

Određivanje komponenti odstupanja vertikalne primenom globalnog geopotencijalnog modela EGM2008

OLEG R. ODALOVIĆ, Univerzitet u Beogradu,

Građevinski fakultet, Beograd,

MARKO D. STANKOVIĆ, Univerzitet u Beogradu,

Građevinski fakultet, Beograd,

SANJA M. GREKULOVIĆ, Univerzitet u Beogradu,

Građevinski fakultet, Beograd,

DANILO S. JOKSIMOVIĆ, Univerzitet u Beogradu,

Građevinski fakultet, Beograd,

MILJANA S. TODOROVIĆ DRAKUL, Univerzitet u Beogradu,

Građevinski fakultet, Beograd.

Prethodno saopštenje

UDC: 528.28

DOI: 10.5937/tehnika18033330

U okviru rada prikazano je određivanje komponenti odstupanja vertikalne primenom Globalnog geopotencijalnog modela EGM2008 (Earth Gravitational Model 2008). Komponente su određene u dve grupe tačaka: 4083 tačke relativno pravilno raspoređene po teritoriji Srbije i 46 Laplasovih i geoidnih tačaka koje su određene u Srbiji u prošlom veku, od strane niza institucija. Sva prikazana određivanja u okviru rada odnose se na Geodetski referentni sistem 1980 (Geodetic Reference System 1980 – GRS80), pri čemu se koordinate svih korišćenih tačaka odnose na Međunarodni referentni okvir za epohu 1996 (International Terrestrial Frame 1996 - ITRF96). Analizom rezultata određivanja pokazano je da se EGM2008 može koristiti za aproksimaciju astrogeodetskih određivanja sa saglasnošću od nekoliko lučnih sekundi.

Ključne reči: vertikalna, astrogeodetska određivanja, globalni geopotencijalni modeli

1. UVOD

Ugao odstupanja vertikalne u proizvoljnoj tački P koja se nalazi na fizičkoj površi Zemlje (slika 1) je ugao koji međusobno grade normalna vertikalna i vertikalna, kao linije sila normalnog i realnog potencijala Zemljine teže, respektivno.

U geodetskim teorijskim i praktičnim razmatranjima ugao odstupanja vertikalne tretira se putem komponenti u pravcu sever-jug:

$$\xi = \Phi - \varphi^* \quad (1)$$

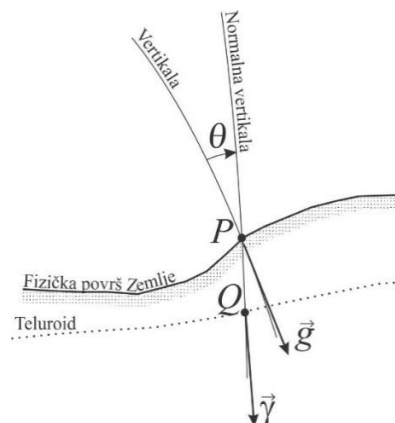
i u pravcu zapad-istok

$$\eta = (\Lambda - \lambda^*) \cos \varphi \quad (2)$$

gde su Φ i Λ astronomske koordinate tačke P , λ^* i φ^*

normalne koordinate tačke P , a φ elipsoidna širina tačke tačke P [1]

Komponente je moguće direktno merenjima odrediti u proizvoljnoj tački na fizičkoj površi Zemlje određivanjem astronomskih i geodetskih koordinata relevantne tačke i uzimanjem u obzir zakrivljenosti normalne vertikalne.



Slika 1 - Ugao odstupanja vertikalne na fizičkoj površi Zemlje

Adresa autora: Oleg Odalović, Univerzitet u Beogradu, Građevinski fakultet, Beograd, Bulevar kralja Aleksandra 73

e-mail: odalovic@grf.bg.ac.rs

Rad primljen: 05.06.2018.

Rad prihvaćen: 11.06.2018.

2. KOMPONENTE ODSUPANJA VERTIKALE U FUNKCIJI SFERNIH HARMONIKA

Anomalijski potencijal u funkciji sfernih harmonika i u sfernoj aproksimaciji može se zapisati u obliku [2]:

$$T = \frac{GM}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^n Y_n^T, \quad (3)$$

gde je

$$Y_n^T = \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(t), \quad (4)$$

i gde su GM proizvod univerzalne gravitacione konstante i mase tela Zemlje, a velika poluosa nivoskog elipsoida geodetskog referentnog sistema, r , θ i λ sferne koordinate tačke u kojoj se komponente odstupanja određuju, n i m stepen i red sfernoharmonijskog razvoja, \bar{C}_{nm} i \bar{S}_{nm} razlika koeficijenata sfernoharmonijskog razvoja realnog i normalnog potencijala, $\bar{P}_{nm}(t)$ ortonormirane Ležandrove funkcije i $t = \cos \theta$.

Ortonormirane Ležandrove funkcije moguće je odrediti iz Ležandrovih funkcija:

$$P_{nm}(t) = \frac{1}{2^n n!} (1-t^2)^{\frac{m}{2}} \frac{d^{n+m}}{dt^{n+m}} (t^2-1)^n, \quad (5)$$

korišćenjem relacija:

$$\bar{P}_{n0}(t) = \sqrt{2n+1} P_{n0}(t) \quad (6)$$

$$\bar{P}_{nm}(t) = \sqrt{\frac{2(2n+1)(n-m)!}{(n+m)!}} P_{nm}(t) \quad (7)$$

za $m = 0$ i $m \neq 0$, respektivno.

Na bazi teorijski definisanih veza anomalijskog potencijala i komponenti odstupanja vertikalne,

$$\xi = \frac{1}{a} \frac{\partial(T/\gamma)}{\partial \theta} \quad (8)$$

$$\eta = -\frac{1}{a \sin \theta} \frac{\partial(T/\gamma)}{\partial \lambda} \quad (9)$$

komponente odstupanja vertikalne moguće je prikazati u funkciji sfernih harmonika:

$$\xi = \frac{GM}{ar\gamma} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^n Y_n^\xi \quad (10)$$

$$\eta = \frac{GM}{ar\gamma \sin \theta} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^n Y_n^\eta \quad (11)$$

gde su:

$$Y_n^\xi = \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \frac{\partial \bar{P}_{nm}(t)}{\partial \theta} \quad (12)$$

$$Y_n^\eta = \sum_{m=0}^n (m \bar{C}_{nm} \sin m\lambda - \bar{S}_{nm} \cos m\lambda) \bar{P}_{nm}(t), \quad (13)$$

gde je γ vrednost normalnog ubrzanja na teluroidu i gde se prvi izvodi Ležandrovih funkcija u pravcu koordinate θ mogu odrediti iz rekurentnih relacija:

$$\frac{\partial \bar{P}_{n0}(t)}{\partial \theta} = -\sqrt{\frac{(n+1)n}{n}} P_{n0}(t) \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{P}_{nm}(t)}{\partial \theta} &= m \cot \theta \bar{P}_{nm}(t) \\ &\quad - \sqrt{(n+m+1)(n-m)} \bar{P}_{n(m+1)}(t), \end{aligned} \quad (15)$$

takođe za $m = 0$ i $m \neq 0$, respektivno.

3. GLOBALNI GEOPOTENCIJALNI MODEL EGM2008

Globalni geopotencijalni model EGM2008 (Earth Gravitational Model 2008) razvijen je od strane niza institucija u Sjedinjenim Američkim Državama (SAD) korišćenjem satelitskog rešenja ITG-GRACE03S u kombinaciji sa vrednostima anomalija slobodnog vazduha, sa prostornom rezolucijom od 5 lučnih minuta u oba pravca [3].

Anomalije slobodnog vazduha u navedenoj rezoluciji određene su kombinovanjem terestričkih, altimetrijskih i anomalija ubrzanja određenih iz vazduha. U predelima u kojima nije bilo raspoloživih rezultata određivanja anomalija korišćene su informacije o gravitacionom polju određene na osnovu digitalnih modela terena.

Model je razvijen do stepena i reda 2159, a do stepena i reda koji odgovara rezoluciji od 5 lučnih minuta, odnosno do stepena 2190 i reda 2159, došlo se dodatnim matematičkim modeliranjima na osnovu poznatih fizičkih definisanih relacija.

Po autorima modela, kvalitet modela EGM2008 direktno zavisi od kvaliteta raspoloživih podataka. Na teritoriji SAD i teritoriji Australije modelom je moguće odrediti komponente odstupanja vertikalne sa tačnošću od ± 1.1 lučne sekunde do ± 1.3 lučne sekunde, a anomalije visina ili undalacije geoida, na istim teritorijama, čak do nivoa tačnosti od ± 5 cm do ± 10 cm.

U poređenju sa rezultatima koji slede na osnovu primene prethodnog modela EGM96 (Earth Gravitational Model 1996) autori modela tvrde da se postiglo unapređenje od 6 puta u pogledu rezolucije i 3 do 6

puta u pogledu kvaliteta aproksimacije funkcionala anomalijskog potencijala.

Model je moguće preuzeti u obliku tekstualne datoteke sa internet strane <http://icgem.gfz-potsdam.de/home>.

4. ODREĐIVANJE KOMPONENTI ODSUPANJA VERTIKALE PRIMENOM EGM2008

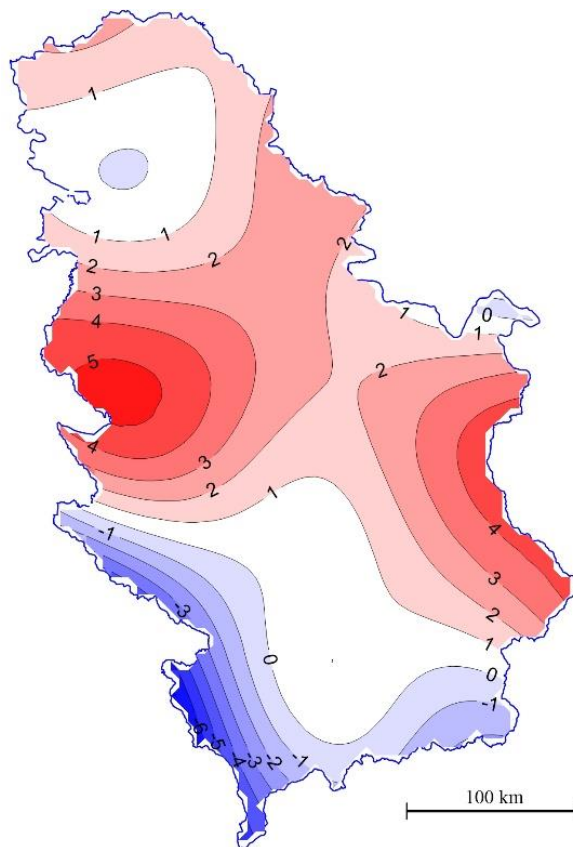
Određivanje komponenti odstupanja vertikalna primenom modela EGM2008 moguće je izvesti upravo prikazanim izrazima u poglavlju 2, pri čemu se znak za beskonačno mora zameniti maksimalnim stepenom globalnog modela ($N_{\max} = 2190$). Pored navedenog potrebno je napomenuti da su korišćeni koeficijenti oslobođeni direktnog i indirektnog uticaja Sunca i Meseca (tide-free model). Prikazani izrazi primenjeni su u 4083 tačke relativno pravilno raspoređene po teritoriji Srbije (slika 2). Koordinate tačaka i njihove visine korišćene u proračunima preuzete su iz podataka gravimetirskog premera Srbije [4]. Osnovni statistički podaci visina tačaka prikazani su u tabeli 1, a rezultati određivanja komponenti prikazani su redom na slikama 3 i 4 i u tabelama 2 i 3.

Tabela 1. Osnovni statistički podaci visina tačaka

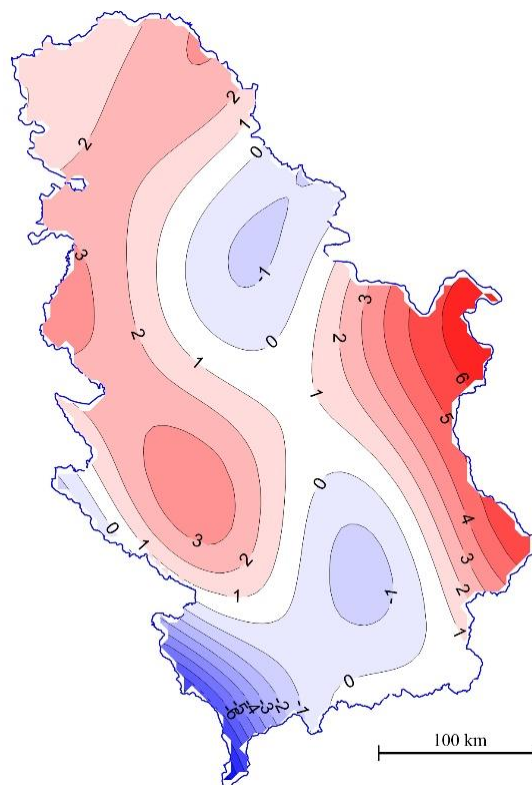
Broj tačaka	Minimalna visina	Maksimalna visina	Srednja vrednost	Standardna devijacija
	Jedinice: m			
4083	34.83	2579.95	454.83	402.63



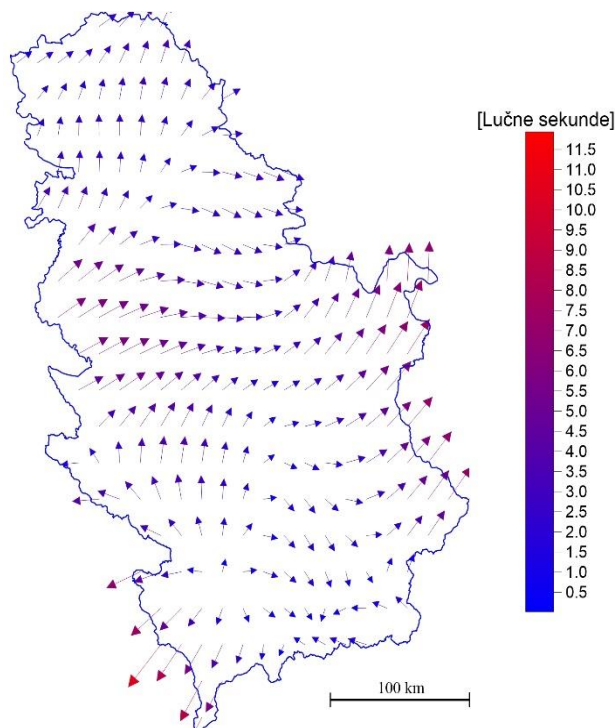
Slika 2 – Prostorni raspored tačaka



Slika 3 – Opšti oblik površi komponente ξ (ekvidistancija: jedna lučna sekunda)



Slika 4 - Opšti oblik površi komponente η (ekvidistancija: jedna lučna sekunda)



Slika 5 – Vektorski prikaz ugla odstupanja vertikale

Tabela 2. Osnovni statistički podaci komponenti ζ^{GM}

Broj tačkaka	Minimalna vrednost	Maksimalna vrednost	Srednja vrednost	Standardna devijacija
	Jedinice: lučne sekunde			
4083	-7.2	5.3	1.4	1.9

Tabela 3. Osnovni statistički podaci komponenti η^{GM}

Broj tačkaka	Minimalna vrednost	Maksimalna vrednost	Srednja vrednost	Standardna devijacija
	Jedinice: lučne sekunde			
4083	-10.7	6.9	1.3	2.1

Dobijeni rezultati prikazani su u obliku ukupnih odstupanja na slici 5 sa koje se može uočiti da oko 90% odstupanja ima smer ka severu ili severo-istoku, dok se u južnom delu Srbije smer naglo menja u smer ka jugu ili jugo-zapadu.

5. PRIMENA MODELA EGM2008 U LAPLASOVIM I GEOIDNIM TAČKAMA

Astrogeodetska određivanja u Srbiji izvođena su uglavnom u prošlom veku i grubo se mogu podeliti na određivanja pre i posle drugog svetkog rata [5].

Astrogeodetska određivanja pre Drugog svetskog rata izvođena su od strane S. Boškovića i publikovana u radu „Skretanje vertikala u Srbiji“. Tom prilikom Bošković je odredio latitude i azimute na oko 30 tačkaka na teritoriji Srbije.

Pre Drugog svetskog rata, preciznije između dva rata, astrogeodetska određivanja je izvodio Vojnogeografski institut (VGI) pri čemu je u okviru Međunarodnih određivanja longituda 1926. i 1933. godine određeno 40 tačkaka. Veći deo ovih određivanja izgubljen je u toku Drugog svetskog rata.

Posle Drugog svetskog rata astrogeodetska određivanja, a u cilju obezbeđenja solidne osnove za pravilnu orijentaciju naše osnovne trigonometrijske mreže, izvodile su tri institucije: Vojno geografski institut (VGI), Savezna geodetska uprava (SGU) i Institut za geodeziju Građevinskog fakulteta (IG). Do 1960. godine VGI je odredio četrnaest dvostrukih Laplasovih azimuta i pet jednostranih azimuta izlaznih strana osnovičkih mreža, a u periodu od 1961. do 1969. određeno je i 68 geoidnih tačkaka. SGU radove započinje 1956. godine. U periodu od 1956. do 1964. godine određene su 24 Laplasove tačke, a u periodu od 1962. do 1973. godine još deset geoidnih tačkaka. Krajnje tačke osnove Paračin, astronomsku tačku Narodna opservatorija Beograd i Test poligon Rudarsko-geološkog fakulteta Avala, odredio je IG, čiji su članovi u okviru projekta „Geodetski referentni okvir Beograda“, Ministarstva za nauku i tehnologiju Republike Srbije, u 2002. godini odredili na teritoriji šireg područja Beograda još 4 tačke. Posebno, astrogeodetska određivanja izvođena su i na Astronomskoj opservatoriji (AO) u kojoj postoji duga tradicija vršenja astrogeodetskih određivanja u okviru njenih stalnih službi - Službe latitude i Službe astronomskog vremena i longitude.

Potrebno je napomenuti da su astrogeodetska merenja koja je radio IG tačnosti koja je veća od 0.3", kao i to da je u okviru studije „Referentne geodetske mreže“ naveden niz aktivnosti koje se moraju sprovesti pre adekvatnog definisanja tačnosti ostalih pomenutih astrogeodetskih podataka.

Od svih navedenih određivanja u ovom istraživanju korišćeno je ukupno 46 parova astronomskih i geodetskih koordinata. Korišćenjem izraza (1) i (2), pri čemu su umesto normalnih koordinata korišćene geodetske koordinate određene u sistemu GRS80, epoha ITRF96, određene su komponente odstupanja vertikala u navedenih 46 tačkaka. Komponente su u okviru ovih istraživanja označene simbolima ζ^{AG} i η^{AG} .

Osnovni statistički podaci ovih određivanja prikazani su u tabelama 4 i 5.

Tabela 4. Osnovni statistički podaci komponenti ζ^{AG}

Broj tačkaka	Minimalna vrednost	Maksimalna vrednost	Srednja vrednost	Standardna devijacija
	Jedinice: lučne sekunde			
46	-7.2	6.5	1.0	2.7

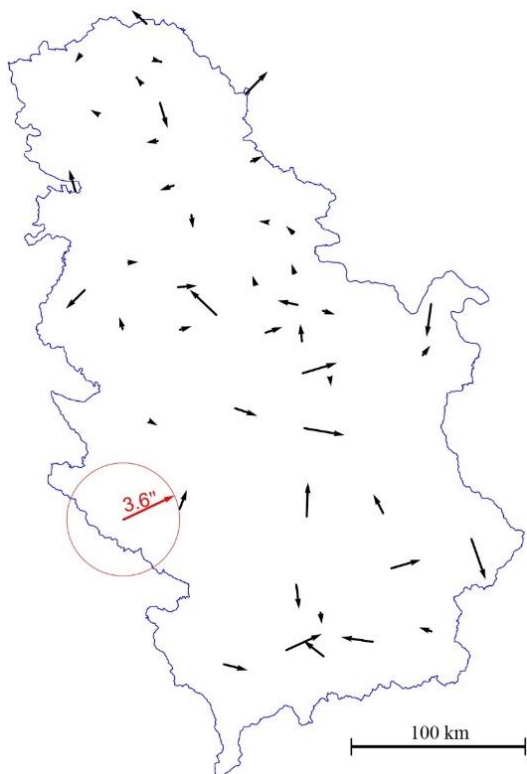
Tabela 5. Osnovni statistički podaci komponenti η^{AG}

Broj tačkaka	Minimalna vrednost	Maksimalna vrednost	Srednja vrednost	Standardna devijacija
	Jedinice: lučne sekunde			
46	-5.9	9.7	0.9	3.0

Korišćenjem izraza prikazanim u poglavlju 2 određene su komponente odstupanja vertikalne u svih 46 tačkaka i formirani su skupovi razlika:

$$R^{\xi} = \xi^{GGM} - \xi^{AG} \quad (11)$$

$$R^{\eta} = \eta^{GGM} - \eta^{AG} \quad (12)$$



Slika 6 – Vektorski prikaz ukupnih neslaganja

Osnovni statistički podaci ovih određivanja prikazani su u tabelama 6 i 7. Grafički prikaz ukupnih neslaganja:

$$R = \sqrt{(R^{\xi})^2 + (R^{\eta})^2} \quad (13)$$

dat je na slici 6.

Tabela 6. Osnovni statistički podaci skupa razlika R^{ξ}

Broj tačkaka	Minimalna vrednost	Maksimalna vrednost	Srednja vrednost	Standardna devijacija
	Jedinice: lučne sekunde			
46	-2.6	2.2	0.2	1.0

Tabela 7. Osnovni statistički podaci skupa razlika R^{η}

Broj tačkaka	Minimalna vrednost	Maksimalna vrednost	Srednja vrednost	Standardna devijacija
	Jedinice: lučne sekunde			
46	-2.0	3.3	0.2	1.2

6. ZAKLJUČAK

Iz rezultata prikazanih u prethodnom poglavlju može se zaključiti sledeće:

- komponente odstupanja vertikalne, u opštem slučaju, ne prelaze vrednost od približno 13 lučnih sekundi u odnosu na sistem GRS80,
- primenom modela EGM2008 moguće je aproksimirati odstupanja vertikalne u rasponu od 4.8 lučne sekunde za komponentu ξ i 5.3 lučne sekunde za komponentu η , sa srednjom vrednošću od 0.2 lučne sekunde i
- standardne devijacije dobijenih razlika ukazuju gotovo potpuno poklapanje sa navodima autora modela o kvalitetu modela.

7. ZAHVALNICA

Rad je nastao u okviru istraživanja na projektu „Unapređenje geodetske infrastrukture Srbije za potrebe savremenog državnog premera (TR36020)“, čiju je realizaciju omogućilo Ministarstvo prosvete, nauke i tehnološkog razvoja.

LITERATURA

- Hofmann-Wellenhof, B. & Moritz, H. *Physical geodesy*, Springer, Vienna, 2005.
- Gruber, T., Rummel, R., Abrikosov, O., & van Hees, R., GOCE High Level Processing Facility, GOCE Level 2 Product Data Handbook, GO-MA-HPF-GS-0110, Issue 4, Revision 3, Dostupno na <https://earth.esa.int>, 2010.
- Pavlis N. K, Holmes S. A, Kenyon S. C, & Factor J. K, The development and evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008). *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* (1978-2012), 117.
- Odalović O, Starčević M, Grekulović S, Burazer M, Aleksić I, The Establishment Of A New Gravity Reference Frame For Serbia, *Survey Review*, Vol. 44, No 327, pp. 272-81, United Kingdom, 2012. DOI: 10.1179/1752270611Y.0000000033, 2012.
- Bratuljević, N., R. Mrkić, V. Milovanović, S. Delčev, D. Blagojević, V. Vasiljev, *Geodetske referentne mreže*, Institut za Geodeziju, Beograd, 1995.

SUMMARY**DETERMINATION OF DEFLECTION OF THE VERTICAL COMPONENTS BY USING GLOBAL GEOPOTENTIAL MODEL EGM2008**

This paper presents the determination of the vertical deflection components using the Global Geopotential Model EGM2008. The components are defined in two groups of points: 4083 points are relatively correctly distributed across the territory of Serbia and 46 Laplas and geoid points defined in Serbia in the past century, from the set of institutions. All presented determinations in this paper are related to the Geodetic Reference System 1980 (GRS80), with the coordinates of all the points used to refer to the International Terrestrial Frame 1996 (ITRF96). Analysis of the results of the determination showed that the EGM2008 can be used to approximate the astrogeodetic determination with the agreement of several arc seconds.

Key words: *vertical, astrogeodetic, global geopotential models*