

## Методологија контроле геометрије кранских шина геодетским мерењима

ПЕТКО Р. ВРАНИЋ, Универзитет у Београду,

Грађевински факултет, Београд

ЈОВАН М. ПОПОВИЋ, Универзитет у Београду,

Грађевински факултет, Београд

МИЛУТИН М. ПЕЈОВИЋ, Универзитет у Београду,

Грађевински факултет, Београд

БРАНКО Ђ. МИЛОВАНОВИЋ, Универзитет у Београду,

Грађевински факултет, Београд

АНАСТАСИЈА Б. МАРТИНЕНКО, Универзитет у Београду,

Грађевински факултет, Београд

рад

UDC

DOI

**Резиме** - У лабораторији Института за материјале и конструкције Грађевинског факултета у Београду постоји обавезујућа потреба за контролом геометрије постојећих кранских шина. У овом раду приказана је методологија одређивања геометрије једне овако комплексне конструкције, а уз то приказани су и добијени резултати примењене методе. Финални производ, тј. испитивана геометрија кранских шина подразумевала је нумеричку и графичку анализу правости, анализу паралелности и анализу хоризонталности кранских шина.

**Кључне речи:** Кранске шине, контрола геометрије, методологија, контролна геодетска мрежа, изравнање геодетске мреже, оцена тачности.

### 1. УВОД

Комплексни инжењерски објекти захтевају контролу геометрије непосредно након њихове изградње, као и периодичне контроле геометрије и деформациону анализу током експлоатације објекта. Овај задатак примарно обављају инжењери геодетске струке. Систем контроле геометрије објекта заснива се на изради и реализацији пројекта контроле геометрије инжењерских објеката и веома често подразумева израду пројекта геодетске мреже објекта [1]. Обзиром на широк дијапазон инжењерских објеката, за потребе контроле њихове геометрије, развијају се веома различите геодетске мреже, али се увек могу издвојити неке опште карактеристике геодетских мрежа објеката [2], [3].

Положај тачака и облик геодетских мрежа објеката се прилагођавају димензијама и форми објеката за чије потребе се реализују, па се тако јасно уочавају разлике између геодетских мрежа развијених за потребе контроле геометрије високих објеката и изразито дугачких објеката [4], [5]. Симулација мерења и деформациона анализа инжењерског објекта са квалитетно реализованом геодетском мрежом објекта била је предмет научног интересовања у [6]. Генерално, геодетска мрежа развијена за потребе осматрања неког инжењерског објекта назива се контролна геодетска мрежа и чине је основна мрежа и мрежа тачака на објекту.

Кранови и кранске шине као неизоставни делови данашњих градилишта, производних хала и лабораторија представљају по својој конструкцији и функционалности изузетно габаритне и веома корисне конструкције. Њихова функционалност је директно условљена квалитетно изведеном геометријом конструкције, али и одржавањем геометрије у границама толеранције. Зато кранови и кранске шине су често предмет пројекта контроле геометрије, а обзиром на њихове различите примене, габарите и генерално услове

---

Адреса аутора: Петко Вранић, Универзитет у Београду, Грађевински факултет, Београд, Булевар краља Александра 73, e-mail: [pvranic@grf.bg.ac.rs](mailto:pvranic@grf.bg.ac.rs)

Рад примљен: \_\_\_\_\_.

Рад прихваћен: \_\_\_\_\_.

радилишта у којима функционишу, инжењери геодетске струке развијају различите методологије за одређивање њихове геометрије. Коришћење конвенционалних терестричких метода геодетских мерења (употреба тоталне станице и пратеће опреме) се показала као једна од најфлексибилнијих метода, обзиром на могућности премештавања различитих физичких и геометријских ограничења у зони радилишта. Један иновативан приступ у оквиру ове методе приказан је у [7], док је предмет интересовања у [8] била примена потпуног метода најмањих квадрата за тестирање правости кранских шина на основу података прикупљених конвенционалном методом. Када је могућа примена терестричког ласерског скенирања за одређивање геометрије кранских шина, показало се да се овом методом може постићи једнако добра тачност уз пуно бољу ефикасност [9]. Упоредна анализа примене конвенционалне методе са тоталном станицом и терестричког ласерског скенирања за контролу геометрије истог објекта, тј. кранских шина приказана је у [10]. Такође, примена неких негеодетских метода у комбинацији са геодетским методама такође се може показати ефикасним у одређивању геометрије кранских шина [10].

## 2. УСПОСТАВЉАЊЕ КОНТРОЛНЕ ГЕОДЕТСКЕ МРЕЖЕ И РЕАЛИЗАЦИЈА ГЕОДЕТСКИХ МЕРЕЊА

Методологија квалитетног и поузданог одређивања геометрије кранских шина подразумева успостављање одговарајуће геодетске контролне мреже, планирање и реализацију геодетских мерења, адекватну обраду и анализу резултата геодетских мерења и анализу добијених резултата. Кранске шине чија се геометрија одређује налазе се у новој хали Института за материјале и конструкције Грађевинског факултета у Београду. Постоје две шине, које ће у даљем тексту бити именоване као лева шина (налази се са на левој страни хале, посматрано од улаза у халу) и десна шина (налази се на десној страни хале, посматрано од улаза у халу), дужине од приближно 15 m и на међусобном су растојању од приближно 9.5 m. Кранске шине се налазе на приближно 0.5 m висине од плафона хале, што их чини веома комплексним објектом, са аспекта планирања и реализације геодетских мерења. За потребе реализације овог задатка развијена је локална контролна геодетска мрежа, која се састоји од тачака основне мреже и мреже тачака на објекту, тј. на кранским шинама.

Тачке основне мреже материјализоване су са 7 самолепљивих рефлектујућих *Leica* маркица

(слика 1) залепљених на зидовима хале, нумерисаних ознакама M1 до M7, као и са 3 тачке означене маркером на поду хале, нумерисане ознакама S1, S2 и S3. Распоред тачака основне мреже реализован је тако, како би се са сваке тачке са које би се обављала опажања тачака на шинама, могле догледати бар три тачке основне мреже, постављене на зидовима хале.

Мрежа тачака на објекту (левој и десној шини) материјализована је са по 22 тачке на обе шине и нумерисане су ознакама L1 до L22 (за леву шину, од улаза ка крају хале) и D1 до D22 (за десну шину, од улаза ка крају хале). Тачке су прецизно материјализоване на симетралама шина. Све тачке материјализоване су приближно на вертикали ломова конструкције, на међусобном растојању од приближно 70 cm. Треба нагласити да није било могуће материјализовати тачке на самом почетку и крају шина, услед немогућности постављања визуалне призме на почетак и крај шине, обзиром на габарит визуалне призме. Због тога су почетне и крајње тачке на шинама материјализоване у непосредној близини почетка и краја шине, на симетралама шина.



Слика 1 – Самолепљива рефлектујућа маркица

### 2.1. РЕАЛИЗАЦИЈА ГЕОДЕТСКИХ МЕРЕЊА У ОСНОВНОЈ ГЕОДЕТСКОЈ МРЕЖИ

Опажања у основној мрежи вршена су са 3 тачке мреже које су материјализоване на поду (S1, S2 и S3), са свим тачкама основне мреже. Изнад ових тачака присилно су центрисани тотална станица и визуалне призме, а мерења су обављена гирусном методом, у 2 гируса. Мерења су обављена 20.01.2021. За мерења у основној мрежи употребљена је тотална станица *Trimble 5500 Series* чија је декларисана тачност мерења праваца 2" и дужина 2 mm + 2 mm/km, као и две визуалне призме *Sokkia*. Приликом сваког опажања, регистровани су хоризонтални правци и дужине, као и зенитни углови.

### 2.2. РЕАЛИЗАЦИЈА ГЕОДЕТСКИХ МЕРЕЊА У КОНТРОЛНОЈ ГЕОДЕТСКОЈ МРЕЖИ

Опажања у контролној мрежи вршена су са по 3 тачке мреже ка свакој шини. Свака од тачака на шини је опажана са 3 тачке мреже. Свака од тачака

са које се вршило опажање ка тачкама материјализованих на шинама дефинисана је као "слободна станица", оријентишући се на минимум 3 тачке основне мреже. Опажања ка тачкама на левој шини обављана су са тачака које се налазе приближно испод десне шине и обрнуто, да би се избегле "стрме визуре". Мерења су обављена гирусном методом, у 1 гирусу. Мерења у контролној мрежи реализована су 02.02.2021 и 03.02.2021, користећи претходно поменути тоталну станицу *Trimble 5500 Series* и визурну "мини" призму на штапу произвођача *Leica*, која је у току мерења стално била постављена на истој висини штапа. Приликом сваког опажања, регистровани су хоризонтални правци и дужине, као и зенитни углови. На слици 2 приказана је тотална станица *Trimble 5500 Series*.



Слика 2 – Тотална станица *Trimble 5500 Series* у току мерења

### 3. ИЗРАВНАЊЕ ГЕОДЕТСКИХ МЕРЕЊА И ОЦЕНА ТАЧНОСТИ

#### 3.1. ИЗРАВНАЊЕ ГЕОДЕТСКИХ МЕРЕЊА У ОСНОВНОЈ МРЕЖИ И ОЦЕНА ТАЧНОСТИ

Мерења су изравната методом најмањих квадрата, посредним изравнањем, са датумом

геодетске мреже дефинисаним минималним трагом матрице  $Q_x$  на целом скупу тачака. Оцењене 2Д (положајне) координате и оцена положајне тачности тачака основне мреже приказане су у Табели 1. Оцењене 1Д координате (висине) и оцена висинске тачности тачака основне мреже приказане су у Табели 2.

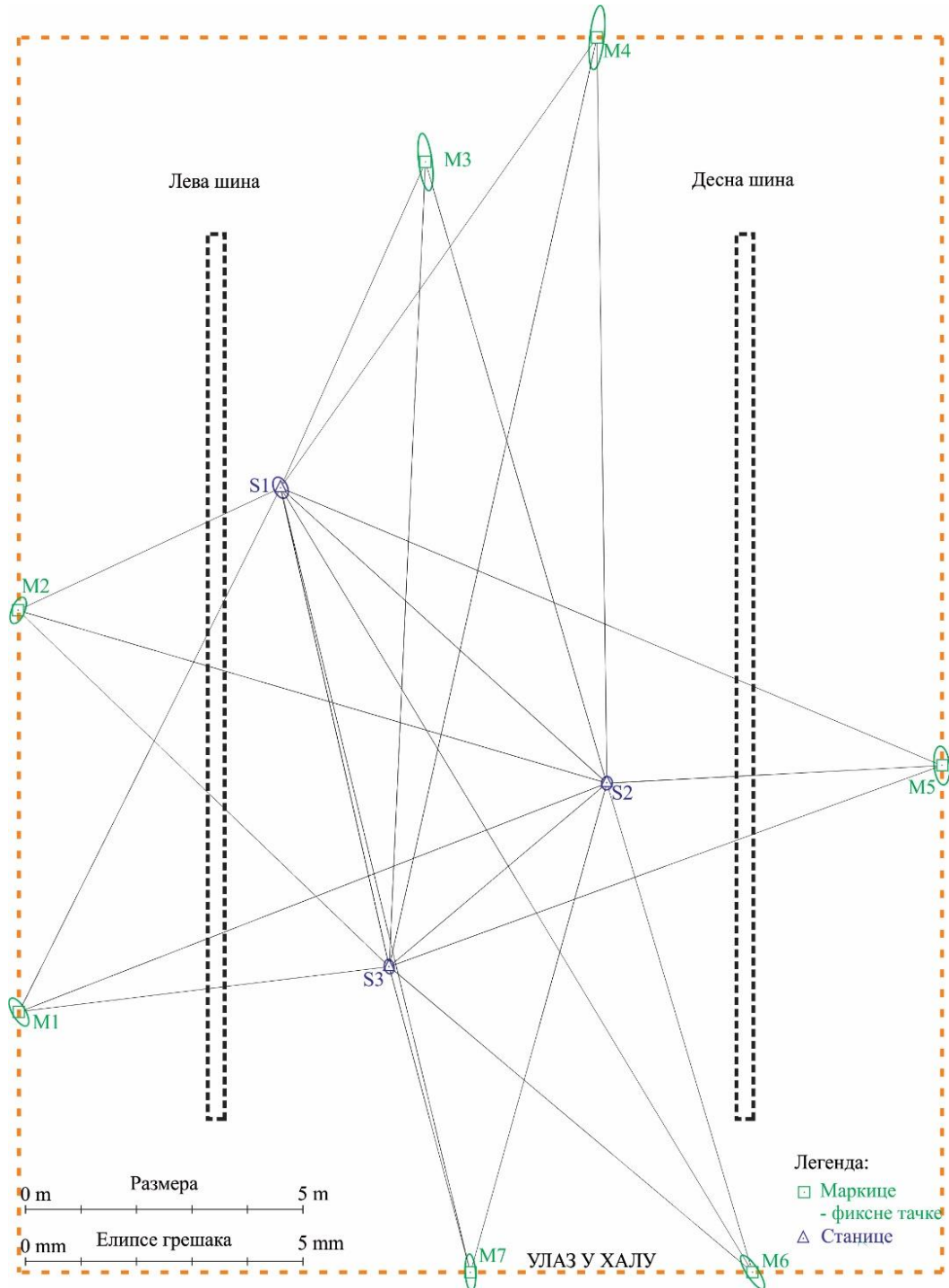
Табела 1 – Оцењене положајне координате тачака основне мреже са оценом тачности

Ознака	Y [m]	X [m]	$\sigma$ [mm]
M1	1009.4435	995.2899	0.6
M2	1002.2090	995.2775	0.6
M3	994.1338	1002.6115	1.1
M4	991.8918	1005.7002	1.2
M5	1005.0016	1011.9117	0.8
M6	1014.1310	1008.5011	0.8
M7	1014.1362	1003.4216	0.7
S1	1000.0003	999.9977	0.5
S2	1005.3230	1005.8769	0.3
S3	1008.6260	1001.9577	0.3

Табела 2 – Оцењене висине тачака основне мреже са оценом тачности

Ознака	H [m]	$\sigma$ [mm]
M1	100.4746	0.1
M2	100.5846	0.1
M3	100.1353	0.1
M4	100.2634	0.1
M5	100.0003	0.1
M6	100.1468	0.1
M7	100.9230	0.1
S1	98.4410	0.1
S2	98.4803	0.1
S3	98.4689	0.1

На основу резултата изравнања у основној мрежи, може се константовати да је постигнута прецизност хоризонталних правца (3.4" – 5.8") и хоризонталних дужина (0.3 mm – 1.3 mm) и унутрашња поузданост, тј. локални број степени слободе за хоризонталне правце (0.03 – 0.55) и хоризонталне дужине (0.69 – 0.98). Што се тиче оцењених висинских разлика одређених тригонометријским нивелманом, постигнута је прецизност (0.1 mm – 0.2 mm) и унутрашња поузданост (0.62 – 0.85). План опажања у основној мрежи са елипсама грешака приказан је на слици 3.



Слика 3 – План опажања у основној мрежи са елипсама грешака

### 3.2. ИЗРАВНАЊЕ ГЕОДЕТСКИХ МЕРЕЊА У КОНТРОЛНОЈ МРЕЖИ И ОЦЕНА ТАЧНОСТИ

Мерења су изравната методом најмањих квадрата, посредним изравнањем. Оцењене 2Д координате и оцена положајне тачности тачака на објекту (левој и десној шини) приказане су у

табели 3 и табели 4, респективно. Оцењене 1Д координате (висине) и оцена висинске тачности тачака на објекту (левој и десној шини) приказане су у Табели 5 и Табели 6, респективно.

Табела 3 – Оцењене положајне координате тачака леве шине са оценом тачности

Ознака	Y [m]	X [m]	$\sigma$ [mm]
L1	1010.6422	998.8666	0.6
L2	1010.1882	998.8680	0.6
L3	1009.3952	998.8666	0.5
L4	1008.6524	998.8653	0.5
L5	1007.7879	998.8664	0.5
L6	1006.9858	998.8667	0.4
L7	1006.2014	998.8650	0.4
L8	1005.6228	998.8631	0.4
L9	1005.0125	998.8641	0.4
L10	1004.2322	998.8624	0.4
L11	1003.5069	998.8633	0.4
L12	1002.6309	998.8659	0.4
L13	1001.8393	998.8622	0.4
L14	1001.0525	998.8630	0.4
L15	1000.4721	998.8640	0.4
L16	999.9303	998.8634	0.5
L17	999.1048	998.8655	0.5
L18	998.3008	998.8628	0.5
L19	997.4971	998.8641	0.6
L20	996.7029	998.8654	0.6
L21	995.9305	998.8665	0.7
L22	995.6777	998.8684	0.7

Табела 4 – Оцењене положајне координате тачака десне шине са оценом тачности

Ознака	Y [m]	X [m]	$\sigma$ [mm]
D1	1010.5267	1008.3654	0.7
D2	1010.1812	1008.3660	0.7
D3	1009.2927	1008.3686	0.6
D4	1008.6121	1008.3671	0.6
D5	1007.8255	1008.3682	0.6
D6	1006.9695	1008.3663	0.6
D7	1006.1941	1008.3674	0.6
D8	1005.6103	1008.3645	0.6
D9	1005.0223	1008.3662	0.6
D10	1004.2504	1008.3641	0.6
D11	1003.4067	1008.3632	0.6
D12	1002.6745	1008.3660	0.6
D13	1001.8204	1008.3643	0.5
D14	1000.9963	1008.3662	0.5
D15	1000.4645	1008.3651	0.6
D16	999.8706	1008.3665	0.6
D17	999.0797	1008.3700	0.6
D18	998.1717	1008.3680	0.6
D19	997.4866	1008.3688	0.6
D20	996.6654	1008.3671	0.7

D21	995.9093	1008.3657	0.7
D22	995.4565	1008.3679	0.7

Табела 5 – Оцењене висине тачака леве шине са оценом тачности

Ознака	H [m]	$\sigma$ [mm]
L1	102.1705	0.2
L2	102.1686	0.2
L3	102.1676	0.2
L4	102.1685	0.2
L5	102.1710	0.2
L6	102.1746	0.2
L7	102.1785	0.2
L8	102.1821	0.2
L9	102.1800	0.2
L10	102.1764	0.2
L11	102.1745	0.2
L12	102.1737	0.2
L13	102.1741	0.2
L14	102.1749	0.2
L15	102.1753	0.2
L16	102.1724	0.2
L17	102.1690	0.2
L18	102.1669	0.2
L19	102.1649	0.2
L20	102.1652	0.2
L21	102.1663	0.2
L22	102.1676	0.2

Табела 6 – Оцењене висине тачака десне шине са оценом тачности

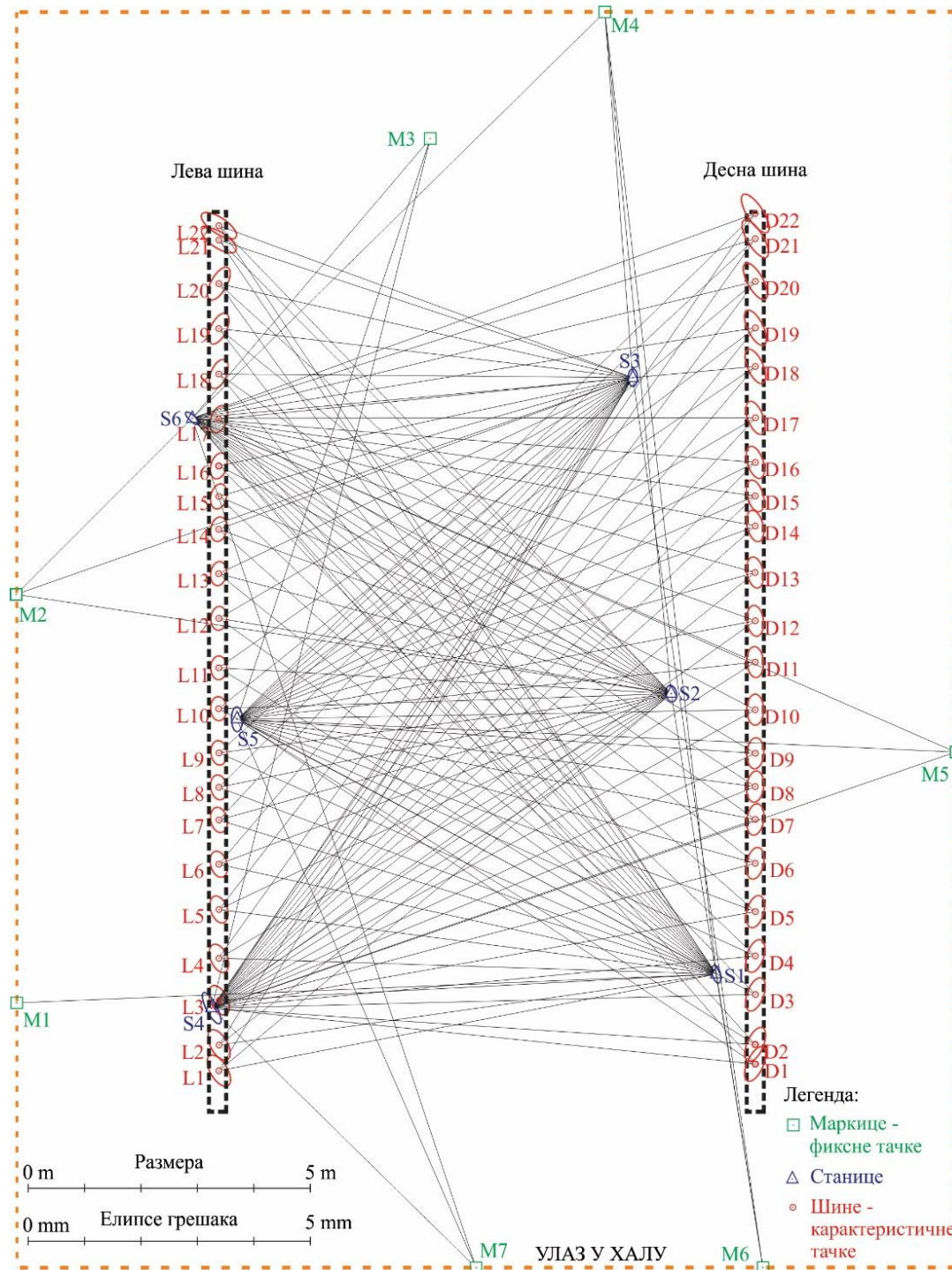
Ознака	H [m]	$\sigma$ [mm]
D1	102.1899	0.2
D2	102.1877	0.2
D3	102.1834	0.2
D4	102.1807	0.2
D5	102.1778	0.2
D6	102.1739	0.2
D7	102.1702	0.2
D8	102.1683	0.2
D9	102.1674	0.2
D10	102.1678	0.2
D11	102.1674	0.2
D12	102.1686	0.2
D13	102.1703	0.2
D14	102.1732	0.2
D15	102.1773	0.2
D16	102.1786	0.2
D17	102.1795	0.2
D18	102.1832	0.2



D19	102.1856	0.2
D20	102.1905	0.2
D21	102.1961	0.2
D22	102.1990	0.2

На основу резултата изравнања у контролној мрежи, може се константовати да је постигнута прецизност хоризонталних праваца (3.3" – 4.4") и хоризонталних дужина (0.1 mm – 0.7 mm) и

унутрашња поузданост, тј. локални број степени слободe за хоризонталне правце (0.02 – 0.65) и хоризонталне дужине (0.69 – 0.98). Што се тиче оцењених висинских разлика одређених тригонометријским нивелманом, постигнута је прецизност (0.1 mm – 0.2 mm) и унутрашња поузданост (0.64 – 0.89). План опажања у контролној мрежи са елипсама грешака приказан је на слици 4.



Слика 4 – План опажања у контролној мрежи са елипсама грешака

#### 4. АНАЛИЗА ГЕОМЕТРИЈЕ КРАНСКИХ ШИНА

На основу оцењених положајних координата и висина у локално дефинисаном координатном систему, врши се анализа геометрије кранских шина. Под анализом геометријом кранских шина се подразумева:

- Анализа правости кранских шина, тј. припадности тачака шина којима се оне дискретизују правој линији;
- Анализа паралелности кранских шина и
- Анализа хоризонталности кранских шина, тј. горње површи шина, на којој су материјализоване тачке објекта.

Ротацијом координатног система, тако да се доведе Y оса приближно у правац паралелан правцу дефинисаном осамна шина, омогућена је анализа правости и паралелности шина релативно у односу на X осу координатног система.

##### 4.1. АНАЛИЗА ПРАВОСТИ КРАНСКИХ ШИНА

На основу скупа тачака на шинама са оцењеним 2Д координатама оцењени су параметри модела регресионе праве тачака шина. Такође, диспозиција тачака на левој и десној шини од одговарајућих регресионих правих приказана је на Графику 1 и Графику 2, респективно.



График 1 – Диспозиција тачака леве шине [mm] у односу на регресиону праву шине

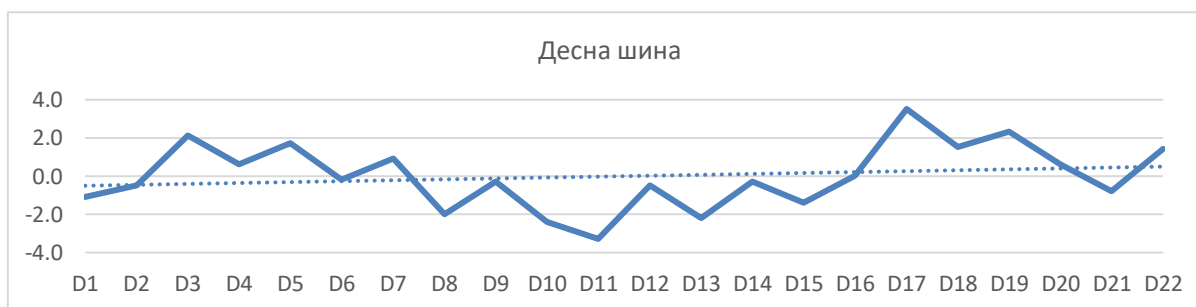


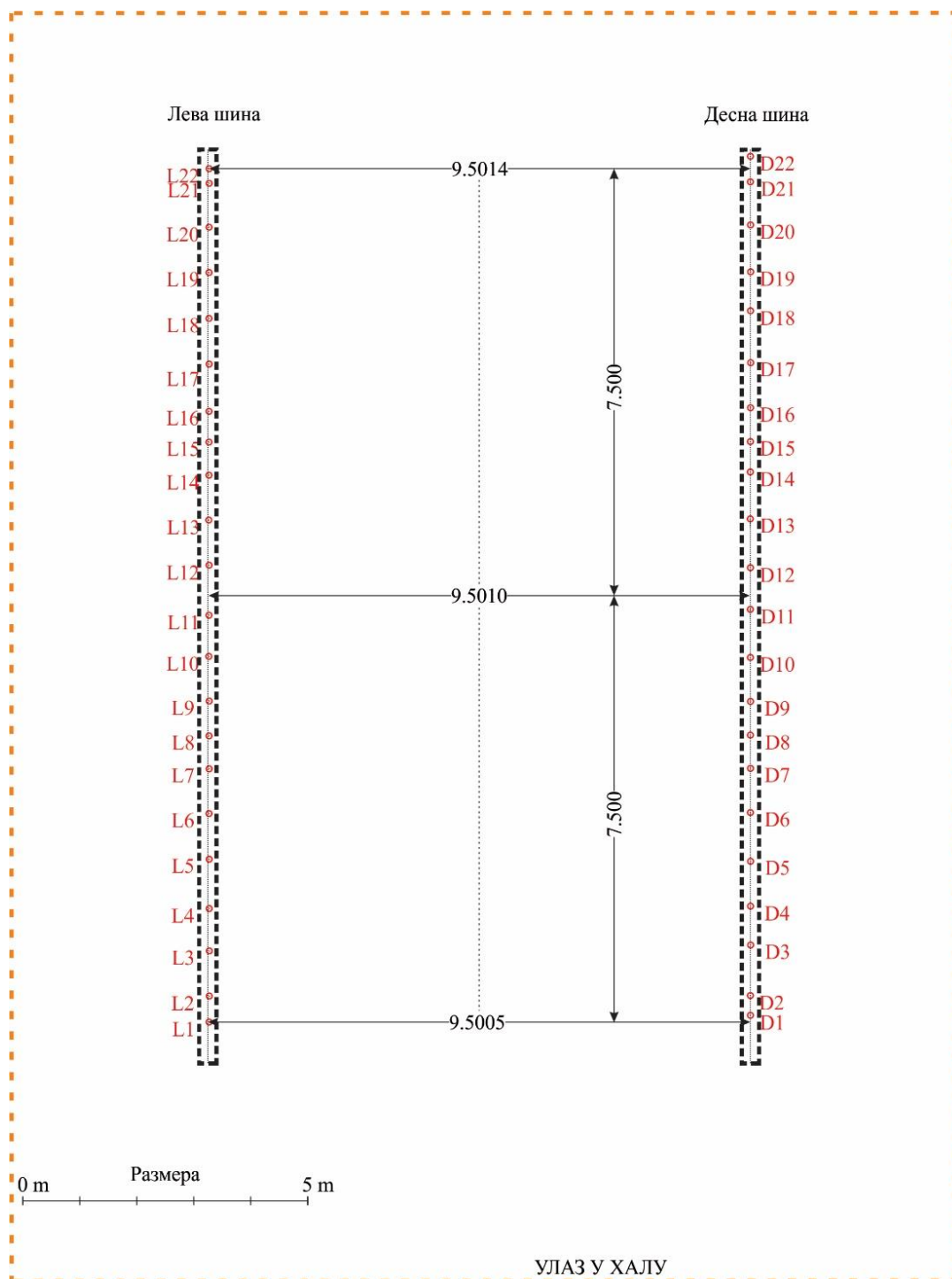
График 2 – Диспозиција тачака десне шине [mm] у односу на регресиону праву шине

Највеће растојање тачака десне шине од регресионе праве шине износи 4.0 mm, док највеће растојање тачака леве шине од регресионе праве шине износи 3.3 mm.

дивергирају у смеру од улаза у халу ка крају хале. Угао дивергенције износи 29.6". Управна растојања између регресионих правих тачака шина одређена су са тачношћу од 0.8 mm и приказана су на слици 5.

#### 4.2. АНАЛИЗА ПАРАЛЕЛНОСТИ КРАНСКИХ ШИНА

На основу оцењених регресионих правих кранских шина, може се констатовати да шине



Слика 5 – Растојања између регресионих правих леве и десне шине

#### 4.3. АНАЛИЗА ХОРИЗОНТАЛНОСТИ КРАНСКИХ ШИНА

Вертикална представа, тј. хоризонталност  
кранских шина у аксијалном смеру за леву и десну

шину приказана је на Графику 3 и Графику 4,  
респективно.





График 3 – Вертикална диспозиција тачака леве шине [mm] у односу на средњу висину леве шине



График 4 – Вертикална диспозиција тачака десне шине [mm] у односу на средњу висину десне шине

Средња вредност висина тачака десне шине је већа од средње вредности висина тачака леве шине за 7.0 mm. Највеће одступање висине тачака на левој шини од средње висине тачака леве шине износи 10.2 mm. Највеће одступање висине тачака на десној шини од средње висине тачака леве шине износи 20.1 mm. Као што се може приметити на графицима, десна шина је приближно на средини конвексна, а лева конкавна. Одступања висина тачака леве и десне шине од њихових коресподентних средњих вредности одређена су са тачношћу од 0.2 mm.

## 5. ЗАКЉУЧАК

Квалитетно изведена геометрија кранских шина је неопходан предуслов за ефикасно експлоатисање крана. Током дуготрајне употребе кранова, може доћи до оштећења кранских шина и нарушавања изведене геометрије, а самим тим и функционисања овог система. Из ових разлога, неопходна је периодична контрола геометрије кранских стаза, што представља задатак који најчешће инжењери геодетске струке морају испунити. Дугогодишња искуства су показала да добро разумевање проблема који треба решити и детаљно сагледавање простора у непосредној околини објекта од интереса морају претходити избору методе која ће се користити у решавању задатка.

Кранске шине које су биле објекат од интереса у овом раду се налазе у слабо осветљеној хали, непосредно испод плафона, са мноштвом физичких препрека у хали. У овако комплексном радилишту, ефикасно је извршено успостављање контролне мреже, кроз стабилизацију тачака на поду хале, самолепљивих маркица на зидовима

хале и тачака на кранским шинама, чему је претходила детаљна анализа догледања међу потенцијалним тачкама основне мреже, као и између тачака основне мреже и тачака објекта. Након тога је прецизно установљена процедура мерења у мрежи и на основу тога извршена селекција методе мерења и неопходних инструмената и прибора. Оваквим приступом је обезбеђено несметано обављање геодетских мерења и све ово је резултирало високопрецизном оценом тачности положаја (0.4 mm – 0.7 mm) и висина (0.2 mm) тачака објекта, што је уз добру поузданост геодетских мерења гарантовало висок квалитет геодетске мреже. Адекватном обрадом података омогућена је интерпретација добијених резултата чиме је геометрија кранских шина приказана нумерички и графички.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Ашанин, С. (2003). Инжењерска геодезија, Београд: Грађевински факултет Универзитета у Београду.
- [2] Беговић, А. и Госпавић, З. (2016). Инжењерска геодезија 1. Београд: Грађевински факултет Универзитета у Београду.
- [3] Михаиловић, К. и Алексић, И. (2008). Концепти мрежа у геодетском премеру. Београд: Грађевински факултет Универзитета у Београду.
- [4] Milovanović, B.; Vasiljević, S. and Vranić, P. (2020). Designing and Realization of the Control Network of the Telecommunication Tower Avala, Tehnika, ISSN 0350-2619 74(6), 703-708.
- [5] Вранић, П. (2019). Пројекат геодетског осматрања дела потпорног зида на аутопуту Е75

- у хоризонталној равни, Техника, 74(5), ISSN 0040-2176, 648-654.
- [6] Božić, B. S., Milovanović, B. Đ., Tucikešić, S. S., & Vasiljević, S. S. (2022). Ocena pomeranja inženjerskih struktura u programskom paketu PANDA . *Tehnika*, 77(3), 295-301. <https://doi.org/10.5937/tehnika2203295B>
- [7] Marjetič, A., Kregar, K., Ambrožič, T., Kogoj, D. (2012). An Alternative Approach to Control Measurements of Crane Rails. *Sensors*. DOI:10.3390/s120505906.
- [8] Поповић, Ј., Алексић, И., Божић, Б., Миловановић, Б., Тодоровић Дракул, М. (2017). Тестирање правости линијских објеката применом потпуног метода најмањих квадрата, *Tehnika*, 10.5937/tehnika1702187P.
- [9] Kregar, K., Možina, J., Ambrožič, T., Kogoj, D., Marjetič, A., Stebe, G., Savšek, S. (2017). Control Measurements of Crane Rails Performed by Terrestrial Laser Scanning. *Sensors*. DOI: 10.3390/s17071671.
- [10] Braun J., Fladrova H., Prager K. (2019). Comparison of different measurement methods of crane runway, *Advances and Trends in Geodesy, Cartography and Geoinformatics II - Proceedings of the 11th International Scientific and Technical Conference on Geodesy, Cartography and Geoinformatics, GCG 2019*, pp. 3 – 9.
- [11] Kyrinovič P., Kopáček A. (2010). Automated measurement system for crane rail geometry determination. *27th International Symposium on Automation and Robotics in Construction, ISARC 2010*, pp. 294 – 305, DOI: 10.22260/isarc2010/0032

## SUMMARY

### METHODOLOGY OF CRANE RAIL GEOMETRY CONTROL BY GEODETIC MEASUREMENTS

*In the new hall of the Institute for Materials and Structures, there was a need to control the geometry of the existing crane rails. In this paper, the methodology for determining the geometry of such a complex structure is presented, and the results of the applied method are also presented. The final product, i.e. the examined geometry of crane rails included numerical and graphical analysis of straightness, analysis of parallelism and analysis of horizontality of crane rails.*

**Key words:** Crane rails, geometry control, methodology, control geodetic network, geodetic network adjustment, accuracy evaluation.