

V. prof. dr Radomir KAPOR, dipl. građ. inž.¹
Prof. dr Ljubodrag SAVIĆ, dipl. građ. inž.¹
Budo ZINDOVIĆ, dipl. građ. inž.¹
Dragiša ŽUGIĆ, dipl. građ. inž.²
Danica STARINAC, dipl. građ. inž.²
Predrag VOJT, dipl. građ. inž.²

HIDRAULIČKA ANALIZA STRUJANJA NA STEPENASTOM BRZOTOKU

0352-2733,46 (2013), p. 70-127

UDK: 556.536:532.543
IZVORNI NAUČNI ČLANAK

Rezime

Stepenasti brzotoci se u poslednjih dvadesetak godina veoma često koriste kod brana od valjanog betona (RCC). To je posledica njihove efikasnosti u pretvaranju mehaničke energije u toplotnu i usklađenosti sa tehnologijom građenja RCC brana. Glavne karakteristike strujanja na stepenastom prizmatičnom brzotoku, pri klizećem toku, mogu se odrediti empirijskim jednačinama. Hidraulička modelska ispitivanja mogu dati pouzdanu procenu hidrauličkih veličina, posebno preostale energije

¹ Univerzitet u Beogradu – Građevinski fakultet, Bulevar kralja Aleksandra 73, 11000 Beograd

² Institut za vodoprivredu „Jaroslav Černi“, Jaroslava Černog 80, 11226 Pinosava
Rad primljen septembra 2013.

vode, iako je strujanje mešavine vode i vazduha složeno, a na rezultate utiču efekti razmere. Može se očekivati da će se u budućnosti i numerički modeli efikasno koristiti za ispitivanja stepenastih brzotoka, uz pažljivu kalibraciju i verifikaciju.

Ključne reči: hidraulika, otvoreni tokovi, stepenasti brzotok, mešavina vode i vazduha

HYDRAULIC ANALYSES OF STEPPED SPILLWAY FLOW

Abstract

Stepped spillways have been often used in RCC dams over the past twenty years, due to their efficiency in converting mechanical energy into heat and compliance with the technology and construction of RCC dams. Main characteristics of the prismatic stepped spillway with skimming flow can be described by empirical relationships. Scale model studies afford reliable assessment of the flow characteristics, particularly of the residual energy, if the scale effects are minimized. The measurement of flow characteristics is complex, due to the air-water flow mixture. It is expected that numerical modeling, with proper calibration and verification, will become an efficient tool for the stepped spillway design.

Key words: hydraulics, open channel flow, stepped spillway, air-water flow

1. UVOD

Svrha evakuacionih objekata na visokim branama je propuštanja velikih voda uz očuvanje bezbednosti brana. To znači da se velika mehanička energija vode, koja se stvara uzvodno od brane, transformiše u toplotnu energiju bez oštećenja brane i značajnije erozije rečnog korita nizvodno od nje. Uobičajeno je da preliv i brzotok imaju oblik koji najmanje utiče na strujanje vode. Kao posledica takve „strategije“, nizvodno od brane mora se izgraditi umirujući bazen (slapište), u kome se mehanička energija glavnog strujanja, pretvara u energiju sekundarnog strujanja i na kraju u toplotnu.

Od najstarijih vremena postoje brane kod kojih su preliv i brzotok izgrađeni od velikih kamenih blokova, u

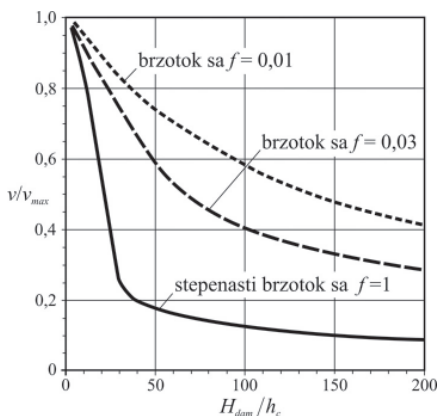


Slika 1.- *Preliv i stepenasti brzotok brane Arkananian [9].*

obliku stepenika. Na *slici 1*. prikazan je stepenasti preliv i brzotok brane Arkanian, u Grčkoj, iz XIII veka pre naše ere. Pri strujanju vode preko neravne površine značajan deo mehaničke energije pretvara se u toplotnu. Takvo rešenje se primenjuje i kod savremenih brana izgrađenih od valjanog betona, kod kojih preliv ima uobičajeni oblik praktičnog profila, ali je brzotok u obliku stepenika. Na neravnoj površini brzotoka obavi se najveći deo pretvaranja energije, pa se dimenzije umirujućeg bazena, u podnožju brane, mogu smanjiti, ili se bazen može izostaviti. Zbog velikih ušteda, koje se tako ostvaruju, najveći broj brana od valjanog betona gradi se upravo na ovaj način.

Efikasnost u pretvaranju energije, stepenastog brzotoka u odnosu na uobičajeni „glatki“, može se oceniti na *slici 2*. Na apcisi je visina brane, H_{dam} , podeljena sa kritičnom dubinom, h_c , a na ordinati brzina koja se stvarno ostvaruje u podnožju brane, v , podeljena sa odgovarajućom najvećom brzinom $v_{max} = \sqrt{2gH_{dam}}$. Na dijagramu su naneti rezultati proračuna strujanja na glatkim brzotocima, sa najmanjom ($f = 0,01$) i najvećom vrednosti Darsi-Vajsbahovog koeficijenta trenja ($f = 0,03$), koje se mogu ostvariti. Takođe, naneti su i rezultati proračuna strujanja na stepenastom brzotoku, sa odgovarajućim koeficijentom trenja ($f = 1,0$). Smanjenje brzine u podnožju brane, na stepenastom brzotoku je veoma značajno, odnosno na stepenastom brzotoku se efikasnije pretvara mehanička energija u toplotnu, nego na glatkom.

Cilj ovog rada je da se prikaže hidraulička analiza strujanja na prelivu sa stepenastim brzotokom i postupak za dimenzionisanje ovakvih objekata. Primena analize pokazaće se na primerima. U prvom delu (poglavlju) prikazan je postupak za proračun (analizu) strujanja na stepenastom brzotoku, koji se zasniva na empirijskim zavisnostima. S obzirom da je ovakva analiza, strogo uzevši, namenjena samo prizmatičnim stepenastim brzotocima (jednolike širine korita), u drugom i trećem delu su razmatrani numeričko i hidrauličko (fizičko) modeliranje, kao sredstva za rešavanje nestandardnih problema,



Slika 2.- Smanjenje brzine u podnožju brane u zavisnosti od H_{dam}/h_c , za gladak i stepenasti brzotok [5].

kao što su stepenasti brzotoci sa promenljivom širinom korita, kojima je posvećeno celo četvrto poglavlje.

2. PRORAČUN STRUJANJA NA EVAKUACIONOM OBJEKTU

2.1 Strujanje na prelivu

Već je pomenuto da kod savremenih brana sa stepenastim brzotokom preliv ima oblik praktičnog profila. Kordinate tačaka krive Kriger-Oficerova računaju se na osnovu usvojenog računskog protoka. Protok, Q , preko takvog profila definisan je [16], kao:

$$Q = C_p L_p \sqrt{2g} H_p^{\frac{3}{2}} \quad (1)$$

gde je: H_p visina prelivnog mlaza, L_p dužina prelivne ivice, g ubrzanje Zemljine teže i C_p koeficijent preliivanja.

Uobičajeno je da se iznad preliva nalazi most, sa stubovima, koji smanjuju dužinu prelivne ivice. Dužina prelivne ivice se izračunava jednačinom [16]:

$$L_p = B - n_s b_s - 2H_p(n_s K_s + K_B), \quad (2)$$

gde je: B bruto širina preliva (širina brzotoka), n_s broj stubova, b_s širina stuba, K_B koeficijent kontrakcije mlaza za obalni stub i K_s za stub u struji.

Koeficijent preliivanja, C_p , se može računati kao [16]:

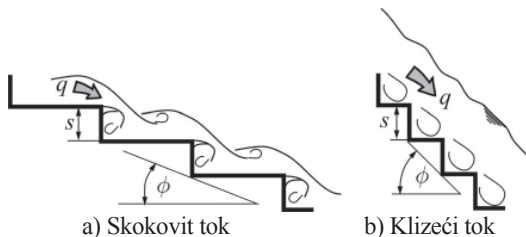
$$\frac{C_P}{C_{P0}} = 0,777 + \frac{2,96 \left(\frac{H_P}{H_R} \right)^{0,76}}{10,69 + 2,58 \left(\frac{H_P}{H_R} \right)^{0,76}}, \quad (3)$$

gde je: C_{P0} koeficijent preliivanja pri računskom protoku i H_R visine prelivnog mlaza pri računskom protoku.

2.2 Strujanje na stepenstom brzotoku

2.2.1 Tipovi strujanja na brzotoku

Strujanje na stepenastom brzotoku je vrlo složeno i zavisi od vrednosti mnogih parametara. Na slici 2. prikazana su dva, bitno različita, tipa strujanja koja se mogu ostvariti: skokoviti i klizeći tok.



Slika 2.- Tipovi strujanja na stepenastom brzotoku, [16].

Kod skokovitog toka, voda u mlazu pada preko ivice stepenika na dno nizvodnog stepenika, na kome se stvara potpuni ili nepotpuni hidraulički skok. U njemu se značajan deo mehaničke energije pretvara u toplotnu.

Kod klizećeg toka mlaz ostaje jedinstven, a pretvaranje mehaničke energije u toplotnu se ostvaruje vrtložnim tokom vode, u prostoru ograničenom konturom stepenika i donjom površinom mlaza.

Sa gledišta umirenja, skokovit tok je efikasniji od klizećeg, ali se izbegava pri većim proticajima i padovima zbog dinamičkih oštećenja na horizontalnim delovima stepenika, kao i zbog velike dužine brzotoka koji se zahteva. U ovoj analizi razmatraće se isključivo klizeći tok.

Treba imati na umu da pri strujanju preko stepenastog brzotoka uvek prvo nastaje skokovit tok, koji povećanjem protoka prelazi u klizeći, u početku na nekim delovima, a kasnije i na celom brzotoku. Često se ostvaruje i prelazni tok, kao kombinacija opisanih tipova toka.

Hidrauličke karakteristike strujanja na stepenastom brzotoku najviše zavise od jediničnog protoka, $q = Q/B$ (Q je protok, a B je širina brzotoka), i visine stepenika, s . Podužni nagib brzotoka definiše se uglom ϕ .

Kritična dubina za koju se sigurno ostvaruje klizeći tok, h_c^s , dobija se iz empirijske jednačine [3]:

$$\frac{h_c^s}{s} = 0,91 - 0,14 \tan \phi, \quad (4)$$

što daje protok za koji se sigurno ostvaruje klizeći tok:

$$Q_c^s = B \sqrt{g (h_c^s)^3} . \quad (5)$$

Postoje i druge empirijske jednačine, koje daju slične rezultate, a koriste se za određivanje geometrijskih karakteristika stepenastog brzotoka. Nagib brzotoka, definisan uglom ϕ , mora da zadovolji uslov statičke stabilnosti brane, pa se jednačina (4) koristi da bi se odredila visina stepenika, s , sa kojom će se za neki usvojeni protok, Q_c^s , manji od računskog protoka za preliv, ostvariti klizeći tok. Istovremeno, mora se voditi računa da se usvojena visina stepenika može ostvariti prilikom ugradnje valjanog betona. Slojevi betona, posle ugradnje, obično imaju debljinu od 0,3 m, [14], pa su moguće visine stepenika: 0,6, 0,9, 1,2 i 1,5 m.

Primer proračuna

Računski protok, koji treba evakuisati preko brane od valjanog betona, je velika voda hiljadugodišnjeg povratnog perioda $Q_{0,1\%} = 1320 \text{ m}^3/\text{s}$. Visina stepenika brzotoka je $s = 0,90 \text{ m}$. Nagib brzotoka je jednak nagibu nizvodnog lica brane $V:H = 9:8$, što daje ugao $\phi = 48,37^\circ$. Visina brane, mereno od krune preлива do dna umirujućeg bazena, je $H_{dam} = 64 \text{ m}$. Širine preлива i stepenastog brzotoka su jednake. Razmatraju se dve širine: varijanta I sa $B = 81 \text{ m}$ i varijanta II sa $B = 55 \text{ m}$.

Rešavanjem jednačina (4) i (5) dobijaju se rezultati dati u *tabeli 1*.

Tabela 1. *Uslovi za ostvarenje klizećeg toka*

	h_c^s	Q_c^s
	[m]	[m ³ /s]
Varijanta I	0,68	141,4
Varijanta II	0,68	96,0

Kritična dubina za koju se sigurno ostvaruje klizeći tok, h_c^s , je jednaka u obe varijante, jer zavisi samo od visine stepenika, s , i ugla pod kojim je nagnut brzotok ϕ . Pošto je širina brzotoka različita, za sve protoke koji su veći ili jednaki 141,1 m³/s, odnosno 96,0 m³/s, sigurno će se javiti klizeći tok u varijanti I, odnosno u varijanti II.

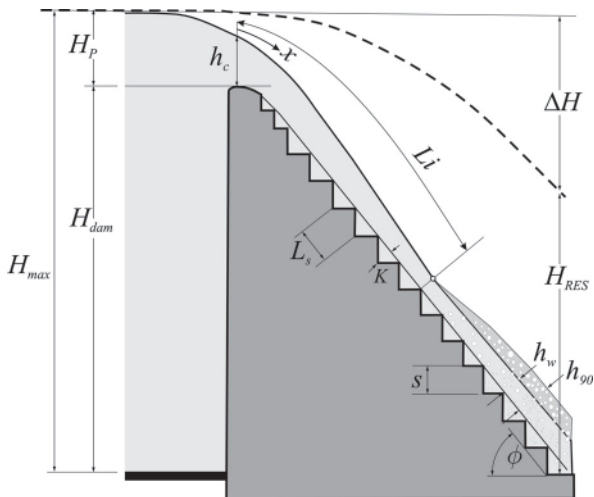
2.2.2 Položaj izlaska graničnog sloja na brzotoku

Na *slici 3* prikazan je vertikalni presek preliva sa stepenastim brzotokom i osnovnim veličinama koje su potrebne za proračun strujanja.

Preliv, u obliku praktičnog profila i stepenasti brzotok, sa stepenicima visine s , povezuje deo brzotoka koji ima paran broj stepenika visine $s/2$. Pomoću tih stepenika (obično 4 ili 6 stepenika) ostvaruje se mirniji prelaz sa glatke na stepenastu površinu.

Pri strujanju preko preliva, uz čvrstu konturu se stvara granični sloj u kome je turbulentni tok sa velikim in-

tenzitetom promena pritisaka i brzina. Počev od krune preliva, duž toka, ovaj sloj povećava debljinu, da bi na nekom rastojanju, L_i , granični sloj dostigao slobodnu površinu vode. Nizvodno od tog mesta, usled izražene turbulencije dolazi do intenzivnog uvlačenja vazduha, tako da nastaje mešavina vode i vazduha (dvofazni fluid), što se može uočiti po penušanju koje ukazuje na prisustvo vazduha.



Slika 3.- Osnovne veličine za proračun stepenastog brzotoka [2].

Opisane pojave dešavaju se na svakom brzotoku, bez obzira da li je običan ili stepenast, samo je na stepenastom brzotoku sa klizećim tokom mešanje vode i vazduha intenzivnije nego na običnom brzotoku. Prema teoriji otvorenih tokova dubine silovitog strujanja se smanjuju u nizvodnom pravcu sve dok se dubina vode ne izjednači sa normalnom dubinom čiste vode h_w , odnosno dok se ne uspostavi jednoliko (uniformno) strujanje. Ali na mestu gde granični sloj izbija na slobodnu površinu, dubina vode počinje da se povećava zbog mešanja sa vazduhom. Zato je potrebno poznavati rastojanje Li . Ovo rastojanje se izračunava empirijskom jednačinom kao [2]:

$$Li = \frac{5,90 h_c^{6/5}}{(\sin \phi)^{7/5} s^{1/5}}, \quad (6)$$

gde je h_c kritična dubina, koja odgovara računskom protoku, Q , iz:

$$h_c = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{B^2 g}}. \quad (7)$$

Visina stepenika, s , u jednačini (6), predstavlja uticaj hrapavost, jer je hrapavost betonske površine višestruko manja od visine stepenika. Jednačina (6) je dimenzionalno ispravna, sa pravilno izabranim parametrima od kojih zavisi rastojanje Li .

Primer proračuna

Za računski protok $Q_{0,1\%} = 1320 \text{ m}^3/\text{s}$ korišćenjem jednačina (7) i (6) određuju se rastojanja na kojima izbija granični sloj, što je dato u tabeli 2.

Tabela 2.- Rastojanje na kome izbija granični sloj

	q	h_c	Li
	$[\text{m}^2/\text{s}]$	$[\text{m}]$	$[\text{m}]$
Varijanta I	16,30	3,00	33,9
Varijanta II	24,00	3,89	30,7

Iz rezultata u tabeli se vidi da povećanje jediničnog protoka, q , za istu visinu stepenika, s , skraćuje rastojanje na kome izbija granični sloj, Li , ali se povećava kritična dubina, h_c .

2.2.3 Jednoliko strujanje na stepenastom brzotoku

Da bi se odredile karakteristike stepenastog brzotoka treba odrediti karakteristike jednolikog tečenja vode i jednolikog tečenja mešavine vode i vazduha. Zato je potrebno izračunati normalnu dubinu čiste vode, $h_{w,u}$, i normalnu dubinu mešavine, $h_{90,u}$. Ova druga dubina se meri od dna do nivoa na kome je koncentracija vazduha u vodi $C = 0,9$ ($C = 0,0$ čista voda i $C = 1,0$ vazduh). Normalna dubina čiste vode je [3]:

$$h_{w,u} = 0,215 F_*^{2/3} s, \quad (8)$$

a normalna dubina mešavine, $h_{90,u}$:

$$h_{90,u} = 0,5 s F_*^{(0,1 \tan \phi + 0,5)}, \quad (9)$$

gde je F_* Frudov broj u kome je karakteristična dužina hrapavost (tj. visina stepenika, s):

$$F_* = \frac{q}{\sqrt{g \sin \phi} s^3}. \quad (10)$$

Kao i jednačina (6) i jednačine (8) i (9) su dimenzionalno ispravne empirijske jednačine, pomoću kojih se računaju dubine jednolikog tečenja (dubine na nizvodnom kraju brzotoka beskonačne dužine). Jednačina za dubinu mešavine (9), može da posluži za određivanje visine razdelnih (bočnih) zidova stepenastog brzotoka.

Zbog velikog nagiba brzotoka sve dubine se mere normalno na strujnice, od fiktivnog dna, koje je određeno „vrhovima” stepenika (vidi *sliku 3.*).

Koncentracija vazduha u mešavini vode i vazduha (aerisan tok) je promenljiva po dubini i duž toka. Može se meriti na objektu ili modelu, što će biti predmet kasnijih razmatranja. Korisno je definisati prosečnu (osrednjenu) koncentraciju vazduha po dubini toka, \bar{C}_u , koja se izražava [3] :

$$\bar{C}_u = 1 - \frac{h_{w,u}}{h_{90,u}}. \quad (11)$$

Da bi se na stepenastom brzotoku uspostavilo jednoliko tečenje (sa normalnom dubinom, $h_{w,u}$), potrebno je obezbediti dovoljno dugačku deonicu, odnosno dovoljnu denivelaciju od krune preлива, na kojoj se može razviti jednoliko tečenje. Empirijska zavisnost, prema [3], daje vezu između denivelacije neophodne da se uspostavi normalna dubina, $H_{dam,u}$, kritične dubine, h_c , i podužnog nagiba brzotoka (preko ugla), ϕ :

$$H_{dam,u} = 24 h_c (\sin \phi)^{2/3}. \quad (12)$$

Ako se pokaže da je $H_{dam,u}$ manje od visine brane, H_{dam} , onda su i normalna dubina čiste vode na kraju stepenastog brzotoka, $h_{w,u}$, i normalna dubina mešavine vode i vazduha, $h_{90,u}$, određene jednačinama (8) i (9), dovoljne za dimenzionisanje rezdelnog zida i umirujućeg bazena.

Primer proračuna

Veličine koje karakterišu jednoliko strujanje na stepenastom brzotoku izračunavaju se jednačinama (10), (8) i (9). Na osnovu njih i podataka iz prethodnih primera, jednačinom (11) izračunate su prosečne koncentracije vazduha po dubini toka, \bar{C}_u , a rezultati su dati u tabeli 3.

Smanjenje širine brzotoka, B , izaziva povećanje dubina jednolikog tečenja. Dubine čiste vode su više nego dvostruko manje od dubina mešavine vode i vazduha.

Denivelacija (visina brane) neophodna da se uspostavi normalna dubina, $H_{dam,u}$, računa se jednačinom (12) uz

Tabela 3.- Karakteristike jednolikog strujanja na stepenastom brzotoku

	F^*	$h_{w, u}$	$h_{90, u}$	\bar{C}_u
		[m]	[m]	
Varijanta I	7,05	0,71	1,49	0,522
Varijanta II	10,38	0,92	1,89	0,512

Tabela 4.- Visina brane potrebna za normalnu dubinu

	h_c	H_{dam}	$H_{dam, u}$
	[m]	[m]	[m]
Varijanta I	3,00	64,0	59,35
Varijanta II	3,89	64,0	76,82

pomoć kritične dubine, h_c , i ugla, ϕ . Rezultati proračuna su dati u tabeli 4.

U varijanti I brana ima veću visinu od denivelacije koja je potrebna za jednoliko tečenje. U varijanti II, u kojoj je veći jedinični protok, q , visina brane je nedovoljna za ostvarenje jednolikog strujanja i dubina mešavine vode i vazduha, h_{90} , će biti veća od odgovarajuće normalne dubine, $h_{90, u}$.

2.2.4 Koeficijent trenja na stepenastom brzotoku

Već je pomenuto da je hrapavost, od koje najviše zavisi strujanje na stepenastom brzotoku, posledica ste-

penika, dok je uticaj hrapavosti betonske površine zanemarljiv. Zato je hrapavost, k , projekcija visine stepenika, s , upravna na tok:

$$k = s \cos \phi. \quad (13)$$

Ovako određena hrapavost deli se sa hidrauličkim prečnikom, $D_{h,w}$, koji je jednak četverostrukom hidrauličkom radijusu. Kako je korito široko pravougaono, hidraulički radijus je jednak dubini čiste vode, $h_{w,u}$ [3]:

$$D_{h,w} = 4 h_{w,u}. \quad (14)$$

Da bi se izračunala preostala energija po jedinici težine na kraju prizmatičnog stepenastog brzotoka, potrebno je odrediti uticaj trenja koji se izražava Darsi-Vajsbahovim koeficijentom trenja f . Pri izvođenju empirijskih jednačina za f , prema [3], vođeno je računa o tome da poprečni presek nije kružni već pravougaoni, da je na dnu hrapavost neuporedivo veća od hrapavosti po zidovima i da rastojanje između vrhova stepenika, $s / \sin \phi$, utiče na trenje na brzotoku. U [3] predložene su dve empirijske jednačine:

$$f_b' = [0,5 - 0,42 \sin(2 \phi)] \left(\frac{k}{D_{h,w}} \right)^{0,2} \quad (15)$$

$$\frac{1}{\sqrt{f_b''}} = \frac{1}{\sqrt{0,5 - 0,42 \sin(2 \phi)}} \left[1,0 - 0,25 \log \left(\frac{k}{D_{h,w}} \right) \right] \quad (16)$$

Za proračun se uzima manja vrednost od f_b' i f_b'' , jer ona daje veću preostalu energiju i nepovoljnije uslove u umirujućem bazenu. U daljem proračunu ta vrednost će biti označena sa f_b .

Primer proračuna

Hrapavost na stepenastom brzotoku, k , računa se jednačinom (13) i za obe varijante se dobija $k = 0,60$ m. Hidraulički prečnik, $D_{h,w}$, se računa jednačinom (14), u kojoj se za dubine čiste vode pri jednolikom tečenju, $h_{w,u}$, uzimaju vrednosti iz tabele 3. Koeficijenti trenja f_b računaju se jednačinama (15) i (16), a rezultati su prikazani u tabeli 5.

Tabela 5.- Vrednosti koeficijenta trenja na stepenastom brzotoku

	$D_{h,w}$	f_b'	f_b''	f_b
	[m]			
Varijanta I	2,85	0,0607	0,0606	0,0606
Varijanta II	3,68	0,0576	0,0578	0,0576

Koeficijent trenja na stepenastom brzotoku, f_b , je nešto veći u varijanti I nego u II, jer su dubine nešto manje pa je uticaj stepenika veći.

2.2.5 Preostala energija na kraju stepenastog brzotoka

Ukupna energija po jedinici težine, na uzvodnom kraju preлива (slika 3.) je:

$$H_{\max} = H_{dam} + 1,5 h_c . \quad (17)$$

Pri strujanju preko stepenastog brzotoka deo energije po jedinici težine, ΔH , se pretvara u toplotu, a na kraju brzotoka preostala energija po jedinici težine je H_{RES} . Ovaj deo mehaničke energije treba da se pretvori u toplotnu u umirujućem bazenu. Preostali deo energije po jedinici težine može se izraziti preko dubine čiste vode, h_w , i brzine čiste vode, v_w , kao:

$$H_{RES} = h_w \cos \phi + \alpha \frac{v_w^2}{2g} , \quad (18)$$

gde je vrednost koeficijenta neravnomernosti brzine $\alpha \approx 1,1$.

Za određivanje preostale energije bitno je da li se na brzotoku ostvaruje jednoliko strujanje ili ne. Ako se ostvaruje, sa dubinom h_w , izračunatom jednačinom (8), uz uslov $H_{dam} / h_c \geq 15$ ili 20, koristi se izraz [3]:

$$H_{RES} = \frac{F H_{\max}}{\frac{H_{dam}}{h_c} + F} , \quad (19)$$

gde je, F :

$$F = \left(\frac{f_b}{8 \sin \phi} \right)^{1/3} \cos \phi + \frac{\alpha}{2} \left(\frac{f_b}{8 \sin \phi} \right)^{-2/3} . \quad (20)$$

Ako nije ostvareno jednoliko strujanje na brzotoku, pa je $H_{dam} / h_c < 15$ ili 20, koristi se eksponencijalni izraz [3]:

$$H_{RES} = H_{max} \exp \left[\left(-0,045 \left(\frac{k}{D_{h,w}} \right)^{0,1} (\sin \phi)^{-0,8} \right) \frac{H_{dam}}{h_c} \right] \quad (21)$$

u kome se hidraulički prečnik, $D_{h,w}$, računa pomoću jednačine (14).

Treba napomenuti da je preostala energija po jedinici težine na kraju stepenastog brzotoka značajno manja od one kod običnog, “glatkog” brzotoka. Upravo ta karakteristika može biti odlučujuća pri izboru tipa brzotoka.

Primer proračuna

Ukupna energija po jedinici težine, na uzvodnom kraju preliva, H_{max} , računa se jednačinom (17), a bezdimenzionalna veličina F jednačinom (20). Takođe, bezdimenzionalna veličina H_{dam} / h_c određuje koja se jednačina za izračunavanje preostale energije, H_{RES} , koristi. Ako se kao merodavna granica usvoji $H_{dam} / h_c = 20$, onda se za izračunavanje preostale energije po jedinici težine, za varijantu I koristi jednačina (19), a za varijantu II (20). Već je pokazno, ali sa drugim jednačinama, da se u varijanti I na brzotoku ostvaruje jednoliko strujanje, a u varijanti II brzotok nema dovoljnu dužinu. Rezultati proračuna dati su u tabeli 6.

Tabela 6.- Preostala energija na stepenastom brzotoku

	H_{max}	$\frac{H_{dam}}{h_c}$	F	H_{RES}	$\frac{H_{RES}}{H_{max}}$
	[m]			[m]	
Varijanta I	68,50	21,3	11,88	24,52	0,358
Varijanta II	69,84	16,4		32,04	0,459

Preostala energija po jedinici težine, H_{RES} , odnosno odgovarajuća bezdimenzionalna veličina H_{RES}/H_{max} , pokazuju efikasnost pretvaranja energije. Zbog manjeg jediničnog protoka, q , u varijanti I ovaj proces je efikasniji nego u varijanti II.

2.2.6 Proračun linije nivoa na stepenastom brzotoku linijskim modelom

Za proračun preostale energije, pored prikazanih empirijskih jednačina, može se koristiti i standardni linijski (1D) model, kojim se računaju linije nivoa i energije na stepenastom brzotoku. Prema [16], linijski model je zasnovan na jednačini održanja energije:

$$z_{D,i} + h_{w,i} \cos \phi + \frac{v_{w,i}^2}{2g} = z_{D,i+1} + h_{w,i+1} \cos \phi + \frac{v_{w,i+1}^2}{2g} + \frac{1}{2} \Delta L \left(\frac{Q^2 n^2}{A_{i+1}^2 R_{i+1}^{4/3}} + \frac{Q^2 n^2}{A_i^2 R_i^{4/3}} \right) \quad (22)$$

i jednačini održanja mase:

$$Q = h_{w,i} B_i v_{w,i} = h_{w,i+1} B_{i+1} v_{w,i+1}, \quad (23)$$

gde je z_D kota fiktivnog dna brzotoka, h_w dubina (neerisane – čiste vode) merena od fiktivnog dna, v_w brzina čiste vode, A površina poprečnog preseka od fiktivnog dna, B širina brzotoka, R hidraulički radijus i n Maningov koeficijent. Indeks i označava uzvodni presek, $i+1$ nizvodni presek, a ΔL je rastojanje između preseka (*slika 4*).

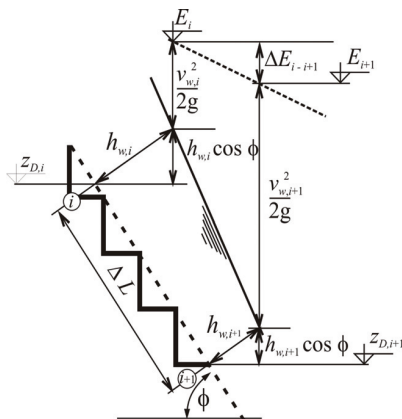
Hrapavost brzotoka se određuje pomoću jednačine (13), a zatim se Maningov koeficijent, n , računa empirijskom jednačinom:

$$n = \frac{k^{\frac{1}{6}}}{26}. \quad (24)$$

Pošto je strujanje niz brzotok silovito, proračun se odvija u smeru tečenja, od najuzvodnijeg profila na kome je kritična dubina. Jednačine (22) i (23) rešavaju se iterativnim postupkom, od profila i do profila $i+1$. Po izračunatoj liniji nivoa lako, se sračuna i linija energije, odnosno preostala energija po jedinici težine.

Na osnovu poređenja preostale energije po jedinici težine, može se zaključiti da postupak preko empirijskih jednačina daje veću preostalu energiju od standardnog postupka. Ako je visina stepenika, s (*slika 3*), manja od dubine mešavine vode i vazduha ove razlike su zanemar-

ljive, ali ako je veća, razlike su značajne i standardni model daje rezultate koji nisu na strani sigurnosti.



Slika 4.- Osnovne veličine za proračun linije nivoa.

2.2.6 Visina razdelnog zida na stepenastom brzotoku

Visina razdelnih (bočnih) zidova stepenastih brzotoka sa jednakom širinom, računa se prema jednačini [3]:

$$d = \eta h_{90,u} \quad (25)$$

gde je d visina razdelnog zida, a η sigurnosni faktor, koji za betonske brane, kod kojih nema opasnosti od

erozije, ima vrednost 1,2, a za nasute brane 1,5. Ako se na brzotoku nije ostvario jednoliki režim, kao što je slučaj u varijanti II, umesto normalne dubine mešavine, $h_{90, u}$, (jednačina 9), trebalo bi koristiti dubinu mešavine, h_{90} , [14], koja se može odrediti iz preostale energije (jednačina 18). Kako su vrednosti ovih veličina praktično jednake, korišćenje jednostavne jednačine (25) je opravdano.

2.3 Strujanje u umirujućem bazenu

Za određivanje dimenzija umirujućeg bazena iz preostale energije po jedinici težine, H_{RES} , jednačinom (18) se, iterativnim postupkom, dolazi do dubine čiste vode, h_w , i brzine čiste vode, v_w , na kraju brzotka. U umirujućem bazenu, pravougaonog poprečnog preseka, treba da se obrazuje hidraulički skok sa spregnutom dubinom, h'_w , koja se dobija na osnovu jednačina održanja količine kretanja i održanja mase:

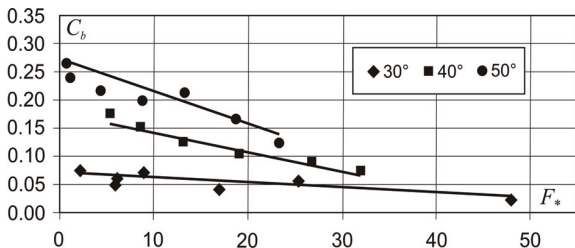
$$h'_w = \frac{h_w}{2} \left(-1 + \sqrt{1 + 8 Fr_w} \right), \quad (26)$$

gde je $Fr_w = v_w^2 / (g h_w)$, Frudov broj ulaznog toka, za čistu vodu, u bazenu. Da bi hidraulički skok bio potopljen potrebno je da dubina koja se ostvaruje u umirujućem bazenu bude, za 5 do 25% veća od izračunate spregnute dubine, h'_w [16].

2.4 Sprečavanje pojave kavitacije na stepenastom brzotoku

Veća koncentracija vazduha u struji vode, u blizini dna, smanjuje mogućnost pojave kavitacione erozije betonskih stepenika. Prema rezultatima ispitivanja [14], koncentracija vazduha u vodi u blizini dna, C_b , najviše zavisi od podužnog nagiba brzotoka, odnosno ugla, ϕ , a manje od Frudovog broja, F_* (jednačina 10), što je grafički prikazano na slici 5.

Na osnovu istih ispitivanja određeni su najveći jedinični protoci, q_{max} , pri kojima ne dolazi do kavitacione erozije na stepenastom brzotoku (tabela 7.). Jedinični protoci zavise od ugla, ϕ , i visine stepenika, s . Na strmom brzotoku $\phi = 50^\circ$ i sa visokim stepenikom, $s = 1,2$ m, najveći jedinični protok je čak $139,2$ m²/s. Inače, za stepenasti brzotok je uobičajeno $q_{max} = 25$ do 30 m²/s [14].



Slika 5.- Zavisnost koncentracije vazduha pri dnu, C_b , od ugla ϕ i Frudovog broja, F_* [14].

Poštovanje uslova o najvećoj vrednosti jediničnog protoka, iz *tabele 7.*, otklanja opasnost od erozije betonskih stepenika, prouzrokovane kavitacijom.

Tabela 7.- *Najveća vrednost jediničnog protoka, q_{max} [m²/s], pri kome se ne javlja kavitaciona erozija [14].*

ϕ [°]	Nagib V:H	Visina stepenika, s [m]			
		0,3	0,6	0,9	1,2
30	1:1,73	8,3	23,4	43,1	66,3
40	1:1,19	15,2	42,9	78,7	121,2
50	1:0,84	17,4	49,2	90,4	139,2

2.5 Ravanski numerički model strujanja na stepenastom brzotoku

Za analizu strujanja na stepenastom brzotoku mogu se koristiti i višedimenzionalni računski simulacioni modeli. Njihova popularnost je podržana značajnim tehnološkim razvojem u poslednjih 30 godina. Velika dostupnost moćnih računara, po vrlo pristupačnim cenama, omogućiće da programski alati za modeliranje strujanja fluida u bliskoj budućnosti postanu standardno oruđe u projektovanju hidrotehničkih objekata.

Kao što je ranije napomenuto, kod strujanja na stepenastom brzotoku javlja se intenzivno mešanje vode i vazduha, što izučava mehanika višefaznih fluida.

2.5.1 Jednačine strujanja višefaznih fluida

Strujanje vode i vazduha može se opisati na dva načina: formulisanjem jednačina za mešavinu, ili posebnih jednačina za svaki fluid. Prednost prvog načina je što se razmatranjem mešavine problem značajno pojednostavljuje, ali je primena ograničena na slučajeve sa malom koncentracijom vazduha u vodi. Drugi način je pogodan u slučaju intenzivne aeracije, za koju su vrlo važne turbulentne karakteristike oba fluida. Budući da proces rastvaranja vazduha u vodi nije značajan, on se najčešće ne modelira.

Jednačine održanja mase i količine kretanja rešavaju se za svaku fazu, l , [4]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha^l \rho^l) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\alpha^l \rho^l u_i^l) = 0 \quad , \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\alpha^l \rho^l u_i^l) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\alpha^l \rho^l u_i^l u_j^l) = \\ = \alpha^l \rho^l g_i - \alpha^l \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}^l}{\partial x_j} + F_i^l \quad , \end{aligned} \quad (28)$$

gde je α^l udeo faze l unutar kontrolne zapremine (zapreminska koncentracija), ρ^l gustina faze l , u_i^l komponenta brzine faze l , u pravcu i , g_i komponenta vektora gravitacionog ubrzanja, p pritisak, τ_{ij}^l tenzor smičućih napona (obuhvata i viskozne i „turbulentne“ napone) za fazu l , i F_i^l sila kojom se obuhvata interakcija između faza (npr. uzgon). Vektori i tenzori u jednačinama napisani

su u tenzorskoj notaciji, pri čemu je svaka komponenta u koordinatnom pravcu x_i ($i = 1, 2, 3$) označena donjim indeksom. Faza l je označena gornjim indeksom ($l = 1, 2$, za vodu i vazduh).

Sistem jednačina (27) i (28) za obe faze nije zatvoren, jer je neophodno izabrati pogodan model kojim se opisuju uticaj turbulencije na osrednjene vrednosti.

2.5.2 Modeliranje turbulencije

Na izbor modela turbulencije najviše utiče pojava koja se ispituje. Jedan pristup je da se rešavaju jednačine za transport korelacija fluktuacija brzina, koje su u literaturi poznate pod nazivom „turbulentni naponi“ [21, 15]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha^l \rho^l R_{ij}^l) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\alpha^l \rho^l u_i^l R_{ij}^l) = D_{ij}^l + P_{ij}^l + \phi_{ij}^l + \varepsilon_{ij}^l \quad (29)$$

gde je R_{ij}^l tenzor Rejnoldsovih, „turbulentnih“ napona, D_{ij}^l tenzor difuzije (molekularna i turbulentna), P_{ij}^l tenzor produkcije Rejnoldsovih napona, ϕ_{ij}^l tenzor korelacije fluktuacija pritiska i brzine deformacije, i ε_{ij}^l tenzor disipacije kinetičke energije „turbulentnih“ napona.

Izloženi model je u prednosti nad jednostavnijim modelima (sa jednom i sa dve transportne jednačine po fazi) u slučaju izrazite anizotropije turbulentnih napona (npr. strujanje vode kakvo se očekuje u zoni stepenika) [7, 15].

2.5.3 Približno rešavanje osnovnih jednačina strujanja višefaznih tokova

Tačno rešenje jednačina strujanja se može dobiti samo u slučaju značajnih uprošćenja. Pošto su takvi primeri neupotrebljivi za inženjersku praksu, neophodno je pribеći približnom rešavanju sistema parcijalnih diferencijalnih jednačina od (27) do (29). Na raspolaganju je veliki broj postupaka, od kojih su najpopularnijih metode konačnih razlika, konačnih zapremina i konačnih elemenata. Zbog svoje jednostavnosti i velike fleksibilnosti, u većini raspoloživih programskih paketa (komercijalnih i besplatnih) koristi se metoda konačnih zapremina [22, 23, 7, 18].

Prvi korak u modeliranju je diskretizacija računске oblasti na veći broj podoblasti (konačnih zapremina) jednostavnijeg oblika, najčešće trougaonog ili četvorougaoonog. Konačne zapremine ne moraju biti iste u svim delovima domena, već se njihove dimenzije prilagođavaju izučavanom problemu. Ovo je posebno važno na mestima velikih gradijenata, kao i u oblastima od posebnog značaja (vidi sliku 6.).

Sledeći korak obuhvata podešavanje vrednosti parametara numeričkog modela, pre svega zbog modela turbulencije, koji nije univerzalan i čiji parametri moraju biti logično zadati. Problem se najčešće rešava podešavanjem vrednosti parametara za poznato strujno polje. Ovaj proces se naziva kalibracija, a neophodne vrednosti se dobijaju merenjem u prirodi, ili na fizičkom modelu, u pogodno izabranoj razmeri.

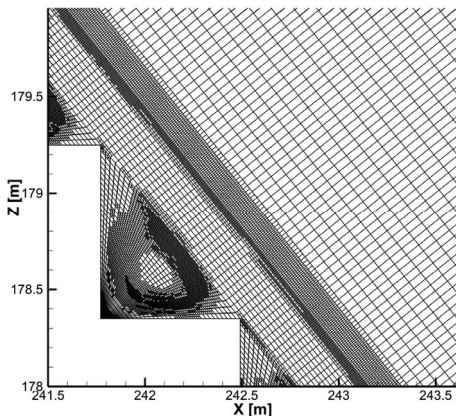
Poslednji korak u modeliranju je provera rezultata modela, a sprovodi se poređenjem simuliranih sa izmerenim vrednostima. Kako nije pogodno koristiti rezultate merenja iz procesa kalibracije, neophodno je koristiti podatke dobijene u drugim hidrauličkim uslovima (npr. pri različitom protoku). Ovaj proces se naziva verifikacija rezultata modela.

2.5.4 Primer numeričke simulacije strujanja na stepenastom brzotoku

Brana Bogovina je projektovana za formiranje akumulacije na reci Timok [20]. Za proračun strujanja na stepenastom brzotoku, primenjen je komercijalni program ANSYS Fluent [21, 22]. Kako je brzotok nepromenljive širine, problem je tretiran kao ravanski, u vertikalnoj ravni.

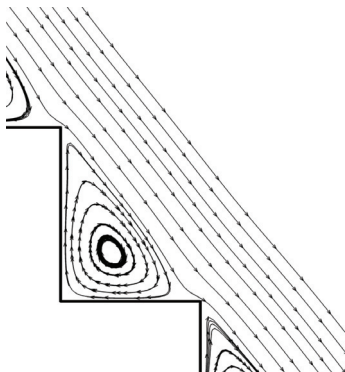
Na *slici 6*. prikazan je deo računске mreže za jedan deo brzotoka. Gustina mreže je povećana u blizini stepenika, posebno u oblasti u kojoj se očekuje pojava recirkulacije, kao i u oblasti u kojoj se očekuje mešanje vode i vazduha.

Na *slici 7*. prikazane su strujnice dobijene numeričim modelom [19]. Uočavaju se recirkulacione oblasti unutar stepenika, i klizeći tok iznad njih. Ovakvo strujanje je zabeleženo i na hidrauličkom modelu (*slika 8*) [20]. Može se konstatovati dobro kvalitativno slaganje simuliranog i izmerenog strujanja.

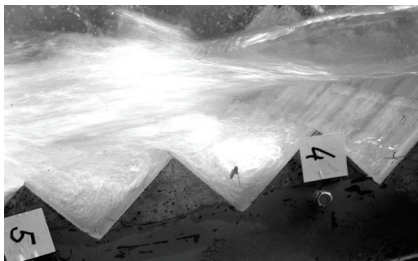


Slika 6.- Računska mreža za strujanje u stepenastom brzotoku [19].

S druge strane, simulirani raspored koncentracija vazduha u vodi, prikazan na *slici 9.*, ukazuje na značajno odstupanje ostvarenog i modeliranog strujanja. Simulirano mešanje vode i vazduha ograničeno je na tanji sloj uz slobodnu površinu vode, dok je na hidrauličkom modelu, od izlaska graničnog sloja na površinu, mešanje po celoj dubini mlaza. Takođe, na simuliranom rasporedu koncentracija, nema mešanja vode i vazduha unutar stepenika, dok se ta pojava jasno uočava na nizvodna dva stepenika na hidrauličkom modelu, na *slici 8.*

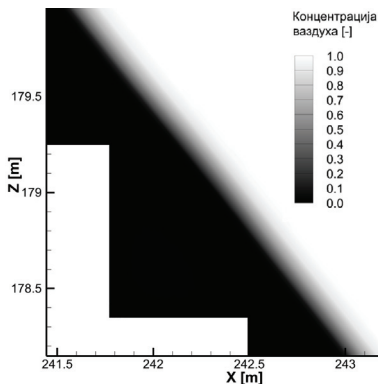


Slika 7.- *Simulirane strujnice* [19].



Slika 8.- *Strujanje mešavine na modelu* [20].

Poređenje simuliranih i izmerinih veličina pokazuje da se kalibraciji i verifikaciji numeričkog modela mora pris-



Slika 9.- Simulirani raspored koncentracije vazduha [19].

tupiti sa mnogo pažnje. Posebno je osetljivo modeliranje mešanja vode i vazduha, jer od toga mnogo zavise karakteristike strujanja preko stepenastog brzotoka. To je aspekt modeliranja koji treba značajno unaprediti, da bi se dobili pouzdani rezultati, koji bi se mogli koristiti u projektovanju hidrotehničkih objekata.

3. HIDRAULIČKO MODELIRANJE STRUJANJA NA STEPENASTOM BRZOTOKU

3.1 Uslovi sličnosti

Strujanje u otvorenom toku, prema silama koje u njemu deluju, može se podeliti na strujanje na „kratkom”

i „dugačkom” objektu [10]. Na kratkom objektu dominantne su fiktivne inercijalne sile i sile težine. Na dugačkom objektu pored sila težine dominantne su i sile trenja. Pojmovi „kratak” i „dugačak” objekat se odnose na idealizovane situacije. Sva strujanja u otvorenom toku imaju karakteristike i jednog i drugog strujanja, u različitom odnosu. Na prelivu sa stepenastim brzotokom javljaju se karakteristike oba tipa strujanja.

Pri strujanju na kratkom objektu, da bi se ostvarila sličnost između prirode (prototipa) i modela, pored geometrijske sličnosti, potrebno je da odnosi između fiktivnih inercijalnih sila i sila težine budu jednaki. Količnik ovih sila je bezdimenzionalni Frudov broj, Fr , koji se definiše kao:

$$Fr = \frac{v^2}{g l} , \quad (30)$$

gde je v neka karakteristična brzina strujanja, a l neka karakteristična dužina. Ako se ostvaruje Frudova sličnost, onda Frudovi brojevi u prirodi i na modelu moraju biti jednaki, pa važi:

$$Fr_* = \frac{Fr_{priroda}}{Fr_{model}} = 1 , \quad (31)$$

gde je Fr_* razmera za Frudov broj (* je oznaka za razmeru). Sa istim fluidom u prirodi i na modelu, u istom gravitacionom polju $g_* = 1$, razmera za brzinu je:

$$v_* = \sqrt{l_*} . \quad (32)$$

Za strujanje na dugačkom objektu, da bi se ostvarila sličnost između prirode i modela, potrebno je da odnosi između fiktivnih inercijalnih sila i sila trenja budu jednaki. Količnik ovih sila je bezdimenzionalni Reynoldsov broj, Re , koji se definiše kao:

$$Re = \frac{v l}{\nu} , \quad (33)$$

gde je ν kinematički koeficijent viskoznosti. Za strujanje sa istim fluidom važi:

$$\nu_* = 1 . \quad (34)$$

Ako se ostvaruje pomenuta Frudova sličnost sa istim fluidom, onda će, na osnovu (32), (33) i (34), razmera za Reynoldsov broj biti:

$$Re_* = \frac{l_*^{1/2} l_*}{\nu_*} = l_*^{3/2} . \quad (35)$$

Pored pobrojanih sila, na strujanje na stepenastom brzotoku, deluju i sile od površinskog napona (kapilarne sile). Već je pomenuto, da počevši od rastojanja Li , dolazi do intenzivnog mešanja vode i vazduha, gde su u mešavini skoro podjednake zapremine oba fluida. Bezdimenzionalni odnos između fiktivnih inercijalnih sila i kapilarnih sila je Veberov broj, We , definisan kao:

$$We = \frac{\rho l v^2}{\delta} , \quad (36)$$

gde je ρ gustina vode i δ koeficijent površinskog napona. Ako je u prirodi i na modelu voda onda je:

$$\rho_* = 1 \quad (37)$$

$$\delta_* = 1. \quad (38)$$

Sa Frudovom sličnošću i istim fluidom, iz jednačina (32), (36), (37) i (38), razmera za Veberov broj, We_* , je:

$$We_* = l_* . \quad (39)$$

Može se zaključiti da sa istim fluidom nije moguće zadovoljiti više od jedne sličnosti, već ako se zadovolji Frudova sličnost Rejnoldsovi i Veberovi brojevi će imati razmere definisane jednačinama (35) i (39) [10].

3.1 Mogućnosti modeliranja strujanja na prelivu i stepenastom brzotoku

Ako je u prirodi i na modelu isti fluid – voda, onda se može ostvariti samo jedna sličnost strujanja. Usvajanjem Frudove sličnosti, Rejnoldsova ($Re_* = 1$) i Veberova sličnost ($We_* = 1$) se ne mogu ostvariti, već će ti bezdimenzionalni brojevi imati razmeru definisanu jednačinama (35) i (39). Usled dejstva sila, za koje sličnost nije ostvarena, dolazi na modelu do promena strujanja, koje se nazivaju „efektom razmere”, jer se javljaju samo pri strujanju na modelu, a ne i u prirodi.

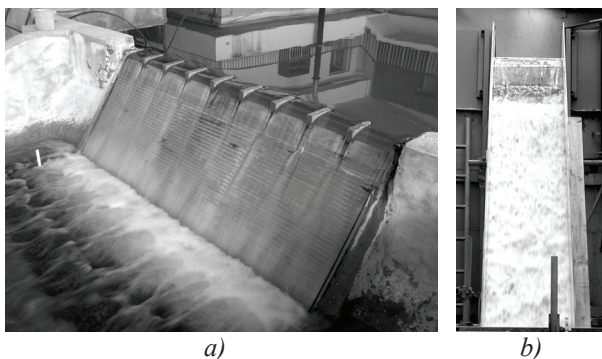
Na modelu na kome nije ostvarena Rejnoldsova sličnost, drugačije su sile trenja nego u prirodi, a zbog manje turbulencije manje je i mešanje vode i vazduha [12]. I narušavanje Veberove sličnosti izaziva slabije mešanje vode i vazduha. Ispitivanjima strujanja na stepenastom brzotoku sa više različitih razmera za dužine, l_* , određeni su uticaji efekata razmere [1]. Za veće vrednosti l_* smanjuje se koncentracije vazduha u vodi, C , uz mogućnost potpunog izostanka uvlačenja vazduha. Menja se i oblik krive $C(h)$, što je posledica praktično istih vrednosti prečnika mehurića vazduha, na modelu i u prirodi. Intenziteti brzina strujanja se povećavaju, naročito pri slobodnoj površini. Sve ove promene imaju za posledicu da je preostala energija po jedinici težine, H_{RES} , veća, što je na strani je sigurnosti, ali su dubnine mešavine, h_{90} , manje, što nije na strani sigurnosti. O poslednjoj posledici mora se voditi računa pri određivanju visine razdelnih zidova, a može biti naročito neprijatna ako je brzotok zasvođen, jer u prirodi može nastati tečenje pod pritiskom, dok je na modelu bio otvoreni tok.

Opisani efekti razmere se mogu smanjiti izborom "krupnije" razmere za dužine, l_* , pa se preporučuje $l_* < 10$ ili 15 [1]. Data preporuka važi pri jediničnom protoku $q = 20 \text{ m}^2/\text{s}$ i visini stepenika $s = 0,6 \text{ m}$, u prirodi.

Preporučenu razmeru za dužine nije lako ostvariti, jer sa $l_* = 10$, razmera za protok je $Q_* = l_*^{5/2} = 316$, što postavlja nerešive probleme za sistem za snabdevanje vodom u hidrauličkoj laboratoriji. Zato se pristupa izgradnji parci-

jalnih modela, sa preporučenom razmerom za dužine, na kojima je izgrađen samo deo prelivne ivice, čiju dužinu određuje protok koji se može postići u laboratoriji. Premda se problem smatra ravanskim, iako je u prirodi strujanje prostorno, ovim se značajno umanjuje efekat razmere. Najbolja su istraživanja u kojima se istovremeno gradi takozvani „model celine“, u razmerama za dužine od 30 do 60, i parcijalni model. Na prvom modelu se rešavaju svi problemi koji proističu iz prostornog strujanja preko evakuacionog objekta, a na drugom problemi vezani za stepenasti brzotok i posebno za preostalu energiju na njemu.

Na *slici 10.* prikazani su hidraulički modeli preliva i stepenastog brzotoka brane Bogovina, koji je izgrađen



Slika 10.- Hidraulički modeli preliva sa stepenstim brzotokom, brane Bogovina: a) model celine I b) parcijalni model, prema [20]

u hidrauličkoj laboratoriji Instituta za vodoprivredu „Jaroslav Černi“, u Beogradu [20]. Model celine, na slici pod a), izgrađen je sa $l_* = 45$, a parcijalni model, pod b), sa $l_* = 12$. Jasno se vidi da se na stepenastom brzotoku na modelu celine ne mešaju voda i vazduh, dok se pri istom protoku na parcijalnom modelu, nešto nizvodnije od preliva stvara mešavina vode i vazduha.

Treba primetiti, da u svim navedenim empirijskim jednačinama, postoji samo Frudov broj, dok Rejnoldsov i Veberov broj nemaju uticaja. Zato se ove empirijske jednačine ne mogu koristiti za proveru rezultata kod modela koji ne zadovoljavaju razmeru za dužine potrebnu za ispravno modeliranje mešanja vode i vazduha.

3.2 Merenja hidruličkih veličina na stepenastom brzotoku

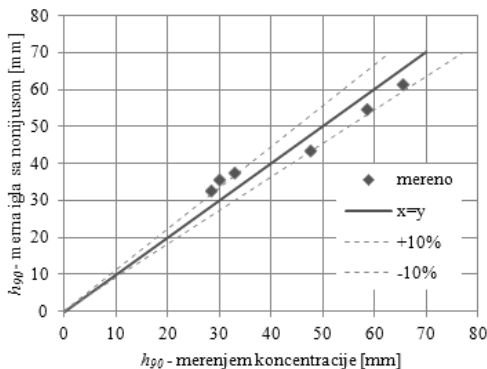
Tokom modelskih ispitivanja neophodno je postići određene granične uslove: protok na uzvodnom kraju i nivo vode na nizvodnom kraju modela. Protok vode kontroliše se preko mernih komora, sa Bazinovim ili Tomsonovim prelivom. U toku merenja protok je uvek ustaljen. Nivoi vode na komorama mere se mernim iglama sa nonijusom, a protok se računa empirijskim jednačinama, kao funkcija izmerenih nivoa vode.

Osim pomenutih graničnih uslova, prilikom ispitivanja strujanja na stepenastom brzotoku mere se i sledeće veličine: nivoi vode i nivoi mešavine vode i vazduha, pritisak

na stepenicima i razdelnim zidovima, brzina mešavine vode i vazduha, koncentracija vazduha u vodi i energija po jedinici težine na kraju brzotoka.

3.2.1 Merenje dubina

Za merenje nivoa vode i nivoa mešavine vode i vazduha koriste se merne igle sa nonijusom. Zbog velikog nagiba brzotoka sve dubine se mere normalno na strujnice, od fiktivnog dna, koje je određeno „vrhovima” stepenika (slika 3.). Dubina h_{90} dobro se procenjuje merenjem mernom iglom sa nonijusom, što se može pokazati upo-



Slika 11.- Poređenje dubina h_{90} izmerenih iglom sa nonijusom i preko koncentracija [17].

rednim merenjem sa iglom i preko koncentracija po dubini (*slika 11.*).

Dubine mešavine vode i vazduha mere se u nekoliko profila duž brzotoka, a u svakom od profila u nekoliko tačaka po širini profila.

3.2.2 *Merenje koncentracije vazduha u vodi*

Pošto se koncentracija vazduha u vodi, C , menja po dubini i duž toka, merna metoda se zasniva na merenju u tački. Metode za merenje mogu biti optičke i na bazi elektroprovodnosti. Optičke metode se zasnivaju na različitom indeksu prelamanja svetlosti u vodi i u vazduhu. Metode na bazi elektroprovodnosti koriste okolnost da je elektroprovodnost vode oko hiljadu puta veća od elektroprovodnosti vazduha, [9]. Ova metoda se najviše koristi u ispitivanjima stepenastih brzotoka [8].

Pri merenju koncentracije vazduha u vodi koristi se i električni otpor, P , koji je obrnuto proporcionalan elektroprovodnosti. Usvaja se da je u vodi $P = 0\%$, a u vazduhu $P = 100\%$. Mešavina vode i vazduha, kod koje je $P_a = 35\%$, smatra se vazduhom. Granica od 35% preuzeta je iz ispitivanja kretanja dvofaznih fluida, u nuklearnim postrojenjima [13]. Akvizicija se sprovodi sa učestanošću 20 KHz, a vremenski interval merenja je $T = 30$ s. Sa prikupljenim podacima izračunava se vremenski osrednjena koncentracija vazduha u vodi, prema:

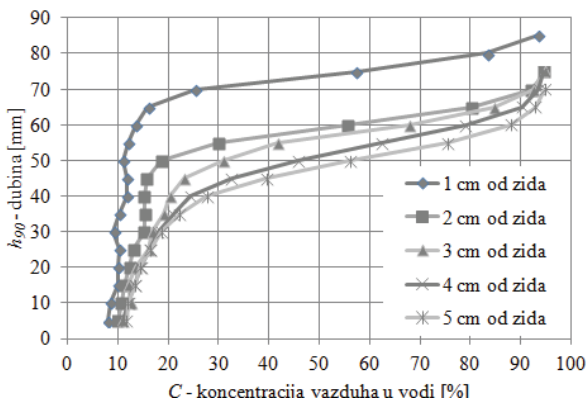
$$C = \frac{1}{T} \int_0^T P dt . \quad (40)$$

Na *slici 12.* prikazan je originalan senzor za merenje elektroprovodnosti sa tri elektrode, koji je korišćen u ispitivanjima [17]. Elektroprovodnost se meri između zajedničke mase senzora i svake elektrode posebno, pa se prvo primeni jednačina (40), a zatim se tri dobijene vrednosti osrednjavaju i tako dobija vrednost u tački. Senzor se postavlja na držač, koji je sličan držaču merne igle, za merenja nivoa. Položaj merne tačke, po dubini, određuje se nonijusom, sa tačnošću ± 1 mm.

Na *slici 13.* prikazane su koncentracije vazduha, zavisno od dubine, na rastojanju od zida od 1, 2, 3, 4 i 5 cm, na



Slika 12.- *Senzor za merenje elektroprovodnosti, sa tri elektrode* [17].



Slika 13.- Koncentracije vazduha u vodi, zavisno od dubine, na pet rastojanja od razdelnog zida [17].

52. stepeniku stepenastog brzotoka [17]. U vertikalama, koje su dalje od glatkog razdelnog zida, intenzitet turbulencije je veći, pa je i mešanja vazduha i vode veće.

3.2.3 Merenje brzina

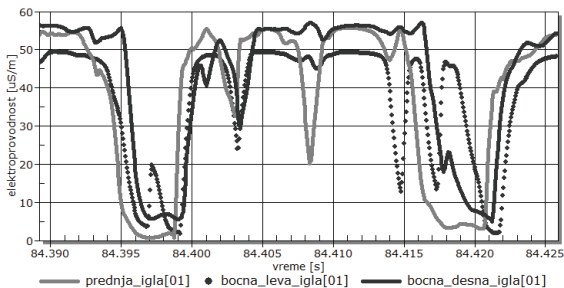
U strujnom polju, na stepenastom brzotoku, brzine se menjaju kako po dubini, tako i po širini i dužini toka. Zato se brzine moraju meriti u tački. Svaka metoda merenja umesto u tački merenje sprovodi u zapremini, koja ima neke konačne dimenzije. Tako hidrometrijsko

krilo ima prečnik elise oko 2,5 cm, LDA (laser dopler anemometar) mernu zapremine prečnika 1 mm, ADV (ultrazvučni dopler anemometar) prečnika 3 mm, topli film (hot-film) prečnika 5 mm, Pitoova cev prečnika 1 mm i kroskorelacija elektroprovodnosti prečnika 2 mm. Za merenje na modelu dimenzije zapremine, u kojoj se meri, moraju biti što manje. To je jedan od razloga zašto hidrometrijsko krilo nije pogodno za merenje brzine na stepenastom brzotoku. Drugi razlog je još važniji, jer je krilo baždareno u kanalu za tariranje sa čistom vodom, a meri se u mešavini vode i vazduha koja ima manju gustinu. Zato hidrometrijsko krilo ne treba koristiti za merenje brzina u modelskim ispitivanjima stepenastog brzotoka [20]. Karakteristike mešavine vode i vazduha, gde je koncentracija vazduha veća od 10%, ne odgovaraju ni metodama LDA, ADV, hot-film i Pitoova cev [6].

Brzine mešavine vode i vazduha najuspešnije se mere metodama kroskorelacije koncentracije vazduha, merene optički ili preko elektroprovodnosti. U oba slučaja mehurići vazduha imaju ulogu trasera, pa tako ne ometaju merenje već su neophodan uslov za merenje brzina. Metoda za merenje brzine preko kroskorelacije elektroprovodnosti detaljno je opisana u [9].

Za merenje brzine mešavine vode i vazduha koristi se isti senzor kao za merenje koncentracije vazduha preko elektroprovodnosti, prikazan na *slici 12*. Na primeru sa *slike 14.*, prikazan je deo podataka prikupljen sa tri elektrode [17]. Pošto je jedna elektroda isturenija

u pravcu toka u odnosu na druge dve, promene kroz vreme su slične, ali postoji vremensko kašnjenje, koje je potrebno da jedan mehurić pređe rastojanje od jedne do druge elektrode.

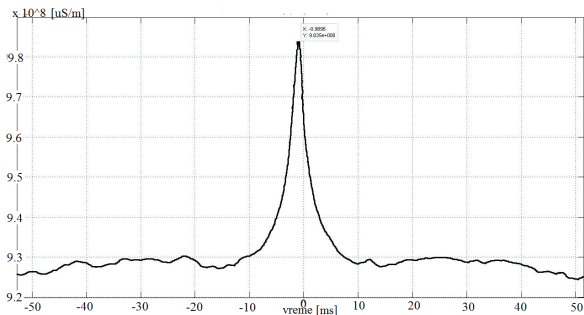


Slika 14.- Promene kroz vreme elektroprovodnosti, na tri senzora [17].

Vremensko kašnjenje numerički se određuje kroskorelacijom podataka sa dve elektrode. Na slici 15. prikazana je kroskorelacija podataka, sa vremenom kašnjenja od $dt = 1$ ms, što predstavlja vremensku razliku između najveće vrednosti kroskorelacije i koordinatnog početka. Za taj slučaj brzina strujanja mešavine vode i vazduha, v , odnosno brzina kretanja mehurića, je:

$$v = dL / dt = 3 \text{ mm} / 1 \text{ ms} = 3 \text{ m/s}, \quad (41)$$

gde je dL rastojanje između elektroda u pravcu toka.



Slika 15.- *Kroskorelacija elektroprovodnosti, za dve -elektrode [17].*

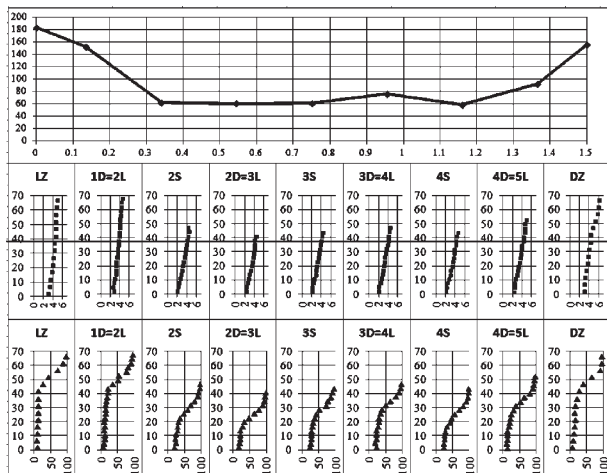
Pravac izmerene komponente brzine jednak je pravcu ose senzora, ali se smer ne može izmeriti. Pošto se prikuplja veliki broj podataka, vremenska serija se deli na više delova i za svaki se računa odgovarajuća brzina v . Ovako izračunate brzine se osrednjavaju, ali se ne mogu koristiti za određivanje fluktuacija brzina.

Tačnost izložene metoda merenja brzina mešavine vode i vazduha, može se proveriti poređenjem protoka dobijenih na dva načina. Poredi se izmereni protok čiste vode na mernoj komori (na uzvodnom kraju modela), sa protokom na nizvodnom kraju stepenastog brzotoka. Ovaj protok dobija se integrisanjem izmerenih brzina mešavine vode i vazduha i koncentracija vazduha, po poprečnom preseku.

Na *slici 16.*, prikazane su hidrauličke veličine na kraju stepenastog brzotoka brane Buzina [17]. Na gornjem

dijagramu dat je raspored jediničnog protoka čiste vode, q , sa položajima mernih vertikalala. Na dijagramima u sredini, po vertikalama su dati rasporedi brzina mešavine i na dijagramima dole, rasporedi koncentracija vazduha u vodi.

Protok u prirodi od $Q_{0.1\%} = 1320 \text{ m}^3/\text{s}$ na komori, na uzvodnom kraju modela je predstavljen sa izmerenim protokom od 130 L/s. Izračunati protok na kraju stepenastog



Slika 16.- Jedinični protok (gore), raspored brzine mešavine po dubini (sredina) i koncentracije vazduha po dubini (dole), na kraju stepenastog brzotoka [17].

brzotoka je 129 L/s, što znači da je greška u merenju protoka $\varepsilon_o = -0,8\%$.

Može se zaključiti da je merenje brzine preko elektroprovodnosti pouzdana metoda. Takođe može se uočiti da se usled sužavanja širine stepenastog brzotoka, u nizvodnom smeru, uz razdelne zidove povećavaju dubine i jedinični protok.

4. PROBLEMI PRI STRUJANJU NA STEPENASTOM BRZOTOKU PROMENLJIVE ŠIRINE

4.1 Razlozi za promenu širine stepenastog brzotoka

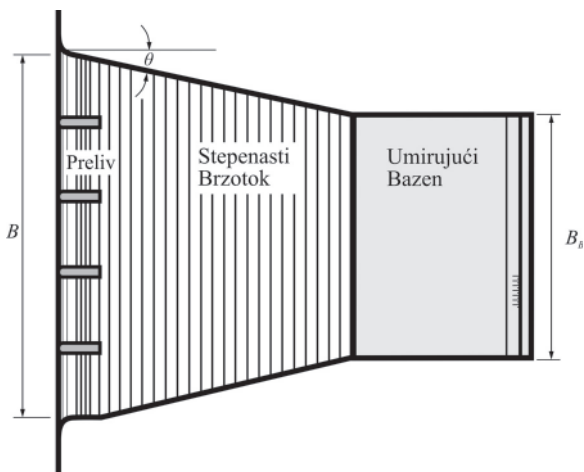
Na osnovu prikazanog postupka proračuna strujanja na prelivu sa stepenastim brzotokom, može se zaključiti da se smanjenjem jediničnog protoka, q , smanjuju nivo vode u akumulaciji, a time i visina brane, dubine mešavine vode i vazduha, h_{90} , i preostala energija po jedinici težine, H_{RES} . Kako smanjenje ovih veličina smanjuje i cene razdelnih zidova i umirujućeg bazena, postoji interes da se projektuje što duža prelivna ivica, L_p , koja je jednaka širini stepenastog brzotoka, B .

Poprečni presek doline, na pregradnom mestu, obično ima oblik trougla ili trapeza, pa je širina doline na mestu umirujućeg bazena, često značajno manja od širine brzotoka, B . Problem se može rešiti na dva načina: velikim iskopom, da bi se smestio umirujući bazen, ili sužavanjem stepenastog brzotoka u nizvodnom pravcu i smanjivanjem

širine umirujućeg bazena, B_B . Prvi način povećava cenu izgradnje objekta, a drugi način postavlja nova pitanja pred hidrauličku analizu strujanja.

4.2 Načini za promenu širine stepenastog brzotoka

Na slici 17. prikazana je osnova preliva, stepenastog brzotoka i umirujućeg bazena. Širina stepenastog brzotoka se smanjuje u nizvodnom pravcu, od najveća širine, B , do širine umirujućeg bazena, B_B .



Slika 17. - Osnova preliva, stepenastog brzotoka i umirujućeg bazena.

Načini promene širine mogu biti različiti. U osnovi, poprečni presek brzotoka kod preлива, B , i kod umirujućeg bazena, B_B , mogu se povezati pravom linijom (kao na slici), kružnim lukom, ili nekom drugom glatkom krivom linijom. Uzvodni presek, od koga započinje smanjivanje širine brzotoka, može biti od uzvodnog kraja preлива, kao što je to na levoj strani na slici 17., ili od nekog nizvodnijeg preseka, kao što je to na desnoj strani na istoj slici.

4.3 Strujanje na stepenastom brzotoku sa promenljivom širinom

Smanjivanje širine brzotoka u nizvodnom smeru izaziva stvaranje stojećih talasa, koji se prvo manifestuju povećanjem dubina uz razdelni zid. Na slici 18. prikazan je stojeći talas uz levi razdelni zid, snimljen na hidrauličkom modelu evakuacionih objekata brane Buzina [17]. Dubina toka u stojećem talasu je višestruko veća od dubine na sredini brzotoka, što zahteva veliku visinu razdelnog zida.

Pošto je strujanje na brzotoku silovito (burno), uticaji stojećih talasa se prostiru samo nizvodno, a front čela talasa je prava linija. Ako je sužavanje brzotoka veliko, talasi nastali na jednoj i drugoj strani brzotoka se mogu sučeliti i sabrati, uz dodatno povećanje dubine toka.

Pored poremećaja dubina toka, na stepenastom brzotoku dolazi i do poremećaja u rasporedu protoka, po širini.



Slika 18.- *Nadvišenje toka uz razdelni zid, na stepenastom brzotoku sa promenljivom širinom [17].*

Tako, na uzvodnom kraju umirujućeg bazena, protok uz razdelne zidove može biti višestruko povećan (*slika 16.*). Ako je došlo i do sabiranja stojećih talas, na sredini brzotoka, raspored protoka po širini najnižvodnijeg profila će biti vrlo nepravilan. Ovo može biti uzrok značajnih problema u umirujućem bazenu.

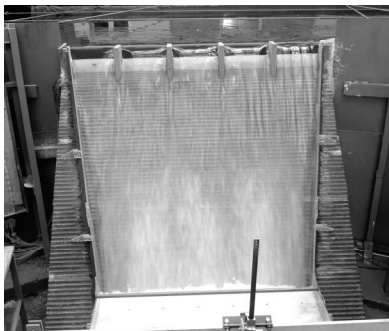
4.4 Mogućnosti modeliranja strujanja na prelivu i stepenastom brzotoku promenljive širine

Sve opisane pojave strujanja javljaju se i kod običnog, “glatkog” brzotoka i mogu se uspešno rešiti ispitivanjem

na hidrauličkim modelima, koji su u Frudovoj sličnosti. Kod stepenastog brzotoka problemi su složeniji, jer stepenici posebno utiču na stvaranje i sabiranje stojećih talasa, a mora se voditi računa i o ograničenjima za smanjenje efekta razmere. Kod ovakvih ispitivanja nije moguće koristiti parcijalne modele, jer je za modeliranje stojećih talasa potrebna puna širina brzotoka. U tom slučaju ograničenja u razmeri za dužine se ne poštuju. Kako je već objašnjeno, preostala energija po jedinici težine na modelu će biti nešto veća nego u prirodi, dakle, na strani sigurnosti. Izmerene dubine toka će biti nešto niže, od onih u prirodi i moraju se računski korigovati.

Na *slici 19.* prikazan je hidraulički model evakuacionih objekata brane Buzina, koji je izgrađen u razmeri za dužine $l_* = 40$ [17]. Na modelu su proverena oba načina sužavanja poprečnog preseka brzotoka, prikazana na *slici 17.* Prethodno je ustanovljeno da visina nadvišenja toka, uz razdelni zid, mnogo zavisi od ugla θ . Svaka promena na površi razdelnog zida izaziva promene karakteristika stojećeg talasa. Zato je način, u kome se sa promenom širine brzotoka započinje odmah na početku preliva, prouzrokovao znatno manje nadvišenje toka od drugog načina. Iako bi se zbog sužavanja preliva moglo očekivati smanjenje propusne moći, do njega nije došlo jer se smanjila vrednost koeficijenta kontrakcije mlaza za bočni stub, K_B . Zahvaljujući modelskim ispitivanjima, kojima su određeni ugao θ i način sužavanja poprečnog preseka brzotoka, strujanje je u toj meri „smireno“, da se ne može naslutiti

koliko je truda uloženo u modelska ispitivanja (vidi *sliku 19.*).



Slika 19.- *Strujanje na hidrauličkom modelu stepenastog brzotoka, sa promenljivom širinom [17].*

Izmerene dubine toka uz razdelne zidove, nisu na strani sigurnosti, pa ih treba povećati na osnovu prosečne koncentracije vazduha po dubini toka, \overline{C}_u , izračunate pomoću jednačine (11), dok je visina razdelnog zida, d , određena pomoću jednačine (25).

5. ZAKLJUČAK

Prikazana je hidraulička analiza strujanja na stepenastom, prizmatičnom brzotoku, pri klizećem

toku, uz korišćenje empirijskih jednačina. Postupak proračuna je pokazan na primerima. Takođe je opisan i proračun linije nivoa standardnim linijskim modelom. U nastavku su dati osnovni principi numeričkog modeliranja, dvodimenzionalnog tečenja u vertikalnoj ravni, sa primerom. Razmotreni su uslovi sličnosti koje treba ostvariti pri hidrauličkim modelskim ispitivanjima, kao i mogućnosti merenja hidrauličkih veličina na hidrauličkom modelu stepenastog brzotoka. Na kraju je ukazano na specifičnosti strujanja na stepenastom brzotoku promenljive širine i na mogućnosti modeliranja takvog strujanja.

Na osnovu prikazane hidrauličke analize strujanja na stepenastom brzotoku, sa isključivo klizećim tokom, može se zaključiti:

1. Empirijskim jednačinama je moguće izračunati glavne veličine, koje određuju izgled i pravilan rad preliva sa stepenastim brzotokom.
2. Prilikom hidrauličkih modelskih ispitivanja strujanja na stepenastom brzotoku, koristi se Frudova sličnost, uz poštovanje minimalne razmere za dužine, koja je potrebna da bi se izbegli efekti razmere.
3. Ako je širina stepenastog brzotoka promenljiva, ograničenja zbog efekata razmere se ne moraju poštovati, ali se rezultati merenja moraju računski korigovati.
4. U bližoj budućnosti se očekuje šira primena numeričkih modela u projektovanju hidrotehničkih

objekata. Numeričkim modelima mogu se rešavati praktični zadaci tek nakon sprovedenih postupaka kalibracije i verifikacije.

ZAHVALNOST

Ovaj rad je podržan od strane Ministarstva prosvete i nauke Republike Srbije u okviru projekta TR 37009 „Merenje i modeliranje fizičkih, hemijskih, bioloških i morfodinamičkih parametara reka i vodnih akumulacija“.

6. LITERATURA

- [1] BOES, R., M.: *Scale effects in modelling two-phase stepped spillway flow*, Proceedings of the International Workshop on Hydraulics of Stepped Spillways, A.A. Balkema, Rotterdam, Netherlands, ISBN 90 5809 135 X, pp 53 – 60, (2000).
- [2] BOES, R., M., HAGER, W., H.: *Two-Phased Flow Characteristics of Stepped Spillways*, Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 129, No. 9, September 1, pp 661 – 670, (2003).
- [3] BOES, R., M., HAGER, W., H.: *Hydraulic Design of Stepped Spillways*, Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 129, No. 9, September 1, pp 671 – 679, (2003).
- [4] BRENNEN, C., E.: *Fundamentals of Multiphase Flows*, Cambridge University Press, (2005).

- [5] CHANSON, H.: *The Hydraulics of Open Channel Flow*, Arnold, London, (1999).
- [6] DA SILVA, M., J.: *Impedance Sensors for Fast Multiphase Flow Measurement and Imaging*, Doctoral thesis, Electrical and Computer Engineering, Technische Universität Dresden, Dresden, (2008).
- [7] FERZIGER, J., H., PERIĆ, M.: *Computational Methods for Fluid Dynamics*, Springer Verlag, (1995).
- [8] FRIZELL, K., W., SVOBODA, C., D.: *Performance of Type III Stilling Basins – Stepped Spillway Studies*, Hydraulic Laboratory Report HL-2012-02, USBR, (2012).
- [9] GONZALES, C., A.: *An Experimental Study of Free-surface Aeration on Embankment Stepped Chutes*, Doctoral thesis, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, Physical Sciences and Architecture, The University of Queensland Brisbane, Australia, (2005).
- [10] HAJDIN, G.: *Mehanika fluida – knjiga prva – Osnove*, Univerzitet u Beogradu – Građevinski fakultet, Beograd, ISBN 86-7518-010-1, (2002).
- [11] HAJDIN, G.: *Mehanika fluida – knjiga druga – Uvođenje u hidrauliku*, Univerzitet u Beogradu – Građevinski fakultet, Beograd, ISBN 86-7518-009-8, (2002).
- [12] HAJDIN, G.: *Mehanika fluida – knjiga treća – Dodatna poglavlja*, Univerzitet u Beogradu – Građevinski fakultet, Beograd, ISBN 86-7518-011-5, (2002).

- vinski fakultet, Beograd, ISBN 978-86-7518-108-8, (2009).
- [13] KIM, S., WANG, X., FU, X., Y., ISHII, M.: *Development of noble four-sensor conductivity probe and its signal processing scheme*, 7th International Conference on Nuclear Engineering, Tokyo, (1999).
- [14] MINOR, H. E., BOES, R., M.: *Hydraulic design of stepped spillways*, Proc. 29th IAHR Congress, Peking, Theme D, Vol. I, pp. 754 – 759, (2001).
- [15] POPE, S., B.: *Turbulent Flows*, Cambridge University Press, (2000).
- [16] SAVIĆ, LJ.: *Uvod u hidrotehničke građevine*, Univerzitet u Beogradu – Građevinski fakultet, Beograd, ISBN 978-86-7518-125-5 (2009).
- [17] STARINAC, D.: *Hidraulička modelska ispitivanja brane Buzina, Konačni izveštaj*, Institut za vodoprivredu “Jaroslav Černi”, Beograd, (2013).
- [18] WELLER, H., G., TABOR, G., JASAK, H., FUREBY, C.: *A tensorial approach to computational continuum mechanics using object orientated techniques*, Computers in Physics, Vol. 12, No. 6, pp. 620–631 (1998).
- [19] ZINDOVIĆ, B., SAVIĆ, Lj., KAPOR, R., MLADENOVIĆ, N.: *Comparison of Numerical and Scale Models of Stepped Spillway Flow*, Proceedings of the 4th Serbian Congress on Theoretical and Applied Mechanics, Vrnjačka banja, (2013).

- [20] ŽUGIĆ, D., KAPOR, R., POP TRAJKOVIĆ, V., PETROVIĆ, N., RULA, M., *Hidraulička modelska ispitivanja stepenastog preliva na dva modela različitih razmera*, Zbornik radova 14. savetovanja Srpskog društva za hidraulička istraživanja, Fruška Go-ra, ISBN 86-7892-011-4, CD, str. 19 – 28 (2006).
- [21] ANSYS® Academic Research, Release 14.0, Help System, ANSYS Fluent Theory Guide, ANSYS, Inc. (2011).
- [22] ANSYS® Academic Research, Release 14.0, Help System, ANSYS CFX-Solver Theory Guide, ANSYS, Inc. (2011).