

**UNDER THE AUSPICES OF:**

**The Republic of Serbia / Ministry of Education  
University of Niš  
Faculty of Architecture and Civil Engineering of Niš  
The Faculty of Mechanical engineering of Niš  
Faculty of Sciences and Mathematics of Niš  
The Faculty of Occupational Safety of Niš  
Donors**

**POKROVITELJI:**

**Ministarstvo prosvete Republike Srbije  
Univerzitet u Nišu  
Građevinsko-arhitektonski fakultet u Nišu  
Mašinski fakultet u Nišu  
Prirodno-matematički fakultet u Nišu  
Fakultet zaštite na radu u Nišu  
Donatori**



24<sup>th</sup> national and 1<sup>st</sup> international scientific conference  
24. nacionalni i 1. međunarodni naučni skup

**moNGeometrija 2008**

**PROCEEDINGS | ZBORNİK RADOVA**

September 25<sup>th</sup> - 27<sup>th</sup> 2008

24<sup>th</sup> national and 1<sup>st</sup> international scientific conference  
24. nacionalni i 1. međunarodni naučni skup

## **moNGeometrija 2008**

**Publisher | Izdavač**

**Faculty of Architecture and Civil Engineering in Niš  
Građevinsko-arhitektonski fakultet u Nišu**

Serbian Society for Geometry and Graphics  
Srpsko udruženje za geometriju i grafiku  
**SUGIG**

**Title of Publication | Naziv publikacije**

PROCEEDINGS | ZBORNIK RADOVA

**Reviewers | Recenzenti**

Hranislav Anđelković, PhD  
Miroslav Marković, PhD  
Biserka Marković, PhD  
Ljubica Velimirović, PhD

**Editor-in-Chief | Glavni urednik**

Biserka Marković, PhD

**Co-Editor | Zamenik urednika**

Sonja Krasić, PhD

**Text formatting | Tehnička obrada teksta**

Vladan Nikolić

**ISBN 978-86-80295-83-1**

Number of copies printed | Tiraž: 100 primeraka / CDs  
Printing | Štampa: M-COPS Niš

Izdavač zadržava sva prava. Reprodukcija pojedinih delova ili celine ove publikacije nije dozvoljena.

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced without either the prior written permission of the publisher.

**Scientific committee | Naučni odbor**

Stachel Hellmuth, PhD  
Weiss Gunter, PhD  
Natasha Danilova, PhD  
Hubert Gollek, PhD

**Organization committee | Organizacioni odbor**

Biljana Predić, PhD  
Dragan Aranđelović, PhD  
Jovan Mandić, architect  
Mića Stanković, PhD  
Mihailo Đurđanović, PhD  
Ljiljana Radović, PhD  
Ljubica Velimirović, PhD  
Hranislav Anđelković, PhD  
Miroslav Marković, PhD  
Biserka Marković, PhD

**Executive committee | Izvršni odbor**

Biserka Marković, PhD  
Hranislav Anđelković, PhD  
Miroslav Marković, PhD  
Sonja Krasić, PhD  
Ljubica Velimirović, PhD  
Ljiljana Radović, PhD  
Mihailo Đurđanović, PhD

## CONTENTS | SADRŽAJ

Foreword   Predgovor .....	13
<b>Aleksandar Čučaković, Magdalena Dimitrijević</b> NAČIN ODREĐIVANJA TANGENTI U SINGULARNOJ TAČKI PROSTORNE KRIVE 4.REDA .....	16
ONE PROCEDURE FOR DETERMINATION OF TANGENTS IN THE SINGULAR (DOUBLE) POINT OF SPATIAL CURVE OF 4 <sup>TH</sup> ORDER (english summary).....	24
<b>Aleksandar Čučaković, Magdalena Dimitrijević</b> VARIJANTE MEĐUSOBNOG POLOŽAJA DIREKTRISA KOSOG JEDNOGRANOG ELIPTIČKOG HIPERBOLOIDA .....	25
VARIETIES OF SPATIAL SETTING OF DIRECTRICES OF OBLIQUE ELLIPTICAL HYPERBOLOID(english summary).....	37
<b>Marija Ćirić</b> GRAPHICAL PRESENTATION OF SOME CONSTANT MEAN CURVATURE SURFACES.....	38
GRAFIČKI PRIKAZ NEKIH POVRŠI KONSTANTNE SREDNJE KRIVINE (rezime na srpskom) .....	47
<b>Natasha K. Danailova</b> FRACTAL GEOMETRY - SYNTHESIS OF ART AND SCIENCE .....	48
FRAKTALNA GEOMETRIJA - SINTEZA UMETNOSTI I NAUKE (rezime na srpskom) .....	60
<b>Hubert Gollek</b> PROJECTIVE DUALS OF NULL CURVES.....	61
PROJEKTIVNI DUALI NUL KRIVA (rezime na srpskom) .....	75
<b>Lozica Ivanović, Danica Josifović, Zoran Ivanović</b> MODELIRANJE I VIZUELIZACIJA GEROTORSKIH PUMPI .....	76
MODELING AND VISUALIZATION OF THE GEROTOR PUMPS (english summary).....	86

<b>Milorad Janić, Dragomir Grujović, Gordana Djukanović</b> PRIMENA INŽENJERSKE GRAFIKE U PEJZAŽNOM PROJEKTOVANJU .....	87
USAGE OF ENGINEERING GRAPHICS IN LANDSCAPE PROJECTION (english summary).....	94
<b>Milorad Janić, Dragomir Grujović, Gordana Djukanović</b> MODELOVANJE ELEMENATA PEJZAŽNOG PROJEKTOVANJA .....	95
MODELLING OF ELEMENTS IN LANDSCAPE PROJECTION (english summary).....	103
<b>Marijana Kalabić</b> KONUSNA ANAMORFOZA .....	104
CONE ANAMORPHOSES (english summary).....	116
<b>Vladimir Kubet, Milena Krklješ, Ksenija Hiel</b> GEOMETRIJA UGAONIH OBJEKATA MODERNE U NOVOM SADU .....	117
GEOMETRY OF CORNER BUILDINGS FROM MODERNA PERIOD IN NOVI SAD (english summary).....	123
<b>Sonja Krasić, Vladan Nikolić</b> DETERMINATION OF ABSOLUTE CONIC FIGURE IN GENERAL COLLINEAR SPACES .....	124
ODREĐIVANJE SLIKE APSOLUTNE KONIKE U OPŠTE KOLINEARNIM POLJIMA (rezime na srpskom) .....	135
<b>Sonja Krasić, Vladan Nikolić</b> MAPPING A SPHERE INTO A SPHERE WITH THE AID OF THE ABSOLUTE CONIC OF SPACE IN THE GENERAL COLLINEAR SPACES .....	136
PRESLIKAVANJE SFERE U SFERU POMOĆU APSOLUTNE KONIKE PROSTORA U OPŠTE KOLINEARNIM PROSTORIMA (rezime na srpskom) .....	143

<b>Sonja Krasić, Vladan Nikolić</b> MAPPING OF A SPHERE INTO A ROTATIONAL ELLIPSOID WITH THE AID OF THE ABSOLUTE CONIC OF SPACE IN GENERAL COLLINEAR SPACES .....	144
PRESLIKAVANJE SFERE U ROTACIONI ELIPSOID POMOĆU APSOLUTNE KONIKE PROSTORA U OPŠTE KOLINEARNIM PROSTORIMA (rezime na srpskom) .....	154
<b>Biserka Marković, Marija Jevrić, Vladan Nikolić</b> DETERMINING THE CHARACTERS OF INFINITELY DISTANT POINTS OF 4 <sup>th</sup> ORDER CURVE MADE BY THE SQUARE TRANSFORMATION IN AFFINED PENCIL OF CONIC IH .....	155
OREĐIVANJE KARAKTERE BESKONAČNO DALEKIH TAČAKA KRIVE 4. REDA NASTALE KVADRATNOM TRANSFORMACIJOM U AFINOM PRAMENU KONIKA IH (rezime na srpskom).....	168
<b>Slobodan Mišić, Marija Obradović</b> KONKAVNA KUPOLA NAD HENDEKAGONALNOM OSNOVOM .....	169
CONCAVE CUPOLA WITH HENDECAGONAL BASE (english summary) .....	179
<b>Branko Malešević</b> APPLICATIONS OF GROEBNER BASES IN COMPUTER GRAPHICS .....	180
PRIMENA BAZISA GROEBNER U KOMPJUTERSKOJ GRAFICI (rezime na srpskom) .....	186
<b>Milan Mitić, Biljana Jović, Aleksandar Čučaković</b> PREDLOZI ZA UNAPREĐENJE PRIMENE NACRTNE GEOMETRIJE U NASTAVNOM PROCESU NA ODSEKU ZA PEJZAŽNU ARHITEKTURU, ŠUMARSKOG FAKULTETA, UNIVERZITETA U BEOGRADU .....	187
SUGGESTIONS FOR IMPROVED APPLYING OF DESCRIPTIVE GEOMETRY THROUGH TEACHING AT DEPARTMENT FOR LANDSCAPE ARCHITECTURE, FACULTY OF FORESTRY, UNIVERSITY OF BELGRADE (english summary) .....	197



<b>Miodrag Nestorović, Aleksandar Čučaković, Biljana Jović</b> GEOMETRIJSKA KORELACIJA NABORANIH PROSTORNIH STRUKTURA U FUNKCIJI BIONIKE .....	198
GEOMETRICAL CORRELATION FOLDED SPACE STRUCTURES IN FUNCTION OF BIONIC (english summary) .....	208
<b>Marija Obradović, Slobodan Mišić</b> PREVOĐENJE KONKAVNIH KUPOLA DRUGE VRSTE U TRIDIMENZIONALNE KONSTRUKTIVNE SISTEME - PROSTORNE REŠETKE .....	209
TRANSPOSING THE CONCAVE CUPOLAE OF SECOND SORT INTO TRIDIMENSIONAL SPATIAL STRUCTURES - SPACE FRAMES (english summary) .....	221
<b>Marija Obradović, Maja Petrović</b> PROSTORNA INTERPRETACIJA HÜGELSCHÄFFER-OVE KONSTRUKCIJE JAJASTE KRIVE .....	222
THE SPATIAL INTERPRETATION OF HÜGELSCHÄFFER'S CONSTRUCTION OF THE EGG CURVE (english summary) .....	232
<b>Ratko Obradović, Branislav Beljin</b> MODELING TRANSITIONAL DEVELOPABLE SURFACES IN COMPUTER GRAPHICS - TRANSITION FROM POLYGON TO POLYGON .....	233
MODELIRANJE PRELAZNIH RAZVOJNIH POVRŠI U KOMPJUTERSKOJ GRAFICI - PRELAZ SA POLIGONA NA POLIGON (rezime na srpskom).....	243
<b>Branislav Popkonstantinović, Zorana Jelić, Vladimir Čalić</b> KONSTRUKTIVNA GEOMETRIJA I KINEMATIKA MEHANIČKIH ČASOVNIKA .....	244
THE CONSTRUCTIVE GEOMETRY AND KINEMATICS OF MECHANICAL CLOCKS (english summary).....	259

<b>Branislav Popkonstantinović, Dragan Petrović</b> OSNOVNI PRINCIPI I KONSTRUKTIVNA REŠENJA KOMPENZACIJE TEMPERATURSKE DILATACIJE KLATNA .....	260
BASIC PRINCIPLES AND CONSTRUCTIVE SOLUTIONS OF THE COMPENSATION OF THE PENDULUM TEMPERATURE DILATATION (english summary)	270
<b>Branislav Popkonstantinović, Nikola Mladenović</b> EVOLUCIJA ZAPREČNO-IMPULSNIH MEHANIZAMA KROZ VEKOVE.	271
THE ESCAPEMENT MECHANISMS EVOLUTION THROUGH THE CENTURIES (english summary).....	287
<b>Branislav Popkonstantinović, Aleksandar Čučaković</b> PROJEKAT I KONSTRUKCIJA VELIKOG WESTMINSTERSKOG ČASOVNIKA .....	288
THE PROJECT AND CONSTRUCTION OF THE GREAT CLOCK OF WESTMINSTER (english summary).....	304
<b>Ljiljana Radović, Slavik Jablan</b> VIZUELNA KOMUNIKACIJA KROZ VIZUELNU MATEMATIKU .....	305
VISUAL COMMUNICATION THROUGH VISUAL MATHEMATICS.....	315
<b>Zoran Rastović, Radovan Štulić, Radovan Jelača</b> STRUKTURA NASTAVE CAD-A METODOM MINIMALNO GEOMETRIJE MAKSIMALNO TIPSKIH FORMI U OSNOVNIM I SREDNJIM ŠKOLAMA I GIMNAZIJAMA .....	316
THE STRUCTURE OF THE CAD-LECTURES - THE USE OF THE METHOD "MINIMUM OF GEOMETRY AND MAXIMUM OF THE FEATURES" IN PRIMARY, SECONDARY AND GRAMMAR SCHOOLS (english summary).....	326
<b>Vesna Stojaković, Predrag Šidanić</b> STRUKTURALIZACIJA I OBRADA ATRIBUTA ARHITEKTONSKOG OBJEKTA RADI KREIRANJA IDEALIZOVANOG 3D MODELA .....	327
STRUCTURING AND PROCESSING ARCHITECTURE OBJECT ATTRIBUTES IN PURPOSE OF CREATING IDEALIZED 3D MODEL (english summary).....	335

<b>Tima Segedinac, Milan Segedinac</b> KONSTRUKTIVNA GEOMETRIJA U FUNKCIJI OBRADE SLIKE NA RAČUNARU .....	336
DESCRIPTIVE GEOMETRY AND FINISHING PICTURE ON THE COMPUTER (english summary).....	343
<b>Predrag S. Stanimirović, Marko D. Petković, Milan Zlatanović</b> VISUALIZATION IN OPTIMIZATION WITH MATHEMATICA .....	344
VIZUALIZACIJA I OPTIMIZACIJA U PROGRAMSKOM PAKETU MATHEMATICA (english summary).....	355
<b>Radovan B. Štulić, Vesna Z. Stojaković</b> ON POSSIBLE MODIFICATIONS OF DESCRIPTIVE GEOMETRY TOPICS - ARCHITECTURAL CURRICULA BASED UPON COMPETENCES AND LEARNING OUTCOMES .....	356
O MOGUĆIM MODIFIKACIJAMA NASTAVE NACRTNE GEOMETRIJE U SKLADU SA NASTAVNIM PLANOM STUDIJA ARHITEKTURE ZASNOVANIM NA KOMPETENCIJAMA I ISHODIMA UČENJA (rezime na srpskom).....	364
<b>Risto Taševski</b> PROJEKCIJE 4D POVRŠI .....	365
PROJECTIONS OF 4D SURFACES (english summary).....	373
<b>Bojana Todorović</b> CONSTRUCTION OF MINIMAL SURFACES .....	374
KONSTRUKCIJA MINIMALNIH POVRŠI (rezime na srpskom).....	382
<b>Ljubica Velimirović, Svetozar Rančić, Milan Zlatanović</b> GRAPHICAL PRESENTATIONS OF INFINITESIMAL BENDING OF CURVES .....	383
GRAFIČKO PREDSTAVLJANJE BESKONAČNO MALOG SAVIJANJA NEKIH KRIVIH (rezime na srpskom).....	393
<b>Ljubica Velimirović, Milica Cvetković</b> DEVELOPABLE SURFACES AND APPLICATIONS .....	394
RAZVOJNE POVRŠI I PRIMENE (rezime na srpskom).....	403

<b>Ljubica Velimirović, Predrag Stanimirović, Milan Zlatanović</b> GEOMETRY USING PROGRAM PACKAGE <i>MATHEMATICA</i> .....	404
<b>GEOMETRIJA UZ KORIŠĆENJE PAKETA</b> <i>MATHEMATICA</i> (rezime na srpskom).....	413
<b>Gunter Weiss</b> DESCRIPTIVE GEOMETRIC MAPPINGS - A TOOL FOR ELEGANT PROOFS .....	414
<b>PRESLIKAVANJA IZ NACRTNE GEOMETRIJE -</b> ALAT ZA ELEGANTNE DOKAZE (rezime na srpskom).....	425
<b>Biljana Jović, Branislav Popkonstantinović,</b> <b>Aleksandar Čučaković, Marija Jevrić</b> KLASIFIKACIJA STEREOGRAMA .....	426
CLASSIFICATION OF STEREOGRAMS (english summary).....	435
<b>Hellmuth Stachel</b> THE INFLUENCE OF THE GEOMETRY ON RIGIDITY OR FLEXIBILITY (english summary).....	436
<b>UTICAJ GEOMETRIJE NA KRUTOST I</b> FLEKSIBILNOST(rezime na srpskom).....	436
<b>Ivana Marcikić</b> NASTAVA GEOMETRIJE NA FAKULTETU PRIMENJENIH UMETNOSTI U BEOGRADU .....	437
<b>Ivana Marcikić</b> MESTO NACRTNE GEOMETRIJE I PERSPEKTIVE U VISOKOM ŠKOLSTVU - BOLONJSKA DEKLARACIJA I POSLEDICE .....	439

## FOREWORD

There is almost four decades long tradition in organizing scientific conferences on descriptive geometry, all the way since the year 1953. The national conferences were held under different titles and organized by, then Yugoslav and later on Serbian, national societies for descriptive geometry. The conferences have been held, as a rule, once in a two years period.

The city of Nis hosted 10<sup>th</sup> conference in 1975. while celebrating 10<sup>th</sup> anniversary of University of Nis. In the year 2000. Nis hosted the conference again, this time celebrating 35<sup>th</sup> anniversary of the University. Upon foundation of Yugoslav society for descriptive geometry (JUNGIG), organization of scientific conferences has become one of the primary tasks for its members. The scope of activities was, and has remained, quite broad: education issues, human resources, the status of descriptive geometry in educational system. However, the first of all tasks remained to be presenting scientific achievements in the field of descriptive geometry.

Year by year, there is increasing number of fields that are supported by applied descriptive geometry, while submitted conference papers cover ever longer list of topics. Thus significance, actuality and longevity of descriptive geometry are being confirmed all over again. Its methods and graphical representations remain applicable even today. New software packages rely on the principles of descriptive geometry and help us visualize solutions to numerous technical problems.

Our publishing activities have begun by circulating assorted papers in the form of abstracts, followed by release of national conference Proceedings. In order to push our achievements and communication over national level, and to open wide our issues to international community, here we are with Proceedings of The First International Conference organized by Serbian Society for Descriptive Geometry.

Hereby we express our gratitude to members of Scientific Board, particularly our foreign colleagues for their understanding, support and cooperation.

Editor,  
Prof Biserka Markovic, Ph.D.

## PREDGOVOR

Tradicija održavanja stručno-naučnih skupova za nacrtanu geometriju duga je skoro četiri decenije, od 1953. godine do danas. Pod različitim nazivima, najpre u okviru bivše jugoslovenske, zatim državne zajednice Srbije i Crne Gore, danas kao aktivnost srpskog udruženja, UNGIG, za nacrtanu geometriju i kompjutersku grafiku, skup se po pravilu održava svake druge godine.

Niš je, 1975. godine, između ostalih, bio domaćin jubilarnog X Savetovanja, u godini proslave jubileja Univerziteta u Nišu - 15 godina visokoškolske nastave i 10 godina Univerziteta u Nišu. Sticajem okolnosti, 2000. godine, poklopila su se tri jubileja: XX Savetovanje, 40 godina visokoškolske nastave u Nišu i 35 godina Univerziteta u Nišu.

Po osnivanju jugoslovenskog udruženja, JUNGIG-a, ovo postaje jedna od stručnih aktivnosti udruženja. Sadržaj rada je bio i ostaje kompleksan: problemi edukacije, kadrovska pitanja, status nactne geometrije, ali pre svega saopštavanje stručnih i naučnih dostignuća.

Iz godine u godinu širi se spektar oblasti u kojima je geometrija našla svoju primenu i prezentuju radovi sa različitom tematikom. Tako se potvrđuje značaj, stalna aktuelnost i opravdava trajanje ove naučne discipline. Tradicionalno dugovečna geometrija, njena grafička-nacrtna praksa, naučno utemeljena, široko je primenljiva. Stoji pred novim kompjuterskim programima, koje treba da svojim rešenjima predvodi, kontroliše i u određenim segmentima koristi, kako bi pomogla da imaginacija tehničkih problema dobije što verniju vizuelizaciju.

Istorijat izdavaštva radova ovih naučnih skupova počinje od separatnih tekstova, štampanih u izvodima, nekad u celini, preko, relativno skromnih brošura, do Zbornika radova nacionalnog značaja sa međunarodnim učešćem. Odgovarajući potrebi da naše stvaralaštvo i komunikacije prerastu nacionalne okvire i što šire se otvore prema međunarodnim tokovima, ovo je Zbornik radova prve međunarodne Konferencije srpskog Udruženja.

Najsrdahnije zahvaljujemo članovima Naučnog odbora, pre svega cenjenim inostranim kolegama, za razumevanje, podršku i saradnju.

Urednik,  
prof. dr Biserka Marković



## VARIJANTE MEĐUSOBNOG POLOŽAJA DIREKTRISA KOSOG JEDNOGRANOG ELIPTIČKOG HIPERBOLOIDA

Aleksandar Čučaković<sup>3</sup>  
Magdalena Dimitrijević<sup>4</sup>

### REZIME

*Kosi jednograni eliptički hiperboloid (KJEH) se zadaje sa tri konačne, međusobno mimoilazne, prave u prostoru, čije su transversale izvodnice površi. Poznato je da je KJEH površ sa dva sistema izvodnica, kod kojih svaka izvodnica iz jednog sistema seče sve izvodnice drugog sistema. Stoga se tri transversale - izvodnice jednog sistema biraju za tri vodilje drugog sistema. Ukupno šest vodilja u prostoru formira prostorni šestostranik (ili šestotemenik). Za nosač prostornog šestostranika se može usvojiti četvorostrana / šestostrana prizma (pravilne ili nepravilne osnove), ili četvorostrana / šestostrana zarubljena piramida. Ivice šestostranika, u slučaju četvorostrane prizme / zarubljene piramide, mogu biti šest njenih ivica, ili dve ivice i četiri dijagonale strana omotača. Ako je nosač šestostrana prizma / šestostrana zarubljena piramida, ivice šestostranika (vodilje) su dijagonale njenih šest strana omotača.*

Ključne reči: kosi jednograni eliptički hiperboloid KJEH, nosači vodilja, prostorni šestotemenik, asimptotski konus

---

<sup>3</sup> Dr Aleksandar Čučaković, d.i.a., vanr.prof., Građevinski fakultet, Beograd

<sup>4</sup> Mr Magdalena Dimitrijević, d.i.a., asistent, Građevinski fakultet, Beograd



## 1. UVOD

Poznato je da se pravoizvodna površ - kosi jednograni eliptički hiperboloid, kao najopštiji slučaj površi tipa jednogranog hiperboloida, može zadati sa tri konačne, međusobno mimoilazne prave, proizvoljnog položaja u prostoru. Ove tri prave su vodilje ili direktrise, čije su transverzale izvodnice kosog jednogranog eliptičkog hiperboloida. Kako je kosi jednograni eliptički hiperboloid površ drugog stepena, sa dva sistema izvodnica, ako se bilo koje tri izvodnice jednog sistema uzmu za vodilje, izvodnice drugog sistema biće transverzale za te tri izvodnice (vodilje prvog sistema), i obrnuto.

U radu će biti prikazane varijante prostornih šestostranika, koje obrazuju vodilje površi (dva puta po tri vodilje iz različitih sistema izvodnica), "upisane" u nosač - četvorostranu / šestostranu prizmu ili piramidu. Cilj je da se prikaže jednostavan i praktičan način zadavanja površi, kojim se unapred mogu odrediti i neki njeni parametri.

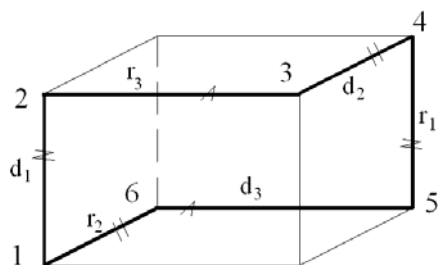
Podela je izvršena prema vrsti nosača (prizma ili piramida), broju njegovih strana, obliku osnove nosača i međusobnom položaju odgovarajućih parova vodilja iz različitih sistema izvodnica (seku se u konačnosti ili beskonačnosti).

## 2. NOSAČI VODILJA POVRŠI KJEH

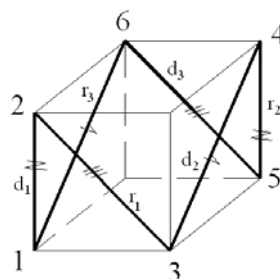
Kod pravoizvodnih površi 2.stepena, sa dva sistema izvodnica važi uslov da sve izvodnice jednog sistema seku sve izvodnice drugog sistema. Tri para vodilja površi KJEH obrazuju prostorni šestotemenik nosača koji se može upisati u: četvorostranu / šestostranu (pravilnu ili zarubljenu) prizmu ili piramidu. U tabeli 1 je dat pregled nekih tipova nosača i njihovih prostorno-geometrijskih karakteristika. Za vodilje površi su izabrane ivice i dijagonale omotača nosača u varijantama prostornog rasporeda, u skladu sa vrstom nosača.

Poznato je da u slučaju kada vodilje u prostoru zaklapaju jednak ugao prema ravni upravnoj na osovini površi i imaju jednaka najkraća -normalna rastojanja, nastaje jednograni rotacioni hiperboloid, te su u ovoj analizi izostavljeni nosači: prava pravilna šestostrana prizma i horizontalnom ravni zarubljena pravilna piramida, čije dijagonale šest strana omotača, zadovoljavaju ovaj uslov.

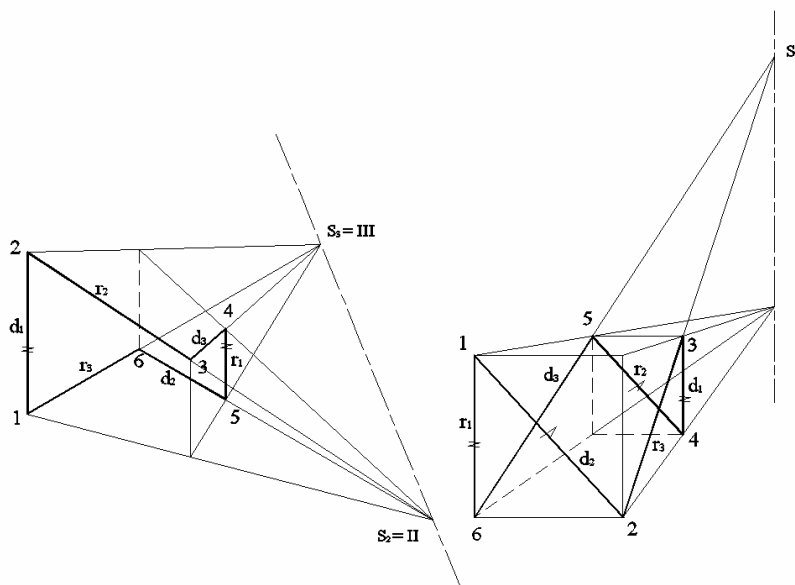
Četvorostrane prizme :



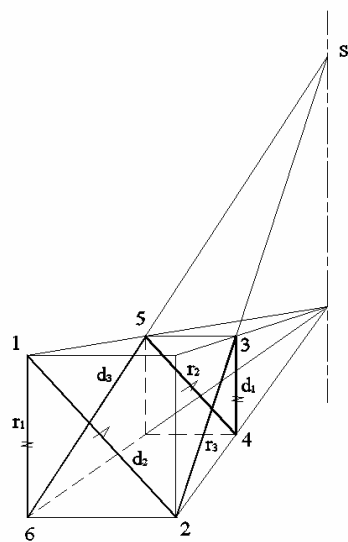
sl.1



sl.2

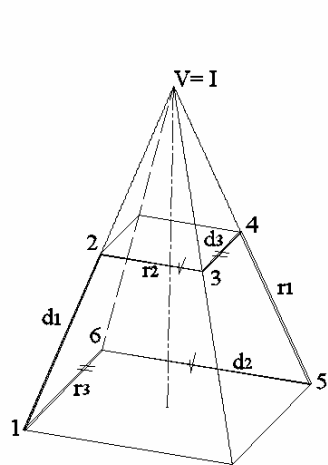


sl.3

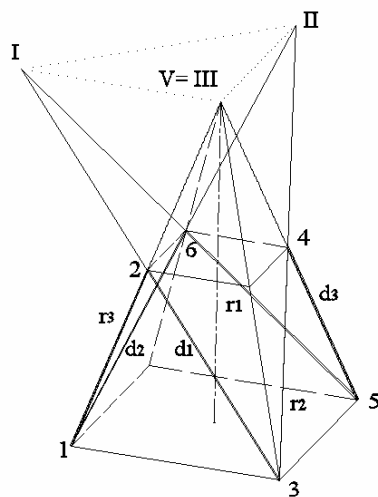


sl.4

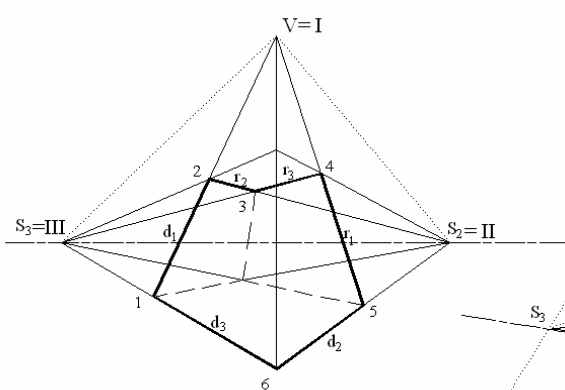
Četvorostrane piramide:



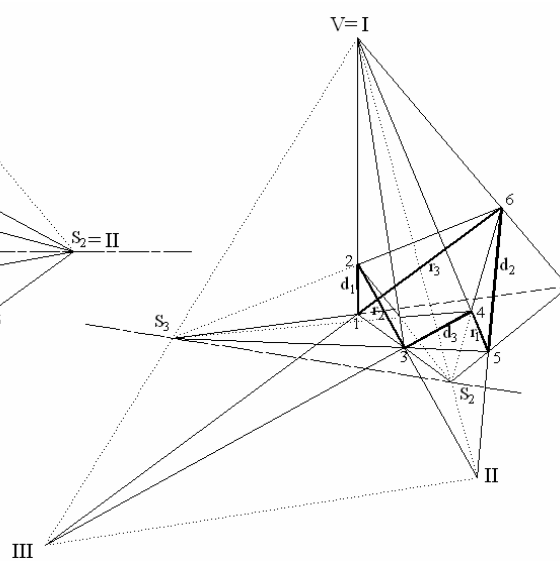
sl.5



sl.6

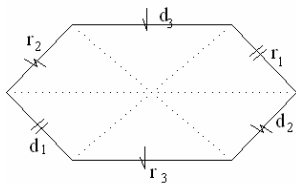
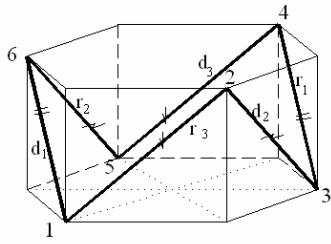


sl.7

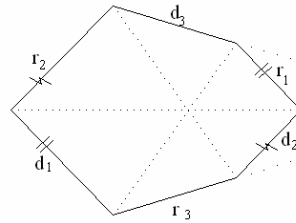
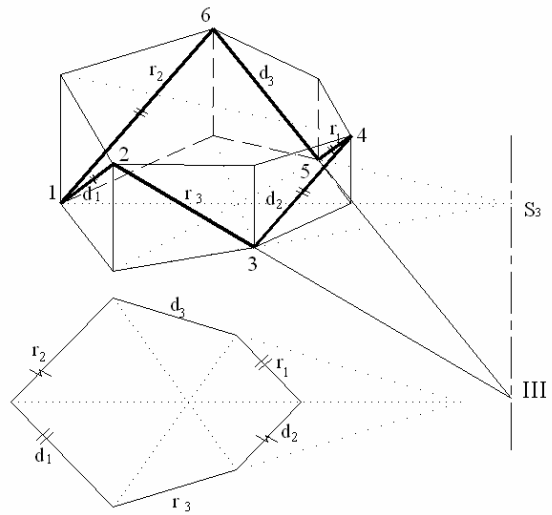


sl.8

Šestostrane prizme:

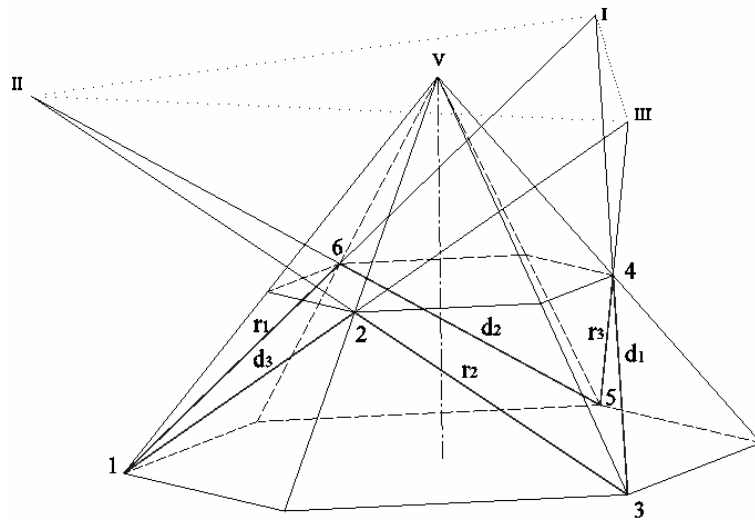


sl. 9



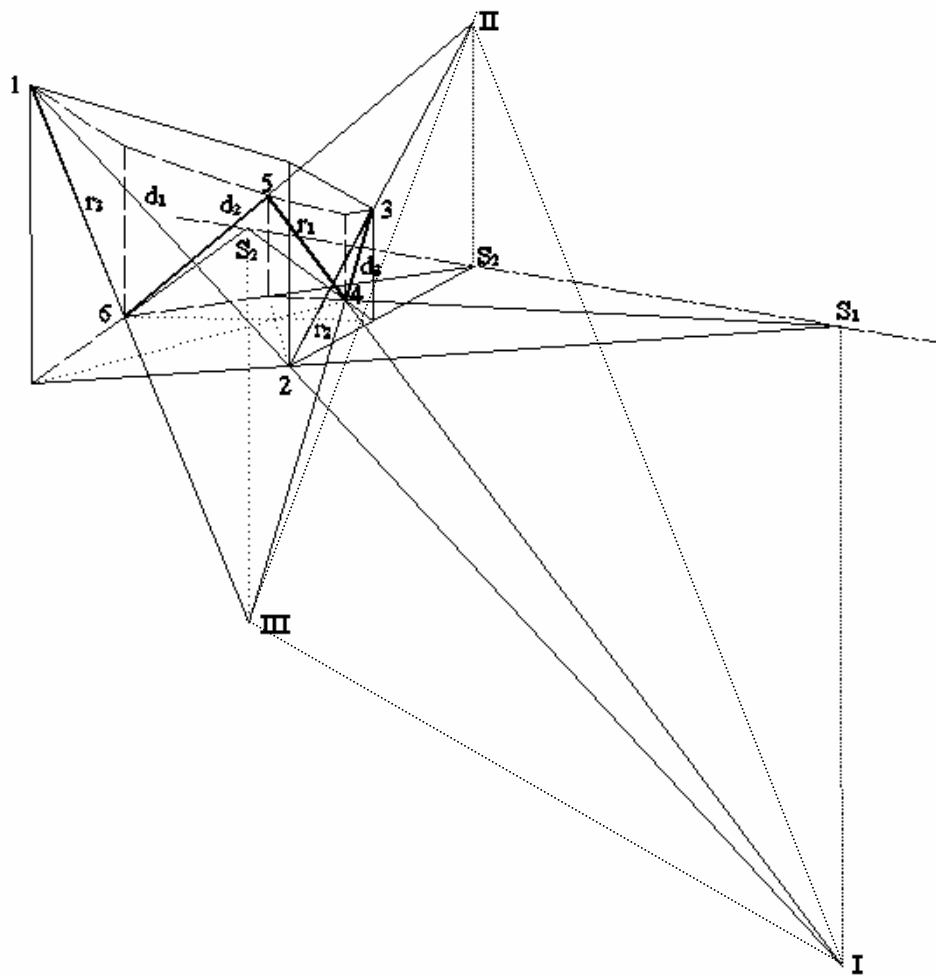
sl. 10

Šestostrana piramida:



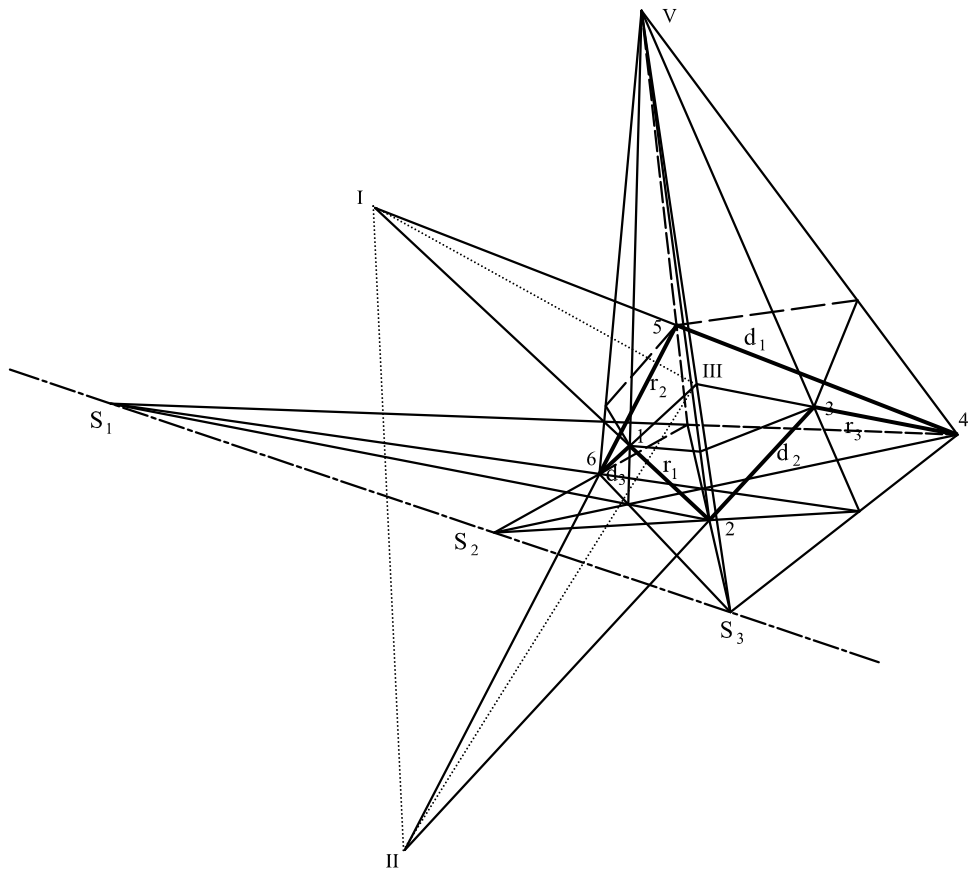
sl. 12

Šestostrana prizma:



sl.11

Šestostrana piramida:



*sl.13*

Tabela 1

r.br. sl.	Vrsta nosača prizma/piramida	Br. strana nosača	Presek sa ravni Horizontalno / koso	Oblik osnovne nosača	pravilan / nepravilan	Br. ravni simetrije osnovne nosača	Položaj vodilja na nosaču ivice / iv. i dijag.	Vrsta presečne tačke konačne / beskonačne
1	<b>PRIZ</b>	<b>4</b>	horiz	pravougaonik	P	2	6 ivica	3 b
2			horiz	kvadrat	P	2	2 iv + 4dij	3 b
3			koso	četverougao	N	0	6 ivica	1b + 2k
4			koso	četverougao	N	0	2 iv + 4dij	2b + 1k
5	<b>PIR</b>	<b>4</b>	horiz	kvadrat	P	2	6 ivica	3 b
6			horiz	kvadrat	P	2	2 iv + 4dij	3 k
7			koso	četverougao	N	0	6 ivica	3 k
8			koso	četverougao	N	0	2 iv + 4dij	3 k
9	<b>PRIZ</b>	<b>6</b>	horiz	šestougaonik	N	2	6 dij	3 b
10			koso	šestougaonik	N	1	6 dij	2b + 1k
11			koso	šestougaonik	N	0	6 dij	3 k
12	<b>PIR</b>	<b>6</b>	horiz	šestougaonik	N	2	6 dij	3 k
13			koso	šestougaonik	N		6 dij	3 k

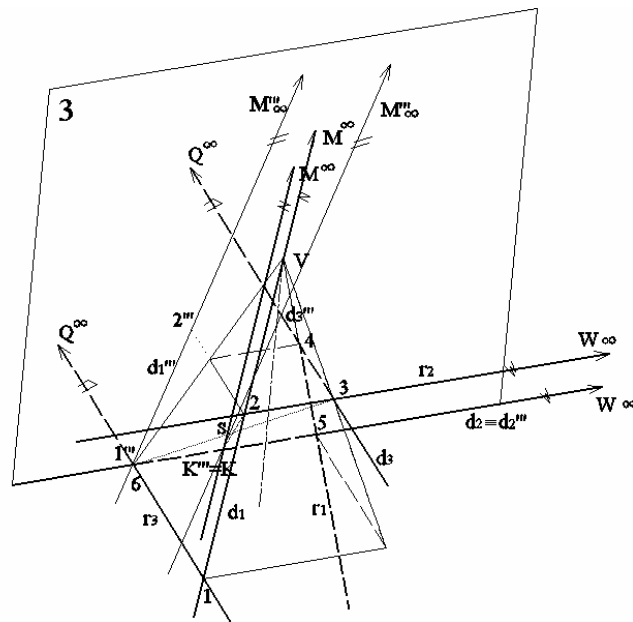
### 3. KORELACIJA PARAMETARA POVRŠI SA PROSTORNIM RASPOREDOM VODILJA NA NOSAČU

U radu su razmatrane međusobne relacije zadatih vodilja površi i njenog središta, kroz koje prolaze tri glavne ose površi (međusobno ortogonalne) i tri ravni simetrije.

### 3.1 Središte površi

Jedna od poznatih karakteristika JEH je da prilikom translatornog pomeranja izvodnica u njeno središte nastaje asimptotski konus. Izvodnice konusa su asimptote hiperbola, u ravnima čija je pramenjača osa JEH. Asimptote hiperbola su paralelne odgovarajućim izvodnicama površi.

Tangencijalne ravni asimptotskog konusa seku se u vrhu konusa. To znači da se sve tangencijalne ravni koje dodiruju površ JEH u beskonačnim tačkama, na pravcima njenih izvodnica (tačke beskonačno daleke konike zajedničke su za površ i asimptotski konus), seku u vrhu asimptotskog konusa - središtu površi. Dve paralelne izvodnice površi, iz različitih sistema izvodnica, obrazuju tangencijalnu ravan površi u beskonačno dalekoj tački njihovog zajedničkog pravca. Na taj način, birajući tri para paralelnih izvodnica / vodilja površi, iz različitih sistema, moguće je formirati tri tangencijalne ravni površi njene beskonačnim konike, koje se seku u središtu površi. U primerima nosača na sl. 1, 2 i 9, središte površi je u središtu nosača vodilja.



sl. 14

Na sl.14 je prikazan postupak određivanja središta površi u slučaju kada je nosač vodilja četverostrana piramida (sl.5), zarubljena



horizontalnom ravni, a vodilje JEH su ivice nosača. Dva para paralelnih vodilja  $r_3d_3$  i  $r_2d_2$  se seku u tačkama  $Q_\infty$  i  $W_\infty$ . Da bi bio određen i treći par (u pravcu tačke  $M_\infty$  vodilje  $d_1$ ), kroz vodilju  $d_2$  postavljena je ravan  $3 \perp d_3(r_3)$ , na kojoj su određene projekcije vodilje  $d_1'''$  i njoj paralelne izvodnice - kroz zračnu projekciju vodilje  $d_3'''$ . Iz tačke preseka  $K''' \equiv K$  sa projekcijom vodilje  $d_2''' \equiv d_2$  polazi izvodnica, u prostoru paralelna vodilji  $d_1$ . U preseku presečnica ove tri ravni je dobijeno središte površi  $S$ , koje se nalazi u dijagonalnoj ravni piramide(nosača) 6,3,V.

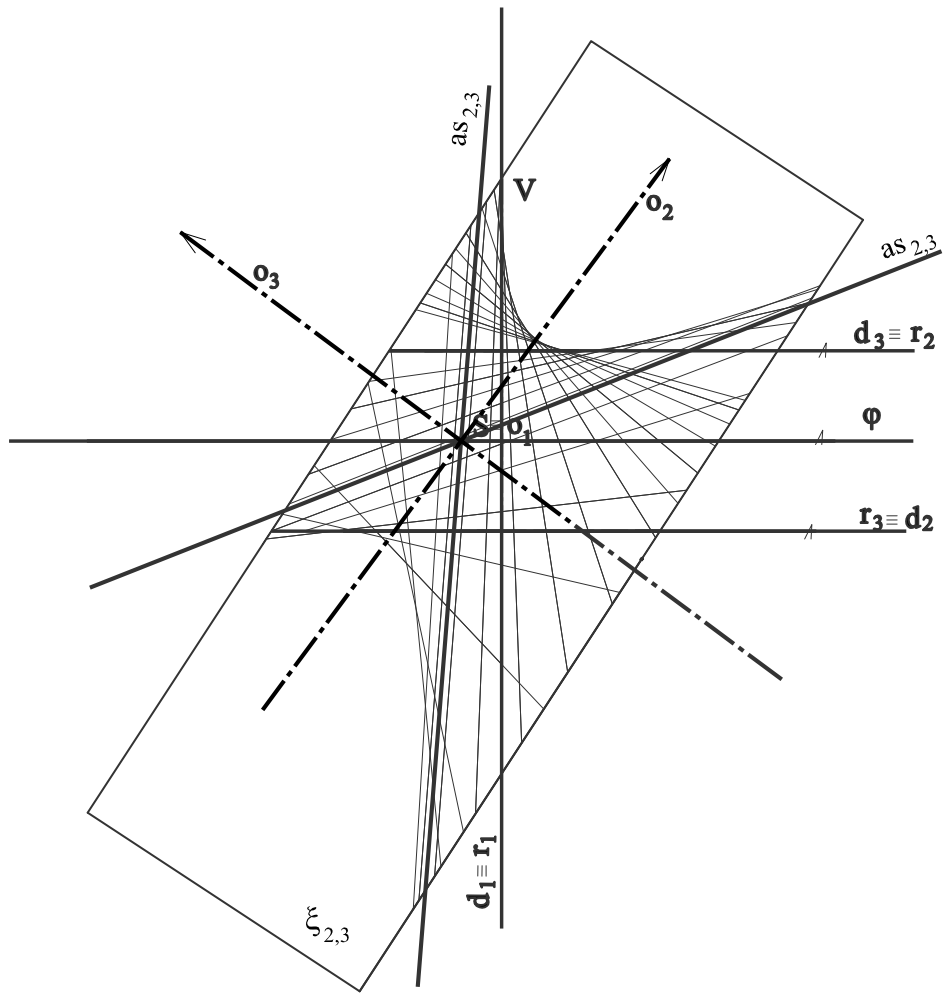
### 3.2 Ose površi

Kako beskonačna ravan sadrži beskonačnu koniku površi i apsolutnu kružnicu, koje se u slučaju JEH seku u četiri konjugovano imaginarne tačke, to ove dve konike imaju zajednički autopolaran trougao. Spojnice temena trougla sa središtem JEH su njegove glavne ose  $o_1o_2o_3$  (sl.15) Apsolutna kružnica u konačnosti određuje ortogonalnost. Iz toga sledi da će glavne ose površi i ravni koje one obrazuju biti međusobno ortogonalne. Tri glavne ravni su istovremeno i ravni simetrije površi JEH.

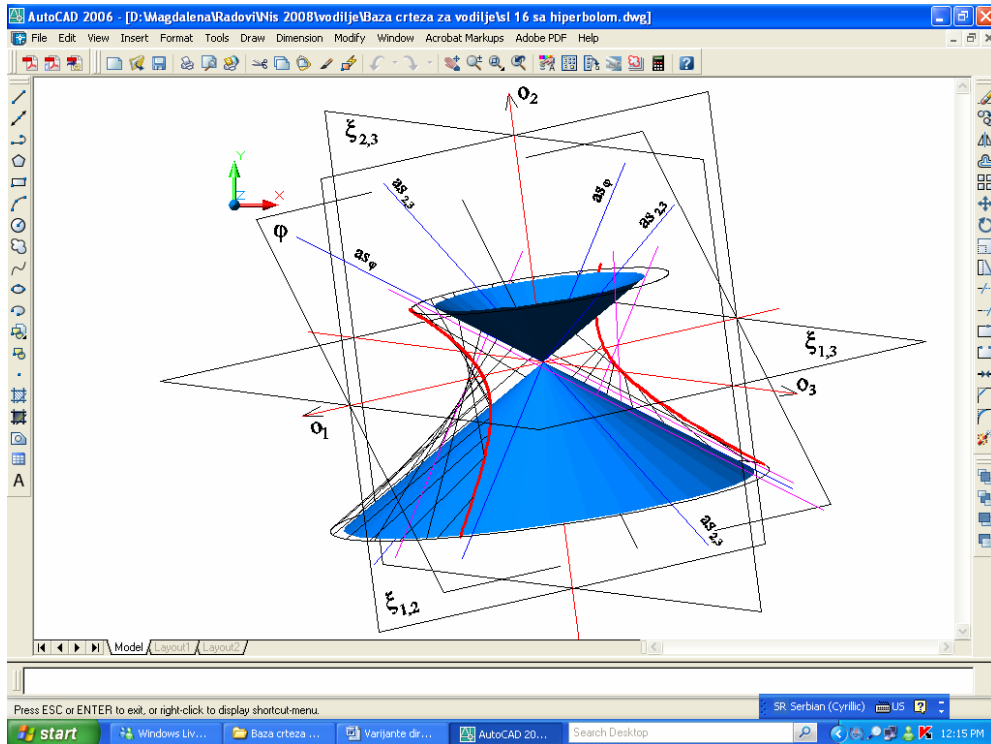
Svaki od prikazanih tipova nosača vodilja površi ima specifičan položaj glavnih osa. U radu je obrađen slučaj nosača na sl.5. Važno je podsetiti da su glavne ose površi JEH takođe i glavne ose njenog asimptotskog konusa. Na osnovu položaja ortogonalno mimoilaznih parova vodilja i središta površi - vrha asimptotskog konusa, uočena je ravan simetrije  $\xi_{2,3}$ - dijagonalna ravan nosača 6, 3, V. Time je određen položaj glavne ose  $o_1$ . Ona je normala iz središta  $S$  površi na ravan  $\xi_{2,3}$ .

Ravan  $\xi_{2,3}$  seče asimptotski konus u paru izvodnica - asimptota  $as_{2,3}$  konturne hiperbole ravni  $\xi_{2,3}$ . Simetrane uglova ovih asimptota su druge dve glavne ose površi  $o_2$  i  $o_3$ .

Karakteristična ravan  $\varphi$ , postavljena u središtu konike, paralelna parovima ortogonalno mimoilaznih vodilja  $r_3d_3$  i  $r_2d_2$ , seče površ po hiperboli, čije su asimptote -pravci  $SQ_\infty$  i  $SW_\infty$  paralelni odgovarajućim vodiljama. Kako su ovi pravci međusobno ortogonalni, presečna hiperbola je pravougla, pri čemu je glavna osa površi  $o_1$  njena realna osa (sl.16).



sl.15



sl.16

#### 4. LITERATURA

1. Čučaković, B. Popkonstantinović: *Definition of revolving hyperboloid of one sheet from three spatial bypassing straight lines*, 10<sup>th</sup> Conf. ICGG 2002, Kyiv, Ukraine, Vol.2, p.237-240
2. Čučaković, B. Popkonstantinović, M. Dimitrijević: *An oblique elliptic hyperboloid of one sheet - task, setting and constructive procedure*, 12<sup>th</sup> Sci. Colloquium of CSGG, Vukovar , 16-20.09.2007., p. 7
3. V. Sbutega, *Sintetička geometrija III*, skripta za studente postdiplomskih studija, Arhitektonski fakultet, Beograd 1986.

## VARIETIES OF SPATIAL SETTING OF DIRECTRICES OF OBLIQUE ELLIPTICAL HYPERBOLOID

Aleksandar Čučaković<sup>1</sup>  
Magdalena Dimitrijević<sup>2</sup>

### ABSTRACT

*An oblique elliptic hyperboloid of one sheet (OEH) is defined by three finite bypassing lines. Transversals of these three directrices are generatrices of the surface. Considering well known fact that OEH has two systems of directrices, where each generatrix of one system intersects all generatrices of another system, one should set twice - three transversals of an opposite system as directrices of its own. Six directrices of both systems create a spatial hexagon. The carrier of this spatial hexagon could be four/six sided prism (with regular or irregular base), or four/six sided truncated prism/pyramid. In a case of four sided prism/truncated pyramid, spatial hexagon form their six edges, or two edges with four diagonals (on the sides of prism/pyramid). In a case of six sided prism/truncated pyramid, spatial hexagon (directrices of the surface) form six diagonals of the sides (envelope) of prism/pyramid..*

Keywords: oblique elliptic hyperboloid of one sheet, carriers, spatial hexagon, asymptotic cone

---

<sup>1</sup> PhD Aleksandar Čučaković, EA, asoc.prof., Faculty of Civil engineering, Belgrade

<sup>2</sup> BsC Magdalena Dimitrijević, EA, assist., Faculty of Civil engineering, Belgrade