

НАПОНСКО СТАЊЕ У ЗОНИ УЗВОДНОГ ЗУБА ГРАВИТАЦИОНЕ БЕТОНСКЕ БРАНЕ

Бојан МИЛОВАНОВИЋ, Владан КУЗМАНОВИЋ, Љубодраг САВИЋ,
Грађевински факултет Универзитета у Београду

РЕЗИМЕ

Као мера опште стабилности код гравитационих бетонских брана, узводни зуб је први пут примењен почетком 20. века, док се са његовом широм применом отпочело педесетак година касније. Међутим, до сада није посвећена дужна пажња процени напонског стања у области узводног зуба. Циљ истраживања је да се добије поуздана процена напона у овој зони, са посебним освртом на напоне затезања, који могу да изазову прслине у бетону. Истраживање је засновано на методи коначних елемената, са оригиналним решењем за темељну спојницу. Параметарском анализом је обухваћен широк опсег висина брана, облика узводног зуба и карактеристика темеља.

Кључне речи: гравитационе бетонске бране, напони, затезање, узводни зуб, прслине

1. УВОД

Узводни зуб у темељу гравитационих бетонских брана појавио се почетком 20. века као конструктивна мера за повећање опште стабилности. Иако је први пут примењен још 1906. године на брани Вачусет (САД), у градитељској пракси усталио се тек после Другог светског рата у бившем Совјетском Савезу. Под утицајем совјетске школе грађења брана и у нашој пракси се усваја концепт гравитационих бетонских брана са узводним зубом. Прва оваква брана изграђена је 1955. године у Малом Зворнику.

У теорији, узводним зубом се најпре бавио Ј. Л. Борзах, који га препоручује као веома ефикасну меру за повећање сигурности против клизања гравитационих бетонских брана. Борзах (Гришин 1956) предлаже и димензије зуба (висина зуба око

5% висине бране, а дужина око 15% висине). Ако стена има 2 пута мањи модул еластичности од бетона, Борзах тврди да такав зуб увећава силу против клизања за 15-30%. Истовремено, Гришин указује на опасност појаве концентрације напона у зони зуба, па препоручује да се веза између зуба и хоризонталне равни темеља изведе под тупим углом, али не предлаже конкретну вредност тог угла.

Иако је узводни зуб ушао у праксу пројектовања гравитационих бетонских брана, до сада није посвећена дужна пажња прорачуну напонског стања у зони зуба. Због тога постоји могућност развоја прслина у бетону. С обзиром да се појавом ваљаног бетона, актуелизује изградња гравитационих бетонских брана у свету (Кузмановић et al. 2010, Кузмановић 2008), питање узводног зуба намеће се као тема којој треба озбиљно приступити.

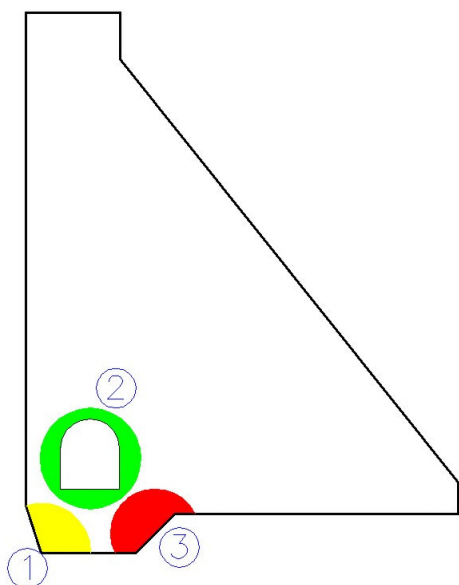
Циљ овог рада је провера напонског стања у зони узводног зуба бране, односно квалитативна анализа зона затезања (утврђивање положаја и површине зона). Истраживање је спроведено израдом и коришћењем нумеричког модела заснованог на методи коначних елемената. Разматране су бране различитих: висина, нагиба низводне косине зуба и модула еластичности стене у темељу. При томе се водило рачуна да параметри опште стабилности разматраних брана буду што сличнији, нарочито коефицијент сигурности против клизања по хоризонталној равни. Узето је да делују уобичајена експлоатациона оптерећења: сопствена тежина, хидростатички притисак и узгон.

Најпре су дефинисане и описане могуће зоне затезања. Затим су усвојени модели брана који ће се разматрати. Следи преглед основних једначина, прорачунског поступка и претпоставки за одређивање напонског стања. На крају су приказани

и описани резултати прорачуна за испитиване конструкције.

2. МОГУЋЕ ЗОНЕ ЗАТЕЗАЊА

Попречни пресек гравитационе бетонске бране следи облик правоуглог троугла са дужом катетом као узводним лицем, што проистиче из услова опште стабилности и захтева да пресек буде изложен напонима притиска (Петровић 2002, Савић 2009).



Слика 1. Могуће зоне напона затезања

Међутим, постоје зоне у којима се услед локалне промене геометрије пресека (круна, зуб, галерије и низводна ножица бране) јавља концентрација напона, што може довести и до појаве напона затезања. Могуће зоне затезања у околини зуба, приказане су на слици 1:

1. Узводна косина зуба,
2. Галерија,
3. Спој низводне косине зуба и хоризонталне равни темеља.

Напони затезања на узводној косини зуба (зона 1), настају као последица деловања момента савијања услед хидростатичког оптерећења. Евантуална појава прслина у зони 1 изазвала би повећање филтрационог притиска, што би смањило општу стабилност. У овој зони може доћи и до нарушавања везе између узводне косине зуба и стене, тј. до локалног „одлепљивања“ бетонског пресека од

темељне средине, што треба узети у обзир при моделирању напонског стања.

Напонско стање око галерија (које су довољно далеко од спољашњих контура бране) одговара напонима код дубоких тунела у чврстој стенској маси, јер је сопствена тежина бетона бране изнад галерије аналогна брдском притиску. Напони затезања око галерија су локалног карактера. У циљу смањења могућности појаве прслина у зони 2, усваја се облик галерије са кружним сводом, а ката дна галерије довољно изнад хоризонталне равни темеља.

Облик темељне спојнице значајно утиче на сигурност против клизања бране. Најчешће се користи узводни зуб, којим се побољшава садејство конструкције и средине. Хоризонталне силе се преко зуба (као преко кратког елемента) преносе на темељну средину, изазивајући напоне смицање између зуба и дела бране изнад хоризонталне равни темеља. Интензитет напона зависи од односа модула еластичности бетона и стене у темељу. Евантуална појава прслина у зони 3 је посебно неповољна пошто се у непосредној близини споја низводне косине зуба и хоризонталне равни темеља обично налази галерија.

3. ПРОРАЧУНСКИ МОДЕЛИ

Разматраће се бране различитих висина, са различитим нагибом низводне косине зуба и са различитим односом модула еластичности бетона и стене.

Висине модела кретале су се у опсегу од 34,5 до 106,5 m и то:

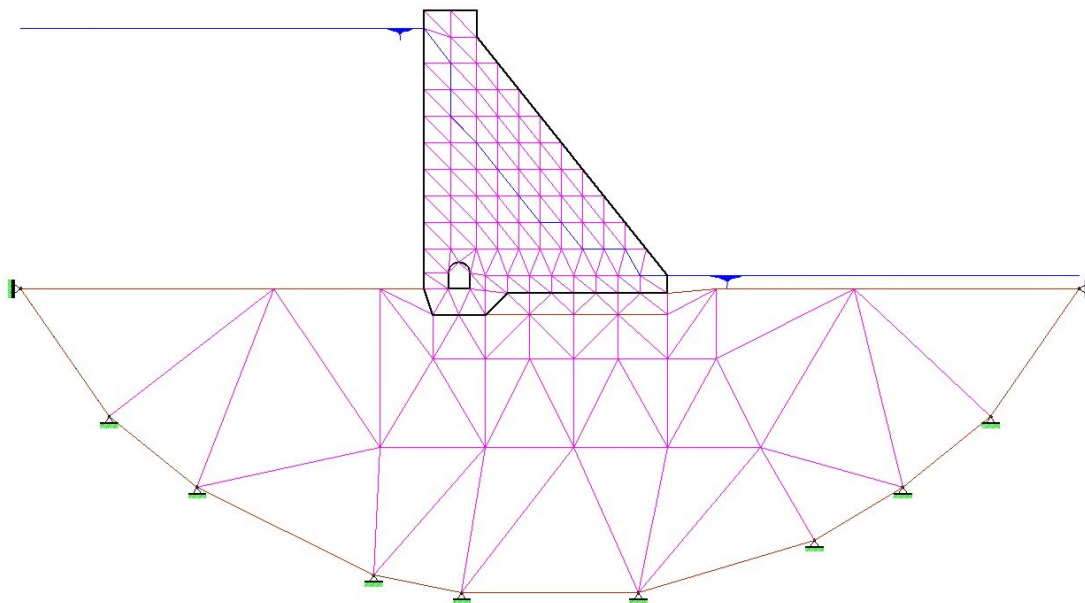
- модел "Н₁" – 34,5 m
- модел "Н₂" – 70,5 m
- модел "Н₃" – 106,5 m.

Усвојена су три различита нагиба низводне косине зуба:

- нагиб "n₁" – 1 : 1 (уобичајен нагиб)
- нагиб "n₂" – 1 : 2 (благ нагиб)
- нагиб "n₃" – 1 : 3 (веома благ нагиб).

Да би се узео у обзир што шири спектар односа модула еластичности бетона и стене у којој се брана темељи, разматрани су:

- модел "Е₁" – $E_B/E_S = 1$ (изузетно крута стена)
- модел "Е₂" – $E_B/E_S = 3$ (крута стена)



Слика 2. Равански модел попречног пресека

- модел "E₃" – E_B/E_S = 5 (мека стена)
- модел "E₄" – E_B/E_S = 10 (изузетно мека стена).

Усвојено је да запреминска тежина бетона код свих посматраних брана износи $\gamma_B = 24 \text{ kN/m}^3$, док је запреминска тежина стене $\gamma_S = 26 \text{ kN/m}^3$.

4. ТЕОРИЈСКА ОСНОВА

Истраживање је спроведено методом коначних елемената. Коришћен је равански модел попречног пресека гравитационе бетонске бране, уз претпоставку о равном стању деформација (слика 2).

С обзиром да је циљ квалитативна анализа напонског стања, за бетон и стену су коришћени троугаони коначни CST елементи, а за контакт стенске масе и бране правоугаони круто-пластични елементи инфинитезималне висине. Сматраће се да се са бране на стену могу пренети напони притиска, али не и напони затезања.

Најпре је помоћу матрице интерполационих функција (**N**) успостављена веза између померања унутар елемената (**u**) и померања у чворовима троугла (**q**). Затим је коришћењем матрице диференцијалног оператора (**L**) дефинисана веза

између вектора деформација (**ε**) и вектора померања (**u**):

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{L} \cdot \mathbf{u}, \quad (1)$$

Увођењем матрице везе деформације и померања (**B=L·N**) добијена је веза деформација и померања у чворовима елемента:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{L} \cdot \mathbf{N} \cdot \mathbf{q} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{q}. \quad (2)$$

На основу става о минимуму потенцијалне енергије долази се до израза за матрицу крутости CST елемената:

$$\mathbf{K} = \int_V \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{B} \cdot dV, \quad (3)$$

где је **D** матрица флексибилности.

Ако се формира матрица веза између померања у целокупном систему, добија се матрица крутости система (**K^S**), која је реда $n \times n$ (n је укупан број померања у систему). Пошто је познат вектор сила у чворовима услед спољашњег оптерећења (**Q**), вектор померања **q** може се добити из израза:

$$\mathbf{q} = (\mathbf{K}^S)^{-1} \cdot \mathbf{Q} = \mathbf{D}^S \cdot \mathbf{Q}, \quad (4)$$

где је **D^S** матрица флексибилности система.

Стање напона се одређује на основу померања чворова сваког појединачног коначног елемента, према изразу

$$\sigma = D \cdot \varepsilon = D \cdot V \cdot q \quad (5)$$

5. НУМЕРИЧКИ МОДЕЛ И ТЕХНИКА ПРОРАЧУНА

Због специфичности моделирања везе темеља и конструкције, као и ради ефикасног уношења података у модел, на Грађевинском факултету у Београду је за потребе овог рада развијена EXCEL апликација „МКЕ“ (као допуна програмском пакету „Hidrosoft“, Савић at al. 2010). Апликација МКЕ је првенствено била намењена за анализу напона у телу брана од ваљаног бетона, а затим је допуњена увођењем граничног слоја у темељној спојници. Такође, уведено је програмско откривање и увођење у прорачун прелина у бетону. Нумерички модел заснива се на претходно приказаној теоријској

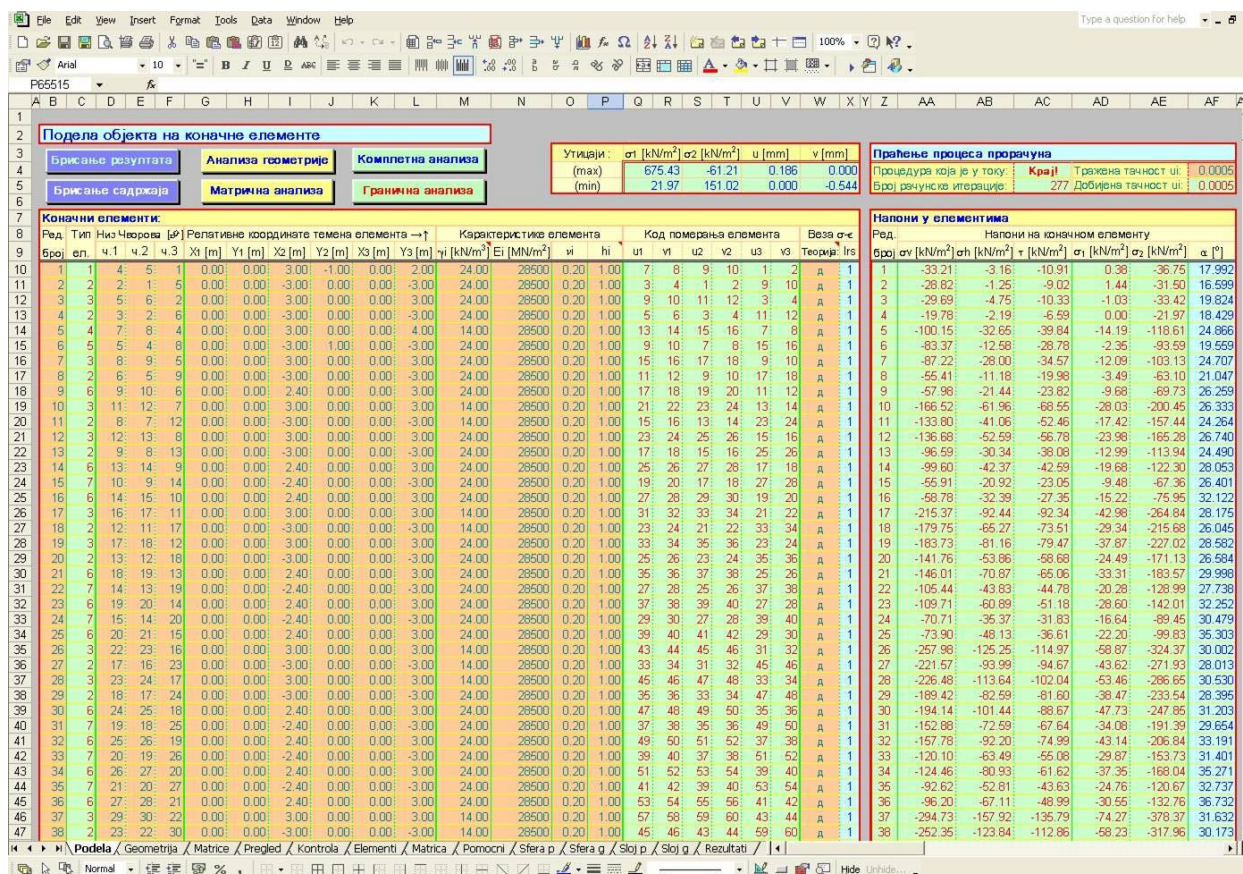
основи, при чему се за решавање система линеарних једначина користи Гаус–Зајделов поступак.

Апликација МКЕ се састоји од више EXCEL листова. У оквиру прва два листа се уносе подаци и читавају резултати прорачуна. Остали листови служе за графичко приказивање резултата, као и за контролу прорачунских параметара. Апликација је једноставна за коришћење, поуздана је и даје резултате у облику погодном за даљу обраду.

На првом листу апликације (улазно–излазни лист „Podela“) уносе се сви потребни подаци везани за коначне елементе:

- редни бројеви коначних елемената;
- редни бројеви чворова елемената;
- локалне координате чворова;
- еластични параметри и специфична тежина материјала елемената,

приказује се напонско стање у сваком елементу, као и табела са екстремним вредностима напона (слика 3).



Слика 3. Лист „Podela“ у Excel апликацији МКЕ

У горњем делу листа постављени су тастери за стартовање појединих процедура, које се активирају после попуњавања улазних података у листовима „Podela“ и „Geometrija“. Такође у горњем десном углу се налази табела за праћење тока прорачуна са које се види:

- фаза прорачуна;
- редни број елемента који се тренутно обрађује;
- редни број итерације за прорачуне итеративног карактера;
- тренутно достигнута тачност итеративних прорачуна.

Улазно–излазни лист „Geometrija“ је намењен подацима везаним за чворове мреже коначних елемената:

- редни бројеви чворова;
- глобалне координате чворова мреже (опционо);
- кодни бројеви померања у чворовима мреже;
- задато оптерећење у чворовима;
- задата померања чворова;
- број непознатих и задатих померања.

Резултати који се приказују на листу „Geometrija“ су:

- утицаји од сопствене тежине у чворовима;
- непозната померања слободних чворова мреже;
- реакције ослонаца;
- параметри еластичне деформације у темељу.

Оптерећење од воде се уноси преко концентрисаних сила у чворовима на узводној и низводној контури бране. При томе се концентрисане силе добијају као реакције континуалног носача (са ослонцима у поменутим чворовима мреже) на који вода делује као линијско оптерећење.

Оптерећење од узгона се задаје тако што се сопствена тежина коначних елемената бране који се налазе испод пијезометарске линије умањи за запреминску тежину воде. Утицај инјекционе завесе је обухваћен препорукама USBR–а (USBR 1987).

The screenshot shows the MKE application window with the 'Geometrija' sheet active. The main data table is as follows:

Избор чворова мреже, задавање оптерећења и услова освајања									
Број коначних елемената: 203		Број непознатих померања: 228		Број задатих померања: 20		Број чворова мреже: 124			
Чворови мреже									
Редни број	Координате X [m]	Координате Y [m]	Кодови чвора	Слободни утицаји		Задата померања		Тежина	
Редни број	X [m]	Y [m]	л1	л2	P1 (t)	P2 (t)	uo [mm] (-)	vo [mm] (t)	G (- за 1)
1			1	2	0.00	0.00			-80.00
2			3	4	0.00	0.00			-108.00
3			5	6	0.00	0.00			-36.00
4			7	8	20.00	0.00			-88.00
5			9	10	0.00	0.00			-204.00
6			11	12	0.00	0.00			-136.80
7			13	14	148.00	0.00			-70.00
8			15	16	0.00	0.00			-193.00
9			17	18	0.00	0.00			-194.40
10			19	20	0.00	0.00			-86.40
11			21	22	210.00	0.00			-63.00
12			23	24	0.00	0.00			-171.00
13			25	26	0.00	0.00			-194.40
14			27	28	0.00	0.00			-172.80
15			29	30	0.00	0.00			-86.40
16			31	32	300.00	0.00			-63.00
17			33	34	0.00	0.00			-156.00
18			35	36	0.00	0.00			-194.40
19			37	38	0.00	0.00			-172.80
20			39	40	0.00	0.00			-172.80
21			41	42	0.00	0.00			-86.40
22			43	44	390.00	0.00			-63.00
23			45	46	0.00	0.00			-136.80
24			47	48	0.00	0.00			-152.40
25			49	50	0.00	0.00			-172.80
26			51	52	0.00	0.00			-172.80
27			53	54	0.00	0.00			-172.80
28			55	56	0.00	0.00			-86.40
29			57	58	480.00	0.00			-63.00
30			59	60	0.00	0.00			-126.00
31			61	62	0.00	0.00			-113.40
32			63	64	0.00	0.00			-136.80
33			65	66	0.00	0.00			-172.80
34			67	68	0.00	0.00			-172.80
35			69	70	0.00	0.00			-172.80
36			71	72	0.00	0.00			-86.40
37			73	74	570.00	0.00			-63.00
38			75	76	0.00	0.00			-126.00

Слика 4. Лист „Geometrija“ у Excel апликацији MKE

На слици 4 је приказан улазно-излазни лист „Geometrija“ апликације МКЕ.

После уношења података у листове „Podela“ и „Geometrija“, VBA програм се стартује притиском на тастер „Комплетна анализа“. Програм најпре учитава податке, а затим одређује непознате параметре коначних елемената, попут површине, тежине, геометријске матрице, све до матрице крутости елемената.

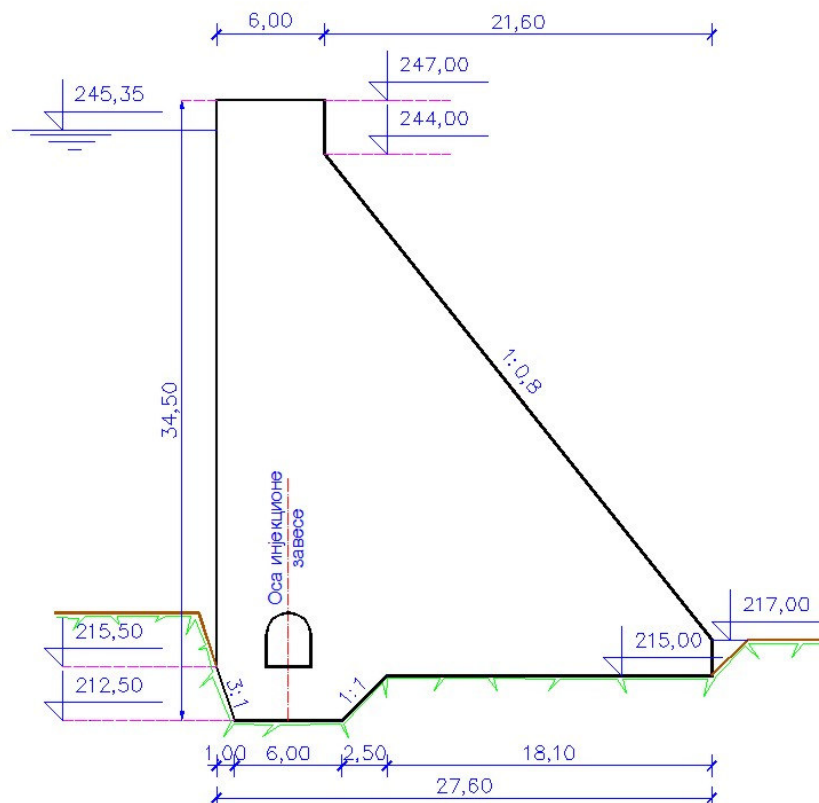
На основу срачунате геометрије одређује се вектор оптерећења услед сопствене тежине и узгона, који са задатим чворним оптерећењем од воде даје вектор оптерећења. Непозната померања и реакције ослонаца се добијају решавањем система једначина (4). По одређивању непознатих померања, компоненте напона у сваком елементу добијају се помоћу израза (5). У случају да дође до појаве прслина, прорачун постаје итеративан, јер се у наредној фази искључују елементи у којима је напон затезања био већи од чврстоће бетона на затезање.

Најпре се анализом осетљивости модела на димензије коначних елемената дошло до потребне густине мреже, која не утиче на резултате напонског стања (тј. мреже у којој се не јављају нумерички изазване концентрације напона). Затим је, у циљу дефинисања зона затезања, срачунато напонско стање у околини узводног зуба.

6. РЕЗУЛТАТИ ПРОРАЧУНА

Као најбитнији резултати који описују напонско стање у зони узводног зуба бране приказаће се дијаграми главних напона σ_1 и σ_2 , као и изглед зона напона затезања.

Приказани резултати прорачуна односе се на моделе $H_n E_1$ (брана висине 34,5 m, нагиба низводне косине зуба од 1:1). Усвојена је ширина бране у круни од 6,0 m, са зубом висине 2,5 m и ширине 6,0 m, слика 5.



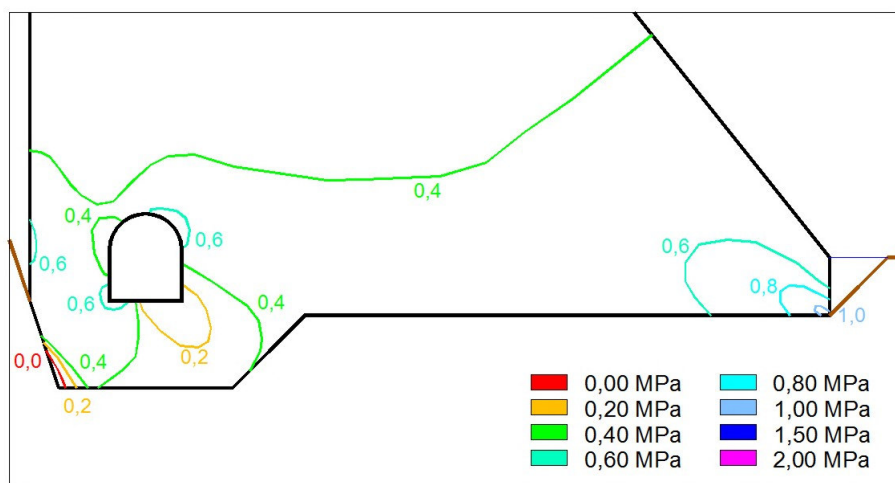
Слика 5. Попречни пресек модела $H_n E_1$

Слике 6. и 7. односе се на модел $H_1n_1E_1$ (са односом модула еластичности бетона и стене од $E_B / E_S = 1$). Оне показују да у околини зуба не постоје услови за појаву прслина, јер је напон затезања мањи од чврстоће бетона на затезање, али и да се узводна косина одваја од темељне средине. Такође, може се уочити да напони затезања постоје на узводној косини зуба (зона 1) и око галерије (зона 2). Због велике крутости стенске масе, у зони 3 (спој низводне косине зуба и хоризонталне равни темеља) нема затезања.

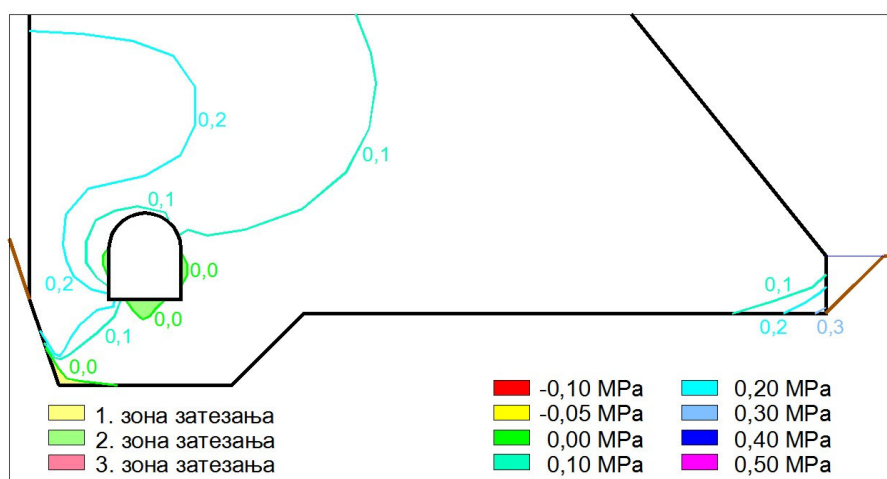
Да би се показао утицај односа крутости бетона и стене на напонско стање у зони 3, на слици 8. су приказани главни напони σ_2 и зоне затезања за

модел $H_1n_1E_{10}$ (са односом модула еластичности бетона и стене од $E_B / E_S = 10$). Градијент напона затезања има правац од споја низводне косине зуба и хоризонталне равни темеља, према дну инјекционе галерије.

Са ове слике може се видети да се ни овде не остварују услови за појаву прслине, иако се јављају напони затезања вишеструко већи него при мањим вредностима односа E_B / E_S . У овом случају појављују се све три зоне затезања. Разлика у модулу еластичности бетона и стене је довољна да се на низводној косини зуба појаве знатно већи напони затезања него у друге две зоне, тако да ова зона

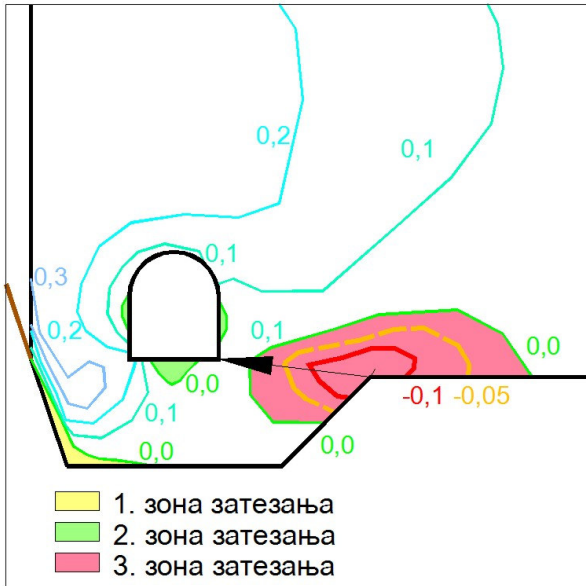


Слика 6. Дијаграм напона σ_1 , модел $H_1n_1E_1$



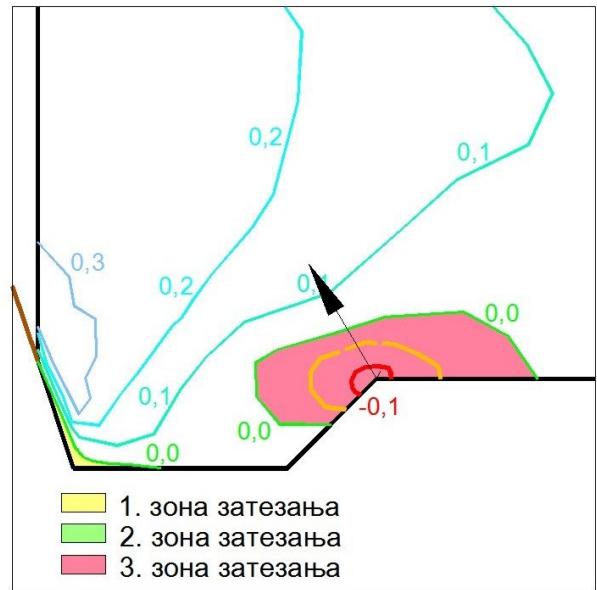
Слика 7. Дијаграм напона σ_2 и зоне затезања, модел $H_1n_1E_1$

постаје доминантна и по величини и по интензитету напона затезања.



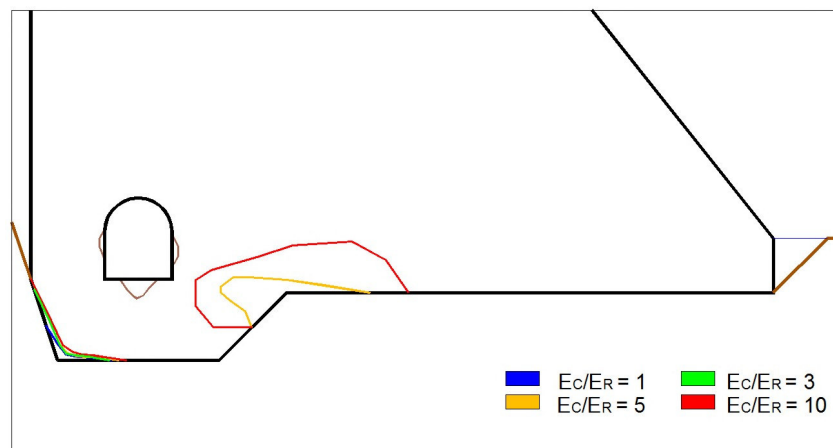
Слика 8. Зоне напона затезања, модел $H_1n_1E_{10}$

Са слике 9. може се уочити утицај галерије на напонско стање у зони зуба. Ни у овом случају у околини зуба не остварују се услови за појаву прслине. Овде се узводна косина по целој дужини одваја од темељне средине (исто као и у случају са галеријом), а површина зоне 1 се смањује. Зона 2 не постоји, док се површина зоне 3 у односу на случај са инјекционом галеријом само незнатно смањује. Градијент напона затезања следи правац симетрале споја низводне косине зуба и хоризонталне равни темеља.



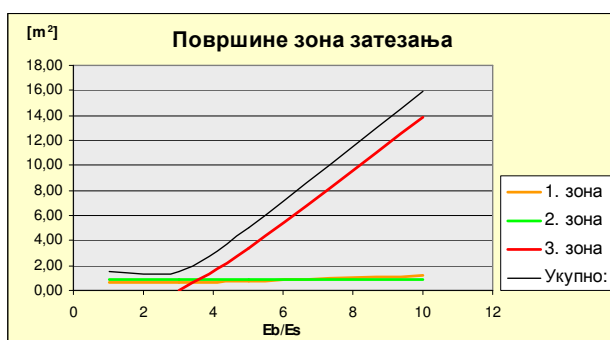
Слика 9. Зоне напона затезања, модел $H_1n_1E_{10}$ без галерије

Утицај односа модула еластичности бране и стене (E_b/E_s) на површине затегнутих зона приказан је на сликама 10. и 11, за моделе H_1n_1 . Уочава се да у зони 1 постоји затезање за све вредности E_b/E_s , али је утицај крутости стене веома мали. У зони 2 површина затезања је иста, без обзира на однос E_b/E_s , пошто напони у зони галерије зависе само од сопствене тежине и хоризонталног притиска воде. У зони 3 затезање се јавља само код меких стена ($E_b/E_s = 5$ и 10) и опада са порастом крутости стене (Слика 11.), што значи да на затезање у овој зони битно утиче слегање у темељу.



Слика 10. Утицај односа E_b/E_s на зоне затезања за моделе H_1n_1

Код свих разматраних модела, ублажавање нагиба низводне косине зуба доводи до повећања површине затезања, али се вредности напона затезања смањују. Није се могла уочити зависност између површина зона затезања и висине бране, осим за зону око галерије, код које напони и површине затезања опадају са повећањем висине бране. За све разматране моделе напони затезања су знатно испод чврстоће бетона на затезање (не прелазе 20%).



Слика 11. Утицај E_b/E_s на површине зона затезања за моделе H, n_1

7. ЗАКЉУЧЦИ

Истраживање је спроведено на моделима гравитационих бетонских брана различитих висина, различитих нагиба низводне косине зуба, као и различитих односа модула еластичности бетона бране и стене у темељу. Оригинално истраживање је у прорачунском поступку, који допушта отварање спојнице између бране и стене, тако да се на темељу могу пренети само напони притиска.

Потврђено је да се могу јавити три зоне затезања и то: узводна косина зуба, галерија, и спој низводне косине зуба и хоризонталне равни темеља.

На напоне у зони узводне косине зуба највише утичу хидростатичка сила и узгон, док је утицај сопствене тежине релативно мали. Напонска слика се незнатно мења са променом висине бране, нагиба низводне косине зубе и односа E_b/E_s .

Напони у зони инјекционе галерије уопште не зависе од нагиба низводне косине зуба и односа E_b/E_s . У случају инјекционе галерије стандардног облика и димензија, површина, као и апсолутне вредности напона затезања овој зони, опадају са порастом висине бране.

Напони затезања на низводној косини зуба настају као последица слегања темељне спојнице. Површина зоне и апсолутне вредности напона повећавају се са порастом односа E_b/E_s , док напони опадају са смањењем нагиба косине зуба.

Правци максималног градијента главног напона затезања у трећој зони зависе од постојања инјекционе галерије. За бране са галеријом, градијент је у правцу од низводне косине зуба ка дну галерије, док код брана без галерије има правац симетрале споја косине зуба и хоризонталне равни темеља.

Параметарском анализом се није могла установити веза између вредности напона затезања и висине бране. Максимални напони затезања су знатно мањи од граничне чврстоће бетона на затезање, што значи да нема опасности од појаве прислина. Највеће апсолутне вредности напона затезања се јављају код брана темељених на мекој стени, са стрмим нагибом низводне косине зуба.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] М. М. Гришин, (1956), "Гидротехнические сооружения", Государственное издательство литературы по строительству и архитектуре, Москва
- [2] Петар С. Петровић, (2002), "Хидротехничке конструкције други део", Грађевински факултет универзитета у Београду, Београд
- [3] Љубодраг М. Савић, (2009), "Увод у хидротехничке грађевине" Грађевински факултет, Београд
- [4] В. Кузмановић (2008), "Термичко понашање гравитационих RCC брана, I део – прорачун температурног поља", Водoprивреда, број 234-236, година 40, јул-децембар 2008/4-6, стр. 145-155, Београд
- [5] V. Kuzmanovic, Lj. Savic, J. Stefanakos (2010), "Long-term thermal 2D and 3D analysis of RCC dams, supported by monitoring verification", Canadian Journal of Civil Engineering, Vol. 37, Issue 4, april 2010., DOI: 10.1139/L10-004
- [6] Љ. Савић, Б. Миловановић, В. Кузмановић, Д. Коматина (2010), HIDROSOFT – софтверска подршка за пројектовање хидротехничких

грађевина, Грађевински факултет у Београду,
монографија са рецензијом и CD-ом, ISBN 978-
86-7518-127-9, Београд

[7] USBR, (1987), "Design of Small Dams", U. S.
Department of the Interior Bureau of Reclamation,
Denver

STRESSES IN THE UPSTREAM CUTOFF ZONE OF CONCRETE GRAVITY DAMS

by

Bojan MILOVANOVIĆ, Vladan KUZMANOVIĆ, Ljubodrag SAVIĆ,
Faculty of Civil Engineering, University of Belgrade

Summary

Upstream cutoff in the concrete gravity dam foundation is introduced as a general stability measure in the beginning of the 20-th century. It become widely accepted in design practice in the late 50-ties. Nevertheless, very little is done in the stress evaluation in the cutoff zone, so far. The intention of this research is to obtain a reliable assessment of the stresses in this zone, particularly occurrence and distribution of tensile

stresses, which may produce cracks. The research is based on a finite-element model, with special features in the foundation zone, and encompassed large range of dam heights, cutoff shapes, and foundation properties.

Key words: Gravity concrete dams, tensile stresses, upstream cutoff, cracks

Redigovano 12.08.2011.