

Из часописа и уџбеника у школски простор

Сања Булат¹, Милена Давидовић², Миленија Јоксимовић³, Татјана
Марковић-Топаловић⁴, Мирјана Поповић-Божић⁵ и Биљана Стојичић⁶

¹ОШ Бранислав Нушић, Београд; ²Грађевински факултет, Универзитет у Београду;

³Хемијско прехрамбена технолошка школа, Београд; ⁴Медицинска школа, Шабац;

⁵Институт за физику, Универзитет у Београду; ⁶Земунска гимназија, Београд

Апстракт. Радиће се експерименти и демонстрације на апаратурама конструисаним по угледу на апаратуре које је Галилеј користио при проучавању кретања пројектила у гравитационом пољу. Приказаће се примена сазнања из ових експеримената у Торичелијевом теоријском предвиђању облика и домета млазева из посуде напуњене течношћу. Демонстрираће се слагање са том теоријом. Биће изведени експерименти са чиодом у магнетном пољу потковичастог магнета. Помоћу цилиндричних сочива демонстрираће се интригантне појаве које су последица одбијања, преламања и тоталне рефлексије светlosti. Биће приказан поступак за добијање "холограма" помоћу пирамиде од провидног материјала постављене на екран паметног телефона.

Кључне речи: Галилејеви експерименти, Торичелијево предвиђање, потковичasti магнет, цилиндрична сочива, холограм.

ГАЛИЛЕЈЕВЕ АПАРАТУРЕ ЗА ПРОУЧАВАЊЕ КРЕТАЊА У ГРАВИТАЦИОНОМ ПОЉУ

Савремени захтеви који се постављају пред наставу физике су довели до тога да се у настави о кретању све више користе експерименталне апаратуре конструисане по угледу [1-5] на оне које је Галилеј користио у својим експериментима [6,7]. Закључено је да су оригинални Галилејеви експерименти идејни за наставу засновану на истраживачком методу. Спроводећи такве експерименте са ученицима средње школе, Borgi и коаутори су закључили [2] да су неке од тешкоћа ученика у разумевању објашњења тих експеримената у ствари тешкоће које је имао сам Галилеј и које су биле круцијалне у развоју кинематике.

Стрма раван са звончићима и клатном

Посебна занимљивост везана за Галилејев рад се односи на начине мерења времена које је он користио. Чувени проблем кретања тела са сталним убрзањем, чије законитости је успео експериментално да утврди, никако не би био решен да он није био човек оригиналних идеја, када је реч о мерењу времена. Остало је забележено да је мерио временске интервале помоћу пулса, посуда из којих истиче вода и клатна. Познато је да је био изузетно музикалан човек, који је имао и

Сања Булат, Милена Давидовић, Миленија Јоксимовић, Татјана Марковић-Топаловић,
Мирјана Поповић-Божић и Биљана Стојићић

музичко образовање, па је природно имао осећај за дужину временског интервала. Један од важних закључака до којих је дошао Галилеј у вези са поменутим типом кретања, је да путеви које тело прелази у једнаким временским интервалима стоје у међусобном односу као низ узастопних непарних бројева, где је јединица пут који пређе у првом временском интервалу од почетка кретања [6-8]. Начин да се то прикаже је и модел Галилејеве стрме равни на којој су постављени звончићи на крајевима путева које тело прелази у једнаким временским интервалима [6]. Временски интервал се мерити клатном. Таква стрма раван је у оквиру ПОКО пројекта реализована у Земунској гимназији 2014. године (слика 1).



СЛИКА 14. Галилејева стрма раван са звончићима и клатном реализована у Земунској гимназији 2014.

Стрма раван са хоризонталним наставком за проучавање кретања пројектила

Посебано значајан део Галилејевих радова се односи на кретање пројектила [1-5]. Данас у настави користимо термине: коси хитац и хоризонтални хитац. Искуство наставника је да та тема није ни мало лака ученицима и да они наилазе на проблеме у процесу разумевања, пре свега сложеног кретања. Једно од могућих решења овог проблема може се наћи у раду Borghi и сарадника [2], у коме су предложени једноставни огледи са стрмом равни која има хоризонтални наставак. Два су основна огледа. Један, у коме се пореди кретање куглице која по силаску са стрме равни наставља да се креће по хоризонталној подлози и куглице која се по силаску са стрме равни креће по параболи (хоризонтални хитац). Други, у коме се пореди кретање куглице која слободно пада са висине изједначене са подножјем стрме равни и куглице која се креће по параболи када напусти стрму раван (хоризонтални хитац). Практично, са овако постављена два огледа могуће је приказати на веома очигледан начин обе компоненте сложеног кретања, равномерно у хоризонталном правцу и равномерно убрзано у вертикалном правцу.

Време кретања дуж тетива обруча у вертикалној равни у гравитационом пољу

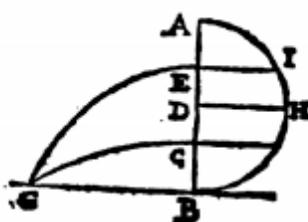
Следећи пример показује на који начин је могуће демонстрирати решење проблема кретања тела по тетивама вертикалне кружнице. Кроз метални обруч, на коме се налазе рупице, провуку се нити тако да крајеви свих нити пролазе кроз један од отворна врху, док се други крајеви нити лепезасто шире и заузимају положај тетива кружнице, која се поклапа са обручом. На свакој нити се налази по једна перла (куглица), идентичних карактеристика. Ако се све куглице пусте да падају из заједничког почетка истовремено, лако се уочава да оне истовремено падају на обруч. Галилеј тај проблем разматра у Теореми VI у свом чувеном делу које је на српском језику објављено под насловом "Расправе и математички докази о две нове науке..." [7].

ОБЛИК И ДОМЕТ МЛАЗЕВА ИЗ ТОРИЧЕЛИЈЕВЕ ФОНТАНЕ

Илустрације млазења из три отвора на посуди, у којој се ниво воде одржава константним, се налазе у многим уџбеницима физике, у одељку о притиску у течностима. Чешће се срећу схеме млазења које нису у сагласности са експериментом, него схеме, као што је Торичелијева схема (слика 2), која је у сагласности са експериментом [9]. Торичели је био Галилејев асистент током неколико последњих месеци Галилејевог живота, и наследио је Галилејеву катедру на Универзитету у Пизи. Две године после Галилејеве смрти, Торичели је објавио дело Opera Geometrica [10] у коме је описао експеримент на основу кога је формулисао закон који данас носи његово име: брзина млаза из неке тачке је једнака брзини коју би појединачна капљица течности имала када би падала у вакууму са површине течности изнад отвора. Користећи ознаке на слици 2, овај закон се данас пише у облику

$$v_{x0} = \sqrt{2gAE} \quad (1)$$

где је g убрзаше Земљине теже. Користећи ово сазнање и позивајући се на Галилејеву теорију о кретању пројектила, Торичели је закључио (а да није детаљно изложио доказ) да је: домет млаза \overline{GB} из отвора Е једнак $2\overline{EI}$, где је \overline{EI} половина тетиве кружнице на слици. Из ове тврђење следи да највећи домет има средњи млаз.



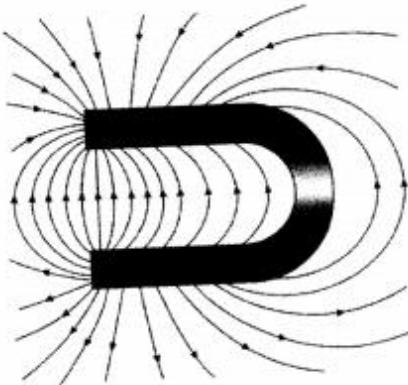
СЛИКА 2. Торичелијева илустрација млазења из отвора Е и С на зиду посуде која је представљена помоћу дужи \overline{AB} . Посуда је испуњена течношћу до нивоа А.

Сања Булат, Миlena Давидовић, Милене Јоксимовић, Татјана Марковић-Топаловић,
Мирјана Поповић-Божић и Биљана Стојићић

Ова Торичелијева тврдња се данас доказује у неколико корака, користећи геометрију кружнице и једначине кретања капљице у гравитационом пољу [2,9]. То ће бити један од задатака за учеснике радионице, као и експериментална провера Торичелијевог закона и предвиђања облика млаузева. Али, остаје да се истраже Галилејеви и Торичелијеви публиковани и непубликовани радови, да би се сазнали сви детаљи Торичелијеве аргументације.

КРЕТАЊЕ ЧИОДЕ У МАГНЕТНОМ ПОЉУ ПОТКОВИЧАСТОГ МАГНЕТА

Без обзира на напредак у технологији израде магнета, стари потковичасти магнет може бити веома користан за показивање и разумевање магнетних ефеката, пре свега магнетне сile. Кроз занимљиве експерименте ће бити показано како магнетно поље делује на феромагнетик. Важно је подсетити се конфигурације линија сile магнетног поља потковичаствог магнета (слика 3).



СЛИКА 3. Линије сила магнетног поља потковичаствог магнета [11].

Када се гвоздена игла постави вертикално у средишњи део магнетног поља потковичаствог магнета, опажа се да игла почиње да клизи по површини према крају магнета, задржавајући вертикални положај. Игла се зауставља у равнотежном положају, у близини магнетних полова. Из чињенице да је игла из стања мировања почела да се креће, закључујемо да на иглу делуја сила. Зашто се јавља та сила, како игла остаје у вертикалном положају?! Игла је направљена од гвожђа, које је феромагнетик. Због тога, игла у магнетном пољу постаје магнетни дипол, те се јавља сила на тај индуковани магнетни момент. Аутори овог експеримента су показали [11] да је укупна магнетна сила која делује на дипол сразмерна индукованом магнетном моменту и магнетној индукцији B а обрнуто сразмерна полупречнику кривине r линије магнетног поља у центру дипола (игле). Индуковани момент је сразмеран магнетној индукцији B , тако да је хоризонтална компонента магнетне сile на иглу дата изразом

$$F_M = c \frac{B^2}{r} \quad (2)$$

где је c константа сразмерности а r је полупречник кривине. Сила је једнака нули тамо где $r \rightarrow \infty$. То је равнотежни положај игле.

ОПТИЧКЕ ДЕМОНСТРАЦИЈЕ ПОМОЋУ ЦИЛИНДРИЧНИХ СОЧИВА

Док у оквиру геометријске оптике ученици разматрају формирање ликова помоћу танких сочива, у свакодневном животу се појављују занимљива искуства са цилиндричним сочивима, која треба разјаснити. Као цилиндрична сочива се користе провидни цилиндри од стакла или пластике, али, то могу бити чаше, тегле и флаше испуњене водом [12]. Узвиши у обзир да је теоријско објашњење дебelog сочива компликованије од теорије танких сочива, може се апроксимативно узети да је жижна даљина цилиндра испуњеног водом приближно једнака двоструком полупречнику цилиндра ($f = 2R$, важи за параксијалне зраке, индекс преламања воде је $n = 1,33$ и стаклени зид чаше је занемарен). Ово се може проверити једноставним поступком: на чашу са водом се усмери паралелан сноп светlostи, па се померањем заклона нађе вертикална линија светlostи - жика (на удаљености R од површине чаше). Такође, лепо и лако се показује добијање лика помоћу цилиндричног сочива, тако што се иза чаше са водом вертикално постави двобојни лењир, па се померањем лењира (ка жижи и од жиже) добијају ликови. Могу се видети ликови: 1) умањен, изврнут, реалан; 2) увећан, изврнут, реалан; 3) увећан, усправан, имагинаран.

Посебну пажњу треба усмерити на формирање ликова када се предмет налази у цилиндричном сочиву (чаша или тегла испуњеној водом). Када се танак вертикални штап који је делимично уроњен у воду унутар прозирног цилиндричног суда (тегле) постави у центар цилиндра, бочни посматрач види шипку као комплетан објекат. Ако се штап помера од центра, његова слика постаје необична, тј. део који се види кроз ваздух и део који се види кроз воду се раздваја, па на некој удаљености од центра доњи део штапа постаје невидљив. На основу закона одбијања и преламања светlostи, може се закључити да је ова појава последица преламања светlostи која се шири од штапа до ока посматрача. Како се штап помера од центра ка периферији суда (сочива), његова "дубина се смањује" због закривљености површине течности, па се слика помера према посматрачу [12,13].

Иако једноставне за демонстрацију, квантитативан опис горе описаних појава је релативно сложен, али се заснива на средњошколском градиву из геометријске оптике, математике и програмирања. Дакле, погодан је за рад са ученицима заинтересованим за математику и физику, као и за матурске радове.

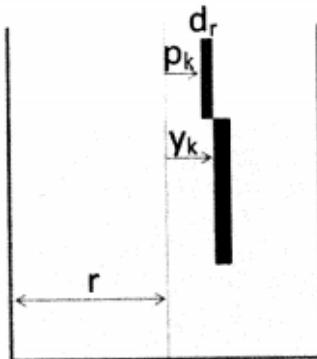
Аутори рада [13] су одредили формулу за положај лика у функцији односа стварног положаја штапа и полупречника посуде. Такође су нашли растојање после кога се штап више не види. То је оно растојање за које се преломљени зрак (који долази до ока посматрача) налази у правцу тангенте на површину суда. Аутори су такође показали да је у близини центра суда растојање лика yL од центра (дуж уосе нормалне на правац од центра суда ка посматрачу) одређено једноставном релацијом: $yL \sim = np$, где је n индекс преламања течности а p је растојање штапа од центра. Применом ове апроксимације може се измерити индекс преламања течности

Сања Булат, Милена Давидовић, Милене Јоксимовић, Татјана Марковић-Топаловић,
Мирјана Поповић-Божић и Биљана Стојичић

како је предложио Глук [14]. Препуштамо учесницима радионице да покажу, користећи поменуту апроксимацију, да је индекс преламања одређен формулом

$$n = \frac{p_k + d_r}{p_k} \quad (3)$$

где је значење величина у овој формули приказано на слици 4.



СЛИКА 4. Схема експеримента за одређивање индекса преламања течности [13,14].

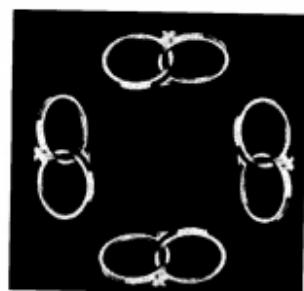
Такође, може се показати (помоћу двобојног лењира делимично уроњеног у теглу са водом) како положај и величина слике зависе од положаја предмета у односу на дијаметралну раван сочива [12]. Предмет који је испред дијаметралне равни има слику која је померена испред, а предмет који је иза дијаметралне равни има слику која је померена уназад, тако да се може закључити да су ликови уроњених предмета увећани и усправни. Дивергентно сочиво се добија када се у теглу са водом постави стакlena чаша (у коју се постави предмет и анализира његова слика). Ефекат "равне слике" је једноставан и занимљив експеримент који се изводи тако што се на зид чаше залепи слика и посматра са супротне стране (кроз празну чашу), потом се чаша напуни водом и посматра слика – постаје равна и увећана у хоризонталном правцу.

ХОЛОГРАМ ИЛИ "ХОЛОГРАМ"

Како се односити према садржајима који су доступни путем интернета, пре свих ученицима, а да су при томе визуелно и садржајно веома допадљиви или истовремено без правог физичког објашњења, питање је које се често поставља пред наставнике физике. Један такав пример је опис "холограма" који се може, према упутству аутора са различитих YouTube канала, добити помоћу мобилног телефона који емитује одговарајући филм и тзв. холограмског проектора - четворострране зарубљене пирамиде од провидног материјала (стакла, пластике, фолије) [15-18]. Прво питање које се намеће је, да ли је уопште реч о холограму?

Из часописа и уџбеника у школски простор

Фilm који се еmitујe путem мобилнog телeфона сe сaстоji од чetири идентична фilmа који су монтиранi у јedan. Постоji обиљe фilmova на разним You Tube каналима различитих садржајa припремљeниh за oвaj вид пројекцијe. Objekti су uвек динамички, што сe показујe да niјe без значајa.



СЛИКА 5. Једна секвенца у филму који се еmitујe на мобилном телeфону.

Поступак за добијање жељене слике је: да се на екрану мобилног телeфона, на коме је постављена пирамида, еmitујe поменутi фilm. Зарубљени врх пирамиде сe постави у средиште фilmске слике као што је ова на слици 5. Та чetири идентична фilmа сe пројектујe на чetири стране пирамиде, а посматрач који сe помера стиче илузију да је тродимензионални предмет негде у средишту пирамиде. Тродимензионални предмет сe најбољe види ако је правац гледањa паралелан сa екраном мобилног телeфона. Учесници радионице ћe имати прилику да виде овако добијен холограм користећi пирамиду коју је направила ученица Земунске гимназијe.

Холографијa јe метод стварањa и реконструкцијe тродимензионалних слика применом кохерентне светlosti. Kod обичne фотографијe видљивe су само тачke на предмету којe су директно осветљене. Ako bi бila снимљена обичna фотографијa и холограм истог предметa, више информацијa о предметu bi имали на холограмu. Kada сe мењa угаo посматрањa холограмa могућe јe видeti и тачke на objektu којe првобитno нису билe видљivе на обичnoj фотографијe. U случајu "холограмa" добијенog помоћu холограмскog пројекторa и одговарајuћe фilmа, видљiva јe uвек истa дводимензионална слиka предметa без обзиra на угаo под kojim сe посматra слиka.

Иако пример којi јe наведен нијe пример правог холограмa, може послужiti u наставi као одличna основa za дискусијu o холографијi, што јe примерено средњошколском узрастu ученика. Kod ученика основне школе физичко тумачењe појавe сe не може у потпуности остварити, али сe може инсистирati на правилном називu и искористити атрактивност појавe. Пример добре праксе из ОШ "Бранислав Нушић" охрабрујe да сe настави сa применom u наставi. Ученици ове школe су кроз два пројектa користили оваj пример. To су били STEM Discovery Week, и час реализован кроз интегративни приступ наставi под називom Холограм. Интегративност јe остварена кроз повезивањe садржајa математике (анализa трапезa), биологијe (медузe којe сe крећu, модели молекулa), гeографијe (географски пресечи), информатике (анализa валидних информацијa на интернетu) и техничкog образовањa (прављењe "холограмскog пројекторa").

Сања Будат, Милена Давидовић, Милене Јоксимовић, Татјана Марковић-Топаловић,
Мирјана Поповић-Божић и Биљана Стојичин

ЛИТЕРАТУРА

1. Drake,S. (1973), Galileo's Discovery of the Law of Free Fall, *Scientific American*, 228, 84-93
2. Borghi, L., DeAmbrosis, A., Lamberti, N. and Mascheretti, P. (2005), A teaching-learning sequence on free fall motion, *Phys. Ed.* 40, 266-273
3. Galileo's work on projectile motion,
http://galileo.rice.edu/lib/student_work/experiment95/paraintr.html
4. Galileo's Acceleration Experiment,
http://galileoandinstein.physics.virginia.edu/lectures/gal_accn96.htm
5. Drake, S. and MacLachlan, J. (1975), Galileo's Discovery of the Parabolic Trajectory, *Scientific American*, 232, 102-110
6. <https://www.museogalileo.it/it/museo/impara/online/56-video-didattici-di-storia-della-scienza/515-meccanicagalileo-it.html>
7. Галилеј, Г., Расправе и математички докази: о две нове науке које се баве механиком и локалним кретањима, Сремски Карловци-Нови Сад: Издавачка књижница Зорана Стојановића, 2013, стр. 151-234 (Galileo Galilei, Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze attenenti alla meccanica e i movimenti locali, 1638)
8. Dauben, J., Galileo and the Mathematics of motion, Part I, The inclined plane experiment,
<http://www.mcm.edu/academic/galileo/ars/arshtml/mathofmotion1.html>
9. Davidović, M., Marković-Topalović, T., Sliško, J. and Božić, M. Visualizing properties of a quadratic function using Torricelli's fountain, to be published in *Physics Teacher*
10. E.Torricelli, "De motu aquarum" in *Opera Geometrica, Libri Dvo* (Amatoris Maffei&Laurentij de Landis, Florentiae Typis, 1644) pp. 191-203
<http://archive.org/stream/operageometrica00torrgoo#page/n212/mode/2up>
11. Babović, M., and Babović, V. (2017), A few simple classroom experiments with a permanent U-shaped magnet, *Phys. Educ.* 52, 015021 (9pp)
12. Ivanov, D. and Stefan Nikolov, S. (2015), Optics demonstrations using cylindrical lenses, *Phys. Educ.* 50 (5) 548-559
13. Davidović, M., Božić, M., Sliško, J., Gajić, R. and Dragović, M. (2014), Image positions of a vertical rod in a liquid-filled cylindrical container, *Eur. J. Phys.* 35, 025011 (14pp)
14. Gluck, P. (2011), A simple method to measure the refractive index of a liquid, *Phys. Educ.* 46, 253
15. <https://www.youtube.com/watch?v=Y60mfBvXCj8&t=349s>
16. https://www.youtube.com/results?search_query=hologram+video
17. <https://www.youtube.com/watch?v=7YWTtCsvgvg>
18. <https://www.youtube.com/watch?v=Ttv1Lo1Ld2o>