

UNIVERZITET U BEOGRADU

GRAĐEVINSKI FAKULTET

Zorana M. Petojević

**OPTIMIZACIJA GRAĐEVINSKIH MERA U  
CILJU SMANJENJA POTREBNE  
ENERGIJE ZA GREJANJE U  
STAMBENIM ZGRADAMA**

Doktorska disertacija

Beograd, 2018

UNIVERSITY OF BELGRADE  
FACULTY OF CIVIL ENGINEERING

Zorana M. Petojević

**OPTIMIZATION OF CONSTRUCTION  
MEASURES FOR REDUCING HEATING  
ENERGY DEMAND IN RESIDENTIAL  
BUILDINGS**

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2018

Podaci o mentoru i članovima komisije:

Mentor: dr Goran Todorović, vanredni profesor,  
Univerzitet u Beogradu, Građevinski fakultet

Članovi komisije:

1. dr Goran Todorović, vanredni profesor,  
Univerzitet u Beogradu, Građevinski fakultet
2. dr Branislav Ivković, redovni profesor u penziji  
Univerzitet u Beogradu, Građevinski fakultet
3. dr Nenad Ivanišević, vanredni profesor,  
Univerzitet u Beogradu, Građevinski fakultet
4. dr Radovan Gospavić, docent,  
Univerzitet u Beogradu, Građevinski fakultet
5. dr Vitomir Milanović, profesor emeritus,  
Univerzitet u Beogradu, Elektrotehnički fakultet

Datum odbrane: \_\_\_\_\_

---

## **ZAHVALNICA**

*Svoju doktorsku disertaciju posvećujem svojoj deci Vukašinu i Vasji sa porukom:  
Znanje, to su zlatne lestvice koje nas vode u nebesa; znanje je svetlost koja osvetljava  
naš put kroz ovaj svet i vodi nas u život budućnosti, pun neuvele slave.*

*(Mihajlo Pupin)*

*Autor disertacije posebnu zahvalnost duguje:*

- *prof. dr Branislavu Ivkoviću i, v. prof. dr Nenadu Ivaniševiću, kao i ostalim članovima Katedre za upravljanje projektima u građevinarstvu, Građevinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu,*
- *mentoru, v. prof. dr Goranu Todoroviću,*
- *docentu dr Radovanu Gospaviću,*
- *sestri dr Ivani Jovanović Balić i zetu dr Edinu Baliću za korisne sugestije tokom istraživanja,*
- *porodici i prijateljima, na razumevanju, a naročito suprugu Jovanu, deci Vukašinu i Vasji, majci Milini i ocu Miodragu na ljubavi, strpljenju i pokretačkoj energiji.*

---

Naslov disertacije:

## Optimizacija građevinskih mera u cilju smanjenja potrebne energije za grejanje u stambenim zgradama

### Sažetak:

Sektor zgradarstva je najveći pojedinačni potrošač energije. Unapređenje energetske efikasnosti u zgradarstvu jedna je od najšire promovisanih mera za smanjenje eksploatacije neobnovljivih izvora energije i ublažavanje klimatskih promena kroz smanjenje emisije ugljen-dioksida. Ultimativni cilj treba da bude povećanje efikasnosti korišćenja energije i usporavanje rasta ukupne proizvedene energije, što zasigurno dovodi do ublažavanja klimatskih promena.

Predmet istraživanja u ovoj disertaciji jeste energetska efikasnost u stambenim zgradama u delu koji se odnosi na smanjenje potrebne energije za grejanje. Uže gledano, predmet istraživanja su: (1) metode za proračun i procenu topotnih gubitaka termičkog omotača zgrade u nestacionarnim uslovima prenosa topote; i (2) višekriterijumske modeli za izbor i ocenu energetske efikasnosti građevinskih mera kod izgradnje novih ili energetske sanacije postojećih zgrada.

Cilj istraživanja je bio da se definiše model koji bi davao podršku projekt menadžeru u procesu donošenja odluke vezane za izbor optimalnog rešenja pri izgradnji novih objekata ili rekonstrukciju postojećih, pri tome sagledavajući investicionu odluku sa više aspekata imajući u vidu i zahteve velikog broja zainteresovanih strana, kako u kratkoročnom tako i u dugoročnom periodu.

U cilju ostvarenja postavljenog zadatka prvo je razvijen originalan precizan matematički model koji opisuje fizički proces razmene topote između objekta i okoline, a koji dalje predstavlja osnov za pouzdan proračun troškova u periodu eksploatacije, definisanje mogućeg termalnog komfora u objektu kao i procenu uticaja objekta na životnu sredinu.

S obzirom na postavljene ciljeve istraživanja, u disertaciji su prezentovana dva rezultata: (1) razvijen je novi pristup za određivanje svih relevantnih dinamičkih termičkih veličina koje služe za procenu prenosa topote kroz građevinske elemente

---

netransparentnog dela fasade i ocenu toplotnog komfora u zgradama i (2) razvijen je višekriterijumska model za optimizaciju izbora građevinskih mera koji u sebi, pored energetskih, finansijskih i ekoloških parametara, sadrži i dinamičke termičke parametre kao kriterijume za ocenu toplotnog komfora u zgradama.

Predloženi novi pristup za procenu prenosa toplote kroz građevinske elemente i ocenu toplotnog komfora u zgradama, predstavlja originalni naučni doprinos i sadrži sledeće korake: (1) postavka eksperimenta: osmišljena je specifična eksperimentalna tehnika za istovremeno *in-situ* merenje toplotnih flukseva i temperatura na površinama termičkog omotača zgrade, prema kojoj su sprovedena merenja tokom zimske sezone; (2) fizičko-matematički model: razvijen je diskretizovan fizičko-matematički model nestacionarnog prenosa toplote kroz višeslojne građevinske elemente nepoznate strukture i termičkih karakteristika i razvijena je tehnika rešavanja termalnog impulsnog odziva (engl. *Thermal Impulse Response, TIR*) sistema (modela) u vremenskom domenu; (3) validacija modela: dobijene TIR funkcije su proverene poređenjem rezultata modela sa podacima dobijenim iz drugog skupa merenja; (4) poređenje TIR funkcija sa analitičkim rešenjem: dodatno, izvršena je provera modela poređenjem dobijenih TIR funkcija sa izvedenim odgovarajućim analitičkim rešenjima za analizirani građevinski element poznate strukture i (5) praktična primena: razvijena je metodologija primene TIR funkcija na izračunavanje svih dinamičkih termičkih veličina.

Razvijeni pristup za procenu TIR funkcija fasadnog zida zasniva se isključivo na podacima iz *in-situ* eksperimentalnih merenja površinskih temperatura i toplotnih flukseva na unutrašnjoj i spoljašnjoj površini zida u dinamičkom režimu. Merene veličine su povezane sa integralima konvolucije i funkcijama TIR-a. Rešavanjem inverznog problema koji je *ill-posed*, s obzirom da je sam sistem jednačina koji se rešava *ill-posed*, primenom metode najmanjeg kvadrata došlo se do TIR funkcija. Prema najboljim saznanjima autora, ovo je prvi pokušaj da se isključivo na osnovu *in-situ* merenja i korišćenjem tehnike dekonvolucije identifikuju TIR funkcije za višeslojan ravan zid sa nepoznatim termičkim svojstvima i strukturom, u dinamičkom režimu.

Praktična primena predložene metode, u svrhu ocene energetskih performansi zgrade (EPB) i ocene energetske efikasnosti (EE), prikazana je kroz procenu kumulativnih toplotnih gubitaka predmetnog zida, akumulaciju toplote u zidu, procenu toplotnih

---

flukseva na površinama zida, kao procenu i svih njegovih dinamičkih termičkih karakteristika.

U drugom delu disertacije razvijen je originalni hijerarhijski analitički optimizacioni model za izbor građevinskih mera u cilju smanjenja potrošnje energije u stambenim zgradama. Predloženi model izbor građevinskih mera sagledava kroz četiri parametra: 1) Energetski parametri; 2) Uslovi komfora; 3) Finansijski parametri i 4) Ekološki parametri, gde je za kvantifikaciju svakog od parametara predloženo 2-3 indikatora (ukupno 10 indikatora). Pored toplotnih gubitaka kroz omotač zgade i vrednosti koeficijenta prolaza topote, kao do sada najčešće korišćenih indikatora energetske efikasnosti, predložni pristup podrazumeva uvođenje dinamičkih termičkih karakteristika zida (dekrement faktor i vremensko kašnjenje amplitude temperature) koji direktno odslikavaju toplotnu akumulativnost zida i nivo komfora u objektu. U cilju praćenja smanjenja korisne površine unutar objekta, za slučaj sanacije zida sa unutrašnje strane, ili eventualnog prelaska preko građevinske i/ili regulacione linije za novoprojektovane uslove kod sanacije spolja, uzeto je u razmatranje i povećanje debljine fasadnog zida. Predloženi indikatori finansijskih parametara su: 1) inicijalna investiciona sredstva, 2) ukupni troškovi u fazi eksploatacije i 3) povratni period investicionih sredstava. Ekološki parametri su procenjivani, kvantitativno (preko vrednosti za količinu emisije ugljen-dioksida koji se emituje u toku proizvodnje energije koju koristi objekat tokom eksploatacije), i kvalitativno (analizom i ocenom ugrađenih materijala sa aspekta ekologije).

Razvijeni optimizacioni model ima prednost jer optimizaciju posmatra istovremeno kroz četiri najznačajnija aspeka energetske efikasnosti: 1) ekonomski aspekt, 2) potrošnja energije, 3) uticaj na životnu sredinu i 4) zadovoljenje uslova komfora, uzimajući u obzir potencijalne promene, naročito one vezane za uticaj inflacije i depresijaciju/apresijaciju novca tokom celog perioda eksploatacije objekta. Većina modela trenutno definisanih u svetskoj literaturi tretira najčešće samo dva aspekta istovremeno. Druga razlika i prednost predloženog modela je u tome što uvodi u razmatranje dinamičke termičke parametre zida i na taj način uzima u obzir toplotnu akumulativnost omotača zgrade kao i njegovu sposobnost da obezbedi toplotni komfor u vremenski promenljivim atmosferskim uslovima kakvi vladaju u okruženju objekta.

---

Na kraju disertacije izloženi su pravci daljih istraživanja koji se posebno odnose na:

1. razvoj složenih modela koji bi uzimali u obzir prisustvo linijskih i tačkastih gubitaka toplove u zidu ili nehomogenosti unutar zida koje čine da su temperaturska polja višedimenzionalna;
2. definisanje više različitih transfer funkcija koje odgovaraju različitim vrstama zidova, za različita godišnja doba: leto i zimu i različite starosti objekata; i
3. ispitivanje mogućnosti integracije ovih funkcija u softverska rešenja za detaljne dinamičke simulacije.

**Ključne reči:**

Energetska efikasnost, Stambene zgrade, Termalni impulsni odziv, Toplotni gubici, Dinamičke termičke karakteristike, Građevinske mere, Višekriterijumska optimizacija

**Naučna oblast:**

Građevinarstvo

**Uže naučne oblasti:**

Građevinska fizika i energetska efikasnost, Menadžment i tehnologija građenja

**UDK broj:**624:628.8(043.3)  
53:69.05(043.3)

---

Dissertation Title:

## Optimization of Construction Measures for Reducing Heating Energy Demand in Residential Buildings

Abstract:

Building sector is the largest individual energy consumer. Increasing energy efficiency of buildings is one of the most widely promoted measure for reducing exploitation of non-renewable energy sources and mitigating climate changes through carbon dioxide emission reduction. The ultimate goal should be to increase the efficiency of energy use and the slowdown in overall energy produced, which certainly leads to climate change mitigation.

The subject of research in this dissertation was energy efficiency in the residential building sector, in particular, the reduction of energy demand for heating. Narrowly seen, the subject of research was: (1) methods for calculating and estimating heat losses through the building's thermal envelope in non-stationary conditions of heat transfer and (2) multi-criteria decision-making models for evaluating the energy efficiency of building construction measures for new or existing residential buildings.

The aim of the research was to define a model that will support a decision-making process that project manager passes when making an optimal decision regarding the construction of new buildings or the refurbishment of old ones, respecting a large number of stakeholder requirements that project manager must deal with and considering many aspects of the investment in the short and long term.

The task was to develop an original precise mathematical model describing the physical process of heat exchange between the building and the environment, which further provides the basis for a reliable calculation of the costs related to energy consumption incurred during the exploitation phase, the assessment of the achieved thermal comfort in the building as well as the assessment of the environmental impact of the building.

Having in mind the stated research objectives, two results have been presented in the dissertation: (1) a novel approach has been developed for the determination of all

---

relevant dynamic thermal characteristics used to estimate heat transfer through the opaque components of the building envelope in a dynamic regime and the assessment of thermal comfort in the building and (2) a multi-criteria decision-making model has been developed for the selection of optimal construction measures that, in addition to energy, financial and environmental parameters, implies the introduction of dynamic thermal parameters as criteria for assessing thermal comfort in buildings.

The novel approach for the estimation of heat transfer through construction elements and the assessment of thermal comfort in buildings represents the original scientific contribution and consists of the following steps: (1) experiment set-up: a specific experimental technique for simultaneous *in-situ* measurement of heat fluxes and temperatures of the building wall surfaces was designed and data was recorded during the winter season (2) physical-mathematical model: a discretized physical-mathematical model of non-stationary heat transfer through multilayer building wall with unknown structure and thermal properties has been developed, and a technique for solving Thermal Impulse Response (TIR) of the thermal system in time domain has been developed; (3) validation of the model based on TIR: the obtained TIR functions were validated by using a separate set of *in-situ* experimentally obtained data through a comparison with the results of the model; (4) TIR comparison with the analytical solution: additionally, the obtained results for the TIR functions are compared with the results obtained by the analytical solution also derived in the dissertation for the known building envelope structure and properties; (5) practical application: the methodology for calculation of all dynamic parameters based on the estimated TIR functions has been developed.

A novel approach for estimation of the TIR functions of a façade wall was based solely on data from *in-situ* experimental measurements of surface temperatures and thermal fluxes through inner and outer wall surfaces in a dynamic regime. The measured data were related by the convolution integrals and TIR functions. The TIRs were obtained using the Least Square (LS) estimator. Solving the inverse problem of identifying TIR functions is *ill-posed*, as the corresponding system of linear equations is *ill-posed*, by itself. To the best knowledge of the author, this is the first attempt to use the *in-situ*

---

measurements for identification of the TIR functions using de-convolution techniques of a multi-layer building wall with unknown thermal properties and structure.

The practical applications of the proposed method related to the Energy Performance of Buildings (EPB) and Energy Efficiency (EE) were demonstrated by evaluation of cumulative heat losses, heat accumulation and heat fluxes at a building wall surfaces, as well as all dynamic thermal characteristics of a building component were evaluated.

In the second part of the dissertation, an original hierarchical analytical optimization model for the selection of construction measures with the aim to reduce energy consumption in residential buildings was developed. The proposed model examines the selection of construction measures through four parameters: 1) Energy parameters; 2) Comfort requirements; 3) Financial parameters and 4) Ecological parameters, where 2-3 indicators were proposed for the quantification of each parameter. In addition to heat losses through the building envelope and the heat transfer coefficient value, as the most commonly used energy efficiency indicators, the proposed approach implies the introduction of dynamic thermal characteristics of the wall (the decrement factor and time lag of temperature amplitude) which directly reflect the rate of heat accumulation of the wall and the level of comfort in the building. With the aim of monitoring the reduction of the gross internal area, in the case of wall restoration from the inside or possible crossing over the building and/or street line for newly designed conditions, for external restorations, consideration was given to the increase in the thickness of the facade wall. The proposed financial parameter indicators were: 1) initial investment costs, 2) total costs during the exploitation phase, and 3) payback period on investment. The environmental parameters were estimated quantitatively (through the amount of carbon dioxide emitted during the energy production consumed during the facility exploitation), as well as qualitatively (through the analysis and evaluation of embedded materials from the environmental aspect).

The main advantage of the proposed optimization model is that the problem of optimizing the energy efficiency of buildings was simultaneously examined through four most important aspects: 1) economic criteria, 2) energy consumption, 3) environmental loading, and 4) indoor thermal comfort, taking into account significant potential changes, especially due to inflation and currency depreciation/appreciation that

---

may occur during the whole period of the building operation. Most models, currently defined in world literature, treat simultaneously only two of the four aspects. Another difference and advantage is that the proposed model introduces into consideration the dynamic thermal parameters of the wall and thus takes into account the heat accumulation of the building envelope as well as its ability to provide the indoor thermal comfort in time-varying atmospheric conditions.

The dissertation outlines the directions of further research particularly related to:

1. development of complex models that could be applied on non-linear problems taking into account linear heat losses in the wall or non-homogeneity within the wall that make the temperature fields multi-dimensional,
2. defining a wide range of transfer functions corresponding to different types of walls, for different seasons (summer and winter) and for different ages of facilities.
3. Testing the possibility of integrating these functions into software solutions for detailed dynamic simulations.

**Keywords:**

Energy Efficiency, Residential Buildings, Thermal Impulse Response, Heat Losses, Dynamic Thermal Performance, Construction Measures, Multi-objective Optimization

**Scientific field:**

Civil Engineering

**Scientific subfield:**

Building Physics and Energy Efficiency, Construction Management and Technology

**UDK number:**624:628.8(043.3)

53:69.05(043.3)

---

*Godišnji model biologa D. Attemborougha:. Modelom se 4.54 milijarde godina Zemljine istorije kondenzuje u jednu godinu od 365 dana. Prema tom modelu Hominidi su počeli da hodaju po Zemlji 31. decembra u 11:30 i za 5 minuta iskorenjeno je oko 200 životinjskih vrsta. 31. decembra, 30 minuta do ponoći, nastao je prvi Homo sapiens, a svega 1 minut do ponoći čovek je počeo da obrađuje zemljište što predstavlja prvi njegov napor da menja površinu Zemlje. Sva tehnološka evolucija i industrijska revolucija počinje 2 sekune pre ponoći kada čovek sagoreva sva tekuća i gasna goriva, koja su ranije formirana, dovodeći u opasnost i osnovni uslov za život, bilans kiseonika.*

*Održivi razvoj je razvoj koji zadovoljava potrebe sadašnjice, ne dovodeći u pitanje sposobnost budućih generacija da zadovolje vlastite potrebe.*

*(Svetska komisija za životnu sredinu i razvoj, 1987. „Naša zajednička budućnost“)  
(World Commission on Environment and Development. 1987. *Our Common Future*, Oxford University Press)*

*Earth provides enough to satisfy every man's need, but not every man's greed.*

*Zemlja obezbeđuje dovoljno da zadovolji potrebu svakog čoveka, ali ne i pohlepe svakog čoveka.*

*Mahatma Gandhi*

## SADRŽAJ:

<b>1 UVOD .....</b>	<b>1</b>
<b>2 ANALIZA LITERATURE I TEORIJSKA RAZMATRANJA.....</b>	<b>10</b>
<b>    2.1 ANALIZA STANJA I MOGUĆNOSTI SMANJENJA POTROŠNJE ENERGIJE ZA GREJANJE U ZGRADAMA U SVETU I KOD NAS .....</b>	<b>10</b>
2.1.1 Pravni i institucionalni okvir EU u oblasti energetske efikasnosti u zgradarstvu .....	10
2.1.2 Pravni i institucionalni okvir Republike Srbije u oblasti energetske efikasnosti u zgradarstvu .....	15
2.1.3 Analiza stanja potrošnje energije u Republici Srbiji.....	20
2.1.4 Analiza stanja potrošnje energije u sektoru Domaćinstva .....	30
2.1.5 Prognoze potrošnje energije u sektoru Domaćinstva .....	33
2.1.6 Zaključna razmatranja vezana za potrošnju energije u zgradama u RS .....	37
<b>    2.2 REŠAVANJE PROBLEMA ENERGETSKE OPTIMIZACIJE ZGRADA .....</b>	<b>38</b>
2.2.1 Mere za smanjenje potrošnje energije u zgradama .....	38
2.2.2 Multikriterijumska analiza kao alat za rešavanje problema energetske optimizacije zgrada ..	44
2.2.3 Pregled modela višekriterijumske optimizacije za rešavanje problema energetske optimizacije zgrada.....	47
<b>    2.3 PRINCIPI PRENOŠA TOPLOTE U ZGRADAMA .....</b>	<b>55</b>
2.3.1 Osnovni oblici prenosa topote u zgradama .....	55
2.3.2 Prenos topote kroz ravan homogen zid .....	60
<b>    2.4 TOPLOTNI BILANS ZGRADE U ZIMSKIM USLOVIMA .....</b>	<b>64</b>
2.4.1 Osnove toplotnog bilansiranja zgrade.....	64
<b>    2.5 PREGLED METODOLOGIJA ZA ODREĐIVANJE GODIŠNJE POTREBNE ENERGIJE ZA GREJANJE U ZGRADAMA.....</b>	<b>68</b>
2.5.1 Različiti pristupi u modelovanju energetskih potreba.....	68
2.5.2 Standardizovane metodologije za proračun energetskih potreba .....	70
2.5.2.1 Kvazi-stacionarni potpuno definisani mesečni metod .....	72
2.5.2.2 Dinamički potpuno definisan uprošćen časovni metod .....	75
2.5.2.3 Dinamičke simulacije .....	77
<b>3 EKSPERIMENTALNA ISTRAŽIVANJA PRENOŠA TOPLOTE KROZ TERMIČKI OMOTAČ ZGRADE .....</b>	<b>84</b>
<b>    3.1 OPIS PROBLEMA .....</b>	<b>84</b>
<b>    3.2 TEORIJSKI MODEL EKSPERIMENTA .....</b>	<b>87</b>
3.2.1 Izvođenje nestacionarne Furijeove jednačine provođenja topote kroz homogen jednoslojni zid u frekventnom domenu .....	87
3.2.2 Rešenje Fourijeove jednačine za provođenja topote kroz višeslojni heterogeni zid primenom metode transfer matrica .....	95
3.2.3 Definisanje dinamičkih termičkih parametara zida preko elemenata transfer matrice .....	97

<b>3.3 EKSPERIMENT - ODREĐIVANJE TERMALNE TRANSFER FUNKCIJE ZA VIŠESLOJNI HETEROGENI ZID U NESTACIONARNIM USLOVIMA PROVOĐENJA TOPLOTE .....</b>	<b>99</b>
3.3.1 Opis problema dobijanja termalnih transfer funkcija i pregled literature .....	100
3.3.2 Postavka eksperimenta i merna oprema .....	106
3.3.2.1 Postavka eksperimenta .....	106
3.3.2.2 Merna oprema.....	108
3.3.3 Matematički model eksperimenta .....	110
3.3.3.1 Formulacija inverznog problema kao problem identifikacije dinamičkog sistema .....	110
3.3.3.2 Estimacija termalnih transfer funkcija korišćenjem Wiener filter metode .....	112
3.3.3.3 Unapređenje estimacije termalnih transfer funkcija uvođenjem postupka regularizacije	117
3.3.4 Rezultati i diskusija.....	124
3.3.4.1 Prikupljeni podaci i analiza podataka .....	124
3.3.4.2 Estimacija TIR funkcija primenom Wiener filter metode i predikcija .....	128
3.3.4.3 Poboljšana estimacija TIR funkcija uvođenjem postupka regularizacije i predikcija .....	136
3.3.5 Praktična primena TIR funkcija – Studije slučaja .....	147
3.3.5.1 CS 1: Određivanje dinamičkih termičkih parametara zida .....	148
3.3.5.2 CS2:Određivanje površinskih transmisionih gubitaka zida i akumulacija toplove u zidu	154
3.3.5.3 CS 3: Određivanje koeficijenta prelaza toplove .....	155
3.3.5.4 CS 4: Određivanje koeficijenta prolaza toplove.....	159
<b>3.4 ZAKLJUČNA RAZMATRANJA U VEZI SA EKSPERIMENTALNIM ISTAŽIVANJIMA .....</b>	<b>161</b>
<b>4 PRIMENA VIŠEKRITERIJUMSKE ANALIZE NA IZBOR GRAĐEVINSKIH MERA U CILJU SMANJENJA TOPLOTNIH GUBITAKA ZGRADE .....</b>	<b>164</b>
<b>4.1 OPIS PROBLEMA .....</b>	<b>164</b>
<b>4.2 PREDLOG METODE ZA VIŠEKRITERIJUMSKO ODLUČIVANJE.....</b>	<b>166</b>
4.2.1 Višekriterijumsko kompromisno rangiranje alternativnih rešenja- AHP metoda ( <i>Analytical Herarchical Process</i> ) .....	167
4.2.1.1 Matematička osnova AHP metode .....	168
4.2.1.2 Konzistentnost rešenja.....	172
<b>4.3 FORMIRANJE OPTIMIZACIONOG MODELA .....</b>	<b>174</b>
4.3.1 Izbor građevinskih mera za ocenu i vrednovanje.....	174
4.3.1.1 Analiza strukture termičkog omotača stambenih zgrada u Srbiji .....	175
4.3.1.2 Odabir građevinskih mera za energetsku sanaciju karakterističnog fasadnog zida .....	183
4.3.2 Predlog kriterijuma i podkriterijuma za ocenu građevinskih mera .....	191
4.3.3 Definisanje hijerarhijskog AHP modela .....	194
4.3.4 Definisanje scenarija odlučivanja .....	194
<b>4.4 PRIPREMA PODATAKA ZA OBRADU .....</b>	<b>198</b>
4.4.1 Određivanje vrednosti podkriterijumske funkcije u alternativama.....	198
4.4.1.1 Određivanje vrednosti kriterijumske funkcije K1 – energetski parametri .....	198
4.4.1.2 Određivanje vrednosti kriterijumske funkcije K2 Uslovi komfora .....	201
4.4.1.3 Određivanje vrednosti kriterijumske funkcije K3 - Finansijski parametri .....	203

4.4.1.4 Određivanje vrednosti kriterijumske funkcije K4 - Ekološki parametri.....	215
4.4.2 Određivanje matrica poređenja alternativa .....	217
<b>4.5 REZULTATI OPTIMIZACIJE IZBORA GRAĐEVINSKIH MERA I DISKUSIJA.....</b>	<b>233</b>
4.5.1 SCENARIO S1 - Jednak značaj.....	233
4.5.2 SCENARIO S2-1 - Izražen finansijski aspekt .....	235
4.5.3 SCENARIO S2-2- Izražen finansijski aspekt .....	236
4.5.4 SCENARIO S3 - Izražena ekološka svest .....	238
4.5.5 Analiza osetljivosti rešenja .....	239
<b>4.6 ZAKLJUČNA RAZMATRANJA U VEZI SA PREDLOŽENIM MODEЛОМ ЗА OPTIMIZACIJУ .....</b>	<b>246</b>
<b>5 ZAKLJUČAK, OGRANIČENJA I ПРАВЦИ ДАЛЈИХ ИСТРАŽИВАЊА .....</b>	<b>250</b>
5.1 ZAKLJUČAK .....	250
5.2 ОГРАНИЧЕЊА И ПРАВЦИ ЗА ДАЛЈИХ ИСТРАŽИВАЊА .....	258
<b>6 БИБЛИОГРАFIЈА .....</b>	<b>263</b>
<b>7 ПРИЛОЗИ.....</b>	<b>272</b>
7.1 PRILOG 1 – ИЗВОЂЕЊЕ РЕШЕЊА FURIJEOVE JEDНАЧИНЕ ПРОВОЂЕНА ТОПЛОТЕ У NESTACIONARNIM USLOVIMA ЗА RAVAN HOMOGEN ZID У VREMENSKOM DOMENU.....	272
7.2 PRILOG 2 – MATLAB KOD ЗА РЕШАВАЊЕ JEDНАЧИНА SA SIMETRIČНОM BLOK TOEPLITZ МАTRICOM.....	277
7.3 PRILOG 3 – MATLAB KOD ЗА ODРЕЂИВАЊЕ WIENERОVIH KOEFICIЈЕНАТА ЗА MISO DINAMIČКИ СИСТЕМА .....	278
7.4 PRILOG 4 – MATLAB KOD ЗА SPEKTRALNU ANALИЗУ IN-SITU MERENJA, ESTIMACИЈУ WIENERОVIХ KOEFICIЈЕНАТА I PREDIKCIЈУ IZLAZA ЗА MIMO DINAMIČКОГ СИСТЕМА .....	279
7.5 PRILOG 5 – ИЗВОЂЕЊЕ ANALИТИЧКОГ РЕШЕЊА TRANSFER FUNKCIЈA ПРОВОЂЕЊА TOPLOTE У NESTACIONARNIM USLOVIMA ЗА RAVAN VIŠESЛОЈНИ ZID У VREMENSKOM DOMENU.....	283
7.6 PRILOG 6 – ODРЕЂИВАЊЕ DIFERENCIJALNOG OPERATORA $s$ -TOГ REDA I DEFINISANJE ODGOVARAJУĆE L MATRICE .....	287
7.7 PRILOG 7 – GENERALIZOVANA DEKOMPОZICIЈA SINGULARNIH VREDNOSTI Matričnog para $(A, L)$ .....	288

# SPISAK TABELA I GRAFIČKIH PRILOGA

## SPISAK TABELA:

Tabela 1 Pravni dokumenti i institucionalni okvir RS u oblasti energetske efikasnosti.....	16
Tabela 2 Zbirni Energetski bilans Republike Srbije za 2013-2017. godine [8] [9] [10] .....	22
Tabela 3 Potrošnja finalne energije u Republici Srbiji za 2017. god po energentima u okviru svakog sektora i podsektora, na osnovu [10].....	23
Tabela 4 Faktori za konverziju jedinica energije u međunarodnoj statistici .....	23
Tabela 5 Prosečna godišnja potrošnja toplote energije u RS i EU, [14].....	32
Tabela 6 Projekcija potrebne energije za grejanje i hlađenje na globalnom nivou za period od 2010-2050. i Kaya indikatori, [15].....	34
Tabela 7 Projekcija potrebne energije za grejanje i hlađenje u RS za period od 2010-2030. i Kaya indikatori, na osnovu [7] .....	37
Tabela 8 Mere optimizacije eksploatacije tehničkih sistema, [18] [19] .....	40
Tabela 9 Mere unapređenja termotehničkih instalacija, [18] [19].....	40
Tabela 10 Mere poboljšanja termičkih karakteristika zgrade, [18] [19].....	41
Tabela 11 Uvođenje termotehničkih sistema koji koriste obnovljive izvore energije, [18] [19].....	41
Tabela 12 Ljudsko ponašanje koje doprinosi efikasnom i ekonomično korišćenje energije, [18] [19].....	41
Tabela 13 Sumarni prikaz literature u vezi sa finansijskim parametrima energetske sanacije .....	53
Tabela 14 Toplotni gubici i dobici u zgradama razvrstani prema mestu nastanka, [60].....	66
Tabela 15 Toplotni gubici i dobici u zgradama razvrstani prema načinu prenosa toplote, [60] .....	67
Tabela 16 Pregled metoda koje se koriste za ocenu potrebne energije i dinamičku simulaciju toplotnih gubitaka i zgradi (prema istraživanju u radu [70]) .....	79
Tabela 17 Pregled osnovnih karakteristika metoda za dinamičku simulaciju, najznačajnijih referenci i komercijalnih programa u kojima su implementirane .....	81
Tabela 18 Dimenzije i termičke karakteristike slojeva zida .....	106
Tabela 19 RMSE pri estimaciji i predikciji toplotnih flukseva za nekoliko odabranih vrednosti $N$ .....	133
Tabela 20 Vrednosti za optimalne parametar regularizacije za regularizacione operatore 4. i 5. reda ...	138
Tabela 21 Vremensko kašnjenje fluksa usled temperaturne pobude na osnovu estimovanih TIR funkcija za dva parametra regularizacije $L_{ns} = 4,5$ i analitičke vrednosti .....	145
Tabela 22 Poređenje dinamičkih termičkih parametara zida za tri frekvencije dobijenih na osnovu estimovanih TIR funkcija ( $G_{nm}$ ) i prema Standardu ISO13786 .....	153
Tabela 23 Koeficijent prolaza toplote za višeslojni zid dobijen na osnovu transfer funkcija $gnmt$ i na osnovu Standarda ISO 6946.2007 .....	160
Tabela 24 Satijeva skala vrednovanja alternativa, [159] .....	170
Tabela 25 Vrednosti RI slučajnih indeksa prema [159] .....	174
Tabela 26 Karakteristični preseci zidova u odnosu na relevantne periode građenja, [161].....	179
Tabela 27 Koeficijent prolaženja toplote za zgrade izgrađene u različitim periodima, [162], [150] .....	180

Tabela 28 Vrednost koeficijenta prolaženja toplove [W/m <sup>2</sup> K] za karakteristične spoljne zidove koji ne zadovoljavaju uslov iz Pravilnika [150], sa odstupanjem .....	183
Tabela 29 Termotehničke karakteristike osnovnog zida .....	183
Tabela 30 Termotehničke karakteristike alternativa sa EPS materijalom, Alternative 1-3 .....	188
Tabela 31 Termotehničke karakteristike alternativa sa VIP materijalom, Alternative 4-6.....	188
Tabela 32 Termotehničke karakteristike alternative sa materijalima na bazi aerogela, Alternative 7-9 ..	189
Tabela 33 Termotehničke karakteristike alternativa sa materijalom na bazi poliuretanske pene, Alternative 10-12 .....	189
Tabela 34 Rekapitulacija predloženih alternativa .....	191
Tabela 35 Usvojeni kriterijumi i podkriterijumi.....	193
Tabela 36 Vrednosti težinskih koeficijenata uz kriterijume za scenario S1 .....	195
Tabela 37 Vrednosti težinskih koeficijenata uz kriterijume za scenario S2-1 .....	196
Tabela 38 Vrednosti težinskih koeficijenata uz kriterijume za scenario S2-2.....	196
Tabela 39 Vrednosti težinskih koeficijenata uz kriterijume za scenario S3 .....	197
Tabela 40 Rekapitulacija scenarija odlučivanja .....	197
Tabela 41 Vrednosti podkriterijumskih funkcija u okviru K1-Energetski parametri .....	200
Tabela 42 Vrednosti podkriterijumskih funkcija u okviru K2-Ustrovi komfora .....	202
Tabela 43 Usvojeni parametri korišćeni pri proračunu podkriterijuma K3.1 - Ukupni troškovi.....	208
Tabela 44 Cena koštanja kWh struje u Republici Srbiji za male potrošače .....	209
Tabela 45 Procentualno učešće potrošnje energije prema cenovnim zonama za osnovni zid i alternative .....	209
Tabela 46 Usvojene vrednosti finansijskih stopa i dužine obračunskog perioda korišćene za proračun pojedinih troškova u toku obračunskog perioda.....	212
Tabela 47 Vrednosti podkriterijumskih funkcija u okviru K3- Finansijski parametri.....	214
Tabela 48 Vrednosti podkriterijumskih funkcija u okviru K4- Ekološki parametri .....	217
Tabela 49 Poređenje alternative po podkriterijumu K1.1 Koeficijent prolaza toplove .....	218
Tabela 50 Poređenje alternative po podkriterijumu K1.2 Transmisioni površinski gubici zida.....	218
Tabela 51 Poredanje alternative po podkriterijumu K2.1 Debljina fasadnog zida .....	219
Tabela 52 Poredanje alternative po podkriterijumu K2.2 Dekrement faktor.....	220
Tabela 53 Poredanje alternative po podkriterijumu K2.3 Vremensko kašnjenje .....	220
Tabela 54 Poredanje alternative po podkriterijumu K3.1 Inicijalna finansijska sredstva .....	221
Tabela 55 Poredanje alternative po podkriterijumu K3.2 Ukupni troškovi u fazi eksploatacije .....	221
Tabela 56 Poredanje alternative po podkriterijumu K3.3 Povratni period investicionih sredstava .....	222
Tabela 57 Poredanje alternative po podkriterijumu K4.1 Ekološki materijali .....	223
Tabela 58 Poredanje alternative po podkriterijumu K4.2 Emisija CO <sub>2</sub> .....	223
Tabela 59 Poredanje alternativa u odnosu na srednju vrednost podkriterijuma K1.1 u alternativama, izraženo u %.....	225
Tabela 60 Poredanje alternativa u odnosu na srednju vrednost podkriterijuma K1.2 u alternativama, izraženo u %.....	225

Tabela 61 Poređenje alternativa u odnosu na srednju vrednost podkriterijuma K2.1 u alternativama, izraženo u %.....	226
Tabela 62 Poređenje alternativa u odnosu na srednju vrednost podkriterijuma K2.2 u alternativama, izraženo u %.....	226
Tabela 63 Poređenje alternativa u odnosu na srednju vrednost podkriterijuma K2.3 u alternativama, izraženo u %.....	226
Tabela 64 Poređenje alternativa u odnosu na srednju vrednost podkriterijuma K3.1 u alternativama, izraženo u %.....	227
Tabela 65 Poređenje alternativa u odnosu na srednju vrednost podkriterijuma K3.2 u alternativama, izraženo u % .....	227
Tabela 66 Poređenje alternativa u odnosu na srednju vrednost podkriterijuma K3.3 u alternativama, izraženo u %.....	227
Tabela 67 Poređenje alternativa u odnosu na srednju vrednost podkriterijuma K4.1 u alternativama, izraženo u %.....	228
Tabela 68 Poređenje alternativa u odnosu na srednju vrednost podkriterijuma K4.2 u alternativama, izraženo u %.....	228
Tabela 69 Mere značajnosti razlika podkriterijumskih funkcija prema Satijevoj skali .....	229
Tabela 70 Matrica poređenja alternativa u odnosu na K1.1 prema Satijevoj skali.....	229
Tabela 71 Matrica poređenja alternativa u odnosu na K1.2 prema Satijevoj skali.....	230
Tabela 72 Matrica poređenja alternativa u odnosu na K2.1 prema Satijevoj skali.....	230
Tabela 73 Matrica poređenja alternativa u odnosu na K2.2 prema Satijevoj skali.....	230
Tabela 74 Matrica poređenja alternativa u odnosu na K2.3 prema Satijevoj skali.....	231
Tabela 75 Matrica poređenja alternativa u odnosu na K3.1 prema Satijevoj skali.....	231
Tabela 76 Matrica poređenja alternativa u odnosu na K3.2 prema Satijevoj skali.....	231
Tabela 77 Matrica poređenja alternativa u odnosu na K3.3 prema Satijevoj skali.....	232
Tabela 78 Matrica poređenja alternativa u odnosu na K4.1 prema Satijevoj skali.....	232
Tabela 79 Matrica poređenja alternativa u odnosu na K4.2 prema Satijevoj skali.....	232
Tabela 80 Mere značajnosti razlika podkriterijumskih funkcija prema Satijevoj skali, standardna devijacija = <i>jaka dominanatnost - 5</i> .....	242

## **SPISAK SLIKA:**

Slika 1	Energetska politika EU: EU ciljevi 20-20-20 za 2020. god. i prognoze iz 2014.....	13
Slika 2	Energetska politika EU: Novi ciljevi EU za 2030. godinu.....	14
Slika 3	Potrošnja finalne energije u energetske svrhe u RS po sektorima u period od 2013-2017. godine.....	24
Slika 4	Učešće potrošnje finalne energije u energetske svrhe u RS po sektorima za 2017. godinu.....	24
Slika 5	Učešće podsektora u potrošnja finalne energije u RS u energetske svrhe za 2017. godinu...	25
Slika 6	Uporedni prikaz učešća potrošnje finalne energije po sektorima u RS, zemljama OECD Evropa i Svetu [12], [13] .....	26
Slika 7	Potrošnja finalne energije u energetske svrhe u RS po energentima u period od 2013-2017. godine.....	27
Slika 8	Učešće enerenata u potrošnji finalne energije u RS u energetske svrhe za 2017. godinu.....	27
Slika 9	Učešće enerenata u potrošnji finalne energije u RS za 2017. godinu u sektoru Ostalo.....	28
Slika 10	Uporedni prikaz učešća enerenata u potrošnji finalne energije u RS, OECD Evropa i Svetu u sektoru Ostalo [12] .....	29
Slika 11	Uporedni prikaz potrošnje finalne energije u RS, OECD Evropa i Svetu u sektoru Zgradarstvo.....	29
Slika 12	Uporedni prikaz potrošnje energije u podsektoru Domaćinstva po energentima u RS, OECD Evropa i Svetu.....	30
Slika 13	Uporedni prikaz potrošnje energije u podsektoru Domaćinstva po nameni u RS, OECD Evropa i Svetu.....	31
Slika 14	Prosečna godišnja potrošnja toplote energije za grejanje u domaćinstvima u RS i EU, [14]....	31
Slika 15	Globalni trendovi različitih Kaya indikatora vezanih za potrošnju energije u zgradama za period 1980-2050.,[15], [7].....	35
Slika 16	EU trendovi različitih Kaya indikatora vezanih za potrošnju energije u zgradama za period 1980-2050., [15], [7].....	36
Slika 17	Šematski prikaz procesa optimizacije [21] .....	46
Slika 18	Hijerarhijska struktura zahteva zainteresovanih strana [41].....	49
Slika 19	Struktura troškova vezanih za potrošnju energije u objektu prema [42]: a) originalno iz Standarda, b) srpski prevod od strane autora disertacije.....	50
Slika 20	Složeni proces prenosa toplote kroz netransparentne delove omotača zgrade.....	58
Slika 21	Složeni proces prenosa toplote kroz transparentne delove omotača zgrade [58].....	59
Slika 22	Prikaz provođenja toplote kroz ravan homogeni zid: a) stacionarni uslovi; b) nestacionarni uslovi.....	61
Slika 23	Toplotni bilans zgrade, [59].....	65
Slika 24	5R1C termalni model zgrade.....	76
Slika 25	1D prenos toplote kroz ravan homogeni zid.....	87
Slika 26	Pobuda temperature na površinama zida $\delta$ -Dirakovim funkcijom.....	94
Slika 27	Merno mesto na spoljašnjoj strani zida.....	107

Slika 28 Postavka eksperimenta a) skica poprečnog preseka zida sa lokacijom senzora, i b) fotografiski prikaz postavljenih senzora na zidu.....	107
Slika 29 Fotografiski prikaz postavljene merne opreme.....	109
Slika 30 Blok šema za identifikaciju fizičkog modela sa MIMO dinamičkim sistemom.....	110
Slika 31 Blok dijagram za MIMO sistem sa 2 ulaza i 2 izlaza.....	112
Slika 32 Šematski prikaz procedure estimacija TIR funkcija sa mogućim aplikacijama.....	124
Slika 33 Slika 33 Termalne varijacije u period od 12.5 dana. a) varijacije temperature: crveno – na unutrašnjoj površini zida; zeleno – u središtu sobe; plavo – na spoljašnjoj strani zida; ljubičasto – vazduh sa spoljašnje strane; b) varijacije toplotnog fluksa: crveno – na unutrašnjoj površini zida; plavo – na spoljašnjoj strani zida.....	125
Slika 34 Furijerov spektar magnituda za merene diskrete signal sa redukovanim nultim harmonikom. Opseg dominantnih frekvencija je uvećan, a frekvencije označene crvenim krugom. a) $ Twef $ ; b) $Twi[f]$ ; c) $qwe[f]$ ; d) $qli[f]$ .....	127
Slika 35 Uvećan prikaz jednog segmenta merenih temperatura i odgovarajućih LOESS kriva: a) temperature na spoljašnjoj površini; b) temperature na unutrašnjoj površini.....	128
Slika 36 Uvećan prikaz jednog segmenta merenih toplotnih fluksova i odgovarajućih LOESS kriva: a) fluks na spoljašnjoj površini; b) fluks na unutrašnjoj površini.....	128
Slika 37 TIR koeficijenti $w_{11,o}$ , za $N_{11} = 100$ , crveno: originalna merenja; plavo: fitovani podaci. Prikaz prvih 25 koeficijenata je uvećan.....	130
Slika 38 TIR koeficijenti $w_{12,o}$ , za $N_{12} = 100$ , crveno: originalna merenja; plavo: fitovani podaci. Prikaz prvih 25 koeficijenata je uvećan. ....	130
Slika 39 TIR koeficijenti $w_{21,o}$ , za $N_{21} = 100$ , crveno: originalna merenja; plavo: fitovani podaci. Prikaz prvih 25 koeficijenata je uvećan. ....	131
Slika 40 TIR koeficijenti $w_{22,o}$ , za $N_{22} = 100$ , crveno: originalna merenja; plavo: fitovani podaci. Prikaz prvih 25 koeficijenata je uvećan. ....	131
Slika 41 RMSE pri estimaciji i predikciji toplotnog fluksa a) na unutrašnjoj i b) spoljašnjoj površini zida za različite vrednosti $N$ . Crvena boja: greška estimacije za set podataka [N+1:1800]; plava linija: greška estimacije za set podataka [1801:3600]. Osenčeni deo označava preporučeni opseg za $N$ u smislu najmanjeg RMSE.....	133
Slika 42 Estimacija i predikcija toplotnog fluksa na unutrašnjoj površini zida za $N = 100$ . Estimacija: odbirci [N+1:1800]; predikcija: odbirci [1801:3600]. Crna linija: referentni signal; plava linija: $qli$ na osnovu sirovih podataka; crvena linija: $qli$ na osnovu fitovanih podataka.....	135
Slika 43 Estimacija i predikcija toplotnog fluksa na unutrašnjoj površini zida za $N = 100$ . Estimacija: odbirci [N+1:1800]; predikcija: odbirci [1801:3600]. Crna linija: referentni signal; plava linija: $qli$ na osnovu sirovih podataka; crvena linija: $qli$ na osnovu fitovanih podataka.....	135
Slika 44 Krivine za $L$ -krive u funkciji parametra regularizacije $\lambda n = 1,2$ a ) $n=1$ ; b) $n=2$ ; za dva diferencijalna regularizaciona parametra $Ln4$ i $Ln5$ .....	138
Slika 45 $L$ -krive za parametar regularizacije $Ln=1,2S=4,5$ ; optimalna vrednost za parametar $\lambda$ je označena crvenom.....	139
Slika 46 Uticaj vremenskih intervala tnm na rezidualne norme $\chi_n$ , $n = 1,2$ : a) $\chi_1(t_{11}, t_{12} = 120h)$ ; b) $\chi_2(t_{22}), t_{21} = 120h$ ; c) $\chi_1(t_{12}), t_{11} = 100h$ ; d) $\chi_2(t_{21}), t_{22} = 100h$ .....	140
Slika 47 Poboljšana estimovana TIR funkcija $g_{11t}$ za dva parametra regularizacije $Lns = 4,5$ i odgovarajuća analitička funkcija. a) period od $t = 0 - 1.5h$ ; b) period od $t = 0.6 - 24h$ ; c) period od $t = 24 - 100h$ .....	142

Slika 48 Poboljšana estimovana TIR funkcija $g22t$ za dva parametra regularizacije $Lns = 4,5$ i odgovarajuća analitička funkcija. a) period od $t = 0 - 1.5h$ ; b) period od $t = 0.6 - 12h$ ; c) period od $t = 24 - 100h$ .....	143
Slika 49 Poboljšana estimovana TIR funkcija $g12t$ za dva parametra regularizacije $Lns = 4,5$ i odgovarajuća analitička funkcija.....	144
Slika 50 Poboljšana estimovana TIR funkcija $g21t$ za dva parametra regularizacije $Lns = 4,5$ i odgovarajuća analitička funkcija.....	144
Slika 51 Poboljšana predikcija toplotnog fluksa na a) unutrašnjoj i b) spoljašnjoj površini zida i odgovarajuća merenja toplotnih fluksova.....	146
Slika 52 a) Modul i b) argument Furijeove transformacije estimovane i analitičke TIR funkcije $g11$ . $G11 = FTg11$ .....	151
Slika 53 a) Modul i b) argument Furijeove transformacije estimovane i analitičke TIR funkcije $g22$ . $G22 = FTg22$ .....	151
Slika 54 a) Modul i b) argument Furijeove transformacije estimovane i analitičke TIR funkcije $g21$ . $G12 = FTg12$ .....	152
Slika 55 Ukupni kumulativni transmisioni gubici toplote kroz zid i akumulacija toplote u zidu u period od 100h. Rezultati dobijeni iz estimovanih TIR funkcija in a osnovu eksperimentalnih merenja.....	155
Slika 56 Promena unutrašnjeg koeficijenta prelaza toplote, toplotnog fluksa i temperatura u periodu od 10h do 19h za dane 5. 6. i 7. april 2016. godine. Crvena: $\alpha_{wi}$ - predikcija; crna: $\alpha_{wi}$ -referentni signal; ljubičasta: $qwi, o$ ; oker: $qwi$ ; plava: $Twi - Ti$ :temperaturna razlika.....	157
Slika 57 Promena spoljašnjeg koeficijenta prelaza toplote, toplotnog fluksa i temperatura u periodu od 10h do 19h za dane 5. 6. i 7. april 2016. godine. Crvena: $\alpha_{we}$ - predikcija; crna: $\alpha_{we}$ -referentni signal; ljubičasta: $qwe, o$ ; oker: $qwe$ ; plava: $Twe - Te$ :temperaturna razlika.....	158
Slika 58 Opšti hijerarhijski model AHP.....	169
Slika 59 Struktura stambenog fonda po periodima izgradnje, [161].....	175
Slika 60 Debljina termoizolacije na stambenim zgradama u Srbiji prema istraživanju [161].....	177
Slika 61 Panel sa vakumskom izolacijom (VIP); a) struktura, b) izgled.....	185
Slika 62 a) Aerogel malter; b) Aerogel tkanina.....	187
Slika 63 Higerarhijski AHP model za optimizaciju izbora građevinskih mera.....	194
Slika 64 Ilustracija proračuna rezidualne vrednosti komponenti sistema tokom obračunskog perioda $T$ , [42].....	207
Slika 65 Rangiranje alternativa prema scenariju S1 sa prikazom relativne važnosti u odnosu na cilj i prikazom preference donosioca odluke.....	233
Slika 66 Rangiranje izabranih alternativa prema pojedinačnim kriterijumima.....	234
Slika 67 Rangiranje alternativa prema scenariju S2-1 sa prikazom relativne važnosti u odnosu na cilj i prikazom preference donosioca odluke.....	236
Slika 68 Rangiranje alternativa prema scenariju S2-2 sa prikazom relativne važnosti u odnosu na cilj i prikazom preference donosioca odluke.....	237
Slika 69 Rangiranje alternativa prema scenariju S3 sa prikazom relativne važnosti u odnosu na cilj i prikazom preference donosioca odluke.....	238
Slika 70 Osetljivost rešenja na kriterijum K3 Finansijski parametri.....	239
Slika 71 Osetljivost rešenja na kriterijum K1 Energetski parametri.....	240
Slika 72 Grafički prikaz rezultata poređenja.....	241

Slika 73 Grafički prikaz rezultata poređenja prema novom kriterijumu za poređenje.....	242
Slika 74 Rangiranje alternativa prema novom kriterijumu poređenja za scenariji S1 sa prikazom relativne važnosti u odnosu na cilj.....	243
Slika 75 Osetljivost rešenja na kriterijum K3 Finansijski parametri prema novom kriterijumu poređenja.....	244
Slika 76 Uporedni prikaz rangiranja alternativa za različite stope inflacije el. energije za S1 scenario; a) 0% inflacija; b) 3% inflacija; c) 3-5% inflacija.....	245
Slika 77 Uporedni prikaz rangiranja alternativa za različite stope inflacije el. energije za S2-1 scenario; a) 0% inflacija; b) 3% inflacija; c) 3-5% inflacija.....	246

## 1 UVOD

Ceo svet se suočava sa dva velika energetska problema. Prvi je nedostatak energije i nesigurnost u njenom snabdevanju, a drugi je zagađenje okoline i klimatske promene uzrokovane uglavnom prevelikom i neracionalnom potrošnjom energije.

Na bazi istraživanja koje je sproveo časopis *Oil and Gas Jurnal* i *World Oil*, uz vrlo optimistične pretpostavke koje se navode, rezerve primarnih energetskih izvora bile bi dostupne za sledeće vremenske periode: (1) ugalj, 417 godina; (2) nafta, 43 godine, (3) zemni gas, 167 godina. Navedeni rezultati istraživanja važe pod pretpostavkom da eksploatacija primarnih energetskih izvora ostane na istom nivou za navedeni broj godina i da će se rezerve obnavljati. U stvarnosti potrošnja sva tri resursa se povećava. Svuda u svetu je prihvaćeno da dosadašnji, nekontrolisan pristup potrošnji energije nije održiv.

Energetska efikasnost je jedna od najvažnijih tema u Evropskoj uniji (EU), a Akcioni plan EU o zajedničkoj energetskoj politici označen je kao *istorijski dogovor*. EU je postavila sebi ciljeve da do 2020. godine energetska efikasnost poveća za 20%, da se udeo obnovljivih izvora energije poveća za 20% i da se emisija ugljen-dioksida smanji za 20%. Preporuke direktiva koje je donela zajednica evropskih zemalja su da u ostvarivanju ovih ciljeva prioritet treba dati održivoj potrošnji energije, kroz racionalno planiranje same potrošnje, te kroz implementaciju mera energetske efikasnosti u sve segmente energetskog sistema jedne zemlje.

Prema najnovijim podacima koje je objavila Međunarodna agencija za energetiku (engl. *International Energy Agency*, IEA), potrošnja energije u sektoru zgradarstva predstavlja 36% od ukupne svetske potrošnje energije, gde najveći deo, 26%, odlazi na stambene zgrade, dok na sektor transporta odlazi 27%, a potrošnja u industrijskom sektoru je 28% od ukupne svetske potrošnje energije [1]. Prema istraživanjima ove Agencije, postrojenja koja proizvode energiju koja se koristi u zgradarstvu su odgovorna za oko 30% svetske emisije štetnih gasova koji proizvode efekat staklene bašte (Greenhouse gases, GHG: H<sub>2</sub>O, CO<sub>2</sub>, CH<sub>4</sub>, N<sub>2</sub>O, O<sub>3</sub>), dok je preostali deo industrijskog sektora odgovoran za 16.8%, sektor transporta 14%, a poljoprivedni sektor 12.5% od ukupne

svetske emisije štetnih gasova. Prema ovim istraživanjima, od ukupne količine emitovanih štetnih gasova, ugljen-dioksid čini 72%. Imajući u vidu ova istraživanja koja je sprovela IEA, može se zaključiti da su zgrade najveći pojedinačni potrošači energije, sa tendencijom porasta u skladu sa porastom standarda stanovništva kao i da na posredan način, preko postrojenja koja proizvode energiju koju one troše, značajno utiču na zagađenje okoline, jer trend povećanja potrošnje energije dovodi do povećanja emisije ugljen-dioksida. Prema tome, sa pravom se smatra da energetska efikasnost u zgradarstvu jeste oblast koja ima veliki doprinos u rešavanju navedena dva problema: smanjenju potrošnje energije i smanjenju zagađenja okoline.

Predmet istraživanja u ovoj disertaciji jeste energetska efikasnost u stambenim zgradama u delu koji se odnosi na smanjenje potrebne energije za grejanje. Uže gledano, predmet istraživanja su bile (1) metode za proračun i procenu topotnih gubitaka termičkog omotača zgrade u nestacionarnim uslovima prenosa toplote i (2) višekriterijumske modeli za izbor i ocenu energetske efikasnosti građevinskih mera primenjenih prilikom izgradnje novih ili energetske sanacije postojećih zgrada.

Prethodna istraživanja su pokazala sledeće.

1. Zgrade su najveći pojedinačni potrošači energije, sa tendencijom porasta u skladu sa porastom standarda stanovništva. Postrojenja koja proizvode energiju koju troše zgrade su veliki zagađivači okoline. Energetska efikasnost u zgradarstvu jeste oblast koja ima najveći potencijal u rešavanju problema smanjenja potrošnje energije i na posredan način, u rešavanju problema smanjenja zagađenja okoline.
2. Jedan od ključnih momenata za razvoj energetske efikasnosti u zgradarstvu i stvaranje uslova za implementaciju mera energetske efikasnosti jeste sveobuhvatan i harmonizovan institucionalni i pravni okvir u ovoj oblasti u svetu, koji se permanentno razvija u poslednje dve decenije. Proklamovani kratkoročni i dugoročni strateški ciljevi, u okviru Strategije 2020, kao i inovirani ciljevi Strategije 2030, i ciljevi definisani u dokumentu Mapa puta ka konkurentnoj niskougljeničnoj ekonomiji do 2050. godine., su motori razvoja društva u ekonomskom, socijalnom, tehnološkom i naučnom smislu.

Zahtev za povećanjem broja zgrada gotovo nulte potrošnje energije, je povukao za sobom to da se danas u svetu ulažu veliki napor i da se razviju metode kojima će se precizno i tačno računati potrebna energija u ovim zgradama, ali koje neće biti robusne, ni po pitanju hardverske podrške, ni vremena potrebnog za obradu podataka i koje bi mogle da se implementiraju u već postojeće programe za energetsku simulaciju zgrada, i time eliminisu glavne prepreke na putu ka njihovoj širokoj primeni u inženjerske svrhe.

Zahtev za definisanim poredbenog metodološkog okvira za izračunavanje troškovno optimalnih nivoa (razreda) za postizanje minimalnih zahteva energetske efikasnosti za zgrade i građevinske elemente, je povuklo za sobom razvoj metoda za rešavanje problema višekriterijumske optimizacije i razvoj optimizaconih modela koji integrišu u sebe fizički model zgrade, koji na dovoljno dobar način simulira sve energetske procese u zgradama, i sa druge strane integriše adekvatan ekonomski model koji sagledava ekonomsku i finansijsku isplativost objekta sa aspekta potrošnje/uštede energije u toku eksploatacije samog objekta.

3. Tokom proteklih nekoliko decenija razvijana su brojna sofisticirana softverska rešenja za numeričku simulaciju potrebne energije u zgradama. Osim onih jednostavnih softverskih rešenja, koja uključuju jednodimenzionalne (1D) stacionarne procese prenosa topline i koja nisu primenljiva tamo gde nam je potrebna visoka preciznost proračuna, većina programskih modela, koji posmatraju zgradu u realnim uslovima, napravljena je za specifične namene (model odgovara samo konkretnom objektu i njegovom okruženju), i osim onih koji su ih napravili, teško ih mogu koristiti ostali.
4. Danas je težnja u svetu da se razviju sveobuhvatni optimizacioni modeli koji će pored fizičkog i ekonomskog modela integrisati i modele za procenu postignutih uslova komfora u objektu kao i ocenu zgrade sa ekološkog aspekta, i time pružiti kompletну informaciju svim zainteresovanim stranama za realizaciju projekta, u vezi sa prednostima i nedostacima predloženih varijanti i to u dugoročnom periodu. Definisanje optimalne strukture i način formiranja matematičkog modela, koji u sebi sadrži sve navedene aspekte optimizacije, a koji je lako

primenljiv u inženjerske svrhe je aktuelni zadatak koji je naučna zajednica postavila sebi.

Na osnovu zaključaka izvedenih iz prethodnih istraživanja postavljen je generalni cilj istraživanja u okviru disertacije: da se definiše model koji će da pruži podršku projekt menadžeru u procesu donošenja odluka vezanih za izgradnju novih energetski efikasnih zgrada, ili pri energetskoj sanaciji postojećih zgrada, sa ciljem uspostavljanja bilansa između svih ispoljenih suprotnosti, konfliktnih ciljeva, neizvesnosti i ograničenja u okviru projekta i između svih zainteresovanih strana za realizaciju projekta. Definisani model, u delu procene potrebne energije za grejanje, bi trebao da odgovori zahtevima koje nalaže i objekti najviše energetske efikasnosti, u sledećem smislu: (1) nezanemarivanja promenljih vremenskih uslova u kojima egzistiraju zgrade, kao što su varijacije temperature na dnevnom, sezonskom, godišnjem i višegodišnjem nivou, varijacije u količini vlage u vazduhu, sunčeva radijacija, prisutnost različitih čestica i/ili jedinjenja u atmosferi, kao ni (2) nezanemarivanja prirodne degradacije materijala kroz vreme, kada je u pitanju energetska sanacija objekata, čak i za nepoznate strukture i (3) uzimajući u obzir prethodno navedene zahteve, model ima zadatak da obezbedi visoku preciznost u proračunu toplotnih gubitaka objekta. Definisani model u procesu pronalaženja najboljeg mogućeg rešenja koje odgovara većini zainteresovanih strana, ili u manjoj ili većoj meri svima, bi trebalo da uzme u obzir: (1) sve značajne aspekte energetske sanacije zgrade, pre svega ekološke, finansijske i sociološke, kao i da uzme u obzir (2) sve značajne potencijalne poremećaje i/ili faktore koji mogu da nastanu u mikro i makro okruženju objekta u toku celog perioda eksploatacije objekta. Ovde se pre svega misli na pojavu inflacije kao i depresijaciju i apresijaciju novca u vremenu.

S obzirom na postavljeni generalni cilj, prvi konkretan cilj je bio da se na bazi teorijske analize i eksperimentalnog istraživanja definiše novi pristup za proračun toplotnih gubitaka zgrade, a koji se zasniva na estimaciji funkcija Termalnog impulsnog odziva (TIR) zida sa nepoznatim termičkim svojstvima, strukturom i dimenzijama. Za potrebe realizacije navedenog cilja u okviru istraživanja sprovedena su eksperimentalna merenja na jednom stambenom objektu u Beogradu. U okviru postavke eksperimenta osmišljena je specifična eksperimentalna tehnika za istovremeno *in-situ* merenje površinskih

temperatura i toplotnih flukseva na unutrašnjoj i spoljašnjoj strani zida u nestacionarnim uslovima prenosa toplote.

Na ovaj način, u disertaciji dobijene TIR funkcije opisuju ponašanje zida u realnim atmosferskim uslovima u kojima zgrada egzistira, i zavise od trenutnih termičkih i fizičkih karakteristika materijala u strukturi objekta. Dobijene TIR funkcije su korištene za procenu toplotnih gubitaka termičkog omotača zgrade u dinamičkom režimu, akumulaciju topline u zidu, procenu svih dinamičkih termičkih karakteristika zida, kao što su: dekrement faktor; vremensko kašnjenje amplitude temperature i amplitude toplotnog fluksa; i površinski toplotni kapaciteti. Na bazi dobijenih TIR funkcija određene su neke karakteristike zida u stacionarnom režimu, kao što je koeficijent prolaza topline kroz zid (konduktivni deo). S obzirom na nezanemarivanje realnih uslova u kojima se vrši prenos topline, novi pristup za estimaciju TIR funkcija bi mogao da se integriše u ona softverska rešenja za detaljne dinamičke simulacije koja modeluju toplotne gubitke termičkog omotača zgrade u dinamičkom režimu.

Drugi konkretan cilj je bio da se na bazi analize postojećih optimizacionih modela opisanih u svetskoj literaturi, razvije sveobuhvatan višekriterijumski model za optimizaciju izbora građevinskih mera u cilju smanjenja potrebne energije za grejanje u zgradama, koji će donosiocu odluke pružiti potpunu informaciju o posledicama investicione odluke u smislu prednosti i nedostataka koje investiciona odluka nosi sa sobom u dugoročnom periodu.

U okviru disertacije je razvijen sveobuhvatni model koji izbor optimalne građevinske mere ili grupe mera posmatra kroz četiri aspekta: 1) ekonomski aspekt, 2) upotreba resursa, 3) uticaj na životnu sredinu i 4) zadovoljenje uslova komfora. Za svaki aspekt definisan je niz indikatora i ustanovljena procedura za njihovu kvantifikaciju. Predloženi indikatori preko kojih se ocenjivala energetska efikasnost alternativa su: inicijalna investiciona sredstva, ukupni troškovi u eksploatacionom veku objekta, povratni period investicionih sredstava, smanjenje emisije štetnih gasova koji nastaju u procesu proizvodnje potrebne energije za grejanje tokom eksploatacije objekta, primena ekoloških materijala, toplotni gubici kroz termički omotač objekta, kao i termičke karakteristike omotača zgrade, kako one koje karakterišu omotač u statičkom tako i one

koje karakterišu omotač u dinamičkom režimu prenosa toplote, kao i povećanje debljine fasadnog zida pri sanaciji.

Rezultati istraživanja prikazani u ovoj disertaciji su objavljeni 2018. god. u jednom od najprestižnijih svetskih časopisa iz oblasti optimalnog korišćenja energije u inženjerskoj praksi, *Applied Energy*, (IF2016=7.50), [2].

Tekst disertacije organizovan je u sedam poglavlja.

1. Prvo poglavlje je UVOD.
2. U drugom poglavlju (ANALIZA LITERATURE I TEORIJSKA RAZMATRANJA) prvo je prikazan pravni i institucionalni okvir EU i RS u oblasti energetske efikasnosti u zgradarstvu, gde je kasnije na bazi pratećih dostupnih svetskih i domaćih izvora podataka urađena analiza stanja i mogućnosti za smanjenje potrošnje energije i date su prognoze potrošnje energije u sektoru zgradarstva u svetu i kod nas, sa akcentom na potrošnju energije u podsektoru *Domaćinstva*. U cilju rešavanja problema energetske optimizacije zgrada analizirana je višekriterijumska optimizacija kao alat za rešavanje ovih problema i dat je pregled modela višekriterijumske optimizacije za rešavanje problema energetske optimizacije zgrada, koji su razvijeni u svetu u poslednjoj deceniji. U drugom delu ovog poglavlja definisani su opšti principi prenosa toplote u zgradama i definisan toplotni bilans zgrade, s obzirom na to da je poznavanje i jednog i drugog od ključnog značaja za definisanje pouzdanog matematičkog modela na kojem se zasniva proces uspešne energetske optimizacije zgrade. Na kraju drugog poglavlja dat je pregled, trenutno u svetu razvijenih metodologija za određivanje godišnje potrebne energije za grejanje u zgradama.
3. U trećem poglavlju (EKSPERIMENTALNA ISTRAŽIVANJA PRENOSA TOPLOTE KROZ TERMIČKI OMOTAČ ZGRADE) prikazani su rezultati eksperimentalnog istraživanja karakteristika termičkog omotača zgrade sprovedenog u realnim atmosferskim uslovima. Detaljno je prikazan postupak dobijanja TIR funkcija zida sa nepoznatim termičkim svojstvima, strukturom i dimenzijama, zasnovan na: (1) podacima iz *in-situ* eksperimentalnih merenja površinskih temperatura i toplotnih flukseva na unutrašnjoj i spoljašnjoj strani

zida u dinamičkom režimu i (2) identifikaciji termičkih sistema sa dinamičkim linearno vremenski invarijantnim sistemima (engl. *linear time invariant (LTI) system*). Prikazani postupak dobijanja TIR funkcija predstavlja novi pristup jer koristi samo *in-situ* eksperimentalna merenja, a ne projektovane termičke i fizičke karakteristike slojeva zida. U okviru ovog poglavlja detaljno je prikazan i postupak dobijanja analitičkog rešenja za istoimene funkcije, rešavanjem Furijeove jednačine provođenja toplote za ravan heterogeni zid beskonačnih dimenzija u nestacionarnim uslovima. Analitičko rešenje je dobijeno rešavanjem parcijalne diferencijalne jednačinu drugog reda (1D problem) sa mešovitim graničnim uslovima koji vladaju na površinama zida i jednim početnim uslovom. Prema najnovijim saznanjima autora ove disertacije, analitičko rešenje termalnih transfer funkcija u vremenskom domenu za ravan višeslojni zid, gde na obe njegove krajnje površine vladaju promenljivi granični uslovi po pitanju temperature i toplotnog fluksa, je prvi put prikazano u ovoj disertaciji. Sva druga analitička rešenja koja se nalaze u svetskoj literaturi, podrazumevaju ili uprošćene granične uslove (temperatura i/ili fluks na jednoj strani zida su konstantne) ili su izvedena za homogenu strukturu zida. Na kraju ovog poglavlja, prikazana je praktična primena eksperimentalno dobijenih TIR funkcija kroz četiri studije slučaja. Prikazane su sledeće studije: (1) Određivanje svih dinamičkih termičkih parametara zida definisanih u Standardu ISO:13786 ; (2) Određivanje površinskih transmisionih gubitaka toplote kroz zid i određivanje akumulacije toplote u zidu; (3) Određivanje koeficijenta prelaza toplote; (4) Određivanje koeficijenta prolaza toplote.

4. U četvrtom poglavlju (PRIMENA VIŠEKRITERIJUMSKE ANALIZE NA IZBOR GRAĐEVINSKIH MERA U CILJU SMANJENJA TOPLOTNIH GUBITAKA ZGRADE) predstavljen je drugi deo istraživanja koji se odnosi na predlog pristupa za izbor energetski efikasnih građevinskih mera sa ciljem smanjenja potrebne energije za grejanje u stambenim zgradama. Predloženi pristup se zasniva na sveobuhvatnoj analizi predloženih mera, u smislu sagledavanja različitih aspekata primene konkretnih mera u toku eksploatacionog veka objekta. U ovom poglavlju predložen je višekriterijumska optimizacioni model koji izbor građevinskih mera sagledava kroz četiri

parametra (kriterijuma): 1) Energetski parametri; 2) Uslovi komfora; 3) Finansijski parametri i 4) Ekološki parametri, gde je za kvantifikaciju svakog parametra predloženo 2-3 indikatora (ukupno 10 indikatora). Pored topotnih gubitaka kroz omotač zgade i vrednosti koeficijenta prolaza topote, kao do sada najčešće korišćenih indikatora energetske efikasnosti, predložni pristup podrazumeva uvođenje dinamičkih termičkih karakteristika zida, koji direktno odslikavaju topotnu akumulativnost zida i nivo komfora u objektu. Predloženi indikatori finansijskih parametara su: 1) inicijalna investiciona sredstva, 2) ukupni troškovi u fazi eksploatacije i 3) povratni period investicionih sredstava, gde je za proračun navedenih vrednosti uzeta u obzir vrednost novca kroz vreme. Ekološki parametri su procenjivani kvantitativno, preko vrednosti za količinu emisije ugljen-dioksida koju emituju postrojenja koja proizvode potrebnu energiju za zagrevanje objekta u fazi eksploatacije, ali i kvalitativno, analizom i ocenom ugrađenih materijala sa aspekta ekologije. Na osnovu svega, u ovom poglavlju je definisan hijerarhijski model zasnovan na metodi Analitički hijerarhijski proces – AHP, koji je primenjen u okviru studije slučaja za izbor građevinskih mera pri energetskoj sanaciji fasadnog zida od opeke d=38cm, bez termoizolacije, obostrano malterisan. Izbor osnovnog zida u studiji slučaja je urađen na osnovu prethodno urađene analize strukture termičkog omotača stambenih zgrada u Srbiji. Model je proširen uvođenjem koncepta superiornosti pojedinih parametara i indikatora u cilju lakšeg dolaska do superiornog rešenja i ocene konzistentnosti istog. Predloženi sveobuhvatni optimizacioni model se razlikuje u odnosu na druge, u svetskoj literaturi definisane modele, u tome što problem optimizacije energetske efikasnosti zgrada istovremeno posmatra kroz četiri, u svetskoj literaturi definisana najznačajnija aspekte energetske efikasnosti: 1) ekonomski aspekt, 2) upotreba resursa, 3) uticaj na životnu sredinu i 4) zadovoljenje uslova komfora. Većina modela tretira samo dva od četiri navedena aspekta. Druga razlika i prednost je u tome što predloženi model uvodi u razmatranje dinamičke termičke parametre zida koji odslikavaju ponašanje zida u realnim atmosferskim uslovima.

5. U petom poglavlju (ZAKLJUČAK, OGRANIČENJA I PRAVCI DALJIH ISTRAŽIVANJA) sumirani su ostvareni rezultati rada i data zaključna

razmatranja, navedena su ostvarena naučna dostignuća, ograničenja koja su uvedena u toku istraživanja i pravci daljih istraživanja sa navođenjem dosada ostvarenih rezultati u okviru daljih istraživanja.

6. Šesto poglavlje čini pregled korišćene literature, ukupno 185 referenci.
7. Sedmo poglavlje čini sedam priloga. U prilozima su data sva analitička izvođenja vezana za fizički i matematički model eksperimenta, kao i odgovarajući računarski kodovi kreirani u programu MATLAB.

## 2 ANALIZA LITERATURE I TEORIJSKA RAZMATRANJA

### 2.1 ANALIZA STANJA I MOGUĆNOSTI SMANJENJA POTROŠNJE ENERGIJE ZA GREJANJE U ZGRADAMA U SVETU I KOD NAS

#### 2.1.1 Pravni i institucionalni okvir EU u oblasti energetske efikasnosti u zgradarstvu

Evropska unija posmatrana kao celina, po podacima Svetske banke i Međunarodnog monetarnog fonda – MMF-a iz 2013. godine, predstavlja drugu svetsku ekonomiju, odmah posle Sjedinjenih Američkih Država a po potrošnji energije je treći region u svetu, posle Azije i Severne Amerike [3].

Evropska unija je 2000. godine, u Lisabonu usvojila strategiju razvoja poznatu kao Lisabonska strategija sa strateškim ciljevima "da Evropska Unija (EU) do 2010. godine, postane najkonkurentnija i najdinamičnija privreda na svetu, zasnovana na znanju, sposobna da ostvari održivi ekonomski rast sa većim brojem i kvalitetnijim radnim mestima i jačom socijalnom kohezijom" [4]. Nažalost, finansijska i ekonomска kriza je tokom 2008-2009. godine dovela do znatnog pada privrednih aktivnosti čime je gotovo poništена većina rezultata usko vezanih za Lisabonske ciljeve. Prema izveštaju Evropske komisije [5] samo u 2009. godini, Bruto domaći proizvod (BDP) na nivou EU pao je za 4%. U periodu od marta 2008. do decembra 2009. godine, nezaposlenost se povećala za 7 miliona, dok je industrijska proizvodnja pala za 20%. Neostvareni strateški ciljevi EU su za posledicu imali otpočinjane procesa stvaranja novog strateškog okvira za razvoj u periodu od 2010. do 2020. godine, koji je rezultirao dokumentom Evropske komisije "Evropa 2020: strategija za pametni, održivi i inkluzivni rast", [6]. Dokument Evropa 2020 postavlja viziju EU kao unije zasnovane na principima socijalno odgovorne tržišne ekonomije, fokusirajući se na tri međusobno povezana prioriteta: 1) pametan rast - razvoj ekonomije zasnovane na znanju i inovacijama; 2) održivi rast - istovremeno podstiče konkurentnost i proizvodnju koja se efikasnije odnosi prema resursima; 3) inkluzivni rast – bolja participacija na tržištu rada, borba protiv siromaštva i socijalna kohezija. Strategija kroz pet kvantitativnih ciljeva definiše gde bi EU trebalo da bude 2020 godine, gde među glavnim ciljevima navodi

ostvarenje klimatsko-energetskog cilja „20/20/20“, usvojenog još 2007. godine od strane Evropskog saveta, koji podrazumeva da se do 2020. godine smanji za 20% emisija gasova koji izazivaju efekat staklene bašte u odnosu na 1990. godinu, (ili čak za 30% ako dozvole uslovi), 20% poveća učešća obnovljivih izvora energije u potrošnji električne energije i unapredi energetska efikasnost kroz smanjenje primarne potrošnje energije za 20% u poređenju sa projektovanim nivoima.

Energetska efikasnost predstavlja srce Strategije Evropa 2020 i put ka prelasku na resursno-efikasnu ekonomiju Evrope. Strategija 2020 vidi energetsku efikasnost kao najveći resurs za razvoj ne samo energetskog sektora već i razvoj privrede u celini u EU i šire, istovremeno povećavajući sigurnost u snabdevanju energijom na najisplativiji način i pružajući veliki doprinos zaštiti životne sredine kroz smanjenje emisije gasova staklene bašte i drugih zagađujućih materija.

Odgovarajući na poziv Evropskog saveta od 4. februara 2011. godine da preduzme odlučnu akciju u pravcu iskorišćavanja značajnog potencijala za uštedu energije u sektoru zgradarstva, transporta, usluga i procesa, i obezbedi realizaciju strateškog klimatsko-energetskog cilja „20/20/20“, Evropska komisija je razvila sveobuhvatni novi Plan za energetsку efikasnost (engl. *Energy Efficiency Plan, EEP 2011*). U okviru dokumenta *EEP 2011* istaknuto je da najveći potencijal za uštedom energije leži u sektoru zgradarstva. Postojeće zgrade su odgovorne za oko 40% ukupne svetske potrošnje primarne energije, od čega dve trećine (67%) odlazi na zagrevanje prostora, i uzrok su oko 36% svetske emisije ugljen-dioksida ( $\text{CO}_2$ ). *EEP 2011* se fokusira na instrumente koji bi trebalo da pokrenu proces renoviranja javnih i privatnih zgrada i poboljšanje energetskih performansi komponenata i uređaja koji se koriste u njima.

Evropske države su se obavezale da u svoje strategije energetskog razvoja i zaštite životne sredine ugrade planove za poboljšanje efikasnosti potrošnje energije i upotrebu obnovljivih izvora energije i da implementiraju zakonski okvir u kojem će ti planovi biti realizovani.

Kako bi se osiguralo ostvarivanje krovnog cilja, povećanje energetske efikasnosti Unije za 20% do 2020. i otvorio put daljim poboljšanjima energetske efikasnosti nakon te godine, Evropska Komisija je donela set Evropskih Direktiva (engl. *European Directives*) u kojima se definišu mehanizmi i principi koji moraju biti primenjeni u

svakoj državi članici, kao i potencijalnim državama članicama, a koji bi služili kao platforma za regulative i propise u građevinarstvu.

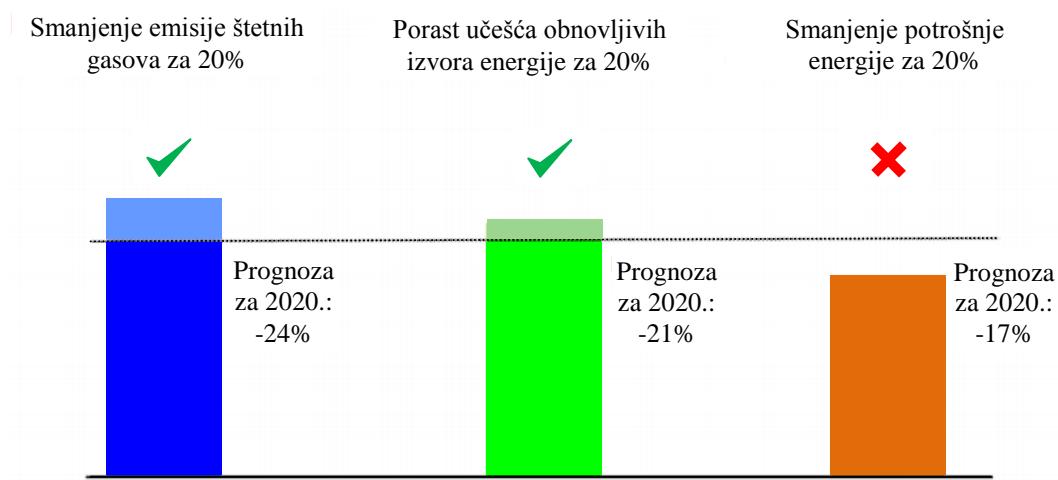
Najvažnije EU direktive za energetsку efikasnost zgrada su: Direktiva o energetskim karakteristikama zgrade, donesena još 2002. godine.(engl. *Directive 2002/91/EC of the European Parliament and of the Council of 16 December 2002 on the energy performance of buildings, EPBD*), i Direktiva o energetskoj efikasnosti (engl. *Directive 2012/27/eu of the European parliament and of the Council of 25 October 2012 on energy efficiency, EED*). Osnovni cilj EPBD direktive je praktičan pristup i promovisanje isplativosti poboljšanja sveukupnog energetskog učinka zgrade. Ova direktiva daje generalni okvir za zajedničku metodologiju proračuna energetske efikasnosti zgrada, propisuje zahteve za energetsku efikasnost novih zgrada i postojećih zgrada kojima treba energetska sanacija, energetsku sertifikaciju zgrada, i nalaže inspekciju kotlova i sistema za klimatizaciju u zgradama. U direktivi EPBD navedene su mere koje je potrebno preduzeti za povećanje efikasnosti, ali je zemljama članicama ostavljena mogućnost da primenjuju i druge mere za postizanje istog cilja, u skladu sa sopstvenim zakonodavstvom i specifičnom situacijom u pojedinim zemljama. U Direktivi se navode standardi za proračun energetskih karakteristika zgrada, a veliki spektar pratećih standarda koji tretiraju, kako energetiku zgrade, tako i kvalitet unutrašnjeg prostora, sistematizovan je i pretočen u prateću platformu Direktive, kroz definisanje opšteg dokumenta, *Umbrella*. Da bi se pojačali zahtevi za energetskim karakteristikama zgrada i obezbedila mogućnost ostvarivanja ciljeva iz strategije Evropa 2020, Evropska komisija je 2010. godine prerađila direktivu EPBD (EPBD Recast) uvodeći glavnu novinu da sve nove zgrade treba da do 31.12.2020. budu zgrade *nulte energije*, (engl. *zero energy*) tj. potpuno energetski efikasne, što znači da ne troše energiju iz mreže i ne doprinose povećanju emisije CO<sub>2</sub>.

Direktiva EED 2011 postavlja zakonske obaveze za uspostavljanje mera uštede energije u domenu nabavke i korišćenja energije u svim zemljama članicama. Pod okriljem EED 2011, zemlje članice su se obavezale da 1) počevši od 1. januara 2014. obnavljaju godišnje 3% ukupne korisne površine grejanih ili hlađenih delova zgrada javnog sektora s jasnim ciljem uštede energije; 2) u okviru javnog sektora vrše nabavke samo energetskih efikasnih zgrada, proizvoda i usluga; kao i da 3) izrade Dugoročnu

strategiju obnavljanja javnih i privatnih, stambenih i komercijalnih zgrada do 2020. godine.

Pored ovih direktiva značajne directive koje je EU donela u oblasti zgradarstva su i: Direktiva o usklađivanju zakonskih i upravnih propisa država članica o građevinskim proizvodima (engl. *Council Directive 89/106/EEC of 21 December 1988 on the approximation of laws, regulations and administrative provisions of the Member States relating to construction products*), Direktiva o korišćenju obnovljivih izvora energije (engl. *Directive 2009/28/EC of the European Parliament and of the Council of 23 April 2009 on the promotion of the use of energy from renewable sources*) i Direktiva o ograničavanju emisije ugljen-dioksida povećanjem energetske efikasnosti (*Council Directive 93/76/EEC of 13 September 1993 to limit carbon dioxide emissions by improving energy efficiency*).

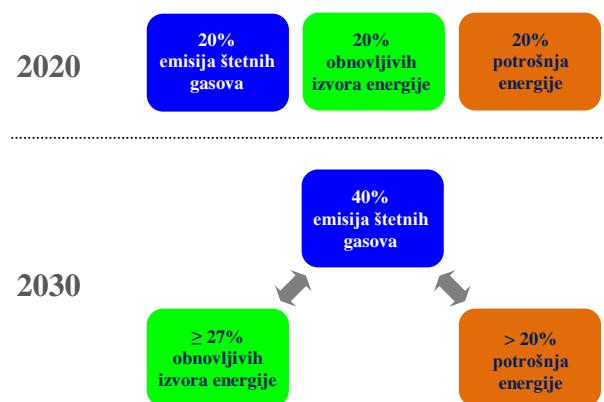
Na osnovu preseka stanja koji je vršen 2012. godine i oslanjajući se na utvrđena postignuta dostignuća: nove zgrade koriste upola energije od one koju su koristile 1980. godine; smanjenje emisije gasova koji izazivaju efekat staklene bašte je za 18% u period između 1990. – 2012.; i povećanje udela energije iz obnovljivih izvora je sa 8.5% za 2005. poraslo na 14.1 % u 2012. godini. Evropski savet je 2014. god. dao prognoze realizacije EU ciljeva 20-20-20 do 2020. (Slika 1).



Izvor: Evropska Komisija

Slika 1 Energetska politika EU: EU ciljevi 20-20-20 za 2020. god. i prognoze iz 2014.

Na osnovu ostvarenog trenda do 2014. godine, Evropski savet je na predlog Evropske komisije u oktobru 2014. usvojio novi cilj Evropske unije: 1) 40% smanjenje emisija štetnih gasova; 2) energetska efikasnost treba da se poboljša za najmanje 27% do 2030. godine; 3) učešća obnovljivih izvora energije u proizvodnji/potrošnji električne energije treba da se poveća najmanje 27%; uz 4) cilj od 15% elektroenergetske interkonekcije (tj. prenos 15 % električne energije, proizvedene u EU-u, u druge zemlje EU-a). U skladu sa novodefinisanim ciljevima, 30. novembra 2016. Evropska komisija je predložila ažuriranje postojeće direktive EED u pravcu promovisanja korišćenja pametnih tehnologija u zgradama (Slika 2).



Izvor : Evropska Komisija

Slika 2 Energetska politika EU: Novi ciljevi EU za 2030. Godinu

Zajedno sa definisanjem kratkoročnih ciljeva kroz Strategije 2020 i 2030, Evropska komisija je 2011. godine proklamovala dugoročni cilj o potrebi smanjenja emisije gasova staklene bašte za 80% do 2050. godine u poređenju s emisijom iz 1990. (izvor: *2050 Energy strategy*). Iz ovog stava proistekao je dokument Mapa puta ka konkurentnoj niskougljeničnoj ekonomiji do 2050. godine. (engl. *Roadmap for moving to a competitive low-carbon economy in 2050*). Sam dokument pokazuje da se veliki pomaci mogu načiniti u oblasti stanovanja i poslovnog prostora gde se može ostvari smanjenje za 90% emisije do 2050. godine, što je za 10% više od planiranog prosečnog doprinosa. U svetu ovih činjenica još je jasnija važnost Direktive o energetskim performansama u zgradarstvu koja upućuje na obavezu da se počevši od 2021. godine prilikom gradnje mora voditi računa o standardima, koji omogućavaju gradnju blisku *zero energy*, kao i odluka Evropskog saveta od 4. februara 2011. godine da države

članice počevši od 2012. godine treba da uključe standarde koji se odnose na energetsku efikasnost, prilikom gradnje zgrada koje su namenjene javnoj upotrebi i servisima. Mapa puta ističe kao glavne smernice na putu dostizanja planiranih 90% redukcije u emisiji štetnih gasova, implementaciju pasivnih tehnologija u smislu dobrih građevinskih i arhitektonskih rešenja i inteligentnih sistema, potiskivanje upotrebe fosilnih goriva za dobijanje energije za grejanje i hlađenje objekta energijom dobijenom iz obnovljivih izvora, ali kao najveći izazov ističe potrebu za renoviranjem postojećih zgrada i u vezi sa tim finansiranje neophodnih investicija. Analize su pokazale da tokom naredne decenije ulaganje u implementaciju mera energetske efikasnosti u zgradarstvu, u smislu građevinskih komponenata i opreme će morati da se poveća i do 200 milijardi €.

### **2.1.2 Pravni i institucionalni okvir Republike Srbije u oblasti energetske efikasnosti u zgradarstvu**

Potpisivanjem Ugovora o osnivanju Energetske zajednice Jugoistočne Evrope, 2005. godine, radi uspostavljanja stabilnog regulatornog okvira i tržišnog prostora koji obezbeđuje pouzdano snabdevanje energentima i može privući investicije u sektore električne energije i prirodnog gasa, Republika Srbija (RS) se obavezala da uskladi svoj pravni okvir i obezbedi sve neophodne preduslove za implementaciju odgovarajućih direktiva i uredbi EU u područjima energetike, zaštiti životne sredine, primene obnovljivih izvora energije i energetske efikasnosti. Potpisani Ugovor je stupio na snagu 2006. godine kada je usvojen „Zakonom o ratifikaciji ugovora o osnivanju Energetske zajednice između Evropske zajednice i Republike Albanije, Republike Bugarske, Bosne i Hercegovine, Republike Hrvatske, Bivše jugoslovenske Republike Makedonije, Republike Crne Gore, Rumunije, Republike Srbije i Privremene misije Ujedinjenih Nacija na Kosovu u skladu sa rezolucijom 1244 Saveta bezbednosti ujedinjenih nacija“. Republika Srbija je, potpisivanjem ovog Ugovora, prihvatile kao obavezu da primeni sledeće direktive u oblasti energetske efikasnosti i obnovljivih izvora energije: 2012/27/EU Direktivu o energetskoj efikasnosti - EED, 2002/91/EU Direktivu o energetskim karakteristikama zgrade – EPBD (kao i dopuna 2010/31/EU) i 2009/28/EC Direktivu o korišćenju obnovljivih izvora energije. U skladu sa navedenim direktivama,

Republika Srbija je prihvatile obavezujuće ciljeve, "20-20-20" za članice Evropske Unije.

U svetu prethodno navedenog dokumenta, Strategija Evropa 2020 predstavlja značajan dokument i za Republiku Srbiju kao državu kandidata za članstvo u EU, za usmeravanje svojih reformskih procesa i donošenja zakona, podzakonskih akata, uredbi i strategija u cilju razvoja energetike i energetske stabilnosti, kao i usaglašavanja sa evropskim zakonima. Najznačajniji domaći pravni dokumenti iz oblasti energetske efikasnosti, proistekli iz međunarodno preuzetih obaveza potpisivanjem Ugovora o osnivanju Energetske zajednice i kao posledice procesa pridruživanja Evropskoj uniji, kao i resori i institucije nadležni za kreiranje pojedinih dokumenata i nadzor nad sprovodenjem tih dokumenata navedeni su u Tabeli 1.

Tabela 1 Pravni dokumenti i institucionalni okvir RS u oblasti energetske efikasnosti

<b>MINISTARSTVO RUDARSTVA I ENERGETIKE</b>	
<b>Sektor za energetsку efikasnost i obnovljive izvore energije</b>	
<b>Zakon o energetici</b> („Službeni glasnik RS“, br. 145/2014)	
Strategija razvoja energetike Republike Srbije do 2025. godine sa projekcijama do 2030. godine („Službeni glasnik RS“, broj 101/2015)	
Programom ostvarivanja Strategija razvoja energetike Republike Srbije	
Energetski bilans Republike Srbije	
<b>Zakon o efikasnom korišćenju energije</b> („Službeni glasnik RS“, broj 25/2013)	
Akcioni planovi za energetsku efikasnost Republike Srbije (prvi, drugi, treći)	
Budžetski fond za unapređenje energetske efikasnosti	
<b>MINISTARSTVO GRAĐEVINARSTVA, SAOBRAĆAJA I INFRASTRUKTURE</b>	
<b>Sektor za stambenu i arhitektonsku politiku, komunalne delatnosti i energ. efik.</b>	
<b>Zakon o planiranju i izgradnji</b> („Službeni glasnik RS“, br. 72/09, 81/09-ispravka, 64/10-US, 24/11, 121/12, 42/13-US, 50/13-US, 98/13-US, 132/14 i 145/14)	
<b>Zakon o stanovanju i održavanju zgrada</b> („Službeni glasnik RS“, br 104/2016)	
Pravilnik o energetskoj efikasnosti zgrada („Službeni glasnik RS“, broj 61/11)	
Pravilnik o uslovima sadržini i načinu izdavanja sertifikata o energetskim svojstvima zgrada („Službeni glasnik RS“, broj 69/12)	
<b>MEĐUNARODNA DOKUMENTA USVOJENA NA NIVOU RS</b>	
Protokol iz Kjota uz Okvirnu konvenciju Ujedinjenih nacija o promeni klime	
Akcioni plan EU o zajedničkoj energetskoj politici	
Ugovor o osnivanju Energetske zajednice	
Direktiva 2009/28/EU o korišćenju obnovljivih izvora energije	
Direktiva 2012/27/EU o energetskoj efikasnosti	
Direktive 2006/32/EU o energetskoj efikasnosti kod krajnjih korisnika i energetskim uslugama	
Direktiva 2010/31/EU o energetskim karakteristikama zgrade	

Donošenjem Zakona o energetici, koji je prvi put izglasан у јулу 2004. године Република Србија је почела кроз један кrovni закон да uređuje svoju energetsку политику. Законом је предвиђено да се energetska politika блиže разради у оквиру документа Стратегија развоја енергетике Републике Србије, где је zbog ostvarivanja ciljeva navedenih u Стратегији донесен Програмом остваривања Стратегије, а у оквиру документа Енергетски биланс Републике Србије се utvrđuje godišnji iznosi energije i energetskih potrebnih за uredno i sigurno snabdevanje потроšачима energije. Тренутно важећа Стратегија развоја енергетике Републике Србије до 2025. године са пројекцијама до 2030. године [7] је документ од највећег значаја за енергетску политику уопште и за политику енергетске ефикасности у РС.

Unapređenje енергетске ефикасности у свим секторима потрошње је препознато као стратешки циљ у оквиру Стратегије у делу Ефикасно коришћење energije. Међу prioritетним активностима наводи се енергетска реконструкција у сектору зградарства и увођење система енергетског менаджмента у јавни сектор.

Kako bi се обезбедило спровођење Стратегије као и спровођење захтева Енергетске zajednice у области енергетске ефикасности, донесен је Закон о ефикасном коришћењу energije. Овај Закон дaje правни основ за kreiranje politike ефикасног коришћења energije, између остalog увођењем система енергетског менаджмента и енергетских прегледа, označavanje nivoa енергетске ефикасности и захтева у погледу енергетске ефикасности производа који утичу на потрошњу energije, постављање минималних захтева енергетске ефикасности у производњи, преносу и distribuciji električne i toplotne energije i transportu i distribuciji prirodnog gasa, као и за финансирање и увођење подстичајних i других мера у овој области. Закон о ефикасном коришћењу energije предвиђао је оснивање Budžetskog fonda за енергетску ефикасност као ефикасан начин за прикупљање i пласирање средстава у svrhu finansiranja ili sufinsiranja projekata, programa i aktivnosti које за циљ имају ефикасније коришћење energije. Поред наведеног, у оквиру овог Закона transponovana је једна од обавеза proisteklih iz Odluke Ministarskog saveta Енергетске zajednice број 2009/05/MS-Enc од 18. decembra 2009. године, којом су se потписнице Ugovora o Енергетскоj zajednici obavezale na primenu Direktive 2006/32/EC o енергетској ефикасности kod krajnjih korisnika i енергетским uslugama која nalaže obaveznu izrade Akcionalih planova енергетске ефикасности на period

od 3 godine. U Srbiji je trenutno na snazi Treći akcioni plan (3. APEE) za period od 2016. do 2018. godine. U narednom poglavlju biće izloženi nacionalni indikativni ciljevi definisani u okviru 3. APEE i dosadašnji ostvareni rezultati za sektor zgradarstva i podsektor domaćinstva.

Unapređenje energetske efikasnosti u sektoru *Domaćinstva* tj. u stambenim zgradama u okviru dokumenta 3. APEE je predviđeno implementacijom 3 vrste mera: D1 - smanjenje potrebne energije za grejanja i hlađenja primenom mera na termičkom omotaču zgrade i unapređenjem termotehničkog sistema zgrade; D2 - primenom nove građevinske regulative kod izgradnje novih zgrada i rekonstrukcije postojećih zgrada koja definiše obaveznu upotrebu relevantnih standarda (u kojima su definisani minimalni kriterijumi za energetsku efikasnost zgrada) i izradu sertifikata o energetskim svojstvima zgrade; i D3 – promovisanjem primene energetski-efikasnog osvetljenja i električnih uređaja u domaćinstvima. Prema 3. APEE očekivane uštede u 2018. god u sektoru Domaćinstva iznose 0.2776Mtoe, gde se očekuje najveća ušteda primenom mere D3 - 0.1169Mtoe, pa D2 - 0.1021Mtoe i D1 - 0.0586Mtoe. Navedenu vrednost za mero D3, prema mišljenu autora ove disertacije, treba shvatiti samo kao idealnu (najveću moguću), vrednosti koji je moguće dostići jedino ako bi se mera D3 realizovala u potpunosti, tj. ako bi sva domaćinstva do 2018. god. zamenila sijalice i ostale uređaje u domaćinstvima za energetski efikasne. Na sličan način, prema mišljenu autora ove disertacije, visinu uštede primenom mere D2, treba shvatiti uslovno, S obzirom na to da se proračun uštede bazira na uštedi od oko  $150\text{kWh}/\text{m}^2$  na godišnjem nivou i gde je uvedena pretpostavka da će se energetski sanirati sve zgrade građene u periodu pre 1987. god., kada nisu postojali tehnički zahtevi za ugrađivanjem termoizolacije, a koje se smatraju najvećim potrošačima energije u sektoru Domaćinstva, sa preko  $250\text{kWh}/\text{m}^2$ . Do cifre od  $150\text{kWh}/\text{m}^2$  se došlo oduzimajući ciljanu propisanu potrošnju energije (C ili D energetski razred) u zgradama od trenutne prosečnu potrošnju energije u starim zgradama. Visina uštede primenom mere D1, koja podrazumeva unapređenjem elemenata termičkog omotača zgrade i smanjenje potrošnje energije u termotehničkom sistemu zgrade dobijena je iz projekta TABULA (Nacionalnom tipologijom stambenih zgrada u Srbiji) koji je završen 2013. godine. Za stambene zgrade sa jednim stanom rezultati modeliranja pokazuju da moguće uštede energije iznose i do  $257.5 \text{kWh}/\text{m}^2$ , a trošak mere u proseku iznosi  $53\text{€}/\text{m}^2$ . Za stambene

zgrade sa dva ili više stanova rezultati modeliranja pokazuju da moguće uštede energije iznose i do  $104.5 \text{ kWh/m}^2$ , a trošak mere u proseku iznosi  $70 \text{ €/m}^2$ . Prema 3. APEE ukupna finansijska sredstva za period od 2016.-2018., za implementaciju mera iznose 9300MRDS (milijardi dinara), gde se od Budžetskog fond za energetsku efikasnost RS, očekuje da obezbedi sredstva za subvencioniranje kamata ili sredstva za garancije ili neku drugu vrstu subvencija koja će omogućiti da sredstva budu dostupna pod povoljnijim uslovom u skladu sa godišnjim programom finansiranja Fonda.

Važan Zakon iz perspektive energetske efikasnosti u zgradarstvu i osnov za sprovođenje mera D2 i D3 iz 3. APEE je i Zakon o planiranju i izgradnji. Osnovna načela u okviru Zakona, na kojem se zasniva energetska efikasnost, su načela racionalnog i održivog korišćenja neobnovljivih resursa i optimalnog korišćenja obnovljivih resursa. A sam pojam unapređenje energetske efikasnosti je definisano kao smanjenje potrošnje svih vrsta energije, ušteda energije i obezbeđenje održive gradnje primenom tehničkih mera, standarda i uslova planiranja, projektovanja, izgradnje i upotrebe zgrada i prostora. Zakon nalaže da zgrada koja za svoje funkcionisanje podrazumeva utrošak energije, mora biti projektovana, izgrađena, korišćena i održavana na način kojim se obezbeđuju propisana energetska svojstva zgrada. Relevantni podzakonski akti doneti na osnovu Zakona, a kojima se definišu propisi o energetskoj efikasnosti i energetskoj sertifikaciji zgrada su: Pravilnik o energetskoj efikasnosti zgrada i Pravilnik o uslovima sadržini i načinu izdavanja sertifikata o energetskim svojstvima zgrada.

Pravilnikom o energetskoj efikasnosti zgrada bliže se propisuju energetska svojstva i način izračunavanja toplotnih svojstava objekata visokogradnje, kao i energetski zahtevi za izgradnju novih zgrada i rekonstrukciju, dogradnju, obnovu, adaptaciju, sanaciju i energetsku sanaciju postojećih zgrada. Pravilnikom je predviđeno da se proračun energetskih karakteristika zgrade vrši primenom Nacionalnog softvera za sledeće kategorije:

1. godišnja potrebna energija za grejanje;
2. godišnja potrebna energija hlađenja;
3. godišnja potrebna energija za ventilaciju;
4. godišnja potrebna energija za pripremu sanitарне tople vode;

5. godišnja potrebna energija za osvetljenje;
6. godišnji gubici tehničkih sistema;
7. godišnja isporučena energija;
8. godišnja potrebna primarna energija;
9. godišnja emisija CO<sub>2</sub>.

S obzirom na to da Nacionalni softver za izračunavanje pokazatelja energetske efikasnosti zgrade nije još utvrđen, Pravilnik nalaže da se proračun i izražavanje energetskog razreda zgrade vrši samo na osnovu potrebne energije za grejanje.

Drugim relevantnim podzakonskim aktom, Pravilnikom o uslovima, sadržini i načinu izdavanja sertifikata o energetskim svojstvima zgrada bliže se propisuju uslovi, sadržina i način izdavanja sertifikata o energetskim svojstvima zgrada.

Oba navedena dokumenta su proistekla iz obaveze poštovanja Direktive EPBD, ali oni ne pokrivaju kompletne zahteve navedene u Direktivi. Da bi se ovo ispunilo potrebno je doneti Strategiju za povećanje broja zgrada gotovo nulte potrošnje energije, odrediti ciljeve za zgrade sa gotovo nultom potrošnjom energije, kao i definisati poredbeni metodološki okvir za izračunavanje troškovno optimalnih nivoa (razreda) za postizanje minimalnih zahteva energetske efikasnosti za zgrade i građevinske elemente.

### **2.1.3 Analiza stanja potrošnje energije u Republici Srbiji**

Usvajanjem brojnih Direktiva i donošenjem seta zakona i podzakonskih akata koji regulišu energetsku politiku RS, država se između ostalog obavezala da kontinualno prati sve tokove energije u sektoru proizvodnje, prenosa, distribucije i potrošnje energije i da sve podatke sublimira na godišnjem nivou i učini ih javno dostupnim kroz dokument Energetski bilans Republike Srbije. Analiza stanja potrošnje energije u RS u ovoj disertaciji urađena je na osnovu raspoloživih podataka o potrošnji energije i energetskih iskazanih u Energetskom bilansu RS za 2015., 2016. i 2017. godinu. Potrošnja finalne energije u energetske svrhe analizirana je i iskazana na dva načina: preko sektora potrošnje: Industrija, Saobraćaj i Ostalo, i preko strukture energetskih izvora: čvrsta, tečna i gasovita goriva, električna energija, toplotna energija i obnovljivi izvori energije (OIE). Posebno je analizirana potrošnja energije u okviru sektora Ostalo, koga sačinjavaju podsektori: Domaćinstvo, Javne i komercijalne zgrade i podsektor

Poljoprivreda. Zbirna rekapitulacija potrošnje finalne energije u energetske svrhe za period od 2013-2017. god. data je u Tabeli 2, a učešće svakog energenta u svakom sektoru i podsektoru dato je u Tabeli 3. Sve veličine u Tabeli 2 prikazane su u jedinici Mtoe – Miliona tona ekvivalentne nafte (engl. *Million Tonnes of Oil Equivalen*), a količina energenata je prikazana i u fizičkim jedinicama. Svođenje na jedinicu Mtoe je bilo neophodno kako bi podaci međusobom bili uporedivi, s obzirom na različitu fizički prirodu energenta. U Tabeli 4 prikazani su faktori za konverziju jedinica energije u međunarodnoj statistici.

Tabela 2 Zbirni Energetski bilans Republike Srbije za 2013-2017. godine [8] [9] [10]

REPUBLIKA SRBIJA (bez podataka za KiM)	REALIZACIJA 2013.		REALIZACIJA 2014.		REALIZACIJA 2015.		PROCENA ZA 2016.		PLAN 2017.		2014/2013.	2015/2014.	2016/2015.	2017/2016.	
	fizičke jedinice	fizičke jedinice	Mtoe	fizičke jedinice	Mtoe	fizičke jedinice	Mtoe	fizičke jedinice	Mtoe	%	%	%	%		
<b>POTROŠNJA FINALNE ENERGIJE U ENERGETSKE SVRHE</b>		8.188		7.669		8.077		8.307		8.430	94%	105%	103%	101%	
<b>PO SEKTORIMA:</b>															
Industrija	-	2.413 (29%)		1.941 (25%)		2.138 (25%)		2.277 (26%)		2.309(27%)	80%	110%	107%	101%	
Saobraćaj	-	1.862 (23%)		2.026 (26%)		2.035 (26%)		2.062 (25%)		2.109 (25%)	109%	100%	101%	102%	
Ostalo (domaćinstva, JKD, poljoprivreda)	-	3.913 (48%)		3.702 (48%)		3.904 (48%)		3.968 (48%)		4.012 (48%)	95%	105%	102%	101%	
<b>PO ENERGETU:</b>															
Čvrsta goriva	1000 t	-	0.632	-	0.535	-	0.645	-	0.590	-	0.525	85%	121%	91%	89%
Tečna goriva	1000 t	2,397.91	2.492	2,464.46	2.551	2,518.28	2.604	2,553.88	2.622	2,611.79	2.710	102%	102%	101%	103%
Gasovita goriva	M Stm3	1,259	1.002	848	0.675	934	0.744	1,265	1.007	1,255	0.999	67%	110%	135%	99%
Električna energija	GWh	26,903	2.314	26,158	2.249	27,075	2.328	27,008	2.322	27,406	2.357	97%	104%	100%	102%
Toplotna energija	TJ	30,046	0.718	25,989	0.621	29,989	0.716	30,180	0.721	33,124	0.791	86%	115%	101%	110%
OIE (geotermalna energija,biomasa)	-	-	1.031	-	1.037	-	1.041	-	1.044	-	1.048	101%	100%	100%	100%
<b>POTROŠNJA FINALNE ENERGIJE</b>	-	-	8.857	-	8.195	-	8.681	-	8.918	-	9.047	93%	106%	103%	101%
<b>NEENERGETSKA POTROŠNJA</b>	-	-	0.669	-	0.525	-	0.603	-	0.611	-	0.618	78%	115%	101%	101%
<b>UKUPNA PRIMARNA ENERGIJA ZA POTROŠNJU</b>	-	-	14.908	-	13.344	-	14.797	-	15.327	-	15.399	90%	111%	104%	100%

LEGENDA: Mtoe (engl. *Million Tonnes of Oil Equivalen*) Miliona tona ekvivalentne nafte

Tabela 3 Potrošnja finalne energije u Republici Srbiji za 2017. god po energentima u okviru svakog sektora i podsektora, na osnovu [10]

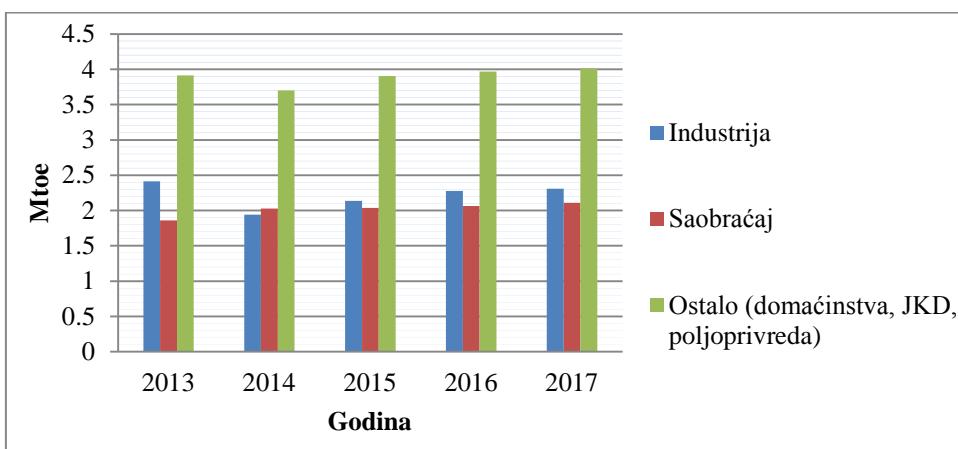
2017.			PO ENERGETIMA											
REPUBLIKA SRBIJA (bez podataka za KiM)			Čvrsta goriva		Tečna goriva		Gasovita goriva		Električna energija		Toplotna energija		OIE (geotermalna energija,biomasa)	
PO SEKTORIMA	Mten	%	Mten	%	Mten	%	Mten	%	Mten	%	Mten	%	Mten	%
Industrija	2.309	27%	0.278	53%	0.379	14%	0.589	59%	0.684	29%	0.261	33%	0.117	11%
Saobraćaj	2.109	25%	0.000	0%	2.060	76%	0.010	1%	0.024	1%	0.000	0%	0.016	2%
Ostalo (domaćinstva, JKD, poljoprivreda)	4.012	48%	0.247	47%	0.271	10%	0.400	40%	1.650	70%	0.530	67%	0.915	87%
Domaćinstva	2.808	33% (70%)	0.168	32% (68%)	0.054	2% (20%)	0.200	20% (50%)	1.202	51% (73%)	0.329	42% (62%)	0.576	55% (63%)
Komercijalni i javni sektor	1.123	13% (28%)	0.079	15% (32%)	0.081	3% (30%)	0.180	18% (45%)	0.424	18% (26%)	0.198	25% (37%)	0.346	33% (38%)
Poljoprivreda	0.080	1% (2%)	0	0% (0%)	0.136	5% (50%)	0.020	2% (5%)	0.024	1% (1%)	0.000	0% (0%)	0.000	0% (0%)
<b>POTROŠNJA FINALNE ENERGIJE U ENERGETSKE SVRHE</b>	<b>8.43</b>	<b>100%</b>	<b>0.525</b>	<b>6%</b>	<b>2.710</b>	<b>32%</b>	<b>0.999</b>	<b>12%</b>	<b>2.357</b>	<b>28%</b>	<b>0.791</b>	<b>9%</b>	<b>1.048</b>	<b>12%</b>

Tabela 4 Faktori za konverziju jedinica energije u međunarodnoj statistici

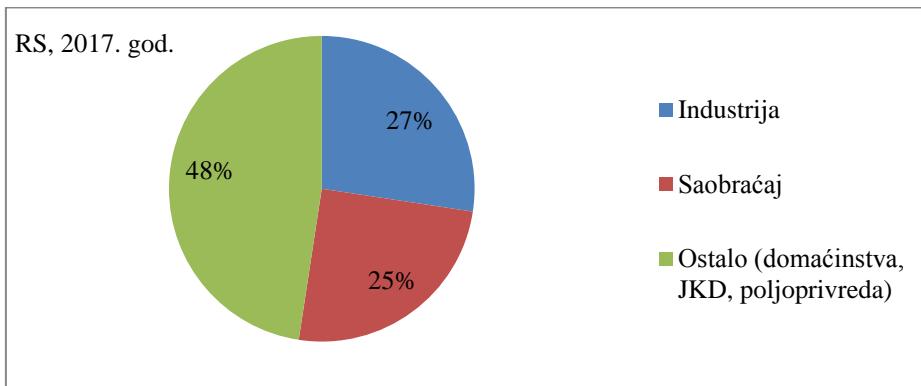
U:	TJ	Mtoe	M Stm3	GWh
Iz:				
Teradžul (TJ)	1	$2.388 \times 10^{-5}$	947.8	0.2778
Miliona tona ekvivalentne nafte (Mtoe)	$4.1868 \times 10^4$	1	$3.968 \times 10^7$	11,630
Megastandardni m3 prirodnog gasa na temperaturi 15°C (M Stm3)	$1.0551 \times 10^{-3}$	$2.52 \times 10^{-8}$	1	$2.931 \times 10^{-4}$
Gigavat sati (GWh)	3.6	$8.6 \times 10^{-5}$	3.412	1

Podaci u Tabeli 2 govore da je potrošnja energije u sektoru Ostalo, u analiziranom periodu iznosila 48% od ukupne potrošnje finalne energije u energetske svrhe u RS, dok potrošnja u sektoru Industrija i sektoru Saobraćaj je znatno manja, i u navedenom periodu kreće se, redom od 25%-29% i od 23% -26%. U RS se naviše od energeta koristi tečno gorivo 32%, a odmah zatim je električna energija 28%. Ukupno gledano, na poslednjem mestu su čvrsta goriva sa 6%. Generalno, ne uočavaju se velike razlike između rezultata za analizirane godine, primetan je blagi trend u porastu potrošnje finalne energije u svim sektorima i po svim energentima, izuzimajući godinu 2014. u kojoj se beleži pad potrošnje energije zbog poplava koje su tada pogodile RS.

Grafički prikaz potrošnje finalne energije, za analizirani period, po sektorima izražen u jedinicama Mtoe dat je na Slici 3, a prikaz procentualnog učešća pojedinog sektora u ukupnoj potrošnji samo za 2017. godinu, dat je na Slici 4.

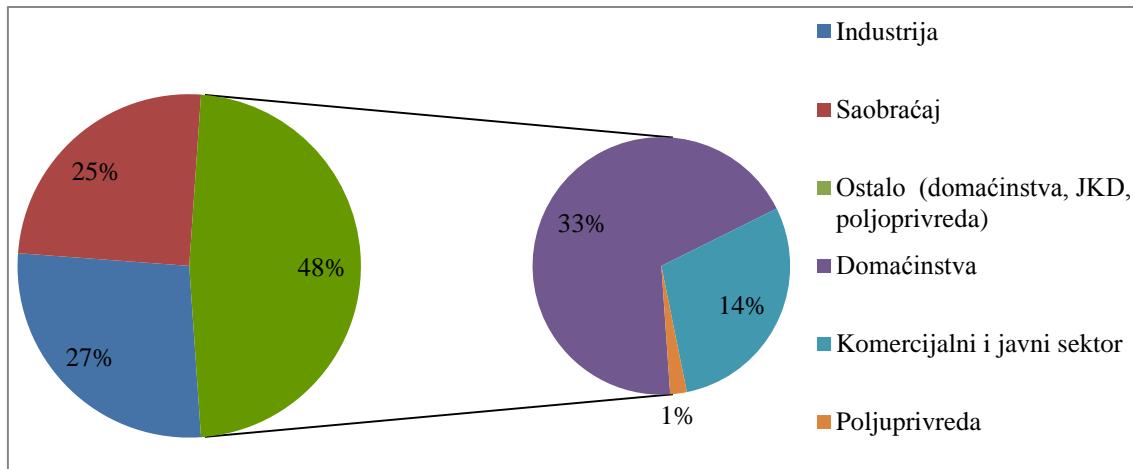


Slika 3 Potrošnja finalne energije u energetske svrhe u RS po sektorima u period od 2013-2017. godine



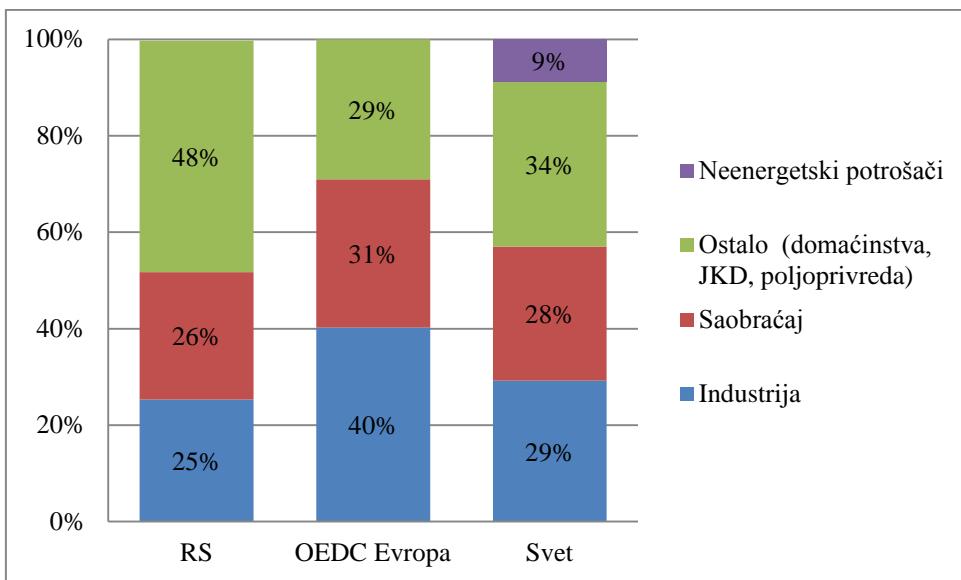
Slika 4 Učešće potrošnje finalne energije u energetske svrhe u RS po sektorima za 2017. godinu

Najveći deo potrošene energije u okviru sektora Ostalo, ipak odlazi na potrošnju energije u domaćinstvima, 70% (33%), posle koga sledi komercijalni i javni sektor, 28% (14%), pa poljoprivredna delatnost svega 2% (1%). Vrednosti u zagradi predstavljaju učešće u odnosu na ukupnu potrošnju u svim sektorima. Učešće podsektora u potrošnja finalne energije u RS u energetske svrhe prikazano je na Slici 5.



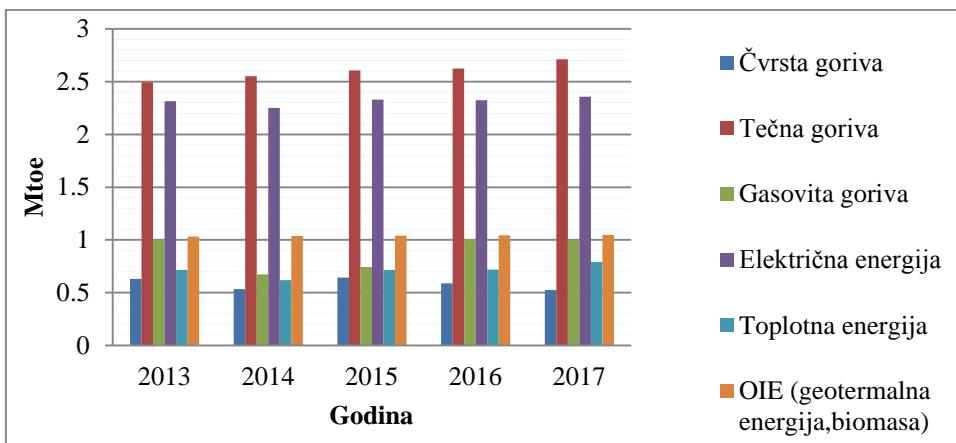
Slika 5 Učešće podsektora u potrošnja finalne energije u RS u energetske svrhe za 2017. godinu

Poredeći rezultate istraživanja sprovedenih u RS u odnosu na rezultate istraživanja koje se odnose na zemlje OECD Evrope (zemlje članice Organizacija za ekonomsku saradnju i razvoj [11]) i u odnosu na globalni prosek, raspodela potrošnja energije po sektorima se znatno razlikuje [12], [13]. Udeo potrošnje energije u sektoru Ostalo u RS je na višem nivou u odnosu na Evropu i svetski prosek. U Evropi potrošnja energije u sektoru Ostalo je ispod 29%, dok je u Srbiji 48%. Sa druge strane, zbog slabije razvijenosti industrijskog sektora udeo potrošnje energije u ovom sektoru u RS u vrednosti od 27%, je značajno manji nego u Evropi 40%, a nešto manji nego u Svetu 29%. Učešće sektora u potrošnji finalne energije u RS, OECD Evropa i globalno u sektoru Ostalo prikazano je na Slici 6.

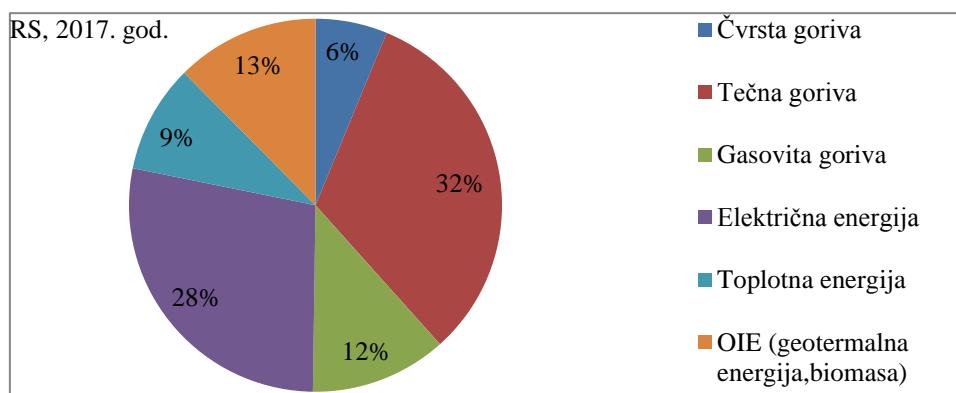


Slika 6 Uporedni prikaz učešća potrošnje finalne energije po sektorima u RS, zemljama OEDC Evropa i Svetu [12], [13]

Energent koji se najviše koristi u RS je tečno gorivo, 2710Mteo u 2017. god. što čini 32% ukupno potrošene energije. Najveći deo ove energije, 76% se troši u sektoru Saobraćaj, dok na sektor Industrija odlazi 14%, a na sektor Ostalo 10%. Drugi po redu energet je električna energija koja čini 28% potrošnje finalne energije u Srbiji, od čega sektor Ostalo troši čak 70% (Domaćinstvo 51%, Javne i komercijalne zgrade 18%, Poljoprivreda 1%), Industrija 29% i Saobraćaj svega 1%. Energenti koji se dosta koriste u sektoru Ostalo, a pogotovo u podsektoru Domaćinstvo su čvrsta goriva, tj. ugalj. Ukupna potrošnja uglja iznosi 6%, od čega 47% se troši u sektoru Ostalo, a deo od 32% odlazi na podsektor Domaćinstvo. Prirodni gas, koji uzima 13% potrošnje je nešto više zastupljen u industrijskom sektoru sa 51%, nego u sektoru Ostalo 40%. Udeo potrošnje obnovljivih izvora energije iznosi 13%. Najveći deo ove energije se odnosi na energiju dobijenu iz čvrste biomase 59%, zatim hidropotencijal 40%, dok svi ostali obnovljivi izvori učestvuju sa 1%. 82% od ukupne čvrste bio mase se koristi u domaćinstvima za potrebe zagrevanja prostora. Potrošnje finalne energije struktuirana po energentima data je na Slikama 7 i 8, dok su konkretne vrednosti iskazane u Mteo i odgovarajući procenti prikazane u Tabeli 3.

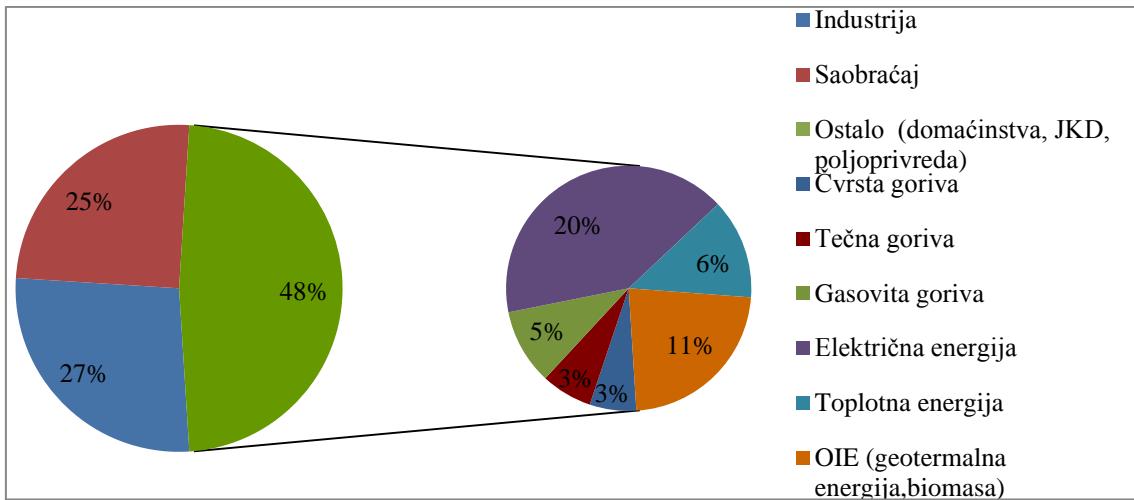


Slika 7 Potrošnja finalne energije u energetske svrhe u RS po energentima u period od 2013-2017. godine



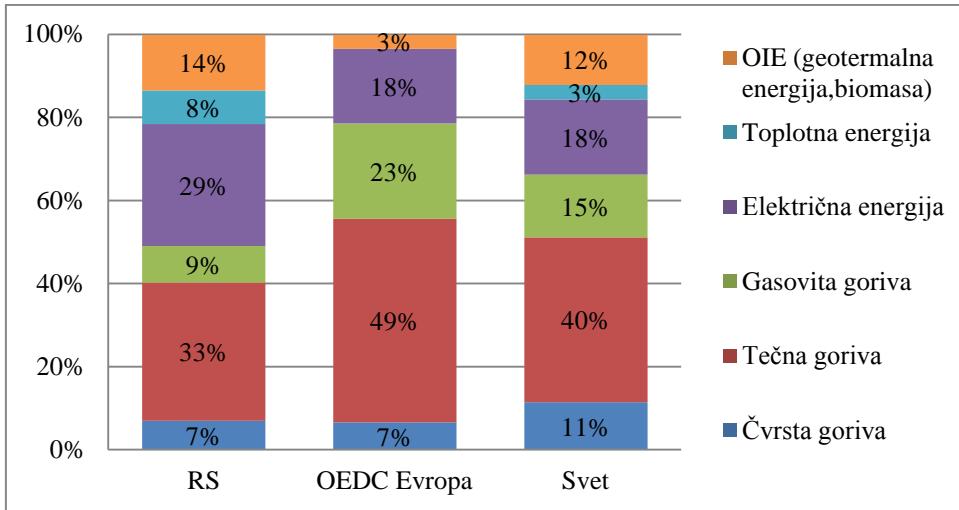
Slika 8 Učešće engergenata u potrošnji finalne energije u RS u energetske svrhe za 2017. godinu

Najveći deo energija koji se potroši u sektoru Ostalo, posmatrano sa stanovišta potrošnje engergenata, izvor joj je električna energija 41% (20%). U širokoj primeni kao izvor energije koristi se i biomasa, koja zajedno sa ostalim obnovljivim izvorima energije (OIE) uzima 23% (11%), a posle sledi topotna energija sa učešćem od 13% (6%), zatim gasovita goriva sa 10% (5%), tečna goriva 7% (3%), i čvrsta goriva 6% (3%). Navedeni procenti u zagradi predstavljaju učešće energenta u sektoru Ostalo gledano u odnosu na sve sektore, a van zgrade učešće u okviru sektora. Učešće engergenata u potrošnji finalne energije u RS u sektoru Ostalo prikazano je na Slici 9.



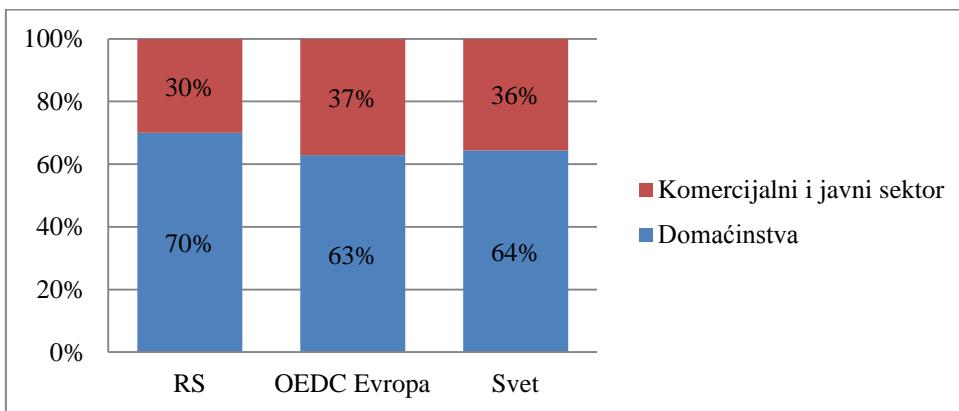
Slika 9 Učešće energenata u potrošnji finalne energije u RS za 2017. godinu u sektoru Ostalo

Poredeći rezultate istraživanja potrošnje energenata, sprovedenih u RS u odnosu na rezultate istraživanja koje se odnose na zemlje OECD Evrope i u odnosu na globalni prosek, raspodele se znatno razlikuju [12], [13]. Analizirajući samo sektor Ostalo sa aspekta potrošnje energenata, udio potrošnje električne energije u RS od 41% je znatno veći od evropske potrošnje 18%, i svetskog prosek 18%. U Evropi i Svetu se znatno više troše tečna i gasovita goriva (redom 49%, 23% Evropa, i 40% i 15% Svet) nego u Srbiji, gde je potrošnja gasovitog goriva svega 10%, a tečnog 7%. Istraživanje pokazuje da je u RS veći udio potrošnje OIE, 23% u odnosu na Evropu 3% i 12% Svet. Rezultate vezane za OIE treba uslovno shvatiti s obzirom na to da podaci za RS uključuju drvo kao obnovljivi izvor energije. Učešće energenata u potrošnji finalne energije u RS, OECD Evropa i Svetu, u sektoru Ostalo prikazano je na Slici 10.



Slika 10 Uporedni prikaz učešća energetskih sektora u finalnoj potrošnji energije u RS, OEDC Evropu i Svetu u sektorju Ostalo [12]

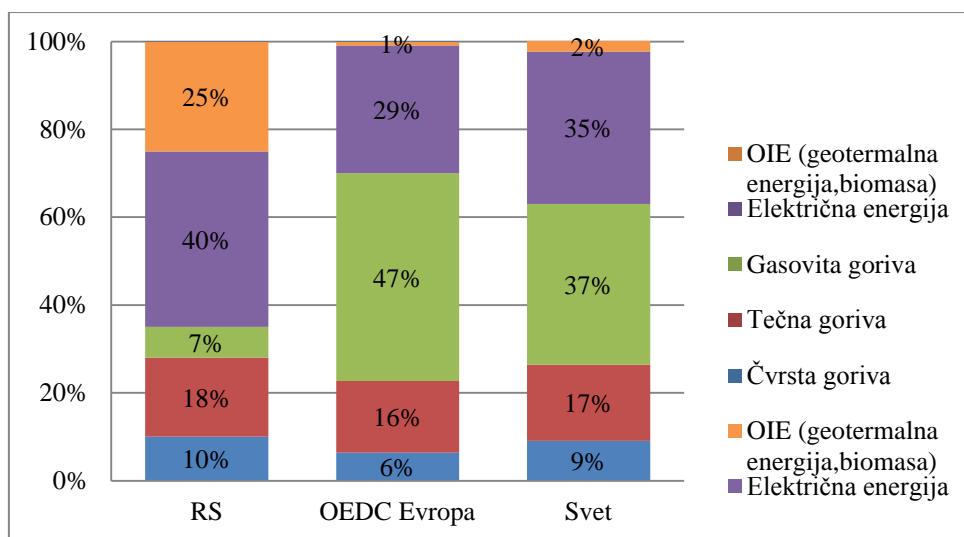
Posmatrajući samo sektor Zgradarstva, zaključuje se da je nešto veći udeo potrošnje energije u sektorju Domaćinstva u odnosu na Evropu i Svet. U RS u okviru sektora Zgradarstvo, 70% energije se troši u sektorju Domaćinstva, dok preostalih 30% se troši u Komercijalnom i javnom sektorju, dok za OEDC Evropu i Svet, udeo je 63% odnosno 64%, respektivno (Slika 11).



Slika 11 Uporedni prikaz potrošnje finalne energije u RS, OEDC Evropu i Svetu u sektorju Zgradarstvo

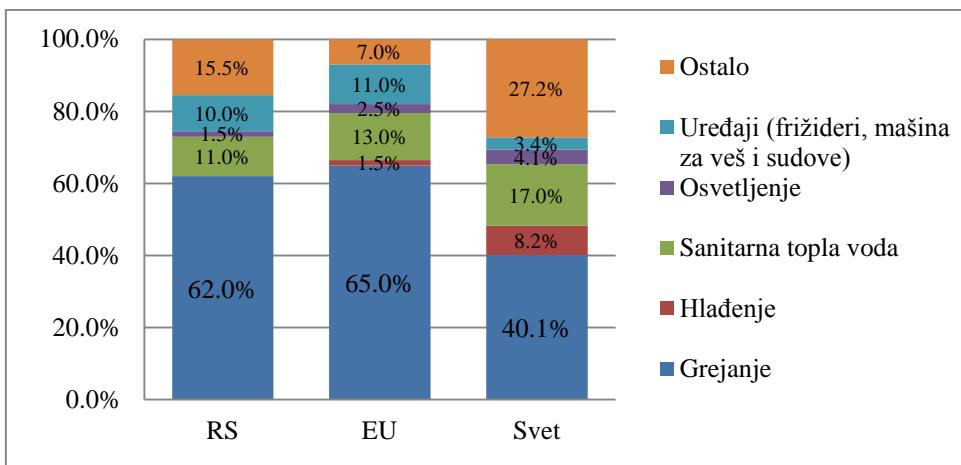
### 2.1.4 Analiza stanja potrošnje energije u sektoru Domaćinstva

Posmatrano samo za podsektor Domaćinstva, udeo potrošnje električne energije u RS koji je 44% je znatno veći nego u Evropi 29%, kao i veći nego u Svetu 35%. Sa druge strane, u Evropi se znatno više koriste gasovita goriva u sektoru Domaćinstvo 47%, kao i u Svetu 37%, u odnosu na RS, gde je udeo potrošnje gasovitog goriva svega 7%. Sa druge strane, zbog velike primene drveta kao izvora energije, rezultati za OIE idu u prilog RS. Učešće OIE u sektoru Domaćinstvo je 23%, dok su ovi procenti znatno niži u Evropi i Svetu, 1% i 2%, redom. Rezultati istraživanja i uporedni prikaz potrošnje energije u podsektoru Domaćinstva po energentima u RS, OECD Evropa i Svetu prikazan je na Slici 12.



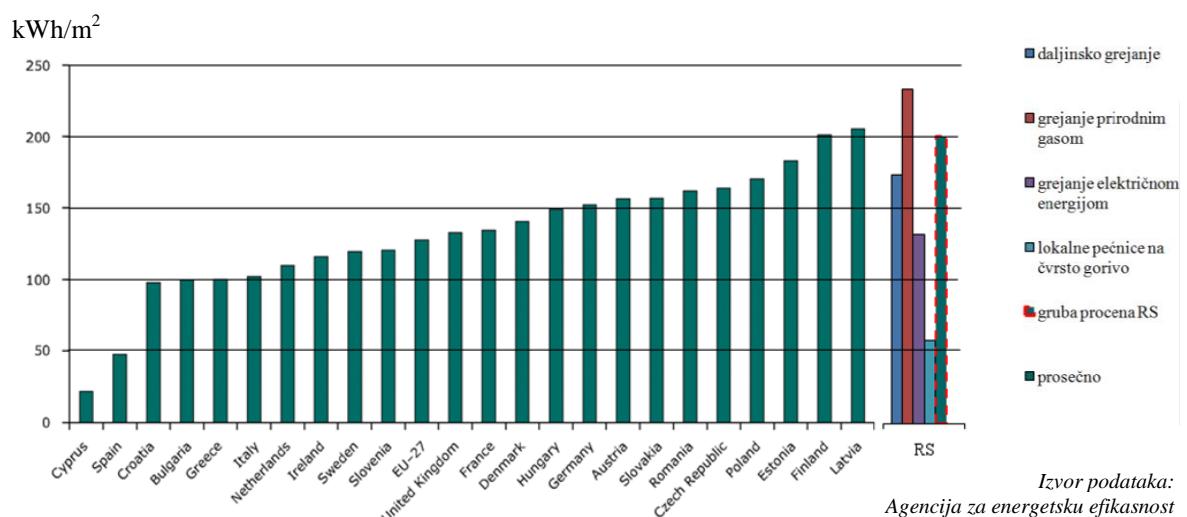
Slika 12 Uporedni prikaz potrošnje energije u podsektoru Domaćinstva po energentima u RS, OECD Evropa i Svetu

Razmatrajući raspodelu potrošnje energije u okviru jednog domaćinstva, rezultati istraživanja pokazuju da se najveći deo energije troši na zagrevanje prostora, čak 62% u RS, a 65% Evropi. Na drugom mestu je potrošnja energije za dobijanje sanitарне tople vode, u RS je to 11%, a 13% u Evropi. Iz prikazanih podataka se može zaključiti da potrošnja toplotne energije u domaćinstvima predstavlja od 70 do 80 % ukupnih energetskih potreba objekta. Preostali deo energije 20-30% odlazi ili na rad kuhinjskih aparata, preko 10%, ili na ostale kućne aparate od 7-15.5% ili na osvetljenje od 1.5-2.5%. Uporedni prikaz potrošnje energije u podsektoru Domaćinstva po nameni za RS, Evropu i Svet prikazan je na Slici 13.



Slika 13 Uporedni prikaz potrošnje energije u podsektoru *Domaćinstva* po nameni u RS, OECD Evropa i Svetu

Indikator koji najbolje ilustruje energetsku efikasnost u zgradarstvu je svakako specifična potrošnja energije (ukupna ili parcijalno po nameni) izražena u kWh/m<sup>2</sup> korisne površine objekta na godišnjem nivou. Na Slici 14 prikazana je prosečna godišnja potrošnja toplotne energije izražena u kWh/m<sup>2</sup> korisne površine na godišnjem nivou, u državama EU i RS. Konkretnе vrednosti za potrošnju toplotne energije u pojedinim državama Evrope i RS data su u Tabeli 5.



Slika 14 Prosečna godišnja potrošnja toplotne energije za grejanje u domaćinstvima u RS i EU, [14]

Tabela 5 Prosečna godišnja potrošnja toplotne energije u RS i EU, [14]

EU	138 kWh/m <sup>2</sup> /god	prosečno
Danska	96 kWh/m <sup>2</sup> /god	daljinsko grejanje
	131/138 kWh/m <sup>2</sup> /god	grejanje lož uljem
Švedska	120 kWh/m <sup>2</sup> /god	prosečno
	60 – 80 kWh/m <sup>2</sup> /god	najnoviji zahtevi
Poljska	90-120 kWh/m <sup>2</sup> /god	zgrade izgrađene po novim propisima
Srbija	171 kWh/m <sup>2</sup> /god zahtev: 60-75 kWh/m <sup>2</sup> /god	daljinsko grejanje i 55 kWh/m <sup>2</sup> /god priprema tople vode.- stambene zgrade
	194 kWh/m <sup>2</sup> /god zahtev: 55-120 kWh/m <sup>2</sup> /god	daljinsko grejanje i 12 kWh/m <sup>2</sup> /god priprema tople vode - nestambene zgrade
	228 kWh/m <sup>2</sup> /god	ukupna srednja specifična potrošnja za daljinsko grejanje i priprema tople vode
	130 kWh/m <sup>2</sup> /god	grejanje električnom energijom
	230 kWh/m <sup>2</sup> /god	grejanje prirodnim gasom
	57 kWh/m <sup>2</sup> /god	lokalne pećnice na čvrst gorivo

Prosečna vrednost potrošnje toplotne energije, koja podrazumeva energiju za zagrevanje prostora i energiju za zagrevanje tople vode u zemljama Evropske unije iznosi 138kWh/m<sup>2</sup> na godišnjem nivou. Ne uzimajući u obzir zemlje u kojima je mediteranska klima i koje samim tim nemaju velike zahteve za dogrevanjem prostora, među državama sa najnižom potrošnjom toplotne energije je Švedska sa 120kWh/m<sup>2</sup>, dok je u Danskoj količina potrebne toplotne energije čak 96kWh/m<sup>2</sup>, ali samo za zgrade koje su priključene na daljinski sistem grejanja. U RS prosečno, stambene zgrade priključene na sistem daljinskog grejanja troše oko 226kWh/m<sup>2</sup>, 171kWh/m<sup>2</sup> za zagrevanje prostora i oko 55kWh/m<sup>2</sup> za dobijanje sanitарне tople vode. Količina potrebne toplotne energije za zagrevanje prostora je još veća kod nestambenih zgrada, iznosi 194kWh/m<sup>2</sup>, dok je potrebno manje energije za dobijanje sanitарне tople vode, 12kWh/m<sup>2</sup>. Veliki potrošači toplotne energije u RS su i zgrade koje kao izvor energije koriste prirodni gas, 230kWh/m<sup>2</sup>/god. Zaključak je da u RS stambene zgrade priključene na sistem daljinskog grejanja troše oko 1.6 puta više toplotne energije od evropskog proseka, a čak 2.3 puta više nego u ekološki razvijenim zemljama poput Danske ili Švedske.

Maksimalna dozvoljena godišnja potrebna finalna energija za grejanje u RS prema Pravilniku o energetskoj efikasnosti zgrada, koja odgovara energetskom razredu „C”, za nove zgrade sa jednim stanom iznosi  $65\text{kWh/m}^2$ , a dok za nove zgrade sa više stanova iznosi  $60\text{kWh/m}^2$ . Zahtevi za stare zgrade koje se energetski saniraju je blaži od navedenog za  $5\text{kWh/m}^2$ . Poredajući prosečnu potrošnju od  $171\text{kWh/m}^2$  godišnje za zagrevanje stambenih zgrada i propisani zahtev od  $65\text{kWh/m}^2$ , uočava se da je potrošnje energije za grejanje u stambenim zgradama u RS preko 2.5 veća od zahteva koje je država sama sebi postavila.

Na osnovu poslednjeg popisa urađenog 2007. godine, utvrđeno je da samo Beograd raspolaže sa nestambenim fondom od  $25,000,000\text{m}^2$ , dok je ukupni stambeni fond  $37,000,000\text{m}^2$ . S obzirom na ove vrednosti, i na činjenicu da energetska potrošnja namenjena za grejanje i pripremu tople vode čini najznačajniji deo energetske potrošnje u zgradama 70-80%, i da je ona trenutno 2.5 puta veća od zahteva koje je propisala država i kojima teži, može se slobodno reći da najveći energetski potencijal u smislu uštede energije i zaštite životne sredine u sektoru zgradarstva leži u smanjenju potrošnje toplotne energije, od čega na energiju za grejanje odlazi najveći deo.

### 2.1.5 Prognoze potrošnje energije u sektoru Domaćinstva

Prilikom analize gore navedene stambene energetske statistike, kao i ako želimo da vršimo procenu trendova potrošnje iste, postoji nekoliko dodatnih faktora koji se moraju uzeti u obzir, barem kvalitativno. Ovi faktori su povezani sa ekonomskim rastom, rastom stanovništva, promenom klimatskih uslova ili uslovima života (npr. prosečan broj osoba po domaćinstvu ili površina poda po osobi).

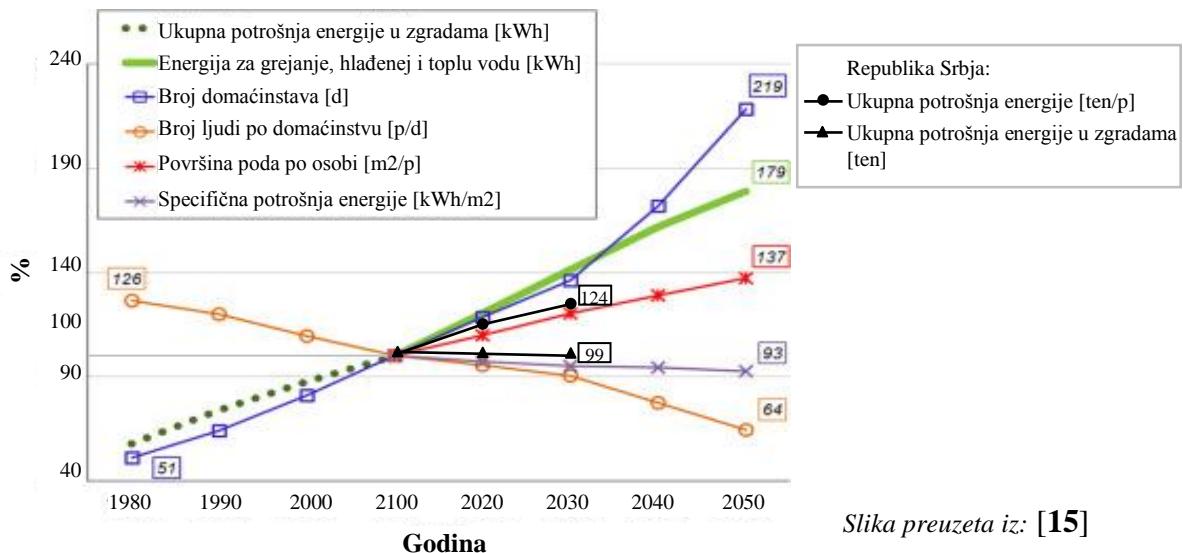
U okviru svog istraživanja [15] Luisa i ostali, su analizirali potrošnju toplotne energije u zgradama, u smislu prošlih, sadašnjih i budućih trendova na globalnoj i regionalnoj osnovi. Luisa i ostali su identifikovali različite faktore koje su doveli u korelaciju sa potrošnjom toplotne energije. Oni su na bazi trenda koje imaju identifikovani faktori i utvrđene korelacije vršili dugoročnu prognozu potrošnje toplotne energije u zgradama. Dekompozicija toplotne energije na identifikovane faktore se zasnivala na pristupu Kaya identiteta, gde su kao faktori uzeti sledeći Kaya indikatori: broj domaćinstava, broj osoba po domaćinstvu, površina poda po glavi stanovnika, opšta populacija i

specifična potrošnja energije za grejanje i hlađenje stanova. Rezultati ovog istraživanja prikazani su u Tabeli 6 i Tabeli 7 i na Slici 15.

U Tabeli 6 prikazane su globalne projekcije specifične potrošnje energije za grejanje i hlađenje u domaćinstvima za period od 2010. do 2050. godine, kao i odgovarajući Kaya indikatori: Ukupna potrošnja energije u zgradama; Energija za grejanje, hlađenje i toplu vodu; Broj domaćinstava; Broj ljudi po domaćinstvu; Površina poda po osobi i Specifična potrošnja energije. Na bazi prikazanih rezultata u Tabeli 6, određeni su trendovi Kaya indikatora za period od 2010 do 2050. godine na bazi kojih su vršene prognoze potrošnje energije za grejanje i hlađenje u zgradama. Trendovi Kaya indikatora su prikazani na Slici 15.

Tabela 6 Projekcija potrebne energije za grejanje i hlađenje na globalnom nivou za period od 2010-2050. i Kaya indikatori, [15]

Godina	Energija (PWh)	Kaya indikatori					Ostali indikatori	
		Br. domaćinstava (d, biliona)	Br. osoba po domaćinstvu (p/d)	Površina poda po osobi (m <sup>2</sup> /p)	Specifična potrošnja energije (kWh/m <sup>2</sup> /god)	EU-specifična potrošnja energije (kWh/m <sup>2</sup> /god)	Populacija (p,bilionna)	Površina poda (m <sup>2</sup> )
2010	16	1.9	3.6	20.7	110	152.6	6.8	$1.41 \times 10^{11}$
2020	19	2.2	3.4	22.7	110	148.1	7.7	$1.76 \times 10^{11}$
2030	22	2.6	3.3	25	110	144.8	8.4	$2.11 \times 10^{11}$
2040	26	3.2	2.8	26.8	100	141.8	9.1	$2.43 \times 10^{11}$
2050	28	4.1	2.3	28.5	100	139.1	9.6	$2.74 \times 10^{11}$

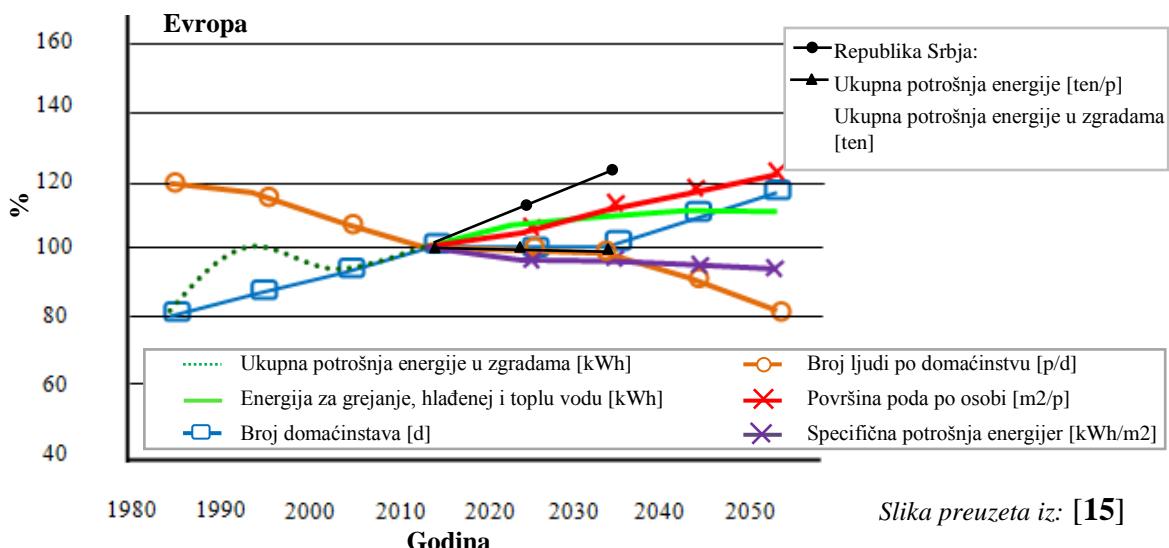


Slika preuzeta iz: [15]

Slika 15 Globalni trendovi različitih Kaya indikatora vezanih za potrošnju energije u zgradama za period 1980-2050., [15], [7]

Sa Slike 15 vidljivo je da se Specifična potrošnja energije na globalnom nivou ne povećava, već ima blagi trend u opadanju. Specifična potrošnja energije za grejanje i hlađenje u 2050. godini će iznositi 93% od potrošnje u 2010. godini. Ipak ovo ne znači da će se smanjiti ukupna potrošnja energije. S obzirom na to da je procenjeno da će ukupan broj domaćinstava drastično porasti, za 119%, to će generalno inicirati veću potrošnju energije za 79%, jer se svako domaćinstvo mora servisirati. Analizirajući potrošnju energije po stanovniku, s obzirom na to da se očekuje da će se površina stambenog prostora po stanovniku povećati za skoro 37%, odnosno smanjiti broj osoba po domaćinstvu za 36%, tako da će ljudi živeti u mnogo komfornejim uslovima nego danas, zaključak je da će ovo ukupno dovesti do globalnog porasta potrošnje energije po glavi stanovnika za 24%. Rezultati prikazani na Slici 15 prikazuju globalne trendove. S obzirom na to da je raznolikost između regiona i zemalja vrlo velika sa različitim aspekata, posebno su prikazani rezultati projekcije za region Evrope na Slici 16. U Evropi se isto očekuje blagi pad specifične potrošnje toplotne energije u zgradama. Sa druge strane porast broja domaćinstava kao i prosečna površina stambenog prostora po glavi stanovnika, i sa tim u vezi ukupno povećanje potrošnje toplotne energije u zgradama neće biti veće od 20%, u periodu između 2010. i 2050. godine. Prikazani rezultati istraživanja se zasnivaju na sledećim izvorima podataka: Ujedinjene nacije, [16] - populacija i broj domaćinstava; EIA [17] - ukupna potrebna energija za grejanje i

hlađenje; projekcija trendova za period 2010-2050 se zasniva na Scenariju zamrznute efikasnosti (engl. *Frozen Efficiency Scenario*).



Slika 16 EU trendovi različitih Kaya indikatora vezanih za potrošnju energije u zgradama za period 1980-2050., [15], [7]

U okviru prikazanih trendova na Slikama 15 i 16, glavnih Kaya indikatora za period od 1980-2050. globalno i za Evropu, prikazani su i procenjeni trendovi u potrošnji energije za RS. Prikazani trendovi odslikavaju trend u Ukupnoj potrošnji energije po stanovniku i trend u Ukupnoj potrošnji energije u zgradama i to samo za period do 2030. godine, s obzirom na to da su rezultati za RS zasnovani na dokumentu Strategija razvoja energetike Republike Srbije do 2025. godine sa projekcijama do 2030. Prognoze za RS se zasnivaju na Scenariju sa primenama mera energetske efikasnosti definisanom u Strategiji. Težnja RS je da u period do 2030. zadrži sadašnji nivo potrošnje energije u zgradama, tako što će potrebu za energijom u objektima koji će se tek graditi kompenzovati tako što će vršiti energetsku sanaciju velikog broj starih zgrada i smanjiti njihovu potrošnju i do 70%, najviše u domenu potrebne energije za grijanje. Povećanje uslova komfora, u smislu prostornog komfora koje se očekuje u RS, će rezultirati u povećanoj potrošnji energije u zgradama po glavi stanovnika za 24% do 2030. godine. Konkretnе vrednosti za Ukupnu potrošnju energije po stanovniku i Ukupna potrošnja energije u zgradama za period od 2010. do 2050. godine kao i Kaya indikatori za godinu 2007., kada je poslednji put vršen popis prikazani su u Tabeli 7.

Tabela 7 Projekcija potrebne energije za grejanje i hlađenje u RS za period od 2010-2030. i Kaya indikatori, na osnovu [7]

Godina	Energija (PWh)	Kaya indikatori				Ostali indikatori			
		Br. domaćinstava (d, biliona)	Br. osoba po domaćinstvu (p/d)	Površina poda po osobi (m <sup>2</sup> /p)	Specifična potrošnja energije (kWh/m <sup>2</sup> /god)	Populacija (p,biliona)	Površina poda (m <sup>2</sup> )		
2007	0.026	0.0027	2.46	28.2	200-250	7.5	$1.9 \times 10^8$		
<hr/>									
Godina	Ukupna potrošnja energije po stanovniku (ten/p)			Ukupna potrošnja energije u zgradama (1000 ten)		Napomena			
2010	2172			3148		Scenario sa primenama mera energetske efikasnosti			
2015	2279			3137					
2020	2458			3129					
2025	2471			3121					
2030	2693			3113					

### 2.1.6 Zaključna razmatranja vezana za potrošnju energije u zgradama u RS

Prema podacima prikazanim u prethodnim poglavljima, zaključuje se da su zgrade relativno veliki potrošači energije, kako u svetu tako i u RS. U RS potrošnja energije u zgradama čini 48% potrošnje ukupne energije u RS. Veći deo te energije čak 70%, troše stambene zgrade, dok preostalih 30% odlazi na javne i komercijalne zgrade. Najveći deo 70-80%, energije koje troše stambene zgrade odlazi na energiju potrebnu za zagrevanje prostora i dobijanje tople vode. Od svih vidova energije i energetika, u stambenim zgradama je najzastupljenija potrošnja električne energije, čak 44%, a zbog velike primene drveta kao izvora toplote za zagrevanje, udeo obnovljivih izvora energije je veliki, 23%. Poredajući se sa prosekom u Evropi, zgrade u RS, pogotovo u domenu energije potrebne za zagrevanje prostora i pripremu tople vode su dosta veći potrošači. Prosečna potrošnja toplotne energije u stambenim zgradama u RS je 1.6 puta veća od evropskog proseka, a čak 2.3 puta veća nego u ekološki razvijenim zemljama Evrope, i preko 2.5 puta veća od zahteva koje je država sama sebi postavila kada je u pitanju izgradnja novih zgrada ali i kada je u pitanju sanacija postojećih zgrada. Donošenjem Strategije razvoja energetike Republike Srbije do 2025. godine sa projekcijama do 2030., RS je definisala pravac energetske politike u zemlji, gde je za oblast zgradarstva definisan cilj da se u periodu do 2030. zadrži sadašnji nivo potrošnje energije u zgradama, bez obzira na očekivani prirast broja novoizgrađenih objekata. Prognoze za

RS se zasnivaju na Scenariju sa primenama mera energetske efikasnosti, u kome se akcenat stavlja na energetsku sanaciju postojećih zgrada.

## 2.2 REŠAVANJE PROBLEMA ENERGETSKE OPTIMIZACIJE ZGRADA

Rešavanje problema energetske optimizacije zgrada podrazumeva rešavanje problema izbora optimalne mere ili grupe mera čiji je cilj da smanje potrošnju energije uz finansijsku uštedu za krajnjeg korisnika. Pored navedenog primenjene mere treba i da doprinesu ugodnjem i kvalitetnijem boravku u zgradama, smanje troškove održavanja i produže životni vek zgrade, doprinoseći zaštiti okoline i smanjenju emisije štetnih gasova kao i globalnim klimatskim promenama. U postupku rešavanja ovog problema, prvi korak je definisanje i strukturiranje skupa mera za smanjenje potrošnje energije.

### 2.2.1 Mere za smanjenje potrošnje energije u zgradama

Izbor skupa energetski efikasnih mera (engl. *retrofitting strategy*) za određenu zgradu je složen proces. Uprkos brojnoj literaturi koja daje savete o tome kako energetski sanirati jedan objekat, definisanje i proučavanje važnih varijabli koje utiču na ovu odluku, rangiranje i vrednovanje istih je i dalje ograničeno. Nesumnjivo je da sam proces izbora kombinacije energetski efikasnih mera uvek predstavlja kompromis između visine inicijalnih investicionih sredstava koja treba uložiti u proces sanacije i koristi koje se dobijaju realizacijom date energetske sanacije, gde se pod pojmom korist podrazumeva korist u ekonomsko (npr. smanjenje energetske zavisnosti), finansijskom (npr. smanjenje operacionih troškova), ekološkom (npr. smanjenje emisije štetnih gasova) i socijalnom (npr. povećanje uslova komfora) smislu.

Primenom različitih mera sanacije može se na različitim nivoima i sa različitim aspekata doprineti povećanju energetske efikasnosti zgrade. Na iskustvima članica EU, prema [18], [19] mere koje se primenjuju za poboljšanje energetske efikasnosti u zgradama mogu se podeliti u pet osnovnih grupa i to:

1. **Mere optimizacije eksploracije tehničkih sistema** kroz uvođenje automatskog upravljanja rada instalacija grejanja, hlađenja, ventilacije i veštačkog osvetljenja (termički parametri sredine se održavaju na željenom nivou samo u periodu korišćenja prostorija u zgradama).

2. **Mere unapređenja termotehničkih instalacija** kroz primenu opreme i uređaja sa visokim stepenom korisnosti, korišćenje otpadne toplove (bolje iskorišćenje primarne energije).
3. **Mere poboljšanja termičkih karakteristika same zgrade** kroz smanjenje potreba za grejanjem u zimskom i hlađenju u letnjem periodu (termička izolovanost i zaptivenost, zaštita od sunčevog zračenja leti).
4. **Uvođenje termotehničkih sistema koji koriste obnovljive izvore energije:** solarni sistemi, fotonaponske ćelije, geotermalne pumpe,
5. **Ljudsko ponašanje koje doprinosi efikasnom i ekonomičnom korišćenju energije:** izbegavanje zaklanjanja i pokrivanja grejnih tela zavesama, maskama i sl., u sezoni grejanja smanjivanje temperature u prostoriji za 1°C

U okviru *Projekta uspostavljanja mreže energetskih menadžera i izrada energetskog bilansa na lokalnom nivou*, [20], Ministarstvo rudarstva i energetike Republike Srbije, izdalo je *Uputstvo za pripremu energetskih bilansa u opštinama*, u okviru kojeg je dalo preporuke za konkretnе mere energetske sanacije u zgradarstvu u okviru prethodno navedenih pet osnovnih grupa mera, i sve navedene mere prema iznosu neophodnih finansijskih sredstava, podelilo u tri kategorije:

1. jednostavne mere povećanja energetske efikasnosti, bez dodatnih troškova, uz trenutne uštede,
2. mere za povećanje energetske efikasnosti uz male troškove i brzi povratak investicije (do tri godine) i
3. mere za povećanje energetske efikasnosti uz nešto veće troškove i duži period povratka investicije (više od tri godine).

U Tabelama 8-12 dat je pregled mera energetske sanacije u zgradarstvu prema [18] i [19], razvrstane po prethodno definisanim finansijskim kategorijama.

Tabela 8 Mere optimizacije eksploracije tehničkih sistema, [18] [19]

<b>1. Mere optimizacije eksploracije tehničkih sistema</b>		
<b>Finansijska kategorija</b>	<b>Konkretna mera</b>	<b>Nivo analize</b>
Bez dodatnih troškova	Isključivanje grejanja ili hlađenja noću i kada nema nikoga	Preliminarna analiza
	Provjetovanje zgrade u letnjem periodu tokom noći	
	Vremensko optimizovanje grejanja i pripreme tople vode,	
	Smanjivanje sobne temperature za -1 ° C u sezoni grejanja	
	Podešavanje hlađenja na min 26°C u sezoni hlađenja	
Nisko-budžetne mere	Redovno servisiranje i podešavanje sistema grejanja i hlađenja	Detaljna analiza

Tabela 9 Mere unapređenja termotehničkih instalacija, [18] [19]

<b>2. Mere unapređenja termotehničkih instalacija</b>		
<b>Finansijska kategorija</b>	<b>Konkretna mera</b>	<b>Nivo analize</b>
Nisko-budžetne mere	Ugradnja termostatskih ventila na radijator	Detaljna analiza
	Ugradnja automatske kontrole i nadzora energetike zgrade	
	Zamena potrošača energetske efikasnosti - energetske klase A	
	Zamena starih T8-fluorescentnih sijalica modernim T5-sijalicama sa elektronskim prigušnicima	
	Ugradnja savremenih lustera sa dobrom reflektujućim svojstvima	
	Korišćenje energetske efikasnosti sijalica	
	Korišćenje sistema kontrole osvetljenja (npr. senzori prisustva, senzori dnevnog svetla, upravljanje osvetljenjem prema intenzitetu dnevnog svetla)	
Visoko-budžetne mere	Sanacija i obnova dimnjaka	Detaljna analiza
	Izolacija cevi za toplu vodu i rezervoar	
	Prelazak sa grejanja električnom energijom na grejanje drugim energentom	
	Zamena kotla ili ložišta	
	Rekuperacija topline dimnih gasova kotla (ekonomajzer)	

Tabela 10 Mere poboljšanja termičkih karakteristika zgrade, [18] [19]

<b>3. Mere poboljšanja termičkih karakteristika zgrade</b>		
<b>Finansijska kategorija</b>	<b>Konkretna mera</b>	<b>Nivo analize</b>
Bez dodatnih troškova	Održavanje prozora i vrata	Preliminarna analiza
	Održavanje okova stolarije i dr.	
	Poboljšanje zaptivenosti spojeva stolarije	
	Poboljšanje zaptivenosti kutija roletni	
Nisko-budžetne mere	Zaptivanje prozora i spoljnih vrata	Detaljna analiza
	Provera i popravka okova na prozorima i vratima	
	Izolacija niša za radijatore i kutije za roletne	
	Termoizolacija postojećeg kosog krova ili plafona prema negrejanom tavanu	
	Redukcija gubitaka topline kroz prozore ugradnjom roletni, postavljanjem zavesa i sl.	
Visoko-budžetne mere	Zamena prozora i spoljnih vrata termički kvalitetnijim	Detaljna analiza
	Termoizolacija celog spoljnog omotača zgrade, zidova, podova, krova i površina prema negrejanim prostorima	
	Izgradnja vetrobrana na ulazu u zgradu	

Tabela 11 Uvođenje termotehničkih sistema koji koriste obnovljive izvore energije, [18] [19]

<b>4. Mere uvođenja termotehničkih sistema koji koriste obnovljive izvore energije</b>		
<b>Finansijska kategorija</b>	<b>Konkretna mera</b>	<b>Nivo analize</b>
Visoko-budžetne mere	Analiza sistema grejanja i hlađenja u zgradi i po potrebi zamena energetski efikasnijim sistemom, u kombinaciji sa obnovljivim izvorom energije	Detaljna analiza

Tabela 12 Ljudsko ponašanje koje doprinosi efikasnom i ekonomično korišćenje energije, [18] [19]

<b>5. Ljudsko ponašanje koje doprinosi efikasnom i ekonomično korišćenje energije</b>		
<b>Finansijska kategorija</b>	<b>Konkretna mera</b>	<b>Nivo analize</b>
Bez dodatnih troškova	Zatvaranje vrata i prozora u prostorijama koje se greju/hlade	Preliminarna analiza
	Noću spuštati roletne i navući zavese	
	Izbegavanje zaklanjanja i pokrivanja grejnih tela zavesama, maskama i sl.	
	Korišćenje prirodnog osvetljenja u što većoj meri	
	Čišćenje svetiljki	
	Gašenje osvetljenja (npr. Kada su prostorije prazne)	

Primena svake pojedinačne mere zavisi od namene zgrade, kao i od trenutnog sveukupnog stanja u kome se zgrada nalazi. Da bi se definisalo trenutno stanje u kome se zgrada nalazi i izvršila analizu mogućnosti primene pojedinih mera poboljšanja, potrebno je izvršiti energetski pregled zgrade. Zakonska regulative u RS predviđa dve vrste energetskih pregleda: preliminarni i detaljni energetski pregled. Preliminarnim energetskim pregledom zgrade podrazumeva samo vizuelni pregled energetskog stanja omotača i svih tehničkih sistema u zgradici i njime se utvrđuje potreba za primenom jednostavnih mera povećanja energetske efikasnosti, bez dodatnih troškova, uz trenutne uštede (Tabele 8-12). Na osnovu prikupljenih podataka u toku preliminarnog pregleda, utvrđuje se potreba za Detaljnim energetskim pregledom na osnovu koga se sastavljaju preporuke za implementaciju opsežnijih mera koje za sobom povlače manja ili veća investiciona sredstva (nisko- i visoko-budžetne mere).

U okviru Izveštaja za Projekat uspostavljanja mreže energetskih menadžera i izrada energetskog bilansa na lokalnom nivou [20], navodi se da je prilikom analize primene mera unapređenja energetskih performansi zgrade važno problemu pristupiti određenim redosledom. Predloženo je da se prvo razmatra grupa mera za poboljšanje karakteristika same zgrade (termičkog omotača), nakon toga mere za smanjenja gubitaka toplote pri proizvodnji i distribuciji toplote, zatim slede mera koje podrazumevaju zamenu uređaja i opreme sistema za grejanje, klimatizaciju i pripremu sanitарне tople vode ili sistema osvetljenja, uz uvođenje regulacije rada sistema. Konkretno, u Izveštaju je dat sledeći predlog redosleda implementacije navedenih mera:

- **I grupa:** poboljšanje termičke izolovanosti i zaptivenosti zgrade uz primenu pasivnih mera zaštite od sunčevog zračenja (rezultat: smanjenje potrebnog kapaciteta izvora toplote, instalisane snage grejnih tela i ukupnih toplotnih potreba zgrade; smanjenje potreba za hlađenjem i poboljšanje termičkog komfora).
- **II grupa:** izolacija toplovoda i dela cevne i kanalske mreže (rezultat: smanjenje gubitaka u distribuciji toplote i potrebne primarne energije).
- **III grupa:** zamena izvora / energenata (rezultat: povećanje ukupnog stepena korisnosti postrojenja).

- **IV grupa:** centralna regulacija sistema grejanja - kvalitativna regulacija prema spoljnoj temperaturi (rezultat: smanjenje pregrevanja prostorija kojim se za smanjenje temperature unutrašnjeg vazduha za 1°C smanjuje potrošnje toplice za oko 6%).
- **V grupa:** lokalna regulacija - termostatski ventili i cirkulacione pumpe sa promenljivim brojem obrtaja (kod zgrada sa više zona i različitog režima korišćenja).
- **VI grupa:** uvođenje centralnog sistema upravljanja (zgrade koje imaju složene termotehničke sisteme: grejanje, ventilacija, klimatizacija; mogućnost povezivanja ostalih servisa: osvetljenje, protivprovalni ...).
- **VII grupa:** primena OIE (smanjenje primarne energije i emisije CO<sub>2</sub>; topotna pumpa u kombinaciji sa niskotemperaturnim sistemom grejanja - rezultat: visok stepen korisnosti; mogućnost sniženja unutrašnje projektovane temperature; mogućnost korišćenja za potrebe hlađenja).
- **VIII grupa:** korišćenje otpadne toplice i tehnike noćne ventilacije.

U Izveštaju za Projekat [20], je naglašeno da se pri donošenju odluka vezanih za odabir energetski efikasnih mera mora razmatrati efekte svake predložene mere pojedinačno, ali i zbirni efekat nekoliko primenjenih mera. Pri izboru grupe mera od suštinskog je značaja doći do odgovora na pitanja: koji je to optimalan iznos sredstava koji treba uložiti u energetsku sanaciju objekta? i koje konkretno mere treba primeniti kako bi se postigao maksimalni efekat energetske sanacije u okviru raspoloživog budžeta? U svetskoj literaturi, pored navedenih pitanja, razmatra se i niz mogućih drugih pitanja vezanih za ostale aspekte projekta: ekološki, sociološki, kulturni kao i uticaj niza učesnika u realizacije takvog projekta sa često oprečnim zahtevima. Stoga je jasno da danas, izbor najbolje grupe mera iz niza mogućih varijanti u smislu više različitih prethodno definisanih kriterijuma predstavlja rešavanje zadatka višekriterijumske optimizacije.

### 2.2.2 Multikriterijumska analiza kao alat za rešavanje problema energetske optimizacije zgrada

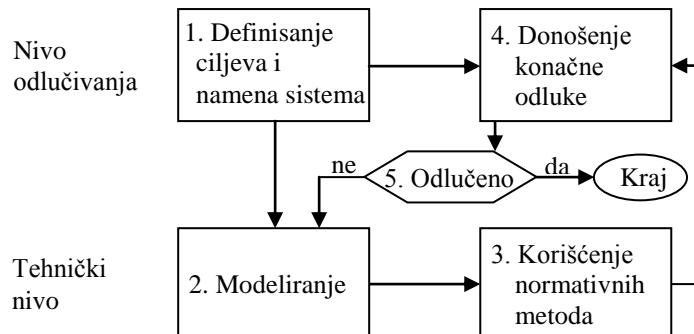
Rešavanje problema unapredjenja performansi zgrada sa aspekta njihove energetske efikasnosti, a danas se sve više i sa aspekta njihove održivosti, je izrazito multidisciplinarnog karaktera. Odavno je u svetu, a sve više i kod nas napušteno planiranje energetski efikasnih mera koje se isključivo bavi minimizacijom investicionih troškova. S obzirom na to da u procesu planiranja i odlučivanja pored krajnjeg korisnika, na posredan ili neposredan način učestvuju i različite brojne grupe učesnika kao što su institucije, administrativne vlasti, potencijalni investitori i ekološke grupe, tradicionalni monokriterijumski pristup donošenja odluka ne može više da se nosi sa često suprotstavljenim ciljevima, zahtevima, mogućnostima i ograničenjima različitih zainteresovanih strana. Multidisciplinarnost se ogleda u činjenici da su donosioci odluke primorani da rešavajući problem energetske efikasnosti zgrada, sagledavaju zgradu kako sa tehničko-tehnološkog aspekta, tako i sa finansijskog, ekonomskog, sociološkog, pravnog, ekološkog i kulturnog aspekta. Na donosiocima odluke je teret uspostavljanja prihvatljivog bilansa između svih ispoljenih suprotnosti, konfliktnih ciljeva, neizvesnosti, uvedenih pretpostavki i ograničenja u okviru projekta. Niz mera, naveden u prethodnom poglavlju, predstavlja samo početni korak u doноšењу оdluke o najboljoj mogućoj grupi mera ili jednoj meri za smanjenje potrošnje energije za neki konkretan projekat i okruženje u kome se on realizuje. Donosioci odluke u procesu izbora energetski efikasnih mera suočeni su sa više suprotstavljenih ciljeva: minimizacija investicionih troškova, maksimizacija ušteda u potrošnji svih vidova energije koju koristi objekat, minimizacija operacionih troškova u fazi eksploatacije objekta, maksimizacija eksplotacionog veka svih komponenti sistema (elemenata objekta), minimizacija negativnog uticaja objekta na životnu sredinu, maksimizacija zadovoljenja svih vidova komfora u objektu i sl.. Započeti spisak bi mogao da se odnosi samo na suprotstavljene ciljeve između dva učesnika na projektu: investitora i krajnjeg korisnika, u smislu da je težnja investitora da za što manje uloženih para u što kraćem roku dođe do proizvoda/objekta koga će lako prodati na tržištu, ne obazirući se previše na operacione troškove objekta u eksploataciji, količine resursa koje će objekat trošiti (energija, voda...), načine i troškove održavanja objekta i neanalizirajući eventualne štetne uticaje objekta na mikro i makro lokaciju, a koji su od

važnosti za kupca objekta. Uključujući i ostale učesnike u realizaciji projekta, kao što su izvođač, projektant, državne institucije i brojna društva za zaštitu životne sredine, ovaj spisak bi mogao da se produži u nedogled. Svaki od navedenih učesnika na projektu ima svoje motive, ciljeve i pristup projektu i shodno tome definiše svoje kriterijume po kojima vrednuje efekte projekta energetske sanacije. Veoma često se kriterijumi pojedinih učesnika među sobom poklapaju, tako da je skup kriterijuma koji obuhvata sve (ili što više) relevantne posledice realizacije projekta konačan, a mogućnost pronalaženja rešenja koje odgovara većini, ili u manjoj ili većoj meri svima, je moguća.

*Proces pronalaženja najboljeg mogućeg rešenja iz niza mogućih ili povoljnijih varijanti u smislu jednog ili više usvojenih kriterijuma, a koje ima veliku šansu da bude prihvaćeno kao dobar kompromis između različitih konfliktnih interesa učesnika na projektu predstavlja polje istraživanja teorije optimizacije, a sam zadatak teorije optimizacije je razvijanje metoda za pronalaženje takvog rešenja [21].* Višekriterijumsко odlučivanje ili višekriterijumska analiza razvijena u okviru teorije optimizacije, koja služi za podršku donošenja odluka (engl. *Multi-Criteria Decision Making – MCDM*) je disciplina koja obuhvata matematiku, menadžment, informatiku, psihologiju, sociologiju i ekonomiju, i nameće se kao prihvatljiv alat za pronalaženje rešenja koje se bazira na većem broju kriterijuma. Sam proces dolaženja do rešenja primenom višekriterijumske optimizacije odvija se u više faza i na više nivoa odlučivanja. U literaturi [21] Opricović daje detaljan opis kompleksnog procesa i metoda za višekriterijumsku optimizaciju i detaljnu razradu metoda za određivanje kompromisnog rešenja u zadacima višekriterijumske optimizacije u planiranju sistema u građevinarstvu. Složeni proces dolaženja do optimalnog rešenja, Opricović predstavlja kroz pet faza koje se realizuju na dva nivoa odlučivanja. Prema [21] osnovne faze u optimizaciji su:

1. definisanje ciljeva i namena sistema i identifikacija načina postizanja ciljeva,
2. matematički opis sistema i definisanje vrednovanja kriterijumskih funkcija,
3. korišćenje postojećih normativnih metoda; optimizacija u užem smislu,
4. usvajanje konačnog rešenja ili donošenje konačne odluke i
5. ako konačno rešenje nije usvojeno, sledi pronalaženje novih informacija i ponavljanje postupka od 2. koraka, ponovnim definisanjem zadatka

Šematski prikaz opšteg procesa optimizacije dat je na Slici 17.



Slika 17 Šematski prikaz procesa optimizacije [21]

Navedenih 5 faza u realizaciji procesa optimizacije odvijaju se kroz dva hijerarhijska nivoa: tehnički nivo i nivo odlučivanja. Cilj tehničkog nivoa je da na bazi prethodno definisanog problema i jasnih ciljeva izvrši matematičko modelovanje sistema, zatim da izabere i primeni adekvatnu optimizacionu metodu u zavisnosti od prirode problema, i na taj način snabde donosioca ili donosioce odluke informacijama koje ukazuju na posledice uticaja pojedinih rešenja, kao i da predloži skup dobrih rešenja. U procesu međusobne interakcije između nivoa odlučivanja i tehničkog nivoa dolazi do donošenja konačne odluke. Da bi konačna odluka bila dobra, mora biti bazirana na pouzdanim i sveobuhvatnim informacijama. Kvalitet informacije zavisi od kvaliteta matematičkog modela. Ako matematički model dobro reprezentuje problem, tada će i rešenje dobijeno pomoću modela biti dobro rešenje datog problema. U inženjerskoj praksi uobičajeno je da se unapred zadaju varijantna rešenja i da se za svako pojedinačno rešenje formira diskretan matematički model. Matematički model se sastoji od skupa kriterijumske funkcija i funkcija koje definišu ograničenja u sistemu ili neke uslove iz okoline sistema i često mogu biti izražene nejednačinama. Višekriterijumska optimizacija u matematičkom smislu se svodi na traženje ekstremuma vektorske kriterijumske funkcije čije su komponente pojedinačne kriterijumske funkcije u okviru dopustivog skupa rešenja. U praktičnom smislu, rešavanje problema vektorskog maksimuma se proširuje uvođenjem koncepta superiornosti, gde se već definisanim pojedinačnim kriterijumskim funkcijama dodaje i preferenca donosioca odluke, što rezultuje da se iz skupa neinferiornih rešenja predloži jedno superiorno rešenje.

### 2.2.3 Pregled modela višekriterijumske optimizacije za rešavanje problema energetske optimizacije zgrada

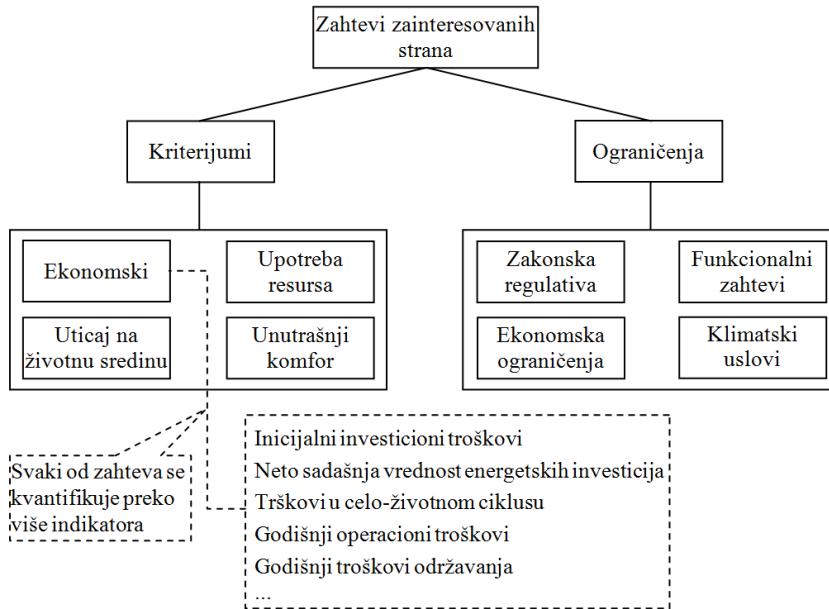
Razvoj metoda za rešavanje problema višekriterijumske optimizacije je značajno porastao u poslednjih 30 godina, a polje primene se proširilo sa oblasti ekonomije na oblast rešavanja inženjerskih problema. Broj radova u oblasti energetske efikasnosti zgrada koji za metodološku osnovu imaju neku od metoda višekriterijumske optimizacije eksponencijalno je porastao u poslednjoj deceniji, sa jasno izraženom tendencijom rasta iz godine u godinu. Usvajanjem direktive EPBD (2002/91/EC i njenog proširenja 2010/31/EU) čiji je glavni cilj da promoviše troškovno isplativa rešenja koja doprinose povećanju energetskih performansi zgrade, direktno je postavljen zadatak višekriterijumske optimizacije koji se rešava kako u toku projektovanja novih zgrada tako i pri obnovi i sanaciji postojećih zgrada.

Razvoj metoda u oblasti višekriterijumske optimizacije pokrenuo je razvoj brojnih modela za rešavanje problema energetske optimizacije zgrada. Najveći broj modela, [22] [23] [24] [25] [26] [27] [28] [29] [30], je razvijen tako da integriše u sebe fizički model zgrade, koji na dovoljno dobar način simulira sve energetske procese u zgradama, i sa druge strane integriše adekvatan ekonomski model koji sagledava ekonomsku i finansijsku isplativost objekta sa aspekta potrošnje/uštede energije u toku eksploatacije samog objekta. Mnogi istraživači su u pogledu razvijanja modela išli dalje i pored ekonomskih sagledavalih i druge aspekte energetski efikasnih rešenja. U radovima [31] [32] [33] autori su u model višekriterijumske optimizacije integrisali i model za procenu toplotnog komfora u objektu. Parametar kojim je kvantifikovan toplotni komfor u objektu je bio *ukupan procenat broja sati u toplotno nekomformnim uslovima u toku jednog dana* (engl. *total percentage of discomfort hours, TPMVD*), gde su za određivanje perioda koji označava toplotno (ne)komforne uslove koristili Frangerov model [34]. P.O. Franger je razvio metodu *Predicted Mean Vote* (PMV) za definisanje toplotnog komfora, gde se za uslove, za koje se smatra da je postignut toplotni komfor, uzima određena kombinacija vrednosti sledećih parametara: srednja temperatura u sobi, srednja radijantna temperatura, vlažnost vazduha, brzina strujanja vazduha, brzina metabolizma i stepen odevenosti, pri kojoj je u proseku, veći broj populacije izjavio da se oseća prijatno. Kvantifikacija uslova komfora se vrši na skali od -3 (previše hladno)

do +3 (previše toplo), gde 0 predstavlja stav da su zadovoljeni uslov toplotnog komfora. Ovakav način modelovanja toplotnog komfora je definisan u ISO Standardu, *Ergonomics of the Thermal Environment—Analytical Determination and Interpretation of Thermal Comfort Using Calculation of the PMV and PPD Indices and Local Thermal Comfort Criteria*, kao i u američkom standardu *ASHRAE, Thermal Environment Conditions for Human Occupancy, American Society of Heating, Refrigerating, and Air-Conditioning Engineers*.

Drugi aspekt, često istraživan i modelovan u problemima višekriterijumske optimizacije energetskih performansi zgrada, je ekološki aspekt, gde je najčešći kriterijum bio smanjenje emisije štetnih gasova i to gasa CO<sub>2</sub> [35] [36] [37] [38]. Svi modeli su se zasnivali na pretpostavci da količina emitovanog CO<sub>2</sub> zavisi od vrste goriva iz koga se dobijala toplotna energija i same količine toplotne energije koja se troši. Razvojem metodologije pod nazivom Celoživotna analiza zgrada (engl. *Life Cycle Analysis, LCA*) ekološki aspekti optimizacije energetskih performansi zgrada su počeli detaljnije da se analiziraju. U radu [39], E. Antipova i ostali, su uticaj potrošnje energije u objektu na životnu sredinu analizirali primenom takozvane metode za procenu uticaja *CML2001* koja se bazira na principima *LCA*. *CML2001* metoda je razvijena od strane *Institute of Environmental Sciences, Leiden University, The Netherlands*, i objavljena u priručniku *Handbook on life cycle assessment. Operational guide to the ISO standards* [40]. U radu [39] primenom *CML2001*, ekološki model je pored procene emisije CO<sub>2</sub> obuhvatio i druge štetne gasove koji stvaraju efekat staklene bašte (engl. *Green House Gas GHG*), kao što su sumporni oksidi, azotni oksidi i dihlorobenzeni, kvantifikujući ih prema *CML2001* i grupišući njihov uticaj u kategorije tako da odslikavaju štetnost po pojedinim ekološki važnim aspektima: klimatske promene, štetan uticaj na ljudsko zdravlje, zagađenost zemljišta i zagađenje voda (eutrofikacija, acidifikacija). Uvođenjem u razmatranje ekoloških aspekata energetske optimizacije zgrada, u proces donošenja odluke uvršteni su zahtevi brojnih institucija, standarda, normativa i zakona koji se bave ekološkim aspektima održivosti zgrada. U radu [41], Y. Shao i ostali, su za potrebe donošenja odluka u ranim fazama realizacije projekta, koje uzimaju u obzir specifične zahteve i ostalih zainteresovanih strana osim investitora, definisali hijerarhijsku strukturu zahteva i ograničenja svih zainteresovanih strana (Slika 18). U svom modelu autori su definisali četiri aspekta sa kojih treba analizirati alternative: 1)

ekonomski aspekt, 2) upotreba resursa, 3) uticaj na životnu sredinu i 4) zadovoljenje uslova komfora, kao i četiri vrste ograničenja: 1) zakonska regulativa, 2) funkcionalni zahtevi, 3) ekomska ograničenja i 4) klimatski uslovi.

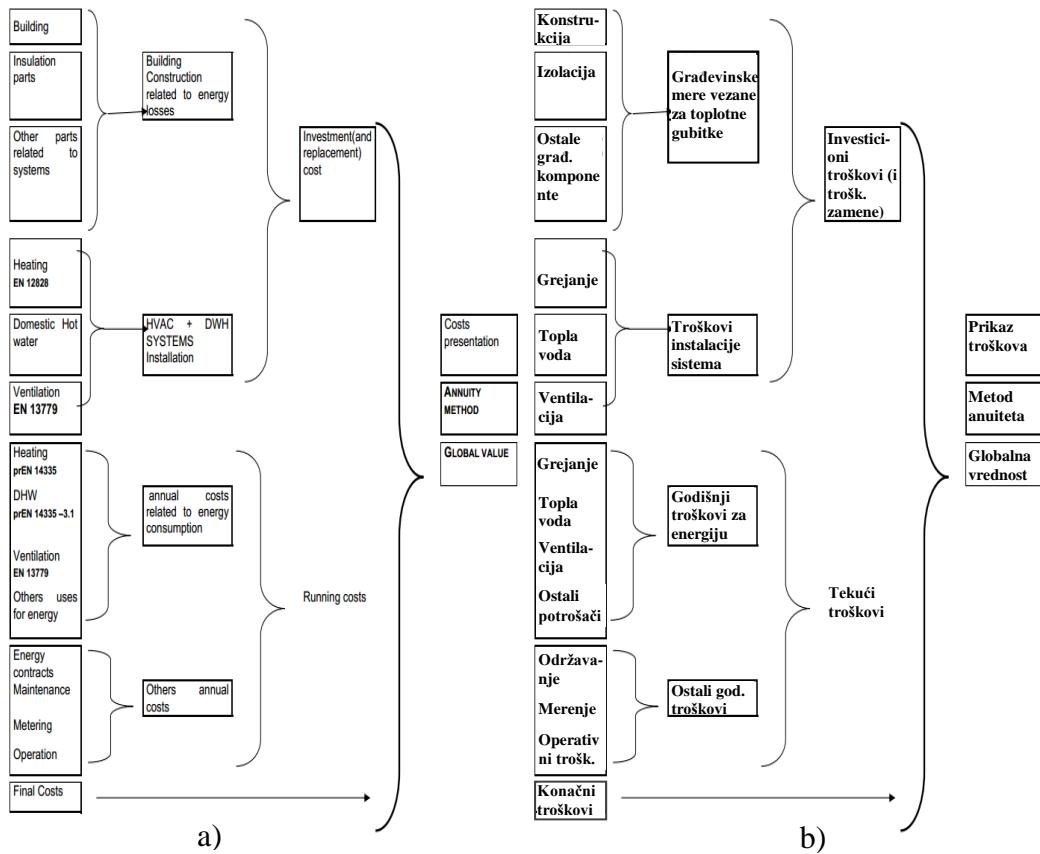


Slika 18 Hjerarhijska struktura zahteva zainteresovanih strana [41]

Kako bi se izvršila kvantifikacija performansi zgrade sa pojedinih predloženih aspekata potrebno je za svaki aspekt (zahtev) definisati niz indikatora i ustanoviti procedure za njihovu kvantifikaciju. Predloženi indikatori preko kojih se ocenjivala ekomska efikasnost energetskih alternativa u prethodno pomenutim radovima su se najčešće odnosili na: inicijalne investicioni troškove, neto sadašnju vrednost budućih energetskih investicija, troškove u celo-životnom ciklusu, godišnje operacione troškove, godišnje troškove održavanja i povratni period investicionih sredstava.

Evropski komitet za standardizaciju je još 2007. godine usvojio Standard EN 15459:2007 CEN/TC 228 pod nazivom *Energy Efficiency for Buildings — Standard economic evaluation procedure for energy systems in buildings* [42] u kome je 1) definisao vrste i strukturu troškova koji će se uzeti u obzir pri proračunu ekomske isplativosti energetski efikasnih mera u zgradama, 2) definisao procedure za proračun pojedinih troškova i ukupnih troškova (engl. *global costs*) uzimajući u obzir depresijaciju vrednosti novca kroz vreme i prognoze inflatornih stopa za različite vrsta resursa i 3) dao informativne podatke o životnom veku, godišnjim troškovima

održavanja i rezidualnoj vrednosti građevinskih i termotehničkih komponenata u objektu. Blok šema strukture troškova prema ovom Standardu data je na Slici 19.



Slika 19 Struktura troškova vezanih za potrošnju energije u objektu prema [42]: a) originalno iz Standarda, b) srpski prevod od strane autora disertacije

Procedure za proračun pojedinih vrsta troškova opisane u Standardu su primenjivane i razvijane u brojnim naučnim radovima: [33] - [43]. Navedeni Standard je 2012. godine usvojen i u Republici Srbiji, pod nazivom *Energetske karakteristike zgrada — Postupak ekonomiske ocene energetskih sistema u zgradama*, i nosi oznaku: SRPS EN 15459:2012.

U literaturi *Guide to Energy Management* [44] autori su predložili nekoliko parametara za merenje finansijske isplativosti projekta, tj. upoređivanje više alternativa vezanih za unapređenje energetske efikasnosti u pogledu njihove finansijske isplativosti.

Predloženi su sledeći parametri:

1. Prost povratni period– *Simple Payback Period, SPP,*
2. Sadašnja vrednost projekta– *Present Worth PW,*
3. Buduća vrednost projekta– *Future Worth FW,*
4. Prosečna vrednost godišnjih troškova i prihoda – *Annual Worth AW,*
5. Koeficijent Benefiti/Troškovi (Uštede/Investicija) -*Benefits/Cost Ration (Savings / Investment Ration), BCR, SIRi*
6. Interna stopa povraćaja uloženog kapitala – *Internal Rate of Return, IRR.*

Povratni period (1. parametar) finansijskih sredstava predstavlja broj godina za koje se vrate uložena finansijska sredstva, kroz dobiti projekta (na osnovu ostvarenog prihoda) ili kroz uštede. Ovako definisan prost povratni period se računa kao odnos uloženih investicionih sredstava i planiranih ušteda, i za razliku od ostalih navedenih parametara u svoj proračun ne unosi vremensku vrednost novca, kao ni troškove zamene i održavanja komponenata. Izostavljanje navedenih troškova, kao i zanemarivanje vremenske vrednosti novca može stvoriti vrlo netačanu sliku o finansijskoj isplativosti projekta u mnogim slučajevima. Ipak, za projekte gde se očekuje brz povraćaj uloženih sredstava i gde se sa velikom tačnošću Pretpostavlja da životni vek svake od novih komponenata sistema je sigurno duži od povratnog perioda, tj. u toku perioda povratka inicijalnih sredstava neće doći do zamene ni jedne novo ugrađene komponente sistema, ovakav proračun je opravдан.

Za projekte veće investicione vrednosti i gde se očekuje duži povratni period investicije predlaže se uvođenje vremenske komponente (preko faktora sadašnje vrednosti - *Present Value Factor* ili faktor anuiteta - *Annuity Factor*) u tokove novca, koja omogućava da se izvrši poređenje troškova i prihoda i/ili ušteda koje nastaju u različitim vremenskim trenucima, kao i da se obuhvati celokupni životni ciklus objekta. Navedeni parametri od 2. - 6. uzimaju u obzir promenu vrednosti novca kroz vreme prilikom računanja svih troškova, prihoda i ušteda koje nastaju u eksploatacionom veku objekta (ili nekom drugom prethodno definisanom obračunskom period). Prema Vodiču [44], celokupan tok novca u vremenu može biti sveden na sadašnji trenutak (2. parametar), budući trenutak (3. parametar) ili predstavljen kao prosečna vrednost godišnjih troškova

i prihoda (4. parametar). Za ocenu isplativosti projekta u nekom vremenskom periodu uvode se dva dodatna parametra: koeficijent Benefiti/Troškovi, *BCR* (5. parametar) i Interna stopa povraćaja uloženog kapitala, *IRR* (6. parametar). *BCR* je odnos sadašnje vrednosti svih benefita na projektu i sadašnje vrednost svih troškova na projektu, gde benefit predstavlja razliku između svih prednosti i mana koje donosi projekat (npr. uštede na računu za grejanje manje cena održavanja novog sistema), a troškovi su predstavljeni kao svi troškovi u obračunskom periodu manje rezidualna vrednost novog sistema. Da bi se projekat smatrao isplativim u nekom periodu, mora da važi  $BCR > 1$ , tj. da su benefiti veći od troškova. Poslednji parametar, Interna stopa povraćaja kapitala je definisana tako da predstavlja onu vrednost kamatne stope, za koju su na kraju eksploatacionog veka (ili obračunskog perioda) komponente, sistema ili celog projekta, izjednačene sledeće vrednosti: sadašnja vrednost svih troškova i sadašnja vrednost svih benefita. Ukoliko je Interna stopa povraćaja kapitala veća od realne kamatne stope, ili veća od kamatne stope sa kojom posluje kompanija koja ulaže u investiciju (engl. *Minimum Attractive Rate of Return, MARR*), onda je projekat finansijski isplativ. Parametri od 2.-6. sačinjavaju fundamentalni deo Celoživotne analize zgrada, dok se parametar 1. u kombinaciji sa nekim od parametara 2.-6. može koristiti u Celoživotnoj analizi zgrada uz prethodno gore navedena ograničenja. Detaljnije informacije vezane za načine proračuna pojedinih parametara mogu se naći u literaturi [44].

Pregled literature iz oblasti energetske sanacije zgrada pokazuje da su pojedini finansijski parametri, definisani u literaturi *Guide to Energy Management* [44] uključeni u pojedine model odlučivanja, ali da ipak u većini radova nisu analizirani svi troškovi definisani i struktuirani prema Standardu [42]. U Tabeli 13 dat je sumarni pregled analizirane literature na ovu temu sa navedenim kriterijumskim funkcijama u okviru modela i ograničenjima.

Tabela 13 Sumarni prikaz literature u vezi sa finansijskim parametrima energetske sanacije

<b>Ref.</b>	<b>Model</b>	<b>Kriterijumska funkcija</b>	<b>Ograničenja</b>
[45]	Uklanjanje mera na osnovu hijerarhije	MIN LCC	Vrši se samo rangiranje mera Korišćena robusna simulacija Neizvesnost nije razmatrana
[18]	Višekriterijumski pristup u odlučivanju	MIN investicioni troškovi MIN koeficijent energetskog opterećenja zgrade	Razmatrana energija za grejanje Nisu razmatrane sve vrste troškova Neizvesnost nije razmatrana
[46]	Višekriterijumski model odlučivanja	MIN potrošnja energije MIN emisija CO <sub>2</sub>	Razmatrana energija za grejanje Nisu razmatrani troškovi Neizvesnost nije razmatrana
[47]	Skrining metodologija za implementaciju troškovno efikasne sanacije	MIN povratni period	Nisu razmatrane sve vrste troškova Korišćena robusna simulacija NPV nije razmatrana Neizvesnost nije razmatrana
[48]	Višekriterijumski model odlučivanja	MIN troškovi energetske sanacije MAX uštada energije	Nisu razmatrane sve vrste troškova Razmatrana energija za grejanje Korišćena robusna simulacija Neizvesnost nije razmatrana
[49]	Višekriterijumski model odlučivanja	MIN LCC MIN emisija CO <sub>2</sub>	Samo za nove zgrade Nisu razmatrane sve vrste troškova NPV nije razmatrana Neizvesnost nije razmatrana
[50]	Tehno-ekonomski evaluacioni model	MIN NPV za LCC	Korišćena robusna simulacija Nisu razmatrani svi benefiti sanacije
[51]	Višekriterijumski model odlučivanja	MIN troškovi energetske sanacije MAX uštada energije MAX toplotni komfor	Nisu razmatrane sve vrste troškova Razmatrana energija za grejanje Korišćena robusna simulacija Neizvesnost nije razmatrana
[19]	Višekriterijumski model odlučivanja	MAX uštada energije MIN povratni period	Nisu razmatrane sve vrste troškova Korišćena robusna simulacija Neizvesnost nije razmatrana
[52]	Višekriterijumski model odlučivanja za LCC	MAX uštada energije MIN LCC MIN povratni period	Nisu razmatrane sve vrste troškova Razmatrana električna energija Neizvesnost nije razmatrana

Tabela 13 Nastavak 1

Ref.	Model	Kriterijumska funkcija	Ograničenja
[53]	Višekriterijumski model odlučivanja	MIN troškovi energetske sanacije MIN potrošnja energije MIN broja sati u toplotno nekomifornim uslovima	Nisu razmatrane sve vrste troškova Razmatrana energija za grejanje Korišćena robusna simulacija Neizvesnost nije razmatrana
[54]	Sistematičan alat za optimalnu sanaciju	MIN ukupni troškovi MIN uticaj na životnu sredinu	Nisu razmatrane sve vrste troškova Razmatrana energija za grejanje Nisu uključeni sve elementi Neizvesnost nije razmatrana
[55]	Višekriterijumski model odlučivanja	MIN povratni period MIN emisija CO <sub>2</sub> MIN troškovi energije	Nisu razmatrane sve vrste troškova Neizvesnost nije razmatrana
[56]	Analiza neizvesnosti/osetljivosti zasnovana na simulaciji velike razmere pri proceni energetskih karakteristika zgrade (SLABE)	MIN LCC	Nisu razmatrane sve vrste troškova Korišćena robusna simulacija
[57]	Višekriterijumska metodologija	MIN NPV za LCC MIN uticaj na životnu sredinu	Korišćena robusna simulacija Ocenjuje strategije za izbor mera bez selektovanja optimalnih mera
[42]	Standard: EN 15459:2007	MIN globalni troškovi MIN godišnji troškovi	Ocenjuje strategije za izbor mera bez selektovanja optimalnih mera Neizvesnost nije razmatrana

LEGENDA: MIN-minimalno; MAX-maksimalno; NPV-neto sadašnja vrednost; LCC – celoživotna analiza troškova; SLABE-Simulation-based Large-scale uncertainty/sensitivity Analysis of Building Energy performance

U većini radova razmatran je samo po jedan finansijski parametar sanacije, koji je ili inicijalni investicioni trošak predloženih alternativa, i/ili samo neto sadašnja vrednost direktnih troškova potrošnje energije, bez uzimanja u obzir troškova zamene potrošnih komponenata termotehničkih sistema i troškova tekućeg održavanja. Pored navedenih indikatora, u pojedinim radovima je dodatno kao ekonomski indikator razmatran parametar povratni period investicionih sredstava. Većina modela se zasniva na robusnim kompjuterskim simulacijama koje zahtevaju jaku hardversku podršku, sofisticirana znanja koja su izvan okvira standardnih inženjerskih kompetencija i vremenski su zahtevna.

Iz svega gore navedenog, analizirajući u poslednjoj deceniji put razvoja optimizacionih modela sa stanovišta broja i vrste kriterijuma i učesnika u procesu odlučivanja, lako se uočava razvojni put koji je krenuo od zadovoljenje jedinog zahteva investitora, a to je da se smanje investicioni troškovi, pa preko zahteva korisnika da se optimizuju troškovi u period eksploatacije i obezbedi toplotni komfor u objektu, došao do svog kompleksnog oblika koji uključuje sve zainteresovane strane i teži da kroz proces optimizacije doprinese zadovoljenju globalnih ekoloških zahteva: zaustavljanje klimatskih promena, smanjenje zagađenja na planeti Zemlji i smanjenje potrošnje svih neobnovljivih resursa.

Značajan deo na ovom razvojnem putu zauzima razvoj matematičkih modela kojima se opisuju fizički procesi razmene toplote između objekta i okoline, a koji dalje predstavljaju osnov za pouzdan proračun troškova u period eksploatacije, definisanja mogućeg komfora u objektu, procene uticaja objekata na okolinu sa ekološkog aspekta, pa i samu procenu eksploatacionog veka pojedinih građevinskih komponenti objekta. Stoga se u narednim poglavljima daju ukratko teorijska razmatranja prenosa toplote kod građevinskih konstrukcija, osnove toplotnog bilansiranja zgrade i daje se pregled metodologija za određivanje godišnje potrebne energije za grejanje u zgradama.

## 2.3 PRINCIPI PRENOSA TOPLOTE U ZGRADAMA

### 2.3.1 Osnovni oblici prenosa toplote u zgradama

Razumevanje osnovnih vidova i principa prenosa toplote kroz termički omotač zgrade je ključ za definisanje pouzdanog matematičkog modela na kojem se zasniva proces uspešne optimizacije potrošnje energije za grejanje u zgradama. Osnovne fizičke veličine kojima se opisuju termički procesi su toplota i temperatura zbog čega će ovde biti date njihove definicije.

Prema definiciji toplota je vid energije koju sistem razmenjuje sa okolinom usled razlike temperature putem sudara molekula sistema i okoline kada se molekuli kreću potpuno haotično. Jedina posledica razmenjene toplote je promena srednje kinetičke energije haotičnog kretanja molekula sistema i okoline, tj. sva razmenjena energija se troši na povećanje temperature, a ne na neki drugi vid energije, na primer mehanički rad.

Kolokvijalno se kaže da je temperatura mera unutrašnje energije sistema. Prema definiciji, temperatura je makroskopski termodinamički parametar kojim se određuje unutrašnja energija sistema. Kod gasova unutrašnja energija je linearna funkcija temperature, a kod tečnosti i čvrstih tela je monotono rastuća funkcija temperature.

Zgrade razmenjuju toplotu sa svojom okolinom na tri osnovna načina:

- provođenjem toplote kroz strukturne elemente objekta tj. kondukcijom;
- prelaženjem toplote sa objekta na okolini vazduh tj. konvekcijom i
- putem zračenja tj. radijacijom.

Takođe, protok vlage a pre svega difuzija vodene pare i njena kondenzacija kao i isparavanje vode, su takođe važni procesi jer vlaga osim što kretanjem prenosi sadržaj toplote (entalpiju) dodatno, faznim transformacijama iz gasovitog u tečno i obrnuto, odaje odnosno apsorbuje toplotnu energiju, tzv. latentnu toplotu.

Prilikom prenošenja toplote provođenjem (kondukcijom) dolazi do prenosa toplote kroz određeni medijum sa mesta više temperature na mesto niže temperature, a sam proces se odvija na molekularnom nivou. Naime, molekuli sredine koji su na višoj temperaturi imaju veću srednju kinetičku energiju haotičnog kretanja, kreću se brže i pri sudaru sa molekulom na nižoj temperaturi prenose kinetičku energiju, zbog čega molekuli na nižoj temperaturi povećavaju svoju kinetičku energiju haotičnog kretanja, tj. povećavaju temperaturu. Istovremeno se molekulima koji smanjuju kinetičku energiju usled sudara temperatura smanjuje. Opisani mehanizam se odvija sve dok postoji termička neravnoteža između molekula u telu. Ovaj način prostiranja toplote je dominantan za prostiranje toplote kroz čvrsta tela kod kojih ne postoji mogućnost strujanja molekula pa se prenos toplote odvija samo sudarima molekula koji haotično osciluju oko svojih ravnotežnih položaja. Kada posmatramo zgradu, konduktivni prenos toplote se odvija unutar samog termičkog omotača zgrade.

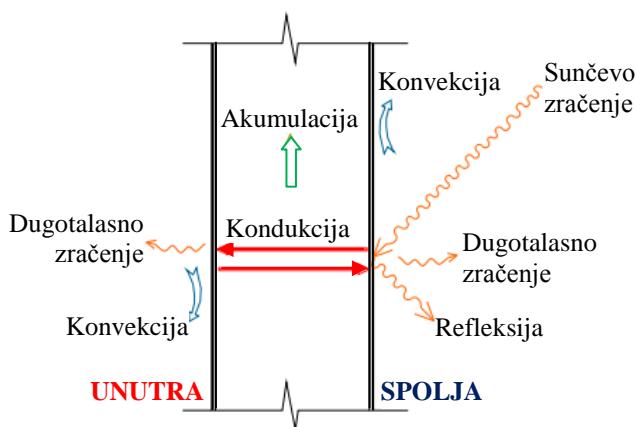
Prenos toplote konvekcijom (prelazom) je karakterističan za sredine koje sadrže fluide kao i sredine sa telima različitog agregatnog stanja, kao što je to slučaj kod zgrada gde imamo velike površine kontakta vazduha sa građevinskim elementima kao i grejnih (rashladnih) fluida sa grejnim (rashladnim) telima. Dominantan fizički mehanizam prenosa toplote u ovom slučaju je strujanje fluida koje može biti prirodno ili prinudno.

Strujno polje može biti različite strukture, od laminarnog (slojevitog) do vrtložnog (turbulentnog). Usled strujanja fluid (tečnost ili gas) razmenjuje toplotu sa okolinom ili unutar sebe, prostim mešanjem materije, gde delovi fluida koji se kreću nose sa sobom energiju njihovih molekula. Kada su u pitanju zgrade, konvektivni prenos toplote odvija se duž granice kontaktne površine objekta (termičkog omotača zgrade) i fluida (vazduha) koji ga okružuje. Na samoj površini termičkog omotača, gde u porama postoji zarobljen vazduh ili tečnost, najpre se odvija prenos toplote kondukциjom i to između molekula koji su na samoj površini objekta i molekula vazduha koji su silama adhezije *zalepljeni* za objekat. Na ovaj način se javlja temperaturna razlika unutar samog sloja vazduha koji se nalazi u neposrednoj blizini objekta, koja za posledicu ima promenu gustine vazduha, pojavu sile potiska koja izaziva njegovo kretanje, a sa tim i prenos toplote dalje kroz vazduh konvekcijom. Kada je kretanje slojeva vazduha uslovljeno samo temperaturnom razlikom, prenos toplote koji se tada odvija naziva se prirodna konvekcija. Ovakav vid prenosa je zastavljen unutar objekta na kontaktnim površinama grejnih tela kao i na površinama zida unutar objekta, ali samo ako ne postoji dodatna mehanička energija koja se koristi za strujanje vazduha. Sa spoljašnje strane omotača, pod uticajem spoljašnjih sila (duvanje vetra, razlike u vazdušnom pritisku) dolazi do znatno bržeg strujanja vazduha i znatno bržeg procesa prenosa toplote, koji se naziva prinudna konvekcija. Mehanizmi prenosa toplote kondukциjom i konvekcijom su neodvojivi procesi u zgradama i u literaturi se nazivaju jednim imenom: prolaz toplote (engl. *heat transfer*).

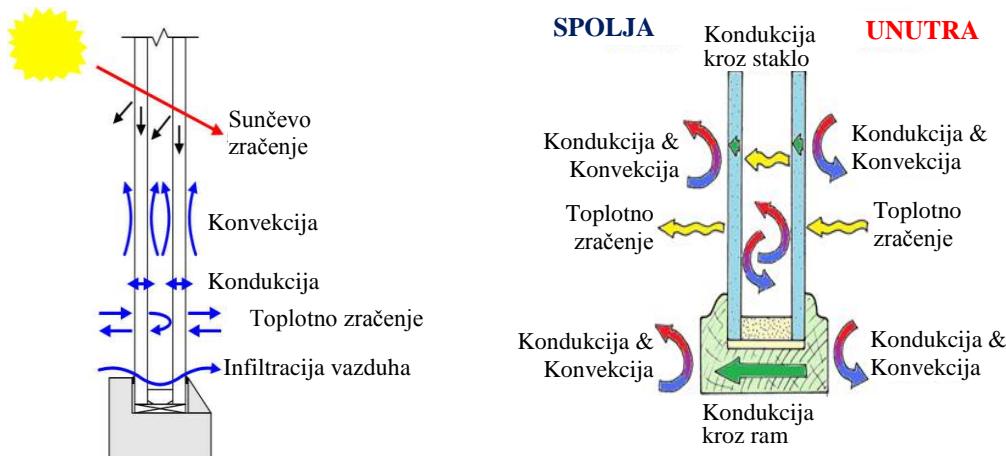
Za razliku od mehanizama kondukcije i konvekcije, gde se radi o prenosu toplote kroz određeni medijum, uzrokovani razlikom u temperaturi između objekta i okoline, za zgrade se analizira još jedan vid prenosa toplote, a to je radijacija. Prenos toplote u zgradama radijacijom se odvija putem elektromagnetskog zračenja koje se u ovom slučaju naziva toplotno zračenje. Ova zračenja karakterišu talasne dužine u opsegu od  $0.1\mu\text{m}$  do  $1000\mu\text{m}$  (dugotalasno zračenje). Energija koju tela zrače sa jedinice površine zavisi od temperature tela i emisivnosti površine i opisana je Plankovim zakonom zračenja (Max Karl Ernst Ludwig Planck, 1858 –1947). Tela na sobnoj temperaturi ( $300\text{K}$ ) imaju maksimum zračenja na talasnima dužinama oko  $10\mu\text{m}$  dok Sunce ima svoj maksimum zračenja na  $550\text{nm}$  što odgovara temperaturi od  $5800\text{K}$ . Toplotno zračenje nastaje kada atomi ili molekuli tela, pobuđeni termičkim kretanjem emituju

elektromagnetne zrake u obliku *paketića*, tj. kvanata energije - fotona, pri čemu svaki poseduje energiju koja je obrnuto srazmerna njihovoj talasnoj dužini. Kada dva ili više tela na različitim temperaturama razmenjuju toplotu zračenjem, svako telo će određeni deo toplotnog zračenja drugih tela apsorbovati ili reflektovati ili propustiti ako je providno za neke talasne dužine. U slučaju zgrada, s obzirom na to da su one preko svog omotača stalno u kontaktu sa atmosferom, najdominantnije prenos toplote zračenjem je između Sunca i vazduha danju i neba noću. Naime, vedro noćno nebo ima temperaturu 2.7K (temperatura svemira je  $-270.3^{\circ}\text{C}$ ) što uzrokuje vrlo veliki prenos toplote zračenjem od okolnog vazduha i zgrada prema noćnom nebu, što za posledicu ima veliki stepen hlađenja površina koje *gledaju* ka nebu.

Da bi se bolje razumeo proces prenošenja toplote u zgradu kondukcijom, konvekcijom i radijacijom, dat je šematski prikaz zida na Slici 20, gde je jedna površina izložena sunčevom zračenju, a druga površina okrenuta sobi. Od ukupnog sunčevog zračenja koje dospe na spoljašnju površinu zida, jedan deo se reflektuje i vraća u spoljašnju sredinu. Preostali deo se apsorbuje u zid i pretvara u toplotnu energiju. Deo te toplote se vrti spoljašnjoj sredini putem konvekcije sa spoljašnje strane zida kao i putem radijacije. Preostali deo toplote se delimično akumulira u zidu, povećavajući temperaturu zida, a ostatak putem kondukcije dosegne unutrašnju površinu u prostoriji, gde se putem konvekcije i radijacije prenosi na vazduh u prostoriji i time doprinosi podizanju temperature u prostoru. Ovakav vid prenošenja toplote se odvija u svim netransparentnim delovima omotača zgrade. Dodatno, razmena toplote putem radijacije između unutrašnjih površina zidova je isto prisutna, doprinoseći promenama temperature u prostoriji.



Slika 20 Složeni proces prenosa toplote kroz netransparentne delove omotača zgrade



Slika 21 Složeni proces prenosa toplote kroz transparentne delove omotača zgrade, [58]

Kod transparentnih delova termičkog omotača, prozora i vrata, kada postoji temperaturna razlika između unutrašnjeg i spoljašnjeg vazduha, prenos toplote se odvija kroz okvire prozora i vrata, kroz zastakljeni deo ovih elemenata i kroz vazdušni sloj između staklenih panela na sva tri načina: kondukцијом, konvekцијом i zračenjem. Provođenje toplote kroz transparentni deo omotača prikazano je na Slici 21. Procesi kondukcije i konvekције usled temperaturne razlike vazduha sa jedne i druge strane prozora i cirkulacije vazduha se odvijaju posebno kroz svaki stakleni panel i okvir, kao i kroz *zarobljeni* vazduh između panela, a izvestan deo toplote se prenese direktnim ulaskom spoljašnjeg vazduha u objekat kroz sitne pukotine u ramovskim delovima koji se dalje meša sa unutrašnjim vazduhom (konvekција). Kada govorimo o zimskom režimu rada zgrade, konvektivnim i konduktivnim načinom prenosa toplote kroz transparentne delove omotača se ostvaruju izvesni toplotni gubici objekta. Sa druge strane, toplota preneta radijacijom kroz pregradu doprinosi zagrevanju objekta. Četiri osnovna svojstva koja ima staklo, a koja utiču na prenos toplote zračenjem su: toplotna provodljivost (engl. *transmittance*), refleksija (engl. *reflectance*), apsorpcija (engl. *absorptance*) i emisivnost (engl. *emittance*). Vidljivi deo spektra sunčevog zračenja koje pada na zastakljeni deo prozora i vrata, većim delom biva propušten (96%) kroz staklo u unutrašnjost zgrade. Sa druge strane, dugotalasni deo sunčevog zračenja biva potpuno apsorbovan u staklu, koje se greje, i ponovo emituje zračenje u unutrašnjost zgrade i ka spoljašnjosti. Takođe, deo tako apsorbovane toplote se putem kondukcije prenosi kroz

staklo i dalje biva konvektovan u unutrašnjost zgrade, ako je temperatura stakla veća od temperature u objektu, odnosno isporučen u okolinu objekta ako je obrnuto.

### 2.3.2 Prenos topline kroz ravan homogen zid

Matematički model provođenja topline putem kondukcije opisuje se Furijeovim zakonom (engl. *Fourier's law*). Prema ovom zakonu, provedena toplota duž pravca gradijenta temperature je srazmerna gradijentu temperature, površini kroz koju se prenosi, vremenu provođenja i toplotnim karakteristikama materijala. U opštem slučaju, 3D-temperaturskog polja koje je vremenski promenljivo, jednačina provođenja topline, glasi:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{q} = \rho c \frac{\partial T}{\partial \tau} \quad (1)$$

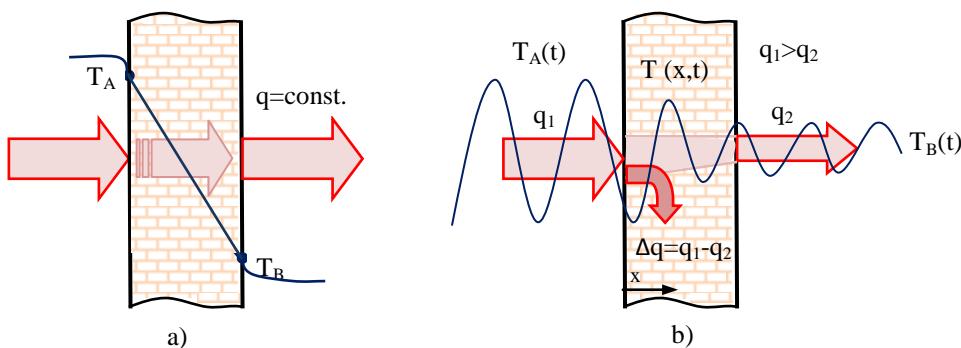
Član na desnoj strani jednakosti  $\rho c \frac{\partial T}{\partial \tau}$ , predstavlja bilans toplotne energije elementa sredine. Izraz  $\frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) [W/m^3]$  predstavlja toplotu u jedinici vremena koja se provede po jedinici površine elementa duž tri koordinatna pravca. Član  $\dot{q}[W/m^3]$  predstavlja količinu generisane energije po jedinici zapremine elementa. Sa  $\rho[kg/m^3]$  je obeležena gustina materijala, a  $c[J/kgK]$  je toplotni kapacitet. Toplotna provodljivost građevinskog elementa je označena sa  $\lambda[W/mK]$  i predstavlja fizičku veličinu kojom se karakterišu toplotna svojstva materijala. Toplotna provodljivost materijala se definiše kao količina topline koja se provede za  $1s$  kroz material jedinične debljine, upravno na površinu od  $1m^2$  kada je temperaturna razlika površina tog elementa jednaka  $1K$ . Nehomogeni i neizotropni materijali imaju toplotnu provodljivost koja zavisi od pravaca prostiranja topline. Toplotna provodljivost građevinskih materijala najviše zavisi od količine vlage infiltrirane u porama materijala, tako što povećava njihovu toplotnu provodljivost, tj. smanjuje termoizolaciona svojstva, dok mnogo manje zavisi od temperature samog materijala. Pod pretpostavkom da je toplotna provodljivost materijala konstantna (kod homogenih i izotropnih materijala), Furijeova jednačina provođenja topline glasi:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\dot{q}}{\lambda} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial \tau} \quad (2)$$

gde veličina  $a = \lambda/\rho c$  [ $m^2/s$ ] predstavlja toplotnu difuzivnost materijala i karakteriše brzinu difuzije toplote kroz dati material. Dakle, jednačina (2) predstavlja parcijalnu diferencijalnu jednačinu provođenja toplote kroz homogenu sredinu, konstantne toplotne provodljivosti, sa unutrašnjim izvorom toplote.

Temperaturno polje određeno jednačinom (2) predstavlja funkciju prostornih koordinata i vremena. Temperaturno polje može biti stacionarno i nestacionarno. Stacionarno temperaturno polje je ono u kojem se temperatura na posmatranoj izotermnoj površi (površi gde je temperatura u svim tačkama ista) ne menja u toku vremena, i funkcija je samo prostornih koordinata, tj.  $T = T(x, y, z)$ , a  $\partial T / \partial t = 0$ . Kada važe navedeni uslovi, proces razmene toplote je stacionaran i toplotni fluks nije funkcija vremena. Suprtno ovome, nestacionarno temperaturno polje je ono u kojem se temperatura menja u toku vremena i tada je temperatura funkcija prostornih koordinata i vremena:  $T = T(x, y, z, t)$ . Kod nestacionarnog prenosa toplote, toplotni fluks se menja tokom vremena i kao posledica toga dolazi do akumulacije toplote u materijalu.

Na Slici 22 prikazano je provođenja toplote kroz ravan homogeni zid u pravcu debljine zida u stacionarnim (Slika 22a) i nestacionarnim uslovima (Slika 22b). U stacionarnim uslovima, razlika temperatura na površinama zida je konstantna, a temperaturni profil unutar zida se ne menja tokom vremena. Količina toplote koja uđe u zid je jednaka količini toplote koja izade iz zida. U nestacionarnim uslovima, temperaturni profil unutar zida u vremenu je promenljiv, a količina toplote koja uđe u zid nije jednaka količini koja izade jer se deo toplote akumulira u zidu.



Slika 22 Prikaz provođenja toplote kroz ravan homogeni zid: a) stacionarni uslovi; b) nestacionarni uslovi

Jednačina provođenja topline kroz zid (2) u pravcu debljine zida ( $1D$  problem), kada nema nikakvog generisanja topline u zidu, glasi:

- za stacionarne uslove,

$$\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0 \equiv q_x = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = \text{konst.} \quad (3)$$

- za nestacionarne uslove:

$$a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\partial T}{\partial \tau} \quad (4)$$

U jednačini (3) veličina  $q_x$  je gustina toplotnog fluksa i predstavlja količinu topline po jedinici površine zida ( $W/m^2$ ) koja prođe kroz zid kada postoji gradijent temperature. Uobičajno se ova veličina naziva samo toplotni fluks, tako da ćemo ovaj termin nadalje koristiti u radu. Znak minus je uveden da bi toplotni fluks bila pozitivna, jer gradijent temperature  $\frac{\partial T}{\partial x}$  je uvek negativan, jer se toplota spontano provodi u smeru opadanja temperature. Za slučaj  $1D$  stacionarnog temperaturskog polja rešavamo jednačinu (3) i rešenje je linearna funkcija temperature. U nestacionarnim uslovima, rešavamo jednačinu (4) koja je parcijalna jednačina po vremenu i prostornoj koordinati  $x$ . Rešavanje jednačine (4) iziskuje definisane jednog granični uslov po vremenu, i dva granična uslova po prostornoj koordinati. Neophodnost graničnog uslova po vremenu je fizički jasna, jer da bi mogli da predvidimo kako će se menjati temperatura tokom vremena u posmatranom telu (ravan zid), moramo da znamo početno stanje, tj. početni temperaturni profil (ili raspodelu temperature) u telu:  $T(x, 0) = f(x)$ . Kada su u pitanju granični uslovi, u pogledu matematičke forme, mogu se definisati tri tipa graničnih uslova za parcijalnu diferencijalnu jednačinu (4): 1. Dirišleov (engl. *Dirichlet boundary condition*), 2. Nojmanov (engl. *Neumann boundary condition*) i 3. Robinov (engl. *Robin boundary condition*). Dirišleov uslov je najjednostavniji po formi i daje vrednost funkcije temperaturskog polja u početnom trenutku unutar i na površinama zida. Nojmanov uslov daje vrednost izvoda funkcije (ovde temperature) na granici. Kako je izvod funkcije temperature toplotni fluks, poznavanje funkcija toplotnih flukseva na površinama zida predstavlja Njumanove granične uslove. Robinov granični uslov je najkompleksniji i dat je u obliku tako da linearna kombinacija funkcije i njenog izvoda

ima zadatu vrednost. U smislu ovoga, relacija kojom su povezani funkcija temperature i toplotni fluks na površini zida predstavlja Robinov granični uslov.

Proces prenosa topline konvekcijom je neodvojiv od procesa kondukcije kod građevinskih elemenata jer su oni u stalnom kontaktu sa vazduhom. Kada se razmatra konvekcija u zgradama od praktičnog interesa je količina topline koju zid u jedinici vremena preda fluidu (vazduhu), računato po jedinici površine. Brzina hlađenja tela je proporcionalna razlici temperature tela i temperature vazduha u okolini tela. Kada su u pitanju zgrade onda je to temperaturna razlika između temperature na površini zida  $T_w$ , i ambijentalne temperature  $T_\infty$ . Toplota koja se prenese u jedinici vremena po jediničnoj površini određuje se na osnovu izraza:

$$q_x = \alpha(T_w - T_\infty) \quad (5)$$

Veličina  $\alpha[W/m^2K]$  predstavlja koeficijenat prelaza topline. Složenost predstavljene jednačine krije se u koeficijentu prelaza topline koji, za razliku od koeficijenta provođenja topline, ne predstavlja fizičku konstantu. Na vrednosti koeficijenta prenosa topline između ostalog utiču: priroda kretanja fluida, fizičke osobine fluida, oblik i dimenzije kontaktnih površina, hrapavost površine čvrstog tela, temperature fluida i čvrstog tela, vrsta konvekcije (prirodna ili prinudna). Proračunavanje koeficijenta prelaza topline praktično je nemoguće, pa se njegovo određivanje vrši eksperimentalnim putem primenom teorije sličnosti. Parametri i osobine koje utiču na vrednost koeficijenta prelaza topline se grupišu u bezdimenzione kriterijume sličnosti (Nuseltov broj, Grashofov broj, Pekleov broj, Rejnoldsov broj, Prantlov broj) koji ulaze u empirijske formule za proračun ovog koeficijenta, gde su te formule dobijene eksperimentalnim putem. Prelaz topline na graničnim površinama je uvek praćen razmenom topline zračenjem. Da bi modelovali obe pojave, konvekciju i radijaciju, istovremeno uvodi se koeficijent prelaza topline radijacijom  $\alpha_r$ , koji zajedno sa konvektivnim koeficijentom prelaza  $\alpha_c$ , daje ukupni koeficijent prelaza  $\alpha = \alpha_c + \alpha_r$ . Doprinos koeficijenta  $\alpha_r$  nije nikada zanemariv i uzima se u obzir u svim fenomenima konvekcije. Uticaj ovih koeficijenata je najlakše primetiti pri posmatranju konvekcije istog zida sa unutrašnje i spoljašnje strane. Nominalne vrednosti koeficijenta  $\alpha$  za fasadne zidove spolja i unutra su redom:  $25[W/m^2K]$  i  $7.69[W/m^2K]$ . Veća vrednost

spolja je posledica uticaja veta (izražena kroz  $\alpha_c$ ) i veće radijacije zbog uticaja Sunca i noćnog neba (izraženo kroz  $\alpha_r$ ).

## 2.4 TOPLITNI BILANS ZGRADE U ZIMSKIM USLOVIMA

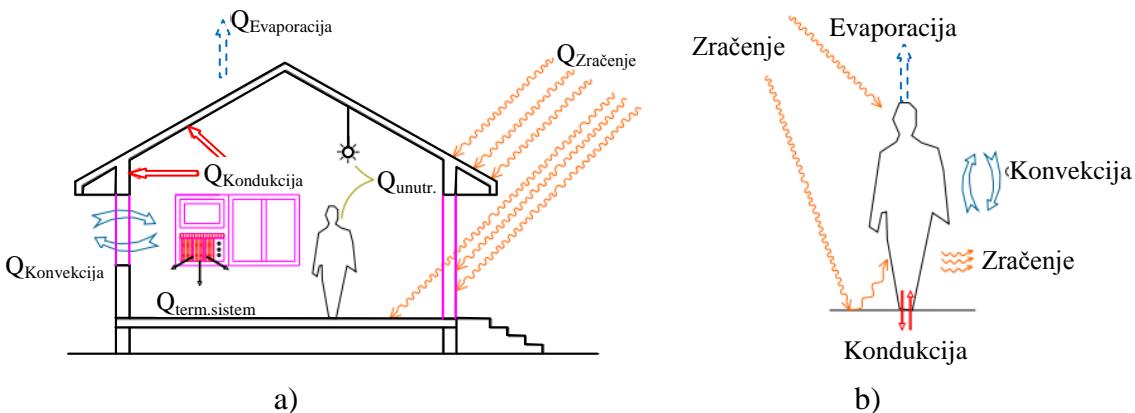
### 2.4.1 Osnove toplotnog bilansiranja zgrade

Poznavanje funkcije toplotnog fluksa i temperaturnog polja na obe površine zida potrebnih za izračunavanje toplotnih gubitaka zgrade, je uvek usko vezano sa definisanjem potreba za toplotnom energijom u objektu. Naime, količina potrebne toplotne energije koju treba isporučiti objektu, kako bi se u objektu održali željeni uslovi toplotnog komfora, se proračunava iz jednačine koja odslikava toplotni bilans zgrade. Toplotni bilans zgrade podrazumeva sve toplotne gubitke i dobitke zgrade. Naime, dok god su toplotni dobici energije dovoljni za pokrivanje toplotnih gubitaka, u zgradi će se održavati željeni uslovi toplotnog komfora. Zgrada se nalazi u uslovima termičke ravnoteže kada je zadovoljeno:

$$\text{energetski dobici} = \text{energetski gubici}$$

$$Q_{\text{dobici}} = Q_{\text{gubici}}$$

Navedena jednakost predstavlja polaznu tačku u proračunu potrebne energije za grajanje u zgradama, dok je sama analiza toplotnih gubitaka i dobitaka u zgradi osnov za usvajanje optimalnih projektantskih rešenja u građevinskom smislu, kao i osnov za projektovanje termotehničkih sistema u zgradama. Prilikom postavljanja toplotnog bilansa zgrade granicu sistema čini termički omotač zgrade koji deli grejani prostor od spoljašnje okoline ili negrejanih prostorija u zgradama. Na Slici 23 su prikazani svi oblici prenosa toplote i mesto njihovog nastanka, koji se odvijaju između unutrašnjosti i spoljašnjosti objekta (Slika 23a), kao i između čoveka i unutrašnjosti objekta (Slika 23b).



Slika 23 Toplotni bilans zgrade, [59]

Najveći deo gubitka toplote se realizuje provođenjem (kondukcijom) toplote kroz elemente termičkog omotača zgrade i ovi gubici se nazivaju transmisioni gubici toplote. Kako se termički omotač sastoji od netransparentnih (fasadni zidovi, krov, ploča na tlu, erkeri itd.) i transparentnih površina (prozori, balkonska vrata, staklenici, verande itd.), transmisioni gubici toplote se razdvajaju na ove dve kategorije koje zajedno predstavljaju površinske transmisione gubitke. Pored površinskih gubitaka, na spojevima različitih materijala ili na mestima gde se menja geometrija omotača, kada se ova mesta označavaju kao termički mostovi u konstrukciji, javljaju se linijski transmisioni gubici. Transmisioni gubici nisu jednini gubici koji ulaze u jednačinu toplotnog bilansa zgrade, njima se moraju dodati gubici toplote koji nastaju putem prirodne ventilacije u zgradama kao i gubici koji su posledica loše zaptivenosti objekta. Ovi gubici se nazivaju ventilacioni gubici. Kako se u objektu istovremeno odvija prenos toplote i prenos mase i strujanje vazduha, izvesna količina toplote se gubi pri procesu kondenzacije koji se odvija u većoj ili manjoj meri u objektu. Ova pojava se naziva evaporacija i daje efekat hlađenja u prostoru putem isparavanja (engl. *evaporation cooling effect*).

Pored termičkih gubitaka u zgradama imamo i termičke dobitke koji ne dolaze od sistema grejanja, to su tzv. slobodni termički dobici. Ovi dobici se odnose na toplotne dobitke od osoba koje borave u prostoru, kao i dobitke od različitih električnih uređaja koji se u tim prostorijama koriste, a izvesna količina toplote se akumulira i kasnije odaje, u spoljašnjim i unutrašnjim zidovima zgrade. Ovi dobici se nazivaju interni ili unutrašnji dobici. Dodatno, pored internih dobitaka, znatna količina toplote dolazi i

putem transmisije, apsorpcije ili refleksije sunčevih zraka. Veći deo tih dobitaka potiče prolaskom sunčevih zraka kroz transparentne delove termičkog omotača, prozore i vrata, ali i određeni deo prolaskom kroz netransparentni deo omotača. U Tabeli 14 je dat pregled svih navedenih topotnih gubitaka i dobitaka u zgradi koji su grupisani prema mestu nastanka, dok su u Tabeli 15 svi navedeni procesi grupisani prema načinu prenosa topline. Sumarni prikazi u tabelama ispod su urađeni na osnovu istraživanja koje je sproveo Kusuda [60].

Tabela 14 Topotni gubici i dobici u zgradi razvrstani prema mestu nastanka, [60]

Termički omotač zgrade – gubici i dobici topline	Unutrašnjost zgrade – gubici i dobici topline	Gubici i dobici topline vezani za samu strukturu materijala ili geometriju građevinskog sklopa
Provodenje topline kroz spoljašnji deo termičkog omotača zgrade	Razmena topline putem zračenja između unutrašnjih površina, grejnih tela i drugih električnih uređaja	Hladni termički mostovi
Provodenje topline kroz zidove podruma i ploče na tlu (kondukcija kroz polu-beskonačan medijum)	Prelaz topline sa unutrašnjih površina zidova na vazduh u prostoriji	Prelaz topline koji se odvija u porama materijala, pre svega u veoma poroznim termoizolacijama
Solarni dobici kroz transparentni deo omotača: prozori i vrata (transmisija, apsorpcija i refleksija)	Prelaz topline putem mešanja vazdušnih masa unutar prostorije kao i između prostorija u okviru različitih termalnih zona u objektu	Energija koja se troši na kondenzaciju vodene pare u prostoriji
Gubici topline usled protok (propuštanje) vazduha kroz omotač zgrade	Prelaženje topline sa grejnih tela, električnih uređaja kao i sa ljudi koji borave u prostoriji na vazduh u prostoriji	-
Akumulacija topline u omotaču zgrade	Akumulacija topline u unutrašnjim zidovima objekta	-

Tabela 15 Toplotni gubici i dobici u zgradama razvrstani prema načinu prenosa toplote, [60]

Prenos topline provodenjem – kondukcija	Prenos topline prelaženjem – konvekcija	Prenos topline zračenjem - radijacija
Kondukcija kroz spoljašnji omotač zgrade kao posledica klimatskih promena	Konvekcija topote sa unutrašnje i spoljašnje strane omotača zgrade uzimajući u obzir brzinu strujanja vazduha u okolini omotača kao karakteristike same površine omotača tj. hrapavosti površina	Zračenje u spektru kratkih talasa: Solarni dobici putem apsorpcije topline unutar netransparentnih delova omotača Solarni dobici dobijeni transmisiom sunčevih zraka kroz transparentni deo omotača Apsorpcija i refleksija solarnih dobitaka od strane unutrašnjih zidova u objektu Apsorpcija i refleksija solarnih dobitaka od strane staklenih površina u objektu
Kondukcija kroz unutrašnje zidove objekta, podove i plafone i akumulacija topline unutar istih	Konvekcija unutar vazdušnih slojeva u zidovima (ventilisani deo fasade)	Apsorpcija i refleksija solarnih dobitaka od strane unutrašnjih zidova u objektu Apsorpcija i refleksija solarnih dobitaka od strane staklenih površina u objektu
Kondukcija apsorbovane solarne energije u netransparentnim delovima omotača zgrade	Konvekcija unutar vazdušnih slojeva između staklenih panela	Apsorpcija i refleksija solarnih dobitaka od strane staklenih površina u objektu
Kondukcija kroz elemente koji su u kontaktu sa zemljom: podovi na tlu, zidovi podruma (kondukcija kroz polubeskonačni medij)	Konvekcija nastala mešanjem vazdušnih masa različitih temperature i pritisaka	Zračenje u spektru dugih talasa: Razmena topline putem zračenja između datog objekta i drugih objekata i neba Razmena topline putem zračenja između površina zidova i ljudi koji borave u prostoriji razmena topline između instalacija za osvetljenje i unutrašnjih površina zidova
-	Konvekcija propuštanjem vazduha kroz omotač zgrade	
-	Konvekcija unutar vazdušnih pora u strukturi materijala	

Osim prethodno navedenih gubitaka i dobitaka topline, termički sistemi koji se nalaze u objektu nisu savršeni tj. oni takođe imaju svoje gubitke koji su posledica pretvaranja primarne energije, koju u sebi sadrži resurs, u korisnu energiju koja se isporučuje prostoru. Efikasnost rada termotehničkih sistema, tj. stepen pretvaranja resursnog goriva u korisnu energiju, se izražava preko njihovog stepena korisnog dejstva. Stepen korisnog dejstva termotehničkog sistema odslikava sve gubitke nastale zbog nesavršenosti rada ovih sistema, a to su: gubici nastali prilikom proizvodnje energije tj. transformacije hemijske energije goriva u toplotu energiju npr. ispuštanjem dimnih gasova prilikom sagorevanja ili nepotpunim sagorevanjem goriva, kao i odavanjem topline samog kotla okolini putem zračenja, pored navedenih javljaju se i gubici prilikom skladištenja grejnog fluida i prilikom njegove distribucije do grejnih tela.

Na osnovu prethodno opisanog toplotnog bilansa, svi navedeni gubici i dobici topline mogu se grupisati na sledeći način i prikazati kroz jednakost:

$$Q - Q_g = Q_k = Q_{trans} + Q_{vent} - Q_{int} - Q_{sun} \quad (6)$$

gde je sa  $Q_k$  energija koju treba nadoknaditi iz sistema za grejanje da bi se ostvarili uslovi toplotnog komfora u zgradama. Ova energija je manja u odnosu na primarnu energiju  $Q$ , koja se dovela sistemu, za količinu svih gubitaka toplote tehničkog sistema  $Q_g$ . Oznake  $Q_{trans}$ ,  $Q_{int}$  i  $Q_{sun}$  se odnose redom na: ukupne transmisione gubitke toplote, ukupne unutrašnje dobitke toplote i ukupne dobitke toplote od sunčevog zračenja. U koliko sada sve dobitke stavimo na levu stranu jednakosti, a sve gubitke na desnu, dobijamo:

$$Q + Q_{sun} + Q_{int} = Q_{trans} + Q_{vent} + Q_g \quad (7)$$

Energetski bilans iskazan u jednačini (7) odnosi se na toplotni bilans zgrade u zimskom periodu i predstavlja polaznu tačku za izračunavanje potrebne energije za grejanje u zgradama, ali je pre svega dobra podloga za lociranje potencijalnih mera za smanjenje potrebne energije u novim zgradama ili pri energetskoj sanaciji postojećih.

## 2.5 PREGLED METODOLOGIJA ZA ODREĐIVANJE GODIŠNJE POTREBNE ENERGIJE ZA GREJANJE U ZGRADAMA

### 2.5.1 Različiti pristupi u modelovanju energetskih potreba

Izračunavanje potrebne energije za grejanje u zgradama, tj. svih prethodno navedenih gubitaka i dobitaka toplote predstavlja težak zadatak. Navedena tvrdnja je više nego očigledna ako se uzme u obzir da je sam proces prenošenja toplote složen u smislu da se toplota prenosi na sva tri načina: kondukcija, konvekcija, radijacija, te da je sam problem prenošenja toplote višedimenzionalan, i kroz heterogenu sredinu, u nestacionarnim uslovima, a odvija se zajedno sa procesima prenošenja mase (difuzijom vodene pare) i u mnogim slučajevima problem je nelinearan. Sva analitička rešenja koja su danas dostupna u svetskoj literaturi [61,62,63,64] zasnovana su na brojnim prepostavkama u cilju pojednostavljenja problema. Najčešće se zidovi tretiraju kao homogene sredine, beskonačne površine čime je problem prenošenja toplote sveden na jednu dimenziju, upravno na površinu zida, ili se pojednostavljaju granični uslovi, od kojih se najčešće promene toplotnog fluksa na unutrašnjoj površini zida izjednačavaju sa nulom, a većina metodologija čije su procedure proračuna definisane u nacionalnim

standardima Evropskih zemalja i pridruženih članica [65], uvode prepostavku da se prenos toplote odvija u stacionarnim uslovima.

Sa druge strane, tokom proteklih nekoliko decenija razvijana su brojna sofisticirana softverska rešenja za numeričku simulaciju potrebne energije u zgradama. Programi za simulaciju energetskih potreba u zgradama i danas predstavljaju moćne alate za analizu potrošnje energije u zgradama i ocenu uslova komfora koji vladaju u zgradi. Kompleksnost i sveobuhvatnost kompjuterskih tehnika i simulacionih programa, na današnjem tržištu je širokog dijapazona, od jednostavnih koji uključuju 1D stacionarne procese prenosa topline, koristeći za ulazne meteorološke podatke tipičnu meteorološku godinu (engl. *typical meteorological year, TMY*) [66], pa sve do onih sofisticiranih koji uključuju simulaciju metaboličkih procesa u ljudskom organizmu, uticaj globalnog zagrevanja na meteorološke promene u budućnosti, kompjutersku simulaciju dinamike fluida u objektu i van objekta (engl. *Indoor/Outdoor Computational Fluid Dynamics, CFD*) i sl. Dodatno, savremene kompjuterske tehnike za simulaciju zgrada imaju tendenciju da integrišu različite aspekte karakteristika zgrade kao što su ekološki, finansijski, ekonomski, sociološki i to u toku kompletног životnog ciklusa objekta, a sa ciljem da poboljšaju efikasnost i efektivnost procesa projektovanja, građenja, održavanja i eksploatacije, sve do faze rušenja samog objekta ili njegove kompletne rekonstrukcije. Ovakav pristup je najviše razvijen kroz tehnologiju *Building Information Modeling, BIM*, koji se bazira na kreiranju jedinstvenog i sveobuhvatnog informacionog modela zgrade, koji predstavlja resurs različitih vrsta znanja koja se razmenjuju između različitih korisnika u svim fazama životnog ciklusa objekta, kao i kroz sistematičan pristup pri analizi svih informacija koje nudi BIM kroz primenu tehnike kao što je Analiza životnog ciklusa (engl. *Life Cycle Analysis, LCA*). Na ovakav način, integrišući se u savremene koncepte upravljanja projektima u užem i širem smislu, današnji programi za energetske simulacije omogućavaju razvoj održivog pristupa u projektovanju, izvođenju i eksploataciji objekata.

Samo korišćenje kompjuterskih alata za simulaciju nije trivijalan zadatak jer zahteva poznavanje termodinamičkih procesa koji se odvijaju u objektu i van objekta, u matematičkom i fizičkom smislu, kao i poznavanje velikog broja parametara i svih ograničenja koja se uvode u simulacioni proces. Tako, svaki rezultat simulacije je dobar

samo onoliko koliko je dobro poznavanje i razumevanje svih parametara i ograničenja koja se uvode u simulaciju. Još jedna prepreka u uvođenju kompjuterskih simulacija u inženjersku praksu je sama cena softvera koja se kreće i do nekoliko desetina hiljada evra, i uz to, znatno veća cena za školovanje kadra za korišćenje ovih kompjuterskih alata. Dobra strana praktične primene ovih alata je grafički korisnički interfejs koji olakšava unos brojnih podataka neophodnih za generisanje izlaznih podataka vezanih za procenu kako energetskih performansi objekta, njegovog ekološkog uticaja na okolinu pa sve do sagledavanje operacionih troškova u toku eksploatacionog veka zgrade. Zbog svega navedenog, danas još uvek, kompjuterske simulacije imaju veću primenu kod poređenja alternativa u procesu projektovanja zgrada ili pri rekonstrukciji ili sanaciji objekta i donošenju odluke pri izboru optimalne varijante, nego za dobijanje apsolutnih, relevantnih vrednosti potrošnje energije u objektu.

### 2.5.2 Standardizovane metodologije za proračun energetskih potreba

Još od 2002. godine, nakon prvog izdavanja Direktive *Energy Performance of Buildings Directive (EPBD)* od strane Evropskog parlamenta i Saveta evropske unije, a koja ima za cilj da promoviše unapređenje energetske efikasnosti u zgradama, pa sve do danas u svetu se sprovode brojne istraživačke aktivnosti sa ciljem izrade i usvajanja standarda koji sadrže zajedničke metodologije za procenu potrebne energije u zgradama. Međusobna usklađenost metodologija i metoda je važna kako bi se izbegli varljivi rezultati koji bi mogli da dovedu u pitanje delotvornost same Direktive. Jedan od prvih pravaca istraživanja, a danas još uvek među glavnim, je usmeren ka utvrđivanju metodologija za procenu potrebne energije za grejanje. Među brojnim standardima koji se razvijaju od strane Evropskog komiteta za standardizaciju (*European Committee for Standardization (CEN)*), a čija se lista može naći u okviru reference [67], sa ciljem definisanja zajedničke metodologije izračunavanja potrebne energije za grejanje i hlađenje, koja će dalje biti usklađivana na nacionalnim nivoima u svim evropskim zemljama, najznačajniji je standard *Energy performance of buildings — Calculation of energy use for spaceheating and cooling*, ISO/FDIS 13790 (ISO 2007), koji je sledbenik standarda, EN-832, *Calculation of the energy use of heating - Residential buildings*, koji se odnosio samo na stambene zgrade i energiju potrebnu samo za zagrevanje prostora. Kako se navodi u samom Standardu, *ovaj standard daje metode*

proračuna za procenu godišnje energije koja se koristi za prostorno grejanje i hlađenje stambenih zgrada ili nestambenih zgrada ili njihovih delova. Navedeni Standard je u potpunosti usvojen i u Republici Srbiji i nosi oznaku SRPS EN ISO 13790:2010 i pod nazivom je: *Energetske performanse zgrada - Proračun energije koja se koristi za grejanje i hlađenje prostora.*

Navedeni Standard definiše načine proračuna potrebne energije kako za nove tako i za postojeće zgrade i to posebno za:

1. transmisione i ventilacione gubitke toplove za ceo objekat ili deo objekta koji se hlađi ili zagreva do konstantne unutrašnje temperature
2. doprinos unutrašnjih dobitaka toplove kao i solarnih dobitaka pri uspostavljanju toplotnog bilansa zgrade
3. godišnju potrebnu energiju za grejanje i hlađenje kako bi se održao projektovani nivo toplotnog komfora u objektu tokom cele godine
4. godišnju potrošnju energije sistema za grejanje i hlađenje, uključujući i sve gubitke sistema za grejanje, hlađenje i ventilaciju.

U navedenom Standardu definisana su dva osnovna tipa metoda za proračun navedenih parametara:

1. **kvazi-stacionarne metode** (engl. *quasi-steady state methods*) koje pri uspostavljanju toplotnog bilansa zgrade, prenos toplove smatraju da se realizuje u stacionarnim uslovima, zanemarujući akumulaciju toplove u samim građevinskim elementima zgrade kao i njeno kasnije aktiviranje tj. vraćanje u objekat. Ovi dinamički efekti toplotnog ponašanja zgrade se uzimaju u obzir samo preko faktora iskorišćenja (engl. *utilisation factor*) koji se definiše empirijski.
2. **dinamičke metode** (engl. *dynamic methods*) gde se prenos toplove odvija u nestacionarnim uslovima i koje pri uspostavljanju toplotnog balansa zgrade uzimaju u obzir akumulaciju toplove u masivnim elementima zgrade kao i oslobađanje akumulirane toplove.

Zbog uvođenja pretpostavke da se prenos toplove odvija u stacionarnim uslovima, kvazi-stacionarne metode se mogu primenjivati samo pri proračunu potrebne energije za duže periode, kao što su potrebe za energijom u toku jedne sezone ili jednog meseca.

Uvođenje prepostavke o stacionarnim uslovima se može jedino opravdati posmatranjem procesa prenošenje toplote na nivou jednog meseca ili sezone, kada se temperatura sporo menja, te da je tako uspostavljen stacionarno temperaturno polje.

U koliko želimo da uzmemo u obzir i uticaj brzih promene temperature na uspostavljanje toplotnog bilansa, koje se javljaju na dnevnom ili poludnevnom nivou, proračun gore navedenih parametara se mora sprovesti korišćenjem dinamičkih metoda, koje ne zanemaruju nestacionarnost u uslovima prenosa toplote.

Navedeni Standard definiše tri procedure proračuna potrebne energije za grejanje ili hlađenje u okviru navedenih grupa:

1. **Kvazi-stacionarni potpuno definisani mesečni metod** proračuna (plus Metode proračuna godišnje potrošnje toplote)
2. **Dinamički potpuno definisan uprošćen časovni metod** proračuna
3. Procedure za **detaljni metod proračuna na bazi dinamičkih simulacija** (časovni model).

### 2.5.2.1 Kvazi-stacionarni potpuno definisani mesečni metod

Kvazi-stacionarni model je razvijen od strane naučnika Van Dijk i Spiekman [68], i bazira se na proračunu mesečnih toplotnih gubitaka i dobitaka u zgradama koji su povezani sledećom formulom [69]:

$$Q_{NH} = Q_{LH} - \eta_{GH} Q_{GH} \quad (8)$$

gde  $Q_{NH}$  označava ukupnu potrebnu energiju za grejanje na mesečnom nivou;  $Q_{LH}$  - toplotne gubitke u toku meseca;  $Q_{GH}$ - ukupne unutrašnje i solarne dobitke, a faktor  $\eta_{GH}$  je faktor iskorišćenja unutrašnjih dobitaka (engl. *utilisation factor*). Godišnji model za proračun potrebne energije za grejanje je analogan mesečnom modelu, a definisani parametri  $Q_{NH}$ ,  $Q_{LH}$ ,  $\eta_{GH}$ ,  $Q_{GH}$  tada odslikavaju vrednosti na godišnjem nivou. Proračun godišnje (ili mesečne) potrebna toplota za nadoknadu gubitaka toplote,  $Q_{LH}[kWh/a]$ , je zasnovan na primeni Metode stepen-dan, prema kojoj se na osnovu parametra Broj Stepen-Dana (engl. *Heating-Degree-Days, HDD*) i koeficijenata transmisionih i ventilacionih gubitka toplote  $H_T$  i  $H_V[W/K]$ , toplotni gubici računaju po sledećoj formuli:

$$Q_{LH} = (H_T + H_V) \cdot 24 \cdot HDD \cdot 10^{-3} \quad (9)$$

Parametar Broj Stepen-Dana za grejanje označen sa  $HDD$  u jednačini (9) predstavlja ukupan broj stepeni celzijusa (ili kelvin) koji se mora nadoknaditi prostoru u odnosu na spoljašnju temperaturu u toku cele grejne sezone (ili mesečno), kako bi se sve vreme održala projektna unutrašnja temperatura. Broj  $HDD$  se račun kao suma temperaturnih razlika između prosečne srednje dnevne temperature i unutrašnje projektovane temperature za svaki dan u okviru grejne sezone. Kako je prosečna srednja dnevna temperatura različita za različite lokacije, tako se i  $HDD$  definiše za različite lokacije i na neki uprošćen način, odslikava klimatske uslove na datoј lokaciji.

Površinski i linijski transmisioni gubici toplote, izraženi preko koeficijenta  $H_T [W/K]$ , se računaju na osnovu sračunatog koeficijenta prolaza toplote za svaki elemenat, korišćenjem projektnih koeficijentima prolaza toplote za materijale u sastavu termičkog omotača. Toplotni gubici nastali na mestima termičkih mostova se aproksimativno računaju kao 10% od ostalih transmisionih gubitaka. Slično, i ventilacioni gubici, izraženi preko koeficijenta  $H_V$ , se aproksimativno računaju uvođenjem parametra *broj izmena vazduha na sat*, koji predstavlja odnos zapremine vazduha koja uđe u prostoriju u toku jednog časa i ukupne zapremine te prostorije, i konstante  $0.33 Wh/m^3 K$ , koja kaže da ulaskom  $1m^3$  sveže mase u objekat, čija je temperatura za samo  $1K$  manja od temperature unutrašnjeg vazduha, na račun uspostavljanja toplotnog bilansa u prostoriji izgubi se  $0.33 W$  toplote u svakom času.

Po analogiji sa parametrom  $HDD$ , za proračun solarnih dobitaka u objektu uvodi se još jedan klimatski parameter, a to je *srednja suma sunčevog zračenja* izražena u  $[kWh/m^2]$ , gde se ovaj parameter definiše za svaku stranu sveta kao i za horizontalne površine. Dodatno se uvode parametri: faktor osenčenosti zgrade i faktor propustljivosti sunčevog zračenja u zavisnosti od vrste stakla. Prilikom proračuna solarnih dobitaka, sam Standard ni na koji način ne tretira zaprljanost stakala koja smanjuje njihovu transmisionu moć na račun refleksije, kao ni uticaj žaluzina, draperija i zavesa koje kada prekrivaju zastakljene delove termičkog omotača, ili umanjuju njihovu transparentnost (zavese) ili je skoro u potpunosti eliminišu (žaluzine). Ostali unutrašnji dobici, prema Standardu se tretiraju kao tabelarne vrednosti i definisani su po jedinici korisne površine

objekat na godišnjem nivou. Detaljan prikaz proračuna svih navedenih veličina dat je u samom Standardu.

Sa teorijskog stanovišta, jednačina (8) se može uvek primeniti ako je faktor iskorišćenja dobitaka  $\eta_{GH}$  tačno određen. Pored uvođenja pretpostavke o stacionarnim uslovima prenosa toplote i zanemarivanja uticaja brzih promena spoljašnje temperature na ukupni toplotni bilans zgrade i aproksimativnog računanja gubitaka toplote na mestu formiranja hladnih mostova u objektu, kao i aproksimacije ventilacionih gubitaka, na drugoj strani zanemarenja uticaja zaprljanosti stakala, žaluzina, draperija, zavesa i sl. na smanjenje solarnih dobitaka toplote, nepreciznost ove metode leži i u činjenici da određivanje faktora iskorišćenja toplotnih dobitaka  $\eta_{GH}$  (na mesečnom ili sezonskom nivou) nije trivijalan zadatak, jer vrednost ovog dinamičkog parametra ne može se utvrditi putem pojednostavljenje korelacije koja je navedena u Standardu. Spomenuta relacija je:

$$\eta_{GH} = \frac{1 - \gamma^a}{1 - \gamma^{a+1}} \quad (10)$$

gde  $\gamma$ , predstavlja odnos toplotnih gubitaka i dobitaka u celom objektu, a parameter  $a$  predstavlja vremensku konstantu koja odražava toplotni kapacitet svih elemenata termičkog omotača i njihovu unutrašnju termičku masu.

Primena kvazi-stacionarnog modela za proračun potrebne energije za grejanje je postala zakonska obaveza u Republici Srbiji prilikom izrade Elaborata energetske efikasnosti za zgradu, koji je sastavni deo tehničke dokumentacije potrebne za dobijanje odobrenja za izgradnju. Procedura proračuna prema kvazi-stacionarnog modelu definisana je u Pravilniku o energetskoj efikasnosti zgrada ("Sl. glasnik RS", br. 61/2011) donesenom na osnovu Zakona o planiranju i izgradnji ("Sl. glasnik RS", br. 121/2012). Ovako proračunata energija predstavlja ulazni podatak za ocenu energetske efikasnosti objekta i izdavanje Energetskog pasoša za zgradu na osnovu Pravilnika o uslovima, sadržini i načinu izdavanja sertifikata o energetskim svojstvima zgrada, ("Sl. glasnik RS", br. 61/2011), donesenom na osnovu istog Zakon o planiranju i izgradnji.

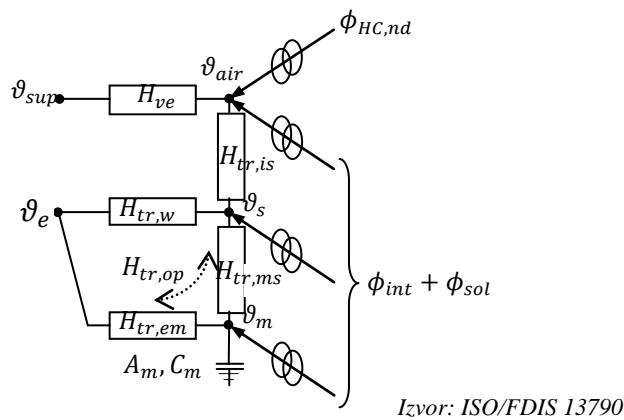
### 2.5.2.2 Dinamički potpuno definisan uprošćen časovni metod

Primena kvazi-stacionarnog mesečnog modela daje prihvatljive rezultate na godišnjem nivou ili nivou jedne sezone, dok dobijeni rezultati po mesecima, posebno za mesece s početka i kraja grejne sezone, mogu imati neprihvatljivo velike greške. Za slučaj kada su neophodni podaci o potrebnoj energiji za grejanje na mesečnom nivou, Standard preporučuje Dinamički potpuno definisan uprošćen časovni metod, koji pak daje prihvatljive rezultate na nedeljnog i mesečnom nivou, dok za detaljniju analizi potrebne energije za grejanje na dnevnom nivou potrebna je primena robusnih kompjuterskih dinamičkih simulacija.

U dinamičkim metodama višak topline u objektu koji se javlja tokom perioda grejanja se ne zanemaruje već se njegov uticaj uzima u obzir smatrujući da je došlo do povećanja unutrašnje temperature vazduha iznad projektovane, te da je brzina prenosa topline veća zbog povećanog temperaturnog gradijenta i da je veća akumulacija topline u masi objekta, i to sve u koliko se objekat mehanički ne ohladi. Sa druge strane, ove metode uzimaju u obzir da u prekinutom režimu rada, temperatura u objektu neće naglo pasti, već će se aktivirati akumulirana toplota u masi objekta i preneti na vazduh u prostoriji. Dinamičke metode kao i statičke, modeluju toplotnu otpornost objekta, toplotni kapacitet objekta kao i unutrašnje i solarne dobitke u zgradama.

Predloženi, dinamički potpuno definisan uprošćen časovni metod ima za cilj da u proračun unese dnevne i satne promene vremena, akumulaciju topline u objektu, zauzetost objekta, uticaj solarnih senila, i njihov uticaj na grejanje u objektu, a da pri tome, dodatni zahtevi za ulaznim podacima u odnosu na mesečni model, budu minimalni i da sama procedura proračuna ne zahteva složene algoritme.

Jednostavnost metode odražava se kroz proračun koeficijenata toplotnih gubitaka i dobitaka u zgradama po času, slično kao po modelu zasnovanom u mesečnoj metodi, gde je za proračun potrebne energije dovoljan neki od programa za rukovanje podacima (engl. *spreadsheets software*). Samu metodologiju časovnog modela Standard prikazuje šematski praveći analogiju između 5R1C kola i zgrade, i između protoka struje i toplotnog fluksa (Slika 24).



Izvor: ISO/FDIS 13790

Slika 24 5R1C termalni model zgrade

Model prikazan na Slici 24 se zasniva na definisanju 5 čvorova preko kojih se odvija proces prenošenja toplote. Tri čvora se odnose na unutrašnjost objekta: unutrašnji vazduh  $\vartheta_{air}$ , unutrašnja kontaktna površina zidova  $\vartheta_s$ , i termička masa objekat  $\vartheta_m$ , a dva čvora na spoljašnjost objekta: vazduhom koji ulazi u objekat putem ventilacije  $\vartheta_{air}$  i spoljašnji vazdih  $\vartheta_e$ . U većini nacionalnih Standarda ove dve temperature  $\vartheta_{air}$  i  $\vartheta_e$  su izjednačene.

Toplotni dobici koji potiču od unutrašnjih izvora  $\phi_{int}$ , kao i solarni dobici  $\phi_{sol}$ , dele se na tri dela:  $\phi_{ia}$ ,  $\phi_{st}$  i  $\phi_m$  i prenose se preko 3 unutrašnja čvora: kroz termičku masu objekta  $\vartheta_m$ , preko površine zidova  $\vartheta_s$  i prostiranjem toplote kroz sam vazduh prostorije  $\vartheta_{air}$ . Dodatno, ukupna količina toplote koja se isporuči u prostor  $\phi_{HC,nd}$ , kako bi se održavala projektovana unutrašnja temperatura  $\vartheta_{int,H,set}$  je vezana samo za čvor  $\vartheta_{air}$ .

Sa druge strane, ventilacioni gubici izraženi preko koeficijenta ventilacionih gubitaka  $H_{ve}$  su u neposrednoj vezi za vazduhom koji ulazi u objekat putem ventilacije  $\vartheta_{sup}$  kao i vazduhom koji je u prostoriji  $\vartheta_{air}$ , a koji je potrebo održavati na projektovanom nivou  $\vartheta_{int,H,set}$ .

Koeficijenti toplotnih gubitaka kroz prozore  $H_{tr,w}$ , za koje se smatra da nemaju termičku masu, u vezi je sa spoljašnjom temperaturom vazduha  $\vartheta_e$  i čvorom  $\vartheta_s$  koji predstavlja kontaktne površine u okviru termičkog omotača. Koeficijent transmisionih gubitaka kroz netransparentne delove omotača  $H_{tr,op}$  se deli na gubitke koji se prenose preko spoljašnje površine  $H_{tr,em}$  i gubitke koji se prenose preko unutrašnje površine

$H_{tr,ms}$ . Koeficijent  $H_{tr,em}$ , povezujući čvorove  $\vartheta_e$  i  $\vartheta_m$  odslikava protok toplove između samog objekta sa termičkom masom  $C_m$  kroz površinu  $A_m$  i spoljašnjeg vazduha. Kod dinamičkog modela, koji prenos toplove razmatra u nestacionarnim uslovima, topotni fluks na spoljašnjoj strani omotača, prikazan preko koeficijenta  $H_{tr,em}$  i topotni fluks na unutrašnjoj površini zida prikazan kroz  $H_{tr,ms}$ , nije isti, već zid izvesnu količinu toplove, u zavisnosti od topotnog kapaciteta materijala u sastavu zida, zadržava. Nestacionaran prenos toplove kroz sam elemenat omotača, označen je vezom (otporom  $H_{tr,ms}$ ) između čvorova  $\vartheta_m$  i  $\vartheta_s$ . Prelaz toplove sa zida na unutrašnji vazduh u prostoriji pa dalje prenosi se kroz sam vazduh, usled mešanja vazdušnih masa različite temperature i prikazuje se preko koeficijenta termičke provodljivosti  $H_{tr,is}$  (engl. *thermal coupling conductance*) koji povezuje čvorove  $\vartheta_s$  i  $\vartheta_{air}$ . Detaljan opis načina proračuna svake od navedenih komponenti modela dat je u samom Standardu.

Prethodne dve metode s obzirom na jednostavnost primene, su danas u širokoj primeni. Ove metode, se najviše koriste u fazi donošenja investicionih odluka, u okviru predinvesticionih studija u kojima se potencijalne investicione opcije sagledavaju sa više aspekata, vrednuju i donosi krajnja odluka o (ne)ulasku u investiciju. Za ovakve potrebe, pretpostavka o stacionarnom prenosu toplove u okviru omotača zgrade, jedinstvenoj vrednosti koeficijenta prelaza toplove sa unutrašnje strane omotača, kao i jedinstvene vrednosti za spoljašnju stranu, zanemarivanja efekata evaporacije u objektu i van, uticaj topotnih ostrva, zanemarivanje brzih temperaturnih promena i uvođenje brojnih drugih pojednostavljenja je opravdana jer se rezultati uglavnom koriste za komparativnu analizu projektovanih alternativa. Treba naglasiti, da ukoliko se razmatra objekat više energetske klase (A ili A<sup>+</sup>), uvođenje navedenih pretpostavki i navedena zanemarenja nisu dopustiva. Pored ovoga, navedene metode ne daju zadovoljavajuće rezultate u pogledu dobijanja apsolutnih vrednosti energetskih potreba objekta.

### 2.5.2.3 Dinamičke simulacije

Jasno je da je sa porastom zahteva za energetskom efikasnošću u zgradarstvu porasla i potreba za razvijanjem preciznijih i informativnijih kompjuterskih alata za procenu energetskih performansi zgrade. Kada je reč o proceni energetske efikasnosti niskoenergetskih zgrada, korišćenje prethodno opisanih pojednostavljenih tehnika je apsolutno neprihvatljivo jer zbog male količine energije koju koriste ove zgrade, čak i

apsolutne greške u iznosu od nekoliko  $kWh/m^2a$  predstavljaju značajnu relativnu grešku u proceni potrebne energije, a dalje i u oceni ostalih parametara održivosti koji su u vezi sa potrošnjom energije. Kod svih objekata gde se zahteva povećana tačnost proračuna i pouzdanost rešenja neophodna je primena dinamičkih simulacija.

Prethodno pomenuti Standard ISO 13790 detaljno opisuje uprošćenu časovnu metodu, dok za primenu bilo kojih drugih uprošćenih dinamičkih metoda ili kompjuterskih simulacija daje okvir za standardizaciju graničnih uslova kao i standardizaciju ulaznih i izlaznih veličina čime se omogućava kompatibilnost i konzistentnost između različitih dinamičkih metoda. Konkretno, trenutno razvijenih metoda koje se koriste pri simulaciji ponašanja zgrada ima mnogo, gde se sve one fokusiraju na nekoliko važnih aspekata karakteristika zgrade kao što su: energetska efikasnost, i uspostavljanje uslova komfora u objektu: vazdušni komfor, topotni komfor, svetlosni komfor i zvučni komfor. U nedavno objavljenom radu [70], autor Wang i ostali, su dali pregled dostignuća, postignutih između 1987. i 2014. godine, na polju razvoja naučnih metoda koje su inkorporirane u brojne kompjuterske simulacione alate iz oblasti zgradarstva. U okviru rada [70], Wang i ostali, su između ostalog, dali detaljan pregled metoda koje se koriste za ocenu potrebne energije u zgradama i simulaciju topotnih gubitaka i zgradi. U nastavku, u Tabeli 16 je dat sumarni prikaz ovih metoda, koje su grupisane prema ograničenjima koje uvode, jednostavnosti primene i zahteva za opremom i upotrebljivosti krajnjeg rezultata.

Tabela 16 Pregled metoda koje se koriste za ocenu potrebne energije i dinamičku simulaciju toplotnih gubitaka i zgradi (prema istraživanju u radu [70])

Rb.m.	Vrste dinamičkih simulacija i metode
<b>1</b>	<b>Detaljne dinamičke simulacije zgrada</b>
1.1	Konduktivna funkcija prenosa toplote (engl. <i>Conduction transfer function (CTF) method</i> )
1.2	Faktori termalnog odziva (engl. <i>Thermal response factor (TRF) method/ Thermal impulse response (TIR)</i> )
1.3	Metoda vremenskih serija podataka vezanih za prenos toplote zračenjem (engl. <i>Radiant time series, (RTS) method</i> )
1.4	Sjedinjeni parametarski model (engl. <i>Lumped parameter models, (LPM)</i> )
<b>2</b>	<b>Pojednostavljeni modeli za evaluaciju potrebne energije i opterećenja energetskih sistema</b>
2.1	Metod Stepen-dan (engl. <i>Degree-day method</i> )
2.2	Grupni metod (engl. <i>Bin method</i> )
<b>3</b>	<b>Statističke i regresione metode za procenu potrebne energije</b>
3.1	Višestruka linearna regresija (engl. <i>Multiple linear regression</i> )
3.2	Neuronske mreže (engl. <i>Artificial neural network</i> )
3.3	Metoda vektora podrške (engl. <i>Support vector machine</i> )
3.4	Model ponašanja (engl. <i>Behavior model</i> )
3.5	Model grešaka (engl. <i>Faults model</i> )
<b>4</b>	<b>Simulacioni modeli koji sprežu energetske potrebe zgrade i njenu interakciju sa okruženjem</b>

Detaljne dinamičke simulacije zgrade odnose se na modelovanje svih komponenti u zgradama, od građevinskih elemenata do termotehničkih sistema i ljudi koji borave u tim zgradama, gde se za svaki element posebno prave matematički modeli. Matematički modeli se zasnivaju na jednačinama toplotnog bilansa, gde se modeluju svi vidovi prenosa toplote u svom najosnovnijem, fundamentalnom obliku, i gde se ne nameće nikakva pojednostavljenja pri rešavanju istih. Analiza prenosa toplote u omotaču zgrade se vrši za nestacionarne uslove. Na ovaj način je značajno uvećava kompleksnost

proračuna dinamičkih termičkih procesa, što dalje uvećava potrebne hardverske resurse i vreme potrebno za dobijanje rezultata. Danas se u svetu ulažu veliki napor da se razviju metode kojima će se računati prenos toplote u nestacionarnim uslovima, a koje neće biti po pitanju hardverske podrške i vremena potrebnog za obradu podataka skupe, a koje će davati pouzdane rezultate. Razvoj ovakvih metoda značajno bi doprineo razvoju energetskih simulacija zgrada u smislu njihove široke primenljivosti u inženjerske svrhe i podizanja opšteg nivoa energetske efikasnosti u zgradarstvu.

Uvođenje statističkih i regresionih metoda za procenu potrebne energije je prvi korak ka pronalaženju vremenski jeftinijih metoda za procenu potrebne energije. Ove metode podrazumevaju prvo formiranje osnovnog skupa zgrada, u kome je svaka zgrada okarakterisana sa što više atributa. Zatim se, primenom metoda statističkog zaključivanja, a pre svega primenom metoda korelacije i regresije donose zaključci o nepoznatim karakteristikama formiranog skupa, utvrđuju se funkcionalne i stohastičke veze i uticaji definisanih atributa, i na kraju formira se matematički model za procenu potrebne energije. Ovakvi matematički modeli ni na koji način ne odslikavaju fizičke procese koji se odvijaju u objektu, već samo statistiku referentnog skupa, na osnovu koje se vrši predikcija. Još uvek se ovako dobijeni predikcioni modeli više koriste za vrednovanje alternative u višekriterijumskom optimizacionom modelu pri doноšењу investicione odluke.

Najkompleksniji vid dinamičkih simulacija zgrade jesu simulacioni modeli koji sprežu energetske potrebe zgrade i njenu interakciju sa okruženjem. Sprezanje simulacionih programa može da obezbedi dopunske informacije o performansama zgrade i na taj način obezbediti precizne procene prenosa toplote u zgradu, a konačan rezultat potrebne energije učini maksimalno pouzdanim. Najpoznatija sprega kompjuterskih simulacija energetskih potreba zgrade (engl. *Building Energy Simulation, BES*) je sa kompjuterskim simulacijama dinamike fluida, (engl. *Computer Fluid Dynamic – CFD*). U ovakvoj sprezi, BES obezbeđuje realnije granične uslove za CFD, a CFD vraća BES-u u većoj rezoluciji temperaturno polje i polje protoka vazduha unutar objekta i/ili oko objekta, kao i vrednosti koeficijenta prelaza topline sa unutrašnje i spoljašnje strane zida u većem broju tačaka. CFD, pored toga što zahteva naj sofisticiranija znanja iz oblasti dinamike fluida, fizike prenosa topline i programiranja, koja se dobijaju uglavnom na

postdoktorskim studijama prestižnih svetskih univerziteta, sama za sebe zahteva skupu softversku i hardversku podršku, a same simulacije i najprostijih geometrija, kao što su modeli kocke, traju i po nekoliko desetina sati. Radi uštete vremena i hardverske podrške, najnovija istraživanja u pravcu optimizacije navedenih parametara u sprezi između CFD i BES simulacijama idu u pravcu razvijanja alternativnih metoda za CFD kao što je zonalno modelovanje (engl. *zonal modelling*), a za BES umesto primene detaljnih simulacija, integrisanje statističkih i regresionih modela za predikciju energije. Za sada je najviše razvijeno modela zasnovanih na primeni neuronskih mreža. Primena metoda mašinskog učenja i uopšte veštačke inteligencije u procesu modelovanja ponašanja zgrade je današnji *state-of-the-art*. Metode mašinskog učenja rešavaju problem potrebe za jakim hardverima i smanjuju vreme potrebno za simulaciju sa nekoliko desetina sati na nekoliko sekundi do jednog minuta, ali bez posedovanja obimne i pouzdane baze podataka i ekspertskega znanja nema uspešne primene ovih metoda.

U Tabeli 17 za svaku od navedenih metoda navedene su njene osnovne karakteristike, faza u okviru životnog ciklusa objekta u kojoj se ta metoda primenjuje i u koje svrhe, kao i komercijalni programi zasnovani na ovim metodama i najznačajnije reference u kojima su navedene metode analizirane i dat predlog za poboljšanje istih.

Tabela 17 Pregled osnovnih karakteristika metoda za dinamičku simulaciju, najznačajnijih referenci i komercijalnih programa u kojima su implementirane

Vrsta i rb. metode	Glavne karakteristike	Faza primene	Implementacija	Značajne reference
Detaljne dinamičke simulacije zgrada	1.1 CTF	Baziran na koeficijentima prolaza topote; najrobusnija metoda; formiraju se modeli potrošnje energije na nivou časa ili kraće; pri povećanju vremenske jedinice rešenje nije stabilno;	Faza projektovanja; faza eksploatacije	BLAST; TRNSYS; EnergyPlus; eQuest;OpenStudio; DesignBuilder
	1.2 TRF	Baziran na termičkim koeficijentima odziva; koeficijenti su konstantni, a protok topote se menja kako se menja temperatura; Neprimenljiv kod objekata gde dominiraju uticaji zračenja (staklene fasade).	Faza projektovanja; faza eksploatacije	DOE-2
	1.3 RTS	Bazirana na periodičnim faktorima odziva sistema; manje hardverski zahtevana od metode CTF	Predinvesticiona, projektovanja; Faza eksploatacije	PRF/RTF Generator

Tabela 17 Nastavak

Vrsta i rb. metode	Glavne karakteristike	Faza primene	Implementacija	Značajne reference
1.4 LPM	Strukturni elementi se opisuju sa jednim parametrom koji odslikava i termički otpor i topotni kapacitet materijala; simulacije moguće na nivou jednog časa ili više; ne primenljiv kod objekata za visokim termalnim kapacitetom.	Faza projektovanja; faza eksploatacije	Modelica; Simulink; EES; IMTEK Mathematica Supplement (IMS)	[83] [84] [85]
2.1	Procene potrošnje energije za grejanje malih zgrada ručnim izračunavanjem ili jednostavnim računarskim programom Jedini podaci potrebni za primenu ove relacije su vrednost stepen-dan u odnosu na neku referentnu osnovnu temperaturu i srednju godišnju temperaturu lokacije	Idejno rešenje; Generalni projekat; Prethodna studija opravdanosti	Manuelni proračun	[86]
2.2	Zasnovani na metodici stepen-dan, uzimajući u obzir promenu temperature u određenom intervalu Sortirani podaci o ambijentalnoj temperaturi mogu se generisati na osnovu dugoročnih merenja dnevnih temperatura ili iz modela za tipičnu meteorološku godinu	Idejno rešenje; Generalni projekat; Prethodna studija opravdanosti	ASEAM	[87], [88]
3.1	Modeli koji predviđaju potrebnu energiju za grejanje i hlađenje na osnovu utvrđenih korelacija među podacima vezanim za funkcionisanje zgrade. Predviđanje se zasniva na analizi glavnih faktora koji utiču na potrošnju toplote u zgradama i njihovoj korelaciji sa količinom potrošene topline. Dobijeni rezultati se smatraju okvirnim i mogu se koristiti samo u ranim fazama realizacije projekta.	Predinvesticiona faza	EnergyPlus, sa integriranom Monte Carlo metodom	[89], [90]
3.2	Modeli koji se primenjuju za predviđanje kratkoročnog energetskog opterećenja za veliki energetski sisteme.	Predinvesticiona faza	EnergyPlus	[91], [92]
3.3	Metode kojima se uspešno rešavaju nelinearni problem korišćenjem čak i manjeg seta podataka za utvrđivanje korelacije.	Predinvesticiona faza	DeST	[93], [94]
3.4	Modeli Markovljevih lanaca koji mogu pomoći u prepoznavanju šablonu ponašanja stanara iz zgrade i koji ih mogu reprodukovati kako bi predviđeli potrošnju energije zgrade i identifikovali potencijalne mesta za uštedu.	Predinvesticiona faza	WinProGen	[95], [96]

Tabela 17 Nastavak

Vrsta i rb. metode	Glavne karakteristike	Faza primene	Implementacija	Značajne reference
Statističke i regresione metode za 3.5	Modeli zasnovani na identifikaciji operativnih grešaka HVAC sistema i grešaka upravljačkih sistema, čijom eliminacijom se teži povećati efikasnost rada tehničkih sistema u zgradama.	Predinvesticionalna faza	EnergyPlus	[97]
Simulacioni mod. koji sprežu energetske potrebe zgrade i njenu interakciju sa okruženjem 4	Modeli nastali sprezanjem simulacija energetskih potreba zgrade (engl. <i>Building Energy Simulation, BES</i> ) i kompjuterskih simulacija dinamike fluida (engl. <i>Dynamic Fluid Simulation, CFD</i> ). BES obezbeđuju realnije granične uslove za CFD, a CFD vraća detaljnije temperaturno polje i polje strujanja vazduha unutar i okolo objekta kao i tačniju vrednost za koeficijent prelaza toploće.	Faza projektovanja; faza eksploracije	EnergyPlus/COMIS TRNSYS/Fluent Inc. EnergyPlus/DesignBuilder EnergyPlus/MIT-CFD ESP-r	[98], [99]

Legenda: TRNSYS - *TRAnsient Systems Simulation Program*, razvijen od strane *University of Wisconsin, Madison, Mechanical Engineering Department*; EnergyPlus razvijen od strane *University of California Lawrence Berkeley National Laboratory (LBNL)*; BLAST - *Building Loads Analysis and System Thermodynamics* razvijen od strane –*U.S. University of Illinois, Department of Energy*; DOE-2 razvijen od strane *LBNL*; MIT-CFD - *Massachusetts Institute of Technology – Computational Fluid Dynamic* - razvijen od strane *Massachusetts Institute of Technology*; eQuest - *Quick Energy Simulation Tool* razvijen od strane *LBNL*; OpenStudio – razvijen od strane *National Laboratory of the U.S. Department of Energy*; COMIS - *Conjunction Of Multizone Infiltration Specialists* razvijeno od strane *LBNL*; DesignBuilder razvijeno od strane *Harvard University*; PRF/RTF Generator - *Periodic Response Factor / Radiant time factors Generator*; ESP-r - *Environmental Science and Pollution Research*, razvijeno od strane *University of Strathclyde, United Kingdom*; ASEAM - *A Simplified Energy Analysis Method*; DeST - *Development Group in Tsinghua University*; WinProGen - *Markov-Chain-Based Stochastic Window Status Profile Generator*.

U cilju unapređenja metoda koje se koriste u detaljnim dinamičkim simulacijama za modelovanje topotnih gubitaka termičkog omotača zgrade, u ovoj disertaciji je dat predlog za novi pristup za procenu funkcija Termalnog impulsnog odziva zida. Novi pristup se zasniva na eksperimentalnim istraživanjima prikazanim u narednom poglavljju.

### 3 EKSPERIMENTALNA ISTRAŽIVANJA PRENOSA TOPLOTE KROZ TERMIČKI OMOTAČ ZGRADE

#### 3.1 OPIS PROBLEMA

Struktura termičkog omotača, geometrija zgrade, njen položaj u odnosu na izloženost Suncu i vetrovima direktno utiču na energetske potrebe zgrade. Što su bolje termičke karakteristike materijala ugrađenih u strukturu objekta kao i zaptivenost prozora i vrata, a manji faktor oblika, rastu energetske performanse objekta (engl. *Building Energy Performace, BEP*). Pored navedenih faktora, definisani su i brojni fizički parametri koji odslikavaju dinamičke termičke karakteristike materijala, a koji opisuju ponašanje materijala u odnosu na proces prenosa toplote i mase u promenljivim termalnim uslovima. Grubo gledano, ovi parametri se mogu podeliti na dve vrste: parametre koji utiču na mogućnost akumuliranje toplote, kao što su specifična toplota, toplotna inercija, gustina materijala, i parametri koji utiču na brzinu provođenja toplote: toplotna difuzivnost, toplotna vremenska konstanta. Svi navedeni parametri direktno utiču na formiranje toplotnog komfora u objektu i proračun energetskih potreba, a najčešće su definisani kao konstantne veličine.

Sa druge strane, imajući u vidu da su zgrade izložene promenljivim vremenskim uslovima kao što su varijacije temperature na dnevnom, sezonskom, godišnjem i višegodišnjem nivou, varijacije u količini vlage u vazduhu, sunčeva radijacija, prisutnost različitih čestica i/ili jedinjenja u atmosferi, jasno je da projektovane performanse ugrađenih materijala i njihove fizičke osobine u toku eksploatacije objekata nisu konstantne, već suprotno, imaju tendenciju prirodne degradacije [100,101]. Procena termičkih i fizičkih performansi ugrađenih materijala i promena istih tokom eksploatacije objekta je od praktičnog interesa za ocenu BEP samog objekta, i procenu toplotnih gubitaka objekta, a sami rezultati se mogu koristiti u fazi eksploatacije objekta i za potrebe održavanja objekta [102], gde se prvenstveno misli na investiciono održavanje odnosno pri energetskoj sanaciji objekta.

Prethodno nas navodi na zaključak da uloga merenja u oceni BEP je značajna. Sledeća, vrlo važna uloga merenja jeste u okviru detaljnog energetskog modeliranja objekta.

Rezultati dobijeni merenjem sadrže veoma bitne informacije o realnom ponašanju objekta, koji su dinamični po svojoj prirodi. Pravilnim izborom mernih mesta i parametara koji se prate i njihovom analizom, mogu se prognozirati različiti parametri bitni za ocenu energetske efikasnosti objekta. Neki od tih parametara su toplotni gubici/dobici objekta, akumulacija toplote u konstrukciji objekta, sposobnost objekta da zadrži brzo prodiranje toplotnih talasa u objekat, kao i neki koeficijenti kao što su koeficijent prolaza toplote kroz element objekta i koeficijenti prelaza toplote.

U prethodnom poglavlju dat je pregled metodologija za određivanje godišnje potrebne energije za grejanje u zgradama. Osim sofisticiranih dinamičkih simulacija, standardizovane procedure za energetsko modelovanje objekta koje se koriste u inženjerskoj praksi, procenu toplotnih gubitaka vrše za stacionarni režim prenosa toplote i nauzimajući u obzir degradaciju građevinskih materijala kroz vreme. Uvodeći prepostavku stacionarnog režima, zanemarena je akumulacija toplote u konstrukciji objekta, koja predstavlja pasivno zagrevanje/hlađenje objekat, koeficijenti prelaza toplote su postavljeni kao konstantne veličine, a potpuno je zanemaren efekat osculatornih promena atmosferskih uticaja na ambijentalnu temperaturu, i uopšte komfor unutar objekta. Dodatno, zanemarujući činjenicu da materijali degradiraju kroz vreme, energetske performanse objekta su precenjene. Za slučaj nepoznavanja sastavnih materijala u prethodno opisanom poglavlju standardizovane procedure su neprimenljive.

U okviru ovog poglavlja prikazani su rezultati eksperimentalnog istraživanja karakteristika termičkog omotača zgrade sprovedenog u realnim atmosferskim uslovima. Cilj istraživanja je bio da se predloži novi pristup za procenu funkcija Termalnog impulsnog odziva (TIR) zida, koje bi mogle da se integrišu u detaljne dinamičke simulacije za modelovanje toplotnih gubitaka termičkog omotača zgrade u dinamičkom režimu. Predloženi pristup, se za razliku od postojećih pristupa u literaturi, zasniva isključivo na podacima iz *in-situ* eksperimentalnih merenja površinskih temperatura i toplotnih fluksa na unutrašnjoj i spoljašnjoj strani zida u dinamičkom režimu. Predloženi pristup je primenljiv i za dobijanje TIR funkcija za zidove sa nepoznatim termičkim svojstvima, strukturom i dimenzijama. U radu je pokazano da se na osnovu malog obima merenja mogu sa velikom tačnošću estimovati TIR funkcije.

U poglavljima koja slede, prvo je opisan fizički model eksperimenta koji je i analitički rešen. Fizički model se zasniva na Furijeovoj jednačini provođenja toplote u nestacionarnim uslovima. Provođenje toplote kroz zid u nestacionarnim uslovima je prikazano preko parcijalne diferencijalne jednačine drugog reda (1D problem) i mešovitih graničnih uslova koji vladaju na površinama zida. Rešavanjem ove jednačine prvo za jednoslojni zid, a onda njenim proširenjem za višeslojni zid došlo se do analitičkog rešenja za TIR funkcije.

Fizički model eksperimenta je dalje matematički modelovan kao dinamički sistem gde su granični uslovi sa obe strane zida, tj. merene vrednosti temperature i toplotnog fluksa, povezane preko transfer funkcija. Utvrđena je analogija između dinamičkog sistema i termičkog sistema, tj. između transfer funkcija dinamičkog sistema i TIR funkcija termičkog sistema. Numeričkim rešavanjem inverznog problema došlo se do transfer funkcija, tj. TIR funkcija koje povezuju granične uslove. Dobijene TIR funkcije, sada samo na osnovu merenih podataka, su upoređene sa odgovarajućim analitičkim rešenjima koja su u funkciji fizičkih i termičkih karakteristika slojeva zida, i utvrđeno je veoma dobro slaganje između istih.

Na kraju ovog poglavlja, ispitana je praktična primena dobijenih TIR funkcija. Pokazano je kako se na osnovu procenjenih TIR funkcija na bazi *in-situ* merenja mogu veoma dobro proceniti sve dinamičke termičke karakteristike zida, odrediti termički statički parametri zida, kao i da se uspešno mogu proceniti toplotni gubici zida na obe strane, kao i akumulacija toplote u zidu za nove buduće projektne uslove u okruženju zida.

Prema najboljim saznanjima autora ove disertacije, najznačajniji naučni doprinosi ostvareni u ovom delu disertacije su sledeći:

1. Razvijen je novi pristup za estimaciju TIR funkcija za višeslojan ravan zid sa nepoznatim termičkim svojstvima i strukturu u dinamičkom režimu samo na osnovu *in-situ* merenja, korišćenjem tehnike dekonvolucije.
2. Prvi put je izvedeno analitičko rešenje za TIR funkcije za ravan, beskonačan višeslojni zid u vremenskom domenu sa vremenski promenljivim graničnim uslovima u pogledu temperature i toplotnog fluksa na površinama zida.

3. Izvedene su formule za dobijanje unutrašnje i spoljašnje termičke admitanse i odgovarajuće periodične transmitanse u funkciji TIR funkcija u kompleksnom domenu.

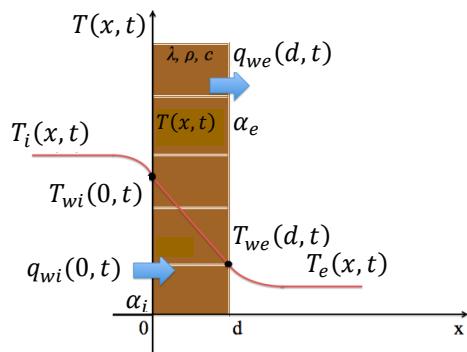
## 3.2 TEORIJSKI MODEL EKSPERIMENTA

### 3.2.1 Izvođenje nestacionarne Furijeove jednačine provođenja toplote kroz homogen jednoslojni zid u frekventnom domenu

Jednačina vremenski promenljivog temperaturskog polja unutar zida debljine  $d$ , sa konstantnim fizičkim i termičkim karakteristikama, bez unutrašnjeg izvora topline, data je Furijeovom parcijalnom diferencijalnom jednačinom za jednodimenziono prostiranje topline:

$$\frac{\partial T(x, t)}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c} \cdot \frac{\partial^2 T(x, t)}{\partial x^2}, \quad x \in (0, d), \quad 0 < t < T \quad (11)$$

gde su:  $\lambda$  - koeficijent termičke provodljivosti materijala [W/mK],  $\rho$  - gustina materijala [kg/m<sup>3</sup>],  $c$  - specifična toplota [J/kgK] i  $T(x, t)$  - temperatursko polje unutar zida. Šematski prikaz 1D prenosa topline kroz homogeni zid dat je na Slici 25.



Slika 25 1D prenos topline kroz ravan homogeni zid

Jednačina (11) se rešava primenom jednog graničnog uslova po vremenu prikazanog u jednačini (12) i dva granična uslova po koordinati prikazana jednačinama (13) i (14). Za granični uslov (12) koristimo temperaturno polje u trenutku  $t = 0$ , a za granične uslove (13) i (14) koristimo mešovite granične uslove za toplotne flukseve na unutrašnjoj i spoljašnjoj površini zida,  $q_{wi}$  i  $q_{we}$ :

$$T(x, 0) = T_0(x), \quad (12)$$

$$-\lambda \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=0} = \alpha_i (T_{wi}(t) - T(x, t)|_{x=0}) = q_{wi}(t), t > 0 \quad (13)$$

$$-\lambda \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=d} = \alpha_e (T_{we}(t) - T(x, t)|_{x=d}) = q_{we}(t), t > 0. \quad (14)$$

U gornjim jednačinama korišćene su sledeće oznake:  $\alpha$  je koeficijent prelaza topote  $\text{W/m}^2\text{K}$  (indeksi  $i$  i  $e$  se odnose na unutrašnjost i spoljašnjost redom),  $T_{wi}$  i  $T_{we}$  temperature vazduha sa spoljne i unutrašnje strane,  $T_0$  temperatura u trenutku  $t = 0$ .

Rešenje jednačine (11) potražićemo prvo u kompleksnom domenu. Primenom Laplasove transformacije (engl. *Laplace transform*):

$$\mathcal{L}[f(x, t)] = \int_0^\infty e^{-st} \cdot f(x, t) dt = \hat{f}(x, s), \quad s = G_a + j\omega, \quad j = \sqrt{-1} \quad (15)$$

gde je sa  $\hat{f}$  označena funkcija  $f$  u kompleksnom domenu, na jednačinu (11), uz prepostavku da se temperature mogu predstaviti kao sinusne funkcije:  $T(x, t) = \sum e^{-G_a t} \cdot \sin \omega t$  kada važi da je  $G_a = 0$  tj.  $s = j\omega$  ( $\omega = \frac{2\pi}{T_0}$  - kružna frekfencija,  $T_0$  - period), jednačina (11) dobija oblik:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}\left[\frac{\partial T}{\partial t}\right] &= \mathcal{L}\left[\frac{\lambda}{\rho c} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right] = \frac{\lambda}{\rho c} \cdot \mathcal{L}\left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right] \\ \frac{\partial}{\partial t}(\mathcal{L}[T(x, t)]) &= \frac{\lambda}{\rho c} \cdot \frac{\partial^2}{\partial x^2}(\mathcal{L}[T(x, t)]) \\ s \cdot \hat{T}(s) &= \frac{\lambda}{\rho c} \cdot \frac{\partial^2 \hat{T}(s)}{\partial x^2} \end{aligned} \quad (16)$$

Uvođenjem smene  $\frac{x}{\lambda} = R$  jednačina (11) postaje:

$$\frac{\partial^2 \hat{T}(j\omega)}{\partial R^2} - j\omega \lambda \rho c \cdot \hat{T}(j\omega) = 0, \quad \frac{x}{\lambda} = R. \quad (17)$$

Jednačina (17) predstavlja Furijeovu parcijalnu diferencijalnu jednačinu za jednodimenziono prostiranje topote u nestacionarnim uslovima u kompleksnom domenu. Rešenje gornje jednačine ima partikularni i homogeni deo. Partikularni deo rešenja odgovara početnom uslovu  $C_0 = T_0(x)$ , a homogeni deo rešenja ima oblik  $\hat{T}(R, j\omega) = e^{\eta(j\omega)R}$ ,  $e^{\eta(j\omega)R} \neq 0$ , kada jednačina (17) postaje:

$$\eta^2 \cdot e^{\eta R} - j\omega\lambda\rho c \cdot e^{\eta R} = 0, \quad (18)$$

gde  $\eta(j\omega)$  predstavlja rešenje tzv. karakteristične jednačine za (18):

$$\eta^2 - j\omega\lambda\rho c = 0 \quad (19)$$

koje glasi:

$$\eta_{1/2} = \pm\sqrt{j\omega\lambda\rho c}. \quad (20)$$

Na osnovu gore navedenog opšteg rešenja, jednačina (11) ima oblik:

$$\hat{T}(j\omega, R) = C_1 \cdot e^{\sqrt{j\omega\lambda\rho c}R} + C_2 \cdot e^{-\sqrt{j\omega\lambda\rho c}R} + T_0(R, 0). \quad (21)$$

Imajući u vidu da tražimo rešenje jednačine (17) koje važi u ustaljenom režimu, tj. nakon dovoljno dugog vremena od početka posmatranja, deo rešenja  $T_0(R, 0)$  koji je posledica početnog uslova  $T_0(x)$  neće uticati na krajnje rešenje. Iz teorije diferencijalnih jednačina je poznato da funkcija  $T_0(R, 0)$  u vremenskom domenu ima u sebi eksponencijalno opadajuću funkciju vremena koja čini da posle dovoljno dugo vremena funkcija  $T_0(R, 0)$  teži nuli. To dalje znači da rešenje koje odgovara ustaljenom režimu ne sadrži ovaj član, tj. može se usvojiti da je  $T_0(R, 0) = 0$ . Ovako rešenje jednačine (22) ima samo homogeni deo, čije koeficijente  $C_1$  i  $C_2$  ćemo naći iz graničnih uslova (13) i (14). Stavljajući u (22) da je  $R = 0$  i primenjujući granične uslove na toj strani zida (13) (unutrašnja strana) dobija se sistem jednačina:

$$\begin{aligned} \hat{T}_{wi}(j\omega) &= C_1 + C_2 \\ \hat{q}_{wi}(j\omega) &= -\left. \frac{\partial \hat{T}(j\omega)}{\partial R} \right|_{R=0} = \sqrt{j\omega\lambda\rho c}(-C_1 + C_2) \end{aligned} \quad (22)$$

Iz sistema jednačina (22) proizilaze nepoznate konstante  $C_1$  i  $C_2$ :

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{\hat{T}_{wi}(j\omega)}{2} - \frac{\hat{q}_{wi}(j\omega)}{2\sqrt{j\omega\lambda\rho c}} \\ C_2 &= \frac{\hat{T}_{wi}(j\omega)}{2} + \frac{\hat{q}_{wi}(j\omega)}{2\sqrt{j\omega\lambda\rho c}} \end{aligned} \quad (23)$$

Stavljući izraze za konstante  $C_1$  i  $C_2$  iz (23) u jednačinu (22) za rešenje Furijeove jednačine za nestacionarno provođenje topline kroz homogeni zid u kompleksnom domenu dobijamo:

$$\hat{T}(j\omega, R) = \left( \frac{\hat{T}_{wi}(j\omega)}{2} - \frac{\hat{q}_{wi}(j\omega)}{2\sqrt{j\omega\lambda\rho c}} \right) \cdot e^{\sqrt{j\omega\lambda\rho c}R} + \left( \frac{\hat{T}_{wi}(j\omega)}{2} + \frac{\hat{q}_{wi}(j\omega)}{2\sqrt{j\omega\lambda\rho c}} \right) \cdot e^{-\sqrt{j\omega\lambda\rho c}R}. \quad (24)$$

Imajući u vidu da je:

$$\begin{aligned} \operatorname{csch} x &= \frac{e^x + e^{-x}}{2} \\ \sinh x &= \frac{e^x - e^{-x}}{2} \end{aligned}$$

gornja jednačina se može napisati kao:

$$\hat{T}(j\omega, R) = \hat{T}_{wi}(j\omega) \cosh \sqrt{j\omega\lambda\rho c}R - \frac{\hat{q}_{wi}(j\omega)}{\sqrt{j\omega\lambda\rho c}} \sinh \sqrt{j\omega\lambda\rho c}R. \quad (25)$$

Tretirajući granične uslove na mestu:  $x = d$ ,  $R = \frac{d}{\lambda}$ , mogu se povezati temperature i toplotni fluksevi sa obe strane zida. Stavljući da je  $\hat{T}\left(j\omega, R = \frac{d}{\lambda}\right) = \hat{T}_{we}(j\omega)$  dobijamo vezu:

$$\hat{T}_{we}(j\omega) = \hat{T}_{wi}(j\omega) \cosh \sqrt{j\omega\lambda\rho c} \frac{d}{\lambda} - \frac{\hat{q}_{wi}(j\omega)}{\sqrt{j\omega\lambda\rho c}} \sinh \sqrt{j\omega\lambda\rho c} \frac{d}{\lambda}, \quad (26)$$

Sa druge strane, Laplasova transformacija toplotnog fluksa na spoljašnjoj površini zida  $\hat{q}_{we}$  daje:

$$\hat{q}_{we}(j\omega) = -\frac{\partial \hat{T}(j\omega)}{\partial R} \Big|_{x=d} = -\hat{T}_{wi}(j\omega) \sinh \sqrt{j\omega\lambda\rho c} \frac{d}{\lambda} \cdot \sqrt{j\omega\lambda\rho c} + \hat{q}_{wi}(j\omega) \cosh \sqrt{j\omega\lambda\rho c} \frac{d}{\lambda}. \quad (27)$$

Dobijeni sistem jednačina (26) i (27) se može skraćeno zapisati u matričnom obliku:

$$\begin{bmatrix} \hat{T}_{we}(j\omega) \\ \hat{q}_{we}(j\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{T}_{wi}(j\omega) \\ \hat{q}_{wi}(j\omega) \end{bmatrix}. \quad (28)$$

gde matrični elementi  $Z_{nm}$ ,  $n, m = 1, 2$  imaju sledeći oblik:

$$\begin{aligned}
 Z_{11} &= \cosh \sqrt{j\omega\lambda\rho c} \frac{d}{\lambda} = Z_{22} \\
 Z_{12} &= -\frac{\sinh \sqrt{j\omega\lambda\rho c} \frac{d}{\lambda}}{\sqrt{j\omega\lambda\rho c}} \\
 Z_{21} &= -\sinh \sqrt{j\omega\lambda\rho c} \frac{d}{\lambda} \cdot \sqrt{j\omega\lambda\rho c}.
 \end{aligned} \tag{29}$$

Matricu sa elementima  $Z_{nm}$ ,  $n, m = 1, 2$  označavamo sa  $Z$  i nazivano je transfer matricom zida sa karakteristikama:  $\lambda, \rho, c$  i  $d$  koja povezuje temperaturu i toplotni fluks sa jedne strane zida sa istim veličinama sa druge strane zida.

Ukoliko imaginarnu konstantu  $\sqrt{j}$  u (29) napišemo u Ojlerovom obliku (nem. *Leonhard Paul Euler*):  $\sqrt{j} = e^{j\frac{\pi}{4}} = \cos \frac{\pi}{4} + j \cdot \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}(1+j)$ , tada potkorenu veličinu  $\sqrt{j\omega\lambda\rho c} \cdot \frac{d}{\lambda}$  možemo pisati kao  $\sqrt{j\omega\lambda\rho c} \cdot \frac{d}{\lambda} = (1+j) \cdot \frac{d}{\delta}$ , gde smo sa  $\delta$  označili  $\delta = \sqrt{\frac{2\lambda}{\omega\rho c}}$ . Ako sada sa  $\xi$  označimo  $\xi = \frac{d}{\delta}$ , onda potkorenu veličinu  $\sqrt{j\omega\lambda\rho c} \cdot \frac{d}{\lambda}$  možemo pisati kao  $\sqrt{j\omega\lambda\rho c} \cdot \frac{d}{\lambda} = (1+j) \cdot \xi$ , a koeficijente  $Z_{nm}$  kao:

$$\begin{aligned}
 Z_{11} &= Z_{22} = \cosh(\xi + j \cdot \xi) = \cosh \xi \cosh j\xi + \sinh \xi \sinh j\xi \\
 Z_{12} &= -\frac{\delta}{2\lambda} [\sinh \xi \cos \xi + \sin \xi \cosh \xi + j \cdot (\sin \xi \cosh \xi - \sinh \xi \cos \xi)] \\
 Z_{21} &= -\frac{\lambda}{\delta} [\sinh \xi \cos \xi - \cosh \xi \sin \xi + j(\cosh \xi \sin \xi + \sinh \xi \cos \xi)]
 \end{aligned} \tag{30}$$

Sistemom jednačina u (28) sa elementima matrice definisanim jednačinama (29) ili jednačinama (30) povezane se temperature i toplotni fluksevi, tj. njihove odgovarajuće kompleksne amplitude sa jedne strane površine zida sa istim veličinama sa druge strane površine zida, na frekvenciji  $\omega$ . Elementi  $Z_{nm}$  matrice prenosa topline u sistemu (28) imaju fizičko tumačenje naznačeno u nastavku. Svaki element  $Z_{nm}$  je kompleksan broj koji se može predstaviti preko njegovog modula  $|Z_{nm}|$  i njegovog argumenta  $\varphi_{nm} = \arg(Z_{nm})$ .

- $|Z_{11}|$  je faktor amplitude temperature, tj. amplitude varijacije temperature na spoljašnjoj strani zida kada je varijacija temperature na unutrašnjoj strani zida  $1K$ , a toplotni fluks na unutrašnjoj strani zida konstantan.
- $\varphi_{11}$  je fazna razlika između temperatura na obe površine zida.
- $|Z_{21}|$  predstavlja amplitudu varijacije toplotnog fluksa sa spoljašnje strane zida kada je varijacija temperature na unutrašnjoj strani zida  $1K$  i fluks na unutrašnjoj strani zida konstantan.
- $\varphi_{21}$  je fazna razlika toplotnog fluksa sa spoljašnje strane i temperature sa unutrašnje strane zida.
- $|Z_{12}|$  predstavlja amplitudu varijacije temperature sa spoljašnje strane kada je amplituda varijacije toplotnog fluksa sa unutrašnje strane jednaka  $1W/m^2$ , a temperatura na unutrašnjoj strani zida konstantan.
- $\varphi_{12}$  je fazna razlika između temperature na spoljašnjoj strani zida i toplotnog fluksa na unutrašnjoj strani zida.
- $|Z_{22}|$  je faktor amplitude toplotnog fluksa, tj. amplitude varijacije toplotnog fluksa na spoljašnjoj strani zida kada je amplituda varijacije toplotnog fluksa na unutrašnjoj strani zida  $1W/m^2$ , a temperatura na unutrašnjoj strani zida konstantna.
- $\varphi_{22}$  je fazna razlika između toplotnih fluksa sa obe strane zida.

Elementi  $Z_{nm}$  služe za izračunavanje termičke transmitanse i termičke admitanse zida. Termička admitansa zida povezuje brzinu protoka topline (toplotni fluks) sa jedne strane zida sa promenom temperature na istoj strani zida, a termička transmitansa definiše odnos pojedinih fizičkih veličina sa jedne i druge strane zida.

U jednačini (28) temperature na površinama zida mogu da se izraze preko temperaturnih vazduha  $\hat{T}_i(j\omega)$  i  $\hat{T}_e(j\omega)$  i koefficijentata prelaženja topline sa obe strane zida  $\alpha_i$  i  $\alpha_e$ , korišćenjem graničnih uslova (13) i (14) na sledeći način:

$$-\frac{\partial \hat{T}}{\partial R} \Big|_{R=0} = \alpha_i (\hat{T}_i(j\omega, R) - \hat{T}_{wi}(j\omega)) = \hat{q}_{wi}(j\omega) \equiv \begin{bmatrix} \hat{T}_{wi} \\ \hat{q}_{wi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{\alpha_i} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{T}_i \\ \hat{q}_{wi} \end{bmatrix} \quad (31)$$

$$-\frac{\partial \hat{T}}{\partial R} \Big|_{R=\frac{d}{\lambda}} = \alpha_e \left( \hat{T}_{we}(j\omega) - \hat{T}_e(j\omega, R) \right) = \hat{q}_{we}(j\omega) \equiv \begin{bmatrix} \hat{T}_{we} \\ \hat{q}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{\alpha_e} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{T}_e \\ \hat{q}_{we} \end{bmatrix}$$

Kada jednačine (31) uvrstimo u (28) dobijamo jednačinu koja povezuje temperature vazduha i toplotne flukseve sa obe strane zida u kompleksnom domenu:

$$\begin{bmatrix} \hat{T}_{we} \\ \hat{q}_{we} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{\alpha_e} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{\alpha_i} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{T}_{wi} \\ \hat{q}_{wi} \end{bmatrix} \quad (32)$$

Dati sistem jednačina u (32), pored provođenja topline kroz zid (kondukcije) uključuje i prelaz (konvekciju) topline sa obe strane zida.

Prostim matematičkim transformacijama sisteme u (28) i (32) možemo zapisati u različitim oblicima, tako da bilo koje dve veličine mogu stajati sa leve, odnosno desne strane jednakosti. Postavljajući temperature sa desne strane jednakosti, a flukseve sa leve strane, sistem u (28) se transformiše u sistem:

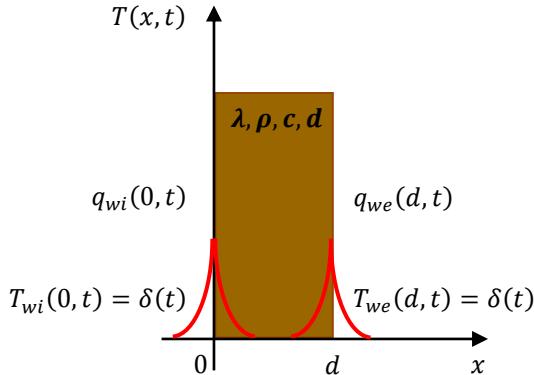
$$\begin{bmatrix} \hat{q}_{wi} \\ -\hat{q}_{we} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{Z_{11}}{Z_{12}} & \frac{1}{Z_{12}} \\ \frac{1}{Z_{21}} & -\frac{Z_{22}}{Z_{12}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{T}_{wi} \\ \hat{T}_{we} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{T}_{wi} \\ \hat{T}_{we} \end{bmatrix} \quad (33)$$

Novodobijenu transfer matricu možemo sada označiti sa  $G$ , a njene elemente sa  $G_{nm}, n, m = 1, 2$ , gde su oni sada definisani sledećim jednačinama:

$$\begin{aligned} G_{11} = -G_{22} &= \frac{\lambda}{\delta} \cdot \frac{(1+j) \cdot \cosh((1+j) \cdot \xi)}{\sinh((1+j) \cdot \xi)} \\ G_{12} = -G_{21} &= -\frac{\lambda}{\delta} \cdot \frac{(1+j)}{\sinh((1+j) \cdot \xi)} \end{aligned} \quad (34)$$

U nastavku dole dato je analitičko rešenje sistema (33) u vremenskom domenu kada su temperature sa unutrašnje i spoljašnje strane zida aproksimirane  $\delta$ -Dirakovim funkcijom (Slika 26). Ova funkcija ima vrednost nula levo i desno od površina zida, a teorijski beskonačnu vrednost na samim površinama. Dakle, ove funkcije imaju beskonačno brz porast u okolini površina zida što čini da im je spektar frekvencija ravnomerno zastupljen svim frekvencijskim komponentama od nule do beskonačnosti. Na ovaj način zid je pobuđen svim frekvencijama istog intenziteta pa i sam odziv u sebi sadrži

komponente odziva na sve pobude frekvencije, što ga čini za analizu zida relevantnom na sve uticaje, ma koliko su one spore ili brze.



Slika 26 Pobuda temperature na površinama zida  $\delta$ -Dirakovim funkcijom

Na Slici 26 sa  $T_{wi/we}(0, t) = \delta(t)$  su označene temperaturne pobude na površinama zida sa obe strane, a sa  $q_{wi,\delta/we,\delta}(0, t)$  su označeni topotni flukse na površinama zida koji se javljaju kao posledica temperaturne pobude. Ako znamo da je Laplasova transformacija  $\delta$ -Dirakove funkcije jednaka 1, tj.  $\mathcal{L}\{T_{wi}(t)\} = 1$  i  $\mathcal{L}\{T_{we}(t)\} = 1$ , onda sistem jednačina (33) glasi:

$$\begin{aligned}\hat{q}_{wi,\delta}(j\omega) &= -\frac{Z_{11}}{Z_{12}} + \frac{1}{Z_{12}} = \frac{1 - Z_{11}}{Z_{12}} \\ -\hat{q}_{we,\delta}(j\omega) &= \frac{1}{Z_{12}} - \frac{Z_{22}}{Z_{12}} = \frac{1 - Z_{22}}{Z_{12}}\end{aligned}\quad (35)$$

Unoseći jednačine (29) u sistem (35), funkcije  $\hat{q}_{wi,\delta}(j\omega)$  i  $\hat{q}_{we,\delta}(j\omega)$  u kompleksnom domenu imaju oblik:

$$\hat{q}_{wi,\delta}(j\omega) = \frac{\sqrt{j\omega}K_2 2 \sinh^2 \frac{\sqrt{s}K_1}{2}}{\sinh(\sqrt{j\omega}K_1)} = -\hat{q}_{we,\delta}(j\omega), \quad K_1 = \sqrt{\lambda\rho c} \frac{d}{\lambda}, \quad K_2 = \sqrt{\lambda\rho c} \quad (36)$$

Da bi flukse  $\hat{q}_{wi,\delta}(j\omega)$  i  $\hat{q}_{we,\delta}(j\omega)$  iz kompleksnog domena prebacili u vremenskom domenu potrebno je potražiti njihove inverzne Laplasove transformacije:

$$\mathcal{L}^{-1}\{\hat{q}_{wi,\delta}(j\omega)\} = q_{wi,\delta}(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{\sqrt{j\omega}K_2 2 \sinh^2 \frac{\sqrt{s}K_1}{2}}{\sinh(\sqrt{j\omega}K_1)}\right\} = -q_{we,\delta}(t). \quad (37)$$

Detaljno izvođenje inverzne Laplasove transformacije jednačine (37) dato je u Prilogu 1 na kraju disertacije, dok je ovde predstavljeno konačno rešenje:

$$q_{wi,\delta}(t) = \sum_{k=1}^{\infty} -4 \frac{\lambda^2}{\rho c d^3} (2k-1)^2 \pi^2 e^{-\frac{\lambda(2k-1)^2 \pi^2}{\rho c d^2} t} = -q_{we,\delta}(t) \quad (38)$$

Gornja jednačina predstavlja funkciju promene toplotnog fluksa na unutrašnjoj površini jednoslojnog, homogenog fasadnog zida ( $x = 0$ ), debljine  $d$ , beskonačne površine, u vremenskom domenu, kada je pobuda temperature na površini zida  $\delta$ -Dirakova funkcija. Rešenje za spoljašnju stranu zida je identično rešenju u (38) samo sa predznakom minus.

U našem slučaju zid je pobuđen  $\delta$ -Dirakovom funkcijom temperature na njegovim površinama, a odziv su toplotni fluksevi nastali kao posledica ovih pobuda i nazivaju se impulsni odzivi sistema. Značaj poznavanja impulsnih odziva  $q_{wi/e,\delta}(t)$  leži u činjenici da se sada odziv zida na bilo koju vremensku pobudu temperaturom može odrediti na osnovu impulsnog odziva fluksa. Na primer, kada imamo analitičke izraze za toplotne flukseve  $q_{wi,\delta}(t)$  i  $q_{we,\delta}(t)$ , možemo preko konvulucionog integral prikazanog u jednačini (39) da odredimo toplotne flukseve na unutrašnjoj  $q_{wi}(t)$ , odnosno spoljašnjoj strani zida  $q_{we}(t)$ , kada je zid pobuđen proizvoljnim funkcijama temperature  $T_{wi}(t)$  sa unutrašnje i  $T_{we}(t)$  spoljašnje strane zida:

$$\begin{aligned} q_{wi}(t) &= \int_0^{\infty} q_{wi,\delta}(\tau) * T_{wi}(t-\tau) d\tau \\ q_{we}(t) &= \int_0^{\infty} q_{we,\delta}(\tau) * T_{we}(t-\tau) d\tau \end{aligned} \quad (39)$$

### 3.2.2 Rešenje Fourierove jednačine za provođenja toplote kroz višeslojni heterogeni zid primenom metode transfer matrica

Izvedeno analitičko rešenje Fourierove jednačine za nestacionarno provođenje toplote za temperaturno polje u zidu, dato u (38) ili rešenje koji spreže kompleksne amplitudne temperature i fluksa na površinama zida, dato u matričnom obliku (28), važe samo za homogene jednoslojne zidove. Nažalost, u oblasti zgradarstva, zastupljeni su višeslojni heterogeni zidovi, pa data rešenja ne važe, ali se iz njih može izvesti rešenje za

višeslojni heterogeni zid. Pišući matrične jednačine (38) za svaki sloj zida  $i, i = 1:n$ , i uvažavajući rekurentnu vezu između njih, u smislu, da su granične vrednosti između sloja  $i$  i sloja  $i + 1$  jednake, matričnu jednačinu za heterogeni zid od  $n$  slojeva možemo pisati kao:

$$\begin{bmatrix} \hat{T}_{we} \\ \hat{q}_{we} \end{bmatrix} = Z_n Z_{n-1} \dots Z_3 Z_2 Z_1 \begin{bmatrix} \hat{T}_{wi} \\ \hat{q}_{wi} \end{bmatrix} \quad (40)$$

gde je  $n$  broj slojeva zida, gde za svaki sloj imamo definisane njegove termičke i fizičke parametar:  $\rho_i, \lambda_i, c_i$ , i debljinu  $d_i$ , a broj 1 se odnosi na prvi sloj zida gledano sa unutrašnje strane. Proizvod svih matrica  $Z_i$  možemo pisati kao  $Z_N = Z_n Z_{n-1} \dots Z_3 Z_2 Z_1$ , pa prethodni izraz možemo pisati kao:

$$\begin{bmatrix} \hat{T}_{we} \\ \hat{q}_{we} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{N,11} & Z_{N,12} \\ Z_{N,21} & Z_{N,22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{T}_{wi} \\ \hat{q}_{wi} \end{bmatrix} \quad (41)$$

U koliko sada uključimo i prelaz topline sa obe strane zida, dobijamo za višeslojni zid:

$$\begin{bmatrix} \hat{T}_{we} \\ \hat{q}_{we} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{\alpha_s} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{N,11} & Z_{N,12} \\ Z_{N,21} & Z_{N,22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{\alpha_u} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{T}_{wi} \\ \hat{q}_{wi} \end{bmatrix} \quad (42)$$

Na sličan način kao u jednačini (33), sistem jednačina u (41) i (42) se može prevesti u sledeći sistem:

$$\begin{bmatrix} \hat{q}_{wi} \\ -\hat{q}_{we} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{N,11} & G_{N,12} \\ G_{N,21} & G_{N,22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{T}_{wi} \\ \hat{T}_{we} \end{bmatrix} \quad (43)$$

Matrični elementi u (43) ili u (41) i (42) su kompleksne hiperboličke funkcije i pronalaženje njihovih inverznih Laplasovih transformacija predstavlja težak matematički problem. Prema najnovijim saznanjima autora ove disertacije, analitičko rešenje termalnih transfer funkcija u vremenskom domenu za ravan višeslojni zid, gde na obe njegove krajnje površine vladaju promenljivi granični uslovi po pitanju temperature i toplotnog fluksa je prvi put prikazano u ovoj disertaciji. Sva druga analitička rešenja koja se nalaze u svetskoj literaturi, podrazumevaju ili uprošćene granične uslove (temperature i ili fluks na jednoj strani zida su konstantne) ili su izvedena za homogenu strukturu zida.

Kompletno izvođenje analitičkog rešenje kompleksnih funkcija  $G_{nm}(j\omega)$  u vremenskom domenu, koje su označene sa  $g_{nm}(t)$  dato je u Prilogu 5. Dobijeno analitičko rešenje je služilo dalje samo za ocenu pouzdanosti matematičkog modela, koji je predstavljen u narednim poglavljima, odnosno za poređenje numeričkih rešenja  $g_{nm}(t)$  dobijenih na osnovu matematičkog modela.

Pre nego što bude izložena problematika definisanja matematičkog modela ovde će biti kratko izloženo fizičko tumačenje kompleksnih funkcija u okviru termalnih transfer funkcija.

### 3.2.3 Definisanje dinamičkih termičkih parametara zida preko elemenata transfer matrice

Matrični elementi  $Z_{N,nm}$  u (42), kao i elementi  $G_{N,nm}$  u (43), definišu termičke dinamičke parametar zida koji opisuju najvažnije vremenski zavisne procese koji se odvijaju u zidu. Ti parametri su: unutrašnja i spoljašnja termička admitansa -  $Y_{11/22}[W/m^2K]$ , periodična termička transmitansa -  $Y_{12}[W/m^2K]$ , dekrement faktor -  $f[-]$ , fazno kašnjenje termičke transmitanse -  $\tau_{12}[h]$ , fazno kašnjenje termičke admitanse -  $\tau_{11/22}[h]$  i površinski toplotni kapaciteti -  $k_{1/2}[J/m^2K]$ .

Po definiciji unutrašnja i spoljašnja termička admitansa  $Y_{11}$  i  $Y_{22}$  i odgovarajuća periodična termička transmitansa  $Y_{12}$  za sinusoidne uslove su definisane na sledeći način. Termička admitansa je kompleksna veličina koja predstavlja odnos kompleksne amplitute promene toplotnog fluksa na jednoj strani zida i kompleksne amplitute promene temperature na istoj strani zida, kada je temperatura sa druge strane zida konstantna:  $Y_{11/22} = \hat{q}_{11/22}/\hat{T}_{11/22}$ . Izračunava se prema sledećim jednačinama:

$$\begin{aligned} Y_{11} &= -\frac{Z_{11}}{Z_{12}} \\ Y_{22} &= -\frac{Z_{22}}{Z_{12}} \end{aligned} \quad (44)$$

Periodična termička transmitansa je kompleksna veličina koja predstavlja odnos kompleksne amplitute promene toplotnog fluksa na jednoj strani zida i kompleksne amplitute promene temperature na drugoj strani zida, kada je temperatura na prvoj strani zida konstantna:  $Y_{12} = \hat{q}_{22}/\hat{T}_{11}$ . Izračunava se prema sledećem izrazu:

$$Y_{12} = -\frac{1}{Z_{12}} \quad (45)$$

Pod sinusoidalnim uslovima se podrazumeva da se promene temperature i toplotnog fluksa u odnosu na njihove srednje vrednosti iz jednog dužeg perioda, mogu opisati pomoću sinusnih funkcija.

Prema definiciji dekrement faktor  $f$ , predstavlja količnik modula periodične termičke transmitanse  $|Y_{12}| = |-1/Z_{12}|$  i stacionarne termičke transmitanse  $U_0$  (koeficijenta prolaza topline):

$$f = \frac{1}{U_0} \left| -\frac{1}{Z_{12}} \right| \quad (46)$$

Vrednost  $f$  predstavlja stepen prigušenja amplitude temperature zida sa spoljašnje strane u odnosu amplitude temperature sa unutrašnje strane. Vrednost ovog faktora može biti između 0 i 1. Ako je bliži 0 to znači da zid ima veliko prigšenje i to je karakteristika masivnih konstrukcija. Dekrement faktor ne odslikava uticaj termičkih mostova.

Fazno kašnjenje periodične termičke transmitanse  $\tau_{12}$  i termičke admitanse  $\tau_{11}$  i  $\tau_{22}$  predstavlja period za koji amplituda temperature, odnosno amplituda toplotnog fluksa prode kroz element konstrukcije, i definišu se na sledeći način:

$$\tau_{12} = \frac{T}{2\pi} \arg(-1/Z_{12}) [h] \quad i \quad \tau_{11/22} = \frac{T}{2\pi} \arg(Y_{11/22}) [h] \quad (47)$$

gde je  $Y_{11} = -\frac{Z_{11}}{Z_{12}}$  termička admitansa za unutrašnju, odnosno  $Y_{22} = -\frac{Z_{22}}{Z_{12}}$  termička

admitansa za spoljašnju stranu konstrukcije. Kao i u slučaju dekrement faktora lakše konstrukcije imaju kraće fazno kašnjenje u odnosu na masivne.

Površinski toplotni kapaciteti predstavljaju toplotni kapacitet po jedinici površine elementa konstrukcije [ $J/m^2K$ ] i definiše se na dva načina:

$$k_1 = \frac{T}{2\pi} (Y_{22} - Y_{12}) = \frac{T}{2\pi} \left| \frac{Z_{11} - 1}{Z_{12}} \right| \quad i \quad k_1 = \frac{T}{2\pi} (Y_{22} - Y_{12}) = \frac{T}{2\pi} \left| \frac{Z_{22} - 1}{Z_{12}} \right| \quad (48)$$

Razlika između ovih koeficijenta je ta što se prvi odnosi na spoljašnji, a druga na unutrašnji površinu zida.

Izračunavanje svih prethodno navedenih parametara, s obzirom na to da se u svim jednačinama pojavljuju elementi transfer matrice  $Z_{nm}$ , zahteva poznavanje higrotermičkih karakteristika svakog sloja zida:  $\lambda_i$ ,  $c_i$ ,  $\rho_i$  kao i debljinu svakog sloja zida  $d_i$ . Poznavanje istih termičkih i fizičkih parametara, na osnovu jednačina (38) i (39), je neophodno za izračunavanje toplotnih flukseva sa obe strane zida, a na osnovu kojih se dalje računaju topotni gubici zida i akumulacije topline u zidu, koji su bitni za energetsko modelovanje zgrade. Međutim nije redak slučaj u praksi, da za objekat za koji želimo da izvršimo energetsko modelovanje, nemamo podatke o sastavu njegovog termičkog omotača, ili su podaci koje imamo nepouzdani (npr. stare zgrade). U takvima situacijama je potrebno merenjima *in-situ* doći do željenih parametara.

U narednom poglavlju je predložen i detaljno objašnjen potpuno novi pristup za dobijanje termalne transfer matrice za višeslojne zidove nepoznate strukture i objašnjen postupak izračunavanja svih dinamičkih termičkih parametara takvih zidova korišćenjem samo mernih podataka temperature i toplotnog fluksa dobijenih u *in-situ* merenjima.

### **3.3 EKSPERIMENT - ODREĐIVANJE TERMALNE TRANSFER FUNKCIJE ZA VIŠESLOJNI HETEROGENI ZID U NESTACIONARNIM USLOVIMA PROVODENJA TOPLOTE**

Predloženi novi pristup za određivanje funkcija termalnog odziva (funkcije elementi transfer matrice), za višeslojni heterogeni fasadni zid zasniva se isključivo na podacima iz *in-situ* eksperimentalnih merenja temperatura i toplotnih flukseva sa unutrašnje i spoljašnje strane zida u dinamičkom režimu, bez poznavanja termičkih i fizičkih karakteristika slojeva zida.

Zid je modelovan kao dinamički sistem sa dva ulaza i dva izlaza (engl. *Multi Input-Multi Output, MIMO*), i to kao linearno vremenski invarijantan sistem (engl. *linear time invariant (LTI) system*), gde su temperature na površini obe strane zida i toplotni fluksevi sa obe strane zida korišćeni kao ulazne i izlazne veličine u sistemu, respektivno. Ovako koristeći vrednosti temperatura i fluksa na površinama zida, kao ulazne i izlazne veličine u sistemu, isključen je uticaj graničnog sloja (engl. *boundary*

layer) na prenos topline, i izolovan je samo process prenošenja topline kroz zid putem kondukcije.

Prema definiciji LTI sistema, ulazne i izlazne veličine su povezane konvolucionim integralom i odgovarajućim transfer funkcijama. Na osnovu izmerenih veličina i korišćenjem metoda zasnovanih na minimalnom kvadratnom odstupanju (engl. *Least Square (LS) estimator*) dobijene su tražene transfer funkcije koje, u suštini predstavljaju elemente transfer matrice, definisane u prethodnom poglavlju. Dobijeni rezultati za transfer funkcije potvrđeni su poređenjem sa transfer funkcijama dobijenim analitičkim putem. Dalje, ove funkcije su testirane na novom skupu podataka, tako što je korišćenjem ulaznih podataka iz novog skupa vršeno predviđanje izlaznih veličina. Dobijene predikcije za izlazne veličine su se veoma dobro slagale sa istim merenim veličinama.

### 3.3.1 Opis problema dobijanja termalnih transfer funkcija i pregled literature

Posmatrajući termički omotač kao dinamički sistem, s obzirom na to da se promene sistema dešavaju ne trenutno, već postepeno u toku vremena, kao posledica određenog prelaznog režima (engl. *transition regime*), za ulazne i izlazne veličine iz tog sistema možemo proglašiti promenljive granične uslove na spoljašnjoj i unutrašnjoj površini zida. Hipotetički, pod graničnim uslovima možemo smatrati sve pojedine promenljive spoljašnje uticaje na zid: temperaturu, vlagu, vetar, solarnu radijaciju ali i veličine koje su posledica promene prethodnih: temperaturu, vlagu i strujanje vazduha sa unutrašnje strane zida, kao i toplotni fluks sa obe strane zida. Šta god da proglašimo za ulazne veličine u sistem, one predstavljaju pobudu tog sistema, a izlazne veličine odziv na datu pobudu. Ovako definisan dinamički sistem je linearan jer je odziv sistema na sumu dve pobude jednak sumi odziva na svaku ponudu pojedinačno. Pored svojstva linearnosti sistem poseduje i osobinu vremenske invarijantnosti jer odziv na pobudu ne zavisi od trenutka delovanja pobude. Dokaz prethodnim tvrdnjama je trivijalan, jer reakcija zida na npr. promenu spoljašnje temperature i promenu vlage je zbir pojedinačnih reakcija, i ta reakcija je u svakom vremenskom trenutku ista za isti zid u istom okruženju, i zid kao takav sistem, pripada klasi LTI sistema.

U inženjerskoj praksi, identifikacija realnih fizičkih sistema sa LTI dinamičkim sistemima i njihovim odgovarajućim matematičkim modelima, za potrebe rešavanja određenih problema numeričkim putem, kada diferencijalne jednačine koje opisuju fizički model nisu linearne ili sama nelinearnost nije jednostavna, je uobičajen.

Jedna od osnovnih karakteristika linearnih vremenski invariantnih sistema predstavlja impulsni odziv sistema, koji je jedinstven i potpuno opisuje sistem. Termin, *Impulsni odziv sistema*, se koristi za odziv sistema u vremenskom domenu, dok se u kompleksnom domenu on naziva *Transfer funkcija - TF* ili *Funkcijom prenosa*. Prelazak sistema iz vremenskog u kompleksni domen i nazad, omogućen je primenom Furijerove transformacije i njoj inverzne. Treba naglasiti, kako ne bi došlo do zabune da, u koliko se misli na odziv sistema uopšteno, može se koristiti samo termin transfer funkcija bez obzira da li se radi o funkciji u vremenskom ili kompleksnom domenu.

Impulsni odziv, tj. transfer funkcija, ima poseban značaj, upravo zbog činjenice da se njenim poznavanjem, može odrediti odziv sistema na bilo koju pobudu. Kod sistema gde su pobuda i odziv kontinualne funkcije, što spoljašnji uticaju fundamentalno jesu, impulsni odziv sistema predstavlja odziv na Dirakov impuls  $\delta(t)$ , dok kod vremenskih diskretnih sistema, kako često i predstavljamo sisteme, mereći spoljašnje uticaje u diskretnim vremenskim intervalima, impulsni odziv sistema predstavlja odziv na diskretni jedinični impuls  $\delta[k]$ . U oba slučaja sistem se može opisati linearom diferencijalnom jednačinom  $k$ -tog reda sa konstantnim koeficijentima. Pored navedenog, svaki realni fizički sistem je kauzalan, tj. signal odziva ne postoji pre pobuđivanja sistema. Prethodni zaključci nas dovode do analogije između dinamičkih sistema i našeg fizičkog modela zida prikazanog u prethodnom poglavljtu, u smislu da su i jedan i drugi sistem opisani linearnim parcijalnim diferencijalnim jednačinama. Ovako gledano, pronađeni impulsni odziv dinamičkog sistema zida na pobudu izazvanu toplotnim talasima, predstavlja impulsni odziv termičkog omotača objekata, odnosno TIR zida. S obzirom na to da je impulsni odziv dinamičkog sistema jedinstven i potpuno opisuje sistem, za TIR zida bi se moglo reći da predstavlja njegovu *ličnu karu*. U široj tehničkoj praksi impulsni odziv se naziva i Grinova funkcija (engl. *Green's functions*) i taj termin ćemo na dalje paralelno koristiti.

Sličan pristup, zasnovan na numeričkim metodama pod nazivom: Konduktivna funkcija prenosa toplote (engl. *Conduction Transfer Function, CTF*) i Faktori odziva (engl. *Response Factors, RF*) se koristi pri rešavanju direktnih i inverznih problema provođenja toplote kroz ravan višeslojni zid u nesatacionarnim uslovima gde se temperature i toplotni fluksevi na spoljašnjoj i unutrašnjoj površini zida tretiraju kao ulazne i izlazne veličine iz sistema [103], [104], [105], [106].

U svetskoj literaturi brojni drugi različiti analitički i numerički pristupi su analizirani i primenjivani u cilju izračunavanja ili estimacije transfer funkcije koja bi se dalje koristila pri rešavanju kako direktnih tako i inverznih problema provođenja toplote. Fernandes i dr. u [103] su predložili metodu za identifikaciju TF za rešavanje inverznih problema, baziranu na identifikaciji Grinovih funkcija i ekvivalenciji između dinamičkih i termičkih sistema. Toplotni fluks na površini elementa je tretiran kao ulazni signal, a temperatura na površini kao odziv sistema. Slično, Simões u dr. u [104] su analitičkim putem dobili TF kao Grinove funkcije, koje su kasnije eksperimentalno potvrdili, tako što su višeslojni nehomogeni ravan zid kontinualno pobuđivali temperaturom i toplotnim fluksom i to između različitih slojeva u zidu, a kao odziv sistema su merili kašnjenje toplotnog fluksa, koje su kasnije poredili sa rešenjem dobijenim analitičkim putem na osnovu Grinovih funkcija. U nekolicini radova, rešavanje problema provođenja toplote je zasnovano na formalizmu Laplasove transformacije i formalizmu kvadropolne metode (engl. *thermal quadrupole method*), koja predstavlja moćan analitički alat pri modelovanju procesa višedimenzionog prenosa toplote kroz heterogene sredine [76,77,78,79]. Rezultati svih navedenih istraživanja su potvrđeni eksperimentalnim rezultatima. Brojna su istraživanja sprovedena u svetu i dokumentovana u cilju pronalaženja i razvijanja pouzdanih metoda za proračun tačnih i pouzdanih CTF koeficijenata koji predstavljaju ključ uspešne primene CTF metode [71,72,73,74,75]. Neke od razvijenih metoda su uspešno implementirane u softverska rešenja za simulaciju potrebne energije u objektu [74,75]. Poznavanje CTF koeficijenata omogućava da se opiše dinamičko termičko ponašanje zgrade, a sami koeficijenti direktno odslikavaju fizičke i termičke karakteristike materijala u strukturi zida.

Relevantni međunarodni Standard ISO 13786 [107] opisuje razmenu topline između unutrašnje i spoljašnje površine zida, kao i između unutrašnjeg i spoljašnjeg okruženja zida u stabilnom periodičnom režimu i daje gotove formule za proračun koeficijenata transfer funkcije i dinamičkih termičkih parametara. Primenjena metodologija u Standardu se zasniva na radu Carslawa i Jaegera [108], koji su pokazali da je veza između varijacija temperature i varijacija toplotnog fluksa sa obe starne zida linearna za slučaj sinusoidalnih temperaturnih promena. Koeficijenti sistema linearnih jednačina koji povezuju promene temperature i fluksa sa obe strane zida sačinjavaju matricu koja se naziva Matrica prenosa topline. Elementi ove matrice se računavaju na osnovu fizičkih i termičkih karakteristika materijala u strukturi zida, a sve dinamičke termičke karakteristike zida su izražene preko ovih elemenata matrice. Svi navedeni parametri prikazani u poglavlju 3.2.3, su definisani u Standardu ISO 13786 zajedno sa procedurom proračuna svakog od njih na osnovu elementa Matrice prenosa topline.

Pristup razvije u ovoj disertaciji, koji fizički model fasadnog zida identificuje kao dinamički LTI sistem, čije su transfer funkcije dobijaju iz *in-situ* merenja, a koje predstavljaju elemente matrice transfer funkcije fizičkog sistema (41), se u potpunosti razlikuje od pristupa definisanog u Standardu ISO13786, gde se elementi matrice prenosa topline računaju na osnovu karakteristika zida. Novi pristup se razlikuje i od prethodno navedenih numeričkih i analitičkih rešenja koja su dobijena u laboratorijskim uslovima i podrazumevaju granične uslove koji se teško spontano dešavaju u prirodi, npr. fluks sa unutrašnje strane zida izjednačen je sa nulom, ulazni i izlazni signali su čiste trigonometrijske funkcije, nema šuma u signalima, a većina eksperimenata je rađena za jednoslojne homogene zidove na kakve retko nailazimo u zgradarstvu. Prema najboljem saznanju, ovo je prvi put da se za estimaciju TF odnosno, TIR višeslojnog heterogenog zida nepoznate strukture koriste samo *in-situ* merenja. U prvom delu istraživanja u procesu estimacije nepoznatih koeficijenata impulsnog odziva LTI dinamičkog sistema korišćen je Wienerov filter (engl. *Wiener filter*) konačnog impulsnog odziva (engl. *Finit Impulse Responce, FIR*). Koeficijenti impulsnog odziva sistema – TIR, su izjednačeni sa koeficijentima Wienerovog filtra. Teorija Wienerovog filtra se bazira na minimiziraju neke funkciju greške. U disertaciji je za estimaciju Wienerovih koeficijenata primjenjen kriterijum minimalnog srednjeg kvadratnog odstupanja koji u sebi uključuje poznavanje statistike drugog reda (korelacije) među

signalima. Sam izlaz filtra označava konvoluciju ulaznog signala i filterskih koeficijenata.

Tehnika Wienerovog filtra se naširoko primjenjuje u procesima medicinske obrade slike, kontrolnim sistemima, sistemima digitalne komunikacije, sa konstantnim rastom primene [109,110,111,112,113], dok njena primena u termičkim sistemima, tj. pri estimaciji termičkih procesa, još uvek nije razvijena. Kusuda [114] je još 1971. godine istakao mogućnost primene Wenerovog filtra u procesima estimacije energetskih potreba zgrade, tačnije u delu procene potrebne toplotne energije na godišnjem nivou, ali bez ikakvog tumačenja, u fizičkom smislu, dobijenih Wienerovih koeficijenata. U svom radu, Kusuda je kao izlaz iz filtra koristio količinu potrebne toplotne energije u zgradu, a na ulazu su bile veličine: spoljašnja temperatura vazduha, temperatura sobe, intenzitet solarne radijacije i interni izvori toplote. Sve veličine u procesu estimacije nisu eksperimentalno dobijene, već su rezultat kompjuterske simulacije koja je simulirala potrebe zgrade u kratkom vremenskom periodu. Provera tačnosti metode je izvršena poređenjem u odnosu na vrednosti koje su davali tada *moćni* računari koji su se koristili za simulaciju potrebne energije. Sama tačnost predviđanja za period od godinu dana, na osnovu ovog modela je bila na relativno zadovoljavajućem nivou. Ovako primenjena metoda imala je za cilj da pronađe samo najbolje moguće koeficijente koji povezuju niz koreliranih parametara koji utiču na energetske potrebe zgrade, a koji kao takvi nisu imali nikakvog fizičko značenje, već su samo predstavljali dobar matematički model za estimaciju, bez ikakve mogućnosti dalje primene.

Prema najboljim saznanjima, ova je prvi put da se Wienerova tehnika filtracije koristi za estimaciju koeficijenata impulsnog odziva termičkog sistema u uslovima nestacionarnog provođenja toplote. Za razliku od koeficijenata koji su dobijeni u [114], a koji samo odsljikavaju matematičku korelaciju nekoliko parametara u odnosu na izlaz, ovde Wienerovi koeficijenti, tj. TIR funkcije predstavljaju optimalno numeričko rešenje parcijalne diferencijalne jednačine prenosa toplote (11) za heterogeni zid u nestacionarnim uslovima bez unutrašnjih izvora toplote.

U drugom delu eksperimentalnog istraživanja urađeno je poboljšanje modela dobijenog iz Wienerovih koeficijenata, tako što se išlo na smanjenje nivo šuma u dobijenim TIR funkcijama. Kako bi se smanjio šum, bilo je potrebno uvesti neki od postupaka

regularizacije. Jedna od najčešće korišćenih i dobro uspostavljenih metoda regularizacije je regularizacija Tikhonova sa jednim ili više nepoznatih parametara regularizacije [115], [116], [117], [118], [119]. U literaturi o regularizaciji postoje mnogi različiti kriterijumi za odabir optimalnih parametara regularizacije kao što su: princip neslaganja, (engl. *discrepancy principle*), generalizovana unakrsna validacija (engl. *generalized cross validation*) i metod L-krive (engl. *L-curve method*). [120], [121] [122], [123]. Ovde je usvojena Tikhonova regularizacija sa jednim parametrom [115], [116], a da bi se dobio optimalni parametar regularizacije, korišćen je metod L-krive, zbog numeričke jednostavnosti [122].

Drugi cilj ovog eksperimenta je bio da se da fizičko tumačenje koeficijentima TIR funkcije i pokaže praktična primena istih u cilju bolje procene energetskih performansi objekta i smanjenju potrebne energije za grejanje u objektu. U poslednjem delu ovog poglavlja se na bazi dobijenih TIR koeficijenata i izmerenih temperatura za neki drugi vremenski period, sračunavaju toplotni gubici kroz zid, količina akumulirane topline u zidu, koeficijent prelaza topline sa unutrašnje i spoljašnje strane zida, koeficijent prolaza topline kroz zid, kao i svi dinamički termički parametri analiziranog zida: dekrement faktor, termička transmitansa i admitansa, vremensko kašnjenje transmitanse i admitanse i površinski toplotni kapaciteti.

Razvijeni novi pristup za dobijanje TIR funkcija i na osnovu njih relevantnih parametara za procenu potrebne količine energije za grajanje u objektu ima prednost u odnosu na ostale analizirane metode u tome što, kada jednom odredimo impulsni odziv zida, nisu potrebna dalja merenja toplotnih flukseva na površini zida, kao ni poznavanje fizičkih i termičkih karakteristika materijala u strukturi zida, već samo *in-situ* merenja temperature. Prezentovani pristup može da se koristi za procenu toplotnih gubitaka termičkog omotača zgrade u toku različitih klimatskih sezona, kako zimske tako i letnje, kao i za duže vremenske periode u toku eksploatacije objekta, samo na osnovu prognoziranih spoljašnjih temperatura i projektovanih unutrašnjih temperatura. Rezultati praktične primene ove metode mogu se koristiti u fazi održavanja objekata, planiranju operacionih troškova i uopšte u proceni energetskih performansi objekta u toku faze održavanja.

### 3.3.2 Postavka eksperimenta i merna oprema

#### 3.3.2.1 Postavka eksperimenta

*In-situ* merenja su vršena na termičkom omotaču dvospratne porodične kuće koja se nalazi u prigradskom naselju Batajnica u Beogradu, Srbija. Fasadni zid u okviru termičkog omotača zgrade, na kome su vršena merenja je heterogeni višeslojni ravan zid, sačinjen od 5 homogenih slojeva. Dimenzije slojeva i termičke karakteristike materijala u fasadnom zidu su prikazane u Tabeli 18. Podaci iz Tabele 18 su korišćeni samo za dobijanje kontrolnih vrednosti za podatke dobijene iz eksperimenta.

Tabela 18 Dimenzije i termičke karakteristike slojeva zida

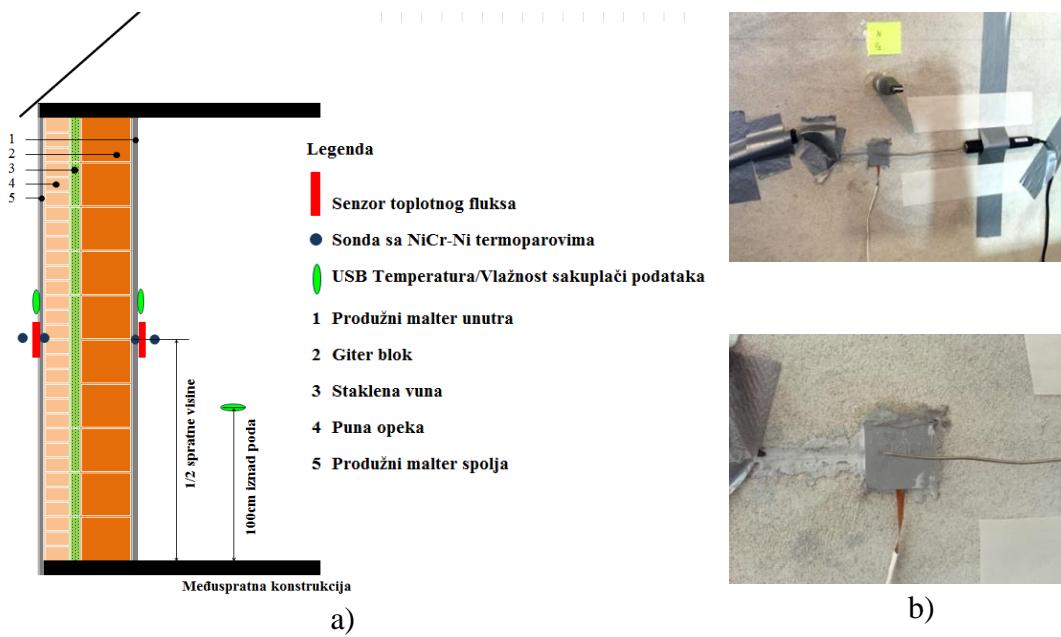
R.br.	Sloj	Debljina d[m]	Gustina materijala $\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	Specifični toplotni kapacitet c[J/(kg*K)]	Toplotna provodljivost $\lambda$ [W/(m*K)]
1	Produžni malter unutra	0.03	1900	1050	0.99
2	Giter blok	0.25	1400	920	0.61
3	Staklena vuna	0.05	23	840	0.034
4	Puna opeka	0.12	1800	920	0.76
5	Produžni malter spolja	0.02	1900	1050	0.99

Zid je okrenut ka severnoj strani sveta i od uticaja direktnih sunčevih zraka zaklonjen je susednim zidom koji je upravan na njega (Slika 27). Na ovaj način uticaj prenosa toplote na spoljašnjoj strani zida putem solarne radijacije je minimiziran.



Slika 27 Merno mesto na spoljašnjoj strani zida

Na zidu su postavljeni sledeći senzori: dva senzora za merenje gustine toplotnog fluksa i 4 senzora za merenje temperature. Dodatno u neposrednoj blizini zida sa obe strane, postavljeni su senzori za merenje vlažnosti kao i jedan dodatni senzor u središtu sobe, 1m od visine poda, za merenje ambijentalne temperature i vlažnosti. Skica poprečnog preseka zida sa lokacijom senzora i fotografijama mernog mesta na unutrašnjoj strani zida data je na Slici 28.



Slika 28 Postavka eksperimenta a) skica poprečnog preseka zida sa lokacijom senzora, i b) fotografiski prikaz postavljenih senzora na zidu

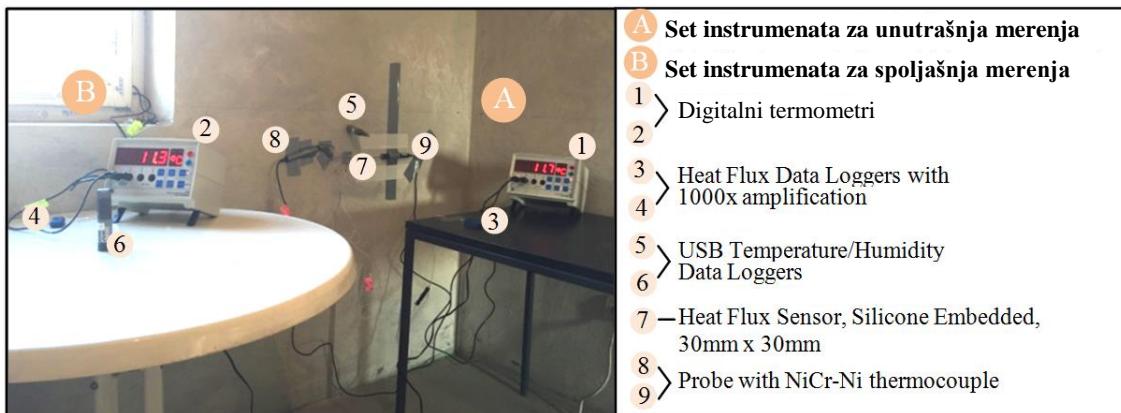
Toplotni fluksmetri (TFM) su postavljeni sa spoljašnje i unutrašnje strane zida na istom mestu u odnosu na ivice zida. Ispod svakog TFM postavljen je temperaturni senzor (TS) kako bi merio temperature na istom mestu gde se meri fluks. Ispod svakog TFM nanesen je tanak sloj termalne paste, toplotne provodljivosti  $5W/mK$ , kako bi se obezbedio dobar termički kontakt između TFM i površine zida. S obzirom na male dimenzije fluksmeta (30x30mm), njegov uticaj na poremećaj temperaturnog polja tj. na raspodelu toplotnog fluksa unutar zida je zanemarljiv. Dva preostala TS postavljena su u neposrednoj blizini zida, svega 1 – 2cm od površine, na istom mestu gde i TFM (Slika 28b), kako bi merili temperature vazduha na istom mestu.

Vlažnost vazduha sa unutrašnje i spoljašnje strane zida kao i vlažnost i temperatura u središtu prostorije je praćena tokom celog perioda izvođenja eksperimenta. Za prikupljanje ovih podataka korišćena su tri logera podataka (engl. *temperature/humidity data logger*). Tokom celog perioda, relativna vlažnost vazduha u prostoriji je bila u opsegu od 55% do 71%, dok je sa spoljašnje strane zida iznosila od 30% do 80%. Vrednosti relativne vlažnosti vazduha nisu dalje procesuirane već su samo poslužile kao pokazatelj da se eksperiment nije realizovao u ekstremnih atmosferskim uslovima. Svi dobijeni rezultati u okviru ovog eksperimenta bazirani su isključivo na izmerenim temperaturama i gustinama toplotnih flukseva sa obe strane zida.

Sva merenja su realizovana u period od 12.5 dana i to od 27. marta 2016. do 8. aprila 2016., sva počevši u istom trenutku. Tokom celog perioda merenja u celom objektu nije bilo prisustva ljudi, sva vrata i prozori su bili zatvoreni i svi električni uređaji su bili isključeni. Na ovaj način je izolovan uticaj termičkog omotača zgrade na toplotni komfor u objektu. Prikupljanje podataka je sprovedeno u skladu sa referentnim Standardom ISO 9869:1994 [124].

### 3.3.2.2 Merna oprema

Fotografski prikaz postavke eksperimenta i postavljene merne opreme dat je na Slici 29. Merna oprema se sastoji iz dva seta: (A) oprema za prikupljanje podataka sa unutrašnje strane zida i (B) za prikupljanje podataka sa spoljašnje strane zida.



Slika 29 Fotografski prikaz postavljene merne opreme

Za merenje temperaturna korišćeni su senzori sa termoparovima NiCr-Ni, tip K, sa sondom prečnika oko 1.5mm [125] (Slika 29, oprema 8 i 9), koji su povezani sa digitalnim termometrom [126] koji vrši očitavanje podataka (Slika 29, oprema 1 i 2). Tehničke karakteristike termoparova su sledeće: merni opseg od  $-200^{\circ}\text{C}$  do  $+1200^{\circ}\text{C}$ , vreme odziva na step pobudu je 15s, aproksimativna senzitivnost  $41\mu\text{V}/^{\circ}\text{C}$ . Digitalni termometri imaju u sebe ugrađen loger podataka sa analognim izlazom sa 12-bitnom promenljivom rezolucijom od  $1\text{ mV}/^{\circ}\text{C}$  i od  $10\text{ mV}/^{\circ}\text{C}$ . Tačnost merenja temperature je iznosi  $\pm 0^{\circ}\text{C}$ ,  $\pm 1$  cifra u opsegu od  $0^{\circ}\text{C}$  do  $+100^{\circ}\text{C}$ .

Za merenje konduktivnog toplotnog fluksa su korišćeni toplotni fluksmetri sa ultra-visokom rezolucijom merenja termalnih energija i temperaturnih razlika, niske invazivnosti i debljine [127] (Slika 29, oprema 7). Tehničke karakteristike senzora su sledeće: dimenzije senzitivne površine  $30\text{mm} \times 30\text{mm} \times 2.2\text{mm}$ ; senzitivna oblast je prekrivena anodiziranim aluminijumom; opseg radne temperature min/max je  $-50/150^{\circ}\text{C}$ ; minimalna osetljivost  $7\text{ }\mu\text{V}/(\text{W/m}^2)$ . TFM su povezani sa logerom podatka [128] sa 12-bitnom rezolucijom i frekvencijom merenja od  $50/\text{s}$  do  $2/\text{dan}$  (Slika 29, oprema 3 i 4). Senzori su kalibrисани u skladu sa standardom ISO8301 na temperaturi  $22.5\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

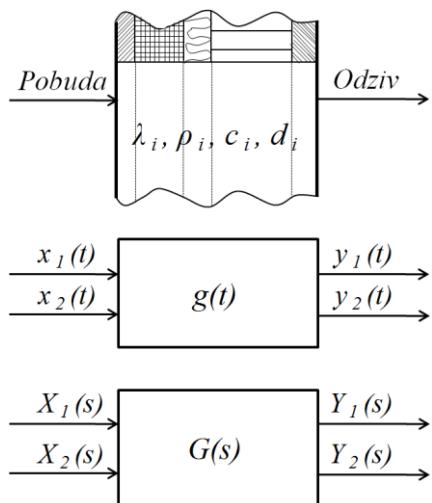
Relativna vlažnost vazduha i ambijentalna temperatura su prikupljeni sa USB logerom podataka za temperaturu i vlažnost [129] (Slika 29, oprema 5 i 6). Sam senzor uređaja se nalazi unutar plastičnog kućišta koje je pogodno dizajnirano i omogućava unutrašnje strujanje spoljašnjeg vazduha, a ujedno štiti od vетра i kiše. Merni opseg uređaja je od -

350°C do 800°C i od 0 – 100% za relativnu vlažnost vazduha. Vreme odziva na step pobudu je 20s. Tačnost merenja temperature je  $\pm 0.5^\circ\text{C}$  za opseg od 0 – 40°C, a za relativnu vlažnost  $\pm 3.0\% \text{ RH}$  za opseg merenja od 20 – 80% RH. Detaljne tehničke karakteristike korišćenih mernih uređaja date su u [125] - [129].

### 3.3.3 Matematički model eksperimenta

#### 3.3.3.1 Formulacija inverznog problema kao problem identifikacije dinamičkog sistema

Sistem jednačina u (41) dobijen rešavanjem nestacionarne parcijalna diferencijalna Furijeove jednačine provođenja topline za ravan homogeni jednoslojni zid u frekventnom domenu, a onda proširen za heterogene zidove, se može posmatrati kao model multi-varijabilnog dinamičkog sistema. Uzimajući temperature i flukseve sa obe strane zida kao ulazne i izlazne veličine dinamičkog sistema, rešavanje inverznog problema provođenja topline kroz zid, u smislu rekonstruisanja termičkih i fizičkih karakteristika zida, može se preformulisati kao problem identifikacije dinamičkog sistema i pronalaženja transfer funkcije za dati sistem (Slika 30).



Slika 30 Blok šema za identifikaciju fizičkog modela sa MIMO dinamičkim sistemom

Na Slici 30, sa  $x(t)$  je obeležna pobuda sistema (ulaz), sa  $y(t)$  izlaz iz sistema, a sa  $g(t)$  transfer funkcija, sve veličine u vremenskom domenu. Po istoj analogiji sa velikim slovima su obeležene veličine u kompleksnom domenu sa parametrom  $s = j\omega$ .

Uzimajući temperature sa obe strane površine zida:  $T_{we}(t), T_{wi}(t)$ , kao ulazne veličine sistema, i na istim mestima toplotne flukseve:  $q_{wi}(t), q_{we}(t)$ , kao izlazne veličine, veza ulaz-izlaz za dinamički sistem u frekventnom i vremenskom domenu se može prikazati kao [108]:

$$\hat{q}_{wi}(j\omega) = G_{11}(j\omega) \cdot \hat{T}_{wi}(j\omega) + G_{12}(j\omega) \cdot \hat{T}_{we}(j\omega) \quad (49a)$$

$$\hat{q}_{we}(j\omega) = G_{21}(j\omega) \cdot \hat{T}_{wi}(j\omega) + G_{22}(j\omega) \cdot \hat{T}_{we}(j\omega),$$

$$q_{wi}(t) = g_{11}(t) * T_{wi}(t) + g_{12}(t) * T_{we}(t) \quad (49b)$$

$$q_{we}(t) = g_{21}(t) * T_{wi}(t) + g_{22}(t) * T_{we}(t),$$

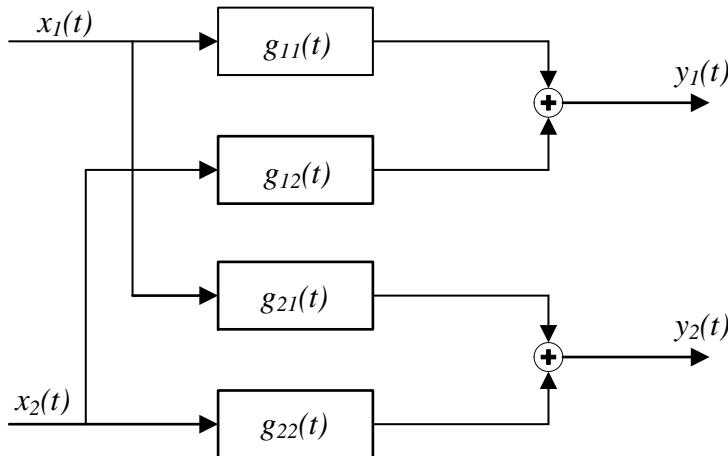
gde simbol " $\wedge$ " označava Furijeovu transformaciju temperature i fluksa, a operator  $*$  označava konvoluciju. Prethodne relacije koje odslikavaju vremenski i kompleksni domen su identične, s tim što su veličine ulaznih i izlaznih parametara kao i transfer funkcije prikazane u odgovarajućem domenu, a operacija množenje se u vremenskom domenu menja u operaciju konvolucije.

Prema Standardu [107] matrica  $G = [G_{nm}(j\omega)]_{2x2}, n, m = 1, 2$  je matrica provođenja toplote kroz zid za sistem kod koga su na ulazu temperature, a na izlazu fluksevi, čiji elementi odslikavaju fizičke i termičke karakteristike zida. Elemente ove matrice prema Standardu je nemoguće dobiti u koliko se ne poznaju fizičke i termičke karakteristike svih kompozitnih slojeva zida, što nije redak slučaj u praksi. Vraćanje funkcija  $G_{nm}(j\omega)$  u vremenski domen je matematički veoma složen zadatak, često nerešiv, s obzirom na kompleksnost rešavanja inverzne Furijeove transformacije složenih hiperboličkih funkcija koje se nalaze u  $G_{nm}(j\omega)$ .

Nasuprot ovome, naš cilj je da sistem u (49a) posmatramo kao matematički model i da iz sistema integralnih jednačina odredimo nepoznate Grinove funkcije  $g_{11}(t), g_{12}(t), g_{21}(t)$  i  $g_{22}(t)$  takve da zadovoljavaju naša merenja:  $T_{wi}(t), T_{we}(t), q_{wi}(t)$  i  $q_{we}(t)$ . Na ovaj način relaksirali smo ograničenja koja nameće rešavanje problema u kompleksnom domenu, kao i određivanja inverzne Furijeove transformacije i tražimo ono rešenje, za koje Grinove funkcije impulsnog odziva  $g_{nm}(t)$  najbolje povezuju naša merenja temperature i fluksa prikazana relacijom (49a).

### 3.3.3.2 Estimacija termalnih transfer funkcija korišćenjem Wiener filter metode

Sistem opisan jednačinom (49a) je dinamički sistem sa više ulaza i više izlaza (engl. *Multi Input - Multi Output (MIMO)*). Rešenje ovog sistema ćemo prvo potražiti u vremenskom domenu. Razvijena blok šema za MIMO sistem, prikazan na Slici 30, ali samo za u vremenski domen data na Slici 31.



Slika 31 Blok dijagram za MIMO sistem sa 2 ulaza i 2 izlaza

Na Slici 31, veličine  $x_m(t)$ ,  $m = 1,2$  i  $y_n(t)$   $n = 1,2$  su ulazne i izlazne veličine date u vremenskom domenu, respektivno, a  $g_{nm}(t)$ ;  $m, n = 1,2$  je transfer funkcija u vremenskom domenu (impulsni odziv). Funksija  $g_{nm}(t)$  je impulsni odziv na izlazu  $n$  izazvan pobudom u vidu jedinične impulsne ( $\delta$ -Dirakove) funkcije na ulazu  $m$ . Imajući u vidu definiciju Grinove funkcije, da je to funkcija odziva na jediničnu pobudu, transfer funkcija  $g_{nm}(t)$  je i Grinova funkcija. U svetskoj literaturi, koja se bavi rešavanjem problema iz oblasti provođenja topline, funkcije  $g_{nm}(t)$  se nazivaju i termalni impulsni odzivi (engl. *Thermal Impulse Response – TIR*) [74], [75], [130], [131], [132].

Za sistem na Slici 31, izlaz iz sistema  $y_n(t)$  je dat preko konvolucionog integral:

$$\begin{aligned}
 y_1(t) &= g_{11}(t) * x_1(t) + g_{12}(t) * x_2(t) \\
 &= \int_0^{\infty} g_{11}(\tau) x_1(t - \tau) d\tau + \int_0^{\infty} g_{12}(\tau) x_2(t - \tau) d\tau
 \end{aligned} \tag{50}$$

$$\begin{aligned} y_2(t) &= g_{21}(t) * x_1(t) + g_{22}(t) * x_2(t) \\ &= \int_0^\infty g_{21}(\tau) x_1(t - \tau) d\tau + \int_0^\infty g_{22}(\tau) x_2(t - \tau) d\tau, \end{aligned} \quad (51)$$

Ovako definisan sistem odgovara našim merenjima kada je  $x_1(t) = T_{wi}(t)$ ,  $x_2(t) = T_{we}(t)$ ,  $y_1(t) = q_{wi}(t)$ ,  $y_2(t) = q_{we}(t)$ . S obzirom na to da su merenja dobijena u diskretnim vremenskim intervalima, menjajući integrale u konačne sume, kada  $t$  i  $\tau$  postaju  $t = k \cdot \Delta\tau$  i  $\tau = i \cdot \Delta\tau$ , i gde je  $k = 0, \dots, L - 1$ ,  $L$  – konačan broj merenja, jednačine (50) i (51), su diskretizovane na sledeći način:

$$\begin{aligned} y_1[k] &= w_{11}[k] * x_1[k] + w_{12}[k] * x_2[k] \\ &= \sum_{i=0}^{N_{11}-1} w_{11}[i] \cdot x_1[k - i] + \sum_{i=0}^{N_{12}-1} w_{12}[i] \cdot x_2[k - i] \end{aligned} \quad (52)$$

$$\begin{aligned} y_2[k] &= w_{21}[k] * x_1[k] + w_{22}[k] * x_2[k] \\ &= \sum_{i=0}^{N_{21}-1} w_{21}[i] \cdot x_1[k - i] + \sum_{i=0}^{N_{22}-1} w_{22}[i] \cdot x_2[k - i], \end{aligned} \quad (53)$$

gde  $N_{nm}; n, m = 1, 2$  označava broj koeficijenata u konvolucionoj sumi. Veza između koeficijenata  $w_{nm}[k]$  i Grinovih funkcija  $g_{nm}(t)$  je data sledećom relacijom:

$$w_{nm}[i] = g_{nm}(i \cdot \Delta\tau) \cdot \Delta\tau \quad (54)$$

Sistem jednačina u (52) i (53) ćemo rešavati u matričnom obliku. Kako bi jednačine u (52) i (53) napisali u kompaktnoj matričnoj formi moramo da izjednačimo dužine svih vektora  $\mathbf{w}_{nm}$  u konvolucionim sumama. To ćemo uraditi tako što ćemo za sve dužine vektora  $\mathbf{w}_{nm}$  usvojiti  $N = \max\{N_{nm}\}$ , i na svim  $N - N_{nm}$  pozicijama u vektoru  $\mathbf{w}_{nm}$  staviti nule. Sada, vektor izlaznih signala u diskretnom trenutku  $k$  u matričnom obliku glasi [133]:

$$\mathbf{y}[k] = \mathbf{H} \cdot \mathbf{x}[k], \quad (55)$$

gde je:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}[k] &= [y_1[k] \ y_2[k]]^T \\ \mathbf{x}[k] &= [\mathbf{x}_1[k] \ \mathbf{x}_2[k]]^T \end{aligned} \quad (56)$$

$$\mathbf{x}_m[k] = [x_m[k] \ x_m[k-1] \ \dots \ x_m[k-N+1]]^T, m = 1, 2$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} w_{11}^T & w_{12}^T \\ w_{21}^T & w_{22}^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_1^T \\ \mathbf{w}_2^T \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{w}_n = [w_{n1}[0] \ w_{n1}[1] \ \dots \ w_{n1}[N-1] \ w_{n2}[0] \ w_{n2}[1] \ \dots \ w_{n2}[N-1]]_{1 \times 2N}^T, n = 1, 2.$$

Za ceo set merenja ulaznih i izlaznih veličina, gde je  $k = 0 \dots L-1$ , sistem u (55), imajući u vidu (56), u razvijenom obliku glasi:

$$\begin{bmatrix} y_1[0] & y_1[1] \dots & y_1[L-1] \\ y_2[0] & y_2[1] \dots & y_2[L-1] \end{bmatrix}_{2 \times L} = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_1^T \\ \mathbf{w}_2^T \end{bmatrix}_{2 \times 2N} \cdot \begin{bmatrix} x_1[0] & x_1[1] & \dots & x_1[L-1] \\ x_1[1] & x_1[0] & \dots & x_1[L-2] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_1[N-1] & x_1[N-2] & \dots & x_1[L-N-1] \\ x_2[0] & x_2[1] & \dots & x_2[L-1] \\ x_2[1] & x_2[0] & \dots & x_2[L-2] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_2[N-1] & x_2[N-2] & \dots & x_2[L-N-1] \end{bmatrix}_{2N \times L} \quad (57)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{w}_1^T \\ \mathbf{w}_2^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_{11}[0] & w_{11}[1] \dots w_{11}[N-1] & w_{12}[0] & w_{12}[1] \dots w_{12}[N-1] \\ w_{21}[0] & w_{21}[1] \dots w_{21}[N-1] & w_{22}[0] & w_{22}[1] \dots w_{22}[N-1] \end{bmatrix}$$

Dati sistem ima  $2L$  jednačina i  $4N$  nepoznatih. U generalnom slučaju, kada rešavamo dinamički sistem težimo da je broj koeficijenata transfer funkcije mnogo manji od broja ulaznih, odnosno izlaznih podataka. Ovo znači da se teži da se sa što manje koeficijenata povežu veliki setovi podataka. U suprotnom zadatak nema smisla. U našem slučaju to znači da je  $N \ll L$ . Prema tome, može se smatrati da je broj jednačina ( $2L$ ) veći od broja nepoznatih ( $4N$ ), tj. da je sistem u (57) preodređen. Ovakav sistem nema tačno rešenje, pa se u tom slučaju traži ono rešenje koje najbolje zadovoljava sve jednačine istovremeno. Ako pretpostavimo neko rešenje  $\tilde{\mathbf{H}} = [\tilde{\mathbf{w}}_n]^T$ , koje ne mora da bude i najbolje, onda je vektor greške, za sve izlazne veličine za diskretni trenutak  $k$ , definisan na sledeći način:

$$\mathbf{e}[k] = \mathbf{y}[k] - \tilde{\mathbf{y}}[k] = \mathbf{y}[k] - \tilde{\mathbf{H}} \cdot \mathbf{x}[k] \quad (58)$$

gde su  $\tilde{\mathbf{H}}$  i  $\tilde{\mathbf{y}}$  estimacije od  $\mathbf{H}$  i  $\mathbf{y}$ , redom, i gde je:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}[k] &= [e_1[k] \ e_2[k]]^T \\ e_n[k] &= y_n[k] - \tilde{y}_n[k], n = 1, 2 \end{aligned} \quad (59)$$

Greška sistema u (58) izražena preko srednjeg kvadratnog odstupanja je definisana kao:

$$J(\tilde{\mathbf{H}}) = E\{\mathbf{e}^T \mathbf{e}\} = \sum_{n=1}^2 E\{e_n^2\} = \sum_{n=1}^2 J_n(\tilde{\mathbf{w}}_n) \quad (60)$$

gde je sa  $E\{\cdot\}$  označeno matematičko očekivanje, a sa  $J(\cdot)$  operator za srednje kvadratno odstupanje, dok su  $\tilde{\mathbf{w}}_n, n = 1, 2$ , vektori vrste u matrici  $\tilde{\mathbf{H}}$ . S obzirom na to da najbolja estimacija elemenata matrice  $\tilde{\mathbf{H}}$  minimizira srednje kvadratno odstupanje greške, koeficijenti  $w_{nm}[k]$  se dobijaju tako što se gradijent funkcije greške izjednači sa nulom:

$$\sum_{n=1}^2 E \frac{\partial E\{\mathbf{e}^T \mathbf{e}\}}{\partial \tilde{\mathbf{w}}_n} = 2 \sum_{m=1}^2 (E(\mathbf{x}_m[k] \mathbf{y}^T[k]) - \sum_{j=1}^2 E(\mathbf{x}_m[k] \mathbf{x}_j^T[k]) \cdot \tilde{\mathbf{w}}_j) = 0 \quad (61)$$

Jednačina (61) se može pisati u sledećem obliku:

$$\mathbf{R}_{xx} \tilde{\mathbf{H}}_o^T = \mathbf{P}_{xy}, \quad (62)$$

gde matrica  $\tilde{\mathbf{H}}_o$  predstavlja optimalnu estimaciju za  $\tilde{\mathbf{H}}$ , sa  $\mathbf{R}_{xx}$  je označena kovarijans matrica ulaznih signala:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{xx} &= \begin{bmatrix} R_{x_1 x_1} & R_{x_1 x_2} \\ R_{x_2 x_1} & R_{x_2 x_2} \end{bmatrix} \\ R_{x_m x_j} &= E\{\mathbf{x}_m[k] \mathbf{x}_j^T[k]\}; m, j = 1, 2; k = 0, \dots L-1 \end{aligned} \quad (63)$$

a sa  $\mathbf{P}_{xy}$  je označena matrica kros-korelacije između ulaznih i izlaznih signala:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{xy} &= \begin{bmatrix} P_{x_1 y_1} & P_{x_1 y_2} \\ P_{x_2 y_1} & P_{x_2 y_2} \end{bmatrix} \\ P_{x_m y_n} &= E\{\mathbf{x}_m[k] y_n^T[k]\}; m, n = 1, 2; k = 0, \dots L-1 \end{aligned} \quad (64)$$

Navedeni sistem jednačina u (62) je poznat kao Wiener–Hopf jednačine, a elementi matrice  $\tilde{\mathbf{H}}_o$  se nazivaju Wienerovi koeficijenti. Ovaj sistem se može dekomponovati u dva nezavisna sistema Wiener-Hopf jednačina, gde se svaki odnosi na jedan dinamički sistem sa više ulaza i jednim izlazom (engl. *Multi Input - Single Output (MISO)*):

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{xx} \tilde{\mathbf{w}}_{n,o} &= \mathbf{P}_{xy_n} \\ \mathbf{P}_{xy_n} &= E\{\mathbf{x}[k] y_n[k]\}, n = 1, 2. \end{aligned} \quad (65)$$

Iz jednačine (65) optimalni koeficijenti vektora  $\tilde{\mathbf{w}}_{n,o}$  se dobijaju kao:

$$\tilde{\mathbf{w}}_{n,o} = \mathbf{R}_{xx}^{-1} \cdot \mathbf{P}_{xy_n}, n = 1, 2 \quad (66)$$

Koeficijenti  $\tilde{\mathbf{w}}_{n,o}$ , dobijeni iz jednačine (66) predstavljaju najbolje rešenje MIMO sistema definisanog u (57) u smislu minimalnog kvadratnog odstupanja. Veza između tražene Grinove funkcije, odnosno termalnog impulsnog odziva  $g_{nm}$  i optimalnih Wienerovih koeficijenata je sledeća:

$$\tilde{w}_{nm,o}[i] = g_{nm}(i \cdot \Delta\tau) \cdot \Delta\tau, i = 0 \dots N - 1 \quad (67)$$

Kovarijans matrica  $R_{xx}$  u (65) je po strukturi blok Teplicova matrica (engl. *Toeplitz matrix*) kod koje sa porastom broja elemenata, raste i kondicioni broj. Kako kondicioni broj matrice predstavlja meru njene singularnosti, za dobijanje inverzne matrice  $\mathbf{R}_{xx}^{-1}$  i rešavanje sistema (66) je korišćena blok Levinsonova rekurzija za rekurzivno rešavanje sistema linearnih jednačina, kod koga je matrica sistema Teplicova blok matrica velikih dimenzija. Algoritam za primenu ove metode urađen je na osnovu rezultata istraživanja u radu Akaike [134] i prikazan u Prilogu 2 i 3.

Primenom diskretnе Furijeove transformacije (*Discrete Fourier Transform (DFT)*) nizovi  $\tilde{w}_{nm,o}[i]$  se mogu predstaviti u kompleksnom domenu kao kompleksni nizovi  $\tilde{W}_{nm,o}[l]$ . Ovakva prezentacija koeficijenata  $\tilde{W}_{nm,o}[l]$  je bliska funkcijama  $G_{nm}(j\omega)$  iz jednačine (49a) preko sledeće relacije:

$$\begin{aligned} \tilde{W}_{nm,o}[l] &= DFT\{\tilde{w}_{nm,o}\} \\ &\stackrel{\text{def}}{=} \sum_{i=0}^{N-1} \tilde{w}_{nm,o}[i] \cdot \exp(-2\pi j \cdot i \cdot l/N), \quad l = 0, \dots, N - 1 \end{aligned} \quad (68)$$

$$G_{nm}(j\omega_l) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \tilde{W}_{nm,o}[l]; \omega_l \rightarrow \frac{2\pi}{N \cdot \Delta t} \cdot l = \Delta\omega \cdot l; \Delta\omega = \frac{2\pi}{N \cdot \Delta t}$$

Funkcije  $g_{nm}$  u vremenskom domenu u (67), odnosno  $G_{nm}$  u kompleksnom domenu u (68), predstavljaju rešenje dinamički sistem prikazanog jednačinama u (52) i (53), i s obzirom na uspostavljenu analogiju između dinamičkih i termičkih sistema, ove funkcije su transfer funkcije termičkog sistema čiji je fizički model definisan u Poglavlju 3.2.

Ovako dobijene transfer funkcije, primenom metode Wiener filtra su upoređene sa dobijenim analitičkim rešenjima za transfer funkcije  $g_{nm}(t)$  prikazanim u Prilogu 5. Po obliku i karakteru analitičke i estimovane funkcije su pokazivale sličnost. U delu gde je  $t \rightarrow 0$ , gde su analitičke funkcije  $g_{nm}(t)$  imale izražen eksponencijalni karakter i Wienerove funkcije su se isto ponašale. Ista sličnost je postignuta i u delu gde je  $t \rightarrow \infty$  i gde sve analitičke funkcije  $g_{nm}(t)$  postaju soko pa nula funkcije, tu su i Wienerove funkcije težile nuli. Ipak, uočena su velika neslaganja u samim apsolutnim vrednostima koje su imale funkcije. U eksponencijalnom delu estimovane funkcije su imale oko 2 puta manje vrednosti, a u delovima gde je  $t \rightarrow \infty$  i do 110 puta veće vrednosti.

Ovo je rezultiralo time da iako su estimovane funkcije davale odlične rezultate u predikciji, i predstavljale su Grinove funkcije, na osnovu njih nisu se moglo pouzdano računati termičke karakteristike predmetnog zida na svim frekvencijama.

Matematički model za unapređenje estimacije transfer funkcija prikazan je u narednom poglavlju.

### **3.3.3.3 Unapređenje estimacije termalnih transfer funkcija uvođenjem postupka regularizacije**

Polazeći od zaključaka koji su dobijeni iz analitičkih rešenja za funkcije  $g_{nm}(t)$ : (1) dobijene analitičke funkcije za  $g_{11}(t)$  i  $g_{22}(t)$  imaju izražen eksponencijalni karakter kada  $t \rightarrow 0$ , i zaključka (2) da u delu gde  $t \rightarrow \infty$  sve funkcije  $g_{nm}(t)$  postaju soko pa nula funkcije; konvolucioni integrali u (50) i (51) su diskretizovani korišćenjem najtačnijeg metoda za numeričku integraciju, Gauss-Legendreove (GL) kvadrature. Još jedan je razlog za korišćenje ove metode: interpolacijske tačke u GL kvadraturi su najgušće na krajevima intervala integracije, što omogućava da se izračunaju brze promene funkcija  $g_{11}(t)$  i  $g_{22}(t)$  blizu  $t = 0$ . Vreme  $t$  po kome se vrši integracija je diskretizovano u Gaussovim interpolacionim tačkama u okviru konačnog vremenskog interval  $[0, t_{nm}]$ , pri čemu  $t_{nm}$  predstavlja period za koji funkcije  $g_{nm}(t)$  opadnu na nulu. Shodno ovome, konvolucioni integrali u (50) i (51) su aproksimirani sledećim ponderisanim sumama [2]:

$$\begin{aligned}
 q_{wi}(t) &= \frac{t_{11}}{2} \cdot \sum_{i=1}^{N_{11}} w_{11,i} \cdot g_{11}(\tau_{11,i}) \cdot T_{wi}(t - \tau_{11,i}) + \frac{t_{12}}{2} \\
 &\quad \cdot \sum_{i=1}^{N_{12}} w_{12,i} \cdot g_{12}(\tau_{12,i}) \cdot T_{we}(t - \tau_{12,i}) \\
 q_{we}(t) &= \frac{t_{21}}{2} \cdot \sum_{i=1}^{N_{21}} w_{21,i} \cdot g_{21}(\tau_{21,i}) \cdot T_{wi}(t - \tau_{21,i}) + \frac{t_{22}}{2} \\
 &\quad \cdot \sum_{i=1}^{N_{22}} w_{22,i} \cdot g_{22}(\tau_{22,i}) \cdot T_{we}(t - \tau_{22,i}) \\
 \tau_{nm,i} &= \frac{\tau_{nm}}{2} \cdot (x_{nm,i} + 1); \quad n, m = 1, 2; \quad x_{nm,i} \in [-1, 1]; \quad i = 1, \dots, N_{nm}; \quad t \\
 &\geq t_{nm}
 \end{aligned} \tag{69}$$

gde su  $w_{nm,i}$ ,  $x_{nm,i}$  i  $N_{nm}$  redom, Gaussovi težinski faktori, interpolacione tačke i broj interpolacionih tačaka, koji odgovaraju funkcijama  $g_{nm}(t)$  i  $n, m = 1, 2$ . Interpolacione tačke  $x_{nm,i}$  su nule Legendre-ovog polinoma stepena  $N_{nm}$ . Gornje jednačine (69) su dobijene promenom intervala integracije sa  $[a, b]$  na interval  $[-1, 1]$  u GL kvadraturi korišćenjem sledeće transformacije:  $\int_a^b f(\tau) d\tau = ((b-a)/2) \cdot \int_{-1}^1 f(x \cdot (b-a)/2 + (b+a)/2) \cdot dx$ , gde je:  $\tau = x \cdot (b-a)/2 + (a+b)/2$ ,  $a = 0$  i  $b = t_{nm}$  [135].

Sistem jednačina u (69) razvijen i prikazan za skup različitih vremenskih trenutaka kada  $t \rightarrow t_j; j = 1, \dots, M_{n=1,2}$  može se napisati u sledećem obliku:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{q}_1 &= \begin{bmatrix} q_{wi}(t_1) \\ \vdots \\ q_{wi}(t_{M_1}) \end{bmatrix}_{M_1} = [\mathbf{A}_{11} | \mathbf{A}_{12}]_{M_1 \times (N_{11}+N_{12})} \cdot \begin{bmatrix} g_{11}(\tau_{11,1}) \\ \vdots \\ g_{11}(\tau_{11,N_{11}}) \\ g_{12}(\tau_{12,1}) \\ \vdots \\ g_{12}(\tau_{12,N_{12}}) \end{bmatrix}_{N_{11}+N_{12}} \\
 \mathbf{q}_2 &= \begin{bmatrix} q_{we}(t_1) \\ \vdots \\ q_{we}(t_{M_2}) \end{bmatrix}_{M_2} = [\mathbf{A}_{21} | \mathbf{A}_{22}]_{M_2 \times (N_{21}+N_{22})} \cdot \begin{bmatrix} g_{21}(\tau_{11,1}) \\ \vdots \\ g_{21}(\tau_{11,N_{21}}) \\ g_{22}(\tau_{22,1}) \\ \vdots \\ g_{22}(\tau_{22,N_{22}}) \end{bmatrix}_{N_{21}+N_{22}}
 \end{aligned} \tag{70}$$

$$\mathbf{A}_{n1} = \frac{t_{n1}}{2} [w_{n1,i} \cdot T_{wi}(t_j - \tau_{n1,i})]_{M_n \times N_{n1}};$$

$$\mathbf{A}_{n2} = \frac{t_{n2}}{2} [w_{n2,i} \cdot T_{we}(t_j - \tau_{n2,i})]_{M_n \times N_{n2}}$$

$$n = 1,2; \quad i = 1, \dots, N_{n1,2}; \quad j = 1, \dots, M_n; \quad M_n > N_{n1} + N_{n2}$$

Gornji sistem jednačina u kompaktnoj formi glasi:

$$\mathbf{q}_n = \mathbf{A}_n \cdot \mathbf{g}_n$$

$$\mathbf{A}_n = [\mathbf{A}_{n1} | \mathbf{A}_{n2}]_{M_n \times (N_{n1} + N_{n2})}; \quad (71)$$

$$\mathbf{g}_n = [g_{n1}(\tau_{n1,1}), \dots, g_{n1}(\tau_{n1,N_{n1}}) | g_{n2}(\tau_{n2,1}), \dots, g_{n2}(\tau_{n2,N_{n2}})]^T_{N_{n1} + N_{n2}}; \quad n = 1,2;$$

gde su  $\mathbf{q}_1$  i  $\mathbf{q}_2$  vektori čiji su elementi merene vrednosti za toplotni fluks sa unutrašnje i spoljašnje strane zida respektivno, u trenutcima  $t_j$ , a vektori  $\mathbf{g}_{n=1,2}$  predstavljaju TIR funkcije  $g_{n1}(t)$  i  $g_{n2}(t)$  u interpolacionim tačkama  $\tau_{n1,i}$  i  $\tau_{n2,i}$ , respektivno. Matrica  $\mathbf{A}_{n=1,2}$  je sastavljena od dve blok matice:  $\mathbf{A}_{n1}$  i  $\mathbf{A}_{n2}$  sa dimenzijama  $M_n \times N_{n1,2}$ , gde je  $M_n = 1,2$  broj jednačina u sistemu (71). Matrični elementi u  $\mathbf{A}_{n=1,2}$  su definisani preko proizvoda težinskih Gaussovih koeficijenata i temperature na unutrašnjoj, odnosno spoljašnjoj strani zida. U gornjim jednačinama za iznačavanje matrica i vektora korišćeni su *bold* karakteri.

Bez obzira na zaključak iz Priloga br. 5, da je  $g_{12}(t) = -g_{21}(t)$ , ovde su funkcije  $g_{12}$  i  $g_{21}$  estimovane posebno. Na ovaj način je bilo moguće utvrditi uticaj mernih podataka na tačnost svih TIR funkcija pojedinačno, upoređujući svaku sa odgovarajućim analitičkim rešenjem. Da bi gornji sistem jednačina imao rešenje, broj jednačina u oba sistema mora biti veći ili jednak od broja nepoznatih  $M_n \geq N_{n1} + N_{n2}; n = 1,2$ . Rešenje gornjeg sistema  $\mathbf{g}_{n=1,2}$ , ćemo opet potražiti minimizacijom kvadratnog odstupanja greške estimacije (engl. *Least Square (LS)* metoda) [136], [137], [138]:

$$\mathbf{g}_n = \underset{\mathbf{g}_n}{\operatorname{argmin}} \{\xi(\mathbf{g}_n)\}; \quad \xi(\mathbf{g}_n) = \|\mathbf{q}_n - \mathbf{A}_n \cdot \mathbf{g}_n\|_2^2; \quad n = 1,2 \quad (72)$$

gde je  $\xi(\mathbf{g}_n)$  funkcija koja predstavlja rezidualnu normu i zavisi od nepoznatih TIR vektora  $\mathbf{g}_{n=1,2}$ . Oznaka  $\|\cdot\|_2$  predstavlja  $l2$  normu.

Rešavanje inverznog problema postavljenog u jednačinama (50) i (51) pripada grupi loše definisanih, *ill-posed*, problema, a sam problem predstavlja Fredholmovu integralnu jednačinu prvog reda [139]. Funkcije  $T_{wi,we}(t - \tau)$  predstavljaju jezgra (engl. *kernels*) ovih integralnih jednačina.

U opštem slučaju, problem je dobro postavljen (engl. *well-posed*) u smislu Hadamarda pod sledećim uslovima: rešenje postoji, rešenje je jedinstveno i male ili beskonačno male promene ulaznih podataka, tj. promene funkcija  $T_{wi,we}(t - \tau)$  donose male promene u rešenjima. Treći uslov znači da rešenje  $\mathbf{g}_{n=1,2}$  konstantno zavisi od ulaznih podataka [139], [122], [140]. Ako neki od ovih uslova nisu zadovoljni, problem je loše postavljen (*ill-posed*).

Iz funkcionalne analize poznato je da, za inverzne probleme bazirane na integralnim jednačinama Fredholma, tipa prvog reda sa kompaktnim jezgrom, nije zadovoljen treći uslov [139], [141]. Ovo dovodi do numeričkih nestabilnosti, naime, male perturbacije ili greške u mernim podacima  $T_{wi,we}(t - \tau)$  dovode do proizvoljno velikih promena u rešenju [142]. Iste numeričke nestabilnosti ostaju i nakon diskretizacije predstavljene u (69), [139]. Da bi prevazišli ove numeričke poteškoće, postupak regularizacije Tikhonova je uveden. Unapređenje estimacije transfer funkcija  $g_{nm}(t)$  urađeno je uvođenjem Tikhonove regularizacije. Regularizacija je tehnika uklanjanja šuma iz signal kada je amplituda šuma mnogo veća od amplitude signal, tj. kada je signal delimično ili potpuno nedetektabilan. Tikhonov postupak regularizacije podrazumeva modifikaciju prvobitne ciljne funkcije  $\xi(\mathbf{g}_n)$  u (72) na sledeći način:

$$\xi(\lambda_n, \mathbf{g}_n) = \|\mathbf{q}_n - \mathbf{A}_n \cdot \mathbf{g}_n\|_2^2 + \lambda_n \|\mathbf{L}_n \cdot \mathbf{g}_n\|_2^2; \quad n = 1, 2; \quad \lambda_n > 0 \quad (73)$$

U gornjoj jednačini  $\mathbf{L}_n$  je parameter regularizacije. Matematički gledano  $\mathbf{L}_n$  je matrica dimenzija  $P_n \times (N_{n1} + N_{n2})$ ;  $n = 1, 2$ , gde je  $P_n$  broj vrsta u matrici  $\mathbf{L}_n$  koji je jednak broju interpolacionih tačaka u kojima se u stvari vrši regularizacija orginalnog problema u jednačini (72), [139], [143], [144]. Parametri  $\lambda_{n=1,2}$  su regularizacioni parametri. Modifikovana funkcija  $\xi$  u gornjoj jednačini se sastoji od dva dela, rezidualne norme:

$\|\mathbf{q}_n - \mathbf{A}_n \cdot \mathbf{g}_n\|_2^2$  i dodatka, regularizacione norme (engl. *smoothing-norm*):  $\|\mathbf{L}_n \cdot \mathbf{g}_n\|_2^2; n = 1, 2$ . Uloga ovog dodatka je da se kontrolišu visoke neželjene frekvencije u ulaznim signalima kao i numerička nestabilnosti u vektorima rešenja  $\mathbf{g}_{n=1,2}$ , koja se javlja usled malih grešaka ili perturbacija u ulaznim vektorima [139]. Kako su funkcije  $g_{nm}(t)$  u originalnom problemu definisanim u jednačinama (50) i (51), glatke i kontinualne krive, tako je pri estimaciji istih, pri rešavanju diskretizovanog problema (69) usvojena regularizaciona norma, koja ima zadatku da doprinese uklanjanju šuma, kao i uklanjanju naglih skokova u merenjima i da doprinese da estimovane krive budu glatke.

U literaturi [115], u kojoj je izložen postupak Tikhonove regularizacije, regularizaciona norma je pretpostavljena u opštem obliku kao norma u prostoru Soboleva sa operatorom regularizacije  $\mathbf{L}$  koji sadrži diferencijalni operator prvog reda. Različiti postupci dobijanja operatora  $\mathbf{L}$  su prikazani u literaturi [145], i [146]. U literaturi [145] urađena je detaljna matematička analiza za dobijanje operatora  $\mathbf{L}$ , za slučaj diferencijalnog operatora proizvoljnog reda kao regularizacionog parametra za široku klasu integralnih jednačina sa kompaktnim jezgrom. Prema [145], poredeći sa tačnim rešenjem, ukupna greška u krajnjem estimovanom rešenju, nakon uvođenja postupka regularizacije je razdvojena na dva dela. Prvi deo greške potiče od šuma koji se javlja u signalima, a drugi deo greške u rešenju predstavlja posledicu uvođenja samog postupka regularizacije. U [145] je pokazano da prva komponenta greške opada, dok druga u isto vreme raste kako raste red diferencijalnog operatora. S obzirom na to da je prva komponenta greške dominantna u ukupnoj greški, povećanje reda diferencijalnog operatora bi trebalo da smanji ukupnu grešku koja se javlja uvođenjem postupka regularizacije. Diferencijalni operator je aproksimiran u diskretnoj formi preko matrice  $\mathbf{L}_n$  koristeći numeričku diferencijaciju. Kako GL kvadratura nema ravnomernu raspodelu interpolacionih tačaka, numerička diferencijacija sa neravnomernom vremenskom diskretizacijom je usvojena prilikom proračuna matričnih elemenata u  $\mathbf{L}_n$ . Ova procedura je predstavljena u Prilogu 6. Glavna dimenzija ove matrice je  $P_n$  i jednaka je broju diskretnih vremenskih tačaka u kojima se izračunavaju numerički izvodi. Rešenja  $\mathbf{g}_{n=1,2}$  koja minimiziraju funkcije  $\xi$  u jednačini (73) zadovoljavaju sledeću relaciju [144], [147]:

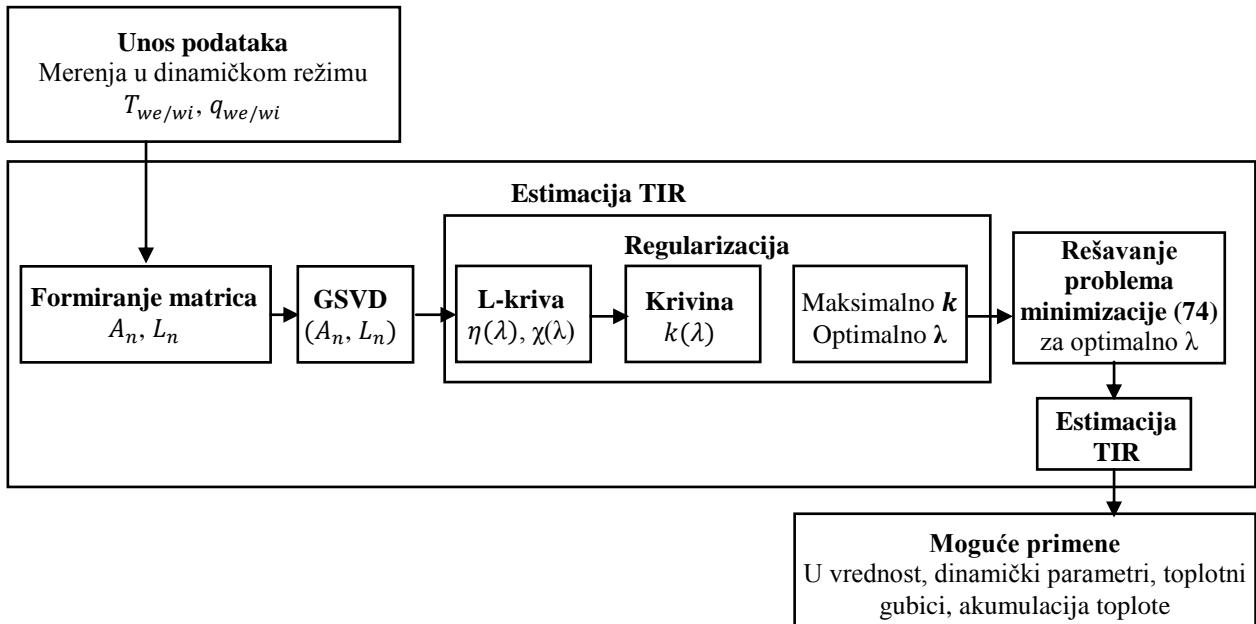
$$\mathbf{g}_n(\lambda_n) = \underset{\mathbf{g}_n}{\operatorname{argmin}} \{ \xi(\lambda_n, \mathbf{g}_n) \} \Rightarrow (\mathbf{A}_n^T \cdot \mathbf{A}_n + \lambda_n^2 \cdot \mathbf{L}_n^T \cdot \mathbf{L}_n) \cdot \mathbf{g}_n(\lambda_n) = \mathbf{A}_n^T \cdot \mathbf{q}_n; n = 1, 2 \quad (74)$$

Generalizovana metoda dekompozicije singularnih matrica (engl. *Generalized Singular Value Decomposition (GSVD)*) je primenjena na matrice  $\mathbf{A}_n$  i  $\mathbf{L}_n$  kako bi se gornji sistem jedančina invertovao, tako da se vektori  $\mathbf{g}_{n=1,2}$  mogu eksplisitno prikazati kao funkcije nepoznatih parametara  $\lambda_{n=1,2}$ . Detaljna matematička analiza primene GSVD na (74) je urađena u Prilogu 7 [122], [148]. Nepoznati parametar regularizacije  $\lambda > 0$  kontroliše minimizaciju regularizacione norme  $\|\mathbf{L}_n \cdot \mathbf{g}_n\|_2^2$  u odnosu na minimizaciju rezidualne norme  $\|\mathbf{q}_n - \mathbf{A}_n \cdot \mathbf{g}_n\|_2^2$ . Ako je  $\lambda = 0$ , problem se svodi na jednačine u (72)i takvo rešenje  $\mathbf{g}_{n=1,2}$  minimizira samo rezidualnu normu. Kada je parameter  $\lambda$  mali, problem minimizacije je i dalje blizu orginalnom problemu, pa i ako se daje veća težina minimizaciji rezidualne norme u odnosu na regularizacionu normu problem ostaje numerički nestabilan. Sa druge strane, kako se parametar  $\lambda$  povećava, rešenje postaje numerički stabilnije, ali se i rezidualna norma povećava, pa stoga rešenja postaju manje tačna. Optimalna vrednost parametra  $\lambda$  bi trebala da napravi balans između ova dva suprotna trenda koji imaju rezidualna i regularizaciona norma u ukupnoj grešci. Za dobijanje optimalnog parametra  $\lambda$ , korišćena je metoda *L-krive*. *L-kriva* predstavlja parametarsku krivu  $(\chi(\lambda), \eta(\lambda))$  u *log-log* skali, gde su  $\chi(\lambda)$  i  $\eta(\lambda)$  prirodni logaritmi rezidualne i regularizacione norme redom:  $\chi(\lambda) = \ln(\|\mathbf{q}_n - \mathbf{A}_n \cdot \mathbf{g}_n\|_2^2)$ ,  $\eta(\lambda) = (\|\mathbf{L}_n \cdot \mathbf{g}_n\|_2^2)$  sa parametrom krivine  $\lambda$ , [120], [122], [147], [149].

Za male vrednosti parametra  $\lambda$ , u dobijenom rešenju dominira uticaj visokih frekfencija koje potiču od slučajnih grešaka u merenju kao i same prirode problema koji je *ill-posed*. Kako se parametar  $\lambda$  povećava, veličina  $\eta(\lambda)$ , koja odgovara uticaju neželjenih slučajnih komponenti u rešenju se smanjuje, a veličina  $\chi(\lambda)$  koja odgovara rezidualnoj normi se ne menja značajno. Optimalni parameter  $\lambda$  se pronalazi u strmom, skoro vertikalnom delu *L-krive*. Kada se dostigne optimalna vrednost za  $\lambda$ , dalje povećanje vrednosti  $\lambda$  daje suprotan efekat, veličina  $\chi(\lambda)$  počinje naglo da se menja, a nagib *L-krive* se značajno smanjuje u odnosu na njen nagib u gornjem skoro vertikalnom delu. Idealno, *L-kriva* u ovom regionu bi trebala da postane skoro horizontalna [149]. Optimalna vrednost parametra  $\lambda$  je definisana kao tačka gde *L-kriva* ima maksimalnu krivinu [147].

Iz jednačine (P7.4) u Prilogu 7, i analize predstavljene u [122] sledi da optimalni parametar  $\lambda$  leži u opsegu između minimalne i maksimalne generalizovane singularne vrednosti  $\gamma_i$  matričnog para,  $(\mathbf{A}_n, \mathbf{L}_n)$ . Zakrivljenost  $L$ -krive koja odgovara relaciji u (74) može se dobiti u analitičkom obliku koristeći GSVD za matrični par  $(\mathbf{A}_n, \mathbf{L}_n)$  kako je i prikazano u Prilogu 7 [122]. Prema analizama iz [149], pogodnije je analizirati  $L$ -krivu u *log-log* skali, jer ova skala naglašava tačku maksimalne krivine ili region u kome parametar  $\lambda$  ima optimalnu vrednost.

Da bi se pojednostavila moguća praktična primena i povećala mogućnost upotrebe razvijenog pristupa za procenu TIR funkcija, ne samo od strane naučne zajednice, već i inženjerske, na Slici 32 je dat šematski prikaz celokupne procedure za procenu TIR funkcije. Prvi korak u proceni jeste vršenje merenja površinskih temperatura i topotnih flukseva u dinamičkom režimu, drugi korak jeste sprovođenje postupka estimacije TIR funkcija i na kraju, primena samih funkcija za procenu različitih termičkih parametara zida za koji su dobijene TIR funkcije. Sam proces estimacije TIR funkcija odvija se kroz nekoliko koraka: definisanje matrica  $\mathbf{A}_n$ ,  $\mathbf{L}_n$  i njihova GSVD dekompozicija; definisanje  $L$ -krive i dobijanje optimalnog parametra regularizacije  $\lambda$ , na mestu gde  $L$ -kriva ima maksimalnu krivinu; i rešavanje problema minimizacije greške u (74). Ključni numerički alat za uvođenje postupka regularizacije i rešavanje problema minimizacije je GSVD. Kao što je pomenuto, on je dostupan kao LAPACK *open source* kod.



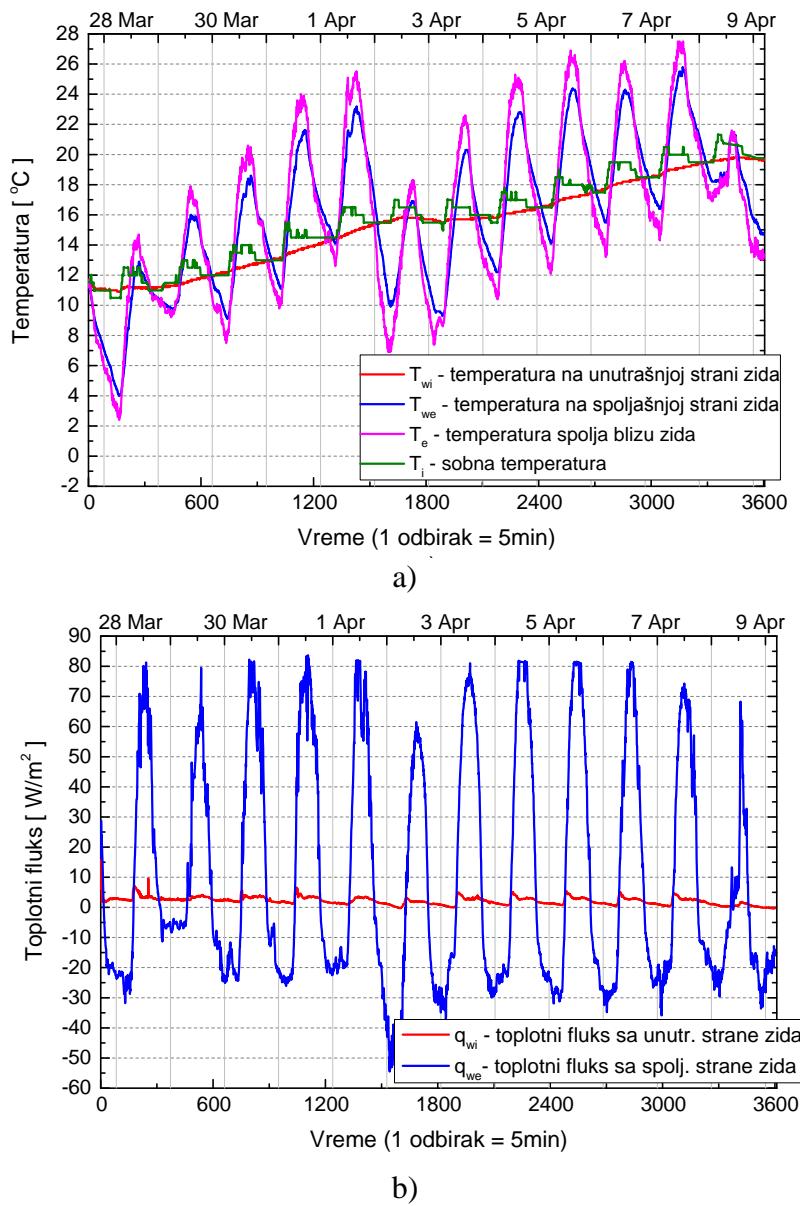
Slika 32 Šematski prikaz procedure estimacije TIR funkcija sa mogućim aplikacijama

### 3.3.4 Rezultati i diskusija

#### 3.3.4.1 Prikupljeni podaci i analiza podataka

Ukupna dužina intervala u kome su vršena sva merenja iznosila je  $12.5 \text{ dana} \cdot 24 \text{ h} \cdot 60 \text{ min} = 18000 \text{ min}$ . Spoljašnje i unutrašnje temperature su merena istovremeno, na svakih 5min, počevši u istom trenutku, dok je toplotni fluks meren u intervalima do po 1min, a naknadno semplovan sa faktorom 1/5. Ovako je postignuto da svi signali budu jednake dužine, 3600 semplova (odbiraka) i sa jednakom frekvencijom semplovanja, koja je iznosila  $f_s = \frac{1}{300} [\text{Hz}]$ , tj.  $f_s = 24 \cdot 60 / 5 = 288 [1/\text{dan}]$ .

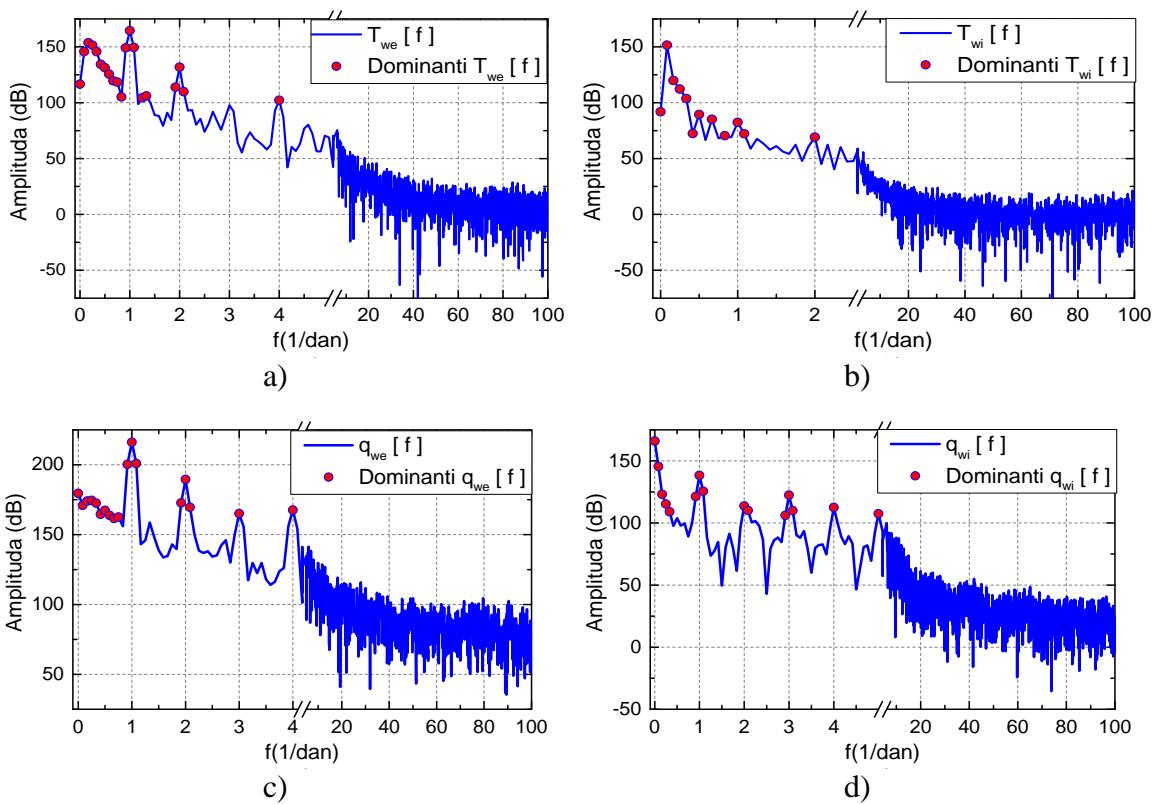
Sva dobijena merenja su prikazana na Slici 33.



Slika 33 Termalne varijacije u period od 12.5 dana. a) varijacije temperature: crveno – na unutrašnjoj površini zida; zeleno – u središtu sobe; plavo – na spoljašnjoj strani zida; ljubičasto – vazduh sa spoljašnje strane; b) varijacije toplotnog fluksa: crveno – na unutrašnjoj površini zida; plavo – na spoljašnjoj strani zida

Oscilatorni karakter kod temperaturnih signala kao i kod signala toplotnih flukseva odgovara oscilacijama sa periodom od 1 dan, s tim što su amplitude oscilacija sa unutrašnje strane zida znatno manje od amplituda koje odgovaraju promenama na spoljašnjoj strani zida. U toku perioda merenja, postojali su intervali porasta i pada spoljašnje temperature, koji su se jasno mogu uočiti i na grafiku toplotnih flukseva.

Dublja analiza merenih signala proizilazi iz frekvencijske analize korišćenjem diskretne Furijeove transformacije (DFT). Pre izračunavanja DFT koeficijenata, Hamingov prozor (engl. *Hamming window*) je primjenjen kako bi se smanjio problem veoma visoke magnitudo kod nultog harmonika, koji se javlja u svakom spektru signal. Ova komponenta *zagadjuje* magnitude harmonika na susednim niskim frekvencijama za koje se očekuje da budu dominantne u spektru. Furijeov spektar magnituda za merene diskretne signale dat je na Slici 34, gde su dominantne frekvencije označene crvenim krugom. Usvojeni kriterijum za dominantne frekvencije je bio taj, da magnituda harmonika na dатој frekvenciji bude manja najviše za 60dB u odnosu na maksimalnu magnitudu, osim za slučaj analize signal za temperaturu na unutrašnjoj površini zida, gde je za kriterijum usvojena granica od 80dB, kako bi u analizu ušli i harmonici na frekvencijama nižim od  $f = 1$  [1/dan]. Usvajajući navedene granične vrednosti za sve spektre signala, dominantne frekvencije su se našle u opsegu do  $f = 4$  [1/dan], osim za spektar temperature na unutrašnjoj površini zida gde je opseg dominantnih frekvencija do  $f = 2$  [1/dan].

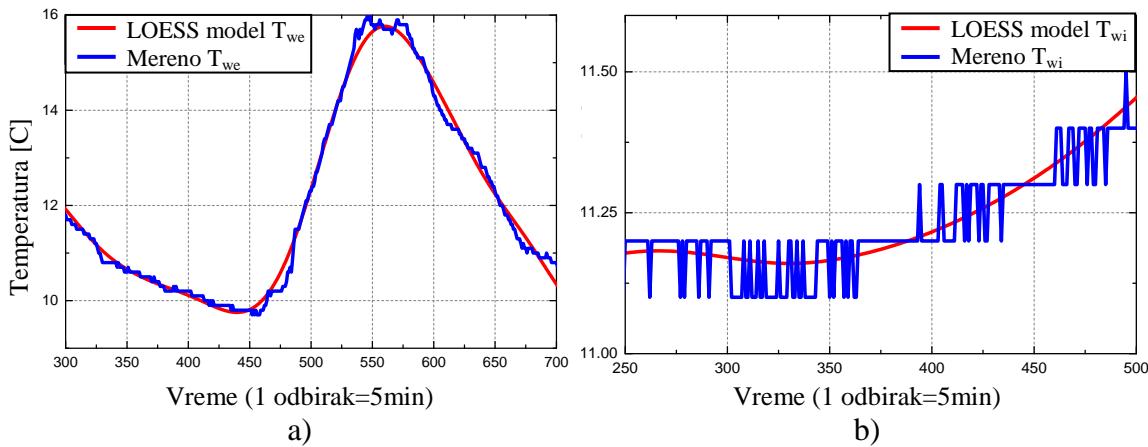


Slika 34 Furijerov spektar magnituda za merenja diskretnih signala sa redukovanim nultim harmonikom. Opseg dominantnih frekvencija je uvećan, a frekvencije označene crvenim krugom. a)  $|T_{we}[f]|$ ; b)  $T_{wi}[f]$ ; c)  $q_{we}[f]$ ; d)  $q_{wi}[f]$

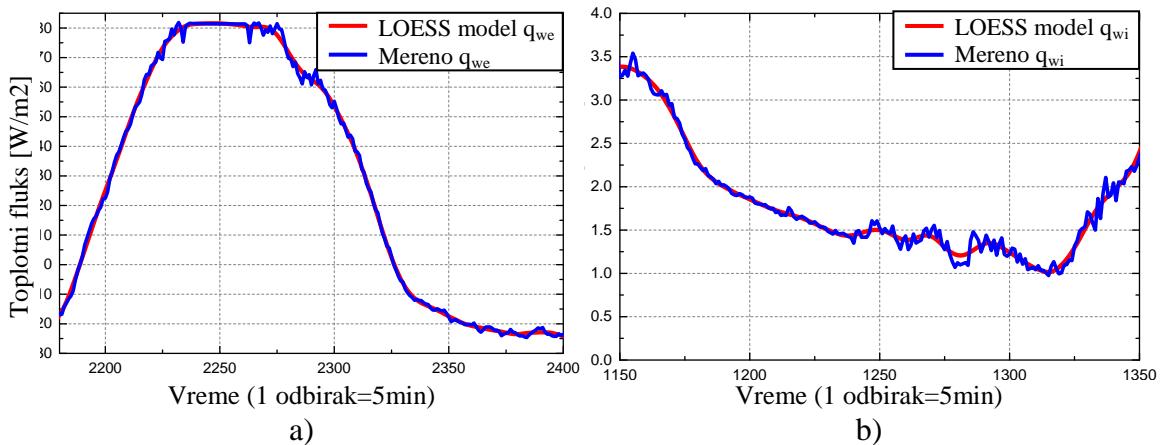
Imajući u vidu da su temperature fundamentalno, kontinualne i glatke krive, na dobijene stepenaste krive se može primeniti neka od metoda za fitovanje eksperimentalnih podataka. Za ove potrebe izabrana je metoda fitovanja primenom lokalne regresije (engl. *Local Polynomial RegrESSion (LOESS)*). Ova metoda uspešno eliminiše ekstremna merenja koja se značajno razlikuju od susednih vrednosti i kao takva nisu od značaja za rezultat merenja (eng. *outlier*), a ujedno fituje krive u delovima relativno visokih kvantizacionih grešaka. Obradom podataka na ovaj način, razlika između fitovanih i merenih vrednosti je zanemarljiva i kod svih signala je manja 0.5% u smislu srednjeg apsolutnog odstupanja u procentima (eng. *Mean Absolute Deviation Percent (MADP)*).

Uvećani prikaz jednog segmenta LOESS-e krive i odgovarajućih mernih podatka za sve signale dat je na Slici 35 i Slici 36. Plava linija na graficima prikazuje mrene

vrednosti, a crvena fitovane LOESS krive. Jasno se uočava veoma malo odstupanje fitovanih u odnosu na merene vrednosti.



Slika 35 Uveličan prikaz jednog segmenta merenih temperatura i odgovarajućih LOESS kriva: a) temperature na spoljašnjoj površini; b) temperature na unutrašnjoj površini



Slika 36 Uveličan prikaz jednog segmenta merenih topotlnih flukseva i odgovarajućih LOESS kriva: a) fluks na spoljašnjoj površini; b) fluks na unutrašnjoj površini

U daljem radu će biti obrađivane i originalne merene vrednosti i fitovane vrednosti svih merenih veličina, sa ciljem da se testira pouzdanost metode u odnosu na nivo šuma u signalima i pojavu slučajnih grešaka merenja.

### 3.3.4.2 Estimacija TIR funkcija primenom Wiener filter metode i predikcija

Kompletan set podatak je podeljen na dva jednakata dela: 1800+1800 semplova. Prvi set podataka je korišćen za estimaciju TIR koeficijenata, a drugi za proveru valjanosti dobijenih koeficijenata u smislu njihove upotrebljivosti za dalju predikciju. U tom

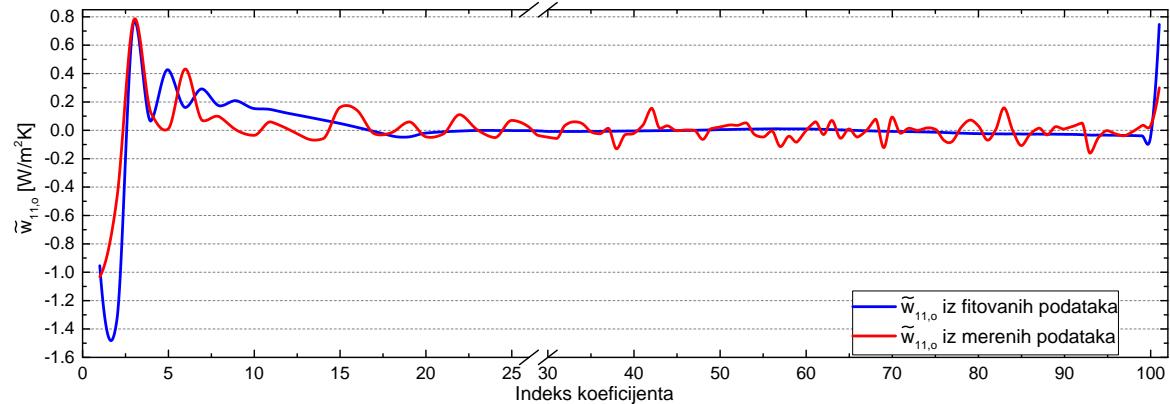
smislu, estimovani TIR koeficijenti su korišćeni za predikciju toplotnih flukseva sa obe strane zida u drugoj polovini perioda merenja, filtracijom sa merenim temperaturama površine zida za isti interval. Ova analiza je pokazala koliko dobijena estimovana transfer funkcija tj. njeni koeficijenti iz jednog perioda, dobro predviđaju odziv zida na nove uslove, tj u nekom drugom periodu.

Broj TIR koeficijenata, označen sa  $N_{nm}; n, m = 1, 2$ , značajno utiče na tačnost izlaznih signala u predikciji. Konkretno, u konvolucionim sumama u jednačinama (52) i (53), broj  $N_{nm}$  određuje koliko će prethodnih diskretnih odbiraka u ulaznim signalima ući u konvolucionu sumu tj. imati uticaj na trenutni izlazni signali. Pretpostavlja se da maksimalni broj koeficijenata u svim  $\tilde{w}_{nm,o}$  nizovima ne treba da bude veći od  $1/3$  dužine samog ulaznog signal, što je 600 odbiraka, a izraženo u vremenu, maksimalno 2.08 dana. Ovo znači, da se pri predviđanju trenutnih termalnih veličina sa jedne i/ili druge strane zida, uzimaju u obzir termalne promene sa jedne i/ili druge strane zida koje su se dešavale, najviše, u prethodnih 2.08 dana, tj. da one imaju dominantan uticaj na sadašnji trenutak. Ova granica, od  $1/3$  dužine signal, je odabrana kako bi se osigurala dovoljna pouzdanost pri izračunavanju auto- i kors-korelacije (eng. *auto-cross-correlation*) između merenih signala u jednačini (66). Tako, uzimajući broj mogućih koeficijenata  $\tilde{w}_{nm,o}[i]$  u opsegu od 1 do 600 izvršena je estimacija istih.

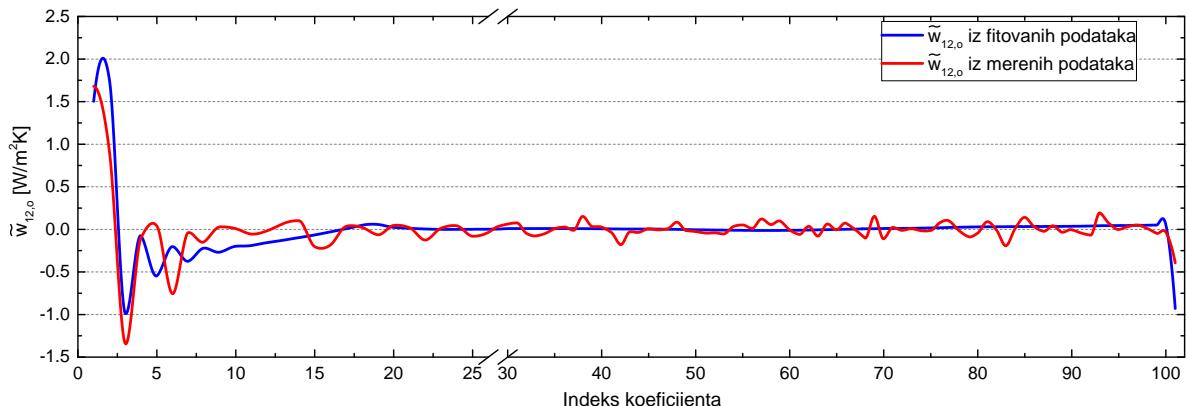
Sama vrednost pojedinog koeficijenta određuje koliko odgovarajući odbirak u ulaznom signalu ima uticaj na trenutni izlaz. Tako prvi koeficijent predstavlja odziv sistema u datom trenutku  $k$  na pobudu u trenutku  $k$ , drugi koeficijenat predstavlja odziv sistema u trenutku isto  $k$ , ali na pobudu koja se desila u trenutku  $k - 1$ , treći odgovor na pobudu u trenutku  $k - 2$  i tako redom sve do trenutka  $k - N + 1$ , kada se smatra da sve pobude nastale pre  $k - N + 1$  perioda nemaju nikakav uticaj na izlaz iz sistema u trenutku  $k$ , u ili je taj uticaj zanemarljiv. Prema tome, usvajajući kriterijum, da svi odbirci ulaznog signala koji imaju značajan uticaj na trenutni izlaz moraju ući u konvolucionu sumu, određuje se minimalni broj  $\tilde{w}_{nm,o}[i]$  koeficijenata. Poslednjih nekoliko koeficijenata u nizu predstavlja zbirni odziv na sve preostale odbirke u ulaznom signal koji nisu ušli u konvolucionu sumu, za koje se smatra da imaju zanemarljivo mali uticaj. Brzina opadanja vrednosti koeficijenata odslikava vreme ustaljivanja sistema (eng. *settling time*). Na osnovu svega ovoga se izvodi praktični zaključak da termalne promene koje

nastaju u objektu kao posledica termalnih promena napolju, ne zavise samo od fizičkih i termičkih karakteristika zida već i od načina kako se dešavaju te termalne promene sa druge strane zida.

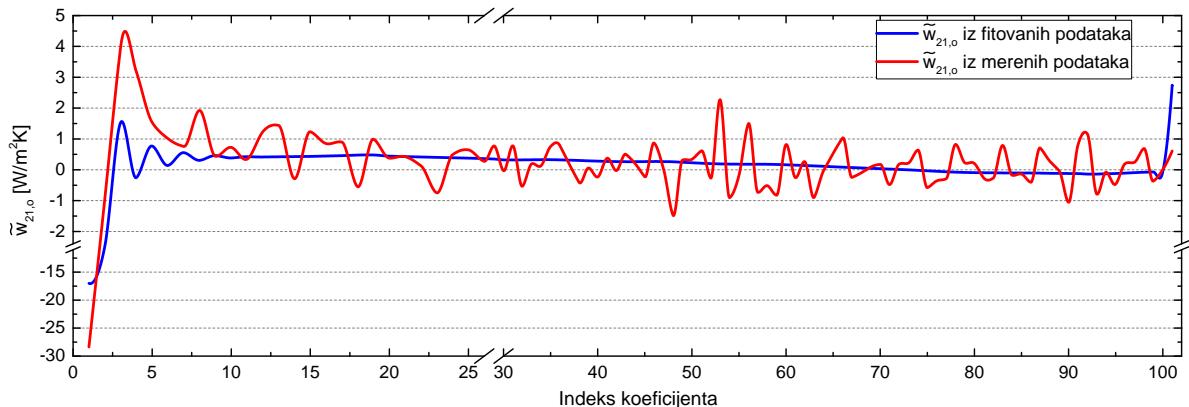
Na Slikama 37-40 prikazani su TIR koeficijenti:  $\tilde{w}_{11,o}$ ,  $\tilde{w}_{12,o}$ ,  $\tilde{w}_{21,o}$ , i  $\tilde{w}_{22,o}$ , za  $N_{nm} = 100$  dobijeni filtracijom originalnih merenja (crvena linija) i fitovanih podataka (plava linija).



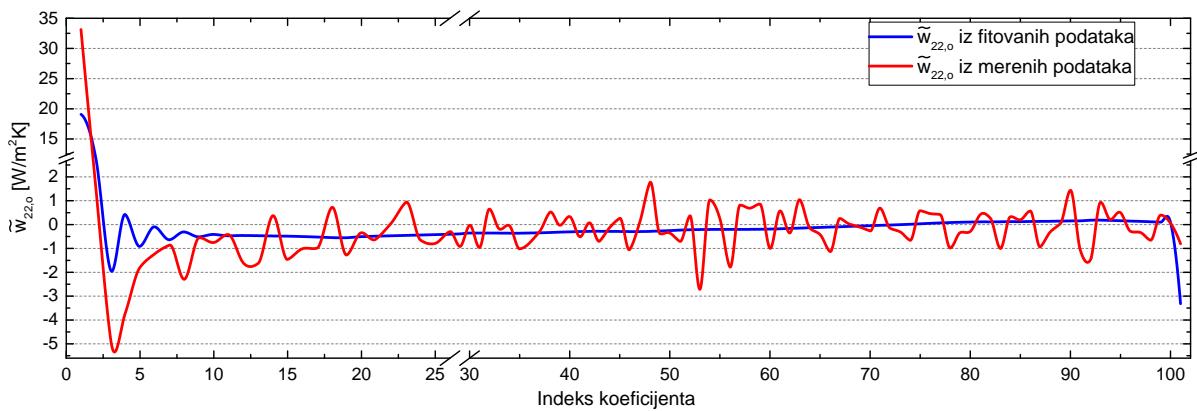
Slika 37 TIR koeficijenti  $\tilde{w}_{11,o}$ , za  $N_{11} = 100$ , crveno: orginalna merenja; plavo: fitovani podaci. Prikaz prvih 25 koeficijenata je uveličan.



Slika 38 TIR koeficijenti  $\tilde{w}_{12,o}$ , za  $N_{12} = 100$ , crveno:orginalna merenja; plavo: fitovani podaci. Prikaz prvih 25 koeficijenata je uveličan.



Slika 39 TIR koeficijenti  $\tilde{w}_{21,o}$ , za  $N_{21} = 100$ , crveno: orginalna merenja; plavo: fitovani podaci. Prikaz prvih 25 koeficijenata je uvećan.



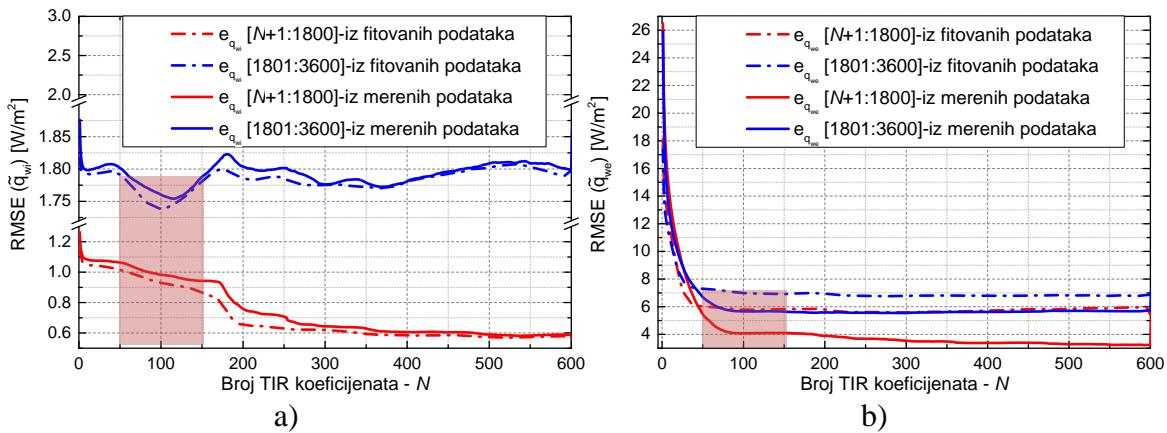
Slika 40 TIR koeficijenti  $\tilde{w}_{22,o}$ , za  $N_{22} = 100$ , crveno: orginalna merenja; plavo: fitovani podaci. Prikaz prvih 25 koeficijenata je uvećan.

Plave linije na Slikama 37-40 jasno pokazuju da svaki vektor  $\tilde{w}_{nm,o}$ , predstavlja impulsni odziv oscilatornog karaktera sa opadajućom envelopom koja posle određenog perioda postaje stabilna. Ovo ukazuje da sistem ima grešku ustaljenog stanja (eng. *steady-state error*) nepromenljivu. Vektori  $\tilde{w}_{nm,o}$ , imaju izražen jak oscilatorni karakter samo u prvih 50 minuta tj. u prvih 10 koeficijenata, nakon čega, vrednost svih koeficijenata se približava vrednosti nula. Period od 50 minuta predstavlja vreme koje protekne od trenutka kada je sistem pobuđen impulsnom  $\delta$ -Dirakovom pobudom pa sve do trenutka kada sistem ne dođe u stabilno stanje, ovo vreme predstavlja vreme stabilizacije sistema (eng. *settling time*). Prevedeno na konkretan primer, u koliko bi naš zid u kratkom vremenskom trenutku izložili nekoj jediničnoj termalnoj pobudi, on bi se tek posle 50 minuta vratio u svoje prvobitno stanje.

Suprotno plavim krivama na gornjim slikama, vektor koeficijenata  $\tilde{w}_{nm,o}$ , dobijen filtracijom sirovih podataka, crvene linije na Slikama 37-40, osciluje na celoj svojoj dužini, ali su te oscilacije izražene samo u prvih 10 koeficijenata. Razlog oscilacija duž cele dužine jeste znatno viši nivo šuma u signalima sačinjenim iz sirovih podataka. Na graficima se jasno uočava da je amplituda oscilacija vektor  $\tilde{w}_{nm,o}$ , dobijena filtracijom sirovih podataka veće nego kod fitovanih podataka.

Kao mera za ocenu pouzdane estimacije vektora  $\tilde{w}_{nm,o}$ , uzima se koren srednjeg kvadratnog odstupanja (eng. *Root Mean Square Error (RMSE)*) između merenih izlaznih veličana sistema i estimovanih izlaznih veličina korišćenjem koeficijenata  $\tilde{w}_{nm,o}$ .

Na Slici 41 je prikazana zavisnost greške *RMSE* u odnosu na dužinu vektora  $\tilde{w}_{nm,o}$ , tj. broj koeficijenata  $N_{nm}$ . Pri estimaciji i predikciji toplotnih flukseva usvojena je prepostavka da je  $N_{nm} = N; n, m = 1, 2$ ; za oba seta podataka: prvi [N+1:1800] – crvena linija; i drugi [1801:3600] – plava linija na grafiku. Usvajanjem jedinstvene vrednosti za  $N$ , težnja je bila da se odredi jedan egzaktan vremenski period kao karakteristika zida, za koji se može smatrati da sve termalne promene nastale sa jedne strane zida u datom periodu imaju dominantan ili potpun uticaj na trenutne termalne vrednosti sa druge strane zida. S obzorom da je za estimaciju prvih  $N$  vrednosti flukseva neophodno poznavanje ulaznih temperatura pre vremenskog trenutka  $t = 0$ , za ocenu tačnosti estimacije na ovom setu uzeti su samo estimovani fluksevi za opseg [N+1:1800]. Na istom grafiku su prikazani rezultati RMSE za estimacije i predikcije dobijene na osnovu sirovih podataka kao i na osnovu fitovanih podataka.



Slika 41 RMSE pri estimaciji i predikciji toplotnog fluksa a) na unutrašnjoj i b) spoljašnjoj površini zida za različite vrednosti  $N$ . Crvena boja: greška estimacije za set podataka  $[N+1:1800]$ ; plava linija: greška estimacije za set podataka  $[1801:3600]$ . Osenčeni deo označava preporučeni opseg za  $N$  u smislu najmanjeg RMSE

Numeričke vrednosti RMSE, za nekoliko odabranih vrednosti  $N$  su prikazane u Tabeli 19.

Tabela 19 RMSE pri estimaciji i predikciji toplotnih flukseva za nekoliko odabranih vrednosti  $N$

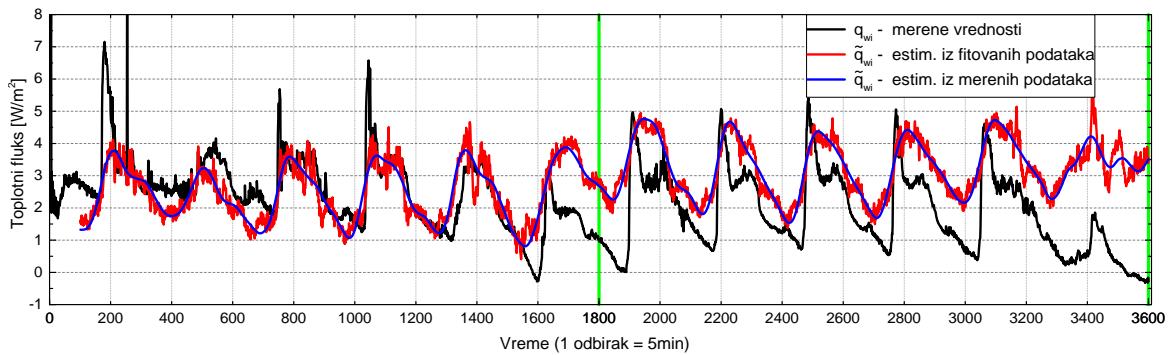
	Toplotni fluks na unutrašnjoj površini zida [ $\text{W/m}^2$ ]							Toplotni fluks na spoljašnjoj površini zida [ $\text{W/m}^2$ ]								
	N	1	50	100	150	200	300	400	600	1	50	100	150	200	300	400
RMSE	1.27	1.06	0.98	0.94	0.76	0.64	0.61	0.57	26.49	5.46	4.08	4.10	3.89	3.54	3.38	5.09
RMSE	1.14	1.01	0.93	0.87	0.65	0.62	0.58	0.53	18.11	6.02	5.79	5.83	5.80	5.60	5.72	4.94
RMSE	1.88	1.8	1.76	1.79	1.8	1.78	1.78	1.86	25.91	6.69	5.67	5.65	5.59	5.55	5.63	7.28
RMSE	1.82	1.79	1.74	1.78	1.79	1.78	1.78	1.84	17.40	7.31	6.98	6.92	6.94	6.79	6.80	7.22

Analizirajući crvene krive na Slici 41, jasno se uočava da tačnost estimacije raste sa porastom broja TIR koeficijenata tj. sa porastom boja  $N$ . Kod estimacije spoljašnjeg fluksa ovaj porast je rapidan za vrednosti  $N$  od 1 do 50, dok tačnost pri estimaciji fluksa na unutrašnjoj površini zida nije tako rapidna ni u jednom svom segmentu, i tek posle  $N = 200$ , brzina prirasta tačnosti postaje mala. Usvajajući opseg za  $N = 1 - 200$ , tačnost pri estimaciji unutrašnjeg fluksa se kreće od  $1.27 - 0.76 [\text{W/m}^2]$ , a za

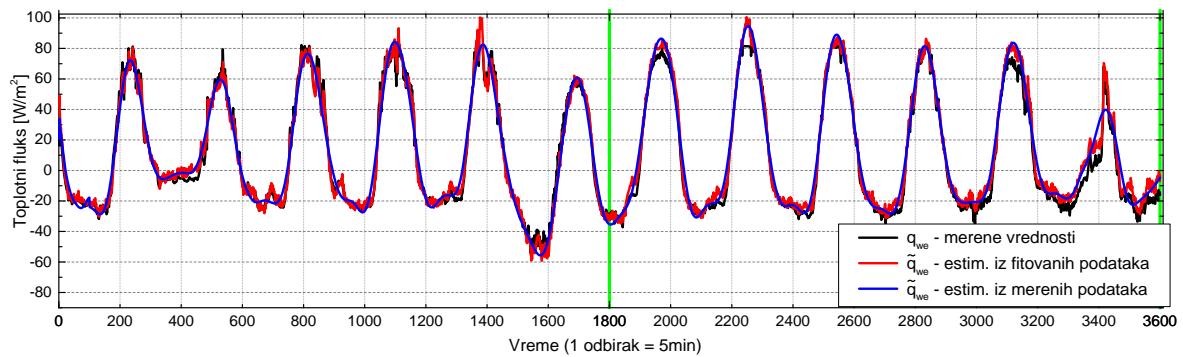
spoljašnji fluks  $26.49 - 3.89 [W/m^2]$ . Razlike u greškama estimacije (na deli  $[N + 1: 1800]$ ), kada se koriste sirovi podaci i kada se koriste fitovani podaci je neznata, što jasno pokazuju crvene krive na Slici 41. Hipotetički posmatrajući ako se usvoji da je  $N = L$ , tj. broj TIR koeficijenata jednak dužini ulaznih signal, tačnost estimacija bi se svela na vrednost veoma blisku nuli, koja predstavlja numeričku grešku. Ovakav rezultat je očekivajući s obzirom na to da bi se u tom slučaju estimacija koeficijenata bazirala na auto- i kros-korelaciji između svih izmerenih podataka.

Sa druge strane, plave krive, koje označavaju grešku predikcije (na deli  $[1801:3600]$ ), za novi set ulaznih podataka, nemaju istu monotonost kao prethodno analizirane crvene krive. Ovde, sa povećanjem broja  $N$  kod predikcije unutrašnjeg fluksa tačnost prvo raste, a potom opada posle određenog broja  $N$ , dok kod spoljašnjeg fluksa greška postaje konstantna. Razlog ovome je taj što dolazi do nastanka takozvanog problema ekstremne prilagođenosti koeficijenata (eng. *overfitting problem*) kada se broj TIR koeficijenata približava dužini signala. Analizirajući plave krive vidi se da broj koeficijenata za obe predikcije bi trebao da se bira iz opsega 50-150. Ovi delovi grafika na Slici 41 su osenčeni, kao i odgovarajuće vrednosti u Tabeli 19, na osnovu kojih se vidi da koeficijenti za odabrane dužine filtra dobro opisuju ponašanje sistema kako u periodu na osnovu koga su izračunati tako za nove buduće trenutke.

Na Slici 42 i Slici 43 prikazane su dobijene vrednosti toplotnih flukseva, i estimacija ( $[N+1:1800]$ ) i predikcija ( $[1801:3600]$ ), kada je  $N=100$ . Konkretnе vrednosti za koeficijente  $\tilde{w}_{nm,o}$ , kada je  $N=100$ , prikazane su na Slikama 37-40. Na Slikama 42 i 43 je crnom linijom označen referentni signal (merene vrednosti), a plavom i crvenom estimacija i predikcija na osnovu sirovih i fitovanih merenih podataka, respektivno.



Slika 42 Estimacija i predikcija toplotnog fluksa na unutrašnjoj površini zida za  $N = 100$ . Estimacija: odbirci  $[N+1:1800]$ ; predikcija: odbirci  $[1801:3600]$ . Crna linija: referentni signal; plava linija:  $\tilde{q}_{wi}$  na osnovu sirovih podataka; crvena linija:  $\tilde{\tilde{q}}_{wi}$  na osnovu fitovanih podataka



Slika 43 Estimacija i predikcija toplotnog fluksa na unutrašnjoj površini zida za  $N = 100$ . Estimacija: odbirci  $[N+1:1800]$ ; predikcija: odbirci  $[1801:3600]$ . Crna linija: referentni signal; plava linija:  $\tilde{q}_{wi}$  na osnovu sirovih podataka; crvena linija:  $\tilde{\tilde{q}}_{wi}$  na osnovu fitovanih podataka

Na gornjim slikama se jasno može uočiti da su kod svih izračunatih signal na celoj dužini, dominantne oscilacije sa periodom od 1 dan, kao što je i kod referentnih signala. Predikcija toplotnog fluksa sa unutrašnje strane zida je nešto lošija u delovima minimuma amplitute, pik koji se javlja u maksimalnom delu amplitute se ne uočava i vrednost poslednjih 300 odbiraka je značajno precenjena. Dobijeni fluks sa spoljašnje strane zida je celom svojom dužinom skoro podudaran sa referentnim signalom, osim što postoje manja odstupanja u maksimalnom delu amplitute. Ne uočavaju se značajne

razlike između flukseva dobijenih iz sirovih eksperimentalnih podataka i fitovanih podataka.

Generalno, rezultati na Slici 42 i 43 pokazuju relativno dobra slaganja između proračunatih i eksperimentalno merenih vrednosti za toplotne flukseve. Može se zaključiti da korišćenjem Wienerove filtracije se mogu dobiti koeficijenti sa kojima se na dovoljno dobar način može vršiti predikcija toplotnih flukseva sa obe strane zida uz gotovo nikakvu prethodnu obradu eksperimentalnih podataka, u smislu značajne eliminacije šumova u signalima kao ni slučajnih grešaka u merenjima.

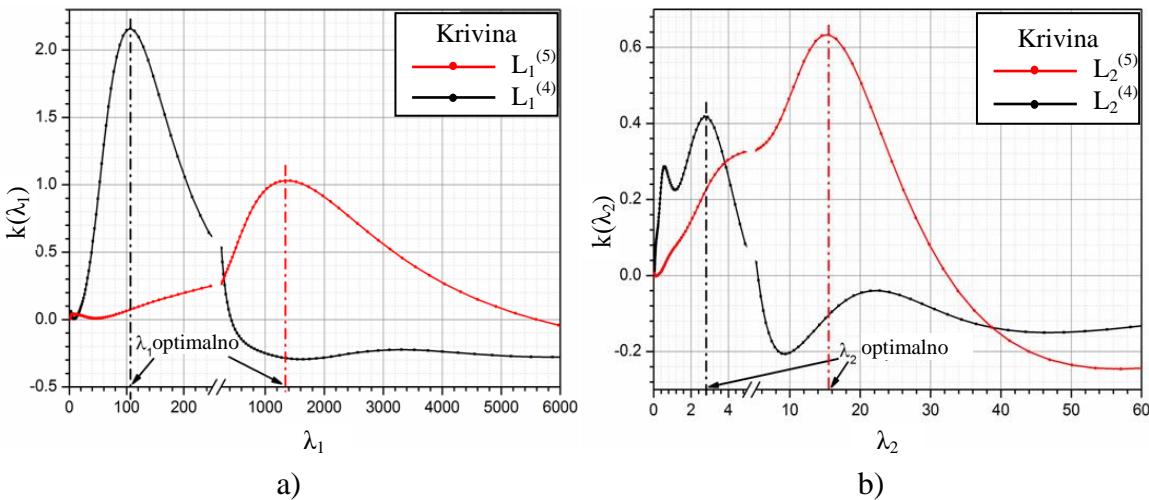
Kako bi se povećala tačnost predikcije i kako bi se dobili koeficijenti koji odslikavaju transfer funkciju što približnije analitičkom rešenju sa ciljem da se dalje koriste za predikciju statičkih i dinamičkih termičkih parametara zida bilo je potrebno unaprediti prikazani model. Unapređenje modela je izvršeno skidanjem šuma sa merenih signal, uvođenjem Tikhonove regularizacije sa jednim parametrom, posle čega je usledila primena metode minimizacije srednje kvadratne greške odstupanja.

### **3.3.4.3 Poboljšana estimacija TIR funkcija uvođenjem postupka regularizacije i predikcija**

Za estimaciju novih TIR funkcija set merenih podataka je podeljen na sledeći način. U okviru ukupnog perioda merenja od 300h (3600 odbiraka), prvih 196h (2352 odbirka) je korišćeno za estimaciju TIR funkcija, a preostali set podataka koji je pokrivaо period od 104h (1248 odbirka) je korišćen za validaciju dobijenih rezultata. Vremenski intervali  $t_{nm}$  posle kojih TIR funkcije postaju skoro pa nule funkcije, je dobijen analizom termičkih karakteristika materijala i karakteristika funkcija  $g_{nm}$  koje su analitički izvedene u Prilogu 5. Na osnovu analitičkih rešena za  $g_{nm}$  datog u Prilogu 5, važi da je  $g_{12} = -g_{21}$ , što automatski znači i da su i  $t_{12}$  i  $t_{21}$  jednaki. Funkcije  $g_{11}$  i  $g_{22}$  predstavljaju odziv toplotnog fluksa na pobudu temperaturom sa iste stane zida, dok funkcije  $g_{12}$  i  $g_{21}$  predstavljaju odziv toplotnog fluksa kada je pobuda temperature na suprotnoj strani zida. Ovo nas vodi ka zaključku da absolutne vrednosti funkcija  $g_{12}$  i  $g_{21}$  moraju biti mnogo manje od absolutnih vrednosti funkcija  $g_{11}$  i  $g_{22}$ , jer je toplotni talas usled koga nastaju  $g_{12}$  i  $g_{21}$  znatno oslabljen prolaskom kroz zid. Vremenski intervali  $t_{11}$  i  $t_{22}$  bi trebali da budu znatno duži onda, kako bi u konvolucionu sumu

ušao i *rep* TIR funkcija  $g_{11}$  i  $g_{22}$ , koji se nikako ne može zanemariti. Vremenski intervali  $t_{11}$  i  $t_{22}$  uglavnom zavise od termičkih karakteristika prvog i poslednjeg sloja u zidu i za većinu zgrada ovi intervali su sličnih dužina. Do konkretnih vrednosti za dužine intervala došlo se putem numeričkih simulacija, a uzimajući u obzir i prethodne relacije između vremenskih intervala  $t_{nm}$ , dobijene su konkretne sledeće vrednosti:  $t_{11} = t_{22} = 100h$  i  $t_{12} = t_{21} = 120h$ . Navedene vrednosti za  $t_{nm}$  se mogu koristititi i pri određivanju TIR funkcija za neke druge strukture zidova. Kako funkcije  $g_{11}$  i  $g_{22}$  imaju izražen eksponencijalni karakter u blizini  $t = 0$ , prilikom njihove integracije postupkom GL kvadrature, korišćeno je 400 GL tačaka, dok s obzirom na sporiju promenu funkcija  $g_{12}$  i  $g_{21}$  oko nule, za njihovu integraciju korišćeno je 200 GL tačaka. Uzimajući ovako, vrednosti za  $N_{nm}$  u jednačinama (69) odnosno (70) su  $N_{11} = 400, N_{12} = 200, N_{21} = 200, N_{22} = 400$ , a sam sistem je onda dimenzija  $M_n \times (N_{n1} + N_{n2}) = 10800 \times 600$ ;

Generalna dekompozicija singularnih vrednosti para  $(\mathbf{A}_n, \mathbf{L}_n)$  je dobijena korišćenjem softvera LAPACK. Funkcija krivine  $\kappa$  za  $L$ -krivu je proračunata za 372 diskrete tačke regularizacionog parametra  $\lambda_{n=1,2}$ , u svemu prema jedančinama (P7.4) i (P7.5) u Prilogu 7. Kompletno izvođenje funkcije krivine  $\kappa(\lambda)$  je dano u Prilogu 7. Da bi se uhvatile brze promene u vertikalnom delu  $L$ -krive, diskrete tačke regularizacionog parametara  $\lambda_{n=1,2}$  su raspoređene u logaritamskoj skali između minimalne i maksimalne generalizovane singularne vrednosti matričnog para,  $\mathbf{A}_n, \mathbf{L}_n$ . Optimalni parametri regularizacije  $\lambda_{n=1,2}$  su usvojeni tako da krivina  $\kappa(\lambda)$  u tim tačkama ima maksimalnu vrednost. Rešenje za vektore  $\mathbf{g}_n$  za usvojene optimalne parametar regularizacije je dobijeno na osnovu izraza (P7.2) u Prilogu 7. Radi lakšeg razumevanja, u nastavku će biti korišćen sledeći zapis  $\mathbf{L}_n^{(s)}$  za označavanje regularizacionog parametra reda  $s$ . Za merene ulazne i izlazne signale u ovom eksperimentu najbolji rezultat estimacije za TIR funkcije je dođen uvođenjem diferencijalnog operatora 4. i 5. reda. Na Slici 44 prikazana je krivina  $\kappa(\lambda)$  za  $L$ -krivu, za regularizacione operatore  $\mathbf{L}_n^{(s=4,5)}$  na  $n = 1, 2$ , [2].



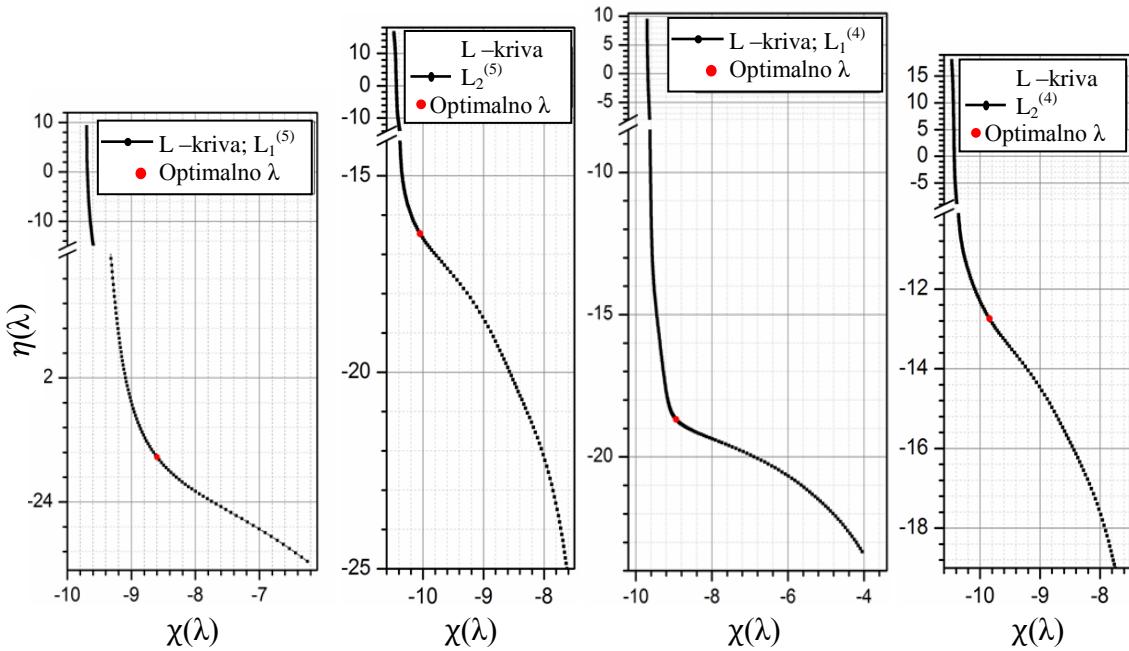
Slika 44 Krivine za  $L$ -krive u funkciji parametra regularizacije  $\lambda_{n=1,2}$  a )  $n=1$ ; b)  $n=2$  ; za dva diferencijalna regularizaciona parametra  $L_n^{(4)}$  i  $L_n^{(5)}$

Optimalni parametri  $\lambda_{n=1,2}$  koji odgovaraju maksimalnoj krivini označeni su na Slici 44, a njihove vrednosti prikazane su u Tabeli 20, [2].

Tabela 20 Vrednosti za optimalne parametar regularizacije za regularizacione operatore 4. i 5. reda

	$\lambda_1$	$\lambda_2$
s=4	106.70	2.72
s=5	1329.97	15.54

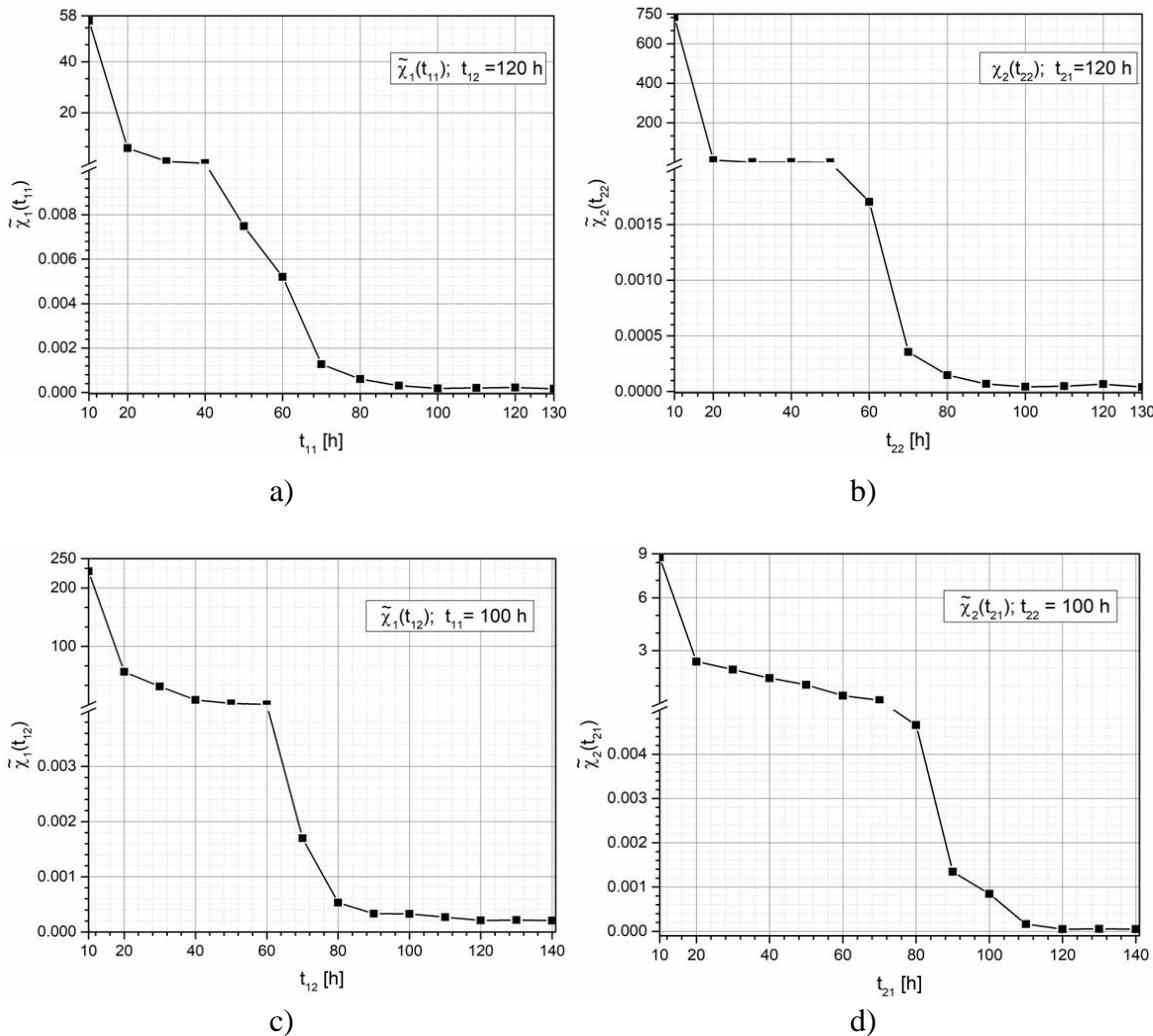
Odgovarajuće  $L$ -krive su prikazane na Slici 45. Pozicije na krivama koje odgovaraju optimalnim vrednostima za  $\lambda_{n=1,2}$  su označene crvenom tačkom. Iz prikazanih rezultata sledi da je u svim slučajevima norma  $\eta(\lambda)$  u logaritamskoj skali, redukovana u procesu regularizacije, i to tako da, polazeći od njene vrednosti u  $\lambda = 0$  pa sve do optimalne vrednosti ona se menja za jedan red magnitude brže nego njoj odgovarajuća rezidualna norma  $\chi(\lambda)$  u logaritamskoj skali. Ovo znači da je smanjenje suma u signalu, kao i nestabilnosti rešenja koje je dobijeno uvođenjem regularizacije, absolutno gledano, za nekoliko reda veličine magnitude veće od odgovarajućih promena u rezidualnoj normi. Iz ovoga sledi da je pogoršanje rešenja usled regularizacije zanemarljiva u poređenju sa poboljšanjem rešenja koje proističe smanjenjem šuma u signalima.



Slika 45  $L$ -krive za parameter regularizacije  $L_{n=1,2}^{S=4,5}$ ; optimalna vrednost za parametar  $\lambda$  je označena crvenom

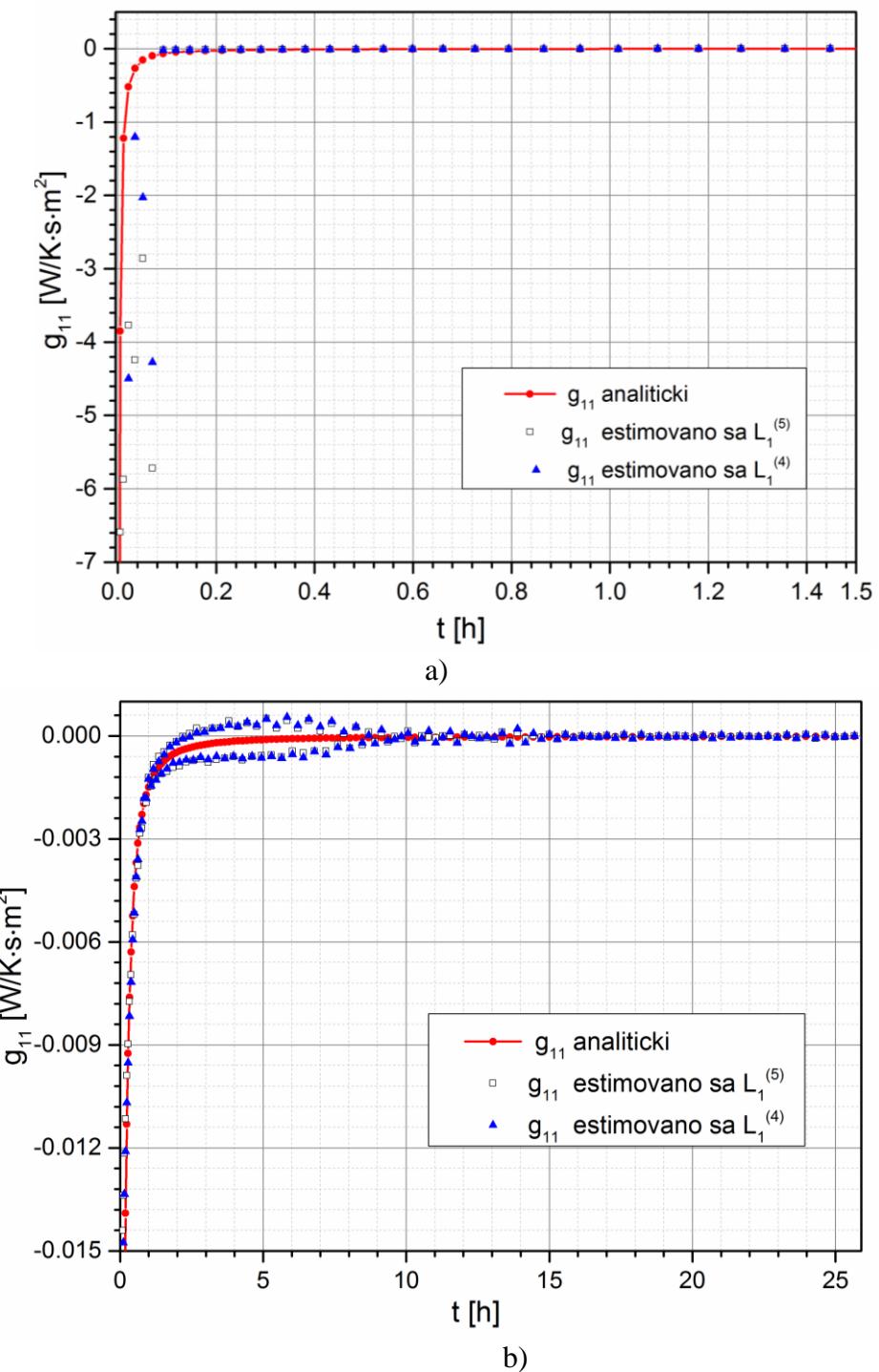
Na Slici 46 je prikazan uticaj odabira vremenskih intervala  $t_{nm}$  na rezidualne norme  $\tilde{\chi}_n = \|q_n - A_n \cdot g_n(\lambda)\|_2^2$ ;  $n = 1,2$ .

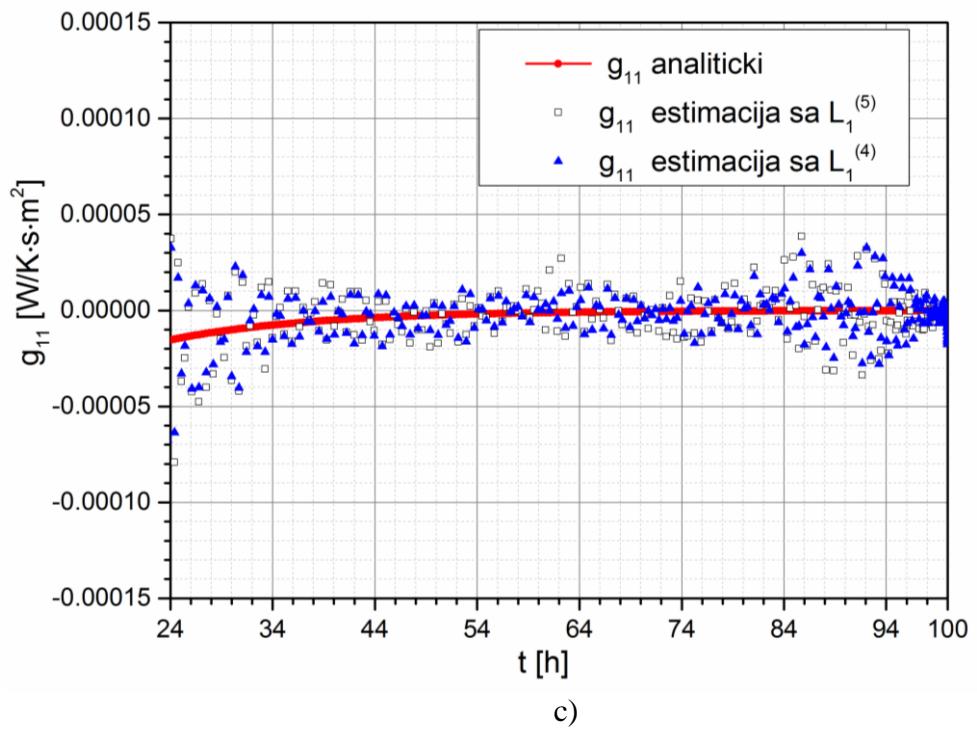
Kako su u svakoj konvolucionoj sumi u jednačini (69) prisutna po dva intervala  $t_{nm}$ , analiza osetljivosti je rađena tako što je samo jedan parametar  $t_{nm}$  menjan, a drugi je fiksiran. Na slikama se uočava da rezidualna norma brzo raste, i po nekoliko redova, u svim slučajevima kada vremenski interval  $t_{nm}$  počinje da se smanjuje sa oko 90h na 10h. Za intervale veće od 100h, rezidualne norme se stabilizuju u nekoj asimptotskoj vrednosti, nakon čega povećanje intervala,  $t_{nm} > 100h$ , ima zanemarljiv uticaj na tačnost procene TIR-a. Ipak, može se uočiti da su rezidualne norme osetljivije na varijaciju  $t_{nm}$  kada učestvuju u konvolucionoj sumi sa  $T_{we}$ , nego sa  $T_{wi}$ . To je zato što je varijacija magnitude  $T_{we}$  mnogo veća od one u  $T_{wi}$ , pa je i odgovarajući konvolucijski integral, odnosno suma, sa  $T_{we}$  osjetljiviji na promenu dužine integrala, tj. dužine  $t_{nm}$ , u odnosu na onaj sa  $T_{wi}$ . Za posledicu imamo da je  $\tilde{\chi}_1$  osetljiviji na promenu  $t_{11}$  nego na promenu  $t_{12}$ , kao i da je  $\tilde{\chi}_2$  osetljiviji na varijaciju  $t_{22}$  nego na  $t_{21}$ .



Slika 46 Uticaj vremenskih intervala  $t_{nm}$  na rezidualne norme  $\tilde{\chi}_n$ ,  $n = 1,2$ : a)  $\tilde{\chi}_1(t_{11})$ ,  $t_{12} = 120h$ ; b)  $\tilde{\chi}_2(t_{22})$ ,  $t_{21} = 120h$ ; c)  $\tilde{\chi}_1(t_{12})$ ,  $t_{11} = 100h$ ; d)  $\tilde{\chi}_2(t_{21})$ ,  $t_{22} = 100h$

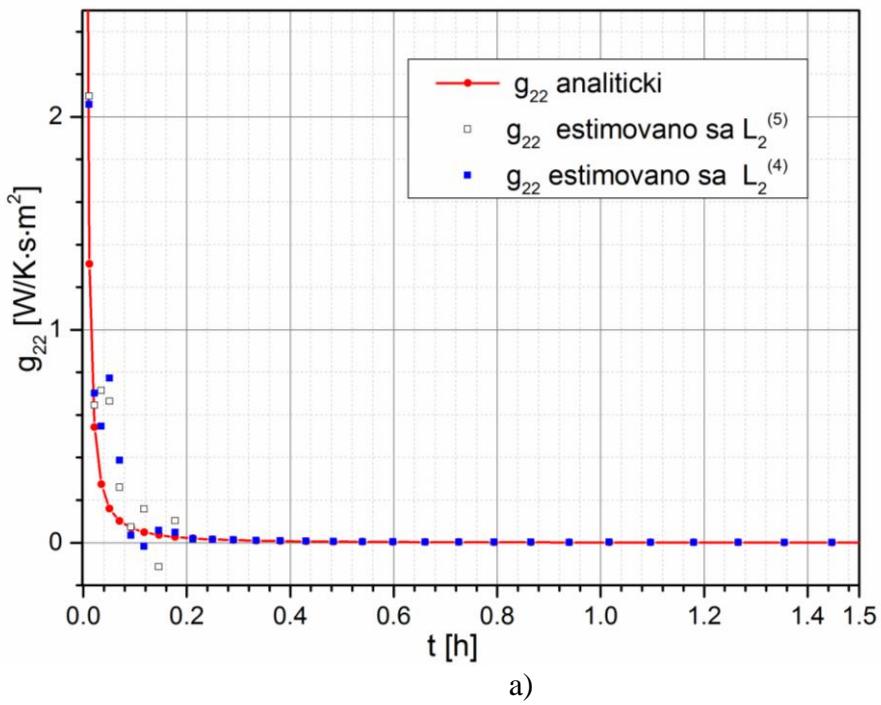
U nastavku dole na Slikama 47-50 prikazane su unapređene estimovane TIR funkcije  $g_{nm}(t)$  za 4. i 5. red regularizacije kao i odgovarajuća analitička rešenja. Za dobijanje analitičkih funkcija korišćene su jednačine (P5.10) u Prilogu 5, gde je korišćeno prvih 248 članova niza u sumama za dobijanje TIR funkcije, [2]. Pojedini delovi grafika su uvećani kako bi se mogla bolje uočiti korelacija između analitičkih funkcija  $g_{nm}(t)$  i estimovanih funkcija  $g_{nm}(t)$ .



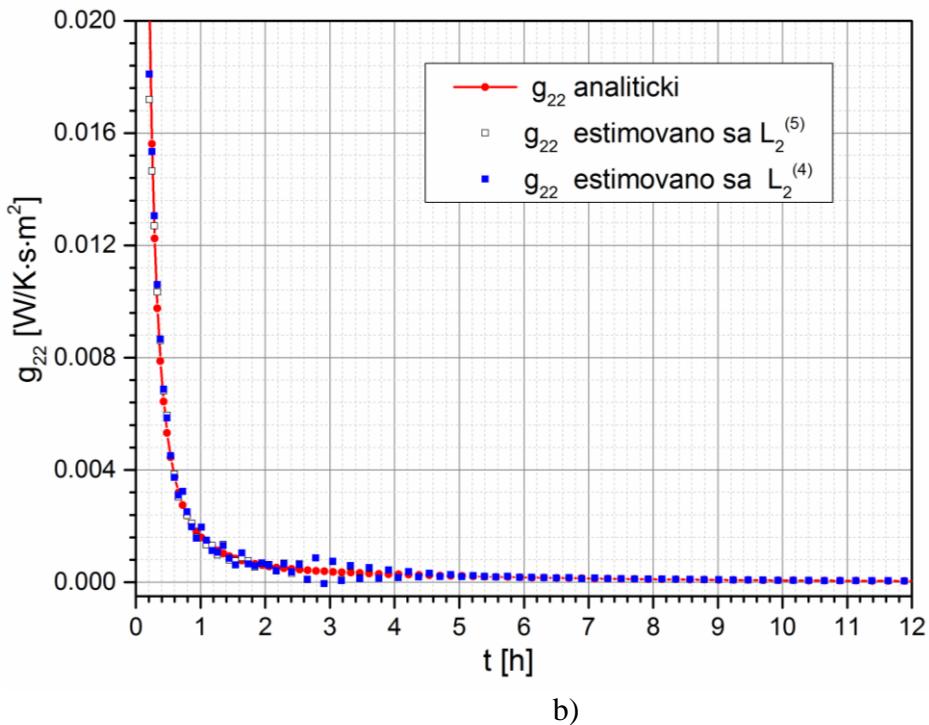


c)

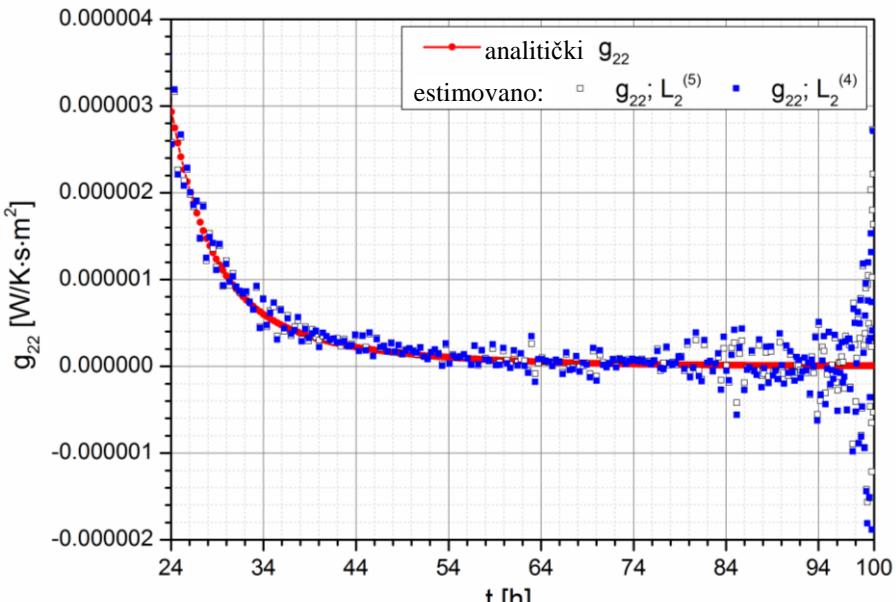
Slika 47 Poboljšana estimovana TIR funkcija  $g_{11}(t)$  za dva parametra regularizacije  $L_n^{s=4,5}$  i odgovarajuća analitička funkcija. a) period od  $t = (0 - 1.5)h$ ; b) period od  $t = (0.6 - 24)h$ ; c) period od  $t = (24 - 100)h$



a)



b)

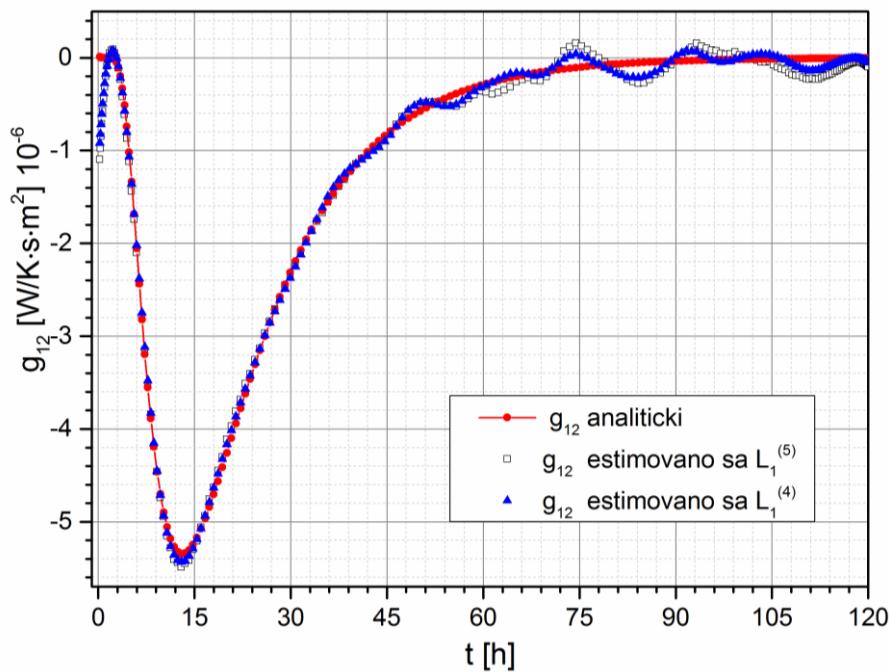


c)

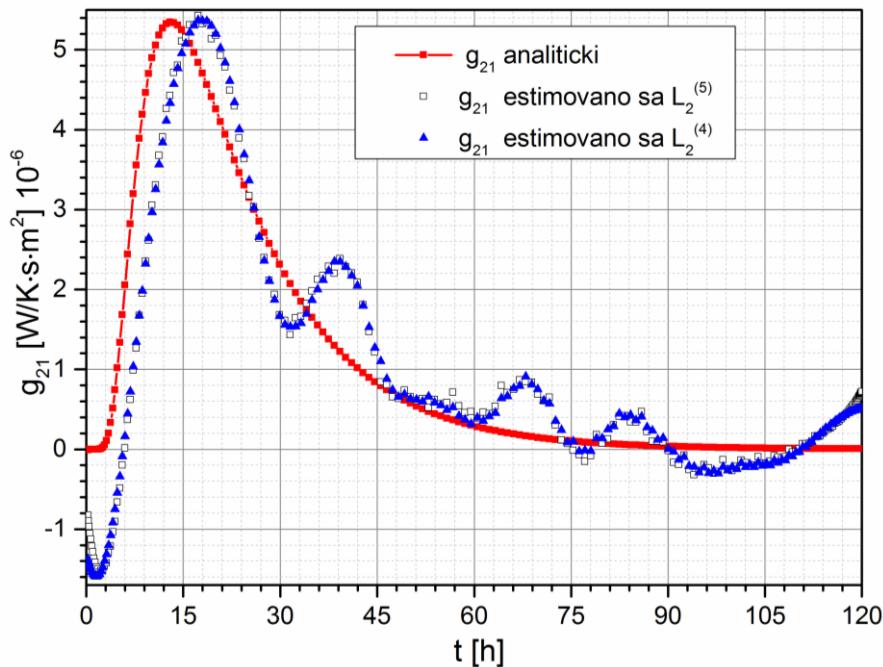
Slika 48 Poboljšana estimovana TIR funkcija  $g_{22}(t)$  za dva parametra regularizacije  $L_n^{s=4,5}$  i odgovarajuća analitička funkcija. a) period od  $t = (0 - 1.5)h$ ; b) period od  $t = (0.6 - 12)h$ ; c) period od  $t = (24 - 100)h$

Na osnovu gore prikazanih grafika, jasno se vidi slaganja estimovanih i analitičkih funkcija  $g_{11}$  i  $g_{22}$ . Estimovane TIR funkcije  $g_{12}$  i  $g_{21}$  prikazane su na Slikama 49 i 50.

Dobijeni rezultati su upoređene sa odgovarajućim analitičkim funkcijama. Postignuto je zadovoljavajuće slaganje.



Slika 49 Pobiljšana estimovana TIR funkcija  $g_{12}(t)$  za dva parametra regularizacije  $L_n^{s=4,5}$  i odgovarajuća analitička funkcija



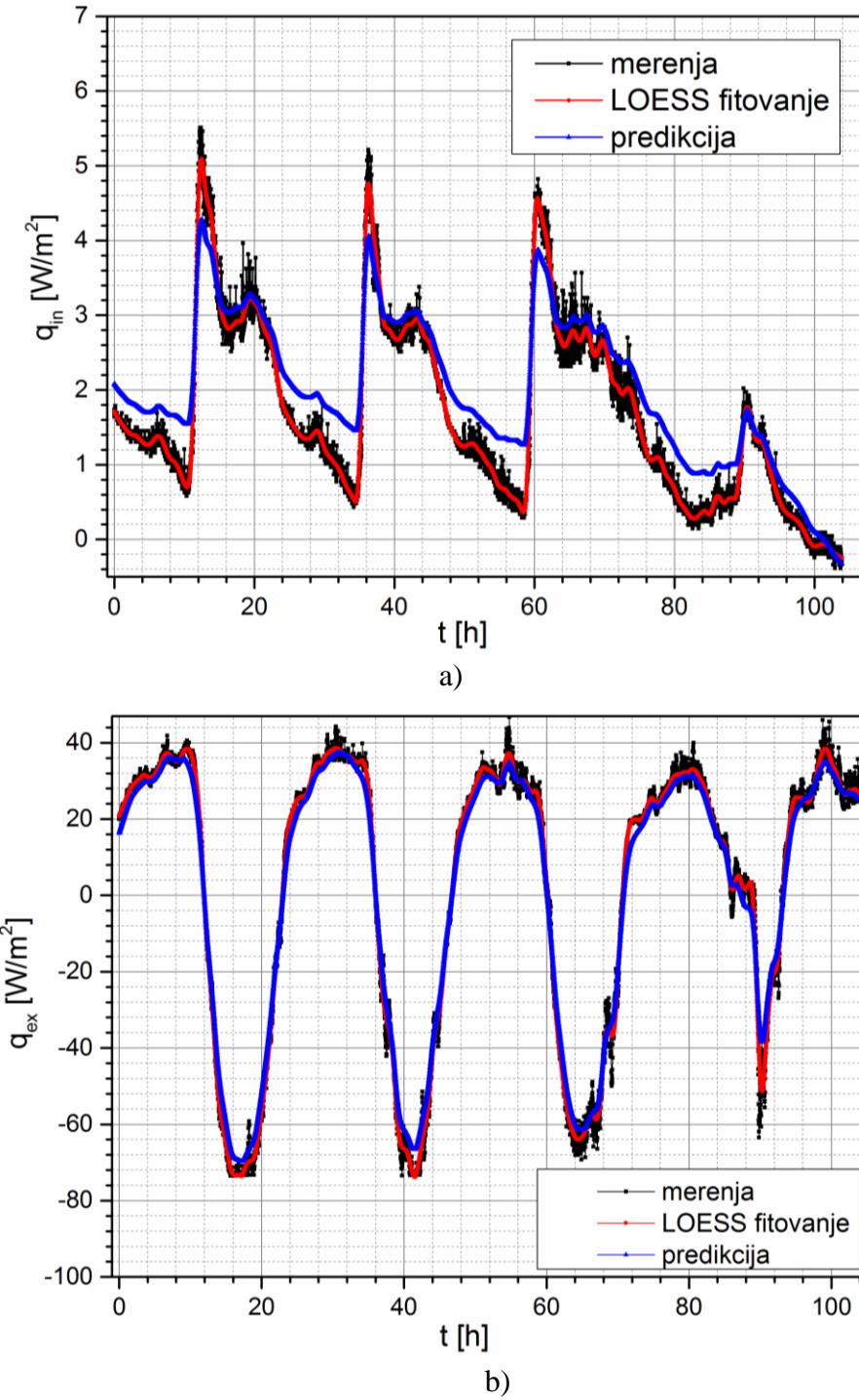
Slika 50 Pobiljšana estimovana TIR funkcija  $g_{21}(t)$  za dva parametra regularizacije  $L_n^{s=4,5}$  i odgovarajuća analitička funkcija

Funkcije  $g_{12}$  i  $g_{21}$  prikazuju odziv sistema u vidu toplotnog fluksa kada je pobuda temperature na suprotnoj strani zida jednaka  $\delta$ -Dirakovoj funkciji. Trenuci u kojima ove funkcije dostižu maksimalne vrednosti, predstavlja vreme za koje fluksevi dostignu svoj maksimum usled temperaturne pobude na suprotnoj strani zida. Ovo vreme predstavlja vremensko kašnjenje fluksa u odnosu na temperaturu na suprotnoj strani zida. Brojne vrednosti za vremensko kašnjenje fluksa sa obe strane zida, na osnovu analitičkih i estimovanih TIR funkcija za  $L_n^{(s=4,5)}$ , prikazane su u Tabeli 21. Teoretski razmatrano, vreme kašnjenja amplitude fluksa ne zavisi od strane zida, jer je analitički  $g_{12} = -g_{21}$ , međutim, za estimovane  $g_{12}$  i  $g_{21}$  funkcije, ova vremena nisu ista zbog razlika između analitičkih i estimovanih rezultata. Bolje slaganje je postignuto za fluks na unutrašnjoj strani zida. Vreme od 12.96h predstavlja vreme koje je potrebno toplotnom talasu sa spoljašnje strane da prodre u unutrašnjost objekta. Sama vrednost od 12.96h označava veoma visoke dinamičke termičke karakteristike predmetnog zida.

Tabela 21 Vremensko kašnjenje fluksa usled temperaturne pobude na osnovu estimovanih TIR funkcija za dva parametra regularizacije  $L_n^{(s=4,5)}$  i analitičke vrednosti

	Vremensko kašnjenje (engl. <i>Time delay</i> )	
<b>pravac</b>	<b>unutra → spolja</b>	<b>spolja → unutra</b>
Analitički [h]		12.96
s=4 [h]	17.32	12.96
s=5 [h]	17.32	12.96

Na osnovu poboljšanih estimacija za TIR funkcije, izvršena je predikcija toplotnih flukseva za obe strane zida za period poslednjih 104h merenja (kontrolni set podataka). Dobijene vrednosti su upoređene sa merenim vrednostima, kao i LOESS - fitovanim vrednostima i prikazane su na Slici 51.



Slika 51 Poboljšana predikcija topotognog fluksa na a) unutrašnjoj i b) spoljašnjoj površini zida i odgovarajuća merenja topotnih flukseva

Greška, Mean Error Absolute (MAE) između predikcije topotognog fluksa i merenih vrednosti za unutrašnju i spoljašnju stranu zida iznosi redom:  $0.414[\text{W}/\text{m}^2]$  i  $3.195[\text{W}/\text{m}^2]$ . Greška MAE je računata prema sledećoj formuli:

$$MAE = \frac{\sum_{i=1}^K |q_i^{TIR} - q_i^{ROW}|}{k} \quad (75)$$

gde su  $q_i^{TIR}, q_i^{ROW}$  predikcija toplotnog fluksa dobijena na osnovu estimovanih TIR funkcija i merene vrednosti toplotnog fluksa, redom. Sa grafika se jasno vidi da predikcija toplotnog fluksa na spoljašnjoj strani zida u potpunosti odgovara merenim vrednostima fluksa, sa minimalnim odstupanjima u delovima maksimalnih i minimalnih vrednosti. Sa druge strane, predikcija fluksa na unutrašnjoj strani zida je poboljšana znatno, ali i dalje postoje neslaganja u intervalima gde su nagli skokovi u merenjima. Sa ovim u vezi, potrebno je dalje ispitati dali neslaganja koja su dobijena za fluks na unutrašnjoj površini zida imaju veliki uticaj prilikom računanja akumulacije topline u zidu. Ova dilema će se ispitati u narednom poglavlju, gde će se prikazati praktična primena estimovanih TIR funkcija, i gde će se dati fizičko tumačenje ovih funkcija.

### 3.3.5 Praktična primena TIR funkcija – Studije slučaja

U ovom poglavlju će biti prikazane različite praktične primene prethodno dobijenih TIR funkcija. U prvoj studiji slučaja (CS-1), TIR funkcije će biti korištene za dobijanje termičkih dinamičkih parametara zida i dobijene vrednosti će biti poređene sa vrednostima dobijenim prema relevantnom Standardu ISO13760. U drugoj studiji slučaja (CS-2), na osnovu predikcija za toplotne flukseve, odrediće se toplotni gubici sa obe strane zida u period od poslednjih 104h merenja, kao i akumulacija topline u zidu u istom periodu. Dobijeni rezultati će biti poređeni sa rezultatima dobijenim merenjem toplotnih flukseva. U trećoj studiji slučaja (CS-3), na osnovu predikcije za toplotne flukseve sa obe strane zida za 3 izabrana dana, i izmerenog temperaturnog gradijenta u neposrednoj blizini zida sa obe strane, za izabrane dane, odrediće se promena ukupnog koeficijenta prelaza topline za obe strane zida u datom periodu. Dobijene vrednosti će se uporediti sa preporučenim vrednostima koje se prema Pravilniku o energetskoj efikasnosti u zgradarstvu [150] usvajaju za teritoriju RS. U poslednjoj studiji slučaja (CS-4), na osnovu svake TIR funkcije biće dobijen koeficijent prolaza topline  $U$ , koji će biti upoređen u odnosu na vrednost koja se dobija proračunom prema Standardu ISO 6946: 2007.

Svi dobijeni rezultati na osnovu estimovanih TIR funkciju u svim studijama slučaja dobijeni su korišćenjem estimovanih TIR funkcija prikazanih na Slikama 47-50 i to kada se u procesu estimacije koristio regularizacioni parametar 5. reda.

### 3.3.5.1 CS 1: Određivanje dinamičkih termičkih parametara zida

U ovoj studiji slučaja ispitaće se mogućnost primene dobijenih estimovanih TIR funkcija za dobijanje dinamičkih termičkih karakteristika zida koji opisuju ponašanje zida u termalnom smislu u realnim, promenljivim atmosferskim uslovima. Dinamičke termičke karakteristike koje će se proračunavati su sledeće:

- Termička admitansa,
- Termička periodična transmitansa,
- Dekrement faktor,
- Fazno kašnjenje termičke admitanse,
- Fazno kašnjenje termičke periodične transmitanse i
- Površinski toplotni kapacitet.

Dinamičke termičke karakteristike razmatranog zida izračunate su za tri frekvencije oscilacije temperature (1/dan, 1/sedmica i 1/godina). Prilikom proračuna ovih parametara uzet je u obzir i prelaz topline sa obe strane zida, a za koeficijent prelaza topline usvojeni su preporučeni koeficijenti prema Pravilniku o energetskoj efikasnosti u zgradarstvu [150]:  $\alpha_{wi} = 7.69 \text{ W/m}^2$  i  $\alpha_{we} = 25 \text{ W/m}^2$ .

Dobijeni parametri su upoređene sa vrednostima dobijenim prema proceduri definisanoj u Standardu ISO 13786. Prema ovom Standardu, formula za proračun traženih dinamičkih parametara su sledeće:

Unutrašnje termičke admitansa:

$$Y_{11} = -\frac{Z_{11}}{Z_{12}}$$

Spoljašnja termička admitansa:

$$Y_{22} = -\frac{Z_{22}}{Z_{12}} \quad (76)$$

Periodična termička transmitansa:

$$Y_{12} = -\frac{1}{Z_{12}}$$

Dekrement faktor:

$$f = -\frac{|Y_{12}|}{U}$$

Površinski termički kapacitet sa unutrašnje strane:	$\kappa_1 = \frac{Y_{11} - Y_{12}}{\omega}$
Površinski termički kapacitet sa spoljašnje strane:	$\kappa_2 = \frac{Y_{22} - Y_{12}}{\omega}$
Vremensko kašnjenje unutrašnje admitanse:	$\tau_{11} = \frac{1}{\omega} \arg(Y_{11})$
Vremensko kašnjenje spoljašnje admitanse:	$\tau_{22} = \frac{1}{\omega} \arg(Y_{22})$
Vremensko kašnjenje periodične termičke transmitanse:	$\tau_{12} = \frac{1}{\omega} \arg(Y_{12})$

Argumenti za  $\tau_{11}$  i  $\tau_{22}$  su proračunati u opsegu od 0 do  $2\pi$ , dok je argument za  $\tau_{12}$  proračunat u opsegu od  $-2\pi$  do 0. Vrednost  $U$  u gornjoj jednačini za dekrement faktor, označava transmitansu u statičkom režimu prenasa topline, tj koeficijenat prolaza topline,  $U$ -vrednost, koji se računa prema Standardu ISO 6946:2007.

Proračun svih dinamičkih parametara u (76) je iskazan preko kompleksnih parametara  $Y_{nm}$ , koji su dalje izraženi preko parametara  $Z_{nm}$ . Kompleksni parametri  $Z_{nm}$  predstavljaju elemente transfer matrice za sistem kada su na ulazu temperatura i toplotni fluks sa spoljne strane zida, a na izlazu iste ove veličine samo na unutrašnjoj strani zida. Gornje jednačine u koeficijente  $Z_{nm}$  uključuju prelaz topline. Kako je naš dinamički sistem formiran tako da su na ulazu temperature na površini zida, a na izlazu toplotni fluksevi i nije uključen prelaz topline, potrebno je prvo ovaj sistem transformisati tako da u sebe uključuje i prelaz topline, a onda dalje parametar  $Y_{nm}$  izraziti preko estimovanih TIR funkcija  $g_{nm}$ , odnosno njihovih Furijeovih transformacija  $G_{nm}$ . Izvođenje parametara  $Y_{nm}$  preko transfer funkcija  $G_{nm}$  je prikazano ispod.

Kada u dinamički sistem opisan jednačinama (50) i (51) unesemo prelaz topline sa obe strane zida i prebacimo sistem u kompleksan domen, uzimajući u obzir da je po definiciji  $g_{12} = -g_{21}$ , dobijamo:

$$\begin{bmatrix} \hat{q}_{wi} \\ \hat{q}_{we} \end{bmatrix} = \left( I_2 - G \cdot \begin{bmatrix} -1/\alpha_{wi} & 0 \\ 0 & 1/\alpha_{we} \end{bmatrix} \right)^{-1} \cdot G \cdot \begin{bmatrix} \hat{T}_{wi}^{air} \\ \hat{T}_{we}^{air} \end{bmatrix}; G = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ -G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \quad (77)$$

gde su  $\hat{T}_{wi}^{air}$   $\hat{T}_{we}^{air}$  kompleksne amplitude temperatura vazduha sa jedne i druge strane zida na kraju graničnog sloja (engl. *Boundary layer*);  $\alpha_{wi/we}$  koeficijenti prelaza topline sa unutrašnje i spoljašnje strane zida respektivno;  $I_2$  je jedinična matrica drugog reda; a

$G_{nm}$  su Furijeove transformacije funkcija  $g_{nm}$ . Iz jednačina (50) i (51) kompleksne amplitudе  $\hat{T}_{wi}$  i  $\hat{T}_{we}$  su eliminisane uvođenjem sledeće relacije:

$$\begin{aligned}\hat{q}_{wi} &= \alpha_{wi} \cdot (\hat{T}_{wi}^{air} - \hat{T}_{wi}) \\ \hat{q}_{we} &= \alpha_{we} \cdot (\hat{T}_{we} - \hat{T}_{we}^{air})\end{aligned}\quad (78)$$

Po definiciji unutrašnja i spoljašnja termička admitansa  $Y_{11}$  i  $Y_{22}$  i odgovarajuća periodična termička transmitansa  $Y_{12}$  za sinusoidne uslove su definisane na sledeći način:

$$\begin{aligned}Y_{11} &= \frac{\hat{q}_{wi}}{\hat{T}_{wi}^{air}} \text{ kada je } \hat{T}_{we}^{air} = 0 \\ Y_{22} &= \frac{-\hat{q}_{we}}{\hat{T}_{we}^{air}} \text{ kada je } \hat{T}_{wi}^{air} = 0 \\ Y_{12} &= \frac{\hat{q}_{we}}{\hat{T}_{wi}^{air}} \text{ kada je } \hat{T}_{we}^{air} = 0\end{aligned}\quad (79)$$

Gde se pod sinusoidalnim uslovima podrazumeva da se promene temperature i toplotnog fluksa u odnosu na njihove srednje vrednosti iz jednog dužeg perioda, mogu opisati pomoću sinusnih funkcija.

Kada se jednačine u (79) unesu u jednačinu (77) za  $Y_{nm}$  se dobija, u matričnom obliku, [2]:

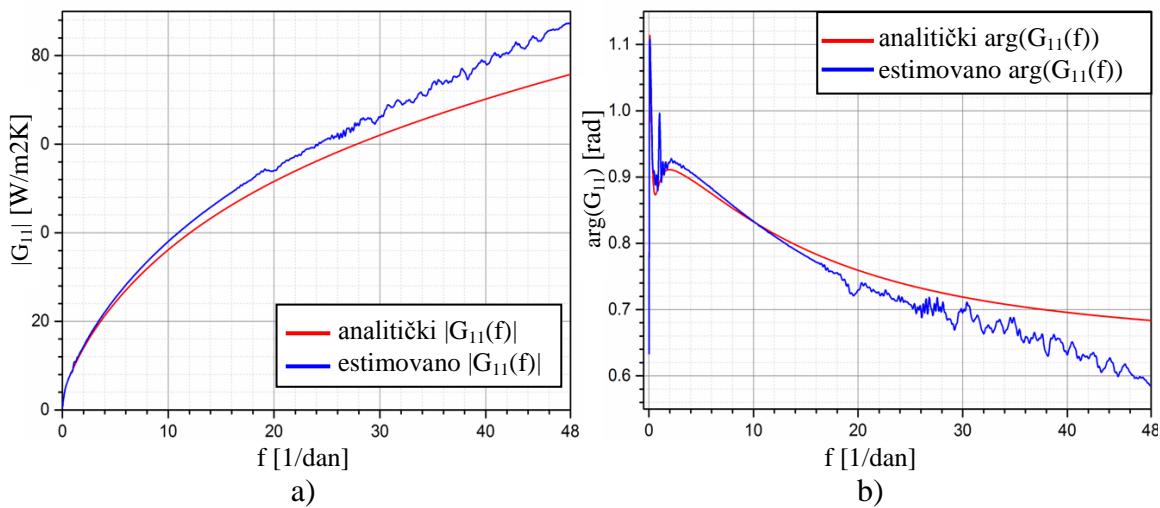
$$\begin{bmatrix} Y_{11} & -Y_{12} \\ Y_{12} & -Y_{22} \end{bmatrix} = \left( I_2 - G \cdot \begin{bmatrix} -1/\alpha_{wi} & 0 \\ 0 & 1/\alpha_{we} \end{bmatrix} \right)^{-1} \cdot G \quad (80)$$

ili u eksplisitnom obliku:

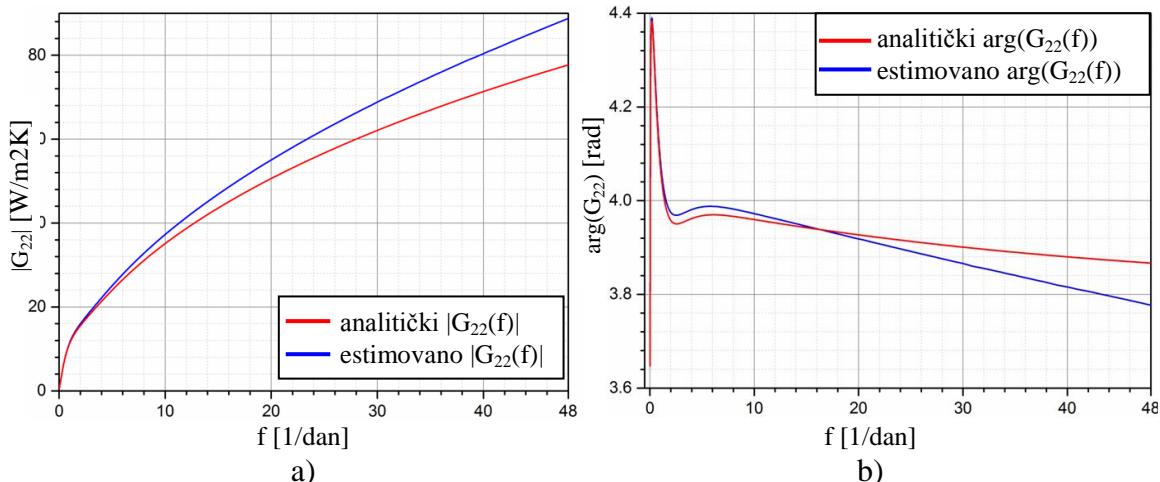
$$\begin{aligned}Y_{11} &= \frac{\alpha_{wi} \cdot (\alpha_{we} \cdot G_{11} - G_{12}^2 - G_{12} \cdot G_{22})}{\Delta} \\ Y_{22} &= \frac{\alpha_{we} \cdot (G_{12}^2 + (\alpha_{wi} \cdot G_{11}) \cdot G_{22})}{\Delta} \\ Y_{12} &= \frac{\alpha_{wi} \cdot \alpha_{we} \cdot G_{12}}{\Delta} \\ \Delta &= \alpha_{we} \cdot (\alpha_{wi} + G_{11}) - G_{12}^2 - (\alpha_{wi} + G_{11}) \cdot G_{22}\end{aligned}\quad (81)$$

S obzirom na to da se za proračun dinamičkih parametara (76), koriste moduli i argumenti funkcija  $Y_{nm}$ , koji se pak prema gornjim jednačinama (81) sračunavaju iz transfer funkcija  $G_{nm}$ , u nastavku dole biće prikazani i upoređeni moduli i argumenti za funkcije  $G_{nm}$  dobijene estimacijom i analitičkim putem.

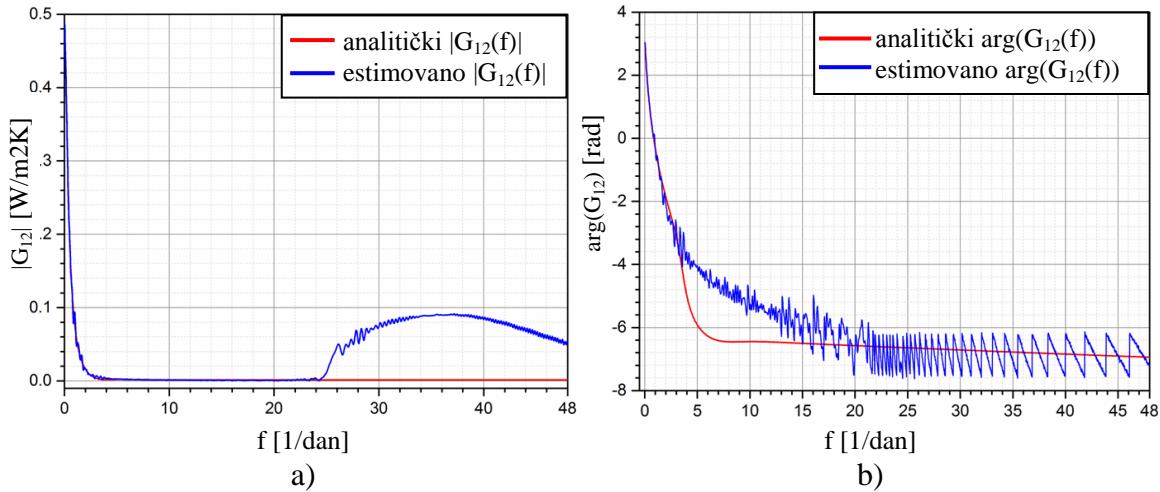
Na Slikama 52-54 prikazani su moduli i argumenti funkcija  $G_{nm}$ , dobijenih iz estimovanih (plava linija) i analitičkih (crvena linija) TIR funkcije u frekvencijskom opsegu od  $0 - 48[1/\text{dan}]$ . S obzirom na prirodu oscilovanja realnih vremenskih uslova, samo niže frekvencije ispod  $24[1/\text{dan}]$  su od praktičnog interesa.



Slika 52 a) Modul i b) argument Furijeove transformacije estimovane i analitičke TIR funkcije  $g_{11}$ .  $G_{11} = FT(g_{11})$



Slika 53 a) Modul i b) argument Furijeove transformacije estimovane i analitičke TIR funkcije  $g_{22}$ .  $G_{22} = FT(g_{22})$



Slika 54 a) Modul i b) argument Furijeove transformacije estimovane i analitičke TIR funkcije  $g_{12}$ .  $G_{12} = FT(g_{12})$

Iz prikazanih rezultata slediti da na nižim frekvencijama postoji odlično slaganje između modula i faza estimovanih i analitičkih  $G_{11}$  i  $G_{22}$  funkcija. Moduli za  $G_{12}$  se takođe dobro slažu na frekvencijama do  $24[1/\text{dan}]$ . Faze estimovanih i analitičkih funkcija  $G_{12}$  se dobro slažu na frekvencijama do  $3[1/\text{dan}]$ . Kod njih, u frekvencijskom opsegu između  $3[1/\text{dan}]$  i  $20[1/\text{dan}]$  postoji maksimalno neslaganje od  $2[\text{rad}]$ , [2].

Kompletni rezultati proračuna dinamičkih parametara prikazani su u Tabeli 22, [2]. Dinamički parametri prikazani u tabeli prema ISO 13786, su računati u svemu kako je prikazano u jednačinama (30), (40) i (42) u Poglavlju 3.2.3.

Tabela 22 Poređenje dinamičkih termičkih parametara zida za tri frekvencije dobijenih na osnovu estimovanih TIR funkcija ( $G_{nm}$ ) i prema Standardu ISO13786

Dinamičke termičke karakteristike zida	frekvencija	[1/godina]	[1/sedmica]	[1/dan]
Modul unutrašnje termičke admitanse $ Y_{11} $ [W/m <sup>2</sup> ·K]	ISO	0.447	2.514	4.712
	estimovano (odstupanje[%])	0.456 (1.99%)	2.457 (2.27%)	4.779 (1.4%)
Modul spoljašnje termičke admitanse $ Y_{22} $ [W/m <sup>2</sup> ·K]	ISO	0.445	2.341	8.689
	estimovano (odstupanje[%])	0.435 (2.35%)	2.349 (0.32%)	8.728 (0.45%)
Modul periodične termičke transmitanse $ Y_{12} $ [W/m <sup>2</sup> ·K]	ISO	0.442	0.323	0.027
	estimovano (odstupanje[%])	0.452 (2.1%)	0.322 (0.37%)	0.035 (29.98%)
Dekrement faktor $f$ [-]	ISO	0.979	0.715	0.06
	estimovano (odstupanje[%])	1.0 (2.0%)	0.712 (0.37%)	0.079 (29.98%)
Površinski termički kapacitet sa unutrašnje strane $\kappa_1$ [KJ/m <sup>2</sup> ·K]	ISO	339.422	256.86	64.819
	estimovano (odstupanje[%])	335.75 (1.08%)	251.35 (2.14%)	65.71 (1.37%)
Površinski termički kapacitet sa spoljašnje strane $\kappa_2$ [KJ/m <sup>2</sup> ·K]	ISO	281.947	248.654	119.403
	estimovano (odstupanje[%])	302.68 (7.35%)	249.19 (0.22%)	119.90 (0.42%)
Vremensko kašnjenje unutrašnje admitanse $\tau_{11}$ [h]	ISO	174.785	21.162	1.542
	estimovano (odstupanje[%])	167.36 (4.25%)	21.373 (0.99%)	1.7 (10.3%)
Vremensko kašnjenje spoljašnje admitanse $\tau_{22}$ [h]	ISO	139.461	30.73	2.51
	estimovano (odstupanje[%])	144.0 (3.26%)	30.808 (0.25%)	2.513 (0.15%)
Vremensko kašnjenje periodične termičke transmitanse $\tau_{12}$ [h]	ISO	-4343.08	-51.316	-19.744
	estimovano (odstupanje[%])	-4342.1 (0.02%)	-51.518 (0.39%)	-19.642 (0.52%)

Najveća relativna odstupanje od 29.98% dobijena su za modul periodične termičke transmitanse  $Y_{12}$  na frekfenciji od 1/dan, kao i na osnovu nje dobijenog dekrement faktora na istoj frekvenciji. Sve druge estimovane dinamičke termičke karakteristike se vrlo dobro slažu sa vrednostima dobijenim prema Standardu ISO 13786. Relativna odstupanja u odnosu na Standard su u opsegu od 0.02% do 7.35%. Na osnovu ovako dobijenih rezultata, može se zaključiti da je procena termičkih dinamičkih karakteristika zida samo na osnovu estimovanih TIR funkcija, odnosno njihovih Furijeovih transformacija, a bez poznavanja sastava zida kao i njegovih termičkih karakteristika, moguća i to sa visokom pouzdanošću.

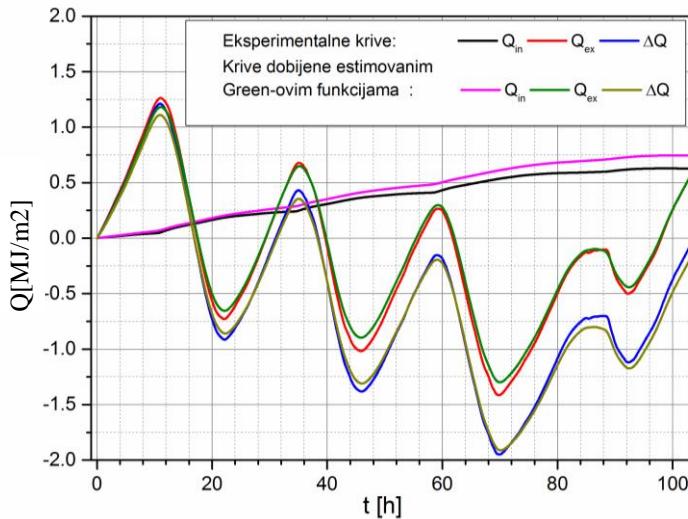
### 3.3.5.2 CS 2: Određivanje površinskih transmisionih gubitaka zida i akumulacija topline u zidu

Poznavanje toplotnih flukseva u određenom periodu, sa obe strane zida nam omogućava kvantifikovanje prenosa topline kroz dati zid u datom periodu. Toplotni gubici po  $m^2$  površine zida, shodno provođenju topline kroz zid (kondukciji), za spoljašnju i unutrašnju površinu zida mogu se iskazati preko sledećih relacija:

$$\begin{aligned} Q_{in}(t) &= \int_{t_1}^t q_{wi}(\tau) d\tau, & t > t_1 \\ Q_{ex}(t) &= \int_{t_1}^t q_{we}(\tau) d\tau, & t > t_1 \end{aligned} \quad (82)$$

Veličine  $Q_{in}(t)$  i  $Q_{ex}(t)$  predstavljaju kumulativne vrednosti toplotnih gubitaka, tj. površinskih transmisionih gubitaka, u datom periodu  $t_1 - t$  izražene u jedinici  $J/m^2$ , ili jednostavnim množenjem sa  $1/3.6 \cdot 10^6 \text{ W/s}$  možemo ih izraziti u  $kWh/m^2$  ( $1J/m^2 = 2.77778e-7 kWh/m^2$ ). Dobijene vrednosti za  $Q_{in}(t)$  i  $Q_{ex}(t)$ , kada je veličina pod integralom estimovana funkcija toplotnog fluksa na osnovu TIR funkcija, prikazane su na Slici 55 ljubičastom i zelenom bojom, respektivno, a odgovarajuće referentne vrednosti dobijene iz merenja toplotnih flukseva prikazane su crvenom i crnom bojom, [2]. Period za koji je vršen kumulativni proračun je 104h. Sa grafika se jasno uočavaju dobra slaganja između izračunatih i vrednosti kumulativnih gubitaka u predikciji.

Razlika toplotnih gubitaka sa obe strane zida predstavlja akumulaciju topline u zidu:  $\Delta Q(t) = \sum Q_{in}(t) - \sum Q_{ex}(t)$ . Kumulativna vrednost akumulacije topline za dati zid, na osnovu predikcije flukseva (svetlo zelena linija) kao i referentna vrednost dobijena izračunavanjem iz merenih flukseva (plava linija) prikazane su na istoj slici.



Slika 55 Ukupni kumulativni transmisioni gubici topline kroz zid i akumulacija topline u zidu u period od 100h. Rezultati dobijeni iz estimovanih TIR funkcija in a osnovu eksperimentalnih merenja

U toku celog period MADP greška je bila za  $Q_{in}(t)$  16.4%, za  $Q_{ex}(t)$  8.77% i za  $\Delta Q(t)$  6.11%. Greška MADP je računata na osnovu sledeće formule:

$$MADP = \frac{\sum_{i=1}^K |Q_i^{TIR} - Q_i^{ROW}|}{\sum_{i=1}^K |Q_i^{ROW}|} \times 100\% \quad (83)$$

gde su  $Q_i^{TIR}$  i  $Q_i^{ROW}$  vrednosti kumulativnih toplotnih gubiraka zida dobijene na osnovu estimovanih TIR funkcija i na osnovu eksperimentalno merene vrednosti flukseva, respektivno.

Na osnovu svega gore navedenog, može se zaključiti da je primena TIR funkcija dobijenih samo iz *in-situ* merenja, za procenu toplotnih gubitaka zida i akumulacije topline u zida moguća i da se postiže dobar nivo tačnosti predikcije.

### 3.3.5.3 CS 3: Određivanje koeficijenta prelaza topline

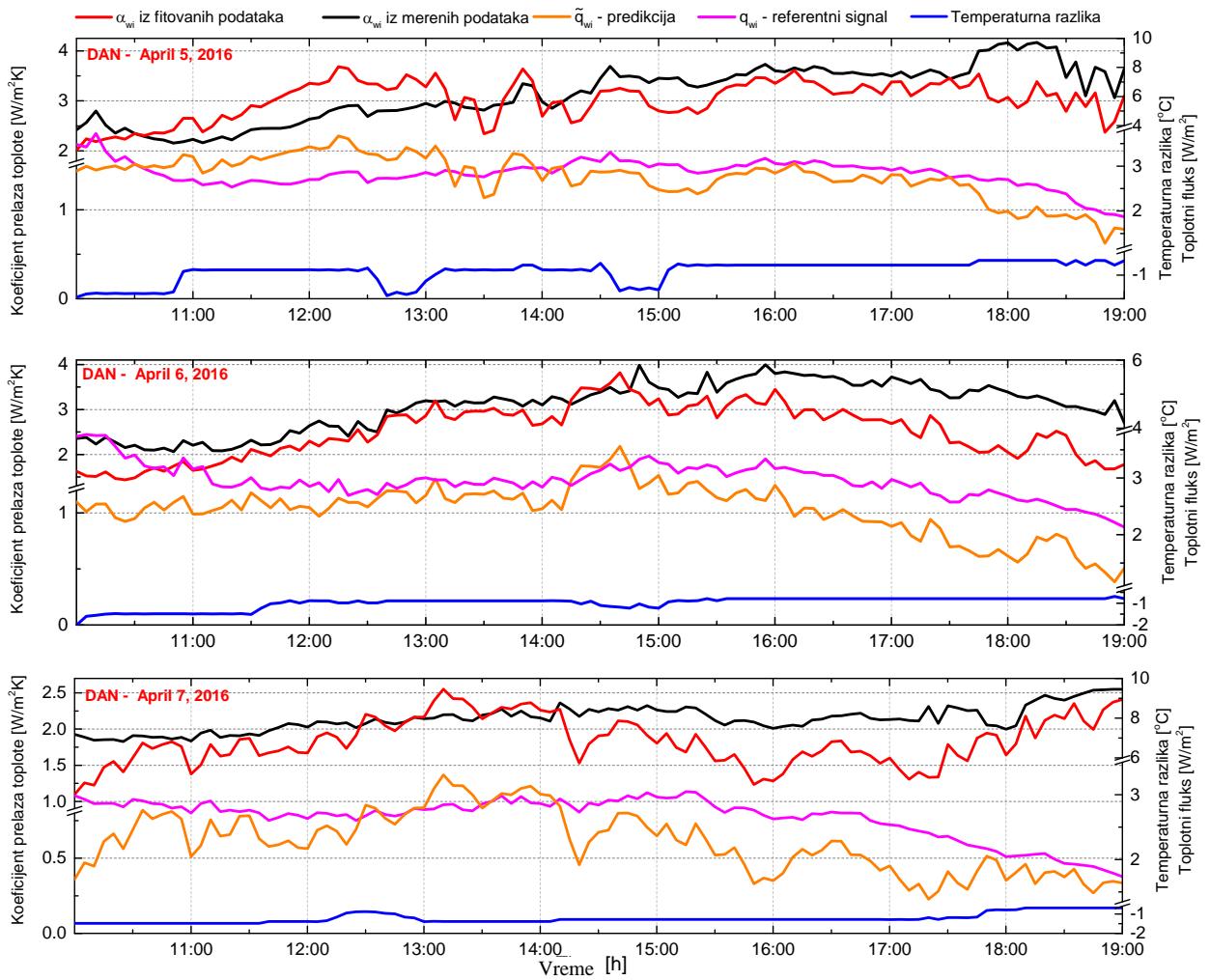
Konvektivna komponenta prenosa topline kroz termički omotač zgrade igra važnu ulogu pri proračunu energetskih potreba zgrade, čak više, postaje dominantna komponenta u koliko je dati objekat loše zaptiven, sa velikim broj izmena vazduha, ili jednostavno kod objekata koji su pozicionirani na vetrovitim lokacijama. Prenos topline konvekcijom računa se na osnovu jednačine  $q = \alpha \cdot \Delta T$ , gde je  $\Delta T$  temperaturna razlika između površine zida i okolnog vazduha, a  $\alpha$  koeficijent konvekcije koji se izražava u  $W/m^2/K$ .

$m^2K$ . Koeficijent konvekcije, tj. koeficijent prelaza topline sa čvrstog tela (u našem slučaju zida) na okolni fluid (vazduh u okolini zida) zavisi od niza parametra koji su manje ili više promenljivi u vremenu: brzine i načina strujanja vazduha (laminarno i turbulentno), gustine vazduha, specifičnog toplotnog kapaciteta vazduha, koeficijenta toplotne provodljivosti, dinamičkog viskoziteta vazduha, koeficijenta toplotnog širenja vazduha, geometrijskih dimenzija zida, same površine zida i njene strukture. Zbog svega navedenog, tačna vrednost ovog parametra je jedino moguća iz eksperimentalnih merenja, a i tada, ona bi bila validna samo za dati period kada su se realizovala merenja i ne bi mogla da ponudi praktična rešenja za slučajeve za koje ne postoji izvedeni matematički modeli. Unošenje podcenjene ili precenjene vrednosti ovog koeficijenta u kompjuterske simulacije za procenu potrebne energije, može dovesti do velikih grešaka u ukupnoj količini potrebne energije i dalje do pogrešnih projektantskih odluka. U svetskoj literaturi, od strane raznih autora razvijeni su mnogi korelacioni modeli za procenu koeficijenta prelaza topline u raznim režimima strujanja vazduha [64]. Mana ovih empirijskih modela je ta što oni važe za tačno definisane geometrije i režime strujanja vazduha definisane preko Rejnoldsovg (engl. *Rayleigh number*) i Prandtlovog broja (engl. *Prandtl number*).

Model predložen u okviru ove disertacije zahteva poznavanje TRI funkcija za dati zid kao i merene ili prognozirane spoljašnje temperature i merene ili projektovane unutrašnje temperature. Jednačina po kojoj se dobijaju vrednosti koeficijenta prelaza topline sa unutrašnje i spoljašnje strane zida, redom je [151]:

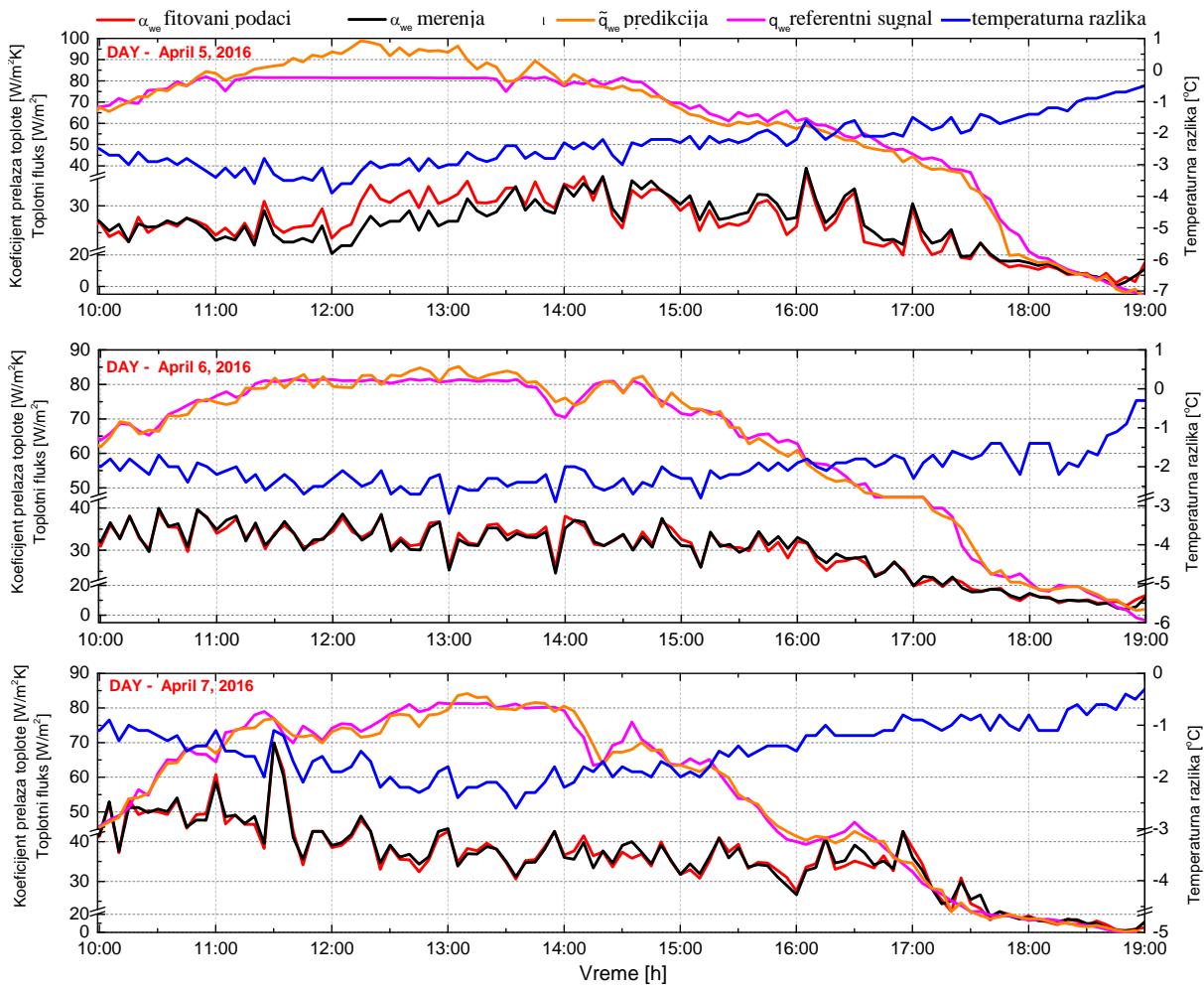
$$\begin{aligned}\alpha_{wi}(t) &= \frac{\tilde{q}_{wi,o}(t)}{T_{wi}(t) - T_i(t)} = \frac{\tilde{q}_{wi,o}(\tilde{g}_{1m,o}, T_{wi}, T_{we})}{T_{wi}(t) - T_i(t)} \\ \alpha_{we}(t) &= \frac{\tilde{q}_{we,o}(t)}{T_{we}(t) - T_e(t)} = \frac{\tilde{q}_{we,o}(\tilde{g}_{2m,o}, T_{wi}, T_{we})}{T_{wi}(t) - T_i(t)}, m = 1, 2\end{aligned}\quad (84)$$

U gornjim relacijama  $T_e$  i  $T_i$  se odnose na temperature vazduha u neposrednoj blizini zida sa spoljašnje i unutrašnje strane, dok su sve ostale oznake prethodno definisane. Na Slici 56 i Slici 57 dat je redom, grafički prikaz promene koeficijenata prelaza topline sa unutrašnje i spoljašnje strane zida u period od 10h ujutru do 19h popodne za tri dana (od 5-7. aprila). Zajedno sa promenama koeficijent prelaza topline date su i vremenske promene toplotnih flukseva i temperatura.



Slika 56 Promena unutrašnjeg koeficijenta prelaza topline, toplotnog fluksa i temperatura u periodu od 10h do 19h za dane 5. 6. i 7. april 2016. godine. Crvena:  $\alpha_{wi}$ - predikcija; crna:  $\alpha_{wi}$ - referentni signal; ljubičasta:  $\tilde{q}_{wi,o}$ ; oker:  $q_{wi}$ ; plava:  $T_{wi} - T_i$ : temperaturna razlik

Dobijena vrednost za  $\alpha_{wi}$  na osnovu predikcije  $\tilde{q}_{wi,o}$  je u opsegu od  $(1 - 4) \text{ W/m}^2\text{K}$ , a u opsegu od  $(2 - 4) \text{ W/m}^2\text{K}$  za referentnu vrednost dobijenu na osnovu merenih vrednosti za  $q_{wi}$ . Relativna greška estimovanih vrednosti koeficijenta korelacije je u opsegu  $\pm 15\%$ .



Slika 57 Promena spoljašnjeg koeficijenta prelaza topline, toplotnog fluksa i temperatura u periodu od 10h do 19h za dane 5. 6. i 7. april 2016. godine. Crvena:  $\alpha_{we}$ - predikcija; crna:  $\alpha_{we}$ - referentni signal; ljubičasta:  $\tilde{q}_{we,o}$ ; oker:  $q_{we}$ ; plava:  $T_{we} - T_e$ : temperaturna razlika

Sa Slike 57 se vidi da koeficijent prelaza topline sa spoljašnje strane zida, za navedene dane varira u opsegu od  $(25 - 40) \text{ W/m}^2\text{K}$  i to od jutarnjih do popodnevnih sati, a nakon toga počinje da opada. Slaganje između vrednosti za  $\alpha_{wi}$  dobijeneih putem predicije fluksa tj. koristeći TRI funkcije i vrednosti za  $\alpha_{wi}$ , dobijenih merenjem svih parametara, je veoma visoko sa relativnom greškom manjom od 4%. Na osnovu rezultata prikazanih na gornjim slikama uočava se da koeficijent prelaza topline sa spoljašnje strane zida  $\alpha_{we}$  prati grafik promene temperaturne razlike između zida spolja

i okolnog vazduha, dok sa unutrašnje strane koeficijent  $\alpha_{wi}$  prati promenu toplotnog fluksa na unutrašnjoj površini zida.

Treba spomenuti da su vrednosti za koeficijente prelaza toplote koje preporučuje Pravilnik o energetskoj efikasnosti u zgradarstvu [150] sledeće:  $\alpha_{wi} = 7.69W/m^2$  i  $\alpha_{we} = 25W/m^2$ . Vrednosti iz Pravilnika je moguće porebiti sa promenljivim vrednostima prikazanim na graficima gore, na sledeći način. Prema rezultatima prikazanim na Slikama 56 i 57 može se samo zaključiti da su koeficijenti prelaza toplote za dati periodi, koga karakterišu tačno određene atmosferske prilike, istog rada veličine kao i preporučene vrednosti iz Pravilnika koje se uzimaju za bilo koje promenljive uslove u kojima egzistira objekat.

### 3.3.5.4 CS 4: Određivanje koeficijenta prolaza toplote

Koeficijent prolaza toplote za heterogene ravne zidove se prema Standardu ISO6946:2007 definiše za stacionarne uslove prenosa toplote preko sledećih relacija:

$$U = \frac{q}{\Delta T} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_{wi}} + \sum_{i=1}^N \frac{d_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_{we}}} \quad (85)$$

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{U_{cond}} + \frac{1}{U_{bl}}; \quad \frac{1}{U_{cond}} = \sum_{i=1}^N \frac{d_i}{\lambda_i}; \quad \frac{1}{U_{bl}} = \frac{1}{\alpha_{wi}} + \frac{1}{\alpha_{we}}$$

gde je  $q$  toplotni fluks koji prođe kroz zid kada je temperaturna razlika između površina zidova konstantna i iznosi  $\Delta T$ ,  $U_{cond}$  predstavlja konduktivni deo koeficijenta prolaza koji odgovara prenosu toplote putem kondukcije, dok  $U_{bl}$  odgovara prenosu toplote koji se realizuje u graničnom sloju sa obe strane zida (engl. *Boundary layer*) i to na sva tri načina: kondukcijom, konvekcijom i radijacijom.

Koeficijent prelaza toplote je veoma važan termički parametar koji opisuje ponašanje zida u stacionarnim uslovima. Veoma često se koristi i kao mera energetske efikasnosti elementa za koji se računa. U koliko sada konvolucione integrale u jednačinama (50) i (51) napišemo za stacionarni režim, uvođenjem sledećih jednakosti:

$$y_1(t) = q_{wi}(t) = y_2(t) = q_{ei}(t) = q = const. \\ x_1(t) = T_{wi}(t) = T_{wi} = const. \quad (86) \\ x_2(t) = T_{we}(t) = T_{we} = const.$$

dobijamo:

$$\begin{aligned} q &= T_{wi} \int_0^\infty g_{11}(\tau) d\tau + T_{we} \int_0^\infty g_{12}(\tau) d\tau \\ q &= T_{wi} \int_0^\infty g_{21}(\tau) d\tau + T_{we} \int_0^\infty g_{22}(\tau) d\tau . \end{aligned} \quad (87)$$

Izjednačavajući gornje dve jednačine dobijamo:

$$T_{wi} \left( \int_0^\infty g_{11}(\tau) d\tau - \int_0^\infty g_{21}(\tau) d\tau \right) + T_{we} \left( \int_0^\infty g_{12}(\tau) d\tau - \int_0^\infty g_{22}(\tau) d\tau \right) = 0 \quad (88)$$

Uzimajući u obzir da je po definiciji  $g_{12}(t) = -g_{21}(t)$  i da gornja jednačina mora biti tačna za bilo koje kombinacije konstantnih temperatura  $T_{wi}$  i  $T_{we}$ , sledi zaključak da je, [2]:

$$\int_0^\infty g_{11}(\tau) d\tau = \int_0^\infty g_{21}(\tau) d\tau = - \int_0^\infty g_{12}(\tau) d\tau = - \int_0^\infty g_{22}(\tau) d\tau = U_{cond} \quad (89)$$

Na osnovu jednačine (89) sledi da se konduktini deo koeficijenta prolaza topline za zid  $U_{cond}$ , može dobiti integraljenjem transfer funkcija  $g_{nm}(t)$ , odnosno integracijom funkcija koje predstavljaju termalni odziv sistema – TIR. Vrednosti za  $U_{cond}$  dobijene korišćenjem jednačina u (89), kao i poređenje sa vrednošću dobijenom na osnovu jednačina u (85) i (84) date su u Tabeli 23. Vrednost  $U_{nm}, n, m = 1, 2$  u tabeli predstavljaju vrednosti za  $U_{cond}$  dobijene integracijom svake funkcije  $g_{nm}(t)$  pojedinačno, s tim da su posebno date vrednosti dobijene integracijom analitičkih funkcija  $g_{nm}(t)$ , a posebno estimovanih funkcija  $g_{nm}(t)$ . Pored navedenih vrednosti u tabeli je prikazana i greška u odnosu na vrednost dobijenu preko formula u (85).

Tabela 23 Koeficijent prolaza topline za višeslojni zid dobijen na osnovu transfer funkcija  $g_{nm}(t)$  i na osnovu Standarda ISO 6946.2007

	$U_{11}$ [W/m <sup>2</sup> ·K]	$U_{12}$ [W/m <sup>2</sup> ·K]	$U_{21}$ [W/m <sup>2</sup> ·K]	$U_{22}$ [W/m <sup>2</sup> ·K]
Analitičke TIR	0.4849	0.4785	0.4785	0.4832
Estimovane TIR, s=4; (greska [%])	0.4821 (0.71%)	0.4810 (0.48%)	0.4668 (2.48%)	0.4691 (2.00%)
$U_{cond}$ [W/m <sup>2</sup> ·K] ISO		0.4787		

Odstupanja vrednosti  $U_{cond}$ , dobijena na osnovu estimovanih TIR funkcija, u odnosu na vrednost iz Standarda kreću se od 0.71% do 2.48%. Ovako mala odstupanja jasno potvrđuju da se samo na osnovu TIR funkcija, dobijenih na osnovu *in-situ* merenja temperature i fluksa na površinama zida, a bez poznavanja termičkih i fizičkih karakteristika zida, može izračunati konduktivni deo koeficijenta prolaza topline sa velikom pouzdanošću. Šta više, dovoljno je poznavanje samo jednu TIR funkciju zida.

### **3.4 ZAKLJUČNA RAZMATRANJA U VEZI SA EKSPERIMENTALnim ISTAŽIVANJIMA**

U ovom poglavlju prikazan je novi numerički pristup za procenu termotehničkih karakteristika termičkog omotača zgrade i za predikciju toplotnih gubitaka i akumulaciju topline u konstrukciji objekta u nestacionarnim uslovima. Novi pristup se zasniva samo na *in-situ* eksperimentalnim merenjima temperatura i toplotnih flukseva na obe površine zida, bez prethodnog poznavanja higrotermičkih osobina i strukture zida. Novi pristup podrazumeva identifikaciju funkcija termalnog impulsnog odziva (TIR – funkcija) za termički sistem višeslojni zid, sa dva ulaza i dva izlaza, gde su merene temperature i toplotni fluksevi usvojeni kao sistemske ulazi i izlazi, respektivno.

Termički sistem je modelovan kao LTI dinamički MIMO sistem sa dva ulaza i dva izlaza. Numerička šema estimacije TIR funkcija je zasnovana na minimizaciji srednjeg kvadratnog odstupanja greške estimacije i dekonvoluciji. Zbog prirode problema dekonvolucije, koja je suštinski *ill-posed* problem, uvođenjem Tikhonovog postupka regularizacije sa jednim parametrom, skinut je nivo šuma u TIR funkcijama i prevaziđeni su numerički problemi u rešavanju *ill-posed* problema. Za dobijanje optimalnog parametra regularizacije korišćena je metoda *L*-krive i Generalizovana metoda singularne dekompozicije matrica. Celo postupak estimacije TIR funkcija je vršen u vremenskom domenu.

Procenjene TIR funkcije upoređene su sa analitičkim funkcijama, čije je izvođenje prikazano u disertaciji. Iako su samo tri od četiri TIR funkcije nezavisne, za procenu uticaja mernih podataka na tačnost dobijenih rezultata, sve TIR funkcije su procenjene nezavisno. Pokazano je da, zbog manjih temperturnih varijacija na unutrašnjoj površini zida, u poređenju sa amplitudama varijacije temperature za spoljnu površinu, estimacija

TIR funkcija koje predstavljaju odziv sistema na spoljašnje varijacije temperature je bolja od estimacije za TIR funkcije koje predstavljaju odziv sistema za ulazne varijacije sa unutrašnje strane zida. Sve estimovane TIR funkcije prema obliku i dinamici su istovetne sa odgovarajućim analitičkim funkcijama.

Praktična primena estimovanih TIR funkcija prikazana je kroz 4 studije slučaja: (1) Određivanje svih dinamičkih termičkih parametara zida; (2) Određivanje površinskih transmisioni gubitaka zida i akumulacije topline u zidu; (3) Određivanje koeficijenta prelaza topline; (4) Određivanje koeficijenta prolaza topline.

Estimacija dinamičkih termičkih karakteristika zida: termičke admitanse i transmitanse kao i njihovog vremenskog kašnjenja, dekrement faktora i površinskih toplotnih kapaciteta data je za tri karakteristične frekvencije: 1/dan, 1/sedmica, 1/godina. Maksimalno relativno odstupanje u odnosu na vrednosti dobijene na osnovu Standarda ISO13786 iznosi 7.35%, osim za vrednosti dekrement faktora i termičke transmitanse na frekvenciji 1/dan, kada je relativna greška 29.98%.

Predikcija toplotnih gubitaka za unutrašnju i spoljnu stranu zida i akumulaciju topline u poslednjih 104h merenja je pokazala da je MADP greška u odnosu na merene vrednosti iz ovog perioda 16.4%, 8.77% i 6.11% respektivno. Relativna greška za estimaciju konduktivnog dela koeficijenta prolaza topline u odnosu na vrednost prema Standardu ISO 6946:2007 je bila između 0.48% i 2.48%. Slaganje između vrednosti za estimovane koeficijente prelaza topline sa obe strane zida u odnosu na vrednosti dobijene na osnovu merenja je veoma visoko, sa relativnom greškom manjom od 4% za spolja i 15% za koeficijent prelaza topline sa unutrašnje strane. Vršeći poređenje sa preporučenim vrednostima ovih koeficijenata prema Pravilniku o energetskoj efikasnosti u zgradarstvu [150], može se zaključiti da su estimovane i preporučene vrednosti istog reda veličine, s tim da se estimovane odnose samo na period kada su vršena merenja, dok preporučene važe uvek.

Na osnovu izloženih rezultata, može se zaključiti da je, poznavajući TIR funkcije zida, moguće precizno predvideti sve dinamičke termičke parametre zida, koeficijent prolaza topline, koeficijente prelaza topline kao i da je moguće vršiti predikciju toplotnih gubitaka zida i akumulaciju topline u zidu za nove vremenske uslove definisane preko

unutrašnjih i spoljašnjih temperatura zida ili unutrašnjih i spoljašnjih temperature vazduha u neposrednoj blizini zida.

Pored navedenih rezultata, novorazvijeni pristup ima i sledeće prednosti: obim merenih podataka na osnovu kojih je vršena estimacija TIR funkcija je mali; korišćena aparatura nije skupa i lako je dostupna na tržištu; postavka eksperimenta ne iziskuje uništavanje ili oštećenje dela omotača na kome se realizuje, obrada podataka ne iziskuje skupa softverska i hardverska rešenja, vreme procesuiranja, čak i velikog broja podataka je malo.

Na osnovu brojne praktične primene i dobijenih pouzdanosti rezultata u tim primenama, kao i sagledanih ostalih prednosti, može se zaključiti da bi, ovde prikazani novi numerički pristup za estimaciju TIR funkcija, mogao lako da nađe svoju primenu u softverskim rešenjima za energetsko modelovanje objekta, kao i u drugim softverima koji se bave analizom zgrada sa različitim aspekata, a gde je potrebno vršiti ocenu energetskih performansi zgrade na bazi dinamičkih parametara. Ovakva analiza zgrade, sa različitim aspekata, gde će za ocenu energetskih performansi zgrade biti uključena većina parametara koji se mogu dobiti na osnovu prikazanog modela ovde, biće prikazana u narednom poglavlju.

## **4 PRIMENA VIŠEKRITERIJUMSKE ANALIZE NA IZBOR GRAĐEVINSKIH MERA U CILJU SMANJENJA TOPLOVNIH GUBITAKA ZGRADE**

### **4.1 OPIS PROBLEMA**

U cilju što bolje analize termičkih performansi objekta, a sa tim u vezi i njegove energetske efikasnosti, razvijena metodologija prikazana u prethodnom poglavlju i te kako nalazi svoju primenu. Parametri koji su dobijeni primenom razvijene metodologije: toplovi gubici sa obe strane zida, akumulacija topline u zidu, dinamički termički parametri zida, kao što su dekrement faktor i vremensko kašnjenje i dr., kao i koeficijenti prolaza topline i koeficijent prolaza topline su značajni parametri energetske efikasnosti svakog elementa. Ali nisu i jedini. U ovom poglavlju će se ocena podobnosti pojedinih građevinskih mera primenjenih u cilju smanjenja potrebne energije za grejanje u objektima proširiti sa termičkog aspekta i na druge aspekte, prvenstveno finansijske i ekološke. Na ovaj način je rešavanje problema odabira građevinskih mera pri energetskoj sanaciji objekta prošireno sa jednog na više kriterijuma i time je direktno postavljen zadatak višekriterijumske optimizacije.

U Poglavlju 2.2.2 razmatrana je višekriterijumska analiza kao alat za rešavanje problema energetske optimizacije zgrada. Analizom brojne literature utvrđen je nagli porast primene različitih optimizacionih modela u procesu donošenja investicionih odluka u oblasti energetske efikasnosti u zgradarstvu. Naučna zajednica se složila u jednom: skup kriterijuma na osnovu kojih se donosi odlika, kao i skup indikatora koji služe za kvantifikaciju predloženih kriterijuma, treba proširiti na što veći broj zainteresovanih strana, sa ciljem uspostavljanja bilansa između svih ispoljenih suprotnosti, konfliktnih ciljeva, neizvesnosti i ograničenja u okviru projekta. Analiza literature je pokazala da se proces optimizacije izbora mera pri energetskoj sanaciji objekta može sagledati kroz četiri aspekt: 1) ekonomski aspekt, 2) upotreba resursa, 3) uticaj na životnu sredinu i 4) zadovoljenje uslova komfora. Na osnovu pregleda literature, nijedan od analiziranih optimizacionih modela (Tabela 13) nije u sebi sadržao

sve navedene aspekte, veća najčešće samo dva aspekta, i to najčešće upotrebu resursa u kombinaciji sa još jednim navedenim aspektom.

Uzimajući u obzir sve navedene aspekte, u ovom poglavlju je definisan model za optimizaciju izbora građevinskih mera u cilju smanjenja potrošnje energije za grejanje. Definisani model, izbor građevinskih mera sagledava kroz četiri parametra: 1) Energetski parametri; 2) Uslovi komfora; 3) Finansijski parametri i 4) Ekološki parametri. Kvantifikacija navedenih parametara je urađena preko 10 indikatora (2-3 indikatora za svaki parametar). Model je proširen uvođenjem koncepta superiornosti pojedinih parametara i indikatora u cilju lakšeg dolaska do superiornog rešenja.

Ovako definisan model je primjenjen u okviru studije slučaja za izbor građevinskih mera pri energetskoj sanaciji fasadnog zida kod stambenih objekata sa ciljem smanjenja energije za grejanje. Razlog izbora fasadnog zida za studiju slučaja je više nego očigledan imajući u vidu sledeće. Kod stambenih objekata najveći deo energije odlazi na zagrevanje objekta, a odmah zatim sledi energija koja se koristi za hlađenje objekta. Najveći deo toplotnih gubitaka/dobitaka se realizuje kroz termički omotač zgrade, dok se manji deo energije gubi u procesu prenošenja toplote kroz sistem za grejanje (ili sistem za hlađenje). Sa ovim u vezi, najveći značaj pri energetskoj sanaciji objekta ima izbor najpovoljnije mere za sanaciju termičkog omotača zgrade. Najveći deo termičkog omotača čine fasadni zidovi objekta. Stoga izbor optimalne građevinske mere za sanaciju fasadnog zida je od ključne važnosti za smanjenje potrebne energije za grejanje u zgradama.

U narednom poglavlju dat je predlog metode za višekriterijumsko odlučivanje sa prikazom matematičke osnove na kojoj se zasniva predložena metoda. Dalje, izvršena je analiza strukture termičkog omotača stambenih zgrada u Srbiji, sa ciljem odabira karakterističnog zida za energetsku sanaciju i definisanja mogućih alternativa tj. različitih građevinskih mera koje se predlažu. U nastavku, formiran je skup mogućih alternativa, određene su kriterijumske i podkriterijumske funkcije za vrednovanje alternativa, čime je definisan optimizacioni model za izbor građevinskih mera za energetska sanaciju odabranog zida. Rezultati proračuna optimizacionog modela za različite scenarije odlučivanja, zajedno sa analizom osetljivosti rešenja na različite ulazne parametre dati su u nastavku. Zaključna razmatranja vezana za odabir metode,

sveobuhvatnost optimizacionog modela, njegovu primenljivost na rešavanje optimizacionih problema iz oblasti energetske efikasnosti u zgradarstvu i konzistentnost dobijenih rezultata dati su na kraju ovog poglavlja.

## **4.2 PREDLOG METODE ZA VIŠEKRITERIJUMSKO ODLUČIVANJE**

U svetskoj literaturi se može naći veliki broj metoda višekriterijumske analize. Razlozi za snažan razvoj i neobičnu popularnost ovih metoda leže kako u teorijskoj tako i u praktičnoj prirodi ovih metoda. U teorijskom smislu metode višekriterijumske analize su pogodne za probleme koji nisu dovoljno dobro struktuirani (engl. *ill structured problems*), a u praktičnom smislu one nude veliku pomoć u rešavanju svakodnevnih zadataka, upravljačkih akcija, i dobar su alat u projektovanju i metodološkoj podršci u eksploataciji najraznovrsnijih sistema. Detaljan pregled velikog broja ovih metoda dat je u literaturi [152].

Neke od najpoznatijih metoda za podršku višekriterijumskom odlučivanju su: PROMETHEE I i II metoda, PROMETHEE DSS, ELECTRE, VKO, AHP/ANP, (metoda analitičkih hijerarhijskih procesa) i slične. Izbor metode za ocenu podobnosti primene građevinskih mera pri energetskoj sanaciji fasadnog zida u cilju smanjenja potrebne energije za grejanje sproveden je uzimajući u obzir sledeće:

- odluku je potrebno doneti između više mogućih, alternativnih rešenje;
- izbor mera je potrebno sprovesti na osnovu celovite analize problema, uzimajući u obzir više kriterijuma;
- u procesu odlučivanja poželjno je učešće svih zainteresovanih strana (transparentnost);
- predloženom merom/merama se želi uspostaviti ravnoteža očiglednih suprotnosti između ekonomskih, društvenih i drugih interesa (npr. ekoloških) radi zadovoljena dugoročnih ciljeva;
- potrebno je težiti najboljem kompromisnom rešenju; i

- potrebno je da se analizom osetljivosti analiziraju rešenja koja proističu iz preferenci različitih zainteresovanih grupa.

S obzirom na sve navedene pretpostavke koje izabrana metoda treba da ispunji, izabrana je Metoda analitičkih hijerarhijskih procesa (AHP metoda) (engl. *Analytical Hierarchical Process, AHP*). Metoda je bazirana na principima višekriterijumskog kompromisnog rangiranja alternativnih rešenja, gde se iz jedne raspoložive grupe alternativa bira najpovoljnija, a na osnovu definisanog broja kriterijuma za odlučivanje. AHP metoda spada u jednu od najpoznatijih metoda naučne analize scenarija i donošenja odluka konzistentnim vrednovanjem hijerarhija čije elemente čine ciljevi, kriterijumi, podkriterijumi i alternative. U oblasti građevinarstva AHP metoda se primenjuje kako prilikom izbora optimalnih rešenja vezanih za samu fazu izvođenja radova [153] [154] [155] [156], tako i prilikom donošenja nekih strateških odluka u predinvesticionim fazama realizacije investicionog projekta [157] [158].

U nastavku je prikazana matematička osnova AHP metode.

#### **4.2.1 Višekriterijumsko kompromisno rangiranje alternativnih rešenja- AHP metoda (*Analytical Hierarchical Process*).**

Metoda Analitički hijerarhijski proces – AHP, zasnovana je na razlaganju složenog problema u jednu hijerarhijsku strukturu, gde se na vrhu nalazi cilj, dok su kriterijumi, podkriterijumi i alternative formirani na više hijerarhijskih nivoa. Donosilac odluke vrši poređenje elemenata u parovima na svakom hijerarhijskom nivou u odnosu na element na višem nivou, korišćenjem takozvane Satijeve skale. Krajnji rezultat poređenja su vektori relativnog značaja (prioriteta) kriterijuma i alternativa u odnosu na cilj.

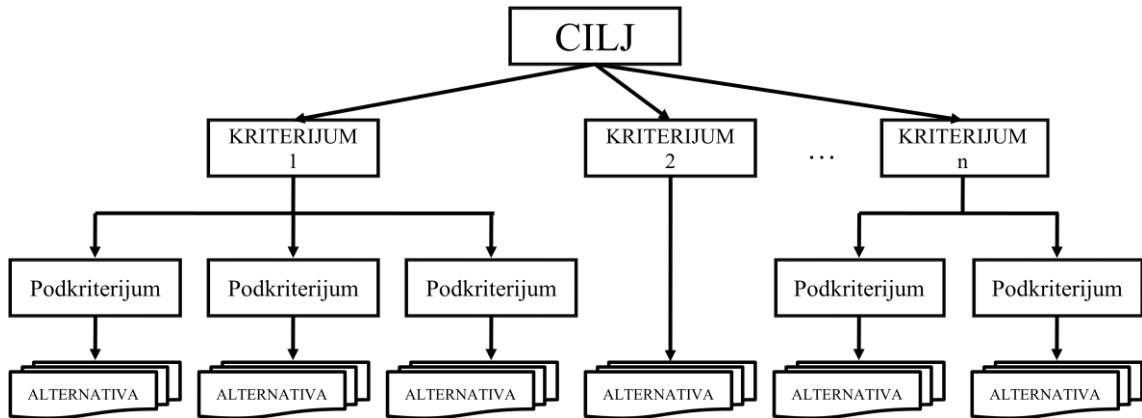
Centralno mesto u vrednovanju elemenata hijerarhije po AHP metodi imaju matrice poređenja dobijene transformacijom semantičkih ocena donosioca odluke o međusobnom značaju elemenata u numeričke vrednosti. Tako se, u odnosu na svaki element hijerarhije iz višeg nivoa, formira po jedna matrica poređenja  $A$ , vrednovanjem elemenata iz posmatranog nivoa hijerarhije. Iz svake takve matrice treba izvući vektor prioriteta elemenata koji se može označiti kao  $W$ .

#### **4.2.1.1 Matematička osnova AHP metode**

Matematičku i idejnu osnovu AHP metode definisao je Thomas Saaty [159]. Ova metoda spada u klasu metoda meke optimizacije. AHP je alat za formiranje i analizu hijerarhije odlučivanja koja se sprovodi u četiri koraka:

1. Prvi korak je razvijanje hijerarhijskog modela problema odlučivanja sa ciljem na vrhu, kriterijumima i podkriterijumima na nižim nivoima i alternativama na dnu hijerarhije (formiranje kostura).
2. Nakon definisanja hijerarhije (kostura), na svakom nivou hijerarhijske strukture u parovima se međusobno porede elementi pri čemu se preference donosioca odluke izražavaju uz pomoć odgovarajuće skale (Satijeva skala relativne važnosti) koja ima 5 stepena i 4 međustepena verbalno opisanih intenziteta i odgovarajućih numeričkih vrednosti za njih u rasponu od 1 do 9 (Tabela 24).
3. Procena relativnih težina je treća faza primene metode AHP. Matrica poređenja će se po parovima *prevesti* u probleme određivanja sopstvenih vrednosti, radi dobijanja normalizovanih i jedinstvenih sopstvenih vektora, kao i težina za sve attribute na svakom nivou hijerarhije, sa vektorom težina  $\mathbf{W} = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ . Posle ovoga sledi određivanje rešenja problema, a ono podrazumeva nalaženje tzv. kompozitnog normalizovanog vektora težina.
4. Poslednji korak je sprovođenje analize osetljivosti rešenja.

Na Slici 58 prikazan je hijerarhijski struktuiran model odlučivanja u opštem slučaju. Model se sastoji od cilja, kriterijuma, nekoliko nivoa podkriterijuma i alternativa. Cilj je na vrhu kostura hijerarhije i on se ne poredi sa drugim elementima. Na prvom sledećem nivou nalaze se kriterijumi, koji se u parovima, svaki sa svakim, porede u odnosu na neposredno nadređeni element na višem nivou - cilj. Broj poređenja iznosi  $n \cdot (n - 1)/2$ , gde  $n$  predstavlja broj elemenata koji se porede. Isti postupak se ponavlja na svim hijerarhijskim nivoima, sve do poslednjeg (najnižeg) nivoa (nivo alternativa).



Slika 58 Opšti hijerarhijski model AHP

Na ovaj način se dobijaju matrice poređenja. Aksiomi koje je postavio Thomas Saaty [159], a koji važe za elemente matrice poređenja su sledeći:

- *Aksiom recipročnosti* – ako je element  $A$ ,  $n$  puta značajniji od elementa  $B$ , tada je element  $B$ ,  $1/n$  puta značajniji od elementa  $A$
- *Aksiom homogenosti* – poređenje ima smisla jedino ako su elementi uporedivi – npr. ne može se porediti težina komarca i težina slona
- *Aksiom zavisnosti* – dozvoljava se poređenje među grupom elemenata jednog nivoa u odnosu na element višeg nivoa, tj. poređenja na nižem nivou zavise od elemenata višeg nivoa.
- *Aksiom očekivanja* – svaka promena u strukturi hijerarhije zahteva ponovo računanje prioriteta u novoj hijerarhiji.

Poređenje dva elementa hijerarhije može da ima sledeće numeričke vrednosti iz Satijeve skale [159]:

$$S = \left\{ \frac{1}{9}, \frac{1}{8}, \frac{1}{7}, \frac{1}{6}, \frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \right\}. \quad (90)$$

Nivo značajnosti koji je definisan vrednostima iz Satijeve skale dat je u narednoj tabeli (Tabela 24):

Tabela 24 Satijeva skala vrednovanja alternativa, [159]

Vrednosti u skali	Nivo značajnosti	Definicija
1	Istog značaja	Dva elementa su identičnog značaja u odnosu na cilj
3	Slaba dominantnost	Iskustvo ili rasuđivanje neznatno favorizuju jedan element u odnosu na drugi
5	Jaka dominantnost	Iskustvo ili rasuđivanje znatno favorizuju jedan element u odnosu na drugi
7	Demonstrirana dominantnost	Dominantnost jednog elementa potvrđena u praksi
9	Apsolutna dominantnost	Dominantnost najvišeg stepena
2, 4, 6, 8	Međuvrednosti	Potreban kompromis ili dalja podela

Rezultati poređenja elemenata na jednom nivou hijerarhije smeštaju se u matrice poređenja  $\mathbf{A}$ . Pri tome, element matrice  $\mathbf{A}$ ,  $a_{ij}$  predstavlja odnos elementa  $i$  prema elementu  $j$ . Ukoliko ima  $n$  elemenata na jednom hijerarhijskom nivou, matrica poređenja je dimenzija  $n \times n$ . Da bi se očuvala konzistentnost rasuđivanja, elementi  $a_{ji}$  imaju recipročnu vrednost odgovarajućih elemenata  $a_{ij}$ , a elementi na dijagonali matrice jednaki su 1. Često se zbog jednostavnosti u predstavljanju, u okviru matrice prikazuju samo elementi iznad glavne dijagonale, a recipročne vrednosti se mogu zapisati kao negativne vrednosti u poređenju (npr. umesto  $\frac{1}{4}$ , pišemo  $-4$ ).

U savršenom svetu, koji odgovara idealno konzistentnom vrednovanju ( $a_{ij} \cdot a_{jk} = a_{ik}, \forall i, j, k = 1 \dots n$ ), matrica poređenja  $\mathbf{A}$  dimenzija  $n \times n$ , dobila bi se iz odnosa relativnih težinskih koeficijenata elemenata na sledeći način:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} w_1/w_1 & w_1/w_2 & \cdots & w_1/w_n \\ w_2/w_1 & w_2/w_2 & \cdots & w_2/w_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_n/w_1 & w_n/w_2 & \cdots & w_n/w_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}. \quad (91)$$

gde je  $w_i$  relativni težinski koeficijent elementa  $i$ .

U literaturi je definisano više metoda za dobijanje vrednosti težinskih koeficijenata  $\mathbf{W}^T = [w_1, w_2, \dots, w_n]$  koje bi odgovarale odgovarajućim elementima matrice  $\mathbf{A}$ . Saaty predlaže da se za matricu  $\mathbf{A}$  prvo odredi njena glavna sopstvena vrednost  $\lambda_{max}$ , [159]. Odgovarajući vektor sopstvene vrednosti  $\lambda_{max}$ , matrice  $\mathbf{A}$  može se zatim uzeti kao vektor približnih vrednosti težinskih koeficijenata  $\mathbf{W}$ .

Sopstvene vrednosti  $\lambda$  matrice  $\mathbf{A}$  dobijaju se rešavanjem karakterističnog polinoma:

$$P_A(\lambda) := \det(\lambda\mathbf{I} - \mathbf{A}) \quad (92)$$

gde je  $\mathbf{I}$  jedinična matrica. Iz opšte teorije o karakterističnim polinomima važi:

$$P_A(\lambda) = \lambda^n - (\text{trace}\mathbf{A})\lambda^{n-1} + \dots + (-1)^n \det\mathbf{A} \quad (93)$$

S obzirom da je matrica  $\mathbf{A}$  pozitivna recipročna matrica, čiju su svi elementi na glavnoj dijagonali jednaki 1, onda je  $\text{trace}\mathbf{A} = n$ , a  $P_A(\lambda) = \lambda^n - n\lambda^{n-1} + \dots + (-1)^n \det\mathbf{A}$ . Za slučaj kada je matrica  $\mathbf{A}$  konzistentna karakteristični polinom ima oblik  $P_A(\lambda) = \lambda^n - n\lambda^{n-1}$ , a njegove nule su  $\lambda = 0$  i  $\lambda = n$ , odnosno glavna svojstvena vrednost je tada  $\lambda_{max} = n$ , a vektor težinskih koeficijenata  $\mathbf{W}$  se tada može tačno odrediti i on je jednak sopstvenom vektoru matrice  $\mathbf{A}$  koji odgovara sopstvenoj vrednosti  $n$ . Tada važi da je  $a_{ij} = w_i/w_j$ .

Ako je matrica  $\mathbf{A}$  nekonzistentna, onda to povlači za sobom da u jednačini (93) postoje članovi čiji je stepen manji od  $n - 1$ , što daje efekat da je  $\lambda_{max} > n$  i tada je  $a_{ij} \neq w_i/w_j$ .

S obzirom da je matrica  $\mathbf{A}$  pozitivna važi Perron-Frobeniusa teorema. U linearnoj algebri, Perron-Frobeniusa teorema [160] tvrdi da za matricu  $\mathbf{A}$ , koja je dimenzija  $n \times n$ , nenegativna i primitivna ( $\mathbf{A}^k > 0$ , za neko  $k$ ), važi da ima jednu jedinstvenu sopstvenu vrednost  $\lambda$  (realno različito rešenje karakteristične jednačine) koja je pozitivna i veća (absolutno gledano) od ostalih (koje su moguće kompleksne) sopstvenih vrednosti date matrice. Kada je tako, tada postoji sopstveni vektor  $\mathbf{W}$  (naziva se Perronov vektor), koji odgovara toj sopstvenoj vrednosti i on je pozitivan vektor. Saaty predlaže [159] da se za vektor približnih vrednosti težinskih koeficijenata  $\mathbf{W}$  usvoji Perronov vektor.

Kada se odredi vektor  $\mathbf{W}$ , on se prvo normalizuje tako što se njegovi elementi podele svojom sumom, a zatim se množi težinskim koeficijentom elementa sa višeg nivoa koji je korišćen kao kriterijum pri poređenju. Procedura se zatim ponavlja idući od viših ka nižim nivoima hijerahije. Težinski koeficijenti se računaju za svaki element na datom nivou i isti se zatim koriste za određivanje tzv. kompozitnih relativnih težinskih koeficijenata elemenata u nižim nivoima.

Nakon sprovođenja postupka do najnižeg hijerarhijskog nivoa na kome su alternative, dobijaju se vektori težinskih koeficijenata alternativa u odnosu na svaki kriterijum sa nivoa iznad. Za svaku alternativu se potom posebno sabiraju vrednosti dobijenih težinskih koeficijenata, a dobijeni podatak predstavlja težinu posmatrane alternative u modelu. Ovako dobijeni koeficijenti nazivaju se kompozitni težinski koeficijenti alternativa. Zbir ovih koeficijenata je 1. Poznavajući kompozitne težinske koeficijente svih alternativa, donosilac odluke raspolaže sa dve ključne informacije: poznat je značaj svake alternative u odnosu na cilj na vrhu hijerarhije (ocena značajnosti) i utvrđen je redosled alternativa po značaju (rangiranje).

#### **4.2.1.2 Konzistentnost rešenja**

U procesu donošenja odluka, donosilac je često sklon da odluke donosi nekonzistentno, odnosno da nesvesno različito rasuđuje i vrednuje pojedine kriterijume. Jedna od prednosti AHP metode je i ta što na određeni način ublažava ovaj problem tako što u sebi sadrži matematički model proračuna stepena nekonzistentnosti odluka. Pored toga, i sama redundantnost poređenja u parovima proizvodi da ova metoda nije previše osetljiva na greške u rasuđivanju. Ova metoda daje mogućnost da se mere greške u rasuđivanju, tako što se proračunava indeks konzistencije za dobijenu matricu poređenja, a zatim sračunava i stepen konzistentnosti.

Ukoliko matrica  $\mathbf{A}$  sadrži nekonzistentne procene (u praksi je to česta pojava), vektor težina  $\mathbf{W}$  se može dobiti rešavanjem jednačine:

$$(\mathbf{A} - \lambda_{max} \mathbf{I}) \cdot \mathbf{W} = 0, \text{ uz uslov } \sum w_i = 1 \quad (94)$$

Pri čemu je  $\lambda_{max}$  najveća (glavna) sopstvena vrednost matrice  $\mathbf{A}$ , ili

$$\mathbf{A} * \mathbf{w} = n * \mathbf{w} \Rightarrow \sum_j a_{ij} w_j = n w_i \quad (95)$$

odakle je

$$w = \frac{1}{n} \sum_j a_{ij} w_j \quad (96)$$

zbog

$$\sum_i a_{ij} = \frac{w_1 + w_2 + \dots + w_n}{w_j} \quad (97)$$

važi

$$w_i = \frac{1}{n} \sum_j \frac{a_{ij}}{\sum_i a_{ij}} \quad (98)$$

Sinteza prioriteta vrši se na način da se lokalni prioriteti alternativa ponderišu težinama svih čvorova kojima pripadaju od najnižeg nivoa hijerarhijske strukture prema vrhu, a zatim se ti globalni prioriteti za najviši nivo sabiraju čime se formira ukupni prioritet za pojedinu alternativu.

Zbog prethodno opisanih svojstava matrice  $\mathbf{A}$  važi da je  $\lambda_{max} \geq n$ , a razlika  $\lambda_{max} - n$  se koristi u merenju konzistencije procena. U slučaju nekonzistentnosti, što je  $\lambda_{max}$  bliži  $n$ , procena je konzistentnija.

Za proračun stepena konzistentnosti  $CR$  potrebno je sračunati prvo indeks konzistentnosti  $CI$  prema relaciji [159]:

$$CI = \frac{\lambda_{max} - n}{n - 1} \quad (99)$$

AHP metoda omogućava praćenje konzistentnosti procena u svakom trenutku postupka upoređivanja u parovima. Uz pomoć indeksa konzistencije  $CI$  proračunava se stepen konzistentnosti  $CR$  kao [159]:

$$CR = \frac{CI}{RI} \quad (100)$$

gde je RI slučajni indeks (indeks konzistencije za matrice reda  $n$  slučajno generisanih poređenja u parovima). Razni autori su vršili estimaciju vrednosti indeksa RI i dobijali različite vrednosti u zavisnosti od metode simulacije i broja generisanih matrica uključenih u proces. Najčešće korištene vrednosti koje se sreću u svetskoj literaturi jesu vrednosti koje je proračunao Saaty [159]. Ove vrednosti su prikazane u Tabeli 25.

Tabela 25 Vrednosti RI slučajnih indeksa prema [159]

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
RI	0	0	0.52	0.89	1.11	1.25	1.35	1.40	1.45	1.49

Ako je za matricu  $A$ ,  $CR \leq 0.10$ , procene relativnih važnosti kriterijuma (prioriteta alternativa) smatraju se prihvatljivim. U suprotnom, treba ispitati razloge zbog kojih je nekonistentnost procena neprihvatljivo velika, ukloniti ih i ponoviti proces poređenja u parovima. Ako ponavljanje procedure u nekoliko koraka ne dovede do sniženja stepena konistentnosti do tolerantnog limita, sve rezultate treba odbaciti i ponoviti ceo postupak od početka.

### 4.3 FORMIRANJE OPTIMIZACIONOG MODELA

Prvi korak u rešavanju optimizacionih problema jeste formiranje optimizacionog modela. Kako je prethodno rečeno, predloženi optimizacioni model je hijerarhijski modela koji se sastoji od više nivoa: na najvišem nivou je cilj, zatim kriterijumi i podkriterijumi na nižim nivoima i alternative na dnu hijerarhije. U okviru ovog poglavlja biće definisani svi nivoi optimizacionog modela. Prvo će se definisati skupa mogućih alternativa, tj. građevinskih mera za sanaciju jednog karakterističnog zida, a zatim postaviti kriterijumi i podkriterijumi za ocenu predloženih građevinskih mera. Na kraju poglavlja biće predloženi različiti scenariji po kojima će se u narednim poglavljima vršiti proračun modela i u svetu kojih će se analizirati dobijeni rezultati.

#### 4.3.1 Izbor građevinskih mera za ocenu i vrednovanje

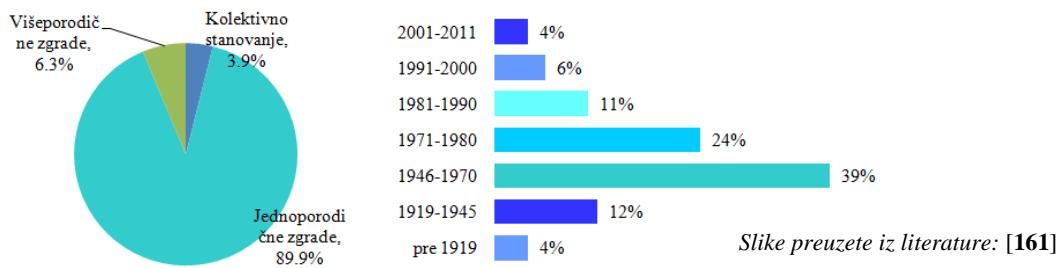
Izrada optimizacionog modela podrazumeva da se za jedan model fasadnog zida definiše više mogućih građevinskih mera za energetsku sanaciju istog. Kako bi se izabrao jedan karakterističan model fasadnog zida bilo je potrebno prvo uraditi analizu

strukture termičkog omotača stambenih zgrada u Srbiji. Karakteristični model fasadnog zida je trebalo da bude među najzastupljenijim u stambenom fondu kao i među zidovima koji imaju jako loše termičke karakteristike i čijom bi se sanacijom znatno doprinelo smanjenju potrebne energije za grejanje u objektu.

U okviru narednog poglavlja urađena je analiza strukture termičkog omotača stambenih objekata po periodima izgradnje, po vrsti korišćenih građevinskih materijala, posebno po debljini termoizolacije i otporu prolazu toplote koje pojedini zidovi imaju. Na osnovu navedenog, usvojen je karakteristični fasadni zid za koji je dalje analizirana primena određenih građevinskih mera i definisan skup predloženih alternativa.

#### **4.3.1.1 Analiza strukture termičkog omotača stambenih zgrada u Srbiji**

Studija o energetskim karakteristikama zgrada u Srbiji pod nazivom *Atlas porodičnih kuća Srbije [161]*, koju je izradila grupa autora sa Arhitektonskog fakulteta u Beogradu, u okviru EU projekta TABULA, analizira kompletну strukturu zgrada za porodično stanovanja u Srbiji sa aspekta njihove energetske efikasnosti i definiše njihovu osnovnu tipologiju. U okviru ove studije izvršeno je kvantitativno istraživanje na terenu *licem u lice* za ukupno 6000 stambenih zgrada. Autori ove studije ističu da su period izgradnje objekta kao i sa tim u vezi (ne)korišćenja termoizolacije, veoma bitni sa aspekta energetskog strukturiranja stambenog fonda. Struktura stambenog fonda kao i procentualna zastupljenost stambenih objekata u odnosu na relevantne periode građenja data je na Slici 59.



Slika 59 Struktura stambenog fonda po periodima izgradnje, [161]

U ukupnom stambenom fondu najzastupljenije su zgrade za jednoporodično stanovanje, čak sa 89%. Najintenzivnije doba građenja je vezano za period posleratne obnove od

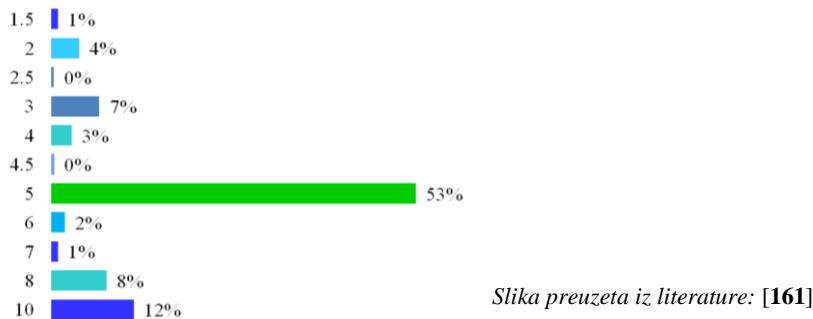
1946-1970., iz koga proističe gotovo 40% ukupnog fonda zgrada. Zgrade sagrađene pre 1946. god. čine svega 16% ukupnog fonda i građene su tradicionalnim tehnikama i materijalima. Fasadni zidovi su ili sistema bondruk sa ispunom od čatme ili su to masivne zidane konstrukcije koje su se izvodile od pune opeke ili kamena, debljine zida 25, 38 ili 50 cm, pa čak i više. Takve starije zgrade masivnih debelih zidova, iako termički neizolovane, zbog velike debljine konstrukcije i relativno niskog stepena zagrevanja prostora, ne predstavljaju tako veliki problem u smislu termičkih gubitaka. Kod zgrada građenih u periodu 1946. do 1970. godine, došlo je do primene novih materijala i statički laganijih konstrukcija, a dodatno, s obzirom na to da ovaj period karakteriše nepostojanje zahteva i propisa o termičkoj zaštiti, one predstavljaju najveći problem u smislu energetske potrošnje. Prosečni gubici toplote kod ovih zgrada kreću se uglavnom između 200 i 250 kWh/m<sup>2</sup> godišnje.

U periodu od 1970. pa sve do 1987. godine (35% izgrađenog stambenog fonda) vrlo je česta izgradnja vitkih skeletnih konstrukcija ili poprečnih betonskih nosećih zidova, a ispuna između noseće konstrukcije radila se često kao stolarski element sa izuzetno lošim termičkim karakteristikama. Česti su i betonski parapetni paneli, bez ikakve termičke zaštite. Osnovna karakteristika gradnje u ovom periodu, s obzirom na termičku zaštitu, je sa jedne strane usvajanje prvih propisa o termičkoj zaštiti zgrada (Tabela 27) i početak skromnog korišćenja termičke izolacije, a sa druge strane gradnja statički vitkih, tankih konstrukcija, velikih staklenih površina i zapravo termički vrlo loših objekata. Armirano betonske konstrukcije zidova izvode se bez ili sa izolacijom tipa heraklit, drvolit ili okipor koja se stavlja u oplatu kod betoniranja. Parapeti su često betonski prefabrikati. Armirano betonski zidovi izvode se u minimalnim statičkim debljinama od 16 i 18cm, ređe 20cm. Zidane konstrukcije izvode se uglavnom od šuplje blok opeke 19 cm, (ili pune opeke 25 cm) koja obostrano malterisana jedva zadovoljava tadašnje minimalne uslove za termičku izolaciju. Ne posvećuje se gotovo nikakva pažnja rešavanju detalja karakterističnih toplotnih mostova. To često rezultira pojmom vlage i plesni na unutrašnjim uglovima zgrade. Krovovi se često izvode kao ravni sa betonskom pločom i minimalnom izolacijom. Pooštravanje propisi 1980. godine, koje se odnosi na termički proračun i zahteve u pogledu koeficijent prolaza topline  $U$  (Tabela 27), nije dalo neki pomak sa aspekta smanjene potrošnje energije za grejanje, s obzirom na sve veću primenu armiranog betona i učešće staklenih površina u omotaču objekta.

Toplotni gubici zgrada građenih u periodu od 1970.-1987. god. često su veći od onih na starijim zgradama, građenim pre 1970. godine, i iznose preko  $300 \text{ kWh/m}^2/\text{god.}$

Devedesete godine XX veka karakteriše umanjen intenzitet gradenja (6% od ukupnog broja objekata nastao je u ovom periodu), a ta tendencija je još izraženija u prvoj deceniji 21. veka kada je izgrađeno svega 4% stambenih objekata. 1987. godine se usvajaju novi propisi gde se sa *linijskim proračuna*, koji podrazumevaju samo zadovoljenje graničnih vrednosti za koeficijent prolaza toplote, prelazi na proračun ukupnih termičkih gubitaka, što za sobom povlači veće debljine termoizolacija. Sve zgrade u periodu od 1987. godine do 2011. godine, imaju u proseku isti termički kvalitet, a godišnje potrebe za energijom kreću se do  $150 \text{ kWh/m}^2/\text{god.}$  U ovom periodu gradi se sa svim dostupnim materijalima na tržištu, a primenjena termoizolacija je oko 5cm.

U okviru pomenute Studije urađeno je istraživanje sa ciljem da se utvrди koje su to najčešće korišćene debljine termoizolacija pri izgradnji stambenih zgradama u Srbiji i koja je prosečne debljine. Utvrđeno je da je prosečna debljina korišćene izolacije svega 5 cm (Slika 60) što je dovoljno po standardu U.J5.600 kojim su definisani parametri termičke zaštite zgrada iz 1987. godine, ali veoma nezadovoljavajuće prema novim, znatno strožijim uslovima definisanim u Pravilniku o energetskoj efikasnosti zgrada (Službeni glasnik RS br. 61/11.).



Slika 60 Debljina termoizolacije na stambenim zgradama u Srbiji prema istraživanju [161]

Trenutno važeći propisi iz 2012. godine su znatno doprineli povećanju termičke zaštite objekata, koristi se termoizolacija u debljini od 8 ili 10cm, a porasla je znatno i primena konstruktivnih elemenata sa termotehničkim svojstvima.

U Tabeli 26 dat je prikaz karakterističnih preseka zidova sa njihovim termotehničkim karakteristikama u odnosu na relevantne periode građenja, dok je u Tabeli 27 dat pregled maksimalnih zahtevanih vrednosti koeficijenta prolaza toplote za spoljašnji zid za različite vremenske periode izgradnje stambenih zgrada.

Tabela 26 Karakteristični preseci zidova u odnosu na relevantne periode građenja, [161]

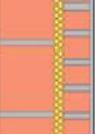
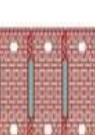
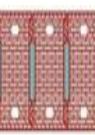
R.br.	Grafički prikaz	Elementi zida	d [cm]	Ukupno d [cm]	$\rho$ [kg/m <sup>2</sup> ]	U [W/Km <sup>2</sup> ]	Dominantni periodi izgradnje
<b>FASADNI ZID OD BONDRAKA SA ISPUNOM OD ČATME</b>							
1.		1. bondruk i čatma	17	17	264	<b>0.960</b>	pre 1946.god.
<b>FASADNI ZID OD PUNE OPEKE OBOSTRANO MALTERISAN</b>							
2.		1. podužni krečni malter	2	29 42 49	472 680 792	<b>1.662</b> <b>1.243</b> <b>1.094</b>	pre 1946.god 1946.-1970.
3.	2. puna opeka	38					
4.	3. podužni krečni malter	45					
<b>FASADNI ZID OD PUNE OPEKE, SA TERMOIZOLACIJOM, OBOSTRANO MALTERISAN</b>							
5.		1. podužni krečni malter	2	45 47	683.6 686	<b>0.619</b> <b>0.464</b>	od 1970.-1980. (3cm termoiz.) od 1987. -2011. (5cm termoiz.)
6.	2. puna opeka	38					
	3. termoizolacija	3 5					
	4. podužni krečni malter	2					
<b>FASADNI ZID OD GITER BLOKA SA TERMOIZOLACIJOM, OBOSTRANO MALTERISAN</b>							
7.		1. podužni krečni malter	2	26 28 31 33	296 297 299 303	<b>0.764</b> <b>0.557</b> 0.325 0.291	od 1980. -1987. (3cm termoiz.) od 1987. -2011.(3 i 5cm termoiz.) posle 2011. (8 i 10cm termoiz.)
8.	2. giter blok	19					
9.	3. termoizolacija	3 5					
10.	4. fasadna obloga	8 10 2					
<b>FASADNI ZID OD GITER BLOKA SA TERMOIZOLACIJOM, OBZIDAN OPEKOM</b>							
11.		1. podužni krečni malter	2	38 40 42	492 493 494	<b>0.588</b> <b>0.429</b> 0.306	od 1987. -2011. (3 i 5cm termoizolacija) posle 2011. (8 cm termoizolacija)
12.	2. giter blok	19					
13.	3. termoizolacija	3 5					
	4. puna opeka	8					
	5. podužni krečni malter	12 2					
<b>FASADNI ZID OD GITER BLOKA MALTERISAN SA UNUTRAŠNJE STRANE</b>							
14.		1. podužni krečni malter	2	21	264	<b>1.807</b>	od 1990. - 2011.
	2. giter blok	19					
<b>FASADNI ZID OD SIPOREKS BLOKA, TERMOIZOLACIJA I GIPSKARTON PLOCE</b>							
15.		1. gips karton ploče	1.2	28.7 23.7 (bez termoiz.)	174 173 (bez termoiz.)	0.334 (0.52 bez termoizolacije)	posle 2000.
16.	2. siporeks blok	20					
	3. termoizolacija	5					
	4. fasadni malter	2.5					
<b>FASADNI ZID OD TERMOBLOKA ZIDAN SA I BEZ TERMOMALTERA</b>							
17.		1. podužni krečni malter	2	36.3 44.3	310.05 372.45	0.30-0.34 (0.57 sa pod. malt.) 0.24-0.32 (0.50 sa pod. malt.)	posle 2008.
18.	2. termoblok zidan termo malterom (pod. malt.)	30 38					
	3. toplotno-izolacioni malter (ili pod. malt.)	4					
	4. završna obrada	0.3					
<b>FASADNI ZID OD TERMOBLOKA SA TERMOIZOLACIJOM</b>							
19.		1. podužni krečni malter	2	37.3 45.3	275.3	0.19-0.25 (0.3 sa pod. malt.) 0.18-0.22 (0.27 sa pod. malt.)	posle 2008.
20.	2. termoblok zidan termo malterom (pod. malt.)	30 38					
	3. termoizolacija	5					
	4. završna obrada	0.3					

Tabela 27 Koeficijent prolaženja topline za zgrade izgrađene u različitim periodima, [162], [150]

Koeficijent prolaženja topline [W/(m <sup>2</sup> K)] za zgrade izgrađene u periodu	Klimatska zona	Spoljni zidovi
do 1970. godine	II <sup>1</sup>	1.54
	III <sup>2</sup>	1.37
od 1970. do 1980. godine	II	1.45
	III	1.28
Izvod iz standarda JUS U.J5.600 (1980.)	II	0.93
	III	0.83
Izvod iz standarda JUS U.J5.600 (1987.)	II	0.90
	III	0.80
Izvod iz standarda JUS U.J5.600 (1998.)	II	0.90
	III	0.80
Pravilniku o energetskoj efikasnosti zgrada (Sl.Gl. RS br. 61/11.)	-	0.30 <sup>3</sup>
	-	0.40 <sup>4</sup>

Napomena 1: II zona - centralna, istočna i jugo-istočna Srbija, Bačka i Srem  
Napomena 2: III zona - zapadna Srbija i Banat  
Napomena 3: Vrednosti se odnosi na zgrade građene nakon stupanja na snagu Pravilnika [150]  
Napomena 4: Vrednosti se odnosi na postojeće zgrade koje se energetski saniraju i predstavlja najveću dopuštenu vrednost posle energetske sanacije

Karakteristični preseci zidova za period sve do početka XXI veka u Tabeli 26 pod rednim brojem 1.-16., bez 9. i 10., preuzeti su iz studije [161] koja je rađena na uzorku od 6000 objekata. Treba naglasiti da, navedeni primeri predstavljaju samo reprezentativni uzorak stambenog fonda u Srbiji, a nikako kompletну sistematizaciju i u okviru ove disertacije služe kao polazna osnova za analizu mogućih rešenja za primenu građevinskih mera u cilju povećanja termičkih karakteristika objekta sa krajnjim ciljem smanjenja potrebne energije za grejanje. Lako se može uočiti da u gornjoj tabeli nisu prikazani zidovi od kamena kao ni zidovi od betona i armiranog betona, s obzirom na to da u Srbiji postoji mali broj objekata izgrađenih kompletno ili skoro kompletno od kamena ili betona. Zidovi od betona ili armiranog betona u stambenoj izgradnji se uglavnom koriste kao poprečna ukrućenja, parapeti ili za izradu niša za roletne i predstavljaju mali deo termičkog omotača zgrade, te za sagledavanje generalne slike mogućih građevinskih mera energetske sanacije zgrada na makro nivou, oni neće biti analizirani. Ovde ne treba pogrešno shvatiti da ovim delovima termičkog omotača, ne treba posvetiti pažnju, naprotiv, spojevi betonskih elemenata u termičkom omotaču sa ispunom omotača predstavljaju toplotne mostove u konstrukciji gde je povećan transport topline, koji u koliko nisu na adekvatan način rešeni mogu izazvati značajan gubitak topline u objektu, pojavu površinske kondenzacije i buđi, formiranje pukotina u

konstrukciji, narušavanje uslova komfora u objektu: povećanje relativne vlažnosti i brzine strujanja vazduha. Rešavanje problema sanacije toplotnih mostova nije predmet izučavanja ove disertacije.

Zidovi izrađeno od proizvoda na bazi mešavine agregata i cementa, tj. zidovi izrađeni od betonskih blokova, mogu se prema koeficijentu prolaza toplote poistovetiti sa zidovima od giter bloka (Tabela 26, zid 8.), razlika je u tome što je kod takvih zidova nešto veći ukupni toplotni kapacitet i nešto manji ukupni relativni koeficijent upijanja vodene pare.

Primeri zidova od 17. – 20. u Tabeli 26 kao i zidovi 7. i 8., sa termoizolacijom većom ili jednakom od 8cm, predstavljaju tipove najčešće korišćenih fasadnih zidova u XXI veku. Povećanje debljine termoizolacije je posledica izraženg trenda povećanja cena energetskih usvajanja nove pravne regulative iz oblasti energetske efikasnosti, ali i posledica, podizanja nivoa znanja i svesti o problemima koje izazivaju loše termičke performanse zgrada. Potencijalne uštede energije kao i dostupnost tehnologija i novih materijala na tržištu igra značajnu ulogu u primeni većih debljin termoizolacija.

Poređenjem izračunatih vrednosti za koeficijent prolaza toplote za svaki pojedinačni zid u Tabeli 26 sa graničnim vrednostima prikazanim u Tabeli 27, najbrojniju grupu energetski neefikasnih objekata predstavljaju objekti izgrađeni u periodu do 1980. god. gde je dominantno korišćena puna opeka kao fasadna ispuna u debljini 25, 38 ili 45cm, najčešće bez ili eventualno sa oskudnom termoizolacijom od 3cm. Ovakvi zidovi, osim zida debljine 25cm koji ne zadovoljava ni najblaži uslov, jedva da ispunjavaju tadašnje propisane vrednosti koeficijenata  $U$ . Prema današnjim propisima vrednost koeficijenta  $U$ , kod navedenih zidova je premašena za 200% pa i 300%. U Tabeli 28 dat je prikaz vrednosti koeficijenta prolaza toplote za sve karakteristične zidove izgrađene u periodu pre stupanja na snagu Pravilnika o energetskoj efikasnosti [150], a koji ne zadovoljavaju termičke propise navedene u [150], ( $U \leq 0.40W/m^2K$ ). Zidani zidovi koji imaju i oskudnu termoizolaciju, 3 odnosno 5cm su prema proračunatim vrednostima za  $U$ , višestruko energetski efikasniji, 55% odnosno 16% premašuju propisanu vrednost koeficijenta  $U$ . Ali, navedene vrednosti za  $U$  tj. odstupanja se moraju shvatiti uslovno, s obzirom na to da je prema atestima koje daju proizvođači termoizolacija, životni vek najčešće korišćenih termoizolacija, kamene vune i ekspandiranog polistirena, 30 godina,

u toku kojeg toplotna provodljivost materijala opada. S obzirom na prethodno, navedene vrednosti se mogu uzeti u obzir samo ako je u toku eksplotacionog veka objekta vršena rekonstrukcija objekta i zamenjena termoizolacija novom, u suprotnom za zidove gde je termoizolacija ugrađena pre više od 30 godina mora se izvršiti redukcija vrednosti koeficijenta  $U$ . Isto važi i za zidove građene od šupljih glinenih blokova u periodu '80.-tih godina sa termoizolacijom od 3cm. Zidovi građeni u periodu krajem '90.-tih i kasnije, od giter bloka obzidani opekom ili ne, sa termoizolacijom od oko 5cm, imaju vrednost koeficijenta  $U$  koja ne premašuje graničnu vrednost za više od 50%. Kao takvi oni nisu u prioritetu energetske sanacije.

Period između 1990. i 2000. godine, karakteriše značajan broj objekata koji nisu završeni u građevinskom smislu, a u kojima se živi. Najčešće su to objekti sa fasadnim zidovima od šupljih glinenih blokova malterisani samo sa unutrašnje strane. Razlog za takvo stanje leži u specifičnosti istorijskih i društveno-ekonomskih okolnosti u kojima se RS nalazila u datom periodu. Energetska neefikasnost ovih objekata se ogleda u vrednosti koeficijenta  $U$  koji premašuje trenutno važeće propise i preko 350%.

Objekti sa zidovima od čatme, karakteristični su za ruralna brdsko-planinska područja i građeni su početkom XX veka. Zbog nestambenih uslova koji u takvim objektima vladaju i kao posledica odliva stanovništva iz ruralnog područja, objekti sa zidovima od čatme se danas gotovo i ne koriste za stanovanje, eventualno kao vikendice ili turističke atrakcije, te neće biti predmet razmatrani u okviru ove disertacije.

Tabela 28 Vrednost koeficijenta prolaženja topline [W/m<sup>2</sup>K] za karakteristične spoljne zidove koji ne zadovoljavaju uslov iz Pravilnika [150], sa odstupanjem

R. br. zida	Debljina ispune spoljnog zida [cm]	20	25	32	38	45
<b>Materijal</b>						
<b>Drvo</b>						
1.	bez termoizolacije	0.96	140%			
<b>Opeka</b>						
2. 3. 4.	bez termoizolacije		1.66	316%		1.24
5.	sa termoizolacijom 3cm				0.62	55%
6.	sa termoizolacijom 5cm				0.46	16%
<b>Šuplji blokovi</b>						
7.	bez termoizolacije	1.81	352%			
8.	sa termoizolacijom 3cm	0.77	91%			
14.	sa termoizolacijom 5cm	0.56	39%			
<b>Šuplji blokovi i puna opeka</b>						
11.	sa termoizolacijom 3cm			0.59	47%	
12.	sa termoizolacijom 5cm			0.43	7%	

#### 4.3.1.2 Odabir građevinskih mera za energetsku sanaciju karakterističnog fasadnog zida

Na osnovu svega analiziranog u prethodnom poglavlju, model zida koji je usvojena kao osnovni zid za koji će se vršiti optimizacija izbora građevinskih mera za energetsку sanaciju je svakako jedan od zidova bez termoizolacije. Odabran je zid od opeke, d=38cm, obostrano malterisan. Zidane konstrukcije od opeke bez termoizolacije su građene širom naše zemlje u periodu do 1970. godine (Tabela 26). U pogledu koeficijenta prolaza topline, ovakvi zidovi ne zadovoljavaju uslov iz Pravilnika, sa odstupanjem i preko 200% (Tabela 28). Termotehničke karakteristike izabranog osnovnog zida prikazane su u Tabeli 29.

Tabela 29 Termotehničke karakteristike osnovnog zida

Kod zida	elementi zida	d [cm]	ukupno d [cm]	ukupno ρ [kg/m <sup>2</sup> ]	ρ [kg/m <sup>3</sup> ]	γ [kg/m <sup>2</sup> ]	Cp [J/kgK]	λ [W/mK]	μ [%]	U [W/Km <sup>2</sup> ]
<b>OSNOVNI ZID</b>										
<b>FASADNI ZID OD PUNE OPEKE 38cm OBOSTRANO MALTERISAN</b>										
OZ	1 podužni krečni malter	2	42	680	1,800	36	1,050	0.87	20	1.235
	2 puna opeka	38			1,600	608	920	0.64	9	
	3 podužni krečni malter	2			1,800	36	1,050	0.87	20	

## Definisanje alternativa

Današnje tržište termoizolacionih materijala kao i konstruktivnih materijala sa poboljšanim termičkim svojstvima je u ekspanziji. U savremenom građevinarstvu najzastupljeniji su proizvodi na bazi plute, otpadaka od prerade drveta - Heraklit i Tarolit, proizvodi od lakih agregata na bazi ekspandirane gline (na bazi keramzita ili perlita), ali apsolutna dominacija pripada proizvodima načinjenim na bazi polistirola i mineralnih vlakana.

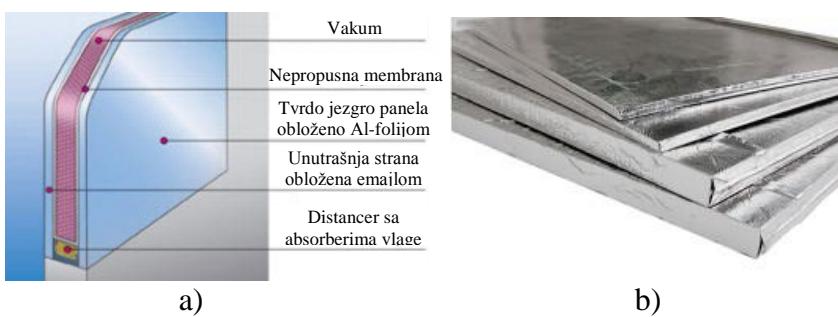
Polistirol, poznatiji pod prvobitnim imenom stiropor, zahvaljujući relativno niskoj proizvodnoj ceni i odličnim termičkim karakteristikama, veoma je rasprostranjen na tržištu već skoro pola veka. Odlikuje se malom zapreminskom masom ( $15 - 30\text{kg/m}^3$ ) i niskim koeficijentom toplotne provodljivosti ( $0.028-0.037\text{W/mK}$ ) sa niskim stepenom apsorpcije vode. Standardne veličine tabli stiropora su  $50\times100\text{cm}$  a debljina je  $1-10\text{cm}$ . U procesu optimizacije izbora mera predložene su tri alternative na bazi ekspandiranog polistirena (EPS). Predložene su tri alternative sa tri različite debljine EPS materijala: 7cm, 10cm i 15cm. Postavljanje termoizolacije u navedenim debljinama osnovni zid prevodi u zid sa znatno boljim termičkim karakteristikama, i to, zid sa 7cm EPS je zid koji zadovoljava minimalne uslove za energetski efikasnu zgradu, zid sa 10cm bi karakterisao energetski efikasne zgrade, a sa 15cm, ta zgrada bi bila u kategoriji visoke energetske efikasnosti.

Sledeće dve grupe alternativa čine zidovi kod kojih je predložena primena najsavremenijih termoizolacionih materijala, sa izuzetno niskom toplotnom provodljivošću ( $0.007-0.028\text{W/mK}$ ), kao što su panel sa vakumskom izolacijom (eng. *Vacuum insulation panels – VIP*) i materijali na bazi aerogela: aerogel malteri (eng. *Aerogel-based plaster*) i aerogel tkanine (eng. *Aerogel Insulation Blanket*). Primena navedenih materijala je daleko još uvek od široke primena, s obzirom na mali broj proizvođača na tržištu i izuzetno visoku cenu.

Panel sa vakumskom izolacijom (VIP) (Slika 61) je vrsta toplotne izolacije koja se sastoji od nepropusne membrane koja oblaže jezgro panela, unutar koga se nalazi vakum. Jezgro panela je sačinjeno od tvrdog, visoko-poroznog materijala, kao što je fumirani silicijum dioksid, aerogel, perlit ili stakleno vlakno, i njegova uloga je da zaštititi membranske zidove panela od atmosferskog pritiska koji nastaje kada se vazduh

evakuiše. Membranski zidovi su obloženi višeslojnom folijom, najčešće na bazi aluminijuma čija je uloga da spreči prođor vazduha i vlage tokom vremena. Dodatno u prostor jezgra se ubacuju hemikalije za sakupljanje gasova koji ipak prođu kroz membranu. S obzirom na to da za prenošenje toplote putem radijacije nisu potrebni molekuli vazduha, sa unutrašnje strane panela biraju se materijali čija je emisivnost znatno mala kako bi se smanjilo prenošenje toplote radijacijom.

S obzirom na to da se jezgro panela pravi od savremenih termoizolacionih materijala, a unutar jezgra se nalazi vakum, termičke karakteristike VIP panela su višestruko bolje od drugih termoizolacionih materijala. Toplotna provodljivost u centru panela je  $0.004\text{W/mK}$ , dok je na ivicama oko  $0.007\text{W/mK}$ , što je 10 puta manje nego kod npr. stiropora. Ovo dovodi do toga da se VIP paneli prave u izuzetno malim debljinama, svega 2.5mm, 3mm, 3.5mm, 4mm ili 6mm, što igra veliku ulogu kod objekata koji nemaju mogućnost znatnog povećanja debljine zidova. Najveća mana ovih panela je njihova cena, koju diktira visoka tehnologija proizvodnje, jer se u procesu proizvodnje mora postići visoka čvrstoća jezgra panela i veoma niska poroznost membrane, gde se obe navedene karakteristike moraju očuvati u toku eksploatacije panela. Prosečna cena na tržištu ovog materijala je od 50-80Eura/1mm debljine.



Slika 61 Panel sa vakumskom izolacijom (VIP); a) struktura, b) izgled

Za postupak optimizacije predložene su 3 alternative sa debljinom VIP panela od 2.5mm, 4mm i 6mm (Tabela 31). Tehnološki postupak ugradnje ovih panela podrazumeva postavljanje zaštitnog sloja za panel, najčešće od 3-5cm EPS materijala. Ovako sanirani zidovi, s obzirom na veoma nizak koeficijent prolaza toplote bi odgovarali zgradi sa visokom energetskom efikasnošću – tamo gde je postavljeno 2.5mm VIPa; veoma visokom energetskom efikasnošću – 4mm VIPa i zgradi koju karakteriše pasivan način gradnje – 6mm VIPa.

Grupa alternativa koje u sebi sadrže materijale na bazi aerogela prikazane su u Tabeli 32. Predloženo je korišćenje aerogel maltera (Slika 62a) u debljini od 2.5cm ili preko EPS materijala debljine 3cm, ili preko aerogel tkanine (Slika 62b) debljine 2cm i 4cm.

Aerogel malteri i tkanine se izrađuju na bazi materijala aerogel. Aerogel je materijal koji je sačinjen od 90 - 98% vazduha. Ovaj materijal ima poroznu čvrstu mrežu koja sadrži vazdušne džepove, koji zauzimaju većinu prostora unutar materijala, zbog čega ovaj materijal ima jako malu težinu. Prosečna veličina vazdušnih džepova je od 2-5 nm. Nanostruktura materijala sprečava pokretanje gasa unutar mreže i na taj način je skoro onemogućeno prenošenje toplote putem konvekcije. Silicijum dioksid koji se nalazi unutar mreže je slab provodnik toplote što čini da je i kondukcija unutar materijala ograničena. Aerogel deluje kao jak desikant i na koji način se održava gas unutar strukture stalno suvim. Dominantan vid prenošenja toplote kroz ovaj materijala je putem zračenja jer infracrveno zračenje prolazi kroz ove materijale.

Aerogel malteri se prave od granulata aerogela, hidratisanog kreča i belog cementa i odlikuju se niskom toplotnom provodljivošću, svega  $0.029W/mK$ , visokom paropropusnošću s obzirom na visoku poroznost, nezapaljivi su i imaju visok otpor na dejstvo požara, veoma mala im je specifična masa, svega  $2kg/m^2$  za 1cm debljine, a karakteriše ga i svojstvo da ne gubi izolacijska svojstva upijanjem vlage. Aerogel malteri do sada imaju najveću primenu kod energetske sanacije starih objekata gde se već sa 3 do 5 cm debljine nanosa postiže standard u pogledu niskoenergetske izolacije. Aerogel malter se ugrađivati na unutrašnjim i spoljašnjim površinama. Cena ovih maltera je još uvek visoka i kreće se i do  $90Eura/m^2/10mm$ .

Aerogel tkanina (Slika 62b) je fleksibilna, nanoporzna izolacija od silikonskih aerogel čestica sa ojačanim vlaknima. Princip postizanja niske toplotne provodljivosti se ne zasniva na principu vakuma ili sadržaju teških molekula gasa. Materijal koristi izolacionu snagu zarobljenog vazduha u nano-poroznom silicijumskoj strukturi matrice. Toplotna provodljivost ovih materijala je  $0.014W/mK$ . Materijal je hidrofoban, izuzetno paropropusna, ali ne i hidroskopan, tečnost ne može da prodre u unutrašnjost materijala, ne postoji mogućnost razvijanja bakterija i plesni i degradacija materijala je minimalna, a životni vek 60 godina. Cena ovog materijala je visoka i iznosi oko  $70Eura/m^2$  za sloj debljine 20mm.



a)



b)

Slika 62 a) Aerogel malter; b) Aerogel tkanina

Poslednju grupu alternativa čine zidovi za čiju je sanaciju dat predlog za korišćenje tvrdih poliuretanskih panela (Polyurethane rigid panel) u različitim debljinama: 5cm, 10 i 15cm (Tabela 33). Poliuretanski paneli imaju zatvorenu čelijsku strukturu unutar koje su zarobljeni molekuli gasa koji se koristi kao sredstva za *duvanje* (*engl. blowing agents*) u toku tehnološkog postupka proizvodnje ovih materijala (*engl. chemical blowing process*). Najčešće su to ili molekuli ugljen-dioksida ili ugljovodonici (pentani), koji imaju nisku toplotnu provodljivost. Glavne karakteristike ovih materijala su: visoki toplotni otpor koji omogućava upotrebu tankih izolacionih panela, velika krutost, kao i mala težina koja olakšava rukovanje i ugradnju. Kod poliuretanskih panela praktično nema apsorpcije vode zahvaljujući njihovoj zatvorenoj čelijskoj strukturi i obvojnici od aluminijumske folije. Termička provodljivost poliuretanske pene se kreće između 0.018 do 0.028  $W/mK$  što je dva puta manje od topotne provodljivosti polistirena. S druge strane, fizičke i mehaničke osobine poliuretanske pene su superiornije od polistirena. Cena ovih materijala nije visoka i kreće se oko 6-15Eura/ $m^2$  za debljine od 5-15cm.

Za svaku predloženu alternativu u tabelama ispod (Tabela 30 - Tabela 33) su date glavne termotehničke karakteristike zidova i materijala koji su u njegovom sastavu. Korišćene oznake u Tabelama 30-33 su sledeće:  $d[cm]$  - debljina;  $\gamma[kg/m^2]$  - specifična masa;  $\rho [kg/m^3]$  - zapremionska masa;  $C_p[J/kgK]$  specifični toplotni kapacitet materijala;  $\lambda [W/mK]$  - toplotna provodljivost materijala;  $\mu[%]$  - apsorpcija vode i vlage;  $U[W/Km^2]$  - koeficijent prolazeњa toplote.

Tabela 30 Termotehničke karakteristike alternativa sa EPS materijalom, Alternative 1-3

Kod zida	elementi zida	d [cm]	ukupno d [cm]	ukupno $\gamma$ [kg/m <sup>2</sup> ]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$\gamma$ [kg/m <sup>2</sup> ]	Cp [J/kgK]	$\lambda$ [W/mK]	$\mu$ [%]	U [W/Km <sup>2</sup> ]
PREDLOG ALTERNATIVA										
FASADNI ZID OD PUNE OPEKE 38cm, EPS 7cm, OBOSTRANO MALTERISAN										
AL1-EPS7	1 podužni krečni malter	2	49	672.75	1,800	36	1,050	0.87	20	0.334
	2 puna opeka	38			1,600	608	920	0.64	9	
	3 EPS - termoizolacija	7			25	1.75	1,260	0.032	35	
	4 fasadna obloga -bavalit	2			1,350	27.0	1,050	0.85	10	
FASADNI ZID OD PUNE OPEKE 38cm, EPS 10cm, OBOSTRANO MALTERISAN										
AL2-EPS10	1 podužni krečni malter	2	52	673.5	1,800	36	1,050	0.87	20	0.254
	2 puna opeka	38			1,600	608	920	0.64	9	
	3 EPS - termoizolacija	10			25	2.5	1,260	0.032	35	
	4 fasadna obloga -bavalit	2			1,350	27.0	1,050	0.85	10	
FASADNI ZID OD PUNE OPEKE 38cm, EPS 15cm, OBOSTRANO MALTERISAN										
AL3-EPS15	1 podužni krečni malter	2	57	674.75	1,800	36	1,050	0.87	20	0.182
	2 puna opeka	38			1,600	608	920	0.64	9	
	3 EPS - termoizolacija	15			25	3.75	1,260	0.032	35	
	4 fasadna obloga -bavalit	2			1,350	27.0	1,050	0.85	10	

Tabela 31 Termotehničke karakteristike alternativa sa VIP materijalom, Alternative 4-6

Kod zida	elementi zida	d [cm]	ukupno d [cm]	ukupno $\gamma$ [kg/m <sup>2</sup> ]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$\gamma$ [kg/m <sup>2</sup> ]	Cp [J/kgK]	$\lambda$ [W/mK]	$\mu$ [%]	U [W/Km <sup>2</sup> ]
PREDLOG ALTERNATIVA										
FASADNI ZID OD PUNE OPEKE 38cm, VIP 2.5cm, EPS 3cm, OBOSTRANO MALTERISAN										
AL4-VIP2.5-EPS3	1 podužni krečni malter	2	47.5	676.25	1,800	36	1,050	0.87	20	0.188
	2 puna opeka	38			1,600	608	920	0.64	9	
	3 Vacuum insulation panels	2.5			180	4.5	800	0.007	1	
	4 EPS - termoizolacija	3			25	0.75	1,260	0.032	35	
	5 fasadna obloga -bavalit	2			1,350	27.0	1,050	0.85	10	
FASADNI ZID OD PUNE OPEKE 38cm, VIP 4cm, EPS 5cm, OBOSTRANO MALTERISAN										
AL5-VIP4-EPS5	1 podužni krečni malter	2	51	679.45	1,800	36	1,050	0.87	20	0.124
	2 puna opeka	38			1,600	608	920	0.64	9	
	3 Vacuum insulation panels	4			180	7.2	800	0.007	1	
	4 EPS - termoizolacija	5			25	1.25	1,260	0.032	35	
	5 fasadna obloga -bavalit	2			1,350	27.0	1,050	0.85	10	
FASADNI ZID OD PUNE OPEKE 38cm, VIP 6cm, EPS 5cm, OBOSTRANO MALTERISAN										
AL6-VIP6-EPS5	1 podužni krečni malter	2	53	683.05	1,800	36	1,050	0.87	20	0.091
	2 puna opeka	38			1,600	608	920	0.64	9	
	3 Vacuum insulation panels	6			180	10.8	800	0.007	1	
	4 EPS - termoizolacija	5			25	1.25	1,260	0.032	35	
	5 fasadna obloga -bavalit	2			1,350	27.0	1,050	0.85	10	

Tabela 32 Termotehničke karakteristike alternativa sa materijalima na bazi aerogela,  
Alternative 7-9

PREDLOG ALTERNATIVA										
Kod zida	elementi zida	d [cm]	ukupno d [cm]	ukupno $\gamma$ [kg/m <sup>2</sup> ]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$\gamma$ [kg/m <sup>2</sup> ]	Cp [J/kgK]	$\lambda$ [W/mK]	$\mu$ [%]	U [W/Km <sup>2</sup> ]
<b>FASADNI ZID OD PUNE OPEKE 38cm, EPS 3cm, AEROGEL BLASTER 2.5cm</b>										
AL7- EPS3- ABS2.5	1 podužni krečni malter	2	45.5	648.65	1,800	36	1,050	0.87	20	0.382
	2 puna opeka	38			1,600	608	920	0.64	9	
	3 EPS - termoizolacija	3			25	0.75	1,260	0.032	35	
	4 Aerogel-based plaster	2.5			156	3.9	990	0.028	4.25	
<b>FASADNI ZID OD PUNE OPEKE 38cm, Aerogel Insulation Blanket 2cm, AEROGEL BLASTER 2.5cm</b>										
AL8- ABL2- ABS2.5	1 podužni krečni malter	2	44.5	650.9	1,800	36	1,050	0.87	20	0.322
	2 puna opeka	38			1,600	608	920	0.64	9	
	3 Aerogel Insulation Blanket	2			150	3	1,000	0.014	5	
	4 Aerogel-based plaster	2.5			156	3.9	990	0.028	4.25	
<b>FASADNI ZID OD PUNE OPEKE 38cm, AEROGEL BLANKET 4cm, AEROGEL BLASTER 2.5cm</b>										
AL9- ABL4- ABS2.5	1 podužni krečni malter	2	46.5	653.9	1,800	36	1,050	0.87	20	0.220
	2 puna opeka	38			1,600	608	920	0.64	9	
	3 Aerogel Insulation Blanket	4			150	6	1,000	0.014	5	
	4 Aerogel-based plaster	2.5			156	3.9	990	0.028	4.25	

Tabela 33 Termotehničke karakteristike alternativa sa materijalom na bazi poliuretanske pene, Alternative 10-12

PREDLOG ALTERNATIVA										
Kod zida	elementi zida	d [cm]	ukupno d [cm]	ukupno $\rho$ [kg/m <sup>2</sup> ]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$\gamma$ [kg/m <sup>2</sup> ]	Cp [J/kgK]	$\lambda$ [W/mK]	$\mu$ [%]	U [W/Km <sup>2</sup> ]
<b>FASADNI ZID OD PUNE OPEKE 38cm, PRF 5cm, OBOSTRANO MALTERISAN</b>										
AL10- PRF5	1 podužni krečni malter	2	47	672.5	1,800	36	1,050	0.87	20	0.324
	2 puna opeka	38			1,600	608	920	0.64	9	
	3 Polyurethane rigid panel	5			30	1.5	1,500	0.022	40	
	4 fasadna obloga -bavalit	2			1,350	27.0	1,050	0.85	10	
<b>FASADNI ZID OD PUNE OPEKE 38cm, PRF 10cm, OBOSTRANO MALTERISAN</b>										
AL11- PRF10	1 podužni krečni malter	2	52	674	1,800	36	1,050	0.87	20	0.187
	2 puna opeka	38			1,600	608	920	0.64	9	
	3 Polyurethane rigid panel	10			30	3	1,500	0.022	40	
	4 fasadna obloga -bavalit	2			1,350	27.0	1,050	0.85	10	
<b>FASADNI ZID OD PUNE OPEKE 38cm, PRF 15cm, OBOSTRANO MALTERISAN</b>										
AL12- PRF15	1 podužni krečni malter	2	57	675.5	1,800	36	1,050	0.87	20	0.131
	2 puna opeka	38			1,600	608	920	0.64	9	
	3 Polyurethane rigid panel	15			30	4.5	1,500	0.022	40	
	4 fasadna obloga -bavalit	2			1,350	27.0	1,050	0.85	10	

Ukupan broj predloženih alternativa za sanaciju zida od pune opeke debljine 38cm je 12. Alternativna rešenja energetska sanacija ovog zida se zasniva na predlogu korišćenja savremenih građevinskih materijala i to: 1) ekspandiranog polistirena kao jednog od najprimenljivijeg termoizolacionog materijala danas sa dobim termičkim karakteristikama, lakim načinom ugradnje i dosta pristupačnom cenom; 2) nešto novijeg materijala na bazi poliuretanske pene sa duplo boljim termičkim karakteristikama od polistirena i dužim vekom eksploatacije, ali i nešto većom cenom; 3) najsavremenijim ekološkim materijalima na bazi aerogela: aerogel malterima i tkaninama koji sa svega 3-5cm postižu niskoenergetske zahteve u objektu, sa podjednakom mogućnošću i efikasnošću primene sa spoljašnje i unutrašnje strane zida, ali čija je cena visoka (i do deset puta veća od polistirena) i čije tržište još nije razvijeno; 4) najsavremenijim termoizolacionim materijalom, panel sa vakumskom izolacijom, koji trenutno ima najbolje termičke karakteristike i do 10 puta bolje od polistirena, i isto toliko manjim debljinama, ali sa veoma visokom cenom, još ne raširenim tržištem i ograničenim oblicima i dimenzijama proizvoda.

Rekapitulacija predloženih alternativa, sa oznakom i opisom svake alternative data je u Tabeli 34. Dodatno u Tabeli 34 za svaku alternativu dat je očekivani nivo zadovoljenja energetske efikasnosti objekta na osnovu proračunatih vrednosti koeficijenta provođenja toplote sračunatih u Tabelama 30-33. Definisano je pet nivoa zadovoljenja energetske efikasnosti: 1) zadovoljeni minimalni uslovi za energetsku efikasnost; 2) energetski efikasan objekat; 3) visoko energetski efikasan objekat; 4) veoma visoko energetski efikasan objekat i 5) objekat koji po nivou energetske efikasnosti odgovara pasivnom načinu gradnje. Objekat koji za termički omotač ima model osnovnog zida je definisan kao energetski neefikasan objekat.

Tabela 34 Rekapitulacija predloženih alternativa

ALTERNATIVE			
RD.BR.	OZNAKA	OPIS	NAPOMENA Očekivani nivo energetske efikasnosti
OSNOVNI ZID	OZ	Fasadni zid od pune opeke 38cm obostrano malterisan	energetski neefikasnna zgrada
ALTERNATIVA 1	AL1-EPS7	Fasadni zid od pune opeke 38cm, EPS 7cm, obostrano malterisan	zadovoljen minimalni uslov za EEZ
ALTERNATIVA 2	AL2-EPS10	Fasadni zid od pune opeke 38cm, EPS 10cm, obostrano malterisan	EEZ
ALTERNATIVA 3	AL3-EPS15	Fasadni zid od pune opeke 38cm, EPS 15cm, obostrano malterisan	visoko EEZ
ALTERNATIVA 4	AL4-VIP2.5-EPS3	Fasadni zid od pune opeke 38cm, VIP 2.5cm, EPS 3cm, obostrano malterisan	visoko EEZ
ALTERNATIVA 5	AL5-VIP4-EPS5	Fasadni zid od pune opeke 38cm, VIP 4cm, EPS 5cm, obostrano malterisan	veoma visoko EEZ
ALTERNATIVA 6	AL6-VIP6-EPS5	Fasadni zid od pune opeke 38cm, VIP 6cm, EPS 5cm, obostrano malterisan	odgovara pasivnom načinu gradnje
ALTERNATIVA 7	AL7-EPS3-ABS2.5	Fasadni zid od pune opeke 38cm, EPS 3cm, Aerogel blaster 2.5cm	zadovoljen minimalni uslov za EEZ
ALTERNATIVA 8	AL8-ABL2-ABS2.5	Fasadni zid od pune opeke 38cm, Aerogel blanket 2cm, aerogel blaster 2.5cm	zadovoljen minimalni uslov za EEZ
ALTERNATIVA 9	AL9-ABL4-ABS2.5	Fasadni zid od pune opeke 38cm, Aerogel blanket 4cm, Aerogel blaster 2.5cm	EEZ
ALTERNATIVA 10	AL10-PRF5	Fasadni zid od pune opeke 38cm, PRF 5cm, obostrano malterisan	zadovoljen minimalni uslov za EEZ
ALTERNATIVA 11	AL11-PRF10	Fasadni zid od pune opeke 38cm, PRF 10cm, obostrano malterisan	visoko EEZ
ALTERNATIVA 12	AL12-PRF15	Fasadni zid od pune opeke 38cm, PRF 15cm, obostrano malterisan	veoma visoko EEZ

Legenda: EEZ - energetski efikasnna zgrada

#### 4.3.2 Predlog kriterijuma i podkriterijuma za ocenu građevinskih mera

Na osnovu pregleda literature koja se bavi rešavanjem problema višekriterijumske optimizacije u oblasti energetske sanacije objekta, koja je obrađen u Poglavlju 2.2.2, definisani su kriterijumi i podkriterijumi za vrednovanje predloženih alternativa. Za optimizacioni model energetske sanacije zida od opeke koji se predlaže u ovoj disertaciji definisana su četiri kriterijuma na osnovu kojih treba analizirati alternative: I) energetski parametri; II) parametri koji definišu uslove komfora; III) finansijski

parametri i IV) ekološki parametri. Za svaki kriterijum su definisani podkriterijumi preko kojih je izvršena kvanitifikacija performansi objekta.

Predloženi podkriterijumi za kriterijum I) energetski parametri su: 1) koeficijent prolaza toplotne i 2) transmisioni površinski gubici zida.

U okviru kriterijuma II) parametri koji definišu uslove komfora definisana su 3 podkriterijuma. Prvi podkriterijum je (1) debljina zida. S obzirom na to da energetska sanacija fasadnih zidova podrazumeva dodavanje termoizolacionih materijala na zid što povlači za sobom povećanje opterećenja na noseće elemente konstrukcije, i eventualne dodatne radove na ojačanju konstrukcije, a moguće je i *probijanje* građevinske linije objekta ili smanjenja korisne površine objekta za slučaj da izolaciju postavljamo sa unutrašnje strane, opravdano je vrednovati alternative sa aspekta povećanja debljine fasadnog zida. Težnja je da sa što manjom debljinom izolacionog materijala postignemo što bolju učinkovanost sanacije. Dodatni usvojeni indikatori – podkriterijumi koji definišu uslove komfora u objektu, a koji zavise od strukture fasadnog zida su (2) dekrement faktor i (3) vremensko kašnjenje amplitude temperature. Ova dva parametra su detaljno obrađena u Poglavlju 3.3.5.4. Dekrement faktor amplitude temperature, predstavlja odnos amplitude temperature unutar objekta i van objekta i obično se definiše za oscilacije temperature na dnevnom nivou, dok, vremensko kašnjenje, predstavlja kašnjenje amplitude temperature unutar objekta u odnosu na amplitudu temperature van objekta i izražava se u časovima. Vrednosti ova dva indikatora nam govore koliko je dati zid sposoban da amplificira amplitudu toplotnog talasa koji dolazi spolja i koliko je vremena potrebno tom talasu da prodre sa druge strane zida.

Indikatori koji su predloženi iz grupe III) finansijski parametri su: 1) inicijalna investiciona sredstva, 2) ukupni troškovi u fazi eksploatacije i 3) povratni period investicionih sredstava. Poslednju grupu čine indikatori iz grupe IV) ekološki parametri, a to su: 1) emisija ugljen-dioksida i 2) kvalitativna ocena ugrađenih materijala sa aspekta ekologije.

Za svaku pojedinačnu podkriterijumsku funkciju je definisan ekstremum koji će se tražiti u okviru dopustivog skupa alternativa. Rekapitulacija predloženih kriterijuma i

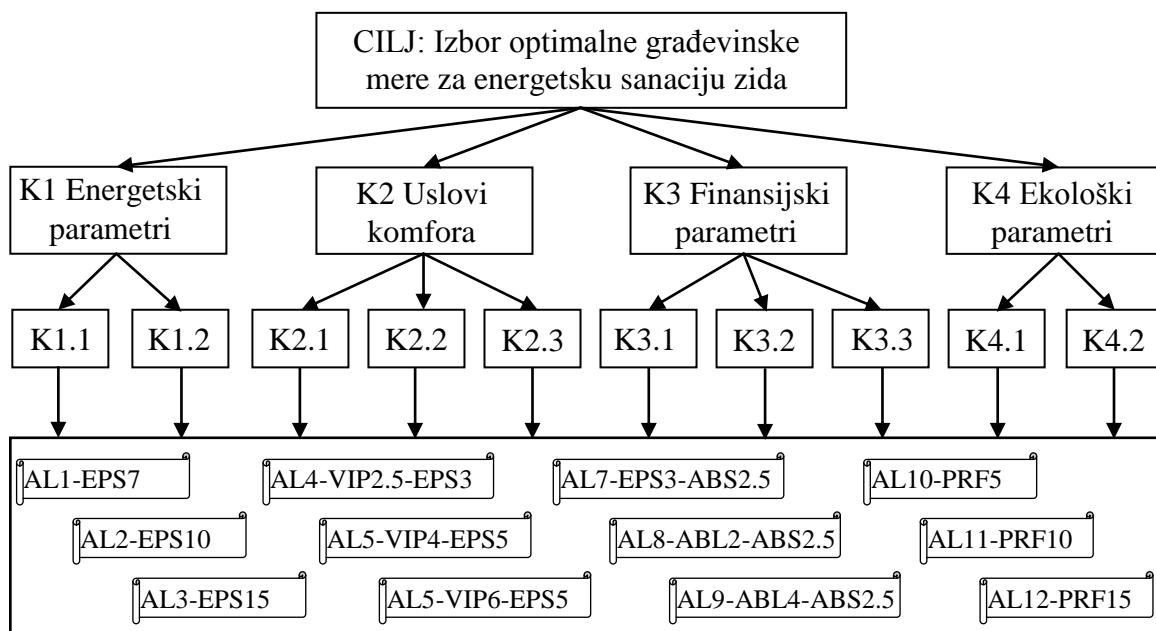
podkriterijuma sa opisom i definisanim ciljem svake pojedinačne podkriterijumske funkcije data je u Tabeli 35.

Tabela 35 Usvojeni kriterijumi i podkriterijumi

Kriterijum	Podkriterijum	Oznaka	Opis	Cilj
K1-Energetski parametri	Koeficijent prolaza toplote	K1.1	Statičku uslovi prolaza toplote definisani preko koeficijenta prolaza toplote kroz ravan zid, $U[W/m^2K]$ .	MIN
	Transmisioni površinski gubici zida	K1.2	Transmisioni površinski gubici toplote na $1000m^2$ zida u toku jedne grejne sezone, $Ht[kWh/1000m^2a]$	MIN
K2-Ustvari komfora	Debljina fasadnog zida	K2.1	Povećanje debljine zida, $d[cm]$	MIN
	Dekrement faktor	K2.2	Dekrement faktor amplitude temperature, tj. odnos amplitude temperature unutar objekta i van objekta za oscilacije temperature na dnevnom nivou, $DF[-]$ .	MIN
	Vremensko kašnjenje	K2.3	Vremensko kašnjenje amplitude temperature, tj. kašnjenje amplitude temperature unutar objekta u odnosu na amplitudu temperature van objekta, $TL[h]$	MAX
K3-Finansijski parametri	Inicijalna finansijska sredstva	K3.1	Inicijalni troškovi energetske sanacije za $1000m^2$ zida, $[Eur/1000m^2a]$	MIN
	Ukupni troškovi u fazi eksploatacije	K3.2	Ukupni troškovi u životnom veku objekta (50god) svedeni na neto sadašnju vrednost, računati prema EU15549, UT $[Eur/1000m^250\text{god}]$	MIN
	Povratni period investicionih sredstava	K3.3	Povratni period investicionih sredstava izražen u godinama, , računati prema EU15549, PBP[god].	MIN
K4-Ekološki parametri	Ekološki materijali	K4.1	Kvalitativna ocena ugrađenog materijala sa aspekta ekologije.	MAX
	Emisija $CO_2$	K4.2	Količina emisije $CO_2$ na osnovu potrošnje finalne energije koju treba nadoknaditi shodno transmisionim gubicima u toku jedne grejne sezone, $CO_2 [t/1000m^2a]$	MIN

### 4.3.3 Definisanje hijerarhijskog AHP modela

Definisanjem cilja problema: izbor optimalne građevinske mere za energetsku sanaciju zida, definisanjem dopustivog skupa alternativa i kriterijuma i podkriterijuma na osnovu kojih će se vrednovati svaka alternativa u predloženom skupu, definisan je hijerarhijski AHP model za optimizaciju izbora građevinskih mera. Grafički prikaz ovog modela dat je na Slici 63. Prikazani model se sastoji od četiri nivoa. Na najvišem nivou je cilj projekta: izbor optimalne građevinske mere za energetsku sanaciju zida, nivo ispod sačinjavaju 4 kriterijuma, na trećem nivou se nalazi 10 podkriterijumskih funkcija, dok se na poslednjem nivou nalazi skup predloženih alternativa, njih 12.



Slika 63 Hijerarhijski AHP model za optimizaciju izbora građevinskih mera

### 4.3.4 Definisanje scenarija odlučivanja

Sledeći korak u definisanju optimizacionog modela je definisanje scenarija odlučivanja, tj. dodeljivanje težinskih koeficijenata uz kriterijume i podkriterijume definisane u AHP modelu.

#### SCENARIO S1 - Jednak značaj

Prvi scenario predstavlja slučaj kada su svi kriterijumi jednakog značaja (scenariji S1), i u okviru svakog kriterijuma svi podkriterijumi jednakog značaja (Tabela 36). Definisanje ovakvog scenarioa podrazumeva da grupe ljudi koji zastupaju pojedine

kriterijume imaju jednake snage. Matrica poređenja kriterijuma je data u Tabeli 36. Matrice poređenja svih podkriterijuma koje ovde nisu prikazane su takođe kvadratne matrice čiji su svi elementi jednaki 1,  $a_{ij} = 1$ .

Tabela 36 Vrednosti težinskih koeficijenata uz kriterijume za scenario S1

	K1	K2	K3	K4
K1	1	1	1	1
K2		1	1	1
K3			1	1
K4				1

### SCENARIO S2-1 - Izražen finansijski aspekt

Generalno, izbor optimalne alternative prema definisanim kriterijumima retko kada je pod prepostavkom jednakе težine svih kriterijuma. Sa druge strane, kada je dominantan jedan kriterijum, izbor je trivijalan, odnosno, biraju se alternative zidova sa ekstremnim vrednostima traženog kriterijuma, i tu se optimizacija izbora svodi na rešavanje jednokriterijumske funkcije. Češći slučaj je da se jednom ili dva kriterijuma da manji ili veći značaj u odnosu na ostale kriterijume. U tom smislu najširi prostor je područje gde se usklađivanjem zahtevanog energetskog učinka, tj. smanjenja potrebne energije za grejanje prostora u zgradama traži primena onih građevinskih mera koje će na prvom mestu biti prihvatljive sa stanovišta inicijalnih investicionih sredstava, a onda svakako i optimalnih troškova u fazi eksploatacije. Ovakvo stanovište je zastupljeno u ekonomski slabo razvijenim zemljama, koje su na putu pridruživanja evropskoj zajednici usvojile direktive i ciljeve vezane za smanjenje potrošnje energije u zgradarstvu, ali koje nisu dovoljno razvile instrumente finansijske podrške građanima za unapređenje istog, i gde se još uvek nude pretežno komercijalni krediti za realizaciju istih, i gde je stanovništvo ograničene ekonomske moći.

U svetu ovoga, drugi definisan scenario (scenario S2-1) podrazumeva izražen značaj finansijskih parametara. Ovom kriterijumu data je *jaka dominantnost* (vrednost 5 u Satijevoj skali) u odnosu na ostala tri kriterijuma (Tabela 37a), a podkriterijumu Inicijalna finansijska sredstva (K3.1) data je isto *jaka dominantnost* u odnosu na ostale podkriterijume: Ukupni troškovi i Povratni period investicije (K3.2 i K3.3) (Tabela

37b). Matrice poređenja preostalih podkriterijuma koje nisu prikazane ispod, su kvadratne matrice čiji su svi elementi jednaki 1,  $a_{ij} = 1$ .

Tabela 37 Vrednosti težinskih koeficijenata uz kriterijume za scenario S2-1

	K1	K2	K3	K4
K1	1	1	-5	1
K2		1	-5	1
K3			1	5
K4				1

a)

	K3.1	K3.2	K3.3
K3.1	1	5	5
K3.2		1	1
K3.3			1

b)

### SCENARIO S2-2- Izražen finansijski aspekt

Treći scenario (scenariji S2-2), je definisan tako da i dalje dominira kriterijum finansijski parametri (K3), ali malo oslabljen tako on ima *jaku dominantnost* samo u odnosu na kriterijum uslovi komfora (K2), dok u odnosu na preostala dva kriterijuma (energetski parametri - K1 i ekološki parametri - K4) važnost mu je definisana rangom *slaba dominantnost* (vrednost 3 u Satijevoj skali) (Tabela 38a). Ovaj scenario i dalje daje veću snagu grupi učesnika koji zastupaju finansijski interes, ali koji ne žele da zanemare ni uticaj izabrane alternative na okolinu sa aspekta zaštite životne sredine. Ovde se podkriterijumu Inicijalna finansijska sredstva daje *slaba dominantnost* u okviru svoje grupe podkriterijuma (Tabela 38b), a podkriterijumu Emisija CO<sub>2</sub> (K4.2) daje se *slabo dominantan* u okviru njegove grupe podkriterijuma (Tabela 38c). Matrice poređenja preostalih podkriterijuma koje nisu prikazane ispod, su kvadratne matrice čiji su svi elementi jednaki 1,  $a_{ij} = 1$ .

Tabela 38 Vrednosti težinskih koeficijenata uz kriterijume za scenario S2-2

	K1	K2	K3	K4
K1	1	1	-3	1
K2		1	-5	-3
K3			1	3
K4				1

a)

	K3.1	K3.2	K3.3
K3.1	1	3	3
K3.2		1	1
K3.3			1

b)

	K4.1	K4.2
K4.1	1	-3
K4.2		1

c)

### SCENARIO S3 - Izražena ekološka svest

Četvrti scenario (scenariji S3), daje veću snagu grupi učesnika koji zastupaju ekološki interes tako da se daju veće vrednosti težinama uz ekološke parametre (K4) i energetske parametre (K1), koji su pritom međusobno iste važnosti. Ovi kriterijumi K1 i K4, imaju *slabu dominantnost* u odnosu na preostala dva kriterijuma: uslovi komfora (K2) i finansijski parametri (K3). Matrica poređenja kriterijuma je data u Tabeli 39. Matrice poređenja svih podkriterijuma koje ovde nisu prikazane, su kvadratne matrice čiji su svi elementi jednaki 1,  $a_{ij} = 1$ .

Tabela 39 Vrednosti težinskih koeficijenata uz kriterijume za scenario S3

	<b>K1</b>	<b>K2</b>	<b>K3</b>	<b>K4</b>
<b>K1</b>	<b>1</b>	3	2	1
<b>K2</b>		<b>1</b>	-2	-3
<b>K3</b>			<b>1</b>	-3
<b>K4</b>				<b>1</b>

Rekapitulacija svih definisanih scenarija zajedno sa kratkim opisom data je u Tabeli 40.

Tabela 40 Rekapitulacija scenarija odlučivanja

Scenario	Oznaka	Komentar
Jednak značaj	S1	Predstavlja slučaj kada su svi kriterijumi jednakog značaja, tj. grupe ljudi koje zastupaju pojedine kriterijume imaju jednake snage.
Izražen finansijski aspektat	S2-1	Scenario daje veću snagu grupi donosilaca odluke koji zastupaju isključivo finansijski interes tako da se veće vrednosti težina daju uz finansijske kriterijume koji reprezentuju prvenstveno uložena finansijska sredstva, pa zatim troškove u fazi eksploatacije objekta i period povraćaja finansijskih sredstava.
	S2-2	Scenario daje veću snagu grupi učesnika koji zastupaju finansijski interes, ali koji ne žele da zanemare ni uticaj izabrane opcije na okolinu sa aspekta zaštite životne sredine.
Izražena ekološka svest	S3	Scenario daje veću snagu grupi učesnika koji zastupaju ekološki interes tako da se daju veće vrednosti težinama uz ekološke kriterijume.

## **4.4 PRIPREMA PODATAKA ZA OBRADU**

### **4.4.1 Određivanje vrednosti podkriterijumske funkcije u alternativama**

Definisanje procedura proračuna podkriterijumskih funkcija, tj. matematičko modelovanje sistema je krucijalno za dobro definisanje problema, a samim tim i za ceo proces donošenja odluke oko izbora optimalne alternative. Ako matematički model dobro reprezentuje problem, tada će i rešenje dobijeno pomoću modela biti dobro rešenje datog problema.

Na osnovu prethodno definisanih kriterijuma dobijen je matematički model koji se sastoji od 10 pokriterijumskih funkcija za vrednovanje alternativa. Načini proračuna za svaku podkriterijumsku funkciju i vrednosti koje ona ima u skupu predloženih alternativa prikazane su u narednom poglavlju.

#### **4.4.1.1 Određivanje vrednosti kriterijumske funkcije K1 – energetski parametri**

##### **Podkriterijum K1.1 - Koeficijent prolaza toplote**

Prema važećem Pravilniku o energetskoj efikasnosti zgrada [150] vrednost koeficijenta prolaza toplote,  $U$ -vrednost, određuje toplotne performanse omotača zgrade i predstavlja polaznu osnovu za proračun potrošnje potrebne energije za grejanje i hlađenje objekta i emisiju CO<sub>2</sub>. U skladu sa Standardom ISO 6946  $U$ -vrednost se može izračunati pod pretpostavkom da su poznati redosled, debljina i struktura ugrađenih materijala. Prilikom sanacije objekta vrednosti koje se odnose na toplotnu provodljivost ugrađenih materijala, otpor prolazu vodene pare i druge termo-fizičke karakteristike se mogu dobiti direktno od proizvođača.

Vrednost podkriterijumske funkcije K1.1 – Koeficijent prolaza toplote se računa prema Standardu ISO 6946 za ravan zid sa  $n$ -slojeva kod koga su poznate toplotne karakteristika svakog sloja putem jednačine:

$$U = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_{in}} + \sum_{i=1}^n \frac{d_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_{out}}} \quad (101)$$

gde  $1/\alpha_{in}$  i  $1/\alpha_{out}$  [ $m^2 \cdot K/W$ ] predstavljaju otpore prelazu toplote sa vazduha na unutrašnju površinu zida, odnosno sa spoljašnje površine zida na vazduh, redom i preuzimaju se iz Pravilnika [150]. Usvojene vrednosti prema Pravilniku su:  $1/\alpha_{in} = 8 \text{ } m^2 \cdot K/W$  i  $1/\alpha_{out} = 25 \text{ } m^2 \cdot K/W$ . Vrednosti  $d_i/\lambda_i$  [ $m^2 \cdot K/W$ ] predstavlja otpor provođenju toplote kroz  $i$ -ti element konstrukcije debljine  $d_i$  [m] i koeficijenta toplotne provodljivosti  $\lambda_i$  [ $W/m \cdot K$ ]. Vrednost podkriterijumske funkcije K1.1 izražena je u jedinicama  $W/m^2 \cdot K$ .

### **Podkriterijum K1.2 - Transmisioni površinski gubici zida**

Vrednost podkriterijumske funkcije K1.2 Transmisioni površinski gubici toplote kroz zid je računata korišćenjem Kvazi-stacionarnog potpuno definisanog mesečnog modela, a koji je prikazan u Pravilniku o energetskoj efikasnosti zgrada [150]. Formula po kojoj su dobijene vrednosti je sledeća:

$$H_t = U \cdot A \cdot 24 \cdot HDD \cdot 10^{-3} \quad (102)$$

Korišćene oznake u jednačini (102) su sledeće:  $H_t$  - transmisioni površinski gubici toplote kroz fasadni zid površine  $1000\text{m}^2$  na godišnjem nivou, izraženi u [ $kWh/1000m^2a$ ];  $U$  - koeficijenat prolaza toplote za fasadni zid izražen u  $W/m^2K$ ;  $A = 1000m^2$  - površina fasadnog zida;  $HDD = 2520$  - broj stepeni dana za teritoriju Beograda; vrednost 24 služi da bi se vrednost u danima pretvorila u časovnu vrednost.

Drugi način za proračun podkriterijumske funkcije K1.2 jeste primenom metodologija za procenu termičkih karakteristika ravnih heterogenih zidova u dinamičkom režimu rada na osnovu eksperimentalno dobijenih transfer funkcija koji je razvijen u okviru ove disertacije i prikazan u Poglavlju 3. Način primene razvijene metodologije, tj. transfer funkcija za proračun toplotnih gubitaka kroz zid prikazan je u okviru Poglavlja 3.3.5.1. Kako vrednost podkriterijumske funkcije K1.2 predstavlja površinske gubitke toplote na godišnjem nivou, da bi se primenile dobijene transfer funkcije bilo je potrebno vršiti merenja temperature zida sa obe strane za period od godinu dana. Ova merenja su završena krajem 2017. godine i njihova obrada i dalje razvijanje metodologije jeste pravac daljeg naučnog istraživanja u oblasti termike zgrada. Razvijena metodologija ima prednost u odnosu na ovde primenjeni Kvazi-stacionarni model jer proces prenošenja toplote posmatra u dinamičkom režimu, u realnim vremenski promenljivim

uslovima, uzimajući u obzir i akumulaciju toplote. U odnosu na druge razvijene modele, isto dinamičke, prikazane u Poglavlju 2.5, metodologija razvijena u ovoj disertaciji je u prednost jer ne zahteva jaku hardversku podršku i primenljiva je u inženjerske svrhe, a ne samo na naučnom nivou.

U Tabeli 41 date su vrednosti podkriterijumske funkcije K1.1 Koeficijent prolaza toplote i podkriterijumske funkcije K1.2 Transmisioni površinski gubici zida, za svih 12 predloženih alternativa. Za svaku podkriterijumsku funkciju izračunata je srednja vrednost u skupu alternativa i standardna devijacija skupa, koja je izražena kao apsolutna vrednost i relativna vrednost u odnosu na srednju vrednost.

Tabela 41 Vrednosti podkriterijumskih funkcija u okviru K1-Energetski parametri

PODKRITERIJUMI \\	K1.1	K1.2
	MIN	MIN
<b>AL1-EPS7</b>	0.334	20,208.72
<b>AL2-EPS10</b>	0.254	15,388.26
<b>AL3-EPS15</b>	0.182	11,000.83
<b>AL4-VIP2.5-EPS3</b>	0.188	11,370.14
<b>AL5-VIP4-EPS5</b>	0.124	7,478.62
<b>AL6-VIP6-EPS5</b>	0.091	5,526.22
<b>AL7-EPS3-ABS2.5</b>	0.382	23,109.59
<b>AL8-ABL2-ABS2.5</b>	0.322	19,458.41
<b>AL9-ABL4-ABS2.5</b>	0.220	13,331.16
<b>AL10-PRF5</b>	0.324	19,617.29
<b>AL11-PRF10</b>	0.187	11,292.59
<b>AL12-PRF15</b>	0.131	7,928.22
<b>SREDNJA VREDNOST</b>	<b>0.228</b>	<b>13,809.17</b>
<b>STANDARDNA DEVIJACIJA</b>	<b>0.094</b>	<b>5,714.89</b>
<b>STANDARDNA DEVIJACIJA U %</b>	<b>41.38%</b>	<b>41.38%</b>

#### 4.4.1.2 Određivanje vrednosti kriterijumske funkcije K2 Uslovi komfora

##### Podkriterijum: K2.1 - Debljina fasadnog zida

Vrednost podkriterijumske funkcije K2.1 Debljina fasadnog zida, je definisana kao razlika ukupne debljine zida novopredložene alternative i ukupne debljine osnovnog zida:

$$\Delta d = \sum_{i=1}^n d_i - \sum_{i=1}^m d_i^{oz} \quad (103)$$

Vrednost debljine svakog sloja za svaku alternativu  $d_i$ , date su u Tabelama 30-33, a vrednost  $d_i^{oz}$  u Tabeli 29.

##### Podkriterijum: K2.2 - Dekrement faktor i K2.3 - Vremensko kašnjenje

U okviru poglavlja 3.2.3 definisani su dinamički termički parametri zida: dekrement faktor i vremensko kašnjenje, preko elemenata transfer matrice. Transfer matrica za jednoslojni ravan homogen zid izvedena je u okviru Poglavlja 3.2.1, a za heterogeni višeslojni ravan zid u okviru Poglavlja 3.2.2.

Prema jednačini (40) transfer matrica  $Z_N$  opisuje zid sa  $n$  slojeva i jednaka je proizvodu matrica za svaki sloj:  $Z_N = \begin{bmatrix} Z_{N,11} & Z_{N,12} \\ Z_{N,21} & Z_{N,22} \end{bmatrix} = \prod_{i=1}^n Z_i$ . Elementi transfer matrica pojedinih slojeva u zidu imaju sledeći oblik:

$$Z_i = \begin{bmatrix} Z_{i,11} & Z_{i,12} \\ Z_{i,21} & Z_{i,22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh \sqrt{j\omega \cdot k_i} d_i & -\frac{\sinh \sqrt{j\omega \cdot k_i} d_i}{\lambda \sqrt{j\omega \cdot k}} \\ -\sinh \sqrt{j\omega \cdot k_i} d_i \cdot \lambda_i \sqrt{j\omega \cdot k_i} & \cosh \sqrt{j\omega \cdot k_i} d_i \end{bmatrix} \quad (104)$$

gde su:  $\omega$  - kružna frekvencija,  $d_i$  - debljina sloja,  $1/k_i = \lambda_i/\rho_i c_i$  - toplotna difuzivnost,  $\lambda_i$  - koeficijent toplotne provodljivosti [ $W/mK$ ],  $\rho_i$  - gustina materijala [ $kg/m^3$ ],  $c_i$  - specifična toplota [ $J/kgK$ ] sloja  $i$ .

Vrednost podkriterijum K2.2 - Dekrement faktor (DF), se računa prema jednačini (46) kao proizvod modula recipročne vrednosti periodične transmitanse ( $Z_{N,12}$ ) i stacionarne transmitanse (koeficijenta prolaza toplove U):

$$DF = \frac{1}{U} \left| -\frac{1}{Z_{N,12}} \right| \quad (105)$$

Vrednost podkriterijum K2.3 - Vremensko kašnjenje (TL), se računa kao fazno kašnjenje termičke transmitanse tj. vremensko kašnjenje amplitude temperature:

$$TL = \frac{T}{2\pi} \arg(-1/Z_{N,12}) \quad (106)$$

U Tabeli 42 date su vrednosti za sve tri podkriterijumske funkcije u okviru kriterijuma K2 - Uslovi komfora za svih 12 alternativa, kao i srednja vrednost, standardna devijacija i relativni odnos standardne devijacije i srednje vrednosti za svaku podkriterijumsku funkciju. Vrednost podkriterijuma K2.1 - Debljina fasadnog zida je dato u cm, podkriterijuma K2.2 - Dekrement faktor zida je bezdimenziona veličina, a vrednost podkriterijuma K2.3 - Vremensko kašnjenje je izražena u časovima.

Tabela 42 Vrednosti podkriterijumske funkcije u okviru K2-Uslovi komfora

<b>PODKRITERIJUMI</b>	<b>K2.1</b>	<b>K2.2</b>	<b>K2.3</b>
	<b>MIN</b>	<b>MIN</b>	<b>MAX</b>
<b>ALTERNATIVE</b>			
<b>AL1-EPS7</b>	7	0.066	7.75
<b>AL2-EPS10</b>	10	0.062	8.82
<b>AL3-EPS15</b>	15	0.059	11.15
<b>AL4-VIP2.5-EPS3</b>	6	0.059	10.85
<b>AL5-VIP4-EPS5</b>	9	0.053	16.55
<b>AL6-VIP6-EPS5</b>	11	0.043	17.92
<b>AL7-EPS3-ABS2.5</b>	4	0.068	7.97
<b>AL8-ABL2-ABS2.5</b>	3	0.065	9.32
<b>AL9-ABL4-ABS2.5</b>	5	0.059	12.82
<b>AL10-PRF5</b>	5	0.066	7.82
<b>AL11-PRF10</b>	10	0.059	10.84
<b>AL12-PRF15</b>	15	0.054	15.33
<b>SREDNJA VREDNOST</b>	<b>8.17</b>	<b>0.059</b>	<b>11.43</b>
<b>STANDARDNA DEVIJACIJA</b>	<b>4.21</b>	<b>0.007</b>	<b>3.52</b>
<b>STANDARDNA DEVIJACIJA U %</b>	<b>51.51%</b>	<b>11.91%</b>	<b>30.79%</b>

#### **4.4.1.3 Određivanje vrednosti kriterijumske funkcije K3 - Finansijski parametri**

##### **Podkriterijum: K3.1 - Inicijalna finansijska sredstva**

Određivanje vrednosti podkriterijumske funkcije K3.1 Inicijalna finansijska sredstva vršeno je primenom detaljnog modela za procenu troškova koji obuhvata procenu direktnih troškova za materijal, radnu snagu i mehanizaciju i indirektnih troškova u koje spadaju troškovi angažovanja podizvođača i isporučilaca, indirektni troškovi na gradilištu i troškovi van gradilišta.

Cene svih proizvoda i usluga usvojena je na osnovu nekoliko važećih cenovnika proizvođača materijala i tržišne cene rada. Svaka aktivnost na realizaciji sanacije fasadnog zida je pojedinačno analizirana, u smislu potrebnih resursa i troškova, uz korišćenje standardnih normativa rada u visokogradnji.

Sve cene su usvojene sa PDV-om. Montaža, demontaža i premeštanje lake pokretnе skele obuhvaćeno je pomoćnom radnom snagom, a za potrebe unutrašnjeg transporta materijala, usvojena je građevinska dizalica (skip) GD-40 (za potrebe vertikalnog transporta) i japaneri (za potrebe horizontalnog transporta). Međutim, predviđeno je da se ista mehanizacija koristi za sve tipove zidova, tj. za sve razmatrane materijale, tako da ova stavka nije ušla u analizu, jer je ista za sve pozicije.

Troškovi angažovanja podizvođača i isporučilaca, indirektni troškovi na gradilištu i van gradilišta ušli su u proračun preko koeficijenta režijskih troškova, posebno za materijal, posebno za radnu snagu. Usvojeni režijski koeficijent za radnu snagu je  $\varphi_{rs} = 2.0$ , a za material  $\varphi_{mat} = 1.1$ , i to samo za jeftinije materijale, ekspandirani polistiren i poliuretanske panele, dok je za izuzetno skupe materijale na bazi aerogela i vakumskih panela, usvojen nešto niži režijski faktor  $\varphi_{mat} = 1.01$ .

Vrednost podkriterijum K3.1 – Inicijalni investicioni troškovi (IT), su računati prema sledećoj formuli:

$$IT = \left( \sum_i E_{mat,i} \cdot \varphi_{mat} + \sum_i E_{rs,i} \cdot \varphi_{rs} \right) \cdot A_e \quad (107)$$

gde je  $E_{mat,i}$  - cena svakog materijala  $i$  po  $m^2$  površine saniranog zida,  $E_{rs,i}$  - cena radne snage za sve kategorije radnika po  $m^2$  površine saniranog zida,  $\varphi_{mat}$  i  $\varphi_{rs}$  -

usvojeni režijski koeficijenti za materijal i radnu snagu, a  $A_e = 1000m^2$  - površina zida za koju se obračunava cena.

Inicijalni troškovi energetske sanacije za sve alternative dati su u Tabeli 47, i njihova vrednost predstavlja trošak za sanaciju  $1000m^2$  zida izraženu u evrima, [Eur/ $1000m^2$ ].

### **Podkriterijum: K3.2, Ukupni troškovi u fazi eksploatacije**

Ukupni troškovi u fazi eksploatacije su sračunati u svemu prema metodologiji koja je propisana u standardu EN 15459:2007 CEN/TC 228 pod nazivom *Energy Efficiency for Buildings — Standard economic evaluation procedure for energy systems in buildings* [42]. Vrsta i struktura troškova definisana ovim standardom izložena je u Poglavlju 2.2.2.

Prema navedenom Standardu, ukupni troškovi u fazi eksploatacije (eng. *global cost*) proračunavaju se prema formuli:

$$UT = IT + PV_{EC} + PV_{RC} - PV_{RV} \quad (108)$$

gde  $UT$  predstavlja ukupne troškove objekta vezane za potrošnju energije za grejanje u toku faze eksploatacije objekta;  $IT$  - vrednost inicijalnih finansijskih sredstava energetske sanacije, tj. troškove instalacija komponenti sistema (termoizolacioni materijali i završna obrada fasade);  $PV_{EC}$  - neto sadaršnju vrednost troškova za energiju za grejanje;  $PV_{RC}$  - neto sadašnju vrednost troškova zamene komponenta sistema u toku faze eksplatacije i  $PV_{RV}$  - neto sadašnju rezidualnu vrednost komponenata sistema na kraju faze eksplatacije (ili obračunskog perioda).

Očigledno je da ukupni troškovi objekta direktno zavise od perioda eksploatacije objekta, odnosno od obračunskog perioda za koji se računaju ti troškovi. Za period eksploatacije  $T$ , neto sadašnja vrednost troškova za grejanje  $PV_{EC}(T)$ , predstavlja sumu godišnjih troškova za energiju u toku perioda  $T$ , svedenu na neto sadašnju vrednost, i računa se prema jednačini:

$$PV_{EC} = PV_{EC}(T) = \sum_{i=1}^T (EC_a(i) \times R_D^{EC}(i)) = EC_a \times f_{pv}^{EC}(T) \quad (109)$$

gde  $EC_a(i)$  predstavlja troškove za energiju za  $i$ -tu godinu, a  $R_D^{EC}(i)$  je diskontni faktor za  $i$ -tu godinu. Diskontni faktor zavisi od realne kamatne stope i godine za koju se proračunava, a računa se prema:

$$R_D^{EC}(i) = \frac{1}{(1 + R_R^{EC})^i} \quad (110)$$

gde se za vrednost  $i$  uzima broj proteklih godina nakon energetske sanacije, a realna kamatna stopa  $R_R^{EC}$ , se računa na osnovu tržišne stope -  $R$  (eng. *Market rate*) i stope inflacije -  $R_i^{EC}$ , (engl. *Inflatore rate*):

$$R_R^{EC} = \frac{R - R_i^{EC}}{1 + R_i^{EC}} \quad (111)$$

U jednačini (111) sa  $R$  je obeležena tržišna stopa, a sa  $R_i^{EC}$  prognozirana inflatorna stopa energenta koji se koristi kao izvor energije.

U koliko se raspolaze podatkom prosečna vrednost godišnjih troškova za energiju u toku perioda eksploatacije objekta  $EC_a$ , ili se može pretpostaviti da su godišnji troškovi za grejanje jednaki za svaku godinu, onda se neto sadašnja vrednost troškova za energiju u period eksploatacije može sračunati i preko faktora sadašnje vrednosti  $f_{pv}^{EC}(T)$  (eng. *Present value factor*) koji se računa na osnovu realne kamatne stope  $R_R^{EC}$ , i obračunskog perioda  $T$ :

$$f_{pv}^{EC}(T) = \frac{1 - (1 + R_R^{EC})^{-T}}{R_R^{EC}} \quad (112)$$

Sledeći član u jednačini (108) je  $PV_{RC}$  - neto sadašnja vrednost troškova zamene komponenta sistema u toku faze eksploatacije. Vrednost  $PV_{RC}$  se računa na isti način kao i vrednost  $PV_{EC}$ , samo se za proračun diskontne stope  $R_D^{RC}$  i faktora sadašnje vrednosti  $f_{pv}^{RC}(T)$  uzima se realne kamatne stopa  $R_R^{RC}$ , sa prognoziranim inflatornom stopom komponenti koje se menjaju u toku eksploatacije  $R_i^{RC}$ , tj. prognoziranim inflatornom stopom za građevinske materijale. Umesto troškova  $EC_a(i)$  uzimaju se troškovi zamene pojedinih komponenata  $RC_a(i)$ .

Jednačine za proračun  $PV_{RC}$  su sledeće:

$$PV_{RC} = PV_{RC}(T) = \sum_{i=1}^T \left( RC_a(i) \times R_D^{RC}(i) \right) = RC_a \times f_{pv}^{RC}(T)$$

$$R_D^{RC}(i) = \frac{1}{(1 + R_R^{RC})^i} \quad (113)$$

$$R_R^{RC} = \frac{R - R_i^{RC}}{1 + R_i^{RC}}$$

$$f_{pv}^{RC}(T) = \frac{1 - (1 + R_R^{RC})^{-T}}{R_R^{RC}}$$

Poslednji član u jednačini je (108)  $PV_{RV}$  - neto sadašnja vrednost rezidualnih vrednosti komponenti sistema koje se zamenjuju u toku perioda eksploracije  $T$ . Vrednost  $PV_{RV}$  se računa kao zbir neto sadašnjih vrednosti  $PV_{RV}(j)$  svih komponenti sistema, koje se menjaju u različitim vremenskim trenucima u toku eksploracije objekta:

$$PV_{RV} = PV_{RV}(T) = \sum_j PV_{RV}(j) \quad (114)$$

Konačna vrednost  $PV_{RV}(j)$  za svaku pojedinačnu komponentu  $j$ , čiji je eksploracioni vek veći od eksplatacionog veka objekta (ili obračunskog perioda) je određena linearom depresijacijom njene investicione vrednosti od trenutka instalacije pa do kraja obračunskog perioda i diskontuje se na početak perioda obračuna (godinu kada je rađena sanacija).

Kod komponenata čiji je eksploracioni vek  $T_n(j)$ , manji od obračunskog perioda  $T_n(j) < T$ , tj. za komponente koje se  $n$  puta menjaju u toku perioda  $T$ , obračun  $PV_{RV}(j)$  se vrši prema jednačini:

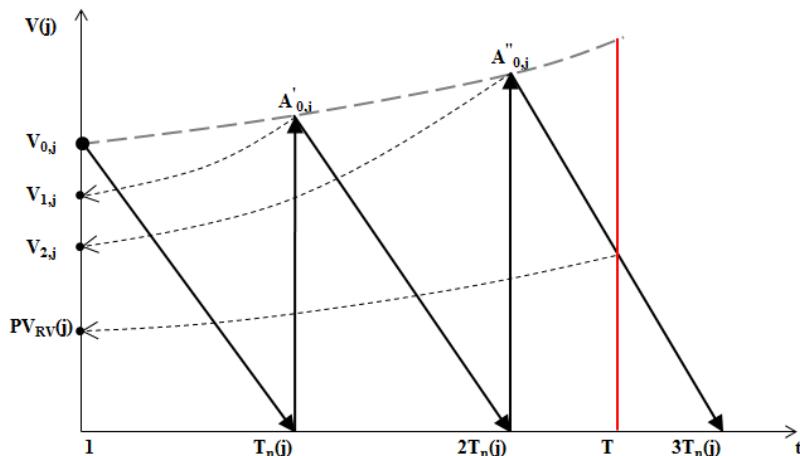
$$PV_{RV}(j) = V(0, j) \times (1 + R_i)^{n \cdot T_n(j)} \times \left[ \frac{(n+1) \cdot T_n(j) - T}{T_n(j)} \right] \times \frac{1}{(1 + R_R^{RC})^T} \quad (115)$$

U jednačini (115):

- član  $V(0,j) \times (1 + R_i)^{n \cdot T_n(j)}$  - predstavlja cenu komponente  $j$  u trenutku instalacije  $nT_n(j)$ , uzimajući u obzir inflatornu stopu  $R_i$  za datu komponentu za period  $nT_n(j)$ ;
- član  $\left[ \frac{(n+1) \cdot T_n(j) - T}{T_n(j)} \right]$  - predstavlja linearnu depresijaciju vrednosti komponente od poslednje instalacije do kraja obračunskog perioda i
- član  $\frac{1}{(1+R_R^{RC})^T}$  - predstavlja diskontni faktor za godinu  $T$ .

Na Slici 64 data je ilustracija proračuna rezidualne vrednosti komponente sistema na kraju obračunskog perioda, za slučaj kada je eksploracioni vek komponente manji od obračunskog perioda.

Vrednosti  $A'_{0,j}$  i  $A''_{0,j}$  na Slici 64 predstavljaju nominalnu vrednost komponente u trenutku  $T_n(j)$  i  $2T_n(j)$ , a  $V_{1,j}$  i  $V_{2,j}$  odgovarajuće neto sadašnje vrednosti.  $V_{0,j}$  predstavlja vrednost komponente u trenutku prve ugradnje.



Slika 64 Ilustracija proračuna rezidualne vrednosti komponenti sistema tokom obračunskog perioda  $T$ , [42]

Proračun vrednosti podkriterijuma K3.2 urađen je na osnovu gore navedenih jednačina (108) - (115), kao i na osnovu usvojenih parametara koji su navedeni u Tabeli 43.

Tabela 43 Usvojeni parametri korišćeni pri proračunu podkriterijuma K3.1 - Ukupni troškovi

R.br.	Usvojeni parametri
1	Obračunski period za koji se vrši proračun ukupnih troškova je 50 godina.
2	Komponente koje se menjaju tokom obračunskog perioda i ulaze u obračun troškova zamene su: 1) završna obrada fasade: bavalit i 2) termoizolacioni mat.
3	Eksplotacioni vek ekspandiranog polistirena: 30 godina.
4	Eksplotacioni vek VIP panela 50 godina.
5	Eksplotacioni vek materijala na bazi aerogela: 50 godina.
6	Eksplotacioni vek završnog sloja fasade, bavalit: 10 godina.
7	Energent koji se koristi za dobijanje toplotne energije za grejanje je električna energija.
8	Cena koštanja električne energije računata je prema zvaničnim cenama električne energije u RS za sektor široke potrošnje, za male potrošače koji koriste dvotarifna brojila. Tabela 44.
9	Raspodela potrošnje energije prema cenovnim zonama za svaku alternativu posebno kao i za osnovni zid data je u Tabeli 45.
10	Usvojeni i proračunati finansijski parametri dati su u Tabeli 46.
11	Porez na dodatnu vrednost za električnu energiju 20%.
12	Usvojena vrednost Evra: 122.5 din.

S obzirom na to da je uvedena pretpostavka da se kao izvor energije za grejanje koristi električna energija, za proračun godišnjih troškova za grejanje  $EC_a$  bilo je potrebno analizirati cenu električne energije.

Prema tarifnom sistemu koji je propisalo javno preduzeće EPS Distribucija [163], u zavisnosti od količine, namene i načina potrošnje aktivne energije utvrđena su tri tarifna stava: 1) *tarifni stav za racionalnu potrošnju* - obuhvata mesečnu potrošnju do 350 kWh (zelena zona); 2) *tarifni stav za umerenu potrošnju* - obuhvata mesečnu potrošnju preko 350 kWh a do 1600 kWh (plava zona); i 3) *tarifni stav za veliku potrošnju* - obuhvata mesečnu potrošnju preko 1600 kWh (crvena zona). Svaka od zona je dalje podeljena na dve tarife: *višu* – dnevnu tarifu i *nižu* – noćnu tarifu.

Cene električne energije sa kojima je računata vrednost  $EC_a$  prikazane su u Tabeli 44. Prikazane cene predstavljaju cenu električne energije za sektor male potrošnje, za dvotarifno merenje i preuzeta je sa sajta javnog preduzeća EPS Snabdevanje d.o.o. Beograd. Vrednosti u tabeli predstavljaju cenu koštanja bez uračunatog poreza na dodatu vrednost za jedan kWh isporučene električne energije.

Tabela 44 Cena koštanja kWh struje u Republici Srbiji za male potrošače

Široka potrošnja - dvotarifno merenje		
Cenovne zone	viša 7h-23h	niža 23h-7h
	[din/ kWh]	[din/ kWh]
zelena zona	5.84	1.46
plava zona	8.76	2.19
crvena zona	17.52	4.38
Izvor podatak: EPS Snabdevanje d.o.o. Beograd		
Cene su bez PDVa		

Raspodela potrošnje električne energije za grejanje po cenovnim zonama za stambeni objekat čiji su fasadni zidovi definisani alternativama 1-12 kao i za osnovni zid, predložena je na osnovu dozvoljenih brojeva kWh u svakoj zoni i izračunatih vrednosti transmisionih površinskih gubitaka topline (Tabela 41, podkriterijum K1.1). U okviru svake cenovne zone, radi pojednostavljenja proračuna, prepostavljeno je da je potrošnja energije ravnomerna u toku jednog dana. Predložena raspodela potrošnje energije po cenovnim zonama data je u Tabeli 45. Vrednosti u tabeli predstavljaju deo isporučene energije izražen u procentima koji se plaća prema naznačenoj cenovnoj zoni.

Tabela 45 Procentualno učešće potrošnje energije prema cenovnim zonama za osnovni zid i alternative

ALTERNATIVE		% UČEŠĆE POTROŠNJE ENERGIJE PREMA CENOVNIM ZONAMA					
RD.BR.	OZNAKA	zelena		plava		crvena	
		dan	noć	dan	noć	dan	noć
		%	%	%	%	%	%
OSNOVNI ZID	OZ	13	7	47	23	7	3
ALTERNATIVA 1	AL1-EPS7	41	21	25	13	0	0
ALTERNATIVA 2	AL2-EPS10	54	27	13	6	0	0
ALTERNATIVA 3	AL3-EPS15	67	33	0	0	0	0
ALTERNATIVA 4	AL4-VIP2.5-EPS3	67	33	0	0	0	0
ALTERNATIVA 5	AL5-VIP4-EPS5	67	33	0	0	0	0
ALTERNATIVA 6	AL6-VIP6-EPS5	67	33	0	0	0	0
ALTERNATIVA 7	AL7-EPS3-ABS2.5	36	18	31	15	0	0
ALTERNATIVA 8	AL8-ABL2-ABS2.5	43	21	24	12	0	0
ALTERNATIVA 9	AL9-ABL4-ABS2.5	63	31	4	2	0	0
ALTERNATIVA 10	AL10-PRF5	42	21	24	12	0	0
ALTERNATIVA 11	AL11-PRF10	67	33	0	0	0	0
ALTERNATIVA 12	AL12-PRF15	67	33	0	0	0	0

Iz Tabele 45 se vidi da sve alternative podrazumevaju potrošnju električne energije u okviru samo zelene i plave zone, s tim da alternative koje daju veoma visoku energetsku efikasnost objekta imaju potrošnju energije samo u zelenoj zoni. Za osnovni zid koji je okarakterisan kao energetski neefikasan pretpostavljena je potrošnja energije i u okviru crvene zone.

Za potrebe proračuna finansijskih parametara:  $R_D$  - diskontna stopa i  $f_{pv}$  - faktor sadašnje vrednosti, neophodnih za suočenje troškova energije  $EC_a$  i troškova zamene komponenata sistema  $RC_a$ , koji nastaju u toku perioda eksplatacije objekta, na neto sadašnju vrednost, tj. na vrednost u trenutku realizacije energetske sanacije, bilo je potrebno usvojiti nominalnu kamatu stopi  $R$  i stopu inflacije  $R_i$ .

Usvojena stopa inflacije na godišnjem nivou za komponente sistema koje se menjaju (temoizolacija i završna obrada fasade) je  $R_i^{RC} = 3\%$ . Usvojena vrednost je u skladu sa ciljem monetarne politike Narodne banke Srbije koja definiše stopu inflacije od 3% kao ciljanu procentualnu promenu potrošačkih cena u 2017. godini [164]. Nominalna kamatna stopa je usvojena prema *Odluci o visini referentne kamatne stope Narodne banke Srbije* [165] koja je donesena u oktobru 2016. i iznosi 4% na godišnjem nivou.

Kretanje cene električne energije teško je pretpostaviti sa sigurnošću, s obzirom na to da se, kako svetsko tako i evropsko tržište električne energije se stalno menja. Tokom proteklih deset godina cene električne energije su porasle u većini evropskih zemalja, ne toliko zbog porasta cene uglja i prirodnog gasa, dva najveća goriva za proizvodnju električne energije, već zbog uvođenja brojnih nameta od strane Agencije za zaštitu životne sredine (engl. *Environmental Protection Agency* - *EPA*), kojima su elektroprivrede primorane da ulažu velika ulaganja u osavremenjavanje postojećih generatora sa ciljem smanjenja štetnih uticaja na životnu sredinu.

Prema izveštaju Evropske komisije [166] cena električne energije za male potrošače - domaćinstva u državama članicama Evropske unije u period od 2008 godine do 2017. godine porasla je sa 0.17 do 0.22Eur/kWh, što predstavlja ukupno povećanje cene od 29%, odnosno 3% na godišnjem nivou. U izveštaju [166] se navodi da se sličan trend rasta cene električne energije očekuje i u narednom periodu s obzirom na to da EPA nameće sve strožije propise kojima se reguliše emisija štetnih gasova iz elektrana, što za sobom povlači dalja ulaganja.

U istom periodu cena električne energije za male potrošače na tržištu Amerike beleži sličan rast. Prema izveštaju Američke energetske informativne agencije (engl. *U.S. Energy Information Administration - EIA*) [167] ukupan porast cene u period od 2006 do 2017. godine iznosi 34% (sa 9.84 cent/kWh na 13.19cent/kWh), što je 3% na godišnjem nivou, sa prognozom rasta od 2% na godišnjem nivou za period do 2050. godine [168].

Cena električne energije u Srbiji, prema izveštaju Eurostata [166], za domaćinstvo srednje veličine u 2014. godini je bila 0.0607 (EUR/kWh), što predstavlja najnižu cenu struje u Evropi, ako se ne uzima u obzir Kosovo, čak 3 puta nižu od proseka u Evropi. Prema istom izvoru [166], u period od 2011 do 2017. godine cena električne energije je porasla za 29%, što je nešto više od 4% na godišnjem nivou. Bez obzira na velike napore koje država ulaze kako bi kontrolisala rast cene električne energije, teško je očekivati niže stope inflacije u nekom dugoročnom periodu u odnosu na prognozirane u svetu.

Na osnovu svega gore navedenog, usvojena stopa inflacije za troškove električne energije u Srbiji je 3% na godišnjem nivou za period prvih 10 godina nakon energetske sanacije, odnosno 5% nakon toga, tj. za period od 10-50 godine. Veća vrednost stopa inflacije za troškove električne za period nakon 10 godina odslikava scenario po kome bi cena električne energije u Srbiji bila izjednačena sa prognoziranim vrednostima električne energije u Evropi u navedenom periodu.

U Tabeli 46 prikazane su vrednosti svih finansijskih parametara koje su korišćene prilikom proračuna ukupnih troškova u fazi eksploatacije.

Tabela 46 Usvojene vrednosti finansijskih stopa i dužine obračunskog perioda korišćene za proračun pojedinih troškova u toku obračunskog perioda

Vrsta troška	Nominalna kamatna stopa $R_i[\%]$	Stopa inflacije $R_i[\%]$	Realna kamatna stopa $R_R[\%]$	Obračunski period T [god]	Diskontna stopa $R_D[-]$ početna - krajnja god.	Faktor sadašnje vrednosti $f_{pv}[-]$ na kraju perioda T
Troškovi održavanja fasade	4	3	0.971	1-50	0.990-0.617	39.462
Troškovi za električnu energiju	4	3	0.971	1-10	0.990-0.917	8.578
Troškovi za električnu energiju	4	5	-0.952	10-50	1.100-1.614	54.985

S obzirom na nepouzdanost ovakvih predviđanja, u okviru disertacije dati su i rezultati koji su dobijeni iz optimizacionog modela koji predviđa stopu inflacije cene električne energije od 3% na godišnjem nivou u toku celog perioda eksploatacije. Ovako prepostavljena inflacija bi predstavljala usklađivanje cene električne energije samo za deo inflatornog kretanja. Dodatno, radi boljeg tumačenja rezultata kao i utvrđivanja pouzdanosti i osetljivosti modela, prikazani su i rezultati optimizacionog modela koji predviđa inflaciju cene električne energije od 0%.

### Podkriterijum: K3.3 - Povratni period investicionih sredstava

Vrednost podkriterijumske funkcije K3.3 - Povratni period finansijskih sredstava predstavlja broj godina za koje se vrate uložena finansijska sredstva, kroz dobiti projekta (na osnovu ostvarenog prihoda) ili kroz uštede. Za alternative za koje se očekuje da imaju kraći period povraćaja sredstava (do 7 godina), vrednost podkriterijumske funkcije K3.3 je računata kao Prost povratni period [44] tj. bez uzimanja u obzir vremenske vrednosti novca, a prema formuli:

$$\begin{aligned} \text{Prost povratni period} &= \text{Investicioni troškovi/Uštede} \\ PBP &= IT / (EC_a^{oz} - EC_a) \end{aligned} \quad (116)$$

gde  $PBP$  - označava povratni period izražen u godinama,  $IT$  predstavlja inicijalna investiciona sredstva uložena u energetsku sanaciju računata prema (107), a izraz

$EC_a^{oz} - EC_a$  predstavlja uštedu na godišnjem nivou koja se ostvaruje kroz razliku troškova za grejanje između osnovnog zida -  $EC_a^{oz}$  i troškova grejanja -  $EC_a$  za alternativu za koju se računa povratni period. Na ovaj način računat je povratni period investicionih sredstava za alternative: AL1-AL3 i AL10-AL12.

Za alternative AL4-AL-9, povratni period investicionih sredstava je računat na osnovi Interne stope povraćaja kapitala (engl. *Internal Rate of Return, IRR*). Interna stopa povraćaja kapitala je definisana tako da predstavlja onu vrednost kamatne stope, za koju su na kraju eksploracionog veka komponente, sistema ili celog projekta, izjednačene sledeće vrednosti: sadašnja vrednost svih troškova, i sadašnja vrednost svih benefita. Izjednačavajući Internu stopu povraćaja kapitala sa Realnom kamatnom stopom  $IRR = R_R$  određen je period nakon koga su izjednačene sadašnja vrednost svih troškova i sadašnja vrednost svih benefita, tj. dobijen je povratni period finansijskih sredstava koji uzima u obzir promenu vrednosti novca kroz vreme. Na osnovu prethodnog tvrđenja, povratni period se dobija rešavanjem sledećih jednačina po  $n$  [44]:

$$IT + RC_a(P/A_{i,n}) = (EC_a^{oz} - EC_a)(P/A_{i,n}) + PV_{RV}(P/F_{i,n})$$

$$P/A_{i,n} = \left[ \frac{(1+i)^n \pm 1}{i(1+i)^n} \right] \quad (117)$$

$$P/F_{i,n} = (1+i)^{-n}$$

$$i = IRR = R_R$$

U jednačini (117)  $P/A_{i,n}$ , predstavlja faktor kojim se troškovi ili benefiti A, koji nastaju na godišnjem nivou u toku perioda n, za koji je pretpostavljena kamatna stopa i savode na sadašnju vrednost P. Slično,  $P/F_{i,n}$  predstavlja faktor kojim se troškovi ili benefiti F, koji nastaju u budućnosti nakon n godina, svode na sadašnju vrednost P. Konkretno, u jednačini (117) kamatna stopa i označava Internu stopu povraćaja kapitala IRR, koja je izjednačena sa realnu kamatnu stopu  $R_R$  - koja je računata na osnovu pretpostavljene Nominalne kamatne stope od  $R = 4\%$  i Inflatorne stope  $R_i = 3\%$ , a  $n$  - predstavlja povratni period investicionih sredstava. Ostale korišćene oznake objašnjene su u prethodnim jednačinama (108)-(115).

U Tabeli 47 prikazane su vrednosti podkriterijumskih funkcija: K3.1 - Inicijalna finansijska sredstva, K3.2 – Ukupni troškovi u fazi eksploatacije i K3.3 - Povratni period investicionih sredstava za svih 12 alternativa, kao i srednja vrednost, standardna devijacija i relativni odnos standardne devijacije i srednje vrednosti za svaku podkriterijumsku funkciju. Vrednost Inicijalnih finansijskih sredstava je izražena u Eur/1000m<sup>2</sup> saniranog zida, vrednost Ukupnih troškova u fazi eksploatacije izražena je u Eur/1000m<sup>2</sup> 50god., a Povratni period investacionih sredstava je iskazan u godinama.

Tabela 47 Vrednosti podkriterijumskih funkcija u okviru K3- Finansijski parametri

<b>PODKRITERIJUMI</b>	<b>K3.1</b>	<b>K3.2</b>	<b>K3.3</b>
	<b>MIN</b>	<b>MIN</b>	<b>MIN</b>
<b>AL1-EPS7</b>	18,494.68	107,585.89	4.90
<b>AL2-EPS10</b>	19,606.94	91,739.41	4.86
<b>AL3-EPS15</b>	21,440.07	82,348.91	5.11
<b>AL4-VIP2.5-EPS3</b>	47,767.29	106,795.90	10.46
<b>AL5-VIP4-EPS5</b>	58,531.64	107,675.95	12.27
<b>AL6-VIP6-EPS5</b>	79,131.64	123,838.71	16.03
<b>AL7-EPS3-ABS2.5</b>	85,852.55	149,928.47	18.60
<b>AL8-ABL2-ABS2.5</b>	102,731.28	156,683.60	20.89
<b>AL9-ABL4-ABS2.5</b>	122,731.28	156,058.84	22.70
<b>AL10-PRF5</b>	21,596.50	110,731.36	5.70
<b>AL11-PRF10</b>	27,261.50	92,026.15	6.55
<b>AL12-PRF15</b>	31,793.50	90,088.41	7.45
<b>SREDNJA VREDNOST</b>	<b>53,078.24</b>	<b>114,625.13</b>	<b>11.29</b>
<b>STANDARDNA DEVIJACIJA</b>	<b>36,376.59</b>	<b>26,404.99</b>	<b>6.67</b>
<b>STANDARDNA DEVIJACIJA U %</b>	<b>68.53%</b>	<b>23.04%</b>	<b>59.02%</b>

#### **4.4.1.4 Određivanje vrednosti kriterijumske funkcije K4 - Ekološki parametri**

##### **Podkriterijum: K4.1 – Ekološki materijali**

Vrednovanje alternativa u smislu primene materijala koji su sa ekološkog aspekta prihvatljivi, je urađeno tako što se kod svake alternative sagledavao ekološki aspekt primenjene termoizolacije. Alternative su kategorisane u tri kvalitativne kategorije: *loš*, *dobar*, *odličan*, a zatim su ovi entiteti preslikani u numeričke vrednosti u rasponu od 0 do 1, gde veća vrednost podrazumeva da je ugrađeni materijal bolji sa ekološkog aspekta. Kako bi ocenili da li je i koliko jedan termoizolacioni materijal podoban za eksploataciju sa ekološkog aspekta, analizirane su različite karakteristike datog materijala. Da bi materijal tj. alternativa bila što bolje ocenjena, korišćeni termoizolacioni materijal je trebalo da bude dugovečan, da ne doprinosi ugrožavanju životne sredine, da nije toksičan, radioaktiv i da ne emituju štetne hemikalije, da obezbeđuje difuziju vodene pare, da obezbeđuje unutrašnju temperaturu u optimalnom opsegu za zdravlje ljudi, da obezbeđuje adekvatnu izolaciju od buke, da stvara okruženje koje ne menja prirodnu ionizaciju, magnetno polje i druge elektromagnetne pokazatelje, kao i da je vatrootporan i da se može reciklirati ili naknadno koristiti u iste ili slične svrhe.

Prve tri alternative AL1-AL3 podrazumevaju ugradnju termoizolacionog materijala polistirena (stiropora) koji je male dugovečnosti, neotporan na udare grada, neotporan na požar i UV zračenje, neotporan na glodare, a objekti obložene stiroporom *ne dišu*. Pored ovoga, zbog činjenice da ne može lako da se raspadne niti rastavi na hemijske komponente od kojih je sačinjen, ovaj materijal se ne može ni reciklirati. Sa aspekta primenjenih ekoloških materijala navedene alternative se smatraju *loše*.

Sa druge strane, VIP paneli koji su predloženi u alternativama AL4-AL6 su dugovečni, bez utvrđenih negativnih posledica na životnu sredinu. Ne postoji još dovoljan broj istraživanja koja bi detaljnije ušla u ekološke aspekte ovog materijala, ali je njegova velika prednost ta što on sam ne predstavlja otpad, već postoji mogućnost njegovog naknadnog korišćenja u slične svrhe.

Alternative koje podrazumevaju ugradnju materijala na bazi aerogela AL7-AL9 su visoko ocenjene s obzirom na to da je sam materijal dugovečan, i do 60 godina, nezapaljiv, vodootporan, ne emituje štetne gasove, ne postoji mogućnost razvijanja

bakterija i plesni i u potpunosti se može reciklirati. Obe vrste alternativa AL3-AL6 i AL7-AL9 su kategorisane kao *odlične* sa aspekta ugrađenih ekoloških materijala.

Alternative na bazi poliuretanskih panela AL10-AL12, su ocenjene kao *dobre* sa ekološkog aspekta, s obzirom na vek eksploracije materijala 30-40 godina, s obzirom na to da postoji mogućnost delimične reciklaže, kao i mogućnost naknadnog korišćenja, da ne sadrže formaldehid ili hemikalije koje negativno utiču na ozonski omotač, a jedini negativan aspekt im je taj da nisu otporne na vodu.

Kvalitativno opisane vrednosti kriterijumske funkcije K3.2 - Ekološki materijal, kroz tri entiteta: *loš*, *dobar* i *odličan* je bilo potrebno preslikati u numeričke vrednosti u rasponu od 0 do 1. Usvojena vrednost podkriterijumske funkcije K3.2, kod alternativa AL1-AL3 koje su definisane kao *loše* sa aspekta primene ekoloških materijala je 0.3, kod alternativa koje su okarakterisane kao *odlične* AL4-AL9 je 0.8, dok je kod alternativa AL10-AL12 usvojena vrednost podkriterijuma 0.4. Oznaka za promenljivu koja predstavlja vrednost podkriterijuma K4.1 je *EKO*, i to je bezdimenziona veličina.

#### **Podkriterijum: K4.2 - Emisija CO<sub>2</sub>**

Vrednost podkriterijumske funkcije K4.2 – Emisija CO<sub>2</sub> predstavlja količinu gasa CO<sub>2</sub> koja nastaje tokom procesa proizvodnje potrebne energije za grejanje objekta u fazi eksploracije. Njena vrednost određena je na osnovu podataka specifične emisije CO<sub>2</sub> za korišćeni energet - električnu energiju. Vrednost specifične emisije CO<sub>2</sub> za različite vrste energenta je data u Pravilniku o energetskoj efikasnosti zgrada [150], i za električnu energiju iznosi 0.53kg/kWh.

Konačno vrednost podkriterijuma K4.2 je dobijena tako što je deo godišnje potrebne primarne energije za funkcionisanje objekta koju treba nadoknaditi shodno izračunatim transmisionim gubicima toplotne  $H_t[kWh/1000m^2a]$ , pomnožen sa specifičnom emisijom CO<sub>2</sub>, tj sa 0.53kg/kWh :

$$CO_2 = H_t \cdot 0.53. \quad (118)$$

Vrednost podkriterijuma K4.2: CO<sub>2</sub> je izražena u jedinici kg/1000m<sup>2</sup>a.

U Tabeli 48 data je rekapitulacija vrednosti podkriterijumske funkcije K4.1 – Ekološki materijali i K4.2 – Emisija CO<sub>2</sub> za sve alternative, kao i srednja vrednost, standardna devijacija i relativni odnos standardne devijacije i srednje vrednosti za svaku podkriterijumsku funkciju.

Tabela 48 Vrednosti podkriterijumskih funkcija u okviru K4- Ekološki parametri

PODKRITERIJUMI \\	K4.1	K4.2
	MAX	MIN
ALTERNATIVE		
AL1-EPS7	0.3	10.71
AL2-EPS10	0.3	8.16
AL3-EPS15	0.3	5.83
AL4-VIP2.5-EPS3	0.8	6.03
AL5-VIP4-EPS5	0.8	3.96
AL6-VIP6-EPS5	0.8	2.93
AL7-EPS3-ABS2.5	0.8	12.25
AL8-ABL2-ABS2.5	0.8	10.31
AL9-ABL4-ABS2.5	0.8	7.07
AL10-PRF5	0.4	10.40
AL11-PRF10	0.4	5.99
AL12-PRF15	0.4	4.20
SREDNJA VREDNOST	<b>0.58</b>	<b>7.32</b>
STANDARDNA DEVIJACIJA	<b>0.24</b>	<b>3.03</b>
STANDARDNA DEVIJACIJA U %	<b>41.37%</b>	<b>41.38%</b>

#### 4.4.2 Određivanje matrica poređenja alternativa

Sledeći korak u rešavanju optimizacionog model je poređenje svih alternativa međusobno i to po svakom kriterijumu posebno, odnosno po svakom podkriterijumu.

Poređenje alternativa po podkriterijumu K1.1 - Koeficijent prolaza toplotne, prikazano je u Tabeli 49. S obzirom na to da se za ovaj podkriterijum traži minimalna vrednost, odnosno, bolja je alternativa gde zid ima manji koeficijentom prolaza toplotne, vrednost u celiji  $a_{ij}$  u tabeli predstavlja razliku koeficijenta prolaza toplotne  $U$  između alternative  $j$  i  $i$ :

$$a_{ij} = U_j - U_i. \quad (119)$$

Prikazana je samo polovina tabele, s obzirom na to da je druga polovina tabele jednaka prvoj sa promenjenim predznakom.

Tabela 49 Poređenje alternativa po podkriterijumu K1.1 Koeficijent prolaza toplote

	AL1	AL2	AL3	AL4	AL5	AL6	AL7	AL8	AL9	AL10	AL11	AL12
AL1	0	-0.08	-0.15	-0.15	-0.21	-0.24	0.05	-0.01	-0.11	-0.01	-0.15	-0.20
AL2		0	-0.07	-0.07	-0.13	-0.16	0.13	0.07	-0.03	0.07	-0.07	-0.12
AL3			0	0.01	-0.06	-0.09	0.20	0.14	0.04	0.14	0.00	-0.05
AL4				0	-0.06	-0.10	0.19	0.13	0.03	0.14	0.00	-0.06
AL5					0	-0.03	0.26	0.20	0.10	0.20	0.06	0.01
AL6						0	0.29	0.23	0.13	0.23	0.10	0.04
AL7							0	-0.06	-0.16	-0.06	-0.20	-0.25
AL8								0	-0.10	0.00	-0.14	-0.19
AL9									0	0.10	-0.03	-0.09
AL10										0	-0.14	-0.19
AL11											0	-0.06
AL12												0

Poređenje alternativa po podkriterijumu K1.2 - Transmisioni površinski gubici toplote zida je dato u Tabeli 50, gde je prikazana samo polovina tabele s obzirom na to da je tabela simetrična po dijagonali, sa promenjenim predznakom. S obzirom na to da se i za ovaj kriterijum traži minimalna vrednost, odnosno, bolja je alternativa sa manjim toplotnim gubicima, vrednost u celiji  $a_{ij}$  u tabeli predstavlja razliku transmisionih gubitaka toplote  $H_t$ , između alternative  $j$  i  $i$ :

$$a_{ij} = H_{t_j} - H_{t_i}. \quad (120)$$

Tabela 50 Poređenje alternativa po podkriterijumu K1.2 Transmisioni površinski gubici zida

	AL1	AL2	AL3	AL4	AL5	AL6	AL7	AL8	AL9	AL10	AL11	AL12
AL1	0	-4820.45	-9207.89	-8838.58	-12730.10	-14682.50	2900.87	-750.30	-6877.55	-591.43	-8916.12	-12280.50
AL2		0	-4387.44	-4018.13	-7909.64	-9862.05	7721.32	4070.15	-2057.10	4229.02	-4095.67	-7460.05
AL3			0	369.31	-3522.21	-5474.61	12108.76	8457.59	2330.33	8616.46	291.77	-3072.61
AL4				0	-3891.52	-5843.92	11739.45	8088.28	1961.02	8247.15	-77.54	-3441.92
AL5					0	-1952.40	15630.97	11979.79	5852.54	12138.67	3813.97	449.60
AL6						0	17583.37	13932.20	7804.95	14091.07	5766.38	2402.00
AL7							0	-3651.17	-9778.42	-3492.30	-11816.99	-15181.37
AL8								0	-6127.25	158.87	-8165.82	-11530.20
AL9									0	6286.12	-2038.57	-5402.95
AL10										0	-8324.69	-11689.07
AL11											0	-3364.38
AL12												0

Poređenje alternativa po podkriterijumima K2.1 – Debljina zida, K2.2 – Dekrement faktor i K2.3 – Vremensko kašnjenje u okviru kriterijuma K2 – Uslovi komfora, dato je

u tabelama redom: Tabela 51, Tabela 52 i Tabela 53. Za podkriterijume K2.1 i K2.2 traži se minimalna vrednost, odnosno, bolji je zid koji ima manje povećanje debljine zida (K2.1) i manji dekrement faktor (K2.2), dok se za podkriterijum K2.3 traži maksimalna vrednost, tj. bolji je zid koga karakteriše veće vremensko kašnjenje – toplota/hladnoća sporije prodire u unutrašnjost. Vrednost u ćeliji  $a_{ij}$  u Tabelama 51 i 52 predstavljaju razliku debljine zida  $d$ , između alternativa  $j$  i  $i$  (121), odnosno razliku vrednosti dekrement faktora  $DF$ , između alternativa  $j$  i  $i$  (122):

$$a_{ij} = d_j - d_i. \quad (121)$$

$$a_{ij} = DF_j - DF_i. \quad (122)$$

Vrednost u ćeliji  $a_{ij}$  u Tabeli 53 predstavlja razliku u vremenskom kašnjenju amplitude temperature  $TL$ , za zidove definisane alternativama  $i$  i  $j$ :

$$a_{ij} = TL_i - TL_j. \quad (123)$$

U Tabelama 51, 52 i 53 prikazane su vrednosti ćelija  $a_{ij}$  samo za jednu polovinu tabele s obzirom na to da je druga polovina tabele jednaka prvoj sa promenjenim predznakom.

Tabela 51 Poređenje alternative po podkriterijumu K2.1 Debljina fasadnog zida

	AL1	AL2	AL3	AL4	AL5	AL6	AL7	AL8	AL9	AL10	AL11	AL12
AL1	0	3.00	8.00	-1.50	2.00	4.00	-3.50	-4.50	-2.50	-2.00	3.00	8.00
AL2		0	5.00	-4.50	-1.00	1.00	-6.50	-7.50	-5.50	-5.00	0.00	5.00
AL3			0	-9.50	-6.00	-4.00	-11.50	-12.50	-10.50	-10.00	-5.00	0.00
AL4				0	3.50	5.50	-2.00	-3.00	-1.00	-0.50	4.50	9.50
AL5					0	2.00	-5.50	-6.50	-4.50	-4.00	1.00	6.00
AL6						0	-7.50	-8.50	-6.50	-6.00	-1.00	4.00
AL7							0	-1.00	1.00	1.50	6.50	11.50
AL8								0	2.00	2.50	7.50	12.50
AL9									0	0.50	5.50	10.50
AL10										0	5.00	10.00
AL11											0	5.00
AL12												0

Tabela 52 Poređenje alternativa po podkriterijumu K2.2 Dekrement faktor

	AL1	AL2	AL3	AL4	AL5	AL6	AL7	AL8	AL9	AL10	AL11	AL12
AL1	0	-0.0039	-0.0076	-0.0072	-0.0135	-0.0231	0.0023	-0.0013	-0.0075	-0.0005	-0.0073	-0.0122
AL2		0	-0.0038	-0.0034	-0.0097	-0.0192	0.0061	0.0025	-0.0037	0.0034	-0.0034	-0.0084
AL3			0	0.0004	-0.0059	-0.0155	0.0099	0.0063	0.0001	0.0072	0.0003	-0.0046
AL4				0	-0.0063	-0.0159	0.0095	0.0059	-0.0003	0.0068	0.0000	-0.0050
AL5					0	-0.0095	0.0158	0.0122	0.0060	0.0131	0.0063	0.0013
AL6						0	0.0254	0.0217	0.0156	0.0226	0.0158	0.0109
AL7							0	-0.0036	-0.0098	-0.0027	-0.0096	-0.0145
AL8								0	-0.0062	0.0009	-0.0059	-0.0109
AL9									0	0.0071	0.0003	-0.0047
AL10										0	-0.0068	-0.0118
AL11											0	-0.0049
AL12												0

Tabela 53 Poređenje alternativa po podkriterijumu K2.3 Vremensko kašnjenje

	AL1	AL2	AL3	AL4	AL5	AL6	AL7	AL8	AL9	AL10	AL11	AL12
AL1	0	-1.08	-3.41	-3.10	-8.81	-16.18	-0.22	-1.57	-5.07	-0.07	-3.10	-7.59
AL2		0	-2.33	-2.03	-7.73	-15.10	0.86	-0.50	-4.00	1.00	-2.02	-6.51
AL3			0	0.30	-5.40	-12.77	3.19	1.83	-1.67	3.33	0.31	-4.18
AL4				0	-5.71	-13.07	2.88	1.53	-1.97	3.03	0.01	-4.48
AL5					0	-7.37	8.59	7.23	3.73	8.74	5.71	1.22
AL6						0	15.96	14.60	11.10	16.10	13.08	8.59
AL7							0	-1.35	-4.85	0.15	-2.88	-7.37
AL8								0	-3.50	1.50	-1.52	-6.01
AL9									0	5.00	1.98	-2.51
AL10										0	-3.02	-7.51
AL11											0	-4.49
AL12												0

U okviru kriterijuma K3 - Finansijski parametri za sve podkriterijumske funkcije traži se minimalna vrednost, odnosno bolja je alternativa koja za sobom povlači što manja inicijalna finansijska sredstva  $IT$ , (K3.1), koja u fazi eksploatacije ima što manje operacione troškove  $UT$  (K3.2), i čiji je povratni period inicijalnih finansijskih sredstava  $PBP$  (K3.3), što kraći. Vrednost ćelije  $a_{ij}$  u Tabeli 54 predstavlja razliku vrednosti podkriterijumske funkcije K3.1 -  $IT$  između alternativa  $j$  i  $i$ :

$$a_{ij} = IT_j - IT_i. \quad (124)$$

Na isti način, vrednost ćelije  $a_{ij}$  u Tabeli 55 i u Tabeli 56 predstavlja razliku vrednosti podkriterijumske funkcije K3.2 -  $UT$  odnosno K3.3 -  $PBP$  između alternativa  $j$  i  $i$ :

$$a_{ij} = UT_j - UT_i. \quad (125)$$

$$a_{ij} = PBP_j - PBP_i. \quad (126)$$

U tabelama ispod, prikazane su vrednosti samo za ćelije iznad glavne dijagonale.

Tabela 54 Poređenje alternative po podkriterijumu K3.1 Inicijalna finansijska sredstva

	AL1	AL2	AL3	AL4	AL5	AL6	AL7	AL8	AL9	AL10	AL11	AL12
AL1	0	1112.26	2945.39	29272.61	40036.96	60636.96	67357.87	84236.60	104236.60	3101.82	8766.82	13298.82
AL2		0	1833.13	28160.35	38924.69	59524.69	66245.61	83124.34	103124.34	1989.56	7654.56	12186.56
AL3			0	26327.22	37091.56	57691.56	64412.48	81291.21	101291.21	156.43	5821.43	10353.43
AL4				0	10764.34	31364.34	38085.26	54963.99	74963.99	-26170.79	-20505.79	-15973.79
AL5					0	20600.00	27320.91	44199.64	64199.64	-36935.14	-31270.14	-26738.14
AL6						0	6720.91	23599.64	43599.64	-57535.14	-51870.14	-47338.14
AL7							0	16878.73	36878.73	-64256.05	-58591.05	-54059.05
AL8								0	20000.00	-81134.78	-75469.78	-70937.78
AL9									0	-101134.78	-95469.78	-90937.78
AL10										0	5665.00	10197.00
AL11											0	4532.00
AL12												0

Tabela 55 Poređenje alternative po podkriterijumu K3.2 Ukupni troškovi u fazi eksploatacije

	AL1	AL2	AL3	AL4	AL5	AL6	AL7	AL8	AL9	AL10	AL11	AL12
AL1	0	-15846.48	-25236.98	-789.99	90.06	16252.82	42342.58	49097.70	48472.95	3145.46	-15559.74	-17497.48
AL2		0	-9390.50	15056.49	15936.54	32099.30	58189.06	64944.18	64319.43	18991.94	286.74	-1651.00
AL3			0	24446.99	25327.04	41489.81	67579.56	74334.69	73709.93	28382.45	9677.24	7739.50
AL4				0	880.05	17042.81	43132.57	49887.70	49262.94	3935.46	-14769.75	-16707.49
AL5					0	16162.77	42252.52	49007.65	48382.89	3055.41	-15649.80	-17587.54
AL6						0	26089.76	32844.88	32220.13	-13107.36	-31812.56	-33750.31
AL7							0	6755.13	6130.37	-39197.11	-57902.32	-59840.06
AL8								0	-624.75	-45952.24	-64657.45	-66595.19
AL9									0	-45327.49	-64032.69	-65970.43
AL10										0	-18705.21	-20642.95
AL11											0	-1937.74
AL12												0

Tabela 56 Poređenje alternative po podkriterijumu K3.3 Povratni period investicionih sredstava

	AL1	AL2	AL3	AL4	AL5	AL6	AL7	AL8	AL9	AL10	AL11	AL12
AL1	0	-0.04	0.21	5.56	7.37	11.13	13.70	15.99	17.80	0.80	1.65	2.55
AL2		0	0.25	5.60	7.41	11.17	13.74	16.03	17.84	0.84	1.69	2.59
AL3			0	5.35	7.16	10.92	13.49	15.78	17.59	0.59	1.44	2.34
AL4				0	1.81	5.57	8.15	10.43	12.24	-4.76	-3.91	-3.01
AL5					0	3.76	6.34	8.62	10.43	-6.57	-5.72	-4.82
AL6						0	2.57	4.86	6.67	-10.33	-9.48	-8.58
AL7							0	2.29	4.10	-12.90	-12.05	-11.15
AL8								0	1.81	-15.19	-14.34	-13.44
AL9									0	-17.00	-16.15	-15.25
AL10										0	0.85	1.75
AL11											0	0.90
AL12												0

U okviru kriterijuma K4 – Ekološki parametri, alternative se porede prema podkriterijumu K4.1 - Ekološki materijal (Tabela 57) i podkriterijumu K4.2 – Emisija CO<sub>2</sub> (Tabela 58). Podkriterijum K4.1 koji na kvalitativan način opisuje alternative sa stanovišta primenjenih ekoloških materijala, u kvantitativnom smislu je definisan tako da veća vrednost podkriterijumske funkcije u alternativama označava bolju alternativu. Shodno ovome, vrednost u čeliji  $a_{ij}$  u Tabeli 57 data je kao razlika vrednosti podkriterijuma K4.1 - EKO u alternativama  $i$  i  $j$ :

$$a_{ij} = EKO_i - EKO_j. \quad (127)$$

Prema kriterijumu K4.2 bolja je alternativa u kojoj je vrednost emisije ugljjenioksida CO<sub>2</sub> manja. Vrednost u čeliji  $a_{ij}$  u Tabeli 57 data je kao razlika vrednosti podkriterijuma K4.2 – CO<sub>2</sub> u alternativama  $j$  i  $i$ :

$$a_{ij} = CO_2_j - CO_2_i. \quad (128)$$

U narednim tabelama prikazane su samo vrednosti iznad glavne dijagonale.

Tabela 57 Poređenje alternative po podkriterijumu K4.1 Ekološki materijali

	AL1	AL2	AL3	AL4	AL5	AL6	AL7	AL8	AL9	AL10	AL11	AL12
AL1	0	0.0	0.0	-0.5	-0.5	-0.5	-0.5	-0.5	-0.5	-0.1	-0.1	-0.1
AL2		0	0.0	-0.5	-0.5	-0.5	-0.5	-0.5	-0.5	-0.1	-0.1	-0.1
AL3			0	-0.5	-0.5	-0.5	-0.5	-0.5	-0.5	-0.1	-0.1	-0.1
AL4				0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.4	0.4	0.4
AL5					0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.4	0.4	0.4
AL6						0	0.0	0.0	0.0	0.4	0.4	0.4
AL7							0	0.0	0.0	0.4	0.4	0.4
AL8								0	0.0	0.4	0.4	0.4
AL9									0	0.4	0.4	0.4
AL10										0	0.0	0.0
AL11											0	0.0
AL12												0

Tabela 58 Poređenje alternative po podkriterijumu K4.2 Emisija CO<sub>2</sub>

	AL1	AL2	AL3	AL4	AL5	AL6	AL7	AL8	AL9	AL10	AL11	AL12
AL1	0	-2.55	-4.88	-4.68	-6.75	-7.78	1.54	-0.40	-3.65	-0.31	-4.73	-6.51
AL2		0	-2.33	-2.13	-4.19	-5.23	4.09	2.16	-1.09	2.24	-2.17	-3.95
AL3			0	0.20	-1.87	-2.90	6.42	4.48	1.24	4.57	0.15	-1.63
AL4				0	-2.06	-3.10	6.22	4.29	1.04	4.37	-0.04	-1.82
AL5					0	-1.03	8.28	6.35	3.10	6.43	2.02	0.24
AL6						0	9.32	7.38	4.14	7.47	3.06	1.27
AL7							0	-1.94	-5.18	-1.85	-6.26	-8.05
AL8								0	-3.25	0.08	-4.33	-6.11
AL9									0	3.33	-1.08	-2.86
AL10										0	-4.41	-6.20
AL11											0	-1.78
AL12												0

Podkriterijumi po kojima se porede alternative su različitih dimenzija i različitih redova veličina. Npr. vrednosti  $a_{ij}$  u Tabeli 49 – poređenje vrednosti koeficijenta prolaza toplote  $U$ , su data u jedinici  $W/m^2K$ , a konkretno predstavljaju vrednost za koliko  $W$  prođe manje toplote kroz zid površine  $1m^2$  u alternativi  $i$  u odnosu na alternativu  $j$ , kada je temperaturna razlika unutrašnje i spoljašnje strane zida jednaka  $1K$ . Vrednosti u čelijama u ovoj tabeli se kreću od 0.01 do 0.29. Na drugoj strani, vrednosti  $a_{ij}$  u Tabeli 50 – poređenje transmisionih gubitaka topline  $H_t$ , se kreću u opsegu od nekoliko desetina do nekoliko hiljada i izražene su u jedinici  $kWh/1000m^2a$ . Sama numerička vrednost u čeliji  $a_{ij}$  prikazuje za koliko  $kWh$  su manji ukupni godišnji gubici energije za zid od  $1000 m^2$  u alternativi  $i$  u odnosu na zid u alternativi  $j$ . Poredeći vrednosti  $a_{ij}$  u ostalim tabelama vidimo da su sve one različitog reda veličine i izražene u različitim

jedinicama. AHP metoda dozvoljava kombinovanje različitih tipova kriterijuma, ali osnovni problem u uravnoteženju kriterijuma predstavlja preslikavanje razlika prikazanih u Tabelama 49-58 u vrednosti Satijeve skale (Tabela 24). Da bi se izvršilo ovakvo preslikavanje prvo je neophodno da se svim podkriterijumima definiše neka zajednička mera definisana kroz Satijevu skalu, a nakon toga da se za svaki podkriterijum posebno odredi koja je to vrednost ili interval vrednosti u Tabelama 49-58 koji odgovaraju usvojenoj meri razlikovanja dve alternative. Predloženo rešenje je da se kao zajednička mera za sve podkriterijume usvoji mera *jake dominantnosti* jedne alternative u odnosu na drugu, a da se za vrednost razlikovanja dve alternative, kojoj odgovara navedena mera usvoji vrednost standardne devijacije te podkriterijumske funkcije u skupu alternativa [153]. Znači, po jednom podkriterijumu, varijanta  $i$  je *jako dominantna* u odnosu na varijantu  $j$  ukoliko je razlika vrednosti podkriterijumske funkcije u alternativi  $i$  i alternativi  $j$  jednaka standardnoj devijaciji tog podkriterijuma. Kada je određena mera *jake dominantnosti*, ceo interval vrednosti razlika između alternativa podeli se na jednakе delove i vrednostima se dodele mere iz Satijeve skale.

Da bi alternative mogle da se porede prema svim kriterijumima na isti način, tj. prema Satijevoj skali, prvo je bilo neophodno da se vrednosti u svim tabelama svedu na međusobno uporedne veličine. Ovo je urađeno tako što su vrednosti iz tabela za svaki podkriterijum (po svakoj koloni) posebno podeljene sa srednjom vrednošću datog podkriterijuma. Ovim je, faktički, vrednost razlike podkriterijuma između alternativa svedena na procentualni deo srednje vrednosti posmatranog podkriterijuma. Isti postupak se vrši i sa merom značajnosti iz Satijeve skale tj. standardnom devijacijom, koja se u okviru svakog podkriterijuma deli se srednjom vrednošću posmatranog podkriterijuma. Kada se ovaj postupak izvrši za sve podkriterijume, dobijene vrednosti su istih dimenzija, tj. predstavljaju procentualno odstupanje u odnosu na srednju vrednost odgovarajućeg podkriterijuma, i tek tada se na njih može primeniti Satijeva skala.

Konkretnе vrednosti ovih procentualnih iznosa prikazane su u Tabelama 59-68 i dobijene su deljenjem vrednosti  $a_{ij}$ , iz Tabela 49-58, sa odgovarajućom srednjom vrednošću iz Tabela 41-48. Na primer, vrednost  $a_{12} = -34.9\%$  u Tabeli 59 govori da

je Alternativa 1 gora u odnosu na Alternativu 2 i to za vrednost od 34.9% u odnosu na srednju vrednost podkriterijuma K1.1 u skupu svih alternativa.

Tabela 59 Poređenje alternativa u odnosu na srednju vrednost podkriterijuma K1.1 u alternativama, izraženo u %

	AL1	AL2	AL3	AL4	AL5	AL6	AL7	AL8	AL9	AL10	AL11	AL12
AL1	<b>0%</b>	-34.9%	-66.7%	-64.0%	-92.2%	-106.3%	21.0%	-5.4%	-49.8%	-4.3%	-64.6%	-88.9%
AL2		<b>0%</b>	-31.8%	-29.1%	-57.3%	-71.4%	55.9%	29.5%	-14.9%	30.6%	-29.7%	-54.0%
AL3			<b>0%</b>	2.7%	-25.5%	-39.6%	87.7%	61.2%	16.9%	62.4%	2.1%	-22.3%
AL4				<b>0%</b>	-28.2%	-42.3%	85.0%	58.6%	14.2%	59.7%	-0.6%	-24.9%
AL5					<b>0%</b>	-14.1%	113.2%	86.8%	42.4%	87.9%	27.6%	3.3%
AL6						<b>0%</b>	127.3%	100.9%	56.5%	102.0%	41.8%	17.4%
AL7							<b>0%</b>	-26.4%	-70.8%	-25.3%	-85.6%	-109.9%
AL8								<b>0%</b>	-44.4%	1.2%	-59.1%	-83.5%
AL9									<b>0%</b>	45.5%	-14.8%	-39.1%
AL10										<b>0%</b>	-60.3%	-84.6%
AL11											<b>0%</b>	-24.4%
AL12												<b>0%</b>

Tabela 60 Poređenje alternativa u odnosu na srednju vrednost podkriterijuma K1.2 u alternativama, izraženo u %

	AL1	AL2	AL3	AL4	AL5	AL6	AL7	AL8	AL9	AL10	AL11	AL12
AL1	<b>0%</b>	-34.9%	-66.7%	-64.0%	-92.2%	-106.3%	21.0%	-5.4%	-49.8%	-4.3%	-64.6%	-88.9%
AL2		<b>0%</b>	-31.8%	-29.1%	-57.3%	-71.4%	55.9%	29.5%	-14.9%	30.6%	-29.7%	-54.0%
AL3			<b>0%</b>	2.7%	-25.5%	-39.6%	87.7%	61.2%	16.9%	62.4%	2.1%	-22.3%
AL4				<b>0%</b>	-28.2%	-42.3%	85.0%	58.6%	14.2%	59.7%	-0.6%	-24.9%
AL5					<b>0%</b>	-14.1%	113.2%	86.8%	42.4%	87.9%	27.6%	3.3%
AL6						<b>0%</b>	127.3%	100.9%	56.5%	102.0%	41.8%	17.4%
AL7							<b>0%</b>	-26.4%	-70.8%	-25.3%	-85.6%	-109.9%
AL8								<b>0%</b>	-44.4%	1.2%	-59.1%	-83.5%
AL9									<b>0%</b>	45.5%	-14.8%	-39.1%
AL10										<b>0%</b>	-60.3%	-84.6%
AL11											<b>0%</b>	-24.4%
AL12												<b>0%</b>

Tabela 61 Poređenje alternativa u odnosu na srednju vrednost podkriterijuma K2.1 u alternativama, izraženo u %

	AL1	AL2	AL3	AL4	AL5	AL6	AL7	AL8	AL9	AL10	AL11	AL12
AL1	<b>0%</b>	36.7%	98.0%	-18.4%	24.5%	49.0%	-42.9%	-55.1%	-30.6%	-24.5%	36.7%	98.0%
AL2		<b>0%</b>	61.2%	-55.1%	-12.2%	12.2%	-79.6%	-91.8%	-67.3%	-61.2%	0.0%	61.2%
AL3			<b>0%</b>	-116.3%	-73.5%	-49.0%	-140.8%	-153.1%	-128.6%	-122.4%	-61.2%	0.0%
AL4				<b>0%</b>	42.9%	67.3%	-24.5%	-36.7%	-12.2%	-6.1%	55.1%	116.3%
AL5					<b>0%</b>	24.5%	-67.3%	-79.6%	-55.1%	-49.0%	12.2%	73.5%
AL6						<b>0%</b>	-91.8%	-104.1%	-79.6%	-73.5%	-12.2%	49.0%
AL7							<b>0%</b>	-12.2%	12.2%	18.4%	79.6%	140.8%
AL8								<b>0%</b>	24.5%	30.6%	91.8%	153.1%
AL9									<b>0%</b>	6.1%	67.3%	128.6%
AL10										<b>0%</b>	61.2%	122.4%
AL11											<b>0%</b>	61.2%
AL12												<b>0%</b>

Tabela 62 Poređenje alternativa u odnosu na srednju vrednost podkriterijuma K2.2 u alternativama, izraženo u %

	AL1	AL2	AL3	AL4	AL5	AL6	AL7	AL8	AL9	AL10	AL11	AL12
AL1	<b>0%</b>	-6.5%	-12.8%	-12.2%	-22.8%	-38.9%	3.9%	-2.3%	-12.7%	-0.8%	-12.3%	-20.6%
AL2		<b>0%</b>	-6.3%	-5.7%	-16.3%	-32.4%	10.4%	4.2%	-6.2%	5.7%	-5.8%	-14.1%
AL3			<b>0%</b>	0.6%	-10.0%	-26.1%	16.7%	10.6%	0.1%	12.1%	0.6%	-7.7%
AL4				<b>0%</b>	-10.6%	-26.7%	16.1%	9.9%	-0.5%	11.4%	-0.1%	-8.4%
AL5					<b>0%</b>	-16.1%	26.7%	20.6%	10.1%	22.1%	10.6%	2.3%
AL6						<b>0%</b>	42.8%	36.7%	26.2%	38.2%	26.7%	18.4%
AL7							<b>0%</b>	-6.1%	-16.6%	-4.6%	-16.1%	-24.4%
AL8								<b>0%</b>	-10.4%	1.5%	-10.0%	-18.3%
AL9									<b>0%</b>	11.9%	0.4%	-7.9%
AL10										<b>0%</b>	-11.5%	-19.8%
AL11											<b>0%</b>	-8.3%
AL12												<b>0%</b>

Tabela 63 Poređenje alternativa u odnosu na srednju vrednost podkriterijuma K2.3 u alternativama, izraženo u %

	AL1	AL2	AL3	AL4	AL5	AL6	AL7	AL8	AL9	AL10	AL11	AL12
AL1	<b>0%</b>	-9.4%	-29.8%	-27.2%	-77.1%	-89.0%	-1.9%	-13.8%	-44.4%	-0.6%	-27.1%	-66.4%
AL2		<b>0%</b>	-20.4%	-17.7%	-67.7%	-79.6%	7.5%	-4.4%	-35.0%	8.8%	-17.7%	-57.0%
AL3			<b>0%</b>	2.7%	-47.3%	-59.2%	27.9%	16.0%	-14.6%	29.2%	2.7%	-36.6%
AL4				<b>0%</b>	-49.9%	-61.9%	25.2%	13.4%	-17.3%	26.5%	0.1%	-39.2%
AL5					<b>0%</b>	-12.0%	75.1%	63.3%	32.7%	76.4%	50.0%	10.7%
AL6						<b>0%</b>	87.1%	75.3%	44.6%	88.4%	61.9%	22.7%
AL7							<b>0%</b>	-11.9%	-42.5%	1.3%	-25.2%	-64.5%
AL8								<b>0%</b>	-30.6%	13.1%	-13.3%	-52.6%
AL9									<b>0%</b>	43.8%	17.3%	-22.0%
AL10										<b>0%</b>	-26.5%	-65.7%
AL11											<b>0%</b>	-39.3%
AL12												<b>0%</b>

Tabela 64 Poređenje alternativa u odnosu na srednju vrednost podkriterijuma K3.1 u alternativama, izraženo u %

	AL1	AL2	AL3	AL4	AL5	AL6	AL7	AL8	AL9	AL10	AL11	AL12
AL1	0%	2.1%	5.5%	55.1%	75.4%	114.2%	126.9%	158.7%	196.4%	5.8%	16.5%	25.1%
AL2		0%	3.5%	53.1%	73.3%	112.1%	124.8%	156.6%	194.3%	3.7%	14.4%	23.0%
AL3			0%	49.6%	69.9%	108.7%	121.4%	153.2%	190.8%	0.3%	11.0%	19.5%
AL4				0%	20.3%	59.1%	71.8%	103.6%	141.2%	-49.3%	-38.6%	-30.1%
AL5					0%	38.8%	51.5%	83.3%	121.0%	-69.6%	-58.9%	-50.4%
AL6						0%	12.7%	44.5%	82.1%	-108.4%	-97.7%	-89.2%
AL7							0%	31.8%	69.5%	-121.1%	-110.4%	-101.8%
AL8								0%	37.7%	-152.9%	-142.2%	-133.6%
AL9									0%	-190.5%	-179.9%	-171.3%
AL10										0%	10.7%	19.2%
AL11											0%	8.5%
AL12												0%

Tabela 65 Poređenje alternativa u odnosu na srednju vrednost podkriterijuma K3.2 u alternativama, izraženo u %

	AL1	AL2	AL3	AL4	AL5	AL6	AL7	AL8	AL9	AL10	AL11	AL12
AL1	0%	-13.8%	-22.0%	-0.7%	0.1%	14.2%	36.9%	42.8%	42.3%	2.7%	-13.6%	-15.3%
AL2		0%	-8.2%	13.1%	13.9%	28.0%	50.8%	56.7%	56.1%	16.6%	0.3%	-1.4%
AL3			0%	21.3%	22.1%	36.2%	59.0%	64.9%	64.3%	24.8%	8.4%	6.8%
AL4				0%	0.8%	14.9%	37.6%	43.5%	43.0%	3.4%	-12.9%	-14.6%
AL5					0%	14.1%	36.9%	42.8%	42.2%	2.7%	-13.7%	-15.3%
AL6						0%	22.8%	28.7%	28.1%	-11.4%	-27.8%	-29.4%
AL7							0%	5.9%	5.3%	-34.2%	-50.5%	-52.2%
AL8								0%	-0.5%	-40.1%	-56.4%	-58.1%
AL9									0%	-39.5%	-55.9%	-57.6%
AL10										0%	-16.3%	-18.0%
AL11											0%	-1.7%
AL12												0%

Tabela 66 Poređenje alternativa u odnosu na srednju vrednost podkriterijuma K3.3 u alternativama, izraženo u %

	AL1	AL2	AL3	AL4	AL5	AL6	AL7	AL8	AL9	AL10	AL11	AL12
AL1	0%	-0.4%	1.9%	49.2%	65.2%	98.6%	121.3%	141.6%	157.6%	7.1%	14.6%	22.6%
AL2		0%	2.2%	49.6%	65.6%	98.9%	121.7%	141.9%	158.0%	7.4%	15.0%	22.9%
AL3			0%	47.3%	63.4%	96.7%	119.5%	139.7%	155.7%	5.2%	12.8%	20.7%
AL4				0%	16.0%	49.4%	72.1%	92.4%	108.4%	-42.1%	-34.6%	-26.6%
AL5					0%	33.3%	56.1%	76.3%	92.4%	-58.2%	-50.6%	-42.7%
AL6						0%	22.8%	43.0%	59.0%	-91.5%	-83.9%	-76.0%
AL7							0%	20.2%	36.3%	-114.3%	-106.7%	-98.8%
AL8								0%	16.0%	-134.5%	-127.0%	-119.0%
AL9									0%	-150.5%	-143.0%	-135.0%
AL10										0%	7.5%	15.5%
AL11											0%	8.0%
AL12												0%

Tabela 67 Poređenje alternativa u odnosu na srednju vrednost podkriterijuma K4.1 u alternativama, izraženo u %

	AL1	AL2	AL3	AL4	AL5	AL6	AL7	AL8	AL9	AL10	AL11	AL12
AL1	0%	0.0%	0.0%	-87.0%	-87.0%	-87.0%	-87.0%	-87.0%	-87.0%	-17.4%	-17.4%	-17.4%
AL2		0%	0.0%	-87.0%	-87.0%	-87.0%	-87.0%	-87.0%	-87.0%	-17.4%	-17.4%	-17.4%
AL3			0%	-87.0%	-87.0%	-87.0%	-87.0%	-87.0%	-87.0%	-17.4%	-17.4%	-17.4%
AL4				0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	69.6%	69.6%	69.6%
AL5					0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	69.6%	69.6%	69.6%
AL6						0%	0.0%	0.0%	0.0%	69.6%	69.6%	69.6%
AL7							0%	0.0%	0.0%	69.6%	69.6%	69.6%
AL8								0%	0.0%	69.6%	69.6%	69.6%
AL9									0%	69.6%	69.6%	69.6%
AL10										0%	0.0%	0.0%
AL11											0%	0.0%
AL12												0%

Tabela 68 Poređenje alternativa u odnosu na srednju vrednost podkriterijuma K4.2 u alternativama, izraženo u %

	AL1	AL2	AL3	AL4	AL5	AL6	AL7	AL8	AL9	AL10	AL11	AL12
AL1	0%	-34.9%	-66.7%	-64.0%	-92.2%	-106.3%	21.0%	-5.4%	-49.8%	-4.3%	-64.6%	-88.9%
AL2		0%	-31.8%	-29.1%	-57.3%	-71.4%	55.9%	29.5%	-14.9%	30.6%	-29.7%	-54.0%
AL3			0%	2.7%	-25.5%	-39.6%	87.7%	61.2%	16.9%	62.4%	2.1%	-22.3%
AL4				0%	-28.2%	-42.3%	85.0%	58.6%	14.2%	59.7%	-0.6%	-24.9%
AL5					0%	-14.1%	113.2%	86.8%	42.4%	87.9%	27.6%	3.3%
AL6						0%	127.3%	100.9%	56.5%	102.0%	41.8%	17.4%
AL7							0%	-26.4%	-70.8%	-25.3%	-85.6%	-109.9%
AL8								0%	-44.4%	1.2%	-59.1%	-83.5%
AL9									0%	45.5%	-14.8%	-39.1%
AL10										0%	-60.3%	-84.6%
AL11											0%	-24.4%
AL12												0%

Kako je prethodno rečeno, usvojena mera značajnosti za poređenje alternativa po pojedinim podkriterijumima formirana je tako što je za meru *jake dominantnosti* (5, odnosno -5 po Satijevoj skali) izabrana vrednost količnika standardne devijacije podkriterijuma i srednje vrednosti tog podkriterijuma, a zatim je interval između podeljen na jednake delove, s tim da je središnji deo intervala od -1 do 1 – interval *istog značaja*, nešto kraći, zbog zaokruživanja vrednosti. Dobijene vrednosti prikazane su u Tabeli 69.

Tabela 69 Mere značajnosti razlika podkriterijumskih funkcija prema Satijevoj skali

Satijevo skala	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	1	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
<b>K1.1</b>	-100.0%	-85.3%	-70.7%	-56.0%	<b>-41.38%</b>	-31.3%	-21.2%	-11.1%	-1.0%	0%	1.0%	11.1%	21.2%	31.3%	<b>41.38%</b>	56.0%	70.7%	85.3%	100.0%
<b>K1.2</b>	-100.0%	-85.3%	-70.7%	-56.0%	<b>-41.38%</b>	-31.3%	-21.2%	-11.1%	-1.0%	0%	1.0%	11.1%	21.2%	31.3%	<b>41.38%</b>	56.0%	70.7%	85.3%	100.0%
<b>K2.1</b>	-100.0%	-87.9%	-75.8%	-63.6%	<b>-51.51%</b>	-34.3%	-23.2%	-12.1%	-1.0%	0%	1.0%	12.1%	23.2%	34.3%	<b>51.51%</b>	63.6%	75.8%	87.9%	100.0%
<b>K2.2</b>	-100.0%	-78.0%	-56.0%	-33.9%	<b>-11.91%</b>	-9.2%	-6.5%	-3.7%	-1.0%	0%	1.0%	3.7%	6.5%	9.2%	<b>11.91%</b>	33.9%	56.0%	78.0%	100.0%
<b>K2.3</b>	-100.0%	-82.7%	-65.4%	-48.1%	<b>-30.79%</b>	-23.3%	-15.9%	-8.4%	-1.0%	0%	1.0%	8.4%	15.9%	23.3%	<b>30.79%</b>	48.1%	65.4%	82.7%	100.0%
<b>K3.1</b>	-100.0%	-92.1%	-84.3%	-76.4%	<b>-68.53%</b>	-51.7%	-34.8%	-17.9%	-1.0%	0%	1.0%	17.9%	34.8%	51.7%	<b>68.53%</b>	76.4%	84.3%	92.1%	100.0%
<b>K3.2</b>	-100.0%	-80.8%	-61.5%	-42.3%	<b>-23.06%</b>	-17.5%	-12.0%	-6.5%	-1.0%	0%	1.0%	6.5%	12.0%	17.5%	<b>23.06%</b>	42.3%	61.5%	80.8%	100.0%
<b>K3.3</b>	-100.0%	-89.8%	-79.5%	-69.3%	<b>-59.02%</b>	-44.5%	-30.0%	-15.5%	-1.0%	0%	1.0%	15.5%	30.0%	44.5%	<b>59.02%</b>	69.3%	79.5%	89.8%	100.0%
<b>K4.1</b>	-100.0%	-85.3%	-70.7%	-56.0%	<b>-41.37%</b>	-31.3%	-21.2%	-11.1%	-1.0%	0%	1.0%	11.1%	21.2%	31.3%	<b>41.37%</b>	56.0%	70.7%	85.3%	100.0%
<b>K4.2</b>	-100.0%	-85.3%	-70.7%	-56.0%	<b>-41.38%</b>	-31.3%	-21.2%	-11.1%	-1.0%	0%	1.0%	11.1%	21.2%	31.3%	<b>41.38%</b>	56.0%	70.7%	85.3%	100.0%

Konačno, matrice poređenja alternativa dobijene su preslikavanjem procentualnih vrednosti u Tabelama 59-68 u vrednosti iz Satijeve skale prema raspodeli prikazanoj u Tabeli 69. Matrice poređenja alternativa za različite predložene građevinske mere pri sanaciji fasadnih zidova prema gore navedenim kriterijumima, odnosno podkriterijumima, a u skladu sa vrednostima iz Satijeve skale (Tabela 24), prikazane su u sledećim tabelama: Tabela 70-79. U okviru navedenih tabela za svaku matricu prikazan je stepena konzistentnosti  $CR$ , koji u svim matricama zadovoljava uslov konzistentnosti koji nameće AHP metoda:  $CR \leq 0.1$ .

Tabela 70 Matrica poređenja alternativa u odnosu na K1.1 prema Satijevoj skali

	AL1	AL2	AL3	AL4	AL5	AL6	AL7	AL8	AL9	AL10	AL11	AL12					
AL1	<b>1</b>	-5	-7	-7	-9	-9	4	-2	-6	-2	-7	-9					
AL2		<b>1</b>	-5	-4	-7	-8	6	4	-3	4	-4	-6					
AL3			<b>1</b>	2	-4	-5	9	7	3	7	2	-4					
AL4				<b>1</b>	-4	-6	9	7	3	7	-1	-4					
AL5					<b>1</b>	-3	9	9	6	9	4	2					
AL6						<b>1</b>	9	9	7	9	6	3					
AL7							<b>1</b>	-4	-7	-4	-9	-9					
AL8								<b>1</b>	-6	2	-7	-8					
AL9									<b>1</b>	6	-3	-5					
AL10										<b>1</b>	-7	-9					
AL11											<b>1</b>	-4					
AL12												<b>1</b>					
<b><math>CR = 0.10017</math></b>																	

Tabela 71 Matrica poređenja alternativa u odnosu na K1.2 prema Satijevoj skali

	AL1	AL2	AL3	AL4	AL5	AL6	AL7	AL8	AL9	AL10	AL11	AL12
AL1	1	-5	-7	-7	-9	-9	3	-2	-6	-2	-7	-9
AL2		1	-5	-4	-7	-8	6	4	-3	4	-4	-6
AL3			1	2	-4	-5	9	7	3	7	2	-4
AL4				1	-4	-6	8	7	3	7	1	-4
AL5					1	-3	9	9	6	9	4	2
AL6						1	9	9	7	9	6	3
AL7							1	-4	-8	-4	-9	-9
AL8								1	-6	2	-7	-8
AL9									1	5	-3	-5
AL10										1	-7	-8
AL11											1	-4
AL12												1
<b>CR = 0.09701</b>												

Tabela 72 Matrica poređenja alternativa u odnosu na K2.1 prema Satijevoj skali

	AL1	AL2	AL3	AL4	AL5	AL6	AL7	AL8	AL9	AL10	AL11	AL12
AL1	1	5	9	-3	4	5	-5	-6	-4	-4	5	9
AL2		1	7	-6	-2	2	-8	-9	-7	-6	-1	6
AL3			1	-9	-7	-5	-9	-9	-9	-9	-6	-1
AL4				1	5	7	-3	-5	-2	-2	6	9
AL5					1	4	-7	-8	-6	-5	2	7
AL6						1	-9	-9	-8	-7	-2	5
AL7							1	-2	2	3	8	9
AL8								1	4	4	9	9
AL9									1	2	7	9
AL10										1	6	9
AL11											1	6
AL12												1
<b>CR = 0.10053</b>												

Tabela 73 Matrica poređenja alternativa u odnosu na K2.2 prema Satijevoj skali

	AL1	AL2	AL3	AL4	AL5	AL6	AL7	AL8	AL9	AL10	AL11	AL12
AL1	1	-3	-6	-6	-6	-7	4	-2	-6	-1	-6	-6
AL2		1	-3	-3	-6	-6	5	3	-3	3	-3	-6
AL3			1	1	-5	-6	6	5	-1	6	-1	-4
AL4				1	-5	-6	6	5	-1	5	-1	-4
AL5					1	-6	6	6	5	6	5	2
AL6						1	7	7	6	7	6	6
AL7							1	-3	-6	-3	-6	-6
AL8								1	-5	2	-5	-6
AL9									1	5	-1	-4
AL10										1	-5	-6
AL11											1	-4
AL12												1
<b>CR = 0.10051</b>												

Tabela 74 Matrica poređenja alternativa u odnosu na K2.3 prema Satijevoj skali

	AL1	AL2	AL3	AL4	AL5	AL6	AL7	AL8	AL9	AL10	AL11	AL12
AL1	1	-3	-5	-5	-8	-9	-2	-3	-6	1	-5	-8
AL2		1	-4	-4	-8	-8	2	-2	-6	3	-4	-7
AL3			1	2	-6	-7	5	4	-3	5	2	-6
AL4				1	-7	-7	5	3	-4	5	1	-6
AL5					1	-3	8	7	6	8	7	3
AL6						1	9	8	6	9	7	4
AL7							1	-3	-6	2	-5	-7
AL8								1	-5	3	-3	-7
AL9									1	6	4	-4
AL10										1	-5	-7
AL11											1	-6
AL12												1
<b>CR = 0.1009</b>												

Tabela 75 Matrica poređenja alternativa u odnosu na K3.1 prema Satijevoj skali

	AL1	AL2	AL3	AL4	AL5	AL6	AL7	AL8	AL9	AL10	AL11	AL12
AL1	1	2	2	5	6	9	9	9	9	2	2	3
AL2		1	2	5	6	9	9	9	9	2	2	3
AL3			1	4	6	9	9	9	9	1	2	3
AL4				1	3	5	6	9	9	-4	-4	-3
AL5					1	4	4	7	9	-6	-5	-4
AL6						1	2	4	7	-9	-9	-9
AL7							1	3	6	-9	-9	-9
AL8								1	4	-9	-9	-9
AL9									1	-9	-9	-9
AL10										1	2	3
AL11											1	2
AL12												1
<b>CR = 0.09911</b>												

Tabela 76 Matrica poređenja alternativa u odnosu na K3.2 prema Satijevoj skali

	AL1	AL2	AL3	AL4	AL5	AL6	AL7	AL8	AL9	AL10	AL11	AL12
AL1	1	-4	-5	1	2	4	6	7	7	2	-3	-3
AL2		1	-3	4	4	6	7	7	7	4	1	-1
AL3			1	5	5	6	7	8	8	6	3	3
AL4				1	2	4	6	7	7	2	-4	-4
AL5					1	4	6	6	6	1	-4	-4
AL6						1	5	5	5	-4	-6	-6
AL7							1	2	3	-6	-7	-7
AL8								1	1	-6	-6	-6
AL9									1	-6	-7	-7
AL10										1	-4	-4
AL11											1	-2
AL12												1
<b>CR = 0.08351</b>												

Tabela 77 Matrica poređenja alternativa u odnosu na K3.3 prema Satijevoj skali

	AL1	AL2	AL3	AL4	AL5	AL6	AL7	AL8	AL9	AL10	AL11	AL12
AL1	1	-1	2	5	6	9	9	9	9	2	2	3
AL2		1	2	5	6	9	9	9	9	2	2	3
AL3			1	5	6	9	9	9	9	2	2	3
AL4				1	3	5	7	9	9	-4	-4	-3
AL5					1	4	5	7	9	-5	-5	-4
AL6						1	3	4	5	-9	-8	-7
AL7							1	3	4	-9	-9	-9
AL8								1	3	-9	-9	-9
AL9									1	-9	-9	-9
AL10										1	2	2
AL11											1	2
AL12												1
<b>CR = 0.08885</b>												

Tabela 78 Matrica poređenja alternativa u odnosu na K4.1 prema Satijevoj skali

	AL1	AL2	AL3	AL4	AL5	AL6	AL7	AL8	AL9	AL10	AL11	AL12
AL1	1	-1	-1	-9	-9	-9	-9	-9	-9	-3	-3	-3
AL2		1	-1	-9	-9	-9	-9	-9	-9	-3	-3	-3
AL3			1	-9	-9	-9	-9	-9	-9	-3	-3	-3
AL4				1	-1	-1	-1	-1	-1	7	7	7
AL5					1	-1	-1	-1	-1	7	7	7
AL6						1	-1	-1	-1	7	7	7
AL7							1	-1	-1	7	7	7
AL8								1	-1	7	7	7
AL9									1	7	7	7
AL10										1	-1	-1
AL11											1	-1
AL12												1
<b>CR = 0.01612</b>												

Tabela 79 Matrica poređenja alternativa u odnosu na K4.2 prema Satijevoj skali

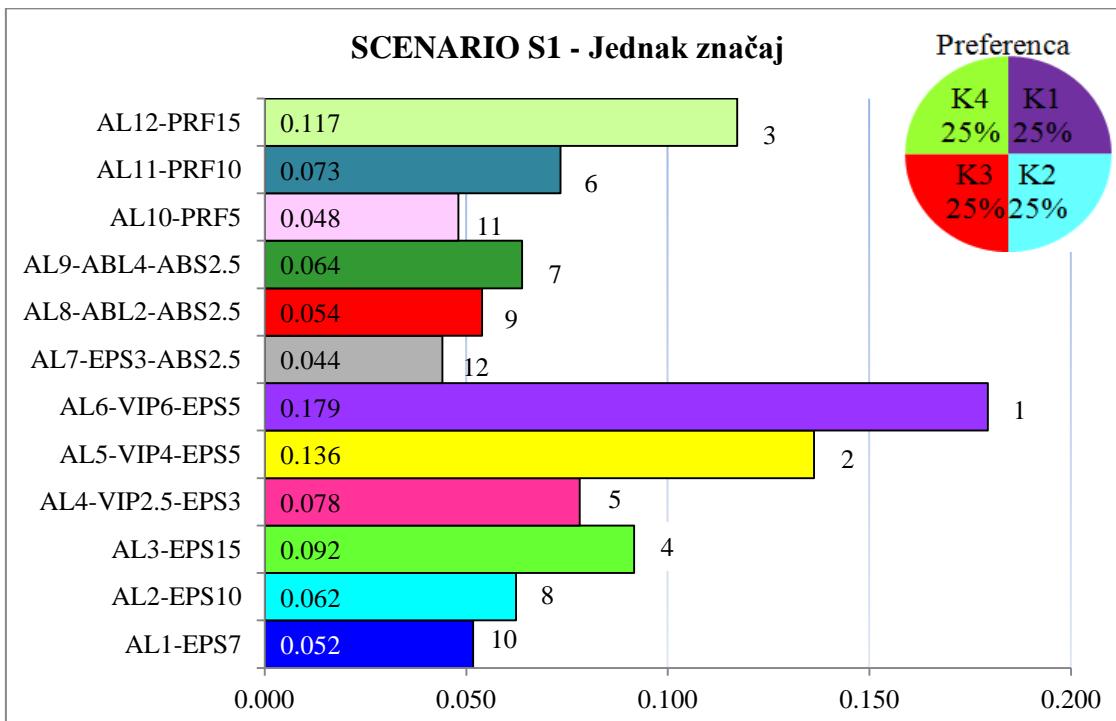
	AL1	AL2	AL3	AL4	AL5	AL6	AL7	AL8	AL9	AL10	AL11	AL12
AL1	1	-5	-7	-7	-9	-9	3	-2	-6	-2	-7	-9
AL2		1	-5	-4	-7	-8	6	4	-3	4	-4	-6
AL3			1	2	-4	-5	9	7	3	7	2	-4
AL4				1	-4	-6	8	7	3	7	-1	-4
AL5					1	-3	9	9	6	9	4	2
AL6						1	9	9	6	9	5	3
AL7							1	-4	-7	-4	-8	-9
AL8								1	-6	2	-7	-8
AL9									1	6	-3	-5
AL10										1	-7	-8
AL11											1	-4
AL12												1
<b>CR = 0.0963</b>												

## **4.5 REZULTATI OPTIMIZACIJE IZBORA GRAĐEVINSKIH MERA I DISKUSIJA**

Rešavanje gore postavljenog optimizacionog modela primenom AHP metode, čija je matematička osnova prikazana u Poglavlju 4.2.1.1, urađeno je programu SuperDecisions Model, koji u sebi sadrži implementiranu AHP metodu. Rezultati primene AHP metode, tj. rangiranje alternativa prema svim prethodno definisanim scenarijima, sa prikazom relativne važnosti svake alternative u odnosu na cilj i analizom osetljivosti na pojedine parametre, dato u narednim poglavljima.

### **4.5.1 SCENARIO S1 - Jednak značaj**

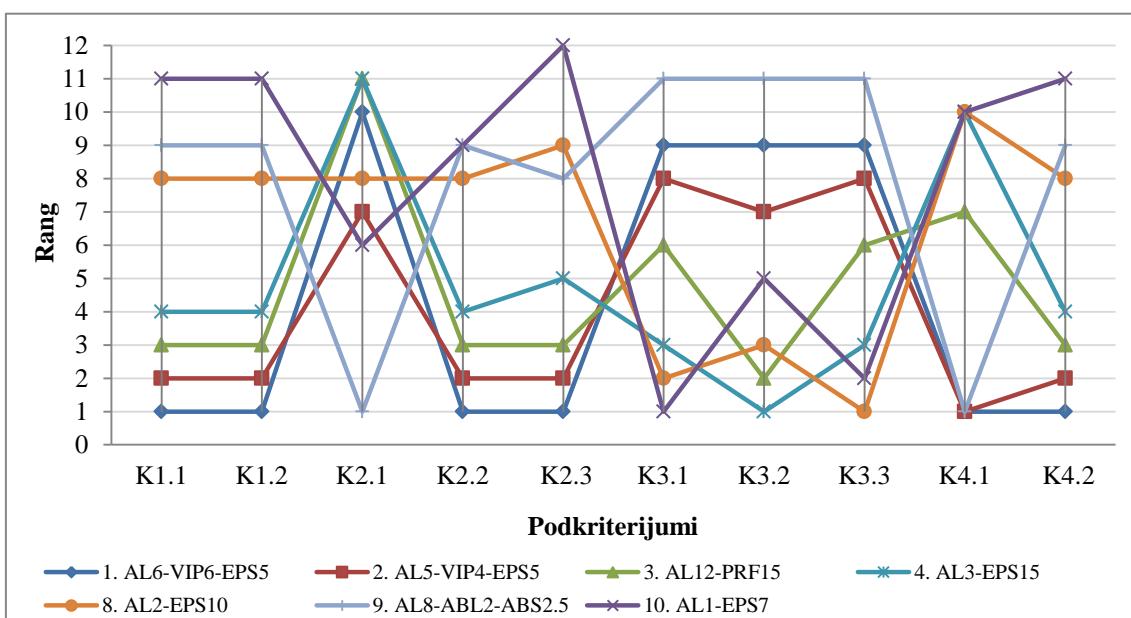
Scenario S1 podrazumeva zadavanje podjednakih težina svim kriterijumima odnosno podkriterijumima. Kompletni rezultati rangiranja prema Scenariju S1, sa prikazom relativne važnosti svake alternative u odnosu na cilj i prikazom preference donosioca odluke izražene u %, su prikazani na Slici 65.



Slika 65 Rangiranje alternativa prema scenariju S1 sa prikazom relativne važnosti u odnosu na cilj i prikazom preference donosioca odluke

Proračunom se dobija da je optimalna alternativa AL6-VIP6-EPS5 ( $w_6 = 0.179$ ), posle koje sledi AL5-VIP4-EPS5 ( $w_5 = 0.136$ ) i njoj veoma bliska po važnosti u odnosu na cilj alternativa AL12-PRF-15 ( $w_{12} = 0.117$ ). Stepen konzistencije iznosi 0.02 tako da, s obzirom na to da je manji od tolerantnog limita od 0.1, rezultat može da se smatra konzistentnim.

Rangiranje prve četiri alternative (AL6, AL5, AL12, AL3) kao i rangiranje lošijih alternativa (AL2, AL8, AL1), ali sada pojedinačno po svakom kriterijumu je prikazano na Slici 66.



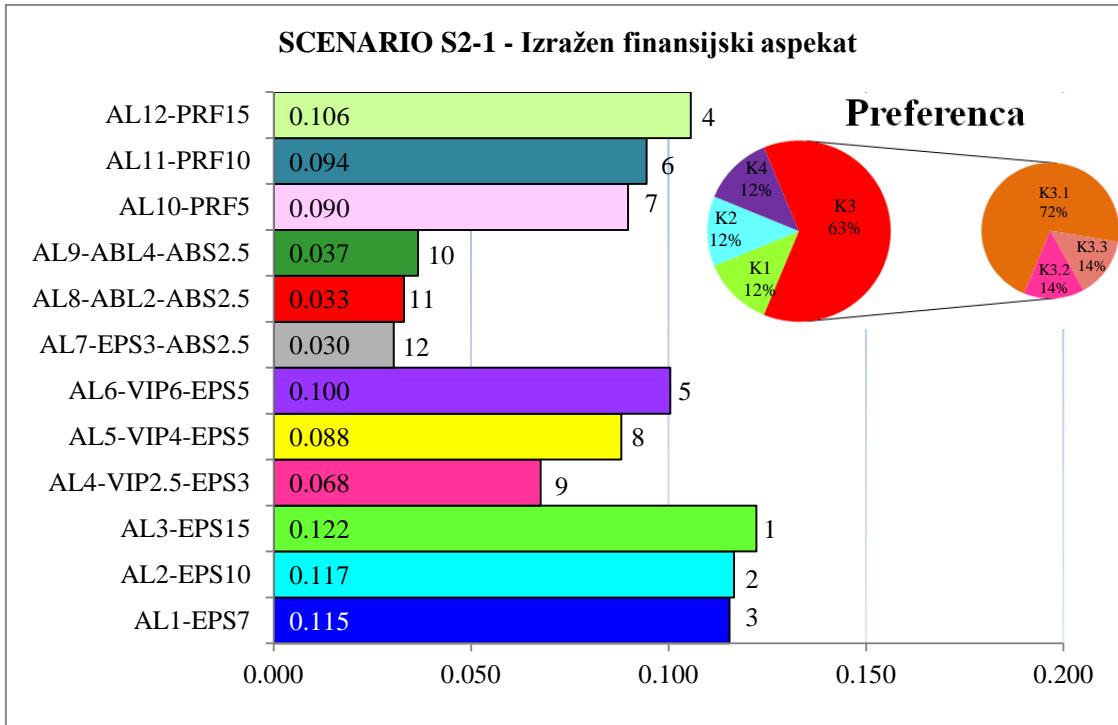
Slika 66 Rangiranje izabranih alternativa prema pojedinačnim kriterijumima

Interesantno je primetiti da najbolje rangirana alternativa AL6 jeste najbolje rangirana alternativa po većini kriterijuma: K1 - energetski parametri, K2 - uslovi komfora i K3 - ekološki parametri, ali u isto vreme je jako loša, čak na 9. poziciji po svim podkriterijumima iz grupe K3 - finansijski parametri. Sa druge strane, alternativa AL1, koja je najbolja pojedinačno po podkriterijumu *Inicijalni troškovi* (K3.1), nalazi se tek na 10. mestu u sveukupnom rangiranju. Slično, alternativa AL2, koja je najbolja po podkriterijumu *Povratni period investicionih sredstava* (K3.3), nalazi se sveukupno na 8. mestu, dok alternativa AL3 koja je najbolja po podkriterijumu *Ukupni troškovi u fazi eksplotacije* (K3.2) u sveukupnom rangiranju zauzima 4. mesto. Alternativa AL8,

čijom se primenom najmanje utiče na promenu debljine zida (najbolja prema podkriterijumu K2.1) u ukupnom rangiranju zauzima tek 9. mesto. Alternative koje zauzimaju u sveukupnom rangiranju 2. i 3. mesto (AL5 i AL12) su prema rangiranju kod jedne polovine pojedinačnih kriterijumima na 2. i 3. mestu, dok su prema ostalim kriterijumima uglavnom lošije rangirane.

#### **4.5.2 SCENARIO S2-1 - Izražen finansijski aspekt**

Ukoliko se kriterijumu K3 – Finansijski parametri poveća značaj u odnosu na preostale kriterijume na rang *jaka dominantnost* (oznaka 5 po Satijevoj skali), ali tako da se samo podkriterijumu K3.1 – Inicijalni troškovi dodeli rang *jaka dominantnost* u odnosu na ostala dva podkriterijuma K3.2 i K3.3, rangiranje alternativa prema scenariju S1 – Jednak značaj će se značajno promeniti. Alternativa 6, koja uključuje primenu najsavremenijih i termički najboljih materijala, čija je cena visoka, a koja je *pobedila* u prethodnom proračunu sada zauzima 5 mesto. Dodeljujući podkriterijumu K3.1 – Inicijalni troškovi rang *jaka dominantnost* nad ostalim podkriterijumima, vodeće alternative su sledeće: prva je Alternativa 3 – AL3-EPS15 sa relativnom važnošću  $w = 0.122$ ; druga je Alternativa 2 – AL2-EPS10 ( $w = 0.177$ ); a treća je Alternativa 1 – AL1-EPS7, ( $w = 0.115$ ). Kompletni rezultati rangiranja prema Scenariju S2-1, sa prikazom relativne važnosti svake alternative u odnosu na cilj i prikazom preference donosioca odluke izražene u %, su prikazani na Slici 67. Ističući značaj podkriterijuma Inicijalni troškovi, vodeće alternative su postale one koje u sebe uključuju primenu konvencionalnih, tj. tradicionalnih termoizolacionih materijala, kao što je ekspandirani polistiren, čija je tržišna cena i do 10 puta manja od najsavremenijih materijala poput VIP materijala (engl. *vacul insulated panels*) ili materijala na bazi aerogelova (engl. *aerogel blaster*, *aerogel blanckt*) čija se tehnologija proizvodnje još uvek razvija, a šira primena je uspostavljena tek u razvijenim zemljama poput Švajcarske i Velike Britanije.



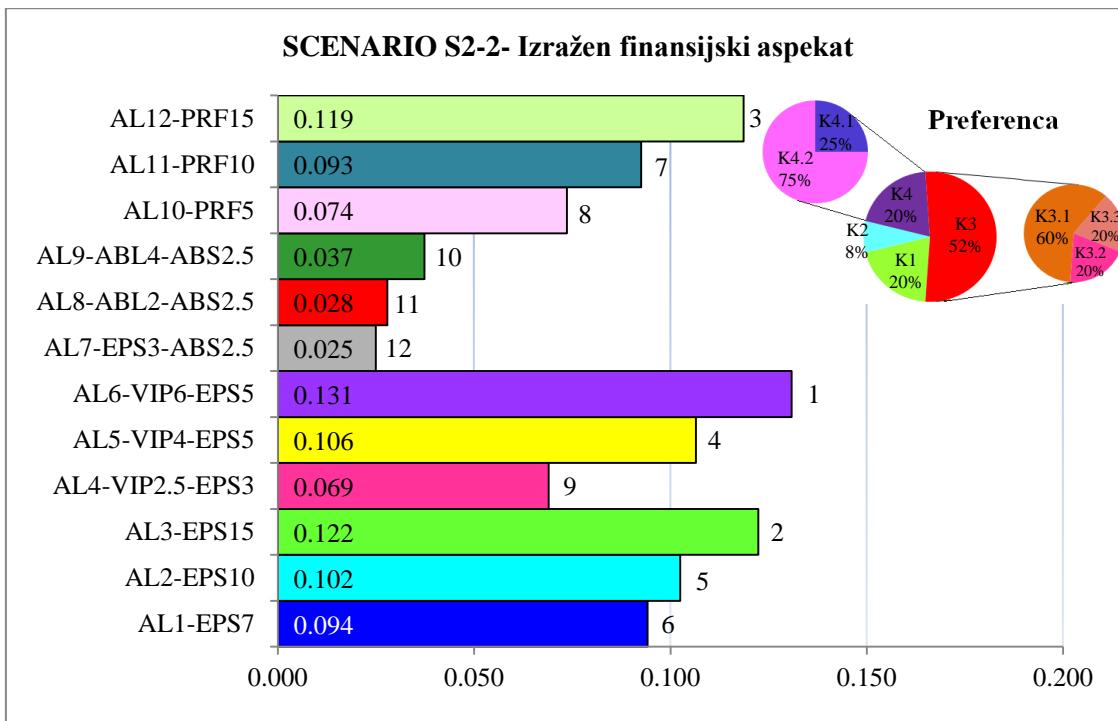
Slika 67 Rangiranje alternativa prema scenariju S2-1 sa prikazom relativne važnosti u odnosu na cilj i prikazom preference donosioca odluke

Rangiranje prikazano na Slici 67 pokazuje da je postavljanje termoizolacije većih debljina prihvatljivije kada je u pitanju primena i tradicionalnih materijala i savremenih materijala. Zapravo, među alternativama koje podrazumevaju ugradnju ekspandiranog polistirena (AL1-AL3), najbolja je ona kod koje je najveća debljina termoizolacije (AL3), i ako je ona najskuplja u svojoj grupi. Isto tako, i kada je u pitanju grupa alternativa gde se primenjuje materijal VIP (AL4-AL6) ili aerogel (AL7-AL9) ili paneli na bazi poliuretana (AL10-AL12), vodeća alternativa je ona koja predviđa najveću termoizolaciju.

#### 4.5.3 SCENARIO S2-2- Izražen finansijski aspekt

Smanjujući rang dominantnosti podkriterijuma K3 - Finansijski aspekt, sa ranga *jaka dominantnost* na rang *slaba dominantnost*, ali samo nad kriterijumima K1 – Energetski parametri i K4 – Ekološki parametri, najjeftinije alternative Alternativa 2 i Alternativa 1 nisu više u vodećoj grupi alternativa. Ovako postavljene preference donosioca odluke, koje i dalje rangiraju Inicijalne troškove kao dominantne nad svim ostalim podkriterijumima, ali više kao *jako dominantne* već kao *slabo dominantne*, za optimalno

rešenje predlažu, isto kao i u scenariju S1, Alternativu 6 (AL6-VIP6-EPS5), sa relativnom važnošću  $w = 0.131$ . Prema proračunu optimalno rešenje je Alternativa 3 (AL3-EPS15) sa  $w = 0.122$ , za kojom sledi Alternativa 12 (AL12-PRF15) sa  $w = 0.119$ . Kompletni rezultati rangiranja prema Scenariju S2-2, sa prikazom relativne važnosti svake alternative u odnosu na cilj i prikazom preference donosioca odluke izražene u %, su prikazani na Slici 68.

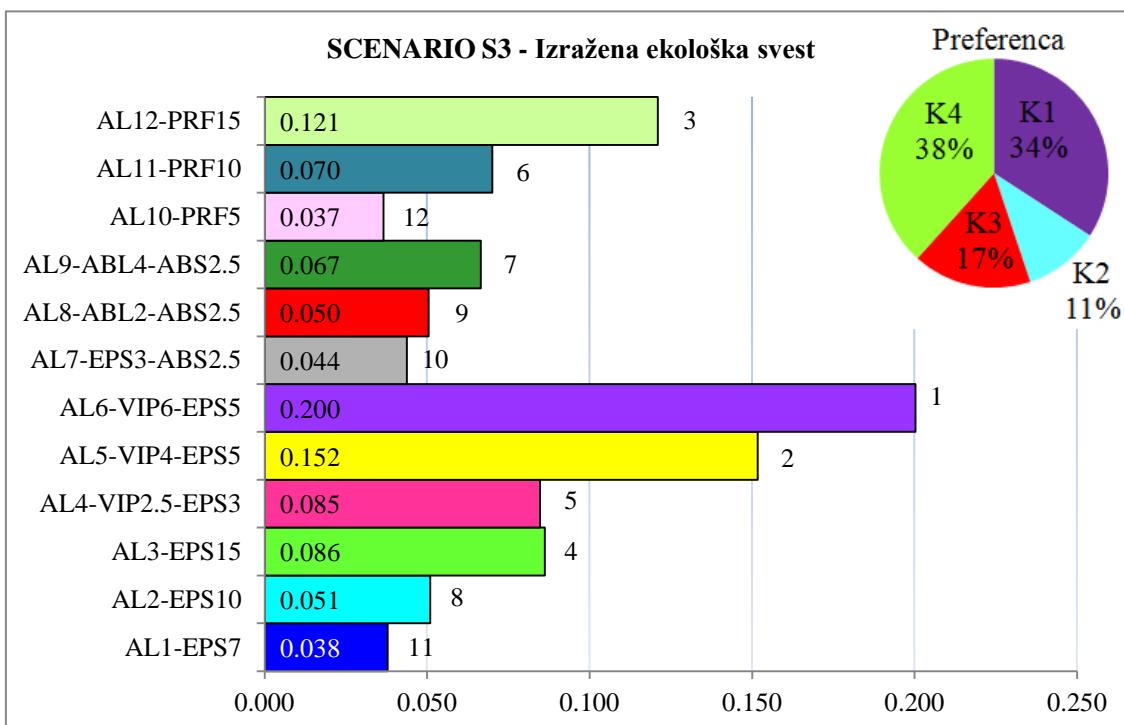


Slika 68 Rangiranje alternativa prema scenariju S2-2 sa prikazom relativne važnosti u odnosu na cilj i prikazom preference donosioca odluke

Za oba scenarija S2-1 i S2-2, kod koga su izraženi finansijski aspekti, i gde posebno Inicijalni troškovi imaju značajan uticaj u doноšenju odluke, alternative koje u sebi sadrže materijale na bazi aerogela (AL7-AL9), čija je proizvodnja danas dosta ograničena, gde je tehnologija još u razvoju i čija je cena previsoka, su se pokazale kao najmanje prihvatljive. Ipak, ovi materijali, prvenstveno malteri na bazi aerogela, se primenjuju u ekonomski razvijenim zemljama (Švajcarska), ali i tamo uglavnom za objekte čije fasade su kulturno-istorijski spomenici i kao takve ne smeju menjati svoj izgled.

#### 4.5.4 SCENARIO S3 - Izražena ekološka svest

Scenario u kome želimo da istaknemo ekološku svest S3, i gde je za kriterijume K1 – Energetski parametri i K4 – Ekološki parametri, data *slaba dominantnost* nad kriterijumima K2 – Uslovi komfora i K3 – Finansijski parametri, predlaže kao optimalnu varijantu Alternativu 6 (AL6-VIP6-EPS5) sa  $w = 0.200$ . Za njom slede Alternativa 5 (AL5-VIP4-EPS5) sa  $w = 0.152$  i Alternativa 12 (AL12-PRF15) sa  $w = 0.121$ . Kompletan rezultat rangiranja po scenariju, S3 – Izražena ekološka svest, sa prikazom relativne važnosti svake alternative u odnosu na cilj i prikazom preference donosioca odluke izražene u %, dati su na Slici 69. Poredeći međusobno relativnu važnost svake alternative u odnosu na cilj, lako se uočava ubedljivo vođstvo prve tri alternative (AL6, AL5, AL12) nad ostalima.

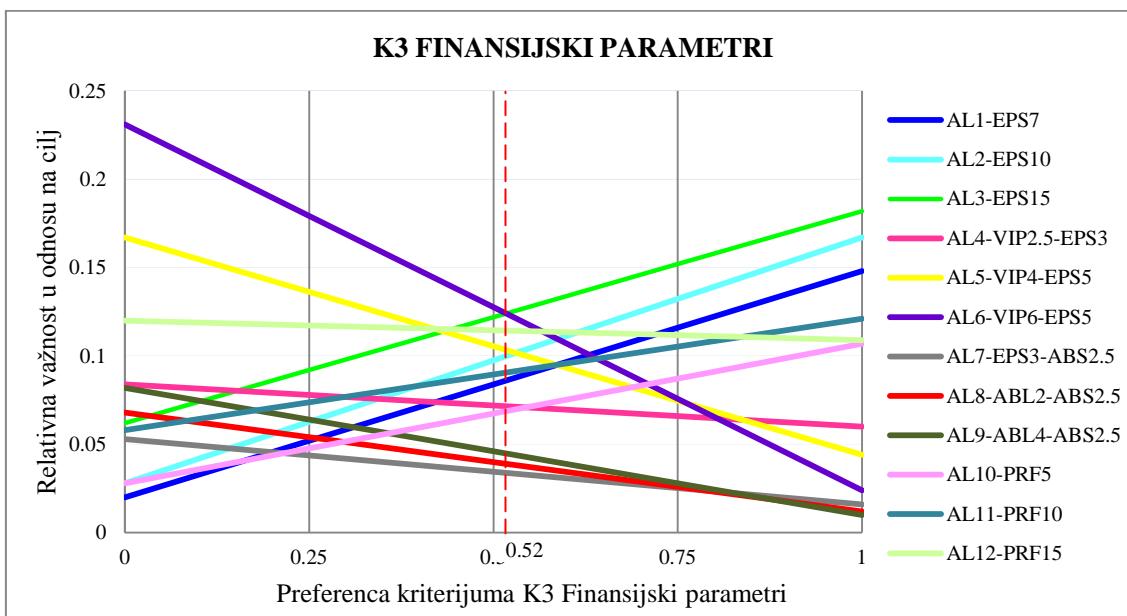


Slika 69 Rangiranje alternativa prema scenariju S3 sa prikazom relativne važnosti u odnosu na cilj i prikazom preference donosioca odluke

Stepen konzistencije rangiranja alternative prema svim gore prikazanim scenarijima je manji od 0.1 i time je ispunjen uslov o konzistentnosti rešenja koji nameće AHP metoda.

#### 4.5.5 Analiza osetljivosti rešenja

Prikazani rezultati rangiranja alternativa prema prethodna četiri scenarija ukazuju na značajan uticaj preference donosioca odluke, odnosno promena nivoa dominantnosti jednog kriterijuma, odnosno podkriterijuma u odnosu na drugi vodi ka promeni rangiranja alternativa. Poredeći rezultate rangiranja prema scenariju S1- Jednak značaj (Slika 65) i prema scenariju S2-1 – Izražen finansijski aspekt (Slika 67) u kome podkriterijum K3.1 – Inicijalni troškovi ima značaj *jaka dominantnost* nad svim ostalim podkriterijumima, uočava se pad Alternative 6 sa prvog mesta prema S1, na peto mesto prema S2-1. Ovo ukazuje na potrebu analize osetljivosti rešenja na kriterijum K3 – Finansijski parametri. Na Slici 70 prikazana je promena relativne važnosti svake alternative u odnosu na cilj u zavisnosti od promene značaja kriterijuma K3. Grafik na Slici 70 predstavlja osetljivost rešenja optimizacionog modela na kriterijum K3 – Finansijski.

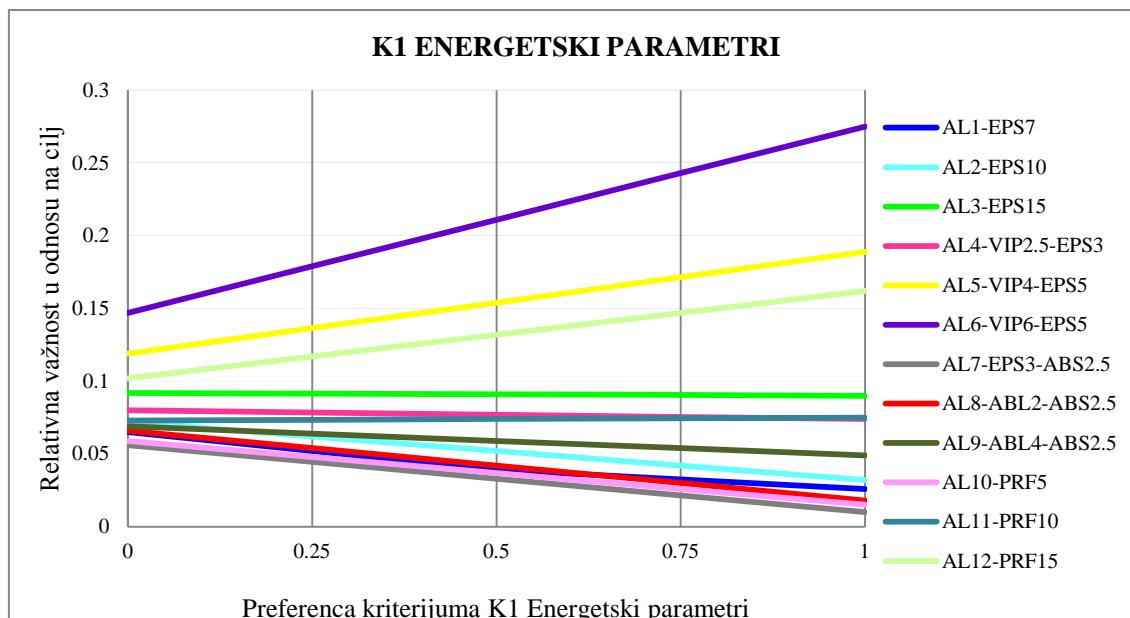


Slika 70 Osetljivost rešenja na kriterijum K3 Finansijski parametri

Sa slike se uočava da relativna važnost, a sa time i rang Alternative 6 najbrže opada kako se povećava značaj kriterijuma K3. Za vrednosti preference ovog kriterijuma veće od 52% (*slaba dominantnost* i jače), Alternativa 6 nije više vodeća alternativa, već vodeće mesto preuzima Alternativa 3 (AL3-EPS15). Alternativa koja ima najmanji

trend u opadanju relativne važnost u odnosu na cilj i čija je linija na Slici 70 skoro horizontalna je Alternativa 12 (AL12-PRF15). Njen rang je 3 za sve nivoe značaja kriterijuma K3 do nivoa *veoma jaka dominantnost*, posle čega opada do 5. mesta.

Na Slici 71 je prikazana osetljivost rešenja na kriterijum K1 – Energetski parametri, gde se vidi da četiri vodeće alternativa (AL6, AL5, AL12 i AL3) ne menjaju svoju poziciju povećavanjem važnosti kriterijuma K1.



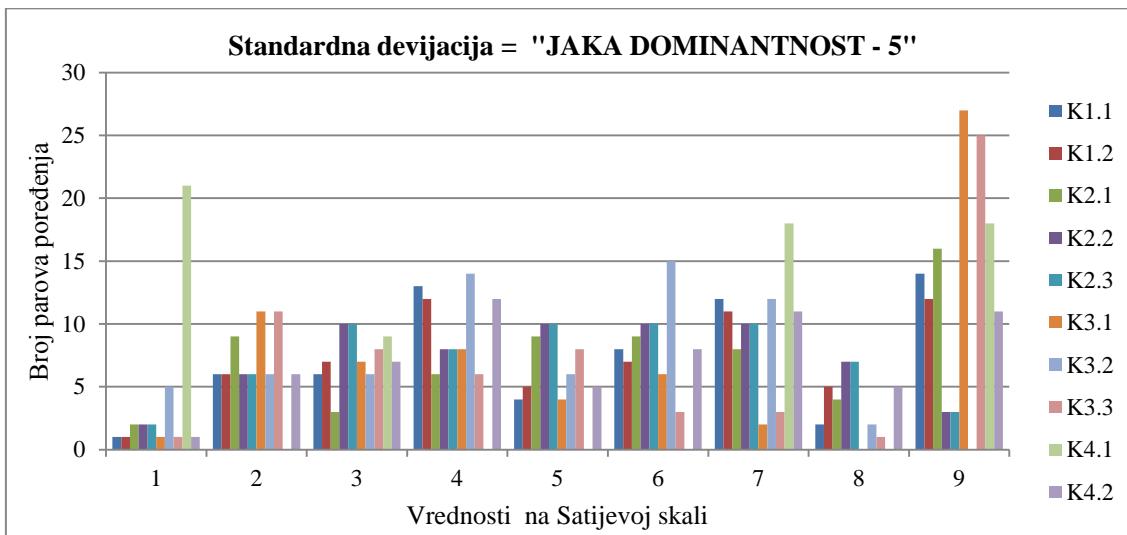
Slika 71 Osetljivost rešenja na kriterijum K1 Energetski parametri

Proračunom je proverena osetljivost rešenja na promenu preferenci ostalih kriterijuma i nije utvrđen njihov veliki značaj.

Pored gore prikazane analize osetljivosti rešenja na pojedine kriterijume, dodatna analiza osetljivosti se može uraditi menjajući polaznu pretpostavku da, ukoliko je razlika dve alternative za određeni podkriterijum jednaka vrednosti standardne devijacije, *bolja* alternativa ima, prema Satijevoj skali, meru *jake dominantnosti* i označena je na skali sa vrednošću 5.

Dodeljujući u modelu rang *jake dominantnosti* standardnoj devijaciji, dovelo je do toga da za pojedine podkriterijume postoji veliki broj poređenja alternativa sa velikim stepenom razlike i odnosom *ekstremna dominantnost* - 9 ili *veoma jaka dominantnost* - 7.

Na Slici 72 dat je grafički prikaz rezultata poređenja alternativa prema Satijevoj skali. Slika prikazuje polovinu od ukupnog broja poređenja, s obzirom na to da je druga polovina broja poređenja simetrična.



Slika 72 Grafički prikaz rezultata poređenja

Generalno, broj mogućih poređenja u skupu od  $n$  alternativa koje se ne poredaju sa sobom iznosi  $n * (n - 1)$  za svaku alternativu, što je u našem slučaju sa 12 alternativa, 132. Sa Slike 72 se može uočiti da je kod poređenja alternativa prema kriterijumu K3.1 – Inicijalni troškovi, broj parova alternativa kod kojih je razlika između dve alternative označena kao *ekstremno jaka dominantnost* 27 odnosno 40%, kod kriterijuma K3.3 – Povratni period investicionih sredstava iznosi 25 odnosno 38%, a kod K4.1 – ekološki materijali 18 parova, odnosno 27%. Pri tome, u celom skupu primetno je grupisanje rezultata poređenja i njihova neravnomerna raspoređenost.

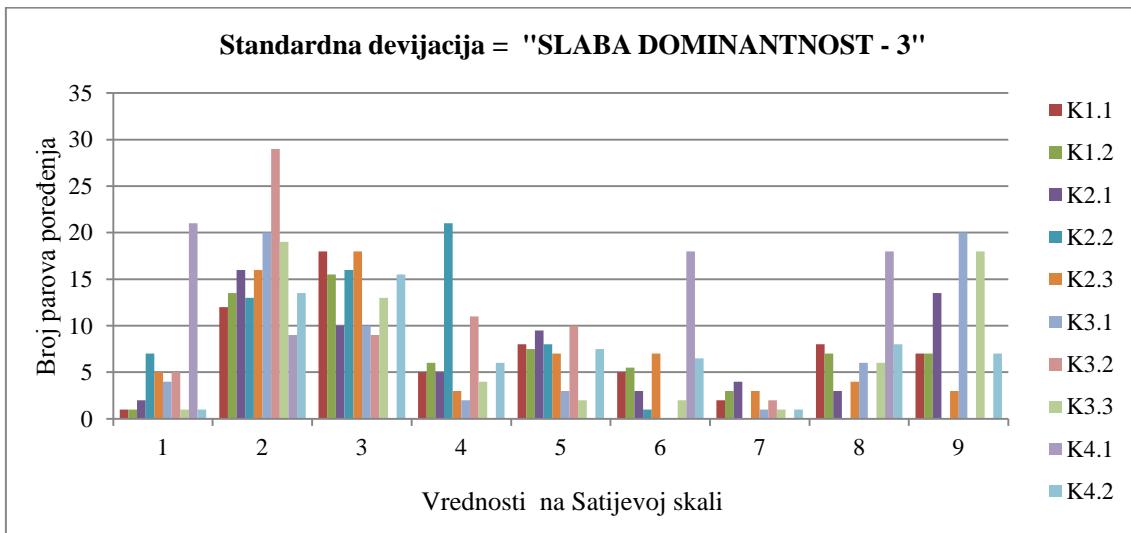
Da bi se dodatno utvrdila stabilnost rešenja i izvršila analiza osetljivosti rešenja, potrebno je prethodni proračun sprovesti sa delimično izmenjenim kriterijumom poređenja alternativa. Za novi kriterijum poređenja alternativa usvaja se da ukoliko se dve alternative razlikuju za vrednost standardne devijacije to predstavlja odstupanje koje će *bolju* alternativu okarakterisati, ne kao *jako dominantu - 5* kako je to u prethodnom slučaju bilo već kao *slabo dominantu - 3*, [153].

Na osnovu ovako definisanog novog kriterijuma, nove mere značajnosti za poređenje alternativa prema Satijevoj skali, prikazane su u Tabeli 80.

Tabela 80 Mere značajnosti razlika podkriterijumskih funkcija prema Satijevoj skali, standardna devijacija = *jaka dominanatnost - 5*

Satijeva skala	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	1	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
<b>K1.1</b>	-100.0%	-90.2%	-80.5%	-70.7%	-60.92%	-51.2%	<b>-41.4%</b>	-21.2%	-1.0%	1.0%	1.0%	21.2%	<b>41.4%</b>	51.2%	60.92%	70.7%	80.5%	90.2%	100.0%
<b>K1.2</b>	-100.0%	-90.2%	-80.5%	-70.7%	-60.92%	-51.2%	<b>-41.4%</b>	-21.2%	-1.0%	1.0%	1.0%	21.2%	<b>41.4%</b>	51.2%	60.92%	70.7%	80.5%	90.2%	100.0%
<b>K2.1</b>	-100.0%	-91.9%	-83.8%	-75.8%	-67.67%	-59.6%	<b>-51.5%</b>	-26.3%	-1.0%	1.0%	1.0%	26.3%	<b>51.5%</b>	59.6%	67.67%	75.8%	83.8%	91.9%	100.0%
<b>K2.2</b>	-100.0%	-85.3%	-70.6%	-56.0%	-41.28%	-26.6%	<b>-11.9%</b>	-6.5%	-1.0%	1.0%	1.0%	6.5%	<b>11.9%</b>	26.6%	41.28%	56.0%	70.6%	85.3%	100.0%
<b>K2.3</b>	-100.0%	-88.5%	-76.9%	-65.4%	-53.86%	-42.3%	<b>-30.8%</b>	-15.9%	-1.0%	1.0%	1.0%	15.9%	<b>30.8%</b>	42.3%	53.86%	65.4%	76.9%	88.5%	100.0%
<b>K3.1</b>	-100.0%	-94.8%	-89.5%	-84.3%	-79.02%	-73.8%	<b>-68.5%</b>	-23.5%	-1.0%	1.0%	1.0%	23.5%	<b>68.5%</b>	73.8%	79.02%	84.3%	89.5%	94.8%	100.0%
<b>K3.2</b>	-100.0%	-87.2%	-74.4%	-61.5%	-48.71%	-35.9%	<b>-23.1%</b>	-12.0%	-1.0%	1.0%	1.0%	12.0%	<b>23.1%</b>	35.9%	48.71%	61.5%	74.4%	87.2%	100.0%
<b>K3.3</b>	-100.0%	-93.2%	-86.3%	-79.5%	-72.68%	-65.9%	<b>-59.0%</b>	-30.0%	-1.0%	1.0%	1.0%	30.0%	<b>59.0%</b>	65.9%	72.68%	79.5%	86.3%	93.2%	100.0%
<b>K4.1</b>	-100.0%	-90.2%	-80.5%	-70.7%	-60.91%	-51.1%	<b>-41.4%</b>	-21.2%	-1.0%	1.0%	1.0%	21.2%	<b>41.4%</b>	51.1%	60.91%	70.7%	80.5%	90.2%	100.0%
<b>K4.2</b>	-100.0%	-90.2%	-80.5%	-70.7%	-60.92%	-51.2%	<b>-41.4%</b>	-21.2%	-1.0%	1.0%	1.0%	21.2%	<b>41.4%</b>	51.2%	60.92%	70.7%	80.5%	90.2%	100.0%

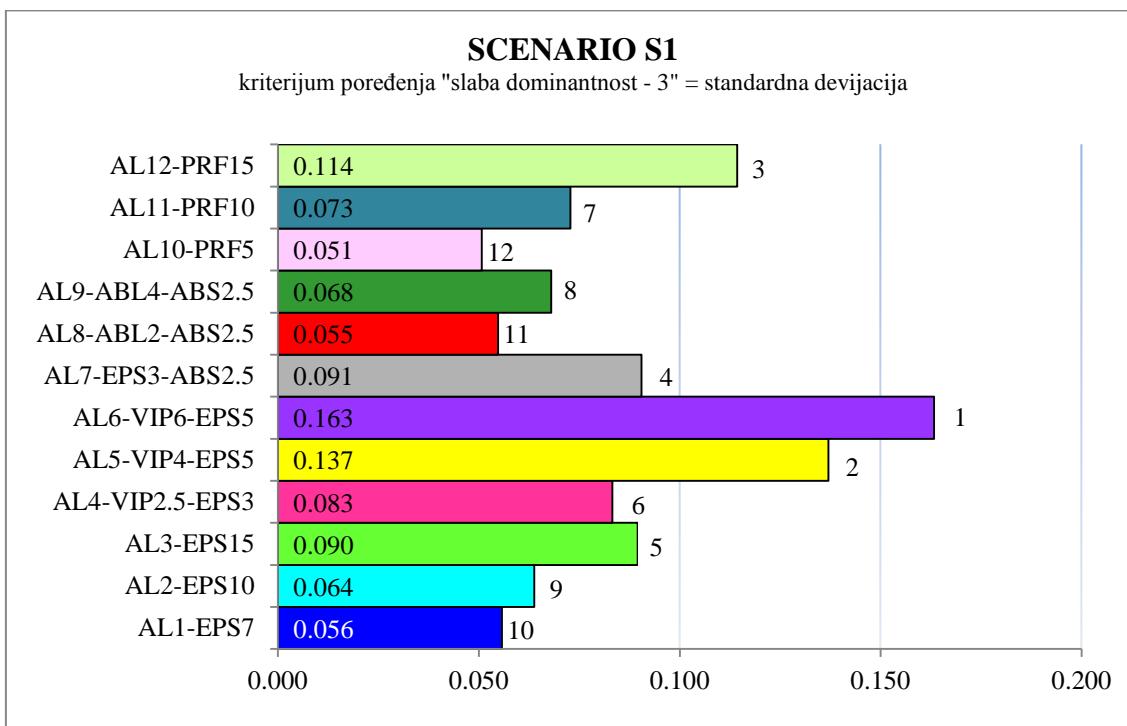
Primenom ovakvog kriterijuma poređenja parova alternativa, dobijaju se rezultati koji su ravnomernije raspoređeni. Sumarni prikaz poređenja alternativa prikazan je na Slici 73.



Slika 73 Grafički prikaz rezultata poređenja prema novom kriterijumu za poređenje

Prema ovakvom vrednovanju, kod svih podkriterijuma, broj alternativa koje su međusobno u odnosu *veoma jaka dominantnost* - 7 sada iznosi ispod 30%, dok je broj alternativa koje su u odnosu *slaba dominantnost* - 3 i blažem (vrednosti od 1-3), iznosi između 40%, a broj alternativa koje su u odnosu *jaka dominantnost* i blažem (vrednosti od 1-5) iznosi između 60%.

Kada se rangiranje alternativa sprovede po AHP metodi, u skladu sa novodefinisanim kriterijumom, dobija se rangiranje alternativa prikazano na Slici 74. Testiran je slučaj kada svi kriterijumi i podkriterijumi imaju isti značaj (Scenarij-S1).



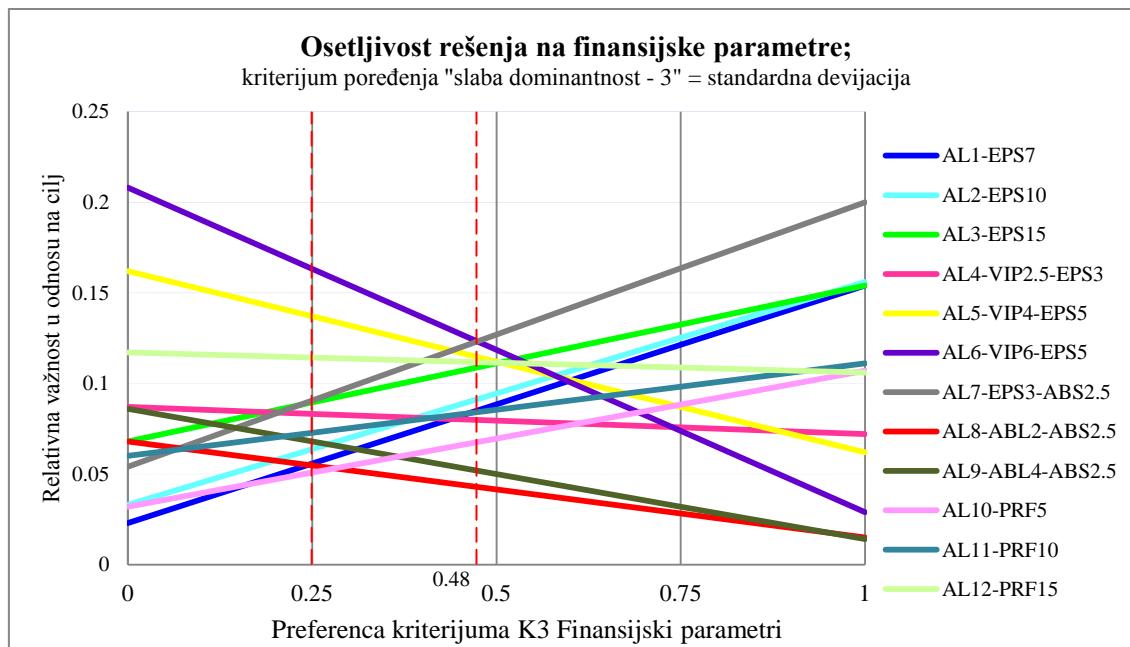
Slika 74 Rangiranje alternativa prema novom kriterijumu poređenja za scenariji S1 sa prikazom relativne važnosti u odnosu na cilj

Proračunom se dobija da je optimalna alternativa Alternativa 6 (AL6-VIP6-EPS5), čija je relativna važnost u odnosu na cilj  $w = 0.163$ . Alternative koje slede jesu Alternativa 5 (AL5-VIP4-EPS5), važnosti  $w = 0.137$  pa Alternativa 12 (AL12-PRF15) važnosti  $w = 0.114$ . Ostale alternative su promenile svoju rang poziciju za jedno ili dva mesta. Stepen konzistencije iznosi 0.02 što je manje od tolerantnog limita 0.1, te rezultat može da se smatra konzistentnim.

Dobijeni rezultati su veoma bliski rezultatima dobijenim prema prethodnom kriterijumu poređenja alternativa (Slika 65). Prve tri alternative su i u ovom slučaju Alternativa 6, Alternativa 5 pa zatim Alternativa 12, sa tom razlikom što su relativne važnosti nešto manje prema novom kriterijumu vrednovanja razlika među alternativama – tj. vođstvo ovih alternativa je malo manje *ubedljivo* nego prema rezultatima na Slici 65.

Rangiranje na Slici 74 odslikava preference donosioca odluke gde svi kriterijumi imaju jednak značaj. Potrebno je ispitati osetljivost rešenja na pojedine kriterijume, kao i u prethodnom slučaju. Povećavajući značaj kriterijumima K1, K2 i K4, prve četiri alternative ne menjaju svoju poziciju, isto kao i u prethodnom slučaju (Slika 71). Povećavajući značaj kriterijumu K3- Finansijski parametri dolazi do promene u rangiranju alternativa na isti način kao i u prethodnom slučaju (Slika 70).

Na Slici 75 prikazana je promena relativne važnosti svake alternative u odnosu na cilj u zavisnosti od promene značaja kriterijuma K3, za slučaj kada je razlika vrednosti pojedinih podkriterijuma u alternativama jednaka vrednosti standardne devijacije okarakterisana kao *slaba dominantnost*.

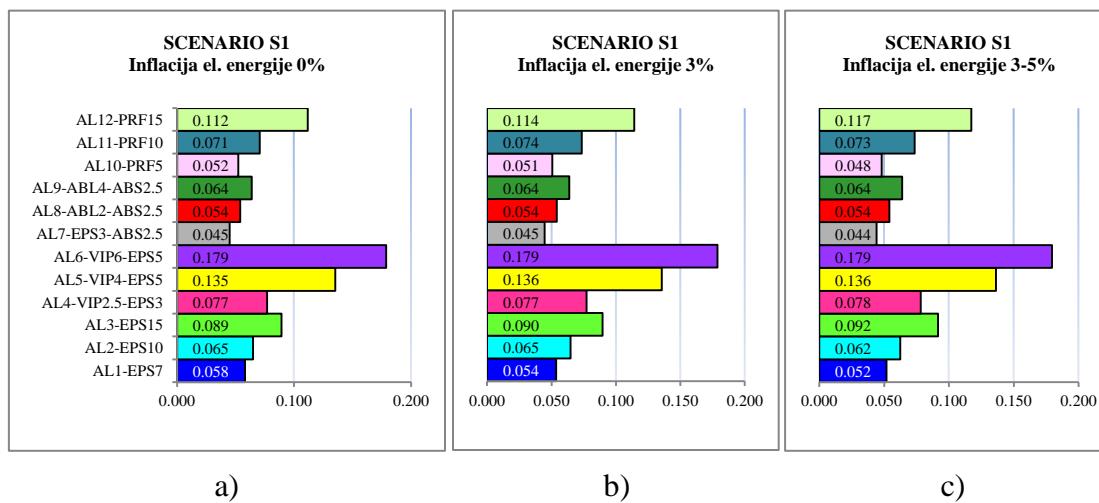


Slika 75 Osetljivost rešenja na kriterijum K3 Finansijski parametri prema novom kriterijumu poređenja

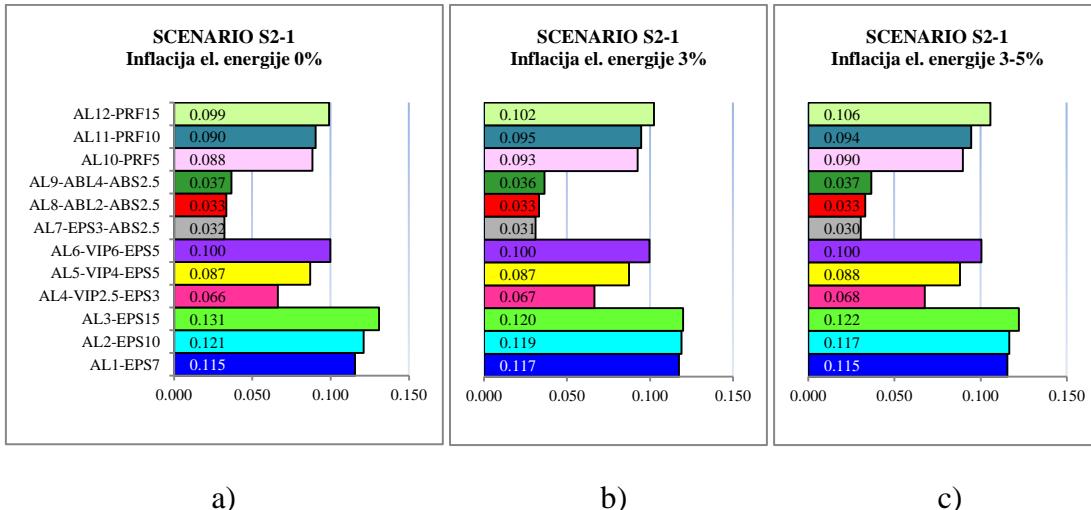
Alternative koje u sebi sadrže tradicionalne materijale (AL3-EPS15, AL2-EPS10, AL1-EPS7 i AL12-PRF15) izbijaju na vodeće pozicije kako značaj kriterijuma K3 raste, iznad vrednosti 0.48, dok alternative koje u sebi sadrže najsavremenije materijale (AL6-VIP6-EPS5, AL5-VIP4-EPS5) brzo padaju na 5. i 6. mesto.

S obzirom na veliku sličnost između rezultata dobijenih primenom kriterijama poređenja standardna devijacija = *jaka dominantnost-5* i rezultata dobijenih primenom kriterijuma poređenja standardna devijacija = *slaba dominantnost-3* (Slika 65, Slika 70, Slika 74 i Slika 75), može se zaključiti da se stepen konzistencije rangiranja nije promenio, tako da je dobijeno rešenje stabilno i konzistentno.

Svi ovde prikazani rezultati i iz njih izvedeni zaključci, su bazirani na pretpostavci inflacije električne energije od 3% na godišnjem nivou u prvih 10 godina i 5% na godišnjem nivou nakon tog perioda. S obzirom na to da ne postoje pouzdane prognoze rasta cene električne energije za period od narednih 50 godina (prepostavljeni eksploracioni vek objekta) ovde su razmatrani i rezultati dobijeni iz optimizacionih modela koji predviđaju stopu inflacije cene električne energije od 0% i 3% na godišnjem nivou u toku celog perioda eksploracije. Rezultati proračuna, tj. rangiranje alternative je urađeno za dva scenarija: 1) scenario S1 – jednak značaj i 2) scenario S2-1 – izraženi finansijski aspekti. Rezultati rangiranja su prikazani na Slici 76 i 77.



Slika 76 Uporedni prikaz rangiranja alternativa za različite stope inflacije el. energije za S1 scenario; a) 0% inflacija; b) 3% inflacija; c) 3-5% inflacija



a)

b)

c)

Slika 77 Uporedni prikaz rangiranja alternativa za različite stope inflacije el. energije za S2-1 scenario; a) 0% inflacija; b) 3% inflacija; c) 3-5% inflacija

Sa obe slike gore, se lako uočava da se redosled rangiranja za dati scenario, ne menja u koliko se samo menja prognozirana stopa inflacije cene električne energije u modelu. Analizirajući rezultate dalje, uočavaju se male promene relativna važnost pojedinih alternativa u odnosu na cilj, u smislu da se jeftinijim alternativama koje troše više energije, smanjuje relativna važnost kako raste prognozirana inflacije električne energije (npr. AL2). Gledano iz drugog ugla, sa povećanjem rasta cene električne energije, skupe, ali veoma energetski efikasne alternative dobijaju na značaju. Njihov koeficijenta relativne važnosti se malo povećava (npr. AL4 i AL5). Poredeći rezultate rangiranja za scenario S1 i S2-1 za sve tri prognozirane inflacije, uočava se da je rangiranje alternativa za određenu preferencu donosioca odluke stabilno, bez obzira na prognoziranu stopu inflacije.

#### 4.6 ZAKLJUČNA RAZMATRANJA U VEZI SA PREDLOŽENIM MODEЛОМ ЗА ОПТИМИЗАЦИЈУ

U prethodnom poglavlju, u cilju ispitivanja prihvatljivosti primene određenih građevinskih mera pri sanaciji fasadnog zida, sa ciljem smanjenja potrebne energije za grejanja u stambenim zgradama formiran je optimizacioni model, zasnovan na principima AHP metode. Definisani model se sastoji od četiri hijerarhijska nivoa. Na najvišem nivou je cilj projekta: izbor optimalne građevinske mere za energetsku

sanaciju zida, nivo ispod sačinjavaju 4 kriterijuma (K1-Energetski parametri, K2-Ustvari komfora, K3-Finansijski parametri i K4-Ekološki parametri), na trećem nivou se nalazi 10 podkriterijumskih funkcija, dok se na poslednjem nivou nalazi skup predloženih alternativa, njih 12.

Ovako formirani optimizacioni model, problem energetske sanacije fasadnog zida, istovremeno sagledava sa više različitih aspekata: ekonomskog, aspekta upotrebe resursa, uticaj na životnu sredinu i zadovoljenje uslova komfora. Sa aspekta upotrebe resursa (kriterijum K1) i uslova komfora (kriterijum K2) definisani model termičke karakteristike fasadnog zida posmatra kako u statičkom tako i u dinamičkom režimu rada, ističući važnost dinamičkih termičkih karakteristika zida u formiranju uslova komfora u objektu. Sa ekonomskog aspekta (kriterijum K3), pored inicijalnih investicionih sredstava, model daje značajne informacije vezane za ukupne troškove u fazi eksploatacije, troškove održavanja, kao i povratni period investicionih sredstava, uzimajući u obzir vremensku vrednost novca kao i prognozirane inflacije za pojedine resurse. Ekološki aspekt sanacije (kriterijum K4), model sagledava kroz dva parametra: emisiju štetnih gasova koja nastaje tokom funkcionisanja objekta i primenu ekoloških materijala.

Konkretni rezultati dobijeni u gore prikazanoj studiji slučaja, ukazuju na to da redosled rangiranih alternativa direktno zavisi od težinskih faktora koji se zadaju kriterijumima. Rangiranje alternativa je najosetljivije na promenu težinskog faktora za kriterijum finansijski parametri, dok favorizovanje ostalih kriterijuma ne utiče mnogo na rangiranje alternativa. Iстичанjem važnosti finansijskih parametara u procesu odlučivanja, alternative koje za sobom povlače veća finansijska sredstva i sadrže najsavremenije materijale, koje su bez favorizovanja ovog parametra vodeće, bivaju brzo potisnute alternativama koje u sebi sadrže konvencionalne materijale čije su cene znatno niže. Analiza osetljivosti rešenja na promenu inflacije cene električne energije je pokazala da su *skupe* alternative među vodećim, čak i za slučaj nepostojanja inflacije cene električne energije, tj. inflacija je 0%. Menjanjem procenta inflacije menja se samo relativna važnost alternativa, ali ne i njihov rang. Kada se procenat snižava važnost alternativa sa konvencijalnim materijalima postavljenim u malim debljinama, malo raste i obrnuto, kada se povećava procenat inflacije, njihova važnost malo opada. Nasuprot

ovome, primena najsavremenijih materijala (ili konvencionalnih ali u većim debljinama tako da se dobiju zidovi sa niskom vrednošću koeficijenta  $U$ ), dobija još više na značaju sa porastom cene električne energije, jer su tada troškovi za električnu energiju koja se koristi za grejanje prostora manji. Ovakva dominacija *skupih* alternativa koje podrazumevaju ugradnju najsavremenijih materijala je logična, s obzirom na veliki broj i samu strukturu kriterijuma i podkriterijuma. Od 4 postavljena kriterijuma, *skupe* alternative *pobeđuju* prema 3 kriterijuma, a čak prema 8 podkriterijuma od 10 su bolje od *jeftinih* alternativa. Smanjivanje broja kriterijuma, ali tako da uvek ostane kriterijum *finansijski parametri* bi promenilo ovaku dominaciju *skupih* alternativa, ali takvo rešenje ne bi više odražavalo potrebe i zahteve svih zainteresovanih strana, čime bi se narušio princip sveobuhvatnosti. Kako bi se izbegla preskupa rešenja potrebno je uvesti ograničenje u model, u smislu maksimalne visine investicionih sredstava, čime bi skup dopustivih rešenja podrazumevao samo finansijski prihvatljiva rešenje.

U koliko posmatramo rangiranje alternativa, ali samo u okviru jedne vrste termoizolacionog materijala, promena težinskog faktora za kriterijume ne unosi velike promene, tj. uvek je najbolja alternativa ona koja preporučuje veću debljinu termoizolacionog materijala, bez obzira koliko on bio skup.

Primenljivost AHP metode na optimizacione probleme ove vrste je analizirana kroz analizu osetljivosti rešenja na manje promene kriterijuma ocenjivanja. Utvrđeno je da, bilo da je odnos dve alternative po određenom kriterijumu ocenjen kao *slabo dominantna* ili *jako dominantna*, to neće imati velikog uticaja na redosled rangiranja alternativa. Ovo potvrđuje da je rangiranje alternativa primenom AHP metode konzistentno i stabilno na manje promene kriterijuma ocenjivanja, a primena same metode prihvatljiva. Međutim, dalje ublažavanje kriterijuma dovodi do velike sličnosti između alternativa i rezultati ne bi bili odgovarajući.

Na osnovu svega gore navedenog, prikazani optimizacioni model na sveobuhvatan način opisuje optimizacioni problem energetske sanacije fasadnog zida, a s obzirom na primenjenu metodu optimizacije daje konzistentno rešenje. Predloženi model, ne samo da ima konkretne i praktične rezultate koji pomažu pri donošenju odluke koja je optimalna građevinska mera pri energetskoj sanaciji zida, već i pruža značajne informacije vazne za proces upravljanja objektom u fazi eksploatacije. Takve

informacije su: operacioni troškovi u periodu eksploatacije, troškovi održavanja, povećanje uslova komfora, produženje eksploatacionog veka objekta i očuvanja vrednosti nekretnine. Pored navedenih koristi, informacije koje pruža ovaj model mogu poslužiti kao moćan alat u procesu obezbeđivanja neophodnih inicijalnih finansijskih sredstava bilo kod privatnog ili javnog sektora.

## 5 ZAKLJUČAK, OGRANIČENJA I PRAVCI ZA DALJIH ISTRAŽIVANJA

### 5.1 ZAKLJUČAK

Predmet istraživanja u ovoj disertaciji je bila energetska efikasnost u stambenim zgradama u delu koji se odnosi na smanjenje potrebne energije za grejanje. Mogućnost unapređenja energetske efikasnosti u stambenim zgradama je analizirana kroz uslove topotnog komfora, energetske, ekološke i finansijske aspekte implementacije građevinskih mera u stambenim zgradama, kojima bi se na račun smanjenja topotnih gubitaka kroz netransparentni deo termičkog omotača zgrade smanjila ukupna potrebna energija za grejanje objekta.

Na osnovu prethodnog istraživanja utvrđeno je da postavljeni globalni kratkoročni i dugoročni strateški ciljevi u oblasti energetske efikasnosti u zgradarstvu su direktno postavili brojne zadatke naučnoj zajednici. Jedan od postavljenih zadataka je permanentno unapređenje inženjerskog metodološkog okvira za ocenu energetske efikasnosti u zgradarstvu. Danas u svetu se ulažu veliki napor da se poboljšaju postojeće metode proračuna potrebne energije, kako bi bile preciznije i sveobuhvatnije, a koje će uzimati u obzir promenljive klimatske uslove u kojima egzistiraju zgrade, kao i prirodnu degradaciju materijala kroz vreme. Sa druge strane, pomenute metode moraju biti dovoljno jednostavne za primenu u inženjerskoj praksi, a mogućnost njihove implementacije u već postojeće programe za energetsku simulaciju zgrada bi eliminisala glavne prepreke na putu ka širokoj primeni kompjuterskih simulacija u inženjerske svrhe.

Još jedan zadatak postavljen pred naučnom zajednicom je da se definiše poredbeni metodološki okvir za izračunavanje troškovno optimalnih nivoa (razreda) za postizanje minimalnih zahteva energetske efikasnosti za zgrade i građevinske elemente. Današnji naučni trend je otiašao dalje od ovog zahteva, u smislu da se fokus posmatranja i ocena unapređenja energetske efikasnosti u oblasti zgradarstva, a i uopšte, proširi sa ugla posmatranja investitora na sve zainteresovane strane za realizaciju projekta (engl. *Stakeholders*), a da se sama energetska efikasnost posmatra sa stanovišta celoživotne

analize, i to ne samo sa finansijskog aspekta. Aktuelna svetska literatura u ovoj oblasti, predlaže razvoj sveobuhvatnih modela koji bi energetsku efikasnost u zgradarstvu sagledali kroz sledeća četiri aspekta: 1) ekonomski aspekt, 2) potrošnja energije, 3) uticaj na životnu sredinu i 4) zadovoljenje uslova komfora.

Zalaganja usmerena ka smanjivanju navedenih nedostataka u postojećim naučnim metodama i modelima, u okviru ove disertacije se odnose na: (1) unapređenje metoda za proračun i procenu topotnih gubitaka termičkog omotača zgrade u nestacionarnim uslovima prenosa topote i (2) unapređenje višekriterijumskega modela za izbor i ocenu energetske efikasnosti građevinskih mera primenjenih prilikom izgradnje novih ili energetske sanacije postojećih zgrada.

U prvom delu disertacije prikazan je novi numerički pristup za predikciju topotnih gubitaka i akumulaciju topote u konstrukciji objekta u nestacionarnim uslovima i procenu termičkih i fizičkih karakteristika termičkog omotača zgrade koji predstavlja originalni naučni doprinos. Novopredloženi pristup se zasnova na *in-situ* eksperimentalnim merenjima temperatura i topotnih flukseva na obe površine zida, bez prethodnog poznavanja fizičkih osobina i strukture zida. Termički omotač je identifikovan kao jedan dinamički linearno vremenski invarijantan sistem (engl. *linear time invariant (LTI) system*). U disertaciji, LTI sistem je modelovan kao MIMO sistem sa dva ulaza i dva izlaza. Novi pristup podrazumeva identifikaciju funkcija termalnog impulsnog odziva (TIR – funkcija) za termički sistem višeslojni zid, gde su merene temperature i topotni fluksevi usvojeni kao sistemski ulazi i izlazi, respektivno. Temperature, topotni fluksevi i TIR funkcije su povezani konvolucionim integralom, s tim da su nepoznate TIR funkcije u podintegralnom izrazu. Za njihovo određivanje je bilo potrebo izvršiti dekonvoluciju. Problemi ovog tipa su *ill-posed*, tj. rešenje sadrži visok nivo šuma. Zato je na standardni postupak rešavanja, tj. minimizaciju srednjeg kvadratnog odstupanja greške (rezidualnu normu), dodata tzv. regularizaciona norma i vršena je istovremena minimizacija obe norme, regularizacione i rezidualne. Parametar koji figuriše u regularizacionoj normi je određen metodom *L*-krive. Generalizovana metoda singularne dekompozicije matrica je korišćena za istovremenu minimizaciju obe norme. Na ovaj način ceo postupak dobijanja (estimacije) TIR funkcija je urađen u vremenskom domenu.

U okviru disertacije izvedeno je i analitičko rešenje za odgovarajuće TIR funkcije. Estimovane TIR funkcije na osnovu eksperimentalnih podataka, upoređene su sa analitičkim funkcijama. Sve estimovane TIR funkcije prema obliku i dinamici su istovetne sa odgovarajućim analitičkim funkcijama.

Eksperimentalno dobijene TIR funkcije su validirane korišćenjem posebnog skupa izmerenih podataka, temperatura i flukseva, gde je korišćenjem izmerenih temperatura i dobijenih TIR funkcija vršeno predviđanje toplotnih flukseva na površinama zida, koji su upoređeni sa izmerenim vrednostima. Utvrđeno je veliko slaganje između merenih flukseva i njihove predikcije. Srednja vrednost apsolutne greške (engl. *Mean Error Absolute, MAE*), između predikcije toplotnog fluksa i merenih vrednosti za unutrašnju i spoljašnju stranu zida iznosi redom:  $0.414[W/m^2]$  (6.9% od amplitude) i  $3.195[W/m^2]$  (3.5% od amplitude).

Praktična primena estimovanih TIR funkcija prikazana je kroz 4 studije slučaja: (1) određivanje svih dinamičkih termičkih parametara zida; (2) određivanje površinskih transmisionih gubitaka zida i akumulacije toplote u zidu; (3) određivanje koeficijenta prelaza toplote; (4) određivanje koeficijenta prolaza toplote.

Estimacija dinamičkih termičkih karakteristika zida: termičke admitanse i transmitanse kao i njihovog vremenskog kašnjenja, dekrement faktora i površinskih toplotnih kapaciteta data je za tri karakteristične frekvencije:  $1/dan$ ,  $1/sedmica$ ,  $1/godina$ . Maksimalno relativno odstupanje u odnosu na vrednosti dobijene na osnovu Standarda ISO13786 iznosi 7.35%, osim za vrednosti dekrement faktora i termičke transmitanse na frekvenciji  $1/dan$ , kada je relativna greška 29.98%.

Predikcija toplotnih gubitaka za unutrašnju i spoljnju stranu zida i akumulacija toplote u poslednjih 104h merenja je pokazala da srednja apsolutna greška u procentima (engl. *Mean Absolute Deviation Percentage – MADP*) u odnosu na merene vrednosti iz ovog perioda iznosi 16.4%, 8.77% i 6.11%, respektivno. Relativna greška za estimaciju konduktivnog dela koeficijenta prolaza toplote u odnosu na vrednost prema Standardu ISO 6946: 2007 je između 0.48% i 2.48%. Slaganje između vrednosti za estimovane koeficijente prelaza toplote sa obe strane zida u odnosu na vrednosti dobijene na osnovu merenja je veoma visoko, sa relativnom greškom manjom od 4% za spolja i 15% za koeficijent prelaza toplote sa unutrašnje strane. Estimovane vrednosti koeficijenta

prelaza toplote u posmatranom periodu za unutrašnju stranu se kreću u opsegu  $\alpha_{wi} = (1 - 4)W/m^2$ , a za spoljašnju  $\alpha_{we} = (20 - 40)W/m^2$ . Vršeći poređenje sa preporučenim vrednostima ovih koeficijenata:  $\alpha_{wi} = 7.69W/m^2$  i  $\alpha_{we} = 25W/m^2$ , koje su navedene u Pravilniku [150], može se zaključiti da su estimovane i preporučene vrednosti istog reda veličine, s tim što treba naglasiti da se estimovane vrednosti odnose samo na period i uslove kada su vršena merenja, dok se za preporučene vrednosti smatra da važe uvek.

Na osnovu izloženih rezultata, može se zaključiti da je, poznavajući TIR funkcije zida, moguće precizno predvideti sve dinamičke termičke parametre zida, koeficijent prolaza toplote, koeficijente prelaza toplote sa obe strane zida, kao i da je moguće vršiti predikciju toplotnih gubitaka zida i akumulaciju toplote u zidu za nove klimatske uslove, definisane preko unutrašnjih i spoljašnjih temperatura zida ili unutrašnjih i spoljašnjih temperature vazduha u neposrednoj blizini zida.

Prikazani postupak dobijanja TIR funkcija predstavlja novi pristup jer koristi samo *in-situ* eksperimentalna merenja, a ne projektovane termičke i fizičke karakteristike slojeva zida. Prema najboljim saznanjima autora, ovo je prvi pokušaj da se samo na osnovu *in-situ* merenja, korišćenjem tehnike dekonvolucije identifikuju TIR funkcije za višeslojan ravan zid sa nepoznatim termičkim svojstvima i strukturom u dinamičkom režimu.

Prednost razvijene metode je ta, što se prilikom procene toplotnih performansi građevinskih komponenti ne zahteva prethodno poznavanje termičkih i fizičkih osobina slojeva u strukturi kao ni njihovih dimenzija, a kako je propisano u relevantnim standardima, već se na osnovu malog obima merenja mogu pouzdano utvrditi toplotne performanse građevinskog elementa.

U disertaciji su izvedene formule za dobijanje unutrašnje i spoljašnje termičke admitanse i odgovarajuće periodične transmitanse u funkciji TIR funkcija predstavljenih u kompleksnom domenu.

Pored navedenih, novorazvijeni pristup ima i sledeće prednosti: obim merenih podataka na osnovu kojih se vrši estimacija TIR funkcija je mali; neophodna aparatura nije skupa i lako je dostupna na tržištu; postavka eksperimenta ne iziskuje oštećenje dela omotača na kome se postavljaju instrumenti, obrada podataka ne iziskuje skupa softverska i

hardverska rešenja, vreme procesuiranja, čak i velikog broja podataka, je malo (reda nekoliko minuta).

Dodatno, prema najboljim saznanjima autora ove disertacije, izvedeno analitičko rešenje za funkcije termalnog impulsnog odziva za ravan, beskonačan višeslojni zid u vremenskom domenu sa vremenski promenljivim graničnim uslovima u pogledu temperature i toplotnog fluksa na površinama zida, prvi put je predstavljeno u ovoj disertaciji. Sva druga analitička rešenja koja su predstavljena u svetskoj literaturi, su zasnovana ili na pojednostavljenim graničnim uslovima (temperatura i/ili fluks na jednoj strani zida se smatraju konstantnim veličinama) ili se izvode za zid homogene strukture.

Na osnovu brojne praktične primene i dobijenih pouzdanosti rezultata, kao i navedenih ostalih prednosti, može se zaključiti da bi ovde prikazani novi numerički pristup za estimaciju TIR funkcija mogao lako da nađe svoju primenu u softverskim rešenjima za energetsko modelovanje objekta. Konkretno, s obzirom na nezanemarivanje realnih uslova u kojima se vrši prenos toplote, novi pristup za estimaciju TIR funkcija bi mogao da se integriše u ona softverska rešenja za detaljne dinamičke simulacije koja modeluju toplotne gubitke termičkog omotača zgrade u dinamičkom režimu, a koje bi dalje mogle da se povežu sa drugim softverima koji se bave analizom zgrada sa različitih aspekata, a gde je potrebno vršiti ocenu energetskih performansi zgrade.

U drugom delu disertacije razvijen je hijerarhijski optimizacioni model za izbor energetski optimalnih građevinskih mera pri sanaciji fasadnog zida. Definisani model se sastoji od četiri hijerarhijska nivoa. Na najvišem nivou je cilj projekta: izbor optimalne građevinske mere za energetsku sanaciju zida, nivo ispod sačinjavaju 4 kriterijuma (K1-Energetski parametri, K2-Uslovi komfora, K3-Finansijski parametri i K4-Ekološki parametri), na trećem nivou se nalazi 10 podkriterijumskih funkcija, tj. indikatora za navedene kriterijume, dok se na poslednjem nivou nalazi skup predloženih alternativa.

Indikatori predloženih kriterijuma bili su sledeći: za K1 - transmisioni površinski toplotni gubici kroz netransparentni deo omotača zgade, koeficijent prolaza toplote; za K2 - dekrement faktor, vremensko kašnjenje amplitude temperature i povećanje debljine fasadnog zida; za K3 - inicijalna investiciona sredstva, ukupni troškovi u fazi

eksploatacije i povratni period investicionih sredstava; za K4 - emisija ugljen-dioksida i primena ekoloških materijala.

Ovako formiran optimizacioni model, problem energetske sanacije termičkog omotača zgrade, istovremeno sagledava sa više različitih aspekata: ekonomskog, aspekta potrošnje energije, uticaj na životnu sredinu i zadovoljenje uslova komfora.

Razvijeni optimizacioni model je testiran u okviru studije slučaja, gde je za fasadni zid za koji se vrši izbor građevinskih mera za sanaciju izabran zid od pune opeke d=38cm, bez termoizolacije obostrano malterisan. Izbor osnovnog zida je urađen na osnovu analiza strukture termičkog omotača stambenih objekata u RS. Za izabrani fasadni zid predloženo je 12 alternativnih rešenja za sanaciju koja su dalje procesuirana u optimizacionom modelu. Predložene alternative su se odnosile na primenu različitih termoizolacionih materijala, kako konvencionalnih tako i najsavremenijih, kao i na različitu debljinu predloženih termoizolacionih materijala.

Rezultati dobijeni u prikazanoj studiji slučaja, ukazuju na to da redosled rangiranih alternativa direktno zavisi od težinskih faktora koji se zadaju kriterijumima. Rangiranje alternativa je najosetljivije na promenu težinskog faktora za kriterijum finansijski parametri (K3), dok favorizovanje ostalih kriterijuma ne utiče bitno na rangiranje najpovoljnijih alternativa, već samo na manje izmene parametra koji odražava relativnu važnost alternative u skupu alternativa. Zadavanje jednakih težina svim kriterijumima rezultira time da su na vodećim pozicijama alternative koje su sa stanovišta upotrebe resursa (energije za grejanje) i ekologije najbolje alternative i koje podrazumevaju ugradnju najsavremenijih termoizolacionih materijala, i ako one za sobom povlače najveća inicijalna finansijska sredstva. Istančanje važnosti ekološkog, ili energetskog, ili parametara koji odslikavaju uslove komfora, samo povećava relativnu važnost ovih alternativa. Istanjem važnosti samo finansijskih parametara, a naročito inicijalnih investicionih sredstava u smislu *jake dominantnosti* u procesu odlučivanja, ove alternative bivaju brzo potisnute alternativama koje u sebi sadrže konvencionalne materijale čije su cene znatno niže. U koliko se *jaka dominantnost* inicijalnih sredstava izjednači bar sa još jednim podkriterijumom iz neke od preostale tri grupe kriterijuma, ili joj se da rang *slabe dominantnosti* nad ostalima, vodeće alternative ostaju one sa najsavremenijim materijalima. Na osnovu analize osetljivosti rešenja na promenu cene

električne energije, utvrđeno je da povećanje cene električne energije ne utiče na rangiranje alternativa. Čak i za slučaj ne uzimanja u obzir povećanja cene električne energije, tj. inflacija je 0%, alternative sa konvencijalnim materijalima i manjim debljinama tih materijala, nisu među prve tri alternative. Menjanjem procenta inflacije menja se samo relativna važnost alternativa, tako da kada se procenat snižava, važnost ovih alternativa sa konvencijalnim materijalima malo raste i obrnuto kada se povećava procenat inflacije, njihova važnost malo opada. Nasuprot ovakvom trendu, *skupe* alternative, kada svi kriterijumi imaju jednak značaj, bivaju dominantnije za slučaj povećanja cene električne energije, jer su i postignute uštede u ukupnim troškovima za grejanje u fazi eksploatacije veće nego kod alternativa sa konvencijalnim materijalima. Isti trend, ali samo za slučaj dominacije finansijskih parametara, pokazuju i alternative sa konvencijalnim materijalima, ali sa povećanim debljinama kako bi koeficijent prolaza toplove bio istog reda veličine kao kod primene najsavremenijih materijala. Postavljajući problem optimizacije kao jednokriterijumska problem, od 4 postavljena kriterijuma, alternative sa primenom najsavremenijih materijala (*skupe* alternative) su povoljnije prema 3 kriterijuma, odnosno prema 8 od 10 podkriterijumima *skupe* alternative su bolje od *jeftinih* alternativa. Jedini podkriterijumi gde *skupe* alternative nisu vodeće su: inicijalna investiciona sredstva i povratni period investicije, koji pripadaju kriterijumu finansijski parametri. Isključivanje nekog od kriterijuma, npr. ekološkog ili uslova komfora ili oba, bi promenilo ovaku dominaciju *skupih* alternativa, ali takvo rešenje ne bi više odražavalo potrebe i zahteve svih zainteresovanih strana, čime bi se narušio princip sveobuhvatnosti. Uvođenjem ograničenja u model, u smislu maksimalne visine investicionih sredstava, bi se eliminisao problem preskupih i apriori neprihvatljivih rešenja.

U koliko posmatramo rangiranje alternativa, ali samo u okviru jedne vrste termoizolacionog materijala, promena težinskih faktora za kriterijume ne unosi velike promene, tj. uvek je najbolja alternativa ona koja preporučuje veću debljinu termoizolacionog materijala, bez obzira koliko on bio skup.

Radi provere konzistentnosti i osetljivosti rešenja primenom AHP metode na optimizacione probleme ove vrste, vršene su manje promene kriterijuma ocenjivanja. Utvrđeno je da neće imati velikog uticaja na redosled rangiranja alternativa ukoliko

odnos dve alternative po određenom kriterijumu bude ocenjen kao *slabo dominantan* ili *jako dominantan*. Ovo potvrđuje da je rangiranje alternativa primenom AHP metode konzistentno i stabilno na manje promene kriterijuma ocenjivanja, a primena same metode prihvatljiva.

Na osnovu svega gore navedenog, zaključuje se da prikazani optimizacioni model na sveobuhvatan način opisuje optimizacioni problem energetske sanacije fasadnog zida i da daje konzistentno rešenje. Prikazani optimizacioni model je podjednako primenljiv i pri donošenju odluka vezanih za izgradnju novih energetski efikasnih objekata. Predloženi model, daje konkretne i praktične informacije koje pomažu pri donošenju odluke o tome koja je građevinska mera pri energetskoj sanaciji ili izgradnji novog objekta optimalna i pruža značajne informacije važne za proces upravljanja objektom u fazi eksploatacije. Takve informacije su: operacioni troškovi u periodu eksploatacije, troškovi održavanja, povećanje uslova komfora, produženje eksploatacionog veka objekta i očuvanja vrednosti nekretnine.

Predloženi optimizacioni model predstavlja originalni naučni doprinos u oblasti optimizacije energetske efikasnosti zgrada jer problem optimizacije istovremeno posmatra kroz četiri najznačajnija aspekta energetske efikasnosti: 1) ekonomski aspekt, 2) potrošnju energije, 3) uticaj na životnu sredinu i 4) zadovoljenje uslova komfora. Većina modela, trenutno definisanih u svetskoj literaturi, tretira samo dva od četiri navedena aspekta. Druga naučni doprinos je u tome što predloženi model uvodi u razmatranje dinamičke termičke parametre zida koji odslikavaju ponašanje zida u realnim atmosferskim uslovima. Uvođenjem navedenih parametara uzeta je u razmatranje toplotna akumulativnost omotača zgrade kao i njegova sposobnost da obezbedi što bolje uslove toplotnog komfora u klimatski promenljivim atmosferskim uslovima kakvi vladaju u okruženju objekta.

Na osnovu svih izvedenih zaključaka, očigledno je da energetska efikasnost u zgradarstvu, a i generalno, mora biti planirana: izbalansirana između trenutnih dobitaka i ulaganja i rizika, i onih dugoročnih benefita posmatranih sa više aspekata i kroz perspektivu svih zainteresovanih strana. Sam proces donošenja odluke mora biti zasnovan na pouzdanom matematičkom modelu. A svaka donesena odluka mora biti u

skladu sa osnovnim principom održivog razvoja – zadovoljiti potrebe današnjice na način koji ne ugrožava mogućnost budućih generacija da zadovolje svoje potrebe.

## 5.2 OGRANIČENJA I PRAVCI DALJIH ISTRAŽIVANJA

Razvijeni novi pristup za dobijanje TIR funkcija i njihova praktična primena imaju sledeća ograničenja:

1. S obzirom na to da se TIR funkcije dobijaju iz *in-situ* eksperimentalnih merenja koja su vršena u jednom kraćem periodu, absolutno tačno gledano, one važe samo za taj konkretan period, tj. reprezentuju ponašanje zida u tom periodu. Sa ovim u vezi, neophodno je pažljivo birati period u toku godine kada će se vršiti merenja i dužinu tog perioda, kako bi dobijene TIR funkcije reprezentovale odziv zida na što više različitih pobuda kojima zid može biti izložen i tako omogućiti predikciju za što duži period u budućnosti.
2. Dobijene TIR funkcije važe samo za konkretan zid na kome su vršena merenja. Za sve elemente u okviru termičkog omotača, koji se razlikuje po svojoj strukturi, neophodno je odrediti njihove TIR funkcije. Čak i kada su u pitanju objekti iste strukture, ali različite starosti, ili ako su izgrađeni u različitim klimatskim uslovima, TIR funkcije se mogu razlikovati između sebe.
3. Dobijene TIR funkcije odslikavaju samo proces prenošenja toplote putem kondukcije, ako se koriste temperature na površini zida ili proces kondukcije i konvekcije zajedno, ako se koriste merene temperature u neposrednoj blizini zida. Proces prenošenja toplote putem radijacije je isključen tako što se merenja vrše u period kada je intenzitet sunčevog zračenja minimalan (oblačno vreme) ili na delovima zida koji su veći deo dana u zaklonu.
4. Dobijene TIR funkcije se ne mogu koristiti ako u zidu postoje linijski gubici topline, tj. one ne uzimaju u obzir efekat hladnih mostova u konstrukciji. Pomoću ovako dobijenih TIR funkcija vrši se predikcija samo površinskih transmisionih gubitaka topline kroz netransparentni deo termičkog omotača zgrade.

U smislu eliminisanja pojedinih navedenih ograničenja, dalje validacije razvijenog pristupa za dobijanje TIR funkcija i njihove primene, pravci i zadaci daljih istraživanja su sledeći:

1. Estimacija TIR funkcija zida posebno za sezonu leto, posebno za sezonu zima i analiza promene dinamičkih i statičkih termičkih parametara zida u zavisnosti od spoljašnjih uticaja tj. u različitim klimatskim sezonomama. Na osnovu ovakve analize bi mogle da se daju preporuke projektantima koje strukture zidova su manje ili više prihvatljive, sa aspekta energetske efikasnosti, u različitim klimatskim podnebljima.
2. Razvoj složenih modela koji bi uzimali u obzir prisustvo linijskih i tačkastih gubitaka topline u zidu ili nehomogenosti unutar zida koje čine da su temperaturska polja višedimenzionalna.
3. U cilju analize uticaja starosti zgrade na njene energetske performanse, potrebno je sprovesti merenja na većem broju zgrada, različite strukture i starosti (od 0 do 50 godina), estimovati TIR funkcije, na osnovu njih odrediti dinamičke i statičke parametre zida i izvršiti poređenje sa odgovarajućim analitičkim vrednostima, koja bi trebalo da predstavljaju vrednosti na početku eksploatacionog veka zgrade. Na osnovu uspostavljene korelacije između analitičkih i eksperimentalnih vrednosti, bi se mogli izvesti zaključci kako i koliko starost zgrade utiče na njene energetske performanse.
4. Potrebno je ispitati mogućnost primene TIR funkcija za potrebe predikcije u dužem periodu, konkretno za proračun godišnjih gubitaka/dobitaka topline zida. U svrhu ovoga, potrebno je prvo definisati funkciju godišnje promene spoljašnje temperature, na lokalitetu gde se nalazi zgrada, kao i funkciju projektovane unutrašnje temperature na godišnjem nivou. Ovako definisane funkcije temperatura bi predstavljale ulazne signale u dinamičkom sistemu, čijom konvolucijom sa dobijenim TIR funkcijama bi se dobili toplotni fluksevi na godišnjem nivou sa obe strane zida, a na osnovu njih kumulativni toplotni gubici/dobici topline i akumulacija topline u zidu na godišnjem nivou. U cilju validacije definisanog pristupa, potrebno je izvršiti poređenje dobijenih vrednosti toplotnih gubitaka/dobitaka topline sa vrednostima dobijenim nekim

drugim postupkom, npr. iz simulacija, kao i izvršiti poređenje sa vrednošću koja se dobija uvođenjem pretpostavke stacionarnog režima prenosa topote.

5. Integriranje TIR funkcija, koje su dobijene na osnovu predloženog novog pristupa, u ona softverska rešenja za detaljne dinamičke simulacije koja modeluju topotne gubitke termičkog omotača zgrade u dinamičkom režimu, bi podrazumevalo definisanje obimnijeg skupa TIR funkcija koji bi se sastojao od velikog broja TIR funkcija za različite strukture zidova kao i različite starosne kategorije objekta. Obim i struktura predmetnog skupa bi mogao da se utvrdi tek nakon sprovedenih prethodno navedenih istraživanja i uzimanja u obzir navedenih ograničenja.

U cilju realizovanja zadatka navedenog u tački 1. izvršena su *in-situ* merenja temperatura vazduha i topotnih flukseva na površinama zida jedne stambene zgrade u Beogradu tokom perioda od godinu dana. Deo podataka je procesuiran u cilju dobijanja statičkih termičkih parametara zida. Rezultati sprovedene analize su objavljeni u literaturi [169].

U cilju realizacije zadatka u tački 4. izvršena je spektralna analiza srednjih dnevних temperatura vazduha, merenih u periodu od 40 godina (1.1.1975-31.12.2014.) u Beogradu, na bazi kojih je izvedena harmonijska analitička formula koja opisuje vremensku zavisnost spoljašnje temperature i koja služi za predviđanje budućih dugoročnih temperaturskih varijacija. Rezultati sprovedene analize su objavljeni u literaturi [170].

U toku izrade disertacije sprovedeno je više istraživanja iz oblasti analize termičkih dinamičkih karakteristika objekta, analize promenljivih vremenskih uslova u kojima egzistiraju zgrade i njihovog uticaja na energetske performanse zgrade kao i istraživanja vezanih za definisanje pristupa za estimaciju transfer funkcija. Rezultati sprovedenih istraživanja su predstavljeni u sledećim naučnim radovima: [171], [172], [173], [174], [175], [176], [177], [178], [179], [180], [181].

U drugom delu disertacije, razvijeni sveobuhvatni optimizacioni model sa stanovišta praktične primene ima sledeća ograničenja:

1. Finansijski parametri, u smislu inflacije, kamatnih stopa i vrednosti depresijacije novca koji se usvajaju, predstavljaju prognozirane vrednosti i odnose se na čitav period eksploatacije objekta. S obzirom na ovo, potrebno je uvek vršiti analizu osetljivosti rešenja na ove parametre.
2. Model podrazumeva definisanje ograničenog skupa rešenja iz kojih se bira optimalno rešenje. Imajući u vidu ovo, potrebno je pre ulaska u proračun postaviti ograničenja, posmatrana sa različitih aspekata, koja bi skup dopustivih rešenja svela na što manji broj. Vrste ograničenja bi mogle da budu: 1) zakonska regulative, 2) funkcionalni zahtevi, 3) ekonomski ograničenja i 4) klimatski uslovi.
3. Razvijeni optimizacioni model je primenljiv na rešavanje problema izbora optimalnih energetski efikasnih građevinskih mera pri izgradnji novih ili sanaciji postojećih zgrada. Proširenje ovog modela, u smislu rešavanje problema izbora različitih vrsta energetski efikasnih mera, npr. građevinskih i mera vezanih za tehničke sisteme u zgradama, podrazumevalo bi izvesne modifikacije u načinu proračuna kriterijumske funkcije i/ili modifikaciji samog skupa kriterijuma. Te modifikacije bi se prvenstveno odnosile na način proračuna cene održavanja sistema, načina ocene predloženih mera sa ekološkog aspekta, a morala bi da se uzme u obzir, kao dodatni kriterijum, i efikasnost rada tehničkih sistema.

U cilju eliminisanja pojedinih navedenih ograničenja, dalje validacije razvijenog optimizacionog modela, pravci i zadaci daljih istraživanja su sledeći:

1. Softversko povezivanje optimizacionog modela sa detaljnim dinamičkim simulacijama zasnovanim na TIR funkcijama.
2. Razvijanje optimizacionog modela u smislu da se omogući povezivanje sa informacionim modelom objekta (engl. *Building Information Modeling - BIM*) koji bi predstavljao centralnu bazu podataka, odakle bi se crpele informacije neophodne za modelovanje energetskih potreba objekta, a gde bi se istovremeno i smeštale sve informacije koje pruža sam optimizacioni model, a koje bi bile od koristi za fazu eksploatacije.
3. Proširenje i prilagođavanje optimizacionog modela za odabir različitih vrsta energetski efikasnih mera; prvenstveno u domenu izbora svih vrsta termo-

tehničkih sistema u objektu i u domenu arhitektonskog oblikovanja objekta. U vezi sa arhitektonskim oblikovanjem objekta i njegovim pozicioniranjem u prostoru, bilo bi neophodno izvršiti povezivanje optimizacionog modela sa nekim od softvera za simulaciju dinamike fluida (engl. *Computational Fluid Dynamics (CFD) Simulation*).

## 6 BIBLIOGRAFIJA

- [1] "International Energy Outlook 2016," U.S. Energy Information Administration (EIA), Washington, 2016.
- [2] R. Gospavic, G. Todorovic Z. Petojevic, "Estimation of Thermal Impulse Response of a Multi-Layer Building Wall through In-Situ Experimental Measurements in a Dynamic Regime with Applications," *Applied Energy*, vol. 228, no. C, pp. 468-486, 2018, DOI:10.1016/j.apenergy.2018.06.083.
- [3] "Global Energy Statistical Yearbook 2016," Enerdata, Statistical Yearbook 2016.
- [4] "Presidency conclusions," European Council, Lisbon, Strategija 2000.
- [5] "Europe 2020 - Beckground Information for the Informal European Counci," European Commission, 2010.
- [6] "EUROPE 2020 A strategy for smart, sustainable and inclusive growth," European Commission, Brussels, 2010.
- [7] "Strategija razvoja energetike Republike Srbije do 2025. godine sa projekcijama do 2030. godine," Ministarstvo energetike, razvoja i zaštite životne sredine, Beograd, 2013.
- [8] "Energetski bilans Republike Srbije za 2015. godinu," Ministarstvo za rударство i energetiku RS, Beograd, 2015.
- [9] "Energetski bilans Republike Srbije za 2016. godinu , " Ministarstvo za rударство i energetiku RS, Beograd, 2016.
- [10] "Energetski bilans Republike Srbije za 2017. godinu , " Ministarstvo za rударство i energetiku RS, Beograd, 2017.
- [11] (2017) Slobodna enciklopedija Wikipedija. [Online].  
[https://sr.wikipedia.org/sr/Организација\\_за\\_економску\\_сарадњу\\_и\\_развој](https://sr.wikipedia.org/sr/Организација_за_економску_сарадњу_и_развој)
- [12] "Global Energy Statistical Yearbook 2016," Enerdata, Grenoble, France, 2016.
- [13] "International Energy Outlook 2016 With Projections to 2040," U.S. Department of Energy, U.S. Energy Information Administration, Washington, 2016.
- [14] (2007) Build. [Online].  
<http://www.buildmagazin.com/index2.aspx?fld=tekstovi&ime=bm0323.htm>
- [15] D.Ü.Luisa, L. F.Cabeza, S.Serrano, C. Barrenecheb, and K.Petrichenkoa, "Heating and cooling energy trends and drivers in buildings," *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 41, pp. 85-98, 2015.
- [16] "World population prospects: the 2010 revision," United Nations, Department of Economic and Social Affairs, Population Division, 2010.
- [17] Diana Urge-Vorsatz, Ksenia Petrichenko, Maja Staniec, and Jiyong Eom, "Energy use in buildings in a long-term perspective," *Current Opinion in Environmental Sustainability*, vol. 5, no. 2, pp. 141-151, 2013.
- [18] E. Grigoroudis, D. Kolokotsa C. Diakaki, "Towards a multi-objective optimization approach for improving energy efficiency in buildings," *Energy and Buildings*, vol. 40, pp. 1747–1754, 2008.
- [19] J. Zhang, X. Xia E.M. Malatji, "A multiple objective optimisation model for building energy efficiency investment decision," *Energy and Buildings*, vol. 61, pp. 81-87, 2013.
- [20] Ministarstvo rударства i energetike Republike Srbije, "Uputstvo za pripremu energetskih bilansa u opština," Ministarstvo rударства i energetike Republike Srbije, Projekat uspostavljanja mreže energetskih menadžera i izrada energetskog bilansa na lokalnom nivou 2007.
- [21] S. Opricovic, *Višekriterijumska optimizacija sistema u gradevinarstvu*, Živojin Praščević, Ed. Beograd: Građevinski fakultet u Beogradu, 1998.
- [22] X. Xia, J. Zhang B. Wang, "A multi-objective optimization model for the life-cycle cost analysisand retrofitting planning of buildings," *Energy and Buildings*, vol. 77, pp. 227–235, 2014.
- [23] A. Dodoo, L. Gustavsson F. Bonakdar, "Cost-optimum analysis of building fabric renovation in a

- Swedish multi-story residential building," *Energy and Buildings*, vol. 84, pp. 662–673, 2014.
- [24] M. G. da Silva, C. H. Antunes, L. Diasc E. Asadia, "Multi-objective optimization for building retrofit strategies: A model and an application," *Energy and Buildings*, vol. 44, pp. 81–87, 2012.
- [25] B. P. Walsh, D. Kelliher, D.T.J. O'Sullivan S. N. Murray, "Multi-variable optimization of thermal energy efficiency retrofitting of buildings using static modelling and genetic algorithms - A case study," *Building and Environment*, vol. 75, pp. 98-107, 2014.
- [26] R. Choudhary A.M. Rysanek, "Optimum building energy retrofits under technical and economic uncertainty," *Energy and Buildings*, vol. 57, pp. 324–337, 2013.
- [27] E. Grigoroudis, N. Kabelis, D. Kolokotsa, K. Kalaitzakis, G. Stavrakakis C. Diakaki, "A multi-objective decision model for the improvement of energy efficiency in buildings," *Energy*, vol. 35, pp. 5483-5496, 2010.
- [28] Heng Li Johnny K.W. Wong, "Application of the analytic hierarchy process (AHP) in multi-criteria analysis of the selection of intelligent building systems," *Building and Environment*, vol. 43, pp. 108–125, 2008.
- [29] A. Hasan, K. Siren M. Hamdy, "Applying a multi-objective optimization approach for Design of low-emission cost-effective dwellings," *Building and Environment*, vol. 46 , pp. 109-123, 2011.
- [30] J. Zhang, X. Xia E. M. Malatji, "A multiple objective optimisation model for building energy efficiency investment decision," *Energy and Buildings*, vol. 61, pp. 81–87, 2013.
- [31] M. Gameiro da Silva, C. H. Antunes, L. Dias E. Asadi, "A multi-objective optimization model for building retrofit strategies using TRNSYS simulations, GenOpt and MATLAB," *Building and Environment*, vol. 56, pp. 370-378, 2012.
- [32] M. G. da Silvab, C. H. Antunesc, L. Diasc, L. Glicksmanfa E. Asadia, "Multi-objective optimization for building retrofit: A model usinggenetic algorithm and artificial neural network and an application," *Energy and Buildings*, vol. 81, pp. 444–456, 2014.
- [33] A. Pradaa, F. Cappellettib, A. Gasparella P. Pennaa, "Multi-objectives optimization of Energy Efficiency Measures inexisting buildings," *Energy and Buildings*, 2014, ARTICLE IN PRESS.
- [34] P. Fanger, "Thermal Comfort: analysis and applications in environmental engineering," *Danish Technical Press*, 1970.
- [35] E. Grigoroudis, D. Kololotsa, K. Kalaitzakis, G. Stavrakakis C. Diakaki, "Towardsa multi-objective optimization approach for improving energy efficiency inbuildings," *Energy and Buildings* , vol. 40, pp. 1747–1754., 2008.
- [36] E. Grigoroudis, N. Kabelis, D. Kolokotsa, K. Kalaitzakis, G. Stavrakakis C. Diakaki, "A multi-objective decision model for the improvement of energy efficiency inbuildings," *Energy* , vol. 35, pp. 5483–5496, 2010.
- [37] S. Asadi, Z.W. Geem M. Fesanghary, "Design of low-emission and energy-efficient residential buildings using a multi-objective optimization algorithm," *Building and Environment*, vol. 49, pp. 245-250, 2012.
- [38] A. Hasan, K. Siren M. Hamdy, "Applying a multi-objective optimization approachfor design of low-emission cost-effective dwellings," *Building and environment*, vol. 46, pp. 109-123, 2011.
- [39] D. Boerb, G. Guillén-Gosálbez, L. F. Cabezac, L. Jiménezaa E. Antipovaa, "Multi-objective optimization coupled with life cycle assessment forretrofitting buildings," *Energy and Buildings*, vol. 82, pp. 92–99, 2014.
- [40] J.B. Guinée et al., "Handbook on life cycle assessment. Operational guide to the ISO standards. I: LCA in perspective. IIa: Guide. IIb: Operational annex. III: Scientific background," Institute of Environmental Sciences, Leiden University, Handbook.
- [41] P. Geyera, W. Langa Y. Shao, "Integrating requirement analysis and multi-objective optimization foroffice building energy retrofit strategies," *Energy and Buildings*, vol. 82, pp. 356–368, 2014.
- [42] "Energy Efficiency for Buildings — Standard economic evaluation procedure," CEN/TC 228 N565, 15459:2006 (E), 2006.
- [43] An optimization framework for building energy retrofits decision-making, "A. Jafari, V. Valentin ,," *Building and Environment*, vol. 115, pp. 118–129, 2017, <https://doi.org/10.1016/j.buildenv.2017.01.020>.

- [44] Wayne C. Turner, William J. Kennedy Barney L. Capehart, *Guide to Energy Management*, 4th ed. United States of America: The Fairmont Press, Inc., 2003.
- [45] H. Hens G. Verbeeck, "Energy savings in retrofitted dwellings: economically viable?," *Energy and Buildings*, vol. 37, pp. 747–754, 2005.
- [46] E. Grigoroudis, N. Kabelis, D. Kolokotsa, K. Kalaitzakis, G. Stavrakakis C. Diakaki, "A multi-objective decision model for the improvement of energy efficiency in buildings," *Energy*, vol. 35, pp. 5483–5496, 2010.
- [47] E.J.C. Catania, E. Morofsky, S. Foo S.E. Chidiac, "A screening methodology for implementing cost effective energy retrofit measures in Canadian office buildings," *Energy and Buildings*, vol. 43, pp. 614–620, 2011.
- [48] M.G. da Silva, C.H. Antunes, L. Dias E. Asadi, "Multi-objective optimization for building retrofit strategies: a model and an application," *Energy and Buildings*, vol. 44, pp. 81–87, 2012.
- [49] S. Asadi, Z.W. Geem M. Fesanghary, "Design of low-emission and energy-efficient residential buildings using a multi-objective optimization algorithm," *Building and Environment*, vol. 49, pp. 245–250, 2012.
- [50] R. Madlener G. Kumbaroğlu, "Evaluation of economically optimal retrofit investment options for energy savings in buildings," *Energy and Buildings*, vol. 49, pp. 327–334, 2012.
- [51] M.G. da Silva, C.H. Antunes, L. Dias E. Asadi, "A multi-objective optimization model for building retrofit strategies using TRNSYS simulations, GenOpt and MATLAB," *Building and Environment*, vol. 56, pp. 370–378, 2012.
- [52] X. Xia, J. Zhang B. Wang, "A multi-objective optimization model for the life-cycle cost analysis and retrofitting planning of buildings," *Energy and Buildings*, vol. 77, pp. 227–235, 2014.
- [53] M.G.d. Silva, C.H. Antunes, L. Dias, L. Glicksman E. Asadi, "Multi-objective optimization for building retrofit: a model using genetic algorithm and artificial neural network and an application," *Energy and Buildings*, vol. 81, pp. 444–456, 2014.
- [54] D. Boer, G. Guillén-Gosálbez, L.F. Cabeza, L. Jiménez E. Antipova, "Multi-objective optimization coupled with life cycle assessment for retrofitting buildings," *Energy and Buildings*, vol. 82, pp. 92–99, 2014.
- [55] B.P. Walsh, D. Kelliher, D.T.J. O'Sullivan S.N. Murray, "Multi-variable optimization of thermal energy efficiency retrofitting of buildings using static modelling and genetic algorithms – a case study," *Building and Environment*, vol. 75, pp. 98–107, 2014.
- [56] M. Hamdy, G.P. Vanoli, N. Bianco, J.L.M. Hensen G.M. Mauro, "A new methodology for investigating the cost-optimality of energy retrofitting a building category," *Energy and Buildings*, vol. 107, pp. 456–478, 2015.
- [57] K. Allacker, B. Rivela, J. Neila O. Pombo, "Sustainability assessment of energy saving measures: a multi-criteria approach for residential buildings retrofitting—a case study of the Spanish housing stock," *Energy and Buildings*, vol. 116, pp. 384–394, 2016.
- [58] (2016) Ali Sayed. [Online]. <http://aliyassersayed.com/index.php/engineering-2/heat-transfer-double-glazed-window/>
- [59] B. Dragusha, U. Stritih, Š. Zagorc X. Berisha. (2016) The Influence of the Building Thermal Insulation on the Energy.
- [60] Tamami Kusuda, "Fundamentals of Building Heat Transfer," *Journal of Research of the National Bureau of Standards*, vol. 82, pp. 97-106, 1977.
- [61] H. Jaeger, J. Carslaw, *Conduction of heat in solids*, 2nd ed.: Clarendon Press, 1946.
- [62] D.P. De Witt F.P. Incopera, *Interdution to heat transfer*, 2nd ed. New York, USA: John Wiley & Sons, 1990.
- [63] H. Hens, *Building Phisics Heat, Air and Moisture*, 2nd ed. Leuven: Ernst & Soho, 2007.
- [64] J.P. Holman, *Heat Transfer, the , 10th edition, 2010*, 10th ed. New York: The MacGraw-Hill, 2010.
- [65] "Energy performance of buildings — Calculation of energy use for space heating and cooling," International Standard Organizacion, International Standard ISO/FDIS 13790:2006(E), 2006.

- [66] S. and W. Marion Wilcox, "User's Manual for TMY3 Data Sets," National Renewable Energy Laboratory, Golden, Colorado, Technical report, NREL/TP-581-43156 2008.
- [67] (2010) Federation of European Heating, Ventilation and Air Conditioning Associations. [Online]. [http://www.rehva.eu/fileadmin/EU\\_regulations/Standards\\_and\\_standardization/EPBD\\_standards/List\\_of\\_cen\\_standards\\_to\\_support\\_the\\_epbd.pdf](http://www.rehva.eu/fileadmin/EU_regulations/Standards_and_standardization/EPBD_standards>List_of_cen_standards_to_support_the_epbd.pdf)
- [68] Spiekman M.E. Van Dijk D., "Monthly method to calculate cooling demand of EP regulations," CEN/TC89 N870, 2003.
- [69] Spiekman M.E., De Wilde P Van Dijk D, "A monthly method for calculating energy performance in the context of European building regulations," in *Proceedings of the Ninth International IBPSA Conference*, Montreal, 2005.
- [70] Z. J. Zhaib H. Wanga, "Advances in building simulation and computational techniques: A review between 1987 and 2014," *Energy and Buildings*, vol. 128, pp. 319-335, 2016.
- [71] B. Moghtaderi, A. Page C. Luo, "Modelling of wall heat transfer using modified conduction transfer function, finite volume and complex Fourier analysis methods," *Energy and Buildings*, vol. 42, pp. 605–617, 2010, doi.org/10.1016/j.enbuild.2009.10.031.
- [72] F. Haghhighat, K. Ouyang, "A procedure for calculating thermal response factors of multi-layer walls—state space method," *Building and Environment*, vol. 26, no. 2, 1991, doi.org/10.1016/0360-1323(91)90024-6.
- [73] Y. Chen, J.D. Spitler, D. Fisher X.Q. Li, "Applicability of calculation methods for conduction transfer function of building constructions," *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 48, pp. 1441–1451, 2009, doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2008.11.006.
- [74] K. Linda, Lawrie, O. Curtis, Pedersen, C. Frederick, Winkelmann, Michael J. Witte, Richard K. Strand, Richard J. Liesen, Buhl S Walter F., Yu Joe, Huang, Robert H. Henninger, Jason Glazer, Fisher S Daniel E., Don B. Shirey III, Brent T. Grif D.B. Crawley, "EnergyPlus: an update," , Boulder, Colorado, 2004.
- [75] M. Kummert, A. Daoud, M. Hiller B. Delcroix, "Improved conduction transfer function coefficients generation in Trnsys multizone building model," in *13th Conference of International Building Performance Simulation Association*, Chambéry, France, 2013.
- [76] L. Mezriguib, R. Heydc M. Lotfia, "Study of heat conduction through a self-heated composite cylinder by Laplace transfer functions," *Applied Mathematical Modelling*, vol. 000, pp. 1–17, 2016, doi.org/10.1016/j.apm.2016.07.012.
- [77] J. K. Chen, Y. Zhang Z. C. Feng, "Real-time solution of heat conduction in a finite slab for inverse analysis," *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 49, no. 5, pp. 762–768, 2010, doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2009.11.002.
- [78] R. Heyd, "Real-time heat conduction in a self-heated composite slab by Padé filters," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 71, pp. 606–614, 2014, doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2013.12.049.
- [79] S. Andre, J. Batsale, A. Degiovanni, C. Moyne D. Maillet, *Thermal Quadrupoles: Solving the Heat Equation through Integral Transforms*. New York: John Wiley & Sons, 2000.
- [80] J.D., D.E. Fisher, C.O. Pedersen. Spitler, *The Radiant Time Series Cooling Load Calculation*.: ASHRAE Transactions, 1997, vol. 103.
- [81] J.D., D.E. Fisher. Spitler, "Development of Periodic Response Factors for Use with the Radiant," *ASHRAE Transactions*, vol. 105, no. 2, pp. 491-509, 1999.
- [82] F.C., J.D. Parker, J.D. Spitler. McQuiston, *Heating, Ventilating, and Air Conditioning Analysis and Design*, Fifth Edition ed. New York: John Wiley and Sons, 2000.
- [83] M.E. Eames, D.A Coley A.P. Ramallo-González, "Lumped Parameter Models for Building Thermal Modelling: An Analytic approach to simplifying complex multi-layered constructions," *Energy and Buildings*, vol. 60, pp. 174-184, 2013.
- [84] A.P. Ramallo-González, "Modelling Simulation and Optimisation of Low-energy Buildings," University of Exeter, PhD 2013.
- [85] G.P. Hammond, M.C. McManus, A. Ramallo-Gonzalez, J.G. Rogers S.J.G. Cooper, "Effect of operating conditions on performance of domestic heating systems with heat pumps and fuel cell

- micro-cogeneration," *Energy and Buildings*, vol. 70, pp. 52-60, 2014.
- [86] "Energy performance of buildings -- Calculation of energy use for space heating and cooling," International Organization for Standardization, Standard ISO 13790:2008, 2008.
- [87] "ASHRAE Handbook of Fundamentals," American Society of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers, Atlanta, USA (2009), 2009.
- [88] David E. Knebel, "Simplified energy analysis using the modified bin method," American Society of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers, Atlanta, 1983.
- [89] J.-L.Scartezzini M.Bauer, "A simplified correlation method accounting for heating and cooling loads in energy-efficient buildings," *Energy and Buildings*, vol. 27, pp. 147-154, 1998, doi.org/10.1016/S0378-7788(97)00035-2.
- [90] Hu P. Lei F., "A baseline model for office building energy consumption in hot summer and cold winter region," in *Proceedings of international conference on management and service science*, 2009, pp. 1-4.
- [91] Krarti M., "An overview of artificial intelligence-based methods for building energy systems," *Journal of Solar Energy Engineering*, vol. 125, pp. 331-342, 2003.
- [92] M.Santamouris, V.Geros S.Karatasou, "Modeling and predicting building's energy use with artificial neural networks: Methods and results," *Energy and Buildings*, vol. 38, pp. 949-958, 2006, doi.org/10.1016/j.enbuild.2005.11.005.
- [93] Cao C., Lee S.E. Dong B., "Applying support vector machines to predict building energy consumption in tropical region," *Energy and Buildings*, vol. 37, pp. 545-553, 2005, doi.org/10.1016/j.enbuild.2004.09.009.
- [94] Magoulès F. Zhao H.X., "Parallel support vector machines applied to the prediction of multiple buildings energy consumption," *Journal of Algorithms & Computational Technology*, vol. 4, pp. 231-249, 2010, doi/pdf/10.1260/1748-3018.4.2.231.
- [95] Z. (Jerry) Yu, J. Li, Y. Huang, G. Zhang Y.Zhou, "The Effect of Temporal Resolution on the Accuracy of Predicting Building Occupant Behaviour based on Markov Chain Models," vol. 205, pp. 1698-1704, 2017, doi.org/10.1016/j.proeng.2017.10.359.
- [96] M. Thomas Wesseling. D. Müller D. Cali, "WinProGen: A Markov-Chain-based stochastic window status profile generator for the simulation of realistic energy performance in buildings," *Building and Environment*, vol. 136, pp. 240-258, 2018, doi.org/10.1016/j.buildenv.2018.03.048.
- [97] L. Wang M. Karami, "Fault detection and diagnosis for nonlinear systems: A new adaptive Gaussian mixture modeling approach," *Energy and Buildings*, vol. 166, pp. 477-488, 2018.
- [98] Xu Han, Wangda Zuo, Michael D. Sohn Wei Tian, "Building energy simulation coupled with CFD for indoor environment: A critical review and recent applications," *Energy and Buildings*, vol. 165, pp. 184-199, 2018, doi.org/10.1016/j.enbuild.2018.01.046.
- [99] Viktor Dorer, Jan Carmeliet Jonas Allegrini, "Impact of radiation exchange between buildings in urban street canyons on space cooling demands of buildings," *Energy and Buildings*, vol. 127, pp. 1074-1084, 2016, doi.org/10.1016/j.enbuild.2016.06.073.
- [100] C. Giarma K.J. Kontoleon, "Dynamic thermal response of building material layers in aspect of their moisture content," *Applied Energy*, vol. 170, pp. 76-91, 2016, doi.org/10.1016/j.apenergy.2016.01.106.
- [101] J.Kosnyb E. Kossecka, "Influence of insulation configuration on heating and cooling loads in a continuously used building," *Energy and Buildings*, vol. 34, pp. 321-331, 2002, doi.org/10.1016/S0378-7788(01)00121-9.
- [102] C. Koo, J. Kim, M. Lee, K. Jeong T. Hong, "A review on sustainable construction management strategies for monitoring, diagnosing, and retrofitting the building's dynamic energy performance: Focused on the operation and maintenance phase," *Applied Energy*, vol. 155, pp. 671-707, 2015, doi.org/10.1016/j.apenergy.2015.06.043.
- [103] M. Braga dos Santos, G. Guimarães A. P. Fernandes, "An analytical transfer function method to solve inverse heat," *Applied Mathematical Modelling*, vol. 39, pp. 6897-6914, 2015, DOI:10.1016/j.apm.2015.02.012.
- [104] N. Simões, A. Tadeu I. Simões, "Thermal delay simulation in multilayer systems using analytical

- solutions," *Energy and Buildings*, vol. 49, pp. 631–639, 2012, doi.org/10.1016/j.enbuild.2012.03.005.
- [105] A. Page C. Luo B. Moghtaderi, "Modelling of wall heat transfer using modified conduction transfer function, finite volume and complex Fourier analysis methods," *Energy and Buildings*, vol. 42, pp. 605–617, 2010, 10.1016/j.enbuild.2009.10.031.
- [106] YoumingChen, J.D. Spitzer , D. Fisher Xiang Qian Li, "Applicability of calculation methods for conduction transfer function of building constructions," *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 48, pp. 1441–1451, 2009, 10.1016/j.ijthermalsci.2008.11.0.
- [107] "Thermal performance of building components: dynamic thermal characteristics and calculation methods," ISO 13786:2007(E), 2007.
- [108] J.C.Jaeger H.S.Carslaw, *Conduction of heat in solids*. Oxford: Oxford Univetsity Press, 1959.
- [109] E. R. Dougherty, S. S. Agaian A. M. Grigoryan, "Optimal Wiener and homomorphic filtration: Review," *Signal Processing*, vol. 121, pp. 111–138, 2016, doi.org/10.1016/j.sigpro.2015.11.006.
- [110] F. Attivissimo , G. Cavone , N. Giaquinto , A.M.L. Lanzolla G. Andria, "Linear filtering of 2-D wavelet coefficients for denoising ultrasound medical images," *Measurement*, vol. 45, pp. 1792–1800, 2012, doi.org/10.1016/j.measurement.2012.04.005.
- [111] M.-N. Wu L.-H. Juang, "Image noise reduction using Wiener filtering with pseudo-inverse," *Measurement*, vol. 43, pp. 1649–1655, 2010, doi.org/10.1016/j.measurement.2010.09.021.
- [112] P. Shi, D. Calderon-Alvarez M. Basin, "Joint state filtering and parameter estimation for linear stochastic time-delay systems," *Signal Processing*, vol. 91, pp. 782–792, 2011, doi.org/10.1016/j.sigpro.2010.08.011.
- [113] A. Glantz, A. Krutz, T. Sikora M. Esche, "Adaptive temporal trajectory filtering for video compression," *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology*, vol. 22, pp. 659–670, 2012, doi.org/10.1109/TCSVT.2011.2177142.
- [114] T. Kusuda, "Calculation of Building Thermal Responce Factors (BTLRF) as Wiener Filter Coefficients," in *Building Science Series 39-Use of Computers for Environmental Engineering Related to Buildings*, 1970, pp. 117-126.
- [115] A.N.Tikhonov, "Solution of incorrectly formulated problems and the regular- ization method," *Soviet Mathematics Doklady*, vol. 4, pp. 1035–1038, 1963.
- [116] V.Y. Arsenin A.N. Tikhonov, *Solutions of ill-posed problems*.: Washington : Winston ; New York, 1977.
- [117] Yang Pei, Feng Dong Yanbin Xu, "An adaptive Tikhonov regularization parameter choice method for electrical resistance tomography," *Flow Measurement and Instrumentation*, vol. 50, pp. 1-12, 2016, 10.1016/j.flowmeasinst.2016.05.004.
- [118] L. H. Peng W. Q. Yang, "An image reconstruction algorithm for electrical capacitance tomography based on simulated annealing particle swarm optimization," *Journal of Applied Research and Technology*, vol. 13, pp. 197-204, 2015, 10.1016/j.jart.2015.06.018.
- [119] Franz Schreier, Adrian Doicu, Thomas Trautmann Jian Xu, "Assessment of Tikhonov-type regularization methods for solving atmospheric inverse problems," *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, vol. 184, pp. 274-286, 2016, 10.1016/j.jqsrt.2016.08.003.
- [120] Mark A. Lukas Frank Bauer, "Comparing parameter choice methods for regularization of ill-posed problem," *Mathematics and Computers in Simulation*, vol. 81, pp. 1795-1841, 2011, 10.1016/j.matcom.2011.01.016.
- [121] David L. Phillips, "A Technique for the Numerical Solution of Certain Integral Equations of the First Kind," *Journal of the ACM*, vol. 9, pp. 84-97, 1962, 10.1145/321105.321114.
- [122] Per Christian Hansen, "Analysis of Discrete Ill-Posed Problems by Means of the L-Curve," *SIAM Review*, vol. 34, pp. 561–580, 1992, 10.1137/1034115.
- [123] M. Heath, G. Wahba G.H. Golub, "Generalized Cross-Validation as a Method for Choosing a Good Ridge Parameter," *Journal Technometrics*, vol. 21, pp. 215-223, 1979.
- [124] "Thermal insulation–Building Elements–In-situ measurement of thermal resistance and thermal transmittance," Standard ISO 9869.1994., 1994.

- [125] "666193 Temperature Sensor, NiCr-Ni," Instruction Sheet 666193.
- [126] "666 209 Digital Thermometer , " Instruction sheet 666 209.
- [127] "Robust Silicone Heat Flux Sensor," Heat Flux Sensors Datasheet.
- [128] "Ultra-High Resolution Logger," Datalogger Datasheet.
- [129] "Lascar EL-USB-2 USB Humidity Data Logger Specifications," Specification.
- [130] B. Moghtaderi, A. Page C. Luo, "Modelling of wall heat transfer using modified conduction transfer function, finite volume and complex Fourier analysis methods," *Energy and Buildings*, vol. 42, pp. 605–617, 2010, DOI:10.1016/j.enbuild.2009.10.031.
- [131] F. Haghighe, K. Ouyang, "A procedure for calculating thermal response factors of multi-layer walls—state space method," *Building and Environment*, vol. 26, no. 2, 1991.
- [132] Y. Chen, J.D. Spitler, D. Fisher X.Q. Li, "Applicability of calculation methods for conduction transfer function of building constructions," *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 48, pp. 1441–1451, 2009, DOI:10.1016/j.ijthermalsci.2008.11.006.
- [133] J. Benesty, J. Chen Y. Huang, *Acoustic MIMO Signal Processing*. Germany: Springer, 2006, Wiener Filter and Basic Adaptive Algorithms.
- [134] H. Akaike, "Block Toeplitz Matrix Inversion," *SIAM Journal on Applied Mathematics*, vol. 24, pp. 234–241, 1973, DOI:10.1137/0124024.
- [135] F. B. Hildebrand, *Introduction to Numerical Analysis*. New York: McGraw-Hill Book Company Inc., 1974.
- [136] Otto Bretscher, *Linear Algebra with Applications*. New Jersey: Upper Saddle River, Prentice Hall, 1995.
- [137] D.M., Watts, D.G. Bates, *Nonlinear Regression Analysis and Its Applications*. New York: John Wiley & Sons, 1988.
- [138] Richard J. Hanson Charles L. Lawson, *Solving Least Squares Problems*. New Jersey: SIAM Classics in Applied Mathematics, 1995, 10.1137/1.9781611971217.
- [139] Rajbabu Velmurugan, Renu Rameshan Subhasis Chaudhuri, *Blind Image Deconvolution Methods and Convergence*. Heidelberg, New York: Springer, Cham, 2014, 10.1007/978-3-319-10485-0.
- [140] V. A. Morozov., "Linear and nonlinear ill-posed problems," *Matematicheskii Analiz*, vol. 11, pp. 129–178, 1973.
- [141] Balmohan V. Limaye, *Linear Functional Analysis for Scientists and Engineers*. Singapore: Springer Science Business Media, 2016, 10.1007/978-981-10-0972-3.
- [142] C. W. Groetsch, *The Theory of Tikhonov Regularization for Fredholm Equations of the First Kind*. Boston, London, Melbourne: Pitman Advanced Publishing Program, 1984.
- [143] Martin Hanke, Andreas Neubauer Heinz W. Engl, *Regularization of Inverse Problems*. Dordrecht, Boston, London: Kluwer Academic Publishers, 2000.
- [144] L. Reichel, A. Shuibi D. Calvetti, "L-Curve and Curvature Bounds for Tikhonov Regularization," *Numerical Algorithms*, vol. 35, pp. 301–314, 2004, 10.1023/B:NUMA.0000021764.16526.47.
- [145] Jane Cullum, "The effective choice of the smoothing norm in regularization," *Math. Comp.*, vol. 33, pp. 149–170, 1979.
- [146] Joel N. Franklin, "On Tikhonov's method for ill-posed problems," *Math. Comp.*, vol. 28, pp. 889–907, 1974.
- [147] Per Christian Hansen, "The L-curve and its use in the numerical treatment of inverse problems," in *Computational Inverse Problems in Electrocardiology, Advances in Computational Bioengineering*, 4. WIT Press, , Southampton, 2000, pp. 119–142.
- [148] J.L. Lions P.G. Ciarlet, *Handbook of Numerical Analysis*. Amsterdam: Elsevier Science B.V., 1990, vol. I.
- [149] Dianne Prost O'learyt Per Christian Hansen, "The use of the l-curve in the regularization of discrete ill-posed problems," *SIAM J. SCI. COMPUT.*, vol. 14, pp. 1487–1503, 1993.
- [150] Pravilnik o energetskoj efikasnosti zgrada, 2011.
- [151] S. Jaiser, P.Cavadini, P. Scharfer, W.Schabel M.Baunach, "Local heat transfer characteristics of a

- slot nozzle array for batch drying of thin films under industrial process conditions," *Journal of Coatings Technology and Research*, vol. 12, pp. 915–920, 2015.
- [152] Deretić. N., "Analiza i primena analitičkih metoda višekriterijumske analize u poslovnom odlučivanju," Univerzitet Singidunum, Beograd, Doktorska disertacija 2012.
- [153] P. Petronijević, "Optimizacija izbora građevinskih mašina," Univerzitet u Beogradu, Građevinski fakultet, Beograd, Doktorska disertacija 2011.
- [154] Petronijević P. Ivanišević N. Arizanović D., "Multicriteria optimizing of construction equipment selection by AHP method," in *10th International Conference OTMC*, Šibenik, 2011.
- [155] Ivanišević N., Arizanović D. Petronijević P., "Optimizacija izbora građevinskih mašina primenom AHP metode," in *Projektni menadžment u Srbiji uspesi i mogućnost*, Zlatibor, 2011.
- [156] Ivanišević N., Arizanović D. Petronijević P., "Optimization of construction equipment selection by applying AHP method," in *20. International Conference MHCL12*, Beograd, 2012.
- [157] A. Nikolic, M. Mikic, N. Ivansevic M. Petronijevic, "AHP based contractor selection procedure for highway infrastructure projects in Serbia," in *Organization, Technology and Management Conference Proceedings*, Croatia, 2015.
- [158] N. and Praščević, Ž. Praščević, "Application of fuzzy AHP method based on eigenvalues for decision making in construction industry," *Tehnički Vjesnik*, vol. 23, no. 1, pp. 57-64, 2016, DOI: 10.17559/TV-20140212113942.
- [159] T.L. Saaty, *The Analytic Hierarchy Process*.: McGraw-Hill, 1980.
- [160] Perron O., "Zur Theorie der Matrices," *Mathematische Annalen*, vol. 64, no. 2, pp. 248–263, doi:10.1007/BF01449896.
- [161] M. Jovanović Popović et al., "Atlas porodičnih kuća Srbije," UB, Arhitektonski fakultet u Beogradu, Beograd, 2012.
- [162] (2017) Ministarstvo rударства i energetike Republike Srbije. [Online]. [www.mre.gov.rs/doc/efikasnost-izvori./C\\_03\\_P3\\_d\\_OPG4.xls](http://www.mre.gov.rs/doc/efikasnost-izvori./C_03_P3_d_OPG4.xls)
- [163] "TARIFNI SISTEM ZA OBRAČUN ELEKTRIČNE ENERGIJE ZA TARIFNE KUPCE," , Član 17 - Član 20.
- [164] "Program monetarne politike Narodne banke Srbije u 2017. godini," 2017.
- [165] "Odluka o visini referentne kamatne stope Narodne banke Srbije," Narodna banka Srbije, Odluka 2017.
- [166] "Electricity price statistics," European Commission, Eurostat 2017.
- [167] "Short-Term Energy Outlook," U.S. Energy Information Administration, 2018.
- [168] "Annual Energy Outlook 2018," U.S. Energy Information Administration (EIA), 2018.
- [169] Z. Petojević, R. Gospavić, G. Todorović M. Mirković, "In Situ Experimental Determination of the Heat Transmittance of a Building Wall," in *Međunarodna konferencija savremenih dostignuća u građevinarstvu*, Subotica, 2018.
- [170] M. Petronijević, M. Mirković, I. Balić, R. Gospavić, G. Todorović Z. Petojević, "Digitalna obrada četrdesetogodišnjih srednjih dnevnih temperatura u Beogradu," in *Međunarodna konferencija savremena dostignuća u građevinarstvu*, Subotica, 2016.
- [171] M. Mirković, Ž. Jovanović, R. Gospavić, G. Todorović Z. Petojević, "Determination of the temperature transfer function of building constructions based on measurement data," in *The 20th Anniversary YUCOMAT Conference, Materials Research Society of Serbia*, Herceg Novi, 2015.
- [172] Z. Petojević, G. Todorović, R. Gospavić, Ž. Jovanović M. Mirković, "Eksperimentalno određivanje dinamičkih termičkih parametara zida zgrade metodom transfer matrica," in *Naučno stručni simpozijum, Instalacije & Arhitektura*, Beograd, 2015.
- [173] M. Mirković, Ž. Jovanović, R. Gospavić, G. Todorović Z. Petojević, "Determination of dynamic thermal characteristics of a building wall," in *17th International Symposium on Thermal Science and Engineering of Serbia*, Niš, 2016.
- [174] N. Simić, Z. Petojević, G. Todorović, R. Gospavić M. Mirković, "Dinamički parametri toplofnog ponašanja različitih tipova fasadnih zidova," in *Civil Engineering - Science and Practice 6th International Conference*, Zabljak, Montenegro, 2016.

- [175] M.Petrović, Z. Petojević, G. Todorović, R. Gospavić M. Mirković, "Uticaj perioda dnevnih varijacija temperatura na dinamičke parametre termičkog omotača zgrade," in *Civil Engineering - Science and Practice 6th International Conference*, Zabljak, Montenegro, 2016.
- [176] Z., Mirković, M., Balić, I., Gospavić, R., Todorović, G. Petojević, "Estimation of the Temperature Transfer Function of a Building Wall Based on Measurement Data," in *Civil Engineering - Science and Practice 6th International Conference*, Zabljak, Montenegro, 2016.
- [177] P. Mitković, N. Mirković, J. Milovanović, B. Ninić, M. Mirković, D. Šumarac, R. Gospavić Z. Petojević, "Estimation of temperature transfer function in facade wall heat transport," in *6. Međunarodna konferencija savremena dostignuća u građevinarstvu*, Subotica, 2017.
- [178] Z. Petojević, R. Gospavić, G. Todorović M. Mirković, "CFD simulation of thermal performances of building structure with expanded polystyrene (EPS) as thermal insulation," in *Kongres IcETRAN*, Zlatibor, 2016.
- [179] J. Josipović, Z. Petojević, M. Mirković, Lj. Brajović, R. Gospavić, S. Radovanović, G. Todorović M. Aškrabić, "Moisture content influence on thermal conductivity of concrete," in *Proceedings of 4th International conference contemporary achievements in civil engineering*, 2016, pp. 415-424.
- [180] M. Aškrabić, V.Kuzmanović, M. Mirković, Z. Petojević, R. Gospavić, G. Todorović J. Josipović, "Temperature variation of "BajinaBašta" dam between 1995-2015," in *Proceedings of 4th International conference contemporary achievements in civil engineering*, Subotica, 2016, pp. 689-698.
- [181] M. Aškrabić, Z. Petojević, G. Todorović, R. Gospavić M. Mirković, "Određivanje konvektivnog koeficijenta prelaza toploće fasadnog zida merenjima u dugomvremenskom periodu," in *Zbornik radova međunarodnog simpozijuma o istraživanjima i primeni savremenih dostignuća u građevinarstvu u oblasti materijala i konstrukcija*, Vršac, 2017, pp. 499-504.
- [182] J. Crank,, New York: Clarendon Press Oxford, 1975, pp. 19-24.
- [183] M. Necati Ōzisik David W. Hahn, *Heat Conduction*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2012.
- [184] James V. Beck, A. Haji-Sheikh, Bahman Litkouhi Kevin D. Cole, *Heat Conduction Using Green's Functions*. New York: Taylor and Francis Group, LLC 2011, 2011.
- [185] Nicolas Young, *An Introduction to Hilbert Space*. Cambridge, New York, Melbourne: Cambridge University Press, 1988.

## 7 PRILOZI

### 7.1 PRILOG 1 – Izvođenje rešenja Furijeove jednačine provođena toplote u nestacionarnim uslovima za ravan homogen zid u vremenskom domenu

Sistem jednačina u (33):

$$\begin{bmatrix} \hat{q}_{wi} \\ -\hat{q}_{we} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{Z_{11}}{Z_{12}} & \frac{1}{Z_{12}} \\ \frac{1}{Z_{12}} & -\frac{Z_{22}}{Z_{12}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{T}_{wi} \\ \hat{T}_{we} \end{bmatrix} \quad (\text{P1.1})$$

predstavlja rešenje Furijeove jednačine za provođenje toplote u nestacionarnim uslovima za ravan zid homogene strukture u kompleksnom domenu. Rešenje ovog sistema u vremenskom domenu potražićemo primenom inverzne Laplasova transformacije.

Prepostavimo da se pobuda temperature u okolini zida može smatrati i aproksimirati kao  $\delta$ -Dirakova funkcija i ako znamo da je Laplasova transformacija  $\delta$ -Dirakove funkcije jednaka 1, tj.  $\mathcal{L}\{T_{wi}(t)\} = 1$  i  $\mathcal{L}\{T_{we}(t)\} = 1$ , onda za sistem (P1.1) možemo pisati:

$$\begin{aligned} \hat{q}_{wi,\delta}(j\omega) &= -\frac{Z_{11}}{Z_{12}} + \frac{1}{Z_{12}} = \frac{1 - Z_{11}}{Z_{12}} \\ -\hat{q}_{we,\delta}(j\omega) &= \frac{1}{Z_{12}} - \frac{Z_{22}}{Z_{12}} = \frac{1 - Z_{22}}{Z_{12}} \\ \mathcal{L}^{-1}\{\hat{q}_{wi,\delta}(j\omega)\} &= q_{wi,\delta}(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1 - Z_{11}}{Z_{12}}\right\} \\ \mathcal{L}^{-1}\{\hat{q}_{we,\delta}(j\omega)\} &= q_{we,\delta}(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1 - Z_{22}}{Z_{12}}\right\} \end{aligned} \quad (\text{P1.2})$$

Potražimo prvo kako izgleda funkcija za  $\hat{q}_{wi,\delta}(j\omega)$ :

$$\hat{q}_{wi,\delta}(j\omega) = -\frac{Z_{11}}{Z_{12}} + \frac{1}{Z_{12}} = \frac{1 - Z_{11}}{Z_{12}} \quad (\text{P1.3})$$

Ako uzmemo u obzir šta predstavljaju koeficijenti iz jednačina (P1.3) možemo pisati:

$$\hat{q}_{wi,\delta}(j\omega) = \frac{1 - \cosh\left(\sqrt{s\lambda\rho c} \frac{d}{\lambda}\right)}{-\frac{\sinh\left(\sqrt{s\lambda\rho c} \frac{d}{\lambda}\right)}{\sqrt{s\lambda\rho c}}}, \quad s = j\omega \quad (\text{P1.4})$$

Ako sada uvedemo konstante:

$$K_1 = \sqrt{\lambda\rho c} \frac{d}{\lambda} \quad i \quad K_2 = \sqrt{\lambda\rho c} \quad (\text{P1.5})$$

Onda prethodnu jednačinu možemo pisati kao:

$$\hat{q}_{wi,\delta}(s) = \frac{\sqrt{s}K_2(\cosh(\sqrt{s}K_1) - 1)}{\sinh(\sqrt{s}K_1)} \quad (\text{P1.6})$$

Imajući u vidu da je  $\sinh \frac{x}{2} = \sqrt{\frac{1}{2}(\cosh x - 1)}$  možemo pisati:

$$\hat{q}_{wi,\delta}(s) = \frac{\sqrt{s}K_2 2 \sinh^2 \frac{\sqrt{s}K_1}{2}}{\sinh(\sqrt{s}K_1)} \quad (\text{P1.7})$$

Ako sada donji izraz izrazimo kao sinh dvostrukog ugla:  $\sinh 2x = 2 \sinh x \cosh x$ , dobijamo sledeću jednačinu:

$$\hat{q}_{wi,\delta}(s) = \frac{2\sqrt{s}K_2 \sinh^2 \frac{\sqrt{s}K_1}{2}}{2 \sinh\left(\frac{\sqrt{s}K_1}{2}\right) \cosh\left(\frac{\sqrt{s}K_1}{2}\right)} \quad (\text{P1.8})$$

odnosno:

$$\hat{q}_{wi,\delta}(s) = \frac{\sqrt{s}K_2 \sinh\left(\frac{\sqrt{s}K_1}{2}\right)}{\cosh\left(\frac{\sqrt{s}K_1}{2}\right)} \quad (\text{P1.9})$$

Prema J. Crank [182], ako funkciju transformacije možemo napisati u obliku:

$$\hat{q}_{wi,\delta}(s) = \frac{f(s)}{g(s)} \quad (\text{P1.10})$$

gde su funkcije  $f(s)$  i  $g(s)$  polinomi parametra  $s$ , koji nemaju zajednički imenilac i gde je polinom  $f(s)$  manjeg stepena od polinoma  $g(s)$ , i ako se polinom  $g(s)$  može napisati kao:

$$g(s) = (s - s_1)(s - s_2)(s - s_3) \dots \quad (\text{P1.11})$$

gde su  $s_k, k = 1 \text{ do } k = n$ , nule funkcije  $g(s)$ , koje mogu biti ili realni ili kompleksni brojevi, onda funkciju  $q_{wi,\delta}(t)$ , čija je Laplasova transformacija  $\hat{q}_{wi,\delta}(s)$  možemo pisati:

$$q_{wi,\delta}(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{f(s_k)}{g'(s_k)} e^{s_k t} \quad (\text{P1.12})$$

Kako bi dobili rešenje za  $q_{wi,\delta}(t)$  u obliku (P1.12), funkcije  $f(s)$  i  $g(s)$  ćemo prepostaviti na sledeći način:

$$\begin{aligned} f(s) &= K_2 \sinh\left(\frac{\sqrt{s}K_1}{2}\right) \\ g(s) &= \frac{\cosh\left(\frac{\sqrt{s}K_1}{2}\right)}{\sqrt{s}} \end{aligned} \quad (\text{P1.13})$$

Ako sada uzmemo u obzir da se hiperboličke funkcije mogu predstaviti na sledeći način (prema Carswalu [108]):

$$\begin{aligned} \cosh x &= \left(1 + \frac{4x^2}{\pi^2}\right)\left(1 + \frac{4x^2}{3^2\pi^2}\right)\left(1 + \frac{4x^2}{5^2\pi^2}\right)\dots \\ \sinh x &= x\left(1 + \frac{x^2}{\pi^2}\right)\left(1 + \frac{x^2}{2^2\pi^2}\right)\left(1 + \frac{x^2}{3^2\pi^2}\right)\dots \end{aligned} \quad (\text{P1.14})$$

funkciju  $\cosh\left(\frac{\sqrt{s}K_1}{2}\right)$  možemo pisati kao:

$$\cosh\left(\frac{\sqrt{s}K_1}{2}\right) = \left(1 + \frac{4\left(\frac{\sqrt{s}K_1}{2}\right)^2}{\pi^2}\right)\left(1 + \frac{4\left(\frac{\sqrt{s}K_1}{2}\right)^2}{3^2\pi^2}\right)\left(1 + \frac{4\left(\frac{\sqrt{s}K_1}{2}\right)^2}{5^2\pi^2}\right)\dots \quad (\text{P1.15})$$

a onda je  $g(s)$ :

$$g(s) = \frac{1}{\sqrt{s}} \cosh\left(\frac{\sqrt{s}K_1}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{s}} \prod_{k=1}^{\infty} \left(1 + \frac{sK_1^2}{(2k-1)^2\pi^2}\right) \quad (\text{P1.16})$$

Nule ove funkcije su:

$$s_k = -\frac{(2k-1)^2\pi^2}{K_1^2}, \quad k = 1 \text{ do } k = \infty \quad (\text{P1.17})$$

Pošto u argumentu hiperboličkih funkcija figuriše  $\sqrt{s_k}$  dobijamo da je:

$$\sqrt{s_k} = j \frac{(2k-1)\pi}{K_1}, \quad k = 1 \text{ do } k = \infty \quad (\text{P1.18})$$

Prvi izvod funkcije  $g(s)$  (P1.16) je:

$$g'(s) = -\frac{1}{2s\sqrt{s}} \cosh\left(\frac{\sqrt{s}K_1}{2}\right) + \frac{K_1}{4s} \sinh\left(\frac{\sqrt{s}K_1}{2}\right) \quad (\text{P1.19})$$

Vrednost prvog izvoda funkcije  $g(s)$  u njenim nulama je:

$$g'(s_k) = -\frac{\cosh\left(\frac{j\frac{(2k-1)\pi}{K_1}K_1}{2}\right)}{-2\frac{(2k-1)^2\pi^2}{K_1^2}j\frac{(2k-1)\pi}{K_1}} + \frac{K_1}{4} \frac{\sinh\left(\frac{j\frac{(2k-1)\pi}{K_1}K_1}{2}\right)}{-\frac{(2k-1)^2\pi^2}{K_1^2}} \quad (\text{P1.20})$$

Kada ovo malo sredimo konačno dobijamo:

$$\begin{aligned} g'(s_k) &= \frac{\cosh\left(j \frac{(2k-1)}{2}\pi\right)}{2 \frac{(2k-1)^3 \pi^3}{K_1^3}} - \frac{K_1^3}{4} \frac{\sinh\left(j \frac{2k-1}{2}\pi\right)}{(2k-1)^2 \pi^2} \\ g'(s_k) &= \frac{\cos\left(\frac{(2k-1)}{2}\pi\right)}{2 \frac{(2k-1)^3 \pi^3}{K_1^3}} - \frac{K_1^3}{4} \frac{j \sin\left(\frac{2k-1}{2}\pi\right)}{(2k-1)^2 \pi^2} \end{aligned} \quad (\text{P1.21})$$

Potražimo sada šta je  $f(s_k)$ . Podimo od izraza za  $f(s)$ :

$$f(s) = K_2 \sinh\left(\frac{\sqrt{s} K_1}{2}\right) \quad (\text{P1.22})$$

Kada ovu jednačinu napišemo u obliku  $f(s_k)$  dobijamo:

$$f(s_k) = K_2 \sinh\left(j \frac{2k-1}{2}\pi\right) \quad (\text{P1.23})$$

Sada prema (P1.12) za funkciju  $q_{wi,\delta}(t)$  možemo pisati:

$$\begin{aligned} q_{wi,\delta}(t) &= \sum_{k=1}^{\infty} \frac{K_2 \sinh\left(j \frac{2k-1}{2}\pi\right)}{\frac{\cos\left(\frac{(2k-1)}{2}\pi\right)}{2 \frac{(2k-1)^3 \pi^3}{K_1^3}} - \frac{K_1^3}{4} \frac{j \sin\left(\frac{2k-1}{2}\pi\right)}{(2k-1)^2 \pi^2}} e^{-\frac{(2k-1)^2 \pi^2}{K_1^2} t} \\ q_{wi,\delta}(t) &= \sum_{k=1}^{\infty} \frac{K_2 j \sin\left(\frac{2k-1}{2}\pi\right)}{\frac{\cos\left(\frac{(2k-1)}{2}\pi\right)}{2 \frac{(2k-1)^3 \pi^3}{K_1^3}} - \frac{K_1^3}{4} \frac{j \sin\left(\frac{2k-1}{2}\pi\right)}{(2k-1)^2 \pi^2}} e^{-\frac{(2k-1)^2 \pi^2}{K_1^2} t} \end{aligned} \quad (\text{P1.24})$$

Uzimajući u obzir da je  $\cos\left(\frac{(2k-1)}{2}\pi\right) = 0$  i  $\sin\left(\frac{2k-1}{2}\pi\right) = (-1)^{k-1}$ , nakon sređivanja izraza (P1.24) dobijamo:

$$q_{wi,\delta}(t) = \sum_{k=1}^{\infty} -4 \frac{K_2}{K_1^3} (2k-1)^2 \pi^2 e^{-\frac{(2k-1)^2 \pi^2}{K_1^2} t} \quad (\text{P1.25})$$

Sada kada zamenimo konstante:  $K_1 = \sqrt{\lambda \rho c} \frac{d}{\lambda}$  i  $K_2 = \sqrt{\lambda \rho c}$  u gornju jednačinu (P1.26), dobijamo:

$$q_{wi,\delta}(t) = \sum_{k=1}^{\infty} -4 \frac{\lambda^2}{\rho c d^3} (2k-1)^2 \pi^2 e^{-\frac{\lambda(2k-1)^2 \pi^2}{\rho c d^2} t} \quad (\text{P1.26})$$

Potražimo sada izraz za  $q_{we,\delta}(t)$ . Kako imamo da je:

$$-q_{we,\delta}(j\omega) = \frac{1}{Z_{12}} - \frac{Z_{22}}{Z_{12}} = \frac{1 - Z_{22}}{Z_{12}}, \quad Z_{11} = Z_{22} \quad (\text{P1.27})$$

onda je:

$$-q_{we,\delta}(j\omega) = \frac{1 - Z_{22}}{Z_{12}} = \frac{1 - Z_{11}}{Z_{12}} = q_{wi,\delta}(j\omega) \quad (\text{P1.28})$$

pa je i:

$$-q_{we,\delta}(t) = q_{wi,\delta}(t) \quad (\text{P1.29})$$

odnosno:

$$q_{we,\delta}(t) = \sum_{k=1}^{\infty} 4 \frac{\lambda^2}{\rho c d^3} (2k-1)^2 \pi^2 e^{-\frac{\lambda(2k-1)^2 \pi^2}{\rho c d^2} t} \quad (\text{P1.30})$$

Jednačine (P1.26) i (P1.30) redom, predstavljaju rešenje Furijeove jednačine provođenja toplote sa unutrašnje ( $x = 0$ ) i spoljašnje strane ( $x = d$ ) homogenog zida beskonačne površine, u vremenskom domenu, u nestacionarnim uslovima kada je pobuda temperature u okolini zida  $\delta$ -Dirakova funkcija.

## 7.2 PRILOG 2 – MATLAB kod za rešavanje jednačina sa simetričnom blok Toeplitz matricom

```
%Prema [134]
function x = block_levinson(y, L)
% BLOCK_LEVINSON Block Levinson recursion for efficiently solving
% symmetric block Toeplitz matrix equations.

% BLOCK_LEVINSON(Y, L) solves the matrix equation T * x = y, where T
% is a symmetric matrix with block Toeplitz structure

% Kod je baziran na radu autora:
% Keenan Pepper
% Last modified: 2007-12-23

% References:
% [1] Akaike, Hirotugu (1973). "Block Toeplitz Matrix Inversion".
% SIAM J. Appl. Math. 24 (2): 234-241

s = size(L);
d = s(2); % Block dimension
N = s(1) / d; % Number of blocks

B = reshape(L, [d,N,d]); % This is just to get the bottom block row B
B = permute(B, [1,3,2]); % from the left block column L
B = flipdim(B, 3);
B = reshape(B, [d,N*d]);

f = L(1:d,:)^-1; % "Forward" block vector
b = f; % "Backward" block vector
x = f * y(1:d); % Solution vector

for n = 2:N
    ef = B(:,(N-n)*d+1:N*d) * [f;zeros(d)];
    eb = L(1:n*d,:)' * [zeros(d);b];
    ex = B(:,(N-n)*d+1:N*d) * [x;zeros(d,1)];
    A = [eye(d),eb,ef,eye(d)]^-1;
    fn = [[f;zeros(d)],[zeros(d);b]] * A(:,1:d);
    bn = [[f;zeros(d)],[zeros(d);b]] * A(:,d+1:end);
    f = fn;
    b = bn;
    x = [x;zeros(d,1)] + b * (y((n-1)*d+1:n*d) - ex);
end
```

### 7.3 PRILOG 3 – MATLAB kod za određivanje Wienerovih koeficijenata za MISO dinamički sistema

```
%Prema [134]
function [W, R, P] = miso_firwiener(N, X, y)
%MISO_FIRWIENER Optimal FIR Wiener filter for multiple inputs.
% MISO_FIRWIENER(N, X, Y) computes the optimal FIR Wiener filter of
% order N, given any number of (stationary) random input signals as
% the columns of matrix X, and one output signal in column vector Y.

% Kod je baziran na radu autora:
% Keenan Pepper
% Last modified: 2007-12-21

% References:
% [1] Y. Huang, J. Benesty, and J. Chen, Acoustic MIMO Signal
% Processing, Springerâ'Verlag, 2006, page 48

% Number of input channels.
M = size(X, 2);

% Input covariance matrix, in abbreviated block Toeplitz form.
R = zeros(M*(N+1), M);
for m = 1:M
    for i = 1:M
        rmi = xcorr(X(:,m), X(:,i), N);
        Rmi = flipud(rmi(1:N+1));
        top = (m-1) * (N+1) + 1;
        bottom = m * (N+1);
        R(top:bottom,i) = Rmi;
    end
end

R = reshape(R, [N+1,M,M]); % This just permutes the indices to
R = permute(R, [2,1,3]); % change R from Toeplitz-block to
R = reshape(R, [M*(N+1),M]); % block-Toeplitz.

% Crossâ^ correlation vector.
P = zeros(1, M*(N+1));
for i = 1:M
    top = (i-1)*(N+1)+1;
    bottom = i * (N+1);
    p = xcorr(y, X(:,i), N);
    P(top:bottom) = p(N+1:2*N+1)';
end

P = reshape(P, [N+1,M]); % More index rearrangement.
P = reshape(P', [M*(N+1),1]);

W = block_levinson(P, R);

W = reshape(W, [M,N+1]); % Make output compatible with earlier
W = reshape(W', [1, M*(N+1)]); % version.
```

## 7.4 PRILOG 4 – MATLAB kod za spektralnu analizu *in-situ* merenja, estimaciju Wienerovih koeficijenata i predikciju izlaza za MIMO dinamičkog sistema

```
% Load measurements
load LOGERDATA.mat
load TPDATA.mat
load FLUXDATA.mat
load LOESS.mat

tu = TP_IN_T_WALLC (2:3601); % Unutrasnja temperatura zida
ts = TP_OUT_T_WALL (2:3601); % Spoljasnja temperatura zida
qs = OUT_FLUX_CALC (2:18001); % Fluks na spoljasnjoj strani zida
qu = IN_FLUX_CALC (2:18001); % Fluks na unutrasnjoj strani zida

n = size(tu,1);
sfreq = 24*60/5; %[1/s] Ts=5min=300s -> sfreq=1/300 = 0.0033 Hz
% [1/day] Ts=300s sfreq=(1/300)*24*60*60

%Resampling q
qu = resample(qu,1,5);
qs = resample(qs,1,5);

% fft
tuf = fft(tu);
tsf = fft(ts);
qsf = fft(qs);
quf = fft(qu);

tufd = fft(detrend(tu));
tsfd = fft(detrend(ts));
qufd = fft(detrend(qu));
qsfd = fft(detrend(qs));

tufh = fft((hamming(n).*tu));
tsfh = fft((hamming(n).*ts));
qufh = fft((hamming(n).*qu));
qsfh = fft((hamming(n).*qs));

tufhm = fft((hamming(n).*(tu-mean(tu)))); 
tsfhm = fft((hamming(n).*(ts-mean(ts)))); 
qufhm = fft((hamming(n).*(qu-mean(tu)))); 
qsfhm = fft((hamming(n).*(qs-mean(ts))));

max_tuf = max(abs(tuf));
max_tsf = max(abs(tsf));
max_qsf = max(abs(qsf));
max_quf = max(abs(quf));

figure (1) % Plot data in freq. domain
subplot(2,2,1);
stem(sfreq/n*(0:n/2), 20*log(abs(tsf(1:n/2+1))), 'b-', ...
'LineWidth', 2), hold on
stem(sfreq/n*(0:n/2), 20*log(abs(tsfd(1:n/2+1))), 'g-', ...
'LineWidth', 2), hold on
```

```

stem(sfreq/n*(0:n/2), 20*log(abs(tsfh(1:n/2+1))), 'r-', ...
    'LineWidth', 2), hold on
stem(sfreq/n*(0:n/2), 20*log(abs(tsfhm(1:n/2+1))), 'm-', ...
    'LineWidth', 2), hold on
legend('fft ts', 'fft ts detrend', 'fft ts Hamming', 'fft ts hamming - mean')
xlabel('f [1/dan]');
title('ts [f]');
grid on

subplot(2,2,2);
stem(sfreq/n*(0:n/2), 20*log(abs(tuf(1:n/2+1))), 'b-', ...
    'LineWidth', 2), hold on
stem(sfreq/n*(0:n/2), 20*log(abs(tufd(1:n/2+1))), 'g-', ...
    'LineWidth', 2), hold on
stem(sfreq/n*(0:n/2), 20*log(abs(tufh(1:n/2+1))), 'r-', ...
    'LineWidth', 2), hold on
stem(sfreq/n*(0:n/2), 20*log(abs(tufhm(1:n/2+1))), 'm-', ...
    'LineWidth', 2), hold on
legend('tu', 'tu detrend', 'tu Hamming', 'tu hamming - mean')
xlabel('f [1/dan]');
title('tu [f]');
grid on

subplot(2,2,3);
stem(sfreq/n*(0:n/2), 20*log(abs(qsf(1:n/2+1))), 'b-', ...
    'LineWidth', 2), hold on
stem(sfreq/n*(0:n/2), 20*log(abs(qsfd(1:n/2+1))), 'g-', ...
    'LineWidth', 2), hold on
stem(sfreq/n*(0:n/2), 20*log(abs(qsfh(1:n/2+1))), 'r-', ...
    'LineWidth', 2), hold on
stem(sfreq/n*(0:n/2), 20*log(abs(qsfhm(1:n/2+1))), 'm-', ...
    'LineWidth', 2), hold on
legend('fft qs', 'fft qs detrend', 'fft qs Hamming', 'fft qs hamming - mean')
xlabel('f [1/dan]');
title('qs [f]');
grid on

subplot(2,2,4);
stem(sfreq/n*(0:n/2), 20*log(abs(quf(1:n/2+1))), 'b-', ...
    'LineWidth', 2), hold on
stem(sfreq/n*(0:n/2), 20*log(abs(qufd(1:n/2+1))), 'g-', ...
    'LineWidth', 2), hold on
stem(sfreq/n*(0:n/2), 20*log(abs(qufh(1:n/2+1))), 'r-', ...
    'LineWidth', 2), hold on
stem(sfreq/n*(0:n/2), 20*log(abs(qufhm(1:n/2+1))), 'm-', ...
    'LineWidth', 2), hold on
legend('fft qu', 'fft qu detrend', 'fft qu Hamming', 'fft qu hamming - mean')
xlabel('f [1/dan]');
title('qu [f]');
grid on

%Optimal FIR Wiener filter for multiple inputs.
N = 100;
X1 = [tu(1:1800) ts(1:1800)];
y1 = qu(1:1800);
[W1, R, P] = miso_firwiener(N, X1, y1);

```

```

X2 = [tu(1:1800) ts(1:1800)];
Y2 = qs(1:1800);
[W2, R, P] = miso_firwiener(N, X2, y2);

%Estimation
X = [tu(1:end) ts(1:end)];
y1Est = filter(W1(1:N+1),1,X(:,1))+filter(W1(N+2:2*(N+1)),1,X(:,2));
y2Est = filter(W2(1:N+1),1,X(:,1))+filter(W2(N+2:2*(N+1)),1,X(:,2));

h11=W1(1:N+1);
h12=W1(N+2:2*N+2);
h11h=W1(1:N+1)'.*hamming(N+1);
h12h=W1(N+2:2*N+2)'.*hamming(N+1);
h11_f=fft(h11);
h12_f=fft(h12);
h11h_f=fft(h11h);
h12h_f=fft(h12h);

h21=W2(1:N+1);
h22=W2(N+2:2*N+2);
h21h=W2(1:N+1)'.*hamming(N+1);
h22h=W2(N+2:2*N+2)'.*hamming(N+1);
h21_f=fft(h21);
h22_f=fft(h22);
h21h_f=fft(h21h);
h22h_f=fft(h22h);

figure (2) % Plot Wiener coefficients
subplot(2,2,1), stem(h11,'r'); legend('h11'), grid on
subplot(2,2,2), stem(sfreq/N*(0:(N+1)/2), abs(h11_f(1:(N+1)/2+1))), legend('h11_f'), grid on, hold on
subplot(2,2,2), stem(sfreq/N*(0:(N+1)/2), abs(h11h_f(1:(N+1)/2+1)), 'r'), legend('h11h_f'), grid on
subplot(2,2,3), stem(h12,'r'); legend('h12'), grid on
subplot(2,2,4), stem(sfreq/N*(0:(N+1)/2), abs(h12_f(1:(N+1)/2+1))), legend('h12_f'), grid on, hold on
subplot(2,2,4), stem(sfreq/N*(0:(N+1)/2), abs(h12h_f(1:(N+1)/2+1)), 'r'), legend('h12h_f'), grid on

ylabel('W')
title('Wiener coefficients for INPUT: tu, ts, OUTPUT: qu');
hold off
grid on

figure (2) % Plot Wiener coefficients
subplot(2,2,1), stem(h21,'r'); legend('h21'), grid on
subplot(2,2,2), stem(sfreq/N*(0:(N+1)/2), abs(h21_f(1:(N+1)/2+1))), legend('h21_f'), grid on, hold on
subplot(2,2,2), stem(sfreq/N*(0:(N+1)/2), abs(h21h_f(1:(N+1)/2+1)), 'r'), legend('h21h_f'), grid on
subplot(2,2,3), stem(h22,'r'); legend('h22'), grid on
subplot(2,2,4), stem(sfreq/N*(0:(N+1)/2), abs(h22_f(1:(N+1)/2+1))), legend('h22_f'), grid on, hold on
subplot(2,2,4), stem(sfreq/N*(0:(N+1)/2), abs(h22h_f(1:(N+1)/2+1)), 'r'), legend('h22h_f'), grid on

ylabel('W')
title('Wiener coefficients for INPUT: tu, ts, OUTPUT: qs');
hold off
grid on

```

```
figure (4) %Plot Estimation y1Est vs. Raw data
plot(y1Est(:,1),'r');hold on
plot(qu(1:end),'b');hold off
title('Estimation of the y1 = qu')
legend('quEst','qu');
grid on
```

```
figure (5) %Plot Estimation y2Est vs. Raw data
plot(y2Est(:,1),'r');hold on
plot(qs(1:end),'b'); hold off
title('Estimation of the y2 = qs')
legend('qsEst','qs');
grid on
```

## 7.5 PRILOG 5 – Izvođenje analitičkog rešenja transfer funkcija provođenja toplote u nestacionarnim uslovima za ravan višeslojni zid u vremenskom domenu

Problem nestacionarnog prenosa topline kroz  $N$ -slojni ravan zid opisan je jednačinom prenosa topline koja se primjenjuje za svaki sloj u datom zidu sa odgovarajućim početnim i graničnim uslovima, i uzimajući u obzir da granični uslovi na kraju jednog sloja predstavljaju granične uslove na početku susednog sloja. Ovakva jednačina se može zapisati kao:

$$\frac{\partial T_l(x,t)}{\partial t} = \frac{k_l}{\rho_l \cdot c_l} \cdot \frac{\partial^2 T_l(x,t)}{\partial x^2}; x \in [x_{l-1}, x_l]; l = 1, \dots, N; \quad (\text{P5.1})$$

gde su odgovarajući početni i granični uslovi kao i veza između dva sloja dati kao [61], [183]:

$$\begin{aligned} T_l(x, t=0) &= \psi(x) \\ T_1(x=0, t) &= T_{in}(t); T_N(x=D, t) = T_{ex}(t); D = \sum_{i=1}^N d_i \\ T_l(x, t)|_{x=x_l} &= T_{l+1}(x, t)|_{x=x_l}; k_l \frac{\partial T_l(x, t)}{\partial x}|_{x=x_l} = k_{l+1} \frac{\partial T_{l+1}(x, t)}{\partial x}|_{x=x_l}; l = 1, \dots, N-1 \\ x_0 &= 0, x_1 = d_1, x_2 = d_1 + d_2, \dots, x_N = D, \end{aligned} \quad (\text{P5.2})$$

U gornjim jednačinama pretpostavljeno je da postoji idealan kontakt između dva sloja u zidu duž  $x$ -ose. Oznake korišćene u jednačini (P5.1) i (P5.2) su sledeće:  $d_l$  - debljina sloja  $l$ ,  $k_l$  - toplotna provodljivost,  $\rho_l$  - gustina i  $c_l$  specifični toplotni kapacitet svakog sloja, a  $T_l(x, t)$  raspodela temperature unutar zida u trenutku  $t$  u  $l$ -tom sloju, i  $\psi(x)$  raspodela temperature u početnom trenutku,  $t = 0$ .

Veličine  $T_{in}(t)$  i  $T_{ex}(t)$  predstavljaju promenu temperature sa unutrašnje ( $x = 0$ ) i spoljašnje ( $x = D$ ) strane zida redom, a  $x_l$  je  $x$ -koordinata između  $l$ -tog i  $(l+1)$  sloja u zidu,  $D$  je ukupna debljina zida. Prva tri izraza u (P5.2) predstavljaju redom, početne, granične i međugranične uslove u zidu.

Dati sistem jednačina u (P5.1) i (P5.2) sa nehomogenim graničnim uslovima se može transformisati u ekvivalentan problem sa homogenim graničnim uslovima na sledeći način [183]:

$$\begin{aligned}
T_l(x, t) &= T_l^*(x, t) + C(x, t); \\
C(x, t) &= T_{in}(t) \cdot f_1(x) + T_{ex}(t) \cdot f_2(x); \\
f_1(x = 0) &= 0; f_1(x = D) = 0; f_2(x = 0) = 0; f_2(x = D) = 1; \\
\frac{\partial^2 f_{1,2}(0)}{\partial x^2} &= 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 C(x, t)}{\partial x^2} = 0; \\
f_{1,2}(x) \Big|_{x=x_l-\varepsilon} &= f_{1,2}(x) \Big|_{x=x_l+\varepsilon}; k_l \frac{\partial f_{1,2}(x)}{\partial x} \Big|_{x=x_l-\varepsilon} = k_{l+1} \frac{\partial f_{1,2}(x)}{\partial x} \Big|_{x=x_l+\varepsilon}; l = 1, \dots, N-1.
\end{aligned} \tag{P5.3}$$

Unošenjem ovih jednačina u (P5.4) u (P5.1) dobijamo sledeću parcijalnu diferencijalnu jednačinu sa odgovarajućim graničnim i početnim uslovima:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial T_l^*(x, t)}{\partial t} - \frac{k_l}{\rho_l \cdot c_l} \cdot \frac{\partial^2 T_l^*(x, t)}{\partial x^2} &= -\frac{\partial C(x, t)}{\partial t}; \quad x \in [x_{l-1}, x_l]; \quad l = 1, \dots, N; \\
T_l^*(x = 0, t) &= 0; \quad T_N^*(x = D, t) = 0; \\
T_l^*(x, t = 0) &= \psi(x) - C(x, 0) = \psi^*(x),
\end{aligned} \tag{P5.4}$$

gde su  $f_{1,2}(x)$  i  $C(x, t)$  pomoćne funkcije. Funkcije  $f_{1,2}(x)$  predstavljaju raspodelu temperature za stacionarne uslove, veličina  $T_l^*(x, t)$  je transformisana raspodela temperature za  $l$ -ti sloj i  $\psi^*(x)$  su početni uslovi koji odgovaraju  $T_l^*(x, t)$ . Funkcije  $f_{1,2}(x)$  se mogu dobiti u analitičkom obliku kao linearne funkcije definisane po segmentima (engl. *piecewise*). Modifikovani problem u (P5.5) ima homogene granične uslove dok prva jednačina ima nehomogeni deo  $-\frac{\partial C(x, t)}{\partial t}$ . Mala veličina  $\varepsilon$  u (P5.4) znači da se diferencijali uzimaju i sa leve i sa desne strane tačke  $x_l$ . Značenje drugih veličina je isto kao u jednačini (P5.2).

Koristeći Duhamelov princip, opšte rešenje modifikovanog problema može se izraziti u kompaktnom obliku sledećom jednačinom [183]:

$$T^*(x, t) = \int_0^D H(x, y, t - t_0) \cdot \varphi^*(y) \cdot dy + \int_{t_0}^t \int_0^D H(x, y, t - s) \cdot \left( -\frac{\partial C(y, s)}{\partial s} \right) \cdot dy \cdot ds; \quad x \in [0, D] \tag{P5.5}$$

Prvi deo izraza u gornjoj jednačini je partikularno rešenje shodno početnim uslovima koji važe u vremenskom trenutku  $t = t_0$ . Funkcija  $H(x, y, t)$  je rešenje odgovarajućeg homogenog problema u jednačini (P5.5) i može se izraziti na sledeći način [183], [184]:

$$\begin{aligned}
H(x, y, t) &= \sum_{i=1}^{\infty} \exp(-\beta_i^2 \cdot t) \cdot \varphi_i(x) \cdot c(y) \cdot \rho(y) \cdot \varphi_i(y), \\
c(y) \cdot \rho(y) &= c_l \cdot \rho_l, \quad y \in [y_{l-1}, y_l], \quad l = 1, \dots, N
\end{aligned} \tag{P5.6}$$

gde su  $y_l$  koordinate na kontaktu između  $l$ -tog i  $(l + 1)$  sloja, a funkcije  $\varphi_i(x)$  i  $\beta_i$  su sopstvene funkcije i odgovarajuće sopstvene vrednosti sledećeg Šturm-Liuvilovog

(engl. *Sturm-Liouville*) problema sa odgovarajućim graničnim i međugraničnim uslovima [185]:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \left( k_l \frac{d\varphi(x)}{dx} \right) &= \beta^2 \cdot \rho_l \cdot c_l \cdot \varphi(x); \quad x \in [x_{l-1}, x_l] ; \quad l = 1, \dots, N \\ \varphi(x=0, D) = 0; \varphi(x) \Big|_{x=x_l-\varepsilon} &= \varphi(x) \Big|_{x=x_l+\varepsilon}; \quad k_l \cdot \frac{d\varphi(x)}{dx} \Big|_{x=x_l-\varepsilon} = k_{l+1} \cdot \frac{d\varphi(x)}{dx} \Big|_{x=x_l+\varepsilon}; \quad l = 1, \dots, N-1 \end{aligned} \quad (\text{P5.7})$$

Gornja jednačina proizilazi iz razdvajanja promenljivih u odgovarajućem homogenom problemu (P5.4) koji je analogan problem u (P5.1). Jedno partikularno rešenje ovog homogenog problema je:  $\exp(-\beta^2 \cdot t) \cdot \varphi(x)$ .

Prema [183], rešenje diferencijalne jednačine u jednačini (P5.8) na svakom segmentu  $x \in [x_{l-1}, x]$  može se izraziti kao:  $\varphi(x) = A_l \cdot \sin\left(\frac{\beta}{\sqrt{k_l/\rho_l \cdot c_l}}\right) + B_l \cdot \cos\left(\frac{\beta}{\sqrt{k_l/\rho_l \cdot c_l}} \cdot x\right)$ .

Iz graničnih i međugraničnih uslova definisanih u (P5.8), dobija se sistem od  $2 \times N$  linearnih jednačina sa nepoznatim koeficijentima  $A_l$  i  $B_l$ .

Da bi sistem imao netrivijalno rešenje determinanta sistema mora biti jednak nuli. Ovaj uslov navodi na zaključak da je sistem sačinjen od transcedentalnih funkcija (funkcija koje nisu algebarske) i rešenja ovog sistema su sopstvene vrednosti  $\beta_i$  [183], i odgovarajuće sopstvene funkcije  $\varphi_i$ . Kao diferencijalni operator u jednačini (P5.8) uzet je Hermitianov operator, i sve sopstvene funkcije su ortonormalne, a sve sopstvene vrednosti su realne [183], [185].

Kako funkcija  $H(x, y, t)$  u jednačini (P5.7) eksponencijalno opada, ako su početni uslovi definisani u trenutku  $t_0 \rightarrow -\infty$ , tada se prvi izraz u jednačini (P5.6) može zanemariti. Pod ovom pretpostavkom, transformisana temperatura  $T^*(x, t)$  se može izraziti korišćenjem parcijalne integracije u sledećem pojednostavljenom obliku:

$$\begin{aligned} T^*(x, t) &= \sum_{i=1}^{\infty} \varphi_i(x) \cdot \int_{-\infty}^t \left( \left( k_1 \cdot \left( C(x, s) \cdot \frac{d\varphi_i(x)}{dx} \right) \Big|_{x=0} - k_N \cdot \left( C(x, s) \cdot \frac{d\varphi_i(x)}{dx} \right) \Big|_{x=D} \right) \cdot \exp(\beta_i^2 \cdot (s-t)) \right) \cdot ds - \\ &\sum_{i=1}^{\infty} \varphi_i(x) \langle C(x, t), \varphi_i(x) \rangle; \quad \langle C(x, t), \varphi_i(x) \rangle = \int_0^D C(x, t) \cdot c(x) \cdot \rho(x) \cdot \varphi_i(x) \cdot dx, \quad x \in [0, D] \end{aligned} \quad (\text{P5.8})$$

gde su korišćeni sledeći uslovi:  $\partial^2 C / \partial x^2 = 0$  iz jednačine (P5.4) i  $\varphi_i(x=0, D) = 0$  iz jednačine (P5.8).

Na osnovu relacija u (P5.9), topotni fluksevi na unutrašnjoj i spoljašnjoj površini zida  $q_{in}$  i  $q_{ex}$  se mogu izraziti sledećim integralima konvolucije:

$$\begin{aligned} q_{in}(t) &= -k_1 \cdot \frac{\partial(T^*(x,t) + C(x,t))}{\partial x} \Big|_{x=0} = \int_0^\infty g_{11}(\tau) \cdot T_{in}(t-\tau) \cdot d\tau + \int_0^\infty g_{12}(\tau) \cdot T_{ex}(t-\tau) \cdot d\tau \\ q_{ext}(t) &= -k_N \cdot \frac{\partial(T^*(x,t) + C(x,t))}{\partial x} \Big|_{x=D} = \int_0^\infty g_{21}(\tau) \cdot T_{in}(t-\tau) \cdot d\tau + \int_0^\infty g_{22}(\tau) \cdot T_{ex}(t-\tau) \cdot d\tau, \end{aligned} \quad (\text{P5.9})$$

gde je  $\tau = t - s$ , a  $g_{nm}$ ;  $n, m = 1, 2$  su TIR funkcije ili Grinove funkcije izražene u sledećem obliku, [2]:

$$\begin{aligned} g_{11}(t) &= \delta(t) \cdot \Delta_1 - \sum_{i=1}^{\infty} \left( k_i \cdot \frac{d\varphi_i(x)}{dx} \Big|_{x=0} \right)^2 \cdot \exp(-\beta_i^2 \cdot t); \\ g_{12}(t) &= \sum_{i=1}^{\infty} k_i \cdot \frac{d\varphi_i(x)}{dx} \Big|_{x=0} \cdot k_N \cdot \frac{d\varphi_i(x)}{dx} \Big|_{x=D} \cdot \exp(-\beta_i^2 \cdot t); \quad g_{21}(t) = -g_{12}(t); \\ g_{22}(t) &= -\delta(t) \cdot \Delta_2 + \sum_{i=1}^{\infty} \left( k_N \cdot \frac{d\varphi_i(x)}{dx} \Big|_{x=D} \right)^2 \cdot \exp(-\beta_i^2 \cdot t); \\ \Delta_{1,2} &= -k_{1,N} \frac{d}{dx} \left( f_{1,2}(x) - \sum_{i=1}^{\infty} r_i^{1,2} \cdot \varphi_i(x) \right) \Big|_{x=0,D}; \quad r_i^{1,2} = \sum_{l=0}^{N-1} \int_{x_l}^{x_{l+1}} f_{1,2}(x) \cdot \rho_l \cdot c_l \cdot \varphi_i(x) \cdot dx, \end{aligned} \quad (\text{P5.10})$$

Ove funkcije su numerički jednake topotnim fluksevima na površinama zida, kada je zid obostrano pobuđen jediničnim  $\delta$ -Dirakovim impulsima temperature.

Iz gore navedene analize sledi vrlo važan zaključak, a to je da su  $g_{12} = -g_{21}$ . Isto važi i za frekvencijski domen  $G_{12} = FT(g_{12}) = FT(-g_{21}) = -G_{21}$  [18]. Prvi deo izraza za  $g_{11}$  i  $g_{22}$  predstavlja veoma kratak impulse, koji je Dirakov impuls  $\delta(t)$  sa amplitudom  $\Delta_{1,2}$ . Fizički, ovi impulsi su odgovorni na zagrevanje zida tokom veoma kratkog početnog vremena dok je zid pobuđen temperaturom. Tokom ovog perioda, funkcije  $g_{11}$  i  $g_{22}$  se brzo eksponencijalno menjaju. Nakon ovog perioda, pobuda nestaje i počinje proces hlađenja. Ovaj proces je opisan krivom koja eksponencijalno opada, i odgovara eksponencijalnom delu u jednačinama (P5.11). Pošto su topotni fluksevi izračunati pomoću konvolucionih integrala, Dirakove funkcije se ne pojavljuju eksplisitno ni u jednom proračunu.

Nizovi predstavljeni izrazima u (P5.11) su konvergentni, s obzirom na to da  $\lim_{i \rightarrow \infty} \varphi_i(x) \equiv 0$ , pa se zato samo konačan broj članova niza koristi u jenačinama (P5.10), gde sada beskonačni konvolucioni integrali prelaze u konačne konvolucione sume.

## 7.6 PRILOG 6 – Određivanje diferencijalnog operatora s-tog reda i definisanje odgovarajuće $L$ matrice

Diferencijalni operator je aproksimiran matricom  $L$  pomoću numeričke diferencijacije. Kao primer, razmatra se diferencijalni operator drugog reda. Matrični elementi koji nisu nule dobijeni su korišćenjem sledećeg približnog izraza za drugi izvod funkcije  $f(t)$  u nekoj tački  $t = t_2$ :

$$\left. \frac{d^2 f(t)}{dt^2} \right|_{t=t_2} \approx \frac{2 \cdot f(t_1)}{\Delta t_1 \cdot (\Delta t_1 + \Delta t_2)} - \frac{2 \cdot f(t_2)}{\Delta t_1 \cdot \Delta t_2} + \frac{2 \cdot f(t_3)}{\Delta t_2 \cdot (\Delta t_1 + \Delta t_2)}, \quad \Delta t_1 = t_2 - t_1; \Delta t_2 = t_3 - t_2; \Delta t_1 \neq \Delta t_2 \quad (\text{P6.1})$$

Ako matrica  $L$  predstavlja diferencijalni operator drugog reda, drugi izvod funkcije  $f(t)$  u neuniformnim tačkama diskretizacije se može približno predstaviti u sledećem matričnom obliku:

$$L \cdot \mathbf{f} = \begin{bmatrix} 2/\Delta t_1 \cdot (\Delta t_1 + \Delta t_2) & -2/\Delta t_1 \cdot \Delta t_2 & 2/\Delta t_2 \cdot (\Delta t_1 + \Delta t_2) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 2/\Delta t_2 \cdot (\Delta t_2 + \Delta t_3) & -2/\Delta t_2 \cdot \Delta t_3 & 2/\Delta t_3 \cdot (\Delta t_2 + \Delta t_3) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 2/\Delta t_{N-2} \cdot (\Delta t_{N-2} + \Delta t_{N-1}) & -2/\Delta t_{N-1} \cdot \Delta t_{N-2} & 2/\Delta t_{N-1} \cdot (\Delta t_{N-2} + \Delta t_{N-1}) \end{bmatrix}_{P \times N} \cdot \begin{bmatrix} f(x_1) \\ \vdots \\ f(x_N) \end{bmatrix}_{N \times 1}. \quad (\text{P6.2})$$

gde su  $t_1, t_2, t_3 \dots t_N$  neuniformne tačke diskretizacije, vektor  $\mathbf{f}$  ima komponente koje su jednake vrednostima funkcije  $f(t)$  u diskretnim tačkama  $t_1, t_2, t_3 \dots t_N$ . Dimenzija matrice  $L$  je  $P \times N$  gde je  $N$  broj vremenskih trenutaka  $t_i, i = 1 \dots N$ , a  $P$  je broj vremenskih trenutaka u kojima se vrši diferenciranje za diferencijalni operator drugog reda:  $P = N - 2$ .

U opštem slučaju, za diferencijalni operator  $s$ -tog reda, odgovarajuća matrica  $L$  se može dobiti na analogan način, tako da je broj elemenata matrice u svakom redu koji nisu jednaki nuli jednak  $2^{s-1} + 1$ , dok je vodeća dimenzija matrice  $P = N - 2^{s-1}$ .

## 7.7 PRILOG 7 – Generalizovana dekompozicija singularnih vrednosti matričnog para $(A, L)$

Generalizovana dekompozicija singularnih vrednosti (GSVD), matričnog para  $(A, L)$ ;  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ ,  $L \in \mathbb{R}^{p \times n}$ ,  $m \geq n \geq p$ , gde  $\mathbb{R}$  označava skup realnih brojeva, definisana je sledećim odnosima prema [148]:

$$\begin{aligned} A &= U \cdot \Sigma \cdot X^{-1}; \quad L = V \cdot M \cdot X^{-1}; \quad U \in \mathbb{R}^{m \times m}; \quad V \in \mathbb{R}^{p \times p}; \quad X \in \mathbb{R}^{n \times n}; \quad \Sigma \in \mathbb{R}^{m \times n}; \quad M \in \mathbb{R}^{p \times n}; \\ U^T \cdot U &= I_m; \quad V^T \cdot V = I_p; \quad \Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_p & 0 \\ 0 & I_{n-p} \end{bmatrix}; \quad M = [M_p \quad 0]; \quad \Sigma_p = \text{diag}(\sigma_i); \quad M_p = \text{diag}(\mu_i); \\ \sigma_i^2 + \mu_i^2 &= 1; \quad \gamma_i = \frac{\sigma_i}{\mu_i} = \frac{\sigma_i}{\sqrt{1 - \sigma_i^2}}; \quad \sigma_i, \mu_i \in \langle 0, 1 \rangle, \quad i = 1, \dots, p; \quad \Sigma_p, M_p \in \mathbb{R}^{p \times p} \end{aligned} \quad (\text{P7.1})$$

U gornjim jednačinama  $U$  i  $V$  su matrice sa ortonormalnim kolonama,  $X$  je nesingulararna matrica, a  $I$  označava jediničnu matricu sa odgovarajućom dimenzijom. Pozitivne veličine  $\gamma_i$ , prikazane u gornjoj jednačini, predstavljaju generalizovane singularne vrednosti matričnog para  $(A, L)$ . Koristeći ovu matričnu dekompoziciju, rešenje sledećeg problema minimizacije  $\min_g \{ \|q - A \cdot g\|_2^2 + \lambda^2 \cdot \|L \cdot g\|_2^2 \}; \lambda > 0$ ; može se izraziti sledećim odnosom u matričnom obliku [122], [148]:

$$g(\lambda) = X \cdot S \cdot \Sigma^T \cdot U^T \cdot q; \quad S = (\Sigma^T \cdot \Sigma + \lambda^2 \cdot M^T \cdot M)^{-1} = \begin{bmatrix} S_p & 0 \\ 0 & I_{n-p} \end{bmatrix}; \quad S_p = \text{diag}\left(\frac{\gamma_i^2}{\gamma_i^2 + \lambda^2} \cdot \frac{1}{\sigma_i}\right); \quad i = 1, \dots, p \quad (\text{P7.2})$$

gde izraz  $\gamma_i^2 / (\gamma_i^2 + \lambda^2) = \sigma_i^2 / (\sigma_i^2 + \lambda^2 \cdot (1 - \sigma_i^2))$ , predstavlja faktor filtra koji ima ulogu da filtrira komponente sa malom vrednošću  $\sigma_i$ , čime bi se unela numerička nestabilnost u rešenje  $g$  bez uvedenog postupka generalizacije. Zakrivljenost  $L$ -krive u log-log skali  $\kappa$ , se može dobiti korišćenjem sledećeg odnosa [147]:

$$\kappa = \frac{\chi' \eta'' - \chi'' \eta'}{((\chi')^2 + (\eta')^2)^{3/2}}; \quad \chi = \ln(\tilde{\chi}); \quad \eta = \ln(\tilde{\eta}); \quad \tilde{\chi} = \|A \cdot g(\lambda) - q\|_2^2; \quad \tilde{\eta} = \|L \cdot g(\lambda)\|_2^2, \quad (\text{P7.3})$$

gde je  $g(\lambda)$  rešenje prikazano u zavisnosti od regularizacionog parametra  $\lambda$ , a  $\tilde{\chi}$  i  $\tilde{\eta}$  označavaju rezidualnu i regularizacionu normu redom, znak ' označava red izvoda funkcije po parametru  $\lambda$ . Koristeći jednačinu (P7.2),  $\tilde{\chi}$  i  $\tilde{\eta}$  se mogu izraziti kao funkcije parametra  $\lambda$  u sledećem obliku [122]:

$$\tilde{\chi}(\lambda) = \sum_{i=1}^p \left( \frac{\lambda^2}{\gamma_i^2 + \lambda^2} \cdot \mathbf{u}_i^T \cdot \mathbf{q} \right)^2 + \delta_0^2 ; \quad \tilde{\eta}(\lambda) = \sum_{i=1}^p \left( \frac{\gamma_i}{\gamma_i^2 + \lambda^2} \cdot \mathbf{u}_i^T \cdot \mathbf{q} \right)^2 ; \quad \delta_0^2 = \sum_{i=m-n}^m (\mathbf{u}_i^T \cdot \mathbf{q})^2, \quad (\text{P7.4})$$

gde su  $\mathbf{u}_i^T$  ortonormalni vektori kolona u  $\mathbf{U}$ . Iz prethodnih relacija sledi:  $\tilde{\chi}' = -\lambda^2 \cdot \tilde{\eta}'$  [184]. Korišćenjem ovog odnosa i odnosa u (P7.3), krivina  $\kappa$  se može izraziti kao funkcija parametra regularizacije  $\lambda$  u sledećem analitičkom obliku [147]:

$$\kappa(\lambda) = \frac{\tilde{\eta} \cdot \tilde{\chi} \cdot \lambda^2 \cdot \tilde{\eta}' \cdot \tilde{\chi} + 2 \cdot \lambda \cdot \tilde{\eta} \cdot \tilde{\chi} + \lambda^4 \cdot \tilde{\eta} \cdot \tilde{\eta}'}{|\tilde{\eta}| \cdot (\lambda^2 \cdot \tilde{\eta}^2 + \tilde{\chi}^2)^{3/2}} \quad (\text{P7.5})$$

## BIOGRAFIJA

Zorana M. Petojević je rođena 21.06.1979. godine u Priboju. U Smederevu je završila osnovnu školu i gimnaziju prirodno-matematičkog smera. Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu upisala je školske 1998/99. godine, a diplomirala je 2005. godine na konstruktivnom smeru, sa prosečnom ocenom 8.05 i ocenom 10 na diplomskom radu. Po završetku studija u periodu od 2006. do 2008. godine bila je angažovana na međunarodnim projektima u Kataru i Rusiji kao inženjer plana i analize.

Doktorske studije je upisala krajem 2007. god. Sve predviđene ispite položila je zaključno sa oktobrom 2014. godine, sa prosečnom ocenom 9.88. Doktorsku disertaciju je prijavila u junu 2015. godine. U okviru rada na doktorskoj disertaciji, boravila je na stručnom usavršavanju u okviru doktorske škole, "Urban Physics Winter School" u organizaciji Swiss Federal Institute of Technology Zurich (ETH Zurich) u Švajcarskoj, Department of Architecture, Chair of Building Physics, u januaru 2015. godine.

Kao istraživač – saradnik učestvovala je: (1) od juna 2017. god. u naučno-istraživačkom projektu Evropske Unije – COST Action CA16114, pod nazivom: „*RESTORE – REthinking Sustainability TOwards a Regenerative Economy*“; (2) u periodu 2014.-2017. god. u obrazovnom programu Evropske zajednice ERASMUS+ pod nazivom: „WIFI Academy for Facility Management (WIFI – FMA)“; i (3) u periodu 2008.-2011. god. u naučno-tehnološkom projektu Ministarstva Republike Srbije TR – 16011, pod nazivom: „Upravljanje realizacijom velikih investicionih projekata“.

U periodu 2011.-2016. god. učestvovala je u održavanju nastave, kao i u organizovanju i evaluaciji seminara iz oblasti upravljanja projektima infrastrukture, pod nazivom: „Priprema metodologije i trening modula za infrastrukturne projekte“, u organizaciji Nacionalne agencije za regionalni razvoj Republike Srbije.

U toku izrade doktorske disertacije kandidat Zorana M. Petojević je objavila preko 20 naučnih radova iz uže naučne oblasti Građevinska fizika i energetska efikasnost i uže naučne oblasti Menadžment i tehnologija građenja.

Govori, čita i piše engleski jezik i govori ruski jezik.

Udata je za supruga Jovana i ima dvoje dece, Vukašina i Vasju.

## **IZJAVA O AUTORSTVU**

Ime i prezime autora: Zorana M. Petojević

Broj indeksa: 927/07

### **Izjavljujem**

da je doktorska disertacija pod naslovom

### **Optimizacija građevinskih mera u cilju smanjenja potrebne energije za grejanje u stambenim zgradama**

- rezultat sopstvenog istraživačkog rada;
- da disertacija u celini ni u delovima nije bila predložena za sticanje druge diplome prema studijskim programima drugih visokoškolskih ustanova;
- da su rezultati korektno navedeni i
- da nisam kršio/la autorska prava i koristio/la intelektualnu svojinu drugih lica.

### **Potpis autora**

U Beogradu, 28.06.2018.

---

## **IZJAVA O ISTOVETNOSTI ŠTAMPANE I ELEKTRONSKE VERZIJE DOKTORSKOG RADA**

Ime i prezime autora: Zorana M. Petojević

Broj indeksa: 927/07

Studijski program: Građevinarstvo

Naslov rada: Optimizacija građevinskih mera u cilju smanjenja potrebne energije za grejanje u stambenim zgradama

Mentor: dr Goran Todorović, vanredni profesor, Univerzitet u Beogradu, Građevinski fakultet

Izjavljujem da je štampana verzija mog doktorskog rada istovetna elektronskoj verziji koju sam predao/la radi pohranjena u **Digitalnom repozitorijumu Univerziteta u Beogradu**.

Dozvoljavam da se objave moji lični podaci vezani za dobijanje akademskog naziva doktora nauka, kao što su ime i prezime, godina i mesto rođenja i datum odbrane rada.

Ovi lični podaci mogu se objaviti na mrežnim stranicama digitalne biblioteke, u elektronskom katalogu i u publikacijama Univerziteta u Beogradu.

### **Potpis autora**

U Beogradu, 28.06.2018.

## **IZJAVA O KORIŠĆENJU**

Ovlašćujem Univerzitetsku biblioteku „Svetozar Marković“ da u Digitalni repozitorijum Univerziteta u Beogradu unese moju doktorsku disertaciju pod naslovom:

### **Optimizacija građevinskih mera u cilju smanjenja potrebne energije za grejanje u stambenim zgradama**

koja je moje autorsko delo.

Disertaciju sa svim prilozima predao/la sam u elektronskom formatu pogodnom za trajno arhiviranje.

Moju doktorsku disertaciju pohranjenu u Digitalnom repozitorijumu Univerziteta u Beogradu i dostupnu u otvorenom pristupu mogu da koriste svi koji poštuju odredbe sadržane u odabranom tipu licence Kreativne zajednice (Creative Commons) za koju sam se odlučio/la.

1. Autorstvo (CC BY)
2. Autorstvo – nekomercijalno (CC BY-NC)
- ③ Autorstvo – nekomercijalno – bez prerada (CC BY-NC-ND)
4. Autorstvo – nekomercijalno – deliti pod istim uslovima (CC BY-NC-SA)
5. Autorstvo – bez prerada (CC BY-ND)
6. Autorstvo – deliti pod istim uslovima (CC BY-SA)

(Molimo da zaokružite samo jednu od šest ponuđenih licenci.

Kratak opis licenci je sastavni deo ove izjave).

### **Potpis autora**

U Beogradu, 28.06.2018.

---

- 1. Autorstvo.** Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence, čak i u komercijalne svrhe. Ovo je najslobodnija od svih licenci.
- 2. Autorstvo – nekomercijalno.** Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence. Ova licenca ne dozvoljava komercijalnu upotrebu dela.
- 3. Autorstvo – nekomercijalno – bez prerada.** Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, bez promena, preoblikovanja ili upotrebe dela u svom delu, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence. Ova licenca ne dozvoljava komercijalnu upotrebu dela. U odnosu na sve ostale licence, ovom licencom se ograničava najveći obim prava korišćenja dela.
- 4. Autorstvo – nekomercijalno – deliti pod istim uslovima.** Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence i ako se prerada distribuira pod istom ili sličnom licencom. Ova licenca ne dozvoljava komercijalnu upotrebu dela i prerada.
- 5. Autorstvo – bez prerada.** Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, bez promena, preoblikovanja ili upotrebe dela u svom delu, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence. Ova licenca dozvoljava komercijalnu upotrebu dela.
- 6. Autorstvo – deliti pod istim uslovima.** Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence i ako se prerada distribuira pod istom ili sličnom licencom. Ova licenca dozvoljava komercijalnu upotrebu dela i prerada. Slična je softverskim licencama, odnosno licencama otvorenog koda.