

UNDER THE AUSPICES OF:

**The Republic of Serbia / Ministry of Education
University of Niš
Faculty of Architecture and Civil Engineering of Niš
The Faculty of Mechanical engineering of Niš
Faculty of Sciences and Mathematics of Niš
The Faculty of Occupational Safety of Niš
Donors**

POKROVITELJI:

**Ministarstvo prosvete Republike Srbije
Univerzitet u Nišu
Građevinsko-arhitektonski fakultet u Nišu
Mašinski fakultet u Nišu
Prirodno-matematički fakultet u Nišu
Fakultet zaštite na radu u Nišu
Donatori**

24th national and 1st international scientific conference
24. nacionalni i 1. međunarodni naučni skup

moNGeometrija 2008

PROCEEDINGS | ZBORNİK RADOVA

September 25th - 27th 2008

24th national and 1st international scientific conference
24. nacionalni i 1. međunarodni naučni skup

moNGeometrija 2008

Publisher | Izdavač

**Faculty of Architecture and Civil Engineering in Niš
Građevinsko-arhitektonski fakultet u Nišu**

Serbian Society for Geometry and Graphics
Srpsko udruženje za geometriju i grafiku
SUGIG

Title of Publication | Naziv publikacije

PROCEEDINGS | ZBORNIK RADOVA

Reviewers | Recenzenti

Hranislav Anđelković, PhD
Miroslav Marković, PhD
Biserka Marković, PhD
Ljubica Velimirović, PhD

Editor-in-Chief | Glavni urednik

Biserka Marković, PhD

Co-Editor | Zamenik urednika

Sonja Krasić, PhD

Text formatting | Tehnička obrada teksta

Vladan Nikolić

ISBN 978-86-80295-83-1

Number of copies printed | Tiraž: 100 primeraka / CDs
Printing | Štampa: M-COPS Niš

Izdavač zadržava sva prava. Reprodukција pojedinih delova ili celine ove publikacije nije dozvoljena.

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced without either the prior written permission of the publisher.

Scientific committee | Naučni odbor

Stachel Hellmuth, PhD
Weiss Gunter, PhD
Natasha Danilova, PhD
Hubert Gollek, PhD

Organization committee | Organizacioni odbor

Biljana Predić, PhD
Dragan Aranđelović, PhD
Jovan Mandić, architect
Mića Stanković, PhD
Mihailo Đurđanović, PhD
Ljiljana Radović, PhD
Ljubica Velimirović, PhD
Hranislav Anđelković, PhD
Miroslav Marković, PhD
Biserka Marković, PhD

Executive committee | Izvršni odbor

Biserka Marković, PhD
Hranislav Anđelković, PhD
Miroslav Marković, PhD
Sonja Krasić, PhD
Ljubica Velimirović, PhD
Ljiljana Radović, PhD
Mihailo Đurđanović, PhD

CONTENTS | SADRŽAJ

| | |
|--|----|
| Foreword Predgovor | 13 |
| Aleksandar Čučaković, Magdalena Dimitrijević NAČIN ODREĐIVANJA TANGENTI U SINGULARNOJ TAČKI PROSTORNE KRIVE 4.REDA | 16 |
| ONE PROCEDURE FOR DETERMINATION OF TANGENTS IN THE SINGULAR (DOUBLE) POINT OF SPATIAL CURVE OF 4 TH ORDER (english summary)..... | 24 |
| Aleksandar Čučaković, Magdalena Dimitrijević VARIJANTE MEĐUSOBNOG POLOŽAJA DIREKTRISA KOSOG JEDNOGRANOG ELIPTIČKOG HIPERBOLOIDA | 25 |
| VARIETIES OF SPATIAL SETTING OF DIRECTRICES OF OBLIQUE ELLIPTICAL HYPERBOLOID(english summary)..... | 37 |
| Marija Ćirić GRAPHICAL PRESENTATION OF SOME CONSTANT MEAN CURVATURE SURFACES..... | 38 |
| GRAFIČKI PRIKAZ NEKIH POVRŠI KONSTANTNE SREDNJE KRIVINE (rezime na srpskom) | 47 |
| Natasha K. Danailova FRACTAL GEOMETRY - SYNTHESIS OF ART AND SCIENCE | 48 |
| FRAKTALNA GEOMETRIJA - SINTEZA UMETNOSTI I NAUKE (rezime na srpskom) | 60 |
| Hubert Gollek PROJECTIVE DUALS OF NULL CURVES..... | 61 |
| PROJEKTIVNI DUALI NUL KRIVA (rezime na srpskom) | 75 |
| Lozica Ivanović, Danica Josifović, Zoran Ivanović MODELIRANJE I VIZUELIZACIJA GEROTORSKIH PUMPI | 76 |
| MODELING AND VISUALIZATION OF THE GEROTOR PUMPS (english summary)..... | 86 |

| | |
|---|-----|
| Milorad Janić, Dragomir Grujović, Gordana Djukanović PRIMENA INŽENJERSKE GRAFIKE U PEJZAŽNOM PROJEKTOVANJU | 87 |
| USAGE OF ENGINEERING GRAPHICS IN LANDSCAPE PROJECTION (english summary)..... | 94 |
| Milorad Janić, Dragomir Grujović, Gordana Djukanović MODELOVANJE ELEMENATA PEJZAŽNOG PROJEKTOVANJA | 95 |
| MODELLING OF ELEMENTS IN LANDSCAPE PROJECTION (english summary)..... | 103 |
| Marijana Kalabić KONUSNA ANAMORFOZA | 104 |
| CONE ANAMORPHOSES (english summary)..... | 116 |
| Vladimir Kubet, Milena Krklješ, Ksenija Hiel GEOMETRIJA UGAONIH OBJEKATA MODERNE U NOVOM SADU | 117 |
| GEOMETRY OF CORNER BUILDINGS FROM MODERNA PERIOD IN NOVI SAD (english summary)..... | 123 |
| Sonja Krasić, Vladan Nikolić DETERMINATION OF ABSOLUTE CONIC FIGURE IN GENERAL COLLINEAR SPACES | 124 |
| ODREĐIVANJE SLIKE APSOLUTNE KONIKE U OPŠTE KOLINEARNIM POLJIMA (rezime na srpskom) | 135 |
| Sonja Krasić, Vladan Nikolić MAPPING A SPHERE INTO A SPHERE WITH THE AID OF THE ABSOLUTE CONIC OF SPACE IN THE GENERAL COLLINEAR SPACES | 136 |
| PRESLIKAVANJE SFERE U SFERU POMOĆU APSOLUTNE KONIKE PROSTORA U OPŠTE KOLINEARNIM PROSTORIMA (rezime na srpskom) | 143 |

| | |
|--|-----|
| Sonja Krasić, Vladan Nikolić MAPPING OF A SPHERE INTO A ROTATIONAL ELLIPSOID WITH THE AID OF THE ABSOLUTE CONIC OF SPACE IN GENERAL COLLINEAR SPACES | 144 |
| PRESLIKAVANJE SFERE U ROTACIONI ELIPSOID POMOĆU APSOLUTNE KONIKE PROSTORA U OPŠTE KOLINEARNIM PROSTORIMA (rezime na srpskom) | 154 |
| Biserka Marković, Marija Jevrić, Vladan Nikolić DETERMINING THE CHARACTERS OF INFINITELY DISTANT POINTS OF 4 th ORDER CURVE MADE BY THE SQUARE TRANSFORMATION IN AFFINED PENCIL OF CONIC IH | 155 |
| OREĐIVANJE KARAKTERE BESKONAČNO DALEKIH TAČAKA KRIVE 4. REDA NASTALE KVADRATNOM TRANSFORMACIJOM U AFINOM PRAMENU KONIKA IH (rezime na srpskom)..... | 168 |
| Slobodan Mišić, Marija Obradović KONKAVNA KUPOLA NAD HENDEKAGONALNOM OSNOVOM | 169 |
| CONCAVE CUPOLA WITH HENDECAGONAL BASE (english summary) | 179 |
| Branko Malešević APPLICATIONS OF GROEBNER BASES IN COMPUTER GRAPHICS | 180 |
| PRIMENA BAZISA GROEBNER U KOMPJUTERSKOJ GRAFICI (rezime na srpskom) | 186 |
| Milan Mitić, Biljana Jović, Aleksandar Čučaković PREDLOZI ZA UNAPREĐENJE PRIMENE NACRTNE GEOMETRIJE U NASTAVNOM PROCESU NA ODSEKU ZA PEJZAŽNU ARHITEKTURU, ŠUMARSKOG FAKULTETA, UNIVERZITETA U BEOGRADU | 187 |
| SUGGESTIONS FOR IMPROVED APPLYING OF DESCRIPTIVE GEOMETRY THROUGH TEACHING AT DEPARTMENT FOR LANDSCAPE ARCHITECTURE, FACULTY OF FORESTRY, UNIVERSITY OF BELGRADE (english summary) | 197 |

| | |
|--|-----|
| Miodrag Nestorović, Aleksandar Čučaković, Biljana Jović GEOMETRIJSKA KORELACIJA NABORANIH PROSTORNIH STRUKTURA U FUNKCIJI BIONIKE | 198 |
| GEOMETRICAL CORRELATION FOLDED SPACE STRUCTURES IN FUNCTION OF BIONIC (english summary) | 208 |
| Marija Obradović, Slobodan Mišić PREVOĐENJE KONKAVNIH KUPOLA DRUGE VRSTE U TRIDIMENZIONALNE KONSTRUKTIVNE SISTEME - PROSTORNE REŠETKE | 209 |
| TRANSPOSING THE CONCAVE CUPOLAE OF SECOND SORT INTO TRIDIMENSIONAL SPATIAL STRUCTURES - SPACE FRAMES (english summary) | 221 |
| Marija Obradović, Maja Petrović PROSTORNA INTERPRETACIJA HÜGELSCHÄFFER-OVE KONSTRUKCIJE JAJASTE KRIVE | 222 |
| THE SPATIAL INTERPRETATION OF HÜGELSCHÄFFER'S CONSTRUCTION OF THE EGG CURVE (english summary) | 232 |
| Ratko Obradović, Branislav Beljin MODELING TRANSITIONAL DEVELOPABLE SURFACES IN COMPUTER GRAPHICS - TRANSITION FROM POLYGON TO POLYGON | 233 |
| MODELIRANJE PRELAZNIH RAZVOJNIH POVRŠI U KOMPJUTERSKOJ GRAFICI - PRELAZ SA POLIGONA NA POLIGON (rezime na srpskom)..... | 243 |
| Branislav Popkonstantinović, Zorana Jelić, Vladimir Čalić KONSTRUKTIVNA GEOMETRIJA I KINEMATIKA MEHANIČKIH ČASOVNIKA | 244 |
| THE CONSTRUCTIVE GEOMETRY AND KINEMATICS OF MECHANICAL CLOCKS (english summary)..... | 259 |

| | |
|--|-----|
| Branislav Popkonstantinović, Dragan Petrović OSNOVNI PRINCIPI I KONSTRUKTIVNA REŠENJA KOMPENZACIJE TEMPERATурсKE DILATACIJE KLATNA | 260 |
| BASIC PRINCIPLES AND CONSTRUCTIVE SOLUTIONS OF THE COMPENSATION OF THE PENDULUM TEMPERATURE DILATATION (english summary) | 270 |
| Branislav Popkonstantinović, Nikola Mladenović EVOLUCIJA ZAPREČNO-IMPULSNIH MEHANIZAMA KROZ VEKOVE. | 271 |
| THE ESCAPEMENT MECHANISMS EVOLUTION THROUGH THE CENTURIES (english summary)..... | 287 |
| Branislav Popkonstantinović, Aleksandar Čučaković PROJEKAT I KONSTRUKCIJA VELIKOG WESTMINSTERSKOG ČASOVNIKA | 288 |
| THE PROJECT AND CONSTRUCTION OF THE GREAT CLOCK OF WESTMINSTER (english summary)..... | 304 |
| Ljiljana Radović, Slavik Jablan VIZUELNA KOMUNIKACIJA KROZ VIZUELNU MATEMATIKU | 305 |
| VISUAL COMMUNICATION THROUGH VISUAL MATHEMATICS..... | 315 |
| Zoran Rastović, Radovan Štulić, Radovan Jelača STRUKTURA NASTAVE CAD-A METODOM MINIMALNO GEOMETRIJE MAKSIMALNO TIPSKIH FORMI U OSNOVNIM I SREDNJIM ŠKOLAMA I GIMNAZIJAMA | 316 |
| THE STRUCTURE OF THE CAD-LECTURES - THE USE OF THE METHOD "MINIMUM OF GEOMETRY AND MAXIMUM OF THE FEATURES" IN PRIMARY, SECONDARY AND GRAMMAR SCHOOLS (english summary)..... | 326 |
| Vesna Stojaković, Predrag Šidanić STRUKTURALIZACIJA I OBRADA ATRIBUTA ARHITEKTONSKOG OBJEKTA RADI KREIRANJA IDEALIZOVANOG 3D MODELA | 327 |
| STRUCTURING AND PROCESSING ARCHITECTURE OBJECT ATTRIBUTES IN PURPOSE OF CREATING IDEALIZED 3D MODEL (english summary)..... | 335 |

| | |
|--|-----|
| Tima Segedinac, Milan Segedinac KONSTRUKTIVNA GEOMETRIJA U FUNKCIJI OBRADE SLIKE NA RAČUNARU | 336 |
| DESCRIPTIVE GEOMETRY AND FINISHING PICTURE ON THE COMPUTER (english summary)..... | 343 |
| Predrag S. Stanimirović, Marko D. Petković, Milan Zlatanović VISUALIZATION IN OPTIMIZATION WITH MATHEMATICA | 344 |
| VIZUALIZACIJA I OPTIMIZACIJA U PROGRAMSKOM PAKETU MATHEMATICA (english summary)..... | 355 |
| Radovan B. Štulić, Vesna Z. Stojaković ON POSSIBLE MODIFICATIONS OF DESCRIPTIVE GEOMETRY TOPICS - ARCHITECTURAL CURRICULA BASED UPON COMPETENCES AND LEARNING OUTCOMES | 356 |
| O MOGUĆIM MODIFIKACIJAMA NASTAVE NACRTNE GEOMETRIJE U SKLADU SA NASTAVNIM PLANOM STUDIJA ARHITEKTURE ZASNOVANIM NA KOMPETENCIJAMA I ISHODIMA UČENJA (rezime na srpskom)..... | 364 |
| Risto Taševski PROJEKCIJE 4D POVRŠI | 365 |
| PROJECTIONS OF 4D SURFACES (english summary)..... | 373 |
| Bojana Todorović CONSTRUCTION OF MINIMAL SURFACES | 374 |
| KONSTRUKCIJA MINIMALNIH POVRŠI (rezime na srpskom)..... | 382 |
| Ljubica Velimirović, Svetozar Rančić, Milan Zlatanović GRAPHICAL PRESENTATIONS OF INFINITESIMAL BENDING OF CURVES | 383 |
| GRAFIČKO PREDSTAVLJANJE BESKONAČNO MALOG SAVIJANJA NEKIH KRIVIH (rezime na srpskom)..... | 393 |
| Ljubica Velimirović, Milica Cvetković DEVELOPABLE SURFACES AND APPLICATIONS | 394 |
| RAZVOJNE POVRŠI I PRIMENE (rezime na srpskom)..... | 403 |

| | |
|---|-----|
| Ljubica Velimirović, Predrag Stanimirović, Milan Zlatanović GEOMETRY USING PROGRAM PACKAGE <i>MATHEMATICA</i> | 404 |
| GEOMETRIJA UZ KORIŠĆENJE PAKETA <i>MATHEMATICA</i> (rezime na srpskom)..... | 413 |
| Gunter Weiss DESCRIPTIVE GEOMETRIC MAPPINGS - A TOOL FOR ELEGANT PROOFS | 414 |
| PRESLIKAVANJA IZ NACRTNE GEOMETRIJE - ALAT ZA ELEGANTNE DOKAZE (rezime na srpskom)..... | 425 |
| Biljana Jović, Branislav Popkonstantinović, Aleksandar Čučaković, Marija Jevrić KLASIFIKACIJA STEREOGRAMA | 426 |
| CLASSIFICATION OF STEREOGRAMS (english summary)..... | 435 |
| Hellmuth Stachel THE INFLUENCE OF THE GEOMETRY ON RIGIDITY OR FLEXIBILITY (english summary)..... | 436 |
| UTICAJ GEOMETRIJE NA KRUTOST I FLEKSIBILNOST(rezime na srpskom)..... | 436 |
| Ivana Marcikić NASTAVA GEOMETRIJE NA FAKULTETU PRIMENJENIH UMETNOSTI U BEOGRADU | 437 |
| Ivana Marcikić MESTO NACRTNE GEOMETRIJE I PERSPEKTIVE U VISOKOM ŠKOLSTVU - BOLONJSKA DEKLARACIJA I POSLEDICE | 439 |

FOREWORD

There is almost four decades long tradition in organizing scientific conferences on descriptive geometry, all the way since the year 1953. The national conferences were held under different titles and organized by, then Yugoslav and later on Serbian, national societies for descriptive geometry. The conferences have been held, as a rule, once in a two years period.

The city of Nis hosted 10th conference in 1975. while celebrating 10th anniversary of University of Nis. In the year 2000. Nis hosted the conference again, this time celebrating 35th anniversary of the University. Upon foundation of Yugoslav society for descriptive geometry (JUNGIG), organization of scientific conferences has become one of the primary tasks for its members. The scope of activities was, and has remained, quite broad: education issues, human resources, the status of descriptive geometry in educational system. However, the first of all tasks remained to be presenting scientific achievements in the field of descriptive geometry.

Year by year, there is increasing number of fields that are supported by applied descriptive geometry, while submitted conference papers cover ever longer list of topics. Thus significance, actuality and longevity of descriptive geometry are being confirmed all over again. Its methods and graphical representations remain applicable even today. New software packages rely on the principles of descriptive geometry and help us visualize solutions to numerous technical problems.

Our publishing activities have begun by circulating assorted papers in the form of abstracts, followed by release of national conference Proceedings. In order to push our achievements and communication over national level, and to open wide our issues to international community, here we are with Proceedings of The First International Conference organized by Serbian Society for Descriptive Geometry.

Hereby we express our gratitude to members of Scientific Board, particularly our foreign colleagues for their understanding, support and cooperation.

Editor,
Prof Biserka Markovic, Ph.D.

PREDGOVOR

Tradicija održavanja stručno-naučnih skupova za nacrtanu geometriju duga je skoro četiri decenije, od 1953. godine do danas. Pod različitim nazivima, najpre u okviru bivše jugoslovenske, zatim državne zajednice Srbije i Crne Gore, danas kao aktivnost srpskog udruženja, UNGIG, za nacrtanu geometriju i kompjutersku grafiku, skup se po pravilu održava svake druge godine.

Niš je, 1975. godine, između ostalih, bio domaćin jubilarnog X Savetovanja, u godini proslave jubileja Univerziteta u Nišu - 15 godina visokoškolske nastave i 10 godina Univerziteta u Nišu. Sticajem okolnosti, 2000. godine, poklopila su se tri jubileja: XX Savetovanje, 40 godina visokoškolske nastave u Nišu i 35 godina Univerziteta u Nišu.

Po osnivanju jugoslovenskog udruženja, JUNGIG-a, ovo postaje jedna od stručnih aktivnosti udruženja. Sadržaj rada je bio i ostaje kompleksan: problemi edukacije, kadrovska pitanja, status nactne geometrije, ali pre svega saopštavanje stručnih i naučnih dostignuća.

Iz godine u godinu širi se spektar oblasti u kojima je geometrija našla svoju primenu i prezentuju radovi sa različitom tematikom. Tako se potvrđuje značaj, stalna aktuelnost i opravdava trajanje ove naučne discipline. Tradicionalno dugovečna geometrija, njena grafička-nacrtna praksa, naučno utemeljena, široko je primenljiva. Stoji pred novim kompjuterskim programima, koje treba da svojim rešenjima predvodi, kontroliše i u određenim segmentima koristi, kako bi pomogla da imaginacija tehničkih problema dobije što verniju vizuelizaciju.

Istorijat izdavaštva radova ovih naučnih skupova počinje od separatnih tekstova, štampanih u izvodima, nekad u celini, preko, relativno skromnih brošura, do Zbornika radova nacionalnog značaja sa međunarodnim učešćem. Odgovarajući potrebi da naše stvaralaštvo i komunikacije prerastu nacionalne okvire i što šire se otvore prema međunarodnim tokovima, ovo je Zbornik radova prve međunarodne Konferencije srpskog Udruženja.

Najsrdahnije zahvaljujemo članovima Naučnog odbora, pre svega cenjenim inostranim kolegama, za razumevanje, podršku i saradnju.

Urednik,
prof. dr Biserka Marković

NAČIN ODREĐIVANJA TANGENTI U SINGULARNOJ TAČKI PROSTORNE KRIVE 4. REDA

Aleksandar Čučaković¹
Magdalena Dimitrijević²

Rezime

Centralna projekcija prostorne krive 4. reda iz njene dvostruke-singularne tačke na ravan je konika-kriva 2. reda. Vrsta konike koja se dobija centralnim projiciranjem zavisi od položaja ravni na koju se vrši projiciranje. Cilj ovog rada je da prikaže jedan od načina određivanja tangenti u dvostrukoj tački prostorne krive 4. reda, koristeći kružne preseke njenog projicirajućeg konusa. Prostorna kriva 4. reda je dobijena kao rezultat prodora dve površi 2. reda (kvadrike) koja imaju zajedničku tangencijalnu ravan. Tangente u njenoj dvostrukoj tački su dve izvodnice projicirajućeg konusa, sa vrhom u dvostrukoj tački krive 4. reda, koje leže u zajedničkoj tangencijalnoj ravni oba tela. Određuje se položaj ravni projiciranja sa ciljem da se kriva 4. reda projicira u kružnicu, a dve njene tangente u singularnoj tački, u dve tačke ove kružnice. One se nalaze na presečnici ravni kružnice i zajedničke tangencijalne ravni dva izabrana tela.

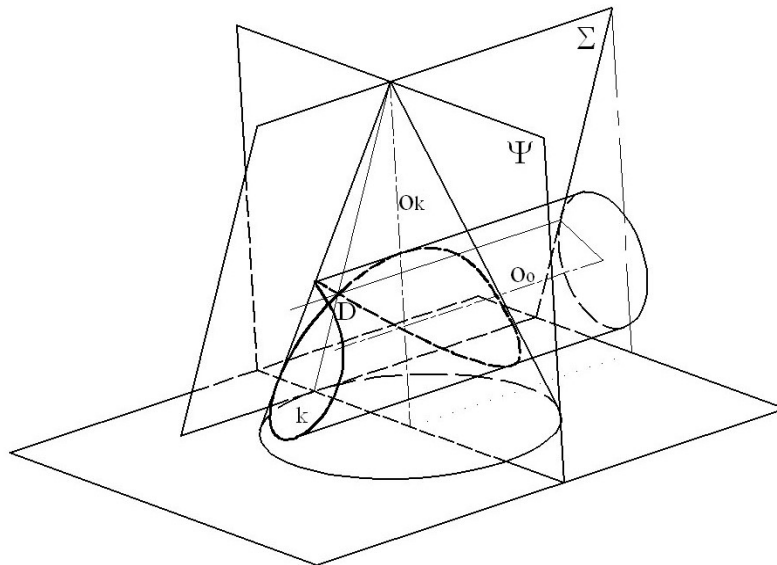
Ključne reči: **prostorna kriva 4. reda, tangente singularne tačke**

¹ Aleksandar Čučaković, Dr, vanredni profesor, Građevinski fakultet, Beograd

² Magdalena Dimitrijević, Mr, asistent, Građevinski fakultet, Beograd

1. PROSTORNA KRIVA 4.REDA KAO PRODOR DVE POVRŠI DRUGOG REDA

Prostorna kriva k 4. reda je dobijena prodorom pravog rotacionog konusa i prave oblice (sl.1), čije su osovine ortogonalno mimoilazne. Prodorna kriva ima jednu dvostruku tačku koja je dobijena iz poznatog uslova zajedničke tangencijalne ravni (Σ) za oba tela. U datom specijalnom slučaju prodorna kriva k ima jednu ravan simetrije Ψ , u svojoj dvostrukoj tački, prolazi kroz osovinu rotacionog konusa i upravna je na osovinu oblice.



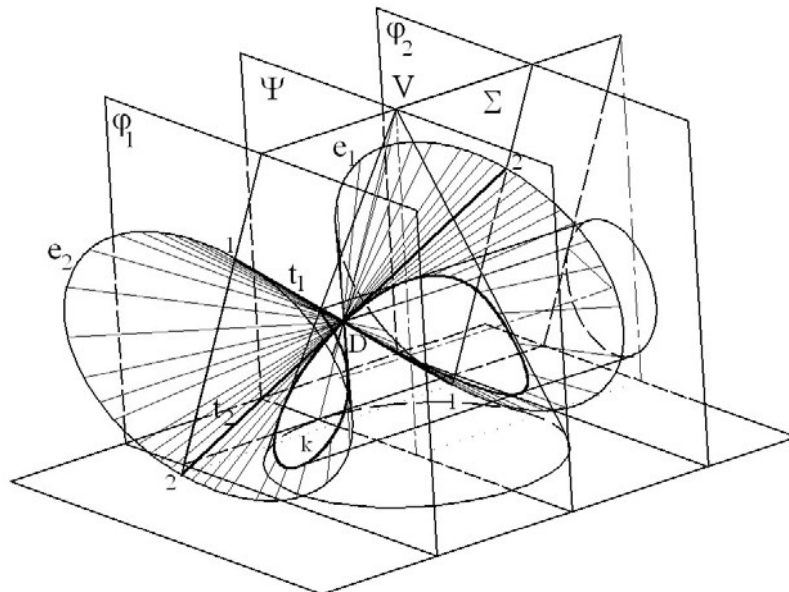
sl. 1 Prostorna kriva 4. reda sa dvostrukom tačkom

2. CENTRALNA PROJEKCIJA KRIVE 4.REDA NA RAVAN

Poznato je da se projiciranjem prostorne krive 4.reda iz njene dvostruke tačke na neku ravan dobija konika - kriva 2.reda (red krive se projiciranjem smanjuje za dva).

U dvostrukoj tački D prostorne krive k postavljen je vrh projicirajućeg konusa (sl.2), čije izvodnice prolaze tačkama prodorne

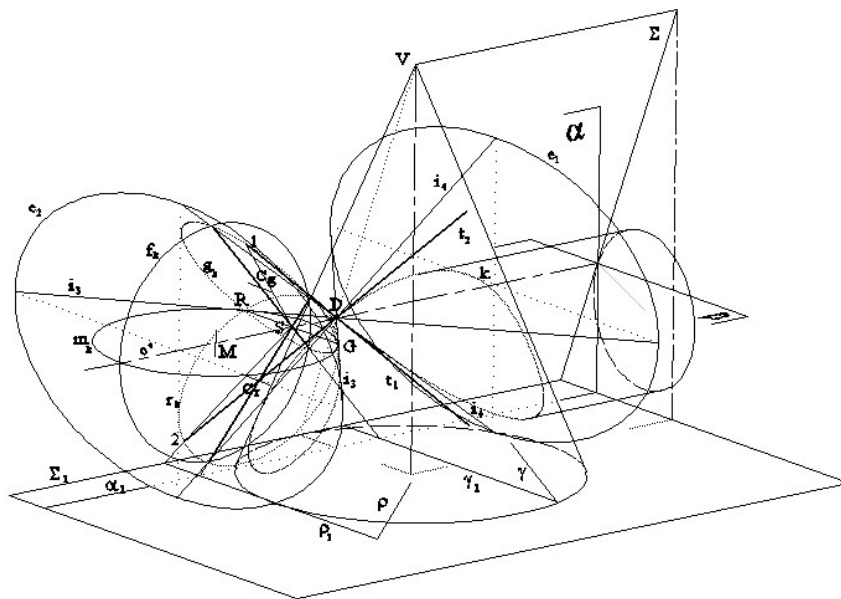
krive. Projicirajući konus je prav, eliptički, sa osovinom paralelnom osovini oblice. Presečen je dvema paralelnim ravnima φ_1 i φ_2 , simetričnim i paralelnim u odnosu na ravan ψ . Presečne krive su dve elipse e_1 i e_2 . Dobljene konike su centralne projekcije krive k na ravni φ_1 i φ_2 - dve ravni upravne na osovinu projicirajućeg konusa. Tangente krive k u njenoj dvostrukoj tački su izvodnice projicirajućeg konusa t_1 i t_2 po kojima zajednička tangencijalna ravan Σ konusa i oblice seče projicirajući konus [1] i prolaze tačkama 1,1 (t_1) tj. 2,2 (t_2). Tačke 1,1 i 2,2 su centralne projekcije tangenti t_1 i t_2 na ravni φ_1 i φ_2 i leže na konikama e_1 i e_2 (sl.2).



sl. 2 Projicirajući eliptički konus

Povoljnije geometrijsko rešenje, sa precizno određenim tačkama 1,1 i 2,2 bi proisteklo kada bi presečne konike - centralne projekcije prostorne krive na ravan, bile kružnice.

Kružne preseke pravog eliptičkog projicirajućeg konusa moguće je odrediti korišćenjem pomoćne lopte koja sa konusom ima dve zajedničke dvostruke tačke, odnosno dve zajedničke tangencijalne ravni. U tom slučaju prodorna kriva konusa i lopte se raspada na dve kružnice. Zračna projekcija ravni kružnih preseka se sagledava iz pravca upravnog na spojnicu dveju dvostrukih tačaka prodorne krive konusa i lopte.



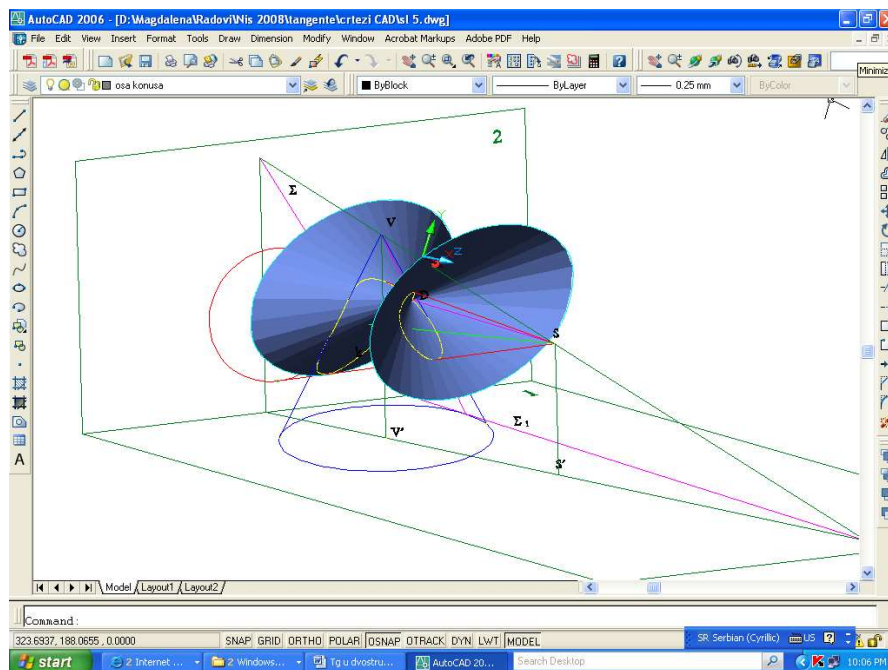
sl. 4 Kružni preseki eliptičkog pravog konusa

Na sl. 4, na osovini o^e eliptičkog pravog konusa izabran je centar pomoćne lopte M , čija kružnica m^k dodiruje konturne izvodnice i_3, i_3 eliptičkog konusa, u ravni β u dvostrukim tačkama G i R (dodir pomoćne lopte i projicirajućeg eliptičkog konusa). Ravan α seče pomoćnu loptu po kružnici f_k . Konturne izvodnice eliptičkog konusa i_4, i_4 seku kružnicu f_k u krajnjim tačkama prečnika traženih kružnica g_k i r_k , sa centrima C_g i C_r . To su istovremeno i nagibnice ravni kružnih preseka γ i ρ . Presečnice tangencijalne ravni Σ i ravni kružnica γ i ρ prolaze tačkama međusobnih

preseka njihovih tragova Σ_1/ρ_1 (Σ_1/γ_1) i tačkom S - prodorom ose eliptičkog konusa i ravni kružnih preseka. Spojnice tačaka 1 i 2 (preseči presečnica i kružnica g_k i r_k) sa dvostrukom tačkom D daju pravce traženih tangenti t_1 i t_2 prostorne krive 4. reda.

3.2 Eliptički, kosi projicirajući konus

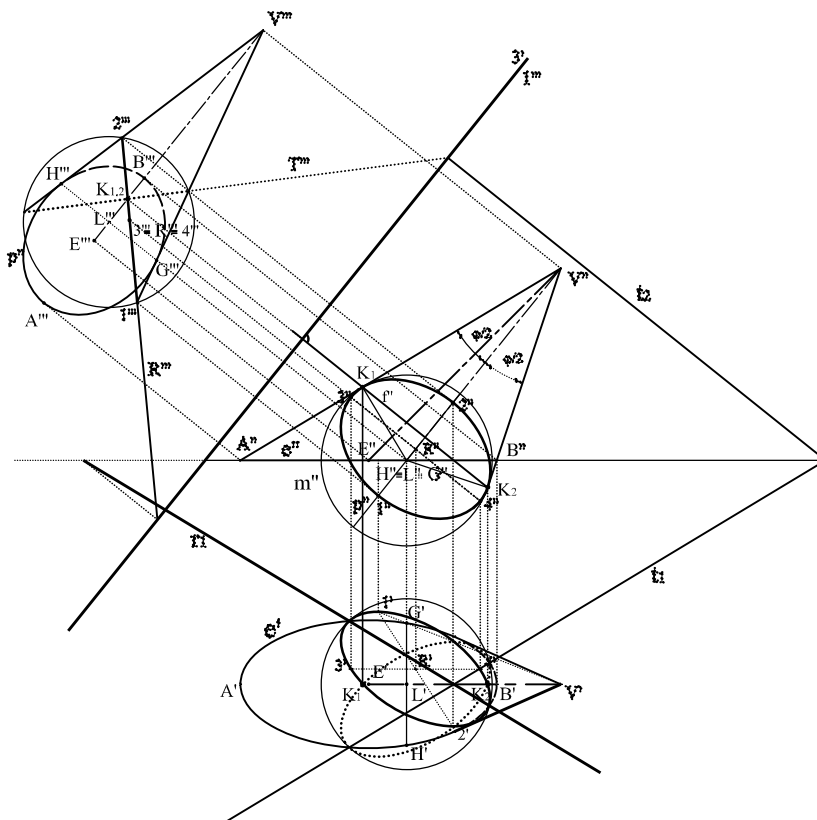
U varijetetima prodora dve površi drugog reda, veliki je broj slučajeva prostornih krivih 4. reda, čiji je projicirajući konus iz njene dvostruke tačke kos-eliptički (sl. 5). Kod određivanja ravni kružnih preseka, potrebno je prvo odrediti glavne ose i ravni simetrije, jer kružnica pomoćne lopte, koja sa projicirajućim konusom ostvaruje dodir u dve tačke, tangira konturne izvodnice konusa u njegovoj ravni simetrije.



sl.5 Projicirajući kosi eliptički konus

Ako je projicirajući konus (iz dvostruke tačke prostorne krive) presečen po konici elipsi, razlikujemo dva slučaja položaja njegovih glavnih osa:

- dve glavne ose eliptičkog konusa leže u ravni osovine konusa i jedne od osa bazisne elipse, dok je treća osa upravna na ravan prve dve (sl.6)
- jedna glavna osa leži u ravni osovine konusa i jedne od osa bazisne elipse



sl.6 Kružni preseci na kosom eliptičkom projicirajućem konusu

U ortogonalnim projekcijama, postupkom transformacije, za zadati kosi eliptički projicirajući konus (sl.6) bazisne elipse e , sa centrom

u tački E i vrhom V , određene su ravni kružnih preseka. U frontalnoj ravni (ravan simetrije konusa) sa centrom u tački L , na simetrali ugla AVB , upisana je loptina kružnica m koja tangira konturne izvodnice konusa AV i BV u tačkama K_1 i K_2 - dvostrukim tačkama raspadnute presečne krive eliptičkog konusa i pomoćne lopte. Transformacijom u ravan 3, u kojoj se spojnica tačaka K_1 i K_2 vidi zračno, se dobijaju zračne projekcije ravni kružnica T i R . Preseci konturnih izvodnica konusa VH i VG sa loptinom kružnicom p daju krajnje tačke 1 i 2 prečnika kružnica.

Konačno, za određivanje pravaca tangenti, u dvostrukoj tački prostorne krive, potrebno je odrediti presečnice između ravni kružnica i zajedničke tangencijalne ravni dve površi, čijim je prodorom zadata prostorna kriva 4. reda. Kao i u obrađenom slučaju na sl.4, tražene tangente su spojnice tačaka preseka presečnica i kružnica sa dvostrukom tačkom prostorne krive.

4. LITERATURA

- [1] Dovniković L. : *Zapisi iz teorije krivih i površi*, skripta, Novi Sad, 1984.
- [2] Marković M. : *Nacrtna geometrija*, udžbenik, Niš, 1998.
- [3] Niče V. : *Deskriptivna geometrija*, 1. svezak, Školska knjiga, Zagreb, 1979.