

**Doc.dr Miloš STANIĆ, dipl.grad.inž.<sup>1</sup>**

## **SLEGANJE KAO POSLEDICA SNIŽENJA NIVOVA PODZEMNE VODE**

0352-2733,46 (2013), p. 172-211

UDK: 556.34:624.131.6  
IZVORNI NAUČNI ČLANAK

### **Rezime**

Sleganje tla koje je posledica sniženja nivoa podzemne vode je u velikoj meri zanemaren problem. U radu je ovaj fenomen detaljno analiziran i prikazan model za proračun sleganja koje je posledica sniženja nivoa podzemne vode. Model se zasniva na proračunu jednodimenzionalne vertikalne deformacije u vremenu i zasnovan je na poznatim teorijskim postavkama i rešenjima, koja su delom prilagođena ovom problemu. Model se zasniva na razdvajanju problema sleganja i dinamike kretanja podzemne vode, što znači da su promene nivoa podzemne vode ulazni podaci za modeliranje sleganja u vremenu.

**Ključne reči:** sleganje, podzemna voda

---

<sup>1</sup> Univerzitet u Beogradu, Građevinski fakultet,  
Bulevar kralja Aleksandra 73, Beograd

<sup>1</sup> Rad primljen novembra 2013.

# **SUBSIDENCE DUE TO LOWERING GROUNDWATER LEVEL**

## **Resume**

Subsidence due to lowering groundwater level, is often neglected problem. Detailed description of the problem is presented in the paper and model for calculating subsidence is elaborated. Model calculates vertical one dimensional deformations in time. It is based on well known theoretical solutions that are slightly adopted to fit this problem. In the presented model, solving the problem of groundwater dynamics and subsidence in time are separated, meaning that change of groundwater levels is input for subsidence calculation.

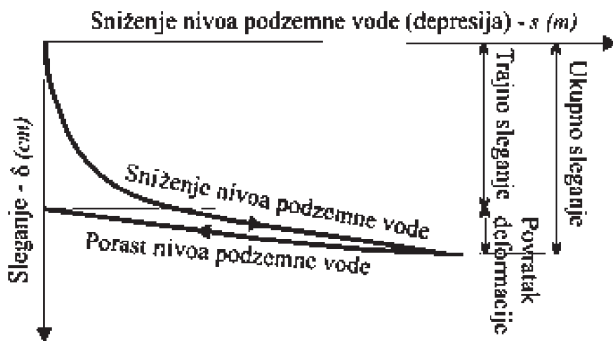
**Key words:**subsidence, groundwater

## **1. UVOD**

Sleganje tla, kao posledica sniženja nivoa podzemne vode je problem koji postaje sve aktuelniji. Sa porastom eksploatacije podzemnih voda, dolazi do stalnog opadanja nivoa podzemne vode, što za posledicu ima sleganje tla, koja mogu biti mala i ravnomerna, pa samim tim ostaju nezapažena, ali je u zavisnosti od uslova moguće da dođe i do značajnih oštećenja na objektima i infrastrukturi. Sleganja se veoma često javljaju i kada je za potrebe

izgradnje objekata potrebno sniziti nivo podzemne vode, kako bi se omogućilo izvođenje radova u suvom. Čak i kada su drenažni sistemi za ove potrebe dobro projektovani i izvedeni, sleganje se neminovno dešava. Kod sniženja nivoa podzemne vode dolazi do povećanja efektivnih pritisaka, pa zemljište postaje zbijenije i smanjuje se koeficijent poroznosti. Sa druge strane, tlo nije elastičan materijal tako da je najveći deo ovih deformacija trajan (slika 1.). Najviše se oko 20% ovih deformacija može vratiti.

Varijacije nivoa podzemne vode su sezonska pojava, a mogu postojati i značajne varijacije u toku višegodišnjih perioda, tako da su i vertikalne defor-



Slika 1.- Shematski prikaz uticaja promene nivoa podzemne vode na sleganje tla

macije prirodan fenomen koji prati ovupojavu. Ipak ove, prirodne deformacije su relativno male, jer se istorijski minimumi ili maksimumi nivoa podzemne vode veoma retko dešavaju i obično relativno malo odstupaju od prethodno dostignutih ekstrema, pa su deformacije koje su posledica prirodnih oscilacija najčešće neprimetne.

Mnogo značajnija i to ekstremna sniženja se ostvaruju izgradnjom sistema za zahvatanje podzemne vode. Najčešće se radi o vertikalnim bunarima, koji prilikom eksploatacije formiraju depresioni levak, tako da su moguća značajna sleganja koja su pri tom i prostorno neravnomerna.

Najpoznatiji primer sleganja zbog preterane eksploatacije podzemnih voda je Venecija. Sedamdesetih godina je sleganje dostiglo maksimalane vrednosti od 10 do 17 mm godišnje, nakon čega su bunari pod pritiskom, iz kojih se Venecija delom snabdevala vodom, izmešteni, što je u velikoj meri rešilo problem.

Očigledno je da postoji potreba da se sleganje u vremenu modelira. Iako već dugo postoje modeli za simulaciju dinamike podzemnih voda, modeliranje sleganja kao prirodne posledice sniženja nivoa podzemne vode nije postalo deo standardne prakse. Deo razloga leži u činjenici da po pravilu ne postoji dovoljan fond raspoloživih podataka i parametara, na osnovu kojih bi se sleganje moglo pouzdano računati. Deo razloga može biti i nedovoljno dobro razumevanje ovog fenomena.

U radu će biti prikazan model za simulaciju jednodimenzionalnog vertikalnog sleganja, koji je dodatak modelu za simulaciju dinamike podzemnih voda.

## 2. UTICAJ PROMENE NIVOVA PODZEMNE VODE NA PROMENU PORNJIH I EFEKTIVNIH PRITISAKA

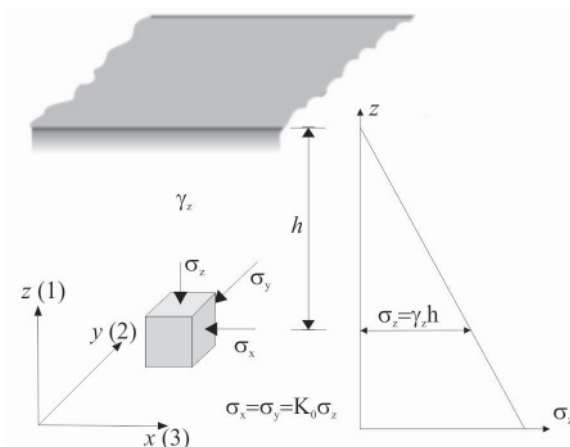
Kako se sa promenom nivoa podzemne vode menjaju naponi u tlu, u nastavku će se prvo dati osnovna objašnjenja vezana za uticaj promene nivoa podzemne vode na promenu pornih i efektivnih pritisaka tla.

U geostatičkim uslovima, vertikalni pritisak tla u nekoj tački na koti  $z - \sigma_z(z)$ , je posledica težine zemljišta koje se nalazi iznad te tačke, na isti način na koji je pritisak vode u hidrostatičkim uslovima ( $p(z)$ ) posledica težine vode:  $\sigma_z = \gamma_z h$ , gde je  $\gamma_z$  zapreminska težina zemljišta.

Ako se posmatra ravansko stanje napona, onda je  $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_h$ , gde je  $h$  oznaka za horizontalan pravac. Na isti način je  $\sigma_z = \sigma_v$ , gde je  $v$  oznaka za vertikalni pravac.

U geostatičkim uslovima tangencijalni naponi na vertikalnu i horizontalnu ravan su jednaki nuli  $\tau_{yz} = \tau_{zx} = 0$ , pa su horizontalan i vertikalni pravci ujedno i pravci glavnih napona. To znači da je u tim uslovima glavni pravac napona  $\sigma_1$  u vertikalnom pravcu ( $\sigma_z = \sigma_1$ ), a napon  $\sigma_3$  je u horizontalnom pravcu ( $\sigma_3 = \sigma_h$ ).

Ako se pretpostavi da je sredina elastična homogena sa malim deformacijama (važi Hukov zakon), kod ra-



Slika 2.- Naponi tla u geostatičkim uslovima bez prisustva podzemne vode

vanskog stanja napona ( $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_h$ ) i deformacija uz pretpostavku izotropnosti dobija, se sledeća veza napona i deformacija:

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} - 2\nu \frac{\sigma_x}{E}$$

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} (1 - \nu) - \nu \frac{\sigma_z}{E}$$

gde je  $E$  - modul elastičnosti i  $\nu$  - Poasonov koeficijent.

U slučaju jednodimenzionalne vertikalne kompresije ( $\varepsilon_x=0$ ), kada nema bočnih deformacije (što je po pravilu pretpostavka koja se usvaja pri sniženju nivoa podzemne vode), dobija se veza između napona i deformacija:

$$\sigma_x = \sigma_z \frac{\nu}{1-\nu}$$

gde je odnos  $\nu/(1-\nu)$  koeficijent horizontalnog pritiska tla u morovanju  $K_o$ .

Zamenom izraza za proračun  $\sigma_x$ , za slučaj jednodimenzionalne kompresije, u izraz za  $\varepsilon_z$ , dobija se veza između napona i deformacije kod jednodimezionalne kompresije:

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{M_\nu}$$

$$M_\nu = \frac{E(1-\nu)}{(1-2\nu)(1+\nu)}$$

gde je  $M_\nu$  modul stišljivosti. Treba primetiti da se za vrednost Poasonovog koeficijenta  $\nu$  od  $1/3$ , dobija moduo stišljivosti  $M_\nu$  koji iznosi  $1.5E$ . Znači dimenzionalno i po redu veličine, moduo stišljivosti odgovara modulu elastičnosti ( $E$ ).

Može se pokazati da zapreminska deformacija  $\varepsilon_v$  predstavlja zbir deformacija u  $x$ ,  $y$  i  $z$  pravcu:

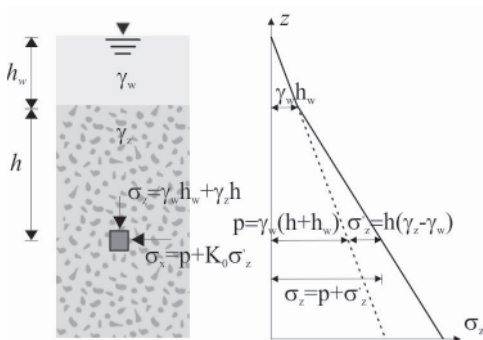
$$\varepsilon_v = \frac{\Delta V}{V_o} = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$$

Kod jednodimenzionalne kompresije bočne deformacije su sprečene, što znači da su zapreminska i vertikalna deformacije iste ( $\varepsilon_v = \varepsilon_z$ ), pa se moduo stišljivosti  $M_v$  naziva i moduo zapreminske stišljivosti kod jednodimenzionalne kompresije.

Prethodna analiza napona i deformacija se odnosila na slučaj bez prisustva podzemne vode, kada su ukupni i efektivni pritisci tla identični.

Kada postoji voda u tlu, ukupni napon se može podeliti na deo koji se odnosi na efektivni pritisak tla (koje je olakšano u vodi) i deo koji se odnosi na pritisak vode (slika 3).

Ukupni vertikalni napon je posledica težine vodenog stuba visine  $h_w$  i težine zemlje koja je zasićena vodom (slika 3):



Slika 3.- Shematski prikaz efektivnih i pornih pritisaka u tlu



$$\sigma_z = \gamma_z h + \gamma_w h_w$$

Prethodna jednačina može se napisati i u sledećoj formi:

$$\sigma_z = (\gamma_z - \gamma_w)h + \gamma_w(h + h_w)$$

u kojoj su pritisak vode (porni -  $p$ ) i efektivni pritisak tla ( $\sigma'_z$ ) jasno razdvojeni:

$$\sigma_z = \sigma'_z + p$$

$$\sigma'_z = (\gamma_z - \gamma_w)(h - h_w)$$

$$p = \gamma_w h$$

U uslovima kada nema kretanja vode u zemljištu, porni pritisak je očigledno hidrostatički pritisak vode, dok se efektivni pritisak može razumeti kao pritisak tla „olakšanog“ u vodi. Na ovaj način gledano, postoji potpuna saglasnost između Tercagijevog koncepta pornog i efektivnog napona i Arhimedovog zakona, odnosno osnovnih zakona hidrostatičke.

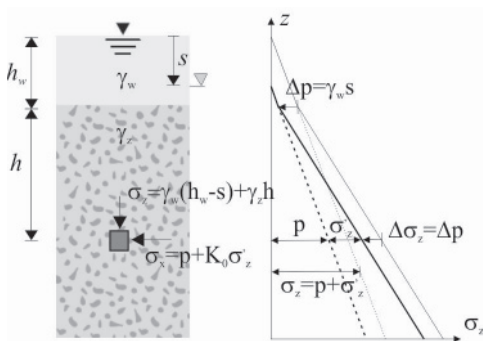
Očigledno je da su, kada nema prisustva podzemne vode, totalni i efektivni pritisci tla isti, pa je porni pritisak  $p$  jednak nuli.

Na isti način se ukupni horizontalni pritisak tla ( $\sigma_h$ ), može razdvojiti na efektivni pritisak tla potopljenog u vodi i pritisak fluida. Kako je pritisak fluida ( $p$ ), prema Paskalovom zakonu u svim pravcima isti, razlika je samo

u komponenti horizontalnog efektivnog pritiska tla, koji se u geostatičkim uslovima može sračunati iz izraza:

$$\sigma_x = K_0 \sigma'_z + p$$

Nakon izgradnje drenažnog sistema, dolazi do sniženja nivoa podzemne vode za veličinu  $s$  koja se naziva depresija i predstavlja promenu u odnosu na neporemećen nivo podzemne vode.



Slika 4.- Shematski prikaz uticaja sniženja nivoa vode na efektivnih i porne pritiske u tlu

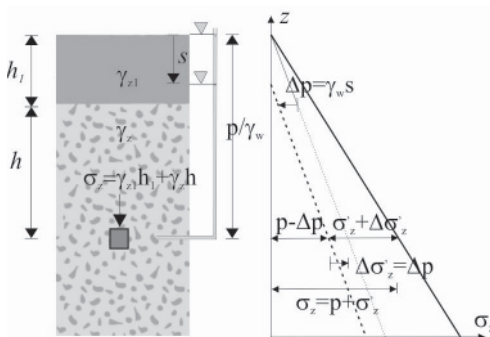
U slučaju koji je prikazan na slici, zbog sniženja sloja vode koji se nalazi na površini terena za veličinu  $s$ , dolazi do promene pritiska vode za  $\Delta p = \gamma_w s$ . Treba primetiti da se za istu vrednost promenio i ukupni pritisak tla, tako da nema promene efektivnog napona:

$$\sigma_z = (\gamma_z - \gamma_w)(h - h_w) + \gamma_w(h - s) = \sigma_z + p - \Delta p$$

Obzirom da je voda praktično nestišljiva, ova promena neće proizvesti vertikalne deformacije.

Sa stanovišta sleganja, bitan je slučaj kada ukupan pritisak tla ostaje isti, a povećanje efektivnog pritiska se dešava na račun smanjenja poreznog pritiska.

Za slučaj kada postoji **vodonosni sloj pod pritiskom** iznad koga se nalazi znatno manje propusan povlatni sloj, dijagram poreznih i efektivnih pritisaka je prikazana *slici 4*. Radi jednostavnosti prikaza, uzeto je da je u nedreniranim uslovima, pijeziometarska kota nalazi na površini terena, kao i da je povlatni sloj potpuno zasićen vodom ( $\gamma_{z1}$ ).



Slika 5.- Uticaj sniženja nivoa podzemne vode na efektivnih i poreznih pritisake u vodonosnom sloju pod pritiskom

Snižanjem nivoa podzemne vode za veličinu depresije  $s$ , dolazi do smanjenja pornih pritisaka tla u vodonosnom sloju za  $\Delta p = \gamma_w s$ , a kako je totalni vertikalni napon u tlu ostao isti, povećanje vertikalnog efektivnog pritiska je jednako promeni pornog  $\Delta \sigma_z' = \Delta p$ :

$$\sigma_z = (\sigma_z + \Delta p) + (p - \Delta p)$$

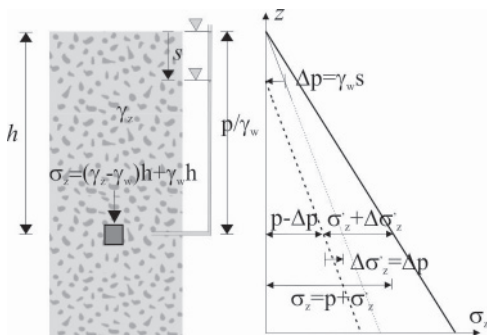
$$\Delta \sigma_z' = \Delta p = \gamma_w s$$

U slučaju **vodonosnog sloja sa slobodnom površinom**, dijagram pornih i efektivnih pritisaka je prikazan na slici 6. Radi jednostavnosti prikaza i u ovom slučaju je usvojeno da je u nedreniranim uslovima, piježometarska kota na površini terena. Treba napomenuti da uvedena pretpostavka nema nikakav uticaj na generalnost zaključaka koji se donose.

Pretpostavka je da, nakon sniženja nivoa podzemne vode za veličinu  $s$ , vodonosni sloj sa slobodnom površinom ostaje zasićen i u zoni u kojoj je snižen nivo podzemne vode. Ova pretpostavka je najčešće opravdana, za trenutke koji slede neposredno nakon sniženja nivoa podzemne vode ili kada je sniženje relativno malo.

Takođe je opravdano i sa tačke gledišta efekata koje ima na sleganje tla, jer se pojam vodonosni sloj odnosi na zemljišta koja imaju visok koeficijent filtracije, pa je sleganje praktično trenutno nakon sniženja nivoa podzemne vode, što ne ostavlja dovoljno vremena da se zemljište u zoni sniženja ( $s$ ), izdrenira i smanji nivo vlažnosti a time i zapreminsku težinu. Osim toga, inženjerski gledano, ova

pretpostavka je sa stanovišta proračuna sleganja, svakako na strani sigurnosti.



Slika 6.- Uticaj sniženja nivoa podzemne vode na efektivnih i pornih pritisake u vodonosnom sloju sa slobodnom površinom

Iz dijagrama efektivnih i pornih pritisaka, očigledno je da se, kao i u slučaju vodonosnog sloja pod pritiskom, povećanje efektivnog vertikalnog pritiska tla dešava na račun smanjenja pornog pritiska:  $\Delta \sigma'_z = \Delta p$ .

### 3. OPIS MODELA SLEGANJA

Deformacije koje se javljaju kao posledica sniženja nivoa podzemne vode se najčešće, sa dovoljnom tačnošću mogu modelirati kao jednodimenzionalne – vertikalne.

Iako se u blizini bunara mogu javiti značajna diferencijalna sleganja koja kompromituju ovu pretpostavku, primena složenijih modela najčešće nije opravdana (složeniji model sleganja je opisan u radu [5]).

Sleganje se po pravilu modelira odvojeno od modela dinamike podzemnih voda, pa je promena nivoa podzemne vode ulazna veličina za proračun sleganja. Time se zanemaruje uticaj sleganja na promenu parametara koji utiču na kretanje podzemnih voda. Ovo nije sasvim realno, jer se sleganje i odvija na račun smanjenja akumulacione sposobnosti vodonosnih slojeva (specifične izdašnost je naziv ovog parametra u modeliranju kretanja podzemne vode). Takođe, sa povećanjem stišljivosti koje je posledica sleganja, dolazi do smanjenja koeficijenta filtracije, zbog smanjenja koeficijenta poroznosti. Ipak, ova promena senajviše odnosi na slabije propusne slojeve, čiji je uticaj na globalno kretanje podzemne vode relativno mali, tako da su ovi uticaji najčešće ili zaista zanemarljivi ili zahtevaju veći fond podataka, koji u uobičajenoj praksi nisu na raspolaganju, pa se iz tog razloga zanemaruju.

Veličina sleganja pre svega zavisi od veličine promene efektivnog napona. Kod sniženja nivoa podzemne vode za potrebe građenja objekata, veličina sniženja ( $s$ ) može biti i do 10 metara, što predstavlja povećanje efektivnog pritiska tla od oko  $100 \text{ kN/m}^2$ . Treba napomenuti da je ovo povećanje vertikalnog efektivnog pritiska, ravnomerno po dubini vodonosnog sloja, kako se to jasno

može videti iz dijagrama koji su prikazani na prethodnim slikama, što je znatno nepovoljnije nego kada je u pitanju opterećenje od objekta. Međutim, najčešće je povoljna okolnost to što su vodonosni slojevi na značajnoj dubini, pa modul stišljivosti ( $M_v$ ) sloja iz koga se crpi voda može biti prilično veliki.

### 3.1 Trenutno sleganje

Sniženje nivoa podzemne vode, očigledno dovodi do smanjenja pornih i povećanja efektivnih pritisaka tla, što za posledicu neminovno dovodi do sleganja.

Sleganje se računa kao integral vertikalne deformacije tla, na delu podužnog profila na kome je došlo do promene efektivnih pritisaka:

$$\delta = \int \varepsilon_z dz$$

Kako se pretpostavlja da sniženje nivoa podzemne vode odgovara pretpostavkama jednodimenzionalne vertikalne kompresije, u kojoj je  $\varepsilon_v = \varepsilon_z$ , može se napisati veza između efektivnog napona i deformacije u vertikalnom pravcu u diferencijalnom obliku:  $d\varepsilon_z = d\sigma'_z / M_v$ , ili prelaskom na integralnu formu, dobija se:

$$\int_0^{\varepsilon_z} d\varepsilon_z = \int_{\sigma'_{z0}}^{\sigma'_{z0} + \Delta\sigma'_z} \frac{d\sigma'_z}{M_v} \quad (1)$$

gde se  $\sigma_{z0}$  odnosi na efektivni pritisak tla pre sniženja nivoa podzemne vode i promene za  $\Delta\sigma_z'$ .

### *Linearan elastičan model*

Kod linearnog elastičnog modela jednodimenzionalne kompresije, moduo stišljivosti je konstantna vrednost koja se računa na osnovu Jungovog koeficijenta elastičnosti i Poasonovog koeficijenta:

$$M_v = \frac{E(1-\nu)}{(1-2\nu)(1+\nu)} = \text{const}$$

U tom slučaju, proračun vertikalne deformacije je sasvim jednostavan:

$$\varepsilon_z = \frac{\Delta\sigma_z'}{M_v} \quad (2)$$

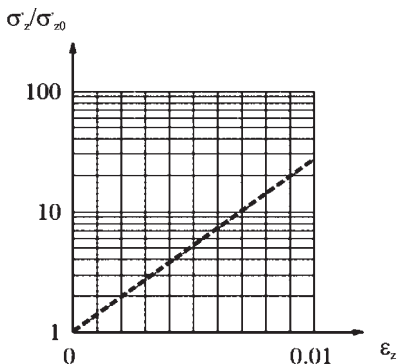
Primena linearnog modela ima smisla samo u slučajevima kada je promena površnih pritisaka mala u odnosu na efektivne napone u uslovima koji su prethodili sniženju. Osim toga, nije realna primena ovog modela kada treba simulirati vertikalne deformacije u vremenu. U uslovima kada dolazi do porasta nivoa podzemne vode usled isključenja drenažnog sistema ili promene drugih graničnih uslova (porast nivo vode u vodotoku, prihranjivanja iz povlatnog sloja, ...), primenom elastičnog modela, povratak podzemne vode na početni nivo dovodi



do toga da se anulira prethodno sleganje, što naravno nije realno. Zbog toga bi ovaj jednostavan model imalo smisla primenjivati samo kada se povećavaju efektivni naponi u tlu ( $\Delta\sigma'_z > 0$ ), odnosno kada dolazi do sniženja nivoa podzemne vode.

### *Nelinearan Tercagijev model*

Iako je kod moćnih vodonosnih slojeva, koji imaju veliki koeficijent filtracije i veliki moduo stišljivosti, opravdana primena jednostavnog linearnog modela vertikalne kompresije, kod većine zemljišta uslovi za njegovu primenu nisu opravdani. Očigledno je da linearan elastičan model, ne vodi računa o realnom ponašanju



Slika 7.- Vertikalna deformacija u funkciji promene efektivnih napona

zemljišta, gde sa povećanjem efektivnog napona, raste i modul stišljivosti zemljišta.

Povećanje vertikalne deformacije ( $\varepsilon_z$ ), približno linearno prati logaritam relativnog povećanja efektivnog napona (slika 7).

Prikazana logaritamska zavisnost se dobija kada se uzme da modul stišljivosti, linearno zavisi od vertikalnog efektivnog pritiska:

$$M_v = C\sigma'_z$$

gde je  $C$  bezdimenzionalan parametar koji se naziva konstantastišljivosti.

Zamenom u jednačinu 1, dobija se nelinearan Terzagijev model sleganja tla:

$$\varepsilon_z = \frac{1}{C} \ln\left(\frac{\sigma'_{z0} + \Delta\sigma'_z}{\sigma'_{z0}}\right)$$

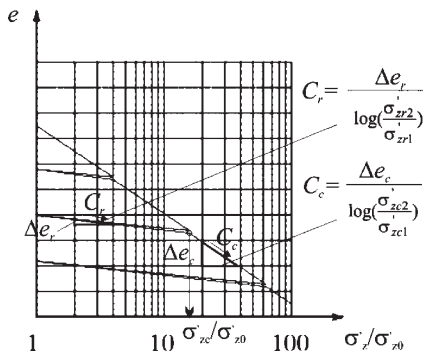
Vrednost  $C$  se određuje merenjima na neporemećenim uzorcima ili na osnovu preporuka iz literature, što je veliki problem ako se imaju u vidu značajne varijacije ovog parametra čak i za iste tipove zemljišta. Za peskove vrednosti su od 100 do 500 dok su za glinovita zemljišta manje vrednosti - 20 do 50.

U slučaju kada su promene napona  $\Delta\sigma'_z$  male u odnosu na napone pre promene  $\sigma'_{z0}$ , može se usvojiti da je:  $\ln(1 + \Delta\sigma / \sigma_0) \approx \Delta\sigma / \sigma_0$  i prethodna jednačina dobija oblik koji odgovara pretpostavci o elastičnom sleganju:

$$\varepsilon_z = \frac{1}{C} \frac{\Delta \sigma'_z}{\sigma'_{z0}}$$

Iz toga sledi da se kao prva, gruba procena koeficijenta  $C$ , koji često nije dat u Geotehničkoj dokumentaciji, može uzeti:  $C = M_v / \sigma'_{z0}$ .

U praksi se češće koristi parametar indeks stišljivosti ( $C_c$ ), koji se dobija na osnovu veze između koeficijenta poroznosti ( $e$ ) i logaritma efektivnog napona ( $\sigma'_z$ ) (slika 8). Ovo je u suštini ista veza kao između napona i deformacija kod jednodimenzionalne kompresije, što je i očekivano ako se ima u vidu da je promena koeficijenta poroznosti direktna mera vertikalne deformacije:  $\varepsilon_z = \Delta e / (1 + e_0)$ ,



Slika 8.- Koeficijent poroznosti u funkciji promene efektivnih napona

gde je  $e_0$  vrednost koeficienta poroznosti pre vertikalne deformacije.

Korišćenjem indeksa stišljivosti ( $C_c$ ), dobija se gotovo isti izraz za proračun vertikalne deformacije:

$$\varepsilon_z = \frac{C_c}{1 + e_0} \log\left(\frac{\sigma'_{z0} + \Delta\sigma'_z}{\sigma'_{z0}}\right) \quad (3)$$

pri čemu je očigledno da postoji jednostavna veza između parametara  $C$  i  $C_c$ :

$$\frac{2.3}{C} = \frac{C_c}{1 + e_0}$$

Nelinearni model sleganja je znatno realniji, posebno za primenu u slojevima koji imaju manje koeficijente filtracije i manje module stišljivosti.

Osim toga ovim modelom je moguće obuhvatiti i slučaj povišenja nivoa podzemne vode, kada dolazi do porasta pornih i smanjenja efektivnih pritisaka pa samim tim i rasterećenja zemljišta. Poznato je da se rasterećenjem ne može na isti način povećati koeficijent poroznosti ( $e$ ) kao što je to bio slučaj kod opterećenja (povećanja efektivnih napona). Takođe treba primetiti da je, iako postoji efekat histerezisa, često je moguće ponovno opterećenje (rekompresiju) aproksimirati istom pravom linijom na dijagramu ( $e - \log(\sigma'_z)$ ), kao i liniju rasterećenja, pa se za vrednosti napona koje su manje od  $\sigma'_{zc}$ , umesto koeficijenta  $C_c$  uvodi koeficijent rekompresije  $C_r$ , koji je oko 5 do 10 puta manji od  $C_c$  (slika 8).

Parametar ( $\sigma'_{zc}$ ), se naziva efektivni napon prekonsolidacije i predstavlja vrednost maksimalnog prethodnog opterećenja tla. Treba imati u vidu da će se sa značajnim crpljenjem podzemne vode i smanjenjem pornih pritiska,  $\sigma'_{zc}$  povećavati u vremenu.

Za modeliranje sleganja u vremenu, koje je posledica sniženja i neizbežnih oscilacija nivoa podzemne vode, neophodno obuhvatiti efekat rasterećenja (koji odgovara povećanju nivoa podzemne vode) i ponovnog opterećenja (sniženja nivoa podzemne vode i povećanja efektivnih napona).

U modeliranju vertikalne jednodimenzionalne deformacije primenom nelinearnog modela, postoji nekoliko slučajeva koji su obuhvaćeni sledećim izrazima:

$$\varepsilon_z = \left\{ \begin{array}{l} \frac{C_r}{1+e_0} \log\left(\frac{\sigma'_{z0} + \Delta\sigma'_z}{\sigma'_{z0}}\right) \quad , \\ \sigma'_{z0} + \Delta\sigma'_z \leq \sigma'_{zc} \\ \frac{C_r}{1+e_0} \log\left(\frac{\sigma'_{zc}}{\sigma'_{z0}}\right) + \frac{C_c}{1+e_0} \log\left(\frac{\sigma'_{z0} + \Delta\sigma'_z}{\sigma'_{zc}}\right) \quad , \\ \sigma'_{z0} < \sigma'_{zc} \wedge \sigma'_{z0} + \Delta\sigma'_z > \sigma'_{zc} \\ \frac{C_c}{1+e_0} \log\left(\frac{\sigma'_{z0} + \Delta\sigma'_z}{\sigma'_{z0}}\right) \quad , \\ \sigma'_{z0} \geq \sigma'_{zc} \end{array} \right.$$

- prvi slučaj se odnosi na situaciju kada se ponovno opterećenje u potpunosti odvija u oblasti koja je manja od napona prekonsolidacije:  $\sigma'_{z0} + \Delta\sigma'_z < \sigma'_{zc}$
- drugi slučaj je kada se ponovno opterećenje delimično odvija u zoni rekompresije a delimično u zoni napona koji su veći od napona prekonsolidacije:  $\sigma'_{z0} < \sigma'_{zc} \wedge \sigma'_{z0} + \Delta\sigma'_z > \sigma'_{zc}$
- treći slučaj je kada se povećanje  $\Delta\sigma'_z$  odvija u potpunosti u zoni napona koji su veći od napona prekonsolidacije:  $\sigma'_{z0} \geq \sigma'_{zc}$ .

Za simulaciju sleganja u vremenu, neophodno za slučajeve 2 i 3, korigovati (povećati) vrednost napona prekonsolidacije:  $\sigma'_{zc} = \sigma'_{z0} + \Delta\sigma'_z$ , i sa ovom vrednošću računati u sledećim vremenskim trenutcima. Ovo važi samo za slojeve tla u kojima se sleganje obavlja praktično trenutno. Kod slabo propusnih zemljišta, zbog efekta konsolidacije, treba računati sa postupnim povećanjem efektivnih napona u vremenu, pa će se samim tim i napon prekonsolidacije postepeno povećavati. O ovome će više biti reči u narednom podpoglavlju.

Prethodnimjednačinama je obuhvaćen slučaj povećanja efektivnih napona ( $\Delta\sigma'_z > 0$ ).

Za simulaciju sleganja u vremenu, važan je i slučaju povećanja nivoa podzemne vode, što dovodi do rasterećenja i smanjenja efektivnih pritisaka ( $\Delta\sigma'_z < 0$ ).

U tom slučaju seza proračun koristi koeficijent  $C_r$  koji, ako se zanemari efekat histerezisa, obuhvata slučajeve i rasterećenja i rekompresije.

Vertikalna deformacijau ovom slučaju će biti manja od 0, zbog količnika napona posle i pre sleganja, koji je manji od 1:  $(\sigma'_{z0} + \Delta\sigma'_z) / \Delta\sigma'_z < 1$ .

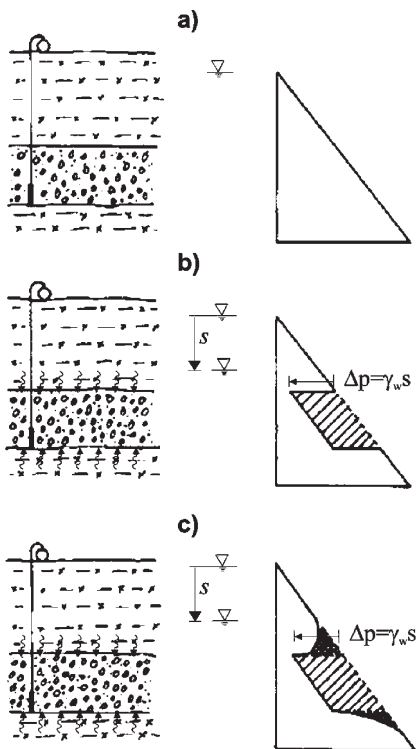
### 3.2 Konsolidacija

U slučaju zemljišta sa malim koeficijentom filtracije, nije moguće zanemariti vremensku komponentu sleganja. Sa sniženjem nivoa podzemne vode, dolazi do smanjenja pornih pritisaka na kontaktu između slabo propusnog (najčešće povlatnog) sloja i vodonosnog sloja. Zbog izmene graničnog uslova, povlatni sloj se polako „ocedjuje“ u vodonosni u kome su porni pritisci sniženi (*slika 9*).

Kao posledica toga, u slabije propusnom sloju se vremenom smanjuju porni i rastu efektivni pritisci tla, čime se stvaraju uslovi za konsolidaciju. Očigledno je da je konsolidacija prirodna posledica sniženja nivoa podzemne vode, na isti način kao što je to i opterećenje od objekta.

U slučaju, kada je sniženje podzemne vode privremeno i kratkotrajno (recimo za potrebe izgradnje objekta), a radi se o veoma slabo propusnim, zbijenim glinama, sleganje koje je posledica konsolidacije se može zanemariti.

Čest je slučaj da se izgradnjom vertikalne (ili horizontalne) drenaže, u povlatnom sloju, ubrzava konsolidacija u fazi iskopa i zaštite temeljne jame, kako bi se smanjilo kasnije sleganje objekta.

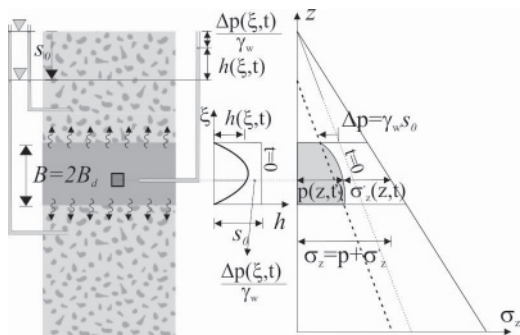


Slika 9.- Shematski prikaz konsolidacije podinskog i povlatnog sloja koje je posledica sniženja nivoa vode u vodonosnom sloju



Uobičajan primer fenomena konsolidacije kod sniženja nivoa podzemne vode prikazan je na slici 9. Vodonosni sloj se nalazi između dva slabo propusna sloja (povlatni i podinski sloj). Rapored pritisaka vode (pornih pritisaka) je inicijalno hidrostatički (skica a). Nakon uključjenja bunara, dolazi do sniženjem nivoa podzemne vode u vodonosnom sloju za vrednost depresije  $s$ , što odmah dovodi do smanjenja pritiska vode u samom vodonosnom sloju (skica b), dok se slabije propusni slojevi polako dreniraju kroz ovaj sloj tako da do izmene pornih pritisaka u ovim slojevima dolazi znatno sporije.

Za fenomen konsolidacije postoji analitičko Tercagijevo rešenje, čije je izvođenje neznatno izmenjeno



Slika 10.- Shematski prikaz sloja u kome se dešava konsolidacija

kako bi se prilagodilo problemu sniženja nivoa podzemne vode, odnosno graničnom uslovu koji odgovara nagloj promeni pritiska vode na granici. Pretpostavlja se da se slabije propusni sloj, debljine  $B$  i koeficijenta filtracije  $k_z$ , nalazi između dva vodonosna sloja u kojima se istovremeno i trenutno snižava nivo podzemne vode za vrednost  $s_0$  (slika 10).

Analitičko rešenje se zasniva na proračunu promene nivoa vode (pijezometarske kote) po visini i u vremenu  $h(\zeta, t)$ . Rešenje se izvodi iz poznate jednačine difuzije, kojom se opisuje jednodimenzionalno strujanje vode u zemljištu pod pritiskom i to za granične uslove nagle promene nivoa vode na granicama za vrednost  $s_0$ .

Jednačina kretanja vode ima sledeći oblik (uz odgovarajuće početne i granične uslove koji odgovaraju nagloj promeni nivoa vode na granicama):

$$S_s \frac{\partial h}{\partial t} = k_z \frac{\partial^2 h}{\partial \zeta^2}$$

$$h(\zeta = 0, t) = h(\zeta = B, t) = 0$$

$$h(\zeta, t = 0) = s_0$$

gde je  $S_s$  parametar zemljišta koji se naziva koeficijent specifične izdašnosti ( $m^{-1}$ ), a  $\zeta$  je oznaka za uvedenu, lokalnu  $z$  ordinatu. Za slojeve koji se nalaze pod pritiskom, specifična izdašenost je posledica stišljivosti sredine (stišljivost vode se zanemaruje), pa se ovaj

parametar računa na osnovu modula stišljivosti:  $S_s = \gamma_w / M_v$ , i u suštini predstavlja specifičnu deformaciju koja je posledica jedinične promene visine pritiska vode.

Kako bi se broj parametara sa kojima se opisuje ovaj fenomen smanjio, kao novi – sintezni parametar uvodi se  $c_v$ , koeficijent konsolidacije ( $m^2/\text{dan}$ ):

$$c_v = \frac{k_z}{S_s} = \frac{k_z M_v}{\gamma_w}$$

Poznato analitičko rešenje, promeneno nivoavode  $h(\zeta, t)$  može se napisati u sledećoj formi:

$$h(\zeta, t) = \frac{2s_0}{\pi} \sum_{n=1,3,\dots} \frac{\exp(-(n/2)^2 \pi^2 \frac{t}{T})}{(n/2)} \sin \frac{(n/2)\pi \cdot \zeta}{B/2}$$

gde je  $T$ , parametar koji se računa na sledeći način:

$$T = \frac{(B/2)^2 \gamma_w}{k_z M_v} = \frac{(B/2)^2}{c_v}$$

Dimenzija parametra  $T$  je vreme (dan). Može se primetiti da, kada se na ovaj način formuliše problem, preko nepoznate pijezometarske kote ( $h$ ), dobijeno analitičko rešenje je identično ešenju koje važi za horizontalno nestacionarno kretanje vode između dva drena u kojima dolazi do nagle promene pijezometarske kote.

Očigledno je da sa velikim vrednostima koeficijenta filtracije i modula stišljivosti (što odgovara vodonosnim slojevima), sniženje nivoa vode sa vrednosti  $s_0$  na nulu će se obaviti gotovo trenutno, jer je vrednost parametra  $T$  mala. To znači da se u tim uslovima, prikazano rešenje približava proračunu po modelu trenutnog sleganja.

Kako je za proces konsolidacije zanimljivija promena pritiska vode ( $\Delta p$ ), a ne promena nivoa vode u vremenu, a imajući u vidu činjenicu da sniženje nivoa vode za vrednost  $s_0$  odgovara promeni pornih pritisaka na granici sloja za  $\Delta p_0 = \gamma_w s_0$ , iz prethodne jednačine se može napisati izraz koji odgovara promeni pornih pritisaka:

$$\Delta p(\zeta, t) = \Delta p_0 \left( 1 - \frac{2}{\pi} \sum_{n=1,3,\dots} \frac{\exp\left(-\left(\frac{n}{2}\right)^2 \pi^2 \frac{t}{T}\right)}{(n/2)} \sin \frac{(n/2)\pi \cdot \zeta}{B/2} \right)$$

Kao i prethodnim slučajevima proračuna trenutnog sleganja, promena (smanjenje) pornih pritisaka je jednako povećanju efektivnih pritisaka tla:  $\Delta p(z, t) = \Delta \sigma'_z(z, t)$ .

U osnovnoj teoriji konsolidacije, za proračun sleganja sloja debljine  $B$ , posmatra se prosečna vrednost promene pornih pritisaka po visini  $\Delta p(t)$ , čime se zapravo implicitno uvodi pretpostavka o primeni linearanog modela sleganja (po kojoj je modul stišljivosti konstantan):

$$\Delta p(t) = \Delta p_0 \left( 1 - \frac{2}{\pi} \frac{1}{B} \int_0^B \sum_{n=1,3,\dots} \frac{\exp\left(-\left(\frac{n}{2}\right)^2 \pi^2 \frac{t}{T}\right)}{(n/2)} \sin \frac{(n/2)\pi \cdot \zeta}{B/2} d\zeta \right)$$

Rešavanjem prethodnog integrala, dobija se bezdimenzionalna funkcija  $U$  koja zavisi samo od parametara zemljišta koji su integrirani u parametar  $T$  i vremena  $t$ . Funkcija  $U$  pokazuje promenu pornog pritiska u vremenu  $\Delta p(t)$  uprosečenu po debljini sloja širine  $B$  i pokazatelj je stepena konsolidacije:

$$\Delta p(t) = \Delta p_0 U\left(\frac{t}{T}\right)$$

$$U\left(\frac{t}{T}\right) = 1 - 2 \sum_{n=1,3,\dots} \frac{\exp(-\pi^2(n/2)^2 \frac{t}{T})}{\pi^2(n/2)^2}$$

Bezdimenzionalna funkcija  $U$ , zapravo predstavlja odnos između konačne deformacije koje će se ostvariti na kraju perioda konsolidacije (teorijski u  $t \rightarrow \infty$ ), i deformacije u nekom trenutku  $t$ :

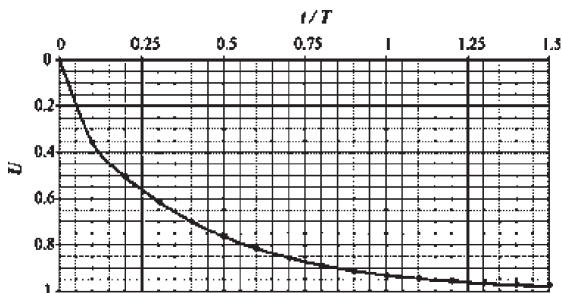
$$U\left(\frac{t}{T}\right) = \frac{\Delta p(t)}{\Delta p_0} \equiv \frac{\Delta \sigma'_z(t)}{\Delta \sigma'_{z\infty}(t \rightarrow \infty)} = \frac{\varepsilon_z(t)}{\varepsilon_{z\infty}(t \rightarrow \infty)}$$

Za praktične potrebe proračuna konsolidacije, može se koristiti jednostavniji, približan izraz za proračun funkcije  $U$ :

$$U\left(\frac{t}{T}\right) = \frac{\left(\frac{4t}{\pi T}\right)^{0.5}}{\left(1 + \left(\frac{4t}{\pi T}\right)^{2.8}\right)^{0.179}}$$

čija je greška 1% za opsege  $t/T$  manje od 0.9, i manja od 3% za opsege  $t/T$  koji su veći od 0,9 ([4]) (slika 11).

Za proračun parametra  $T$ , koristi se polovina debljine sloja  $B$ , što u slučaju kada seon nalazi između dva vodonosna-drenažna sloja, predstavlja dužinu dreniranja:  $B_{dr} = B/2$ . Kada je drenažni sloj samo sa jedne strane sloja debljine  $B$ , dužina dreniranja će odgovarati debljini celog sloja ( $B_{dr} = B$ ). Iako bi se do ovog analitičkog rešenja moglo doći i izmenom graničnih uslova, to nije potrebno jer se primenom jednostavnog principa superpozicije (u



Slika 11.- Funkcija stepena konsolidacije  $U$  u vremenu (tačno i približno rešenje)

dinamici kretanja podzemne vode poznatom kao princip ogledalnih slika), drenažni sloj preko nepropusne granice preslikava u drugi drenažni sloj, čime se dobija rešenje koje je prethodno izvedeno ali sa dvostruko većom

dužinom dreniranja  $B_{dr}=B$ . Imajući to u vidu, parametar  $T$  se računa na osnovu odgovarajuće dužine dreniranja:

$$T = B_{dr}^2 / c_v .$$

Iako je teorijska osnova proračuna konsolidacije zasnovana na linearnom modelu sleganja, nelinearnost se u proračun uvodi kroz primenu nelinearnog (Tercagijevog) modela trenutnog sleganja za određivanje vertikalne deformacije na kraju procesa konsolidacije:

$$\varepsilon_z(t) = \varepsilon_{z\infty} \cdot U\left(\frac{t}{T}\right)$$

gde se  $\varepsilon_{z\infty}$  računa iz jednačine 3, pri čemu se za promenu efektivnog napona uzima vrednost koja odgovara promeni pritiska na granici:  $\Delta\sigma'_{z\infty} = \Delta p_0 = \gamma_w s_0$ . Kako je vertikalna deformacija funkcija vremena i sleganje ovog sloja ( $\delta$ ), će biti funkcija vremena:  $\delta(t) = \varepsilon_z(t) \cdot B$ .

### *Primena principa superpozicije u vremenu*

Kada je potrebno simulirati sleganje tla u vremenu, za slojeve u kojima se to odvija trenutno, vrednost  $\delta(t)$  jednostavno prati promenu nivoa podzemne vode (depresiju) u vremenu  $s(t)$ . Međutim u slojevima u kojima dolazi do konsolidacije, potrebno je ove promene integraliti u vremenu. Najjednostavniji način da se to uradi je diskretizacija funkcije  $s(t)$ , koja se aproksimira stepenastom funkcijom, sačinjenom od niza uzastopnih promena  $\Delta s_i$ ,

u diskretnim vremenskim intervalima  $t_i$ . Nakon diskretizacije primenjuje se princip superpozicije u vremenu (ovo je poznat koncept u dinamici podzemnih voda), po kome se u nekom vremenskom preseku  $t$ , sabiraju svi uticaji koji su se dogodili u prethodnim vremenskim trenucima ( $t < t_i$ ). Na taj način se dobija sledeća, približna jednačina za proračun deformacije u vremenu  $t$ :

$$\varepsilon_z(t) = \sum_{\forall i, t_i < t} \varepsilon_{z\infty}(\Delta\sigma'_z(t_i)) \cdot U\left(\frac{t-t_i}{T}\right)$$

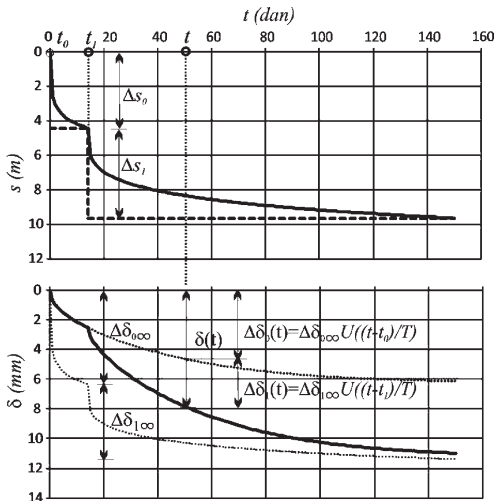
pri čemu se promena efektivnih napona u vremenskom preseku  $t_i$  računa na osnovu promene nivoa podzemne vode:

$$\Delta\sigma'_{z\infty}(t_i) = \Delta s(t_i) \cdot \gamma_w$$

Na slici 12 je prikazano sniženje nivoa podzemne vode u vremenu ( $s(t)$ ). Za potrebe proračuna konsolidacije primenom principa superpozicije, funkcija  $s(t)$  je diskretizovana sa dve uzastopne promene ( $\Delta s_0$  i  $\Delta s_1$ ), na osnovu čega su sračunate konačne deformacije, odnosno sleganja ( $\Delta\delta_{0\infty}$  i  $\Delta\delta_{1\infty}$ ).

Sleganje u trenutku  $t$ , se dobija sabiranjem parcijalnih sleganja  $\Delta\delta_0(t)$  i  $\Delta\delta_1(t)$ , koje su posledica uzastopnih promena nivoa podzemne vode  $\Delta s_0$  i  $\Delta s_1$ . Poredjenja radi, na istoj slici je isprekidanom linijom prikazano sleganje koje bi se dobilo kada bi se zanemarila konsoli-





Slika 12.- *Primena principa superpozicije u vremenu za proračun konsolidacije*

dacija. Znači radi se o proračunu trenutnog sleganja, koje očigledno prati funkciju sniženja nivoa podzemne vode ( $s(t)$ ) i naravno ima veće vrednosti sleganja u odnosu na proračun u kome se vodi računa o efektu konsolidacije.

U ovom primeru (slika 12) je samo ilustracije radi, data veoma grubo pojednostavljene funkcije  $s(t)$ , koja je aproksimirana sa samo 2 uzastopne promene. Jasno je

da se sa povećanjem broja intervala povećava i tačnost proračuna.

#### **4. PRIMER**

Primena opisanog modela sleganja, pokazana je naprimera izgradnje i sanacije kanalizacionog kolektora prečnika 1200 mm, koji je deo Beogradskog kanalizacionog sistema. Ovim kolektorom se potrebljena voda vodi od Pančevačkog puta do KCS Krnjača 1. Dužina kolektora je oko 650 m, a dubina ukopavanja oko 6,5 metara. Usled visokog nivoa podzemne, bilo je neophodna izgradnja drenažnog sistema, kako bi se omogućilo izvođenje radova u suvom. Dunav se nalazi na udaljenosti od 920 m od najbliže tačke kolektora i postoji uticaj Dunava na nivo podzemne vode. Kako se nivo podzemne vode nalazi na svega oko 0,5 m od površine terena, konstrukcija kolektora je oko 6 m potopljena u vodi. Da bi radovi na sanaciji i izgradnji kolektora mogli da se odvijaju u suvom, projektovan je drenažni sistem čiji je zadatak bio da obezbedi obaranje nivoa podzemne vode sa kote 70,5 mm na kotu 64,0 mm, odnosno depresiju od oko 6,5 m na prostoru trase kolektora.

Imajući u vidu uslove na terenu, projektovan je drenažni sistem od vertikalnih bunara prilično velikog kapaciteta (oko 15 l/s) koji će pratiti izvođenje radova u dve faze. Projektovano je da u jednom trenutku radi najviše 8 bunara, s tim što su 2 bunara zajednička za obe

faze izgradnje. Rezultati rada drenažnog sistema u dve faze, prikazani su na *slici 13*.



Slika 13.- *Sniženi nivo podzemne vode kao rezultat rada drenažnog sistema*

Usvojen je pojednostavljen geološki profil koji se sastoji od 4 sloja čije su karakteristike date u *tabeli 1*. Teren je na koti 70.5 mm, a ispod vodonosnog sloja 4 nalazi se nepropusna podloga.

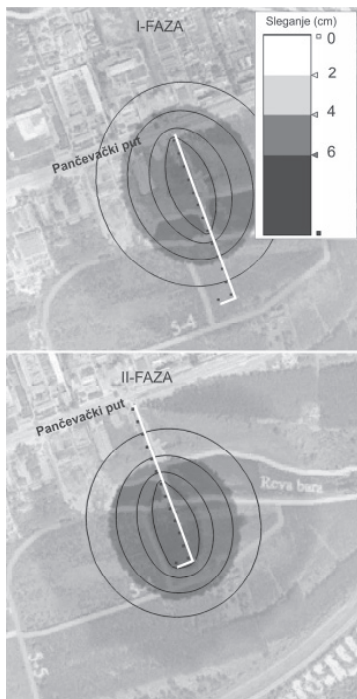
U prethodnoj tabeli  $\gamma_z$  i  $\gamma_d$  su zapreminska težina vlažnog i suvog zemljišta i  $M_v$  modul stišljivosti.

Geološki sloj	$B$ (m)	Kota dna (mm)
1. Nasuti material (n)	1	69,5
2. Gline i peskovite gline (gp)	4	65,5
3. Sitnozrni, prašinski peskovi (pp)	8	57,5
4. Srednjezrni peskovi, šljunkoviti peskovi i peskoviti šljunkovi (p)	12	45,5

Geološki sloj (oznaka)	$\gamma_z$ (kN/m <sup>3</sup> )	$\gamma_d$ (kN/m <sup>3</sup> )	$M_v$ (KN/m <sup>2</sup> )
1. (n)	19,0	14,5	3000
2. (gp)	19,5	15,5	6000
3. (pp)	19,0	15,0	12000
4. (p)	20,0	15,0	22000

Tabela 1.- Karakteristike pojedinačnih geoloških slojeva

Sleganja su računata na 6 m dubine od površine tla, koja odgovara koti 64,50 mm što je približno kota na



Slika 14.- Rezultati proračuna sleganja kao posledica rada drenažnog sistema

kojoj se nalazi dno kolektora. Ideja je da se proračunom sleganja na ovoj dubini mogu predvideti potencijalno kritična mesta za nastanak oštećenja na kolektoru. Sleganja na površini terena nisu od interesa jer se radi o području koje nije urbano, a i sleganja van zone rada drenažnog sistema su ravnomerna i znatno manja.

Zbog nedostatka raspoloživih podataka, kao i činjenice da se na dubinama većim od 6 metara nalazi vodonosni sloj, primenjen je najjednostavniji linearni elastični model trenutnog sleganja. Ukupna sleganja na nekoj dubini se određuju kao suma sleganja po slojevima 3 i 4. Na *slici 14* su prikazani rezultati proračuna. Dobijena sleganja u zoni samog kolektora su oko 9 cm.

## 5. ZAKLJUČAK

Sleganje, kao posledica sniženja nivoa podzemne vode, je u velikoj meri zanemaren problem. Iako već odavno postoje modeli za proračun dinamike podzemnih voda, proračun sleganja nije postao deo standardne prakse. Sa povećanjem korišćenja podzemne vode, a takođe i izgradnjom drenažnih sistema za potrebe izgradnje i/ili zaštite objekata, dolazi do sniženja nivoa podzemne vode koje znatno prevazilaze prirodan režim, zbog čega se kao prirodna i neminovna posledica javlja sleganje tla.

Očigledna je potreba da se sleganje modelira i postane deo standardnih simulacionih modela za proračun di-

namike podzemnih voda. U radu je dat opis jednostavnog jednodimenzionalnog modela za proračun vertikalnih deformacija, u kome se sleganje računa odvojeno od proračuna promene nivoa podzemne vode, odnosno nivoi podzemne vode su ulazna veličina za proračun sleganja. Zbog toga je ovaj pristup, iako pojednostavljen, pogodan za nadogradnju na postojeće modele dinamike podzemnih voda.

## 6. LITERATURA

- [1] H. P. RITZEMA, Drainage principles and applications, ILRI, Wageningen, Netherlands, 1994.
- [3] J.PATRICK POWERS, Arthur B. Crowin, Paul C. Schmall, Walter E. Kaeck, Construction dewatering and Groundwater Control, John Wiley & Sons, 2007.
- [3] MAKSIMOVIĆ M. (2001), *Mehanika tla*, Čigoja štampa, Beograd
- [4] Braja M. Das (2008), *Advanced Soil Mechanics*, Taylor & Francis
- [5] M. BUDHU & I. ADIYAMAN (2010), Mechanics of land subsidence due to groundwater pumping, International Journal For Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2010; 34:1459-1478
- [6] VERUJIT A. (2006), *Soil Mechanics*, Delft University of Technology, Delft.
- [7] M.STANIĆ, *Drenažni sistemi u fazi gradnje objekata*, Građevinski kalendar, Beograd 2008.

- [8] D. IVETIĆ , M. STANIĆ , N. JAĆIMOVIĆ (2013), Analiza sleganja terena usled sniženja nivoa podzemnih voda u fazi izvođenja građevinskih radova, XIII međunarodna konferencija “Vodovodni i kanalizacioni sistemi”, Jahorina 2013, Udruženje za tehnologiju vode i sanitarno inženjerstvo