

## UTICAJ PODVODNIH KASKADA NA RASPORED PROTOKA KOLIČINE KRETANJA NA UŠĆU I VREDNOSTI PARAMETARA U LINIJSKIM MODELIMA UŠĆA

Dejana ĐORĐEVIĆ  
Univerzitet u Beogradu, Građevinski fakultet  
Ivan STOJNIĆ  
IST Lisabon, Portugalija i EPFL, Lozana, Švajcarska

### REZIME

Hidrografska merenja na ušćima aluvijalnih i planinskih vodotoka pokazala su da je podvodna kaskada na spoju pritoke sa rekom uobičajena pojava, kao i to da može postojati i u koritu matične reke na spoju sa pritokom. Cilj ovog rada je da ispita kako položaj i visina kaskade utiču na doprinos pritoke dinamičkoj jednačini u linijskim modelima ušća. Pomoću modela prostornog tečenja utvrđeni su rasporedi ugla skretanja toka i protoka količine kretanja u nizvodnom preseku pritoke za tri stepena izdignutosti dna pritoke, odnosno reke  $\Delta z_P / h_n = \{0,10; 0,25; 0,50\}$  i  $\Delta z_R / h_n = \{0,10; 0,25; 0,50\}$  gde su  $\Delta z_P$  i  $\Delta z_R$  visine kaskada u pritoci i reci, a  $h_n$  dubina vode u reci na ušću, i tri moguća hidrološka scenarija  $D_R = Q_R / Q_n = \{0,250; 0,583; 0,750\}$ , gde su  $Q_R$  i  $Q_n$  protoci u reci uzvodno i nizvodno od ušća. Na osnovu ovih rasporeda određeni su: komponenta sile inercije pritoke u pravcu osovine reke  $I_{Px}$  i vrednosti parametara pomoću kojih se u linijskim modelima ušća obuhvata uticaj pritoke, a to su srednja vrednost ugla skretanja toka u nizvodnom preseku pritoke  $\bar{\delta}$  i  $\sigma$  – koeficijent neravnomernosti ovog ugla. Utvrđeno je da kaskada u pritoci i kaskada sa najvišim stepenom izdignutosti u reci smanjuju uticaj pritoke u dinamičkoj jednačini od 8% do čak 58%, dok kaskade u reci sa niskim i umerenim stepenom izdignutosti u zavisnosti od  $D_R$  povećavaju njen doprinos za 15-30%. Pokazano je da Hagerov koeficijent  $\sigma$  nema konstantnu vrednost i da zavisi od oba parametra ( $D_R$  i  $\Delta z / h_n$ ). Za svaku kaskadu određene su zavisnosti  $\sigma(D_R)$ .

**Ključne reči:** rečno ušće, podvodna kaskada, protok količine kretanja, parametri linijskih modela ušća, sila inercije pritoke

### 1. UVOD

Rečna ušća su lokaliteti u rečnoj mreži sa izrazito prostornim tečenjem. Prostorno tečenje nastaje kao posledica uzajamnog dejstva susstičućih tokova. Brojni laboratorijski [1, 4, 12-17, 19, 26-28] i numerički [4, 6-11] ogledi na spojevima kanala sa nepokretnim ravnim dnom, koji se susstiču u istoj ravni (ušća bez izdignutog dna) pokazali su da na pojavu i intenzitet prostornog tečenja utiču brojni činioci kao što su: izgled ušća u osnovi (simetričan, asimetričan), ugao uliva ( $\alpha$ ), odnos širina korita pritoke i reke ( $B_P / B_R$ ), zakrivljenost trase korita pritoke ( $R_P / B$ ), odnosi protoka i sila inercije dva susstičuća toka. U koritima sa nevezanim, pokretnim materijalom na dnu, dno se oblikuje pod uticajem rečnog toka i priliva nanosa sa uzvodnih deonica. Best [2] je uočio tri karakteristična oblika: 1) naplavinu/naplavine nanosa na nizvodnim kraju jednog ili oba susstičuća kanala, 2) proluku ispod sloja smicanja koji se razvija između dva toka i 3) sprud uz obalu na strani ušća neposredno nizvodno od njegovog nizvodnog temena. Laboratorijski ogledi [2, 19], terenska merenja [6, 21] i numerički ogledi [5] pokazali su da su nastanak i postojanje ovih oblika uslovljeni uglom uliva (ovaj ugao mora biti veći od  $45^\circ$ , [2]), odnosom sila inercije dva susstičuća toka [5] i krupnoćom nanosa koji pristiže sa uzvodnih deonica [19]. Prisustvo ovih nanosnih oblika dodatno usložnjava već komplikovanu strujnu sliku.

Produblivanjem korita matične reke i nagomilavanjem nanosa na ušću, dna uzvodnih korita postepeno se izdižu stvarajući podvodne kaskade. U zavisnosti od ugla uliva, krupnoće nanosa na dnu, transportnog kapaciteta vodotoka za nanos i priliva nanosa sa uzvodnih deonica, podvodna kaskada može nastati na nizvodnom kraju jednog od susstičućih korita, ili se po jedna kaskada može

formirati na ulivu svakog korita. Zbog toga što se korita ne spajaju u istoj ravni, ušća sa podvodnom kaskadom u jednom od korita ili sa kaskadama u oba korita, nazivaju se ušćima sa izdignutim dnem. U prvom slučaju to su ušća sa izdignutim dnem pritoke odnosno, reke uzvodno od ušća, a u drugom, ušća sa izdignutim dnem i pritoke i reke. Opsežna snimanja rečnog dna na ušćima aluvijalnih vodotoka tokom 1980ih [21] pokazala su da je pojava izdignutog dna pritoke više pravilo nego izuzetak. Ovo zapažanje potvrđeno je i novijim hidrografskim merenjima na ušćima bujučnih vodotoka u dolini reke Rone [19], a detaljno snimanje rečnog dna na prostoru beogradskog ušća [6] pokazalo je da na ušću reke Save i rukavca Dunava podvodne kaskade postoje u oba korita, dok na nizvodnom ušću postoji samo ona u matičnoj reci (glavnom koritu reke Dunav).

Cilj ovog rada je da ispita kako prisustvo podvodne kaskade u jednom od susjednih korita (pritoci ili reci) utiče na: 1) raspored protoka količine kretanja u nizvodnom preseku pritoke, 2) doprinose komponentata sile inercije u horizontalnoj ravni  $\{I_{px}, I_{py}\}$  ukupnoj sili inercije pritoke  $I_p$  i 3) vrednosti parametara u nekim od postojećih linijskih modela ušća. Raspored protoka količine kretanja u nizvodnom preseku pritoke određuje položaj sloja smicanja što je od značaja za proces mešanja voda dva vodotoka i pronos eventualnog zagađenja sa jedne, i za deformaciju rečnog korita u zoni ušća, sa druge strane. Do ovih rasporeda će se doći proračunima prostornog tečenja pomoću programa SSIIM2 u kojem se Reynoldsove jednačine rešavaju primenom metode konačnih zapremina uz korišćenje standardnog  $k-\epsilon$  modela turbulencije. Rezultati proračuna prostornog tečenja koristiće se za: 1) određivanje komponente sile inercije pritoke koja deluje u pravcu toka matične reke, 2) srednje vrednosti ugla skretanja toka u horizontalnoj ravni ( $\bar{\delta}$ ) i 3) vrednosti koeficijenta neravnomernosti ugla skretanja toka  $\sigma$ .

Veličine  $\bar{\delta}$  i  $\sigma$  su parametri pomoću kojih se u nekim linijskim modelima ušća procenjuje vrednost komponente sile inercije pritoke u pravcu toka reke. To su dva komplementarna parametara. Ugao  $\bar{\delta}$  se u modelima Hagera [14] i Gurama i ost. [12, 13] dovodi u vezu sa uglom uliva  $\alpha$  preko parametara  $\sigma$ , ( $\bar{\delta} = \sigma\alpha$ ), dok su Hsu i ost. [15, 16] vrednost ugla ( $\bar{\delta}$ ) odredili na osnovu detaljnih merenja komponentata brzina u horizontalnoj ravni u nizvodnom preseku pritoke. Vrednosti parametara  $\sigma$  u modelima Hagera [14] i Gurama i ost. [12] razlikuju se zbog razlika u načinu procene ugla ( $\bar{\delta}$ ). Hager [14] je pomoću pose-

bno napravljenog minijaturnog uglomera merio ugao skretanja toka u jednoj tački i dobio vrednost  $\sigma = 8/9$ , dok su Guram i ost. [12] na osnovu merenja ugla skretanja toka u nekoliko tačaka po širini preseka na dubini  $0,5h$ , dobili nešto manju vrednost ( $\sigma = 0,85$ ). Hagerova istraživanja iz 1989. godine na ušću kanala sa uglom uliva od  $\alpha = 90^\circ$  pokazaju da se vrednost parametra  $\sigma$  menja sa promenom odnosa protoka reke i pritoke, ali ovoj činjenici tada nije posvećena pažnja, pa predložena konstantna vrednost  $8/9$  nije promenjena. Prethodna istraživanja prvog autora zasnovana na analizi javno dostupnih rezultata merenja sve tri komponente brzine i rezultata proračuna prostornog tečenja [7] pokazala su da vrednost ovog parametra na razmatranom ušću zavisi od odnosa sile inercije pritoke i reke ( $M_R$ ) kao i to da za dato  $M_R$  vrednost  $\sigma$  zavisi od ugla uliva  $\alpha$ . Imajući u vidu da se za hidrauličke proračune na dugačkim rečnim deonicama u inženjerskoj praksi još uvek koriste modeli linijskog tečenja, potrebno je još utvrditi kako prisustvo podvodnih kaskada utiče na vrednosti ovih parametara.

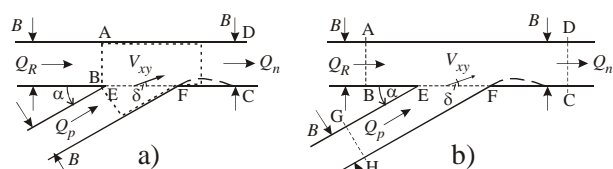
Zbog pomenute promene pravca toka pritoke pod uticajem centrifugalne sile i toka reke, komponenta sile inercije pritoke koja deluje u pravcu osovine matične reke postoji čak i kada je ugao uliva  $\alpha = 90^\circ$ . S obzirom na to da ova komponenta sile ulazi u dinamičku jednačinu za kontrolnu zapreminu kojom je obuhvaćeno ušće, pouzdana procena nivoa uzvodno od ušća korišćenjem modela linijskog tečenja zahteva pravilnu procenu njene vrednosti. Stoga će se, u radu, pored razmatranja uticaja visine podvodne kaskade na vrednost ove komponente sile inercije, utvrditi i odstupanje u proceni te vrednosti kada se sila računa korišćenjem parametara  $\bar{\delta}$  i  $\sigma$ . Odstupanje će se utvrditi poređenjem sa vrednošću određenom integracijom odgovarajućih komponentata protoka količine kretanja u nizvodnom preseku pritoke dobijenom proračunima prostornog tečenja.

Analiza će se sprovesti na primeru Šumejtovog laboratorijskog modela ušća bez izdignutog dna, sa uglom uliva  $\alpha = 90^\circ$  [26], jer su rezultati ogleda na ovom modelu prethodno iskorišćeni za detaljnu proveru primenjenog modela prostornog tečenja [6, 8 i 9]. Pokazalo se da se rezultati proračuna nalaze unutar intervala poverenja sa pragom značajnosti 0,05, čime je potvrđeno da model verodostojno opisuje strujnu sliku u nizvodnom preseku pritoke. Pored originalne geometrije, za koju je  $\Delta z_P / h_n = \Delta z_R / h_n = 0$ , gde su  $\Delta z_P$  i  $\Delta z_R$  redom, visine podvodne kaskade u pritoci i reci, a  $h_n$  dubina vode u reci na ušću, razmotriće još tri vrednosti stepena izdi-

gnutosti dna pritoke, odnosno reke uzvodno od ušća  $\Delta z_p / h_n = \{0,10; 0,25; 0,50\}$  i  $\Delta z_R / h_n = \{0,10; 0,25; 0,50\}$ . Analiza će obuhvatiti tri moguća hidrološka scenarija na ušću: 1) dominaciju pritoke nad rekam ( $D_R = Q_R / Q_n = 0,250$ , za objašnjenje veličina videti sliku 1), 2) ravnopravan uticaj reke i pritoke ( $D_R = 0,583$ ) i 3) dominaciju reke nad pritokom ( $D_R = 0,750$ ).

## 2. MATEMATIČKI I NUMERIČKI MODELI

*Linijski (ili analitički) modeli ušća* dobijeni su kombinacijom teorijskih razmatranja i laboratorijskih oglada izvedenih na modelima ušća bez izdignutog dna napravljenim spajanjem kanala sa ravnim, horizontalnim dnom. Ovi modeli namenjeni su obuhvatanju ušća kao unutrašnjeg graničnog uslova u proračunima linijskog tečenja. Pomoću njih se mogu sračunati dubine vode (ili nivoi) uzvodno od ušća. Modeli su dobijeni primenom zakona održanja količine kretanja na zapreminu fluida smeštenu između poprečnih preseka koji ograničavaju ušće (slika 1). Svi modeli, osim modela Ramamurtija i ost. [24] i Šabajeka i ost. [25], za proračun komponente sile inercije pritoke koja deluje u pravcu toka matične reke, koriste srednju vrednost ugla skretanja toka u horizontalnoj ravni  $\bar{\delta}$  (u nizvodnom preseku pritoke, slika 1). To su modeli Hagera [14, 15], Gurama i ost. [12, 13] i Hsua i ost. [17, 18]. U ovom radu razmatraju se vrednosti njihovih parametara na ušćima sa izdignutim dnom. Detaljan pregled i ocena linijskih modela ušća mogu se naći u [6 i 7].



Slika 1. Kontrolne zapremine za obuhvatanje ušća u modelima linijskog tečenja; a) zapremina ADCFEB u Hagerovom modelu [14, 15] i u modelu Gurama i ost. [12] i b) zapremina ADCFHGEB u Hsuovom modelu [17]

*Matematički i numerički modeli prostornog tečenja.* Za modeliranje ustaljenog prostornog tečenja koristi se model sastavljen od jednačine održanja mase i Reynoldsovih jednačina za nestišljiv fluid, a za modeliranje napona turbulencije iz Reynoldsovih jednačina, standardni  $k$ - $\epsilon$  model turbulencije. S obzirom na to da je reč o standardnim jednačinama koje se mogu naći u literaturi (npr. u [15] ili [22]), one se ovde, zbog ograničenog prostora, ne navode. Za procenu uticaja pritoke od

značaja su oni članovi iz Reynoldsovih jednačina koji opisuju protok količine kretanja ( $\rho u_j dV$ ) kroz granice elementarne zapremine [6, 9 i 11]. O njima će detaljnije biti reči u tački 5 prilikom tumačenja rezultata.

U ovom radu je za numeričko rešavanje jednačina matematičkog modela korišćen model SSIIM2 [23] koji se zasniva na metodi konačnih zapremina. Ovaj model omogućava da se računaska oblast predstavi nestruktuiranom, višedelnom prostornom mrežom, što je pogodno za modeliranje tečenja u granatoj mreži tokova kao što je to slučaj na rečnim ušćima. Rešenje koje će istovremeno zadovoljiti jednačinu održanja mase i Reynoldsove jednačine dobija se iterativno primenom SIMPLE postupka [22, 23]. Zbog velikih gradijenata zavisno promenljivih u zoni ušća, konvektivni članovi u Reynoldsovim jednačinama predstavljani su uzvodnim razlikama drugog reda tačnosti [6, 8 i 9]. Slobodna površina u modelu SSIIM2 može se predstaviti samo u vidu tzv. „krutog poklopca“.

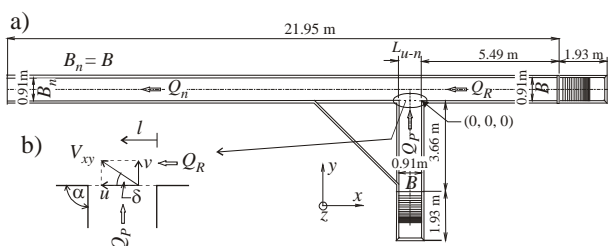
U kontrolnim zapreminama uz čvrstu granicu sve zavisno promenljive određuju se korišćenjem „zakona zida“. Način određivanja zavisno promenljivih na otvorenim granicama zavisi od vrste granice (slobodna površina ili presek kroz koji voda ulazi u razmatranu oblast strujanja ili iz nje izlazi). Na granicama kroz koje voda ulazi u ovu oblast, zadaju se protoci, dok se na izlaznoj granici zadaje nivo, a ostale zavisno promenljive računaju se iz uslova da je gradijent tih veličina u pravcu upravnom na tu granicu jednak nuli. Slobodna površina je granica na kojoj su gradijenti komponenta brzine u horizontalnoj ravni ( $u$  i  $v$ ) i rasipanja kinetičke energije turbulencije ( $\epsilon$ ) jednaki nuli, dok se komponenta brzine u vertikalnom pravcu ( $w$ ) određuje iz uslova da je protok kroz slobodnu površinu jednak nuli. Vrednost kinetičke energije turbulencije ( $k$ ) jednaka je polovini sračunate vrednosti na dnu [23].

## 3. POSTAVKA NUMERIČKIH OGLEDA

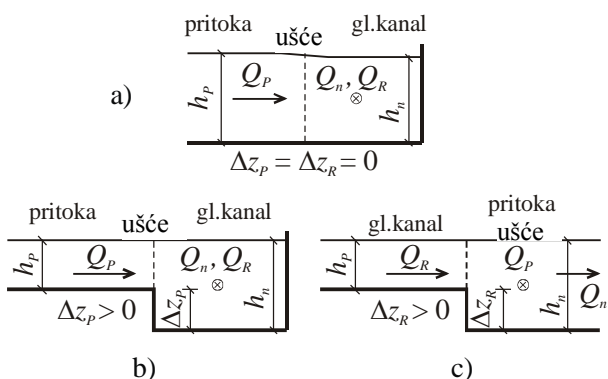
Uticaj podvodne kaskade na spoju pritoke i reke, i podvodne kaskade u reci na spoju sa pritokom, ispitan je za ušće sa uglom uliva od  $90^\circ$ . Geometrija ušća u osnovi preuzeta je iz Šumejtovih oglada [26] (slika 2a). Reč je o ušću dobijenom spajanjem dva kanala pravougaonog poprečnog preseka jednakih širina ( $B = 0,91$  m) sa horizontalnim dnom. Osim originalne postavke sa istim kotama dna oba kanala ( $\Delta z_p / h_n = \Delta z_R / h_n = 0,00$ , slika 3a), razmotreno je i šest hipotetičkih slučajeva sa sledećim vrednostima stepena izdignutosti dna pritoke u odnosu na dno glavnog kanala (reke):  $\Delta z_p / h_n = \{0,10; 0,25; 0,50\}$

(slika 3b) i stepena izdignutosti dna glavnog kanala (reke) uzvodno od ušća u odnosu na njegovo dno na ušću  $\Delta z_R / h_n = \{0,10; 0,25; 0,50\}$  (slika 3c).

Kao što je pomenuto u uvodu, razmotrena su tri moguća scenarija na ušću: 1) dominacija pritoke nad rekom, 2) ravnopravan uticaj dva susiđuća toka i 3) dominacija reke nad pritokom. S obzirom na to da su Šumejtovim ogledima obuhvaćena sva tri scenarija, u numeričkim



Slika 2. a) Osnova Šumejtovog [26] laboratorijskog modela ušća sa uglom uliva od 90° i b) ugao skretanja toka pritoke ( $\delta$ ) u horizontalnoj ravni na ušću



Slika 3. Shematski prikazi ušća: a) bez kaskade, b) sa kaskadom u dnu na spoju korita pritoke i korita matične reke i c) sa kaskadom u dnu korita matične reke na spoju sa koritom pritoke

ogledima korišćene su odgovarajuće vrednosti protoka iz ovih laboratorijskih ogleda. Ukupan protok nizvodno od ušća u svim ogledima iznosio je 0,17 m<sup>3</sup>/s, a vrednosti odnosa protoka glavnim kanalom (rekom) uzvodno od ušća ( $Q_R$ ) i protoka nizvodno od ušća ( $Q_n$ ) za pomenuta tri slučaja iznosile su, redom:  $D_R = Q_R / Q_n = \{0,250; 0,583; 0,750\}$ . Kao i u Šumejtovim ogledima, posmatrano je ustaljeno, mirno tečenje, sa dubinom u nizvodnom preseku glavnog kanala od 0,296 m. Sa sedam geometrija i tri hidrauličko-hidrološka scenarija, ispitana je ukupno dvadesetjedna moguća kombinacija.

#### 4. NUMERIČKO MODELIRANJE

Računska oblast u svim razmatranim kombinacijama obuhvatila je pune dužine oba kanala, čime je izbegnut eventualan uticaj graničnih uslova na tečenje u oblasti hidrodinamičkog uticaja ušća. Za predstavljanje ove granate računске oblasti korišćena je dvodelna prostorna računska mreža u kojoj svaki deo (blok) predstavlja ortogonalnu, struktuiranu mrežu. Glavni kanal zamenjen je blokom 1. Veličina ovog bloka u originalnoj geometriji i svim varijantama geometrije sa izdignutim dnom pritoke je ista – mreža ima 838 zapremina po dužini, 37 po širini kanala i 20 zapremina po dubini toka. Veličina bloka 2, kojim je zamenjen bočni kanal, menjana je po dubini u zavisnosti od stepena izdignutosti dna pritoke (tabela 1), dok je broj kontrolnih zapremina po dužini i širini kanala uvek bio isti (182 po dužini i 37 po širini). U slučajevima kada je dno uzvodnog dela glavnog kanala izdignuto iznad njegovog dna na ušću, podvodna kaskada postavljena je na uzvodnom temenu ušća u nastavku zida pritoke. Zbog toga je veličina bloka 1 počevši od uzvodnog temena menjana po dubini u zavisnosti od stepena izdignutosti dna pritoke (tabela 2), dok je broj kontrolnih zapremina po dubini nizvodno od ušća bio nepromenjen (20 zapremina). Veličina bloka 1 u horizontalnoj ravni bila je ista u svim računskim varijantama. Ove dimenzije računskih mreža usvojene su na osnovu analize osetljivosti rezultata na gustinu

Tabela 1. Veličina mreže u bloku 2 za razmatrane konfiguracije dna na ušću

Ogledna postavka	$\Delta z_p / h_n$ [ / ]	veličina mreže u bloku 2	opis
1	0,00	183 × 38 × 21	ušće bez kaskade u dnu
2	0,10	183 × 38 × 19	ušće sa kaskadom u dnu pritoke
3	0,25	183 × 38 × 16	
4	0,50	183 × 38 × 11	

Tabela 2. Veličina mreže u bloku 1 uzvodno od ušća za razmatrane konfiguracije dna na ušću

Ogledna postavka	$\Delta z_R / h_n$ [ / ]	veličina mreže u uzvodnom delu bloka 1	opis
1	0,00	220 × 38 × 21	ušće bez kaskade u dnu
5	0,10	220 × 38 × 19	ušće sa kaskadom u dnu reke
6	0,25	220 × 38 × 16	
7	0,50	220 × 38 × 11	

računske mreže. Analiza se zasniva na proceni numeričke neizvesnosti pomoću tzv. „pokazatelja konvergencije mreže”. Rezultati ove analize nalaze se u [8].

**5. REZULTATI I NJIHOVO TUMAČENJE**

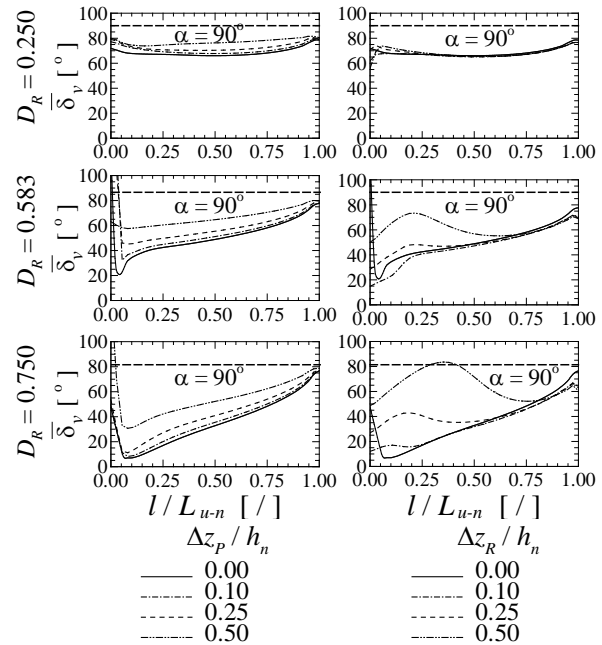
Parametri linijskih modela ušća – prosečan ugao skretanja toka na ušću  $\bar{\delta}$  u modelu Hsua i ost. i koeficijent neravnomernosti ugla skretanja toka  $\sigma$  u Hagerovom modelu i modelu Gurama i ost., protoci količine kretanja kroz nizvodni presek pritoke i odgovarajuće komponente sile inercije pritoke  $I_{P_x}$ ,  $I_{P_y}$ , i  $I_{P_z}$  procenjeni su na osnovu sračunatih rasporeda komponentata brzine  $u$ ,  $v$  i  $w$  u tom preseku.

**5.1 Srednja vrednost ugla skretanja toka i koeficijent neravnomernosti  $\sigma$**

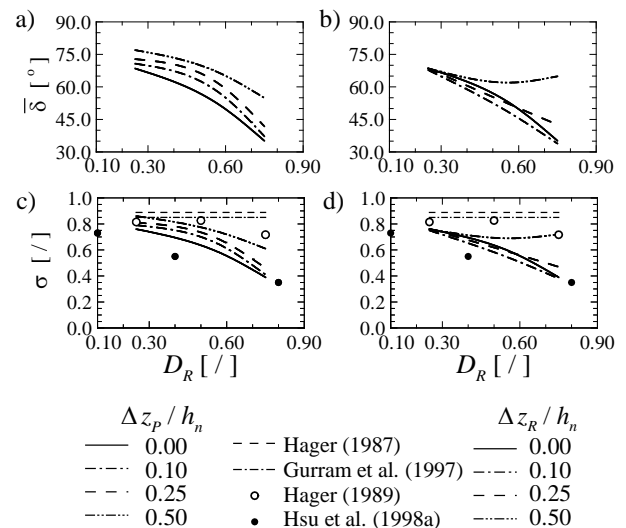
Pošto je nizvodni presek pritoke vertikalna ravan sa normalom u pravcu y-ose (slika 2a), ugao skretanja toka u horizontalnoj ravni definisan je u svakoj tački poprečnog preseka odnosom intenziteta komponentata brzine u horizontalnoj ravni ( $\delta = \arctan(v/u)$ , slika 2b). Neravnomernost rasporeda ove dve komponente brzine odražava se i na neravnomernost rasporeda ugla skretanja toka. Umesto prikazivanja ovih rasporeda u poprečnom preseku za dvadesetjedniju razmatranu kombinaciju, na slici 4 prikazane su promene srednje vrednosti ugla  $\delta$  u vertikalama nizvodnog preseka pritoke ( $\bar{\delta}_v(l/L_{u-n})$ ).

Na dijagramima u koloni levo prikazan je uticaj kaskade u pritoci, a u koloni desno, uticaj kaskade u reci. Zapaža se da se u oba slučaja najveća neravnomernost u rasporedu ovog ugla javlja u slučaju dominacije reke nad pritokom ( $D_R = 0,750$ ), a da se najmanje odstupanje od ugla  $\alpha$  ostvaruje u uslovima dominacije pritoke nad rekam ( $D_R = 0,250$ ).

Prisustvo kaskade u pritoci i reci se, međutim, sasvim različito odražava na skretanje toka pritoke. Kaskada u pritoci (slika 4, kolona levo) smanjuje to skretanje, a ugao  $\bar{\delta}_v$  je za dato  $D_R$  bliži uglu  $\alpha$  što je stepen izdignutosti dna pritoke  $\Delta z_p/h_n$  veći. Primera radi, za  $D_R = 0,750$ , najveće odstupanje od ugla  $\alpha$  javlja se na ušću bez kaskade ( $\Delta z_p/h_n = 0$ ) u vertikali na rastojanju  $l = 0,08L_{u-n}$ . Vrednost ugla  $\bar{\delta}_v$  u ovoj vertikali iznosi svega  $7^\circ$ . Pri niskim i umerenim stepenima izdignutosti dna pritoke ( $\Delta z_p \leq 0,25h_n$ ) razlika u odnosu na ušće bez



Slika 4. Uticaj stepena izdignutosti dna pritoke ( $\Delta z_p/h_n$ , kolona levo) i reke uzvodno od ušća ( $\Delta z_R/h_n$ , kolona desno), na promenu srednje vrednosti ugla skretanja toka  $\bar{\delta}_v$  u vertikalama nizvodnog preseka pritoke pri različitim vrednostima odnosa protoka  $D_R$



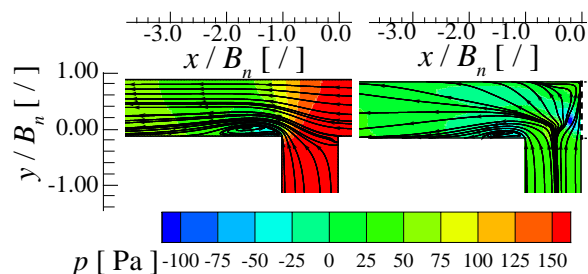
Slika 5. Uticaj stepena izdignutosti dna pritoke  $\Delta z_p/h_n$  i reke uzvodno od ušća  $\Delta z_R/h_n$  na: a)-b) srednju vrednost ugla skretanja toka  $\bar{\delta}$  na ušću i c)-d) vrednost koeficijenta neravnomernosti ovog ugla ( $\sigma$ ) pri različitim vrednostima odnosa protoka  $D_R$

kaskade praktično je zanemarljiva ( $\min \bar{\delta}_v \approx \{8^\circ, 11^\circ\}$  za  $\Delta z_p = \{0,10; 0,25\}h_n$ ), a na ušćima sa najvećim osmotrenim stepenom izdignutosti dna pritoke ( $\Delta z_p = 0,50h_n$ ), najmanja vrednost u ovoj vertikali povećava se oko četiri puta ( $\min \bar{\delta}_v \approx 30^\circ$ ). Zbog svega ovoga, srednja vrednost ugla skretanja toka u poprečnom preseku povećava se za skoro 60% (od  $\approx 33^\circ$  kada je  $\Delta z_p = 0$ , do  $\approx 53^\circ$ , kada je  $\Delta z_p = 0,50h_n$ , slika 5a). Na ušćima sa niskim i umerenim stepenom izdignutosti dna pritoke ( $\Delta z_p \leq 0,25h_n$ ), značajne varijacije ugla  $\bar{\delta}_v$  postoje i kada su dotoci rekom i pritokom približno izjednačeni ( $D_R = 0,583$ ), a postaju zanemarljive samo kada je  $\Delta z_p = 0,50h_n$ , ili kada je  $D_R = 0,250$ . Ravnomerniji raspored ugla  $\bar{\delta}_v$  odražava se i na povećanje srednje vrednosti ugla  $\delta$  u poprečnom preseku (slika 5a) –  $\bar{\delta} \in [\approx 50^\circ, \approx 65^\circ]$  za  $\Delta z_p \in [0,00; 0,50]h_n$ . Procenat povećanja vrednosti ugla  $\bar{\delta}$  sa porastom visine kaskade pri  $D_R = 0,583$  prepolovljen je u poređenju sa scenarijom kada je  $D_R = 0,750$ . Preuzimanjem dominacije pritoke nad rekom ( $D_R = 0,250$ ) vrednost ugla  $\bar{\delta}_v$  postaje približno konstantna na većem delu linije ušća (na dužini  $> 0,50L_{u-n}$ ), a najmanje odstupanje od ugla  $\alpha$  ( $\alpha - \bar{\delta}_v = 13^\circ$ ) ostvaruje se kada je  $\Delta z_p = 0,50h_n$ . U poređenju sa scenarijom kada je  $D_R = 0,583$ , povećanje vrednosti ugla  $\bar{\delta}$  sa povećanjem visine kaskade je prepolovljeno, a smanjen je i opseg vrednosti na  $\bar{\delta} \in [\approx 66^\circ, \approx 76^\circ]$  za  $\Delta z_p \in [0,00; 0,50]h_n$ .

Prisustvo kaskade u reci praktično ne utiče na raspored ugla  $\delta$  kada je  $D_R = 0,250$  (slika 4, kolona desno). Zavisno od visine kaskade, vidljiva odstupanja postoje samo u blizini uzvodnog temena ušća ( $l = 0,0$ ) i kreću se od 5 – 22%. Vrednost ugla  $\bar{\delta}_v$  je na više od 50% širine preseka konstantna i iznosi oko  $66^\circ$ . Sa povećanjem uticaja reke ( $D_R \geq 0,583$ ) i stepena izdignutosti dna  $\Delta z_R / h_n$ , uticaj kaskade postaje sve izraženiji, jer se, osim polja niskog pritiska u blizini nizvodnog temena ušća, na ušću, ispod kaskade, razvija još jedno takvo polje u kojem su pritisci nešto niži [10]. Na slici 6 su, primera radi, prikazani rasporedi pritiska i strujnice pri dnu za ušće bez kaskade i ušće sa najvišim stepenom izdignutosti  $\Delta z_R / h_n = 0,50$ , kada je  $D_R = 0,750$ . Kao što se vidi, polje niskog pritiska u slojevima toka ispod krune kaskade preusmerava deo toka pritoke uzvodno, ka kaskadi. U radu [10] pokazano je da se deo preusmerenog toka povećava sa povećanjem vrednosti oba parametra:  $\Delta z_R / h_n$  i  $D_R$ . To se može videti i na raspo-

redima ugla  $\bar{\delta}_v$  za  $\Delta z_R / h_n > 0,25$  gde se vrhovi rasporeda pomeraju nizvodno ( $l \approx 0,20L_{u-n}$  za  $\Delta z_R / h_n = 0,25$  i  $l = 0,35L_{u-n}$  za  $\Delta z_R / h_n = 0,50$  pri  $D_R = 0,750$ ). Vertikala u kojoj se na rasporedu ugla  $\delta$  vrednost ovog ugla izjednačava sa uglom uliva  $\alpha$  zapravo je vertikala u kojoj se tok razdvaja na deo koji skreće nizvodno i deo koji se vraća uzvodno. Vrednost ugla  $\delta$  duž ove vertikale približno je konstantna. Pri malim vrednostima  $\Delta z_R / h_n$  ( $= 0,10$ ) prisustvo kaskade ima čak suprotan efekat – skretanje toka se u blizini uzvodnog temena pri  $D_R = 0,583$  povećava. Zbog toga su na ušćima sa niskim stepenom izdignutosti dna reke srednje vrednosti ovog ugla u poprečnom preseku ( $\bar{\delta}$ ) manje nego na ušću bez kaskade (slika 5b). Smanjenje se kreće od 1% za  $D_R = 0,250$ , do 8% za  $D_R = 0,750$ . Na ušćima sa umerenim stepenom izdignutosti dna reke ugao  $\bar{\delta}$  samo je pri  $D_R = 0,750$  veći od odgovarajućeg ugla na ušću bez kaskade (21%), dok je pri  $D_R \leq 0,583$  neznatno manji (oko 0,5%). Pošto je pri  $D_R \geq 0,583$  u delu toka koji skreće uzvodno  $\delta > \alpha$ , vrednosti  $\bar{\delta}$  su, pri najvećem osmotrenom stepenu izdignutosti ( $\Delta z_R / h_n = 0,50$ ), za 21 – 85% veće od onih na ušću bez kaskade.

Iz definicije koeficijenta neravnomernosti ugla skretanja toka na ušću ( $\sigma = \bar{\delta} / \alpha$ ) sledi da se njegova vrednost menja na isti način kao i srednja vrednost ugla  $\delta$  (slika 5c). Na istom dijagramu prikazane su i konstantne vrednosti koje su predložili Hager (8/9) [14] Guram i ost. (0,85) [12], korigovane vrednosti za ušće sa uglom uliva  $\alpha = 90^\circ$  do kojih je Hager došao merenjima ugla skretanja toka u pet tačaka nizvodnog preseka pritoke na dubini  $0,5h$  i vrednosti dobijene na osnovu Hsuovih [17] rezultata merenja brzina  $u$  i  $v$  u osam vertikala nizvodnog preseka pritoke. Zanimljivo je zapaziti da su nezavisno od prisustva i položaja kaskade (u pritoci ili reci) vrednosti koeficijenta  $\sigma$  manje od predloženih konstan-



Slika 6. Raspored pritiska i strujnice na bezdimenzionalnom rastojanju  $z / h_n = 0,10$  od dna na ušću bez kaskade (levo) i sa kaskadom visine  $\Delta z_R / h_n = 0,50$  (desno) pri  $D_R = 0,750$

Tabela 3. Koefficienti kubnog polinoma kojim se opisuje zavisnost  $\sigma(D_R)$  na ušćima sa kaskadom u pritoci ( $\sigma = aD_R^3 + bD_R^2 + cD_R + d$ )

$\Delta z_P / h_n$	$D_R \in [0,250, 0,583]$				$D_R \in [0,583, 0,750]$			
	$a$	$b$	$c$	$d$	$a$	$b$	$c$	$d$
0,00	-1,52	1,14	-0,68	0,88	3,04	-6,83	3,96	-0,019
0,10	-2,51	1,88	-0,67	0,88	5,01	-11,28	7,00	-0,611
0,25	-2,51	1,88	-0,61	0,88	5,01	-11,28	7,06	-0,606
0,50	-0,99	0,74	-0,47	0,95	1,96	-4,42	2,54	0,361

Tabela 4. Koefficienti kubnog polinoma kojim se opisuje zavisnost  $\sigma(D_R)$  na ušćima sa kaskadom u reci ( $\sigma = aD_R^3 + bD_R^2 + cD_R + d$ )

$\Delta z_R / h_n$	$D_R \in [0,250, 0,583]$				$D_R \in [0,583, 0,750]$			
	$a$	$b$	$c$	$d$	$a$	$b$	$c$	$d$
0,10	-0,440	0,330	-0,72	0,92	0,88	-1,99	0,63	-0,654
0,25	-0,085	0,064	-0,58	0,90	0,17	-0,38	-0,32	-0,851
0,50	1,170	-0,878	-0,12	0,83	-2,33	5,25	-3,69	1,521

tnih vrednosti Hagera i Gurama i ost. Izuzetak predstavljaju ušća sa kaskadom u pritoci visine  $\Delta z_P = \{0,25; 0,50\}h_n$  pri  $D_R = 0,250$  i ušće sa kaskadom u reci visine  $\Delta z_R = 0,50h_n$  pri  $D_R = 0,750$ . U prvom slučaju ( $\Delta z_P = 0,25h_n$ ),  $\sigma$ -vrednost bliska je odgovarajućoj Hagerovoj korigovanoj vrednosti, dok u drugom slučaju ( $\Delta z_P = 0,50h_n$ ) vrednost koeficijenta  $\sigma$  premašuje korigovanu Hagerovu vrednost za 6% i približava se Guramovoj konstantnoj vrednosti 0,85. Na ušću sa kaskadom u reci,  $\sigma$ -vrednost bliska je odgovarajućoj Hagerovoj korigovanoj vrednosti. I Hager i Guram i ost. su usvajanjem referentne ravni na polovini dubine ( $z/h_p = 0,50$ ) zanemarili deo toka pri dnu ( $z/h_p \leq 0,15$ ) gde su promene ugla  $\delta$  po širini toka najizraženije [10] i na taj način precenili vrednost ugla  $\bar{\delta}$ . Na ušću bez kaskade procenat povećanja u odnosu na vrednost dobijenu osrednjavanjem po poprečnom preseku kreće se od 15% za Gurama i ost. i 20% za Hagera kada je  $D_R = 0,250$ , do preko 100% (130% za Gurama i ost. i 140% za Hagera) kada je  $D_R = 0,750$ . Kada je reč o vrednostima Hsua i ost., važno je napomenuti da su ogledi sprovedeni na ušćima sa nejednakim širinama sustičućih kanala. Bočni kanal bio je uži od glavnog kanala što je, verovatno, uslovalo veću neravnomernost rasporeda ugla  $\delta$ , odnosno manju vrednost koeficijenta  $\sigma$ .

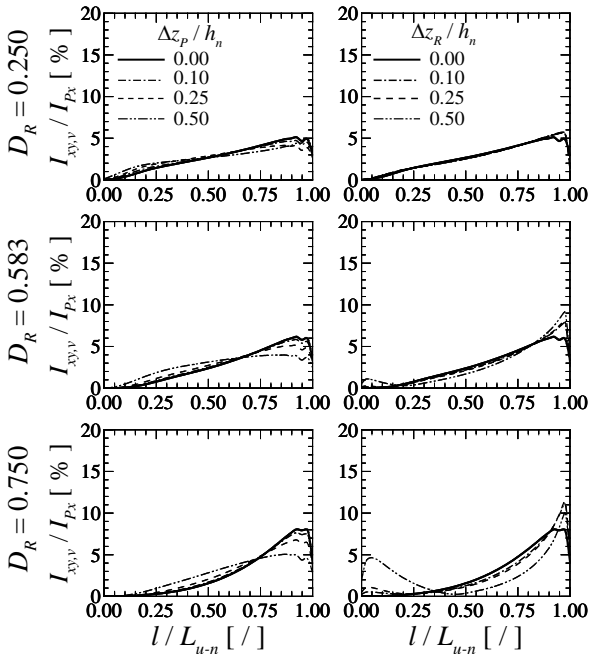
Zavisnosti  $\sigma(D_R)$  mogu se predstaviti kubnim polinomi-  
 $\sigma = aD_R^3 + bD_R^2 + cD_R + d$  u dva opsega vrednosti parametara  $D_R$ :  $[0,250; 0,583]$  i  $[0,583; 0,750]$  i na ušćima sa kaskadom u pritoci i na ušćima sa kaskadom u reci. Vrednosti koeficijenta  $a, b, c, d$  za ušće sa kaska-

dom u pritoci date su u tabeli 3, a za ušće sa kaskadom u reci, u tabeli 4.

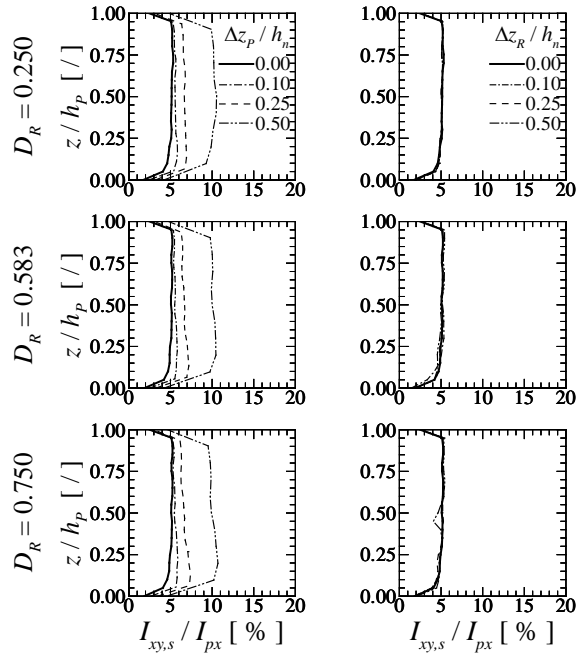
## 5.2 Sila inercije u nizvodnom preseku pritoke

Pošto sila inercije pritoke predstavlja integral protoka količine kretanja kroz razmatrani poprečni presek, komponente sile inercije u nizvodnom preseku pritoke određene su integracijom odgovarajućih članova iz Reynoldsovih jednačina. Intenzitet ukupne sile inercije tada iznosi  $I_P = \sqrt{I_{Px}^2 + I_{Py}^2 + I_{Pz}^2}$ . S obzirom na to da je u razmatranom slučaju normala nizvodnog preseka usmerena u pravcu ose  $y$  (slika 2a), količina kretanja pronosi se samo komponentom brzine  $v$ , što znači da u svakoj od tri Reynoldsove jednačine samo po jedan član opisuje unos količine kretanja iz pritoke u reku. U jednačini za pravac  $x$  to je član  $I_{xy} = \rho v v d A_y$ , u jednačini za pravac  $y$ , član  $I_{yy} = \rho v v d A_y$ , a u jednačini za pravac  $z$ , član  $I_{zy} = \rho v v d A_y$ . Integracijom ovih članova po površini nizvodnog preseka pritoke  $A_y$ , dobijaju se, redom, vrednosti komponentata sile inercije  $I_{Px}$ ,  $I_{Py}$ , i  $I_{Pz}$ , od kojih je za modeliranje linijskog tečenja bitna samo ona u pravcu ose  $x$ .

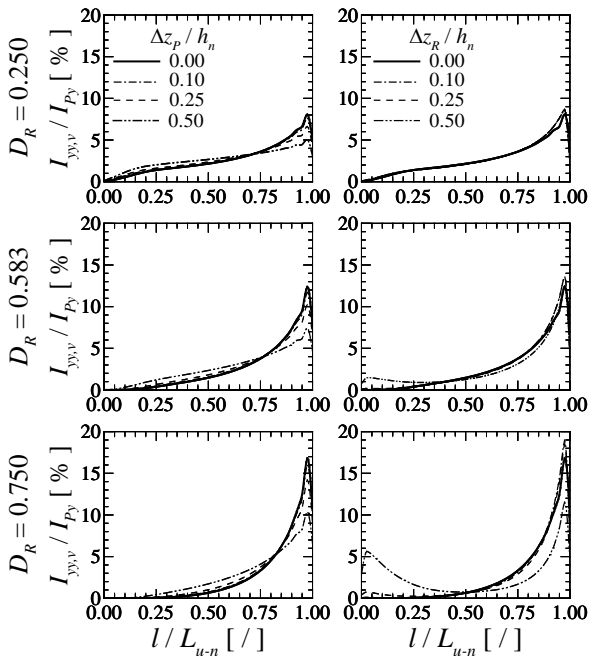
Na slikama 7 i 8 prikazani su protoci komponentata količine kretanja  $I_{xy}$  i  $I_{yy}$  kroz vertikalne nizvodnog preseka, tj. udeo tih protoka u vrednosti odgovarajuće komponente sile inercije pritoke ( $I_{xy,v} / I_{Px}$  i  $I_{yy,v} / I_{Py}$ ). Protoci



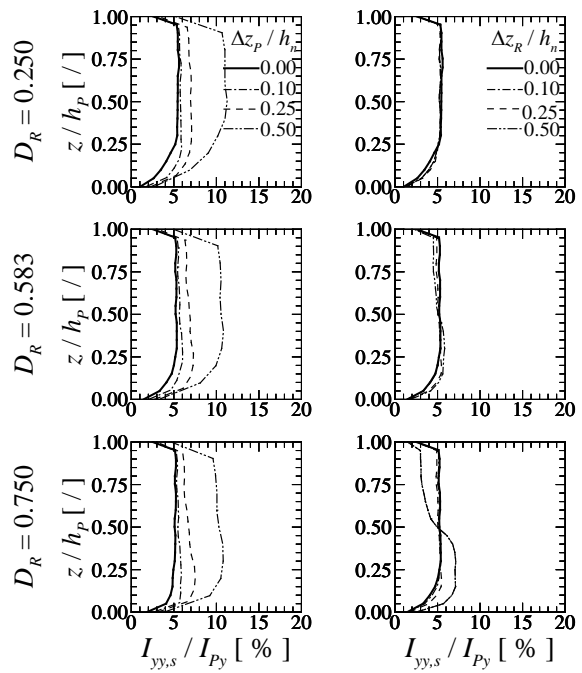
Slika 7. Uticaj kaskada u pritoci (kolona levo) i reci (kolona desno) na udeo vertikala u protoku komponente količine kretanja u horizontalnoj ravni  $I_{xy}$



Slika 9. Uticaj kaskada u pritoci (kolona levo) i reci (kolona desno) na udeo slojeva (po dubini toka) u protoku komponente količine kretanja  $I_{xy}$



Slika 8. Uticaj kaskada u pritoci (kolona levo) i reci (kolona desno) na udeo vertikala u protoku komponente količine kretanja u horizontalnoj ravni  $I_{yy}$



Slika 10. Uticaj kaskada u pritoci (kolona levo) i reci (kolona desno) na udeo slojeva (po dubini toka) u protoku komponente količine kretanja  $I_{yy}$



kroz vertikale  $I_{xy,v}$  i  $I_{yy,v}$  dobijeni su integracijom komponenta  $I_{xy}$  i  $I_{yy}$  po dubini toka. Neravnomernost rasporeda ugla skretanja toka  $\delta$  odslikava se i na ovim rasporedima. Zbog znatno manjih odstupanja ugla  $\delta$  od ugla  $\alpha$  u blizini nizvodnog temena ušća, kroz ovaj deo poprečnog preseka ostvaruje se najveći unos količine kretanja u horizontalnoj ravni – raspoređeni su asimetrični sa vrhovima u vertikalama na  $l \approx 0,97L_{u-n}$ . Pri tome je, nezavisno od položaja kaskade (u pritoci ili reci), udeo komponente u pravcu toka pritoke  $I_{yy,v} / I_{Py}$  veći od udele komponente u pravcu glavne reke  $I_{xy,v} / I_{Px}$ , a razlike rastu sa povećanjem uticaja reke (sa porastom vrednosti  $D_R$ ). Na ušćima sa kaskadom u pritoci (slike 7 i 8, kolona levo) učešće nizvodnih vertikala smanjuje se sa povećanjem stepena izdignutosti  $\Delta z_P / h_n$  i uticaja reke. Raspoređeni pri  $\Delta z_P = 0,50h_n$  postaju ravnomerniji, pa se, npr., 50% količine kretanja u pravcu  $x$  unese u nizvodnih:  $0,40L_{u-n}$  pri  $D_R = 0,250$ ,  $0,35L_{u-n}$  pri  $D_R = 0,583$  i  $0,24L_{u-n}$ , pri  $D_R = 0,750$ , dok se na ušćima sa  $\Delta z_P \leq 0,25h_n$  taj procenat količine kretanja unese na manjoj dužini – u nizvodnih  $0,27-0,32L_{u-n}$  pri  $D_R = 0,250$ ,  $0,22-0,27L_{u-n}$  pri  $D_R = 0,583$  i  $0,16-0,19L_{u-n}$  pri  $D_R = 0,750$ .

Prisustvo kaskade u reci ima sasvim suprotan efekat. Ono povećava neravnomernost rasporeda protoka obe komponente količine kretanja. Kada je  $D_R \leq 0,583$ , učešće nizvodnih vertikala raste sa porastom  $\Delta z_R / h_n$ . Primera radi, za  $D_R = 0,583$  najveće učešće se sa 6% na ušću bez kaskade, povećava na oko 8% za  $0,10h_n \leq \Delta z_R \leq 0,25h_n$  i 9% za  $\Delta z_R = 0,50h_n$ . Preusmeravanje dela toka pritoke uzvodno, koje je naročito izraženo na ušću sa  $\Delta z_R = 0,50h_n$  pri  $D_R = 0,750$ , povećava unos količine kretanja kroz horizontalnu ravan u blizini uzvodnog temena ušća, što za posledicu ima smanjenje njegovog unosa kod nizvodnog temena. Tako se kroz uzvodnu trećinu preseka unese 33% ukupne količine kretanja u pravcu  $x$ , što je najmanje 6 puta veće nego na ušćima sa nižom kaskadom. Istovremeno se najveće učešće vertikale na nizvodnom kraju smanjuje sa približno 11,5% za  $0,10h_n \leq \Delta z_R \leq 0,25h_n$  na 10%.

Protoci komponenta količine kretanja  $I_{xy}$  i  $I_{yy}$  kroz slojeve po dubini toka pritoke, tj. udeo tih protoka u vrednosti odgovarajuće komponente sile inercije pritoke ( $I_{xy,s} / I_{Px}$  i  $I_{yy,s} / I_{Py}$ ) prikazani su na slikama 9 i 10. Protoci kroz slojeve  $I_{xy,s}$  i  $I_{yy,s}$  dobijeni su integracijom komponenta  $I_{xy}$  i  $I_{yy}$  po širini nizvodnog preseka pritoke. Na ušćima sa kaskadom u reci (slike 9 i 10, kolona desno) doprinosi svakog sloja su za dato  $D_R$  isti za sve vrednosti  $\Delta z_R / h_n$ . Izuzetak opet predstavlja ušće sa  $\Delta z_R = 0,50h_n$  pri  $D_R = 0,750$ , na kome se pojedinačno učešće slojeva od

oko 7% u donjih  $0,35h_p$ , prepolovljuje počevši od sloja na rastojanju  $z = 0,60h_p$ , gde je  $h_p$  dubina vode u pritoci.

Manja dubina toka u pritoci na ušćima sa izdignutim dnom pritoke znači povećanje količine kretanja koju pritoka pri istom protoku unosi u reku, pa se sa povećanjem visine kaskade povećava i udeo svakog sloja u odgovarajućoj komponenti sile inercije pritoke (slike 9 i 10, kolona levo). Zanimljivo je zapaziti da je povećanje udela slojeva praktično nezavisno od vrednosti odnosa protoka  $D_R$  za obe komponente sile inercije. Na ušću sa  $\Delta z_P = 0,10h_n$  ono je praktično zanemarljivo (manje je od 1%), a za  $\Delta z_P = \{0,25; 0,50\}h_n$  ono, redom, iznosi oko 3% i 5%. Kao i na ušćima sa kaskadom u reci, obe komponente količine kretanja unose se približno ravnomerno po celoj dubini toka pritoke.

Na slikama 11a i 11b prikazan je uticaj kaskada u pritoci i reci na intenzitet komponente sile inercije pritoke koja deluje u pravcu osovine glavne reke  $I_{Px}$ . Kao što se vidi, intenzitet ove sile smanjuje se sa povećanjem uticaja reke, bez obzira na to da li se kaskada nalazi u pritoci ili reci. Za razliku od ušća sa kaskadom u pritoci, gde se intenzitet za dato  $D_R$  povećava sa porastom visine kaskade ( $\Delta z_P / h_n$ ), na ušćima sa kaskadom u reci to pravilo ne važi kada je  $\Delta z_R = 0,50h_n$ . Međutim, samo posmatranje intenziteta komponente sile  $I_{Px}$  van konteksta njenog udela u ukupnoj sili inercije pritoke može dovesti do pogrešnih zaključaka o uticaju podvodnih kaska-

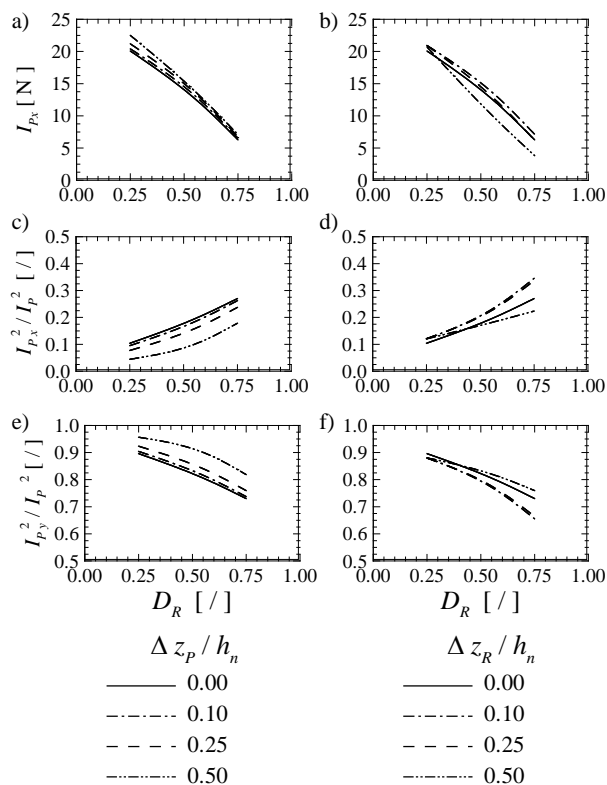
Tabela 5. Uticaj parametara  $D_R$  i  $\Delta z_P / h_n$  na procenat smanjenja udela komponente  $I_{Px}$  u ukupnoj sili inercije (poređenje sa ušćem bez kaskade)

$\Delta z_P / h_n$ [ / ]	$D_R$ [ / ]		
	0,250	0,583	0,750
0,10	8,5	5,3	3,3
0,25	26,3	17,9	12,3
0,50	58,2	46,8	34,3

Tabela 6. Uticaj parametara  $D_R$  i  $\Delta z_R / h_n$  na procenat povećanja (znak "-"), odnosno smanjenja (znak "+"), udela komponente  $I_{Px}$  u ukupnoj sili inercije (poređenje sa ušćem bez kaskade)

$\Delta z_R / h_n$ [ / ]	$D_R$ [ / ]		
	0,250	0,583	0,750
0,10	-15,4	-18,9	-27,8
0,25	-16,3	-16,5	-24,4
0,50	-15,4	9,2	17,4

da na silu inercije pritoke koja ulazi u dinamičku jednačinu linijskih modela ušća. Zbog toga je na slikama 11c-11f prikazan doprinos obe komponente sile inercije iz horizontalne ravni ukupnoj sili inercije pritoke. Ove slike pokazuju ono što se intuitivno i očekivalo, a to je da povećanje skretanja toka u horizontalnoj ravni (smanjenje ugla  $\delta$ ) sa povećanjem uticaja reke povećava doprinos komponente  $I_{Px}$  ukupnoj sili inercije (slike 11c i 11d), a samim tim i doprinos sile inercije pritoke dinamičkoj jednačini linijskog modela ušća. Kao drugo, na ušćima sa kaskadom u pritoci (slika 11e), povećanje njene visine dovodi do povećanja udela komponente sile inercije u pravcu osovine pritoke  $I_{Py}$  u ukupnoj sili  $I_P$ , što za posledicu ima smanjenje učešća pritoke u dinamičkoj jednačini linijskih modela ušća (tabela 5). Na ušćima sa kaskadom u reci (slika 11f) do povećanja udela komponente  $I_{Px}$ , odnosno do smanjenja uticaja pritoke dolazi samo na ušćima kod kojih je  $\Delta z_R = 0,50h_n$  (tabela 6), jer tada prisustvo kaskade omogućava pritoci da u donjim slojevima (ispod krune kaskade) zadrži svoj pravac.

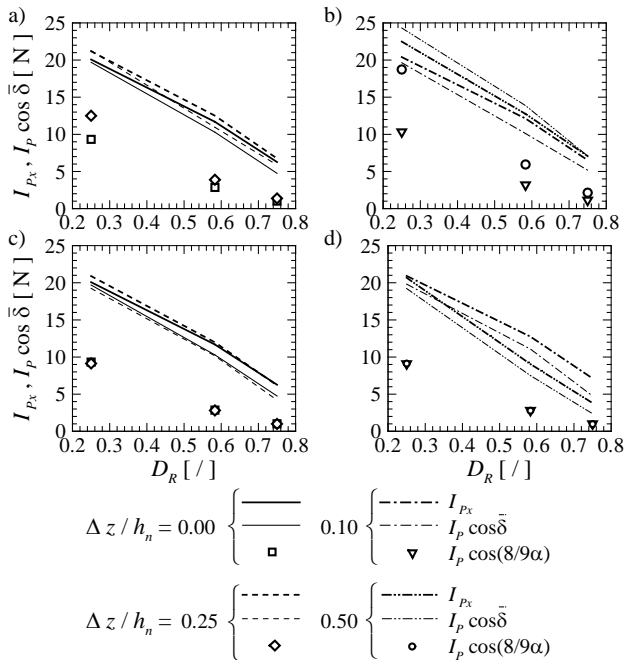


Slika 11. Uticaj kaskada u pritoci i reci na: a) i b) intenzitet komponente sile inercije pritoke  $I_{Px}$ , c) i d) doprinos komponente  $I_{Px}$  ukupnoj sili  $I_P$  i e) i f) doprinos komponente  $I_{Py}$  ukupnoj sili inercije pritoke  $I_P$

Na kraju su, na slici 12, procene intenziteta komponente sile inercije  $I_{Px}$ , zasnovane na korišćenju srednje vrednosti ugla skretanja toka  $\bar{\delta}$  (u modelu Hsua i ost.) i koeficijenta neravnomernosti ovog ugla ( $\sigma = 8/9$  u Hagerovom modelu), upoređene sa vrednošću dobijenom integracijom protoka komponente količine kretanja u pravcu  $x$  po poprečnom preseku pritoke. Na ušćima sa kaskadom u pritoci (slike 12a i 12b) kod kojih je  $\Delta z_P \leq 0,25h_n$  intenzitet komponente  $I_{Px}$  potcenjen je bez obzira na izbor parametra, dok je na ušćima sa  $\Delta z_P = 0,50h_n$  precenjen kada se procena zasniva na korišćenju ugla  $\bar{\delta}$ . Precenjivanje najviše dostiže 10%, a potcenjivanje ne prelazi 25%. Kada se procena zasniva na Hagerovoj konstantnoj vrednosti koeficijenta  $\sigma = 8/9$ , intenzitet sile  $I_{Px}$  potcenjen je više od 40%. Na ušćima sa kaskadom u reci (slike 12c i 12d), vrednost komponente  $I_{Px}$  uvek je potcenjena bez obzira na izbor parametra. Procentualno smanjenje pri jednoj vrednosti parametra  $D_R$  praktično ne zavisi ili vrlo malo zavisi od visine kaskade (parametra  $\Delta z_R / h_n$ ). I u ovom slučaju korišćenje Hagerove konstantne vrednosti koeficijenta  $\sigma$  dovodi do izrazito visokog procenta potcenjivanja intenziteta sile  $I_{Px}$  koji, ni pri jednoj vrednosti parametra  $D_R$ , nije manji od 55%. Zbog toga se za procenu intenziteta sile  $I_{Px}$  u linijskim modelima ušća ne preporučuje korišćenje konstantne vrednosti koeficijenta  $\sigma$ , osim na ušćima sa najvećim stepenom izdignutosti dna pritoke  $\Delta z_P = 0,50h_n$ . U ovom slučaju je smanjenje intenziteta sile  $I_{Px}$  u odnosu na stvarnu vrednost približno jednako smanjenju koje se dobija korišćenjem ugla  $\bar{\delta}$ . Ovo je posledica prikazane zavisnosti  $\sigma(D_R)$  (slika 5c) koja se na ušćima sa  $\Delta z_P = 0,50h_n$ , pri dominaciji pritoke, približava Guramovoj konstantnoj vrednosti.

## 6. ZAKLJUČCI

U ovom radu sproveden je niz numeričkih ogleda korišćenjem modela prostornog tečenja sa ciljem da se utvrdi kako prisustvo i visina podvodne kaskade u jednom od susjednih korita (pritoci ili reci) utiču na: 1) raspored protoka količine kretanja u nizvodnom preseku pritoke, 2) doprinose komponenta sile inercije u horizontalnoj ravni  $\{I_{Px}, I_{Py}\}$  ukupnoj sili inercije pritoke i 3) vrednosti parametara u linijskim modelima ušća koje su predložili Hager, Guram i ost. i Hsu i ost.. Primenjen je model prostornog tečenja koji je prethodno detaljno proveren korišćenjem rezultata laboratorijskih ogleda i terenskih merenja. Uticaj podvodne kaskade ispitan je za tri hidrološko-hidraulička scenarija koji se mogu javiti na ušću. Poređenjem rezultata za sedam različitih geometrija



Slika 12. Poređenje intenziteta komponente sile inercije pritoke  $I_{px}$  sa procenama zasnovanim na korišćenju srednje vrednosti ugla skretanja toka  $\bar{\delta}$  i Hagerove vrednosti koeficijenta neravnomernosti ovog ugla  $\sigma = 8/9$

dna, koje su obuhvatile dva moguća položaja kaskade (u pritoci i u reci) i nekoliko karakterističnih visina kaskade, utvrđeno je sledeće:

1. Prisustvo kaskade u pritoci i reci različito se odražava, na skretanje toka pritoke.
2. Kaskada u pritoci smanjuje to skretanje, a srednja vrednost ugla skretanja toka u poprečnom preseku ( $\bar{\delta}$ ) se za dato  $D_R$  približava uglu  $\alpha$  što je stepen izdignutosti dna pritoke  $\Delta z_P / h_n$  veći.
3. Prisustvo kaskade u reci nema uticaja na skretanje toka kada pritoka dominira nad rekam ( $D_R = 0,250$ ). Sa povećanjem uticaja reke njeno dejstvo zavisi od stepena izdignutosti  $\Delta z_R / h_n$ . Pri niskom stepenu izdignutosti ( $\Delta z_R / h_n = 0,10$ ) skretanje toka se povećava u odnosu na ušće bez kaskade, a pri umerenom i visokom stepenu, zbog preusmeravanja dela toka pritoke uzvodno, ka kaskadi ( $\delta > \alpha$ ), vrednost  $\bar{\delta}$  se povećava za 21 – 85% u odnosu na ušće bez kaskade.
4. Nezavisno od prisustva i položaja kaskade (u pritoci ili reci), vrednosti koeficijenta neravnomernosti  $\sigma$  manje su od predloženih konstantnih vrednosti  $8/9$  i  $0,85$  koje su, redom, preložili Hager i Guram i ost. i

nalaze se između korigovane Hagerove krive i one dobijene na osnovu Hsuovih rezultata merenja. Izuzetak predstavljaju ušća sa kaskadom u pritoci visine  $\Delta z_P = \{0,25; 0,50\}h_n$  pri  $D_R = 0,250$  i ušće sa kaskadom u reci visine  $\Delta z_R = 0,50h_n$  pri  $D_R = 0,750$ . Na ovim ušćima  $\sigma$ -vrednost se, redom približava: odgovarajućoj Hagerovoj korigovanoj vrednosti, Guramovoj konstantnoj vrednosti  $0,85$  i opet odgovarajućoj Hagerovoj korigovanoj vrednosti.

5. Najveći unos količine kretanja iz pritoke u reku u horizontalnoj ravni ostvaruje se u blizini nizvodnog temena ušća. Izuzetak predstavljaju ušća sa visokom kaskadom u reci ( $\Delta z_R / h_n = 0,50$ ) u situaciji kada reka dominira nad pritokom ( $D_R = 0,750$ ). Tada se unos količine kretanja u horizontalnoj ravni u blizini uzvodnog temena ušća povećava više od šest puta, tako da se kroz izvodnu trećinu preseka unosi čak trećina količine kretanja. Ostatak se unosi u blizini nizvodnog temena ušća.
6. Kaskada u reci praktično ne utiče na raspored unosa količine kretanja po dubini toka.
7. Prisustvo kaskade u pritoci povećava učešće slojeva u unosu količine kretanja, a za datu visinu kaskade procentualno povećanje je nezavisno od hidrološko-hidrauličkih uslova na ušću (vrednosti parametra  $D_R$ ).
8. Prisustvo kaskade u pritoci smanjuje njen doprinos dinamičkoj jednačini u linijskim modelima ušća. Doprinos je utoliko manji što je stepen izdignutosti  $\Delta z_P / h_n$  veći. Isti efekat ima i kaskada u reci sa najvećim stepenom izdignutosti ( $\Delta z_R / h_n = 0,50$ ). Kaskade u reci sa niskim i umerenim stepenom izdignutosti ( $\Delta z_R / h_n \leq 0,25$ ) povećavaju doprinos pritoke do 25% u odnosu na ušće bez kaskade.
9. Ne preporučuje se korišćenje srednje vrednosti ugla skretanja toka u poprečnom preseku ( $\bar{\delta}$ ) i koeficijenta neravnomernosti rasporeda ovog ugla ( $\sigma$ ) za procenu doprinosa pritoke dinamičkoj jednačini u linijskim modelima ušća, zato što se doprinos pritoke tada može potceniti i do 84% (slučaj korišćenja Hagerove konstantne vrednosti  $\sigma = 8/9$ ).

## LITERATURA

- [1] Best, J. L., and Reid, I. (1987): Closure to Separation zone at open channel junctions, J. Hydraul. Eng., ASCE, 113, 4, 545-548.
- [2] Best, J.L. (1988): Sediment transport and bed morphology at river channel confluences. Sedimentology 35: 481-498.

- [3] Biron, P. M. & Lane, S. N. (2008): Modelling hydraulics and sediment transport at river confluences. In: Rice, S. P., Roy, A. G. & Rhoads, B. L. (Eds.) *River confluences, tributaries and the fluvial network*. Wiley, 17-38.
- [4] Bradbrook, K.F., Biron, P., Lane, S.N., Richards, K.S., & Roy, A.G. (1998): Investigation of controls on secondary circulation in a simple confluence geometry using a three-dimensional numerical model, *Hydrological Processes* 12: 1371-1396.
- [5] Constantinescu, G., Miyawaki, S., Rhoads, B., Sukhodolov, A. and Kirkil, G. (2011): Structure of turbulent flow at a river confluence with momentum and velocity ratios close to 1: Insight provided by an eddy-resolving numerical simulation, *Water Resour. Res.* 47, 9W05507, doi:10.1029/2010WR010018.
- [6] Đorđević, D. (2011): Pregled i ocena analitičkih modela ušća, *Vodoprivreda*, Vol. 43, No.252-254 (2011/4-6), 117-126.
- [7] Đorđević, D. (2010): Hidraulička analiza rečnih ušća primenom numeričkih modela. Doktorska disertacija, Univerzitet u Beogradu, Građevinski fakultet, 382str.
- [8] Đorđević, D. (2013): Numerical study of 3D flow at right-angled confluences with and without upstream planform curvature. *J. of Hydroinformatics*, 15.4: 1073-1088.
- [9] Đorđević, D. (2014a): Can a 3D-numerical model be used as a substitute to a physical model in estimating parameters of 1D confluence models?, *Proc. 3rd IAHR Europe Congress, Porto*, 158-167.
- [10] Đorđević, D. (2014b): Effect of bed elevation discordance in the main river on the confluence hydrodynamics in 90° straight-channels' confluences. *7th International Conference on Fluvial Hydraulics - River Flow 2014, Lausanne, Switzerland*, 997-1005.
- [11] Đorđević, D., Stojnić, I. (2015): O uticaju podvodnih kaskada na neke hidrodinamičke pokazatelje tečenja na rečnim ušćima, *Zbornik radova 17. naučnog savetovanja Srpskog društva za hidraulička istraživanja I Srpskog društva za hidrologiju, Vršac, Srbija*, 30-41.
- [12] Gurram, S.K., Karki, K.S., and Hager, W.H. (1997) Subcritical junction flow, *J. Hydraul. Eng., ASCE*, 123, 5, 447-455.
- [13] Gurram, S. K. and Karki, S. K. (2000): Discussion of Subcritical open-channel junction flow, *J. Hydraul. Eng., ASCE*, 126, 1, 87-89.
- [14] Hager, W. H. (1987): Discussion of Separation zone at open-channel junctions, *J. Hydraul. Eng., ASCE*, 113, 4, 539-543.
- [15] Hager, W. H. (1989): Transitional flow in channel junctions, *J. Hydraul. Eng., ASCE*, 115, 2, 243-259.
- [16] Hajdin, G. (198..): *Mehanika fluida*, Građevinski fakultet, Beograd
- [17] Hsu, C.C., Wu, F.S. and Lee, W.J. (1998a): Flow at 90° equal-width open-channel junction, *J. Hydraul. Eng., ASCE*, 124, 2, 186-191.
- [18] Hsu, C.C., Lee, W.J. and Chang, C.H. (1998b): Subcritical open-channel junction flow, *J. Hydraul. Eng., ASCE*, 124, 8, 847-855.
- [19] Leite Ribeiro, M., Blankaert, K., Roy, A.G. & Schleiss, A. J. (2012) Flow and sediment dynamics in channel confluences. *J. Geophys. Res.*, 117, F01035, DOI: 10.1029/2011JF002171.
- [20] Lin, J. D. and Soong, H. K. (1979): Junction losses in open channel flows, *Water Resour. Res.*, 15, 2, 414-419.
- [21] Kennedy, B. (1984): On Playfair's law of accordant junctions. *Earth Surface Processes and Landforms*, 9: 153-173.
- [22] Olsen, N.R. (2000): *CFD Algorithms for Hydraulic Engineering*. Trondheim: The Norwegian University of Science and Technology.
- [23] Olsen, N.R. (2012): *A three-dimensional numerical model for simulation of sediment movements in water intakes with multi-block option – User's Manual*, The Norwegian University of Science and Technology, Trondheim.
- [24] Ramamurthy, A. S., Carballada, L.B. and Tran, D. M. (1988) Combining open channel flow at right angled junctions, *J. Hydraul. Eng., ASCE*, 114, 12, 1449-1460.
- [25] Shabayek, S., Steffler, P., and Hicks, F. (2002): Dynamic model for subcritical combining flows in channel junctions, *J. Hydraul. Eng., ASCE*, 128(9): 821-828.
- [26] Shumate, E.D., (1998): Experimental description of flow at an open-channel junction. Unpublished Master thesis, Univ. of Iowa, Iowa, 150 p.

[27] Taylor, E. H. (1944): Flow characteristics at rectangular open-channel junctions, Transactions, ASCE, 109, 893-912.

[28] Weber, N. B. and Greated, C. A. (1965): An investigation of flow behaviour at the junction of rectangular channels, Proc. Instn. of Civ.Engrs, Thomas Telford Ltd, London, 34, 321-334.

## EFFECT OF BED ELEVATION DISCORDANCE ON MOMENTUM-FLUX FROM TRIBUTARY FLOW AND PARAMETER VALUES IN 1D CONFLUENCE MODELS

by

Dejana ĐORĐEVIĆ,  
University of Belgrade, Faculty of Civil Engineering  
Ivan STOJNIĆ  
IST Lisbon, Portugal and EPFL, Lausanne, Switzerland

### Summary

Bathymetric surveys in confluences of both alluvial and mountaneous rivers have shown that a bed step at a tributary entrance to the confluence is a common morphological feature and that it may also develop in the main-river. Thus, this paper aims at studying how the presence of the bed step in either upstream channel and the extent of bed elevation discordance (i.e. bed step height) affect contribution of the tributary flow to the 1D momentum equation. To this aim, a 3D model is used to find distributions of the flow angle and the momentum-flux in the downstream cross-section of the tributary under three possible scenarios in the confluence:  $D_R = Q_R / Q_n = \{0,250; 0,583; 0,750\}$ , where  $Q_R$  and  $Q_n$  are flow discharges in the main-river upstream and downstream of the confluence. Effects of three extents of bed elevation discordance in both channels are analysed:  $\Delta z_P / h_n = \{0,10; 0,25; 0,50\}$  and  $\Delta z_R / h_n = \{0,10; 0,25; 0,50\}$ , where  $\Delta z_P$  and  $\Delta z_R$  stand for bed step heights in the tributary and the main-river and  $h_n$  stands for the flow depth in the main-river at the confluence. Distributions

are used to calculate the component of the tributary force of inertia that acts in the main-river direction  $I_{Px}$ , and parameters of 1D confluence models that are used for its estimation, i.e. the mean cross-sectional flow angle  $\bar{\delta}$  and  $\sigma$  – the correction coefficient for this angle. It is found that the bed step in the tributary and the step with the heighest extent of bed elevation discordance in the river reduce contribution of the tributary flow to 1D momentum equation from 8% to 58%, while that in the main-river with low and moderate extent increase its contribution by 15-30% depending on the  $D_R$ -value. It is also shown that the value of Hager's correction coefficient  $\sigma$  is not constant. It rather depends on both parameters ( $D_R$  and  $\Delta z / h_n$ ). In that respect the best-fitting curves  $\sigma(D_R)$  are found for each cascade.

Key words: river confluence, bed step, momentum-flux, 1D confluence-model parameters, tributary force of inertia

Redigovano 11.11.2016.