



Zlatko Marković<sup>1</sup>, Milan Spremić<sup>2</sup>, Jelena Dobrić<sup>3</sup>, Nina Gluhović<sup>4</sup>, Aljoša Filipović<sup>5</sup>

## ANALIZA NOSIVOSTI NEUNIFORMNIH ELEMENATA NA FLEKSIONO IZVIJANJE

### **Rezime**

Evrokod 3 definiše dva postupka proračuna nosivosti neuniformnih elemenata na fleksiono izvijanje i to primenom globalne teorije drugog reda sa unapred definisanim imperfekcijama ili primenom opšte metode proračuna koja važi za uniformne elemente, uz izvesne modifikacije. Modifikacije opšte metode u proračunu neuniformnih elemenata najčešće dovode do konzervativnijih rezultata, kojima se ne sagledavaju sve prednosti primene neuniformnih elemenata. U ovom radu je kroz tri numerička primera urađena komparativna analiza ove dve metode proračuna.

### **Ključne riječi**

Fleksiono izvijanje, neuniformni elementi, imperfekcije, teorija drugog reda, EC 3.

## FLEXURAL BUCKLING ANALYSIS OF NON-UNIFORM MEMBERS

### **Summary**

Eurocode 3 provides two methodologies for flexural buckling resistance calculation of non-uniform members, applying global second order theory with predefined imperfections or applying general method for flexural buckling resistance of uniform members, with certain modifications. Modifications of general method for flexural buckling resistance of non-uniform members usually leads to the more conservative results, not accounting with the benefits of the non-uniform members. This paper presents three numerical examples of comparative analysis considering these two methods.

### **Key words**

Flexural buckling, non-uniform members, imperfections, second order theory, EC 3.

---

<sup>1</sup> Dr, redovni profesor, Univerzitet u Beogradu Građevinski fakultet, zlatko@grf.bg.ac.rs.

<sup>2</sup> Dr, docent, Univerzitet u Beogradu Građevinski fakultet, spremic@imk.grf.bg.ac.rs.

<sup>3</sup> Dr, docent, Univerzitet u Beogradu Građevinski fakultet, jelena@imk.grf.bg.ac.rs.

<sup>4</sup> Student doktorskih studija, asistent, Univerzitet u Beogradu Građevinski fakultet, nina@imk.grf.bg.ac.rs.

<sup>5</sup> Student doktorskih studija, asistent, Univerzitet u Beogradu Građevinski fakultet, aljosa.filipovic@gmail.com.

## 1. UVOD

Konstruktivni elementi sa neuniformnom promenom poprečnih preseka imaju značajnu primenu u zgradarstvu, najčešće kod stubova i krovnih rigli okvirmih, portalnih nosača velikih raspona ili nosećih stubova industrijskih hala koje su opremljene kranovima velike nosivosti. Promena poprečnog preseka, koja prati neuniformnu raspodelu presečnih sila duž elementa, može da bude linearna po celoj dužini elementa, ili skokovita u određenom broju diskretnih tačaka sisteme ose elementa. Ovakvim konstruktivnim rešenjem postiže se značajna ušteta u količini čeličnog materijala i ostvaruje ekonomski aspekt u ukupnoj ceni konstrukcije.

Kompleksnost proračuna nosivosti neuniformnih elemenata na fleksiono izvijanje određena je sledećim činjenicama:

- Izraz za elastičnu kritičnu silu izvijanja nije obuhvaćen osnovnim Ojlerovim slučajevima izvijanja. Vrednost elastične kritične sile izvijanja treba da se odredi vodeći računa o tačnoj raspodeli geometrijskih karakteristika po dužini elementa, graničnim uslovima oslanjanja i postojanju eventualnih ekscentriciteta u položaju sistemnih osa susednih segmenta kod elemenata sa stepenastom promenom preseka. Elastična kritična sila izvijanja može da se odredi koristeći teorijske analize koje zahtevaju nalaženje rešenja nelinearne diferencijalne jednačine izvijanja, ili primenom neke od metoda naprednih numeričkih analiza. U jednostavnijim slučajevima mogu se koristiti uprošćeni postupci proračuna u kojima se vrednost elastične kritične sile izvijanja određuje jednim od osnovnih Ojlerovih izraza za izvijanje uniformnih elemenata, ali sa ekvivalentnim momentom inercije ili ekvivalentnom dužinom izvijanja kojima se uzima u obzir geometrijska neuniformnost analiziranog elementa.

- Položaj kritičnog preseka u kojem je dostignuta vrednost granične nosivosti na fleksiono izvijanje nije jednoznačno određen. Ovo je posebno izraženo kod elemenata sa linearnom promenom preseka, pa se u nalaženju rešenja zahteva iterativan postupak proračuna. U opštem slučaju to je presek u kome normalni napon pritiska ima maksimalnu vrednost.

Za praktičnu inženjersku primenu, proračun nosivosti neuniformnih elemenata na fleksiono izvijanje treba da bude zasnovan na primeni globalne analize drugog reda, uzimajući u obzir uticaj geometrijskih, materijalnih i strukturnih imperfekcija na ponašanje konstrukcije u stanju granične nosivosti. Uticaji drugog reda mogu se uzeti u proračunu na dva načina [1], [2]:

- indirektno, određivanjem vrednosti kritične sile izvijanja primenom približnih metoda ili linearne elastične analize (u odgovarajućem softveru) za element bez imperfekcija, nakon čega treba primeniti opšti postupak proračuna nosivosti na fleksiono izvijanje koji važi za uniformne elemente, u saglasnosti sa EN 1993-1-1 [3].

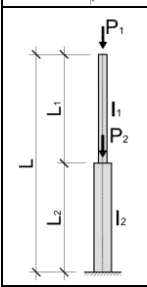
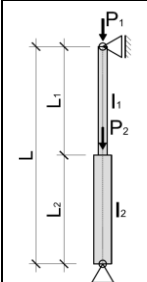
- Direktno (u odgovarajućem softveru), polazeći od početnih, ekvivalentnih globalnih i lokalnih imperfekcija elementa. Oblik imperfekcija treba da odgovara najnižem sopstvenom obliku elastičnog izvijanja u odgovarajućoj ravni izvijanja, a veličine imperfekcija treba da budu u skladu sa preporukama datim u EN 1993-1-1 [3]. Ovim postupkom kontrola nosivosti elemenata na izvijanje svodi se na kontrolu nosivosti najopterećenijeg poprečnog preseka za dejstvo aksijalne sile pritiska i momenta savijanja drugog reda.

Ovaj rad ima za cilj približavanje postupaka dimenzionisanja neuniformnih konstruktivnih elemenata inženjerima u praksi, u skladu sa evropskim tehničkim propisima čije je uvođenje u toku u svim zemljama regiona. U radu je, kroz tri numerička primera, naglašena primena različitih metoda proračuna nosivosti pritisnutih neuniformnih elemenata na fleksiono izvijanje, koje su izvorno zasnovane na različitim rezultatima teorijskih analiza, numeričkih softverskih analiza i preporuka definisanih u EN 1993-1-1 [3].

## 2. TEORIJSKE POSTAVKE

Osnovni oblik analize nosivosti neuniformnih elemenata na fleksiono izvijanje, ne uzimajući u obzir promenu aksijalne sile, definisali su Timoshenko i Gere [5] i Bleich [6]. U slučaju elementa sa linearnom promenom preseka, autori su definisali izraz za elastičnu kritičnu silu izvijanja, u kojoj je promena momenta inercije preseka predstavljena funkcijom  $n$ -tog stepena podužne koordinate elementa.

Tabela 1. Karakteristične jednačine elastičnog izvijanja

	Element / Autori	Karakteristična jednačina	Opis
	Konzolni element sa linearnom promenom poprečnog preseka.  Timoshenko i Gere [5]	$\operatorname{tg}\left(\beta \ln \frac{a+l}{a}\right) + 2\beta = 0$ $\beta = \sqrt{\frac{Pa^2}{EI_1} - \frac{1}{4}}; I_x = I_1 \left(\frac{x}{a}\right)^n$	$I_1$ moment inercije vrha elementa; $a$ odstojanje vrha elementa od „zamišljene nulte tačke“ krutosti elementa; $x$ koordinata merena od „zamišljene nulte tačke“.
	Konzolni element sa stepenastom promenom poprečnog preseka i normalne sile.  Đurić [7]	$1 - \frac{I_1 k_1}{I_2 k_2} \operatorname{tg} \omega_1 \operatorname{tg} \omega_2 = 0$ $\omega_1 = L_1 k_1 = L_1 \sqrt{\frac{P_1}{EI_1}};$ $\omega_2 = L_2 k_2 = L_2 \sqrt{\frac{P_1 + P_2}{EI_2}}$	$I_1, L_1$ : moment inercije i dužina gornjeg segmenta; $I_2, L_2$ : moment inercije i dužina donjeg segmenta.
	Zglobno oslonjen element sa stepenastom promenom poprečnog preseka i normalne sile.  Đurić [7]	$\frac{I_1 k_1}{I_2 k_2} \operatorname{tg} \omega_1 + \operatorname{tg} \omega_2 = 0$ $\omega_1 = L_1 k_1 = L_1 \sqrt{\frac{P_1}{EI_1}};$ $\omega_2 = L_2 k_2 = L_2 \sqrt{\frac{P_1 + P_2}{EI_2}}$	$I_1, L_1$ : moment inercije i dužina gornjeg segmenta; $I_2, L_2$ : moment inercije i dužina donjeg segmenta.

Faktor  $n$  ima različite vrednosti u zavisnosti od postojanja promene krutosti preseka u jednoj i (ili) obe relevantne ravni izvijanja. U slučaju elementa sa stepenastom promenom poprečnog preseka, autori definišu diferencijalne jednačine izvijanja za svaki pojedinačni segment uz zadovoljenje uslova kompatibilnosti pomeranja i obrtanja na mestu promene poprečnog preseka i graničnih uslova oslanjanja. Vrednost kritične sile izvijanja zavisi od odnosa dužina i momenata inercije pojedinačnih segmenata elementa.

U tabeli 1 prikazani su izrazi za karakteristične jednačine elastičnog izvijanja za tri različita slučaja neuniformnih elemenata. Elastična kritična sila izvijanja se dobija kao rešenje karakteristične jednačine po nepoznatoj veličini  $P$ . Prikazane karakteristične jednačine predstavljaju transcendentne jednačine koje se ne mogu rešiti u zatvorenom obliku, pa njihovo rešavanje zahteva primenu numeričkih metoda.

### 3. OPŠTA METODA PRORAČUNA PREMA EN 1993-1-1

Opšta metoda proračuna nosivosti elemenata na izvijanje data u poglavlju 6.3.1, EN 1993-1-1 [3] odnosi se na pritisnute elemente konstantnog poprečnog preseka. Opšti format kontrole nosivosti na izvijanje, prema ovoj metodi, podrazumeva zadovoljenje uslova da je odnos proračunske vrednosti sile pritiska  $N_{Ed}$  i proračunske nosivosti elementa na izvijanje  $N_{b,Rd}$  manji ili jednak jedinici. Proračunska nosivost elementa na izvijanje  $N_{b,Rd}$  predstavlja proizvod bezdimenzionalnog koeficijenta izvijanja  $\chi$  i nosivosti poprečnog preseka koja odgovara naponu na granici razvlačenja  $Af_y$ , a koji je redukovan parcijalnim koeficijentom sigurnosti  $\gamma_{M1}$ . Bezdimenzionalni koeficijent izvijanja  $\chi$  zavisi od relativne vitkosti elementa  $\bar{\lambda}$  i koeficijenta imperfekcije  $\alpha$  kojim su obuhvaćeni uticaji nesavršenosti realnih elemenata. Relativna vitkost za fleksiono izvijanje u slučaju klase poprečnog preseka 1, 2 i 3 određuje se prema izrazu:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{Af_y}{N_{cr}}} \quad (1)$$

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L_{cr}} \quad (2)$$

gde su:  $N_{cr}$  Ojlerova kritična sila za fleksiono izvijanje,  $E$  modul elastičnosti,  $I$  momenat inercije poprečnog preseka u ravni izvijanja a  $L_{cr}$  dužina izvijanja elementa.

Nesavršenosti realnih elemenata smanjuju njihovu nosivost na izvijanje. Evrokod 3 definiše analitičku zavisnost između relativne vitkosti elementa  $\bar{\lambda}$  i bezdimenzionalnog koeficijenta izvijanja  $\chi$  familijom krivih izvijanja. Osnova za matematičku interpretaciju ovih krivih je Ajraton-Perijeva funkcija u kojoj je uticaj nesavršenosti realnih elemenata aproksimiran koeficijentom imperfekcije  $\alpha$ . Vrednost ovog koeficijenta zavisi od oblika poprečnog preseka, relevantne ravni izvijanja, vrste proizvodnog procesa elemenata (vrućevaljani, hladnooblikovani ili zavareni) i kvaliteta osnovnog materijala analiziranog elementa.

Opšta metoda proračuna može se primeniti u proračunu nosivosti pritisnutih neuniformnih elemenata na fleksiono izvijanje uz modifikaciju koja se odnosi na

određivanje vrednosti kritične sile izvijanja  $N_{cr}$ , za koju se ne može koristiti izraz (2). Savremeni postupci proračuna podrazumevaju određivanje elastične kritične sile izvijanja primenom linearno elastične analize izvijanja (u odgovarajućem softveru) ili primenom približnih, pojednostavljenih metoda, koji su date u relevantnoj literaturi [1], u funkciji ekvivalentnog momenta inercije. Za tri različita načina linerane promene preseka duž elementa, Da Silva i dr. [1] navode izraze za ekvivalentni momenat inercije  $I_{eq}$  kao proizvod maksimalnog momenta inercije  $I_{max}$  i koeficijenta  $C$ , koji zavisi od odnosa minimalnog i maksimalnog momenta inercije i odnosa dužine segmenta sa konstantnim poprečnim presekom (ako postoji) i ukupne dužine elementa.

### 3.1. IMPERFEKCIJE

Početne imperfekcije realnih konstruktivnih elemenata mogu se svrstati u tri grupe:

- geometrijske imperfekcije koje obuhvataju geometrijska odstupanja ose elementa od vertikalnosti, pravca ili ravnosti, greške u izvođenju i manje ekscentričnosti delovanja opterećenja. Odstupanja realnih elemenata od njihove projektovane, idealne geometrije moraju biti u okviru standardom propisanih vrednosti proizvodnih tolerancija i tolerancija izvođenja.

- Materijalne imperfekcije obuhvataju nehomogenost mehaničkih svojstava čeličnog materijala i zaostale napone u poprečnim presecima elementa koji su izazvani tehnološkim postupcima proizvodnje.

- Strukturne imperfekcije obuhvataju nesavršenosti u realizaciji veza i spojeva kod realnih elemenata u odnosu na teorijski projektovane detalje.

Bez obzira na relativno malu veličinu, ove nesavršenosti imaju značajan uticaj na smanjenje nosivosti elementa na izvijanje. Prema Evrokodu 3 uticaj strukturnih i geometrijskih imperfekcija treba uzeti u obzir pomoću ekvivalentnih geometrijskih imperfekcija. Razlikuju se dva tipa imperfekcija:

- lokalne imperfekcije, koje se koriste za analizu pojedinačnih elemenata i

- globalne imperfekcije, koje se odnose na konstrukciju kao celinu, to jest na okvirne nosače i spregove ili sisteme za ukrućenje.

Pretpostavljeni oblik globalne i lokalne imperfekcije može se odrediti na osnovu elastičog modela izvijanja konstrukcije u ravni izvijanja koja se razmatra. Kod okvirnih nosača koji su osetljivi na bočno pomerljiv model izvijanja, uticaje imperfekcija treba uzeti u obzir pri globalnoj analizi pomoću ekvivalentnih imperfekcija u obliku početnih imperfekcija zakošenja i pojedinačnih imperfekcija zakrivljenja elemenata. Početne globalne imperfekcije zakošenja treba da se odrede na sledeći način:

$$\phi = \phi_0 \alpha_h \alpha_m \quad (3)$$

gde su:  $\phi_0 = 1/200$ ,  $\alpha_h$  koeficijent redukcije za visinu stubova  $h$ , a  $\alpha_m$  koeficijent redukcije za broj stubova u redu.

Proračunske vrednosti početnih lokalnih imperfekcija zavise od primenjene metode analize (elastične ili plastične) i merodavne krive izvijanja. U tabeli 2 su prikazane proračunske vrednosti početnih lokalnih imperfekcija zakrivljenja, za paraboličan oblik fleksionog izvijanja elementa sa strelom  $e_0$ , prema EN 1993-1-1 [3].

Tabela 2. Proračunske vrednosti početnih lokalnih imperfekcija

Kriva izvijanja	Elastična analiza	Plastična analiza
	$e_0/L$	$e_0/L$
a <sub>0</sub>	1/350	L/300
a	1/300	1/250
b	1/250	1/200
c	1/200	1/150
d	1/150	1/100

Kada se primenjuje elastična globalna analiza, globalne i lokalne imperfekcije se mogu, alternativno, predstaviti istovremeno pomoću elastičnog oblika kritičnog modela izvijanja konstrukcije  $\eta_{cr}$ . Prema [3], amplituda funkcije oblika elastičnog kritičnog izvijanja predstavljena je proizvodom maksimalnog momenta savijanja u kritičnom poprečnom preseku  $EI|\eta_{cr}|_{max}$  i strele početne lokalne imperfekcije zakrivljenja  $e_0$ . Veličina  $e_0$  može se odrediti primenom sledećeg izraza:

$$e_0 = \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) \frac{M_{Rk}}{N_{Rk}} \frac{1 - \chi \bar{\lambda}^2 / \gamma_{M1}}{1 - \chi \bar{\lambda}^2} \quad (4)$$

gde su  $M_{Rk}$  karakterističan momenat nosivosti kritičnog poprečnog preseka, a  $N_{Rk}$  karakteristična vrednost nosivosti kritičnog poprečnog preseka na dejstvo normalne sile. Primenom izraza (4) dobijaju se tačniji rezultati u analizi nosivosti elementa na fleksiono izvijanje u odnosu na slučaj kada se koriste vrednosti iz tabele 2, zbog čega je ovaj izraz usvojen u Nacionalnom prilogu SRPS EN 1993-1-1/NA [2].

Kada se primenjuje globalna analiza drugog reda sa početnim geometrijskim imperfekcijama zakrivljenja, potrebno je samo da se izvrši kontrola najopterećenijeg poprečnog preseka za dejstvo aksijalne sile pritiska  $N_{Ed}$  i momenta savijanja drugog reda  $M_{Ed}$  koji je funkcija ukupne deformacije elementa u stanju granične nosivosti. Nosivost poprečnog preseka treba da se odredi primenom elastične ili plastične lokalne analize, ali sa parcijalnim koeficijentom  $\gamma_{M1}$  koji odgovara stabilitetnim problemima. Vrednost početne geometrijske imperfekcije treba da se usvoji na osnovu krive izvijanja koja je relevantna za razmatrani poprečni presek i osu izvijanja, tabela 2 ili koristeći izraz (4).

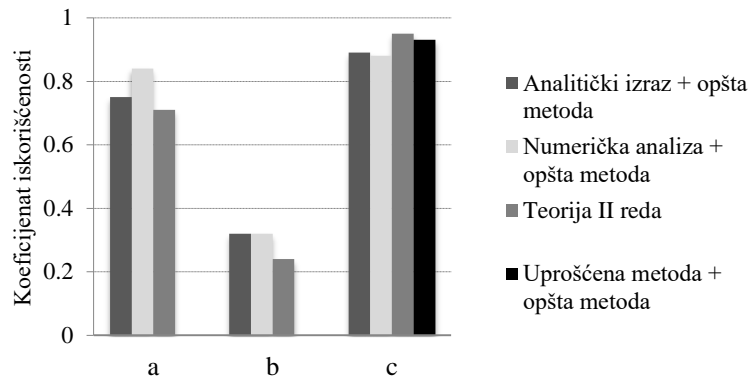
#### 4. NUMERIČKI PRIMERI

Primena različitih metoda proračuna nosivosti pritisnutih neuniformnih elemenata na fleksiono izvijanje, kroz uporedni prikaz rezultata zasnovanih na rezultatima teorijskih analiza, numeričkih analiza i preporuka definisanim u EN 1993-1-1 [3], data je kroz tri numerička primera. Kako je prikazano u tabeli 3 određena je proračunska nosivost neuniformnih elemenata sa skokovitim i linearnom promenom poprečnog preseka. Elementi su opterećeni koncentrisanim aksijalnim silama u skladu sa slikama u okviru tabele 3. Razmatrano je samo fleksiono izvijanje oko jače y-y ose. Osnovni materijal u svim razmatranim primerima je čelik S235.

Tabela 3. Komparativna analiza nosivosti neuniformnih elemenata

Metoda proračuna	a)	b)	c)
Analički izraz + opšta metoda	$N_{cr} = 1774 \text{ kN}$ $N_{b,Rd} = 1068 \text{ kN}$ $N_{b,Rd} / N_{Ed} = 0,75$	$N_{cr} = 3296 \text{ kN}$ $N_{b,Rd} = 2500 \text{ kN}$ $N_{b,Rd} / N_{Ed} = 0,32$	$N_{cr} = 1707 \text{ kN}$ $N_{b,Rd} = 900 \text{ kN}$ $N_{b,Rd} / N_{Ed} = 0,89$
Numerička analiza (softver) + opšta metoda	$N_{cr} = 1472 \text{ kN}$ $N_{b,Rd} = 958 \text{ kN}$ $N_{b,Rd} / N_{Ed} = 0,84$	$N_{cr} = 3264 \text{ kN}$ $N_{b,Rd} = 2483 \text{ kN}$ $N_{b,Rd} / N_{Ed} = 0,32$	$N_{cr} = 1752 \text{ kN}$ $N_{b,Rd} = 910 \text{ kN}$ $N_{b,Rd} / N_{Ed} = 0,88$
Uprošćena metoda ( $I_{eq}$ ) + opšta metoda	u [1] nisu date preporuke za ovakvu geometriju	u [1] nisu date preporuke za ovakvu geometriju	$N_{cr} = 1478 \text{ kN}$ $N_{b,Rd} = 843 \text{ kN}$ $N_{b,Rd} / N_{Ed} = 0,95$
Teorija drugog reda	$\sigma_{max} / f_y = 0,71$	$\sigma_{max} / f_y = 0,24$	$\sigma_{max} / f_y = 0,93$

Elastična kritična sila izvijanja prikazana u tabeli 3 određena je primenom analitičkih izraza datih u tabeli 1 i koristeći numeričke softverske analize. Kod neuniformnog elementa sa linearno promenljivim poprečnim presekom određena je i elastična kritična sila uprošćenim postupkom [1], primenom ekvivalentnog momenta inercije.



Slika 1. Komparativna analiza nosivosti neuniformnih elemenata

Primenom globalne teorije drugog reda određen je odnos maksimalnog napona na mestu najopterećenijeg poprečnog preseka i napona na granici razvlačenja za elemente sa početnim geometrijskim imperfekcijama određenim u skladu sa izrazom (4). Razlika u nosivosti elementa sa skokovito promenljivim poprečnim presekom prema teoriji drugog reda i primenom opšte metode kod koje je kritična sila izvijanja određena pomoću softvera, iznosi 15% u slučaju obostrano zgloбно oslonjenog elementa (a), odnosno 25% u slučaju konzolnog elementa (b). Kod elementa sa linearno promenljivim poprečnim presekom (c) može se uočiti veoma mala razlika u rezultatima primenom teorije drugog reda i uprošćenog postupka. Grafički prikaz komparativne analize nosivosti neuniformnih elemenata dat je na slici 1.

## 5. ZAKLJUČCI

Modifikacije opšte metode proračuna neuniformnih elemenata najčešće dovode do konzervativnijih rezultata. Nemogućnost određivanja kritične sile izvijanja koristeći opšti Ojlerov izraz zahteva primenu analitičkih izraza ili numeričke analize. Određivanje kritične sile izvijanja primenom softvera u slučaju složenih konstrukcija zahteva razvijanje sofisticiranih modela. Poredeći rezultate numeričke analize sprovedene u ovom radu, može se uočiti konzervativnost rezultata primenom opšte metode u poređenju sa proračunom prema teoriji drugog reda. Najveća razlika se dobija kod konzolnih elemenata sa skokovito promenom poprečnog preseka. Tumačeći rezultate sprovedene parametarske analize, koja zbog obraničenog obima rada nije prikazana u ovom radu, kod konzolnih elemenata sa velikim vitkostima razlika u odnosu na opštu metodu i teoriju drugog reda može da iznosi i preko 30% u poređenju sa elementima male vitkosti kod kojih ova odstupanja iznose oko 5%. Kod elemenata male vitkosti nosivost na fleksiono izvijanje, primenom opšte metode, približno je jednaka nosivosti poprečnog preseka, što potvrđuje zanemarljivo odstupanje nosivosti u poređenju sa teorijom drugog reda. Može se zaključiti da u oblasti velikih vitkosti opšta metoda proračuna daje daleko konzervativnije rezultate u odnosu na proračun prema teoriji drugog reda. Definisane detaljnije preporuke za proračun neuniformnih elemenata na fleksiono izvijanje u tehničkim propisima omogućilo bi brži i jednostavniji proračun ovakvih elemenata.

## LITERATURA

- [1] L. S. da Silva, R. Simoes, H. Gervasio: "Design of steel structures. Eurocode 3: Design of steel structures. Part 1-1 - General rules and rules for buildings", ECCS Eurocode Design Manuals, 1<sup>st</sup> Edition, Wilhelm Ernst & Sohn, 2010.
- [2] Z. Marković: "Granična stanja čeličnih konstrukcija prema Evrokodu", Akademska misao, Beograd, 2014.
- [3] EN 1993-1-1: 2005 Eurocode 3: "Design of Steel Structures: General rules and rules for buildings", CEN, 2005.
- [4] Galambos T: "Guide to stability criteria for metal structures", 4th ed. NY, Wiley, 1988.
- [5] S. P. Timoshenko, J. M. Gere: "Theory of elastic stability", NY: McGraw-Hill, 1985.
- [6] F. Bleich: "Buckling Strength of Metal Structures", McGraw-Hill Book Company, 1952.
- [7] M. Đurić: "Stabilnost i dinamika konstrukcija", Skriptarnica saveza studenata građevinskog fakulteta, 1973.