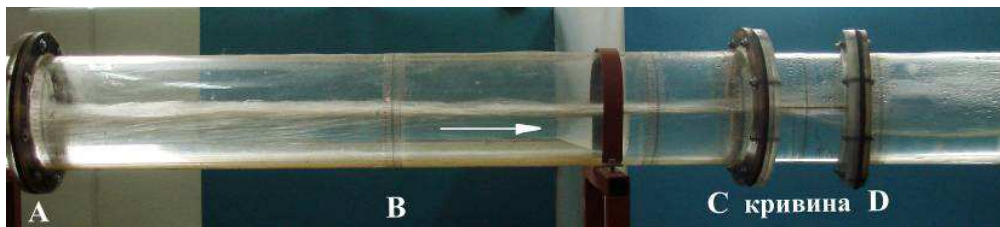


а) Праволнијска деоница узводно од кривине      б) Поглед на проводник са низводног краја

Слика 5.10 - Стојећи таласи узводно од кривине истог реда величине као и основни ток и стојећи таласи на низводној деоници проузроковани кривином

Поремећаји узводно од кривине су се јављали и при опитима са већим узводним дубинама, али су били у прихватљивим границама. Ипак, може се сматрати да су мерења и закључци анализе за релативне дубине воде  $h_0/D < 0,3$ , мање поуздани.

На Слици 5.11 је приказан један опит без поремећаја узводно од кривине, као и опит са поремећајима, који су били у прихватљивим границама, јер нису значајно утицали на течење у кривини.



а) Течење без поремећаја узводно од кривине



б) Поремећаји узводно од кривине у прихватљивим границама

Слика 5.11 - Поремећаји (стојећи таласи) узводно од кривине



На свакој од 14 испитаних диспозиција проводника, урађено је довољно опита за одређивање граница појаве хеликоидног течења и загушења тока. У следећој табели је приказан број извршених опита на моделу (за сваку диспозицију проводника посебно).

Табела 5.2 - Број извршених опита за сваку испитану диспозицију проводника

	15°	30°	45°	60°	75°	90°
$D/R = 1/2$	11	13	11	14	/	/
$D/R = 1/3$	14	14	17	20	6	15
$D/R = 1/4$	10	11	11	13	/	/

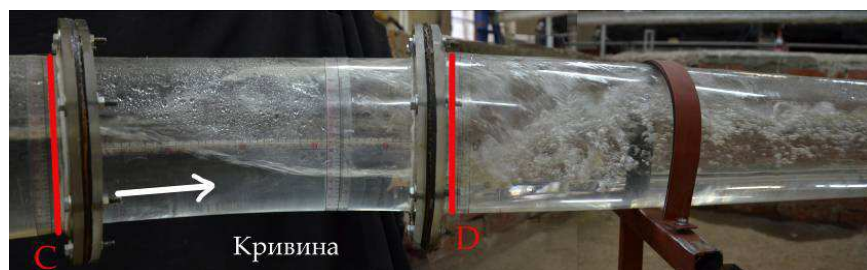
## 6 УВЛАЧЕЊЕ ВАЗДУХА У ТОК

Да би дошло до увлачења ваздуха у ток, потребно је да инерцијалне силе површинских вртлога надвладају силе површинског напона воде и избаце капљице у атмосферу. Одбачене капљице воде при повратку у водени ток, повлаче са собом мехуриће ваздуха и заробљавају их.

Ово је уобичајена појава код објеката, али не и код модела (нарочито мале размере), јер је однос инерцијалних и капиларних сила много мањи на моделу него на објекту (Веберов број). Поред тога, на моделу је мање изражена турбуленција у односу на одговарајући објекат у природи, јер је и однос инерцијалних и вискозних сила такође мањи (Рејнолдсов број).

На физичком моделу је испитано бурно течење, које карактерише турбулентно струјање и велике брзине тока, па иако је сам модел релативно малих димензија, ипак је долазило до увлачења ваздуха. Турбуленција је мање изражена него на објекту, али је ипак присутна и на моделу. Са повећањем брзине, увлачење ваздуха у ток је било све израженије.

Количина увученог ваздуха у ток зависи од деонице која се посматра. У кривини и низводно од ње јавља се значајно увлачење ваздуха, поготово у случају хеликоидног течења. При окретању млаза по обиму проводника повећава се додирна површина између воде и ваздуха, па се додатно појачава увлачење ваздуха у ток. Поред тога, окренути млаз повлачи са собом ваздух и заробљава мехуриће при спајању са током на супротној страни проводника (Слика 6.1).

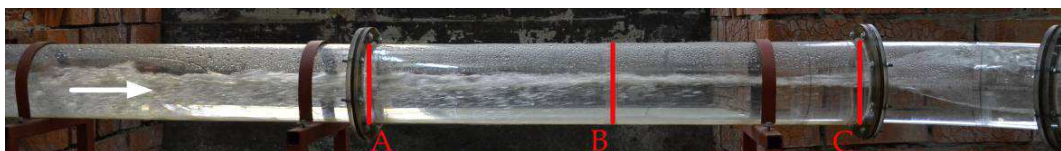


Слика 6.1 – Интензивно увлачење ваздуха у ток при окретању млаза

На праволинијској деоници узводно од кривине такође долази до увлачења ваздуха у ток, које у већини испитаних случајева није било занемарљиво. Испитивања су рађена на хоризонталном проводнику, па је најинтензивни-

је увлачење ваздуха на узводном крају ове деонице, на месту где вода истиче испод затварача и где су највеће брзине течења.

Ваздух се надокнађује кроз аерациону цев, постављену непосредно иза затварача (Слика 5.2 и Слика 5.3). Даље дуж проводника (у низводном смеру) повећавају се дубине тока, а смањују брзине, па се смањује и увлачење ваздуха. Поред тога, сила потиска избацује мехуриће ваздуха који су узводно увучени у ток, што све резултира смањењем количине увученог ваздуха у низводном смеру (Слика 6.2).



Слика 6.2 - Увлачење ваздуха у ток узводно од кривине

За анализу течења у кривини од интереса је да се што прецизније одреде услови течења (дубина и брзина чисте воде, односно Фрудов број) у пресеку непосредно узводно од кривине (пресек С).

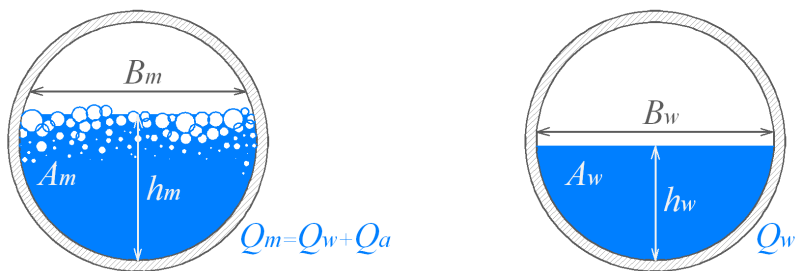
Већ је речено да су на моделу мерене дубине мешавине,  $h_m$ , и проток чисте воде,  $Q_w$ , (Слика 6.3) док је брзина мерена само у девет испитивања. За остале случајеве брзина је рачунски одређена из једначине континуитета, као количник протока воде и површине попречног пресека.

$$V = \frac{Q_w}{A_w} \quad (6.1)$$

Да би се правилно применила једначина континуитета, потребно је да се одреди дубина чисте воде,  $h_w$ , (а не мешавине), односно одговарајућа површина попречног пресека,  $A_w$ , (Слика 6.3). Према томе, измерена површина попречног пресека мешавине ће се умањити за учешће ваздуха у њој и на тај начин ће се добити површина попречног пресека чисте воде.

У хидрауличкој лабораторији се није располагало апаратуром за мерење концентрације ваздуха у мешавини, па је она процењена на основу емпиријских израза из литературе.

Измерене брзине на моделу су коришћене за верификацију рачунски добијених брзина и концентрација, као и поређење са процењеним концентрацијама на основу снимака са модела.



а) Течење мешавине воде и ваздуха

б) Течење чисте воде

Слика 6.3 - Схематски приказ попречног пресека проводника и величина коришћених у прорачуну

### 6.1 Прорачун количине увученог ваздуха у ток на основу података из литературе

У чланку у коме је анализирано бурно течење у кривини темељног испуста (Gisonni & Hager, 2000), дат је и израз за количину увученог ваздуха преко релативног протицаја воде у односу на ваздух. Међутим, израз се односи на укупну количину увученог ваздуха у тунел (ваздух који се меша са водом и ваздух који струји изнад мешавине), а не само на ваздух у мешавини, па није од користи за решавање разматраног проблема.

За процену количине увученог ваздуха у ток, коришћен је израз из литературе (Falvey, 1980), којим се дефинише увлачење ваздуха у ток преко његове слободне површине. Овај израз је исти за отворене и затворене проводнике и важи у опсегу  $0 \leq \bar{C} \leq 0,6$ .

$$\bar{C} = 0,05 Fr - \frac{\sqrt{\sin \varphi} \cdot We'}{63 Fr} \quad (6.2)$$

где је:  $\bar{C} = Q_a / (Q_a + Q_w)$  – средња концентрација ваздуха у мешавини,  $Fr = v / \sqrt{g A / B}$  – Фрудов број за чисту воду,  $\varphi$  – угао који одговара подужном нагибу канала у коме је нормална дубина једнака ефективној,  $We' = v / \sqrt{\sigma_w / (\rho_w A / B)}$  – Веберов број, дефинисан као квадратни корен Веберовог броја приказаног у поглављу 3,  $v$  – средња брзина,  $\sigma_w$  – површински напон воде,  $\rho_w$  – густина воде.

### 6.2 Одређивање дубине и брзине воде узводно од кривине

У изразу (6.2) за одређивање концентрације ваздуха у мешавини фигурише Фрудов број чисте воде. Како је на моделу мерена дубина мешавине, а не

чисте воде, одређивање дубине чисте воде и количине увученог ваздуха је урађено итеративним поступком. Циљ је да се на основу измерене дубине мешавине у пресеку  $C$ , одреди одговарајућа дубина чисте воде (којој када се дода процењена количина увученог ваздуха у ток, одговара дубина мешавине измерена на моделу).

- ❖ *Итеративни поступак за одређивање дубине чисте воде и количине увученог ваздуха у ток у пресеку  $C$*

У почетку поступка је претпостављено да је дубина чисте воде једнака дубини мешавине, па је брзина одређена на основу протока воде и дубине мешавине. Затим су за тако одређену брзину, срачунати Фрудов и Веберов број, као и угао који одговара нагибу канала у коме је нормална дубина једнака ефективној, а онда и концентрација увученог ваздуха на основу израза (6.2). Након тога је површина попречног пресека мешавине умањена за учешће ваздуха, на основу чега су одређене брзина и дубина чисте воде у следећој итерацији.

Све величине се односе на пресек  $C$ , непосредно узводно од кривине. Ради прегледности, уместо прецизне ознаке  $h_{w,0}$  за дубину чисте воде у овом пресеку, користиће се  $h_0$ .

$$\begin{array}{l}
 \left. \begin{array}{l}
 h_0^{(0)} = h_m \\
 V^{(0)} = \frac{Q_w}{A_0^{(0)}} \\
 Fr^{(0)} = \frac{V^{(0)}}{\sqrt{g A_0^{(0)} / B_0^{(0)}}} \\
 \varphi^{(0)} = \arctg \left( \frac{nv^{(0)}}{R_0^{(0)2/3}} \right) \\
 We'^{(0)} = \frac{V^{(0)}}{\sqrt{\sigma_w / (\rho_w A_0^{(0)} / B_0^{(0)})}} \\
 \bar{C}^{(0)} = 0,05 Fr^{(0)} - \frac{\sqrt{\sin \varphi^{(0)}} We'^{(0)}}{63 Fr^{(0)}}
 \end{array} \right\} \begin{array}{l}
 \longrightarrow \\
 \\
 \\
 \\
 \\
 \\
 \\
 \end{array} \begin{array}{l}
 A_0^{(0)} = A_m, B_0^{(0)} = B_m, R_0^{(0)} = \frac{A_0^{(0)}}{O_0^{(0)}}
 \end{array}
 \end{array}$$

---


$$\begin{array}{l}
 \left. \begin{array}{l}
 A_0^{(1)} = (1 - \bar{C}^{(0)}) A_m \quad \longrightarrow h_0^{(1)}, B_0^{(1)}, R_0^{(1)} \\
 V^{(1)} = \frac{Q_w}{A_0^{(1)}} \\
 Fr^{(1)} = \frac{V^{(1)}}{\sqrt{g A_0^{(1)} / B_0^{(1)}}} \\
 \varphi^{(1)} = \arctg \left( \frac{nv^{(1)}}{R_0^{(1)2/3}} \right) \\
 We'^{(1)} = \frac{V^{(1)}}{\sqrt{\sigma_w / (\rho_w A_0^{(1)} / B_0^{(1)})}} \\
 \bar{C}^{(1)} = 0,05 Fr^{(1)} - \frac{\sqrt{\sin \varphi^{(1)} We'^{(1)}}}{63 Fr^{(1)}}
 \end{array} \right\} \text{Прва итерација} \\
 \\
 \left. \begin{array}{l}
 A_0^{(2)} = (1 - \bar{C}^{(1)}) A_m \quad \longrightarrow h_0^{(2)}, B_0^{(2)}, R_0^{(2)} \\
 \dots\dots\dots
 \end{array} \right\} \text{Друга...}
 \end{array}$$


---

Коришћене променљиве су већ дефинисане, а вредности константи су преузете из литературе:  $\sigma_w(T = 20 \text{ }^\circ\text{C}) = 0,0726 \text{ N/m}$  (Prodanović, 2007.),  $\rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3$ .

При великим дубинама воде узводно од кривине ( $h_0/D > 0,75$ ) рачунски се добија негативна концентрација ваздуха у мешавини. Тада је Веберов број релативно велики, а Фрудов број релативно мали, услед чега је други члан у јед. (6.2) већи од првог. С обзиром да се прорачуном добија физички немогуће решење, у оваквим случајевима је усвојено да нема увлачења ваздуха у ток, па је дубина чисте воде једнака мереној дубини мешавине. Оваквих случајева је било 10, што чини 5,5% експерименталних испитивања.

Приказаним итеретивним прорачуном су одређене дубине чисте воде непосредно узводно од кривине,  $h_0$ , па су и све остале величине, меродавне за описивање услова течења у проводнику (релативна дубина, брзина, Фрудов број), одређене на основу њих.

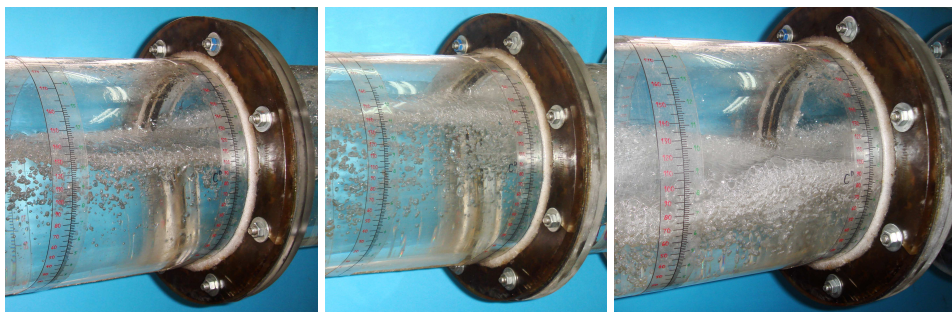
Треба напоменути да у мерену дубину мешавине нису ушли мехурићи ваздуха на воденој површини, јер се у тој зони налази практично чист ваздух. Ова зона се јасно издваја при малим брзинама, па уколико нема ни

увученог ваздуха у дубљим слојевима тока, практично је измерена дубина чисте воде (Слика 6.4). Поузданости мерења дубина при мањим брзинама доприносе и мање осцилације нивоа воде у проводнику током опита.



Слика 6.4 - Мехурићи ваздуха на воденој површини који се јасно издвајају при мањим брзинама тока

Са повећањем брзине, долази до све интензивнијег увлачења ваздуха у ток. Површински мехурићи су и овде присутни, али се не издвајају јасно, већ се најчешће издваја површинска зона у којој је доминантно учешће ваздуха (Слика 6.5). Ваздух се налази и у дубљим слојевима, али у мањим концентрацијама.



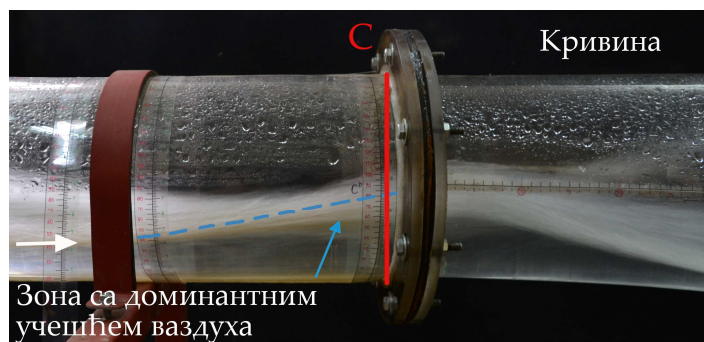
Слика 6.5 - Присуство ваздуха у току при већим брзинама течења

Мерење дубине мешавине у оваквим случајевима је отежано, како због немогућности прецизног одређивања зоне у којој се практично налази чист ваздух (а која не улази у дубину мешавине), тако и због значајнијих осцилација нивоа воде у проводнику које најчешће прате течење при великим брзинама.

Када површинска зона са доминантни учешћем ваздуха није широка (случај на прве две фотографије Сликe 6.5), дубина мешавине је мерена до средине ове зоне, како би се површински мехурићи ваздуха изузели из дубине мешавине.



Широка површинска зона са доминантним учешћем ваздуха се састоји од већег броја слојева мехурића по дубини (што је случај на последњој фотографији на Слици 6.5). Тада је дубина мешавине мерена тако да њома буде обухваћен већи део ове зоне, односно да се изузму само површнски мехурићи где се практично налази чист ваздух (Слика 6.6).



Слика 6.6 – Мерење дубине мешавине у случају шире површинске зоне са доминантним учешћем ваздуха

Дубине чисте воде су такође процењене и из прорачуна линије нивоа, па су упоређене са вредностима добијеним на основу моделских испитивања.

Прорачуни линије нивоа на деоници узводно од кривине су урађени коришћењем програма KANALXP (Savić, i drugi, 2004), чиме су одређене дубине чисте воде у пресеку С.

С обзиром да се ради о бурном течењу, задате су дубине и протоци на узводном крају цеви. Протоци су мерени на Томсоновом преливу, док су дубине одређене на основу мерења нивоа воде у узводном резервоару и отвора табласте уставе, при чему је коришћен израз за течење испод површинских затварача (Савић, 2009).

Дубине воде из прорачуна линије нивоа су упоређене са дубинама чисте воде, којима са процењеном количином увученог ваздуха, одговара дубина мешавине измерена на моделу. Обе дубине се односе на пресек непосредно узводно од кривине (пресек С).

Овако одређене дубине воде се, у просеку, разликују за 0,76 cm, с тим што се прорачуном линије нивоа добија мања дубина воде. Одређене су и релативне разлике, као и стандардна девијација:

$$\delta_h = \frac{|h_0^{mod} - h_0^{pr}|_C}{h_0^{mod}} \cdot 100\%$$



$$\sigma_h = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (h_0^{mod} - h_0^{pr})^2}$$

где је:  $\delta_h$  - релативна разлика дубина,  $h_0^{mod}$  - дубина воде добијена на основу мерења на моделу и процењене количине увученог ваздуха у ток,  $h_0^{pr}$  - дубина воде из прорачуна линије нивоа,  $\sigma_h$  - стандардна девијација,  $N$  - број извршених опита.

Средња вредност релативних разлика дубина воде одређених на поменути два начина износи 9,9%, а стандардна девијација 0,988.

На основу поређења резултата, може се закључити да се дубине и брзине, одређене на основу мерења на моделу и процењене количине увученог ваздуха у ток, солидно слажу са резултатима прорачуна линије нивоа.

### 6.3 *Поређење мерених и рачунски одређених вредности брзина и концентрација*

Примењена метода за мерење брзина у правцу тока је описана у поглављу о мерењима на моделу, а у додатку А је приказан један пример анализе снимака са модела и резултата мерења. Анализа резултата мерења брзина за преосталих осам опита није приложена, већ су само приказане вредности измерених брзина.

Измерене брзине тока су коришћене и за одређивање концентрације ваздуха у мешавини. Прво су на основу њих и одговарајућих површина попречног пресека, одређени протоци мешавине:

$$Q_m = V_m A_m, \quad (6.3)$$

а затим и протоци ваздуха кроз протицајни пресек

$$Q_a = Q_m - Q_w. \quad (6.4)$$

Средња концентрација ваздуха у мешавини је одређена из израза:

$$\bar{C} = \frac{Q_a}{Q_m} \quad (6.5)$$

Праћење кретања већег броја конфета на више узастопних снимака доприноси поузданијем одређивању брзине тока. С обзиром да мерења брзина тока нису једнако поуздано одређена на свим опитима, тако су и кон-

центрације ваздуха у мешавини одређене на основу њих, такође различите поузданости.

У прилогу Б је приказано поређење мерених и рачунски одређених брзина тока, и средњих концентрација ваздуха у мешавини, на основу чега су дати коментари о адекватности примене израза (6.2) за одређивање количине увученог ваздуха у ток.

#### **6.4 Коментари о примени израза за увлачење ваздуха у ток из литературе (Falvey, 1980) на испитани физички модел**

У оквиру овог дела су систематизовани коментари о увлачењу ваздуха у ток, који су дати у прилогу Б, а односе се на примену израза из литературе (Falvey, 1980) на испитани физички модел. Коментари су дати на основу поређења рачунски одређених концентрација увученог ваздуха (јед. (6.2)) са концентрацијама добијеним на основу мерења брзина тока.

На основу девет приказаних поређења концентрација ваздуха, уочава се да су присутна одређена одступања рачунских концентрација са индиректно „мереним“. Рачунски одређене концентрације ваздуха на приказаним примерима се крећу од 6,4 до 17%, док се „мерене“ налазе у ширем опсегу (0,4 – 25,3%) који више одговара уоченом стању на моделу и визуелно процењеним количинама увученог ваздуха на бази фотографија.

У појединим случајевима су присутна већа одступања рачунски одређене концентрације од концентрације уочене на бази фотографија, као што је приказано на примеру у Табели Б.7. На фотографији се види да је увучена значајна количина ваздуха у ток, док се рачунски добија концентрација од 6,4%.

Иако је процена концентрације ваздуха у мешавини на бази фотографија са модела подложна субјективној оцени, и више служи за уочавање крупнијих неслагања рачунских вредности од стања на моделу, ипак се може уочити солидно слагање са резултатима индиректних мерења концентрација.

С обзиром да је концентрација ваздуха у мешавини индиректно мерена на само девет опита, рачунски одређене концентрације су упоређене са концентрацијама на бази фотографија на још 48 опита. И овде се јавило неколико случајева где је рачунска концентрација значајно потцењена у

односу на стање на моделу. Реч је о течењу при дубинама од око 9 до 10 cm и Фрудовим бројевима од око 4. Осим поменутих случајева, углавном су присутна мања одступања код којих је рачунска концентрација већа у односу на стање на моделу, што може да буде последица испитивања на моделу релативно малих димензија.

Иако су присутна одређена неслагања рачунских концентрација са стањем на моделу, ипак је одлучено да се израз из литературе (Falvey, 1980) користи при одређивању концентрација увученог ваздуха у ток, како због тога што се није располагало адекватнијим изразом, тако и због тога што су индиректна мерења концентрација (преко брзина) недовољног обима да би се на основу њих извели глобални закључци и предложили другачији изрази за одређивање концентрације ваздуха у мешавини. Фотографије са модела су коришћене само за грубу процену концентрација ваздуха у мешавини и такође не могу да послуже за дефинисање поузданијих израза за одређивање количине увученог ваздуха у ток.

## 7 АНАЛИЗА РЕЗУЛТАТА МОДЕЛСКИХ ИСПИТИВАЊА

Испитивања на физичком моделу су, пре свега, урађена са циљем да се одреде услови при којима настаје хеликоидно течење у проводнику, као и његово загушење. Поред тога, резултати експерименталних испитивања су коришћени и за процену губитка енергије који настаје услед присуства кривине при бурном течењу, о чему ће бити речи у поглављу 8.

На физичком моделу је испитано 14 диспозиција проводника, које су описане у поглављу 5. Различите диспозиције су испитане са циљем да се одреде утицаји скретног угла кривине и њене закривљености на течење у проводнику, чиме би се употпунила постојећа истраживања у којима су ови утицаји изостављени.

### 7.1 Класификација течења на моделу

Сва остварена течења на моделу су класификована у један од четири усвојена типа, Слика 7.1:

- 1) Течење без окретања млаза,
- 2) Прелазно течење код кога долази до делимичног окретања млаза,
- 3) Хеликоидно течење код кога се млаз потпуно окренуо по обиму проводника, али не долази до загушења тока,
- 4) Хеликоидно течење са загушењем тока.

При течењу без окретања млаза долази до повећања нивоа воде дуж конкавне стране, али он не досеже до врха проводника. На деоници низводно од кривине се јављају осцилације нивоа воде, које се смањују дуж тока, као што се види на Слици 7.1а).

У случају када максимална дубина на конкавној страни досеже до врха проводника, а само мали део млаза прелази на супротну - конвексну страну пресека, настаје *прелазно течење*, Слика 7.1б). Иако млаз досеже до врха проводника, његов највећи део остаје на конкавној страни. Осцилације нивоа воде се настављају у низводном смеру.

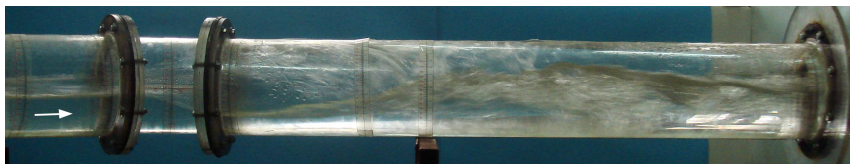
*Хеликоидно течење* настаје када се млаз са конкавне стране кривине потпуно окрене по обиму проводника и споји са током на конвексној страни. Део тока на конвексној страни проводника је „поклопљен“ окренутим млазом, услед чега се осцилације нивоа не издвајају јасно, Слика

7.1в). У зони окретања млаза по обиму проводника ваздух пролази кроз његов средишњи део, док се низводно од тог места успоставља „класично“ течење са слободном површином, уз присуство стојећих таласа.

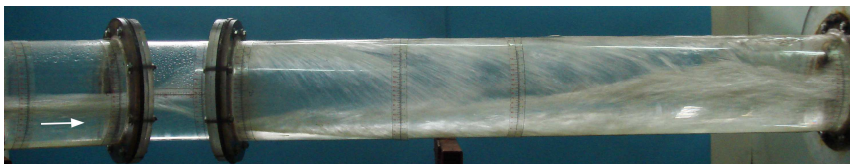
Уколико је при окретању млаза по обиму проводника цео попречни пресек испуњен мешавином воде и ваздуха, не остављајући простор за струјање ваздуха кроз његов средишњи део, настаје *хеликоидно течење са загушењем*, Слика 7.1г). Осцилације нивоа воде низводно од кривине се не уочавају, јер је цео попречни пресек испуњен мешавином воде и ваздуха.



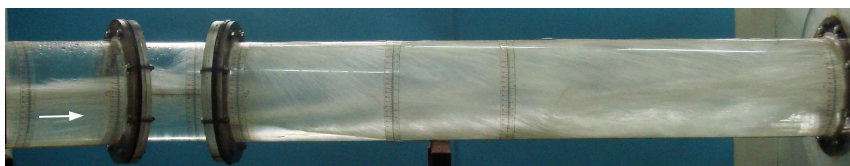
а) Течење без окретања млаза



б) Прелазно течење код кога долази до делимичног окретања млаза



в) Хеликоидно течење код кога се млаз потпуно окренуо, али не долази до загушења тока

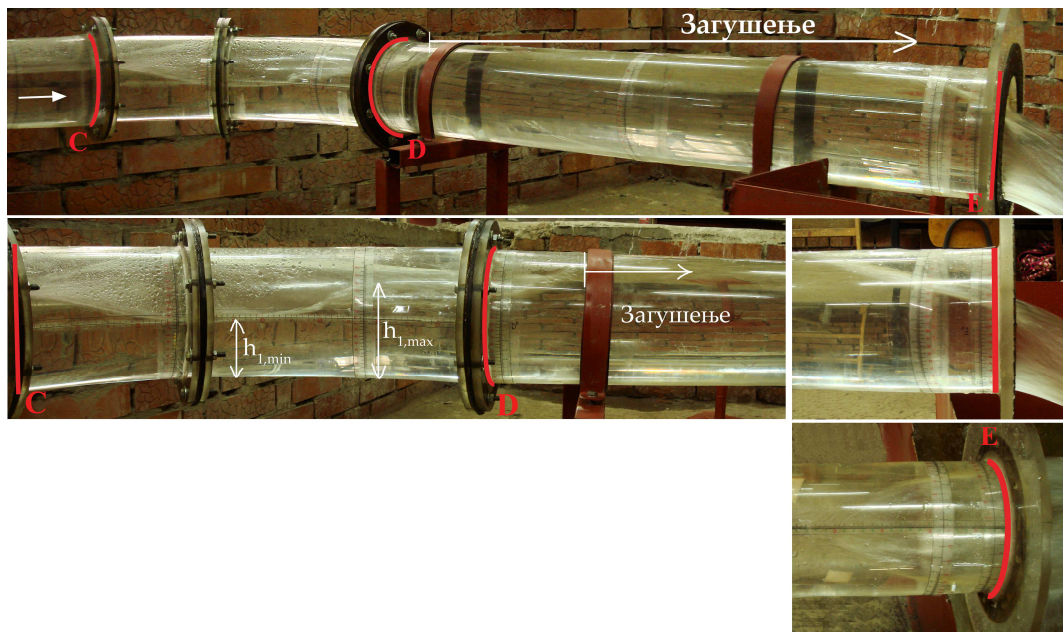


г) Хеликоидно течење са загушењем тока

Слика 7.1 - Карактеристичне струјне слике при бурном течењу у кривини проводника кружног попречног пресека

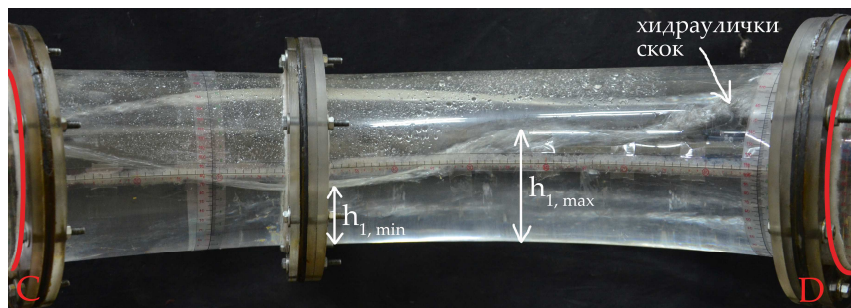
Током моделских испитивања је уочено да може да дође до загушења проводника низводно од кривине, иако се не формира хеликоидно течење (Слика 7.2). У кривини проводника се образују позитиван и негативан талас, као што је описано у поглављу 2. Таласни поремећаји се простиру

низводно и одбијају од чврсте границе, па се дуж зидова проводника наизменично јављају позитивне и негативне осцилације нивоа.



Слика 7.2 - Течење без окретања млаза са загушењем

Дуж конкавне стране кривине прво долази до надвишења нивоа воде и формирања максималне дубине, а затим до његовог снижења. Низводно од минималне дубине поново долази до пораста нивоа воде, који затим досеже до врха проводника, чиме се успоставља течење под притиском на низводној деоници.



Слика 7.3 - Конвексна страна кривине при течењу без окретања млаза са загушењем

На конвексној страни кривине настаје негативан талас, који доводи до снижења нивоа воде и формирања минималне дубине (Слика 7.2 и Слика 7.3). Након тога, долази до повећања дубине тока, формирања максимума, а затим и до спајања овог тока са низводним (који је под притиском) у

облику хидрауличког скока (на шта указује повећано увлачење ваздуха у овој зони).

Описана појава течења без окретања млаза са загушењем је карактеристична за веће скретне углове, код којих долази до одбијања позитивних и негативних таласа од чврсте границе у зони кривине, чиме се максималне дубине тока повећавају у низводном смеру, што у неким случајевима доводи до достизања врха проводника и формирања течења под притиском. У случају мањих скретних углова, позитиван и негативан талас се формирају у кривини, али се њихово одбијање од чврсте границе углавном дешава на низводној праволинијској деоници, услед чега се максималне осцилације нивоа воде смањују у низводном смеру.

Течење на низводној деоници је под притиском скоро до низводног краја проводника, где долази до пада линије нивоа због слободног истицања воде у атмосферу.

На физичком моделу је овакав тип течења забележен на само два опита на диспозицијама проводника са скретним угловима кривине од  $75^\circ$  и  $90^\circ$ , а при релативним дубинама,  $h_0/D \approx 0,65$ , и Фрудовим бројевима узводно од кривине,  $Fr_0 \approx 1,8$ .

Загушење проводника без окретања млаза се неће посебно третирати у даљој анализи, већ ће се класификовати као течење са загушењем, чиме се не ремети претходно усвојена класификација течења на четири основна типа.

## **7.2 Одређивање граница настанка хеликоидног течења и загушења проводника**

На основу претходно усвојене класификације течења на моделу, одређене су границе настанка хеликоидног течења и границе загушења тока за сваку испитану диспозицију проводника. Овим границама се дефинишу услови течења узводно од кривине (релативна дубина и Фрудов број) при којима се у проводнику остварује течење одређеног типа. Обим извршених испитивања је приказан у Табели 5.2.

Границе појаве хеликоидног течења и загушења тока су дате у облику емпиријских зависности, у којима фигуришу:

- услови течења узводно од кривине у бездимензионалном облику (релативна дубина,  $h_0/D$ , и Фрудов број,  $Fr_0 = v_0/\sqrt{g A_0/B_0}$ ) и
- карактеристике кривине (скретни угао и закривљеност), такође дате у бездимензионалном облику.

Општи облици зависности су дефинисани следећим изразима:

❖ *Граница настанка хеликоидног течења*

$$C_H = \frac{1}{H_1} Fr_0 \left( \frac{h_0}{D} \right)^{H_2} \begin{cases} < 0,95 & \text{без окретања млаза} \\ = 0,95 - 1,05 & \text{прелазно течење} \\ > 1,05 & \text{хеликоидно течење} \end{cases} \quad (7.1)$$

где су  $H_1$  и  $H_2$  променљиве које зависе од скретног угла кривине и њене закривљености.

Вредности променљивих  $H_1$  и  $H_2$  су прво одређене за сваку испитану диспозицију проводника, тако да крива дефинисана изразом (7.1) одговара резултатима моделских испитивања. Затим су за унапред дефинисане опште облике функционалних зависности  $H_1 = f_1(D/R, \alpha)$  и  $H_2 = f_2(D/R, \alpha)$ , методом најмањих квадрата одређене вредности емпиријских коефицијената у једначинама. Усвојени су емпиријски изрази чијом се применом добијају криве које најбоље одговарају резултатима моделских испитивања.

$$H_1 \begin{cases} H_1 = 0,76 \left( \frac{R}{D} \right)^{0,23} + 0,1 \cdot (\cos \alpha)^5 & \text{за } 15^\circ \leq \alpha < 45^\circ \\ H_1 = 0,7 + 0,1 \frac{R}{D} & \text{за } \alpha \geq 45^\circ \end{cases} \quad (7.2)$$

$$H_2 \begin{cases} H_2 = 0,535 \left( \frac{R}{D} \right)^{0,05} \cdot \left( \frac{\alpha}{\pi} \right)^{0,3} + 0,5 & \text{за } 15^\circ \leq \alpha < 45^\circ \\ H_2 = 1,25 + 0,05 \frac{R}{D} & \text{за } \alpha \geq 45^\circ \end{cases} \quad (7.3)$$

Из претходних израза се види да променљиве  $H_1$  и  $H_2$  зависе само од закривљености за углове веће од  $45^\circ$ , па величина скретног угла изнад ове границе не утиче на формирање хеликоидног течења у проводнику.



❖ *Граница настанка загушења тока*

$$C_z = \frac{1}{Z_1} Fr_0 \left( \frac{h_0}{D} \right)^{Z_2} \quad \begin{cases} < 1 & \text{без загушења} \\ > 1 & \text{загушење тока} \end{cases} \quad (7.4)$$

где су  $Z_1$  и  $Z_2$  променљиве које зависе од скретног угла кривине и њене закривљености.

Емпиријски изрази за одређивање променљивих  $Z_1$  и  $Z_2$  су одређени на исти начин као и функције  $H_1$  и  $H_2$  за границу настанка хеликоидног течења.

$$Z_1 = 0,55 \left( \frac{R}{D} \right)^{0,4} \cdot (\sin \alpha)^{-0,22} \quad (7.5)$$

$$Z_2 = 0,85 \left( \frac{D}{R} \right)^{0,005} + 0,6 \cdot (\cos \alpha)^{1,6} + 1,22 \quad (7.6)$$

У наставку су приказани резултати мерења за сваку испитану диспозицију проводника, и оцењена је подесност предложених израза за дефинисање граница настанка хеликоидног течења и загушења тока за сваки конкретан случај.

### 7.3 *Испитивање граница настанка хеликоидног течења и загушења тока*

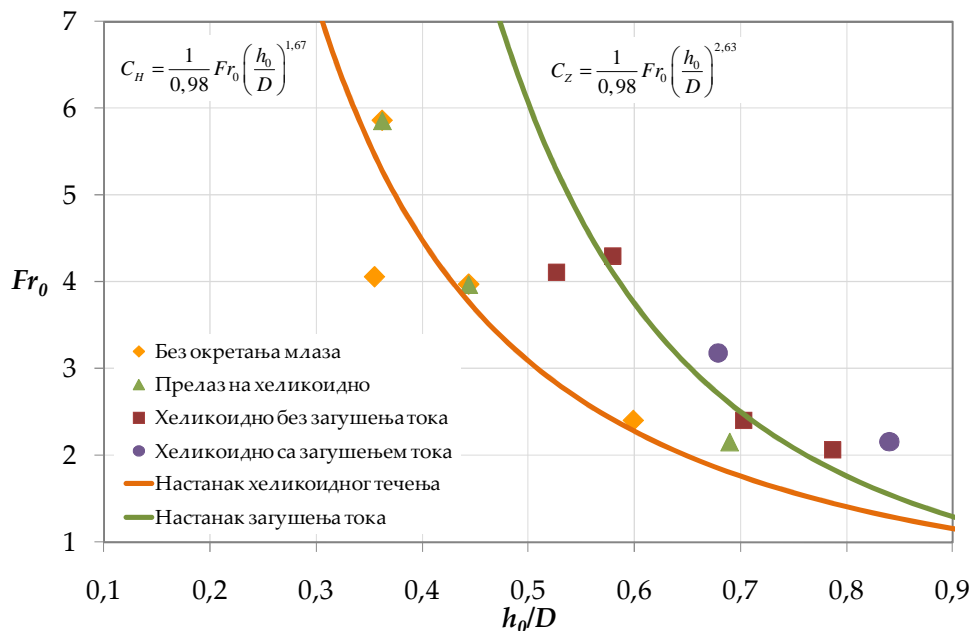
На следећим дијаграмима су приказане зависности типа течења у проводнику од релативне дубине и Фрудовог броја узводно од кривине за сваку испитану диспозицију. Свака од четири усвојене карактеристичне струјне слике (типа течења) је приказана другачијим ознакама. Предложени изрази за одређивање граница настанка хеликоидног течења и загушења тока су упоређени са резултатима моделских испитивања, након чега су дати коментари о подесности предложених израза.

#### 7.3.1 *Кривина са закривљеношћу $D/R = 1/2$ и скретним углом од $15^\circ$*

На диспозицији проводника са закривљеношћу  $D/R = 1/2$  и скретним углом од  $15^\circ$  извршено је 11 опита. Обухваћен је опсег релативних дубина узводно од кривине,  $h_0/D$ , од 0,35 до 0,84 и Фрудових бројева од 2,06 до 5,86. Течење на моделу је класификовано у складу са напред изнетом поделом, па су на следећем дијаграму приказани резултати моделских испитивања,

као и предложене границе настанка хеликоидног течења и загушења тока (Слика 7.4).

Током два опита се јавило течење на граници између течења без окретања млаза и прелазног течења, што је на дијаграму приказано преклопљеним симболима за ова два типа. Ова појава настаје услед флукуација нивоа воде узводно од кривине, због којих се на моменте јавља течење без окретања млаза, а затим и обртање његовог мањег дела по обиму проводника.



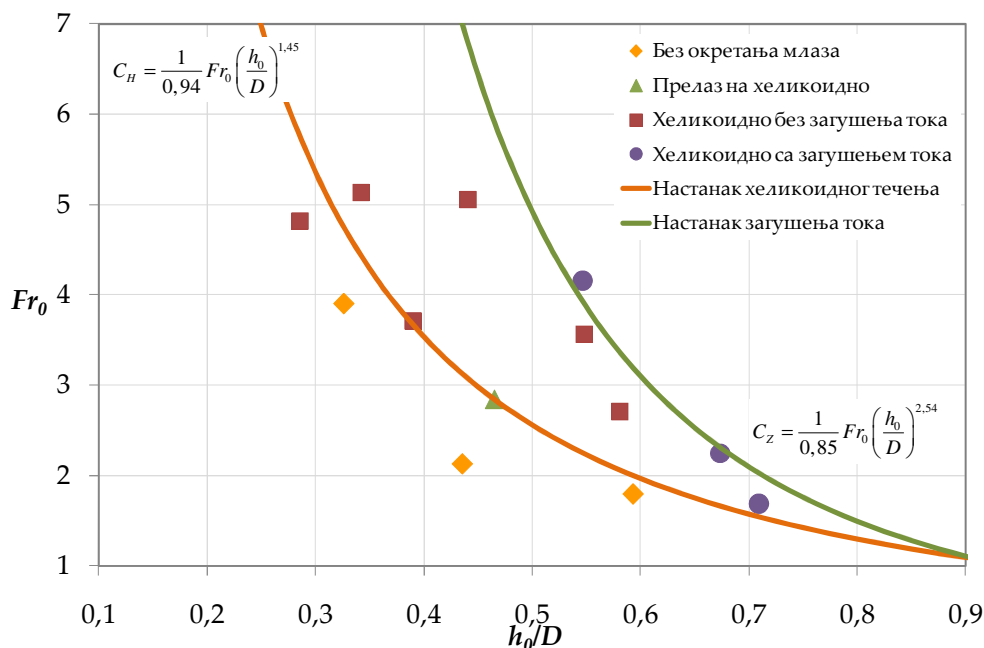
Слика 7.4 - Зависности типа течења од релативне дубине и Фрудовог броја узводно од кривине ( $D/R = 1/2$ ,  $\alpha = 15^\circ$ ) и поређење са предложеним кривама

Граница настанка хеликоидног течења је мало померена ка мањим релативним дубинама и Фрудовим бројевима у односу на „идеалну“ криву која би се конструисала на основу резултата моделских испитивања, али се њеним коришћењем остаје на страни сигурности, што је значајно са становишта применљивости израза у пракси.

Слична ситуација је и са границом настанка загушења тока, јер су се два опита при којима се остварило хеликоидно течење без загушења, нашла изнад криве, односно у области загушења тока.

### 7.3.2 Кривина са закривљеношћу $D/R = 1/2$ и скретним углом од $30^\circ$

На моделу кривине са закривљеношћу  $D/R = 1/2$  и скретним углом од  $30^\circ$  извршено је 13 опита. Обухваћен је опсег релативних дубина узводно од кривине,  $h_0/D$ , од 0,29 до 0,71 и Фрудових бројева од 1,69 до 5,14 (Слика 7.5).



Слика 7.5 - Зависности типа течења од релативне дубине и Фрудовог броја узводно од кривине ( $D/R = 1/2$ ,  $\alpha = 30^\circ$ ) и поређење са предложеним кривама

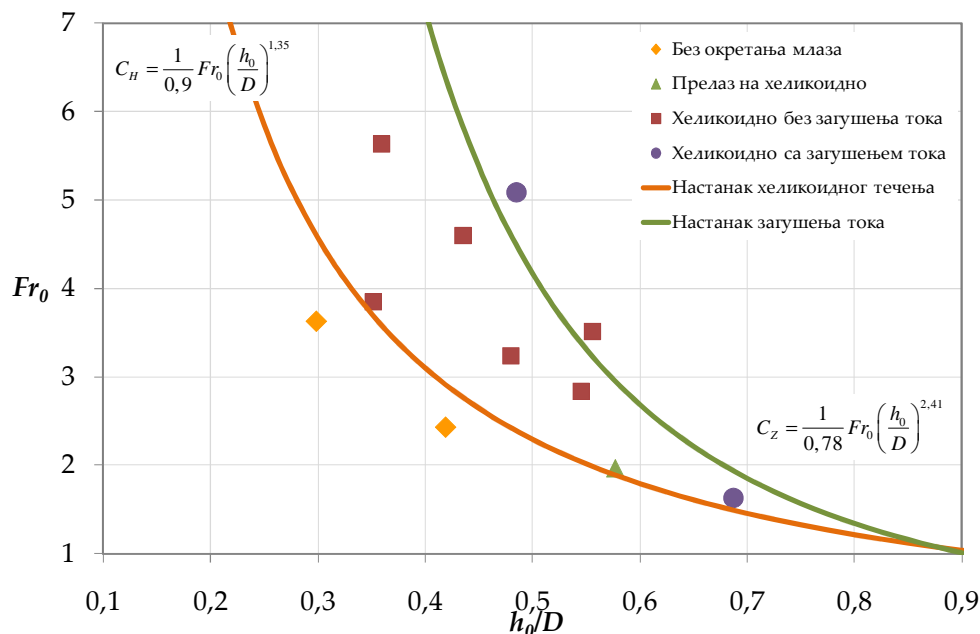
Границе настанка хеликоидног течења и загушења тока углавном одговарају резултатима моделских испитивања. Један опит, при коме се остварило хеликоидно течење, налази се испод границе настанка овог типа течења, односно у области течења без окретања млаза.

Слична ситуација је и са границом појаве загушења тока, где се један опит не налази у области којој припада, а други практично лежи на дефинисаној кривој која раздваја ова два типа тока.

### 7.3.3 Кривина са закривљеношћу $D/R = 1/2$ и скретним углом од $45^\circ$

На поменутом моделу кривине је извршено 11 опита. Обухваћен је опсег релативних дубина узводно од кривине,  $h_0/D$ , од 0,30 до 0,69 и Фрудових бројева од 1,63 до 5,64 (Слика 7.6).

Граница настанка хеликоидног течења одговара резултатима моделских испитивања.



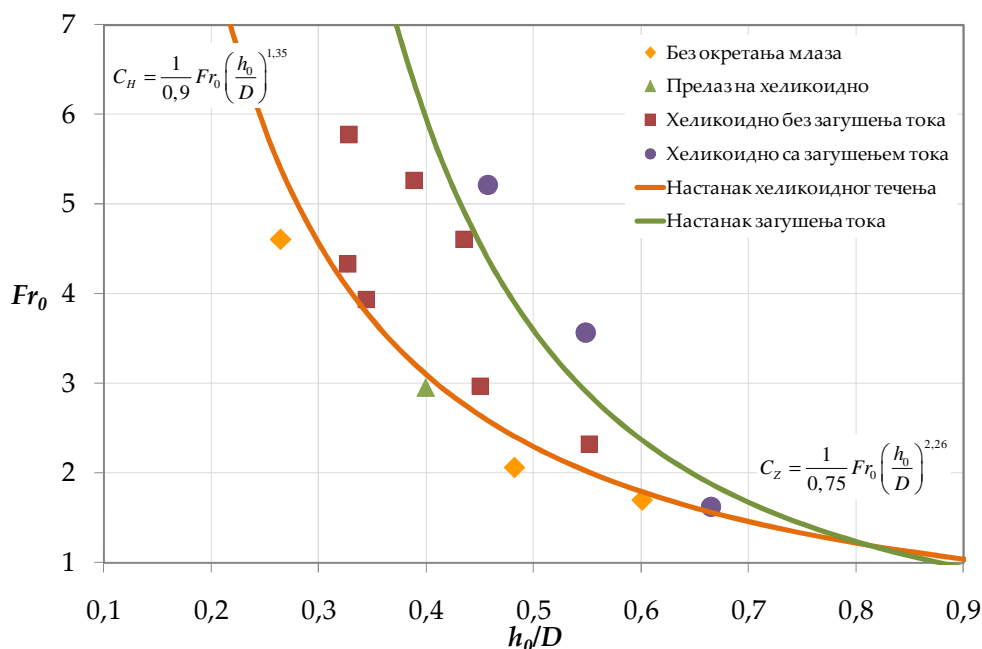
Слика 7.6 - Зависности типа течења од релативне дубине и Фрудовог броја узводно од кривине ( $D/R = 1/2$ ,  $\alpha = 45^\circ$ ) и поређење са предложеним кривама

Граница настанка загушења тока не одговара сасвим мерењима на моделу. Један опит при коме се остварило хеликоидно течење без загушења се налази у области загушења тока, док се опит при коме је дошло до загушења, налази испод криве. Треба приметити да је на основу извршених опита немогуће „провући“ криву која би представљала идеалну границу између области, што је очигледно последица одређене грешке при мерењу. Иако су присутна одређена одступања, ипак се може рећи да крива солидно одговара резултатима моделских испитивања.

#### 7.3.4 Кривина са закривљеношћу $D/R = 1/2$ и скретним углом од $60^\circ$

На предметном моделу кривине је извршено 14 опита. Обухваћен је опсег релативних дубина узводно од кривине,  $h_0/D$ , од 0,26 до 0,67 и Фрудових бројева од 1,63 до 5,78 (Слика 7.7).

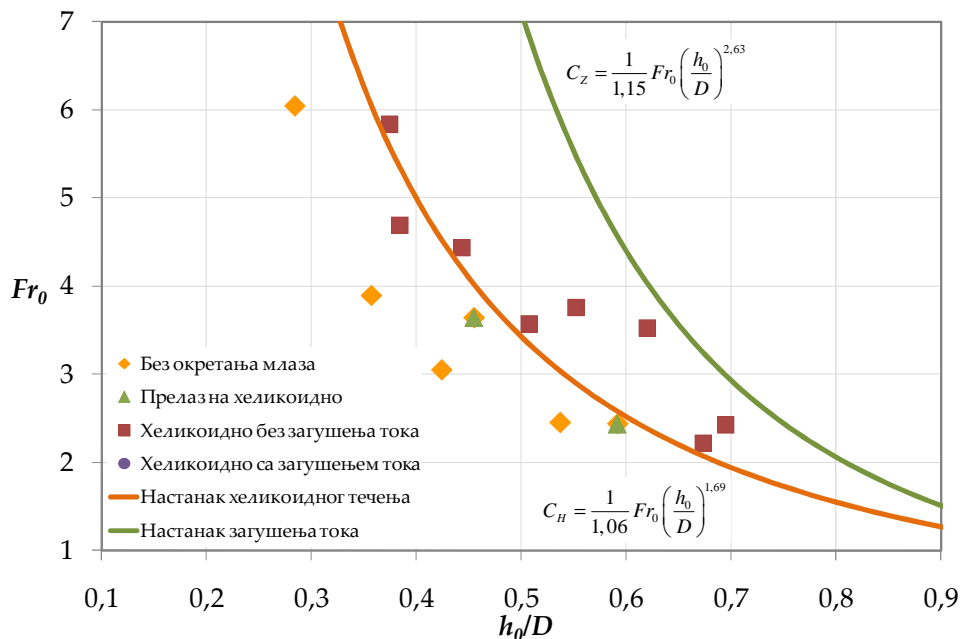
Граница настанка хеликоидног течења одговара резултатима моделских испитивања. Слично је и са границом загушења тока, с тим што се резултат једаног опита не налази у области којој припада.



Слика 7.7 - Зависности типа течења од релативне дубине и Фрудовог броја узводно од кривине ( $D/R = 1/2$ ,  $\alpha = 60^\circ$ ) и поређење са предложеним кривама

### 7.3.5 Кривина са закривљеношћу $D/R = 1/3$ и скретним углом од $15^\circ$

На предметном моделу кривине је извршено 14 опита. Обухваћен је опсег релативних дубина узводно од кривине,  $h_0/D$ , од 0,28 до 0,69 и Фрудових бројева од 2,22 до 6,04 (Слика 7.8).



Слика 7.8 - Зависности типа течења од релативне дубине и Фрудовог броја узводно од кривине ( $D/R = 1/3$ ,  $\alpha = 15^\circ$ ) и поређење са предложеним кривама

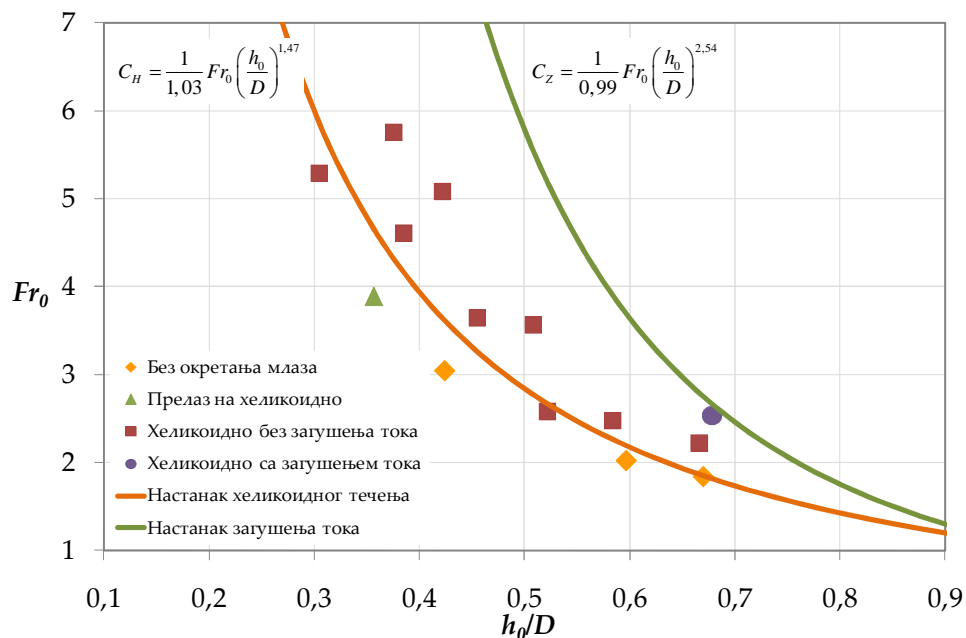
Током два опита се јавило течење на граници између течења без окретања млаза и прелазног течења, што је на дијаграму приказано преклопљеним симболима за ова два типа. Ова појава је описана у поглављу 7.3.1.

Граница настанка хеликоидног течења је незнатно померена на више (ка већим релативним дубинама и Фрудовим бројевима) у односу на криву која идеално одговара резултатима моделских испитивања, јер се испод ње налази један опит при коме се остварило хеликоидно течење. Одступање није значајно, па се може рећи да предложена крива одговара резултатима извршених опита.

Ни при једном опиту се није остварило течење са загушењем тока, чему одговара положај границе загушења која се налази изнад свих анализираних опита.

### 7.3.6 Кривина са закривљеношћу $D/R = 1/3$ и скретним углом од $30^\circ$

На предметном моделу кривине је извршено 14 опита. Обухваћен је опсег релативних дубина узводно од кривине,  $h_0/D$ , од 0,30 до 0,68 и Фрудових бројева од 1,84 до 5,76 (Слика 7.9).



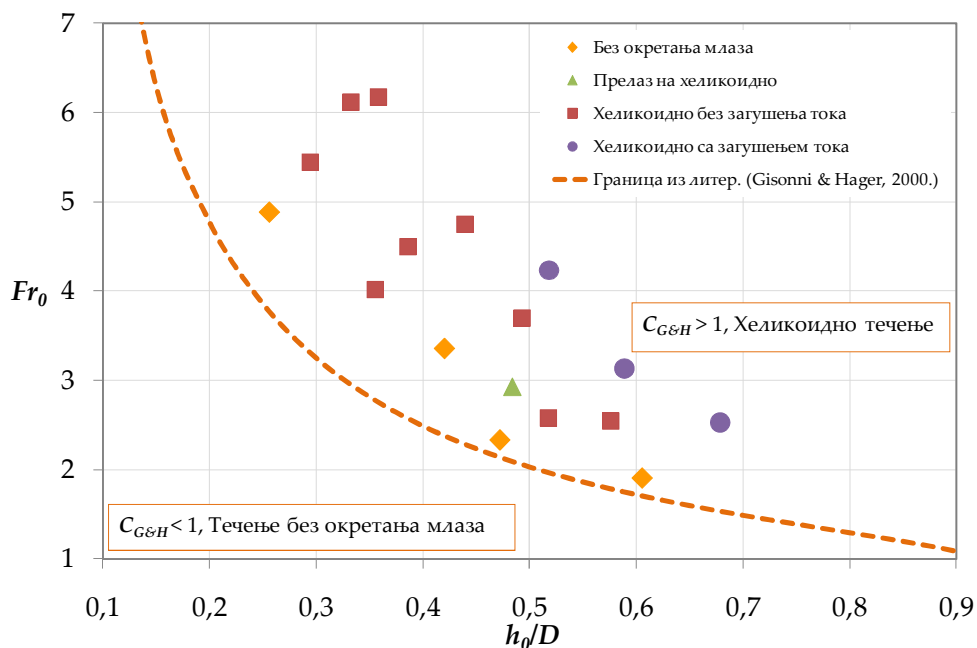
Слика 7.9 - Зависности типа течења од релативне дубине и Фрудовог броја узводно од кривине ( $D/R = 1/3$ ,  $\alpha = 30^\circ$ ) и поређење са предложеним кривама

Два опита при којима се остварило хеликоидно течење се налазе испод границе настанка ове појаве. Одступање није значајно, па се може рећи да крива, генерално, одговара резултатима моделских испитивања.

Само при једном опиту је дошло до загушења тока и предложена крива се налази мало изнад резултата овог опита, па га сврстава у област којој уствари не припада. Граница настанка загушења тока би требало да буде померена на ниже (ка мањим релативним дубинама и Фрудовим бројевима), али одступање није значајно.

### 7.3.7 Кривина са закривљеношћу $D/R = 1/3$ и скретним углом од $45^\circ$

На поменутом моделу кривине је извршено 17 опита. Обухваћен је опсег релативних дубина узводно од кривине,  $h_0/D$ , од 0,26 до 0,68 и Фрудових бројева од 1,91 до 6,18. Течење на моделу је класификовано у складу са напред изнетом поделом (Слика 7.10 и Слика 7.11).



Слика 7.10 - Зависности типа течења од релативне дубине и Фрудовог броја узводно од кривине ( $D/R = 1/3$ ,  $\alpha = 45^\circ$ ) и поређење са кривом из литературе (Gisonni & Hager, 2000)

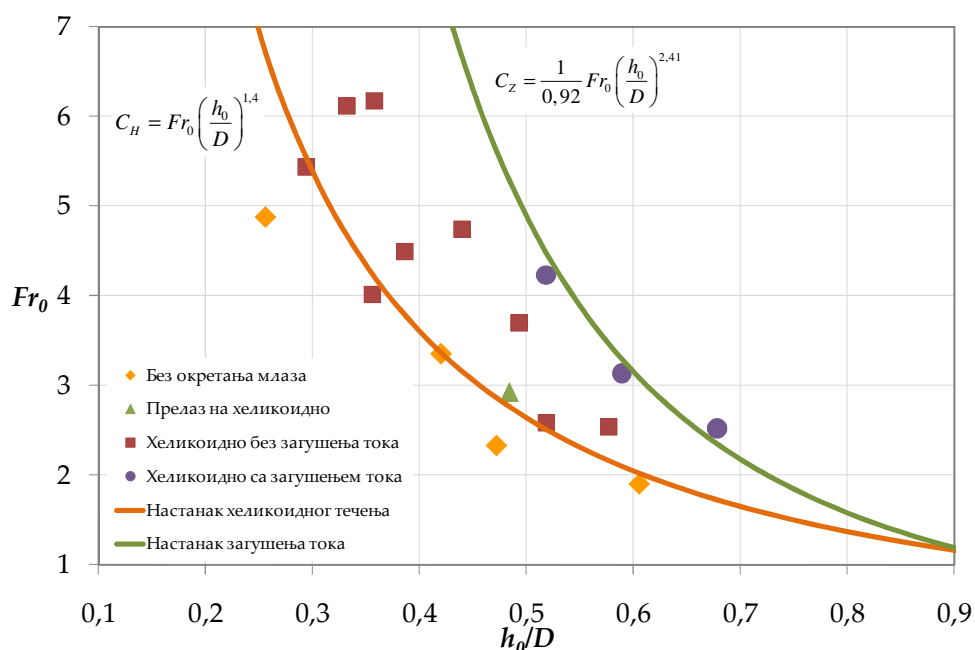
У литератури (Gisonni & Hager, 2000) је анализирано бурно течење у кривини, чије карактеристике одговарају предметној ( $D/R = 1/3$ ,  $\alpha = 45^\circ$ ). Резултати анализе са модела су прво упоређени са границом настанка хеликоидног течења, која је дефинисана у литератури, а дата једначином (4.5). У једначини фигурише вредност Фрудовог броја, дефинисаног изра-

зом  $Fr_{0,G\&H} = Q/\sqrt{gDh_0^4}$ , па је извршено његово прерачунавање на усвојени облик,  $Fr_0 = v_0/\sqrt{g A_0/B_0}$ .

На дијаграму се види да се сви извршени опити на физичком моделу налазе у зони где је  $C_{G\&H} > 1$  (где се очекује појава хеликоидног течења) иако су испитивањима обухваћени и случајеви када не долази до окретања млаза и појаве хеликоидног течења.

Треба приметити да у литератури (Gisonni & Hager, 2000) нису приказане вредности величина измерених на моделу, на основу којих је изведена емпиријска једначина (4.5). Може се претпоставити да су аутори рада желели да пружи дозу сигурности корисницима поменутог израза.

На Слици 7.11 је приказано поређење резултати моделских испитивања са предложеним границама настанка хеликоидног течења и загушења тока.



Слика 7.11 - Зависности типа течења од релативне дубине и Фрудовог броја узводно од кривине ( $D/R = 1/3$ ,  $\alpha = 45^\circ$ ) и поређење са предложеним кривама

На кривој којом се дефинише граница настанка хеликоидног течења лежи и резултат опита при коме се остварило течење без окретања млаза, као и резултат опита при хеликоидном течењу, па није било могуће повући криву која у потпуности одговара резултатима моделских испитивања. Предложена граница настанка хеликоидног течења углавном одговара извршеним опитима.

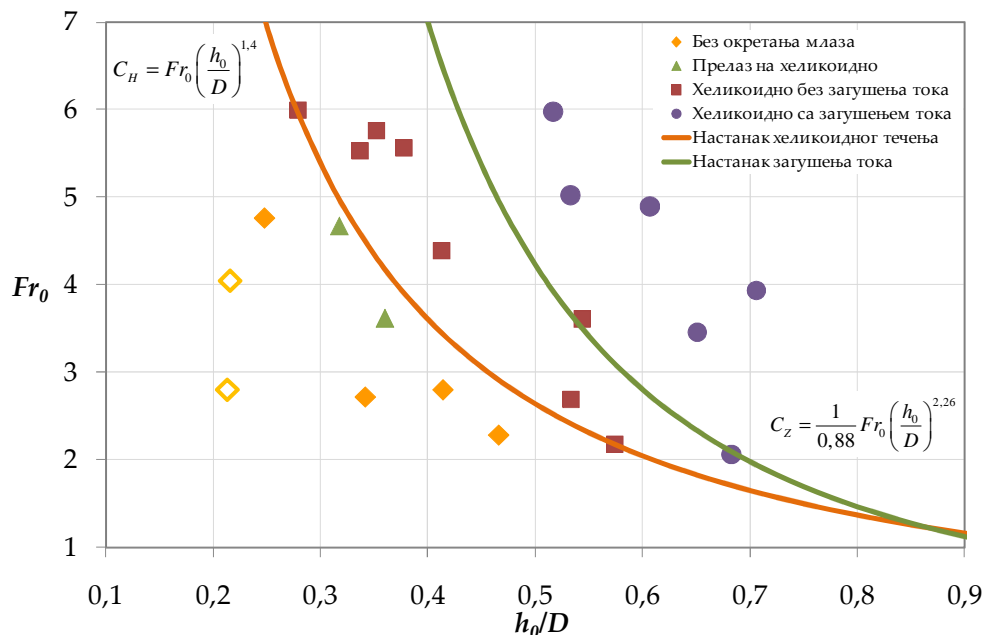


Облик границе настанка загушења тока одговара резултатима моделских испитивања, али је крива померена мало на више (ка већим релативним дубинама и Фрудовим бројевима). Одступање није значајно.

### 7.3.8 Кривина са закривљеношћу $D/R = 1/3$ и скретним углом од $60^\circ$

На поменутом моделу кривине је извршено укупно 22 опита, али су два изузета из даље анализе због присуства стојећих таласа узводно од кривине, о чему је било речи у поглављу 5.4. Обухваћен је опсег релативних дубина узводно од кривине,  $h_0/D$ , од 0,25 до 0,71 и Фрудових бројева од 2,06 до 5,99 (Слика 7.12).

Два изузета опита су на дијаграму приказана празним симболима. Оба се односе на течење без окретања млаза, које се остварило при малим релативним дубинама узводно од кривине ( $h_0/D \approx 0,21$ ). На дијаграму се види да се поменути опити налазе дубоко у зони течења без окретања млаза, па њихово изузимање из даље анализе не утичу на одређивање границе настанка хеликоидног течења.

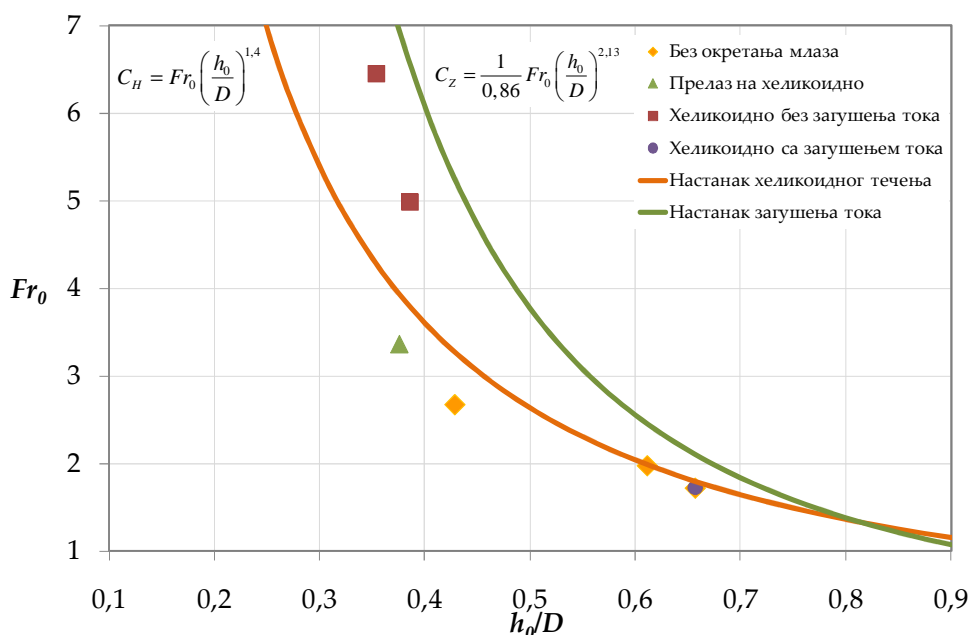


Слика 7.12 - Зависности типа течења од релативне дубине и Фрудовог броја узводно од кривине ( $D/R = 1/3$ ,  $\alpha = 60^\circ$ ) и поређење са предложеним кривама

Границе настанка хеликоидног течења и загушења тока одговарају резултатима моделских испитивања.

### 7.3.9 Кривина са закривљеношћу $D/R = 1/3$ и скретним углом од $75^\circ$

На предметној диспозицији проводника је извршено свега 6 опита, јер су пре њега испитани и већи и мањи скретни углови за исту закривљеност, на основу чега су донети прелиминарни закључци о утицају величине угла на настанак хеликоидног течења и загушења тока. Опити на предметној диспозицији су конципирани тако да се на основу њих изврши провера и потврда изведених закључака. Испитивањима је обухваћен опсег релативних дубина узводно од кривине,  $h_0/D$ , од 0,35 до 0,66 и Фрудових бројева од 1,72 до 6,45 (Слика 7.13).



Слика 7.13 - Зависности типа течења од релативне дубине и Фрудовог броја узводно од кривине ( $D/R = 1/3$ ,  $\alpha = 75^\circ$ ) и поређење са предложеним кривама

Током једног опита је дошло до загушења тока низводно од кривине, иако се није формирало хеликоидно течење. Ова појава је описана у поглављу 7.1, а на дијаграму је представљена преклопљеним симболима за ова два типа течења.

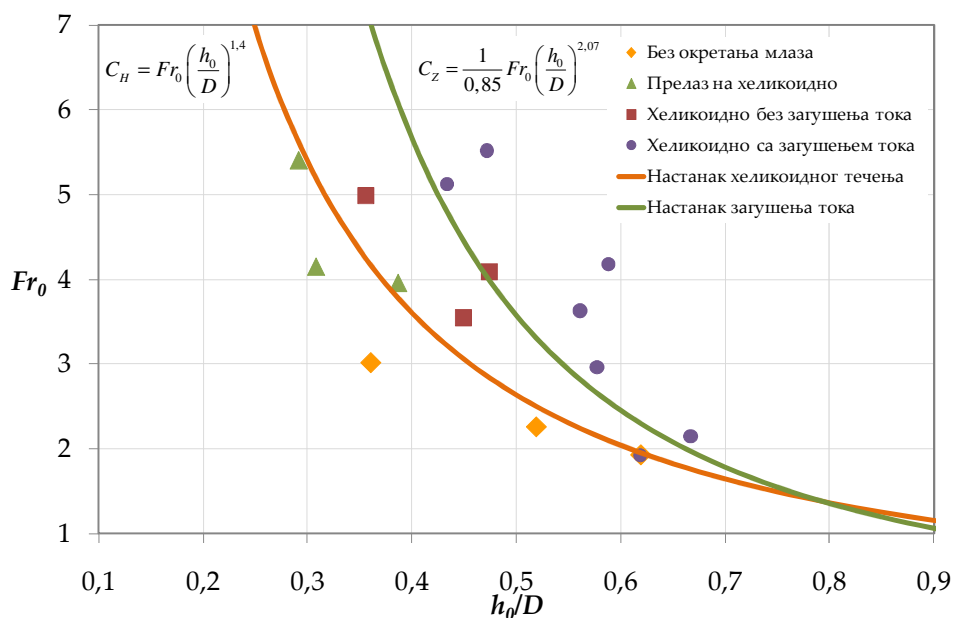
Граница настанка хеликоидног течења одговара резултатима моделских испитивања.

Граница настанка загушења тока се налази изнад свих извршених опита, укључијући и опит при коме је дошло до загушења тока без окретања млаза по обиму проводника. С обзиром да се није располагало опитима код којих се остварило хеликоидно течење са загушењем тока, не може се са

сигурношћу оценити адекватност предложене границе за анализирану диспозицију проводника, али се може претпоставити да је ипак мало померена на више (ка већим релативним дубинама и Фрудовим бројевима узводно од кривине).

### 7.3.10 Кривина са закривљеношћу $D/R = 1/3$ и скретним углом од $90^\circ$

На предметној диспозицији проводника је извршено 15 опита. Обухваћен је опсег релативних дубина узводно од кривине,  $h_0/D$ , од 0,29 до 0,67 и Фрудових бројева од 1,93 до 5,52 (Слика 7.14).



Слика 7.14 - Зависности типа течења од релативне дубине и Фрудовог броја узводно од кривине ( $D/R = 1/3$ ,  $\alpha = 90^\circ$ ) и поређење са предложеним кривама

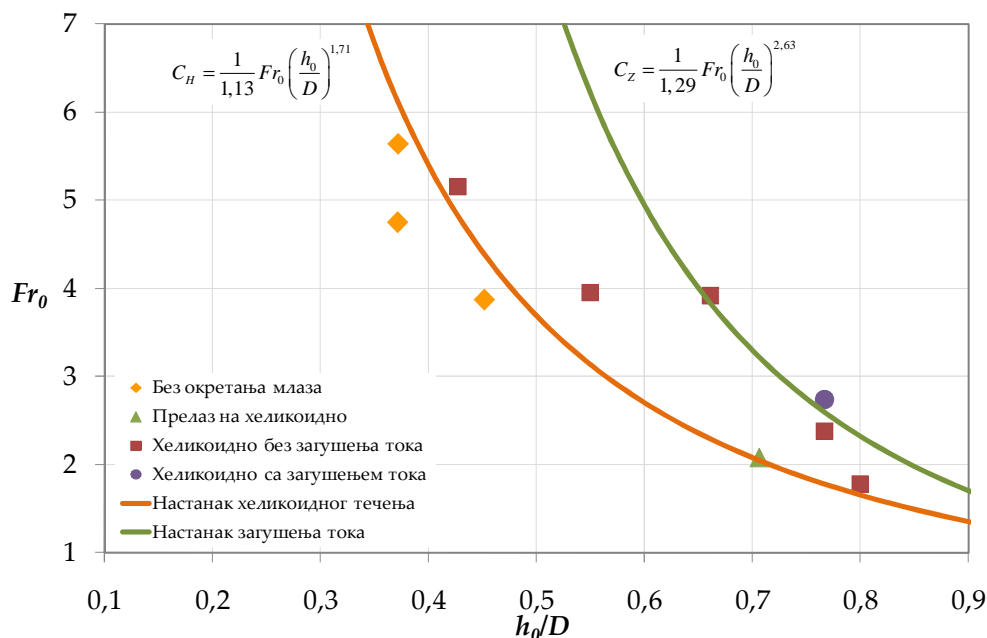
Као и на претходно анализираној кривини и овде је током једног опита дошло до загушења тока низводно од кривине, иако се није формирало хеликоидно течење.

Граница настанка хеликоидног течења одговара резултатима извршених опита.

Граница настанка загушења тока углавном одговара резултатима моделских испитивања. Изузетак је опит при коме је дошло до загушења тока низводно од кривине, иако се није формирало хеликоидно течење, као и опит при коме се формирало хеликоидно течење, а који се налази на самој граници области. Иако су присутна мања одступања, може се рећи да крива солидно одговара резултатима моделских испитивања.

### 7.3.11 Кривина са закривљеношћу $D/R = 1/4$ и скретним углом од $15^\circ$

На предметној диспозицији проводника је извршено 10 опита. Обухваћен је опсег релативних дубина узводно од кривине,  $h_0/D$ , од 0,37 до 0,80 и Фрудових бројева од 1,78 до 5,64 (Слика 7.15).



Слика 7.15 - Зависности типа течења од релативне дубине и Фрудовог броја узводно од кривине ( $D/R = 1/4$ ,  $\alpha = 15^\circ$ ) и поређење са предложеним кривама

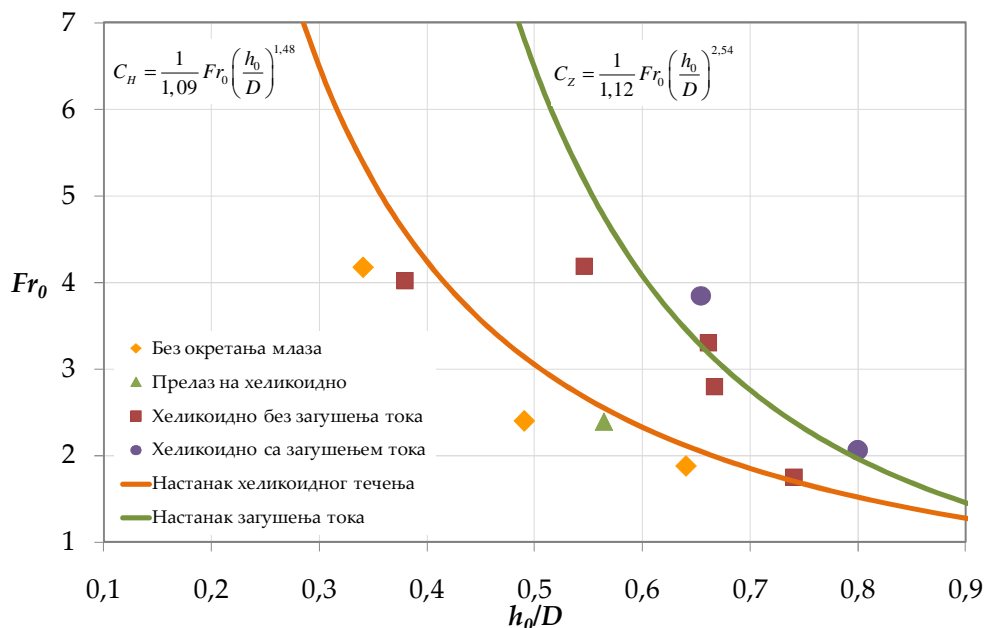
Границе настанка хеликоидног течења и загушења тока сасвим добро одговарају резултатима моделских испитивања.

### 7.3.12 Кривина са закривљеношћу $D/R = 1/4$ и скретним углом од $30^\circ$

На предметној кривини је извршено 11 опита. Обухваћен је опсег релативних дубина узводно од кривине,  $h_0/D$ , од 0,34 до 0,80 и Фрудових бројева од 1,75 до 4,18 (Слика 7.16).

Граница настанка хеликоидног течења углавном одговара резултатима моделских испитивања. Један опит, при коме се остварило хеликоидно течење, се нашао испод предложене криве, односно у области течења без окретања млаза.

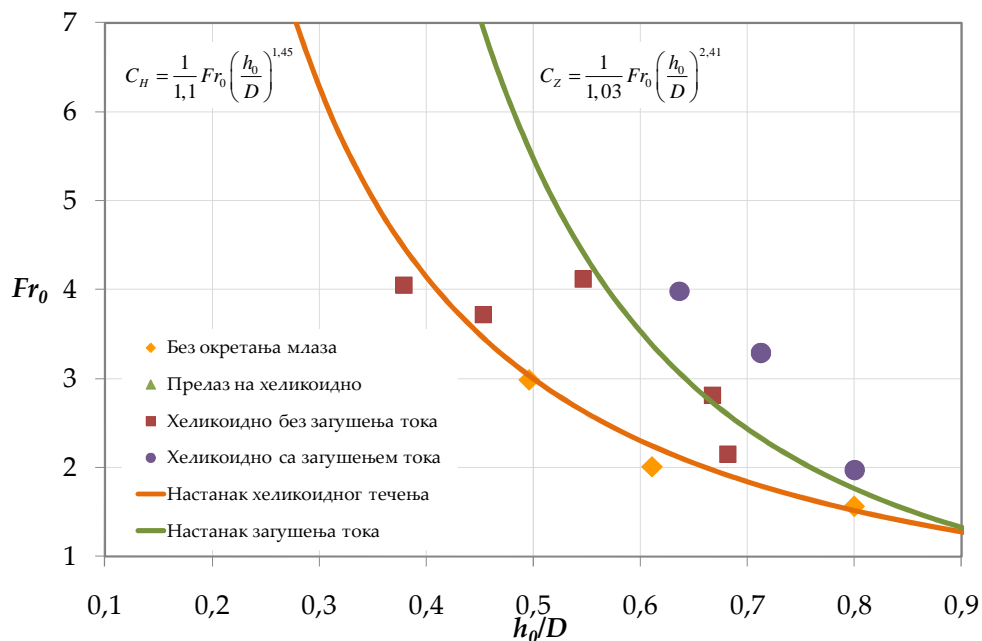
На кривој којом се дефинише граница настанка загушења тока лежи и резултат опита при коме се остварило хеликоидно течење, као и опита при коме је дошло до загушења тока. Предложена граница углавном одговара резултатима извршених опита.



Слика 7.16 - Зависности типа течења од релативне дубине и Фрудовога броја узводно од кривине ( $D/R = 1/4$ ,  $\alpha = 30^\circ$ ) и поређење са предложеним кривама

### 7.3.13 Кривина са закривљеношћу $D/R = 1/4$ и скретним углом од $45^\circ$

На предметној диспозицији проводника је извршено 11 опита. Обухваћен је опсег релативних дубина узводно од кривине,  $h_0/D$ , од 0,38 до 0,80 и Фрудових бројева од 1,56 до 4,12 (Слика 7.17).

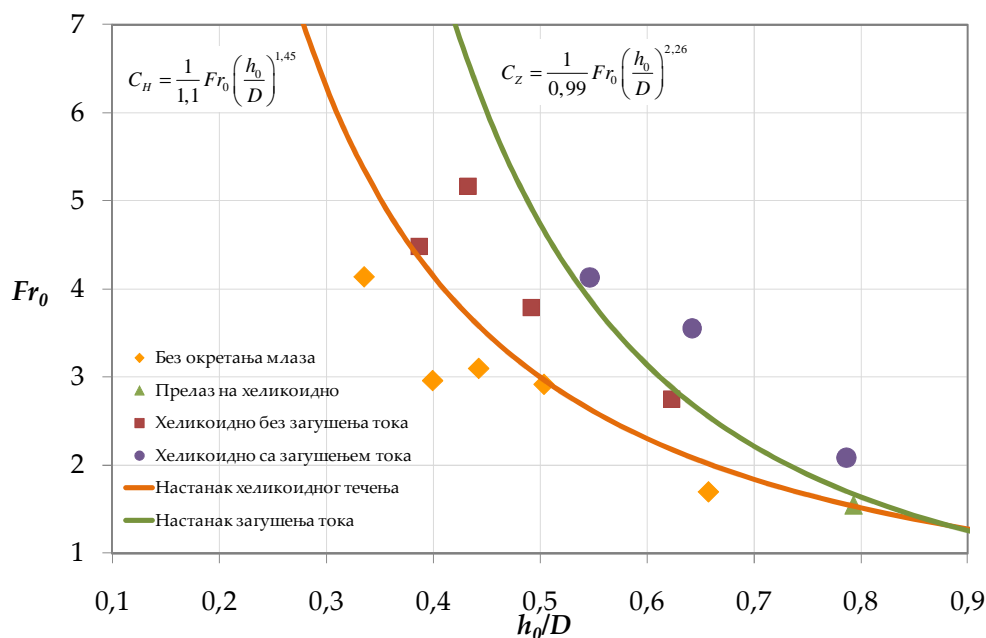


Слика 7.17 - Зависности типа течења од релативне дубине и Фрудовога броја узводно од кривине ( $D/R = 1/4$ ,  $\alpha = 45^\circ$ ) и поређење са предложеним кривама

Границе настанка хеликоидног течења и загушења тока углавном одговарају резултатима моделских испитивања, с тим што су мало померене на ниже, односно на страну сигурности.

### 7.3.14 Кривина са закривљеношћу $D/R = 1/4$ и скретним углом од $60^\circ$

На предметној диспозицији проводника је извршено 13 опита. Обухваћен је опсег релативних дубина узводно од кривине,  $h_0/D$ , од 0,34 до 0,80 и Фрудових бројева од 1,54 до 5,16 (Слика 7.18).



Слика 7.18 - Зависности типа течења од релативне дубине и Фрудовог броја узводно од кривине ( $D/R = 1/4$ ,  $\alpha = 60^\circ$ ) и поређење са предложеним кривама

Границе настанка хеликоидног течења и загушења тока у потпуности одговарају одговарају резултатима моделских испитивања.

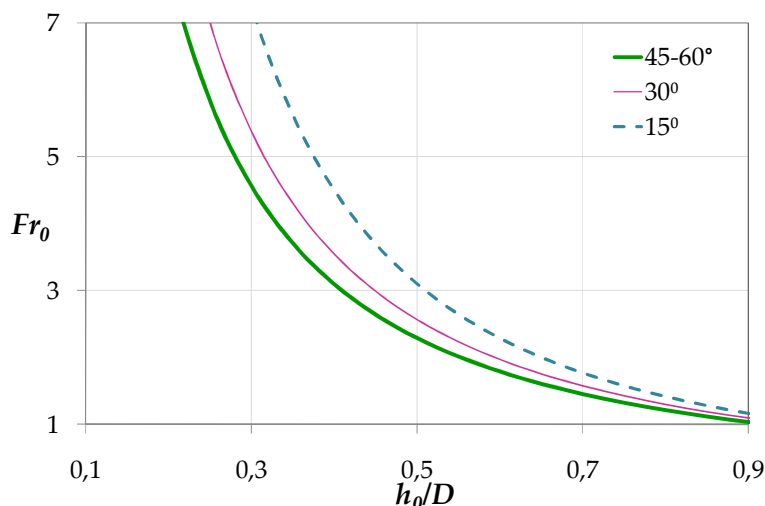
## 7.4 Утицај скретног угла на карактеристике течења у проводнику

Поређењем предложених граница настанка хеликоидног течења и загушења тока за кривине са истом закривљеношћу, а различитим скретним угловима, одређен је утицај вредности скретног угла на карактеристике течења у проводнику. Прво су упоређене границе настанка хеликоидног течења за сваку од три испитане закривљености и дати су коментари, а затим је исто урађено и за границе настанка загушења тока.

### 7.4.1 Утицај скретног угла на настанак хеликоидног течења

На следећим дијаграмима су приказане границе између течења без окретања млаза и хеликоидног течења за закривљености кривине  $D/R = 1/2$ ,  $D/R = 1/3$  и  $D/R = 1/4$  и разматране скретне углове кривине.

❖ *Закривљеност кривине  $D/R = 1/2$*



Слика 7.19 - Границе настанка хеликоидног течења за закривљеност  $D/R = 1/2$  и различите скретне углове кривине

На дијаграму се види да вредност скретног угла нема утицаја на настанак хеликоидног течења за углове веће од  $45^\circ$ . У свим испитаним случајевима за углове од  $45^\circ$  и  $60^\circ$ , млаз се окрене по обиму цеви у првих сса  $40^\circ$  кривине, јер подужни нагиб узлазне путање млаза дуж конкавне стране кривине не зависи од скретног угла, већ од закривљености и брзине улазног млаза. Низводно од места на коме се млаз окрене нема значаја да ли се налази праволинијска деоница или се наставља кривина. Према томе, конструисане границе појаве хеликоидног течења су исте за скретне углове  $\geq 45^\circ$ .

Крива за скретни угао кривине од  $15^\circ$  се значајније разликује од кривих за остале испитане скретне углове и налази се изнад њих, што има физички смисао. Ово значи да при истим условима течења узводно од кривине, може да дође до појаве хеликоидног течења код већих скретних углова кривине, док се за  $15^\circ$  може остварити течење без окретања млаза. При испитивањима на моделу са скретним углом од  $15^\circ$ , у скоро свим случајевима у којима је дошло до окретања млаза, то се догодило на праволинијској деоници низводно од кривине. Нагиб узлазне путање млаза

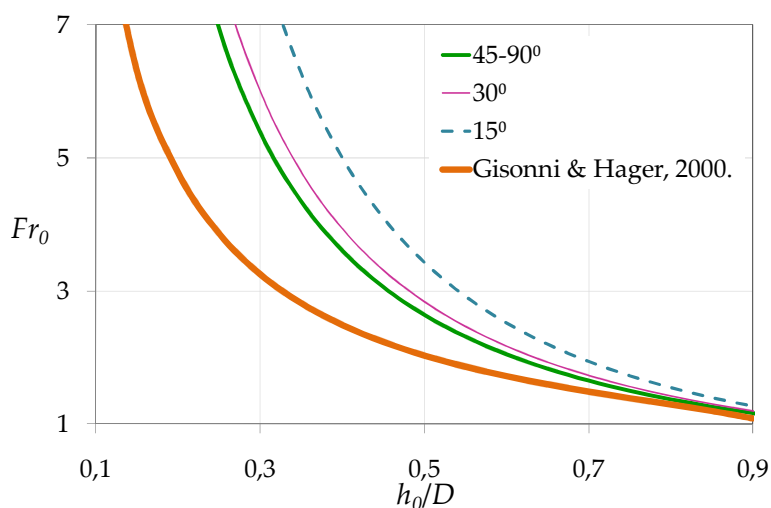
постаје блажи када млаз изађе из кривине и дође до низводне праволинијске деонице. Због тога се окретање млаза по обиму цеви догоди на већој удаљености од почетка кривине него при већим скретним угловима, или се уопште не догоди.

Разлике између граница настанка хеликоидног течења за анализирание углове се смањују са повећањем дубине воде узводно од кривине, јер је тада ниво воде ближи темену цеви, па се млаз „лакше“ окрене по обиму проводника и при малим скретним угловима.

❖ *Закривљеност кривине  $D/R = 1/3$*

Границе настанка хеликоидног течења за закривљеност кривине  $D/R = 1/3$  ће се упоредити и са препорученом кривом из литературе (Gisogni & Hager, 2000), која је добијена на основу моделских испитивања на кривини са истом закривљеношћу и скретним углом од  $45^\circ$ .

На физичком моделу су за закривљеност  $D/R = 1/3$  испитани скретни углови од  $15^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $75^\circ$  и  $90^\circ$ .



Слика 7.20 - Границе настанка хеликоидног течења за закривљеност  $D/R = 1/3$  и различите скретне углове кривине

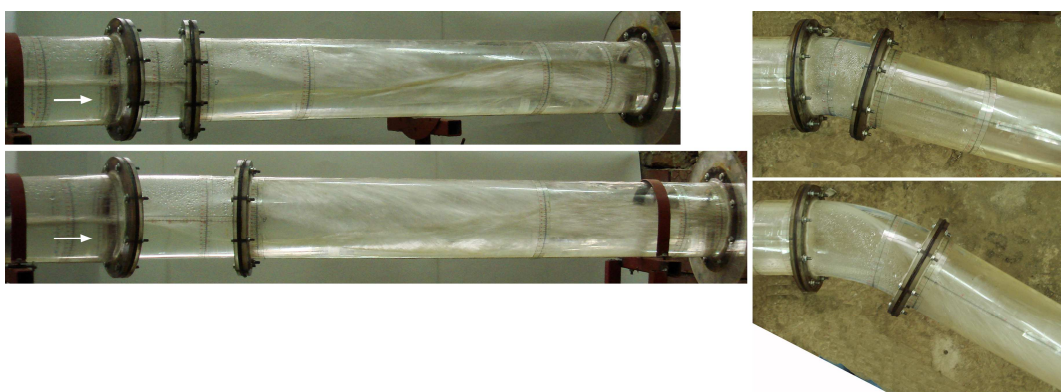
Анализом резултата моделских испитивања дошло се до сличних закључка као и у случају  $D/R = 1/2$ . На дијаграму се види да скретни угао не утиче на појаву хеликоидног течења за углове веће од  $45^\circ$ . Овде је поменути закључак потврђен и за скретне углове веће од  $60^\circ$ , јер се у свим испитаним случајевима за углове од  $45^\circ$  до  $90^\circ$ , млаз окрене по обиму цеви у првих  $40^\circ$



кривине. Према томе, конструисане границе настанка хеликоидног течења су исте за скретне углове од  $45^\circ$  до  $90^\circ$ .

Такође се види да се крива за скретни угао кривине од  $15^\circ$  значајније разликује од осталих кривих, о чему је већ било речи.

Крива која је конструисана за скретни угао од  $15^\circ$  се налази изнад криве за  $30^\circ$ , па ће се при истим условима течења узводно од кривине, који се налазе у зони између кривих, формирати хеликоидно течење код већег скретног угла, док ће се за  $15^\circ$  остварити течење без окретања млаза (Слика 7.21).



Слика 7.21 - Поређење карактеристика тока при истим условима течења узводно од кривине, а различитим скретним угловима ( $15^\circ$  и  $30^\circ$ )

На Слици 7.21 је приказан утицај скретног угла на формирање хеликоидног течења. Услови течења узводно од кривине су исти у оба случаја ( $h_0/D = 0,45$  и  $Fr_0 = 3,65$ ) и налазе се у зони између две криве (Слика 7.20). У случају скретног угла од  $30^\circ$  формира се хеликоидно течење, док при скретном углу од  $15^\circ$  не долази до окретања млаза по обиму проводника и јасно се издвајају максималне и минималне дубине низводно од кривине. При погледу одозго на проводник види се да нагиб узлазне путање млаза постаје блажи када млаз изађе из кривине и дође до низводне праволијне деонице. Због тога окретање млаза по обиму проводника са скретним углом од  $15^\circ$  настаје на већој удаљености од почетка кривине него при већим скретним угловима или се уопште и не догоди, што је овде случај.

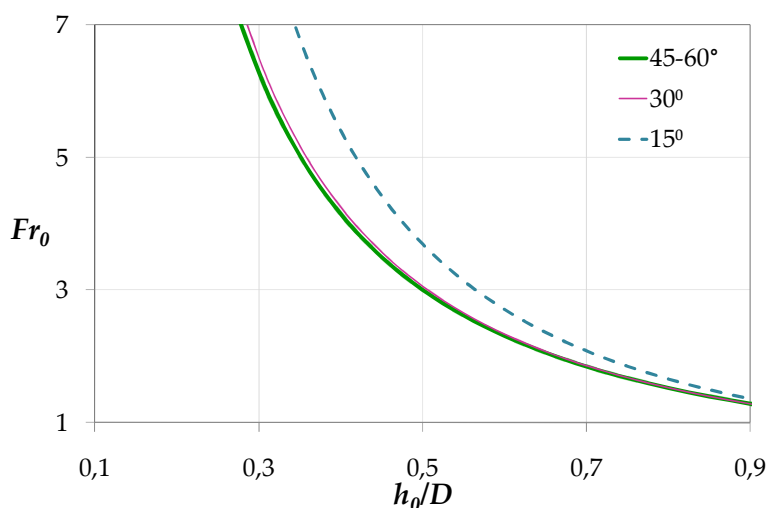
Разлике између граница настанка хеликоидног течења за углове од  $15^\circ$ ,  $30^\circ$  и  $45^\circ - 90^\circ$ , се смањују са повећањем дубине воде узводно од кривине. Ниво воде је тада ближи темену цеви, па се млаз „лакше“ окрене по обиму (ако

се окрене). Са повећањем узводне дубине, а при истим брзинама течења, место на коме се млаз окрене се помера узводно ка почетку кривине.

Препоручена крива из литературе (Gisonni & Hager, 2000) се налази испод кривих добијених на основу моделских испитивања за скоро цео испитани опсег, о чему је било речи у поглављу 7.3.7. Криве генерално имају сличан облик.

❖ *Закривљеност кривине  $D/R = 1/4$*

Закључци о утицају скретног угла на настанак хеликоидног течења, који су изведени за претходно анализирани закривљености  $D/R = 1/2$  и  $D/R = 1/3$ , важе и у случају закривљености  $D/R = 1/4$ .



Слика 7.22 - Границе настанка хеликоидног течења за закривљеност  $D/R = 1/4$  и различите скретне углове кривине

С обзиром да скретни угао кривине не утиче на формирање хеликоидног течења за углове веће од  $45^\circ$ , конструисане криве за скретне углове од  $45^\circ$  и  $60^\circ$  се поклапају.

Крива за скретни угао кривине од  $15^\circ$  се значајније разликује од осталих кривих, о чему је већ било речи.

\*\*\*

На основу приказаних дијаграма и анализе, могу се извести генерални закључци о утицају скретног угла на настанак хеликоидног течења:

- 1) Скретни угао кривине не утиче на формирање хеликоидног течења за углове  $\geq 45^\circ$ . У свим испитаним случајевима, млаз се окретао по

обиму проводника у првих  $40^\circ$  кривине, а низводно од тог места нема значаја да ли се налази праволинијска деоница или се наставља кривина. Нагиб улазне путање млаза дуж конкавне стране кривине не зависи од величине скретног угла, већ само од закривљености и брзине улазног млаза. Према тома, границе појаве хеликоидног течења су исте за све скретне углове  $\geq 45^\circ$ , при непромењеној закривљености.

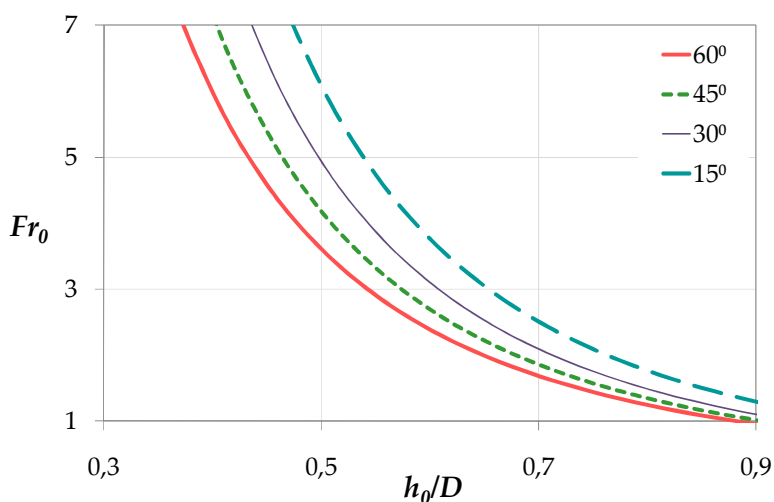
- 2) Границе настанка хеликоидног течења за скретни угао кривине од  $15^\circ$  се значајније разликују од кривих за остале скретне углове. С обзиром да се ова крива налази изнад кривих за веће углове, то значи да се при истим условима течења узводно од кривине, може остварити хеликоидно течење код већих скретних углова, док се за  $15^\circ$  може јавити течење без окретања млаза. Током испитивања на физичким моделима са скретним углом од  $15^\circ$ , окретање млаза по обиму проводника се најчешће догађало на праволинијској деоници низводно од кривине. С обзиром да подужни нагиб улазне путање млаза дуж конкавне стране постаје блажи када млаз изађе из кривине и дође до низводне праволинијске деонице, окретање млаза по обиму проводника за угао од  $15^\circ$  ће се догодити на већој удаљености од почетка кривине него при већим скретним угловима, или се уопште неће догодити.
- 3) Разлике између граница настанка хеликоидног течења за анализиране скретне углове су мање при већим дубинама воде узводно од кривине, јер је тада ниво воде ближи темену цеви, па се млаз „лакше“ окрене по обиму. Са повећањем узводне дубине, а при истим брзинама течења, место на коме се млаз окрене се помера узводно, ка почетку кривине.
- 4) Препоручена криве из литературе (Gisopni & Hager, 2000) се налази испод кривих добијених на основу моделских испитивања за скоро цео испитани опсег. Криве генерално имају сличан облик. С обзиром да у раду нису приказане измерене величине на моделу, претпоставља се да су аутори желели корисницима да пруже већи степен сигурности.

### 7.4.2 Утицај скретног угла на настанак загушења тока

Као и у претходном поглављу, биће приказани дијаграми за сваку испитану закривљеност појединачно, са тим што се овде анализира утицај скретног угла на настанак загушења тока.

❖ *Закривљеност кривине  $D/R = 1/2$*

На приказаном дијаграму се види да је за сваки испитани скретни угао конструисана друга крива, јер скретни угао кривине утиче на настанак загушења тока (што није био случај код границе појаве хеликоидног течења).



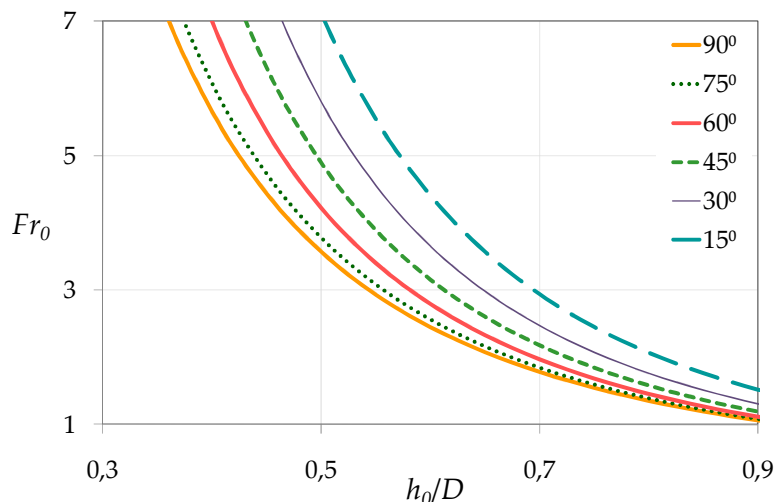
Слика 7.23 - Границе настанка загушења тока за закривљеност  $D/R = 1/2$  и различите скретне углове кривине

Међусобни положај кривих је такав да се, са смањењем скретног угла кривине, граница појаве загушења тока помера на више. То значи да ће се при истим условима течења узводно од кривине, остварити загушење тока код већег скретног угла, а течење без загушења код мањег.

Разлике између граница настанка загушења тока се смањују са повећањем запуњености проводника узводно од кривине, јер је тада ниво воде ближи темену, па „лакше“ долази до његовог загушења.

❖ *Закривљеност кривине  $D/R = 1/3$*

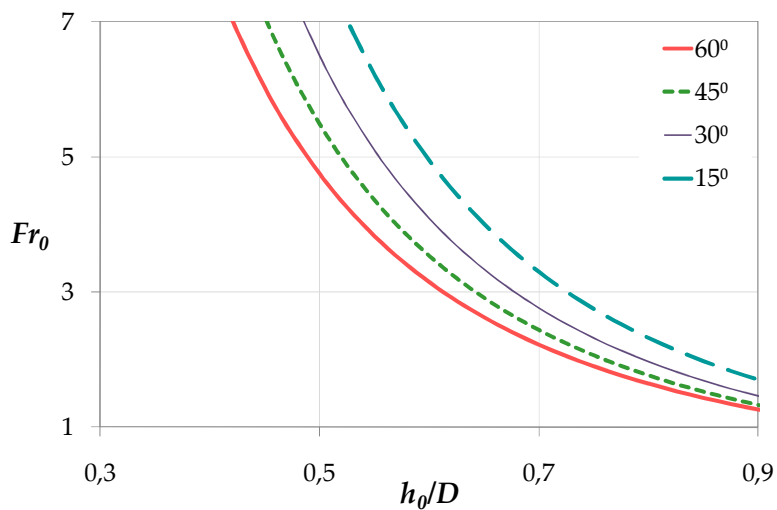
За закривљеност  $D/R = 1/3$  је испитан шири опсег скретних углова. С обзиром да је међусобни положај кривих сличан као на претходном примеру, и да се тиме само потврђују претходно изведени закључци, овде се неће поново наводити.



Слика 7.24 - Границе настанка загушења тока за закривљеност  $D/R = 1/3$  и различите скретне углове кривине

❖ *Закривљеност кривине  $D/R = 1/4$*

Међусобни положај кривих је сличан као на претходно приказаним дијаграмима, па су и закључци исти.



Слика 7.25 - Границе настанка загушења тока за закривљеност  $D/R = 1/4$  и различите скретне углове кривине

\*\*\*

На основу приказаних дијаграма и претходне анализе, следе генерални закључци о утицају скретног угла на настанак загушења тока:

- 1) Скретни угао кривине утиче на појаву загушења тока. У случају настанка хеликоидног течења, овај закључак је важио само за скретне углове кривине мање од  $45^\circ$ , док овде важи за све испитане углове.
- 2) Са смањењем скретног угла кривине, граница појаве загушења тока се помера на више (ка већим релативним дубинама и Фрудовим бројевима узводно од кривине), што значи да ће се при истим условима течења узводно од кривине, остварити загушење тока код већег скретног угла, а течење без загушења код мањег.
- 3) Слично као и у случају настанка хеликоидног течења и овде се разлике између граница настанка загушења тока смањују са повећањем запућености проводника узводно од кривине.

### 7.5 Утицај закривљености на карактеристике течења

Поређењем граница настанка хеликоидног течења и загушења тока за кривине са истим скретним углом, а различитим закривљеностима, одређен је утицај закривљености на карактеристике течења у проводнику.

Прво су упоређене границе настанка хеликоидног течења за сваки од четири испитана скретна угла и дати су коментари, а затим је исто урађено и за границе настанка загушења тока.

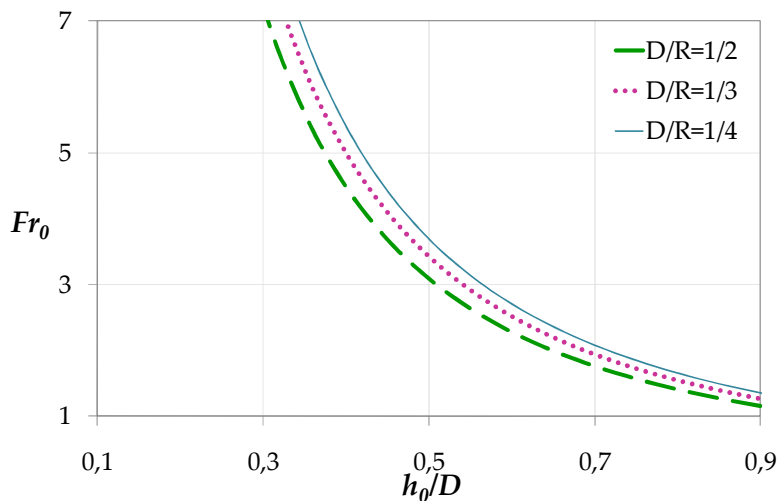
#### 7.5.1 Утицај закривљености на настанак хеликоидног течења

На следећим дијаграмима су приказане границе настанка хеликоидног течења за испитане скретне углове кривине. С обзиром да скретни угао кривине не утиче на настанак хеликоидног течења за углове  $\geq 45^\circ$ , један дијаграм је конструисан за овај опсег протока, док су за мање испитане углове ( $15^\circ$  и  $30^\circ$ ) направљени посебани дијаграми.

##### ❖ *Скретни угао кривине $\alpha = 15^\circ$*

Границе настанка хеликоидног течења за скретни угао кривине од  $15^\circ$  и различите закривљености, приказане су на следећој слици.

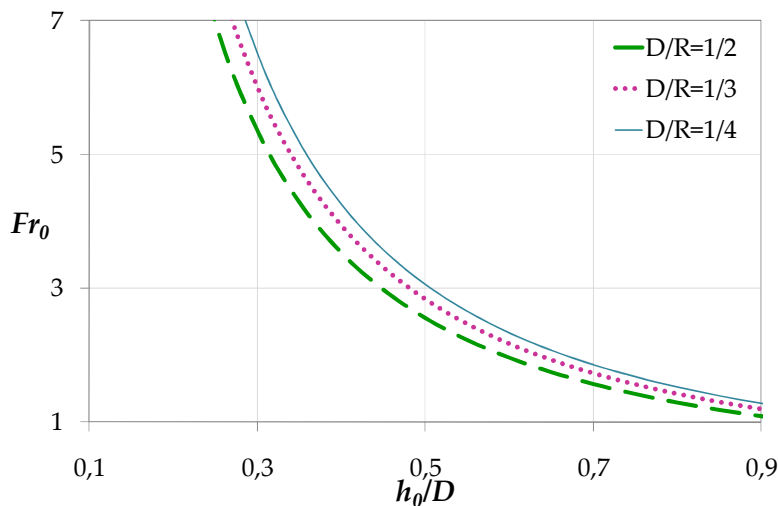
На дијаграму се види да се са смањењем закривљености граница настанка хеликоидног течења помера на више, па ће се при истим условима течења узводно од кривине, остварити хеликоидно течење на диспозицији проводника са већом закривљеношћу, а течење без окретања млаза при мањој закривљености.



Слика 7.26 - Границе настанка хеликоидног течења за скретни угао кривине од  $15^\circ$  и различите закривљености

❖ Скретни угао кривине  $\alpha = 30^\circ$

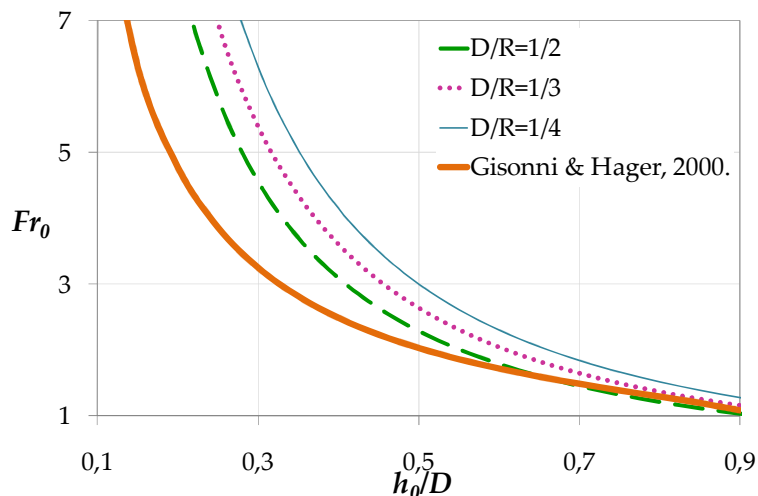
Међусобни положај кривих приказаних на дијаграму је сличан као у претходно анализираним случајевима, па су и закључци исти.



Слика 7.27 - Границе настанка хеликоидног течења за скретни угао кривине од  $30^\circ$  и различите закривљености

❖ Скретни угао кривине  $\alpha \geq 45^\circ$

Границе настанка хеликоидног течења за скретни угао кривине  $\geq 45^\circ$  су упоређене са препорученом кривом из литературе (Gisonni & Hager, 2000), која је добијена на основу моделских испитивања на кривини са скретним углом од  $45^\circ$  и закривљеношћу  $D/R = 1/3$ .



Слика 7.28 - Границе настанка хеликоидног течења за скретни угао кривине већи од  $45^\circ$  и различите закривљености

Криве добијене на основу моделских испитивања са различитим закривљеностима, имају сличан међусобни положај, као што је то био случај са скретним угловима од  $15^\circ$  и  $30^\circ$ , па су и закључци исти.

Са смањењем закривљености, положај кривих се помера на више (ка већим релативним дубинама и Фрудовим бројевима), па ће се при истим условима течења узводно од кривине, остварити хеликоидно течење при већој закривљености, а течење без окретања млаза при мањој.

Већ је речено да нагиб и облик узлазне путање млаза дуж конкавне стране кривине не зависе од скретног угла, већ само од њене закривљености и брзине млаза узводно од кривине. Са повећањем закривљености (а при истим условима течења узводно од кривине), нагиб узлазне путање постаје све стрмији, па се место окретања млаза помера узводно, Слика 7.29а). Супротно томе, са смањењем закривљености, а последично и са смањењем нагиба ове узлазне путање, место окретања млаза се помера низводно, али се дешава и да млаз не досегне до врха цеви због веома благог нагиба узлазне путање, па се у том случају остварује течење без окретања млаза, Слика 7.29б).

На Слици 7.29 је приказан утицај закривљености кривине на формирање хеликоидног течења. Путање млаза дуж конкавне стране одговарају истим условима течења узводне од кривине и скретном углу од  $60^\circ$ , док се закривљености међусобно разликују.





а) Прелазно течење за  $D/R = 1/2$       б) Течење без окретања млаза за  $D/R = 1/4$

Слика 7.29 - Облик путање млаза на конкавној страни кривине при истим условима течења узводно од кривине, а за различите закривљености

Услови течења узводно од кривине су исти у оба случаја. Релативне дубине износе,  $h_0/D = 0,40$ , а Фрудови бројеви,  $Fr_0 = 2,95$ . Овакве карактеристике тока узводно од кривине леже на граници настанка хеликоидног течења за закривљеност  $D/R = 1/2$  (Слика 7.28). На моделу са већом закривљеношћу се остварује прелазно течење, док у случају мање закривљености не долази до окретања млаза по обиму проводника. На слици се види да нагиб узлазне путање млаза постаје блажи са смањењем закривљености кривине, па се окретање млаза по обиму проводника уопште није догодило.

Препоручена криве из литературе (Gisonni & Nager, 2000) се налази испод кривих добијених на основу моделских испитивања приказаних у овој дисертацији за скоро цео испитани опсег. Криве генерално имају сличан облик. С обзиром да у литератури нису приказне измерене вредности, може се претпоставити да су аутори желели да дају зависност веће сигурности. Њеним коришћењем се остаје на страни сигурности чак и за случај нешто веће закривљености кривине од оне која је испитана на моделу.

\* \* \*

На основу приказаних дијаграма и коментара, изводе се генерални закључци о утицају закривљености на настанак хеликоидног течења:

- 1) Закривљеност кривине битно утиче на формирање хеликоидног течења.
- 2) Са смањењем закривљености граница настанка хеликоидног течења се помера на више, па се при истим условима течења узводно од кривине, остварује хеликоидно течење на диспозицији проводника са већом закривљеношћу, а течење без окретања млаза при мањој. Образложење лежи у чињеници да са смањењем закривљености, нагиб узлазне путање млаза постаје све блажи, па се место окретања

млаза помера низводо, или се дешава да млаз не досегне до врха цеви, па се остварује течење без окретања.

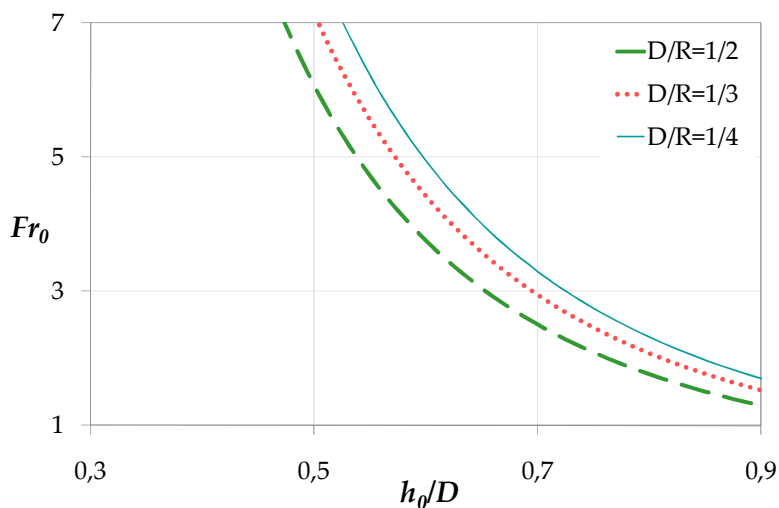
### 7.5.2 Утицај закривљености на настанак загушења тока

Као и у претходном поглављу, и овде су приказани дијаграми за сваки испитани скретни угао кривине понаособ, с тим што се сада анализира утицај закривљености на настанак загушења тока.

#### ❖ Скретни угао кривине $\alpha = 15^\circ$

Границе настанка загушења тока за скретни угао кривине од  $15^\circ$  и различите закривљености, приказане су на следећој слици.

На дијаграму се види да се са смањењем закривљености граница настанка загушења тока помера на више, па ће при истим условима течења узводно од кривине, настати загушење тока на диспозицији проводника са већом закривљеношћу, а течење без загушења при мањој.

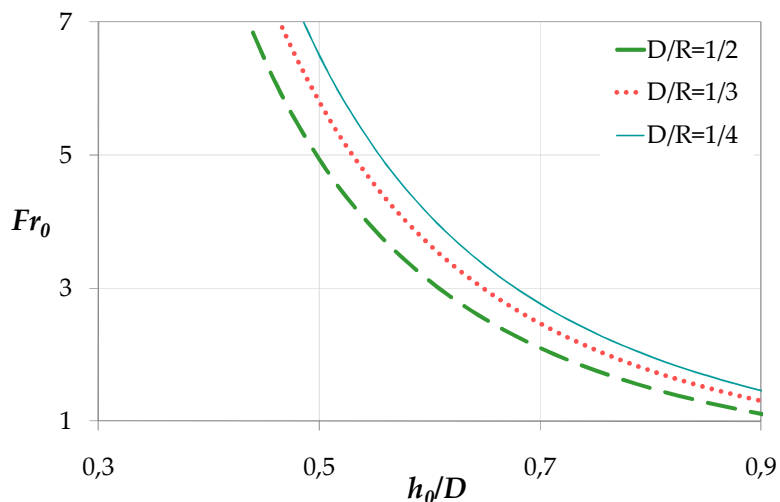


Слика 7.30 - Границе настанка загушења тока за скретни угао кривине од  $15^\circ$  и различите закривљености

#### ❖ Скретни угао кривине $\alpha = 30^\circ$

Границе настанка загушења тока за скретни угао кривине од  $30^\circ$  и различите закривљености, приказане су на следећој слици.

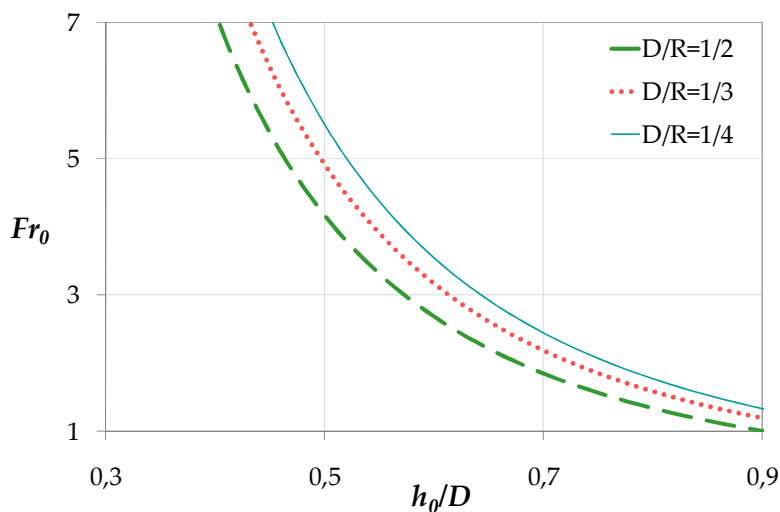
С обзиром да је међусобни положај кривих приказаних на дијаграму сличан као у претходно анализираним случајевима, закључци су исти.



Слика 7.31 - Границе настанка загушења тока за скретни угао кривине од  $30^\circ$  и различите закривљености

❖ Скретни угао кривине  $\alpha = 45^\circ$

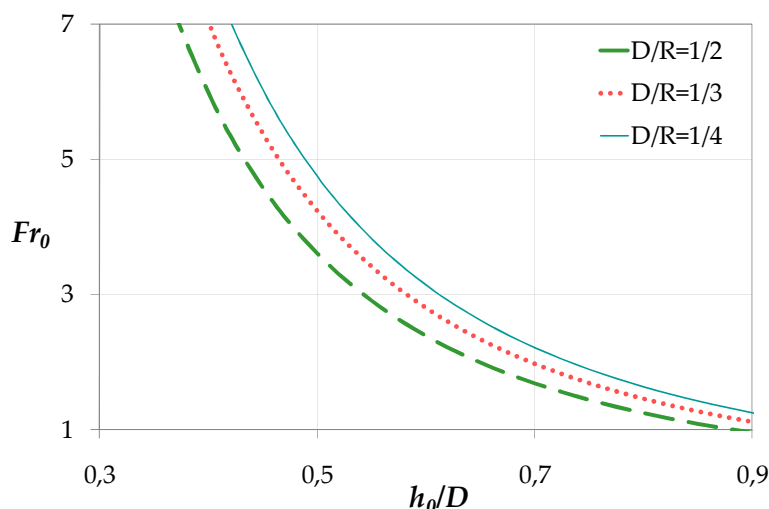
Границе настанка загушења тока за скретни угао кривине од  $45^\circ$ , које су приказане на претходној слици, су сличне као у случају скретног угла од  $30^\circ$ .



Слика 7.32 - Границе настанка загушења тока за скретни угао кривине од  $45^\circ$  и различите закривљености

❖ Скретни угао кривине  $\alpha = 60^\circ$

Као и у претходно приказаном случају, и овде границе настанка загушења тока имају сличан међусобни положај као што је то био случај са скретним углом од  $15^\circ$ , па су и закључци исти.



Слика 7.33 - Границе настанка загушења тока за скретни угао кривине од  $60^\circ$  и различите закривљености

\* \* \*

На основу приказаних дијаграма и коментара, изводе се генерални закључци о утицају закривљености на настанак загушења тока :

- 1) Закривљеност кривине битно утиче на појаву загушења тока.
- 2) Са смањењем закривљености, граница загушења тока се помера на више (ка већим релативним дубинама и Фрудовим бројевима узводно од кривине).
- 3) При истим условима течења узводно од кривине, оствариће се загушење тока при већој закривљености, а течење без загушења при мањој.

### 7.6 Коментари о применљивости предложених емпиријских израза за настанак хеликоидног течења и загушења тока у пракси

Предложени емпиријски изрази за границу настанка хеликоидног течења и загушења тока су изведени на основу испитивања на физичком моделу, о чему је било речи у поглављу 7.2. С обзиром да је физички модел релативно малих димензија, у природи се може очекивати значајније увлачење ваздуха у ток и бубрење млаза, услед чега ће се окретање млаза по обиму проводника догодити и при мањим релативним дубинама воде и мањим Фрудовим бројевима узводно од кривине, него што је то био случај на

физичком моделу. До сличног закључка се долази и по питању границе настанка загушења тока, с тим што је овде утицај ваздуха још израженији.

Да би се применом предложених емпиријских израза остало на страни сигурности при пројектовању хидротехничких објеката у пракси, границе настанка хеликоидног течења и загушења тока треба померити ка мањим релативним дубинама и Фрудовим бројевима узводно од кривине, па се препоручује употреба коефицијента сигурности,  $\sigma = 1,1$ . Општи облици емпиријских зависности које се предлажу за пројектовање су сада дати изразима:

$$C_H = \sigma \frac{1}{H_1} Fr_0 \left( \frac{h_0}{D} \right)^{H_2} \quad (7.7)$$

$$C_Z = \sigma \frac{1}{Z_1} Fr_0 \left( \frac{h_0}{D} \right)^{Z_2} \quad (7.8)$$

## 8 ЕНЕРГЕТСКИ ГУБИЦИ У КРИВИНИ

При одређивању губитка енергије у кривини, коришћена су мерења на физичком моделу, а тежиште испитивања било је одређивање губитка при хеликоидном течењу у проводнику.

Стојећи таласи, који настају због присуства кривине у бурном току без окретања млаза, такође изазивају повећане губитке енергије, јер долази до наизменичног ударања тока у чврсту границу (зидове проводника), због чега настаје додатни губитак енергије. Иако су поменути губици несумњиво присутни, ипак нису довољно велики да би се коришћењем описане мерне опреме могли одредити.

Губици енергије у кривини при хеликоидном течењу са загушењем такође нису одређени. Проблем је представљао прецизно одређивање енергије у низводном пресеку, јер је, при оваквим карактеристикама течења, низводни пресек испуњен мешавином воде и ваздуха.

### 8.1 *Одређивање губитка енергије у кривини при хеликоидном течењу*

Подужни пресек кроз експерименталну инсталацију са положајима мерних места, је приказан у поглављу 5.2 (Слика 5.2). Мерадавни почетни – узводни пресек за одређивање губитка енергије је пресек С (непосредно узводно од кривине).

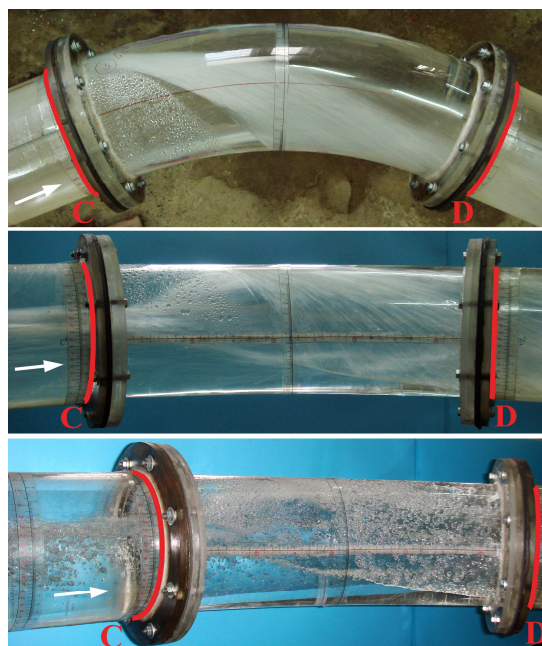
У кривини и низводно од ње се јавља окретање млаза по обиму проводника, па се као низводни пресек узима место на коме се млаз „размота“ и поново се успостави приближно паралелно и праволинијско струјање (пресек Е, Слика 5.2).

Треба имати на уму да на деоници низводно од кривине струјнице нису стриктно праве и паралелне. Уз то, нивои воде у попречном правцу, у мерним пресецима нису хоризонтални. Узводно од кривине разлике нивоа на левој и десној страни проводника нису велике, а настају као последица несавршено обликоване контуре улаза у проводник, о чему је већ било речи у поглављу 5.4. Низводно од кривине се јављају знатне разлике нивоа воде на супротним странама проводника, као последица течења у кривини (Слика 8.1).



Слика 8.1 – Одступање нивоа воде од хоризонталног на деоници низводно од кривине (поглед са низводног краја проводника)

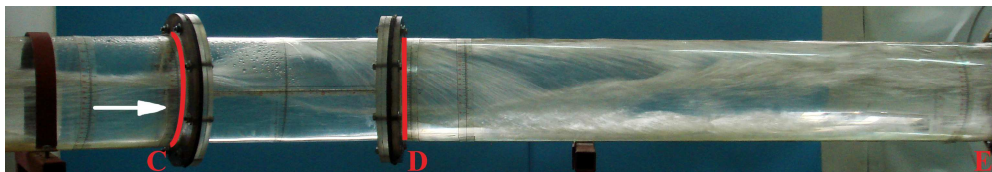
Такође, при окретању млаза по обиму проводника повећава се додирна површина између воде и ваздуха, па се додатно појачава увлачење ваздуха у ток (Слика 8.2). Уз то, окренути млаз повлачи са собом ваздух и заробљава мехуриће при поновном спајању са током на супротној страни.



Слика 8.2 – Интензивно увлачење ваздуха у ток при окретању млаза

Све ово се мора узети у обзир при вредновању поузданости предложених образаца за локални губитак енергије при хеликоидном течењу.

На разматраној деоници (између пресека С и Е) јављају се енергетски губици услед трења о зидове проводника – линијски губици, као и губици који настају услед промене правца чврсте границе – локални губици. Да би се одредили локални губици који су последица кривине, укупне губитке између пресека С и Е треба умањити за одговарајуће линијске губитке на тој деоници.



Слика 8.3 – Хеликоидно течење низводно од кривине

Губици енергије у кривини су испитани на 13 диспозиција проводника. Испитане су 3 закривљености ( $D/R = 1/2$ ,  $1/3$  и  $1/4$ ) и четири скретна угла ( $15^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  и  $60^\circ$ ). За закривљеност  $D/R = 1/3$  је испитан и скретни угао од  $75^\circ$ .

Енергетски губици су анализирани за сваки модел посебно, да би се оцењено утицај скретног угла и закривљености на губитке.

Анализом су обухваћени само опити код којих се остварило хеликоидно течење без загушења. Било је укупно 70 опита, а у табели су дати подаци о броју опита за сваки разматрани модел. Већи број опита и мање расипање резултата, указују на већу поузданост.

Табела 8.1– Број разматраних опита за одређивање губитка енергије код којих се остварило хеликоидно течење без загушења

	$15^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$75^\circ$
$R=2D$	3	5	6	8	/
$R=3D$	5	8	9	8	2
$R=4D$	4	6	3	3	/

При одређивању губитака у кривини, прво су одређени укупни губици енергије између пресека С и Е.

$$\Delta E_{C-E} = E_C - E_E \quad (8.1)$$

Разлике у дужини анализираних кривина су велике и крећу се од 7,85 cm за угао од  $15^\circ$  и закривљеност  $D/R = 1/2$ , до 62,83 cm за угао од  $60^\circ$  и закривљеност  $D/R = 1/4$ . Да би се одвојио утицај дужине кривине, односно одговарајућих линијских губитака, укупан енергетски губитак између пресека С и Е је умањен за линијски губитак на овој деоници, а који одговара губитку на праволинијској деоници исте дужине (као да нема кривине).

$$\Delta E_{kriv} = \Delta E_{C-E} - \Delta E_{C-E}^{lin} \quad (8.2)$$

Линијски губици су обрачунати са хидрауличким параметрима који се односе на пресек узводно од кривине (пресек С). Експериментална цев је



направљена од акрилних плоча (polymethyl methacrylate), познатијих под називом клирит или плексиглас. На основу података из литературе за овакву врсту материјала (Капор, 2011), усвојен је Манингов коефицијент храпавости од  $0,009 \text{ m}^{-1/3}\text{s}$ :

$$\Delta E_{C-E}^{lin} = \left( \frac{Q \cdot n}{A_C \cdot R_C^{2/3}} \right)^2 \cdot (L_{kriv} + L_{D-E}) \quad (8.3)$$

Коефицијент губитка у кривини је одређен на основу губитка енергије у кривини према једначини (8.2) и брзине тока узводно од кривине:

$$\xi_{kriv} = \frac{2g \cdot \Delta E_{kriv}}{V_C^2} \quad (8.4)$$

За сваку диспозицију проводника је одређена средња вредност коефицијента губитка, која се односи на разматрану комбинацију закривљености и скретног угла (Табела 8.2 и Слика 8.5). Такође је одређена и стандардна девијација (мера одступања резултата од средње вредности), као показатељ поузданости добијених резултата.

$$\bar{\xi}_{kriv}^{R,\alpha} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \xi_{kriv,i}^{R,\alpha} \quad (8.5)$$

$$\sigma_{\xi_{kriv}^{R,\alpha}} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \left( \xi_{kriv,i}^{R,\alpha} - \bar{\xi}_{kriv}^{R,\alpha} \right)^2} \quad (8.6)$$

Табела 8.2 – Средња вредност коефицијента губитка на кривини

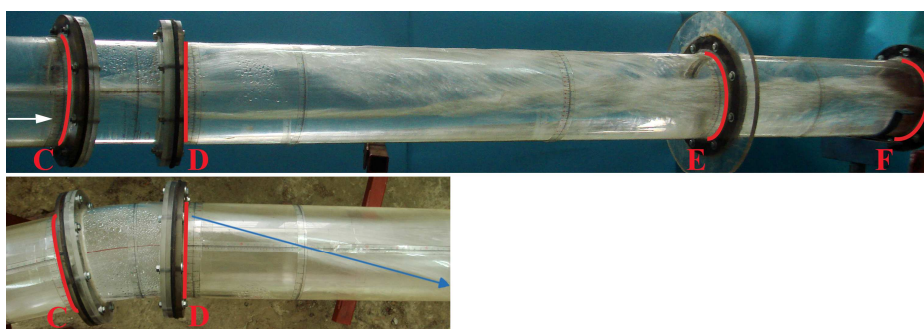
$\bar{\xi}_{kriv}^{R,\alpha}$	15°	30°	45°	60°	75°
R = 2D	0,140	0,170	0,195	0,199	/
R = 3D	0,100	0,108	0,154	0,176	0,194
R = 4D	0,093	0,101	0,117	0,123	/

Са повећањем закривљености и скретног угла, расте и вредност коефицијента губитка у кривини, што се могло очекивати. Запажа се и велика вредност стандардне девијације за скретни угао од 75°, што указује на веома малу поузданост измереног коефицијената губитка за овај угао. Такође, и вредности стандардне девијације за скретни угао од 15° су веће у односу на остале разматране углове. При малом скретном углу, млаз се окреће по обиму цеви под малим нагибом у односу на правац проводника, па клизи по калоти на великој дужини (Слика 8.4). Због тога је представљало теш-

коћу да се за овај скретни угао одреди меродавна дубина низводно од кривине у пресеку Е, а грешке при њеном одређивању доводе до грешке у коефицијенту губитка.

Табела 8.3 – Стандардна девијација коефицијента губитка на кривини

$\sigma_{\xi_{kriv}, \alpha}^{gR}$	15°	30°	45°	60°	75°
$R = 2D$	0,125	0,040	0,030	0,064	/
$R = 3D$	0,061	0,056	0,093	0,038	0,197
$R = 4D$	0,049	0,068	0,043	0,030	/
$\overline{\sigma_{\xi_{kriv}, \alpha}^{gR}}$	0,078	0,055	0,055	0,044	0,197



Слика 8.4 – Окретање млаза по обиму цеви под малим нагибом у односу на правац проводника за скретни угао од 15°.

На основу приказаних резултата предложене су зависности за коефицијент локалног губитка у кривини кружног проводника при бурном хеликоидном течењу са слободном површином:

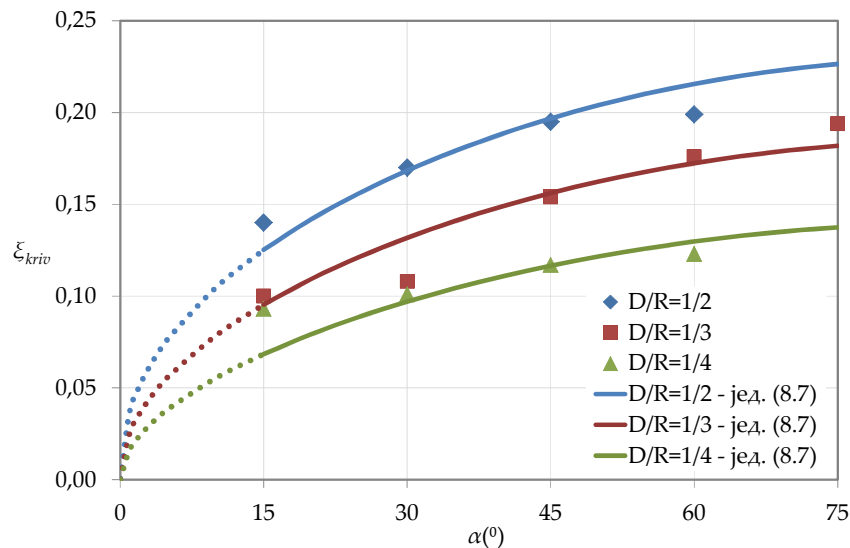
$$\xi_{kriv} = a \cdot \sin^b \alpha \quad (8.7)$$

где су коефицијенти  $a$  и  $b$  функције закривљености кривине:

$$a = 0,32 - \frac{0,045}{\left(\frac{D}{R}\right)} \quad (8.8)$$

$$b = 0,37 + \frac{0,04}{\left(\frac{D}{R}\right)} \quad (8.9)$$

Вредности коефицијената  $a$  и  $b$  у једначинама (8.8) и (8.9) одређене су на основу регресионе анализе измерених величина.



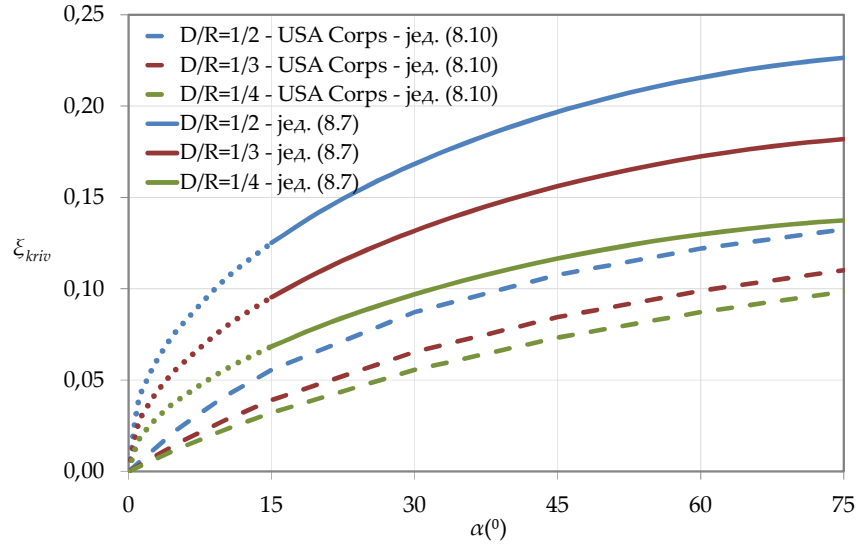
Слика 8.5 – Средња вредност коефицијента губитка у кривини и предложене емпиријске зависности

## 8.2 *Поређење резултата са изразима за течење под притиском*

У литератури нису нађени подаци о енергетским губицима у кривини затвореног кружног проводника, при бурном течењу са слободном површином. Зато ће се резултати приказаног испитивања поредити са изразима који се односе на струјање у кривини при течењу под притиском. Ови изрази такође уважавају зависност губитка у кривини од закривљености и скретног угла. Према (US Army Corps of Engineers, 1977):

$$\xi_{kriv} = \frac{2\alpha}{\pi^2} \frac{1}{\ln\left(\frac{R}{D}\right) + \alpha} \quad (8.10)$$

На Слици 8.6 приказани су упоредни резултати испитивања за течење са слободном површином у бурном режиму са изразом (8.10) Уочава се да су при течењу са слободном површином добијене до два пута веће вредности коефицијента губитка енергије у кривини од вредности коефицијента губитка при течењу под притиском. Веће вредности настају с обзиром да при бурном течењу прво долази до удара окренутог млаза у супротну страну проводника и спајања са током на супротној страни, а затим и до губитка енергије услед наизменичног ударања тока у странице проводника.



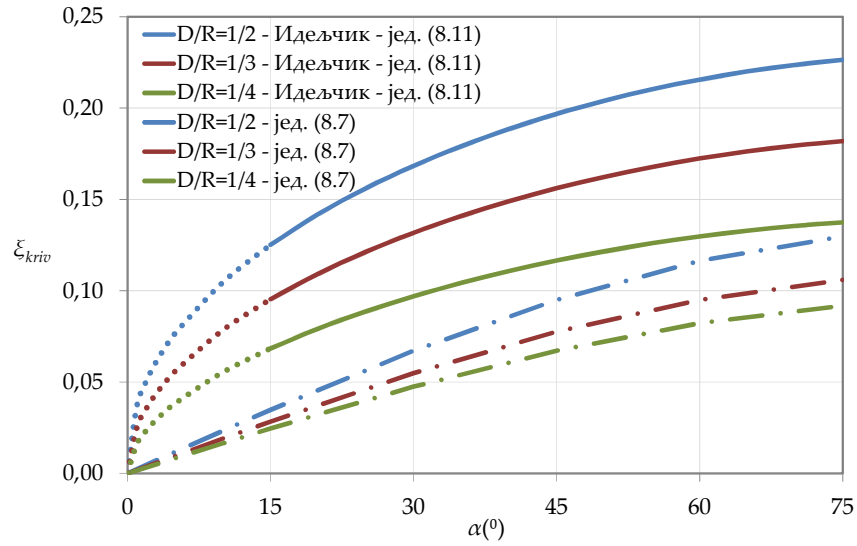
Слика 8.6 – Вредности коефицијента губитка у кривини при бурном течењу према предложеној зависности (8.7), у поређењу са изразом из литературе (US Army Corps of Engineers, 1977) за течење под притиском

Треба напоменути да су губици енергије у кривини добијени према изразу (8.7) ипак мало прецењени, јер су одређени као разлика између укупних губитака између пресека С и Е и линијских на тој деоници, који су потцењени. Наиме, линијски губици су одређени са хидрауличким параметрима који се односе на пресек узводно од кривине, иако се при окретању млаза по обиму проводника повећава додирна површина између воде и чврсте границе, па су и губици на трење већи.

Предложена зависност за коефицијент губитка у кривини при бурном течењу је упоређена и са изразом Идељчика (Idelchik, 1986):

$$\xi_{kriv} = \frac{0,19 \cdot \sin \alpha}{\sqrt{\frac{R}{d_0}}} \quad (8.11)$$

Добијене су још веће разлике између вредности коефицијената губитка у кривини. Разлике се повећавају са смањењем скретног угла, па за угао од  $15^\circ$  износе 3 – 4 пута.



Слика 8.7– Вредности коефицијента губитка у кривини при бурном течењу, према предложеној зависности (8.7) у поређењу са изразом Иделџика за течење под притиском (8.11)

На претходним дијаграмима се уочава да предложене криве генерално имају сличан облик као криве из литературе (US Army Corps of Engineers, 1977 и Idelchik, 1986).

## 9 НУМЕРИЧКИ МОДЕЛ

Нумерички модел је коришћен за испитивање течења у кривини са ширим опсегом закривљености, већим пречницима проводника, као и условима течења који због ограничености лабораторијске инсталације нису могли да се испитају на физичком моделу. На овај начин је проверена адекватност предложених израза за шири спектар услова течења и карактеристика кривине. Резултати нумеричких прорачуна су прво упоређени са извршеним опитима на физичком моделу, а затим су урађени и додатни прорачуни на нумеричким моделима проводника са већим пречником и другачијим карактеристикама кривине.

### 9.1 Основне једначине и њихово решавање

Нумерички модел се заснива на решавању парцијалних диференцијалних једначина просторног струјања воде и ваздуха, којима се описује разматрано течење у проводнику. Примењен је комерцијални програмски пакет Fluent (Ansys-Fluid Dynamic), који користи методу коначних запремина за решавање ових једначина.

При прорачуну течења у рачунској области, програмски пакет Fluent решава Навије-Стоксове једначине неком од расположивих нумеричких метода. Користе се:

Једначина одржања масе:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{v}) = S_m \text{ и} \quad (9.1)$$

једначина одржања количине кретања:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{v}) + \nabla(\rho \vec{v} \vec{v}) = -\nabla p + \nabla \bar{\bar{\tau}} + \rho \bar{g} + \bar{F} \quad (9.2)$$

где је:  $\rho$  – густина флуида,  $\vec{v}$  – вектор брзине,  $S_m$  – изворни члан (маса која се додаје флуиду),  $\bar{g}$  – вектор гравитационог убрзања,  $p$  – притисак,  $\bar{\bar{\tau}}$  – тензор девијаторског дела напона и  $\bar{F}$  – вектор спољашњих сила које делују на флуид.

С обзиром да при анализираном течењу кроз проводник струје и вода и ваздух, нумеричка симулација је такође урађена за двофазно течење. Коришћен је VOF (Volume of Fluid) модел, који се препоручује за моде-

лирање сложених струјања код отворених токова, односно када је непознат облик и положај слободне површине. Све ћелије (контролне запремине) у прорачунском домену су испуњене неком од фаза, или обема фазама (комбинацијом фаза), као што је случај у зони слободне површине. Модел претпоставља да не долази до мешања фаза на микроскопском нивоу.

Ако се усвоји да је запремински удео  $q$ -те фазе у контролној запремини  $\alpha_q$ , постоје три случаја :

- $\alpha_q = 0$  - контролна запремина не садржи  $q$ -ту фазу
- $\alpha_q = 1$  - контролна запремина је пуна  $q$ -том фазом
- $0 < \alpha_q < 1$  - у контролној запремини се налази граница између фаза

Процес растварања ваздуха у води није моделиран, јер није значајан за разматрани проблем.

Праћење границе између фаза се постиже решавањем једначина одржања масе, која за  $q$ -ту фазу гласи:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_q \rho_q) + \nabla(\alpha_q \rho_q \bar{v}_q) = S_{\alpha_q} + \sum_{p=1}^n (\dot{m}_{pq} - \dot{m}_{qp}) \quad (9.3)$$

где је:  $\alpha_q$  – учешће  $q$ -те фазе у контролној запремини,  $\rho_q$  – густина  $q$ -те фазе,  $S_{\alpha_q}$  – изворни члан за  $q$ -ту фазу,  $\dot{m}_{pq}$  – пренос масе из фазе  $p$  у фазу  $q$ ,  $\dot{m}_{qp}$  – пренос масе из фазе  $q$  у фазу  $p$ ,  $n$  – број разматраних фаза.

Претходна једначина се решава за све фазе осим за примарну, за коју се запремински удео одређује на основу услова:

$$\sum_{q=1}^n \alpha_q = 1 \quad (9.4)$$

У конкретном случају је анализарано двофазно течење, код кога су чланови на десној страни једначине (9.3) једнаки нули.

Својства флуида (густина, вискозност) у рачунском домену се одређују у зависности од присуства фаза у свакој ћелији. Уколико је прорачунска ћелија испуњена само једном фазом, својства флуида се односе на ту фазу. Међутим, уколико је реч о присуству више фаза у прорачунској ћелији, својства флуида се одређују њиховим осредњавањем по запремини (у зависности од запреминског учешћа фаза), које је на примеру густине дато једначином:

$$\rho_m = \sum_{q=1}^n \alpha_q \rho_q \quad (9.5)$$

где је  $\rho_m$  – густина флуида у прорачунској ћелији.

Једначина одржања количине кретања (јед. 9.2) се, са овако одређеним својствима флуида, решава за цео домен, чиме се у прорачуну узима у обзир и утицај учешћа фаза у контролним запреминама.

Турбуленција је веома изражена при бурном течењу какво је анализирано у раду. Састоји се од флукуација у времену и простору, па њено моделирање захтева формирање нумеричког модела са веома фином просторном дискретизацијом.

Да би се одредили ефекти турбуленције без прогушћивања мреже, развијени су модели турбуленције. Тренутне вредности величина се раздвајају на временски осредњену вредност и флукуациону компоненту:

$$u = \bar{u} + u' \quad (9.6)$$

Када се тренутне вредности у једначини (9.2) замене збиром временски осредњених и флукуационих компоненти, проблем се своди на решавање осредњене Навије-Стоксове једначине (Рејнолдсове једначине) уз додатак члана, који садржи флукуирајуће величине, односно представља додатни напон у флуиду. Овај члан се зове турбулентни или Рејнолдсов напон,  $\overline{\rho u'_i u'_j}$ , иако није напон у физичком смислу, већ претставља транспорт количине кретања посредством флукуационих брзина (Најдин, 2002). Пошто га је тешко директно одредити, Рејнолдсов напон се моделира неким од расположивих модела турбуленције.

За нумеричко моделирање турбуленције коришћен је Рејнолдсов напонски модел (RSM – Reynolds Stress Model), који се препоручује код сложених струјања. Овај модел подразумева да се за сваку од 6 компоненти Рејнолдсовог напона реши по једна транспортна једначина. Када се уврсти и израз за дисипацију, добија се 7 додатних једначина којима се моделира турбуленција, чиме се затвара систем једначина и омогућава његово решавање.

Поједини чланови транспортних једначина захтевају додатно моделирање, односно увођење додатних претпоставки, како би се омогућило њихово решавање, па иако је сам модел турбуленције веома сложен, његова тач-

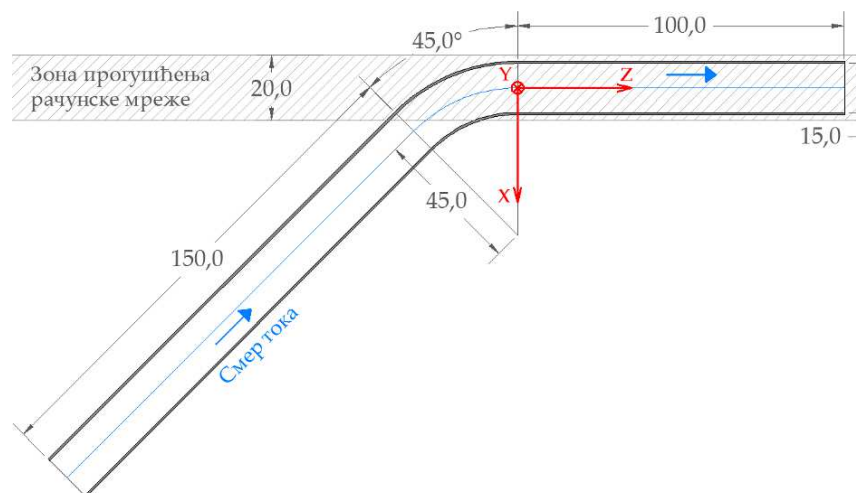


ност је ограничена адекватношћу примењених претпоставки на конкретан случај.

На анализираном нумеричком моделу су усвојене препоручене вредности параметара, који се користе при моделирању поменутих чланова транспортних једначина. Овде се неће наводити њихове вредности и даља објашњења, али се могу наћи у литератури (ANSYS Fluent Theory Guide, 2013).

Рачунска област се састоји од хексагоналних ћелија. Систем једначина се решава имплицитном методом уз одговарајуће граничне услове.

Да би се олакшало праћење анализе резултата нумеричких прорачуна, на следећој слици је приказана оријентација координатног система на примеру кривине са скретним углом од  $\alpha = 45^\circ$  и закривљеношћу  $D/R = 1/3$ .



Слика 9.1 - Оријентација координатног система на нумеричком моделу - пример кривине са скретним углом од  $\alpha = 45^\circ$  и закривљеношћу  $D/R = 1/3$

#### ❖ Гранични услови

С обзиром да се моделира бурно течење, задаје се ниво слободне површине воде на узводном крају проводника и масени проток воде и ваздуха. На низводном крају проводника не постоји додатни гранични услов који утиче на формирање струјне слике и нису унапред позната поља брзина и притиска, па је на овом месту задато слободно истицање. Непознате величине на низводном крају се одређују екстраполацијом одговарајућих величина из унутрашњег дела домена.

Зид проводника представља непокретну контуру (чврсту границу), на којој је брзина флуида једнака нули. С обзиром да при течењу реалног (вискоз-

ног) флуида, у близини чврсте границе настају значајне промене брзина, при нумеричком моделирању су присутне извесне потешкоће да се ове нагле промене адекватно опишу, јер захтевају формирање релативно густе мреже у овој зони.

Утицај вискозности је доминантан у непосредној близини чврсте границе (вискозни подслој), где је присутан линеаран распоред брзина по дубини тока. У горњим зонама граничног слоја, утицај вискозности може да се занемари, јер је утицај турбуленције доминантан. Промена брзине по дубини тока следи логаритамски распоред, због чега се ова зона назива турбулентни логаритамски слој.

При нумеричким прорачунима је коришћена функција, којом се на основу полу-емпиријских формула симулирају услови течења у близини зида, без одређивања положаја и зона граничног слоја. На тај начин је омогућено праћење наглих промена величина и при грубој просторној дискретизацији. Поступак одређивања прорачунских величина у близини чврсте границе је доступан у литератури (ANSYS Fluent Theory Guide, 2013, ANSYS CFX - Solver Theory Guide, 2013, ANSYS CFX - Solver Modeling Guide, 2013).

Пошто се моделира устаљено течење, претпостављена струјна слика у проводнику на почетку прорачуна представља прву итерацију, односно почетно стање. Након формирања нумеричког модела, задаје се хоризонталан ниво воде дуж проводника као почетно стање (прва итерација). Када разлике између одговарајућих величина у суседним итерацијама постану довољно мале, сматра се да је постигнута конвергенција, па актуелна струјна слика у проводнику представља стање на моделу, односно решење задатог проблема.

При другим симулацијама на истој диспозицији проводника (промењени гранични услови), крајња струјна слика на симулацији са најсличнијим граничним условима је коришћена као почетно стање за нову, са циљем да се добије решење са што мањим бројем итерација.

## **9.2 Карактеристике нумеричког модела**

Формирањем нумеричког модела истих геометријских карактеристика, као физички модел који је испитан у лабораторији, омогућено је његово поређење, а затим и проширење опсега испитивања на нумеричком моделу и

доношење поузданијих и општијих закључака о његовој применљивости на анализирано течење.

Направљени су нумерички модели за 9 диспозиција проводника, које су одређене комбинацијом закривљености:  $D/R = 1/2$ ,  $D/R = 1/3$ ,  $D/R = 1/4$ ; и скретних углова:  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\alpha = 45^\circ$ ,  $\alpha = 60^\circ$ . На њима су моделирани исти услови течења као на физичком моделу, након чега су упоређене струјне слике (поглавље 9.3). Пречник проводника је исти као на физичком моделу,  $D = 15$  cm.

Нумерички модел, који је направљен са препорученим вредностима параметара, дао је задовољавајуће резултате, па није рађена његова калибрација. Ипак је у оквиру овог поглавља анализиран утицај:

- густине рачунске мреже,
- храпавости проводника,
- методе прорачуна запреминских удела воде и ваздуха у мешавини и,
- протока ваздуха изнад водене површине

на течење у проводнику.

#### ❖ Утицај густине рачунске мреже

Прве анализе су урађене на „грубој“ рачунској мрежи, која се састоји од 72.420 прорачунских ћелија. Затим је мрежа прогушћена у зони кривине и низводно од ње, као и у зони граничног слоја уз чврсту границу, јер се ту очекују најзначајније промене вредности рачунских величина. Овакав нумерички модел се састоји од 290.000 ћелија. Након тога је мрежа још једном прогушћена у зони кривине и низводно од ње, чинећи модел са 1.175.000 ћелија. Модел са најгушћом мрежом се састоји од 2.026.500 ћелија и није се ишло на даље прогушћење, јер су и на овакавом моделу прорачуни веома дуго трајали.

Поред података о укупном броју прорачунских ћелија, у Табели 9.1 су приказани и подаци о величини минималне и максималне ћелије за поменуте нумеричке моделе.

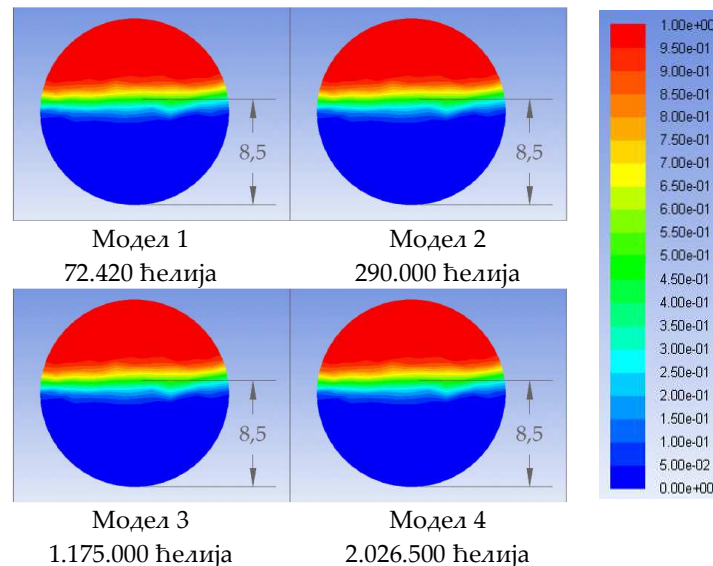
Максималне величине ћелија су исте за сва четири модела, јер зоном прогушћења рачунске мреже није обухваћена узводна праволинијска деоница, у којој се налазе најкрупније прорачунске ћелије (Слика 9.1).

Табела 9.1 - Подаци о броју и величини прорачунских ћелија

Модел	Укупан број прорачунских ћелија	Запремина минималне ћелије cm <sup>3</sup>	Запремина максималне ћелије cm <sup>3</sup>
/	/	cm <sup>3</sup>	cm <sup>3</sup>
1	72.420	0,2226	2,2122
2	290.000	0,0248	2,2122
3	1.175.000	0,0033	2,2122
4	2.026.500	0,0028	2,2122

Моделу су направљени за проводник са карактеристикама кривине  $D/R = 1/3$  и  $\alpha = 60^\circ$ . На свим моделима су задати исти гранични услови: дубина воде на узводном крају проводника је  $h_{uz} = 7,7$  cm, проток воде  $Q_w = 20,42$  l/s и проток ваздуха  $Q_a = 19,08$  l/s.

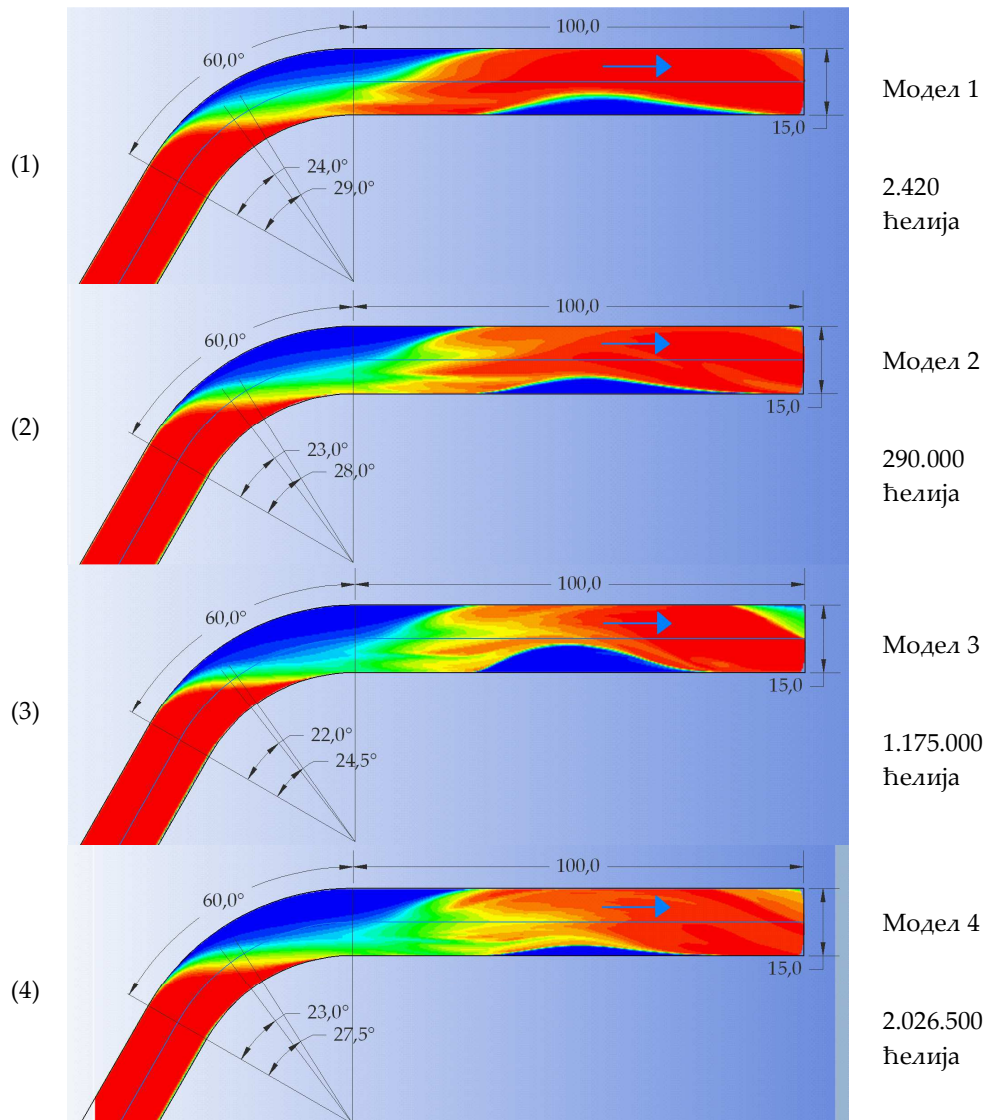
У наставку су упоређене струјне слике које су остварене на поменути четири модела. Како су сви остали параметри исти, њиховим поређењем се издваја утицај густине рачунске мреже на резултате прорачуна.



Слика 9.2 – Концентрације ваздуха у мешавини у попречним пресецима проводника непосредно узводно од кривине за моделе са различитом густином рачунске мреже

На Слици (9.2) је приказан распоред фаза (воде и ваздуха) у попречним пресецима проводника непосредно узводно од кривине за моделе са различитом густином рачунске мреже. На њима је назначена дубина при којој концентрација ваздуха у мешавини износи 50%. Разлике између модела не постоје у овом пресеку, што је и очекивано, јер зона прогушћења рачунске

мреже не обухвата праволијску деоницу узводно од кривине којој припада анализирани пресек, већ само део кривине и низводну праволијску деоницу, односно цилиндар пречника  $D_c = 20$  cm, чија се оса подудара са осом низводне деонице (Z - правац, Слика 9.1).



Слика 9.3 – Концентрације ваздуха у мешавини за моделе са различитом густином рачунске мреже (прорачунске ћелије на калоти проводника – поглед одозго)

Легенда на којој су приказане концентрације ваздуха у мешавини за сваку коришћену боју (Слика 9.2) важи и за све наредне сличне дијаграме, па се неће поново приказивати.

На слици (9.3) су упоређене струјне слике дуж проводника, односно стање у највишим прорачунским ћелијама (на калоти проводника) при прорачуну са истим граничним условима, а за моделе са различитом густином

рачунске мреже. Означена су места на којима млаз са учешћем ваздуха у мешавини од 50% и 70% дотиче теме проводника.

Са прогушћењем рачунске мреже, поремећај струјне слике у проводнику се помера узводно, што се уочава поређењем места на коме млаз дотиче теме проводника, као и локација другог и трећег максимума.

При прогушћењу рачунске мреже, добија се интензивније мешање воде и ваздуха, што се најбоље види у зони непосредно низводно од окретања млаза.

На основу приказаног је евидентно да густина рачунске мреже утиче на резултате прорачуна. Закључак о потребној густини рачунске мреже ће се донети након поређења струјних слика на нумеричком моделу са мерењима на физичком.



Слика 9.4 - Хеликоидно течење на моделу  $D/R = 1/3$  и  $\alpha = 60^\circ$  (Опит бр. 6)

Табела 9.2 – Поређење карактеристичних величина са нумеричког и физичког модела (хеликоидно течење)

Тип	Qw	Нумерички модел				Физички модел			
		Модел бр.	$h_m^{50\%}$	$\alpha_{kal}^{70\%}$	$\alpha_{kal}^{50\%}$	Опит бр.	Ознака	$h_m$	$\alpha_{kal}$
/	l/s	/	cm	°	°	/	/	cm	°
Хеликоидно	20,42	1	8,5	24,0	29,0	6	22-08-02	8,5	24,0
		2	8,5	23,0	28,0				
		3	8,5	22,0	24,5				
		4	8,5	23,0	27,5				

где је:  $Q_w$  - проток воде кроз проводник,  $h_m^{50\%}$  - дубина мешавине непосредно узводно од кривине за концентрацију ваздуха у мешавини од 50% (нумерички модел),  $\alpha_{kal}^{70\%}$  - угао од почетка кривине до места на коме млаз са концентрацијом ваздуха у мешавини од 70% дотиче теме проводника (нумерички модел),  $\alpha_{kal}^{50\%}$  - угао од почетка кривине до места на коме млаз са концентрацијом ваздуха у мешавини од 50% дотиче теме проводника

(нумерички модел),  $h_m$  - дубина мешавине непосредно узводно од кривине (физички модел),  $\alpha_{kal}$  - угао од почетка кривине до места на коме млаз дотиче теме проводника (физички модел).

При одређивању локације на којој окренути млаз дотиче теме проводника на физичком моделу, не може се са сигурношћу рећи о којој концентрацији ваздуха у мешавини је реч. Највероватније се ради о концентрацијама од око 50 до 70%. Према томе, Модели 2 и 3 најбоље одговарају мерењима на физичком моделу.

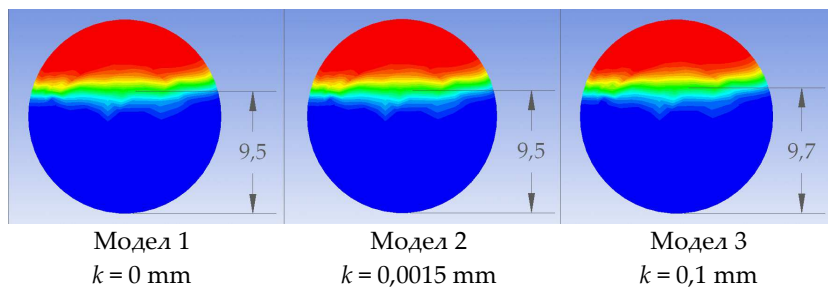
С обзиром да Модел 3 има 4 пута више прорачунских ћелија од Модела 2 (услед чега се прорачун значајно спорије одвија), а да се његовом применом не добија адекватнија струјна слика у проводнику, за даљу анализу ће се углавном користити модели са сличном густином рачунске мреже као што је Модел 2.

❖ *Одређивање апсолутне храповости цеви на моделу*

Први прорачуни су урађени за апсолутно глатку цев, а затим је, на основу препорука из литературе (Mc Govern, 2011) за примењену врсту материјала, задата апсолутна храповост цеви од 0,0015 mm. Поред тога, урађена је и симулација са једним још „грубљим“ проводником, чија храповост износи 0,1 mm.

Поређења су урађена на моделу са скретним углом кривине од  $\alpha = 30^\circ$  и закривљеношћу  $D/R = 1/2$ . Модел се састоји од 217.500 ћелија. Дубина воде на узводном крају проводника износи  $h_{uz} = 8,4$  cm, проток воде  $Q_w = 16,64$  l/s, а проток ваздуха  $Q_a = 12,24$  l/s.

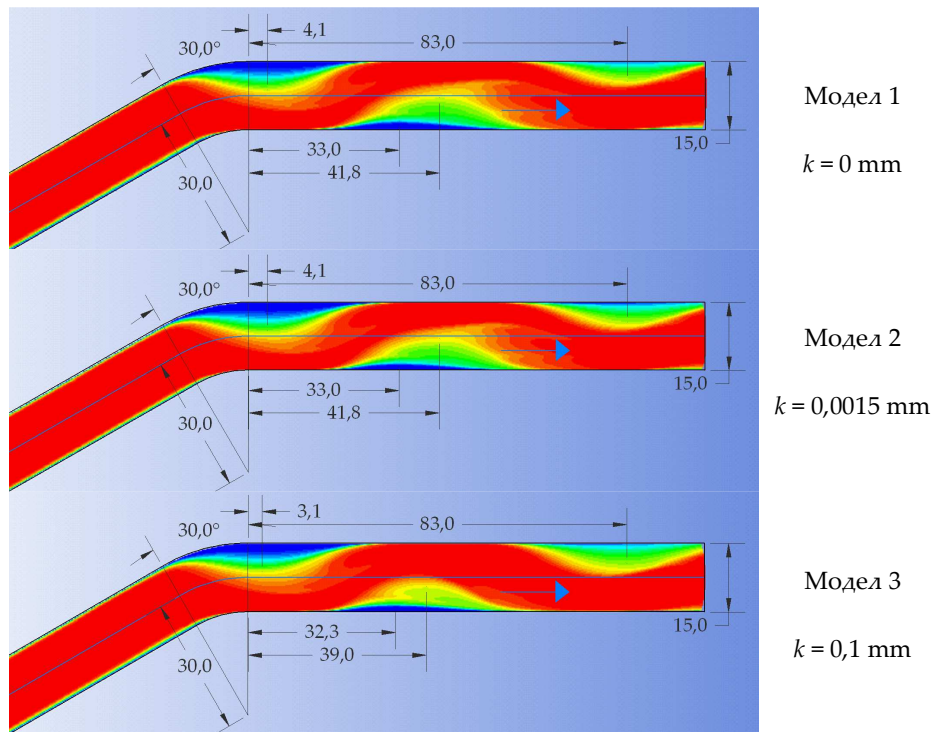
Прво су упоређени попречни пресеци проводника непосредно узводно од кривине, а затим и поглед одозго на струјну слику у проводнику.



Слика 9.5 - Концентрације ваздуха у мешавини у попречним пресецима проводника непосредно узводно од кривине за моделе са различитом храповошћу проводника



На прва два модела ( $k = 0 \text{ mm}$  и  $k = 0,0015 \text{ mm}$ ) пресеци узводно од кривине се међусобно не разликују. Применом модела са највећом храпавошћу проводника добија већа дубина узводно од кривине него на поменути два модела, што је и очекивано, јер су губици енергије на трење већи.

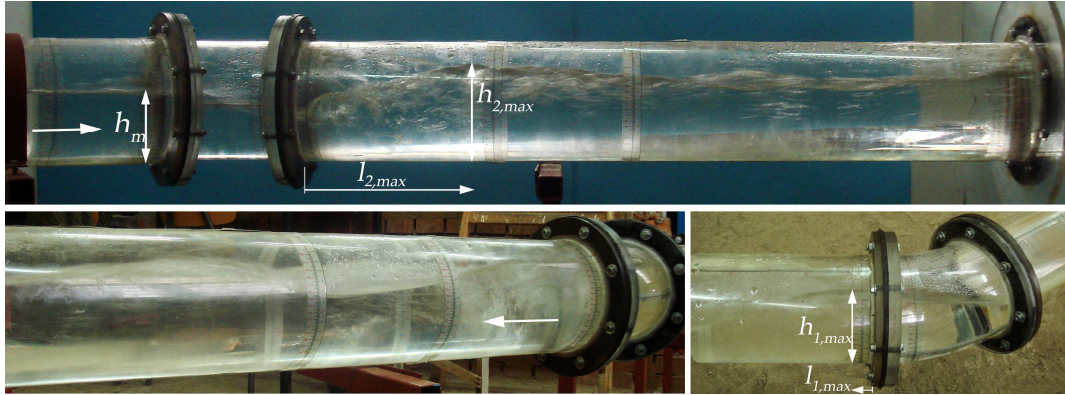


Слика 9.6 - Концентрације ваздуха у мешавини за моделе са различитом храпавошћу проводника (поглед одозго на проводник)

Струјне слике у проводнику су исте за апсолутне храпавости  $k = 0 \text{ mm}$  и  $k = 0,0015 \text{ mm}$ , док се уочавају мале разлике за значајно већу храпавост ( $k = 0,1 \text{ mm}$ ). Места настанка максимума се мало разликују, а највеће разлике се уочавају у вредности и изгледу другог максимума, који је нешто мањи него на друга два модела и чини га мешавина са већом концентрацијом ваздуха. Иако је на последњем моделу реч о значајно већој апсолутној храпавости, разлике између струјних слика су минималне, па се закључује да храпавост проводника веома мало утиче на резултате прорачуна.

Прорачуни на нумеричком моделу су упоређени са фотографијама и мерењима са физичког, на коме се такође остварило течење без окретања млаза.



Слика 9.7 - Течење без окретања млаза на моделу  $D/R = 1/2$  и  $\alpha = 30^\circ$  (Опит бр. 2)

Табела 9.3 - Поређење карактеристичних величина са нумеричког и физичког модела (течење без окретања млаза)

Тип	$Q_w$	M	Нумерички модел				Физички модел					
			$h_m^{50\%}$	$l_{1,max}^{50\%}$	$l_{2,max}^{0\%}$	$l_{2,max}^{50\%}$	Озн.	$h_m$	$l_{1,max}$	$h_{1,max}$	$l_{2,max}$	$h_{2,max}$
/	l/s	/	cm	cm	cm	cm	/	cm	cm	cm	cm	cm
Без окретања	16,64	1	9,5	4,1	33,0	41,8	17-01-02	9,2	4,0	14,6	27,0	12,3
		2	9,5	4,1	33,0	41,8						
		3	9,7	3,1	32,3	39,0						

где је:  $l_{1,max}^{50\%}$  - растојање од краја кривине до места појаве првог максимума за концентрацију ваздуха у мешавини од 50% (нумерички модел),  $l_{2,max}^{0\%}$  - растојање од краја кривине до места појаве другог максимума за чисту воду (нумерички модел),  $l_{2,max}^{50\%}$  - растојање од краја кривине до места појаве другог максимума за концентрацију ваздуха у мешавини од 50% (нумерички модел),  $l_{1,max}$  - растојање од краја кривине до места појаве првог максимума (конкавна страна),  $h_{1,max}$  - први максимум (конкавна страна),  $l_{2,max}$  - растојање од краја кривине до места појаве другог максимума (конвексна страна),  $h_{2,max}$  - други максимум (конвексна страна).

Места настанка првог и другог максимума на нумеричком моделу, одговарају оним који су се остварили на физичком. Међутим, на физичком моделу се уочава мање увлачење ваздуха у ток у зони максимума.

С обзиром да је утицај храпавости проводника практично занемарљив и да се резултати нумеричких симулација солидно слажу са течењем на физич-

ком моделу, усвојиће се да апсолутна храпавост проводника износи 0,0015 mm.

❖ *Утицај методе прорачуна запреминских удела воде и ваздуха у мешавини*

Да би се нумеричким моделом што приближније симулирало течење на физичком моделу, потребно је да се адекватно моделира мешање воде и ваздуха, што представља један од кључних аспеката анализираниог проблема. Због тога су испитане три методе за одређивање запреминских удела воде и ваздуха у мешавини, које се користе при решавању једначине одржања масе.

Поређење је урађено на моделу са скретним углом кривине од  $\alpha = 45^\circ$  и закривљеношћу  $D/R = 1/3$ . Модел се састоји од 1.330.700 ћелија, а апсолутна храпавост проводника износи 0,0015 mm. Дубина воде на узводном крају проводника износи  $h_{uz} = 6,8$  cm, проток воде  $Q_w = 18,45$  l/s, а проток ваздуха  $Q_a = 23,42$  l/s.

Запремински удели воде и ваздуха у мешавини се одређују на основу једначине одржања масе за воду, док се за ваздух одређују из једначине (9.4).

У оквиру примењеног програмског пакета, вредности променљивих у рачунском домену се односе на центре прорачунских ћелија, док је за решавање једначине одржања масе, потребно одредити вредности променљивих на границама ћелија. Применом различитих нумеричких схема просторне дискретизације, одређене су вредности променљивих на границама ћелија.

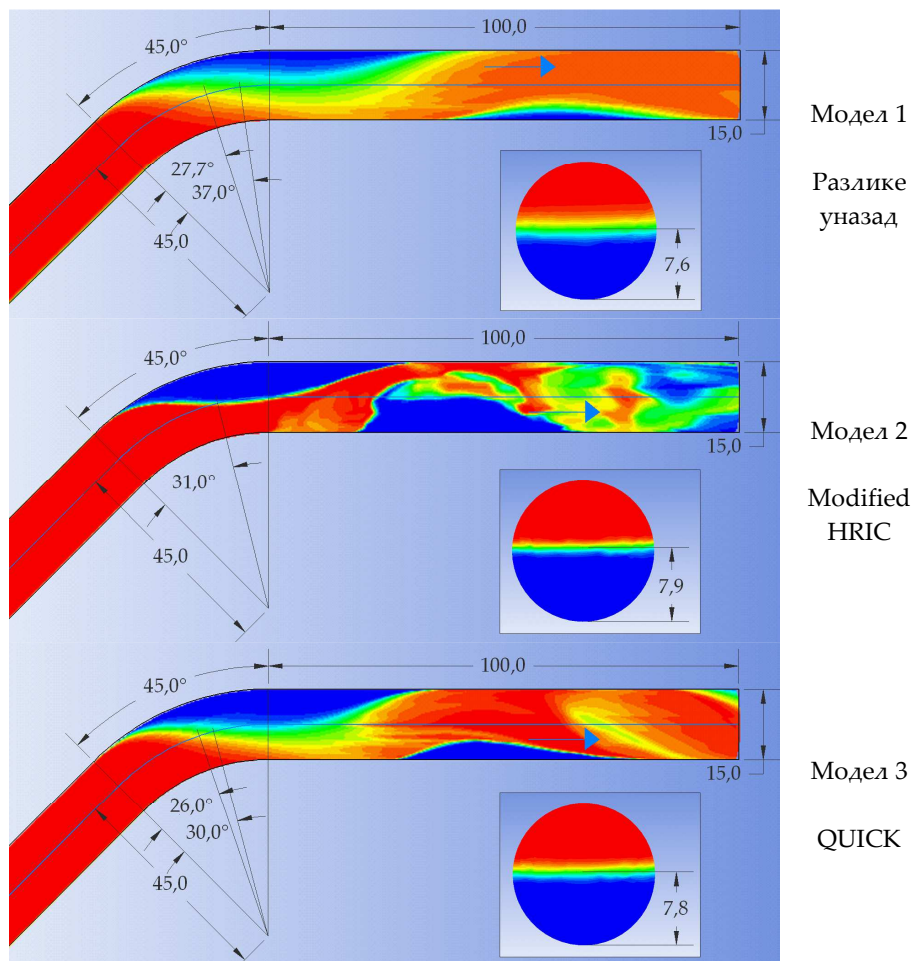
За просторну дискретизацију променљивих, прво је коришћена схема првог реда тачности (разлике уназад), а затим и две схеме другог реда тачности (Modified HRIC и QUICK). У наставку су приказане опште карактеристике примењених схема, али нису дате једначине и одговарајуће интерполационе схеме, јер су доступне у литератури (ANSYS Fluent Theory Guide, 2013).

Нумеричка схема „разлике првог реда уназад“, претпоставља да је вредност променљиве иста у целој прорачунској ћелији, па и на њеним границама. Ова схема није погодна за праћење оштре границе између фаза, због своје изразито дифузне природе.

Примена стандардних схема (разлике уназад, централне разлике) при прорачуну двофазног течења, доводи до вештачке (нумеричке) дифузије резултата. Модели високе резолуције (као што је HRIC - High Resolution Interface Capturing) су развијена са циљем да се „изоштри“ граница између фаза, односно да се смањи нумеричка дифузија.

QUICK схема представља комбинацију разлика другог реда уназад и централних разлика са задатим тежинским фактором.

Поређење струјних слика добијених коришћењем поменутих схема је приказано на Слици 9.8.



Слика 9.8 – Концентрације ваздуха у мешавини добијене применом различитих метода прорачуна запреминских удела воде и ваздуха (поглед одозго на проводник и попречни пресек непосредно узводно од кривине)

Применом схеме првог реда тачности долази до најинтензивнијег мешања воде и ваздуха, што се најбоље види поређењем попречних пресека уз-

водно од кривине. Ово је очекивана појава, јер је нумеричка дифузија најизраженија код нумеричке схеме првог реда тачности.

На Слици (9.9) је приказано течење на физичком моделу при истим граничним условима, који су симулирани на нумеричком моделу. Карактеристичне величине које су мерене на моделу су приказане у табели.



Слика 9.9 – Прелазно течење на моделу  $D/R = 1/3$  и  $\alpha = 45^\circ$  (Опит бр. 7)

Табела 9.4 - Поређење карактеристичних величина са нумеричког и физичког модел (прелазно течење)

Тип	$Q_w$	Нумерички модел			Физички модел			
		Модел бр.	$h_m^{50\%}$	$\alpha_{kal}^{50\%}$	Опит бр.	Ознака	$h_m$	$\alpha_{kal}$
/	l/s	/	cm	°	/	/	cm	°
Прелазно	18,45	1	7,6	37,0	7	26-09-02	7,8	37,0
		2	7,9	31,0				
		3	7,8	30,0				

Применом разлика првог реда уназад за одређивање запреминских удела воде и ваздуха у мешавини остварио се тип течења на граници између течења без окретања млаза и прелазног течења. Дубина мешавине узводно од кривине са учешћем ваздуха од 50% је незнатно мања од измерене на физичком моделу. Место на коме млаз са учешћем ваздуха у мешавини од 50% дотиче теме проводника одговара мерењима на моделу, али је први максимум на конвексној страни померен низводније. На нумеричком моделу се уочава и значајније мешање воде и ваздуха, нарочито у зони узводно од кривине.

Најужа зона мешања воде и ваздуха је добијена применом Modified HRIC нумеричке схеме, што је и очекивано с обзиром да се користи када постоји јасна граница између фаза, као што је случај код удarca капљице о зид, сипања течности у посуду или струјања око брода (Waclawczyk & Koronowicz, 2006, Muzafertija, Peric, Sames, & Schelin, 1999). Иако је прорачун трајао веома дуго, није дао задовољавајуће резултате, јер је на нумеричком моде-

лу добијена знатно ужа зона мешања воде и ваздуха, у односу на стање на физичком моделу. Поред тога, схема је осетљива на промене граничних услова, па се дешава да решење дивергира. Због свега наведеног, ова нумеричка схема се не препоручује за примену при моделирању анализираниг течења.

На физичком моделу се остварило прелазно течење, што је случај и на нумеричком при коришћењу QUICK нумеричке схеме, јер се издваја део млаза (са учешћем ваздуха у мешавини већим од 60%) који прелази на конвексну страну проводника. Дубина мешавине узводно од кривине са учешћем ваздуха од 50% одговара мерењу на моделу. Иако није мерен положај настанка максимума на конвексној страни (јер је реч о прелазном течењу), види се да његов облик и положај највише одговарају поменутом моделу. Место на коме млаз са учешћем ваздуха у мешавини од 50% дотиче теме проводника је померено мало узводније у односу на физички модел, што није значајно. Резултати извршених нумеричких симулација се добро слажу са опитима на физичком моделу. QUICK схема се показала као стабилна, па је усвојено да се користи и при свим наредним симулацијама.

❖ *Утицај протока ваздуха изнад водене површине на течење у проводнику*

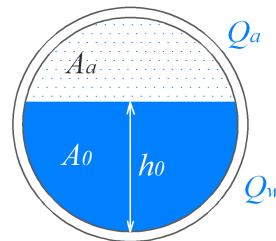
Увлачење ваздуха у ток може да буде веома значајно при бурном течењу, и да притом утиче на формирање одређеног типа течења. Од интереса је да се ова појава што тачније нумерички моделира. У наставку је приказан утицај протока ваздуха изнад водене површине на његово увлачење у ток и карактеристике течења у проводнику.

Проток воде кроз проводник је мерен на физичком моделу, па је исти такав задат и на нумеричком. Проток ваздуха није мерен, па је на нумеричком моделу задат такав проток ваздуха да се обе фазе на узводном крају проводника крећу истом средњом брзином.

$$V_0 = \frac{Q_w}{A_0}$$

$$V_a = V_0$$

$$Q_a = V_a A_a = Q_w \frac{A_a}{A_0}$$

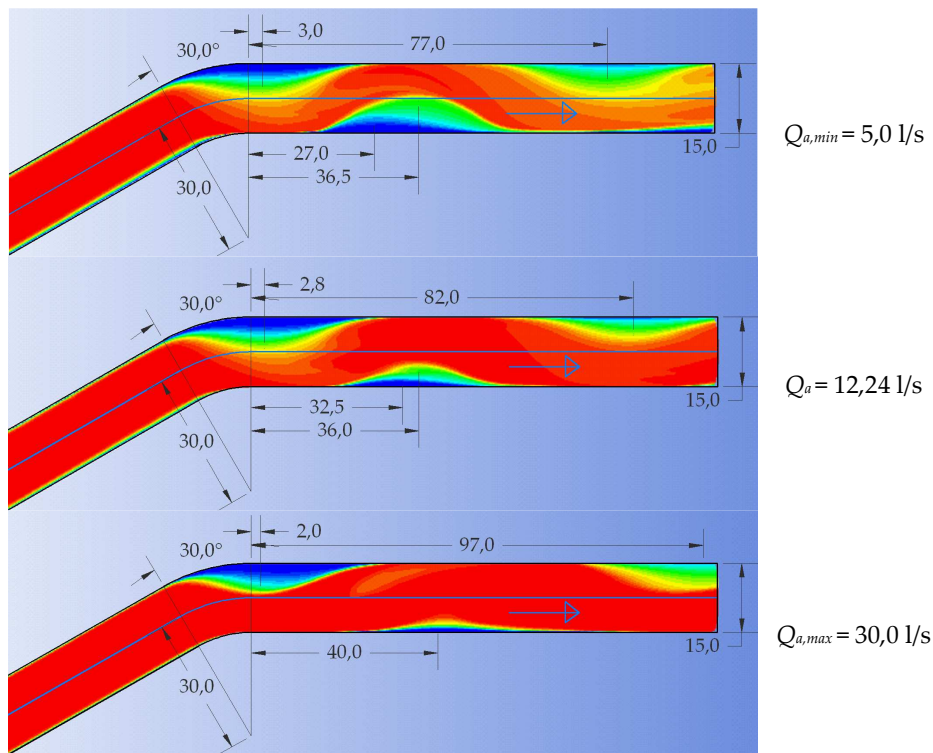




Утицај протока ваздуха изнад водене површине на течење у проводнику је приказан на истом примеру као и утицај храпавости. Скретни угао кривине је  $30^\circ$ , а закривљеност  $D/R = 1/2$ . Модел се састоји од 217.500 ћелија, а апсолутна храпавост проводника износи 0,0015 mm. Дубина воде на узводном крају проводника износи  $h_{uz} = 8,4$  cm, а проток воде  $Q_w = 16,64$  l/s.

Проток ваздуха изнад водене површине је одређен из услова једнакости средњих брзина воде и ваздуха на узводном крају проводника и износи  $Q_a = 12,24$  l/s. Поред тога, урађене су још две симулације: једна са око 2,5 пута мањим протоком ваздуха  $Q_{a,min} = 5,0$  l/s и једна са око 2,5 пута већим  $Q_{a,max} = 30,0$  l/s.

На Слици 9.10 се види да проток ваздуха изнад водене површине утиче на течење у проводнику. Са повећањем протока ваздуха (а при истој дубини воде на улазу), повећава се и његова брзина, па су локације настанка максимума померене низводније. Поред тога, мање је изражено мешање воде и ваздуха, а такође су и максималне дубине мање.



Слика 9.10 - Концентрације ваздуха у мешавини за моделе са различитим протоком ваздуха изнад водене површине (поглед одозго на проводник)

Поређењем фотографија са физичког модела (Слика 9.7) са резултатима нумеричких симулација, види се да се локације настанка максимума нај-

боље слажу са моделом са најмањим протоком ваздуха изнад водене површине, али да величина максимума боље одговара моделу са нешто већим протоком.

Кретање ваздуха кроз проводник настаје као последица кретања воде, односно трења на слободној површини, где се ове две фазе крећу истим брзинама. На том месту је и највећа брзина ваздуха у попречном пресеку, па се ка чврстој граници његова брзина смањује. Према томе, средња брзина ваздуха је увек нешто мања од средње брзине кретања воде и не може да буде већа од ње, као што је приказано на претходном примеру.

За даље прорачуне је усвојено да је средња брзина ваздуха једнака средњој брзини воде на узводном крају проводника, па је на основу тога одређен проток ваздуха, чиме је дефинисан узводни гранични услов.

### 9.3 *Поређење резултата физичког и нумеричког модела*

Поређење резултата нумеричких прорачуна са опитима на физичком моделу је урађено за диспозицију проводника са скретним углом кривине од  $\alpha = 30^\circ$  и закривљеношћу  $D/R = 1/2$ . На њему су упоређене четири карактеристичне струјне слике у проводнику: течење без окретања млаза, прелазно течење, хеликоидно течење без загушења и течење са загушењем тока.

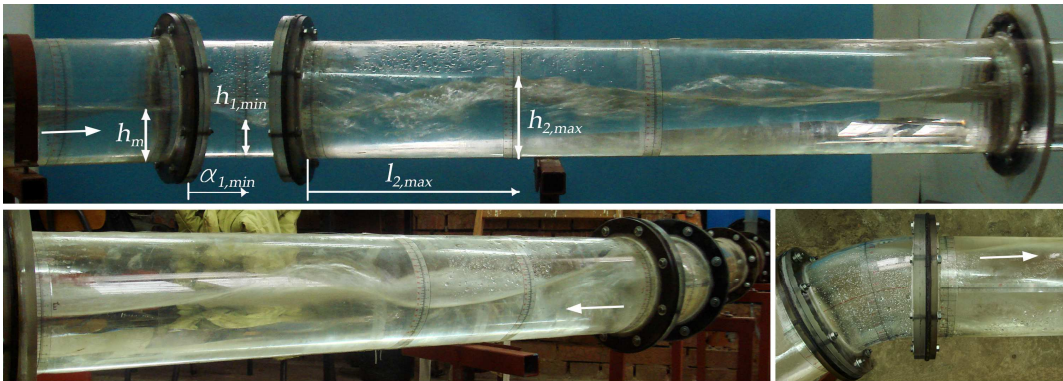
Жељени услови течења (дубина и Фрудов број узводно од кривине) су, на физичком моделу, подешавани променом положаја табласте уставе на узлазу у цев, а за задати проток кроз инсталацију, о чему је било речи у поглављу 5.2. Тако су за сваки опит, узводни гранични услови задати протоком воде кроз проводник и отвором табласте уставе, односно дужином воде у узводном резервоару.

Нумеричким моделом није обухваћен узводни резервоар и табласта устава на њему, којом се регулишу услови течења, већ само праволинијска деоница кружног попречног пресека узводно од кривине, па није било могуће да се задају исти гранични услови као на физичком. На нумеричком моделу су задати масени протоци воде и ваздуха и дубина воде на узводном крају. Проток воде је мерен, па је такав и задат, док је дубина воде задата тако да се у пресеку непосредно узводно од кривине оствари дубина мешавине која је мерена на моделу.

За поређење су изабрана четири опита са физичког модела на којима су се оствариле карактеристичне струјне слике. Приказане су фотографије и дати су подаци о мерењима, а затим је извршено поређење са резултатима нумеричких прорачуна.

Нумерички модели се састоје од 217.500 ћелија. Апсолутна храпавост износи 0,0015 mm, а запремински удели воде и ваздуха у мешавини су одређени QUICK методом.

❖ *Течење без окретања млаза*



Слика 9.11 - Течење без окретања млаза на моделу  $D/R = 1/2$  и  $\alpha = 30^\circ$  (Опит бр. 6)

Табела 9.5 - Карактеристичне величине мерене на физичком моделу (течење без окретања млаза)

Тип течења	Опит бр.	Ознака	$Q_w$ l/s	$h_m$ cm	$\alpha_{1,max}$ °	$h_{1,max}$ cm	$\alpha_{1,min}$ °	$h_{1,min}$ cm	$l_{2,max}$ cm	$h_{2,max}$ cm
Без окретања	6	21-01-01	10,95	6,9	30	13,1	17	5,0	29,5	10,3

где је:  $\alpha_{1,max}$  – угао од почетка кривине до места појаве првог максимума (конкавна страна),  $\alpha_{1,min}$  – угао од почетка кривине до места појаве првог минимума (конвексна страна),  $h_{1,min}$  – први минимум (конвексна страна).

У табели 9.6 су приказане карактеристичне величине добијене применом нумеричког модела, а у табели 9.7 су дате и одговарајуће графичке представе течења у проводнику на нумеричком моделу уз поређење резултата са опитом на физичком моделу.

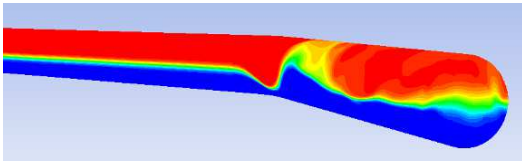
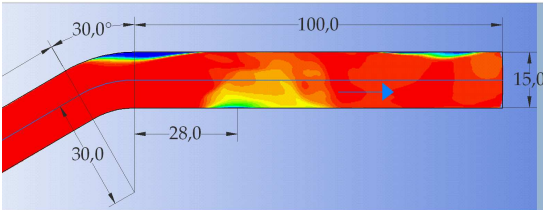


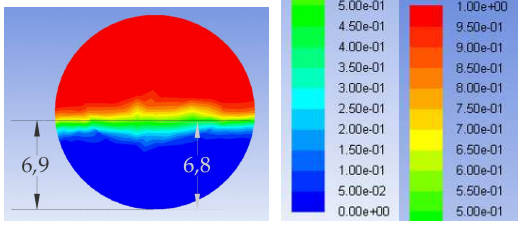
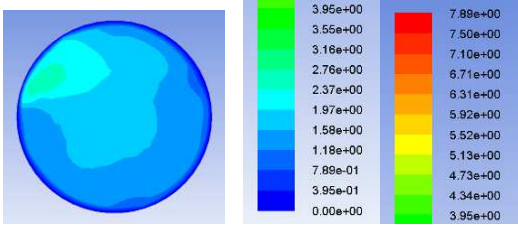
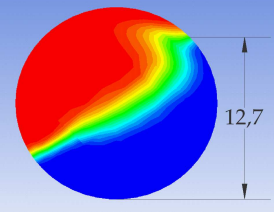
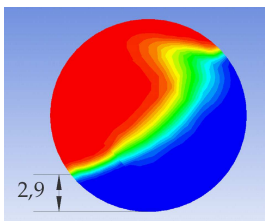
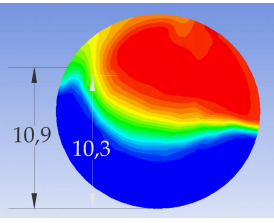
Табела 9.6 - Карактеристичне величине добијене применом нумеричког модела (течење без окретања млаза)

Тип течења	Узводни гран. услов									
	$Q_w$ l/s	$Q_a$ l/s	$h_{uz}$ cm	$h_m^{50\%}$ cm	$\alpha_{1,max}^{50\%}$ °	$h_{1,max}^{50\%}$ cm	$l_{1,min}^{50\%}$ cm	$h_{1,min}^{50\%}$ cm	$l_{2,max}^{50\%}$ cm	$h_{2,max}^{50\%}$ cm
Без окретања	10,95	20,45	5,7	6,8	30	12,7	5	2,9	28,0	10,9

где је:  $Q_a$  – проток ваздуха кроз проводник,  $h_{uz}$  – дубина воде на узводном крају проводника,  $\alpha_{1,max}^{50\%}$  – угао од почетка кривине до места на коме млаз са концентрацијом ваздуха у мешавини од 50% формира први максимум (конкавна страна),  $h_{1,max}^{50\%}$  – први максимум за концентрацију ваздуха у мешавини од 50%,  $l_{1,min}^{50\%}$  – растојање од краја кривине до места на коме млаз са концентрацијом ваздуха у мешавини од 50% формира први минимум (конвексна страна),  $h_{1,min}^{50\%}$  – први минимум за концентрацију ваздуха у мешавини од 50%,  $h_{2,max}^{50\%}$  – други максимум за концентрацију ваздуха у мешавини од 50% (конвексна страна).

Табела 9.7 - Приказ резултата прорачуна нумеричког модела течења без окретања млаза и поређење са Опитом бр. 6 на физичком моделу

 <p>Концентрације ваздуха у мешавини (поглед са конвексне стране проводника)</p>	<p>При погледу на конвексну страну проводника, виде се први минимум и „узбуркана“ зона непосредно низводно од њега. У њој се јављају два максимума када се посматра ток са доминантним учешћем воде у мешавини, док се за повећану концентрацију ваздуха у мешавини, издваја један максимум.</p>
 <p>Концентрације ваздуха у мешавини (поглед одозго на проводник)</p>	<p>При погледу одозго се види да није дошло до окретања млаза по обиму проводника, што је и случај на физичком моделу.</p> <p>Места настанка првог и другог максимума одговарају стању на физичком моделу.</p>

 <p>Концентрација ваздуха у мешавини у попречном пресеку проводника непосредно узв. од кривине</p>	<p>Дубина мешавине за концентрацију ваздуха од 60% одговара мерењима на физичком моделу.</p> <p>За концентрацију ваздуха од 50% дубина мешавине износи 6,8 cm</p>
 <p>Распоред брзина у попречном пресеку проводника непосредно узводно од кривине</p>	<p>На слици је приказан распоред брзина, а средња брзина тока на физичком моделу (одређена са процењеном количином увученог ваздуха у ток) износи 1,48 m/s.</p>
 <p>Концентрација ваздуха у мешавини у попречном пресеку проводника (<math>Z=0</math> m, што одговара углу од <math>30^\circ</math>, односно низводном крају кривине)</p>	<p>На овом месту је формирана максимална дубина на нумеричком моделу, која износи 12,7 cm (за учешће ваздуха у мешавини од 50%).</p> <p>Њена локација и величина одговара стању на физичком моделу.</p>
 <p>Концентрација ваздуха у мешавини у попречном пресеку проводника (<math>Z=0,05</math> m)</p>	<p>На овом месту је формирана минимална дубина на нумеричком моделу, која износи 2,9 cm (50%).</p> <p>На физичком моделу се минимум формирао у кривини (на <math>17^\circ</math>), па се локације њиховог настанка доста разликују. Такође је присутно и неслагање модела по питању величине првог минимума.</p>
 <p>Концентрација ваздуха у мешавини у попречном пресеку проводника низводно од кривине (<math>Z=0,28</math> m)</p>	<p>Место настанка другог максимума на нумеричком моделу, одговара физичком. Друга максимална дубина на нумеричком моделу износи 10,9 cm (за учешће ваздуха у мешавини од 50%). Ова дубина је нешто већа од мерене на физичком моделу, којој одговара дубина мешавине при концентрацији ваздуха од 40%. Према томе, локација и величина другог максимума на нумеричком моделу, одговара стању на физичком.</p>

Генерални закључци о слагању резултата нумеричког модела  
течења без окретања млаза и физичког модела, Опит бр. 6

На нумеричком моделу се остварило течење без окретања млаза, што је случај и на физичком.

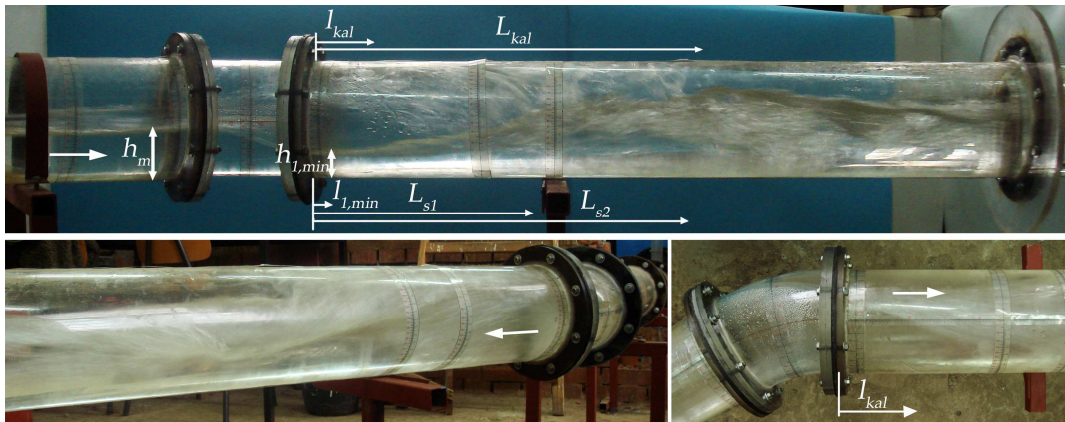
Дубина мешавине узводно од кривине за концентрацију ваздуха од 60% на нумеричком моделу одговара мерењима на физичком.

Локације настанка првог и другог максимума, као и величине максималних дубина на нумеричком моделу, одговарају стању на физичком.

Присутна су одређена неслагања модела по питању локације настанка првог минимума и његове величине.

Генерални закључак је да се резултати физичког и нумеричког модела веома добро слажу и да је нумеричким моделом добијена веродостојна струјна слика течења у природи или на физичком моделу.

❖ *Прелазно течење*



Слика 9.12 - Прелазно течење на моделу  $D/R = 1/2$  и  $\alpha = 30^\circ$  (Опит бр. 1)

Табела 9.8 - Карактеристичне величине мерене на физичком моделу  
(прелазно течење)

Тип течења	Опит бр.	Ознака	$Q_w$	$h_m$	$l_{kal}$	$l_{1,min}$	$h_{1,min}$	$L_{s1}$	$L_{s2}$	$L_{kal}$
			l/s	cm	cm	cm	cm	cm	cm	cm
Прелазно	1	17-01-01	16,64	7,5	11	1	3,5	30	48	55

где је:  $l_{kal}$  – растојање од краја кривине до места на коме млаз дотиче теме проводника,  $l_{1,min}$  – растојање од краја кривине до места појаве првог минимума (конвексна страна),  $L_{s1}$  – растојање од краја кривине до места где се

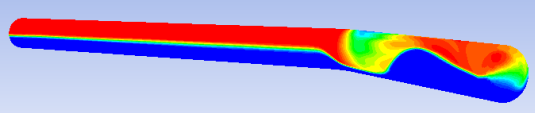
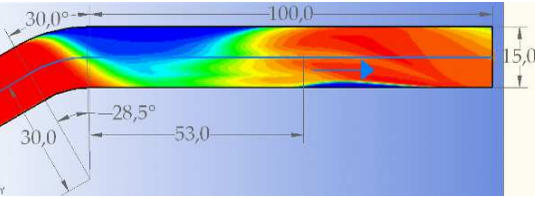
окренути ток спаја са током на конвексној страни кривине,  $L_{s2}$  – растојање од краја кривине до низводног краја спајања окренутог млаза са током на супротној страни проводника,  $L_{kal}$  – растојање од краја кривине до места на коме се завршава течење млаза по темену проводника.

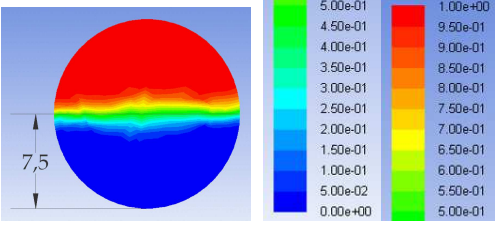
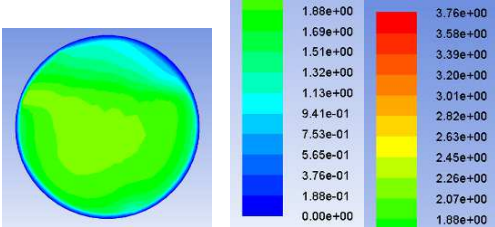
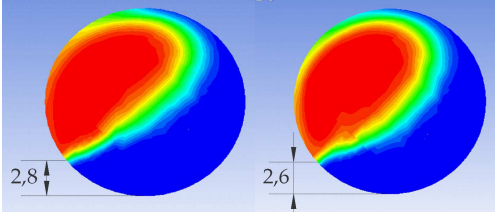
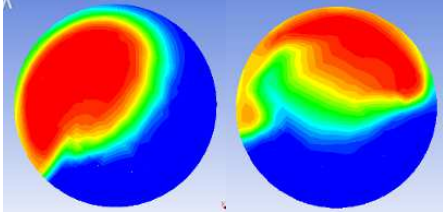
У табели 9.9 су приказане карактеристичне величине добијене применом нумеричког модела, а у табели 9.10 су дате и одговарајуће графичке представе течења у проводнику на нумеричком моделу уз поређење резултата са опитом на физичком моделу.

Табела 9.9 - Карактеристичне величине добијене применом нумеричког модела (прелазно течење)

Тип течења	Узводни гран. услов			$h_m^{50\%}$	$\alpha_{kal}^{50\%}$	$l_{1,min}^{50\%}$	$h_{1,min}^{50\%}$	$L_{s1}$	$L_{s2}$	$L_{kal}$
	$Q_w$	$Q_a$	$h_{uz}$							
	l/s	l/s	cm	cm	°	cm	cm	cm	cm	cm
Прелазно	16,64	23,38	6,5	7,5	28,5	10	2,6	15	45	53

Табела 9.10 - Приказ резултата прорачуна нумеричког модела прелазног течења и поређење са Опитом бр. 1 на физичком моделу

 <p>Концентрације ваздуха у мешавини (поглед са конвексне стране проводника)</p>	<p>На слици се види да се само део млаза са концентрацијом ваздуха у мешавини већом од 50% окрене по обиму проводника, што и јесте карактеристично за прелазно течење. Такође се виде и први минимум и други максимум.</p>
 <p>Концентрације ваздуха у мешавини (поглед одозго на проводник)</p>	<p>При погледу одозго се види да је дошло до делимичног окретања млаза, као што је и случај на физичком моделу. Млаз са учешћем ваздуха од 50% дотиче теме цеви на 28,5°. На физичком моделу се ова појава дешава на 11 cm низводно од кривине. Разлика се види и када се упореде фотографије са модела и графичка представа нумеричке симулације. Дужина на којој млаз клизи по темену се добро слаже са мерењима на физичком моделу.</p>

 <p>Концентрација ваздуха у мешавини у попречном пресеку проводника непосредно узв. од кривине</p>	<p>Дубина мешавине за концентрацију ваздуха од 50% одговара мерењима на физичком моделу.</p>
 <p>Распоред брзина у попречном пресеку проводника непосредно узводно од кривине</p>	<p>На слици је приказан распоред брзина, а средња брзина тока на физичком моделу (одређена са процењеном количином увученог ваздуха у ток) износи 2,07 m/s.</p>
 <p>Концентрација ваздуха у мешавини у попречним пресецима проводника низводно од кривине</p>	<p>На приказаним пресецима је праћено формирање минималне дубине и спајање млаза са током на супротној страни проводника.</p> <p>Дубина на конвексној страни је најмања непосредно пре спајања окренутог млаза са током на супротној страни, односно пре него што је ток „поклопљен“ окренутим млазом.</p> <p>На физичком моделу је мало другачија струјна слика, јер се минимум остварује непосредно низводно од кривине, али се спајање окренутог млаза са током на супротној страни догоди тек на око 30 cm низводно од тог места.</p> <p>Минимална дубина на нумеричком моделу износи 2,6 cm (50%), што је мање од дубине мерене на физичком моделу (3,5 cm). Такође су присутне и разлике између места формирања мин. дубина на поменутиим моделима.</p>
 <p>Концентрација ваздуха у мешавини у попречним пресецима проводника низводно од кривине</p>	<p>На пресецима је приказан почетак и крај спајања окренутог млаза са током на супротној страни проводника.</p> <p>Почетак на нумеричком моделу је померен узводно у односу на мерења са физичког, док се крај окренутог тока добро слаже са физичким моделом.</p>

Генерални закључци о слагању резултата нумеричког модела  
прелазног течења и физичког модела, Опит бр. 1

С обзиром да се само део млаза са концентрацијом ваздуха у мешавини већом од 50% окрене по обиму проводника, течење на нумеричком моделу се сврстава у прелазни тип, како је и класификовано на физичком моделу.

Дубина мешавине узводно од кривине за концентрацију ваздуха од 50% на нумеричком моделу одговара мерењима на физичком.

Место на коме млаз дотиче теме проводника на нумеричком моделу је померено узводно у односу на физички модел. Такође се уочава и разлика у облику путање млаза, јер се на нумеричком моделу млаз окреће под већим углом у односу на правац проводника, док на физичком клизи под блажим.

Први минимум је израженији на нумеричком моделу и његова локација је померена низводно у односу на физички. Уочава се и нешто другачија струјна слика у овој зони, јер се на нумеричком моделу минимум остварује непосредно пре спајања окренутог млаза са током на супротној страни, док се на физичком моделу спајање тока догоди на око 30 cm низводно од локације првог минимума.

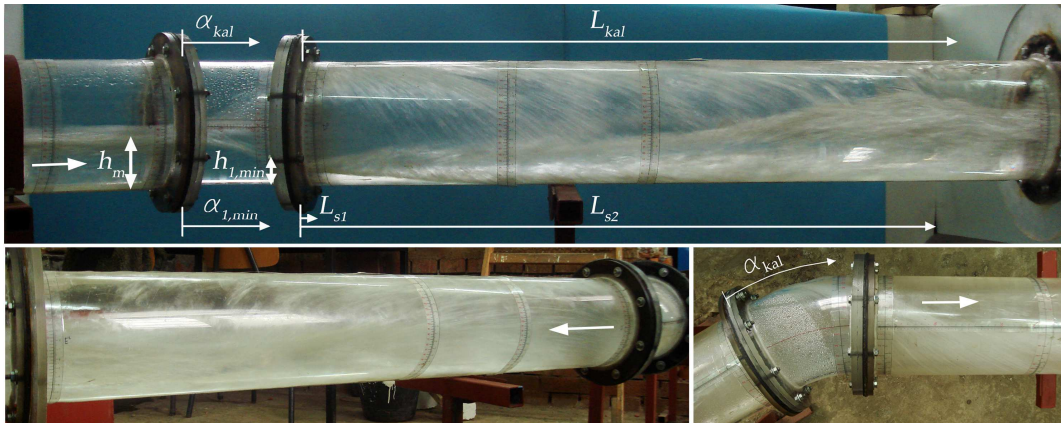
С обзиром да се на нумеричком моделу млаз окреће под већим углом у односу на правац проводника него на физичком моделу, онда се и спајање окренутог тока догоди узводније на нумеричком моделу. Ова разлика износи око 15 cm, док се крај спајања окренутог тока добро слаже.

Дужина на којој млаз клизи по темену проводника на нумеричком моделу одговара мерењима на физичком.

Иако су присутна одређена неслагања нумеричког модела са физичким, ипак нису значајна да би довела у питање његову применљивост. Нумеричким моделом је генерално добијена слична струјна слика, на основу које је изведен закључак да се ради о истом типу течења, као што је случај на физичком моделу.



## ❖ Хеликоидно течење

Слика 9.13 - Хеликоидно течење на моделу  $D/R = 1/2$  и  $\alpha = 30^\circ$  (Опит бр. 3)

Табела 9.11 - Карактеристичне величине мерене на физичком моделу (хеликоидно течење)

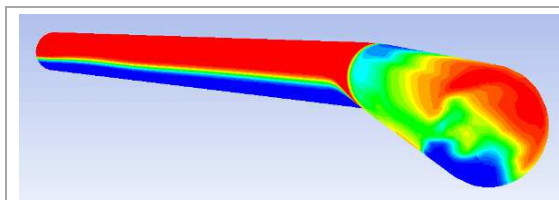
Тип течења	Бр. мер.	Ознака	$Q_w$ l/s	$h_m$ cm	$\alpha_{kal}$ °	$\alpha_{1,min}$ °	$h_{1,min}$ cm	$L_{s1}$ cm	$L_{s2}$ cm	$L_{kal}$ cm
Хеликоидно	3	17-01-03	16,64	6,0	27	29	3,0	2	80	85

У Табели 9.12 су приказане карактеристичне величине добијене применом нумеричког модела, а у Табели 9.13 су дате и одговарајуће графичке представе течења у проводнику на нумеричком моделу уз поређење резултата са опитом на физичком моделу.

Табела 9.12 - Карактеристичне величине добијене применом нумеричког модела (хеликоидно течење)

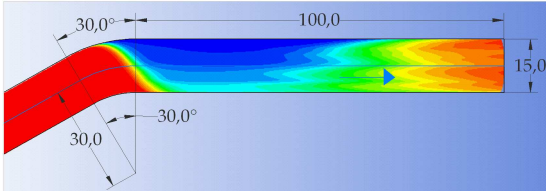
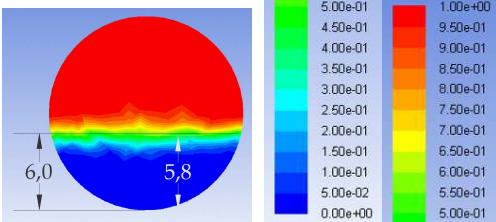
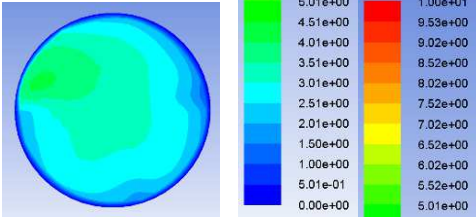
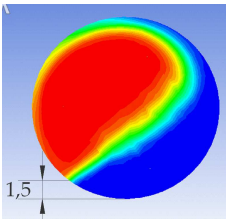
Тип течења	Узводни гран. услов									
	$Q_w$ l/s	$Q_a$ l/s	$h_{uz}$ cm	$h_m^{50\%}$ cm	$\alpha_{kal}^{50\%}$ °	$l_{1,min}^{50\%}$ cm	$h_{1,min}^{50\%}$ cm	$L_{s1}$ cm	$L_{s2}$ cm	$L_{kal}$ cm
Хеликоидно	16,64	40,39	5,0	5,8	30,0	5	1,5	5	85	100

Табела 9.13 - Приказ резултата прорачуна нумеричког модела хеликоидног течења и поређење са Опитом бр. 3 на физичком моделу

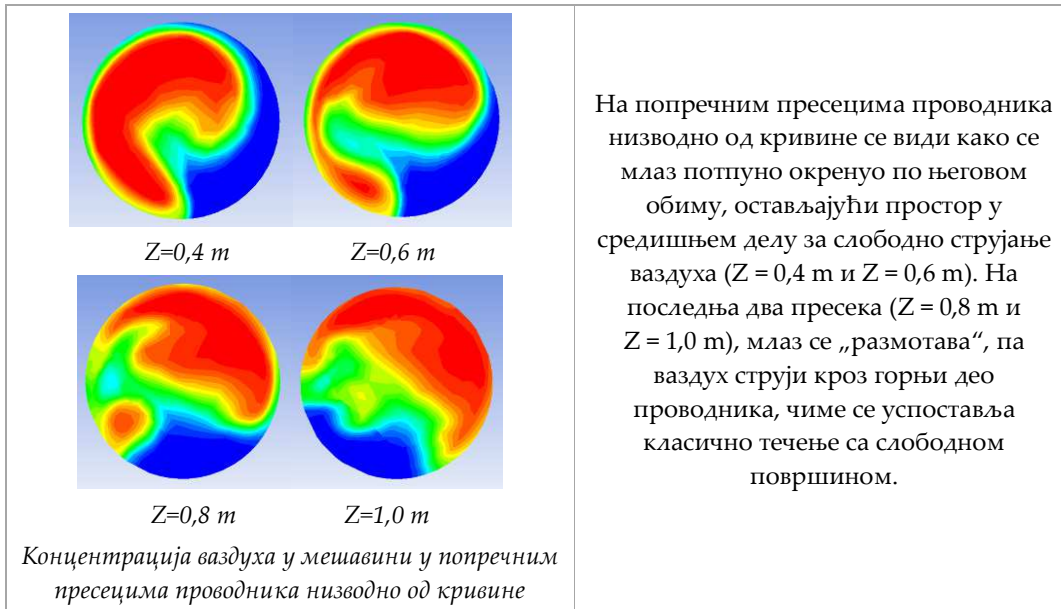


Концентрације ваздуха у мешавини (поглед са конвексне стране проводника)

Види се да се млаз практично потпуно окрене по обиму проводника. Први минимум се формира на конвексној страни, а разматавање млаза се дешава тек на низводном крају проводника.

 <p>Концентрације ваздуха у мешавини (поглед одозго на проводник)</p>	<p>Млаз са учешћем ваздуха од 50% дотиче теме проводника на 30°, што се слаже са мерењима на физичком моделу.</p> <p>Струјна слика у зона окретања млаза по обиму проводника одговара течењу на физичком моделу, а карактеристичне величине су одређене из попречних пресека.</p> <p>На физичком моделу је измерено да млаз клизи по темену цеви на дужини од 85 cm, што је нешто краће у односу на резултате нумеричке симулације, где млаз клизи до самог краја цеви.</p>
 <p>Концентрација ваздуха у мешавини у попречном пресеку проводника непосредно узводно од кривине</p>	<p>Дубина мешавине за концентрацију ваздуха од 60% одговара мерењима на физичком моделу.</p> <p>За концентрацију ваздуха од 50%, дубина мешавине износи 5,8 cm.</p>
 <p>Распоред брзина у попречном пресеку проводника непосредно узводно од кривине</p>	<p>На слици је приказан распоред брзина, а средња брзина тока на физичком моделу (одређена са процењеном количином увученог ваздуха у ток) износи 3,12 m/s.</p>
 <p>Концентрација ваздуха у мешавини у попречном пресеку проводника низводно од кривине</p>	<p>Минимална дубина износи 1,5 cm (за концентрацију ваздуха у мешавини од 50%), што је мање него што је измерено на физичком моделу.</p> <p>На физичком моделу се минимум налази на 29° од почетка кривине, док се на нумеричком остварио нешто низводније.</p> <p>На овом месту се окренути ток спаја са млазом на супротној страни проводника, што се добро слаже са физичким моделом.</p>





Генерални закључци о слагању резултата нумеричког модела хеликоидног течења и физичког модела, Опит бр. 3

На основу анализе резултата нумеричке симулације, дошло се до закључка да се у проводнику остварило течење истог типа као што је то случај на физичком моделу.

Дубина мешавине узводно од кривине за концентрацију ваздуха од 60% на нумеричком моделу одговара мерењима на физичком.

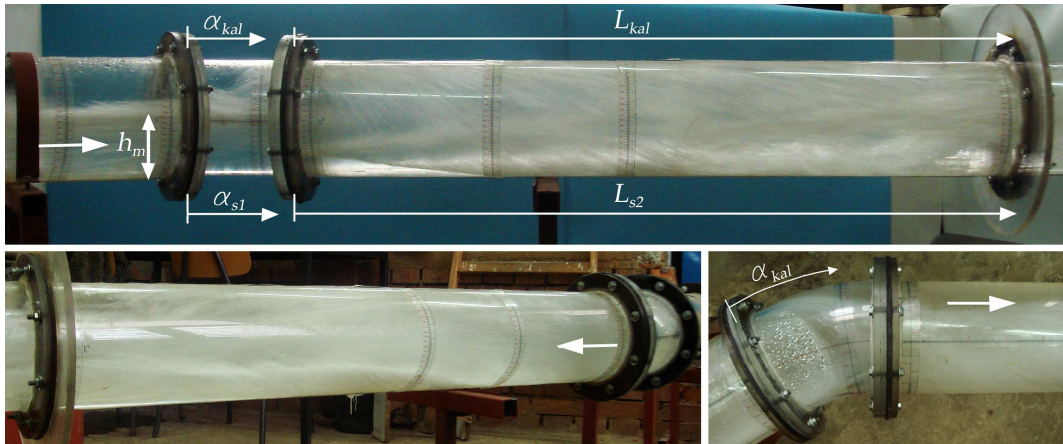
Место на коме млаз дотиче теме проводника на нумеричком моделу се добро слаже са мерењима на физичком.

Место појаве минималне дубине на нумеричком моделу солидно одговара стању на физичком, док се минималне дубине разликују.

Зона спајања окренутог млаза са током на супротној страни проводника се доста добро слаже, што се може рећи и за дужину на којој млаз клизи по темену цеви.

Може се рећи да се резултати физичког и нумеричког модела доста добро слажу.

## ❖ Хеликоидно течење са загушењем тока

Слика 9.14 - Течење са загушењем на моделу  $D/R = 1/2$  и  $\alpha = 30^\circ$  (Опит бр. 4)

Табела 9.14 - Карактеристичне величине мерене на физичком моделу (течење са загушењем тока)

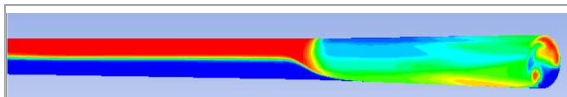
Тип течења	Бр. мер.	Ознака	$Q_w$ l/s	$h_m$ cm	$\alpha_{kal}$ °	$\alpha_{1,min}$ °	$h_{1,min}$ cm	$L_{s1}$ cm	$L_{s2}$ cm	$L_{kal}$ cm
Загушено	4	17-01-04	26,72	7,6	25	/	/	28	100	100

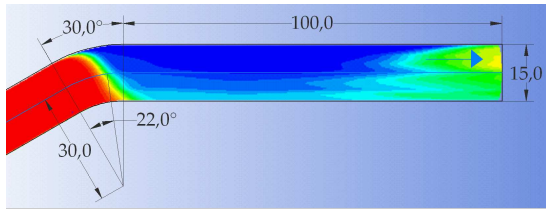
У Табели 9.15 су приказане карактеристичне величине добијене применом нумеричког модела, а у Табели 9.16 су дате и одговарајуће графичке представе течења у проводнику на нумеричком моделу уз поређење резултата са опитом на физичком моделу.

Табела 9.15 - Карактеристичне величине добијене применом нумеричког модела (течење са загушењем тока)

Тип течења	Узводни гран. услов									
	$Q_w$ l/s	$Q_a$ l/s	$h_{uz}$ cm	$h_m^{50\%}$ cm	$\alpha_{kal}^{50\%}$ °	$l_{1,min}^{50\%}$ cm	$h_{1,min}^{50\%}$ cm	$L_{s1}$ cm	$L_{s2}$ cm	$L_{kal}$ cm
Загушено	26,72	38,94	6,4	7,3	22	0	3,1	5	100	100

Табела 9.16 - Приказ резултата прорачуна нумеричког модела хеликоидног течења са загушењем и поређење са Опитом бр. 4 на физичком моделу

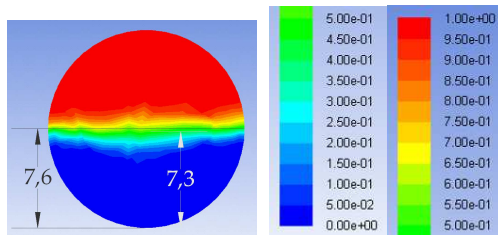
 <p>Концентрације ваздуха у мешавини (поглед са конвексне стране проводника)</p>	<p>Види се да се млаз потпуно окрене по обиму проводника и да се до низводног краја не „размота“, односно да се не успостави класично течење са слободном површином до његовог низводног краја.</p>
---	---



Концентрације ваздуха у мешавини  
(поглед одозго на проводник)

Млаз са учешћем ваздуха у мешавини од 50% дотиче теме проводника на  $22^\circ$ , што се добро слаже са мерењима на физичком моделу. Зона у којој се окренути млаз спаја са током на супротној страни проводника одговара стању на физичком моделу.

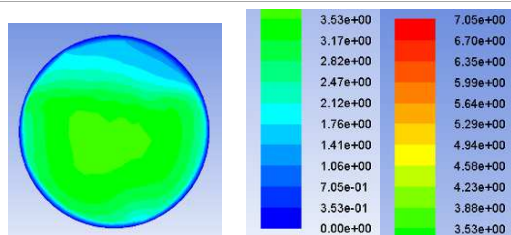
И на физичком и на нумеричком моделу окренути млаз клизи по темеу проводника до његовог низводног краја.



Концентрација ваздуха у мешавини у попречном пресеку проводника непосредно узводно од кривине

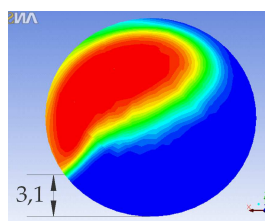
Дубина мешавине за концентрацију ваздуха од 60% одговара мерењима на физичком моделу.

За концентрацију ваздуха од 50%, дубина мешавине износи 7,3 cm.



Распоред брзина у попречном пресеку проводника непосредно узводно од кривине

На слици је приказан распоред брзина, а средња брзина тока на физичком моделу (одређена са процењеном количином увученог ваздуха у ток) износи 3,56 m/s.



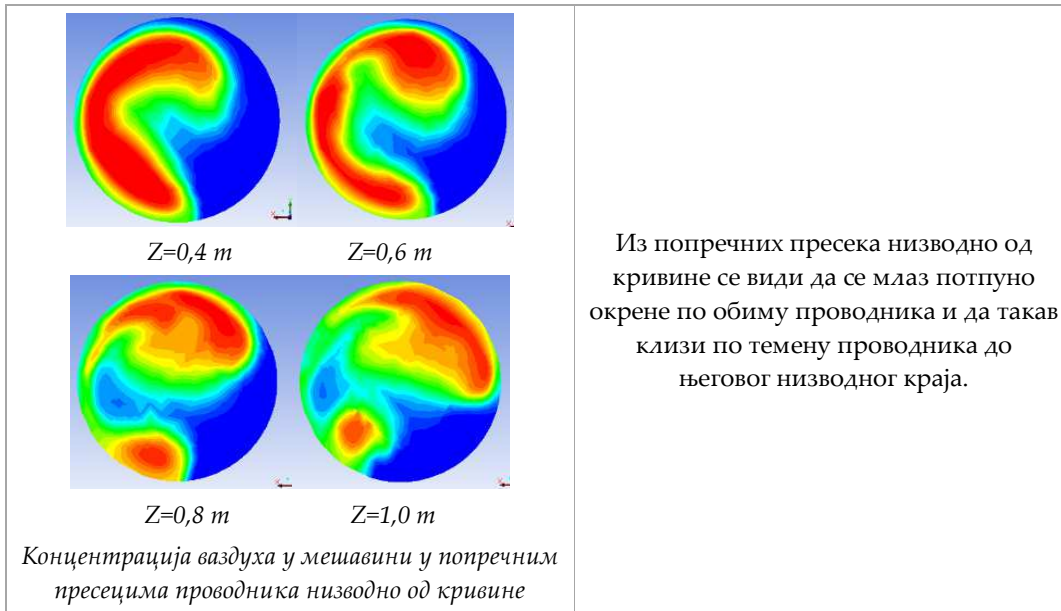
Z=0,00 m

Концентрација ваздуха у мешавини у попречном пресеку проводника низводно од кривине

Минимална дубина на нумеричком моделу износи 3,1 cm (50%).

На физичком моделу није забележена минимална дубина, јер се није остварио класичан минимум после кога ниво воде почиње да расте у низводном смеру. Ниво воде се снижавао дуж конвексне стране кривине, све док није био поклопљен окренути млазом.

Почетак спајања окренутог млаза са током на супротној страни на нумеричком моделу, одговара стању на физичком.



Генерални закључци о слагању резултата нумеричког модела хеликоидног течења са загушењем и физичког модела, Опит бр. 4

На основу анализе резултата нумеричке симулације закључено је да се ради о хеликоидном течењу са загушењем, како је класификовано и на основу хидрауличких испитивања.

Дубина мешавине узводно од кривине за концентрацију ваздуха од 60% на нумеричком моделу одговара мерењима на физичком.

Место на коме млаз дотиче теме проводника на нумеричком моделу се добро слаже са мерењима на физичком.

Минимална дубина на конвексној страни кривини није мерена на физичком моделу, јер се није остварио класичан минимум после кога ниво воде расте у низводном смеру.

Место спајања окренутог млаза са током на супротној страни на нумеричком моделу одговара стању на физичком.

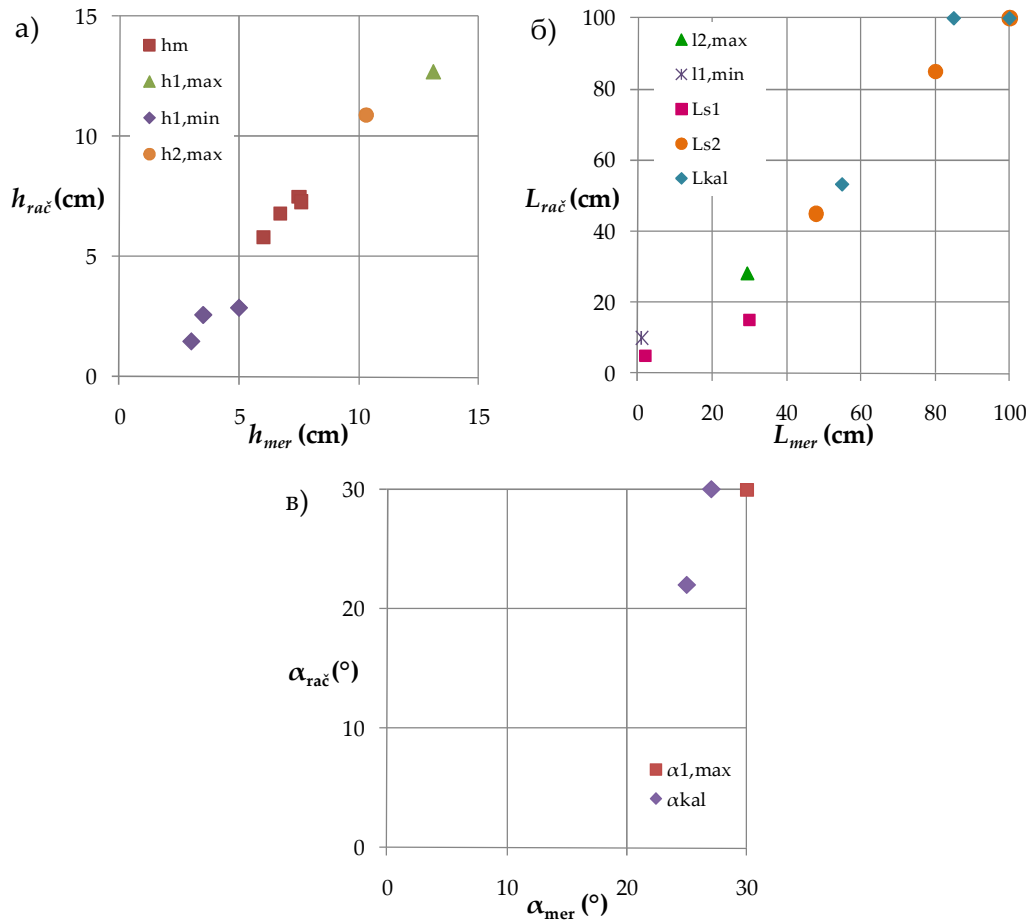
Може се рећи да се резултати физичког и нумеричког модела доста добро слажу.

\* \* \*

Слагање резултати нумеричких прорачуна са мерењима на физичком моделу је приказано и на следећим дијаграмима, где су на апсциси представљене мерене вредности величина, а на ординати рачунски одређене. За

величине које на нумеричком моделу зависе од концентрације ваздуха у мешавини, усвојено је да се односе на концентрацију од 50%.

На Слици 9.15 је приказано поређење карактеристичних дубина, дужина и углова. Треба напоменути да су изостављена поређења, када се разматрана појава на једном моделу оствари у кривини (мерен је угао), док се на другом моделу оствари на низводној праволинијској деоници (мерена је дужина).



Слика 9.15 - Поређење карактеристичних величина одређених применом нумеричког модела и мерењима на физичком моделу:

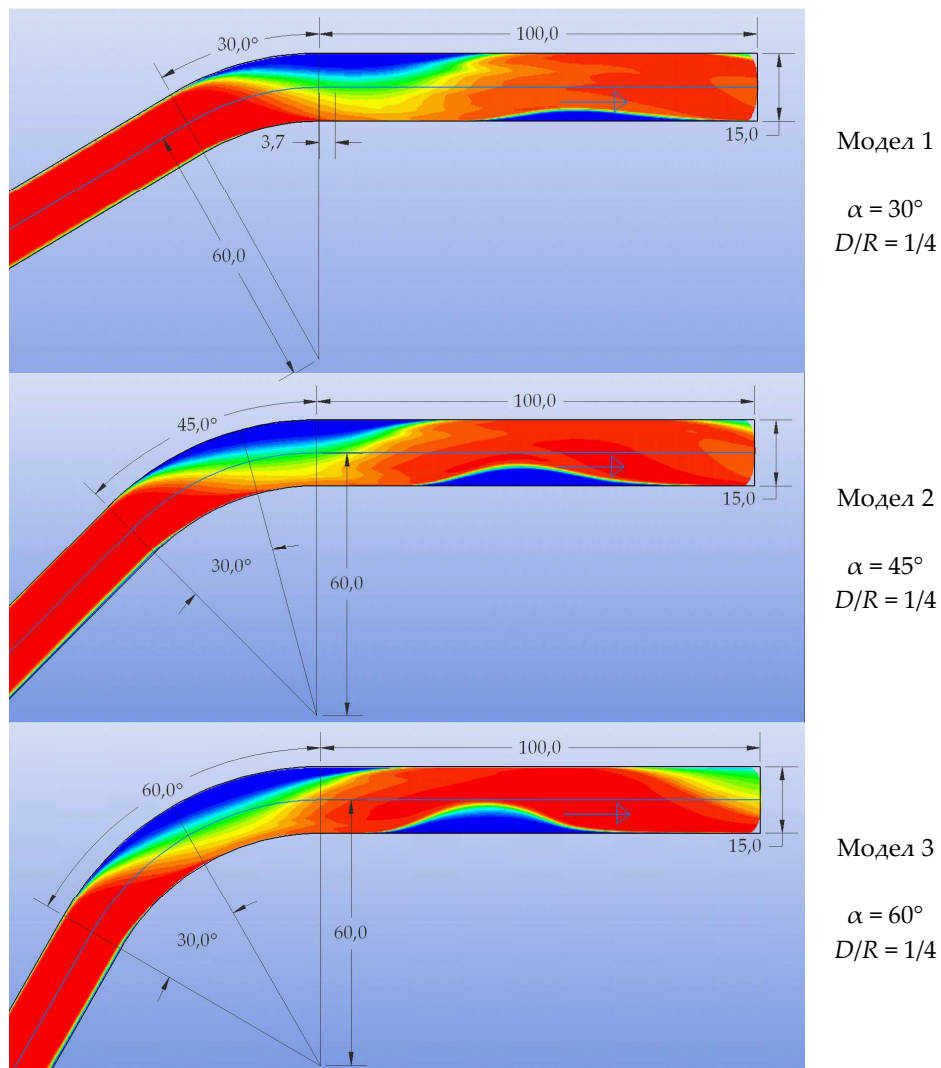
а) дубине, б) дужине, в) углови

На основу приказаних поређења опита са физичког модела са резултатима нумеричких прорачуна, закључује се да је њихово међусобно слагање добро, па се препоручује примена нумеричког модела за испитивање течења у кривини. Његовом исправном применом, односно формирањем адекватног нумеричког модела, добија се веродостојна слика течења у природи као резултат нумеричких прорачуна.

#### 9.4 Утицај скретног угла на карактеристике течења у проводнику

Закључци о утицају скретног угла на карактеристике течења у проводнику су донети на основу испитивања на физичком моделу, док је овде анализирано да ли се и применом нумеричког модела долази до истих закључака.

Приказан је пример течења на диспозицији проводника са закривљеношћу  $D/R = 1/4$  и скретним угловима од  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  и  $60^\circ$ . Нумерички модели се састоје од 217.000 ћелија. Проток воде на узводном крају проводника износи  $Q_w = 22,4$  l/s, проток ваздуха  $Q_a = 17,05$  l/s, а дубина воде  $h_{wz} = 8,3$  cm.



Слика 9.16 – Концентрације ваздуха у мешавини за моделе са различитим скретним углом кривине (поглед одозго на проводник)



На претходној слици је упоређено место на коме млаз са учешћем ваздуха у мешавини од 50% дотиче теме проводника.

На моделу са најмањим скретним углом, млаз дотиче теме проводника на 3,7 cm низводно од краја кривине. На преостала два модела, ово место се међусобно подудару и налази се на 30° низводно од почетка кривине, односно померено је мало узводније.

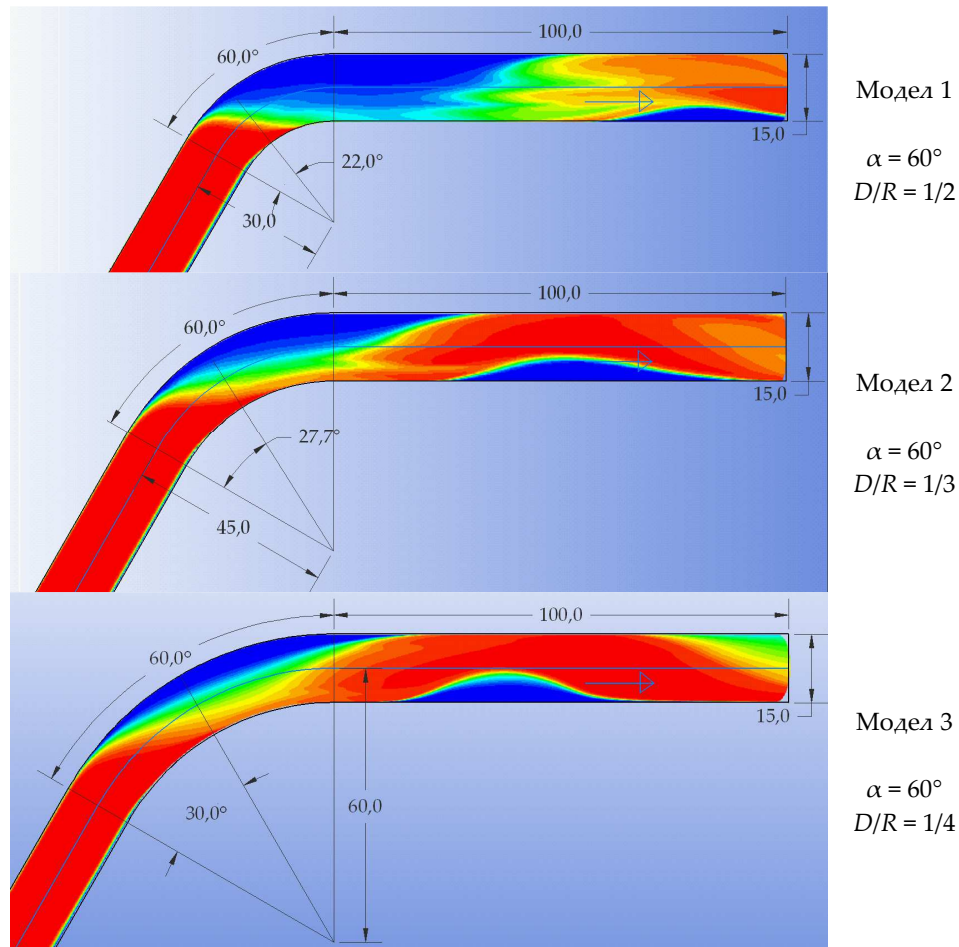
На основу приказаног се изводи исти закључак као на основу испитивања на физичком моделу: да скретни угао кривине не утиче на формирање хеликоидног течења за углове веће од 40°. Границе појаве хеликоидног течења су исте за скретне углове  $\geq 45^\circ$ , јер нагиб улазне путање млаза дуж конкавне стране кривине не зависи од величине скретног угла, већ само од закривљености и брзине улазног млаза.

### 9.5 Утицај закривљености на карактеристике течења у проводнику

Закључци о утицају закривљености на карактеристике течења у проводнику су донети на основу испитивања на физичком моделу, док је овде анализирано да ли се и применом нумеричког модела долази до истих закључака.

Приказан је пример течења на диспозицији проводника са скретним углом кривине од 60° и закривљеностима  $D/R = 1/2$ ,  $D/R = 1/3$  и  $D/R = 1/4$ . Као и на претходном примеру и овде се нумерички модели састоје од 217.000 ћелија. Услови течења на узводном крају проводника су исти као и на претходном примеру, тј. износе  $Q_w = 22,4$  l/s,  $Q_a = 17,05$  l/s,  $h_{uz} = 8,3$  cm.

На нумеричком моделу са највећом закривљеношћу је очигледно да се остварило хеликоидно течење. На моделу са закривљеношћу  $D/R = 1/3$  реч је о прелазном течењу, јер се део млаза са учешћем ваздуха у мешавини од 50% окреће по обиму проводника и прелази на конвексну страну непосредно низводно од кривине. Иако на нумеричком моделу са најмањом закривљеношћу млаз досеже до темена проводника, па чак и прелази на његов конвексни део, ипак је реч о течењу без окретања млаза, јер млаз након формирања максимума остаје на конкавној страни.



Слика 9.17 – Концентрације ваздуха у мешавини за моделе са различитом закривљеношћу (поглед одозго на проводник)

Поред ових општих запажања о карактеристикама течења у проводнику, упоређена су и места на којима млаз са учешћем ваздуха у мешавини од 50% дотиче теме проводника. У првом случају ово место се налази на  $22^\circ$  низводно од почетка кривине, на следећем на  $27,7^\circ$ , а на последњем на  $30^\circ$ , па се изводи исти закључак као и на основу испитивања на физичком моделу: да закривљеност кривине утиче на формирање хеликоидног течења и да се са њеним смањењем, а при истим условима течења узводно од кривине, место на коме млаз дотиче теме проводника помера низводно. Разлог томе је то што са смањењем закривљености, нагиб узлазне путање млаза дуж конкавне стране кривине постаје све блажи, па се место његовог окретања помера низводно, али се дешава и да се млаз не окрене због веома благог нагиба узлазне путање.



### 9.6 Утицај пречника проводника на течење у њему

На физичком моделу је, због ограничености капацитета лабораторије, испитан релативно мали пречник проводника (15 cm), на основу кога су дефинисани изрази за настанак хеликоидног течења и загушења тока. При течењу у проводнику већих димензија, очекује се и веће увлачење ваздуха у ток и значајније бубрење млаза. Да би се проверила применљивост предложених израза за овакве случајеве, на нумеричком моделу су испитани и већи пречници проводника.

Испитивања су урађена за диспозицију проводника са закривљеношћу  $D/R = 1/3$  и скретним углом од  $\alpha = 45^\circ$ . Испитан је пречник проводника од  $D = 24$  cm, јер је проводник тих димензија анализиран у литератури (Gisonni & Nager, 2000). Поред тога, испитан је и проводник пречника  $D = 1$  m. Утицај даљег повећања пречника на течење у проводнику није анализиран, јер захтева формирање нумеричког модела са изузетно великим бројем ћелија, које није било могуће „савладати“ с обзиром на расположиву рачунарску опрему.

На основу три анализирана пречника проводника, може се донети закључак о утицају величине проводника на течење у њему, односно проверити применљивост предложених израза за настанак хеликоидног течења и загушења тока и на веће димензије проводника, какве се срећу у пракси.

Утицај пречника проводника на течење у њему је анализиран на нумеричким моделима са три пречника:

- Модел 1:  $D_1 = 15$  cm, који одговара пречнику проводника испитаном на физичком моделу,
- Модел 2:  $D_2 = 24$  cm, који одговара пречнику проводника који је коришћен у испитивањима (Gisonni & Nager, 2000) и,
- Модел 3:  $D_3 = 100$  cm.

Сви нумерички модели су направљени за диспозицију проводника са скретним углом од  $45^\circ$  и закривљеношћу  $D/R = 1/3$ . Праволинијска деоница узводно кривине је дужине  $10D$ , а низводна  $20D/3$ .

Модел са најмањим пречником се састоји од 1.330.700 ћелија, са пречником 24 cm од 1.990.000, док модел са највећим пречником има 2.700.000 ћелија.

Према томе, већи модел има најгрубљу мрежу дискретизације, али на расположивим рачунарима, није било могуће њено даље прогушћење.

Слично као и у делу о утицају густине рачунске мреже на резултате прорачуна и овде су поред података о укупном броју прорачунских ћелија, приказани и подаци о величини минималне и максималне ћелије за поменуте нумеричке моделе (Табела 9.17).

Табела 9.17 - Подаци о броју и величини прорачунских ћелија за нумеричке моделе са различитим пречником проводника

Модел	Укупан број прорачунских ћелија	Запремина минималне ћелије cm <sup>3</sup>	Запремина максималне ћелије cm <sup>3</sup>
/	/	cm <sup>3</sup>	cm <sup>3</sup>
1	1.330.700	0,0114	0,5000
2	1.990.000	0,0012	1,5939
3	2.700.000	1,1853	44,8785

На сва три модела су урађени прорачуни са истим узводним граничним условима (релативна дубина воде,  $h_{uz}/D$ , и Фрудов број  $Fr_{uz} = v_{uz} / \sqrt{g A_{uz} / B_{uz}}$  на узводном крају проводника). Упоређени су резултати четири прорачуна на којима су се оствариле карактеристични типови течења. Прво су упоређени попречни пресеци проводника непосредно узводно од кривине, а затим и струјна слика дуж проводника (поглед одозго). Да би се лакше уочиле сличности и разлике између резултата три разматрана модела, визуелно су сведени на исту вредност пречника, али су дужине исправно котиране. Поред тога, попречни пресеци проводника су приказани и у истој размери за сва три модела.

❖ *Течење без окретања млаза*

На Моделу 1 са пречником проводника  $D_1 = 15$  cm проток воде је износио  $Q_{w1} = 14,04$  l/s, ваздуха  $Q_{a1} = 19,76$  l/s, а дубина воде на узводном крају проводника  $h_{uz1} = 6,5$  cm. Када се ове величине прерачунају за проводнике пречника  $D_2 = 24$  cm и  $D_3 = 100$  cm, добија се:

$$h_{uz2} = \frac{h_{uz1}}{D_1} D_2 = 10,4 \text{ cm}$$

$$Fr_{uz1} = Fr_{uz2} \Rightarrow \frac{v_{uz1}}{\sqrt{g \frac{A_{uz1}}{B_{uz1}}}} = \frac{v_{uz2}}{\sqrt{g \frac{A_{uz2}}{B_{uz2}}}} \Rightarrow v_{uz2} = v_{uz1} \sqrt{\frac{A_{uz2}}{A_{uz1}} \cdot \frac{B_{uz1}}{B_{uz2}}} = 2,42 \text{ m/s}$$

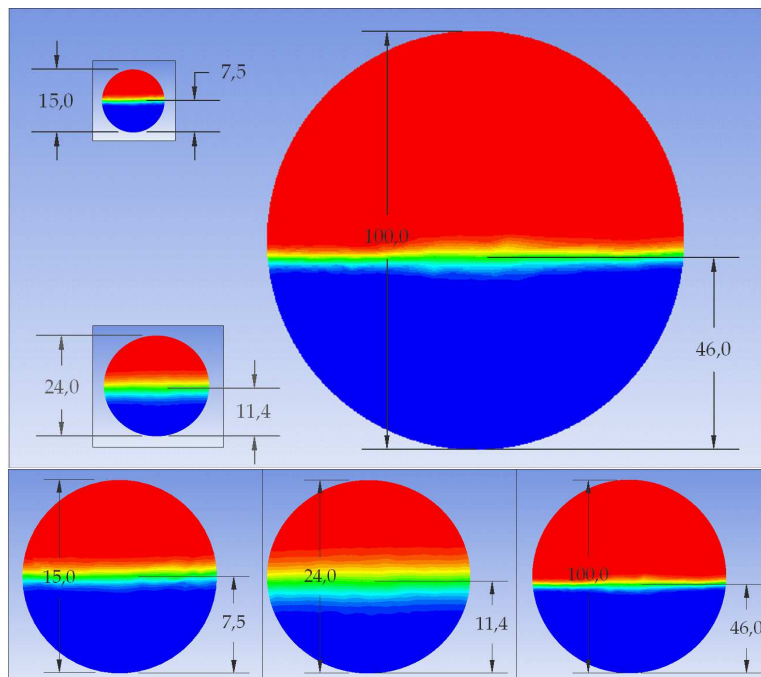
$$Q_{w2} = v_2 A_2 = 45,5 \text{ l/s}$$

$$Q_{a2} = 64,0 \text{ l/s}$$

Слично се добија и за највећи пречник:  $Q_{w3} = 1.611 \text{ l/s}$ ,  $Q_{a3} = 2.271 \text{ l/s}$  и  $h_{uz3} = 43,3 \text{ cm}$ .

- Пресек непосредно узводно од кривине

На првој слици су упоређене дубине воде (мешавине) непосредно узводно од кривине. Уочава се да је зона мешања воде и ваздуха најужа на моделу са најмањим пречником, што је очекивано. Са повећањем димензија проводника, интензивира се увлачења ваздуха у ток, па је и зона мешања све ширира. Иако се на Моделу 3 са највећим испитаним пречником добија најшира зона мешања воде и ваздуха, она је у релативном смислу (у односу на пречник проводника) најужа. Претпоставља се да је разлог овог неочекиваног резултата прорачуна, доста груба мрежа на моделу са највећим пречником проводника.

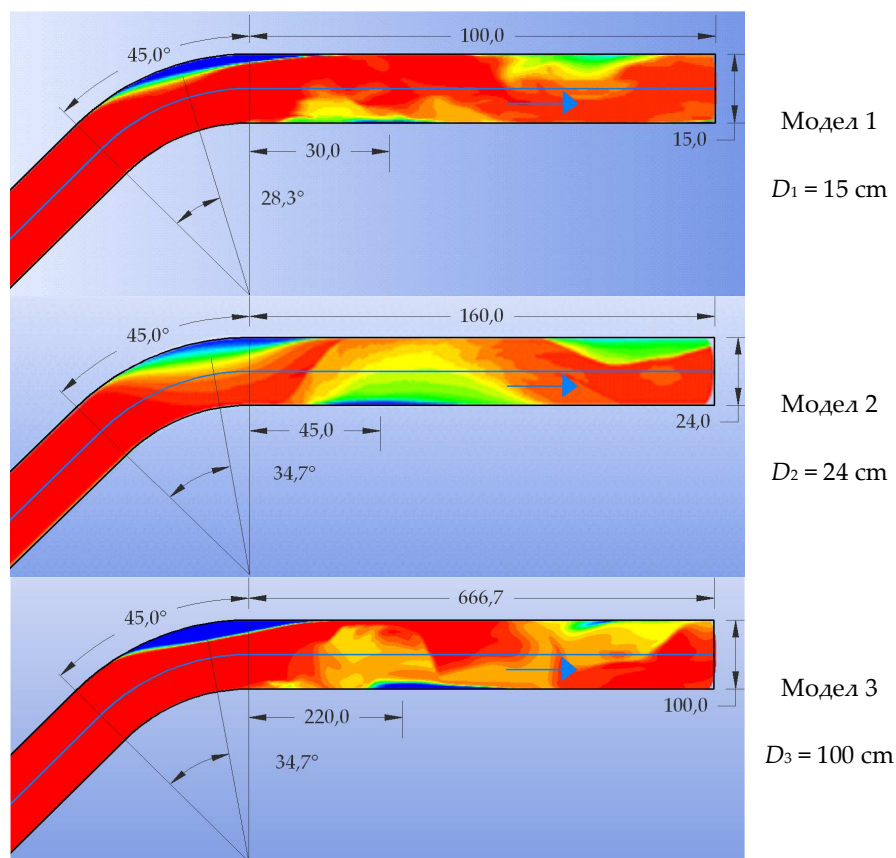


Слика 9.18 – Концентрације ваздуха у мешавини у попречним пресецима проводника непосредно узводно од кривине за моделе са различитим пречницима проводника, течење без окретања млаза: (а) у истој размери за сва три модела, (б) сведено на исту вредност пречника

На моделима су измерене дубине за концентрацију ваздуха у мешавини од 50%. На Моделу 1 ова дубина износи 7,5 cm, па је релативна дубина  $h_{01}/D = 0,5$ . На Моделу 2 је добијена мало мања релативна дубина, јер је дубина мешавина 11,4 cm, док је на најкрупнијем моделу добијена најмања релативна дубина  $h_{03}/D = 0,46$ . Генерално, разлике између релативних дубина добијених на нумеричким моделима нису велике.

- Струјне слике дуж проводника (поглед одозго)

У наставку су упоређене струјне слике дуж проводника. На Моделу 1 и Моделу 3 је очигледно да није дошло до окретања млаза по обиму проводника. На Моделу 2 је други максимум (конвексна страна) доминантнији од првог који се оствраује у кривини. Иако овај максимум досеже до врха проводника, ипак наставља кретање на конвексној страни, односно не долази до окретања млаза по обиму. Поред тога, реч је о делу млаза са великом концентрацијом ваздуха у мешавини.



Слика 9.19 - Концентрације ваздуха у мешавини за моделе са различитим пречницима проводника (поглед одозго), течење без окретања млаза

Поређењем струјних слика на приказаним примерима, уочава се да на Моделу 2 са пречником проводника од 24 cm долази до најинтензивнијег мешања воде и ваздуха. На Моделу 1 са мањим пречником, долази до мањег увлачења ваздуха у ток као последица ефекта размере. Међутим, иако је на Моделу 3 са највећим пречником зона мешања воде и ваздуха најшира, не долази до најзначајнијег увлачења ваздуха у релативном смислу.

Положаји максималних дубина на приказаним моделима се добро слажу. Тачно одређивање њихових локација зависи од усвојене меродавне концентрације ваздуха у мешавини за коју се одређује. Ако се усвоји да ова концентрација износи 50%, види се да је први максимум на моделу са најмањим пречником померен мало узводније у односу на остала два модела.

На Моделу 3 са највећим пречником проводника је зона мешања воде и ваздуха најужа у релативном смислу па се може рећи да локација настанка првог максимума не зависи од усвојене концентрације ваздуха у мешавини.

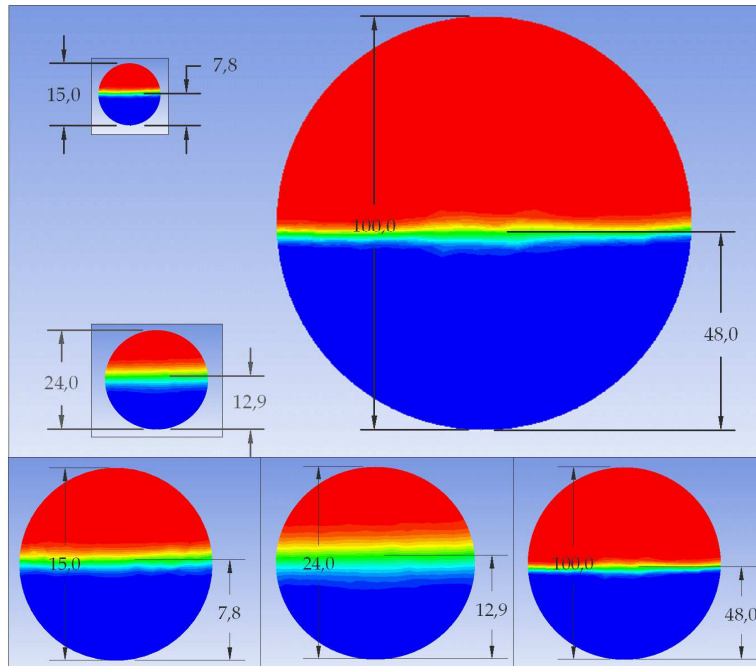
#### ❖ Прелазно течење

На Моделу 1 са пречником проводника  $D_1 = 15$  cm проток воде је износио  $Q_{w1} = 18,45$  l/s, ваздуха  $Q_{a1} = 23,42$  l/s, а дубина на узводном крају проводника  $h_{uz1} = 6,8$  cm. Када се ове величине прерачунају за проводнике пречника  $D_2 = 24$  cm и  $D_3 = 100$  cm, добија се  $Q_{w2} = 59,7$  l/s;  $Q_{a2} = 75,5$  l/s;  $h_{uz2} = 10,9$  cm и  $Q_{w3} = 2.117$  l/s;  $Q_{a3} = 2.692$  l/s;  $h_{uz3} = 45,3$  cm.

- Пресек непосредно узводно од кривине

Као и у претходном примеру и овде се уочава да је зона мешања воде и ваздуха најшира на Моделу 2 са пречником проводника од 24 cm. За усвојену концентрацију ваздуха у мешавини од 50%, измерене су дубине мешавине.

На Моделу 1 ова дубина износи 7,8 cm, па је релативна дубина  $h_{01}/D = 0,52$ . На Моделу 2 је добијена мало већа релативна дубина (0,55), јер је дубина мешавина 12,9 cm, док је на моделу са највећим пречником проводника добијена најмања релативна дубина  $h_{03}/D = 0,48$ .



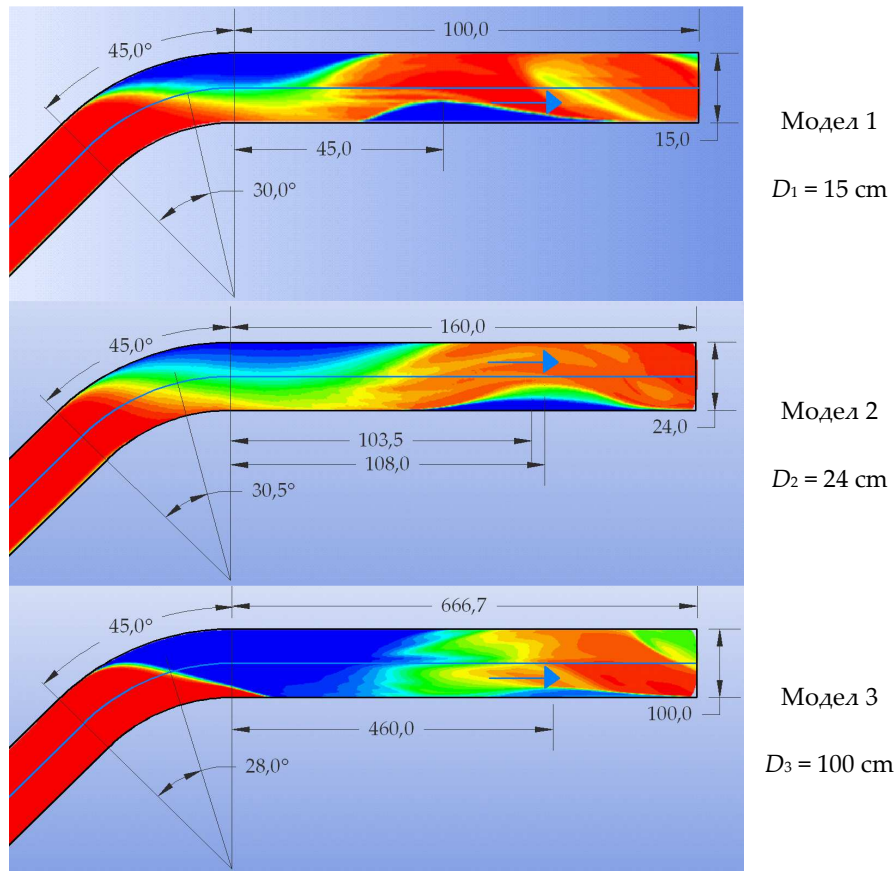
Слика 9.20 - Концентрације ваздуха у мешавини у попречним пресецима проводника непосредно узводно од кривине за моделе са различитим пречницима проводника, прелазно течење: (а) у истој размери за сва три модела, (б) сведено на исту вредност пречника

- Струјне слике дуж проводника (поглед одозго)

На Моделу 1 се види да се остварило прелазно течење, јер се највећи део првог максимума задржава на конкавној страни проводника, док мањи део (са учешћем ваздуха у мешавини од око 70%), прелази на конвексну страну. За Модел 2 се може рећи да долази до успостављања хеликоидног течења, јер део млаза са концентрацијом ваздуха у мешавини од око 40 – 50% прелази на конвексну страну. На моделу са највећим пречником проводника је очигледно да долази до успостављања хеликоидног течења.

Као и на претходном примеру течења без окретања млаза, и овде се најинтензивније увлачење ваздуха остварује на Моделу 2. Зона у којој млаз дотиче теме проводника је најшира, па је за одређивање његове тачне локације значајно на коју се концентрацију ваздуха у мешавини односи.

За усвојену концентрацију ваздуха у мешавини од 50%, место на коме млаз дотиче теме проводника се мало разликује између модела, док се место настанка другог максимума (конвексна страна) помера низводно са повећањем пречника проводника.



Слика 9.21 - Концентрације ваздуха у мешавини за моделе са различитим пречницима проводника (поглед одозго), прелазно течење

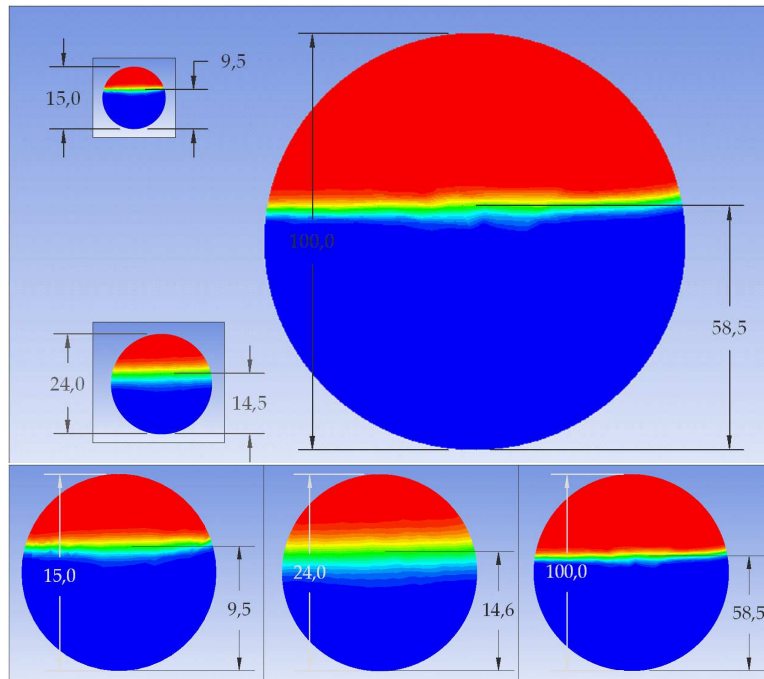
❖ *Хеликоидно течење*

На Моделу 1 проток воде је износио  $Q_{w1} = 22,4 \text{ l/s}$ , ваздуха  $Q_{a1} = 17,05 \text{ l/s}$ , а дубина на узводном крају проводника  $h_{uz1} = 8,3 \text{ cm}$ . Када се ове величине прерачунају за Моделе 2 и 3, добија се  $Q_{w2} = 72,5 \text{ l/s}$ ;  $Q_{a2} = 54,9 \text{ l/s}$ ;  $h_{uz2} = 13,3 \text{ cm}$  и  $Q_{w3} = 2.570 \text{ l/s}$ ;  $Q_{a3} = 1.960 \text{ l/s}$ ;  $h_{uz3} = 55,3 \text{ cm}$ .

- Пресек непосредно узводно од кривине

За усвојену концентрацију ваздуха у мешавини од 50%, дубина мешавине на Моделу 1 износи 9,5 cm, па је релативна дубина  $h_{01}/D = 0,63$ . На Моделу 2 је добијена мало мања релативна дубина од  $h_{02}/D = 0,60$ , док је на моделу са највећим пречником проводника добијена најмања релативна дубина  $h_{03}/D = 0,59$ .

Закључци о утицају вредности пречника проводника на увлачење ваздуха у ток су исти као у претходним примерима.



Слика 9.22 - Концентрације ваздуха у мешавини у попречним пресецима проводника непосредно узводно од кривине за моделе са различитим пречницима проводника, хеликоидно течење: (а) у истој размери за сва три модела, (б) сведено на исту вредност пречника

- Струјне слике дуж проводника (поглед одозго)

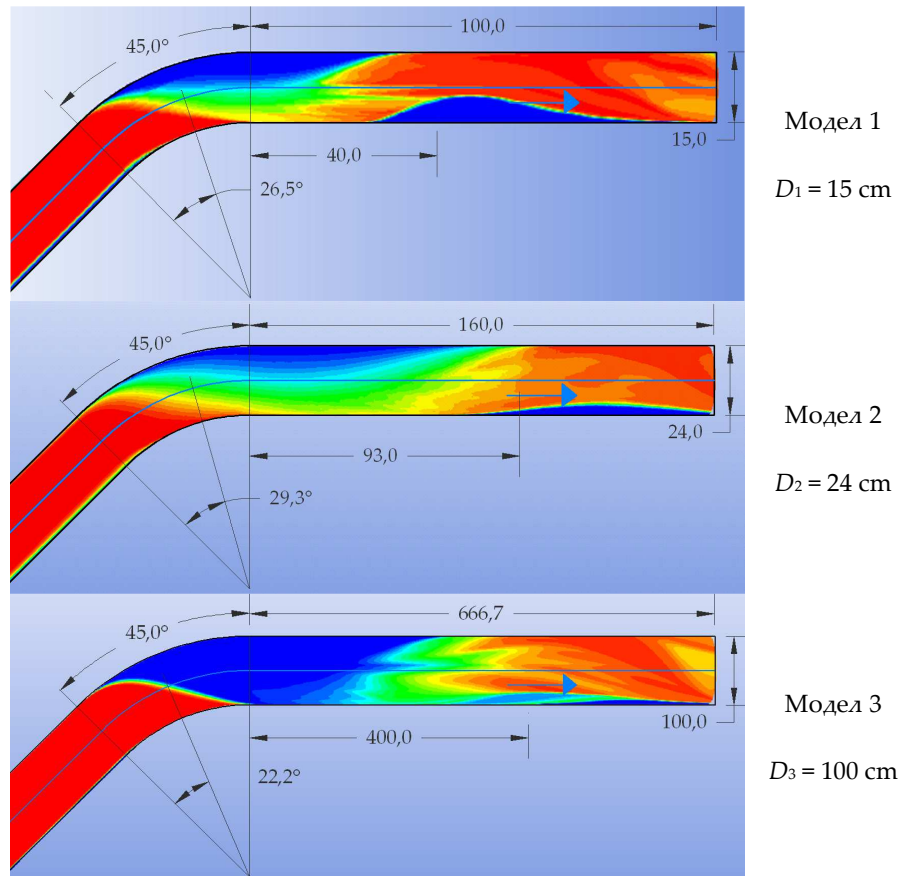
На свим приказаним моделима се успоставља хеликоидно течење, мада се струјне слике међусобно разликују.

На Моделу 2 са пречником проводника од 24 cm долази до најинтензивнијег мешања воде и ваздуха, док је на моделу са највећим пречником, ово мешање најмање, и настаје као последица најмање густине рачунске мреже.

Иако је на Моделу 3 добијена најмања релативна дубина мешавине узводно од кривине, млаз дотиче теме проводника најузводније.

Релативна дужина на којој окренути млаз клизи по калоти цеви је најкраћа на Моделу 1, док на преостала два има сличну вредност.





Слика 9.23 - Концентрације ваздуха у мешавини за моделе са различитим пречницима проводника (поглед одозго)  
- хеликоидно течење

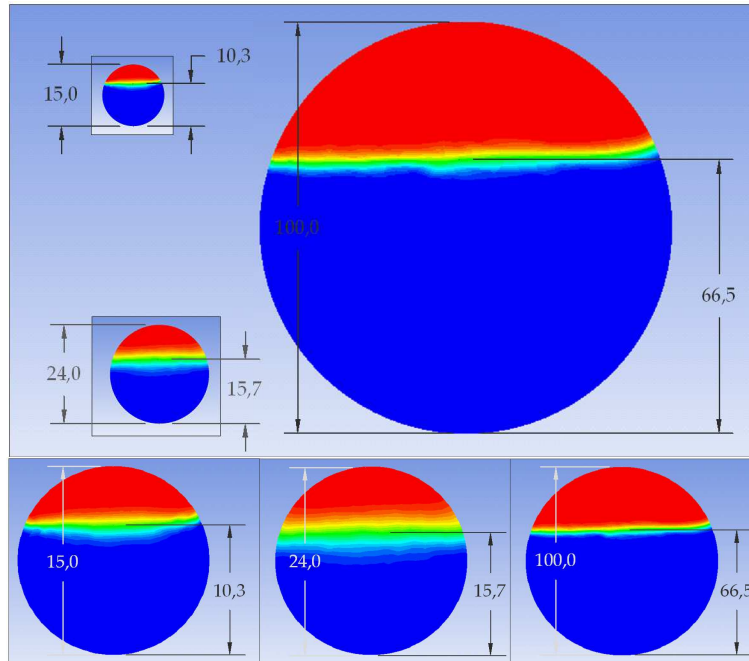
#### ❖ Загушење проводника

На Моделу 1 са пречником проводника  $D_1 = 15$  cm проток воде је износио  $Q_{w1} = 30,43$  l/s, ваздуха  $Q_{a1} = 15,14$  l/s, а дубина на узводном крају проводника  $h_{uz1} = 9,5$  cm. Када се ове величине прерачунају за проводнике пречника  $D_2 = 24$  cm и  $D_3 = 100$  cm, добија се  $Q_{w2} = 98,5$  l/s;  $Q_{a2} = 49,0$  l/s;  $h_{uz2} = 15,2$  cm и  $Q_{w3} = 3.492$  l/s;  $Q_{a3} = 1.741$  l/s;  $h_{uz3} = 63,3$  cm.

#### • Пресек непосредно узводно од кривине

За усвојену концентрацију ваздуха у мешавини од 50%, дубина мешавине на Моделу 1 износи 10,3 cm, па је релативна дубина  $h_{01}/D = 0,69$ . На преостала два модела су добијене мало мање релативне дубина, које износе  $h_{02}/D = 0,65$  и  $h_{03}/D = 0,67$ .

Закључци о утицају величине пречника проводника на увлачење ваздуха у ток су исти као у претходним примерима.

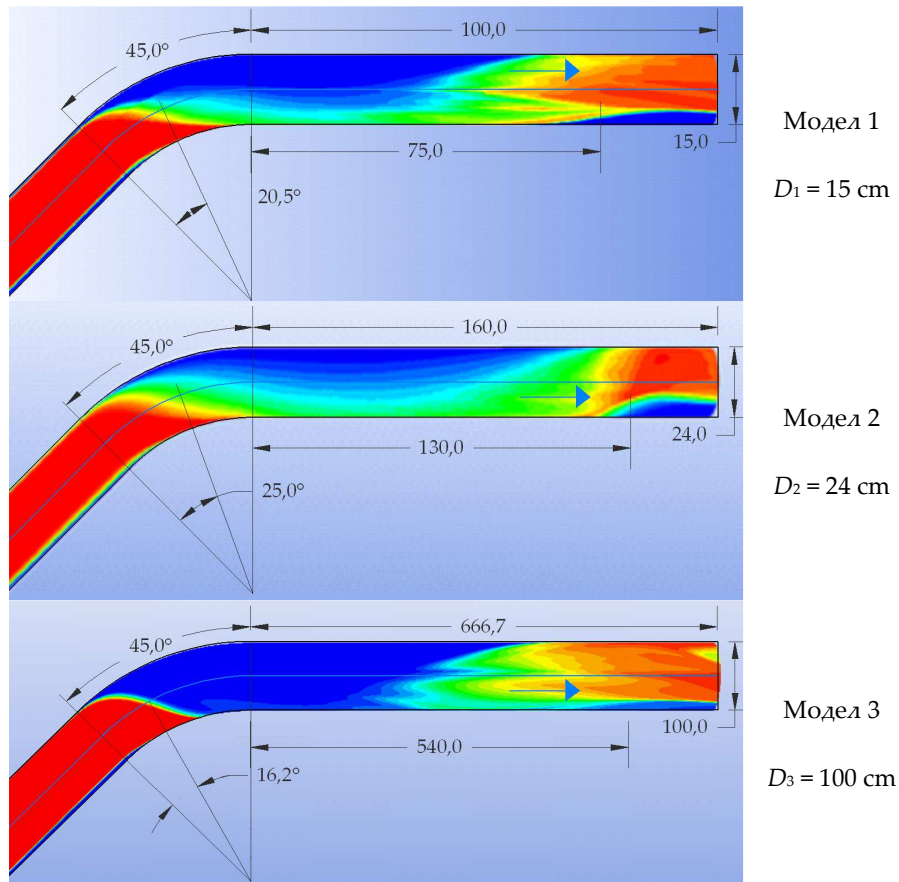


Слика 9.24 - Концентрације ваздуха у мешавини у попречним пресецима проводника непосредно узводно од кривине за моделе са различитим пречницима проводника - загушење тока: (а) у истој размери за сва три модела, (б) сведено на исту вредност пречника

- Струјне слике дуж проводника (поглед одозго)

Очигледно је да се на сва три модела дошло до окретања млаза по обиму проводника и формирања хеликоидног течење, али је на основу приказаних слика тешко рећи да ли је дошло и до његовог загушења. Попречни пресеци проводника низводно од кривине, такође не дају поуздану представу о загушењу.

И овде се најинтензивније мешање воде и ваздуха остварује на Моделу 2, како у зони окретања млаза по обиму проводника, тако и у зони формирања другог максимума. На овом моделу је зона окретања млаза најдужа, али је реч о млазу са највећом концентрацијом ваздуха у мешавини. Супротно томе, на Моделу 3 је зона окретања млаза краћа, али се млаз практично састоји од чисте воде.



Слика 9.25 - Концентрације ваздуха у мешавини за моделе са различитим пречницима проводника (поглед одозго) - загушење тока

\* \* \*

На основу приказаних примера је очигледно да вредност пречника проводника утиче на увлачење ваздуха у ток, бубрење млаза, али и на формирање струјне слике у проводнику.

Нумерички модел са пречником проводника од 15 cm је релативно мали, па мешање воде и ваздуха није изражено, иако је број прорачунских ћелија доста велики. На Моделу 3 је супротна ситуација: физички се јавља мешање воде и ваздуха, али због недовољне густине рачунске мреже, ова појава није изражена на нумеричком моделу. Модел 2 је довољно велики да физички долази до мешања воде и ваздуха, а пошто је и густина рачунске мреже релативно велика (скоро иста као за Модел 1), овде долази до најинтензивнијег мешања воде и ваздуха.

Иако су присутне одређене разлике између резултата три модела, оне не доводе у питање закључке спроведене анализе на основу претходно описа-

них испитивања на физичком моделу, као и применљивост предложених израза.

Напомиње се да је у оквиру поглавља 7.6 је предложено увођење коефицијента сигурности при коришћењу емпиријских израза за настанак хеликоидног течења и загушења тока, како би се превазишли недостаци настали услед релативно малих димензија модела и тако остало на страни сигурности при њиховој употреби у пракси.

### **9.7 Провера израза за настанак хеликоидног течења и загушења тока за случај већих Фрудових бројева**

С обзиром да због ограничености капацитета лабораторије није било могуће да се испита шири опсег Фрудових бројева, то је урађено на нумеричком моделу.

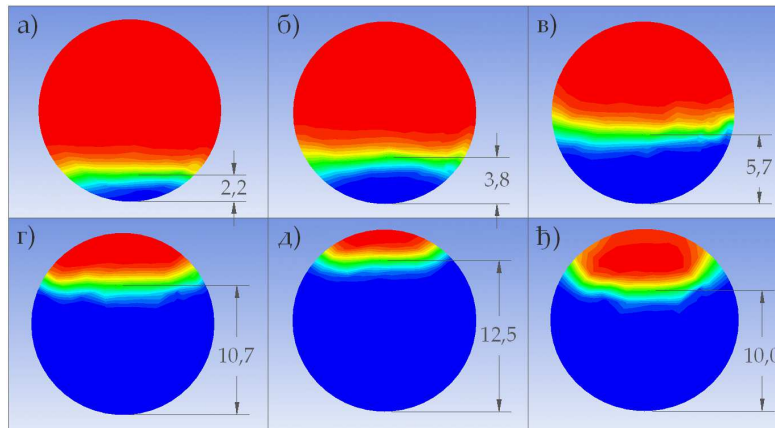
Испитивања су урађена на моделу пречника 15 cm, са скретним углом кривине од  $45^\circ$  и закривљеношћу  $D/R = 1/3$ . На њему је анализирано течење за веће вредности Фрудовог броја од оних које су испитане на физичком моделу. Нумерички прорачуни су обухватили распон Фрудових бројева од 4,6 до 11,03.

Модел се састоји од 280.000 ћелија, а апсолутна храпавост проводника износи 0,0015 mm.

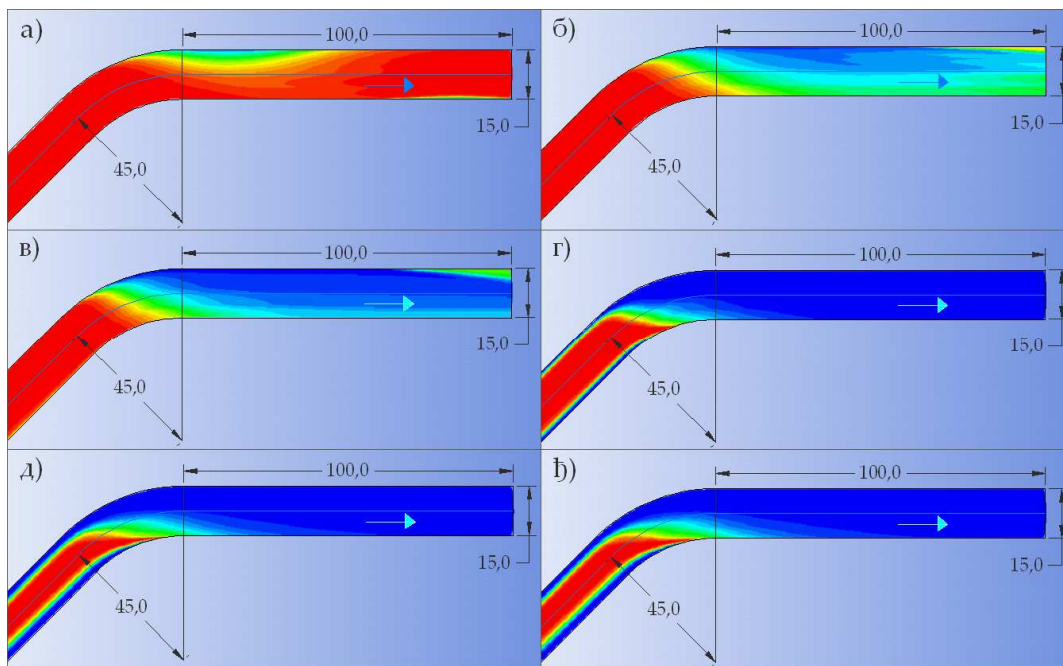
На нумеричком моделу су урађена три прорачуна са већим Фрудовим бројевима узводно од кривине. Услови течења су задати тако да се за сваку зону једног типа течења, уради по један прорачун.

Поред тога, испитани су и случајеви течења који се не налазе у уској зони око дефинисаних граница настанка хеликоидног течења и загушења тока. Реч је о прорачунима при којима се остварују велике релативне дубине узводно од кривине, али и велики Фрудови бројевим, па се налазе дубоко у зони загушења тока. Због ограничености капацитета лабораторије овакве услове није било могуће остварити на физичком моделу.

На следећим сликама су приказане концентрације ваздуха у попречним пресецима узводно од кривине и погледи одозго на течење у проводнику, а у табели су дате вредности карактеристичних величина за извршене прорачуне.



Слика 9.26 – Концентрације ваздуха у мешавини у попречним пресецима проводника непосредно узводно од кривине за прорачуне дефинисане у Табели 9.18



Слика 9.27 – Концентрације ваздуха у мешавини за прорачуне дефинисане у Табели 9.18 (поглед одозго на проводник)

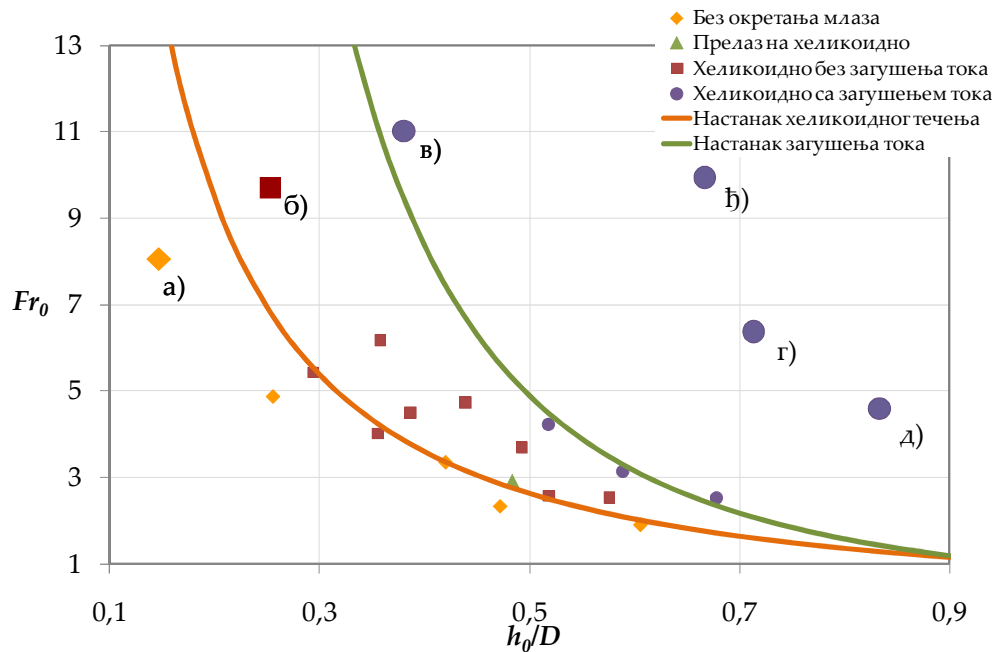
Течење на нумеричком моделу је сврстано у један од четири усвојена типа (Табела 9.18), а затим су на дијаграму приказане зависности типа течења у проводнику од релативне дубине и Фрудовог броја узводно од кривине (Слика 9.28).

Резултати прорачуна су приказани на истом дијаграму на коме су представљени и опити са физичког модела, као и границе настанка хеликоидног течења и загушења тока које су дефинисане на основу њих (јед. (7.1) и

(7.4)). Сваки од четири усвојена типа течења је приказан другачијим ознакама. Резултати прорачуна су приказани крупнијим симболима.

Табела 9.18 - Карактеристичне величине за извршене прорачуне ( $45^\circ$ ,  $D/R = 1/3$ )

	Узводни гранични услов			Карактеристике течења узводно од кривине		Карактеристична струјна слика
	Проток воде $Q_w$ (l/s)	Проток ваздуха $Q_a$ (l/s)	Дубина воде $h_w$ (cm)	Релативна дубина $h_0/D$ (l)	Фрудов број $Fr_0$ (l)	
а)	5,0	58,1	2,0	0,15	8,06	Без окретања млаза
б)	17,6	90,3	3,3	0,25	9,72	Хеликоидно течење
в)	43,8	88,0	5,5	0,38	11,03	Загушење тока
г)	82,0	33,8	10,0	0,71	6,38	Загушење тока
д)	85,0	14,1	12,0	0,83	4,60	Загушење тока
ђ)	116,0	47,8	10,0	0,67	9,95	Загушење тока



Слика 9.28 - Поређење резултата прорачуна са предложеним границама настанка хеликоидног течења и загушења тока дефинисаним на основу опыта на физичком моделу ( $D/R = 1/3$ ,  $\alpha = 45^\circ$ )

На претходном дијаграму се види да су се резултати свих прорачуна нашли у одговарајућим областима. Прва три (а), б) и в)) потврђују применљивост предложених израза за границе настанка хеликоидног течења и

загушења тока при већим вредностима Фрудовога броја, док се друга три (г), д) и ђ)) налазе дубоко у зони загушења тока.

### 9.8 Провера израза за настанак хеликоидног течења и загушења тока за случај кривине са мањом закривљеношћу

На нумеричком моделу је испитан и проводник са мањом закривљеношћу, како би се проверила применљивост предложених израза за настанак хеликоидног течења и загушења тока и за шири спектар карактеристика кривине.

Испитани скретни угао кривине износи  $45^\circ$ , а закривљеност  $D/R = 1/10$ . Модел се састоји од 300.000 ћелија, а апсолутна храпавост проводника износи 0,0015 mm.

Границе настанка хеликоидног течења и загушења тока су одређене на основу општих израза (7.1) и (7.4), а за усвојене карактеристике кривине:

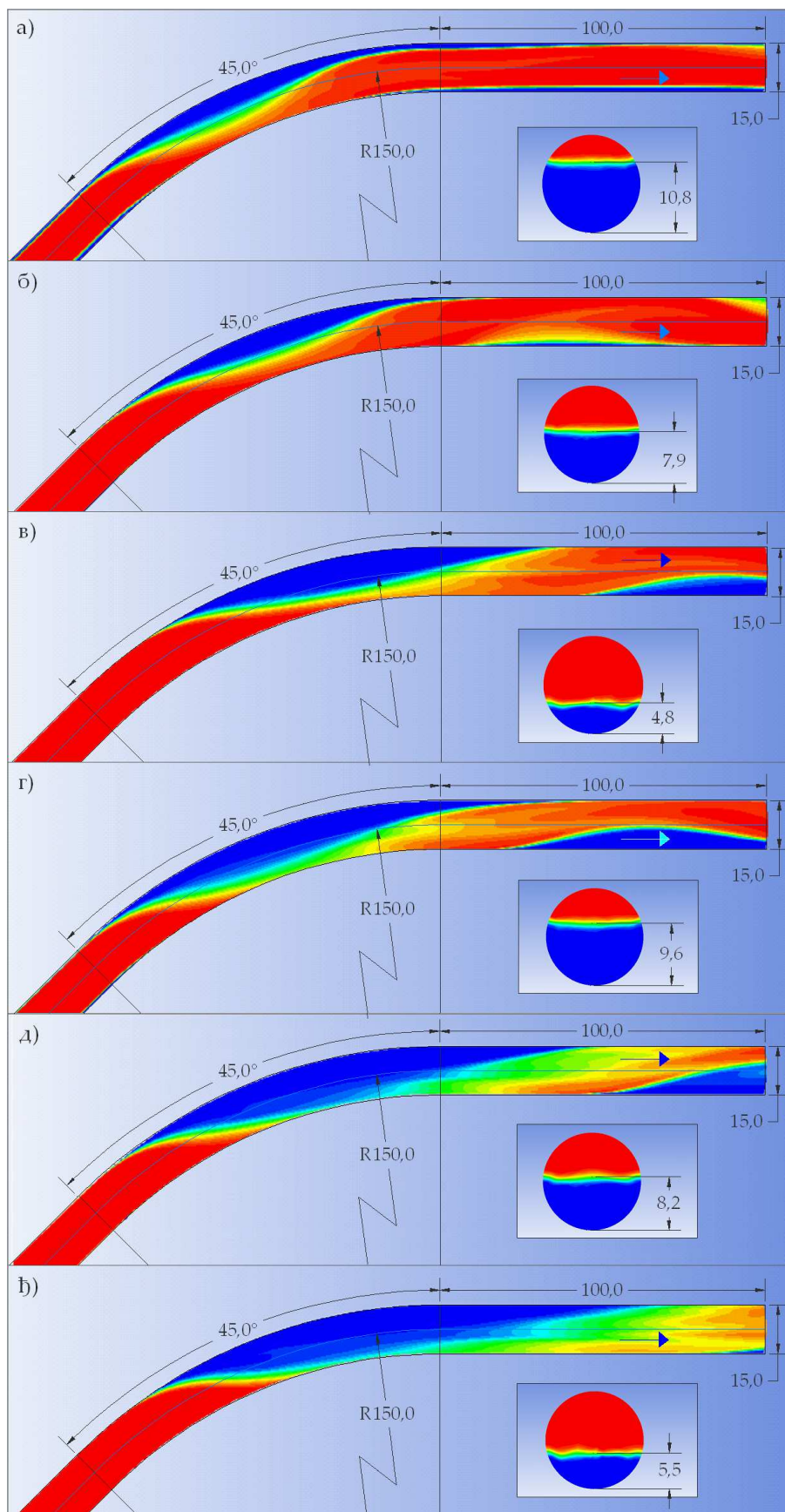
$$C_H^{45,1/10} = \frac{1}{1,70} Fr_0 \left( \frac{h_0}{D} \right)^{1,75}$$

$$C_Z^{45,1/10} = \frac{1}{1,49} Fr_0 \left( \frac{h_0}{D} \right)^{2,40}$$

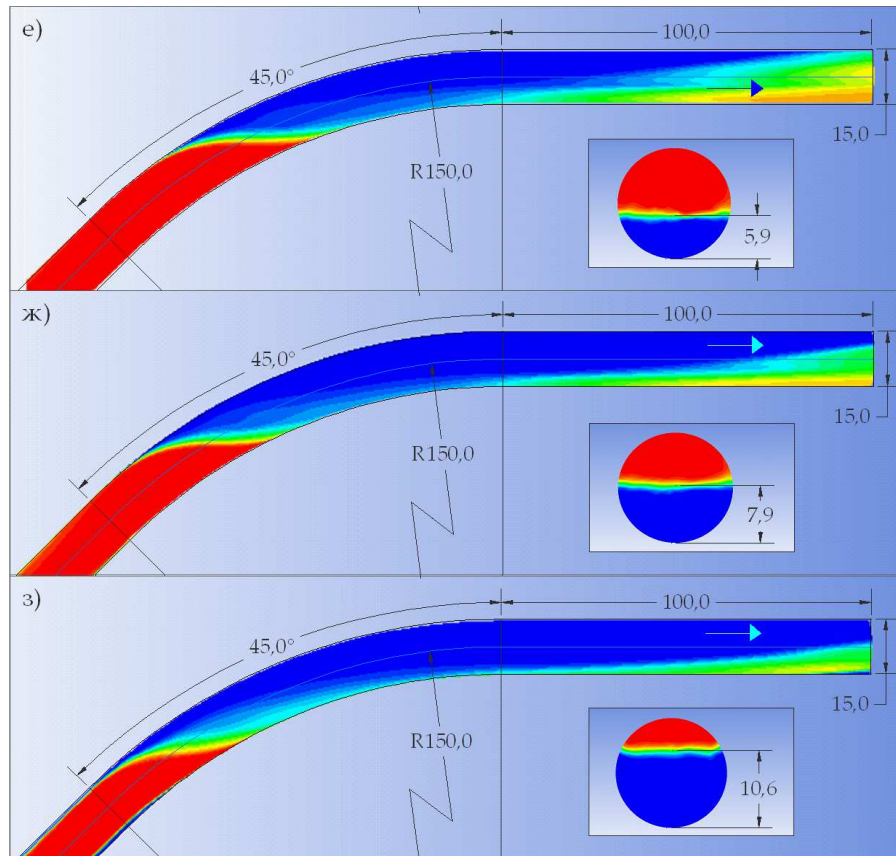
На моделу је урађено девет прорачуна, чији се резултати пореде са резултатима физичких испитивања, на основу чега су донети закључци. Приказани су попречни пресеци проводника узводно од кривине и погледи одозго на проводник.

У Табели 9.13 су дате вредности карактеристичних величина за извршене прорачуне, а на Слици 9.29 су приказани резултати прорачуна у оквиру дефинисаних граница настанка хеликоидног течења и загушења тока (јед. (7.1) и (7.4)).





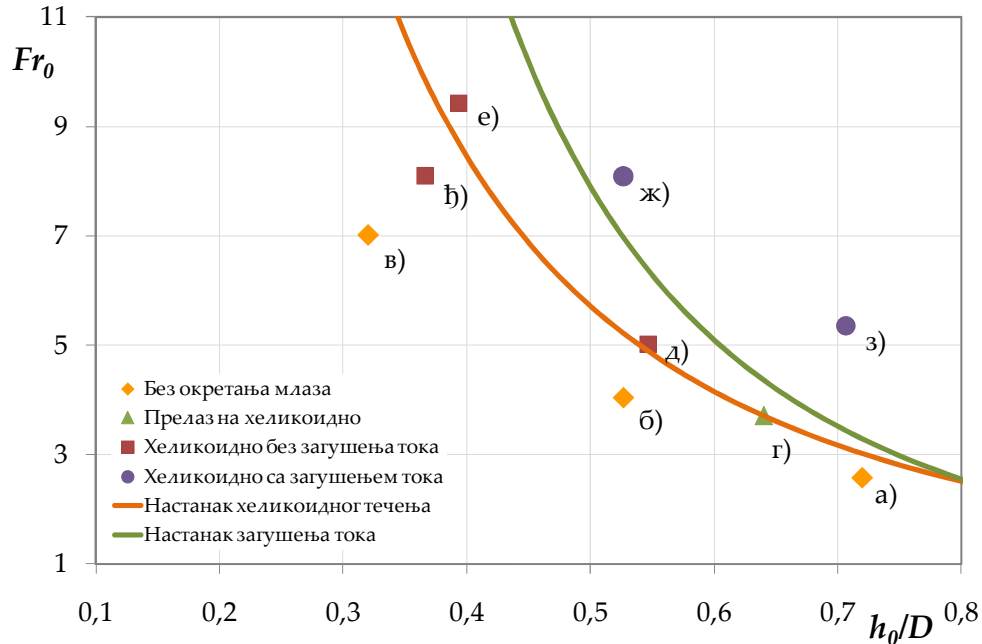




Слика 9.29 – Концентрације ваздуха у мешавини према нумеричком моделу са закривљеношћу  $D/R = 1/10$  и скретним углом од  $45^\circ$  (поглед одозго на проводник и попречни пресек непосредно узводно од кривине), за прорачуне дефинисане у Табели 9.13

Табела 9.19 - Карактеристичне величине за извршене прорачуне ( $45^\circ$ ,  $D/R = 1/10$ )

	Узводни гранични услов			Карактеристике течења узводно од кривине		Карактеристична струјна слика
	Проток воде $Q_w$ (l/s)	Проток ваздуха $Q_a$ (l/s)	Дубина воде $h_w$ (cm)	Релативна дубина $h_0/D$ (l)	Фрудов број $Fr_0$ (l)	
а)	35,0	14,4	10,0	0,72	2,58	Без окретања млаза
б)	30,0	30,0	7,5	0,53	4,04	Без окретања млаза
в)	20,0	67,3	4,2	0,32	7,02	Без окретања млаза
г)	40,0	23,8	9,0	0,64	3,71	Прелазно течење
д)	40,0	40,0	7,5	0,55	5,02	Хеликоидно течење
ђ)	30,0	72,8	5,0	0,37	8,09	Хеликоидно течење
е)	40,0	80,4	5,5	0,39	9,43	Хеликоидно течење
ж)	60,0	60,0	7,5	0,53	8,09	Загушење тока
з)	70,0	28,8	10,0	0,71	5,36	Загушење тока



Слика 9.30 - Поређење резултата прорачуна са границама настанка хеликоидног течења и загушења тока одређеним на основу израза (7.1) и (7.4) за закривљеност  $D/R = 1/10$  и скретни угао од  $45^\circ$

На претходној слици се види да се резултати прорачуна углавном налазе у одговарајућим областима дефинисаним границама настанка хеликоидног течења и загушења тока. Изузетак је случај ж) који се нашао испод границе настанка хеликоидног течења, односно у области где се очекује појава течења без окретања млаза. Када би се овај резултат узео у обзир, границу настанка хеликоидног течења требало би померити мало на ниже, али само у зони мањих релативних дубина.

Дефинисана граница настанка загушења тока одговара извршеним нумеричким симулацијама.

## 10 ЗАКЉУЧНА РАЗМАТРАЊА И ПРЕПОРУКЕ

У оквиру ове докторске дисертације је анализирано бурно течење у проводнику кружног попречног пресека, са кривином у хоризонталној равни. Анализом је обухваћено 14 кривина различитих карактеристика, за које су дефинисани услови течења на узводној непо ремећеној деоници, који у кривини изазивају течење одређеног типа.

С обзиром да се при бурном течењу развија снажна турбуленција, присутно је увлачење ваздуха у ток, па је на физичком моделу мерена дубина мешавине. Да би се, приликом примене у пракси, услови течења узводно од кривине могли дефинисати за чисту воду, измерене дубине мешавине су кориговане применом емпиријског израза из литературе (Falvey, 1980), којим се процењује увлачење ваздуха у ток преко његове слободне површине.

На основу анализе резултата испитивања на физичком моделу, предложене су емпиријске зависности којима се у функцији бездимензионалних величина (геометријских карактеристика кривине и услова течења у непо ремећеној зони) описују границе настанка хеликоидног течења и загушења тока. С обзиром да се у природи очекује значајније увлачење ваздуха у ток, него што је то случај на моделу, препорука је да се при примени предложених израза користи коефицијент сигурности,  $\sigma = 1,1$ . Применом емпиријских израза у пракси, омогућава се лакше пројектовање хидротехничких објеката (темељни испуст, тунелски прелив и колектор за кишну канализацију).

Закривљеност кривине утиче на успостављање хеликоидног течења. Са смањењем закривљености, граница настанка хеликоидног течења се помера ка већим релативним дубинама и већим Фрудовим бројевима узводно од кривине. Скретни угао кривине такође има утицаја на настанак хеликоидног течења, али само за углове мање од  $45^\circ$ .

И закривљеност и скретни угао кривине утичу на појаву загушења тока, па се њиховим смањењем граница настанка загушења помера ка већим релативним дубинама и Фрудовим бројевима узводно од кривине.

У раду је приказано да се адекватним нумеричким моделом у оквиру програмског пакета Fluent (Ansys - Fluid Dynamic) може успешно моделирати

испитивано течење, па се као резултат нумеричких симулација, добија веродостојна слика течења у природи.

Применом нумеричког модела су потврђени закључци изведени на основу испитивања на физичком моделу, али и применљивост предложених израза за другачију диспозицију проводника (каква није испитана на физичком моделу због ограничених могућности хидрауличке лабораторије) и шири опсег услова течења узводно од кривине.

У раду су предложене емпиријске зависности за процену губитка енергије у кривини кружног проводника при хеликоидном течењу са слободном површином. Коефицијенти енергетског губитка у кривини су и до два пута већи од одговарајућих губитака при течењу под притиском.

**ЛИТЕРАТУРА**

- ANSYS CFX - Solver Modeling Guide*. (2013).
- ANSYS CFX - Solver Theory Guide*. (2013).
- ANSYS Fluent Theory Guide*. (2013).
- Batinić, B. (1976). *Stojeći talasi izazvani krivinama pri burnom tečenju u kanalima, Doktorska disertacija*. Beograd, Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu.
- Beltrami, G., Repetto, R., & Del Guzzo, A. (2010). *A simple method to regularize supercritical flow profiles in bends*. *Journal of Hydraulic Research*, 45(6), 773-786.
- Budinski, Lj., & Savić, Lj. (2005a). *Numeričko modeliranje brzotoka pri promeni pravca zida kanala*. *Vodoprivreda*, 37, 59-69.
- Budinski, L., & Savić, L. (2005b). *Numeričko modeliranje brzotoka u krivini*. *Vodoprivreda*, 37, 181-190.
- Chanson, H. (1992). *Air Entrainment in Chute and Tunnel Spillways*. 11th Australasian Fluid Mechanics Conference, University of Tasmania. Hobart, Australia.
- Chanson, H. (1997). *Air-water flows in partially-filled conduits*. *Journal of Hydraulic Research*, 35(5), 591-602.
- Chanson, H. (1993). *Self-Aerated Flows on Chutes and Spillways*. *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 119(2), 220-243.
- Del Giudice, G., Gisonni, C., & Hager, W. (2000). *Supercritical Flow in Bend Manhole*. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 126(1), 48-56.
- Falvey, H. (1980). *Air-Water Flow in Hydraulic Structures* (T. Engineering monograph No 41). Denver, Colorado: Unated States Department of the Interior Water and Power Resource Service.
- Gisonni, C., & Hager, W. (2000). *Bend flow in bottom outlets*.
- Hager, W., & Gisonni, C. (2005). *Supercritical flow in sewer manholes*. *Journal of Hydraulic Research*, 43(6), 660-667.

- Hager, W., Schwalt, M., Jimenez, O., & Chaudhry, H. (1994). *Supercritical flow near an abrupt wall deflection*. Journal of Hydraulic Research, 32(1), 103-118.
- Hajdin, G. (2002). *Mehanika fluida, knjiga proa, Osnove*. Beograd, Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu.
- ICOLD. (1992). *Spillways. Shockwaves and Air-Entrainment*. Paris: Bulletin 81, International Commission on Large Dams.
- Ippen, A. (1951). *Mechanics of Supercritical Flow*. Transactions ASCE, 116, 268-295.
- Ippen, A., & Dawson, J. (1951). *Design of Channel Contractions*. Transactions ASCE, 116, 326-346.
- Ippen, A., & Harleman, D. (1956). *Verification of Theory for Oblique Standing Waves*. Transactions ASCE, 121 (1), 678-694.
- Jaefarzadeh, M., Shamkhalchian, A., & Jomehzadeh, M. (2012). *Supercritical flow profile improvement by means of a convex corner at a bend inlet*. Journal of Hydraulic Research, 50(6), 623-630.
- Капор, Р. (2011). *Хидраулика*. Београд, Грађевински факултет Универзитета у Београду.
- Kramer, K., & Hager, W. (2005). *Air transport in chute flows*. International Journal of Multiphase Flow, 31, 1181-1197.
- Mc Govern, J. (2011). *Technical Note: Friction Factor Diagrams for Pipe Flow*. Dublin Institute of Technology.
- Mortensen, J., Barfuss, S., & Johnson, M. (2011). *Scale effects of air entrained by hydraulic jumps within closed conduits*. Journal of Hydraulic Research, 49 (1), 90-95.
- Muzaferija, S., Peric, M., Sames, P., & Schelin, T. (1999). *A Two-Fluid Navier-Stokes Solver to Simulate Water Entry*. Twenty-Second Symposium on Naval Hydrodynamics.
- Pfister, M., & Hager, W. H. (2010). *Chute Aerators. I: Air Transport Characteristics*. Journal of Hydraulic Engineering, 352-359.
- Prodanović, D. (2007). *Mehanika fluida za studente Građevinskog fakulteta*. Beograd, Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu.

- 
- Raus, H. (1969). *Tehnička hidraulika*. Beograd, Građevinska knjiga.
- Reinauer, R., & Hager, W. (1996). *Shockwave in air-water flows*. Journal of Multiphase flow, 22(6), 1255-1263.
- Reinauer, R., & Hager, W. (1997). *Supercritical Bend Flow*. Journal of Hydraulic Engineering, 123(3), 208-218.
- Rouse, H., Bhoota, B., & Hsu, E. (1951). *Design of Channel Expansions*. Transactions ASCE, 116, 347-363.
- Speerli, J. (1999). *Air entrainment of free-surface tunnel flow*. Biennial congress, 28th IAHR.
- Speerli, J., & Hager, W. (2000). *Air-water flow in bottom outlets*. Canadian Journal of Civil Engineering, 27(3), 454-462.
- US Army Corps of Engineers. (1977). *Hydraulic design criteria*. Vicksburg, MS.
- Waclawczyk, T., & Koronowicz, T. (2006). *Modeling of the wave breaking with cicsam and hric high-resolution schemes*. European Conference on Computational Fluid Dynamics. Delft.

## ДОДАЦИ

**Додатак А** - Мерење брзина тока узводно од кривине и анализа резултата

**Додатак Б** – Поређење мерених и рачунски одређених вредности брзина и концентрација са фотографијама са модела

**Додатак В** – Границе настанка хеликоидног течења и загушења тока у функцији Фрудовог броја дефинисаног у литератури (Gisopni & Hager, 2000)

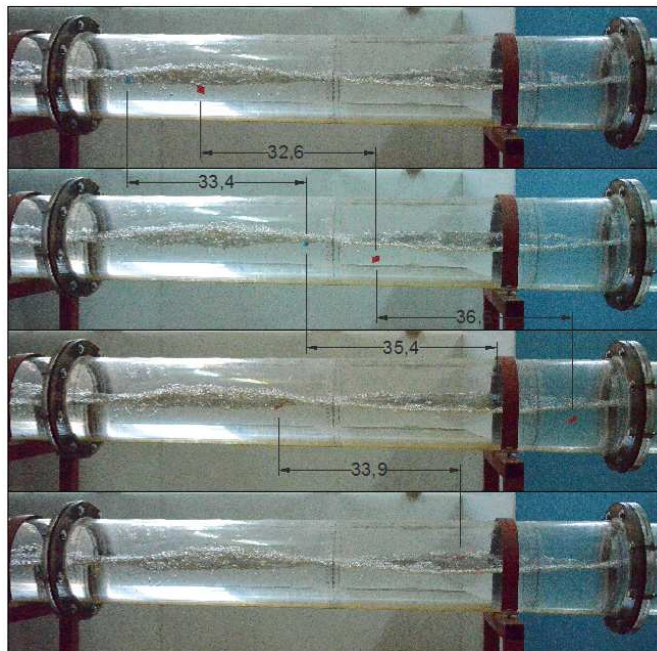


### Додатак А - Мерење брзина тока узводно од кривине и анализа резултата

У оквиру поглавља 5.3.5 је описано на који начин су на физичком моделу мерне брзине тока узводно од кривине, а у наставку је приказана анализа снимака са модела и резултата мерења брзина на примеру Опита број 24-12-03 ( $D/R = 1/4$ ,  $\alpha = 60^\circ$ ).

Мерењима на овом моделу су обухваћене три серије фотографија, на којима је праћено кретање шест конфета. Временски размак између узастопних фотографија износи  $\Delta t = 1/6$  s, а у наставку је приказана анализа кретања конфета и њени резултати.

Прву серију чине четири фотографије, на којима је праћено кретање три конфете. Конфете су прелазиле различита растојања за временски интервал  $\Delta t$ , јер брзина кретања конфете зависи од њеног положаја у попречном пресеку, као и од положаја на фотографији (због дисторзије дужина на крајевима цеви, о чему је већ било речи). Разлике у дужинама нису велике, па се ово мерење сматра веома поузданим.

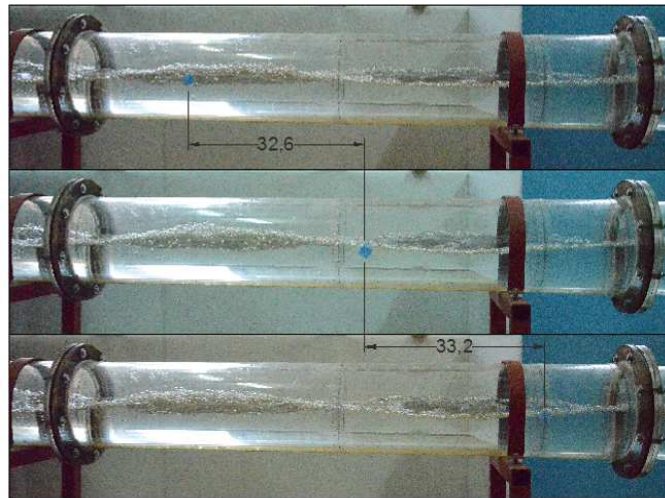


Слика А.1 - Прва серија фотографија за Опит 24-12-03

За прву конфету (црвену) може да се усвоји да за временски интервал  $\Delta t$ , прелази  $\Delta x_1 = 34,6$  cm, што одговара брзини  $v_1 = \frac{\Delta x_1}{\Delta t} = \frac{0,346}{1/6} = 2,07$  m/s.

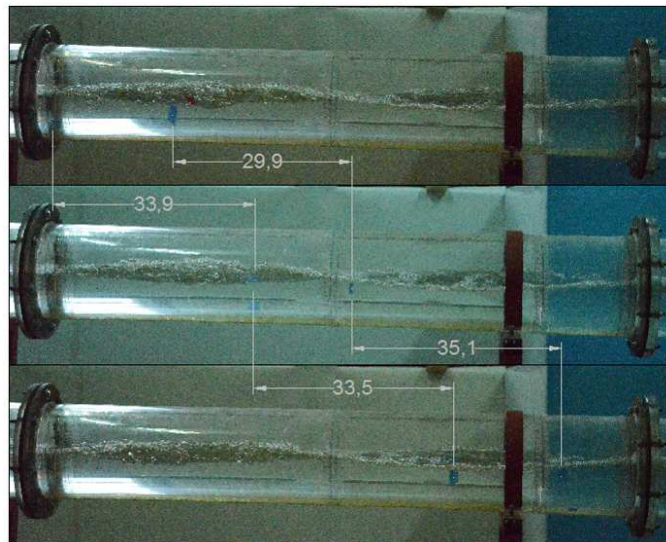
Слично, за другу конфету (плаву) усвојени пређени пут износи  $\Delta x_2 = 34,4$  cm, што одговара брзини од  $v_2 = 2,06$  m/s. Трећа конфета (црвена) прелази  $\Delta x_3 = 33,9$  cm, па се креће брзином од  $v_3 = 2,03$  m/s.

Другу серију чине три фотографије, на којима је праћено кретање једне конфете. Она у просеку прелази растојање од 32,9 cm за временски интервал  $\Delta t$ , што одговара брзини од 1,97 m/s.



Слика А.2 - Друга серија фотографија за Опит 24-12-03

Трећу серију такође чине три фотографије, на којима се прати кретање две конфете. Прва у просеку прелази растојање од 32,5 cm, што одговара брзини од 1,95 m/s, док друга прелази 33,7 cm, односно креће се брзином од 2,02 m/s.

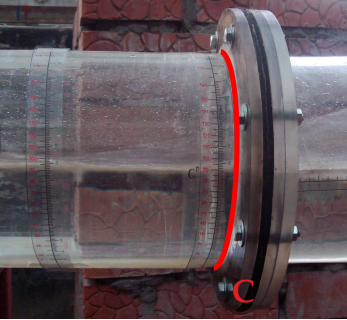


Слика А.3 - Трећа серија фотографија за Опит 24-12-03

На свим приказаним мерењима, брзине конфета су се мењале у веома малом опсегу од 1,95 – 2,07 m/s, што указује на поузданост извршених мерења. Може се усвојити да је брзина 2,0 m/s.

**Додатак Б – Поређење мерених и рачунски одређених вредности брзина и концентрација са фотографијама са модела**

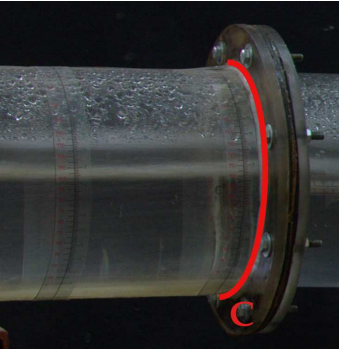
Табела Б.1 – Опит број 04-09-03 ( $D/R = 1/3$ ,  $\alpha = 60^\circ$ , Опит. 22)

Пресек непосредно узводно од кривине	Величине	Мерења + конц. ваздуха на основу јед. (6.2)	Из прорачуна линије нивоа	Непосредним мерењем на моделу	Процењено на основу фотографија	Коментар
	Дубина $h_w^c$ [cm]	7,0	6,2	/	/	На фотографији се види да, осим површинских мехурића, нема увученог ваздуха у дубље слојеве тока.
	Брзина $v_w^c$ [m/s]	1,66	1,93	1,80 2,20 1,58 <b>1,8</b>	/	Мерење средње профилске брзине тока је извршено праћењем кретања три конфете. С обзиром да су се резултати мерења међусобно доста разликовали, средња брзина је одређена на основу најпоузданијег мерења и износи 1,8 m/s. Она се налази између брзина које су рачунски одређене (на основу мерења дубине мешавине и из прорачуна линије нивоа).
	Фрудов број $Fr_w^c$ [l]	2,28	2,87	/	/	Мереној брзини тока одговара концентрација ваздуха од 14,4 %. Ова концентрација као и две рачунски одређене се чине прецењеним у односу на стање на моделу.
	Конц. ваздуха у мешавини $\bar{C}$ [%]	7,1	9,7	14,4	~ 0	

Табела Б.2 – Опит број 24-12-03 ( $D/R = 1/4$ ,  $\alpha = 60^\circ$ , Опит. 13)


Пресек непосредно узводно од кривине	Величине	Мерења + конц. ваздуха на основу јед. (6.2)	Из прорачуна линије нивоа	Непосредним мерењем на моделу	Процењено на основу фотографија	Коментар
	Дубина $h_w^c$ [cm]	7,55	7,2	/	/	Увученог ваздуха у ток готово да нема. Углавном се јављају само површински мехурићи.
	Брзина $v_w^c$ [m/s]	2,23	2,37	2,07 2,06 2,03 1,97 1,95 2,02 <b>2,0</b>	/	Мерење средње брзине тока је извршено праћењем кретања шест конфета, па је на основу анализе приказане у додатку А, усвојена брзина тока од 2,0 m/s. С обзиром да су се мерења брзине праћењем различитих конфета веома мало међусобно разликовала, може се сматрати да су поуздана.
	Фрудов број $Fr_w^c$ [/]	2,92	3,20	/	/	Измерена брзина тока је мања од рачунски одређених, па је и мање увлачење ваздуха у ток.
	Конц. ваздуха у мешавини $\bar{C}$ [%]	8,4	9,7	0,4	~ 2	Мереној брзини тока одговара концентрација ваздуха од 0,4 %, што се добро слаже са стањем на моделу, док су две рачунски одређене концентрације ваздуха прецењене.

Табела Б.3 – Опит број 15-10-03 ( $D/R = 1/3$ ,  $\alpha = 45^\circ$ , Опит 17)

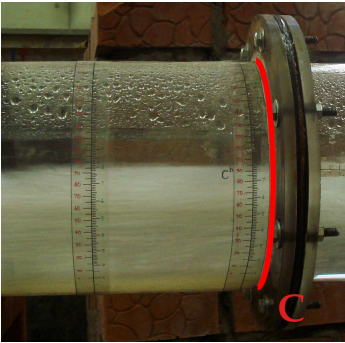
Пресек непосредно узводно од кривине	Величине	Мерења + конц. ваздуха на основу јед. (6.2)	Из прорачуна линије нивоа	Непосредним мерењем на моделу	Процењено на основу фотографија	Коментар
	Дубина $h_w^c$ [cm]	8,84	8,1	/	/	<p>На слици се види да је присутан ваздух у току, али је тешко рећи о којој концентрацији је реч.</p> <p>Мерење средње профилске брзине тока је извршено праћењем кретања десет конфета, па усвојена средња брзина тока износи 2,85 m/s. Она се налази између брзина које су рачунски одређене (на основу мерења дубине мешавине и из прорачуна линије нивоа).</p> <p>Усвојеној брзини тока одговара концентрација ваздуха у мешавини од 13 %, што се веома добро слаже са стањем на моделу.</p> <p>Рачунски одређене концентрације ваздуха у мешавини на бази израза из литературе су потцењене.</p>
	Брзина $v_w^c$ [m/s]	2,66	2,96	2,94 2,46 2,42 2,82 2,91 2,89 2,80 2,96 3,03 2,70 <b>2,85</b>	/	
	Фрудов број $Fr_w^c$ [/]	3,14	3,70	/	/	
	Конц. ваздуха у мешавини $\bar{C}$ [%]	7,1	9,8	13,0	~ 15	



Табела Б.4 – Опит број 30-10-03 ( $D/R = 1/3$ ,  $\alpha = 90^\circ$ , Опит 15)

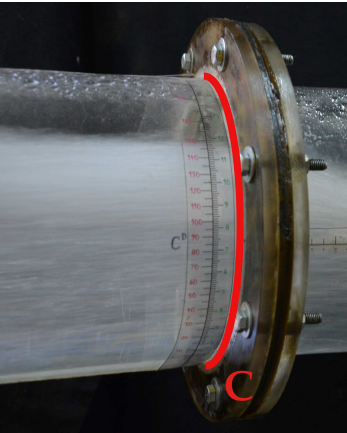
Пресек непосредно узводно од кривине	Величине	Мерења + конц. ваздуха на основу јед. (6.2)	Из прорачуна линије нивоа	Непосредним мерењем на моделу	Процењено на основу фотографија	Коментар
	Дубина $h_w^c$ [cm]	8,42	/	/	/	На фотографији се види да постоји увлачење ваздуха у ток, али је тешко рећи о којој концентрацији је реч.
	Брзина $v_w^c$ [m/s]	2,98	/	3,33 2,87 3,24 <b>3,3</b>	/	На моделу је праћено кретање три конфете, на основу чега је усвојена средња брзина тока од 3,3 m/s. Измерена брзина тока је нешто већа од рачунски одређене, па је веће и увлачење ваздуха у ток.
	Фрудов број $Fr_w^c$ [l]	3,63	/	/	/	Концентрација ваздуха у мешавини, која одговара измереној брзини тока, износи 17,9 %, што одговара стању на моделу.
	Конц. ваздуха у мешавини $\bar{C}$ [%]	9,0	/	17,9	~ 15	Рачунски одређена концентрација ваздуха у мешавини на бази израза из литературе је потцењена.

Табела Б.5 – Опит број 26-09-04 ( $D/R = 1/3$ ,  $\alpha = 45^\circ$ , Опит 9)

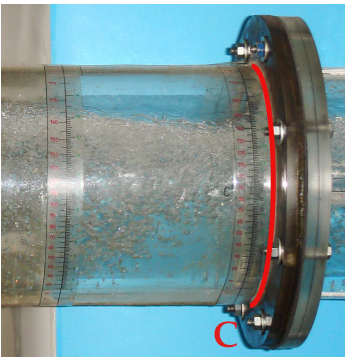
Пресек непосредно узводно од кривине	Величине	Мерења + конц. вазд. јед. (6.2)	Из прорачуна линије нивоа	Непосредним мерењем на моделу	Процењено на основу фотографија	Коментар
	Дубина $h_w^c$ [cm]	5,8	4,8	/	/	<p>Најчешће се при течењу мешавине јасно издваја површинска зона са повећаном концентрацијом ваздуха и доња зона у којој готово да нема ваздуха, док је ваздух овде скоро равномерно распоређен по целој дубини тока. Процењује се да концентрација ваздуха у мешавини износи око 30%.</p> <p>На моделу је праћено кретање две конфете, на основу чега је одређена брзина тока од 3,3 m/s. Она се налази између брзина које су рачунски одређене.</p> <p>Мереној брзини тока одговара концентрација ваздуха у мешавини од 25,3 %, што се добро слаже са стањем на моделу. Рачунски одређена концентрација ваздуха на основу измерене дубине мешавине и процењене количине увученог ваздуха је потцењена, док концентрација ваздуха на бази прорачуна линије нивоа одговара стању на моделу.</p>
	Брзина $v_w^c$ [m/s]	2,93	3,78	3,00 3,33 <b>3,30</b>	/	
	Фрудов број $Fr_w^c$ [/]	4,50	6,47	/	/	
	Конц. ваздуха у мешавини $\bar{C}$ [%]	15,8	24,7	25,3	~ 30	



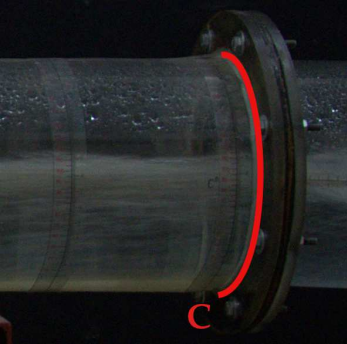
Табела Б.6 – Опит број 18-10-04 ( $D/R = 1/3$ ,  $\alpha = 90^\circ$ , Опит 4)

Пресек непосредно узводно од кривине	Величине	Мерења + конц. ваздуха на основу јед. (6.2)	Из прорачуна линије нивоа	Непосредним мерењем на моделу	Процењено на основу фотографија	Коментар
	Дубина $h_w^c$ [cm]	7,08	/	/	/	<p>На слици се види да је ваздух скоро равномерно распоређен по дубини тока, али се назире и површинска зона са повећаном концентрацијом ваздуха. Процењује се да концентрација ваздуха у мешавини износи око 30%.</p> <p>Средња брзина тока је мерена на моделу праћењем кретања две конфете. Усвојена средња брзина тока од 4,3 m/s, је нешто већа од рачунски одређене.</p> <p>Концентрација ваздуха у мешавини, која одговара измереној брзини тока износи 22 %. Она је нешто мања од процењене концентрације на бази фотографија.</p> <p>Рачунски одређена концентрација ваздуха такође изгледа као да је потцењена у односу на стање на моделу.</p>
	Брзина $v_w^c$ [m/s]	4,05	/	4,11 4,26 <b>4,3</b>	/	
	Фрудов број $Fr_w^c$ [/]	5,52	/	/	/	
	Конц. ваздуха у мешавини $\bar{C}$ [%]	17,0	/	22,0	~ 30	

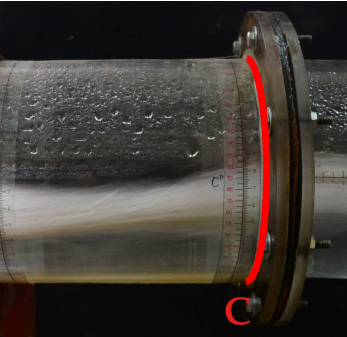
Табела Б.7 – Опит број 26-02-03 ( $D/R = 1/4$ ,  $\alpha = 30^\circ$ , Опит 11)

Пресек непосредно узводно од кривине	Величине	Мерења + конц. вазд. јед. (6.2)	Из прорачуна линије нивоа	Непосредни м мерењем на моделу	Процењено на основу фотографија	Коментар
	Дубина $h_w^c$ [cm]	9,81	/	/	/	<p>Процењена концентрација ваздуха у мешавини износи око 30%.</p> <p>На моделу је пређено кретање једне конфете на два узастопна снимка. Међутим, њен положај се не види јасно на једној фотографији, па су брзине одређена на бази два потенцијална места. Мања брзина одговара рачунски одређеној на бази мерења дубине мешавине и процењене количине увученог ваздуха у ток, али се на основу ње добија нереално мала концентрација ваздуха у мешавини (4,3%).</p> <p>Анализом друге мерене брзине добија се нереално велика концентрација ваздуха од 38,2%.</p> <p>С обзиром да се располагало само једном серијом од две узастопна снимка, може се рећи да је реч о непоузданом мерењу, које ће се изузети из даље анализе.</p> <p>Рачунски одређена концентрација ваздуха је значајно потцењена у односу на стање на моделу.</p>
	Брзина $v_w^c$ [m/s]	3,53	/	3,45 5,34 /	/	
	Фрудов број $Fr_w^c$ [/]	3,84	/	/	/	
	Конц. ваздуха у мешавини $\bar{C}$ [%]	6,4	/	4,3 38,2 /	~ 30	

Табела Б.8 – Опит број 15-10-02 ( $D/R = 1/3$ ,  $\alpha = 45^\circ$ , Опит 16)

Пресек непосредно узводно од кривине	Величине	Мерења + конц. вазд. јед. (6.2)	Из прорачуна линије нивоа	Непосредни м мерењем на моделу	Процењено на основу фотографија	Коментар
	Дубина $h_w^c$ [cm]	6,59	6,1	/	/	<p>Процењена концентрација ваздуха у мешавини на бази фотографије износи око 17-18%.</p> <p>На моделу је праћено кретање једанаест конфета, па је на основу детаљне анализе, усвојена средња брзина тока од 3,5 m/s. Она се налази између брзина које су рачунски одређене.</p> <p>Мереној брзини тока одговара концентрација ваздуха у мешавини од 19,5 %, што одговара стању на моделу.</p> <p>Рачунски одређене концентрације ваздуха у мешавини такође одговарају стању на моделу.</p>
	Брзина $v_w^c$ [m/s]	3,33	3,70	3,48 3,38 3,33 3,49 3,83 3,21 3,21 3,26 3,88 3,50 3,24 3,5	/	
	Фрудов број $Fr_w^c$ [/]	4,75	5,50	/	/	
	Конц. ваздуха у мешавини $\bar{C}$ [%]	15,4	18,8	19,5	~ 17-18	

Табела Б.9 – Опит број 02-10-02 ( $D/R = 1/3$ ,  $\alpha = 45^\circ$ , Опит 13)

Пресек непосредно узводно од кривине	Величине	Мерења + конц. ваздуха на основу јед. (6.2)	Из прорачуна линије нивоа	Непосредни м мерењем на моделу	Процењено на основу фотографија	Коментар
	Дубина $h_w^c$ [cm]	4,41	4,1	/	/	<p>На фотографији се уочава јасно издвојена површинска зона са повећаном концентрацијом ваздуха. Током мерења брзине тока на моделу су забележена само два положаја једне конфете, на основу чега је одређена средња профилска брзина, која је нешто мања од рачунски одређених.</p> <p>Њој одговара концентрација ваздуха у мешавини од 11,6 %, што је значајно мање у односу на стање на моделу. Ипак, резултати мерења брзине нису поуздани због малог броја узастопних снимака и праћења само једне конфете.</p> <p>Рачунски одређене концентрације ваздуха у мешавини одговарају стању на моделу.</p>
	Брзина $v_w^c$ [m/s]	3,03	3,36	$\frac{2,77}{2,7}$	/	
	Фрудов број $Fr_w^c$ [l]	5,44	6,27	/	/	
	Конц. ваздуха у мешавини $\bar{C}$ [%]	21,3	25,1	11,6	~ 20	

**Додатак В** – Границе настанка хеликоидног течења и загушења тока у функцији Фрудовог броја дефинисаног у литератури (Gisonni & Hager, 2000)

У оквиру поглавља 7 су приказане границе настанка хеликоидног течења и загушења тока у зависности од Фрудовог броја дефинисаног једначином  $Fr = v/\sqrt{gA/B}$ . Његово одређивање је итеративно у случају кружног попречног пресека (какав је и анализиран у раду), јер зависи од површине протицајног пресека,  $A(h)$ , и ширине воденог огледала,  $B(h)$ , које су нелинеарне функције дубине,  $h$ . Поред тога, ширина воденог огледала се нагло смањује за мале ( $h_0/D < 0,1$ ) и велике ( $h_0/D > 0,9$ ) дубине, па се за такве случајеве добија веома мали Фрудов број.

Аутори чланка (Gisonni & Hager, 2000) су увели дефиницију Фрудовог броја, којом се превазилазе наведене потешкоће, као и поменути недостаци:

$$Fr_{G\&H} = \frac{Q}{\sqrt{gDh^4}} \quad (\text{в.1})$$

У оквиру овог додатка су приказане границе настанка хеликоидног течења и загушења тока, али у зависности од Фрудовог броја дефинисаног претходном једначином.

Фрудов број у уобичајеном облику се може дефинисати као:

$$Fr = \frac{v}{\sqrt{g\frac{A}{B}}} = \frac{Q}{A\sqrt{g\frac{A}{B}}} = \frac{Q}{\sqrt{g\frac{A^3}{B}}}, \quad (\text{в.2})$$

а однос наведена два облика Фрудовог броја је:

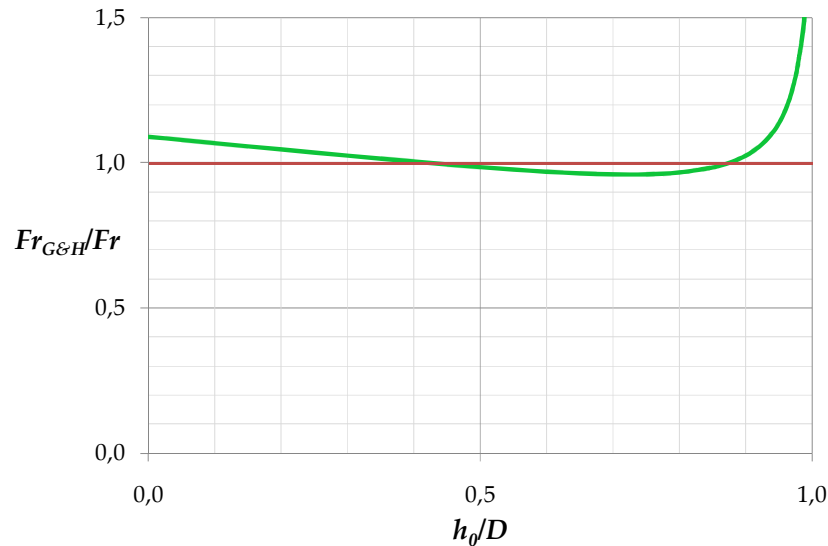
$$\frac{Fr_{G\&H}}{Fr} = \sqrt{\frac{A^3}{BDh^4}}. \quad (\text{в.3})$$

На Слици В.1 је приказан овај однос у зависности од релативне дубине воде.

Коришћењем јед. (в.1) добија се нешто мања вредност Фрудовог броја у односу на јед. (в.2) за релативне дубине воде у опсегу  $0,42 < h_0/D < 0,87$ , а већа на преосталом делу домена.

Разлика између овако дефинисаних вредности Фрудовог броја постаје значајна за  $h_0/D > 0,95$ . С обзиром да је тада реч о скоро потпуно загушеном

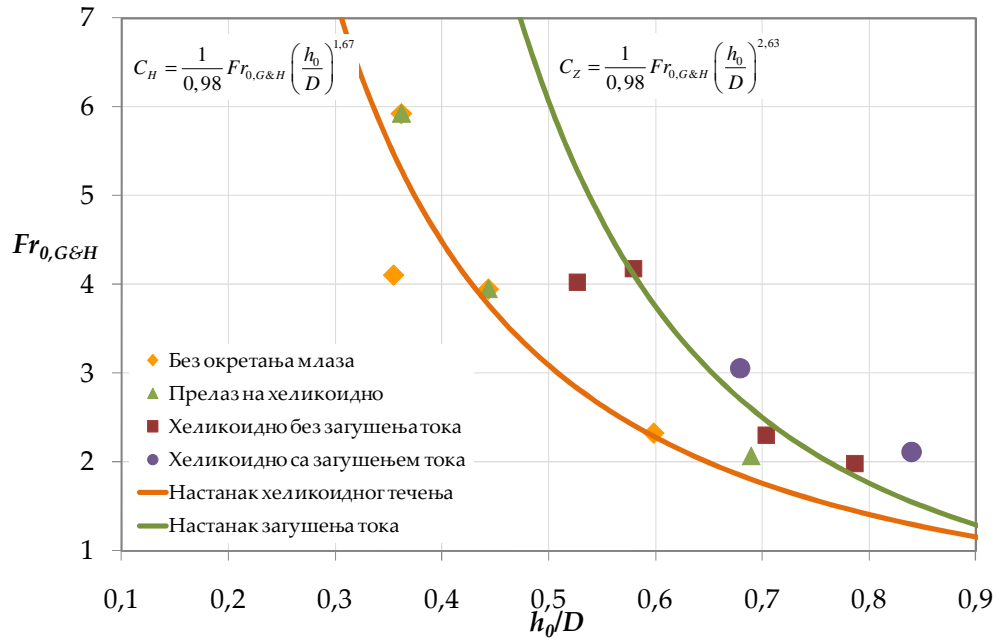
проводнику, чије разматрање није од интереса, овај недостатак не умањује применљивост дефиниције Фрудовог броја из литературе (Gisonni & Nager, 2000). Слично је и у зони малих дубина, чије анализирање такође није од интереса, јер практично не постоји опасност од загушења тока.



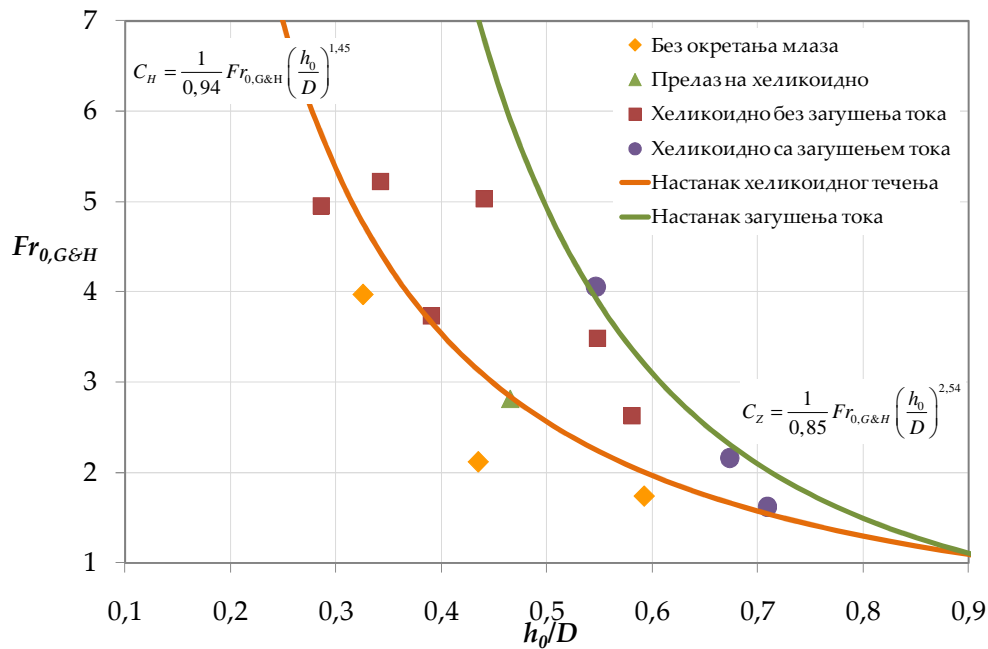
Слика В.1 - Однос Фрудових бројева дефинисаних једначинама (в.1) и (в.2) за кружни попречни пресек у зависности од релативне дубине воде

У опсегу испитаних релативних дубина ( $0,25 < h_0/D < 0,84$ ) разлика између поменутих дефиниција Фрудовог броја није велика и износи највише  $\pm 4\%$ . Границе настанка хеликоидног течења и загушења тока које су одређене за Фрудов број дефинисан изразом (в.2), одговарају и у случају када се Фрудов број одреди преко израза (в.1).

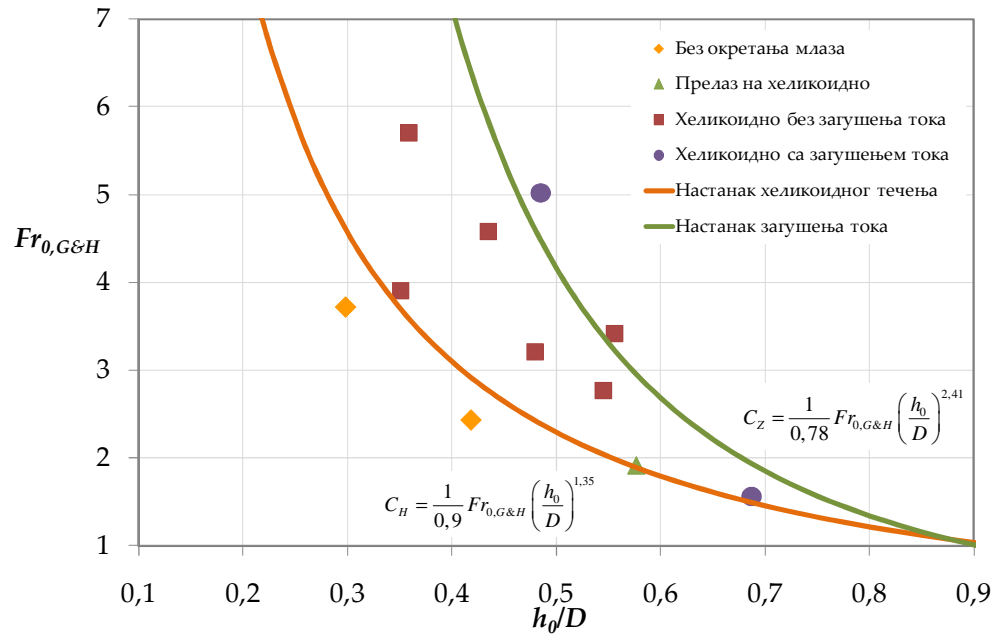
На следећим дијаграмима је приказано поређење резултата моделских испитивања, одређених са Фрудовим бројем из литературе (Gisonni & Nager, 2000), са границама настанка хеликоидног течења и загушења тока датим изразима (7.1) и (7.4).



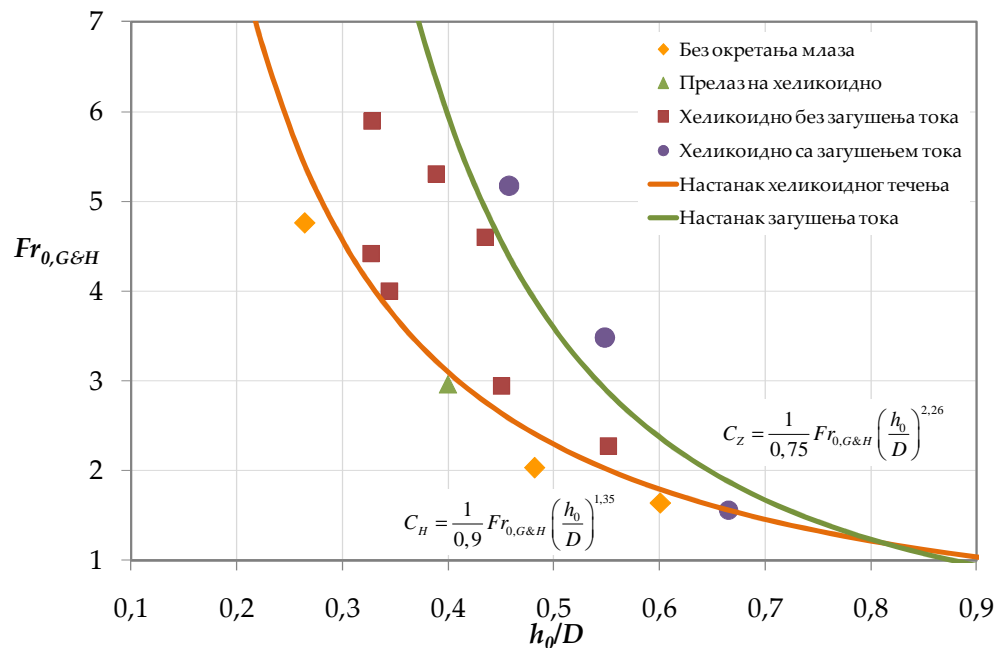
Слика В.2 - Зависности типа течења од релативне дубине воде и Фрудовог броја дефинисаног изразом (в.1) за диспозицију проводника ( $D/R = 1/2$ ,  $\alpha = 15^\circ$ ) и поређење са дефинисаним границама



Слика В.3 - Зависности типа течења од релативне дубине воде и Фрудовог броја дефинисаног изразом (в.1) за диспозицију проводника ( $D/R = 1/2$ ,  $\alpha = 30^\circ$ ) и поређење са дефинисаним границама

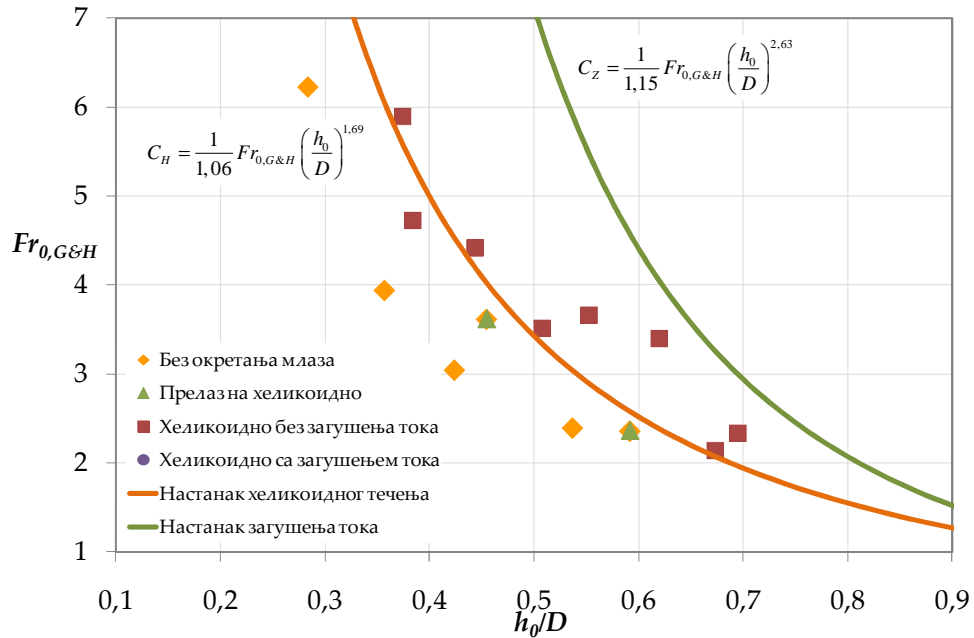


Слика В.4 - Зависности типа течења од релативне дубине воде и Фрудовога броја дефинисаног изразом (в.1) за диспозицију проводника ( $D/R = 1/2$ ,  $\alpha = 45^\circ$ ) и поређење са дефинисаним границама

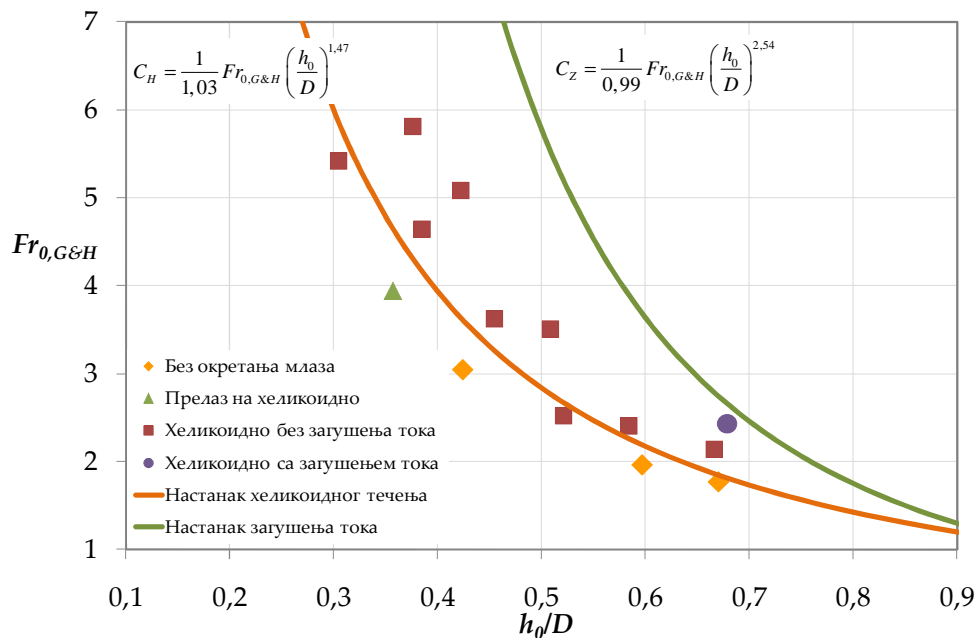


Слика В.5 - Зависности типа течења од релативне дубине воде и Фрудовога броја дефинисаног изразом (в.1) за диспозицију проводника ( $D/R = 1/2$ ,  $\alpha = 60^\circ$ ) и поређење са дефинисаним границама

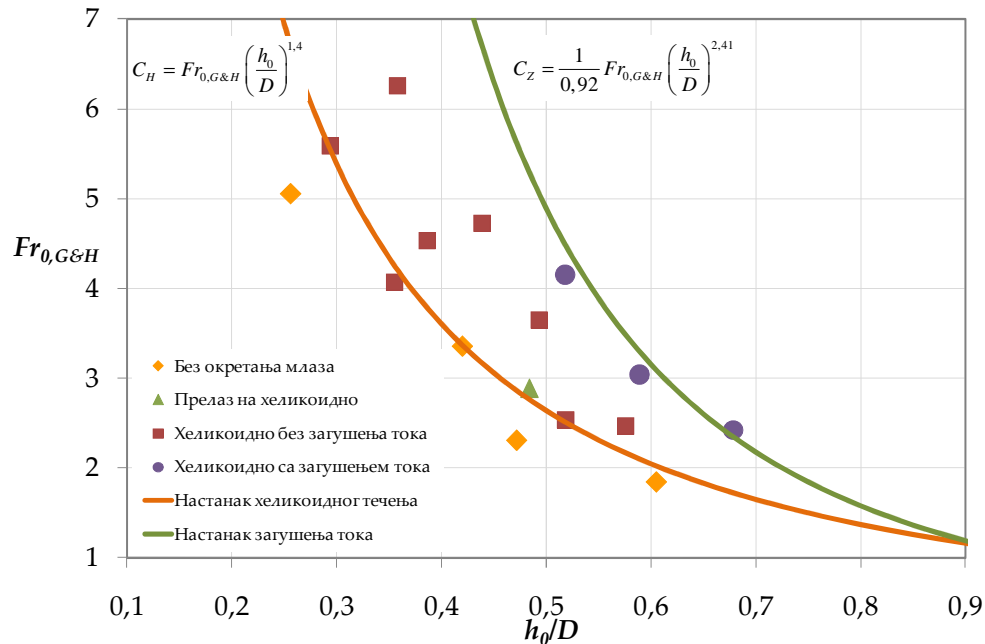




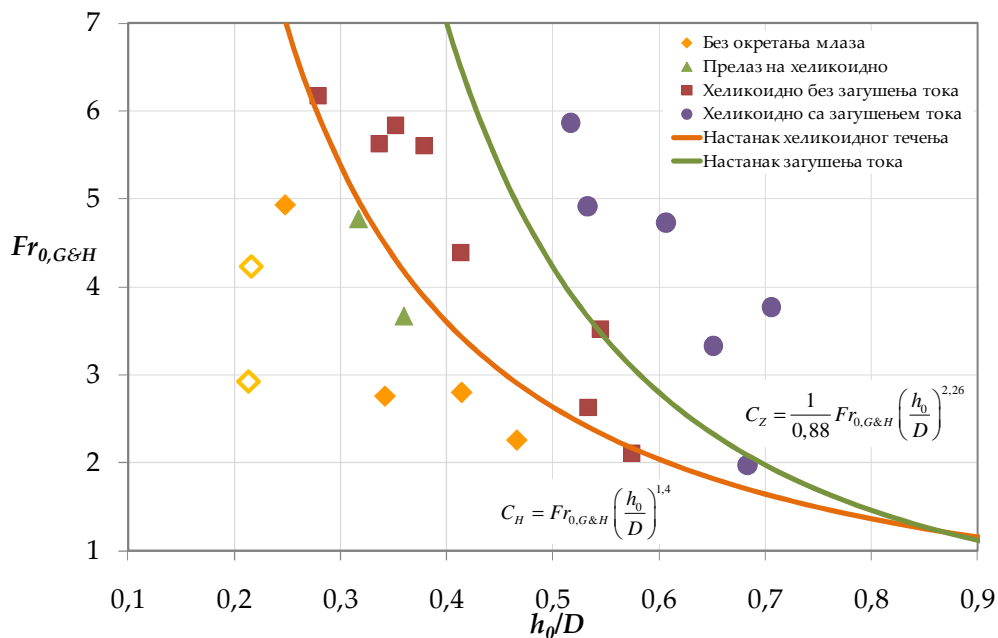
Слика В.6 - Зависности типа течења од релативне дубине воде и Фрудовог броја дефинисаног изразом (в.1) за диспозицију проводника ( $D/R = 1/3$ ,  $\alpha = 15^\circ$ ) и поређење са дефинисаним границама



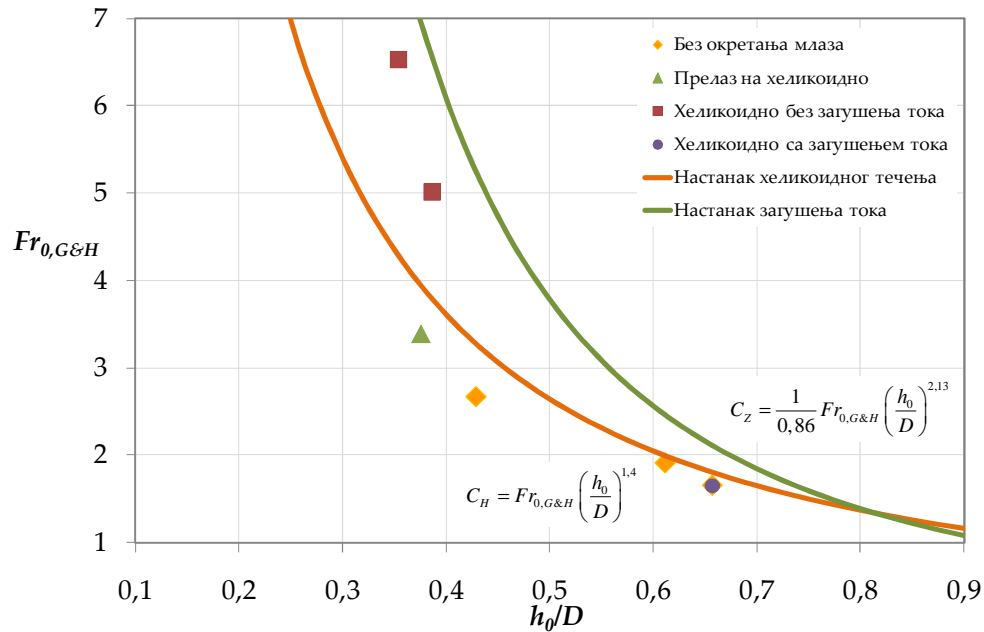
Слика В.7 - Зависности типа течења од релативне дубине воде и Фрудовог броја дефинисаног изразом (в.1) за диспозицију проводника ( $D/R = 1/3$ ,  $\alpha = 30^\circ$ ) и поређење са дефинисаним границама



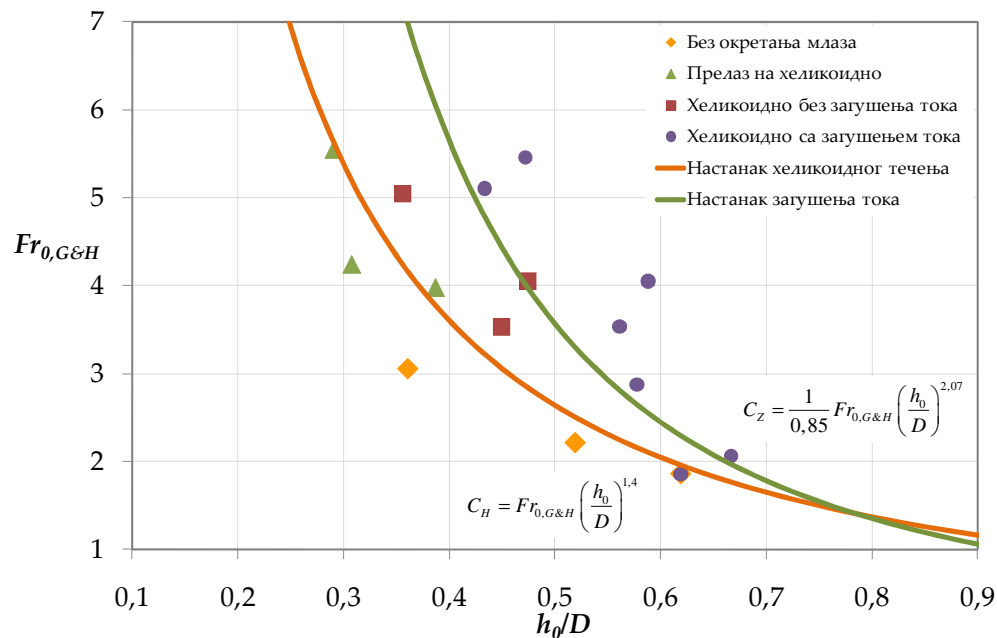
Слика В.8 - Зависности типа течења од релативне дубине воде и Фрудовог броја дефинисаног изразом (в.1) за диспозицију проводника ( $D/R = 1/3$ ,  $\alpha = 45^\circ$ ) и поређење са дефинисаним границама



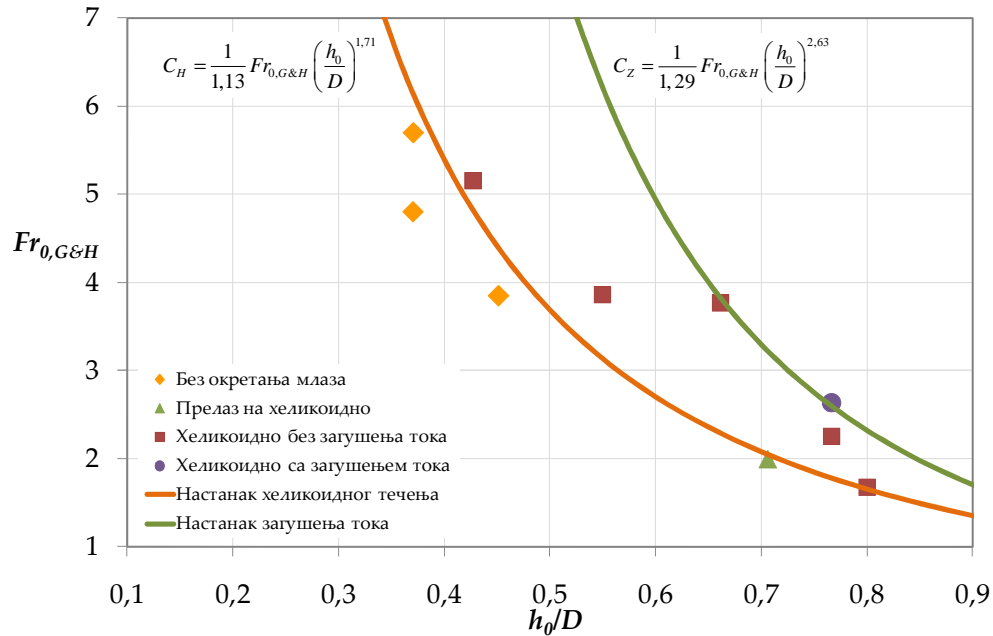
Слика В.9 - Зависности типа течења од релативне дубине воде и Фрудовог броја дефинисаног изразом (в.1) за диспозицију проводника ( $D/R = 1/3$ ,  $\alpha = 60^\circ$ ) и поређење са дефинисаним границама



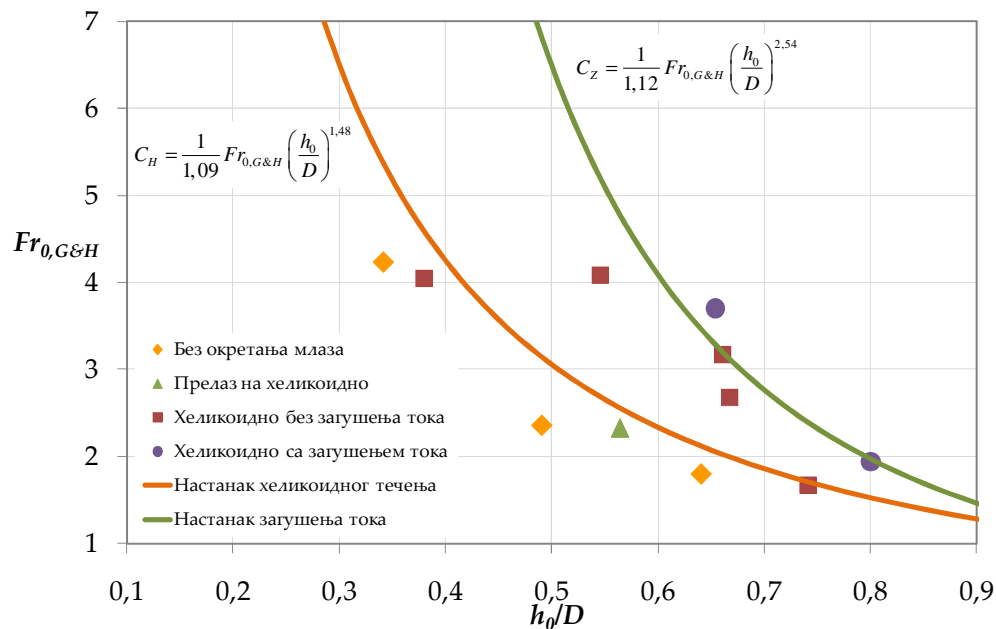
Слика В.10 - Зависности типа течења од релативне дубине воде и Фрудовога броја дефинисаног изразом (в.1) за диспозицију проводника ( $D/R = 1/3$ ,  $\alpha = 75^\circ$ ) и поређење са дефинисаним границама



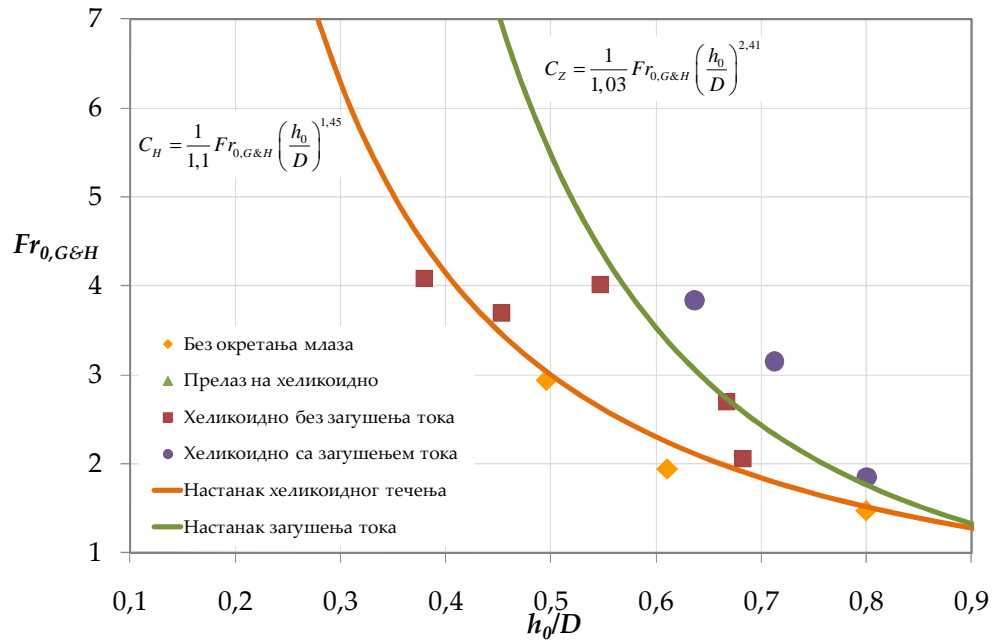
Слика В.11 - Зависности типа течења од релативне дубине воде и Фрудовога броја дефинисаног изразом (в.1) за диспозицију проводника ( $D/R = 1/3$ ,  $\alpha = 90^\circ$ ) и поређење са дефинисаним границама



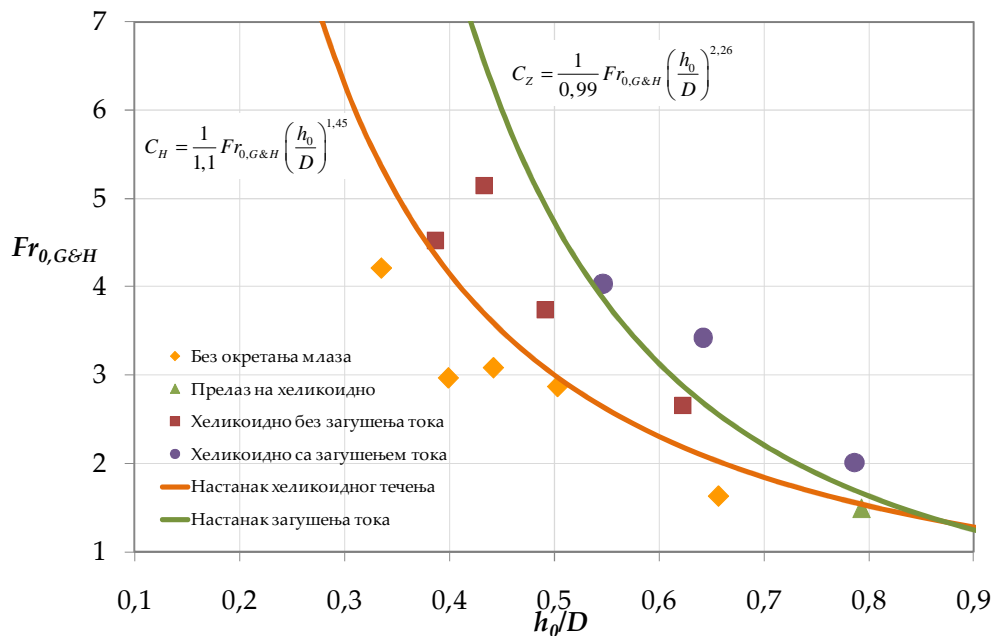
Слика В.12 - Зависности типа течења од релативне дубине воде и Фрудовог броја дефинисаног изразом (в.1) за диспозицију проводника ( $D/R = 1/4$ ,  $\alpha = 15^\circ$ ) и поређење са дефинисаним границама



Слика В.13 - Зависности типа течења од релативне дубине воде и Фрудовог броја дефинисаног изразом (в.1) за диспозицију проводника ( $D/R = 1/4$ ,  $\alpha = 30^\circ$ ) и поређење са дефинисаним границама



Слика В.14 - Зависности типа течења од релативне дубине воде и Фрудовог броја дефинисаног изразом (в.1) за диспозицију проводника ( $D/R = 1/4$ ,  $\alpha = 45^\circ$ ) и поређење са дефинисаним границама



Слика В.15 - Зависности типа течења од релативне дубине воде и Фрудовог броја дефинисаног изразом (в.1) за диспозицију проводника ( $D/R = 1/4$ ,  $\alpha = 60^\circ$ ) и поређење са дефинисаним границама

С обзиром да се коришћењем Фрудовога броја дефинисаног преко израза (в.1) значајно поједностављује прорачун, а да се задржава исти квалитет резултата препоручује се његово коришћење у пројектној пракси.

## **БИОГРАФИЈА АУТОРА**

Милена Коларевић је рођена у Београду 1983. године.

Пету београдску гимназију је завршила 2002. године, када и уписује студије на Грађевинском факултету Универзитета у Београду.

Дипломирала је 2007. године на Одсеку за Хидротехнику и водно-еколошко инжењерство са просечном оценом 8,59. Дипломски рад под називом „Брана Ариље на профилу Сврачково - Избор типа бране“ из предмета Хидротехнички објетки је оцењен оценом 10.

Ради у Енергопројект-Хидроинжењерингу од 2008. године у сектору за Хидроенергетске и водопривредне системе.

Удата је. Мајка је једног детета.

Прилог 1.

## Изјава о ауторству

Потписани-а: Милена Коларевић

број уписа \_\_\_\_\_

**Изјављујем**

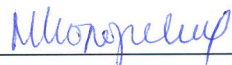
да је докторска дисертација под насловом

### **БУРНО ТЕЧЕЊЕ У КРИВИНАМА ЕВАКУАЦИОНИХ ОБЈЕКТА**

- резултат сопственог истраживачког рада,
- да предложена дисертација у целини ни у деловима није била предложена за добијање било које дипломе према студијским програмима других високошколских установа,
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права и користио интелектуалну својину других лица.

**Потпис докторанда**

У Београду, јун 2015.

  
\_\_\_\_\_



Прилог 2.

## Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада

Име и презиме аутора: Милена Коларевић

Број уписа \_\_\_\_\_

Студијски програм: Грађевинарство

Наслов рада: БУРНО ТЕЧЕЊЕ У КРИВИНАМА ЕВАКУАЦИОНИХ ОБЈЕКТА

Ментор: Проф. др Љубодраг Савић

Потписани: Милена Коларевић

изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао/ла за објављивање на порталу **Дигиталног репозиторијума Универзитета у Београду**.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског звања доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

Потпис докторанда

У Београду, јун 2015.

  
\_\_\_\_\_

Прилог 3.

## Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

### **БУРНО ТЕЧЕЊЕ У КРИВИНАМА ЕВАКУАЦИОНИХ ОБЈЕКТА**

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

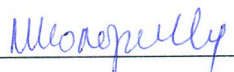
Моју докторску дисертацију похрањену у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио/ла.

1. Ауторство
2. Ауторство - некомерцијално
3. Ауторство – некомерцијално – без прераде
4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима
5. Ауторство – без прераде
6. Ауторство – делити под истим условима

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци, кратак опис лиценци дат је на полеђини листа).

Потпис докторанда

У Београду, јун 2015.

  
\_\_\_\_\_

1. Ауторство - Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најслободнија од свих лиценци.

2. Ауторство – некомерцијално. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.

3. Ауторство - некомерцијално – без прераде. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.

4. Ауторство - некомерцијално – делити под истим условима. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада.

5. Ауторство – без прераде. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.

6. Ауторство - делити под истим условима. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверским лиценцама, односно лиценцама отвореног кода.