

# ELASTIČNA KRITIČNA SILA PLOČA I LIMENIH NOSAČA POD DEJSTVOM LOKALIZOVANOG OPTEREĆENJA

## ELASTIC CRITICAL LOAD OF PLATES AND PLATE GIRDERS SUBJECTED TO PATCH LOAD

Isidora JAKOVLJEVIĆ  
Saša KOVAČEVIĆ  
Nenad MARKOVIĆ

ORIGINALNI NAUČNI RAD  
ORIGINAL SCIENTIFIC PAPER  
UDK:624.073.44  
doi:10.5937/GRMK1804055J

### 1 UVOD

Poslednjih decenija problemi stabilnosti i postkritičnog ponašanja limenih nosača značajno privlače pažnju. Intenzivno je istraživano ponašanje limenih nosača (zavarenih I poprečnih preseka) pri dejstvu lokalizovanog opterećenja, odnosno pod uticajem delimično raspodeljenog opterećenja po nožici, i to na mestima gde neposredno ispod zadatog opterećenja ne postoje vertikalna (poprečna) ukrućenja. Važnost ovog problema porasla je sa opštim trendom izbegavanja vertikalnih ukrućenja izuzimajući preseke iznad oslonaca, i u slučaju postojanja pokretnog opterećenja. Sem kranskih nosača opterećenih točkovima kрана, važan primer ovakvog opterećenja odnosi se na prevlačenje konstrukcije preko privremenih ili stalnih oslonaca, tokom montaže kontinualnih čeličnih mostova.

Analiza ponašanja nosača pri dejstvu lokalizovanog opterećenja obuhvata određivanje raspodele lokalnih normalnih napona u rebru nosača, određivanje elastične kritične sile izbočavanja i određivanje granične nosivosti nosača. Granična nosivost igra bitnu ulogu pri proračunu. Naučnici iz mnogih zemalja bavili su se teorijskim i eksperimentalnim istraživanjima ovog problema tokom

### 1 INTRODUCTION

The stability problems and ultimate load behaviour of steel plate girders have attracted a lot of attention during the last decades. The behaviour of the plate girder (welded I-girder) subjected to patch load or partially distributed load on the flange in the plane of a web, without a vertical (transverse) stiffener below the load was also intensively investigated. This problem has got the importance with a general trend to avoid vertical stiffeners except at supports and also in the case of moving loads. Except for crane girders loaded by crane wheels, a remarkable realistic load case in which this situation arises is the launching phase of multi-span steel plate girder bridges during construction over temporary or permanent supports.

In the analysis of the behaviour of the patch loaded girder the attention is directed towards the distribution of the local direct stresses under the load in the web, the elastic critical load of the web panel and the ultimate load of the girder. For the development of design procedures, the ultimate load is of a great importance. The research workers in many countries have investigated theoretically and experimentally this problem over

---

Isidora Jakovljević, master inž. građ, Univerzitet u Beogradu, Građevinski fakultet, Bulevar kralja Aleksandra 73, 11000 Beograd, Srbija, [isidora@imk.grf.bg.ac.rs](mailto:isidora@imk.grf.bg.ac.rs)  
Saša Kovačević, master inž. građ, School of Mechanical and Materials Engineering, Washington State University, Pullman, WA 99164, USA, [sasa.kovacevic@wsu.edu](mailto:sasa.kovacevic@wsu.edu)  
docent dr Nenad Marković, dipl. građ. inž., Univerzitet u Beogradu, Građevinski fakultet, Bulevar kralja Aleksandra 73, 11000 Beograd, Srbija, [nenad@grf.bg.ac.rs](mailto:nenad@grf.bg.ac.rs)

---

Isidora Jakovljevic, MSc, University of Belgrade, Faculty of Civil Engineering, Bulevar kralja Aleksandra 73, 11000 Belgrade, Republic of Serbia, [isidora@imk.grf.bg.ac.rs](mailto:isidora@imk.grf.bg.ac.rs)  
Sasa Kovacevic, MSc, School of Mechanical and Materials Engineering, Washington State University, Pullman, WA 99164, USA, [sasa.kovacevic@wsu.edu](mailto:sasa.kovacevic@wsu.edu)  
Assis. Prof. Nenad Markovic, PhD, University of Belgrade, Faculty of Civil Engineering, Bulevar kralja Aleksandra 73, 11000 Belgrade, Republic of Serbia, [nenad@grf.bg.ac.rs](mailto:nenad@grf.bg.ac.rs)

poslednjih pedeset godina. Međutim, i značajan broj eksperimenata i složenog teoretskog rada nije pružio potpun uvid u rešenje problema, tako da su i dalje širom sveta u toku značajna istraživanja različitih segmenata ove oblasti.

U početnim fazama istraživanja, ulagani su napor da se granična nosivost dovede u vezu sa elastičnom kritičnom silom izbočavanja [8], [5], [15]. Međutim, vrlo brzo je utvrđeno da ovo u opštem slučaju nije moguće. Takođe, ni analitički postupci nisu našli odgovarajuću primenu, s obzirom na kompleksnost problema i veliki broj međusobno zavisnih promenljivih. Kao posledica navedenog, većina predloženih rešenja je empirijske prirode, zasnovana na eksperimentalnim istraživanjima. S razvojem kompjuterskih programa koji se zasnivaju na metodi konačnih elemenata (MKE) i povećanim mogućnostima samih računara, omogućen je razvoj „numeričkih eksperimenata“ koji su danas u širokoj upotrebi.

S razvojem Evrokodova za proračun građevinskih konstrukcija, primenjen je novi pristup pri proračunu lokalizovanog opterećenja, u skladu s rešenjima datim za druge probleme stabilnosti. Glavni elementi pri proračunu graničnog lokalizovanog opterećenja jesu elastična kritična sila, opterećenje pri kom dolazi do plastifikacije i koeficijent redukcije. Elastična kritična sila (izbočavanja) dobila je ponovo značaj s obzirom na to što se koristi pri određivanju relativne vitkosti  $\bar{I}_F$  prema sledećem izrazu [3]:

$$\bar{I}_F = \sqrt{\frac{l_y t_w f_{yw}}{F_{cr}}} \quad (1)$$

gde su:

$l_y$  – efektivna opterećena dužina,  
 $t_w$  – debljina rebra,  
 $f_{yw}$  – granica razvlačenja rebra,  
 $F_{cr}$  – kritična sila izbočavanja, definisana kao:

where are:

$l_y$  – the effective loaded length,  
 $t_w$  – the web thickness,  
 $f_{yw}$  – the yield strength of the web,  
 $F_{cr}$  – the critical buckling force, defined as:

$$F_{cr} = 0.9 k_F E \frac{t_w^3}{h_w} \quad (2)$$

gde su:

$k_F$  – koeficijent izbočavanja,  
 $E$  – modul elastičnosti,  
 $h_w$  – visina rebra.

where are:

$k_F$  – the buckling coefficient,  
 $E$  – the modulus of elasticity,  
 $h_w$  – the web depth.

Rešenja primenjena u Evrokodu 3 za proračun čeličnih konstrukcija [3] koriste uprošćene izraze za određivanje koeficijenata izbočavanja. Na primer, za limeni nosač na kom je poprečna sila aplicirana na gornjoj nožici, na mestu između dva vertikalna ukrućenja, koja su na međusobnom rastojanju  $a$ , koeficijent izbočavanja treba odrediti prema jednačini 3:

The solution applied in Eurocode 3 for design of steel structures [3] uses simplified expressions for the buckling coefficients. For example, for a plate girder under patch load applied on the top flange, between two vertical stiffeners on a distance  $a$ , the buckling coefficient should be obtained using Eq. 3:

$$k_F = 6 + 2 \left( \frac{h_w}{a} \right)^2 \quad (3)$$

Kao što se može primetiti, izraz iz jednačine 3 ne uzima u obzir dužinu na kojoj je aplicirano poprečno opterećenje. Naveden izraz za određivanje koeficijenta izbočavanja usvojen je uprošćenjem izraza koji je predložio Lagerkvist [8]:

As it could be observed, the given expression in Eq. 3 does not account the distribution length of an applied patch load. This expression for determination of buckling coefficient is adopted by simplifying the expression proposed by Lagerqvist [8]:

$$k_F = \left( 1 + \frac{s_s}{2h_w} \right) \left( 5.3 + 1.9 \left( \frac{h_w}{a} \right)^2 + 0.4 \sqrt{b} \right), \quad b = \frac{b_f \cdot t_f^3}{h_w \cdot t_w^3} \quad (4)$$

gde su:

$s_s$  – dužina zadatog opterećenja,  
 $b_f$  – širina nožice,  
 $t_f$  – debljina nožice.

Za razliku od jednačine 3, izraz 4 uključuje odnos krutosti nožice i rebra, kao i odnos između dužine zadatog opterećenja i visine rebra.

Tokom osamdesetih godina prošlog veka započeta su istraživanja lokalizovanog opterećenja na Građevinskom fakultetu Univerziteta u Beogradu u okviru internacionalne saradnje sa Univerzitetom u Kardifu (sa T. M. Robertsom) i sa Češkom akademijom nauka u Pragu (sa M. Škaloudom). U kasnijem periodu, saradnja je nastavljena s Građevinskim fakultetom Univerziteta Crne Gore u Podgorici (sa D. Lučićem i njegovim saradnicima), gde su takođe sprovedena intenzivna istraživanja [2]. Postignuti rezultati eksperimentalnih ispitivanja [9] upoređeni s prediktivnim vrednostima koje daje Evrokod 3 pokazali su [10] da standard predviđa izrazito konzervativne rezultate. Ovaj rad je pokušaj da se daju izvesna poboljšanja navedenih procedura.

Elastična kritična sila izolovanog rebra nosača upoređena je sa elastičnim kritičnim opterećenjem za I-nosač. Zatim su eksperimentalno određena granična opterećenja upoređena s rezultatima koje predviđa Evrokod 3, kao i s modifikovanim procedurama koje obuhvataju predloženu korekciju za određivanje elastične kritične sile uzimajući u obzir dužinu rasprostiranja zadatog lokalizovanog opterećenja.

Danas su tehnike numeričke analize u širokoj upotrebi u istraživanjima, kao i u analizi i proračunu čeličnih konstrukcija. Numeričke analize zasnovane na principu primene MKE najčešće su primenjivan alat u ovoj oblasti i uspešno su korišćene u mnogim radovima koji se tiču određivanja kritične sile izbočavanja limenih nosača pod dejstvima različitih opterećenja. U ovoj numeričkoj analizi korišćen je komercijalni program *Abaqus* [1]. Radi sticanja boljeg uvida i poređenja rezultata, geometrija i opterećenje nosača modelirani su u skladu sa onim primenjenim u eksperimentu [9].

## 2 NUMERIČKA SIMULACIJA

Kao što je prethodno navedeno, cilj ovog rada je poređenje elastične kritične sile izolovanog rebra nosača variranih uslova oslanjanja, s kritičnom silom izbočavanja I-nosača. Analizirane su dve ploče šematski prikazane na slici 1, označene kao *Model 1* sa odnosom dimenzija  $a/h_w = 1$  i *Model 2* sa odnosom dimenzija  $a/h_w = 2$  ( $a = 1000$  mm). Debljina rebra, tj. ploče je  $t_w = 4$  mm. Dužina zadatog raspodeljenog opterećenja  $s_s$  je varirana. Step en slobode 2 sprečen je duž vertikalnih ivica, dok je step en slobode 3 sprečen duž sve četiri ivice. Analizirana su tri različita slučaja:

- (a) slobodno oslonjenja ploča bez dodatnih sprečenih pomeranja,
- (b) ploča slobodno oslonjena duž vertikalnih i

where are:

$s_s$  – the patch load length,  
 $b_f$  – the flange width,  
 $t_f$  – the flange thickness.

Unlike Eq. 3, expression 4 includes a ratio between flange and web stiffness and a ratio between load length and web depth.

The investigation of patch load has started at the Faculty of Civil Engineering University of Belgrade initially in the eighties within an international cooperation with the University of Cardiff (with T. M. Roberts) and with the Czech Academy of Sciences in Prague (with M. Skaloud). In the last period, the collaboration was continued with the Faculty of Civil Engineering University of Montenegro in Podgorica (with D. Lučić and his collaborators), where intensive researches were also carried out [2]. The results obtained in the experimental research [9] compared with the procedures applied in Eurocode 3 had shown [10] significantly conservative results given by Eurocode 3. An attempt is made in this paper to give some improvements to that procedure.

Elastic critical load of an isolated web plate for different boundary conditions is compared with an elastic critical load of an I-girder. Moreover, the experimentally determined ultimate load is compared with the procedure given in Eurocode 3, as well as with the modified Eurocode procedure including the suggested correction for determination of the elastic critical load accounting the distribution length of an applied patch load.

Nowadays, numerical analysis techniques are widely used in research involving structural steel and in analyses and designs of steel structures and elements. The FE method based numerical analysis is the most popular computational tool in this field and it has been successfully applied in many papers regarding the critical load of plate girders under different loading conditions. The commercial multi-purpose FE analysis software *Abaqus* was used for the numerical analysis [1]. In order to get a better insight into the problem, geometry and loading of the girders were considered according to those applied in the accompanying experimental research [9].

## 2 NUMERICAL SIMULATION

Introductory it was stated that the purpose of this paper is the comparison of the elastic critical loads for an isolated web plate, varying boundary conditions, with critical loads of an I-girder. The two plates schematically presented in Fig. 1, labelled as *Model 1* with an aspect ratio  $a/h_w = 1$  and *Model 2* with an aspect ratio  $a/h_w = 2$  ( $a = 1000$  mm), were investigated. The web plate thickness is  $t_w = 4$  mm. The length of an applied uniform load  $s_s$  was varied. The degree of freedom 2 is only constrained in the vertical edges while the degree of freedom 3 is constrained in all edges. Three different cases were analysed:

- (a) simply supported plate with no additional constraints,

uklještena duž horizontalnih ivica (sprečen je stepen slobode 4),

(c) ploča uklještena duž svih ivica (duž vertikalnih ivica sprečen je stepen slobode 5, a duž horizontalnih, stepen slobode 4).

Radi jednostavnosti, navedeni slučajevi su u nastavku rada označeni kao SS, CS i CC, respektivno.

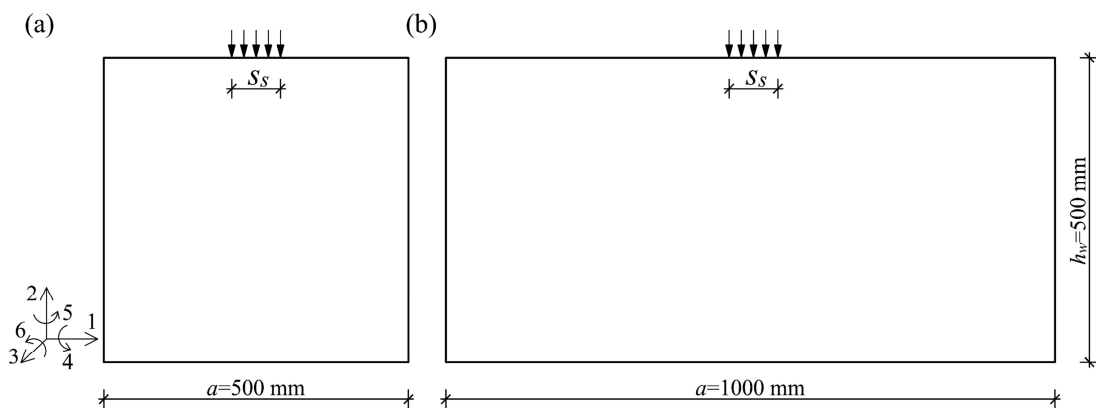
Analogno prethodno opisanim Modelima 1 i 2, formirana su dva modela I-nosača prikazana na slici 2. Širina i debljina nožice su 120 mm i 8 mm, respektivno. Granični uslovi zadati su u skladu s postavkom eksperimenta opisanom u [9]. Razmatrani materijal je homogen i elastičan sa zadatim modulom elastičnosti  $E = 210$  GPa i Poasonovim koeficijentom  $\nu = 0.3$ .

(b) plate simply supported on the vertical and clamped on the horizontal edges (degree of freedom 4 is constrained),

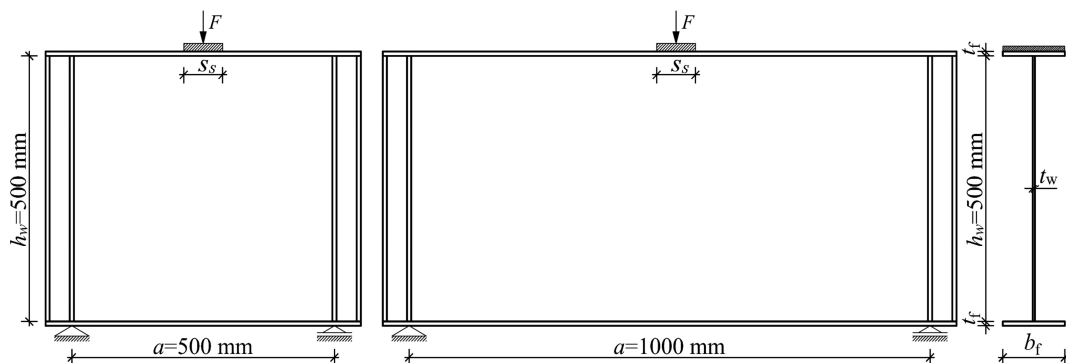
(c) plate clamped along all edges (degree of freedom 5 is constrained in the vertical edges and the degree of freedom 4 in the horizontal edges).

For the sake of brevity, through the rest of the paper, these cases will be marked as SS, CS, and CC, respectively.

In the same vein, the two models of an I-girder according to the previously described Model 1 and Model 2 are displayed in Fig. 2. The flange width and thickness were set to 120 mm and 8 mm, respectively. The boundary conditions are according to the experimental procedure described in [9]. The considered material for all cases is homogenous with an elastic modulus of  $E = 210$  GPa and Poisson's ratio of  $\nu = 0.3$ .



Slika 1. Ploča pod lokalizovanim opterećenjem: (a) Model 1; (b) Model 2  
Figure 1. Plate under patch load: (a) Model 1; (b) Model 2



Slika 2. Model 1 i Model 2 I-nosača  
Figure 2. Model 1 and Model 2 for I-girders

U analizi je korišćen opštenamenski četvorostrani površinski konačni element S4R iz baze elemenata date u programu *Abaqus*, sa četiri čvora, s redukovanom integracijom i sa po 6 stepeni slobode u svakom čvoru. Nakon analize konvergencije mreže konačnih elemenata, izvršene na izolovanoj ploči Modela 1, usvojena je jedinstvena mreža veličine 5 mm za sve numeričke modele. Promena koeficijenta izbočavanja pri promeni veličine konačnih elemenata slobodno oslonjene ploče Modela 1, grafički je prikazana na slici 3(a).

For the FE analysis, a general-purpose four-node quadrilateral shell element with reduced integration and six degrees of freedom per node S4R from the Abaqus element library was used. According to the mesh convergence study performed on the isolated web plate of Model 1, the adopted finite element size is 5 mm for all numerical runs. The variation of the buckling coefficient due to change of the finite element size in the case of Model 1 for a simply supported plate is graphically presented in Fig. 3(a).

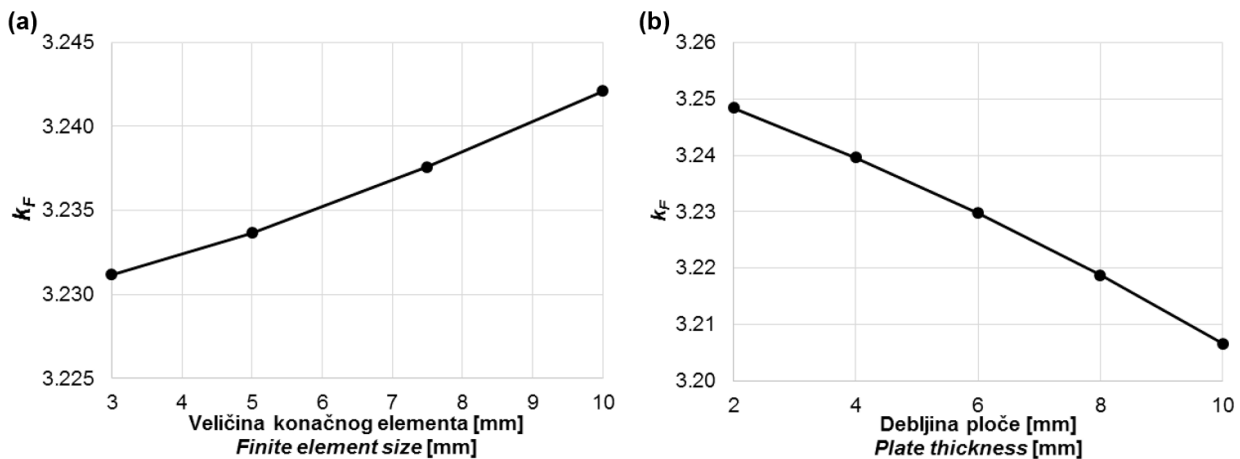
The results of the calculated elastic critical load are

Rezultati sračunate elastične kritične sile prikazani preko bezdimenzionog koeficijenta izbočavanja  $k_F$  za Model 1 i Model 2 tabelarno su prikazani u tabelama 1 i 2, respektivno. Konačno, može se zaključiti da dobijene vrednosti daju dobro podudaranje s vrednostima datim u literaturi ([4], [6], [7], [11], [12], [13], [14]).

Koeficijent izbočavanja zavisi od graničnih uslova, vrste opterećenja i odnosa  $a/h_w$ . S druge strane, ne zavisi od debljine ploče i karakteristika materijala. Međutim, za različite vrednosti debljine slobodno oslonjene ploče Modela 1, mogu se uočiti blage varijacije rezultata kao što je prikazano na slici 3(b).

presented using the non-dimensional buckling coefficient  $k_F$  and they are tabulated in Table 1 and Table 2 for Model 1 and Model 2, respectively. Conclusively, it may be stated that they show a good agreement with the corresponding values found in the literature ([4], [6], [7], [11], [12], [13], [14]).

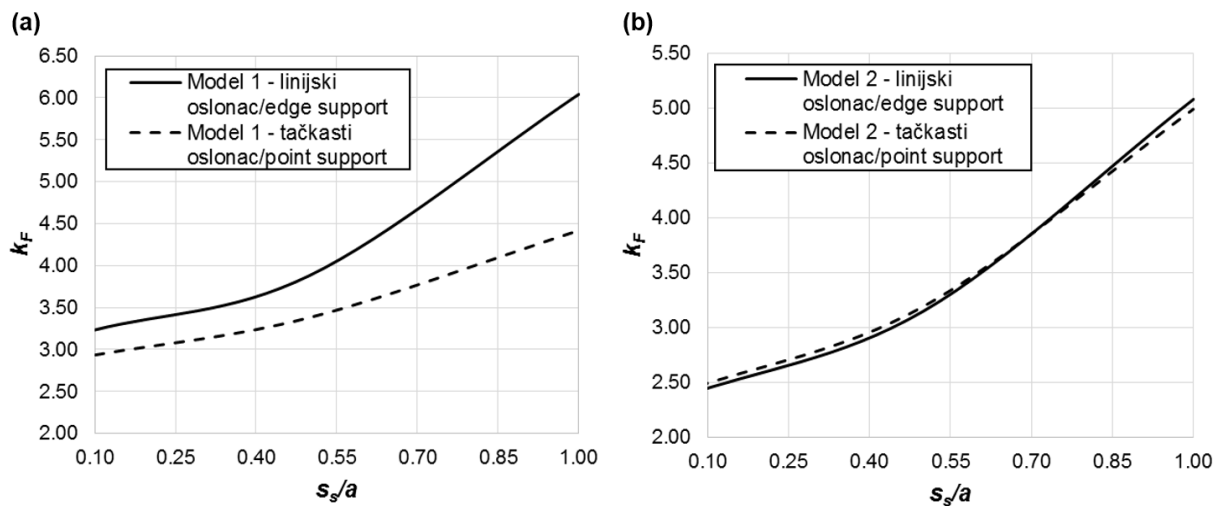
The buckling coefficient depends on boundary conditions, loading type and an aspect ratio  $a/h_w$ . On the other hand, it is not influenced by plate thickness or material properties. However, for a different plate thickness applied on a simply supported plate of Model 1, a slight variation in the results could be noticed, as charted in Fig. 3(b).



Slika 3. Variranje koeficijenta izbočavanja pri promeni: (a) veličine KE; (b) debljine ploče  
Figure 3. Variation of the buckling coefficient due to change of: (a) FE size; (b) plate thickness

Druga osetljivost koeficijenta izbočavanja prikazana je na slici 4. Slobodno oslonjena ploča je analizirana kada je stepen slobode 2 sprečen duž svih vertikalnih ivica, tj. linijski oslonac je postavljen kao što je prethodno opisano, i zatim kada su umesto linijskih, zadati tačkasti oslonci u donjim uglovima ploče. U slučaju Modela 2,

Another sensitivity of the buckling coefficient is pictured in Fig. 4. A simply supported plate model is analysed when the degree of freedom 2 was constrained along the vertical edges, i.e. the edge support is set as previously described, and point supports are applied in the lower corners of the plate. In the case of Model 2,



Slika 4. Koeficijent izbočavanja za ploču sa linijskim osloncima duž vertikalnih ivica i za ploču sa tačkastim osloncima u donjim uglovima ploče  
Figure 4. Buckling coefficient for the plate supported on the vertical edges and for the plate with point supports in the corners

ova promena graničnih uslova ne utiče na vrednost koeficijenta  $k_F$ . Suprotno tome, u slučaju Modela 1 i raspodeljenog opterećenja veće dužine, razlike u rezultatima dostižu i do 25%. Budući da je zadato opterećenje lokalnog karaktera, za odnose dimenzija  $a/h_w \geq 2$ , ovi granični uslovi ne igraju značajnu ulogu i njihov uticaj je zanemarljiv.

### 3 REZULTATI I DISKUSIJA

Cilj ovog dela rada je da predstavi rezultate numeričke analize u vidu koeficijenta izbočavanja za izolovano rebro nosača i za sam I-nosač. Rezultati svih numeričkih modela su opisani i o njima je diskutovano. Takođe, predstavljeni su novi izrazi za određivanje koeficijenta izbočavanja u funkciji dužine raspodeljenog lokalizovanog opterećenja. Svrha predstavljenih izraza je da dâ preciznije vrednosti granične nosivosti koristeći proceduru datu u Evrokodu 3.

U tabelama 1 i 2 dat je sumarni prikaz rezultata numeričke analize i koeficijenta izbočavanja određenih prema Evrokodu 3 (jednačina 3) i prema Lagerkvistovom izrazu (jednačina 4), dok je grafička prezentacija data kroz sliku 5. Može se primetiti da ploča SS za oba modela i za sve dužine zadatog lokalizovanog opterećenja daje ekstremno niske vrednosti kritičnog opterećenja. Sa uvođenjem uklještenja duž horizontalnih ivica (CS ploča), vrednosti koeficijenta  $k_F$ -su veće, ali su i dalje ispod vrednosti  $k_F$  za I-nosače, posebno u slučaju Modela 1. Granični uslovi koji su najbliži rezultatima ponašanja I-nosača su uklještenje ivice, i horizontalne i vertikalne (CC ploča). Kasnije u nastavku rada diskutovano je o vezi između koeficijenata  $k_F$  za CC ploču i za I-nosač.

Bitno je istaći i drugu interesantnu stavku u vezi s graničnim uslovima uklještenja za veće dužine  $s_s$ . Sa slike 5 može se uočiti da kruto vertikalno ukrućenje (slika 2) utiče na koeficijent izbočavanja više nego uklješten granični uslov, dok za male vrednosti  $s_s$  ovaj uticaj nije prisutan s obzirom na to što je opterećenje lokalnog karaktera. Zatim, zadato uklještenje duž vertikalnih ivica (razlika između CC i CS ploče) ukazuje na činjenicu da sprečene rotacije duž ivica ne utiču na vrednosti koeficijenta izbočavanja za dimenzije nosača  $a/h_w \geq 2$ .

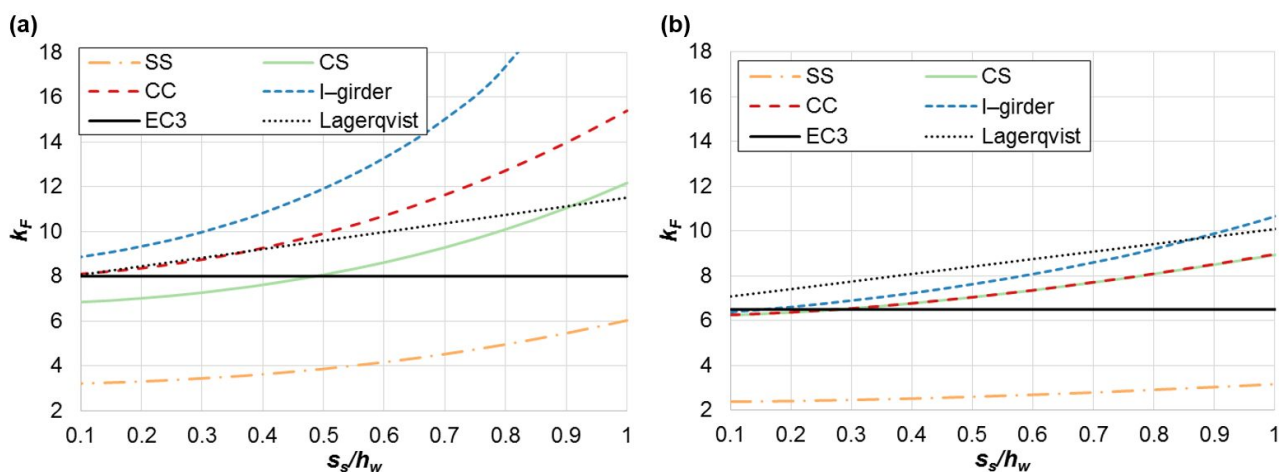
this change of boundary conditions does not affect the value of  $k_F$ . On the contrary, in the case of Model 1 and a longer uniform load, the difference in the results comes up to 25 %. Expectedly, those boundary conditions do not play a decisive role for higher aspect ratios since the applied load is localized and for an aspect ratio  $a/h_w \geq 2$  their influence is negligible.

### 3 RESULTS AND DISCUSSION

The aim of this chapter is to highlight the obtained numerical results of the buckling coefficient considering an isolated web plate and I-girder. The results for all described numerical models are listed and discussed thoroughly. Furthermore, new expressions for the determination of the buckling coefficients, as a function of patch load length, are presented. The purpose of the proposed expressions is to improve the ultimate load calculated using the procedure given in Eurocode 3.

Table 1 and Table 2 show a comparison summary of the numerical results and the buckling coefficients obtained by Eurocode 3 (Eq. 3) and according to Lagerqvist's expression (Eq. 4), while a graphical representation is shown in Fig. 5. One can instantaneously see that the SS plate for both models and for all lengths of an applied patch load gives extremely low values of the critical loads. Introducing the clamped constraint on the horizontal edges (CS plate) the  $k_F$  values are improved but still below the  $k_F$  of the I-girder, especially for Model 1. Boundary conditions that lead to the results closest to the I-girder behaviour are clamped edges, both vertical and horizontal (CC plate). Later on in this chapter, relations between  $k_F$  values for the CC plate and for the I-girder are discussed.

It is noteworthy to observe another interesting point regarding the clamped boundary conditions for large values of  $s_s$ . It is clear from Fig. 5 that the rigid transversal stiffeners (see Fig. 2) influence the buckling coefficient more than clamped constraint whereas for small values of  $s_s$  their influence is not present since the load is localized. Additionally, the clamped constraint on the vertical edges (the difference between the CC and CS plate) reveals the fact that constrained rotations along these edges do not have an influence on the



Slika 5. Poređenje koeficijenta izbočavanja za: (a) Model 1; (b) Model 2  
Figure 5. Comparison of the buckling coefficient for: (a) Model 1; (b) Model 2

Tabela 1. Koeficijent izbočavanja Modela 1 za različite granične uslove  
Table 1. Buckling coefficients for different boundary conditions for Model 1

$s_s$ [mm]	$s/a$	$s/h_w$	$k_F$					
			SS	CS	CC	I-nosač I-girder	EC3	Lagerkvist Lagerqvist
0	0.00	0.00	3.20	6.78	8.00	8.61	8.00	7.67
25	0.05	0.05	3.21	6.80	8.02	8.69	8.00	7.86
50	0.10	0.10	3.23	6.85	8.10	8.85	8.00	8.05
75	0.15	0.15	3.27	6.92	8.21	9.06	8.00	8.25
100	0.20	0.20	3.32	7.02	8.35	9.32	8.00	8.44
125	0.25	0.25	3.38	7.13	8.53	9.61	8.00	8.63
150	0.30	0.30	3.46	7.27	8.74	9.96	8.00	8.82
175	0.35	0.35	3.54	7.44	8.98	10.36	8.00	9.01
200	0.40	0.40	3.64	7.62	9.26	10.81	8.00	9.21
250	0.50	0.50	3.88	8.07	9.91	11.90	8.00	9.59
300	0.60	0.60	4.18	8.62	10.70	13.27	8.00	9.97
350	0.70	0.70	4.54	9.29	11.64	15.01	8.00	10.36
400	0.80	0.80	4.97	10.10	12.73	17.37	8.00	10.74
450	0.90	0.90	5.47	11.05	13.98	21.60	8.00	11.12
500	1.00	1.00	6.04	12.17	15.41	31.95	8.00	11.51

Tabela 2. Koeficijent izbočavanja Modela 2 za različite granične uslove  
Table 2. Buckling coefficients for different boundary conditions for Model 2

$s_s$ [mm]	$s/a$	$s/h_w$	$k_F$					
			SS	CS	CC	I-nosač I-girder	EC3	Lagerkvist Lagerqvist
50	0.05	0.10	2.37	6.24	6.25	6.38	6.50	7.06
100	0.10	0.20	2.40	6.36	6.37	6.61	6.50	7.39
150	0.15	0.30	2.45	6.54	6.54	6.90	6.50	7.73
200	0.20	0.40	2.51	6.77	6.77	7.23	6.50	8.07
250	0.25	0.50	2.59	7.04	7.04	7.63	6.50	8.40
300	0.30	0.60	2.68	7.35	7.35	8.08	6.50	8.74
350	0.35	0.70	2.78	7.70	7.71	8.60	6.50	9.07
400	0.40	0.80	2.90	8.08	8.09	9.20	6.50	9.41
500	0.50	1.00	3.15	8.93	8.96	10.65	6.50	10.08
600	0.60	1.20	3.44	9.86	9.94	12.56	6.50	10.75
700	0.70	1.40	3.78	10.85	11.03	15.17	6.50	11.43
800	0.80	1.60	4.16	11.92	12.24	19.00	6.50	12.10
900	0.90	1.80	4.60	13.11	13.56	25.20	6.50	12.77
1000	1.00	2.00	5.08	14.47	15.00	47.26	6.50	13.44

Suprotno tome, one utiču na vrednost koeficijenta izbočavanja za slučaj ploča dimenzija  $a/h_w = 1$  (Model 1) za sve vrednosti  $s_s$ . Potrebno je sprovesti dodatnu parametarsku analizu kako bi se doneli zaključci o ovom graničnom uslovu i njegovom uticaju na koeficijent izbočavanja.

Sa slike 5, može se još uočiti da izraz koji daje Evrokod 3 vodi do konstantnog koeficijenta izbočavanja pri promeni dužine raspodeljenog opterećenja. Za veće dužine  $s_s$ , razlike u rezultatima prema Evrokodu 3 i onim dobijenim za I-nosač jesu značajne. S druge strane, Lagerkvistov izraz ima linearan trend rasta. Međutim, predložena jednačina ne daje dobro podudaranje s numerički dobijenim rezultatima za I-nosač, posebno u slučaju Modela 2, gde koeficijenti izbočavanja prema Lagerkvistu čak nisu na strani sigurnosti.

S obzirom na opisane nedostatke jednačina 3 i 4 pri

buckling coefficient for an aspect ratio  $a/h_w \geq 2$ , as stated before. Conversely, they influence the buckling coefficients with a uniform factor for an aspect ratio  $a/h_w = 1$  (Model 1) for all values of  $s_s$ . A further parametric study should be made in order to make an airtight conclusion about this boundary condition and its influence on the buckling coefficient.

It could be also observed in Fig. 5 that the Eurocode expression gives constant values of buckling coefficient although the load length is varied. For large values of  $s_s$ , differences in Eurocode 3 and I-girder results are significant. On the other side, the Lagerqvist's expression has a linear trend line. However, the proposed equation does not give a good fit to numerically obtained results for I-girder, especially in the case of Model 2, when the buckling coefficients according to Lagerqvist are not even on the safe side.

određivanju koeficijenta izbočavanja za analizirani I-nosač, predlaže se korišćenje modifikovanih izraza za određivanje  $k_F$ . Definisane su polinomske funkcije koje dobro aproksimiraju dobijene diskretne vrednosti koeficijenta  $k_F$  za I-nosač u funkciji dužine raspodeljenog poprečnog opterećenja. Uzimajući u obzir jednostavnost proračunskih procedura u Evrokodu 3, poželjno je koristiti polinome prvog ili drugog reda. Na primer, sledeće jednačine daju dobru aproksimaciju koeficijenta  $k_F$  za I-nosač:

za Model 1:

$$k_F = 4.7 \cdot 10^{-5} s_s^2 + 2 \cdot 10^{-3} s_s + 8.7 \quad (5)$$

za Model 2:

$$k_F = 1.8 \cdot 10^{-5} s_s^2 + 6.5 \quad (6)$$

Na slici 6 grafički je predstavljeno poređenje koeficijenata izbočavanja za I-nosač, dobijenih numeričkom analizom i aproksimiranih koeficijenata prema predloženim izrazima. Treba imati na umu da su ove vrednosti koeficijenata određene samo za slučajeve analizirane geometrije. Potrebno je sprovesti detaljnu parametarsku analizu kako bi se odredili jedinstveni opšti izrazi u funkciji geometrijskih parametara, tj. odnosa širine i visine rebra, debljina rebra i nožice, širine nožice, itd.

Due to the described drawbacks of Eq. 3 and Eq. 4 for prediction of the buckling coefficient for the analysed I-girder models, we propose obtaining  $k_F$  through modified expressions. Polynomial functions of load length are defined to fit the obtained discrete values of  $k_F$  for the I-girder. Keeping in mind the simplicity of the design procedure in Eurocode 3, a first or second order polynomial function is desirable. The following forms give a good approximation for the  $k_F$  values of the I-girder:

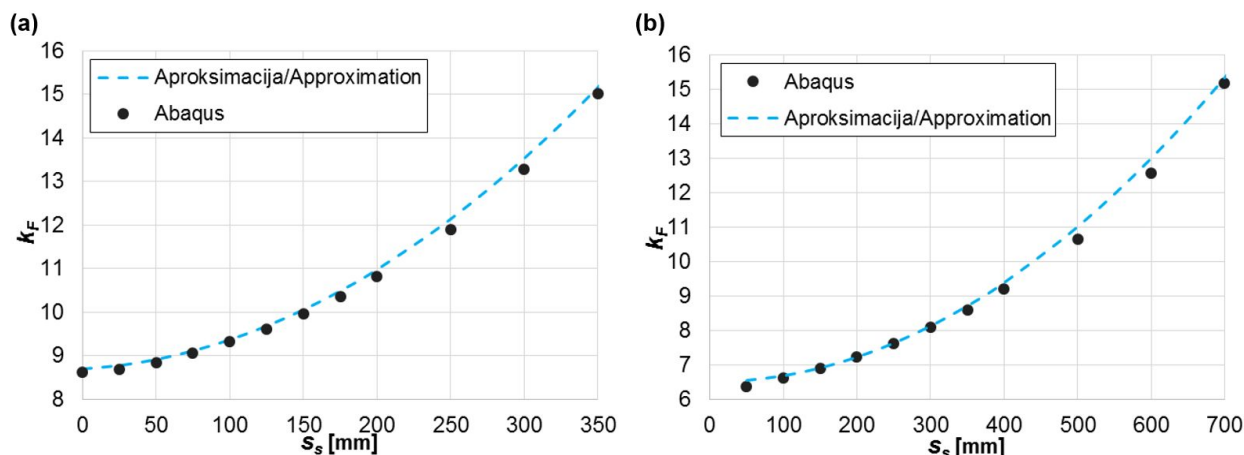
for Model 1:

$$k_F = 4.7 \cdot 10^{-5} s_s^2 + 2 \cdot 10^{-3} s_s + 8.7 \quad (5)$$

for Model 2:

$$k_F = 1.8 \cdot 10^{-5} s_s^2 + 6.5 \quad (6)$$

A graphical comparison of the numerically obtained buckling coefficient of the I-girder and coefficients approximated by the proposed expressions is shown in Fig. 6. One should bear in mind that these values for the constants are determined only for the analysed geometries. A detailed parametric study is necessary in order to obtain a unique general expression as a function of geometric parameters, i.e. web aspect ratio, thickness of the web and flange, flange width, etc.



Slika 6. Vrednosti  $k_F$  za I-nosač dobijene iz programa Abaqus i preko predloženog izraza za: (a) Model 1; (b) Model 2  
Figure 6.  $k_F$  values for I-girder obtained in Abaqus and through the proposed expressions: (a) Model 1; (b) Model 2

Analogno navedenim funkcijama za određivanje koeficijenta izbočavanja za I-nosač, moguće je dati jednačine koje opisuju koeficijent izbočavanja uklještene ploče (CC ploča):

za Model 1:

$$k_F = 3 \cdot 10^{-5} s_s^2 + 8 \quad (7)$$

za Model 2:

$$k_F = 6 \cdot 10^{-6} s_s^2 + 0.003 \cdot s_s + 6 \quad (8)$$

Kao što je prethodno spomenuto, s obzirom na sličnosti u dobijenim numeričkim rezultatima, namera je bila da se pronađe veza između koeficijenta izbočavanja

In the same manner as it is done for I-girders, it is possible to give equations for describing the buckling coefficient for clamped plate (CC plate):

for Model 1:

$$k_F = 3 \cdot 10^{-5} s_s^2 + 8 \quad (7)$$

for Model 2:

$$k_F = 6 \cdot 10^{-6} s_s^2 + 0.003 \cdot s_s + 6 \quad (8)$$

As previously mentioned, it was intended to find a relation between buckling coefficients for the I-girder and CC plate, due to the observed similarity in the



za I-nosač i za ukleštenu ploču. Kod nosača, lokalizovano poprečno opterećenje je aplicirano na nožici, koja omogućava opterećenje u rebro. Ugao rasprostiranja napona kroz nožicu definisan je standardom za projektovanje kao  $45^\circ$  [3]. Kako su koeficijenti  $k_F$  za I-nosač veći od odgovarajućih vrednosti za CC ploču, smatra se da je ova razlika posledica rasprostiranja opterećenja. Ako se pretpostavi da je nagib pod kojim se napon rasprostire 1:7 umesto definisanih 1:1, odgovarajuća dužina rasprostranjenog napona  $s_s'$  može se sračunati kao  $s_s+2\cdot7t_f$ . Izbočavanje CC ploče sa zadatim lokalizovanim opterećenjem dužine  $s_s'$  daje vrlo dobro slaganje sa ponašanjem I-nosača pri izbočavanju za aplicirano opterećenje dužine  $s_s$ . Navedeno je prikazano kroz tabelu 3, gde je za računanje koeficijenta  $k_F$  za CC ploču sa zadatim opterećenjem dužine  $s_s'$ , korišćena prethodno data jednačina 7. Navedene vrednosti mogu se uporediti s vrednostima koeficijenta  $k_F$  za I-nosač, koje su dobijene putem numeričkog modela. Slično, u slučaju Modela 2, pretpostavljeno je rasprostiranje napona pod nagibom 1:3.5. Poređenje koeficijenata izbočavanja dato je u tabeli 4. Važno je spomenuti da opisane relacije važe za manje dužine lokalizovanog opterećenja, do odnosa  $s/h_w \leq 0.70$ .

numerically obtained results for these two models. On girders, the patch load is introduced on flange plate, that enables spreading of load into the web. The angle of stress distribution through the flange is defined in the standard for design as  $45^\circ$  [3]. As  $k_F$  values for the I-girder are larger than  $k_F$  values for the CC plate, it is believed that this difference comes as a result of a load distribution. If the stress distribution with a slope 1:7 is assumed instead of the defined slope 1:1, the corresponding distributed stress length  $s_s'$  could be calculated as  $s_s+2\cdot7t_f$ . The buckling behaviour of the CC plate with an applied load length  $s_s'$ , gives a very good match with the behaviour of the I-girder with an applied load length  $s_s$ . This is presented in Table 3, where for calculation of  $k_F$  for the CC plate with an applied  $s_s'$  load length, previously given Eq. 7 is used. The presented values can be compared to the  $k_F$  values for I-girder, which are obtained in numerical simulation. Similarly, in the case of Model 2, the stress distribution slope 1:3.5 is assumed. Comparison between buckling coefficients is given in Table 4. It must be mentioned that the described relations are valid for smaller patch load lengths, up to the ratio  $s/h_w \leq 0.70$ .

Tabela 3. Veza između koeficijenta izbočavanja CC ploče i I-nosača za Model 1  
Table 3. Relation between buckling coefficients for CC plate and I-girder for Model 1

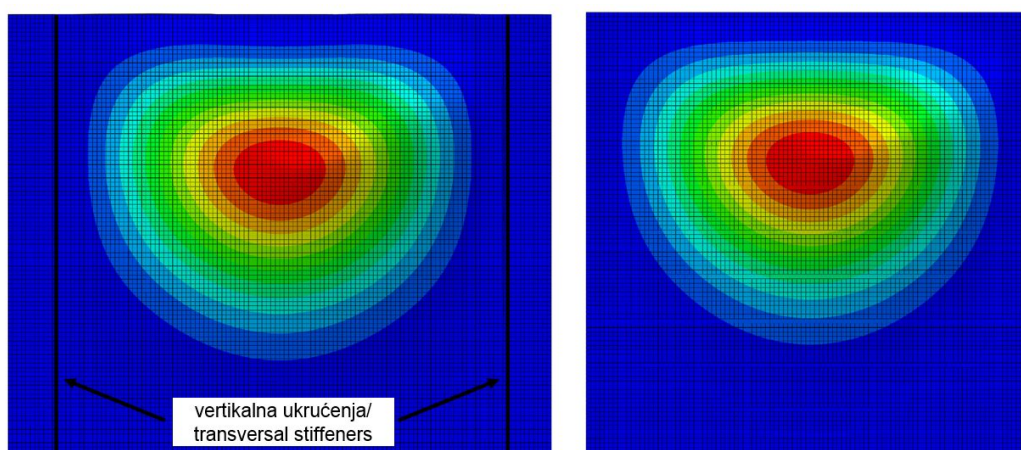
$s_s$ [mm]	$s/a$	$s/h_w$	$k_F$	$k_F(s_s)$	$s_s' = s_s + 2 \cdot 7 t_f$ [mm]	$k_F(s_s')$	$k_F$
			CC	Izraz 7 Eq. 7		Izraz 7 Eq. 7	I-nosač I-girder
0	0.00	0.00	8.00	8.00	112	8.39	8.61
25	0.05	0.05	8.02	8.02	137	8.56	8.69
50	0.10	0.10	8.10	8.08	162	8.79	8.85
75	0.15	0.15	8.21	8.17	187	9.05	9.06
100	0.20	0.20	8.35	8.30	212	9.35	9.32
125	0.25	0.25	8.53	8.47	237	9.69	9.61
150	0.30	0.30	8.74	8.68	262	10.06	9.96
175	0.35	0.35	8.98	8.92	287	10.47	10.36
200	0.40	0.40	9.26	9.20	312	10.92	10.81
250	0.50	0.50	9.91	9.88	362	11.93	11.90
300	0.60	0.60	10.70	10.70	412	13.09	13.27
350	0.70	0.70	11.64	11.68	462	14.40	15.01

Tabela 4. Veza između koeficijenta izbočavanja CC ploče i I-nosača za Model 2  
Table 4. Relation between buckling coefficients for CC plate and I-girder for Model 2

$s_s$ [mm]	$s/a$	$s/h_w$	$k_F$	$k_F(s_s)$	$s_s' = s_s + 2 \cdot 3.5 \cdot t_f$ [mm]	$k_F(s_s')$	$k_F$
			CC	Izraz 8 Eq. 8		Izraz 8 Eq. 8	I-nosač I-girder
50	0.05	0.10	6.25	6.17	106	6.39	6.38
100	0.10	0.20	6.37	6.36	156	6.61	6.61
150	0.15	0.30	6.54	6.59	206	6.87	6.90
200	0.20	0.40	6.77	6.84	256	7.16	7.23
250	0.25	0.50	7.04	7.13	306	7.48	7.63
300	0.30	0.60	7.35	7.44	356	7.83	8.08
350	0.35	0.70	7.71	7.79	406	8.21	8.60

Interesantno je diskutovati o tome da li se pretpostavljeno rasprostiranje napona za analizirane slučajeve Modela 1 i Modela 2 može dovesti u vezu sa odnosom dimenzija  $a/h_w$ . Drugim rečima, postavlja se hipoteza da na rasprostiranje napona ne utiču samo debljina ili krutost nožice, već takođe i dužina pojasa između vertikalnih ukrućenja. Kako bi se doneli konačni zaključci, neophodno je sprovesti još numeričkih simulacija za različite slučajeve geometrije nosača.

Kao dalje poređenje ponašanja I-nosača i CC ploče, na slici 7 upoređeni su prvi oblici izbočavanja Modela 1 za dva slučaja modeliranja. Može se uočiti da izbočeni oblici Modela 1 izolovanog rebra, izloženog lokalizovanom opterećenju dužine  $s_s = 212$  mm i Modela 1 I-nosača, izloženog lokalizovanom opterećenju dužine  $s_s = 100$  mm, odgovaraju jedan drugom u grafičkom smislu.



Slika 7. Prvi mod izbočavanja Modela 1 modeliranog kao: (a) I-nosač ( $s_s = 100$  mm); (b) izolovano rebro nosača ( $s_s = 212$  mm)

Figure 7. First buckled shape for Models 1: (a) I-girder ( $s_s = 100$  mm); (b) isolated web plate ( $s_s = 212$  mm)

Vrednosti eksperimentalno određenih graničnih opterećenja i graničnih opterećenja određenih prema Evrokodu 3, upoređene su grafički na slici 8 i numerički u tabeli 5. Granična nosivost prema Evrokodu 3 je sračunata na dva načina. Prvo su vrednosti dobijene prema važećem izrazu za određivanja koeficijenta izbočavanja prikazanom u jednačini 3 (sa koeficijentom  $k_F$  koji ne zavisi od opterećene dužine  $s_s$ ). U drugom slučaju, procedura definisana Evrokodom 3 modifikovana je prema jednačini 5, odnosno 6, za određivanja koeficijenta  $k_F$  predloženim u ovom radu.

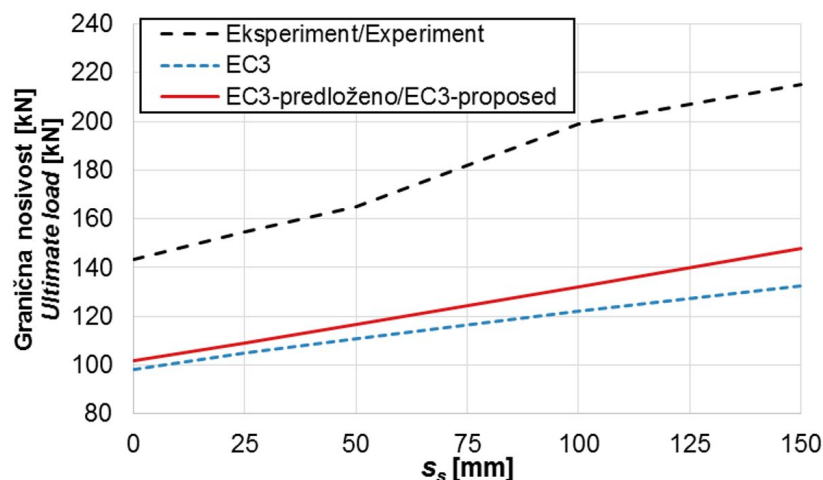
Kako se može primetiti, granična nosivost sračunata prema Evrokodovim procedurama značajno je niža od eksperimentalno dobijenih graničnih opterećenja, pri čemu je razlika izraženija za duža raspodeljena opterećenja. Drugim rečima, Evrokod 3 daje konzervativne vrednosti graničnih nosivosti. Međutim, preporučeni modifikovani izrazi s jednostavnom izmenom koja obuhvata samo koeficijent izbočavanja, utiču na poboljšanje vrednosti graničnog opterećenja, posebno u slučaju većih dužina poprečnog opterećenja.

It is interesting to speculate on whether the assumed stress distributions for the analysed cases of Model 1 and Model 2, are in correlation with the aspect ratios  $a/h_w$ . In other words, the hypothesis is that stress distribution is not only influenced by flange thickness or stiffness, but also by the length of the zone between vertical stiffeners. For making final conclusions in this direction, more numerical simulations of different girder geometries should be obtained.

As a further comparison between the I-girder and CC plate, the first buckling mode for Model 1 for these two cases is juxtaposed in Fig. 7. It can be seen that the buckled shape for Model 1 for an isolated plate subjected to patch load length  $s_s = 212$  mm and the buckled shape of an I-girder subjected to patch load length  $s_s = 100$  mm graphically correspond to each other.

Values of the experimentally obtained ultimate loads and corresponding ultimate loads according to the procedure applied in Eurocode 3 are pictorially compared in Fig. 8 and numerically in Table 5. The ultimate loads according to Eurocode 3 are calculated following two approaches. Firstly, the values are obtained according to the current procedure for determination of the buckling coefficient presented in Eq. 3 (with  $k_F$  not dependent on the loading length  $s_s$ ). Secondly, the Eurocode defined procedure is modified by using Eq. 5 and Eq. 6 for  $k_F$  determination proposed in this paper.

Noticeably, the ultimate loads calculated by the current Eurocode procedures are considerably lower than the experimentally obtained ultimate loads and the difference is more pronounced for higher patch load lengths. In other words, the Eurocode design prediction gives rather conservative values for the ultimate load. However, the proposed modification of the Eurocode procedure with a simple correction regarding only the buckling coefficient improves predictive values, especially for longer loading lengths.



Slika 8. Poređenje graničnog opterećenja za različite pristupe  
Figure 8. Comparison of the ultimate load by different approaches

Tabela 5. Granično opterećenje dobijeno eksperimentalnim putem, prema Evrokodu 3 i prema modifikovanom postupku  
Table 5. Ultimate loads obtained experimentally, according to Eurocode 3 and modified Eurocode procedure

$s_s$ [mm]	P [kN]		
	Eksperiment Experiment	EC3	EC3-predloženo EC3-proposed
0	143.3	98.3	102.0
20	154.6	104.8	109.2
50	165.0	110.9	116.7
100	199.0	122.3	132.0
150	215.0	132.6	148.0

#### 4 ZAKLJUČCI

U ovom radu analizirano je izbočavanje ploča i I-nosača pod dejstvom lokalizovanog opterećenja. Upoređene su elastična kritična sila izbočavanja izolovanog rebra nosača za zadate različite uslove oslanjaja i elastična kritična sila I-nosača.

Primećena je veza između izbočavanja uklještena ploče i I-nosača. Uzimajući u obzir rasprostiranje napona kroz nožicu, moguće je dovesti u vezu izbočavanje uklještena ploče sa izbočavanjem I-nosača. Takođe, pretpostavlja se da na rasprostiranje napona ne utiču samo debljina ili krutost nožice, već i odnos dimenzija  $a/h_w$  i rastojanje između vertikalnih ukrčenja. Zaključci u ovom pravcu mogu dovesti i do poboljšanja u definisanju efektivnih opterećenih dužina.

Kako bi se poboljšale vrednosti koje Evrokod daje za proračun čeličnih konstrukcija, predloženi su novi izrazi za određivanje koeficijenta izbočavanja. Predloženi izrazi obuhvataju određivanje koeficijenta izbočavanja i u funkciji dužine apliciranog poprečnog opterećenja, dok su dalje procedure za određivanje graničnog opterećenja nepromenjene u odnosu na Evrokod 3. Predloženi izrazi poboljšavaju prediktivne vrednosti granične nosivosti, posebno u slučajevima većih dužina jednakopodeljenog lokalizovanog opterećenja. Međutim, kako bi se objasnio uticaj dužine opterećenja na koeficijent izbočavanja i kako bi bila određena direktna veza između izbočavanja izolovanog rebra nosača i izbočavanja I-nosača,

#### 4 CONCLUSIONS

Buckling of plates and I-girders under patch load is analysed in this paper. Elastic critical load of an isolated web plate for different boundary conditions is compared with an elastic critical load of an I-girder.

The connection between buckling of a clamped plate and an I-girder is observed. Accounting stress distribution through flange plate, it is possible to relate buckling of a clamped plate to an I-girder. Also, it is assumed that not only flange thickness or stiffness influences the stress distribution, but also aspect ratios  $a/h_w$  and the length between vertical stiffeners. Conclusions in this direction may lead to the improvement of the definition of effective loaded length.

In order to improve the results from Eurocode for steel structures design, a new expressions for the determination of the buckling coefficient are proposed in this paper. The expressions include the calculation of the buckling coefficient also as a function of patch load length, while the procedure for obtaining the ultimate load is the same as in Eurocode 3. The proposed expressions improve predictive ultimate load values, especially for longer patch load lengths. However, in order to elucidate the influence of the length of patch load on buckling coefficient and to make a straightforward connection with an isolated web plate considering different geometries of an I-girder, further analyses are required.

uzimajući u obzir uticaj različitih geometrija nosača, neophodno je sprovesti dalje analize.

Opisani izrazi daju bazu za parametarske analize, kao i veliki broj numeričkih rezultata koji se dalje mogu koristiti kako bi se preciznije odredile granične nosivosti limenih nosača korišćenjem koeficijenta izbočavanja. Budući da su određena granična opterećenja prema predloženim izrazima i dalje ispod eksperimentalno dobijenih vrednosti, predstavljeni izrazi mogu se koristiti kako osnova za poboljšanje ostalih parametara u okviru proračunskih procedura u Evrokodu 3, npr. efektivne opterećene dužine.

In a nutshell, the presented expressions enable a fruitful background for parametric analyses and production of a large number of numerical tests that could be used in order to better determine the ultimate loads of plate girders using the buckling coefficients. Furthermore, since the ultimate loads are still too far below the experimentally obtained ultimate loads, the present expressions can be also exploited in order to improve different elements currently present in the design procedure in Eurocode 3, i.e. the effective loaded length.

## 5 LITERATURA REFERENCES

- [1] Abaqus Simulia. Dassault Systemes. 2016.
- [2] Aleksić S., Lučić D., Šćepanović B.: Eksperimentalno istraživanje "Centro 2009" / Experimental research "Centro 2009", Materijali i konstrukcije, Volume 52, Issue 3-4, 2009, 47-61.
- [3] Eurocode 3 (EC3): Design of steel structures. Part 1-5: Plated structural elements. EN1993-1-5; 2006.
- [4] Galea Y.: Seuil de bifurcation d'équilibre d'un panneau non raidi soumis à des charges transversales agissant dans son plan, Constr. Métallique, Technique et applications, no. 1, 1984, 1-19.
- [5] Girkmann K.: Stability of the webs of plate girders taking account of concentrated loads, International Association of Bridge and Structural Engineering, Final Report, 1936, 610-614.
- [6] Graciano C., Lagerqvist O.: Critical buckling of longitudinally stiffened webs subjected to compressive edge loads, Journal of Constructional Steel Research, Volume 59, Issue 9, 2003, 1119-1146.
- [7] Khan M. Z, Johns K. C., Hayman B.: Buckling of plates with partially loaded edges, Journal of the Structural Division, Volume 103, Issue ST3, 1977, 547-58.
- [8] Lagerqvist, O.: Patch loading—Resistance of steel girders subjected to concentrated forces, Ph.D. Thesis, Department of Civil and Mining Engineering, Division of Steel Structures, Luleå University of Technology, 1994:159D, Luleå, 1995.
- [9] Marković N.: Izbočavanje limenih nosača pod dejstvom lokalnog opterećenja, Doktorska disertacija (Ph.D. Thesis in Serbian), Univerzitet u Beogradu, Građevinski fakultet u Beogradu, 2003.
- [10] Perović M., Marković N., Čorić B.: Uticaj lokalnog opterećenja limenih nosača i novi propisi za proračun konstrukcija u Evropi, Zbornik radova, Internacionalni naučno-stručni skup Građevinarstvo – nauka i praksa, Žabljak, 20-24 februara 2006, Knjiga 1, 495-500.
- [11] Ren T., Tong G. S.: Elastic buckling of web plates in I-girders under patch and wheel loading, Engineering Structures, Volume 27, Issue 10, 2005, 1528-1536.
- [12] Rockey K. C., Bagchi D. K.: Buckling of plate girder webs under partial edge loadings, International Journal of Mechanical Sciences, Volume 12, Issue 1, 1970, 61-76.
- [13] Shahabian F., Roberts T. M.: Buckling of slender web plates subjected to combinations of in-plane loading, Journal of Constructional Steel Research, Volume 51, Issue 2, 1999, 99-121.
- [14] White R. M, Cottingham W.: Stability of plates under partial edge loadings, Journal of the Engineering Mechanics Division, Volume 85, Issue 5, 1962, 87-134.
- [15] Zetlin L.: Elastic instability of flat plates subjected to partial edge loads, Proceedings of American Society of Civil Engineers (ASCE), Volume 81, Issue 9, 1955, 1-24.

## REZIME

### ELASTIČNA KRITIČNA SILA PLOČA I LIMENIH NOSAČA POD DEJSTVOM LOKALIZOVANOG OPTEREĆENJA

Isidora JAKOVLJEVIĆ  
Saša KOVAČEVIĆ  
Nenad MARKOVIĆ

Određivanje elastične kritične sile (sile izbočavanja) predstavlja važan element u određivanju granične nosivosti limenih nosača prema Evrokodu 3 za proračun čeličnih konstrukcija. U radu se daje analiza kritične sile izbočavanja izolovane ploče koja odgovara rebru I-nosača s variranim uslovima oslanjanja i kritične sile koja odgovara samom I-nosaču, usled dejstva lokalizovanog opterećenja. Dati su zaključci o njihovoj vezi. Takođe, upoređena su eksperimentalno određena granična opterećenja I-nosača s vrednostima prema Evrokodu 3, za modele korišćene u ovoj analizi. Predložena je izmenjena procedura za određivanje granične nosivosti, koja sledi algoritam dat u Evrokodu 3, a prema kojoj se modifikuje izraz za određivanje koeficijenta izbočavanja. Kako bi se poboljšalo određivanje granične nosivosti, predloženo je računanje koeficijentata izbočavanja i u funkciji dužine lokalizovanog opterećenja.

**Ključne reči:** koeficijent izbočavanja, elastična kritična sila, lokalizovano opterećenje, izbočavanje ploče, izbočavanje I-nosača

## SUMMARY

### ELASTIC CRITICAL LOAD OF PLATES AND PLATE GIRDERS SUBJECTED TO PATCH LOAD

Isidora JAKOVLJEVIĆ  
Sasa KOVACEVIC  
Nenad MARKOVIC

The determination of the elastic critical load (buckling load) is an important element of the assessment of the ultimate load of plate girders according to Eurocode 3 for design of steel structures. An analysis of the critical load of a plate corresponding to the web of an I-girder for different boundary conditions and the critical load of the I-girder itself subjected to patch load is given in the paper. Conclusions regarding their correspondence are given. Also, experimentally determined ultimate loads of I-girders are compared with predictive values according to Eurocode 3 for the models used in this analysis. A modified procedure for the ultimate load determination is proposed by following the Eurocode 3 algorithm and changing only buckling coefficient. In order to improve the ultimate load prediction, it is suggested to calculate the buckling coefficient also as a function of patch load length.

**Key words:** buckling coefficient, elastic critical load, patch loading, plate buckling, plate girder buckling