

mr Олег Одаловић, дипл. инж. геод.*
 mr Јелена Гучевић, дипл. инж. геод.*

УТИЦАЈ ГУСТИНЕ МАСА ЗЕМЉИНЕ КОРЕ ПРИ РАЧУНАЊУ ОРТОМЕТРИЈСКИХ ВИСИНА

РЕЗИМЕ

У раду се даје анализа разлике потенцијала и геометријски однос нивоских површи и вертикале. Приказан је утицај силе Земљине теже на резултате нивелања добијених геометријским нивелманом и о зависности резултата нивелања од пута нивелања. Да би се избегла неодређеност одређивања висина тачака, Међународна асоцијација за геодезију је препоручила 1954. г. да државе за све главне нивелманске влакове рачунају разлику потенцијала коришћењем геопотенцијалних кота срачунатих из резултата мерења убрзаша силе Земљине теже и нивелања геометријским нивелманом. Како геопотенцијалне коте нису погодне за практично коришћење, користе се физичке висине дефинисане на други начин. Један од начина је ортометријска висина, која се добија додавањем ортометријске корекције резултатима мерења висинских разлика добијених геометријским нивелманом. Да би ортометријске поправке добили са довољном тачношћу мора се узети у обзир густина маса Земљине коре. Ово је приказано на практичним примерима.

ABSTRACT

In the paper is given the analysis of the difference of the power and the geometrical relation levelling superficiel and the vertikal. The influence of the force Earth's gravitation was presented on the results of the levelling are given by geometrical levelling, and about dependence of the results of the levelling on the road of the levelling. In order to be avoided the indefiniteness of the determination of the heights of the points, IAG was been suggested 1954. that the states for the all main levelling traverses they are computing the difference of the power using geopotential height computed from the results of the measurements of the acceleration of the force Earth's gravitation and of the levelling by the geometrical levelling. Because the geopotencial heights are not convenient to the practical use, they are using the physical heights that are definted on the other way. One of he way is orthometric height, that is obtained by the addition of the orthometric correction to the results of the measurements of the heights difference that are obtained by geometrical levelling. In order to get the orthometric corrections with sufficient accitude to take into consideration the density of the mass Earth's crust. This is presented on the practical exemplares

* Геодетски институт Грађевинског факултета
у Београду.

1. УВОД

Анализа потенцијала силе Земљине теже једним делом базирана је на особинама нивоских површи и вертикалa као и њиховом међусобном геометријском односу. Нивоске површи су површи дуж којих нема промене потенцијала.

$$W(x, y, z) = C = \text{const}, \quad (1)$$

а вертикалe линије које имају особину да се правца тангенте у свакој њеној тачки поклапа са правцем градијента скаларног поља тј. са правцем вектора убрзања силе Земљине теже.

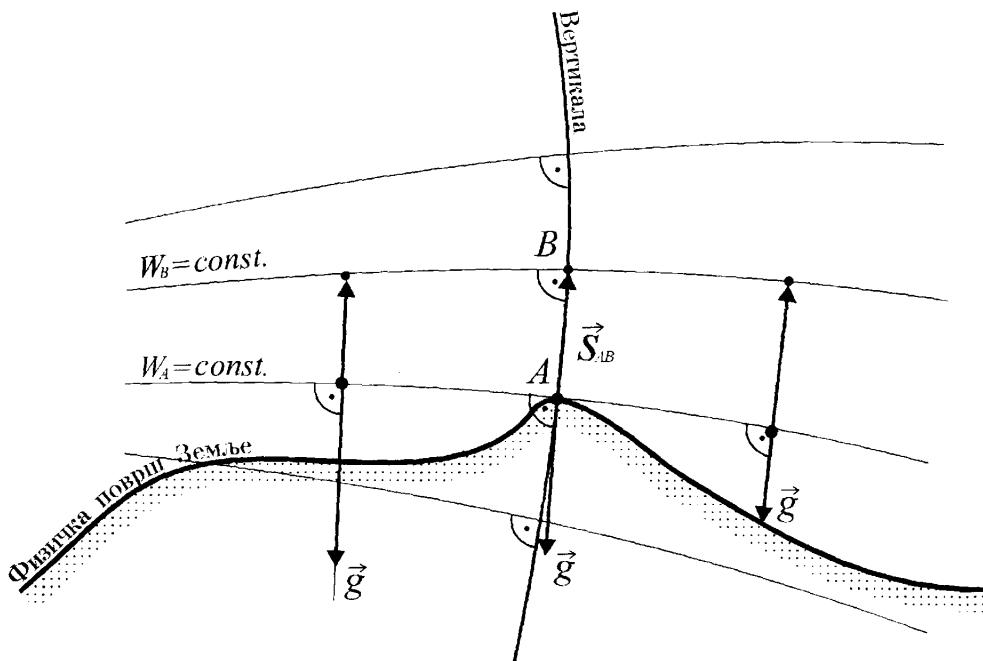
Анализом разлике потенцијала између две бесконачно блиске нивоске површи, W_A и W_B , коју је могуће приказати у

облику скаларног производа вектора убрзања \vec{g} и елемента линије \vec{s} :

$$\begin{aligned} W_A - W_B &= dW_{AB} = \frac{\partial W}{\partial x} dx + \frac{\partial W}{\partial y} dy + \\ &+ \frac{\partial W}{\partial z} dz = \vec{g}_A \cdot \vec{s}, \end{aligned} \quad (2)$$

могуће је извести два веома битна закључка. Наиме, ако се вектор \vec{s} узме дуж вертикалe која пролази кроз тачке A и B (слика 3) тада вектори \vec{g} и \vec{s} међусобно граде угао π па је разлика потенцијала једнака производу њихових интензитета:

$$dW_{AB} = g_A \cdot ds \cdot \cos \pi = -g_A \cdot ds = \text{const}. \quad (3)$$



Слика 1 - Геометријски однос нивоских површи и вертикалa

одакле следи:

- због непрекидне промене силе теже следи непрекидна промена растојања између нивоских површи, односно, нивоске површи међусобно конвергирају од екватора ка половима.
- најкраће растојање између две произвољно блиске нивоске површи представља одсечак вертикале који је истовремено управан на обе нивоске површи, одакле се, с обзиром на непаралелност нивоских површи, може закључити да је вертикалa просторна крива.

Поред ових веома битних особина нивоских површи и вертикалa значајно је поменути и да се (Vaníček, 1982.)

- нивоске површи никада се не пресецају нити додирују,
- као и то да
- кроз сваку тачку вертикалe пролази по једна нивоска површ.

2. УТИЦАЈ СИЛЕ ЗЕМЉИНЕ ТЕЖЕ НА РЕЗУЛТАТЕ НИВЕЛАЊА ДО БИЈЕНЕ ПРИМЕНОМ ГЕОМЕТРИЈСКОГ НИВЕЛМАНА

Ако би се висинске разлике између тачака A , B и C (слика 2) одређивале само применом геометријског нивелмана,

онда би резултати нивелања, за које се унапред сматра да нису оптерећени слуčajним и систематским грешкама, указивали на следеће:

- између тачака A и B , које се налазе на истој нивоској површи постоји висинска разлика:
- вредност нивеланих висинских разлика зависи од пута нивелања тј.

$$\int_A^C dh \neq \int_B^C dh \quad (1)$$

или, с обзиром да је dh дато само у дискретним тачкама,

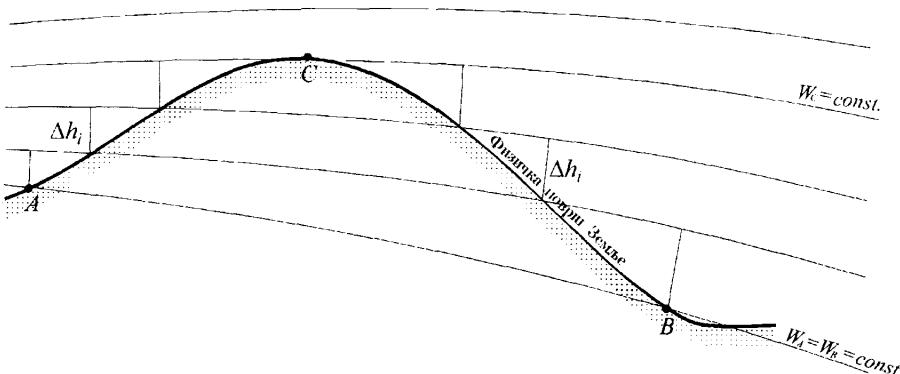
$$\sum_A^C \Delta h_i \neq \sum_B^C \Delta h_j . \quad (2)$$

- сума висинских разлика у затвореном полигону није једнака нули

$$\oint dh \neq 0 \quad (3)$$

односно

$$\sum_i \Delta h_i \neq 0 . \quad (4)$$



Слика 2 - Зависност резултата нивелања од пута нивелања

Да би се избегле све наведене неодређености неопходно је у резултате мерења висинских разлика, добијене путем геометријског нивелмана уносити утицај силе Земљине теже, при чemu се висине које се одређују комбинацијом резултата опажања геометријског нивелмана и резултата опажања убрзања силе Земљине теже називају физичким висинама.

3. ГЕОПОТЕНЦИЈАЛНЕ КОТЕ

За једнозначно одређивање одстојања тачака од референтне нивоске површи тј. за одређивање висина тачака независно од пута нивелања користи се разлика потенцијала.

Међународна асоцијација за геодезију (IAG) препоручила је, 1954. године, земљама чланицама, да за све главне нивелманске влакове у држави разлику потенцијала рачунају применом геопотенцијалних кота. Геопотенцијална кота је негативна разлика између вредности потенцијала у тачки B , и вредности потенцијала у тачки A која се налази на геоиду:

$$C = -(W_B - W_o) \quad (1)$$

Практично геопотенцијалне коте рачунају се коришћењем резултата мерења убрзања силе Земљине теже и нивелања применом линијског интеграла:

$$C_B = dW = -(W_B - W_o) =$$

$$= - \int_B^A g \cdot dh = \int_B^A g \cdot dh \approx \sum_{k=A}^B g_k \cdot \Delta h \quad (2)$$

где је

- g – вредност сile теже,
- dh – диференцијална промена висине,
- dW – прираштај потенцијала,

Δh_k – мерена висинска разлика на k -тој станици,

g_k – вредност убрзања сile теже која важи за Δh_k и која се рачуна применом израза

$$g_k = \frac{1}{2} \cdot (g_{i-1} + g_i) \quad (3)$$

где су g_{i-1} и g_i вредности убрзања сile теже одређене на тачкама на којима су постављане нивелманске летве.

Овако дефинисаном мером за висинске разлике обезбеђено је:

- да све тачке на истој нивоској површи имају исту висину, да је
- интеграл по затвореном полигону једнак нули,
- да се висинске разлике одређују без присуства било каквих хипотеза о убрзању сile теже тј. без хипотеза о распореду густине маса Земље,
- повезивање мрежа нивелмана преко више земаља, као и упоређење,
- нивоа мора или океана у различитим земљама.

Јединице геопотенцијалних кота су јединице потенцијала $m^2 s^{-2}$. Исте године које је предложена од стране Међународне асоцијације за геодезију одлучено је - да се геопотенцијална кота изражава јединицом:

$$1 \text{ g.p.u.} = 1 \text{ kgal} \cdot \text{m} \quad (4)$$

где је g.p.u. скраћеница за geopotential unit.

Поред свих наведених особина висине одређене применом геопотенцијалних кота нису погодне за примене у пракси, јер се не могу геометријски интерпретирати и непоседују усвојену јединицу за просторна растојања. Из наведених разлога физичке висине се за низ практичних потреба дефинишу на други начин.

4. ОРТОМЕТРИЈСКЕ ВИСИНЕ

Ако се вредност геопотенцијалне коте подели са по договору утврђеном вредношћу убрзања (G)

$$H_B = \frac{C_B}{G}, \quad (1)$$

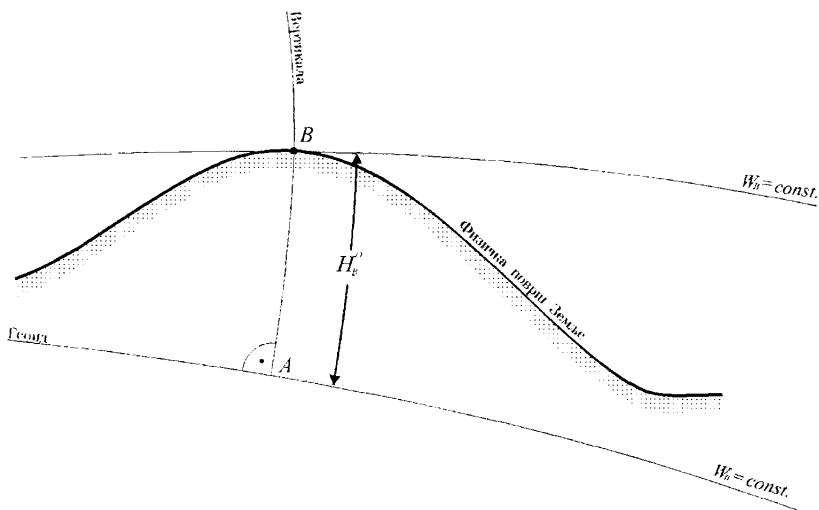
извршиће се једноставна трансформација геопотенцијалне коте у метричке висине, при чему ће бити задржане и наведене особине геопотенцијалних кота, а за различите вредности G дефинишу се различити системи висина.

Ортометријска висина тачке B (слика 3.) дефинисана је на следећи начин

$$H_B^o = \frac{C_B}{\bar{g}_B} \quad (2)$$

где је \bar{g}_B средња вредност убрзања сile Земљине теже дуж ортометријске висине, што се лако може показати полазећи од израза за разлику потенцијала

$$C_B = W_o - W_B = \\ = \int_o^B g \cdot dh = H_B^o \cdot \left(\frac{1}{H_B^o} \cdot \int_o^{H_B^o} g \cdot dh \right) = \bar{g}_B \cdot H_B^o. \quad (3)$$



Слика 3 - Ортометријске висине

5. ОРТОМЕТРИЈСКА КОРЕКЦИЈА

Да би се висинска разлика између тачака А и Б на физичкој површи Земље, изразила у систему ортометријских висина неопходно је у резултате мерења висинских разлика, добијене путем геометријског нивелмана Δh_{AB} додати ортометријску корекцију.

Полазећи од израза за разлику потенцијала:

$$\int_{H_A^o}^{H_B^o} g dh = (C_B - C_A), \quad (4)$$

а након множења са $1/G_o$ добија се израз облика

$$\begin{aligned} \frac{1}{G_o} \int_{H_A^o}^{H_B^o} g dh &= (C_B - C_A) \frac{1}{G_o} = \\ &= \frac{1}{G_o} \int_0^{H_B^o} g dh - \frac{1}{G_o} \int_0^{H_A^o} g dh = \frac{1}{G_o} \int_{H_A^o}^{H_B^o} g dh. \end{aligned} \quad (5)$$

Додавањем и одузимањем вредности G_o следи:

$$\begin{aligned} \frac{1}{G_o} \int_0^{H_B^o} (g + G_o - G_o) dh &= \\ -\frac{1}{G_o} \int_0^{H_A^o} (g + G_o - G_o) dh &= \\ = \frac{1}{G_o} \int_{H_A^o}^{H_B^o} (g + G_o - G_o) dh, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \int_0^{H_B^o} \left(\frac{g - G_o}{G_o} \right) dh + \int_0^{H_B^o} dh - \int_0^{H_A^o} \left(\frac{g - G_o}{G_o} \right) dh - \\ - \int_0^{H_A^o} dh = \int_{H_A^o}^{H_B^o} \left(\frac{g - G_o}{G_o} \right) dh + \int_{H_A^o}^{H_B^o} dh. \end{aligned} \quad (7)$$

а интеграљењем и преласком на суме добија се:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\bar{g}_B - G_o}{G_o} \right) H_B^o + H_B^o - \left(\frac{\bar{g}_A - G_o}{G_o} \right) H_A^o - H_A^o = \\ = \sum_{H_A^o}^{H_B^o} \left(\frac{g - G_o}{G_o} \right) dh + \Delta h_{AB}, \end{aligned} \quad (8)$$

односно

$$\Delta H_{AB}^o = H_B^o - H_A^o = \Delta h_{AB} + OC_{AB}, \quad (9)$$

где је OC_{AB} ортометријска корекција

$$\begin{aligned} OC_{AB} = \sum_{H_A^o}^{H_B^o} \left(\frac{g - G_o}{G_o} \right) dh + \\ + \left(\frac{\bar{g}_A - G_o}{G_o} \right) H_A^o - \left(\frac{\bar{g}_B - G_o}{G_o} \right) H_B^o, \end{aligned} \quad (10)$$

која се може приказати за висинску разлику између два репера у облику

$$\begin{aligned} OC_{AB} = \frac{\bar{g} - G_o}{G_o} \Delta h_{AB} + \\ + \left(\frac{\bar{g}_A - G_o}{G_o} \right) H_A^o - \left(\frac{\bar{g}_B - G_o}{G_o} \right) H_B^o \end{aligned} \quad (11)$$

где је:

$$\bar{g} = \frac{g_A + g_B}{2}. \quad (12)$$

6. ОДРЕЂИВАЊЕ ВРЕДНОСТИ \bar{g}_A и \bar{g}_B

У произвољној тачки Q одсечка BB_0 , убрзање силе теже могуће је представити изразом:

$$g_Q = g_B - \int_Q^B \frac{\partial g}{\partial H^o} \cdot dH^o, \quad (1)$$

где је

g_B – вредност убрзања силе теже у тачки B

$\frac{\partial g}{\partial H^o}$ – градијент убрзања.

Ако се претпостави да је густина Земљине коре константа, а затим да је градијент убрзања силе Земљине теже једнак градијенту убрзања нормалне силе теже, из (1) следи:

$$g_Q \approx g_B - \left(\frac{\partial \gamma}{\partial h} + 4k\pi\rho \right) \cdot (H_B^o - H_Q^o). \quad (2)$$

Одређивање вредности убрзања силе Земљине теже у произвољној тачки вертикале под наведеним претпоставкама и коришћењем израза (2) назива се *Poincaré-Преј редукцијом*.

С друге стране, усвајајући ознаке $g_Q = g(z)$ и $H_Q^O = z$ (2) постаје

$$g(z) \approx g_B - \left(\frac{\partial \gamma}{\partial h} + 4k\pi\rho \right) \cdot (H_B^O - z). \quad (3)$$

па је средњу вредност убрзања силе Земљине теже могуће представити у облику

$$\bar{g} = \frac{1}{H_B^O} \int_0^{H_B^O} g(z) dz. \quad (4)$$

Након замене (3) у (4), следи

$$\bar{g} = \frac{1}{H_B^O} \int_0^{H_B^O} \left[g_B - \left(\frac{\partial \gamma}{\partial h} + 4k\pi\rho \right) \cdot (H_B^O - z) \right] dz \quad (5)$$

односно:

$$\bar{g} = g_B - \left(\frac{1}{2} \frac{\partial \gamma}{\partial h} + 2k\pi\rho \right) H_B^O. \quad (6)$$

На основу овако одређене средње вредности убрзања следи да је ортометријска висина тачке дефинисана изразом:

$$H_B^O = \frac{C_B}{g_B - \left(\frac{1}{2} \frac{\partial \gamma}{\partial h} + 2k\pi\rho \right) H_B^O}. \quad (7)$$

Ако се за градијент y (7) усвоји његова приближна $-3.086 \cdot 10^{-6}$ m · s⁻²/m вредност, а за густину ρ средња вредност густине Земљине коре $\rho = 2670 \text{ kg/m}^3$, следи

$$\bar{g} = g_B + 0.0424 \cdot 10^{-5} H_B^O, \quad (8)$$

односно, ортометријску висину могуће је одредити из израза:

$$H_B^O = \frac{C_B}{g_P + 0.0424 \cdot 10^{-5} H_B^O}. \quad (9)$$

Ортометријске висине срачунате коришћењем (9) називају се ХелмERTовим ортометријским висинама.

7. ТАЧНОСТ ОРТОМЕТРИЈСКЕ КОРЕКЦИЈЕ

Извори грешака који прате сам поступак нивелања су у великој мери испитани тако да се њихов појединачни односно збирни утицај може унапред одредити и методом рада, условима при раду или условима тачности учинити беззначајним, а процес превођења висинске разлике добијене геометријским нивелманом у систем ортометријских висина потребно је извршити тако да се у што мањој мери наруши већ постигнута тачност нивелања.

Применом закона преноса грешака на израз (5.9) добија се

$$\sigma_{\Delta h_{AB}}^2 = \sigma_{\Delta h_{AB}}^2 + \sigma_{OC_{AB}}^2. \quad (1)$$

Ако се жели очувати постигнута тачност нивелања тада се $\sigma_{OC_{AB}}^2$ у претходном изразу мора учинити беззначајном у односу на тачност $\sigma_{\Delta h_{AB}}^2$ нивелане висинске разлике:

$$\sigma_{OC_{AB}}^2 \leq \frac{\sigma_{\Delta h_{AB}}^2}{9} D^2 \quad (2)$$

Како је стандард ортометријске корекције применом закона преноса грешака једнак:

$$\begin{aligned} \sigma_{OC_{AB}}^2 &= \left(\frac{\partial OC_{AB}}{\partial \bar{g}} \right)^2 \sigma_{\bar{g}}^2 + \left(\frac{\partial OC_{AB}}{\partial \bar{g}_A} \right)^2 \sigma_{\bar{g}_A}^2 + \\ &+ \left(\frac{\partial OC_{AB}}{\partial \bar{g}_B} \right)^2 \sigma_{\bar{g}_B}^2 + \left(\frac{\partial OC_{AB}}{\partial H_A^O} \right)^2 \sigma_{H_A^O}^2 + \\ &+ \left(\frac{\partial OC_{AB}}{\partial H_B^O} \right)^2 \sigma_{H_B^O}^2 \end{aligned} \quad (3)$$

односно

$$\begin{aligned} \sigma_{OC_{AB}}^2 &= \left(\frac{\Delta h_{AB}}{G_o} \right)^2 \sigma_{\bar{g}}^2 + \left(\frac{H_A^o}{G_o} \right)^2 \sigma_{\bar{g}_A}^2 + \\ &+ \left(\frac{H_B^o}{G_o} \right)^2 \sigma_{\bar{g}_B}^2 + \left(\frac{\bar{g}_A - G_o}{G_o} \right)^2 \sigma_{H_A^o}^2 + \\ &+ \left(\frac{\bar{g}_B - G_o}{G_o} \right)^2 \sigma_{H_B^o}^2 \end{aligned} \quad (4)$$

применом принципа једнаких утицаја:

$$\sigma_{OC_{AB}}^2 = 5\sigma_o^2$$

следи:

$$\sigma_{\bar{g}}^2 = \frac{\sigma_{OC_{AB}}^2}{5} \left(\frac{G_o}{\Delta h_{AB}} \right)^2, \quad (6)$$

$$\sigma_{\bar{g}_A}^2 = \frac{\sigma_{OC_{AB}}^2}{5} \left(\frac{G_o}{H_A^o} \right)^2, \quad (7)$$

$$\sigma_{\bar{g}_B}^2 = \frac{\sigma_{OC_{AB}}^2}{5} \left(\frac{G_o}{H_B^o} \right)^2, \quad (8)$$

$$\sigma_{H_A^o}^2 = \frac{\sigma_{OC_{AB}}^2}{5} \left(\frac{G_o}{\bar{g}_A - G_o} \right)^2, \quad (9)$$

$$\sigma_{H_B^o}^2 = \frac{\sigma_{OC_{AB}}^2}{5} \left(\frac{G_o}{\bar{g}_B - G_o} \right)^2. \quad (10)$$

Ако се приказане формуле примене за низ висинских разлика односно случајева одабраним из НВТ2 добијају се резултати приказани у табели 1 - прилози.

Ако се пак дозволи да тачност ортометријске корекције има истог утицаја на тачност ортометријске висинске разлике као и тачност резултата нивелаша добијају се резултати приказани у табели 2 – прилози.

8. ЗАХТЕВ ЗА ПОЗНАВАЊЕ ГУСТИНЕ МАСА ЗЕМЉИНЕ КОРЕ

Полазећи од израза за *Поукаре-Преј* редукцију, убрзање силе Земљине теже у средњој тачки закривљене вертикале дефинисано је изразом:

$$\bar{g}_B = g_B^{FPZ} - \left(\frac{1}{2} \frac{\partial \gamma}{\partial h} + 2k\pi\rho \right) H_B^o. \quad (1)$$

Средња квадратна грешка редуковане вредности убрзања одређује се применом закона преноса грешака:

$$\begin{aligned} \sigma_{\bar{g}_B}^2 &= \left(\frac{\partial \bar{g}_B}{\partial g_B^{FPZ}} \right)^2 \sigma_{g_B^{FPZ}}^2 + \\ &+ \left(\frac{\partial \bar{g}_B}{\partial \rho} \right)^2 \sigma_{\rho}^2 + \left(\frac{\partial \bar{g}_B}{\partial H_B^o} \right)^2 \sigma_{H_B^o}^2, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\bar{g}_B}^2 &= \sigma_{g_B^{FPZ}}^2 + (2k\pi H_B^o)^2 \sigma_{\rho}^2 + \\ &+ \left(\frac{1}{2} \frac{\partial \gamma}{\partial h} + 2k\pi\rho \right)^2 \sigma_{H_B^o}^2, \end{aligned} \quad (3)$$

по принципу једнаких утицаја:

$$\begin{aligned} \sigma_{\bar{g}_B}^2 &= (2k\pi H_B^o)^2 \sigma_{\rho}^2 = \\ &= \left(\frac{1}{2} \frac{\partial \gamma}{\partial h} + 2k\pi\rho \right)^2 \sigma_{H_B^o}^2 = \sigma_o^2, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\sigma_{\bar{g}_B}^2 = 3 \cdot \sigma_o^2, \quad (5)$$

одакле следи да је:

$$\sigma_{g_s}^2 = \frac{\sigma_{\bar{g}_s}^2}{3}, \quad (6)$$

$$\sigma_\rho^2 = \frac{\sigma_{\bar{g}_s}^2}{3} \frac{1}{(2k\pi H_B^o)^2}, \quad (7)$$

$$\sigma_{H_B^o}^2 = \frac{\sigma_{\bar{g}_s}^2}{3} \frac{1}{\left(\frac{1}{2} \frac{\partial \gamma}{\partial h} + 2k\pi\rho\right)^2} \quad (8)$$

Резултати добијени на основу израза (6)-(8) такође су приказани у табелама 1 и 2 - прилози.

9. ЗАКЉУЧАК

Ако се пође од реалних вредности познавања стандарда параметара које фигуришу у ортометријској корекцији:

- $\sigma_{\Delta h} = 0.2 \text{ mm}$ па до $\sigma_{\Delta h} = 1.0 \text{ mm}$ по километру (Torge, 2001.),
- $\sigma_\rho = 50 \text{ kg/m}^3$ па до $\sigma_\rho = 200 \text{ kg/m}^3$ (Старчевић, 2002).
- $\sigma_g = 0.06 \text{ mGal}$ (тачност убрзања у мрежи IGSN71, тачка у Београду, (Братуљевић, 1995.))
- и узимајући у обзир познавање тачности одређивања ортометријских висина у распону од 0.05 m до 0.50 m .

- применом закона преноса грешака, добијају се резултати приказани у табели 3 - прилози.

Упоређењем резултата приказаних у табелама 1 и 2 и табели 3 – прилози, јасно указују да коректну вредност ортометријских висина, нарочито у пределима са израженим топографским масама, није могуће одредити.

Наиме у поступку одређивања ортометријских корекција, односно ортометријских висина није могуће одржати тачност висинске разлике одређене применом методе геометријског нивелмана.

10. ЛИТЕРАТУРА

- [1] Братуљевић, Н. и др. Геодетске референтне мреже, Институт за геодезију, Београд, 1995.
- [2] Vaniček, P., Geodesy, the Concepts, Notrh-Holland Publishinh Company-Amsterdam-New York-Oxford, 1982.
- [3] Старчевић, М., Усмена комуникација, Београд, 2002.
- [4] Torge, W., Geodesy, 3., Completely rew. and extended ed., Berlin., New York: de Gruyter, 2001.

Истраживања рађена у оквиру пројекта Грађевинској факултетија Универзитета у Београду: ГЕОДЕТСКИ РЕФЕРЕНТНИ ОКВИР БЕОГРАДА, Министарство за науку и технологије и развој, Република Србија, Београд, 2002.

ПРИЛОЗИ

Табела 1.

Вредности за оценку точности				$\sigma_{\Delta h} = 0.1 \text{ [mm]}$								$\sigma_{\Delta h} = 0.2 \text{ [mm]}$								$\sigma_{\Delta h} = 1.0 \text{ [mm]}$																			
Број линије	Репер			OC_{AB}				\rightarrow				$\bar{g}_{A,B}$				OC_{AB}				\rightarrow				$\bar{g}_{A,B}$				OC_{AB}				\rightarrow				$\bar{g}_{A,B}$			
		H_A^o [m]	g_{80}^{FPZ} [mGal]	σ_o [mm]	$\sigma_{\bar{g}}$ [mGal]	σ_{g_A} [mGal]	$\sigma_{H_A^o}$ [m]	$\sigma_{g_{Bz}^{FPZ}}$ [mGal]	σ_{ρ_A} σ_{ρ_B}	$\sigma_{H_A^n}$ [kg / m ³]	$\sigma_{\bar{g}_A}$ [mm]	σ_o [mm]	$\sigma_{\bar{g}}$ [mGal]	σ_{g_A} [mGal]	$\sigma_{H_B^o}$ [kg / m ³]	σ_{ρ_A} σ_{ρ_B}	$\sigma_{H_B^n}$ [kg / m ³]	$\sigma_{\bar{g}_B}$ [mm]	σ_o [mm]	$\sigma_{\bar{g}}$ [mGal]	σ_{g_B} [mGal]	$\sigma_{H_B^n}$ [kg / m ³]	σ_{ρ_A} σ_{ρ_B}	$\sigma_{H_A^o}$ [m]	$\sigma_{\bar{g}_A}$ [mGal]	σ_{g_A} [mGal]	$\sigma_{H_B^o}$ [kg / m ³]	σ_{ρ_A} σ_{ρ_B}	$\sigma_{H_B^n}$ [m]	$\sigma_{\bar{g}_B}$ [mGal]	σ_{g_B} [mGal]	$\sigma_{H_A^n}$ [kg / m ³]	σ_{ρ_A} σ_{ρ_B}	$\sigma_{H_A^o}$ [m]					
207	MP-749	43.26	9.8028982	0.02	0.03	0.37	0.05	0.21	118.37	5.06	0.03	0.61	0.74	0.10	0.43	236.74	10.12	0.16	3.03	3.72	0.49	2.15	1183.72	50.61															
207	BP-149	96.31	9.8027931			0.17	0.05	0.10	23.88	2.27			0.33	0.10	0.19	47.76	4.55			1.67	0.48	0.96	238.82	22.73															
210	DP-289	327.67	9.8022551	0.01	0.65	0.04	0.04	0.03	1.88	0.61	0.03	1.30	0.09	0.08	0.05	3.75	1.21	0.15	6.49	0.45	0.38	0.26	18.76	6.07															
210	PP-697	350.19	9.8021628			0.04	0.04	0.02	1.64	0.57			0.08	0.08	0.05	3.28	1.14			0.42	0.38	0.24	16.42	5.68															
211	C-546	632.85	9.8023843	0.02	3.16	0.02	0.04	0.01	0.53	0.33	0.03	6.31	0.05	0.09	0.03	1.07	0.67	0.16	31.56	0.24	0.44	0.14	5.33	3.33															
211	DP-513	627.94	9.8023957			0.02	0.04	0.01	0.54	0.34			0.05	0.09	0.03	1.08	0.67			0.25	0.44	0.14	5.41	3.36															
57	DP-280	693.76	9.8020558	0.02	1.37	0.02	0.04	0.01	0.44	0.30	0.03	2.73	0.04	0.08	0.03	0.89	0.61	0.16	13.66	0.22	0.40	0.13	4.44	3.04															
57	DP-320	682.42	9.8021174			0.02	0.04	0.01	0.46	0.31			0.05	0.08	0.03	0.92	0.62			0.23	0.41	0.13	4.58	3.09															
56	PP-408	809.69	9.8016546	0.02	2.17	0.02	0.04	0.01	0.33	0.27	0.03	4.34	0.04	0.08	0.02	0.67	0.54	0.16	21.68	0.20	0.38	0.11	3.35	2.68															
56	DP-524	802.34	9.8017327			0.02	0.04	0.01	0.34	0.27			0.04	0.08	0.02	0.68	0.54			0.20	0.39	0.11	3.41	2.70															
211	PP-243	913.21	9.8017086	0.02	0.88	0.02	0.04	0.01	0.26	0.24	0.03	1.75	0.03	0.08	0.02	0.52	0.47	0.16	8.76	0.17	0.38	0.10	2.61	2.35															
211	C-593	895.19	9.8017484			0.02	0.04	0.01	0.27	0.24			0.04	0.08	0.02	0.54	0.48			0.18	0.39	0.10	2.71	2.40															
56	LP-957	1061.35	9.8011738	0.02	0.35	0.01	0.03	0.01	0.19	0.20	0.03	0.71	0.03	0.07	0.02	0.37	0.39	0.16	3.53	0.14	0.33	0.08	1.86	1.95															
56	LP-552	1018.34	9.8012020			0.01	0.03	0.01	0.20	0.20			0.03	0.07	0.02	0.40	0.41			0.15	0.33	0.09	2.02	2.03															
56	C-553	1266.17	9.8006333	0.02	0.38	0.01	0.03	0.01	0.14	0.17	0.03	0.76	0.03	0.06	0.01	0.27	0.34	0.16	3.78	0.13	0.32	0.07	1.37	1.71															
56	LP-267	1224	9.8007700			0.01	0.03	0.01	0.15	0.18			0.03	0.06	0.02	0.29	0.35			0.13	0.32	0.08	1.47	1.77															
55	LP-619	1308.47	9.8008713	0.02	0.24	0.01	0.03	0.01	0.13	0.17	0.03	0.49	0.02	0.07	0.01	0.26	0.33	0.16	2.44	0.12	0.34	0.07	1.29	1.67															
55	AP-483	1374.49	9.8006143			0.01	0.03	0.01	0.12	0.16			0.02	0.06	0.01	0.23	0.32			0.12	0.32	0.07	1.17	1.59															
55	LP-84	1627.29	9.8000005	0.02	0.26	0.01	0.03	0.01	0.08	0.12	0.03	0.52	0.02	0.05	0.01	0.16	0.25	0.15	2.60	0.09	0.27	0.05	0.78	1.25															
55	LP-220	1684.67	9.7998341			0.01	0.03	0.01	0.07	0.12			0.02	0.05	0.01	0.14	0.24			0.09	0.26	0.05	0.72	1.21															

Табела 2.

ПРИЛОЗИ

Вредности за оцену тачности				$\sigma_{OC} = 0.1 \text{ [mm]}$						$\sigma_{OC} = 0.2 \text{ [mm]}$						$\sigma_{OC} = 1.0 \text{ [mm]}$						$\sigma_{OC} = 0.1 \text{ [mm]}$								
Број линије	Репер			OC_{AB}			\rightarrow			$\bar{g}_{A,B}$			OC_{AB}			\rightarrow			$\bar{g}_{A,B}$			OC_{AB}			\rightarrow			$\bar{g}_{A,B}$		
		H_A^o [m]	g_{80}^{FPZ} [mGal]	σ_o [mm]	σ_g [mGal]	$\sigma_{\bar{g}_A}$ [mGal]	$\sigma_{H_A^o}$ [m]	$\sigma_{g_A^{FPZ}}$ [mGal]	σ_{ρ_A} σ_{ρ_B}	$\sigma_{H_A^o}$ [kg / m ³]	σ_o [mm]	σ_g [mGal]	$\sigma_{\bar{g}_B}$ [mGal]	$\sigma_{H_B^o}$ [m]	$\sigma_{g_B^{FPZ}}$ [mGal]	σ_{ρ_A} σ_{ρ_B}	$\sigma_{H_A^o}$ [kg / m ³]	σ_o [mm]	σ_g [mGal]	$\sigma_{\bar{g}_A}$ [mGal]	$\sigma_{H_A^o}$ [m]	$\sigma_{g_A^{FPZ}}$ [mGal]	σ_{ρ_A} σ_{ρ_B}	$\sigma_{H_A^o}$ [kg / m ³]	σ_o [mm]	σ_g [mGal]	$\sigma_{\bar{g}_B}$ [mGal]	$\sigma_{H_B^o}$ [m]	$\sigma_{g_B^{FPZ}}$ [mGal]	σ_{ρ_A} σ_{ρ_B}
207	MP-749	43.26	9.8028982	0.05	0.91	1.12	0.15	0.64	355.12	15.18	0.10	1.82	2.23	0.29	1.29	710.23	30.37	0.49	9.09	11.15	1.47	6.44	3551.15	151.83						
207	BP-149	96.31	9.8027931			0.50	0.14	0.29	71.65	6.82			1.00	0.29	0.58	143.29	13.64			5.01	1.43	2.89	716.47	68.20						
210	DP-289	327.67	9.8022551	0.04	1.95	0.13	0.12	0.08	5.63	1.82	0.09	3.89	0.27	0.23	0.15	11.25	3.64	0.45	19.47	1.34	1.15	0.77	56.27	18.22						
210	PP-697	350.19	9.8021628			0.13	0.11	0.07	4.93	1.71			0.25	0.23	0.14	9.85	3.41			1.25	1.13	0.72	49.27	17.05						
211	C-546	632.85	9.8023843	0.05	9.47	0.07	0.13	0.04	1.60	1.00	0.09	18.94	0.15	0.26	0.08	3.20	2.00	0.47	94.68	0.73	1.31	0.42	15.99	10.00						
211	DP-513	627.94	9.8023957			0.07	0.13	0.04	1.62	1.01			0.15	0.26	0.09	3.25	2.02			0.74	1.31	0.43	16.24	10.08						
57	DP-280	693.76	9.8020558	0.05	4.10	0.07	0.12	0.04	1.33	0.91	0.09	8.20	0.13	0.24	0.08	2.66	1.82	0.47	40.99	0.67	1.21	0.39	13.31	9.12						
57	DP-320	682.42	9.8021174			0.07	0.12	0.04	1.38	0.93			0.14	0.25	0.08	2.75	1.85			0.68	1.23	0.39	13.75	9.27						
56	PP-408	809.69	9.8016546	0.05	6.50	0.06	0.11	0.03	1.00	0.80	0.10	13.01	0.12	0.23	0.07	2.01	1.61	0.49	65.04	0.59	1.14	0.34	10.04	8.04						
56	DP-524	802.34	9.8017327			0.06	0.12	0.03	1.02	0.81			0.12	0.23	0.07	2.05	1.62			0.60	1.16	0.34	10.23	8.11						
211	PP-243	913.21	9.8017086	0.05	2.63	0.05	0.12	0.03	0.78	0.71	0.10	5.26	0.10	0.23	0.06	1.56	1.41	0.48	26.28	0.52	1.15	0.30	7.82	7.06						
211	C-593	895.19	9.8017484			0.05	0.12	0.03	0.81	0.72			0.11	0.23	0.06	1.63	1.44			0.53	1.16	0.31	8.14	7.20						
56	LP-957	1061.35	9.8011738	0.05	1.06	0.04	0.10	0.02	0.56	0.59	0.09	2.12	0.09	0.20	0.05	1.12	1.17	0.47	10.60	0.43	1.00	0.25	5.58	5.85						
56	LP-552	1018.34	9.8012020			0.04	0.10	0.03	0.61	0.61			0.09	0.20	0.05	1.21	1.22			0.45	1.00	0.26	6.06	6.10						
56	C-553	1266.17	9.8006333	0.05	1.13	0.04	0.10	0.02	0.41	0.51	0.10	2.27	0.08	0.19	0.04	0.82	1.03	0.49	11.34	0.38	0.95	0.22	4.11	5.14						
56	LP-267	1224	9.8007700			0.04	0.10	0.02	0.44	0.53			0.08	0.19	0.05	0.88	1.06			0.39	0.97	0.23	4.40	5.32						
55	LP-619	1308.47	9.8008713	0.05	0.73	0.04	0.10	0.02	0.39	0.50	0.10	1.46	0.07	0.20	0.04	0.78	1.00	0.49	7.31	0.37	1.01	0.21	3.88	5.02						
55	AP-483	1374.49	9.8006143			0.04	0.10	0.02	0.35	0.48			0.07	0.19	0.04	0.70	0.96			0.35	0.96	0.20	3.52	4.78						
55	LP-84	1627.29	9.8000005	0.05	0.78	0.03	0.08	0.02	0.23	0.37	0.09	1.56	0.05	0.16	0.03	0.47	0.75	0.46	7.80	0.27	0.81	0.16	2.33	3.74						
55	LP-220	1684.67	9.7998341			0.03	0.08	0.02	0.22	0.36			0.05	0.16	0.03	0.43	0.72			0.27	0.79	0.15	2.17	3.62						

Табела 3.

ПРИЛОЗИ

Вредности за оцену тачности				$\sigma_{g^{PPZ}} = 0.06[\text{mGal}]$							
Број линије	Репер	H''_A [m]	g^{PPZ}_{80} [mGal]	$\sigma_{\bar{g}_A}$ [mGal]	σ_{OC} [mm]	$\sigma_{\bar{g}_A}$ [mGal]	σ_{OC} [mm]	$\sigma_{\bar{g}_A}$ [mGal]	σ_{OC} [mm]	$\sigma_{\bar{g}_A}$ [mGal]	σ_{OC} [mm]
207	MP-749	43.26	9.8028982	0.11	0.03	0.11	0.24	0.19	0.24	0.37	0.25
207	BP-149	96.31	9.8027931	0.21		0.21		0.41		0.81	
210	DP-289	327.67	9.8022551	0.69	0.35	0.69	0.45	1.37	0.75	2.75	1.42
210	PP-697	350.19	9.8021628	0.74		0.74		1.47		2.94	
211	C-546	632.85	9.8023843	1.33	1.20	1.33	1.23	2.65	2.42	5.30	4.81
211	DP-513	627.94	9.8023957	1.32		1.32		2.63		5.26	
57	DP-280	693.76	9.8020558	1.45	1.43	1.46	1.46	2.91	2.88	5.82	5.73
57	DP-320	682.42	9.8021174	1.43		1.43		2.86		5.72	
56	PP-408	809.69	9.8016546	1.70	1.96	1.70	1.99	3.39	3.94	6.79	7.86
56	DP-524	802.34	9.8017327	1.68		1.68		3.36		6.73	
211	PP-243	913.21	9.8017086	1.91	2.47	1.91	2.49	3.83	4.95	7.65	9.89
211	C-593	895.19	9.8017484	1.88		1.88		3.75		7.50	
56	LP-957	1061.35	9.8011738	2.22	3.27	2.22	3.29	4.45	6.55	8.90	13.09
56	LP-552	1018.34	9.8012020	2.13		2.13		4.27		8.54	
56	C-553	1266.17	9.8006333	2.65	4.69	2.65	4.70	5.31	9.39	10.61	18.76
56	LP-267	1224	9.8007700	2.57		2.57		5.13		10.26	
55	LP-619	1308.47	9.8008713	2.74	5.45	2.74	5.46	5.48	10.90	10.97	21.80
55	AP-483	1374.49	9.8006143	2.88		2.88		5.76		11.52	
55	LP-84	1627.29	9.8000005	3.41	8.30	3.41	8.31	6.82	16.59	13.64	33.18
55	LP-220	1684.67	9.7998341	3.53		3.53		7.06		14.12	