

KONSTITUTIVNI MODEL ZA PREKONSOLIDOVANO TLO

Sanja Jocković*, Mirjana Vukićević*

* *Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu, Bulevar kralja Aleksandra 73,
borovina@grf.bg.ac.rs*

REZIME

U radu su prikazane osnovne jednačine konstitutivnog modela za prekonsolidovano tlo. Za formulisanje modela korišćene su relacije Modifikovanog Cam Clay modela i koncept granične površi. Vršna čvrstoća u dreniranim uslovima opisana je nelinearnom anvelopom hiperboličkog tipa – Maksimović. Verifikacija modela prikazana je na dreniranom opitu triaksijalne kompresije.

KLJUČNE REČI: konstitutivni model, prekonsolidovano tlo, parametar ojačanja

CONSTITUTIVE MODEL FOR OVERCONSOLIDATED SOIL

ABSTRACT

This paper presents the basic equations of constitutive model for overconsolidated soil, based on relations of Modified Cam Clay model and bounding surface concept. Peak strength in drained conditions is described using nonlinear hyperbolic envelope – Maksimovic. Model verification is shown on drained triaxial compression test.

KEY WORDS: constitutive model, overconsolidated soil, hardening parameter

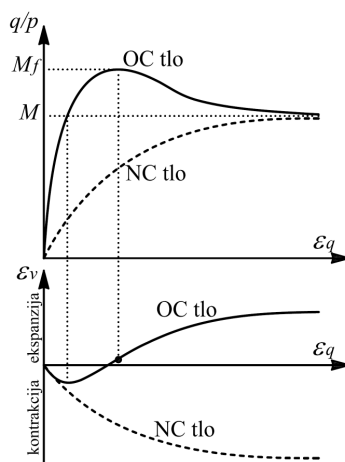
UVOD

Razvoj konstitutivnih matematičkih modela koji će na adekvatan način opisati ponašanje prekonsolidovanog tla u različitim naponsko-deformacijskim uslovima neophodan je za racionalno projektovanje geotehničkih konstrukcija. Koncept kritičnog stanja pruža širok okvir za opisivanje naponsko-deformacijskih relacija za tlo. Najpoznatiji model kritičnog stanja je Modifikovani Cam Clay (MCC) model (Roscoe & Burland, 1968) koji je zasnovan

na velikom broju eksperimentalnih ispitivanja na normalno konsolidovanim i lako prekonsolidovanim glinama, tako da se za takve materijale, pri monotonom opterećenju, može koristiti sa velikom pouzdanošću. Osnovni nedostaci ovog modela su što je elastična oblast unutar površi tečenja veća nego što je to eksperimentima pokazano, zatim nagli prelaz iz elastične u plastičnu oblast i ne može se koristiti za ciklična opterećenja. Značajan napredak u konstitutivnom modeliranju je postignut kada je Dafalias 1976. primenio koncept granične površi na tlo. Umesto klasične površi tečenja kod MCC modela koja ograničava elastični region, definisana je granična površ unutar koje je dozvoljen razvoj plastične deformacije. Prednost ovog koncepta je što je omogućena simulacija ponašanja tla pod cikličnim opterećenjem, kao i uzimanje u obzir prethodne istorije opterećivanja.

PREKONSOLIDOVANA TLA

Prekonsolidovana tla, u poređenju sa normalno konsolidovanim tлом imaju manji koeficijent poroznosti i veću smičuću čvrstoću. Ponašanje tla zavisi od prethodne istorije napona i deformacija. U dreniranim uslovima ispoljavaju krto plastični lom koji podrazumeva povećanje smičućeg napona do maksimalne veličine (vršna smičuća čvrstoća), a zatim opadanje smičućeg napona (omekšanje) pri daljem deformisanju do konstantne veličine. Posle početnog smanjivanja, zapremina uzorka ima tendenciju povećanja pre loma (Slika 1). Krto plastično ponašanje u nižem području normalnih napona se može uočiti kod tvrdih prekonsolidovanih sitnozrnih materijala i kod dobro zbijenih krupnozrnih materijala. To je najsloženiji oblik ponašanja tla pri lomu (Maksimović, 2014).



Slika 1. Karakteristično ponašanje prekonsolidovanog tla u dreniranim uslovima
Figure 1. Characteristic behaviour of overconsolidated soil in drained conditions

MMCC MODEL

Za formulisanje modela za prekonsolidovano tlo korišćene su relacije Modifikovanog Cam Clay modela uz uvođenje pretpostavke da se od početka opterećivanja, istovremeno sa razvojem elastičnih deformacija u tlu razvijaju i plastične deformacije.

Kriva tečenja MCC modela koja ograničava elastični region je u p - q ravni (p – srednji efektivni napon, q – devijator napona) elipsa i definisana je kao:

$$\frac{p}{p_0} = \frac{M^2}{M^2 + \eta^2} \quad (1)$$

gde je M – nagib linije kritičnog stanja (*LKS*), p_0 – parametar ojačanja i η – naponski odnos q/p (Slika 3). Zakon ojačanja zavisi samo od plastične zapreminske deformacije $d\varepsilon_v^p$:

$$dp_0 = \frac{\nu}{\lambda - \kappa} \cdot p_0 \cdot d\varepsilon_v^p \quad (2)$$

gde su λ i κ nagibi linije normalne/izotropne konsolidacije (*LNK/LIK*) i linije bubrenja (*LB*) u $\ln p - \nu$ ravni (ν – specifična zapremina), (Slika 3). Važi asocijativni zakon tečenja u obliku:

$$d = \frac{d\varepsilon_v^p}{d\varepsilon_q^p} = \frac{M^2 - \eta^2}{2\eta} \quad (3)$$

MCC model opisuje neke karakteristike ponašanja prekonsolidovanog tla, ali je osnovni nedostatak što predviđa visoku vrednost devijatora napona pri lomu, kao i veoma veliku oblast u kojoj se materijal ponaša elastično. Sve do dostizanja vršne smičuće čvrstoće, MCC model predviđa samo elastične deformacije.

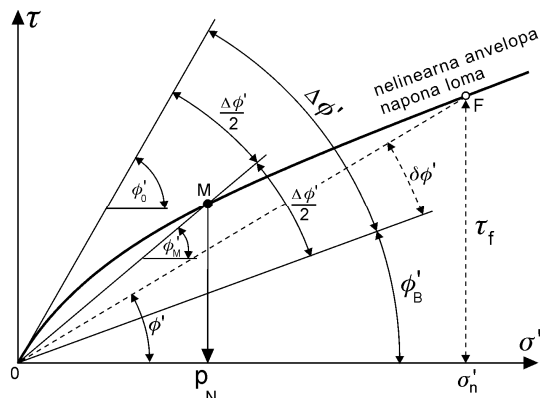
Da bi se smanjila vrednost devijatora napona pri lomu, vršna čvrstoća je opisana nelinearnom anvelopom hiperboličkog tipa koju je formulisao Maksimović 1989., tako da je model nazvan MMCC model (*Maksimović Modified Cam Clay*). Hiperbolička anvelopa napona loma izražena efektivnim naponima opisuje promenu ugla smičuće otpornosti sa promenom normalnih napona. Izraz je izveden prema analogiji sa efektima dilatancije i odnosi se na vršnu čvrstoću tla:

$$\phi'_f = \phi'_B + \frac{\Delta\phi'}{1 + \frac{p}{p_{av}}} \quad (4)$$

gde je:
$$p_{av} = p_N \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{3 - \sin \phi'_M}{1 - \sin^2 \phi'_M} \right) \quad (5)$$

Geometrijsko značenje parametara u navedenim izrazima ilustrovano je na Slici 3. "Bazni ugao trenja", označen kao ϕ'_B je ugao smičuće otpornosti koji se mobilše pri visokim nivoima normalnih napona kada nema promene zapremine. Prva aproksimacija rezultata

ispitivanja ukazuje na približnu jednakost $\phi'_b = \phi'_{cv}$, gde je ϕ'_{cv} ugao smičuće otpornosti pri konstantnoj zapremini kada je dostignuto kritično stanje.



Slika 2. Nelinearna anvelopa hiperboličkog tipa (Maksimović, 1989)
Figure 2. Nonlinear hyperbolic envelope (Maksimović, 1989)

Maksimalna ugaona razlika $\Delta\phi'$ predstavlja maksimalni doprinos dilatancije, odnosno nesavršenu orijentaciju zrna u odnosu na ravan smicanja kada normalni napon teži nuli. Napon srednjeg ugla p_N odražava stišljivost skeleta tla, čvrstoću zrna ili otpor zrna i skeleta protiv drobljenja. Za svaku vrednost srednjeg efektivnog napona p moguće je definisati vršni naponski odnos $\eta = M_f$ (za uslove triaksijalne kompresije) kao:

$$M_f = \frac{6 \sin \phi'_f}{3 - \sin \phi'_f} \quad (6)$$

Da bi površ tečenja nastavila da se širi i za vrednosti naponskog odnosa $M < \eta < M_f$, potrebno je zakon ojačanja formulisati u funkciji i plastične smičuće deformacije (Nova & Wood, 1979) u obliku:

$$dp_0 = \frac{\nu}{\lambda - \kappa} \cdot p_0 \cdot (d\varepsilon_v^p + \xi \cdot d\varepsilon_q^p) \quad (7)$$

Koristeći zakon tečenja (3) MCC modela, izraz za zakon ojačanja postaje:

$$dp_0 = \frac{\nu}{\lambda - \kappa} \cdot p_0 \cdot d\varepsilon_v^p \cdot \omega \quad (8)$$

gde je: $\omega = 1 + \frac{\xi}{d}$ (9)

Parametar ζ predstavlja maksimalnu vrednost dilatancije pri lomu u dreniranim uslovima (Nova, 2006). Ako se usvoji da je:

$$\zeta = \frac{M_f^2 - M^2}{2\eta} \quad (10)$$

zamenom izraza (10) i (3) u izraz (9) dobijamo da je:

$$\omega = \frac{M_f^2 - \eta^2}{M^2 - \eta^2} \quad (11)$$

Kompletne konstitutivne relacije MMCC modela mogu se sada predstaviti kao:

$$\begin{Bmatrix} d\varepsilon_v \\ d\varepsilon_q \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{1}{K} + \frac{\lambda - \kappa}{v \cdot p} \cdot \frac{1}{\omega} \cdot \frac{M^2 - \eta^2}{M^2 + \eta^2} & \frac{\lambda - \kappa}{v \cdot p} \cdot \frac{1}{\omega} \cdot \frac{2\eta}{M^2 + \eta^2} \\ \frac{\lambda - \kappa}{v \cdot p} \cdot \frac{1}{\omega} \cdot \frac{2\eta}{M^2 + \eta^2} & \frac{1}{3G} + \frac{\lambda - \kappa}{v \cdot p} \cdot \frac{1}{\omega} \cdot \frac{4\eta^2}{(M^2 + \eta^2)(M^2 - \eta^2)} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} dp \\ dq \end{Bmatrix} \quad (12)$$

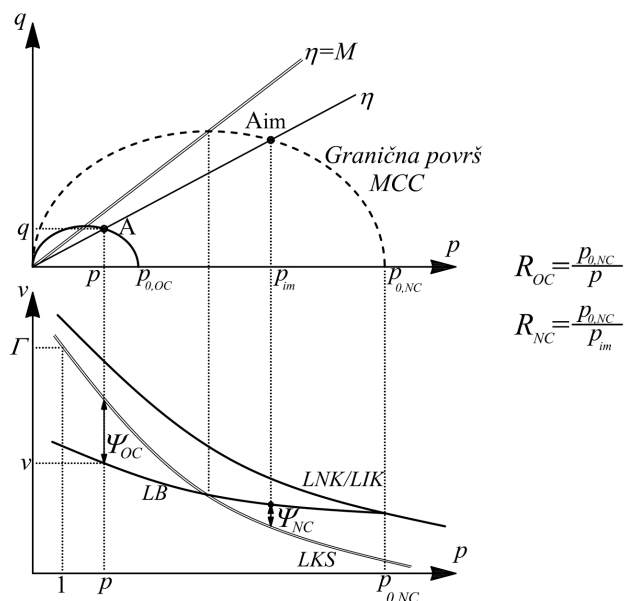
Osnovna razlika u odnosu na konstitutivne relacije MCC modela je nova formulacija zakona ojačanja, kao i redukcija plastičnih deformacija parametrom ω . Mogu se uočiti sledeće karakteristike modela:

- 1) $\eta < M : \omega > 0$, dolazi do kompresije $d\varepsilon_v^p > 0$ i površ tečenja se širi $dp_0 > 0$
- 2) $\eta = M : \omega \rightarrow \infty$, $d\varepsilon_v^p = 0$, prvo karakteristično stanje—prelaz iz kompresije u ekspanziju
- 3) $M < \eta < M_f : \omega < 0$, ekspanzija (dilatancija) $d\varepsilon_v^p < 0$ i površ tečenja se širi $dp_0 > 0$
- 4) $\eta = M_f : \omega \rightarrow 0$, dostignuta je vršna smičuća čvrstoća, drugo karakteristično stanje – prelaz iz ojačanja u omekšanje i $dp_0 = 0$
- 5) $M_f > \eta > M : \omega = 1$, omekšanje $dp_0 < 0$ i zapremina nastavlja da raste $d\varepsilon_v^p < 0$
- 6) $\eta = M : \omega = 1$, dostignuto kritično stanje (lom) $d\varepsilon_v^p = 0$ i $dp_0 = 0$

Nedostaci ovako formulisano MMCC modela su mala početna krutost i velike zapreminske i smičuće plastične deformacije, kao posledica uvođenja pretpostavke o plastičnom deformisanju od početka opterećivanja. Da bi se smanjile vrednosti plastičnih deformacija u početnoj fazi opterećivanja, korišćen je koncept granične površi i parametar ω je modifikovan u obliku:

$$\omega = \frac{M_f^2 - \eta^2}{M^2 - \eta^2} \cdot \frac{R_{OC}}{R_{NC}} \quad (13)$$

Geometrijsko značenje parametara R_{OC} i R_{NC} dato je na Slici 3. Parametar R_{OC} je predstavlja stepen prekonsolidacije tla, definisan kao odnos maksimalne vrednosti srednjeg efektivnog napona $p_{0,NC}$ i tekuće vrednosti napona p . Granična površ je površ tečenja MCC modela. S obzirom da je u novom modelu dozvoljen razvoj plastične deformacije u okviru granične površi, naponska tačka se uvek nalazi na unutrašnjoj površi koja se u literaturi naziva površ popuštanja.



Slika 3. Granična površ i parametar stanja
Figure 3. Bounding surface and state parameter

Ako se rastojanje naponske tačke od LKS označi kao Ψ_{OC} (parametar stanja), sledi da je:

$$\Psi_{OC} = v + \lambda \cdot \ln p - \Gamma \quad (14)$$

odnosno:

$$R_{OC} = 2 \cdot \exp\left(\frac{\Psi_{OC}}{\lambda - \kappa}\right) \quad (15)$$

Rastojanje imaginarnе tačke A_{im} na graničnoj površi od LKS (Slika 3) se može izraziti kao:

$$\Psi_{NC} = (\lambda - \kappa) \cdot \ln\left(\frac{2M^2}{M^2 + \eta^2}\right) \quad (16)$$

Odnosno, parametar R_{NC} računamo kao:

$$R_{NC} = 2 \cdot \exp\left(\frac{\Psi_{NC}}{\lambda - \kappa}\right) \quad (17)$$

Značajno je napomenuti da je parametar ω najveći na početku opterećivanja i tada su vrednosti plastičnih deformacija najmanje. Sa nastavkom procesa deformisanja, polako se gubi stepen prekonsolidacije, granična površ i površ popuštanja se približavaju i parametar ω se smanjuje, a samim tim se povećavaju plastične deformacije u tlu. Nakon dostizanja vršne čvrstoće, model prelazi u MCC model, jer je parametar ω jednak jedinici. Takođe, za normalno konsolidovana tla koja nemaju izraženu vršnu čvrstoću važi da je $M_f = M$ i $R_{OC} = R_{NC}$, tako da je $\omega = 1$. Za opis kompletne konstitutivne veze potrebno je osam parametara – pet parametara MCC modela (M , λ , κ , Γ , G – modul smicanja) i tri nova parametra za opisivanje nelinearne anvelope hiperboličkog tipa ϕ'_B , $\Delta\phi'$, p_N . Svi parametri se mogu odrediti iz konvencionalnog opita triaksijalne kompresije, opita direktnog smicanja i edometarskog opita.

VERIFIKACIJA MODELA

Osnovne karakteristike i mogućnosti MMCC modela verifikovane su kroz poređenje sa eksperimentalnim rezultatima (Bishop & Henkel, 1957). Uzorci prerađene Weald gline sa stepenom prekonsolidacije 24, 12 i 1 su ispitani u dreniranom CD opitu triaksijalne kompresije. Parametri modela su dati u Tabeli 1.

Tabela 1. Parametri MMCC modela
Table 1. Parameters of MMCC model

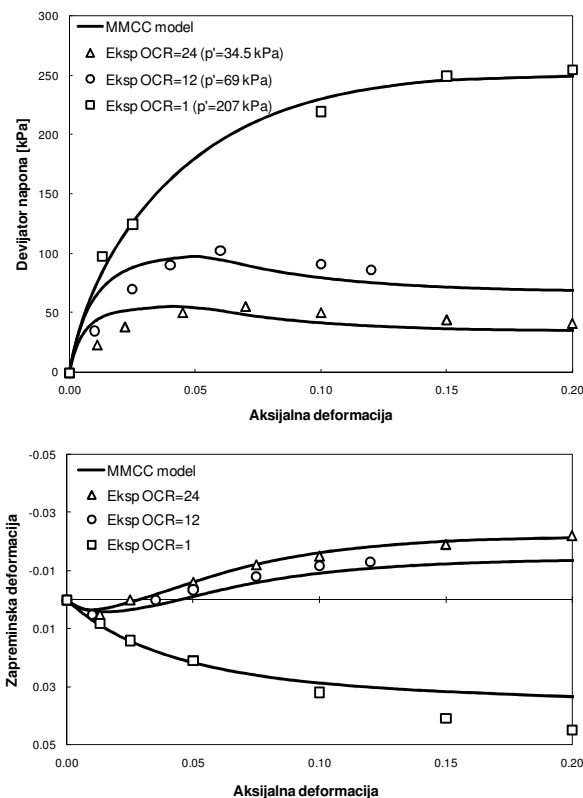
λ	κ	M	Γ	G [kPa]	ϕ'_B [°]	$\Delta\phi'$ [°]	p_N [kPa]
0.093	0.025	0.73	3.06	5000	19	10	145

Na Slici 4 su prikazani eksperimentalni rezultati, kao i predviđanje MMCC modela. Rezultati pokazuju da model sa zadovoljavajućom tačnošću opisuje ponašanje prekonsolidovanog i normalno konsolidovanog tla u dreniranim uslovima. Kod prekonsolidovanih uzoraka, nakon dostizanja vršne čvrstoće, dolazi do omekšanja sve do dostizanja kritičnog stanja. Nakon početne kompresije, dolazi do ekspanzije, odnosno do povećanja zapremine uzorka sve do loma.

ZAKLJUČAK

Koristeći relacije MCC modela i izraz za nelinearnu anvelopu hiperboličkog tipa, razvijen je model za prekonsolidovano tlo. Osnovna modifikacija je u formulaciji zakona ojačanja i redukciji plastičnih deformacija parametrom ω . Uvođenjem parametra ω koji zavisi od trenutnog naponskog stanja, od vrednosti M_f koja opisuje vršnu čvrstoću i od stepena prekonsolidacije, omogućen je razvoj plastičnih deformacija od samog početka opterećivanja, kao i opisivanje krto plastičnog ponašanja tla. Za opis kompletne konstitutivne veze potrebno je osam parametara – pet parametara MCC modela i tri nova parametra za opisivanje nelinearne anvelope hiperboličkog tipa. Model sa

zadovoljavajućom tačnošću opisuje ponašanje prekonsolidovanog i normalno konsolidovanog tla u dreniranim uslovima.



Slika 4. Rezultati triaksijalnog CD opita (Bishop & Henkel, 1957)
Figure 4. Results of CD triaxial test (Bishop & Henkel, 1957)

LITERATURA:

- Bishop, A. W. & Henkel, D. J.: The measurement of soil properties in the triaxial test. Edward Arnold Publishers. London 1957.
- Dafalias, Y. F. & Popov, E. P.: Plastic internal variables formalism of cyclic plasticity. J. of Applied Mechanics, Vol. 98, 645 – 651, 1976.
- Maksimović, M.: Nonlinear failure envelope for soils, Journal of Geotechnical Engineering, American Society of Civil Eng., Vol.115 No. 4 April, 581 586, 1989.
- Maksimović, M.: Mehanika tla. AGM knjiga, peto izdanje. Beograd, 2014.
- Nova, R. & Wood, D. M.: A constitutive model for sand. Int. J. Num. Anal. Methods in Geomech., Vol 3, 255 – 278, 1979.
- Nova, R.: Modelling of bonded soils with unstable structure. International Workshop on Modern Trends in Geomechanics – Vienna, Springer, 2006.
- Roscoe, K. H. & Burland, J. B.: On the generalized stress-strain behaviour of wet clay. Engineering Plasticity. Cambridge University Press. 535 – 609, 1968.