

Miodrag SEKULOVIĆ, Marija NEFOVSKA-DANILOVIĆ

ENERGETSKI PRISTUP U DINAMIČKOJ ANALIZI OKVIRA SA FLEKSIBILNIM VEZAMA

ENERGY APPROACH TO DYNAMIC ANALYSIS OF FRAMES WITH FLEXIBLE CONNECTIONS

Dr Miodrag Sekulović, dipl. građ. inž., redovni profesor u penziji Građevinskog fakulteta u Beogradu.

Rođen je 1939. godine. Diplomirao je 1963., magistrirao 1967. i doktorirao 1973. godine na Građevinskom fakultetu u Beogradu. Naučna i stručna oblast rada: Teorija konstrukcija.

Mr Marija Nefovska-Danilović, dipl. građ. inž., asistent Građevinskog fakulteta u Beogradu.

Rođena je 1972. godine. Diplomirala je 1997., magistrirala 2003. godine na Građevinskom fakultetu u Beogradu. Asistent je na grupi predmeta Teorija konstrukcija. Naučna i stručna oblast rada: analiza ramova sa fleksibilnim vezama, interakcija tla i objekta, vibracije izazvane dejstvom saobraćajnog opterećenja.

Rezime

U radu se razmatra ponašanje višespratnih čeličnih okvira sa fleksibilnim vezama pri dejstvu zemljotresa. Razvijen je numerički model u kojem se vodi računa o nelinearnom ponašanju čvornih veza, tečenju materijala i geometrijskoj nelinearnosti strukture. Fleksibilne čvorne veze su predstavljene pomoću rotacionih opruga na krajevima grednih elemenata, koje su vezane paralelno sa viskoznom prigušivačima. Za simulaciju plastičnog tečenja materijala primenjena je Metoda plastičnih zglobova, pri čemu se pretpostavlja da se plastični zglobovi mogu formirati na krajevima grednih elemenata i u bazi stubova. Plastični zglobovi su takođe predstavljani pomoću rotacionih opruga promenljive krutosti, koje su sa oprugama fleksibilnih čvornih veza vezane redno. Na ovaj način, omogućeno je uzimanje u obzir kombinovanog dejstva fleksibilnosti veza i tečenja materijala na dinamičko ponašanje okvira. Pored konvencionalne analize dinamičkog odgovora, primenjena je i analiza energetskog odgovora sistema i uspostavljena korelacija između odgovarajućih parametara i rezultata ove dve analize. Iz niza sprovedenih numeričkih analiza prikazani su karakteristični rezultati analize sedmospratnog okvira izloženog dejstvu zemljotresa El Centro.

Summary

Dynamic behavior of multistory flexibly connected steel frames under earthquake excitations is studied in this work. The numerical model that simultaneously includes nonlinear connection behavior, member yielding and geometrical nonlinearity of the structure has been developed. A flexibility of connection is idealized by nonlinear rotational spring and dashpot in parallel. The refined-plastic hinge method is adopted to simulate the member plasticity, for which it is assumed to be lumped at the ends of beam elements and base end of columns. A plastic hinge is also idealized by nonlinear rotational spring of degradable stiffness, which is then combined with connection spring to form a resultant spring (spring-in-series). Thus, combined effects of connection flexibility and material yielding on dynamic response of frame structures are taken into consideration. Two types of analysis, traditional time history analysis and energy response analysis are applied. Correlation between corresponding parameters and results of these analyses is established. Transient response of the ductile seven-storey steel frame under El Centro earthquake ground motion is investigated. Characteristic results, for medium intensity of ground motion are presented and discussed.

1. Uvod

Konvencionalne analize i proračuni čeličnih konstrukcija zasnivaju se na pretpostavci o idealnim čvornim vezama: idealno krutim i zglobnim. Brojna eksperimentalna ispitivanja [1-3] su pokazala da su skoro sve čvorne veze manje ili više fleksibilne ili polukrute. Dinamički odgovor okvira sa polukrutim vezama može se u velikoj meri razlikovati od odgovora okvira sa krutim vezama, što je naročito izraženo pri dejstvu zemljotresa velikog intenziteta. U tom slučaju konvencionalne metode proračuna koje podrazumevaju idealne čvorne veze su neadekvatne i ne mogu prikazati realno ponašanje čeličnih okvira.

Fleksibilne čvorne veze imaju sposobnost preuzimanja dela inputne seizmičke energije i njene disipacije kroz histerezisne petlje bez pojave značajnijih oštećenja. Na taj način, fleksibilne čvorne veze mogu redukovati i poboljšati seizmički odgovor konstrukcije.

Generalno, ponašanje čeličnih okvira pri dejstvu zemljotresa je nelinearno. Linearno ponašanje može nastati u slučaju zemljotresa malih intenziteta. Osnovni izvori nelinearnosti su fleksibilne čvorne veze, tečenje materijala i geometrijska nelinearnost strukture i njenih elemenata. Ovi vidovi nelinearnosti su spregnuti, pa je pri dinamičkoj analizi potrebno uzeti u obzir njihovo kombinovano dejstvo na dinamički odgovor sistema. Fleksibilne čvorne veze i tečenje materijala koncentrisani su na krajevima grednih elemenata, dok je geometrijska nelinearnost rezultat kombinovanog dejstva spoljnog opterećenja i deformisane konfiguracije okvira.

Ovaj rad se oslanja na prethodne radove autora i saradnika [4-7], koji se odnose na ponašanje čeličnih okvira sa fleksibilnim vezama. Pored klasičnog direktnog odgovora sistema, primenjen je i energetski odgovor sistema, koji se poslednjih godina sve više koristi za određivanje načina disipacije inputne seizmičke energije sistema. Pošto se deo inputne seizmičke energije, koji se disipira kroz histerezisno nelinearno ponašanje može direktno dovesti u vezu sa oštećenjima konstrukcije, odnosno njenih elemenata, energetska analiza može se smatrati pouzdanim načinom za procenu stepena oštećenja, kao parametra optimalnog projektovanja seizmički otpornih konstrukcija.

2. Energetski odgovor sistema

Jednačine energetskog odgovora sistema mogu se dobiti integracijom jednačina kretanja:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = -\mathbf{M}\mathbf{L}\ddot{\mathbf{u}}_g, \quad (1)$$

uzimajući u obzir da je $d\mathbf{u} = \dot{\mathbf{u}}^T dt$:

$$E_k(t) + E_e(t) + E_D(t) + E_H(t) = E_I(t), \quad (2)$$

gde su:

$$E_k(t) = \int_0^u \mathbf{M}\dot{\mathbf{u}}du = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{u}}^T \mathbf{M}\dot{\mathbf{u}}, \quad (3)$$

$$E_e(t) = \frac{1}{2} \mathbf{u}_e^T \mathbf{K}_o \mathbf{u}_e, \quad (4)$$

$$E_D(t) = \int_0^u \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}du = \int_0^t \dot{\mathbf{u}}^T \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}dt, \quad (5)$$

$$E_H(t) = \int_0^u \mathbf{K}\mathbf{u}du - E_e(t) = \int_0^t \dot{\mathbf{u}}^T \mathbf{K}\mathbf{u}dt - E_e(t), \quad (6)$$

$$E_I(t) = -\int_0^u \mathbf{M}\mathbf{L}\ddot{\mathbf{u}}_g du = -\int_0^t \dot{\mathbf{u}}^T \mathbf{M}\mathbf{L}\ddot{\mathbf{u}}_g dt, \quad (7)$$

dok su $E_k(t)$ kinetička energija, $E_e(t)$ elastična deformaciona energija, $E_D(t)$ energija viskoznog prigušenja, $E_H(t)$ energija histerezisnog prigušenja, $E_I(t)$ seizmička inputna energija; \mathbf{M} , \mathbf{C} , \mathbf{K} matrice masa, prigušenja i krutosti sistema, $\ddot{\mathbf{u}}(t)$, $\dot{\mathbf{u}}(t)$, $\mathbf{u}(t)$ vektor ubrzanja, brzine i pomeranja respektivno, $\ddot{\mathbf{u}}_g(t)$ ubrzanje tla, \mathbf{K}_o elastična matrica krutosti, \mathbf{u}_e vektor elastičnih pomeranja, \mathbf{L} jedinični vektor.

Kinetička energija, koja je proporcionalna kvadratu relativnih brzina je trenutna veličina jer zavisi od vrednosti brzina u posmatranom trenutku vremena. Elastična deformaciona energija proporcionalna je kvadratu elastičnih relativnih pomeranja i takođe predstavlja trenutnu veličinu. Sa druge strane, energija viskoznog prigušenja i energija histerezisnog prigušenja su kumulativne veličine, koje su monotono rastuće funkcije vremena. Energija histerezisnog prigušenja može se prikazati u sledećem obliku:

$$E_H(t) = E_{Hc}(t) + E_{Hp}(t), \quad (8)$$

$$E_{Hc}(t) = \sum_{i=1}^{nc} \left(\int_0^{\theta_{ci}} M_i d\theta_{ci} \right) = \sum_{i=1}^{nc} \left(\int_0^t M_i \dot{\theta}_{ci} dt \right), \quad (9)$$

$$E_{Hp}(t) = \sum_{i=1}^{np} \left(\int_0^{\theta_{pi}} M_i d\theta_{pi} \right) = \sum_{i=1}^{np} \left(\int_0^t M_i \dot{\theta}_{pi} dt \right), \quad (10)$$

gde je E_{Hc} energija histerezisnog prigušenja koja je posledica nelinearnih čvornih veza, E_{Hp} energija histerezisnog prigušenja koja je posledica plastičnog tečenja, $\dot{\theta}_{ci}$ i $\dot{\theta}_{pi}$ brzine rotacije usled fleksibilnih veza i plastičnog tečenja, respektivno, M_i moment savijanja, nc i np broj nelinearnih čvornih veza i plastičnih zglobova. Energija histerezisnog prigušenja i njena raspodela zavise kako od konstruktivnog sistema, tako i od

seizmičkog inputa. Iz jednačine (7) vidi se da je inputna energija proporcionalna relativnim brzinama sistema, a samim tim i krutosti sistema. Međutim, u slučaju duktilnih okvira male spratnosti, inputna energija uglavnom zavisi od karakteristika ubrzanja tla.

Kapacitet i način preraspodele disipativne energije, naročito energije histerezisnog prigušenja imaju veliki značaj za optimalno projektovanje seimički otpornih konstrukcija u skladu sa savremenim kriterijumima projektovanja duktilnih konstrukcija.

3. Konstitutivne veze

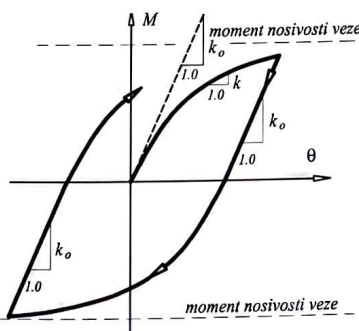
3.1 Fleksibilne veze

Za vezu između momenta savijanja i rotacije pri monotonom opterećenju, usvojen je Richard-Abbott-ov triparametarski model [8]:

$$M = \frac{k_o \theta}{[1 + (\theta/\theta_o)^n]^{1/n}}, \quad (11)$$

gde je k_o početna krutost veze, n parametar $M-\theta$ krive, $\theta_o = M_u / k_o$ referentna rotacija i M_u moment nosivosti veze.

Za simulaciju nelinearnog ponašanja fleksibilnih čvornih veza pri dejstvu cikličnog opterećenja usvojen je model sa nezavisnim ojačanjem, Slika 1. Skeletna kriva u ovom modelu dobijena je na osnovu triparametarskog Richard-Abbott-ovog modela. Ovaj model je jednostavan i može da se primeni za sve slučajeve čvornih veza čeličnih okvira.



Slika 1. Model sa nezavisnim ojačanjem

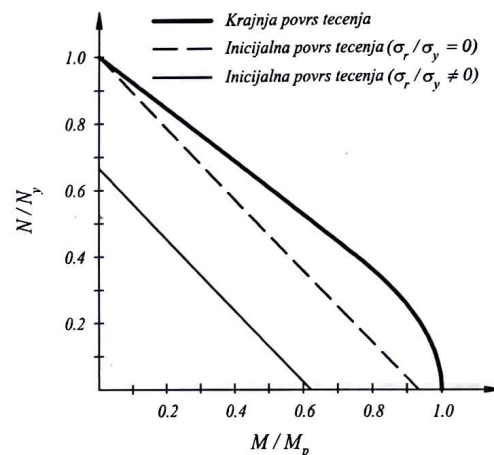
3.2 Plastično tečenje

Za analizu pojave i razvoja plastičnog tečenja, primenjen je postupak plastičnih zglobova sa postepenom plastifikacijom poprečnog preseka, koji su predložili Chan i Chui [9] i ugrađen u postojeći računarski program za nelinearnu dinamičku analizu okvira sa fleksibilnim vezama. Tečenje materijala uzeto je u obzir formiranjem plastičnih zglobova na krajevima grednog

elementa, dok sam element ostaje u domenu linearno elastičnog ponašanja tokom analize. Za određivanje početka plastifikacije preseka, kao i trenutka kada dolazi do potpunog formiranja plastičnog zgloba u preseku usvojen je postupak superpozicije preseka [9], gde se pretpostavlja da rebro poprečnog preseka prihvata aksijalnu silu, dok se preostali deo preseka suprotstavlja momentu savijanja. Uzimajući u obzir uticaj rezidualnih napona, moment na granici tečenja dat je izrazom:

$$M_{yr} = \left(\sigma_y - \sigma_r - \frac{N}{A} \right) W_y, \quad (12)$$

gde je N aksijalna sila, σ_y napon na granici tečenja, σ_r maksimalna vrednost rezidualnog napona, A površina poprečnog preseka i W_y otporni moment preseka.



Slika 2. Normalizovani dijagram $M-N$

Iz uslova ravnoteže preseka pri potpunoj plastifikaciji preseka, dobija se izraz za redukovani moment plastičnosti preseka usled prisustva aksijalne sile. Na osnovu toga može se konstruisati interakcioni dijagram $M-N$, koji je prikazan na Slici 2.

Postepeno formiranje plastičnih zglobova na krajevima grednog elementa predstavljeno je pomoću rotacionih opruga, čija je krutost data izrazom, [9]:

$$k_p = \frac{6EI}{l} \frac{|M_{pr} - M|}{|M - M_{yr}|}, \quad \text{za } M_{yr} \leq M \leq M_{pr} \quad (13)$$

gde je EI fleksiona krutost elementa, l dužina elementa, M_{yr} redukovani moment na granici tečenja usled prisustva rezidualnih napona i M_{pr} redukovani moment plastičnosti preseka usled prisustva aksijalne sile. Krutost opruge se kreće u

intervalu $0 < k_p < \infty$. Ove dve vrednosti predstavljaju dva granična stanja poprečnog preseka: elastično ($k_p = \infty$) i plastično ($k_p = 0$). Veza između momenta savijanja i krivine u poprečnom preseku kod modela sa postepenom plastifikacijom prikazana je na Slici 3.

3.3 Kombinovano dejstvo nelinearnih veza i plastičnih zglobova

Na osnovu prethodno izloženog, vidi se da su i fleksibilne čvorne veze i plastično tečenje pretpostavljeni na isti način, tj. pomoću rotacionih opruga promenljive krutosti, koje su vezane na krajevima grednog elementa. Opruga za nelinearno ponašanje fleksibilnih čvornih veza k_c i opruga za formiranje plastičnih zglobova na krajevima grednog elementa k_p vezane su redno, tako da je krutost rezultujuće opruge k_{cp} data izrazom:

$$\frac{1}{k_{cp}} = \frac{1}{k_c} + \frac{1}{k_p}, \quad (14)$$

ili

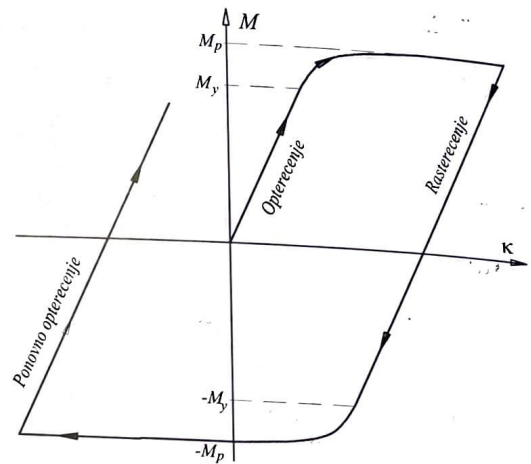
$$k_{cp} = \frac{k_c k_p}{k_c + k_p}. \quad (15)$$

Krutost rezultujuće opruge k_{cp} zavisi od tipa fleksibilne veze, kao i od geometrijskih karakteristika poprečnog preseka grednog elementa. Krutost opruge fleksibilnih veza k_c postoji kada se vrednost momenta savijanja na kraju grednog elementa kreće u intervalu $0 < M < M_u$, gde je M_u granični moment veze, dok krutost opruge plastičnih zglobova k_p postoji kada se vrednost momenta savijanja kreće u intervalu $M_{yr} < M < M_{pr}$, tj. od početne do pune funkcije tečenja, Slika 2. Prema tome, kombinovano dejstvo fleksibilnih veza i plastičnih zglobova moguće je samo kada je granični moment veze M_u veći od momenta na granici tečenja M_{yr} .

4. Formulacija elementa

Na Slici 4a. prikazan je gredni konačni element sa ekscentričnim fleksibilnim vezama i viskoznim prigušivačima. Fleksibilnost čvornih veza predstavljena je pomoću nelinearnih rotacionih opruga, tako što je u obzir uzet samo uticaj momenata savijanja na deformaciju čvornih veza, a zanemaren uticaj aksijalnih i smičućih sila. Matrice krutosti, prigušenja i masa konačnog elementa date su u Ref. [5]. Na Slici 4b. prikazane su opruge krutosti k_c i k_p koje predstavljaju fleksibilnost veza i plastično tečenje, od kojih se prema jednačini (15) formira rezultujuća opruga krutosti k_{cp} . Kada se u konačnom elementu na Slici

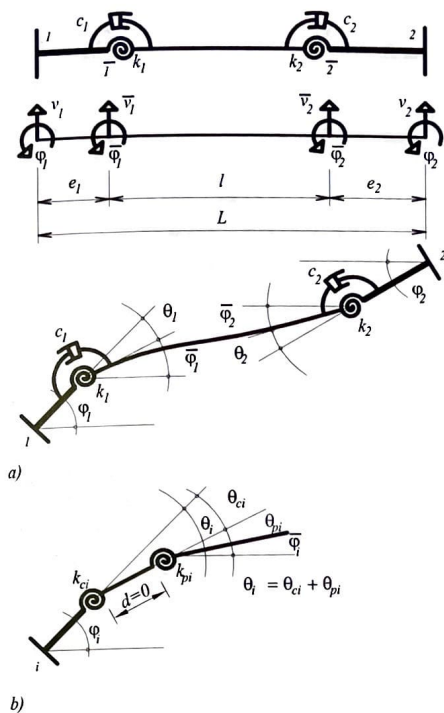
4a. krutosti opruga k_c zamene sa k_{cp} , dobija se konačni element štapa u kome je pored fleksibilnosti i viskoznosti veza uključeno i plastično tečenje na krajevima štapa. Na taj način, primena numeričkog modela proširena je iz domena elastične i u domen plastične analize.



Slika 3. Zavisnost $M - \kappa$ za model sa postepenom plastifikacijom

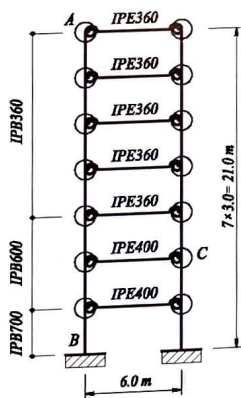
5. Numerički primer

Na Slici 5. prikazan je sedmospratni okvir sa fleksibilnim čvornim vezama tipa TSDWA (Top and Seat angle with Double Web Angle), [9]. Parametri veze su izabrani tako da je moguće aktivirati kombinovano dejstvo fleksibilnih veza i plastičnih zglobova. Okvir je izložen dejstvu prvih 10 sekundi zemljotresa El Centro, pri čemu maksimalno ubrzanje tla iznosi $0.5g$, što predstavlja zemljotres srednjeg intenziteta. Poređenja radi, analiziran je i odgovarajući okvir sa idealno krutim vezama. U oba slučaja usvojeno je viskozno prigušenje preko matrice prigušenja koja je proporcionalna matrici masa i matrici krutosti okvira, pri čemu koeficijent relativnog prigušenja iznosi $\zeta = 0.03$. Efekti teorije drugog reda i rezidualnih napona su takođe uzeti u obzir.



Slika 4. Gredni konačni element

Na Slici 6. prikazana je vremenska istorija horizontalnog pomeranja vrha okvira, za slučaj fleksibilnih i idealno krutih čvornih veza. U oba slučaja javljaju se zaostale deformacije koje su kod okvira sa krutim vezama posledica plastičnih rotacija, a kod okvira sa fleksibilnim vezama posledica velikih rotacija u čvornim vezama.



Slika 5. Sedmospratni okvir

6. Zaključak

Na osnovu teoretskih razmatranja i rezultata analize sedmospratnog okvira očigledno je da fleksibilnost čvornih veza i tečenje materijala mogu bitno uticati na ponašanje okvira pri dejstvu dinamičkog opterećenja. Pomeranja okvira sa fleksibilnim i okvira sa krutim vezama su slična, ali je njihov energetski odgovor različit. Kod okvira sa fleksibilnim vezama dominira energija histerezisnog prigušenja usled fleksibilnih čvornih veza, dok je energija histerezisnog prigušenja usled plastifikacije preseka zanemarljiva, dok je kod

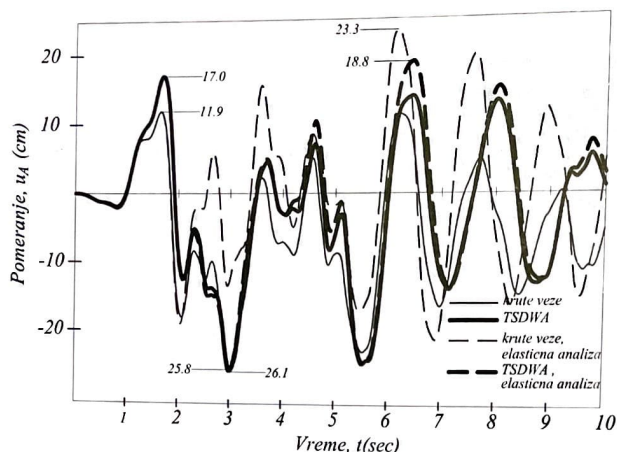
Inputna seizmička energija i energetski odgovor okvira sa krutim i fleksibilnim vezama prikazani su na Slikama 7 i 8. Očigledno je da postoji značajna razlika u energetskom odgovoru okvira sa krutim i fleksibilnim vezama. Nakon prvih 10 sekundi dejstva zemljotresa energija histerezisnog prigušenja usled plastičnog tečenja iznosi 61% inputne energije kod okvira sa krutim vezama, odnosno 5% inputne energije okvira sa fleksibilnim vezama. Energija histerezisnog prigušenja usled nelinearnih fleksibilnih veza iznosi 55% inputne energije okvira sa fleksibilnim vezama. Energija viskoznog prigušenja iznosi 36% i 32% inputne energije okvira sa krutim i fleksibilnim vezama, respektivno. Može se zaključiti da okvir sa fleksibilnim vezama absorbuje veliki deo inputne energije kroz nelinearno ponašanje fleksibilnih veza i veoma mali deo kroz plastično tečenje. Zbog toga je eventualno oštećenje grednih elemenata gotovo zanemarljivo. Sa druge strane, okvir sa krutim vezama absorbuje veliki deo inputne energije kroz plastično tečenje krajeva grednih elemenata, što izaziva oštećenja grednih elemenata. Na Slici 9. prikazane su histerezisne petlje u čvoru C, kao i postupak formiranja plastičnih zglobova okvira sa krutim i fleksibilnim vezama.

Karakteristike preseka:	Karakteristike fleksibilne veze
$E=210 \text{ GPa}$	IPE400 : $M_u = 350 \text{ kNm}$
$\sigma_y = 250 \text{ MPa}$	IPE360 : $M_u = 250 \text{ kNm}$
Gravitaciono opterećenje:	$M_y = 190 \text{ kNm}$
$p = 40 \text{ kN/m}$ - poslednja etaza	$M_{pr} = 330 \text{ kNm}$
$p = 50 \text{ kN/m}$ - ostale etaze	IPE360 :
Konc. mase na poslednjoj etazi:	$M_y = 158 \text{ kNm}$
$M = 12 \text{ kNs}^2/\text{m}$	$M_{pr} = 245 \text{ kNm}$
Ostale konc. mase:	Svojsveni periodi:
$M = 15 \text{ kNs}^2/\text{m}$	Rigid: $T_1 = 1.37 \text{ s}, T_2 = 0.420 \text{ s}, T_3 = 0.207 \text{ s}$
	Semirigid: $T_1 = 1.52 \text{ s}, T_2 = 0.458 \text{ s}, T_3 = 0.218 \text{ s}$

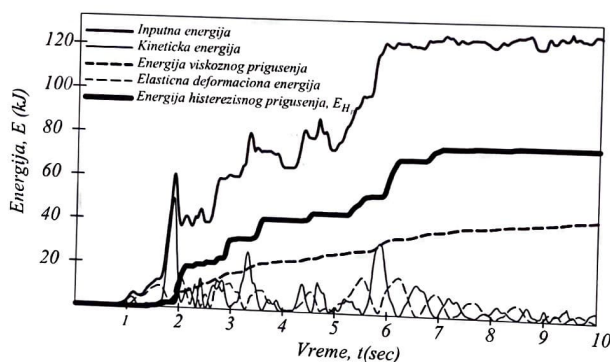
okvira sa krutim vezama dominantna energija histerezisnog prigušenja usled plastifikacije preseka, što prouzrokuje oštećenja grednih elemenata. Dakle, pravilno projektovani okviri sa fleksibilnim vezama pri dejstvu zemljotresa srednjeg inentenziteta imaju veoma mala ili čak nikakva oštećenja grednih elemenata.

Fleksibilne čvorne veze su prisutne u realnim konstrukcijama. One su u stanju da absorbuju veliki deo inputne seizmičke energije i tako smanje oštećenja konstrukcije. Zbog toga je u seizmički aktivnim zonama upotreba okvira sa

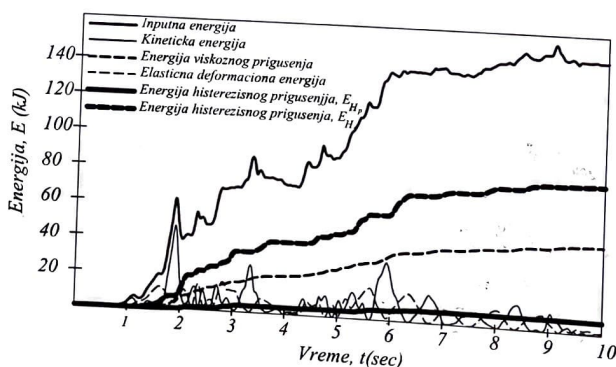
fleksibilnim vezama racionalnije rešenje od okvira sa krutim vezama.



Slika 6. Vremenska istorija horizontalnog pomeranja vrha okvira



Slika 7. Energetski odgovor okvira sa krutim vezama



Slika 8. Energetski odgovor okvira sa fleksibilnim vezama

7. Literatura

[1] Jones SW, Kirby PA, Nethercot DA. The analysis of frames with semi-rigid connections a state-of-the-art report. *Journal of Constructional Steel Research* 1983; **3** (2):2-13.
 [2] Nethercot DA. Steel beam-to-column connections – a review of test data. London: CIRIA, 1985.
 [3] Davission JB, Kirby PA, Nethercot DA. Rotational stiffness characteristics of steel beam-to-column connections. *Journal Constructional Steel Research* 1987; **8**: 17-54.
 [4] Sekulovic M, Salatic R. Nonlinear analysis of frames with flexible connections. *Computers and Structures* 2001; **79**(11): 1097-107.

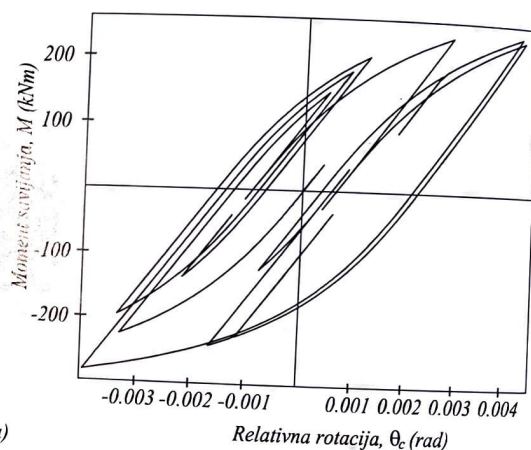
[5] Sekulovic M, Salatic R, Nefovska M. Dynamic analysis of steel frames with flexible connections. *Computers and Structures* 2002; **80**: 935-55.

[6] Sekulovic M, Salatic R, Mandic R, Nefovska M. Energy dissipation in steel frames with semirigid connection. 12th European conference on earthquake engng. London 2002, paper No 105.

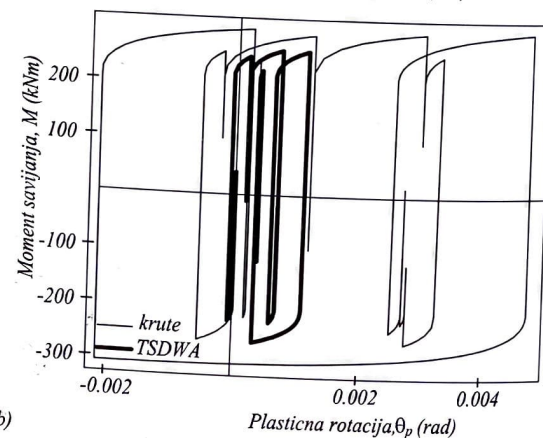
[7] Sekulovic M, Nefovska-Danilovic M. Static inelastic analysis of steel frames with flexible connections. *Theoret. Appl. Mech.*, 2004; **31**(11): 101-134.

[8] Richard RM, Abbott BJ. Versatile elastic-plastic stress-strain formula. *Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE* 1975; **101**(EM4): 511-15

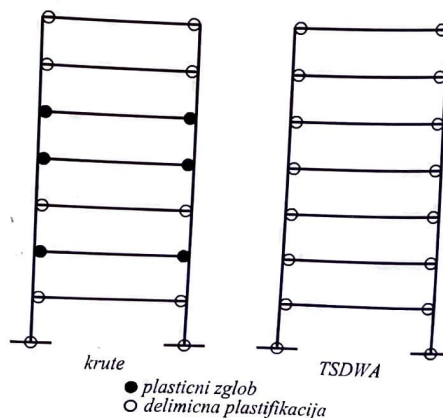
[9] Chan SL, Chui PPT. *Nonlinear static and cyclic analysis of steel frames with semi-rigid connections*. Elsevier; 2000.



a)



b)



c)

Slika 9. Histerzijsne petlje u čvoru C: a) veza $M-\theta_c$, b) veza $M-\theta_p$, c) razvoj plastičnih zglobova