

UNIVERZITET U BEOGRADU
GRAĐEVINSKI FAKULTET

Darko M. Anđić

**ODREĐIVANJE KOMPONENTI DISPERZIJA
VREMENSKI VARIJABILNIH GREŠAKA
U GPS ODREĐIVANJU KOORDINATA**

DOKTORSKA DISERTACIJA

Beograd, 2019.

UNIVERSITY OF BELGRADE
FACULTY OF CIVIL ENGINEERING

Darko M. Anđić

**ESTIMATION OF TIME-VARIABLE ERROR
VARIANCE COMPONENTS IN GPS
DETERMINATION OF COORDINATES**

DOCTORAL DISSERTATION

Belgrade, 2019.

Mentor: **dr Dragan Blagojević, redovni profesor**
Univerzitet u Beogradu
Građevinski fakultet, Institut za geodeziju i geoinformatiku

Članovi Komisije: **dr Dragan Blagojević, redovni profesor**
Univerzitet u Beogradu
Građevinski fakultet, Institut za geodeziju i geoinformatiku

dr Branko Božić, redovni profesor
Univerzitet u Beogradu
Građevinski fakultet, Institut za geodeziju i geoinformatiku

dr Vesna Jevremović, vanredni profesor (u penziji)
Univerzitet u Beogradu
Matematički fakultet

Datum odbrane: _____



Ovaj rad posvećujem mojim roditeljima,

Miomiru i Gorici,

*zbog velikog požrtvovanja i ogromne
podrške svake vrste koju su mi pružali i
pružaju tokom cijelog mog života*

Izjave zahvalnosti

Nakon punih šest godina rada na ovoj disertaciji, javlja se iskrena potreba za izražavanje zahvalnosti svima koji su to zaslužili.

Najprije, želim da pomenem prof. dr Gligorija Perovića, dipl.inž.geod, koji mi je mnogo pomogao kada je u pitanju izbor teme disertacije. Naime, predložio je istu i to je naišlo na saglasnost mentora. Pored toga, konstatujem da sam na samom početku istraživanja uživao nesebično uvođenje u problematiku s njegove strane. Preliminarne rezultate istog on je, kasnije, naveo u svojoj monografiji Teorija grešaka merenja (2015), integrišući ih u tekst na svoj način i po svom viđenju problematike, pružajući mi, na taj način, podršku u naučnom radu.

Mentoru, prof. dr Draganu Blagojeviću, dipl.inž.geod, dugujem zahvalnost na moralnoj podršci u završnoj fazi rada, a jednu veliku satisfakciju za budući rad mi predstavlja činjenica da su moji prijedlozi vezano za sagledavanje problematike u disertaciji uvijek nailazili na njegove pozitivne reakcije i slaganje.

Prof. dr Branko Božić, dipl.inž.geod, poslije preliminarnog uvida u tekst, nekim od svojih sugestija, probudio je u meni još ideja za prezentaciju, što je doprinijelo detaljnijem tekstualnom prikazu već dobijenih rezultata.

Na pažljivom pregledu rukopisa, veoma sam zahvalan prof. dr Vesni Jevremović, dipl.mat, i izražavam zadovoljstvo zbog njenog prisustva, s obzirom da se sjećam njenih metodskih principa i pedagoškog stava, sa kojima sam se upoznao na osnovnim studijama i koji su za svaku pohvalu.

Zahvalan sam direktoru Uprave za nekretnine Crne Gore, g-dinu Draganu Kovačeviću, za obezbjeđenje sredstava za pokrivanje svih troškova prijave ove disertacije, kao i za datu pisanu saglasnost za korišćenje GPS podataka prikupljenih u MontePos mreži permanentnih stanica, koji čine oko 20% ukupnog broja ovdje analiziranih podataka.

Najveće strpljenje i moralnu podršku svih ovih godina, pokazali su moja supruga Olga i moja djeca Jovan i Helena, zbog čega im odajem veliko poštovanje. Ujedno, supruzi se zahvaljujem na velikoj predanosti u lektorisanju ove disertacije.

Ogromnu moralnu i svaku drugu podršku imao sam od mojih roditelja, posebno u ključnim momentima izrade disertacije, a uz mene su bila i moja dva brata.

Darko M. Anđić

Određivanje komponenti disperzija vremenski varijabilnih grešaka u GPS određivanju koordinata

Rezime

Korišćenjem potpuno novog pristupa u istraživanju rezidualnih uticaja na relativno GPS pozicioniranje, koji podrazumijeva primjenu dvofaktorske hijerarhijske klasifikacije sa slučajnim efektima, bez interakcija, u integralnom sagledavanju tih uticaja zajedno sa čisto slučajnim uticajima, korišćenjem jednog linearnog modela, dobijene su pouzdane ANOVA ocjene. Na osnovu istih, primjenom metode momenata, dobijene su definitivne ocjene komponenti disperzija relativnih koordinata e , n i u . Za potrebe istraživanja, korišćeni su GPS podaci prikupljeni sa intervalom registracije od 30 s na krajnjim stanicama pet baznih linija različitih dužina (5.6, 13.6, 40, 129.5 i 281.9 km), u toku četvorogodišnjeg perioda (2008-2011). Istraživanje je sprovedeno pojedinačno nad vremenskim serijama koja uključuju fiksna rješenja dobijena samo za period obdanice, period noći i cjelodnevni period. Pri razmatranju cjelodnevnog ponašanja rezidualnih uticaja, ispostavilo se da su srednje vrijednosti standarda *zajedničkog uticaja reziduala troposferske i jonosferske refrakcije*, koje odgovaraju koordinatama e , n i u , redom, sljedeće: 0.1104, 0.0952 i 0.3709 mm/km. Što se tiče *uticaja reziduala "far-field" višestruke refleksije*, srednje vrijednosti standarda, podrazumijevajući isti redosljed navođenja, su: 4.1, 5.7 i 11.8 mm. *Zajednički uticaj reziduala "near-field" višestruke refleksije i reziduala ekscentriciteta i varijacija faznih centara antena prijemnika*, po istom redosljedu prikaza, karakterišu sljedeće srednje vrijednosti standarda: 2.7, 4.1 i 12.1 mm. ANOVA ocjene imaju zanemarljiv stepen korelacije i, kao i standardi razmatranih komponentnih rezidualnih uticaja, posjeduju sezonski karakter, dostižući maksimume u ljetnjim, a minimume u zimskim mjesecima.

Ključne riječi: rezidualni uticaji u GPS pozicioniranju, dvofaktorska hijerarhijska klasifikacija, integralni pristup, ocjenjivanje komponenti disperzija relativnih koordinata, preciznost relativnog GPS pozicioniranja na nivou pojedinačne epohe

Naučna oblast: Geodezija

Uža naučna oblast: Geodezija u inženjerskim oblastima

UDK broj: 528:624(043.3)

Estimation of Time-Variable Error Variance Components in GPS Determination of Coordinates

Abstract

By using a fully new approach in researching residual effects on relative GPS positioning, which implies applying of two-way nested classification with random effects, with no interactions, in an integral consideration of these effects along with pure random effects, through using a linear model, reliable ANOVA estimates were obtained. Based on those estimates, applying the method of moments, definitive variance components of relative coordinates e , n and u were obtained. For the research purpose, GPS data collected with the registration interval of 30 s, at the ending stations of five baselines with different lengths (5.6, 13.6, 40, 129.5 i 281.9 km), during the full four-year period (2008-2011), were used. The research was conducted individually by using monthly time series that included fixed solutions obtained only for daytime, nighttime and whole-day period. In consideration of whole-day behaviour of the residual effects, it turned out that the mean standard deviations of *the joint effect of tropospheric and ionospheric residual*, corresponding to the coordinates e , n and u , are, respectively, the following: 0.1104, 0.0952 and 0.3709 mm/km. As for *the "far-field" multipath residual effect*, the mean standard deviations, assuming the same order of presentation, are: 4.1, 5.7 and 11.8 mm. *The joint effect of the "near-field" multipath and receiver antenna phase center offsets and variations residuals*, in the same order of view, are characterized by the following mean standard deviations: 2.7, 4.1 and 12.1 mm. The ANOVA estimates are with a negligible degree of correlation and, as well as standard deviations of the considered component residual effects, have a seasonal pattern, reaching their maximums in the summer, and the minimums in the winter months.

Key words: residual effects in GPS positioning, two-way nested classification, integral approach, relative coordinate variance components estimation, accuracy of relative GPS positioning at the single-epoch level

Scientific field: Geodesy

Scientific subfield: Engineering Geodesy

UDC number: 528:624(043.3)

Sadržaj

G l a v a 1

UVOD	1
1.1 Prethodni radovi na istraživanju uticaja jonosferske i troposferske refrakcije i uticaja višestruke refleksije na GPS pozicioniranje	3
1.2 Predmet i cilj istraživanja u disertaciji	25
1.3 Polazne hipoteze istraživanja i naučne metode u disertaciji	26
1.4 Naučni doprinos istraživanja u disertaciji	28

G l a v a 2

GPS	29
2.1 Istorijat razvoja i tehnološka dostignuća	29
2.2 GPS segmenti i njihova povezanost	33
2.3 GPS satelitski signali	37
2.4 Vrste GPS mjerenih veličina	41
2.4.1 Kodna mjerenja i pseudodužine	41
2.4.2 Fazna mjerenja i pseudodužine	43
2.5 Princip relativnog GPS pozicioniranja	45
2.6 Sistemi vremena relevantni za GPS pozicioniranje.....	46
2.7 Koordinatni sistemi relevantni za GPS pozicioniranje.....	49
2.8 Osnove teorije relativnosti relevantne za GPS pozicioniranje	52

G l a v a 3

IZVORI GREŠAKA U GPS POZICIONIRANJU.....	58
3.1 Uticaji koji potiču od satelita.....	58
3.1.1 Greška orbite satelita	58
3.1.2 Greška časovnika satelita	60
3.1.3 Ekscentricitet i varijacije faznog centra antene satelita.....	61
3.1.4 Fazni "wind-up" efekat	64
3.1.5 Kašnjenje signala pri prolasku kroz hardver satelita.....	66
3.2 Uticaji na prostiranje satelitskog signala kroz atmosferu.....	67

3.2.1	Jonosferska refrakcija.....	67
3.2.2	Troposferska refrakcija.....	74
3.3	Utjecaji koji potiču od prijemnika i okruženja mjesta postavljanja antene	82
3.3.1	Mjerni šum prijemnika	82
3.3.2	Višestruka refleksija signala.....	86
3.3.3	Ekscentricitet i varijacije faznog centra antene prijemnika.....	93
3.3.4	Kašnjenje signala pri prolasku kroz hardver prijemnika.....	96
3.4	Utjecaji koji uzrokuju promjenu položaja stanice.....	97
3.4.1	Plima Zemljine kore	97
3.4.2	Okeansko klimatsko opterećenje.....	101
3.4.3	Rotacione deformacije usljed pomjeranja pola	104
3.5	Utjecaji koji se pokoravaju teoriji relativnosti	106
3.5.1	Vremensko kašnjenje časovnika satelita usljed relativnog kretanja u odnosu na časovnik prijemnika	106
3.5.2	Vremensko odstupanje usljed različite jačine gravitacionog polja na mjestu prijemnika i satelita.....	107
3.5.3	Ukupni uticaj na časovnik satelita.....	108
3.5.4	Uticaj na časovnik prijemnika	111
3.5.5	Uticaj na ubrzanje satelita	112
3.5.6	Uticaj na prostiranje satelitskog signala u blizini Zemlje	113
3.5.7	Uticaj na radijalno geodetsko rastojanje između satelita i prijemnika.....	113

G l a v a 4

	MATEMATIČKI MODEL GPS MJERENJA	115
4.1	Funkcionalni model.....	115
4.1.1	Linearne kombinacije pseudodužina	117
4.1.1.1	Proste razlike faznih pseudodužina.....	117
4.1.1.2	Dvostruke razlike faznih pseudodužina	117
4.1.1.3	Trostruke razlike faznih pseudodužina	119
4.1.1.4	Dvofrekventne linearne kombinacije.....	120
4.2	Stohastički model	130
4.2.1	Standardni stohastički model faznih mjerenja i linearnih kombinacija istih...131	
4.2.2	Stohastički modeli sa disperzijama kao funkcijama određenih parametara....134	

Glava 5

MATEMATIČKA OBRADA GPS MJERENJA	137
5.1 Ocjenjivanje nepoznatih parametara metodom najmanjih kvadrata	137
5.1.1 Uvodna razmatranja	137
5.1.2 Gauss-Markov-ljev model i rezultati ocjenjivanja	138
5.2 Adekvatnost i pouzdanost modela.....	141
5.2.1 DIA postupak	143
5.2.2 Pouzdanost u testiranju.....	146
5.3 Prethodna obrada GPS mjerenja.....	147
5.3.1 Određivanje preliminarnih ocjena nepoznatih koordinata prijemnika	147
5.3.2 Otkrivanje faznih skokova i njihova korekcija.....	151
5.4 Rješavanje pitanja cjelobrojnih faznih neodređenosti.....	157
5.4.1 Uvodna razmatranja	157
5.4.2 ILS ocjenjivanje nepoznatih parametara	160
5.4.3 Sekvencijalno uslovno ocjenjivanje metodom najmanjih kvadrata	161
5.4.4 LAMBDA metoda.....	163
5.4.5 Kratak pregled ostalih metoda.....	166
5.4.6 Validacija "plutajućeg" i fiksnog rješenja	167

Glava 6

DVOFAKTORSKA HIJERARHIJSKA KLASIFIKACIJA SA SLUČAJNIM EFEKTIMA BEZ INTERAKCIJA	171
6.1 Slučaj nejednakog broja podataka po grupama	171
6.1.1 Matematički model.....	171
6.1.2 Analiza disperzije (ANOVA).....	173
6.1.3 Srednji kvadrati odstupanja	174
6.1.4 Testiranje hipoteza o uticaju ugniježdenog i ugnježdavajućeg faktora.....	176
6.1.5 Ocjenjivanje komponenti disperzije mjerenja (ANOVA ocjenjivači)	180
6.1.6 Disperzije ANOVA ocjenjivača.....	182
6.2 Slučaj jednakog broja podataka po grupama.....	183
6.3 Primjena dvofaktorske hijerarhijske klasifikacije kod GPS pozicioniranja.....	185
6.3.1 Prvi rezultati koji su potvrdili primjenljivost	185
6.3.2 Osnovne postavke primjene	186

6.3.3 Testiranje prisustva grubih grešaka u GPS mjerenjima	188
--	-----

Glava 7

EKSPERIMENTALNA ISTRAŽIVANJA I REZULTATI197

7.1 Osnovni podaci o infrastrukturi korišćenoj u eksperimentu.....	197
7.1.1 Bazna linija TORI-IENG.....	197
7.1.2 Bazna linija IGMI-PRAT	199
7.1.3 Bazna linija BOR1-WROC	201
7.1.4 Bazna linija BACA-BAIA.....	203
7.1.5 Bazna linija BAR-PODG	205
7.2 Uspostavljanje fiksnih rješenja i proračuni kojima su ista podvrgnuta.....	207
7.3 Rezultati proračuna za baznu liniju TORI-IENG (5.6 km)	210
7.4 Rezultati proračuna za baznu liniju IGMI-PRAT (13.6 km).....	228
7.5 Rezultati proračuna za baznu liniju BAR-PODG (40 km).....	243
7.6 Rezultati proračuna za baznu liniju BOR1-WROC (129.5 km).....	258
7.7 Rezultati proračuna za baznu liniju BACA-BAIA (281.9 km)	271

Glava 8

ANALIZA REZULTATA EKSPERIMENTALNIH ISTRAŽIVANJA286

8.1 Analiza rezultata eksperimentalnih istraživanja i usvajanje definitivnih ANOVA ocjena za komponentne uticaje	286
8.2 Upoređenje usvojenih ANOVA ocjena u ovdašnjem istraživanju sa rezultatima iz ranijih istraživanja pojedinačnih rezidualnih uticaja.....	305
8.3 Računanje definitivnih ocjena komponenti disperzija relativnih koordinata korišćenjem usvojenih ANOVA ocjena	307
8.4 Testiranje jednakosti disperzija unutar cijelog razmatranog vremenskog perioda i unutar godišnjih doba za svaki komponentni uticaj	326
8.5 Testiranje međusobne jednakosti disperzija dobijenih za oba subdnevna i cjelodnevni period za svaki komponentni uticaj	329

Glava 9

ZAKLJUČCI I MOGUĆI PRAVCI DALJIH ISTRAŽIVANJA337

Literatura

Biografija autora

Spisak skraćenica

AF	Adaptive Filter
AFM	Ambiguity Function Method
AFSCN	Air Force Satellite Control Network
ANOVA	ANalysis Of VAriance
AP-CRPA	Advanced Pinwheel Compact Controlled Reception Pattern Antenna
ARTA	Aspect Repeat Time Adjustment
ASF	Advanced Siderial Filtering
BIH	Bureau International de l'Heure
BIPM	Bureau International des Poids et Mesures
BPSK	Binary Phase-Shift Keying
CCRS (F)	Conventional Celestial Reference System (Frame)
CDDIS	Crustal Dynamics Data Information System
CODE	Center for Orbit Determination in Europe
CR (Antenna)	Choke-Ring (Antenna)
CTP	Conventional Terrestrial Pole
CTRS (F)	Conventional Terrestrial Reference System (Frame)
DCB	Differential Code Bias
DIA	Detection-Identification-Adaptation
DLL	Delay Lock Loop
DoD	Department of Defense
DOFI	Detailed Obs File Information
DOT	Department Of Transportation
DOY	Day Of the Year
ECEF	Earth-Centered Earth-Fixed
ECI	Earth-Centered Inertial
ENU (CS)	East-North-Up (Coordinate System)
EPN	EUREF Permanent Network
ERP	Earth Rotation Parameters
ESOC	European Space Operation Centre

EUPOS	EU ropean PO sition Determination System
EUREF	EU ropean RE ference Frame
FARA	Fast A mbiguity R esolution A pproach
FASF	Fast A mbiguity S earch F ilter
FLL	Frequency L ock L oop
FT	Fourier T ransform
GF (LC)	G eometry- F ree (Linear Combination)
GGOS	G lobal G eodetic O bserving System
GIM	G lobal I onospheric M apping
GMF	G lobal M apping F unction
GNSS	G lobal N avigation S atellite System
GPST	GPS Time
GST	G reenwich S iderial T ime
IAU	I nternational A stronomical U nion
IB	I nteger B ootstrapping
ICD	I nterface C ontrol D ocument
IERS	I nternational E arth R otation and Reference Systems S ervice
IF (LC)	I onosphere- F ree (Linear Combination)
IGRF	I nternational G eomagnetic R eference F ield
IGS	I nternational G NSS S ervice
ILS	I nteger L east S quares
IPP	I onospheric P ierce P oint
IR	I nteger R ounding
ITCAR	I ntegrated T hree C arrier A mbiguity R esolution
ITRF	I nternational T errestrial R eference F rame
JD	J ulian D ate
JPL	J et P ropulsion L aboratory
LAMBDA	L east- S quares A MBiguity D ecorrelation A djustment
LHCP	L eft- H and C ircularly P olarized
LOS	L ine- O f- S ight
LSAST	L east- S quares A mbiguity S earch T echnique
MAUPRP	M anual and A Utomatic P Re- P rocessing
MDB	M inimal D etectable B ias

MEO	Medium Earth Orbit
MM	Method of Moments
MMDLL	Multipath Mitigation Delay Lock Loop
MMT	Multipath Mitigation Technology
MontePos	Montenegrin Positioning System
MRT	Multipath Repeat Time
MSE	Mean-Square Error
MSISE-90 (86)	Mass Spectrometer and Incoherent Scatter Extended Atmospheric Model 1990 (1986)
MSLM	Modified Single-Layer Model
MW (LC)	Melbourne-Wübbena (Linear Combination)
NASA	National Aeronautics and Space Administration
NAVSTAR GPS	NAVigation Satellite Timing And Ranging Global Positioning System
NC	Narrow Correlator
NCST	Naval Centre for Space Technologies
NDDS	Nuclear Detonations Detection System
NGA	National Geospatial-Intelligence Agency
NGS	National Geodetic Survey
NL (LC)	Narrow-Lane (Linear Combination)
NNSS	Navy Navigation Satellite System
NWM	Numerical Weather Model
OMEGA	Optimal Method for Estimating GPS Ambiguities
ORTM	Orbit Repeat Time Method
OTF	On-The-Fly
PEROBHIK2S	PErovićeva ROBusna metoda testiranja postojanja grubih grešaka u HIjerarhijskoj Klasifikaciji sa 2 Slučajna efekta
PLL	Phase Lock Loop
PPP	Precise Point Positioning
PRN	Pseudo-Random Noise
PSD	Power Spectral Density
R(S)AMPC	Receiver (Satellite) Antenna Mean Phase Center
R(S)APC(O)(V)	Receiver (Satellite) Antenna Phase Center (Offset) (Variation)
RARP	Receiver Antenna Reference Point

RCM	Residual Correlation Method
RHCP	Right-Hand Circularly Polarized
RINEX	Receiver INdependent EXchange
RMSE	Root-Mean-Square Error
ROB	Royal Observatory of Belgium
RT	Ray Tracing
SCoM	Satellite Center of Mass
SF	Siderial Filter
SISRE	Signal-In-Space-Range-Error
SLM	Single-Layer Model
SNR	Signal-to-Noise Ratio
SO (CS)	Satellite Orbit (Coordinate System)
SOPAC	Scripps Orbit and Permanent Array Center
STEC	Slant Total Electron Content
TAI	Temps Atomique International
TDB	Temps Dynamique Barycentrique
TDT	Temps Dynamique Terrestre
TEC(U)	Total Electron Content (Unit)
TIMATION	TIME NavigATIOn
TSM	Thin-Shell Model
TT	Terrestrial Time
TT&C	Telemetry, Tracking & Commanding
TTC	Trimble Total Control
USN	United States Navy
USNO	United States Naval Observatory
UT	Universal Time
UTC	Universal Time Coordinated
VF	Vondrak Filter
VLBI	Very Long Baseline Interferometry
VMF	Vienna Mapping Functions
VTEC	Vertical Total Electron Content
WDS	World Data System
WF	Wavelet Filter

WGS84	World Geodetic System 1984
WL (LC)	Wide-Lane (Linear Combination)
WT	Wavelet Transform

Spisak tabela

Glava 1

Tabela 1.1.1 – Vrijednosti standardnih devijacija koordinata bez i sa primjenom ASF korekcija, pri čemu nije uzet u obzir manevrisani satelit PRN1324

Tabela 1.1.2 – Vrijednosti standardnih devijacija koordinata bez i sa primjenom ASF korekcija, pri čemu je uzet u obzir manevrisani satelit PRN13.....24

Glava 4

Tabela 4.1.1 – Numeričke karakteristike linearnih kombinacija LC1 do LC6129

Glava 7

Tabela 7.3.1 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu e bazne linije TORI-IENG, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku obdanica*.....216

Tabela 7.3.2 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu n bazne linije TORI-IENG, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku obdanica*.....217

Tabela 7.3.3 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu u bazne linije TORI-IENG, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku obdanica*.....218

Tabela 7.3.4 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu e bazne linije TORI-IENG, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku noći*.....219

Tabela 7.3.5 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu n bazne linije TORI-IENG, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku noći*.....220

Tabela 7.3.6 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu *u* bazne linije TORI-IENG, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku noći*.....221

Tabela 7.3.7 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu *e* bazne linije TORI-IENG, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku cijelih dana*222

Tabela 7.3.8 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu *n* bazne linije TORI-IENG, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku cijelih dana*223

Tabela 7.3.9 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu *u* bazne linije TORI-IENG, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku cijelih dana*224

Tabela 7.4.1 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu *e* bazne linije IGMI-PRAT, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku obdanica*.....233

Tabela 7.4.2 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu *n* bazne linije IGMI-PRAT, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku obdanica*.....234

Tabela 7.4.3 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu *u* bazne linije IGMI-PRAT, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku obdanica*.....235

Tabela 7.4.4 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu *e* bazne linije IGMI-PRAT, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku noći*.....236

Tabela 7.4.5 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu *n* bazne linije IGMI-PRAT, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku noći*.....237

Tabela 7.4.6 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu *u* bazne linije IGMI-PRAT, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku noći*.....238

Tabela 7.4.7 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu *e* bazne linije IGMI-PRAT, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku cijelih dana*239

Tabela 7.4.8 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu *n* bazne linije IGMI-PRAT, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku cijelih dana*240

Tabela 7.4.9 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu *u* bazne linije IGMI-PRAT, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku cijelih dana*241

Tabela 7.5.1 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu *e* bazne linije BAR-PODG, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku obdanica*.....246

Tabela 7.5.2 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu *n* bazne linije BAR-PODG, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku obdanica*.....247

Tabela 7.5.3 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu *u* bazne linije BAR-PODG, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku obdanica*.....248

Tabela 7.5.4 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu *e* bazne linije BAR-PODG, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku noći*.....249

Tabela 7.5.5 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu *n* bazne linije BAR-PODG, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku noći*.....250

Tabela 7.5.6 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu *u* bazne linije BAR-PODG, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku noći*.....251

Tabela 7.5.7 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu *e* bazne linije BAR-PODG, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku cijelih dana*252

Tabela 7.5.8 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu *n* bazne linije BAR-PODG, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku cijelih dana*253

Tabela 7.5.9 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu *u* bazne linije BAR-PODG, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku cijelih dana*254

Tabela 7.6.1 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu *e* bazne linije BOR1-WROC, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku obdanica*.....261

Tabela 7.6.2 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu *n* bazne linije BOR1-WROC, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku obdanica*.....262

Tabela 7.6.3 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu *u* bazne linije BOR1-WROC, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku obdanica*.....263

Tabela 7.6.4 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu *e* bazne linije BOR1-WROC, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku noći*.....264

Tabela 7.6.5 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu *n* bazne linije BOR1-WROC, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku noći*.....265

Tabela 7.6.6 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu *u* bazne linije BOR1-WROC, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku noći*.....266

Tabela 7.6.7 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu *e* bazne linije BOR1-WROC, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku cijelih dana*267

Tabela 7.6.8 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu *n* bazne linije BOR1-WROC, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku cijelih dana*268

Tabela 7.6.9 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu *u* bazne linije BOR1-WROC, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku cijelih dana*269

Tabela 7.7.1 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu *e* bazne linije BACA-BAIA, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku obdanica*.....274

Tabela 7.7.2 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu *n* bazne linije BACA-BAIA, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku obdanica*.....275

Tabela 7.7.3 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu *u* bazne linije BACA-BAIA, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku obdanica*.....276

Tabela 7.7.4 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu *e* bazne linije BACA-BAIA, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku noći*.....277

Tabela 7.7.5 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu *n* bazne linije BACA-BAIA, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku noći*.....278

Tabela 7.7.6 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu *u* bazne linije BACA-BAIA, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku noći*.....279

Tabela 7.7.7 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu *e* bazne linije BACA-BAIA, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku cijelih dana*280

Tabela 7.7.8 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu *n* bazne linije BACA-BAIA, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku cijelih dana*281

Tabela 7.7.9 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu *u* bazne linije BACA-BAIA, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku cijelih dana*282

Tabela 8.1.1 – Maksimalna dimenzija (prečnik) antene sa odgovarajućim udaljenjem "far-field" oblasti od iste za antene korišćene u eksperimentu i LC3 opažanja ($\lambda = \lambda_{LC3} = 0.485$ m)	287
Tabela 8.1.2 – Postotak trojki ANOVA ocjena komponentnih uticaja po koordinatama <i>e</i> , <i>n</i> i <i>u</i> , pri sagledavanju pojedinačnih obdanica, noći i cijelih dana, koje nijesu ušle u analizu zbog svođenja na jednofaktorski problem (primijenjena <i>Varijanta (3,90)</i> , period 2008-2011)	292
Tabela 8.1.3 – Srednje vrijednosti ocjena standarda komponentnih uticaja, kao kvadratni korijeni sredina odnosnih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinate <i>e</i> , <i>n</i> i <i>u</i> , iz proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe <i>u toku obdanica</i> (bazna linija TORI-IENG).....	293
Tabela 8.1.4 – Srednje vrijednosti ocjena standarda komponentnih uticaja, kao kvadratni korijeni sredina odnosnih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinate <i>e</i> , <i>n</i> i <i>u</i> , iz proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe <i>u toku noći</i> (bazna linija TORI-IENG).....	293
Tabela 8.1.5 – Srednje vrijednosti ocjena standarda komponentnih uticaja, kao kvadratni korijeni sredina odnosnih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinate <i>e</i> , <i>n</i> i <i>u</i> , iz proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe <i>u toku cijelih dana</i> (bazna linija TORI-IENG).....	293
Tabela 8.1.6 – Srednje vrijednosti ocjena standarda komponentnih uticaja, kao kvadratni korijeni sredina odnosnih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinate <i>e</i> , <i>n</i> i <i>u</i> , iz proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe <i>u toku obdanica</i> (bazna linija IGMI-PRAT)	294
Tabela 8.1.7 – Srednje vrijednosti ocjena standarda komponentnih uticaja, kao kvadratni korijeni sredina odnosnih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinate <i>e</i> , <i>n</i> i <i>u</i> , iz proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe <i>u toku noći</i> (bazna linija IGMI-PRAT)	294
Tabela 8.1.8 – Srednje vrijednosti ocjena standarda komponentnih uticaja, kao kvadratni korijeni sredina odnosnih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinate <i>e</i> , <i>n</i> i <i>u</i> , iz proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe <i>u toku cijelih dana</i> (bazna linija IGMI-PRAT)	294

Tabela 8.1.9 – Srednje vrijednosti ocjena standarda komponentnih uticaja, kao kvadratni korijeni sredina odnosnih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinate <i>e</i> , <i>n</i> i <i>u</i> , iz proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe <i>u toku obdanica</i> (bazna linija BAR-PODG)	295
Tabela 8.1.10 – Srednje vrijednosti ocjena standarda komponentnih uticaja, kao kvadratni korijeni sredina odnosnih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinate <i>e</i> , <i>n</i> i <i>u</i> , iz proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe <i>u toku noći</i> (bazna linija BAR-PODG)	295
Tabela 8.1.11 – Srednje vrijednosti ocjena standarda komponentnih uticaja, kao kvadratni korijeni sredina odnosnih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinate <i>e</i> , <i>n</i> i <i>u</i> , iz proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe <i>u toku cijelih dana</i> (bazna linija BAR-PODG)	295
Tabela 8.1.12 – Srednje vrijednosti ocjena standarda komponentnih uticaja, kao kvadratni korijeni sredina odnosnih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinate <i>e</i> , <i>n</i> i <i>u</i> , iz proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe <i>u toku obdanica</i> (bazna linija BOR1-WROC)	296
Tabela 8.1.13 – Srednje vrijednosti ocjena standarda komponentnih uticaja, kao kvadratni korijeni sredina odnosnih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinate <i>e</i> , <i>n</i> i <i>u</i> , iz proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe <i>u toku noći</i> (bazna linija BOR1-WROC)	296
Tabela 8.1.14 – Srednje vrijednosti ocjena standarda komponentnih uticaja, kao kvadratni korijeni sredina odnosnih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinate <i>e</i> , <i>n</i> i <i>u</i> , iz proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe <i>u toku cijelih dana</i> (bazna linija BOR1-WROC)	296
Tabela 8.1.15 – Srednje vrijednosti ocjena standarda komponentnih uticaja, kao kvadratni korijeni sredina odnosnih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinate <i>e</i> , <i>n</i> i <i>u</i> , iz proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe <i>u toku obdanica</i> (bazna linija BACA-BAIA).....	297
Tabela 8.1.16 – Srednje vrijednosti ocjena standarda komponentnih uticaja, kao kvadratni korijeni sredina odnosnih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinate <i>e</i> , <i>n</i> i <i>u</i> , iz proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe <i>u toku noći</i> (bazna linija BACA-BAIA)	297

Tabela 8.1.17 – Srednje vrijednosti ocjena standarda komponentnih uticaja, kao kvadratni korijeni sredina odnosnih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinate e , n i u , iz proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe <i>u toku cijelih dana</i> (bazna linija BACA-BAIA).....	297
Tabela 8.3.1 – Definitivne ocjene standarda komponentnih uticaja i odnosni stepeni slobode za koordinatu e , dobijeni primjenom MM na usvojene ANOVA ocjene, dobijene u proračunima nad mjesečnim vremenskim serijama fiksnih rješenja, koja se odnose na epohe <i>u toku obdanica</i>	308
Tabela 8.3.2 – Definitivne ocjene standarda komponentnih uticaja i odnosni stepeni slobode za koordinatu n , dobijeni primjenom MM na usvojene ANOVA ocjene, dobijene u proračunima nad mjesečnim vremenskim serijama fiksnih rješenja, koja se odnose na epohe <i>u toku obdanica</i>	309
Tabela 8.3.3 – Definitivne ocjene standarda komponentnih uticaja i odnosni stepeni slobode za koordinatu u , dobijeni primjenom MM na usvojene ANOVA ocjene, dobijene u proračunima nad mjesečnim vremenskim serijama fiksnih rješenja, koja se odnose na epohe <i>u toku obdanica</i>	311
Tabela 8.3.4 – Definitivne ocjene standarda komponentnih uticaja i odnosni stepeni slobode za koordinatu e , dobijeni primjenom MM na usvojene ANOVA ocjene, dobijene u proračunima nad mjesečnim vremenskim serijama fiksnih rješenja, koja se odnose na epohe <i>u toku noći</i>	312
Tabela 8.3.5 – Definitivne ocjene standarda komponentnih uticaja i odnosni stepeni slobode za koordinatu n , dobijeni primjenom MM na usvojene ANOVA ocjene, dobijene u proračunima nad mjesečnim vremenskim serijama fiksnih rješenja, koja se odnose na epohe <i>u toku noći</i>	313
Tabela 8.3.6 – Definitivne ocjene standarda komponentnih uticaja i odnosni stepeni slobode za koordinatu u , dobijeni primjenom MM na usvojene ANOVA ocjene, dobijene u proračunima nad mjesečnim vremenskim serijama fiksnih rješenja, koja se odnose na epohe <i>u toku noći</i>	314
Tabela 8.3.7 – Definitivne ocjene standarda komponentnih uticaja i odnosni stepeni slobode za koordinatu e , dobijeni primjenom MM na usvojene ANOVA ocjene, dobijene u proračunima nad mjesečnim vremenskim serijama fiksnih rješenja, koja se odnose na epohe <i>u toku cijelih dana</i>	316
Tabela 8.3.8 – Definitivne ocjene standarda komponentnih uticaja i odnosni stepeni slobode za koordinatu n , dobijeni primjenom MM na usvojene ANOVA ocjene, dobijene u proračunima nad mjesečnim vremenskim serijama fiksnih rješenja, koja se odnose na epohe <i>u toku cijelih dana</i>	317

Tabela 8.3.9 – Definitivne ocjene standarda komponentnih uticaja i odnosni stepeni slobode za koordinatu u , dobijeni primjenom MM na usvojene ANOVA ocjene, dobijene u proračunima nad mjesečnim vremenskim serijama fiksnih rješenja, koja se odnose na epohe u toku <i>cijelih dana</i>	318
Tabela 8.4.1 – Skraćeni prikaz rezultata Bartlett-ovog testa (pristup (b)) za koordinatu e	327
Tabela 8.4.2 – Skraćeni prikaz rezultata Bartlett-ovog testa (pristup (b)) za koordinatu n	327
Tabela 8.4.3 – Skraćeni prikaz rezultata Bartlett-ovog testa (pristup (b)) za koordinatu u	328
Tabela 8.5.1 – Postotak slučajeva (mjeseci) kada (za koje) su prihvaćene pojedinačne hipoteze, ako se posmatra <i>cijeli razmatrani period</i> (2008-2011) (<i>uticaj</i> ϵ)	330
Tabela 8.5.2 – Postotak slučajeva (mjeseci) kada (za koje) su prihvaćene pojedinačne hipoteze, ako se posmatra <i>cijeli razmatrani period</i> (2008-2011) (<i>uticaj</i> ω)	331
Tabela 8.5.3 – Postotak slučajeva (mjeseci) kada (za koje) su prihvaćene pojedinačne hipoteze, ako se posmatra <i>cijeli razmatrani period</i> (2008-2011) (<i>uticaj</i> $\nu 1$)	331
Tabela 8.5.4 – Postotak slučajeva (mjeseci) kada (za koje) su prihvaćene pojedinačne hipoteze, ako se posmatra <i>cijeli razmatrani period</i> (2008-2011) (<i>uticaj</i> $\nu 2$)	331
Tabela 8.5.5 – Postotak slučajeva kada su prihvaćene pojedinačne hipoteze, pri testiranjima <i>po pojedinačnim godišnjim dobima</i> unutar razmatranog perioda (2008-2011) (<i>uticaj</i> ϵ)	332
Tabela 8.5.6 – Postotak slučajeva kada su prihvaćene pojedinačne hipoteze, pri testiranjima <i>po pojedinačnim godišnjim dobima</i> unutar razmatranog perioda (2008-2011) (<i>uticaj</i> ω)	333
Tabela 8.5.7 – Postotak slučajeva kada su prihvaćene pojedinačne hipoteze, pri testiranjima <i>po pojedinačnim godišnjim dobima</i> unutar razmatranog perioda (2008-2011) (<i>uticaj</i> $\nu 1$)	333
Tabela 8.5.8 – Postotak slučajeva kada su prihvaćene pojedinačne hipoteze, pri testiranjima <i>po pojedinačnim godišnjim dobima</i> unutar razmatranog perioda (2008-2011) (<i>uticaj</i> $\nu 2$)	334
Tabela 8.5.9 – Prikaz rezultata svih testiranja, tj. generalno usvojenih hipoteza sa dominantnim (dvotrećinskim do 100%-nim) brojem slučajeva u kojima su prihvaćene, pri testiranjima <i>po pojedinačnim godišnjim dobima</i> unutar razmatranog perioda (2008-2011)	335

Glava 9

Tabela 9.1 – Ekstremi i srednje vrijednosti definitivnih standarda komponentnih uticaja kod koordinata *e*, *n* i *u*, dobijenih primjenom MM na definitivno usvojene ANOVA ocjene, dobijene primjenom *Varijante (3,90)* nad mjesečnim vremenskim serijama fiksnih rješenja koja se odnose na epohe *u toku obdanica, noći i cijelih dana*338

Tabela 9.2 – Ekstremi i srednje vrijednosti definitivnih standarda *horizontalnog položaja* za pojedinačnu epohu u relativnom GPS pozicioniranju.....340

Tabela 9.3 – Ekstremi i srednje vrijednosti definitivnih standarda *vertikalnog položaja* za pojedinačnu epohu u relativnom GPS pozicioniranju.....340

Spisak slika

Glava 2

Slika 2.1.1 – Sateliti Transit-1B i Timation-1	30
Slika 2.1.2 – Prvi satelit tipa GPS III (<i>Vespucci</i>) u proizvodnji (lijevo) i u momentu lansiranja (Cape Canaveral Air Force Station, Florida) (desno)	31
Slika 2.2.1 – GPS stanica za praćenje i antena za komunikaciju sa satelitima (Ascension Island)	35
Slika 2.3.1 – Blok-dijagram generisanja GPS signala u satelitu.....	40
Slika 2.5.1 – Princip relativnog GPS pozicioniranja	45
Slika 2.7.1 – Geometrijski odnos ECI, ECEF, SO i ENU koordinatnog sistema	51

Glava 3

Slika 3.1.1 – Komponente greške orbite	59
Slika 3.1.2 – Vektori ekscentriciteta i varijacije faznog centra antene satelita.....	62
Slika 3.2.1 – Jednoslojni model jonosfere (SLM).....	72
Slika 3.2.2 – Geometrijska putanja GPS signala kroz neutralnu atmosferu	79
Slika 3.3.1 – Geometrija višestruke refleksije u opštem slučaju	88
Slika 3.3.2 – Geometrija višestruke refleksije u slučaju horizontalnog reflektora	89
Slika 3.3.3 – "Near-field" i "far-field" oblast GNSS antene	91
Slika 3.3.4 – Vektori ekscentriciteta i varijacije faznog centra antene prijemnika.....	94

Glava 6

Slika 6.3.1 – Ilustracija problema dvofaktorske hijerarhijske klasifikacije sa slučajnim efektima bez interakcija, kod ukupne greške relativne koordinate, kao komponente vektora bazne linije.....	187
--	-----

Glava 7

Slika 7.1.1 – Antena TRM29659.00 (lijevo) i LEIAR25.R3 (desno) na krovu PoliT0 (Politecnico di Torino) zgrade u Torinu	198
---	-----

Slika 7.1.2 – Pogled odozgo na antenu ASH701945C_M (lijevo) i sa strane (desno) smještene na krovu zgrade INRIM (Istituto Nazionale di Ricerca Metrologica) kompleksa u Torinu	199
Slika 7.1.3 – Antena TRM29659.00 (lijevo) i TPSCR.G3 (desno) na krovu IGMI (Istituto Geografico Militare Italiano) zgrade u Firenci	200
Slika 7.1.4 – Antena TRM29659.00 (lijevo) i LEIAR10 (desno) na krovu zgrade univerzitetskog kompleksa (PIN – Polo Universitario "Città di Prato") u Pratu	201
Slika 7.1.5 – Stanica BOR1 desno na krovu glavne zgrade Astrogeodinamičke observatorije u Boroviecu.....	202
Slika 7.1.6 – Antena LEIAT504GG permanentne stanice (lijevo) i ona zajedno sa antenom referentne stanice (RTK/DGPS) i meteorološkim sensorima (desno) na krovu IGG (Institute of Geodesy and Geoinformatics) zgrade u Vroclavu.....	203
Slika 7.1.7 – Antena LEIAT504 na krovu zgrade Gradske skupštine u Bakau	204
Slika 7.1.8 – Antena LEIAT504 na krovu NACLR (National Agency for Cadastre and Land Registration) zgrade u Baja Mareu.....	205
Slika 7.1.9 – Antena LEIAT504 na krovu zgrade Gradske skupštine u Baru	205
Slika 7.1.10 – Antena LEIAT504 na krovu zgrade u kojoj je nekada bila smještena PJ Uprave za nekretnine Podgorica	206
Slika 7.3.1 – Sva fiksna rješenja bazne linije TORI-IENG za koordinatu e (2008-2011).....	211
Slika 7.3.2 – Sva fiksna rješenja bazne linije TORI-IENG za koordinatu n (2008-2011)	211
Slika 7.3.3 – Sva fiksna rješenja bazne linije TORI-IENG za koordinatu u (2008-2011)	211
Slika 7.3.4 – Histogram frekvencija ukupnih grešaka Δe za baznu liniju TORI-IENG (jul mjesec 2008.godine).....	212
Slika 7.3.5 – Histogram frekvencija ukupnih grešaka Δn za baznu liniju TORI-IENG (jul mjesec 2008.godine).....	212
Slika 7.3.6 – Histogram frekvencija ukupnih grešaka Δu za baznu liniju TORI-IENG (jul mjesec 2008.godine).....	212
Slika 7.3.7a – Djelovi spektra za Δe kod bazne linije TORI-IENG (01-31.08.2009.godine).....	213
Slika 7.3.8a – Djelovi spektra za Δn kod bazne linije TORI-IENG (01-31.08.2009.godine).....	214

Slika 7.3.9a – Djelovi spektra za Δu kod bazne linije TORI-IENG (01-31.08.2009.godine).....	214
Slika 7.3.7b – Djelovi spektra za Δe kod bazne linije TORI-IENG (01-31.08.2010.godine).....	214
Slika 7.3.8b – Djelovi spektra za Δn kod bazne linije TORI-IENG (01-31.08.2010.godine).....	214
Slika 7.3.9b – Djelovi spektra za Δu kod bazne linije TORI-IENG (01-31.08.2010.godine).....	215
Slika 7.3.7c – Djelovi spektra za Δe kod bazne linije TORI-IENG (01-31.08.2011.godine).....	215
Slika 7.3.8c – Djelovi spektra za Δn kod bazne linije TORI-IENG (01-31.08.2011.godine).....	215
Slika 7.3.9c – Djelovi spektra za Δu kod bazne linije TORI-IENG (01-31.08.2011.godine).....	215
Slika 7.3.10 – Kvadratni korijeni ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu e , dobijeni na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe <i>u toku cijelih dana</i> (bazna linija TORI-IENG) – <i>Varijanta (3,90)</i>	225
Slika 7.3.11 – Kvadratni korijeni ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu n , dobijeni na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe <i>u toku cijelih dana</i> (bazna linija TORI-IENG) – <i>Varijanta (3,90)</i>	225
Slika 7.3.12 – Kvadratni korijeni ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu u , dobijeni na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe <i>u toku cijelih dana</i> (bazna linija TORI-IENG) – <i>Varijanta (3,90)</i>	226
Slika 7.3.13 – Fiksna rješenja za koordinatu e , za cijeli dan 10.09.2009.godine, poslije primjene kriterijuma dozvoljenih odstupanja " 3σ " (odbačenih nema) (bazna linija TORI-IENG).....	226
Slika 7.3.14 – Fiksna rješenja za koordinatu n , za cijeli dan 10.09.2009.godine, poslije primjene kriterijuma dozvoljenih odstupanja " 3σ " (odbačenih 5.2%) (bazna linija TORI-IENG).....	227
Slika 7.3.15 – Fiksna rješenja za koordinatu u , za cijeli dan 10.09.2009.godine, poslije primjene kriterijuma dozvoljenih odstupanja " 3σ " (odbačenih 7.7%) (bazna linija TORI-IENG).....	227

Slika 7.4.1 – Sva fiksna rješenja bazne linije IGMI-PRAT za koordinatu e (2008-2011).....	228
Slika 7.4.2 – Sva fiksna rješenja bazne linije IGMI-PRAT za koordinatu n (2008-2011).....	228
Slika 7.4.3 – Sva fiksna rješenja bazne linije IGMI-PRAT za koordinatu u (2008-2011).....	228
Slika 7.4.4 – Histogram frekvencija ukupnih grešaka Δe za baznu liniju IGMI-PRAT (oktobar mjesec 2011.godine).....	229
Slika 7.4.5 – Histogram frekvencija ukupnih grešaka Δn za baznu liniju IGMI-PRAT (oktobar mjesec 2011.godine).....	229
Slika 7.4.6 – Histogram frekvencija ukupnih grešaka Δu za baznu liniju IGMI-PRAT (oktobar mjesec 2011.godine).....	229
Slika 7.4.7a – Djelovi spektra za Δe kod bazne linije IGMI-PRAT (08-30.11.2008.godine).....	230
Slika 7.4.8a – Djelovi spektra za Δn kod bazne linije IGMI-PRAT (08-30.11.2008.godine).....	231
Slika 7.4.9a – Djelovi spektra za Δu kod bazne linije IGMI-PRAT (08-30.11.2008.godine).....	231
Slika 7.4.7b – Djelovi spektra za Δe kod bazne linije IGMI-PRAT (04-31.12.2008.godine).....	231
Slika 7.4.8b – Djelovi spektra za Δn kod bazne linije IGMI-PRAT (04-31.12.2008.godine).....	231
Slika 7.4.9b – Djelovi spektra za Δu kod bazne linije IGMI-PRAT (04-31.12.2008.godine).....	232
Slika 7.4.7c – Djelovi spektra za Δe kod bazne linije IGMI-PRAT (07-31.12.2011.godine).....	232
Slika 7.4.8c – Djelovi spektra za Δn kod bazne linije IGMI-PRAT (07-31.12.2011.godine).....	232
Slika 7.4.9c – Djelovi spektra za Δu kod bazne linije IGMI-PRAT (07-31.12.2011.godine).....	232
Slika 7.4.10 – Kvadratni korijeni ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu e , dobijeni na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe u toku cijelih dana (bazna linija IGMI-PRAT) – <i>Varijanta (3,90)</i>	242

Slika 7.4.11 – Kvadratni korijeni ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu n , dobijeni na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe u toku cijelih dana (bazna linija IGMI-PRAT) – <i>Varijanta (3,90)</i>	242
Slika 7.4.12 – Kvadratni korijeni ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu u , dobijeni na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe u toku cijelih dana (bazna linija IGMI-PRAT) – <i>Varijanta (3,90)</i>	242
Slika 7.5.1 – Sva fiksna rješenja bazne linije BAR-PODG za koordinatu e (2008-2011).....	243
Slika 7.5.2 – Sva fiksna rješenja bazne linije BAR-PODG za koordinatu n (2008-2011)	243
Slika 7.5.3 – Sva fiksna rješenja bazne linije BAR-PODG za koordinatu u (2008-2011)	243
Slika 7.5.4 – Histogram frekvencija ukupnih grešaka Δe za baznu liniju BAR-PODG (januar mjesec 2009.godine).....	244
Slika 7.5.5 – Histogram frekvencija ukupnih grešaka Δn za baznu liniju BAR-PODG (januar mjesec 2009.godine).....	244
Slika 7.5.6 – Histogram frekvencija ukupnih grešaka Δu za baznu liniju BAR-PODG (januar mjesec 2009.godine).....	244
Slika 7.5.7 – Djelovi spektra za Δe kod bazne linije BAR-PODG (01-31.07.2008.godine).....	245
Slika 7.5.8 – Djelovi spektra za Δn kod bazne linije BAR-PODG (01-31.07.2008.godine).....	245
Slika 7.5.9 – Djelovi spektra za Δu kod bazne linije BAR-PODG (01-31.07.2008.godine).....	245
Slika 7.5.10 – Kvadratni korijeni ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu e , dobijeni na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe u toku cijelih dana (bazna linija BAR-PODG) – <i>Varijanta (3,90)</i>	255
Slika 7.5.11 – Kvadratni korijeni ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu n , dobijeni na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe u toku cijelih dana (bazna linija BAR-PODG) – <i>Varijanta (3,90)</i>	255

Slika 7.5.12 – Kvadratni korijeni ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu u , dobijeni na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe u toku cijelih dana (bazna linija BAR-PODG) – <i>Varijanta (3,90)</i>	256
Slika 7.5.13 – Fiksna rješenja za koordinatu e , za cijeli dan 03.04.2010.godine, poslije primjene kriterijuma dozvoljenih odstupanja " 3σ " (odbačeno jedno) (bazna linija BAR-PODG)	256
Slika 7.5.14 – Fiksna rješenja za koordinatu n , za cijeli dan 03.04.2010.godine, poslije primjene kriterijuma dozvoljenih odstupanja " 3σ " (odbačenih 8.9%) (bazna linija BAR-PODG)	257
Slika 7.5.15 – Fiksna rješenja za koordinatu u , za cijeli dan 03.04.2010.godine, poslije primjene kriterijuma dozvoljenih odstupanja " 3σ " (odbačenih 4.3%) (bazna linija BAR-PODG)	257
Slika 7.6.1 – Sva fiksna rješenja bazne linije BOR1-WROC za koordinatu e (2008-2011).....	258
Slika 7.6.2 – Sva fiksna rješenja bazne linije BOR1-WROC za koordinatu n (2008-2011)	258
Slika 7.6.3 – Sva fiksna rješenja bazne linije BOR1-WROC za koordinatu u (2008-2011)	258
Slika 7.6.4 – Histogram frekvencija ukupnih grešaka Δe za baznu liniju BOR1-WROC (mart mjesec 2008.godine).....	259
Slika 7.6.5 – Histogram frekvencija ukupnih grešaka Δn za baznu liniju BOR1-WROC (mart mjesec 2008.godine).....	259
Slika 7.6.6 – Histogram frekvencija ukupnih grešaka Δu za baznu liniju BOR1-WROC (mart mjesec 2008.godine).....	259
Slika 7.6.7 – Djelovi spektra za Δe kod bazne linije BOR1-WROC (01-31.03.2009.godine).....	260
Slika 7.6.8 – Djelovi spektra za Δn kod bazne linije BOR1-WROC (01-31.03.2009.godine).....	260
Slika 7.6.9 – Djelovi spektra za Δu kod bazne linije BOR1-WROC (01-31.03.2009.godine).....	260
Slika 7.6.10 – Kvadratni korijeni ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu e , dobijeni na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe u toku cijelih dana (bazna linija BOR1-WROC) – <i>Varijanta (3,90)</i>	270

Slika 7.6.11 – Kvadratni korijeni ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu n , dobijeni na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe u toku cijelih dana (bazna linija BOR1-WROC) – <i>Varijanta (3,90)</i>	270
Slika 7.6.12 – Kvadratni korijeni ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu u , dobijeni na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe u toku cijelih dana (bazna linija BOR1-WROC) – <i>Varijanta (3,90)</i>	270
Slika 7.7.1 – Sva fiksna rješenja bazne linije BACA-BAIA za koordinatu e (2008-2011).....	271
Slika 7.7.2 – Sva fiksna rješenja bazne linije BACA-BAIA za koordinatu n (2008-2011)	271
Slika 7.7.3 – Sva fiksna rješenja bazne linije BACA-BAIA za koordinatu u (2008-2011)	271
Slika 7.7.4 – Histogram frekvencija ukupnih grešaka Δe za baznu liniju BACA-BAIA (oktobar mjesec 2011.godine).....	272
Slika 7.7.5 – Histogram frekvencija ukupnih grešaka Δn za baznu liniju BACA-BAIA (oktobar mjesec 2011.godine).....	272
Slika 7.7.6 – Histogram frekvencija ukupnih grešaka Δu za baznu liniju BACA-BAIA (oktobar mjesec 2011.godine).....	272
Slika 7.7.7 – Djelovi spektra za Δe kod bazne linije BACA-BAIA (01-31.07.2010.godine).....	273
Slika 7.7.8 – Djelovi spektra za Δn kod bazne linije BACA-BAIA (01-31.07.2010.godine).....	273
Slika 7.7.9 – Djelovi spektra za Δu kod bazne linije BACA-BAIA (01-31.07.2010.godine).....	273
Slika 7.7.10 – Kvadratni korijeni ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu e , dobijeni na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe u toku cijelih dana (bazna linija BACA-BAIA) – <i>Varijanta (3,90)</i>	283
Slika 7.7.11 – Kvadratni korijeni ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu n , dobijeni na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe u toku cijelih dana (bazna linija BACA-BAIA) – <i>Varijanta (3,90)</i>	283

Slika 7.7.12 – Kvadratni korijeni ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu u , dobijeni na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe u <i>toku cijelih dana</i> (bazna linija BACA-BAIA) – <i>Varijanta (3,90)</i>	284
Slika 7.7.13 – Fiksna rješenja za koordinatu e , za cijeli dan 20.06.2009.godine, poslije primjene kriterijuma dozvoljenih odstupanja " 3σ " (odbačenih nema) (bazna linija BACA-BAIA).....	284
Slika 7.7.14 – Fiksna rješenja za koordinatu n , za cijeli dan 20.06.2009.godine, poslije primjene kriterijuma dozvoljenih odstupanja " 3σ " (odbačenih 1.1%) (bazna linija BACA-BAIA).....	285
Slika 7.7.15 – Fiksna rješenja za koordinatu u , za cijeli dan 20.06.2009.godine, poslije primjene kriterijuma dozvoljenih odstupanja " 3σ " (odbačenih 4.3%) (bazna linija BACA-BAIA).....	285

G l a v a 8

Slika 8.1.1 – Ocjene disperzija usvojenih ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu e , na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe u <i>toku cijelih dana</i> (bazna linija TORI-IENG).....	300
Slika 8.1.2 – Ocjene disperzija usvojenih ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu n , na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe u <i>toku cijelih dana</i> (bazna linija TORI-IENG).....	300
Slika 8.1.3 – Ocjene disperzija usvojenih ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu u , na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe u <i>toku cijelih dana</i> (bazna linija TORI-IENG).....	300
Slika 8.1.4 – Ocjene disperzija usvojenih ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu e , na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe u <i>toku cijelih dana</i> (bazna linija IGMI-PRAT)	301
Slika 8.1.5 – Ocjene disperzija usvojenih ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu n , na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe u <i>toku cijelih dana</i> (bazna linija IGMI-PRAT)	301
Slika 8.1.6 – Ocjene disperzija usvojenih ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu u , na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe u <i>toku cijelih dana</i> (bazna linija IGMI-PRAT)	301

Slika 8.1.7 – Ocjene disperzija usvojenih ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu e , na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe <i>u toku cijelih dana</i> (bazna linija BAR-PODG)	302
Slika 8.1.8 – Ocjene disperzija usvojenih ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu n , na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe <i>u toku cijelih dana</i> (bazna linija BAR-PODG)	302
Slika 8.1.9 – Ocjene disperzija usvojenih ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu u , na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe <i>u toku cijelih dana</i> (bazna linija BAR-PODG)	302
Slika 8.1.10 – Ocjene disperzija usvojenih ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu e , na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe <i>u toku cijelih dana</i> (bazna linija BOR1-WROC)	303
Slika 8.1.11 – Ocjene disperzija usvojenih ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu n , na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe <i>u toku cijelih dana</i> (bazna linija BOR1-WROC)	303
Slika 8.1.12 – Ocjene disperzija usvojenih ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu u , na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe <i>u toku cijelih dana</i> (bazna linija BOR1-WROC)	303
Slika 8.1.13 – Ocjene disperzija usvojenih ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu e , na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe <i>u toku cijelih dana</i> (bazna linija BACA-BAIA).....	304
Slika 8.1.14 – Ocjene disperzija usvojenih ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu n , na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe <i>u toku cijelih dana</i> (bazna linija BACA-BAIA).....	304
Slika 8.1.15 – Ocjene disperzija usvojenih ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu u , na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe <i>u toku cijelih dana</i> (bazna linija BACA-BAIA).....	304
Slika 8.3.1 – Definitivne ocjene standarda čisto slučajnih uticaja za koordinatu e	322
Slika 8.3.2 – Definitivne ocjene standarda čisto slučajnih uticaja za koordinatu n	322
Slika 8.3.3 – Definitivne ocjene standarda čisto slučajnih uticaja za koordinatu u	322

Slika 8.3.4 – Definitivne ocjene standarda uticaja "far-field" višestruke refleksije za koordinatu <i>e</i>	323
Slika 8.3.5 – Definitivne ocjene standarda uticaja "far-field" višestruke refleksije za koordinatu <i>n</i>	323
Slika 8.3.6 – Definitivne ocjene standarda uticaja "far-field" višestruke refleksije za koordinatu <i>u</i>	323
Slika 8.3.7 – Definitivne ocjene standarda zajedničkog uticaja "near-field" višestruke refleksije i ekscentriciteta i varijacija faznih centara antena prijemnika za koordinatu <i>e</i>	324
Slika 8.3.8 – Definitivne ocjene standarda zajedničkog uticaja "near-field" višestruke refleksije i ekscentriciteta i varijacija faznih centara antena prijemnika za koordinatu <i>n</i>	324
Slika 8.3.9 – Definitivne ocjene standarda zajedničkog uticaja "near-field" višestruke refleksije i ekscentriciteta i varijacija faznih centara antena prijemnika za koordinatu <i>u</i>	324
Slika 8.3.10 – Definitivne ocjene standarda troposfersko-jonosferskog uticaja za koordinatu <i>e</i>	325
Slika 8.3.11 – Definitivne ocjene standarda troposfersko-jonosferskog uticaja za koordinatu <i>n</i>	325
Slika 8.3.12 – Definitivne ocjene standarda troposfersko-jonosferskog uticaja za koordinatu <i>u</i>	325

UVOD

U ovoj disertaciji, autor se bavi istraživanjem rezidualnih uticaja prisutnih u relativnom GPS pozicioniranju, pri čemu iznalazi komponente disperzija ukupnih grešaka relativnih koordinata, koje se za tačku od interesa računaju u pridruženom lokalnom koordinatnom sistemu u odnosu na referentnu tačku (koordinatni početak), i to po pravcu istok-zapad (koordinata e), sjever-jug (koordinata n) i po pravcu normale na WGS84 elipsoid u toj referentnoj tački (koordinata u). Pažnja je posvećena rezidualima koji preostaju u dvostrukim razlikama faznih GPS mjerenja i ograničavaju preciznost položaja. To su, naime, nemodelovani uticaji jonosferskog kašnjenja drugog i trećeg reda, nemodelovani uticaji troposferskog kašnjenja koji se, naročito, odnose na vlažnu komponentu, zatim, nemodelovani uticaji ekscentriciteta i varijacija faznih centara antena prijemnika, kao i oni koji potiču od višestruke refleksije GPS signala, a uključuju "near-field" i "far-field" komponentu, koje, respektivno, potiču od reflektora koji se nalaze u neposrednoj blizini antene (udaljeni nekoliko centimetara ili decimetara) i onih u metarskom okruženju stanice.

Mnogi autori su parcijalno, tj. pojedinačno, istraživali pomenute uticaje, ali do početka radova na istraživanju u ovoj disertaciji nije objavljen nijedan naučni rad koji obuhvata kompleksno, integralno, sagledavanje i istraživanje uticaja pomenutih reziduala u jednom zajedničkom linearnom modelu, zbog čega se, u nepostojanju literature vezano za to, pojavila ideja i potreba za takvim istraživanjem. Okosnicu te ideje čini primjena dvofaktorske hijerarhijske klasifikacije sa slučajnim efektima bez interakcija u razmatranju ove problematike. O prvim rezultatima koji su potvrdili primjenljivost takve klasifikacije u ocjenjivanju komponenti disperzija rezidualnih uticaja kod GPS pozicioniranja govori se detaljno u poglavlju 6.3.1.

U nastavku se daje skraćeni pregled sadržaja disertacije.

Najprije se detaljno prikazuju neki relevantni prethodni radovi na pojedinačnom istraživanju uticaja jonosferske refrakcije, troposferske refrakcije i višestruke refleksije na GPS pozicioniranje. Poslije toga, govori se o predmetu i cilju ovdašnjeg istraživanja, pa se, zatim, definišu polazne hipoteze, kao pretpostavke čiju istinitost treba utvrditi

istraživanjem i daje popis naučnih metoda koje se, u tu svrhu, koriste. Na kraju *glave 1* daju se konstatacije vezano za naučni doprinos istraživanja.

Glava 2 je osmišljena tako da sadrži pregled historijata razvoja i tehnička dostignuća, a autor izlaganje počinje od ideje o upotrebi vještačkih satelita, prvih prijedloga za konstruktivna rješenja takvih satelita, a onda daje informacije o prvim i savremenim tipovima istih, kao i o očekivanjima vezanim za dalji tehnološki napredak satelitskog sistema za globalno pozicioniranje. Dat je neizbježan opis GPS segmenata i njihove povezanosti, kao i opis GPS signala. Dalje, govori se o vrstama GPS mjerenih veličina, pri čemu se posebno prikazuju teorijske osnove kodnih i faznih mjerenja i odnosnih pseudodužina. U nastavku slijedi kratak opis principa relativnog GPS pozicioniranja, sistema vremena i koordinatnih sistema relevantnih za GPS. Posljednji dio *glave 2* rezervisan je za osnove specijalne i opšte teorije relativnosti, gdje su prikazane metrike koje su od značaja za GPS.

U *glavi 3*, autor se bavi izvorima grešaka u GPS pozicioniranju, pri čemu se pažnja posvećuje greškama koje nastaju pod uticajima koji potiču od satelita, atmosferskih uticaja, onima koji potiču od samog prijemnika i njegovog okruženja, uticajima koji uzrokuju promjenu položaja stanice, kao i onima koji se pokoravaju teoriji relativnosti.

Matematički model GPS mjerenja prikazan je u *glavi 4*. Najprije je opisan funkcionalni model, u okviru čega se govori o prostim, dvostrukim i trostrukim razlikama faznih mjerenja (pseudodužina), kao i dvofrekventnim linearnim kombinacijama istih, koje se upotrebljavaju u GPS pozicioniranju. U daljem prikazu slijedi stohastički model, koji će uključiti standardni model i modele sa disperzijama kao funkcijama određenih parametara.

Glava 5 je rezervisana za prikaz matematičke obrade GPS mjerenja. Redom, opisuju se opšti postupak ocjenjivanja nepoznatih parametara metodom najmanjih kvadrata, pitanje adekvatnosti i pouzdanosti modela, matematičke osnove prethodne obrade GPS mjerenja, kao i rješavanja pitanja cjelobrojnih faznih neodređenosti (posebno se opisuju ILS ocjenjivanje nepoznatih parametara, sekvencijalno uslovno ocjenjivanje metodom najmanjih kvadrata, kako bi, zatim, uslijedio detaljan prikaz LAMBDA metode, a na kraju, prikazan je i postupak validacije "plutajućeg" i fiksnog rješenja bazne linije).

U *glavi 6* se detaljno prikazuje problematika vezana za dvofaktorsku hijerarhijsku klasifikaciju sa slučajnim efektima bez interakcija i primjena iste u GPS pozicioniranju.

Najprije se govori o slučaju nejednakog broja podataka po grupama, u okviru čega se prikazuju matematički model, analiza disperzije (ANOVA), srednji kvadrati odstupanja, testiranje hipoteza o uticaju pojedinih faktora u modelu, ocjenjivanje komponenti disperzije mjerenja (ANOVA ocjenjivači) i disperzije tih ocjena. Zatim slijedi opis slučaja kada egzistira jednak broj podataka po grupama, pri čemu se prikazuju implicirajuća uprošćenja u matematičkom aparatu. Posljednji dio glave 6 odnosi se na primjenu dvofaktorske hijerarhijske klasifikacije u GPS pozicioniranju, gdje se govori o prvim rezultatima koji su potvrdili primjenljivost iste kod ove vrste pozicioniranja, a zatim i o osnovnim postavkama primjene. Na kraju se prikazuje kompleksan postupak testiranja postojanja grubih grešaka u GPS mjerenjima kada se primjenjuje dvofaktorska hijerarhijska klasifikacija (opisuje se algoritam PEROBHIK2S metode).

Glava 7 se bavi opisom eksperimenta i prezentacijom dobijenih rezultata, dok je *glava 8* rezervisana za analizu tih rezultata.

Zaključci i razmatranja vezano za moguće pravce daljih istraživanja data su u *glavi 9*.

1.1 Prethodni radovi na istraživanju uticaja jonosferske i troposferske refrakcije i uticaja višestruke refleksije na GPS pozicioniranje

Uticaji jonosferske refrakcije

Kada se govori o greškama koje potiču od jonosferskog kašnjenja GPS signala, poznato je da su u pitanju jedne od najdominantnijih u GPS pozicioniranju, pri čemu, kada su u pitanju zahtjevi milimetarske tačnosti GPS pozicioniranja, rezidualni jonosferski uticaji drugog i trećeg reda ne smiju se zanemariti, iz razloga što, respektivno, u pravcu zenita izazivaju greške do 2 cm i 2 mm, a u zavisnosti od doba dana, datuma u godini, perioda solarnog ciklusa, kao i relativne geometrije magnetnog polja i pravca duž kojeg se vrši GPS opažanje (*Bassiri and Hajj, 1993*). Greške jonosferskog tipa ne samo da su ometajući faktor pouzdanog rješavanja pitanja cjelobrojnih faznih neodređenosti, već mogu i značajno degradirati tačnost ocjena komponenti vektora bazne linije. Sa ciljem poboljšanja iznalaženja pomenutih neodređenosti, kao i poboljšanja tačnosti ocjena koordinata GPS stanice, razvijene su različite tehnike. Jedna od njih se zasniva na upotrebi IF (Ionosphere-Free) linearne kombinacije GPS mjerenja na dvije frekvencije, L1 i L2, a zasniva se na korišćenju zavisnosti prostiranja signala kroz jonosferu od frekvencije istog (*Seeber, 1993; Leick, 1995*). Međutim, ovom tehnikom obezbjeđuje se samo eliminisanje greške prvog reda, tako da pomenuta linearna kombinacija ostaje

opterećena rezidualima koji proizvode grešku drugog i trećeg reda. Dodatno, u kombinovanim mjerenjima će i dalje egzistirati reziduali koji potiču od troposferske refrakcije, naročito od uticaja vlažne komponente, koju je veoma teško modelirati. S druge strane, IF linearna kombinacija može značajno uvećati neke greške koje su prisutne u GPS mjerenjima, a potiču od višestruke refleksije signala. Upotreba jonosferskih korekcija, izračunatih korišćenjem podataka prikupljenih u nekoj mreži referentnih stanica, iako skupa i kompleksna, pokazala se kao alternativna tehnika koja je pouzdanija u redukciji jonosferskih grešaka (*Han and Rizos, 1998; Wanninger, 1998; Raquet, 1998; Odijk et al, 2000; Schaer et al, 2000*). Za upotrebu jedne takve mreže u ovu svrhu, potrebno je da su koordinate odnosnih referentnih stanica određene precizno, kao i da je u toj mreži obezbijeđeno pouzdano određivanje cjelobrojnih neodređenosti.

U prethodnim istraživanjima vezano za greške koju proizvodi rezidualni jonosferski uticaj, autori su uzimali u obzir jonosferski indeks refrakcije i Chapman-ovu teoriju za slojevitu strukturu jonosfere. U tim pristupima, uračunava se uticaj geomagnetnog polja na pomenuti indeks refrakcije n , inače, anizotropnoj jonosferi, pri čemu se u nekim od pristupa zanemaruje diferencijalni efekat zakrivljenosti (savijanja) GPS signala, koji zavisi od frekvencije i elevacionog ugla satelita. Dakle, u cilju ocjenjivanja udjela ovih reziduala u ukupnom budžetu grešaka GPS pozicioniranja, različiti autori su na različite načine razmatrali ovu problematiku.

Tako su, na primjer, *Brunner and Gu (1991)* ustanovili da greška koja nastaje u prisustvu reziduala jonosferskih uticaja drugog i trećeg reda u mjerenom rastojanju, kod dvofrekventnog pristupa rješenju, tj. korišćenjem IF linearne kombinacije, može dostići i nekoliko centimetara pri nižim elevacijama satelita, kada egzistira visoka gustina jonosferskih elektrona, kao što je slučaj tokom aktivnog perioda solarnog ciklusa. Ovi autori su predložili model gdje se upotrebljavaju dvije nezavisne Chapman-ove funkcije za opisivanje gornje i donje strane profila gustine elektrona, koji redukuje uticaj jonosferskih reziduala drugog i trećeg reda u ukupnoj grešci mjerenog GPS rastojanja na manji od 1 mm. Ovdje se koristi serijski razvoj jonosferskog indeksa refrakcije, tačan model jonosfere koji gustinu elektrona tretira kao funkciju visine u jonosferi, IGRF (International Geomagnetic Reference Field), i, uz sve ovo, uračunat je diferencijalni efekat zakrivljenosti GPS signala, koji pri niskim elevacijama satelita može premašiti greške usljed magnetno-jonske interakcije. Tako, za kombinovane L1-L2 GPS signale,

pri elevaciji od 10° i VTEC (Vertical Total Electron Content) od $1.24 \cdot 10^{18}$ electrons/m² (124 TECU), isti dostiže vrijednost 9.1 mm (*Jakowski et al, 1994*).

Bassiri and Hajj (1993) su predložili pristup kojim se rezidual u mjenom GPS rastojanju može redukovati do milimetarskog nivoa. Preciznije, oni su, na frekvenciji L1, ustanovili vrijednosti od 1.6 cm i 0.9 mm, respektivno, za rezidual drugog i trećeg reda, pri totalnom elektronskom sadržaju od 100 TECU. Korespondentne vrijednosti koje su ocijenjene korišćenjem mjerenja grupnog kašnjenja signala iznose, redom, -1.1 cm i -0.7 mm. Pomenuti pristup se zasniva na serijskom razvoju jonosferskog indeksa refrakcije, TSM (Thin-Shell Model) jonosferi, aproksimaciji geomagnetnog polja geocentričnim nagnutim dipolom (bolja aproksimacija se dobija korišćenjem ekscentričnog nagnutog dipola, koja je 90%-no tačna (*Knecht and Shuman, 1985*)) i zanemarivanju efekta zakrivljenosti GPS signala (uvedena je pretpostavka da je efekat zakrivljenja beznačajan za satelitske elevacije veće od 30°).

Kasnije, *Kedar et al. (2003)* istraživali su efekat jonosferskih reziduala drugog reda na PPP (Precise Point Positioning), pri čemu su upotrijebili koncentrični nagnuti magnetni dipol i GIM (Global Ionospheric Mapping) software koji je razvila JPL (Jet Propulsion Laboratory) da obezbijedi dvodimenzionalne mape gustine elektrona za jonosferu koja se smatra jednim tankim slojem na visini od 400 km. Ovi autori su koristili proizvode koji se odnose na satelitske orbite i časovnike nekorigovane za uticaje jonosferskih reziduala drugog reda. Poslije upoređenja vremenskih serija koordinata GNSS stanica korigovanih za pomenute uticaje sa korespondentnim originalnim, nekorigovanim koordinatama, ispostavilo se da je u ukupnoj grešci GNSS pozicioniranja prisutan subcentimetarski doprinos razmatranog reziduala drugog reda.

Fritsche et al. (2005) su istraživali efekat korekcije satelitskih orbita i rotacionih parametara Zemlje pri ocjenjivanju koordinata GPS stanice u PPP pristupu, koristeći Bernese GPS Software V5.0. Upotrebom matematičkog modela koji su koristili *Bassiri and Hajj (1993)* za rezidualne drugog i trećeg reda, kao i TSM modela za jonosferu, ovi autori su, uz primjenu GIM software-a za TEC podatke i koncentričnog nagnutog magnetnog dipola, kao modela za geomagnetno polje, pokazali da se i koordinate GPS stanice i satelitske orbite mogu mijenjati na centimetarskom nivou kada se primjenjuju korekcije za jonosferske uticaje drugog i trećeg reda. Iste godine, *Wang et al. (2005)* predstavljaju metod korekcije reziduala drugog reda korišćenjem IF linearne

kombinacije, koja se formira na osnovu GPS signala na tri frekvencije (L1, L2 i L5), pri čemu konstatuju da se na taj način obezbjeđuje korekcija do milimetarskog nivoa. Uz to, oni su izveli formulu za rezidual trećeg reda, pri čemu su koristili poluempirijski model jonosfere razvijen od strane *Anderson et al. (1987)*, koji je TEC definisao kao jednu linearnu funkciju u zavisnosti od maksimalne gustine elektrona u jonosferi. Poslije dobijanja TEC-a na osnovu kodnih GPS mjerenja na frekvencijama L1 i L2, *Wang et al. (2005)* su ocijenili rezidual trećeg reda sa preciznošću boljom od 1 mm.

Ovdje treba navesti i rezultat istraživanja koji su ustanovili *Hoque and Jakowski (2007)*, s obzirom da se isti odnosi na jedan dio centralno-evropskog regiona (centralna Njemačka), što odgovara području sa srednjim latitudama. Naime, oni su predložili jedan model koji ne zahtijeva informacije o trenutnom stanju geomagnetnog polja, jer se koristi komponenta ovog polja na referentnoj poziciji korisnika. Takođe, ne zahtijeva se ni znanje o rasporedu gustine elektrona u jonosferi duž putanje signala. Ovakva pojednostavljenja u pristupu čine predloženi model prihvatljivim kod GNSS aplikacija u realnom vremenu. Odnosni algoritam omogućava redukciju jonosferskog efekta drugog reda do tog nivoa da preostaje rezidual (trećeg reda) koji je manji od 1 mm, a svoj maksimum, u takvom pristupu, dostiže u 2 mm. Ovakav rezultat je dobijen pri totalnom elektronskom sadržaju od oko 100 TECU.

Dalje, *Kim and Tinin (2011)* su istražili moguće načine eliminisanja jonosferskih grešaka višeg reda korišćenjem multi-frekventnog pristupa i pokazali kako se tačnost GNSS pozicioniranja može poboljšati u slučaju kada se signali prostiru kroz jonosferu koja je nehomogena i slučajne strukture. Naime, primjenom numeričke simulacije oni su pokazali da se sistematska jonosferska greška koju proizvodi rezidual može značajno umanjiti korišćenjem GNSS signala na tri frekvencije. Iste godine, *Moore and Morton (2011)* su se u svom istraživanju bazirali na rezidual drugog reda koji nastaje usljed interakcije između GNSS signala i magnetnog polja Zemlje. Pokazali su da magnetno-jonska polarizacija GPS signala, pretežno desno cirkularno polarizovanog (RHCP – Right Hand Circularly Polarized), zavisi od ugla koji formiraju pravac vektora talasa tog signala i linije geomagnetnog polja. U eksperimentu su razmatrali tri različite geografske lokacije i ispostavilo se da je jonosferski uticaj drugog reda asimetričan u odnosu na geomagnetni ekvator, tako da, zavisno od veličine pomenutog ugla, jedan RHCP-talas ima različite načine prostiranja. Zbog toga, ako se uzme u obzir samo jedan

način prostiranja talasa GPS signala, to može dovesti do nepreciznosti modeliranja u ocjenjivanju jonosferske greške drugog reda.

Važno je pomenuti i rezultate koji su proistekli iz istraživanja koje su sproveli [Elsobeiey and El-Rabbany \(2012\)](#), a u cilju ustanovljenja uticaja jonosferskih reziduala drugog reda na PPP rješenje. Najprije su "sirove" (engl. *raw*) podatke, prikupljene sa IGS (International GNSS Service) stanica, korigovali za efekat pomenutih reziduala, a zatim iste, u Bernese GPS software-u, iskoristili kao ulazne za ocjenjivanje preciznih orbita, korekcija časovnika, kao i ocjena za GIMs (Global Ionospheric Maps). Ispostavilo se da su efekti reziduala drugog reda na satelitske orbite i časovnike u rasponu 1.5-24.7 mm u radialnom (radial), 2.7-18.6 mm duž putanje (along-track) i 3.2-15.9 mm po pravcu poprečnom na pravac putanje satelita (cross-track), dok se, što se tiče korekcija za časovnike, pod ovim uticajem, javila razlika i do 0.067 ns. Kada su u pitanju GIMs, ispostavila se razlika koja je dostizala 4.28 TECU u apsolutnom smislu i 11%-no poboljšanje u RMSE (Root-Mean-Square Error) vrijednosti. Ocijenjene precizne orbite i korekcije časovnika autori su koristili u svakom od eksperimentalnih PPP procesa. Kako bi ocijenili uticaj pomenutih reziduala na PPP rješenje, sa nekoliko IGS stanica pribavili su novi skup podataka, pa su iste obradili u NRCan's GPSPace software-u, koji je modifikovan tako da prihvata korekcije za rezidualne jonosferske uticaje drugog reda. Ovakvim pristupom, dobijeno je poboljšanje od 15% u vremenu konvergencije PPP rješenju, koje pri zahtjevima centimetarske tačnosti, zbog prisustva nemodeliranih rezidualnih uticaja, tipično, iznosi 30 min, pa i više. S druge strane, postignuto je poboljšanje od 3 mm u domenu ocjene tačnosti rezultata.

Uticajem popravke za jonosfersko kašnjenje drugog i trećeg reda na određivanje preciznih GPS orbita i PPP rješenje, bavili su se [Liu et al. \(2016\)](#). Oni su koristili podatke sa 125 IGS stanica sa različitim longituda i latituda, ravnomjerno raspoređenih po površi Zemlje, koji se odnose na DOY173/2015, sa intervalom registracije od 30 s. Obradu podataka vršili su u PANDA software-u ([Shi et al, 2008](#)), pri čemu su, koristeći DCBs (Differential Code Biases) podataka, koje su za satelite i za prijemnike na stanicama, respektivno, obezbijedili CODE (Center for Orbit Determination in Europe) i IGS, računali STEC (Slant Total Electron Content) vrijednosti. Model IGRF12 su koristili za računanje jačine geomagnetnog polja u IPP (Ionospheric Pierce Point) i ugla između linija ovog polja i pravca vektora talasa GPS signala ([Merrill and McElhinny, 1983](#)),

kao i IGS precizne orbite, korekcije časovnika, korekcije za varijacije faznih centara antena i drugo. Podrazumijevano je da je jonosfera na visini od 450 km, a korišćene su elevacije satelita ne manje od 10° . Proračuni su vršeni tako što su, najprije, na osnovu "sirovih" (engl. *raw*) podataka ocijenjene orbite, a zatim su ti isti podaci korigovani za jonosferske uticaje drugog i trećeg reda, poslije čega su, radi ocjenjivanja orbita, podvrgnuti obradi u software-u PANDA. Ove ocjene su, na taj način, bile oslobođene odnosnih reziduala. Na kraju, dobijeni rezultati su upoređeni sa korespondentnim IGS Final proizvodom preciznih orbita i dobile su se MSE (Mean-Square Error) vrijednosti razlika, na osnovu kojih se pokazalo da se sumarni efekat jonosferskog kašnjenja drugog i trećeg reda na orbite satelita nalazi u intervalu 10.1-10.5 mm u radijalnom (radial), 23.7-24.7 mm duž putanje (along-track) i 23.5-23.9 mm po pravcu poprečnom na pravac putanje satelita (cross-track), pri čemu je RMSE vrijednost satelitske orbite u tri dimenzije u intervalu 35.5-36.6 mm. U ovom istraživanju, vrijednost maksimalne korekcije za jonosferski rezidual drugog reda bila je 9 cm, dok je u slučaju reziduala trećeg reda to bila vrijednost od 1 cm. Što se tiče uticaja jonosferskih reziduala drugog i trećeg reda na PPP u statičkom režimu rada, ispostavio se veći uticaj u područjima sa manjom latitudom. Uticaj u pravcu sjevera, koji pokazuje trend migracije ka jugu, veći je nego u pravcu istoka i po pravcu elipsoidne normale, posebno na manjim latitudama, gdje može dostići i 4.2 mm. S druge strane, maksimalni uticaj u pravcu istoka i po pravcu normale može biti do 3 mm, ali isti ne pokazuje neki konzistentan trend migracije.

Na osnovu prethodno navedenog, može se donijeti opšti zaključak da je za pouzdano i precizno ocjenjivanje jonosferskih reziduala potrebno koristiti neki precizan model za geomagnetno polje (na primjer, pomenuti IGRM), da se uspostave precizne TEC ocjene duž linka signala (mogu se preuzeti iz odgovarajućih mapa korišćenjem GIM software-a ili ocijeniti na osnovu podataka kodnih mjerenja), kao i da se koriste proizvodi koji se tiču satelitskih orbita i časovnika oslobođeni rezidualnih jonosferskih uticaja višeg reda (ovo je posebno bitno za kvalitetnu analizu uticaja jonosferskih reziduala kod PPP primjena).

Od istraživanja vezano za jonosferske uticaje, treba pomenuti, još, i ona koja su sproveli *Georgiadou and Kleusberg (1998)*, *Grejner-Brzezinska et al. (2004)*, *Musa et al. (2006)*, *Kim and Tinin (2007)*, *Morton et al. (2009)*, *Elsobeiey and El-Rabbany (2010)*,

Leong et al. (2010), Wautelet and Warnant (2012), Lejeune et al. (2012), Carrano et al. (2013), Sieradzki and Paziewski (2015), Paziewski (2016), Deng et al. (2017).

Uticaji troposferske refrakcije

Postoji mnoštvo razvijenih modela koji su predloženi za opisivanje uticaja troposferske refrakcije, ali primjenom bilo kojeg od njih se ne postiže potpuno eliminisanje tog uticaja, a to iz razloga što svaki od tih modela ima nedostatke koji se ogledaju u nemogućnosti adekvatnog modeliranja vlažne komponente, kao dijela troposferskog efekta koji potiče od izraženih prostornih i vremenskih varijacija. Za razliku od ove komponente, dominantnija hidrostatička (suva) komponenta troposferskog uticaja, koja ima karakteristiku mirnih i sporih promjena u vremenu, može se modelirati i korigovati sa tačnošću od nekoliko milimetara, pa i boljom, koristeći površinski model (uključuje atmosfersku temperaturu, pritisak i relativnu vlažnost). Dakle, hidrostatička komponenta, u principu, ne predstavlja veći problem u pogledu svog uticaja na prostiranje GPS signala (*Saastamoinen, 1972a; Tralli and Lichten, 1990*), dok vlažna komponenta predstavlja (dominantni) izvor reziduala troposferskog kašnjenja.

Prikazi principa troposferskog kašnjenja radio signala mogu se naći kod velikog broja autora, kao što su: *Brunner (1984), Dixon (1991), Elgered (1992), Langley (1992), Trehaft (1992), Brunner and Welsch (1993)*. Na primjer, *Dixon (1991)* je dao jedno razmatranje koje se, posebno, odnosi na redukovanje rezidualnih uticaja troposferskog kašnjenja radio signala, dok je *Trehaft (1992)* pisao o uticajima istog tipa kod VLBI (Very Long Baseline Interferometry) primjena, pri čemu se problematika može analogno posmatrati i kada je u pitanju GPS.

Prethodnih decenija, a na osnovu značajnih saznanja, razvijeno je više modela za opisivanje troposferskog kašnjenja signala u pravcu zenita, pri čemu su tim modelima pridruživane odgovarajuće redukcione funkcije, sve sa ciljem da se troposfersko kašnjenje opiše u pravcu koji definišu GPS prijemnik i opažani satelit. Dokazano je da greška od 1 cm u modeliranju troposferskog kašnjenja u pravcu zenita može uzrokovati grešku visine od oko 3 cm (*Brunner and Welsch, 1993*). Naime, da bi se obezbijedila izvjesna ocjena uticaja troposferskog kašnjenja u pravcu zenita, u obradi podataka GPS mjerenja se koristi neki od standardnih modela, pa se ta ocjena, korišćenjem pridružene redukcione funkcije, uspostavlja u pravcu mjerenog rastojanja, koje zavisi od elevacionog ugla satelita (*Davis et al, 1985*).

Janes et al. (1991) su koristili RT (Ray Tracing) metodu da bi ocijenili tačnost nekoliko modela za predikciju troposferskog kašnjenja signala pri različitim atmosferskim uslovima. Oni su došli do takvih rezultata koji idu u prilog činjenici da je Saastamoinen model zenitnog kašnjenja (*Saastamoinen, 1972a, 1972b, 1973*), u kombinaciji sa nekom od redukcionih funkcija koje su prikazali *Goad and Goodman (1974)* i *Davis (1986)*, najpogodniji za korišćenje kod relativnog GPS pozicioniranja. Značajno je pomenuti i to da su, u jednom obimnom istraživanju, *Mendes and Langley (1994)*, upoređujući petnaest redukcionih funkcija geodetskog kvaliteta, došli do zaključka da su redukционе funkcije koje su prikazali *Lanyi (1984)*, *Ifadis (1986)*, *Herring (1992)* i *Neill (1993)* najpouzdanije pri primjenama visokopreciznog GPS pozicioniranja. Danas se najbolji rezultati postižu primjenom redukcionih funkcija koje se izvode na osnovu NWMs (Numerical Weather Models), a takve su VMF1 (Vienna Mapping Functions 1) ili empirijska GMF (Global Mapping Function), koja je konzistentna sa prethodnom (*Böhm et al, 2006b; Steigenberger et al, 2009*). Savremene redukционе funkcije omogućavaju redukciju zenitnog troposferskog kašnjenja na pravce duž kojih se opažaju sateliti sa malim elevacijama, čak i do 2° (*Guo and Langley, 2003; Vey et al, 2006; Böhm et al, 2007; Saha et al, 2010*).

U GPS primjenama gdje egzistiraju najviši zahtjevi preciznosti, potrebno je, adekvatnim modeliranjem, obezbijediti kompenzaciju reziduala troposferskog kašnjenja. Jedan pristup, u tom smislu, zasniva se na uvođenju dodatnih nepoznatih parametara u proces ocjenjivanja metodom najmanjih kvadrata, pri čemu se za svaku GPS stanicu, za svaku sesiju opažanja, uvodi jedan faktor razmjere (scale factor), kao konstantno odstupanje standardnog modela ili, alternativno, kako bi se obuhvatila i varijabilnost uticaja troposferskog kašnjenja u vremenu, polinomijalni faktor razmjere troposferskog kašnjenja u pravcu zenita koji će uključiti nekoliko nepoznatih parametara (*Shardlow, 1994*). Ti nepoznati parametri su koeficijenti odnosnog polinomijalnog modela, a stepen istog diktiraju konkretni atmosferski uslovi. Uz to, pomenutim polinomijalnim pristupom obuhvatiće se i uticaji nekih drugih izvora grešaka koji su od značaja u visokopreciznom GPS pozicioniranju, a jedan od takvih je plimatsko okeansko opterećenje (*Chang, 1995*). Drugi pristup podrazumijeva stohastičko ocjenjivanje korišćenjem Gauss-Markov-ljevog procesa prvog reda ili procesa slučajnog hoda. Veći broj autora je razvio algoritme koji u osnovi imaju konvencionalni metod najmanjih

kvadrata i Kalman-ovo filtriranje. Prikazi različitih tehnika ocjenjivanja se mogu naći, na primjer, kod: *Lichten and Border (1987)*, *Dixon and Kornreich Wolf (1990)*, *Herring et al. (1990)*, *Lichten (1990)*, *Tralli and Lichten (1990)* i *Elgered et al. (1991)*.

U nastavku se prikazuju neki bitni rezultati istraživanja sprovedenih u posljednje dvije decenije.

Roberts and Rizos (2001) su sproveli istraživanje u kojem su analizirali uticaj troposferske refrakcije na kvalitet vremenskih serija relativnih koordinata (e , n i u), kao komponenti vektora baznih linija, koje će poslužiti kao indikatori, eventualnih, deformacija tla na području vulkana Gunung Papandayan u indonežanskoj provinciji Jawa Barat (Zapadna Java), u GPS mreži koju je, za pomenute potrebe, projektovao UNSW (University of New South Wales). U pitanju je GPS L1 sistem, čija je primjena ograničena na područja deformacija sa baznim linijama ne dužim od 10 km, kako bi se, u velikoj mjeri, izbjegli jonosferski uticaji na opažanja. U tako uspostavljenoj mreži egzistirale su visinske razlike do 1400 m. Međutim, ispostavilo se da su podaci mjerenja u uspostavljenoj mreži sa jednofrekventnim GPS prijemnicima nepogodni za istraživanje relativnih troposferskih uticaja. Naime, visok nivo šuma u podacima, vjerovatno uzrokovan jonosferskim poremećajima (*Janssen et al, 2001*), isključio je donošenje bilo kakvog zaključka na osnovu obrade tih podataka. Tada su u mreži SAGE (Southern Alpine Geodetic Network), smještenoj na Novom Zelandu, izabrane dvije stanice čije međusobno rastojanje od 9.2 km i visinska razlika 1350 m odgovaraju konfiguraciji u mreži vulkana Gunung Papandayan. Izbor nije slučajan, a u prilog tome govori činjenica da se ove dvije stanice nalaze u području srednjih latituda, gdje su znatno manje izraženi jonosferski uticaji, čime se izbjegava miješanje jonosferskih sa troposferskim relativnim uticajima koji se ispituju. Autori su sproveli istraživanje koristeći dva pristupa u obradi iste 21-dnevne vremenske serije GPS mjerenja sa sesijom od 1 h. U prvom pristupu, upotrebom UNSW Baseline software-a, obradili su samo podatke mjerenja na frekvenciji L1, pri čemu su zanemarili jonosferske uticaje, a primijenili standardni Saastamoinen model na oba kraja bazne linije. Rezultati obrade, iako nije u pitanju ekvatorski region, pokazali su mnogo veću varijabilnost u visinskoj komponenti, nego što je to slučaj kod preostale dvije komponente. Ovu konstataciju potkrepljuju dobijene ocjene standardnih devijacija, koje za komponente e , n i u , redom, iznose 7, 11 i 43 mm. U drugom pristupu, isti podaci su obrađeni u Bernese v4.2

software-u, koji je, prethodno, testiran kako bi se dokazalo da se njegovom upotrebom pri prvom pristupu dobijaju isti rezultati kao kada se koristi UNSW Baseline software. Međutim, sada je, kao dodatni nepoznati parametar, ocjenjivan po jedan relativni rezidualni troposferski uticaj u pravcu zenita, za svaku sesiju. Dobijene su korespondentne ocjene standardnih devijacija za tri relativne koordinate u iznosu 7, 9 i 32 mm, što, upoređenjem sa onima iz prvog pristupa, govori o 18%- i 26%-nom poboljšanju tačnosti n i u komponente, respektivno, dok, u tom smislu, nema promjene kod komponente e . Osim toga, autori su zapazili i prednost drugog pristupa, kojim se omogućava jasno uočavanje dodatnog signala koji odgovara uticaju višestruke refleksije signala u seriji rješenja za koordinatu u , za razliku od prvog pristupa, kada se na grafiku ocjena za PSD (Power Spectral Density) te serije, ne nazire dodatni signal.

Musa et al. (2004) su analizirali mogućnosti otklanjanja troposferskog uticaja iz GPS mjerenja upotrebom Saastamoinen i modifikovanog Hopfield modela, koji koriste vrijednosti izvedene iz standardnog modela atmosfere. Podaci mjerenja su prikupljeni u roku od 24 h na stanicama koje pripadaju mreži MASS (Malaysia Active GPS System), a koja se nalazi u području bliskom ekvatoru. Obrada ovih podataka je, u cilju eliminacije jonosferskih uticaja, podrazumijevala korišćenje modela dvostrukih faznih razlika, zasnovanog na IF linearnoj kombinaciji. U obradi su prvo riješene WL (Wide-Lane), a zatim fiksirane NL (Narrow-Lane) fazne neodređenosti (*Rothacher and Mervart, 1996; Sun et al, 1999*). Pri tome, izvršeno je podešavanje vrijednosti od 15° za minimalni elevacioni ugao satelita koji će se uzeti u obzir. Na ovaj način, a pod pretpostavkom da su ostali uticaji svedeni na minimum, troposferski uticaj će ostati dominantan u rezidualima IF linearnih kombinacija dvostrukih razlika faznih mjerenja (IF-reziduali). Zato su vrijednosti ovih reziduala i korišćene u istraživanju pomenutih autora, a isto je sprovedeno upotrebom sedam baznih linija, čije se dužine nalaze u rasponu od 136 do 396 km, dok su visinske razlike između krajnjih stanica u intervalu između 1 i 80 m. Autori su primijenili četiri pristupa, a to su: **(1)** bez primjene modela; **(2)** primjena oba modela samo za uticaj suve komponente; i **(3)** primjena oba modela za uticaj suve i vlažne komponente. U prvom pristupu, RMSEs IF-reziduala uzele su vrijednosti iz intervala između 10.4 do 37.3 cm, dok su se u drugom pristupu ispostavile vrijednosti između 2.7 i 5.7 cm (za Saastamoinen model), odnosno između 2.7 i 5.6 cm (za modifikovani Hopfield model), što je dovelo do prosječnog poboljšanja tačnosti u

iznosu 80.2% (za Saastamoinen model) i 80.4% (za modifikovani Hopfield model). Međutim, poslije sprovedenog trećeg pristupa, došlo je do dodatnog, ali neznatnog poboljšanja tačnosti, što je zaključeno na osnovu RMSE vrijednosti u rasponu od 2.5 do 4.9 cm, odnosno između 2.5 i 4.8 cm, redom, pri primjeni Saastamoinen modela (prosječno poboljšanje tačnosti od 2.1%) i modifikovanog Hopfield modela (prosječno poboljšanje tačnosti od 2.0%). Na osnovu ovih podataka, zaključuje se da, praktično, nema razlike u rezultatima koje daju dva primijenjena modela. Modeliranjem uticaja obje komponente, kod svih razmatranih baznih linija, primjenom oba modela, maksimalne vrijednosti IF-reziduala su svedene na oko 20 cm. Za najdužu razmatranu baznu liniju (dužine 396 km), čija visinska razlika između krajnjih stanica iznosi 17 m, maksimalna apsolutna vrijednost IF-reziduala u prvom pristupu iznosila je preko 1.5 m, a RMSE istog ispostavila se u iznosu od 31 cm, što je za 6.3 cm manje od odgovarajuće vrijednosti dobijene za drugu po dužini baznu liniju (dužine 341 km) i sa minimalnom visinskom razlikom između krajnjih stanica (ista iznosi 1 m), dok su u drugom i trećem pristupu, pri primjeni Saastamoinen modela, RMSE vrijednosti, respektivno, bile 5.4 i 4.9 cm, odnosno 5.3 i 4.8 cm, pri primjeni modifikovanog Hopfield modela. Pored svega, na osnovu svih dobijenih rezultata za RMSEs, potvrđeno je da rezidual troposferskog uticaja u IF linearnoj kombinaciji dvostrukih razlika faznih mjerenja treba kategorisati kao grešku zavisnu od dužine bazne linije.

Satirapod and Chalermwattanachai (2005) su analizirali podatke prikupljene juna 2003.godine u statičkom režimu, u periodu od 24 h, sa intervalom registracije od 15 s, na šest GPS stanica (označili su ih slovima A, B, C, D, E i F) uspostavljenih na Tajlandu. U eksperimentu su korišćeni dvofrekventni prijemnici istog tipa (Leica SR530), a lokacije pomenutih stanica izabrane su tako da formiraju dvije kratke bazne linije (BA, dužine ~ 17 km, visinske razlike ~ 950 m; i BC, dužine ~ 11 km, visinske razlike ~ 35 m) i dvije bazne linije srednje dužine (ED, dužine ~ 70 km, visinske razlike ~ 970 m; i EF, dužine ~ 68 km, visinske razlike ~ 25 m). Na svim GPS stanicama (*in situ*), svakih sat vremena, mjereni su temperatura i pritisak, a u obradi podataka su korišćene IF linearne kombinacije dvostrukih razlika faznih mjerenja. Cilj istraživanja bio je upoređenje preciznosti rješenja pomenutih baznih linija poslije primjene četiri pristupa u modeliranju troposferskih uticaja, a to su: (1) primjena Saastamoinen modela (*Saastamoinen, 1972a, 1972b, 1973*); (2) primjena Hopfield modela (*Hopfield, 1969*);

(3) primjena uprošćenog Hopfield modela (*Wells, 1977*); i (4) bez primjene modela. Prikupljeni podaci koji se odnose na kraće bazne linije, podijeljeni su u 12 nezavisnih serija, koje sve odgovaraju sesijama od 2 h, i koje su nezavisno obrađivane u sva četiri pristupa. Međutim, kod dvije duže bazne linije, podaci su podijeljeni u 8 nezavisnih serija, sa sesijama po 3 h, pa je sa tim serijama postupano isto kao sa onima u slučaju kraćih baznih linija. Rezultati pristupa (1), (2), (3) i (4), u smislu RMSE vrijednosti, kao mjere preciznosti rješenja bazne linije za resultantnu komponentu položaja u horizontalnoj i komponentu položaja u vertikalnoj ravni su, respektivno, po baznim linijama bile sljedeće: BA (1.4, 1.4, 1.2 i 13.5 cm – za horizontalni položaj; 6.4, 6.4, 8.3 i 83.5 cm – za vertikalni položaj); BC (0.7, 0.7, 0.7 i 1.7 cm – za horizontalni položaj; 1.9, 1.9, 2.3 i 2.0 cm – za vertikalni položaj); ED (5.8, 5.8, 7.6 i 20.4 cm – za horizontalni položaj; 6.8, 6.8, 7.8 i 89.9 cm – za vertikalni položaj); i EF (6.0, 6.0, 6.0 i 18.8 cm – za horizontalni položaj; 6.0, 6.0, 6.2 i 9.7 cm – za vertikalni položaj). Iz dobijenih rezultata autori su zaključili da se u slučaju nekorišćenja modela dobijaju nepouzdana rješenja bazne linije, posebno u slučaju velikih visinskih razlika između krajnjih stanica. Pored toga, primjenom F-testa, uz definisanje hipoteza na način kao kod *Snedecor and Cochran (1989)*, došli su do zaključka da tri primijenjena standardna troposferska modela daju rezultate koji se međusobno statistički ne razlikuju, ali da Saastamoinen i Hopfield model daju pouzdanije rezultate od uprošćenog Hopfield modela. Istraživanje je pokazalo i da, za istraživani 24 h-ovni period, nema značajne korelacije između meteoroloških parametara koji su mjereni i ostvarene preciznosti položaja.

Za potrebe istraživanja koje su sproveli *Yahya et al. (2009)*, korišćena su tri bazne linije u Maleziji, uspostavljene posredstvom četiri GPS stanice, opremljene pažljivo kalibrisanim prijemnicima, koji su, kao takvi, omogućili značajnu redukciju uticaja višestruke refleksije GPS signala, kao i odličnu vidljivost satelita. Zajednička stanica za sve tri bazne linije bila je UTM (Universiti Teknologi Malaysia), smještena u studentskom naselju u gradu Skundai. U blizini ove stanice, u cilju obezbjeđenja relevantnih podataka o temperaturi, relativnoj vlažnosti i pritisku vazduha, bio je postavljen meteorološki senzor. Preostale tri stanice su izabrane tako da sa pomenutom (zajedničkom) formiraju bazne linije različite dužine, i to: Johor Jaya (JHJY)-UTM (dužine 18 km), Kluang (KLUG)-UTM (dužine 56 km) i Mersing (MERS)-UTM

(dužine 101 km). U analizi su korišćene IF linearne kombinacije dvostrukih razlika, pri čemu su u proces obrade integrisane IGS vrijednosti za ERP (Earth Rotation Parameters), a nije primijenjen nijedan troposferski model. Rezultati istraživanja su pokazali da visok stepen prostorne i vremenske varijabilnosti sadržaja vodene pare u troposferi utiče na veoma značajno umanjeno tačnosti komponenti položaja u rješenju bazne linije. Naime, ispostavilo se da nekorišćenje troposferskog modela implicira rezidualne u komponentama e , n i u , čije maksimalne apsolutne vrijednosti iznose, respektivno, 68.88, 68.97 i 119.10 cm. Uz to, minimalne i maksimalne RMSE vrijednosti pomenutih reziduala, redom, iznose 16.8 i 29.2cm, pri čemu je, što je i očekivano, visinska komponenta više opterećena uticajem troposferske refrakcije.

Wielgosz et al. (2011) su, u jednom dijelu svog istraživanja, analizirali rješenja baznih linija dobijenih sa i bez primjene troposferskih korekcija. Eksperiment je izvršen u mreži nekoliko permanentnih GPS stanica na Karpatima, koje pripadaju poljskom dijelu EUPOS (European Position Determination System) mreže, pri čemu su uspostavljene bazne linije ujednačene dužine, i to: KRAW-BUZZ (dužine 72 km), KRAW-KATO (dužine 67 km); KRAW-ZYWI (dužine 66 km) i KRAW-NWTG (dužine 66 km). Stanica KRAW je poslužila za simuliranje položaja prijemnika korisnika, tj. kao ona čiji se relativni položaj analizira. Visinske razlike između krajnjih tačaka ovih baznih linija su, respektivno, 32, 66, 146 i 380 m. Primijenjena su tri različita pristupa modeliranja troposferskih uticaja. Ti pristupi su: **(a)** bez primjene troposferskog modela; **(b)** sa primjenom modifikovanog Hopfield modela (*Goad and Goodman, 1974*) sa standardnim atmosferskim parametrima (temperatura 18.5 °C, pritisak 1013.25 hPa i relativna vlažnost vazduha od 50% na nivou mora); i **(c)** ocjenjivanje uticaja zenitnih troposferskih kašnjenja u mreži permanentnih GPS stanica i interpolacija tog uticaja u tački koja odgovara stanici KRAW. Skup 13 h-ovnih podataka, prikupljenih jula 2008.godine na pomenutih pet stanica, sa intervalom registracije od 15 s, podijeljen je na 78 sesija, svaka po 10 min (40 epoha). Sve sesije su obrađene nezavisno, bazna linija po bazna linija. Za minimalnu vrijednost elevacionog ugla satelita koju je trebalo uzeti u obzir, usvojena je vrijednost od 15°. Za rješavanje pitanja cjelobrojnih faznih neodređenosti, korišćena je metoda LAMBDA (Least-squares AMBIGUITY Decorrelation Adjustment) (*Teunissen, 1995b; de Jonge and Tiberius, 1996*), a pri modeliranju troposferskih uticaja UNBab redukciona funkcija (*Guo and Langley, 2003*). Korišćene

su, još, rapid IGS proizvodi za orbite i časovnike, kao i apsolutne varijacije faznih centara antena (*Mader, 2001*). Metodologija i algoritmi koji su upotrijebljeni za ocjenjivanje apsolutnog zenitnog troposferskog kašnjenja u mreži, a integrirani su u MPGPSTM (Multi-Purpose GPS Processing Software), prikazani su u *Kashani et al. (2005)*, *Wielgosz et al. (2005)* i *Grejner-Brzezinska et al. (2007)*. Za baznu liniju sa najmanjom visinskom razlikom (KRAW-BUZD), ispostavilo se da su srednje vrijednosti reziduala / ocjene standardnih devijacija komponenti e , n i u , po pristupima, respektivno, sljedeće: **(a)** -9.1 cm / 19.7 cm, -6.7 cm / 14.7 cm i 10.9 cm / 21.6 cm; **(b)** 0.2 cm / 1.1 cm, 0.7 cm / 1.7 cm i 8.1 cm / 3.8 cm; i **(c)** 0.2 cm / 0.6 cm, 0.7 cm / 1.0 cm i -3.9 cm / 2.4 cm. S druge strane, kod bazne linije sa najvećom visinskom razlikom (KRAW-NWTG), imamo, po istom redosljedu, sljedeće rezultate istog tipa: **(a)** -2.6 cm / 15.1 cm, 9.7 cm / 8.1 cm i 21.0 cm / 24.2 cm; **(b)** 0.0 cm / 1.0 cm, 1.1 cm / 1.6 cm i -10.1 cm / 3.7 cm; i **(c)** 0.1 cm / 0.8 cm, 0.9 cm / 1.2 cm i -2.0 cm / 2.0 cm. Ovdšnjim rezultatima je potvrđeno da se korišćenjem dvostrukih razlika ne može redukovati uticaj troposferskog kašnjenja signala do nivoa koji je zadovoljavajući za precizno GPS pozicioniranje u slučaju baznih linija dužine nekoliko desetina kilometara, kao i da se najbolji rezultati dobijaju koristeći interpolovanu vrijednost zenitnog troposferskog kašnjenja. Još jedan bitan zaključak je da kada se primjenjuju pomenute interpolovane vrijednosti ili modifikovani Hopfield model, tada se dobijaju veoma slični rezultati kod baznih linija sa manjim i sa većim visinskim razlikama, koje su reda onih koje su uspostavljene u ovom istraživanju.

Radi pregleda rezultata još nekih istraživanja koja se tiču troposferskih uticaja, čitalac može izvršiti uvid, na primjer, u *van der Wal (1995)*, *Mendes (1999)*, *Zhang and Lachapelle (2001)*, *Musa et al. (2006)*, *Wielgosz et al. (2013)*, *Hadas et al. (2013)*, *Danasabe et al. (2015)*.

Uticaji višestruke refleksije signala

Dok su greške koje potiču od jonosferske i troposferske refrakcije, može se reći, dobro modelovane, greške koje proizvodi višestruka refleksija signala, na žalost, još uvijek predstavljaju izazov za istraživače, prvenstveno zbog toga što su karakteristike tog izvora grešaka specifične za svaku GPS stanicu.

Uticaje višestruke refleksije na frekvenciji L1 najprije je izučavao *Hagerman (1973)*, a *Georgiadou and Kleusberg (1988)* su pokazali da prisustvo uticaja ovog izvora grešaka

može biti ustanovljeno korišćenjem dvostrukih razlika faznih mjerenja. Od tada, mnogi istraživači su ulagali napor u izučavanju karakteristika, a onda i modelovanja pomenutog fenomena, o čemu svjedoče brojne publikacije, u kojima su, uz prethodno uvođenje određenih pretpostavki, opisani različiti pristupi i aspekti odnosne problematike. Ali, bez obzira na veoma bogatu bibliografiju u ovom smislu, neko univerzalno rješenje problematike vezano za uticaj višestruke refleksije još uvijek nije ustanovljeno. U najvećem broju knjiga koje pišu o geodeziji ili navigaciji, sa veoma malim brojem izuzetaka, kao što je, na primjer, *Braasch (1996)*, višestruka refleksija je prikazana posredstvom kraćeg tekstualnog sadržaja. Pri tome, ovaj fenomen je sagledavan u geometrijskom smislu, dok pažnja nije posvećivana relevantnim fizičkim i elektromagnetnim karakteristikama reflektovanog GPS signala. Progres studija vezano za višestruku refleksiju GPS signala u posljednjih nešto više od dvadeset godina obezbijedila su, posebno, istraživanja u jednom broju doktorskih radova, a neki od njih su sljedeći: *van Nee (1995)*, *Ray (2000)*, *Hannah (2001)*, *Lau (2005)*, *Wildt (2006)*, *Bilich (2006)*, *Weiss (2007)*, *Irsigler (2008)*, *Dilžner (2007)*, *Rost (2011)*, *Nievinski (2013)*, *Moradi (2014)*, *Sidorov (2015)*.

Do sada je razvijen veći broj tehnika za smanjenje uticaja višestruke refleksije GPS signala, a iste se mogu klasifikovati u tri grupe (*Dai et al, 2014*). *Prva grupa* podrazumijeva one koje koriste GPS antene koje odbijaju reflektovane signale, a takve su CR (Choke-Ring) i AP-CRPA (Advanced Pinwheel Compact Controlled Reception Pattern Antenna) (*Kunysz, 2001*). Ove antene mogu efektno oslabiti uticaj višestruke refleksije, ali su velike i skupe, pri čemu su, još, i neefikasne za signale koji dolaze od satelita kojima odgovaraju veći elevacioni uglovi. *Druga grupa* uključuje korelacione tehnike u samom prijemu, kao što su, na primjer, NC (Narrow Correlator) (*van Dierendonck et al, 1992*), MMDLL (Multipath Mitigation Delay Lock Loop) (*van Nee, 1992b*) i MMT (Multipath Mitigation Technology) (*Townsend and Fenton, 1994*). Ove tehnike uspješno redukuju uticaje na kodna i fazna mjerenja, ali, istovremeno, zahtijevaju visoke računске troškove i hardware visokog kvaliteta. *Treću grupu* čine algoritmi u naknadnoj obradi podataka koji uključuju ponderisanje opažanja na osnovu SNR (Signal-to-Noise Ratio) ili C/N₀ (Carrier-to-Noise Power Density Ratio) vrijednosti (*Lau and Mok, 1999*) i oni koji su bazirani na filtriranju, kao što su AF (Adaptive Filter) (*Ge et al, 2000*), WF (Wavelet Filter) (*Satirapod and Rizos, 2005*), VF

(Vondrak Filter) (*Zheng et al, 2005*) i SF (Siderial Filter) (*Zhong et al, 2010*). Pomenuti filteri efektno smanjuju uticaj višestruke refleksije, a bitno je napomenuti da se SF najviše koristi, s obzirom na to da je neosjetljiv na uticaj pogrešne identifikacije frekvencije (*Dai et al, 2014*). Usljed slične geometrije rasporeda satelita, uticaj višestruke refleksije se ponavlja u toku ciklusa jednog sideričkog dana, a pod uslovom da se ne mijenja okruženje GPS antene. Iz tog razloga, SF je adekvatan algoritam za smanjenje uticaja višestruke refleksije, kako u koordinatnom, tako i u domenu GPS opažanja.

Od savremenih istraživanja uticaja višestruke refleksije, pored navedenih doktorskih radova u prethodnom izlaganju, značajno je pomenuti i publikacije *Axelrad et al. (2005)*, *Satirapod and Rizos (2005)*, *Lau and Cross (2007)*, *Ragheb et al. (2007)*, *Hsieh and Wu (2008)*, *Rost and Wanninger (2009)*, *Rost and Wanninger (2010)*, *Lau (2012)*, *Azarbad and Mosavi (2014)*, *Ye et al. (2015)*, *Atkins and Ziebart (2016)* i *Wang et al. (2018)*. U nastavku se prikazuju rezultati nekih od navedenih istraživanja.

U analizi koja je pratila istraživanje koje su sproveli *Satirapod and Rizos (2005)*, korišćeni su podaci prikupljeni u statičkom režimu, u periodu između 25. i 28. oktobra 2002. godine, sa intervalom registracije od 15 s, a posredstvom tri dvofrekventna GPS prijemnika (Leica System 500), smještena na vrhu zgrade Vidhayanives (Chulalongkorn University, Bangkok). U cilju istraživanja karakteristika šuma prijemnika navedenog tipa, dva prijemnika su povezana na istu antenu na stanici A, koja se smatrala mjestom sa okruženjem bez potencijalnih reflektora (Multipath-Free Station). Treći prijemnik je bio smješten na stanici B, koja je bila veoma blizu betonskog zida, a na rastojanju od stanice A od ~ 8 m. Ovakvom postavkom eksperimenta omogućeno je da reziduali dvostrukih razlika faznih GPS mjerenja, dobijenih na osnovu podataka sa dva prijemnika na stanici A, uključuje samo šum mjerenja, s obzirom da su, zbog korišćenja iste antene, izostali drugi izvori grešaka (ova konfiguracija je poznata kao "nulta baza"). Uz to, usljed prisustva veoma kratke bazne linije AB, za greške koje uzrokuju jonosferski, troposferski, kao i uticaji grešaka orbita, podrazumijevalo se da su sve jednake nuli. Pri tome, omogućeno je da reziduali dvostrukih razlika faznih GPS mjerenja, dobijeni na osnovu podataka sa nekog od prijemnika na stanici A i onog na stanici B, izražavaju samo uticaj višestruke refleksije i šuma GPS mjerenja. U procesu obrade podataka, ustanovljeni su značajni uticaji višestruke refleksije na stanici B.

Metod koji koristi talasne funkcije (za matematičke detalje vidjeti *Rioul and Vetterli (1991)*, *Chui (1992)* i *Wickerhauser (1994)*), tj. WT (Wavelet Transform) aparat, u ovom istraživanju korišćen je za dekompoziciju reziduala pomenutih dvostrukih razlika na komponentu kojoj odgovara duži period (tj. dio sa nižom frekvencijom) i kratkoperiodični šum (visoke frekvencije). Pomenuti aparat je alternativa za FT (Fourier Transform), s obzirom da se može primijeniti na nestacionarne vremenske serije, kakve su zastupljene kod GPS mjerenja, dok FT zahtijeva stacionarnost podataka za analizu. Analiza upotrebom talasnih funkcija je blisko povezana sa vremensko-frekvencijskom analizom zasnovanom na Wigner-Ville raspodjeli (*Rioul and Vetterli, 1991*). Primijenjena su tri stepena dekompozicije, pri čemu je u svakom slučaju izdvojen visokofrekventni šum. Korišćenjem dvostranog F-testa (*Snedecor and Cochran, 1989*), uz usvojeni nivo značajnosti od 5%, upoređivane su standardne devijacije svakog od pomenutih izdvojenih šumova sa standardnom devijacijom šuma "nulte baze", koji se smatra čistim šumom. Pošto promjene šuma GPS mjerenja u vremenu podrazumijevaju izvjesnu nestacionarnost GPS signala, standardne devijacije su računane posebno za svaku od 10 manjih sekvenci, koje se smatraju stacionarnim, jer predstavljaju vremenske serije kojima odgovara vremenski interval od 5 min. Postupak testiranja je sproveden za nekoliko satelitskih parova i za različite dane. Rezultati su pokazali da je pri dekompoziciji prvog stepena broj slučajeva prihvatanja nulte hipoteze (jednakost dvije standardne devijacije) primijenjenog testa jednak 8, dok je u 2 slučaja prihvaćena alternativna hipoteza (nejednakost dvije standardne devijacije). Ovaj stepen dekompozicije se ispostavio kao onaj kojim se najbolje opisuje (izdvaja) uticaj višestruke refleksije, s obzirom da je kod dekompozicije drugog i trećeg stepena broj slučajeva prihvatanja i odbacivanja nulte hipoteze, respektivno, bio jednak 6 i 4, odnosno 3 i 7. Dalje, pokazalo se da su standardne devijacije (izražene u faznim ciklusima) vremenskih serija faznih mjerenja prije redukcije uticaja višestruke refleksije za četiri dana u toku kojih su prikupljeni podaci, redom, 0.0318, 0.0415, 0.0388 i 0.0345, dok su, po istom redosljedu, poslije redukcije pomenutog uticaja, dobijene vrijednosti 0.0076, 0.0085, 0.0082 i 0.0074. S obzirom na poboljšanje tačnosti od 76.1%, 79.5%, 78.9% i 78.6%, respektivno, autori su zaključili da se primijenjena metoda može, kao veoma efikasna, koristiti za smanjenje uticaja višestruke refleksije.

Rost and Wanninger (2009) su svoje istraživanje vezano za smanjenje grešaka faznih GPS mjerenja nastalih pod uticajem višestruke refleksije bazirali na analizi odnosa diferencijalne promjene količnika amplitude rezultujućeg i direktnog signala, i diferencijalne promjene razlike faza reflektovanog i direktnog signala. Naime, u pitanju je ocjenjivanje uticaja višestruke refleksije na fazna mjerenja bazirano na mjerenim vrijednostima parametara koji reprezentuju kvalitet GPS signala. Podaci za potrebe eksperimenta su prikupljeni više od 10 sati na DOY260/2008. Pri tom su korišćena dva Leica GRX1200GG Pro prijemnika povezana na lake Septentrio antene (PolaNt), koje su bile postavljene na visini 1.4 m (stanica HIGH) i 0.7 m (stanica LOW), na međusobnom rastojanju od 10 m. Lokacija stanica bilo je parkiralište za automobile u okviru kompleksa jednog izložbenog centra u Drezdenu, koje predstavlja jedan odličan reflektor. U pitanju je površina čiji gornji sloj, naizmjenično, čine dva različita materijala (bitumen i rastresita podloga) koja reflektuju GPS signale sa sličnim faktorom slabljenja. Da bi se izbjegla difrakcija signala pri nailasku na drveće u okruženju parkinga, u analizi su učestvovali samo podaci mjerenja dobijeni pri elevacionim uglovima satelita većim od 10° . Korekcije za uticaj višestruke refleksije su ocijenjene na osnovu mjerenih vrijednosti parametara kvaliteta signala, a sa ciljem da se omogući validacija izračunatih korekcija, bazna linija HIGH-LOW je obrađena u procesoru Wa1. Pri tome su uzete u obzir popravke za položaj faznog centra antene. Pošto je u pitanju veoma kratka bazna linija, višestruka refleksija je ostala kao dominantni izvor grešaka. Validacija je sprovedena u domenu mjerenja, analizom reziduala dvostrukih razlika faznih mjerenja, kao i u koordinatnom domenu, posmatrajući koordinate e , n i u . Na osnovu upoređenja reziduala originalnih sa rezidualima korigovanih mjerenja, ustanovljeno je da se otklanja veliki dio uticaja višestruke refleksije, što, zbog njihove kratkoperiodičnosti, naročito, važi za uticaje na signale pristigle sa satelita sa manjim elevacijama. S druge strane, utvrđeno je da se ovakvim pristupom ne popravljaju dugoperiodični uticaji sa periodom dužim od 2 h, koji opterećuju signale sa satelita na većim elevacijama. Za reziduale nekorigovanih L1-, L2- i IF-mjerenja, ispostavile su se, redom, RMSE vrijednosti 8.1, 8.6 i 26.6 mm, dok su, po istom redosljedu, za reziduale korigovanih mjerenja to vrijednosti 6.3, 6.5 i 19.8 mm. Na osnovu ovoga se zapaža poboljšanje tačnosti od 22.2%, 24.4% i 25.6%, respektivno. Što se tiče reziduala za L1-, L2- i IF-koordinatna rješenja, dobijena za

svaku epohu mjerenja na osnovu nekorigovanih mjerenja, ispostavile su se, redom, sljedeće RMSE vrijednosti za koordinate e , n i u : 2.0, 3.9 i 6.0 mm (L1); 2.3, 4.0 i 7.0 mm (L2); i 5.9, 12.2, 20.0 mm (IF). Za rezidualne koordinate dobijenih na osnovu korigovanih mjerenja, poštujući već uspostavljeni redosljed, autori su dobili sljedeće RMSE vrijednosti: 1.6, 2.8 i 4.7 mm (L1); 2.0, 2.6 i 5.4 mm (L2); i 4.8, 7.9 i 15.0 mm (IF). Na osnovu dobijenih rezultata, evidentno je poboljšanje tačnosti od 20.0%, 28.2% i 21.7% (L1); 13.0%, 35.0% i 22.9% (L2); i 18.6%, 35.2% i 25.0% (IF). Zbog nekoliko ograničenja primjene opisanog pristupa u smanjenju uticaja višestruke refleksije (podaci moraju biti prikupljeni u statičkom režimu, mora egzistirati reflektor osobina kakve ima podloga na mjestu stanica HIGH i LOW, rezultujući signal ne smije sadržati više od jednog jakog reflektovanog signala, ne dobijaju se iste korekcije za L2-mjerenja kod svakog tipa prijemnika), isti se ne može primjenjivati u svakoj situaciji, ali je, ipak, obećavajući za redukciju pomenutog uticaja na opažanja koja se izvode korišćenjem prijemnika nekih GNSS referentnih stanica.

U cilju dalje validacije mogućnosti prethodno opisanog pristupa u praksi, [Rost and Wanninger \(2010\)](#) su proširili istraživanje analizirajući podatke GPS mjerenja prikupljenih posredstvom šest permanentnih stanica koje pripadaju njemačkoj SAPOS (SAteellite POsitioning Service) mreži i nalaze se na području savezne države Saksonija-Anhalt. Podaci su prikupljeni u periodu od 7 dana (od 02. do 08. oktobra 2009. godine), sa intervalom registracije od 15 s, a sačuvani su sa rezolucijom kvaliteta signala od 0.25 dB-Hz (u SAPOS mreži ova vrijednost, uobičajeno, iznosi 1 dB-Hz). U okruženju svih šest korišćenih GPS stanica, dominirali su horizontalni reflektori. Naime, ove stanice su bile opremljene Leica prijemnicima i choke-ring antenama, koje su montirane na krovovima zgrada sa vertikalnim rastojanjem u odnosu na reflektor u iznosu koji se kretao između 0.7 i 4.2 m. Korišćene GPS stanice su bile raspoređene tako da uspostavljaju bazne linije čije se dužine nalaze u intervalu između 36.2 i 139.9 km. Koordinatna rješenja baznih linija su izračunata za svaku epohu opažanja, pri čemu su korišćene IF-linearne kombinacije. Zbog većih dužina baznih linija, morala su biti ocijenjena troposferska zenitna kašnjenja signala u mreži, a sve bazne linije su obrađene uzimajući u obzir samo opažanja za elevacije veće od 5° . U obzir su uzete precizne orbite koje obezbjeđuje ESOC (European Space Operation Centre), kao i popravke za položaj faznih centara antena. Korekcije za uticaj višestruke refleksije su izračunate i

primijenjene na GPS mjerenja, pa su upoređivana IF-rješenja baznih linija prije i poslije tih korekcija. Rezultati su pokazali da se ovim pristupom postiže poboljšanje tačnosti (smanjenje vrijednosti standardnih devijacija) koordinata do ~ 13%, posebno kod vertikalne komponente položaja, mada su zabilježena i pogoršanja tačnosti do ~ 6.5% kod komponenti horizontalnog položaja. Finalni zaključak, što se tiče primjene opisanog pristupa, bio je da se isti može koristiti samo uz određene limite. No, konstatovano je da će, ipak, biti od koristiti pri otklanjanju grešaka faznih mjerenja koje uzrokuje višestruka refleksija, ali ako su zastupljeni neki jednostavni (u geometrijskom smislu) reflektori nad kojima se montira antena.

Od najnovijih istraživanja, ovdje se opisuje ono koje su sproveli [Wang et al. \(2018\)](#), i njemu se, nimalo slučajno, posvećuje velika pažnja u daljem izlaganju. Ovi autori su koristili SF, koji, uopšteno govoreći, podrazumijeva uspostavljanje modela za korigovanje uticaja višestruke refleksije na osnovu reziduala mjerenja ili koordinata iz prethodnog(ih) dana, poslije čega treba da uslijedi korekcija podataka iz narednog(ih) dana, oduzimanjem korespondentne vrijednosti te korekcije kod svake pojedinačne epohe mjerenja. Istraživanje se, pored ostalog, sastojalo u upoređivanju efikasnosti otklanjanja uticaja višestruke refleksije korišćenjem korekcija računatih uzimanjem u obzir MRT (Multipath Repeat Time) ocjena dobijenih primjenom tri metode: ORTM (Orbit Repeat Time Method) ([Choi et al, 2004](#)), ARTA (Aspect Repeat Time Adjustment) ([Larson et al, 2007](#); [Agnew and Larson, 2007](#)) i RCM (Residual Correlation Method) ([Ragheb et al, 2007](#)). ORTM podrazumijeva korišćenje GPS emitujućih efemerida (broadcast ephemerides) za računanje perioda ponavljanja orbita za pojedinačni satelit, pri čemu taj period nije jednak sideričkom danu i razlikuje se od satelita do satelita. Korišćenjem metode ARTA, MRT ocjena se računa kao vremenski interval poslije kojeg se satelit nađe u istoj topocentričnoj poziciji u periodu od dva uzastopna dana. S druge strane, RCM se koristi za računanje MRT ocjena na osnovu korelacije između dvije vremenske serije reziduala (u domenu mjerenja ili koordinata), iz dva uzastopna dana. Istraživanje ovih autora je sprovedeno u tri etape. U *prvoj etapi*, za svaki satelit i svaki dan, počev od DOY1/2014 do DOY365/2015 (što je ukupno 730 dana), izračunate su ORTM- i ARTA-MRT ocjene, pri čemu su emitujuće i precizne efemeride obezbijedili SOPAC (Scripps Orbit and Permanent Array Center) i CDDIS (Crustal Dynamics Data Information System), a za primjenu metode ARTA usvojena je pozicija kojoj odgovara

latituda $31.035631^{\circ}\text{N}$ i longituda $121.444421^{\circ}\text{E}$ (East China Normal University, Shanghai, China) (ovdje treba napomenuti da izbor pozicije za primjenu ove metode nema vidnog uticaja na MRT ocjene (*Agnew and Larson, 2007; Fang, 2010*)). Poslije toga su, na osnovu izračunatih AVDOA (Absolute Value of the Difference between ORTM- and ARTA-derived MRT estimates) vrijednosti za svaki satelit i svaki dan, upoređivane dobijene ocjene. Ispostavilo se da su dvije pomenute ocjene sa visokim stepenom konzistencije za satelite koji nijesu opterećeni manevrisanjem i da je srednja vrijednost njihove razlike manja od 1 s. U *drugoj etapi* su za vremenski interval od DOY335/2014 do DOY354/2014 izračunati reziduali prostih razlika L1-faznih mjerenja, prikupljenih sa intervalom registracije od 1 s, korišćenjem dvije antene povezane na isti prijemnik (Trimble BD982 Clock Synchronization Dual-Antenna GNSS Receiver) i montirane na krovu zgrade (East China Normal University), na međusobnom rastojanju od 12 m. Jedna od tih antena je montirana na betonski stub, tako da joj je uspostavljena pozicija koja odgovara onoj koja je usvojena za primjenu ARTA metode. Uspostavljene vremenske serije reziduala su iskorišćene da se dobiju RCM-MRT ocjene za svaki satelit i svaki dan navedenog perioda, pa su te ocjene upoređivane sa ORTM- i ARTA-MRT ocjenama. U navedenom 20-odnevnom intervalu, samo satelit oznake PRN (Pseudo Random noise code Number) 13 bio je (orbitalno) manevrisan, pa orbitalni period istog nije bio u normalnim granicama, tj. u granicama intervala [86145 s, 86165 s]. Što se tiče svih ostalih satelita, njihovi orbitalni periodi su bili unutar tog intervala. Ispostavilo se da međusobne razlike MRT ocjena, dobijenih primjenom pomenute tri metode, u najvećem broju slučajeva, nijesu veće od 3 s, pri čemu vremenske serije RCM-MRT ocjena imaju veće fluktuacije u poređenju sa onima koje odgovaraju ORTM- i ARTA-MRT ocjenama, koje su, međutim, sa međusobno manjim razlikama. Naime, ne uzimajući u obzir ocjene za satelit PRN13, srednje apsolutne vrijednosti razlika RCM- i ORTM-MRT ocjena, RCM- i ARTA-MRT ocjena i ORTM- i ARTA-MRT ocjena su, respektivno, 1.18, 1.12 i 0.53 s. Vrijednosti koeficijenta maksimalne korelacije vremenskih serija reziduala za dva uzastopna dana (kojih je ukupno 19, jer je u pitanju period od 20 dana), osim kod četiri para uzastopnih dana (DOY336-337, DOY343-344, DOY344-345 i DOY349-350), su kod manevrisanog satelita PRN13 nešto manje od pridruženih sredina, dobijenih na osnovu korespondentnih vrijednosti koeficijenta svih ostalih, nemanevrisanih satelita. Uz to, svih 19 vrijednosti

koeficijenta za satelit PRN13 su veće od 0.77, pri čemu je, čak, njih 16 (tj. 84.2%) veće od 0.90, što ide u prilog konstataciji da se uticaj višestruke refleksije, koji se vezuje za signal koji pristize na prijemnik sa manevrisanog satelita, dobro ponavlja iz dana u dan. Konačno, u *trećoj etapi* istraživanja, autori su za uklanjanje uticaja višestruke refleksije iz prostih razlika L1-faznih mjerenja, kao modifikaciju za SF, primijenili ASF (Advanced Siderial Filtering), pri čemu su korišćenjem ORTM-, ARTA- i RCM-MRT ocjena računali, redom, ORTM-, ARTA- i RCM-ASF korekcije.

Tabela 1.1.1 – Vrijednosti standardnih devijacija koordinata bez i sa primjenom ASF korekcija, pri čemu nije uzet u obzir manevrisani satelit PRN13 (Wang et al, 2018)

DOY	Koordinata	STANDARDNA DEVIJACIJA [mm]			
		Bez ASF korekcija	Sa ASF korekcijama		
			ORTM-ASF	ARTA-ASF	RCM-ASF
344	<i>e</i>	2.9165	1.5699	1.5719	1.5712
	<i>n</i>	4.2539	2.0367	2.0385	2.0381
	<i>u</i>	6.6746	4.0606	4.0624	4.0604
345	<i>e</i>	3.1866	1.9315	1.9305	1.9301
	<i>n</i>	4.8240	2.4629	2.4626	2.4625
	<i>u</i>	8.8673	5.2794	5.2761	5.2704
346	<i>e</i>	3.0163	1.7367	1.7372	1.7365
	<i>n</i>	4.8628	2.5575	2.5555	2.5512
	<i>u</i>	7.8131	5.1112	5.1134	5.1047

Tabela 1.1.2 – Vrijednosti standardnih devijacija koordinata bez i sa primjenom ASF korekcija, pri čemu je uzet u obzir manevrisani satelit PRN13 (Wang et al, 2018)

DOY	Koordinata	STANDARDNA DEVIJACIJA [mm]			
		Bez ASF korekcija	Sa ASF korekcijama		
			ORTM-ASF	ARTA-ASF	RCM-ASF
344	<i>e</i>	2.8904	1.5855	1.5613	1.5603
	<i>n</i>	3.5171	1.9142	1.8862	1.8857
	<i>u</i>	6.6472	4.0482	3.9842	3.9844
345	<i>e</i>	3.0700	1.8916	1.8656	1.8641
	<i>n</i>	4.0800	2.2783	2.2551	2.2548
	<i>u</i>	8.7254	5.0073	4.9048	4.8928
346	<i>e</i>	2.9853	1.6951	1.6768	1.6756
	<i>n</i>	4.0967	2.2461	2.2303	2.2264
	<i>u</i>	7.8988	4.7870	4.7254	4.7196

Rješenja baznih linija dobijena na osnovu popravljenih mjerenja su upoređivana sa rješenjima izračunatim bez primjene pomenutih korekcija. Vremenske serije za svaku

od tri koordinate iz trojke (e, n, u) , koja predstavlja rješenje bazne linije na osnovu popravljenih mjerenja, mnogo su stabilnije u poređenju sa korespondentnim vremenskim serijama koje reprezentuju ponašanje rješenja dobijenog na osnovu nepopravljenih mjerenja. Ovo pokazuje da se primjenom sve tri korekcije (ORTM-, ARTA- i RCM-ASF) postiže veoma efikasno uklanjanje uticaja višestruke refleksije signala iz GPS mjerenja. Tome u prilog idu rezultati prikazani u tabelama 1.1.1 i 1.1.2.

Analizom redukcija vrijednosti standardnih devijacija poslije primjene ASF korekcija, može se zaključiti koje metode (korekcije) i u kom slučaju dovode do boljih rezultata.

1.2 Predmet i cilj istraživanja u disertaciji

Predmet istraživanja u ovoj disertaciji su glavne komponente disperzija ukupnih grešaka koordinata određenih relativnim GPS pozicioniranjem. Te komponente, ustvari, reprezentuju statističko ponašanje rezidualnih uticaja koji su kvazislučajne prirode, varijabilni u vremenu i koji ograničavaju preciznost pomenutog pozicioniranja. Pored ovih, imamo i komponentu koja predstavlja statističko rasturanje neizbježnih čisto slučajnih grešaka.

Što se tiče rezidualnih uticaja, *jedna komponenta integriše dvije potkomponente*, od kojih se prva odnosi na zajedničko djelovanje nemodelovanih uticaja nezavisnih od dužine bazne linije (odnose se na ekscentricitete i varijacije faznih centara antena prijemnika i "near-field" uticaje višestruke refleksije GPS signala, koji su sa višečasovnim periodom djelovanja), a druga reprezentuje zajedničko djelovanje nemodelovanih uticaja koji zavise od dužine bazne linije (odnose se na jonosfersko kašnjenje drugog i trećeg reda i troposfersko kašnjenje, primarno vezano za vlažnu komponentu). *Druga komponenta* se, pak, dominantno odnosi na "far-field" uticaje, čija periodičnost odgovara subčasovnim vremenskim intervalima.

Cilj ovdašnjeg istraživanja je iznalaženje metode za određivanje pomenutih glavnih komponenti disperzija ukupnih grešaka relativnih koordinata e , n i u , a samim tim i određivanje vrijednosti tih disperzija, ali u jednom novom, integralnom pristupu. Dakle, zadatak istraživanja, koji potiče iz samog predmeta i cilja istog, je ustanovljenje standarda rezidualnih uticaja za svaku od relativnih koordinata, kao komponenti fiksnog rješenja jedne bazne linije, za pojedinačnu epohu. Vrijednosti tih standarda, zajedno sa standardima čisto slučajnih uticaja, reprezentovaće odnosne nivoe uticaja na preciznost relativnog GPS pozicioniranja.

1.3 Polazne hipoteze istraživanja i naučne metode u disertaciji

Činjenica je da preciznost GPS pozicioniranja ograničavaju uticaji prolaska GPS signala kroz jonosferu i troposferu, uticaji višestruke refleksije istog i uticaji ekscentriciteta i varijacije faznih centara antena prijemnika, a činjenica je i da egzistiraju uticaji dužine bazne linije, sezonski uticaji (godišnje doba) i uticaj doba dana kada se vrše opažanja (period obdanice, period noći i cjelodnevni period). Na osnovu činjenica vezano za kvazislučajne rezidualne uticaje jonosferske refrakcije, troposferske refrakcije, ekscentriciteta i varijacija faznih centara antena prijemnika i višestruke refleksije, koji ograničavaju preciznost relativnog GPS pozicioniranja, definišu se sljedeće *polazne hipoteze ovdašnjeg istraživanja*:

- Efekti koje proizvode pomenuti reziduali se, kao komponentni unutar dvostrukih razlika faznih GPS mjerenja, zbog svojih osobina, u istraživanju mogu posmatrati kao da se pokoravaju normalnom rasporedu sa parametrima rasporeda u vidu matematičkog očekivanja koje je jednako nuli i odnosne disperzije;
- Kako rezidualni uticaji jonosferske refrakcije, troposferske refrakcije, ekscentriciteta i varijacija faznih centara antena prijemnika i rezidualni "near-field" uticaji višestruke refleksije pripadaju dugoperiodičnim uticajima, to se oni mogu svrstati u istu grupu, tako da njihov sumarni uticaj predstavlja *prvi uticajni faktor* u GPS određivanju koordinata; s druge strane, pošto rezidualni "far-field" uticaji višestruke refleksije pripadaju kratkoperiodičnim uticajima, to se oni mogu tretirati kao *drugi uticajni faktor* u GPS određivanju koordinata;
- *Uzimajući u obzir naučne činjenice koje se odnose na periodičnost pomenutih rezidualnih uticaja i pristupom kompleksnog, integralnog, sagledavanja tih uticaja, kao komponentnih, u zajedničkom linearnom modelu ukupne greške fiksnog rješenja (kao mjerene veličine), uz korišćenje dvofaktorske hijerarhijske klasifikacije sa slučajnim efektima bez interakcija, moguće je dobiti pouzdane ANOVA ocjene za svaku od relativnih koordinata e , n i u (prva ANOVA ocjena reprezentuje sumarni uticaj jonosferske i troposferske refrakcije, zajedno sa uticajem ekscentriciteta i varijacije faznih centara antena prijemnika i "near-field" uticajem višestruke refleksije, druga ANOVA ocjena*

dominantno reprezentuje uticaj reziduala "far-field" komponente višestruke refleksije, dok se *treća ANOVA ocjena* odnosi na čisto slučajnu grešku);

- Pošto se frekvencija koja odgovara periodičnosti "near-field" uticaja višestruke refleksije nalazi između niže frekvencije sumarnih uticaja jonosferske refrakcije, troposferske refrakcije i uticaja ekscentriciteta i varijacije faznih centara antena prijemnika, s jedne strane, i više frekvencije "far-field" uticaja višestruke refleksije, s druge strane, to korišćenjem dvofaktorske hijerarhijske klasifikacije *nije u svakom slučaju moguće dobiti drugu ANOVA ocjenu takvu da ista predstavlja statističko rasturanje samo "far-field" uticaja, potpuno izdvojeno od (manjeg) dijela "near-field" uticaja* (ovo se odnosi na slučaj kada su periodičnosti ova dva uticaja u takvom odnosu, da se posljednji pomenuti, iako u manjoj mjeri, ne može smatrati konstantnim ni u najkraćem vremenskom intervalu koji je razumno koristiti za ocjenjivanje disperzije prvog); *ali, u svakom slučaju, ta ANOVA ocjena će se dominantno odnositi na "far-field" komponentu višestruke refleksije, te se može vezati samo za nju;*
- Primjenom, na primjer, metode momenata (MM), na osnovu vrijednosti prve ANOVA ocjene, dobijenih za nekoliko baznih linija različitih dužina, mogu se, za svaku od tri relativne koordinate, izdvojiti definitivna komponenta disperzije ukupne greške koja se odnosi na dio uticaja nezavisnog od dužine bazne linije (zajednički uticaj ekscentriciteta i varijacija faznih centara antena prijemnika i "near-field" višestruke refleksije) i definitivna komponenta iste disperzije koja reprezentuje uticaj zavistan od dužine bazne linije (zajednički uticaj troposferske i jonosferske refrakcije), dok se na osnovu vrijednosti druge i treće ANOVA ocjene, primjenom iste metode, mogu dobiti definitivne komponente disperzije za "far-field" višestruku refleksiju i čisto slučajne uticaje, respektivno.

Naučne metode koje se koriste u ovdašnjem istraživanju su: *opšte* (uključuju planiranje eksperimenta, tj. izbor baznih linija i deduktivne metode), *osnovne* (podrazumijevaju matematičko planiranje i analizu i obradu rezultata mjerenja) i *specifične* (uključuju faktorsku analizu, disperzionu analizu, analizu komponenti disperzija, spektralnu analizu, regresionu analizu i testiranje statističkih hipoteza).

1.4 Naučni doprinos istraživanja u disertaciji

Naučni doprinos istraživanja se ogleda u činjenici da će se primjenom pomenutih metoda omogućiti *definisanje standarda glavnih komponentnih uticaja za svaku od tri relativne koordinate*. Ovi standardi će, pored primjene u optimalnom planiranju eksperimenata, moći da se koriste i u praktičnim primjenama, gdje se pred geodete postavlja zahtjev centimetarske preciznosti položaja tačaka od interesa.

Naime, primjenom pomenutog integralnog pristupa, dobiće se pouzdane ANOVA ocjene koje će biti podvrgnute metodi momenata (MM), što će kao krajnji rezultat dati definitivne komponente disperzija ukupnih grešaka fiksnih rješenja za svaku od tri relativne koordinate. Na taj način će se ustanoviti odnosni definitivni standardi, koji će pojedinačno karakterisati nivo uticaja "far-field" komponente višestruke refleksije, nivo sumarnog uticaja "near-field" komponente i uticaja ekscentriciteta i varijacije faznih centara antena prijemnika, kao i nivo zajedničkog uticaja troposferske i jonosferske refrakcije, koji jedini zavisi od dužine bazne linije. Pored toga, kao prateći rezultat, dobiće se i definitivni standard koji predstavlja nivo čisto slučajnog uticaja.

GPS

2.1 Istorijat razvoja i tehnološka dostignuća

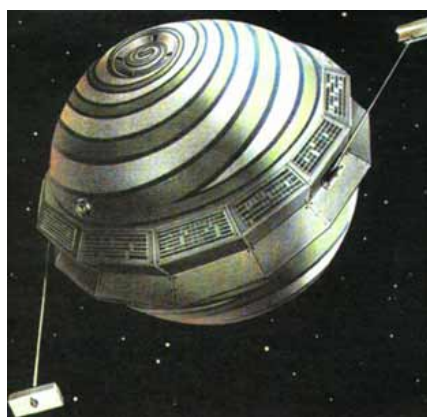
Ideja o upotrebi vještačkih satelita vezuje se za 1945.godinu, kada je objavljeno oktobarsko izdanje časopisa *Wireless World*, u kojem je Arthur C. Clarke (1917-2008), britanski pisac naučne fantastike, dao teorijski utemeljenu izvodljivost uspostavljanja veze sa izvjesnim satelitom koji bi bio lansiran u jednu geostacionarnu orbitu, pri čemu je obrazložio mogućnost neprekidne zemaljske komunikacije sa tim satelitom (*Clarke, 1945*).

Prve dvije države koje su objavile svoje prijedloge vezano za konstruktivno rješenje i lansiranje satelita bile su Sjedinjene Američke Države (SAD) i bivši Savez Sovjetskih Socijalističkih Republika (SSSR). Sve je krenulo 1955.godine, a samo dvije godine kasnije, tačnije 4.oktobra 1957.godine (*Schüttler, 2014*), lansiran je prvi vještački satelit Sputnik-1, čime je, ustvari, počelo tzv. "svemirsko doba". Poslije mjesec dana, lansirani su i sateliti Sputnik-2 i Sputnik-3, a Sputnik-1 je nakon 92 uspješna dana u orbiti okončao svoju operativnost prilikom pada iz orbite u atmosferu 4.januara 1958.godine. S druge strane, prvi satelit koji su SAD uspješno lansirale 31.januara 1958.godine bio je Explorer-1, a zatim je, iste godine, uslijedilo lansiranje još tri satelita, nazvana Vanguard-1, Explorer-2 i Vanguard-1 (TV-4) (*Maini and Agrawal, 2007*).

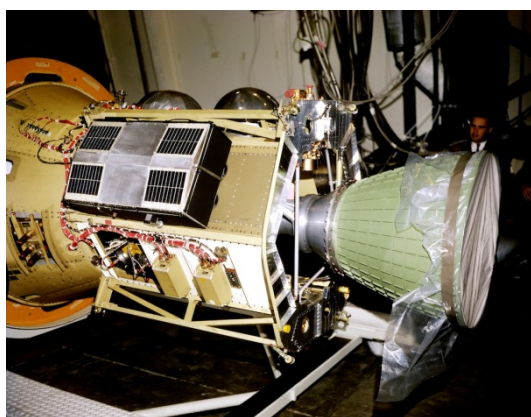
Ranih 1960-ih godina, Ministarstvo odbrane (Department of Defense, DoD), Nacionalna vazduhoplovna i svemirska administracija (National Aeronautics and Space Administration, NASA) i Ministarstvo saobraćaja (Department of Transportation, DOT) SAD-a, pokazali su zainteresovanost za razvoj satelitskih sistema u svrhu pozicioniranja (*Piéplu, 2006; Jin et al, 2014*). Prvi satelitski navigacioni sistem, TRANSIT, razvijen je od strane Ratne mornarice SAD-a (United States Navy, USN) i Univerziteta Johns Hopkins (JHU). Sistem je poznat i pod imenima NAVSAT (Navy NAVigation SATellite System) ili NNSS (Navy Navigation Satellite System) (*Sentman, 1987; Gleason and Gebre-Egziabher, 2009*). Poslije neuspješnog lansiranja prvog satelita, Transit-1A, 1959.godine, uslijedilo je prvo uspješno lansiranje. U pitanju je bio satelit Transit-1B (slika 2.1.1), a isto je izvršeno 1960.godine. Sistem je postao operativan

1964.godine (*Capderou, 2012; Easton and Frazier, 2013*), a posljednji satelit istog lansiran je 1988.godine. Sistem je obustavljen krajem 1996.godine (*Leick, 2004; Maini and Agrawal, 2007*).

Novi program, TIMATION (TIME navigATION), zaživio je 1964.godine, zaslugom Centra za svemirske tehnologije Ratne mornarice (Naval Centre for Space Technologies, NCST) SAD-a, a to je dovelo do konstrukcije i lansiranja dva TIMATION satelita, Timation-1 (slika 2.1.1) i Timation-2, u koje su bili ugrađeni kvarcni oscilatori, ažurirani na osnovu glavnog časovnika na Zemlji. Lansiranja pomenutih satelita su izvršena 1967. i 1969.godine (*Petrovski, 2014*).



Transit-1B



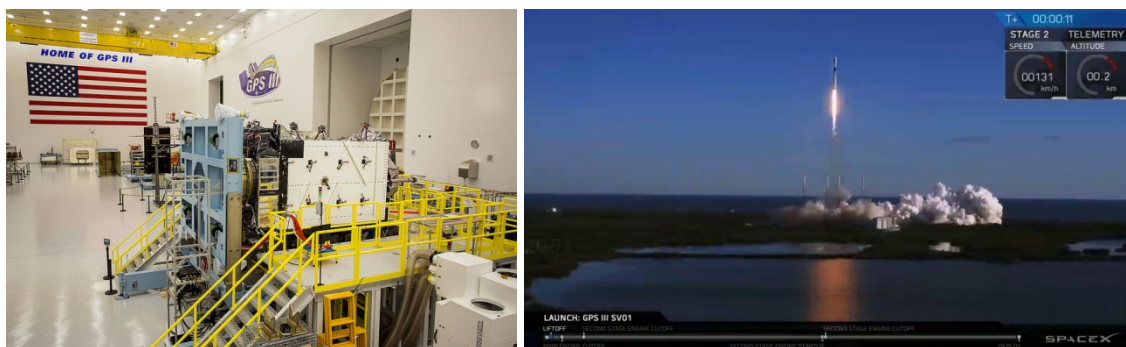
Timation-1

Slika 2.1.1 – Sateliti Transit-1B (izvor: http://space.skyrocket.de/doc_sdat/transit-1.htm) i **Timation-1** (izvor: <https://timeandnavigation.si.edu/multimedia-asset/timation-1-satellite>)

S druge strane, prvi sateliti u koje su bili ugrađeni atomski časovnici, rubidijumski i cezijumski, a koji se mogu smatrati prototipovima GPS satelita, su sateliti NTS-1 (Navigation Technology Satellite 1) i NTS-2 (Navigation Technology Satellite 2), u okviru ovog programa. Isti su lansirani 1974. i 1977.godine, respektivno. TIMATION program i projekat Ratnog vazduhoplovstva SAD-a (U.S. Air Force), nazvan 621B, razvili su emitovanje satelitskog signala zasnovanog na pseudoslučajnom šumu i predstavljaju preteče programa NAVSTAR GPS (NAVigation Satellite Timing And Ranging Global Positioning System) (*Prasad and Ruggieri, 2005*) ili, skraćeno, GPS programa.

GPS program je odobren 1973.godine, a prvi satelit u okviru istog lansiran je 1978.godine (*Tsui, 2005*). Od tada je lansirano nekoliko različitih tipova GPS satelita (**Block I, Block II, Block IIA (advanced), Block IIR (replenishment), Block IIR-M (modernized), Block IIF (follow-on)**), proizvedeni su i sateliti tipa **GPS III**, a u

pripremnoj fazi je proizvodnja satelita tipa **GPS IIF** (*follow-on*). Prvi satelit tipa GPS III, nazvan *Vespucci* (u čast italijanskog istraživača, moreplovca i kartografa, po kojem su Amerikanci i dobili ime, a to je Amerigo Vespucci), lansiran je 23.decembra 2018.godine i u fazi je provjere (izvor: <https://www.losangeles.af.mil/News/Article-Display/Article/1720821/first-gps-iii-satellite-successfully-launched/>).



Slika 2.1.2 – Prvi satelit tipa **GPS III** (*Vespucci*) u proizvodnji (lijevo) i u momentu lansiranja (Cape Canaveral Air Force Station, Florida) (desno)

(izvori, redom: https://farm9.staticflickr.com/8487/29701720270_6278d641d4_c.jpg i <https://media.defense.gov/2018/Dec/23/2002075646/-1/-1/0/181223-F-ZZ999-102.JPG>)

Trenutno je operativan 31 GPS satelit, pri čemu je 1 tipa Block IIA, 11 su tipa Block IIR, 7 tipa Block IIR-M i 12 tipa Block IIF. Ove podatke autor disertacije je preuzeo 18.februara 2019.godine, sa website-a koji ažurira institucija NAVCEN (U.S. Coast Guard NAVigation CENTER) (<https://www.navcen.uscg.gov/?Do=constellationStatus>).

U nastavku su, prije ostalog, navedene osnovne karakteristike operativnih i, još uvijek, neoperativnih tipova GPS satelita (izvor: <ftp://tycho.usno.navy.mil/pub/gps/gpsb2.txt>).

Sateliti tipa **Block IIA** su projektovani sa vijekom trajanja od 7.3 godina. Prvi satelit lansiran je 26.novembra 1990.godine, a posljednji 6.novembra 1997.godine. U aktuelnoj konstelaciji se, još uvijek, nalazi jedino satelit koji je, kao četrnaesti po redu od svih satelita ovog tipa, lansiran 26.oktobra 1993.godine. Dakle, isti je uveliko premašio projektovani vijek trajanja, a posjeduje dva cezijumska i dva rubidijumska atomska časovnika.

Prvi satelit tipa **Block IIR**, lansiran je neuspješno 17.januara 1997.godine. Poslije toga, tačnije 23.jula 1997.godine, uslijedilo je uspješno lansiranje (drugog satelita), a posljednji satelit ovog tipa lansiran je 6.novembra 2004.godine. Ovi sateliti, sa projektovanim vijekom trajanja od 7.8 godina, posjeduju po tri rubidijumska frekvencijska standarda, a opremljeni su dodatnim uređajima za međusatelitsku komunikaciju sa autonomnim određivanjem putanja (AutoNav), bez intervencija sa

Zemlje. **Block IIR-M** sateliti su projektovani za isti vijek trajanja, takođe posjeduju rubidijumske atomske časovnike, a opremljeni su tako da emituju dodatni civilni i vojni signal, čime je izvršeno proširenje u pogledu tipova signala koje emituju Block IIR sateliti. Prvi satelit ove klase lansiran je 26.septembra 2005.godine, a posljednji 17.avgusta 2009.godine.

Block IIF je tip satelita koji posjeduje izvjesna poboljšanja ugrađene opreme, a pored ostalih, emituju još jedan civilni signal. U većinu ovih satelita ugrađeni su rubidijumski, a u neke cezijumski atomski časovnici. Prvi je lansiran 28.maja 2010.godine, a posljednji 5.februara 2016.godine. Projektovani vijek trajanja im je 12 godina (izvor: <https://www.gps.gov/systems/gps/space/#generations>).

GPS III tip satelita predstavlja poboljšanje u odnosu na prethodni tip, a plan je da se proizvedu još 22 nova **GPS IIIF** (*follow-on*) satelita, od koji će prvi, prema informacijama sa adrese <https://www.af.mil/News/Article-Display/Article/1633793/af-announces-selection-of-gps-iii-follow-on-contract/>, biti spreman za lansiranje u 2026.godini.

Što se tiče ostalih satelitskih sistema, bitno je, prije svih, pomenuti ruski GLONASS (GLObal'naya NAvigatsionnaya Sputnikovaya Sistema), koji je, kao i GPS, nezavistan i potpuno operativan navigacioni satelitski sistem. Zatim, imamo Galileo, uveden od Evropske unije (European Union, EU) i Evropske svemirske agencije (European Space Agency, ESA), koje imaju u planu da isti dovedu do potpunog operativnog statusa u 2019.godini. S druge strane, Kina planira proširenje svog regionalnog navigacionog sistema BeiDou u globalni sistem COMPASS do 2020.godine, dok su Francuska, Indija i Japan u fazi razvoja svojih regionalnih sistema (*Grewal and Andrews, 2015*).

Veliki tehnološki napredak u globalnom pozicioniranju očekuje se primjenom jednog novog pristupa pozicioniranja kod Galileo sistema. U pitanju je projekat SYPOR (franc. SYstème de POsitionnement Relativiste), koji je u osnovi predložene koncepcije jedne nove vrste pozicioniranja, tj. relativističkog pozicioniranja, gdje će kontrolni i kosmički segment Galileo sistema koincidirati, te neće biti potrebe za uvođenjem popravaka za relativističke uticaje (detaljnije o ovome može se pročitati u *Pascual-Sánchez (2007)* i *Pascual-Sánchez et al. (2013)*). Na taj način će upotreba relativističkog referentnog sistema zamijeniti Newton-ovski orijentisan referentni sistem, što će dovesti do još veće efikasnosti pozicioniranja.

2.2 GPS segmenti i njihova povezanost

U literaturi je ustaljen prikaz tri osnovna segmenta koji čine GPS. Naime, radi se o *kosmičkom*, *kontrolnom* i *korisničkom segmentu*. Međutim, ovdje treba dodati još jedan segment, *terestrički segment* (Blagojević, 2003).

Kosmički segment nominalno podrazumijeva satelitsku konstelaciju sačinjenu od najmanje 24 satelita, raspoređena u 6 orbitalnih ravni, tj. orbita, po 4 u svakoj. Oznaka satelita u konstelaciji vrši se po usvojenoj nomenklaturi, koja u zapisu sadrži oznaku orbitalne ravni (A, B, C, D, E ili F), poslije čega slijedi redni broj satelita u odnosnoj orbiti, a to je, nominalno, 1, 2, 3 ili 4. Sve orbite su geocentrične i približno kružne, sa nominalnom inklinacijom od 55° u odnosu na ekvator, a kako bi bile ravnomjerno raspoređene, projektovano je longitudinalno odstojanje od 60° između uzlaznih čvorova svake dvije susjedne orbite u ECI sistemu (Capderou, 2012).

Pomenuti minimum satelita, raspoređen na opisani način, odgovara konstelaciji koja obezbjeđuje globalnu pokrivenost, dakle vidljivost najmanje 4 satelita na svakom mjestu na Zemlji (osim na polovima) i u svakom trenutku, kada se usvoji minimalna elevacija položaja satelita od 15° . Naravno, ovdje se podrazumijevaju regularne okolnosti, tj. odsustvo opstrukcije signala, koja može nastati iz više razloga. Treba napomenuti da je u konstelaciji obezbijedeno permanentno postojanje većeg broja satelita od nominalnog, a to iz razloga da sistem bude potpuno funkcionalan i u slučaju prestanka operativnosti nekog od satelita. Tako, u konstelaciji nekada bude i više od 30 satelita.

Pošto je svaka orbita na udaljenosti od oko 20200 km od površi Zemlje, to ista, konvencionalno, pripada srednjoj zemaljskoj orbiti i označava se kao MEO (Medium Earth Orbit) (Capderou, 2012), a satelit jednu punu orbitu napravi svakih 12 sideričkih časova, čemu odgovara vrijeme od oko 11 h 58 min (Grewal et al, 2013). Razlozi za ovako veliku udaljenost orbite su, ranije pomenuta, potreba istovremene vidljivosti minimuma od 4 satelita za računanje pozicije korisnika, zatim omogućavanje preciznijih orbita, a jedan razlog ima vojni aspekt, a to je omogućavanje opstanka u slučaju vanrednih okolnosti. Naime, svaki satelit iz aktuelne konstelacije posjeduje sistem koji je u mogućnosti da registruje i stanice na Zemlji izvijesti o, eventualnoj, nuklearnoj detonaciji, bilo da se ista dogodila na Zemlji, tj. na kopnu ili vodi, bilo u atmosferi (Madry, 2015).

Kontrolni segment je odgovoran za praćenje, upravljanje i kontrolu svih satelita u konstelaciji. Odnosnu infrastrukturu, koja je raspoređena širom zemaljske kugle, sačinjava: (1) *glavna kontrolna stanica* (Schriever Air Force Base, Colorado Springs, Colorado), u kojoj se nalazi back-up "glavni časovnik" Observatorije Ratne mornarice SAD-a (USNO), i koji ima stabilnost manju od 1 s u 20 miliona godina ([Samama, 2008](#)), tj. manju od $1.6 \cdot 10^{-15}$; (2) *alternativna glavna kontrolna stanica* (Vandenberg Air Force Base, California); (3) *stanice za praćenje satelita*, među kojima su AF (Air Force) stanice i NGA (National Geospatial-Intelligence Agency) stanice; i (4) *komandne i kontrolne antene za komunikaciju sa satelitima*, gdje su uključene i AFSCN (Air Force Satellite Control Network) stanice za daljinsko praćenje.

Osnovni zadaci kontrolnog segmenta su ([Noureldin et al, 2013](#)):

- *Praćenje i održavanje orbite svakog pojedinačnog satelita komandovanjem manjih manevara i zamjenom neispravnih satelita ispravnim;*
- *Obezbjedenje pravilnog funkcionisanja satelita;*
- *Održavanje sistemskog GPS vremena; i*
- *Predikcija efemerida i parametara časovnika satelita i periodično otpremanje odnosnih informacija kosmičkom segmentu radi ažurnosti navigacionih poruka koje se šalju korisničkom segmentu.*

Stanice za praćenje su raspoređene ravnomjerno širom svijeta, a opremljene su sofisticiranim GPS prijemnicima sa ugrađenim časovnicima u osnovi čijeg funkcionisanja su cezijumski atomski frekvencijski standardi. Ove stanice primaju signale sa satelita, na osnovu kojih određuju rastojanja do svih vidljivih satelita, pa odnosne podatke, zajedno sa prikupljenim podacima o lokalnim atmosferskim parametrima, šalju glavnoj kontrolnoj stanici.

U glavnoj kontrolnoj stanici se procesiraju podaci za svaki satelit, pri čemu se računaju korekcije za časovnike, zatim korekcije za prognozirane pozicije (efemeride), kao i almanah podaci koji služe kao informacija korisničkom segmentu o tome koji će sateliti u određeno vrijeme biti vidljivi, što je od značaja za planiranje GPS mjerenja. Ovi podaci, kombinovani sa TT&C (Telemetry, Tracking & Commanding) podacima, posredstvom zemaljskih antena, šalju se svakom satelitu posredstvom TT&C komunikacionog linka, koji u slučaju GPS satelita funkcioniše u S-radiofrekventnom opsegu ([Chen et al, 2012](#)). Objašnjenje aspekta TT&C može se, na primjer, naći u

publikacijama *Roddy (2001)* i *Wheaton (2006)*. Najkraće, *telemetrija* (telemetry) se odnosi na automatizovana mjerenja u domenu statusa i "zdravlja" satelita, koja se generišu u samom satelitu, prikupljaju, "pakuju" i šalju kontrolnom segmentu; *praćenje* (tracking) podrazumijeva određivanje parametara orbite na osnovu uglovnih pozicija, rastojanja i brzine promjene istog; *komandovanje* (commanding) se vrši posredstvom signala koje ka satelitima odašilju pomenute zemaljske antene radi uticaja na njihove podsisteme i operativne funkcije.



Slika 2.2.1 – GPS stanica za praćenje i antena za komunikaciju sa satelitima (Ascension Island) (izvor: <http://www.mxgps.com/gps-info>)

Korisnički segment čine svi prijemnici koji na osnovu prispjelih signala sa GPS satelita određuju svoju poziciju, brzinu i vrijeme. Korisnici se mogu klasifikovati na civilne i vojne, a njihov broj se od 1980-ih godina, kada je isti i uspostavljen, sve više povećava iz razloga što se tehnologija neprekidno usavršava, a cijena GPS prijemnika je drastično smanjena u odnosu na raniji period. Različiti tipovi tih prijemnika obezbjeđuju različitu tačnost, pa korisnici biraju onaj tip koji im, shodno njihovim potrebama, odgovara, tj. omogućava nesmetanu orijentaciju u prostoru i/ili izvršavanje raznih zadataka koji im se postavljaju. Tako, korišćenje GPS prijemnika nalazimo u raznim sferama primjene. Neke od njih su: *navigacija* (sa različitim zahtjevima u pogledu tačnosti pozicije, pri čemu se koriste GPS uređaji počev od priručnih, npr. za ekstremne sportove, pa sve do onih skupljih, a samim tim i preciznijih, koji se koriste u kopnenom, pomorskom i vazдушnom saobraćaju, transportu, ili se ugrađuju u niskoletne satelite), *transfer*

vremena, mjerenja atmosferskih parametara, potrebe vojske, lociranje vozila i druge aktivnosti koje sprovode bezbjedonosne institucije radi obezbjeđenja javne sigurnosti, navođenje poljoprivredne mehanizacije i dr. Sa geo-aspekta, imamo korisnike u premjeru zemljišta i objekata za potrebe katastra nepokretnosti, snimanju terena za potrebe projektovanja, geodetskim zadacima koji zahtijevaju visoku preciznost položaja tačaka od interesa, kao i korisnike pred koje se postavljaju geodinamički, geofizički i drugi zadaci.

Terestrički segment obuhvata globalne, regionalne i lokalne mreže permanentnih GPS stanica. Za geodete, najznačajnija globalna infrastruktura je IGS (International GNSS Service), tj. Međunarodna služba globalnog navigacionog satelitskog sistema, a njeno progušćenje realizovano je uspostavljanjem mreža na regionalnom (bitno je pomenuti mrežu EUREF koja uključuje izvjestan broj IGS stanica) i lokalnom nivou (npr. mreže pojedinih država, kakve su MontePos, AGROS i druge).

IGS mrežu, koja funkcioniše kao dio sistema GGOS (Global Geodetic Observing System) i članica sistema WDS (World Data System), čini više od 400 permanentnih, stalno operativnih stanica geodetskog kvaliteta, koje, pored satelita drugih sistema, prate i GPS satelite (<http://www.igs.org/about>). Detaljno o IGS sistemu može se pročitati u *Lu et al. (2014)*, a ovdje se navode samo osnovne karakteristike.

Organizacione komponente IGS službe su (na osnovu izvora: <http://www.igs.org/about>): Upravni odbor, Centralni biro, predstavništva koja upravljaju stanicama IGS mreže i šalju podatke centrima za arhiviranje, centri za arhiviranje podataka (četiri globalna i veći broj regionalnih centara, koji obezbjeđuju otvoreni pristup IGS podacima i proizvodima), centri za analizu prikupljenih podataka (analiziraju podatke sa IGS stanica za potrebe njihove krajnje obrade), Koordinacioni centar za analizu (obrađuje podatke iz centara za analizu i, konačno, uspostavlja "klasične" IGS proizvode, korekcije efemerida i časovnika satelita), pridruženi centri za analizu (obezbjeđuju specijalne i izvedene podatke, kao što su podaci o parametrima troposfere i jonosfere i podaci o pozicijama i brzinama pomjeranja stanica na regionalnom nivou), radne grupe (bave se posebnim pitanjima koja se tiču pomenutih komponenti IGS službe), doprinoseće organizacije (učestvuju u radu najmanje jedne od prethodno pomenutih komponenti) i pridruženi članovi (osobe koje provode najveći dio svoga vremena na radu koji doprinosi službi IGS, a povezane su sa prethodno pomenutim organizacijama i

predstavljaju glasačko tijelo pri odlučivanju unutar IGS Upravnog odbora). Bitno je napomenuti da je tačnost IGS proizvoda odgovarajuća za unaprjeđenje i proširenje globalne terestričke referentne osnove ITRF (International Terrestrial Reference Frame), za praćenje deformacija Zemljine kore, praćenje rotacije Zemlje i kretanja vodenih masa na Zemlji (nivo mora, ledeni glečeri i sl), za određivanje efemerida satelita na naučnom nivou, praćenje jonosfere i troposfere (<http://www.igs.org/about>).

2.3 GPS satelitski signali

Postoji veći broj različitih GPS signala među kojima su oni koje emituju sateliti aktuelne konstelacije (tipa Block IIA, Block IIR, Block IIR-M i Block IIF) i oni koji će, pored već emitovanih, u veoma bliskoj budućnosti biti emitovani sa satelita najnovije generacije, tipa GPS III i GPS IIIF. Pomenuti signali su desno cirkularno polarizovani (RHCP – Right-Hand Circularly Polarized) i prenose se posredstvom talasa nosača (u daljem tekstu: nosač), poznatih kao Link 1 (L1), Link 2 (L2) i Link 5 (L5), kojima, redom, odgovaraju sljedeće vrijednosti frekvencija iz L-radiofrekventnog opsega i talasne dužine:

$$\begin{aligned} f_1 &= 154f_0 = 1575.42 \text{ MHz}, \quad \lambda_1 = 19.0 \text{ cm} \\ f_2 &= 120f_0 = 1227.60 \text{ MHz}, \quad \lambda_2 = 24.4 \text{ cm} \\ f_5 &= 115f_0 = 1176.45 \text{ MHz}, \quad \lambda_5 = 25.5 \text{ cm}, \end{aligned} \quad (2.3.1)$$

pri čemu je f_0 *nominalna* (ili *fundamentalna*) *frekvencija*, koja je podešena u satelitu na 10.22999999543 MHz, kako bi u prijemniku na Zemlji bila prepoznata u iznosu od 10.23 MHz. Za pojašnjenje, vidjeti poglavlje 3.5.3, jednakost (3.5.20).

Pored pomenutih linkova, postoji i Link 3 (L3), koji se vezuje za Sistem detekcije nuklearne detonacije NDDS (Nuclear Detonations Detection System), i nije namijenjen za pozicioniranje (*Spilker, 1996a*; citirano u: *Groves, 2008*), a takođe i Link 4 (L4), za ostale vojne potrebe (*Subirana et al, 2013*).

U nastavku se razmatraju samo signali L1 i L2, a za uvid u detaljan prikaz ostalih signala, čitalac se upućuje posebno na *Kaplan and Hegarty (2006)* i *Rodríguez (2008)*.

GPS signali pripadaju onoj vrsti signala koji imaju spektar koncentrisan oko jedne od vrijednosti iz (2.3.1), a polaznu osnovu u razmatranju generisanja istih u satelitima predstavlja *uopšteni prikaz jednog nosača*, koji je oblika (*Borre et al, 2007*):

$$S(t) = A(t) \cos(2\pi f t + \varphi(t)) = A(t) \cos(\omega t + \varphi(t)), \quad (2.3.2)$$

gdje su t , $A(t)$, f , ω i $\varphi(t)$, respektivno, *vrijeme*, *amplituda*, *frekvencija*, *kružna frekvencija* i *faza nosača*.

Razvijajući kosinusni dio izraza jednakosti (2.3.2) na osnovu poznate trigonometrijske formule, dobijamo drugačiji zapis:

$$\begin{aligned} S(t) &= A(t) \cos(\varphi(t)) \cos(2\pi f t) - A(t) \sin(\varphi(t)) \sin(2\pi f t) \\ &= S_I(t) \cos(2\pi f t) - S_Q(t) \sin(2\pi f t), \end{aligned} \quad (2.3.3)$$

sa komponentama:

$$\begin{aligned} S_I(t) &= A(t) \cos(\varphi(t)) \\ S_Q(t) &= A(t) \sin(\varphi(t)), \end{aligned} \quad (2.3.4)$$

koje se razlikuju za 90° , pa kažemo da su *u faznoj kvadraturi*. Ove komponente, stoga, respektivno, predstavljaju *komponentu u fazi (In-phase)* i *komponentu u kvadraturi (Quadrature)*.

Na osnovu (2.3.4), imamo:

$$A(t) = \sqrt{S_I^2(t) + S_Q^2(t)} \quad \text{i} \quad \varphi(t) = \arctg\left(\frac{S_Q(t)}{S_I(t)}\right). \quad (2.3.5)$$

Signal opisan jednakošću (2.3.2), odnosno (2.3.3), je, ustvari, onaj koji generiše časovnik u satelitu. Međutim, signal u takvoj formi ne može predstavljati nikakvu informaciju koja bi poslužila u određivanju dužina između satelita i prijemnika u GPS pozicioniranju. Iz tog razloga, taj signal se moduliše, pri čemu se u isti ugrađuju pseudoslučajni kodovi u koje je, prethodno, integrisana navigaciona poruka. Dakle, pored *nosača* imamo još dvije osnovne komponente GPS signala. To su *pseudoslučajni kod* i *navigaciona poruka*.

Pseudoslučajni kodovi, skraćeno **PRN (Pseudo-Random Noise) kodovi**, predstavljaju sekvence binarnih vrijednosti (nule i jedinice), koje se generišu posebnim algoritmima (vidjeti [Kaplan and Hegarty \(2006\)](#)). Ovaj naziv je uveden zbog velike dužine tih sekvenci, koje djeluju kao slučajno izabrane. Za mjerenje vremena putovanja signala, a samim tim i rastojanja između satelita i prijemnika, najčešće se koriste dva koda, i to *C/A (Coarse/Asquisition) kod* i *P (Precise) kod*. P-kod je, obično, šifrovan u okviru poznate AS (Anti-Spoofing) zaštitne mjere tzv. W-kodom, i tada se naziva Y-kod, u kom slučaju je direktno dostupan samo ovlašćenim korisnicima. Zbog prisutnosti dva naziva, ovaj kod se objedinjeno naziva *P(Y)-kodom*. U nastavku se navode osnovne

osobine pomenutih kodova (*Prasad and Ruggieri, 2005*).

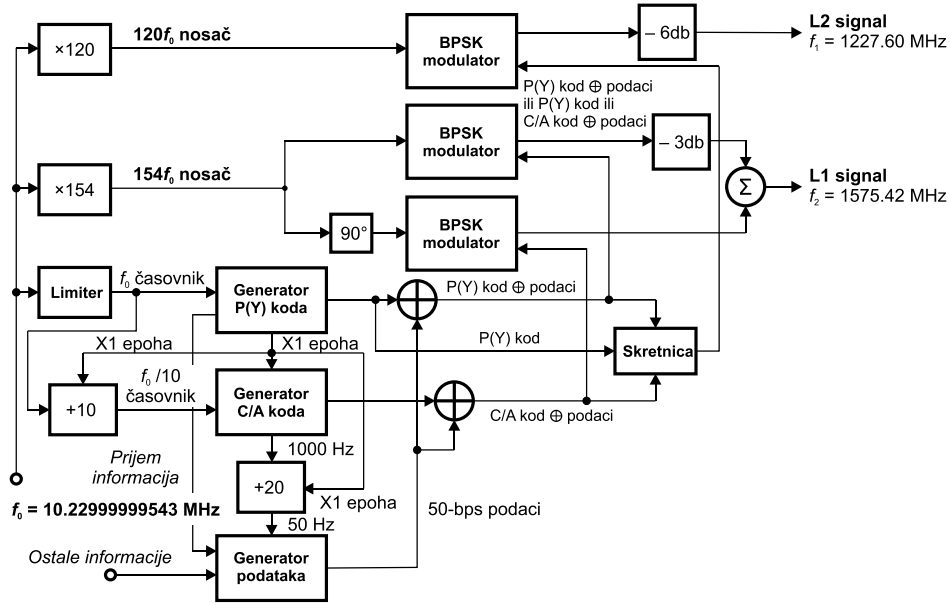
Što se tiče C/A-koda, u pitanju je sekvenca dužine 1023 čipa. Jedan čip odgovara jednom bitu, a naziv čip je uveden da bi se naglasilo da isti ne nosi nikakvu informaciju. Odnosna frekvencija je 1.023 MHz, na osnovu čega se dobija da se pomenuta sekvenca ponavlja svake milisekunde. C/A-kod se koristi za modulaciju samo nosača L1 frekvencije, a svaki satelit ima svoj C/A-kod. S druge strane, P(Y)-kod je vrlo dugačka sekvenca, dužine $2.35 \cdot 10^{14}$ čipova, sa frekvencijom koja odgovara nominalnoj f_0 , dakle 10.23 MHz, pa period ponavljanja iznosi 266 dana, tj. 38 nedjelja. Sekvenca je podijeljena na 7-dnevne segmente, koji, onda, imaju dužinu po $6.1871 \cdot 10^{12}$ čipova i od kojih je po jedan dodijeljen svakom satelitu, tako da se svaki satelit identifikuje pomoću jedinstvenog PRN broja koji odgovara i -tom segmentu P(Y)-koda. P(Y)-kod moduliše nosače obje frekvencije, L1 i L2.

Prije modulacije nosača pomenutim kodovima, vrši se *sabiranje po modulu 2* (operator u oznaci \oplus) pomenutih kodova sa navigacionom porukom i dobijaju se signali $C_{C/A}(t) \oplus D(t)$, odnosno $C_{P(Y)}(t) \oplus D(t)$ (slika 2.3.1), pri čemu su $C_{C/A}(t)$ i $C_{P(Y)}(t)$ signali C/A-koda i P(Y)-koda, respektivno, a $D(t)$ je signal navigacione poruke koju treba poslati prijemniku na Zemlji.

Navigaciona poruka predstavlja jezgro GPS signala koji se emituje ka prijemniku i, pored telemetrijskih i ostalih indikacionih podataka i podataka o vremenu u GPS sedmici, sadrži *podatke o satelitskim orbitama, korekcione parametre satelitskih časovnika, almanah podatke, podatke o "zdravlju" satelita i statusu konstelacije, parametre jonosferskog modela za korisnike jednofrekventnih prijemnika i međusobno odstupanje GPS od UTC (Universal Time Coordinated) vremena* (*Bossler, 2002*). Njen blok ima 1500-bitnu dužinu, a podijeljen je na 5 podblokova podataka, svaki sa po 300 bita dužine. Svaki podblok ima 10 riječi, a svaka riječ sa po 30 bita. Podblokovi 1, 2 i 3 se ponavljaju u svakom bloku, a podblokovi 4 i 5 imaju 25 verzija (sa istom strukturom, ali sa različitim podacima), označenih kao stranice 1 do 25. Sa brzinom prostiranja od 50 bita u sekundi, prenos jednog podbloka podataka traje 6 sekundi, tako da jedan blok traje 30 sekundi. Čitava navigaciona poruka, zbog 25 verzija podblokova 4 i 5, traje 12.5 min.

Signali koji se sa antene satelita šalju na prijemnik pozicioniran na Zemlji, u slučaju korišćenja kodova C/A i P(Y), dobijaju se primjenom *binarne fazne modulacije*, ili

kraće *BPSK (Binary Phase-Shift Keying) modulacije*. Pri tome, nosač na frekvenciji L2 moduliše se signalom $C_{P(Y)}(t) \oplus D(t)$, dok u slučaju nosača na frekvenciji L1 imamo, najprije, parcijalno primijenjeni pomenuti tip modulacije signalima $C_{C/A}(t) \oplus D(t)$ i $C_{P(Y)}(t) \oplus D(t)$, a zatim *multipleksiranje*, tj. *kombinovanje dobijena dva modulisana signala u jedan*.



Slika 2.3.1 – Blok-dijagram generisanja GPS signala u satelitu (Kaplan and Hegarty, 2006)

Prije modulacije nosača na frekvenciji L1 signalom $C_{C/A}(t) \oplus D(t)$, vrši se fazno pomjeranje ovog nosača za 90° , pa se onda vrši ta modulacija (slika 2.3.1). Tako, uz uvođenje indeksa s za satelit koji šalje signal i indeksa za nosače L1 i L2 i kodove C/A i P(Y), najprije imamo:

$$S_{L1,P(Y)}^s(t) = A_{L1,P(Y)}(C_{L1,P(Y)}^s(t) \oplus D_{L1}^s(t)) \cos(2\pi f_1 t + \varphi) \quad (2.3.6)$$

$$\begin{aligned} S_{L1,C/A}^s(t) &= A_{L1,C/A}(C_{L1,C/A}^s(t) \oplus D_{L1}^s(t)) \cos(2\pi f_1 t + \varphi + \pi / 2) \\ &= A_{L1,C/A}(C_{L1,C/A}^s(t) \oplus D_{L1}^s(t)) \sin(2\pi f_1 t + \varphi) \end{aligned} \quad (2.3.7)$$

$$S_{L2,P(Y)}^s(t) = A_{L2,P(Y)}(C_{L2,P(Y)}^s(t) \oplus D_{L2}^s(t)) \cos(2\pi f_2 t + \varphi) , \quad (2.3.8)$$

gdje se zapaža da je, zbog uspostavljene sinhronizacije generatora signala u satelitu, faza kod sva tri signala ista (Samama, 2008).

Poslije *multipleksiranja* signala iz (2.3.6) i (2.3.7), dobijamo *definitivne signale na frekvencijama L1 i L2 koji se šalju sa satelita*. Iste, dakle, predstavljamo kao:

$$S_{L1}^s(t) = A_{L1,P(Y)}(C_{L1,P(Y)}^s(t) \oplus D_{L1}^s(t)) \cos(2\pi f_1 t + \varphi) + A_{L1,C/A}(C_{L1,C/A}^s(t) \oplus D_{L1}^s(t)) \sin(2\pi f_1 t + \varphi) \quad (2.3.9)$$

$$S_{L2}^s(t) = A_{L2,P(Y)}(C_{L2,P(Y)}^s(t) \oplus D_{L2}^s(t)) \cos(2\pi f_2 t + \varphi) , \quad (2.3.10)$$

gdje u (2.3.9), s obzirom na (2.3.4), imamo *komponentu u fazi* i *komponentu u kvadraturi*. Ove komponente su:

$$\begin{aligned} S_{L1;I}^s(t) &= A_{L1,P(Y)}(C_{L1,P(Y)}^s(t) \oplus D_{L1}^s(t)) \\ S_{L1;Q}^s(t) &= A_{L1,C/A}(C_{L1,C/A}^s(t) \oplus D_{L1}^s(t)) . \end{aligned} \quad (2.3.11)$$

2.4 Vrste GPS mjerenih veličina

U GPS pozicioniranju, kao mjerene veličine koriste se one koje se, ustvari, izvode na osnovu veličina koje se direktno mjere upoređenjem primljenog signala sa kopijom istog, generisanog u prijemniku. Naime, u jednom slučaju, direktno se mjeri vrijeme za koje satelitski GPS signal pređe rastojanje između faznih centara antene satelita i prijemnika, a u drugom djelimična fazna razlika. U tom smislu, imamo, respektivno, *kodne* i *fazne pseudodužine*, kao izvedene iz pomenutih direktnih mjerenja. Prefiks *pseudo* je uveden iz razloga što se za računanje istih koriste dvije različite vremenske skale. Naime, ova rastojanja su, prije svega, opterećena međusobnim odstupanjem vremenskih skala uspostavljenih, sa jedne strane, posredstvom atomskih oscilatora u satelitima sa visokom stabilnošću frekvencije, a sa druge strane posredstvom kvarcnih oscilatora u prijemnicima koji nemaju performanse stabilnosti frekvencije na tom nivou. Svaka od ove dvije vremenske skale odstupa od systemske referentne GPS vremenske skale, s tim što se odstupanje one koja potiče od oscilatora u satelitu može skoro u potpunosti otkloniti po pristizanju signala u prijemnik, i to primjenom odgovarajuće popravke u vidu polinoma, čiji se koeficijenti nalaze u navigacionoj poruci. Dakle, što se tiče časovnika, preostaje uticaj odstupanja oscilatora u prijemniku. Međutim, kod obje vrste pseudodužina prisutna su i odstupanja koje proizvode ostali relevantni uticaji koji prate GPS pozicioniranje. Ti uticaji se razmatraju u glavi 3, a ovdje se uključuju samo oni koji su vezani za pomenuta odstupanja časovnika.

2.4.1 Kodna mjerenja i pseudodužine

Kodna pseudodužina je mjera rastojanja između faznog centra antene satelita u momentu emitovanja signala i faznog centra antene prijemnika u trenutku prijema istog.

Izvodi se na osnovu mjerenja vremena koje je potrebno signalu da pređe put između te dvije antene. U osnovi postupka je analiza maksimalne korelacije između primljenog koda signala i koda kopije tog signala generisane u prijemniku, a sam postupak se obavlja u korelatoru prijemnika.

Ako sa t , t_r , t^s i Δt_r^s označimo, redom, *trenutke prijema signala u referentnom sistemu GPS vremena, prijema signala koje pokazuje časovnik u prijemniku r , emitovanja signala koje pokazuje časovnik satelita s i tačno vrijeme putovanja signala od generatora u satelitu do korelatora u prijemniku*, tada se veza između GPS vremena i vremena koje pokazuju časovnik prijemnika i časovnik satelita može predstaviti kao:

$$t_r(t) = t + dt_r(t) \quad (2.4.1)$$

$$t^s(t - \Delta t_r^s) = t - \Delta t_r^s + dt^s(t - \Delta t_r^s), \quad (2.4.2)$$

gdje su sa dt_r i dt^s , respektivno, označena *odstupanja očitavanja časovnika prijemnika i časovnika satelita od GPS vremena*.

Oduzimanjem (2.4.2) od (2.4.1), a zatim množenjem lijeve i desne strane brzinom svjetlosti u vakuumu (c), dobijamo ***kodnu pseudodužinu***:

$$\begin{aligned} P_r^s(t) &= c(t_r(t) - t^s(t - \Delta t_r^s)) \\ &= c\Delta t_r^s + c(dt_r(t) - dt^s(t - \Delta t_r^s)) \\ &= \rho_r^s(t - \Delta t_r^s, t) + c(dt_r(t) - dt^s(t - \Delta t_r^s)), \end{aligned} \quad (2.4.3)$$

gdje je $\rho_r^s(t - \Delta t_r^s, t)$ *geometrijsko rastojanje između satelita* (u trenutku emitovanja signala) *i prijemnika* (u trenutku prijema signala), a razlika $t_r(t) - t^s(t - \Delta t_r^s)$ se mjeri u prijemniku.

Ako uvedemo vektor položaja prijemnika $\mathbf{r}_r(t)$ u trenutku prijema signala i vektor položaja satelita $\mathbf{r}^s(t - \Delta t_r^s)$ u trenutku emitovanja signala, imamo da je:

$$\rho_r^s(t - \Delta t_r^s, t) = |\mathbf{r}^s(t - \Delta t_r^s) - \mathbf{r}_r(t)|. \quad (2.4.4)$$

Od praktičnog interesa je ovo rastojanje posmatrati samo u funkciji epohe t . Zbog toga vršimo Taylor-ov razvoj vektora $\mathbf{r}^s(t - \Delta t_r^s)$ u okolini tačke t , pa pišemo:

$$\mathbf{r}^s(t - \Delta t_r^s) = \mathbf{r}^s(t) - \dot{\mathbf{r}}^s(t) \Delta t_r^s + \frac{1}{2} \ddot{\mathbf{r}}^s(t) (\Delta t_r^s)^2 + \dots, \quad (2.4.5)$$

gdje su $\dot{\mathbf{r}}^s(t)$ i $\ddot{\mathbf{r}}^s(t)$, redom, *brzina i ubrzanje satelita* u momentu prijema signala.

Izostavljajući treći član sa desne strane jednakosti (2.4.5), a onda kombinovanjem tako dobijene jednakosti sa (2.4.4), uspostavlja se jednačina iz koje se može izračunati Δt_r^s . Dakle, poslije kraćeg sređivanja, imamo:

$$(c^2 - \dot{\mathbf{r}}^s(t) \cdot \dot{\mathbf{r}}^s(t)) (\Delta t_r^s)^2 + 2 \dot{\mathbf{r}}^s(t) (\mathbf{r}^s(t) - \mathbf{r}_r(t)) \Delta t_r^s - (\mathbf{r}^s(t) \cdot \mathbf{r}^s(t) - 2\mathbf{r}^s(t) \cdot \mathbf{r}_r(t) + \mathbf{r}_r(t) \cdot \mathbf{r}_r(t)) = 0 . \quad (2.4.6)$$

Uzimajući samo prva dva člana razvoja iz (2.4.5), i jednakost (2.4.4) se, sada, može pisati u funkciji epohe t kao:

$$\rho_r^s(t) = |\mathbf{r}^s(t) - \mathbf{r}_r(t) - \dot{\mathbf{r}}^s(t) \Delta t_r^s| . \quad (2.4.7)$$

Taylor-ovim razvojem $\rho_r^s(t)$ u okolini epohe $t_r(t)$, a uzimajući u obzir (2.4.1), dobija se:

$$\rho_r^s(t) = \rho_r^s(t_r(t)) - \dot{\rho}_r^s(t_r(t)) dt_r(t) + \frac{1}{2} \ddot{\rho}_r^s(t_r(t)) dt_r^2(t) + \dots \quad (2.4.8)$$

Zadržavanjem samo prva dva člana razvoja iz (2.4.8), a onda zamjenom $\rho_r^s(t - \Delta t_r^s, t)$ iz jednakosti (2.4.3) tako dobijenom aproksimacijom, uz, još, prelazak sa $dt^s(t - \Delta t_r^s)$ na $dt^s(t)$, dobija se **kodna pseudodužina u funkciji epohe t** , kao:

$$P_r^s(t) = \rho_r^s(t_r(t)) + c dt_r(t) \left(1 - \frac{\dot{\rho}_r^s(t_r(t))}{c} \right) - c dt^s(t) . \quad (2.4.9)$$

2.4.2 Fazna mjerenja i pseudodužine

Fazna pseudodužina je preciznija mjera od kodne pseudodužine, a izvodi se na osnovu upoređenja faze primljenog signala u momentu prijema, sa fazom kopije istog, generisane u prijemniku, u momentu prijema. Međutim, ova mjera posjeduje karakter neodređenosti iz razloga što se jednim dijelom sastoji od nepoznatog broja, čija se vrijednost ne može dobiti mjerenjem. To je *nepoznati broj cijelih faznih ciklusa* koji je konstantan tokom mjerenja, ali pod uslovom da nema nikakve opstrukcije signala. U pitanju je inicijalna vrijednost uspostavljena na samom početku praćenja signala, tj. u momentu uključivanja prijemnika. Preostali dio je onaj koji se mjeri i predstavlja djelimičnu faznu razliku. Ne narušavajući opštost rasuđivanja, smatraće se da je na početku praćenja signala djelimična fazna razlika jednaka nuli. Dakle, imaćemo:

$$\psi_r^s(t_0) = \varphi_r(t_0) - \varphi^s(t_0) + N_r^s = \Delta \psi_r^s(t_0) + N_r^s = N_r^s , \quad (2.4.10)$$

gdje su $\varphi_r(t_0)$, $\varphi^s(t_0)$ i $\Delta\psi_r^s(t_0) = \varphi_r(t_0) - \varphi^s(t_0)$, redom, *inicijalna faza signala generisanog u prijemniku*, *inicijalna faza primljenog signala* i *inicijalna djelimična fazna razlika*, a N_r^s je *inicijalni (nepoznati) broj cijelih faznih ciklusa* (kraće, *fazna neoderđenost*).

U trenutku t_i , na izvjesnoj vremenskoj udaljenosti od početnog trenutka t_0 , pored N_r^s imaćemo akumulirani broj cijelih faznih ciklusa unutar razlike faza i preostalu djelimičnu faznu razliku, pa ukupno **fazno mjerenje** pišemo kao:

$$\begin{aligned}\psi_r^s(t_i) &= \varphi_r(t_i) - \varphi^s(t_i) + N_r^s \\ &= \Delta\psi_r^s(t_i) + \sum_{j=1}^i N_{\psi_r^s(t_j)} + N_r^s,\end{aligned}\quad (2.4.11)$$

gdje su $\Delta\psi_r^s(t_i)$ i $\sum_{j=1}^i N_{\psi_r^s(t_j)}$, respektivno, *djelimična fazna razlika* (nepun fazni ciklus) i *akumulirani broj cijelih faznih ciklusa unutar mjerene fazne razlike u trenutku t_i* , pri čemu je $N_{\psi_r^s(t_0)} = 0$ iz kog razloga ne figuriše u sumi.

Na osnovu faznog mjerenja izvodi se fazna pseudoduzina.

Poznata je činjenica da je faza satelitskog signala u momentu prijema ista kao faza tog signala u momentu emitovanja (*Remondi, 1984; Leick, 1995*; citirano u: *Xu, 2007*), pa, uz uvođenje vremenskih oznaka iz poglavlja 2.4.1 i korišćenje veze između faze, frekvencije i vremena, jednakost (2.4.11) možemo zapisati na sljedeći način:

$$\begin{aligned}\psi_r^s(t) &= \varphi_r(t_r(t)) - \varphi^s(t^s(t - \Delta t_r^s)) + N_r^s \\ &= (t + dt_r(t))f_r - (t - \Delta t_r^s + dt^s(t - \Delta t_r^s))f^s + N_r^s \\ &= f^s \rho_r^s(t - \Delta t_r^s, t) / c + (f_r - f^s)t + f_r dt_r(t) - f^s dt^s(t - \Delta t_r^s) + N_r^s.\end{aligned}\quad (2.4.12)$$

Ako se uzme, čak, kratkoročna stabilnost frekvencije od 10^{-12} i vrijednost najveće nominalne frekvencije koja se odnosi na jedan GPS signal, tačnije onu koja odgovara nosaču L1 (1575.42 MHz), tada se jednostavnim izračunavanjem dobija odstupanje frekvencije signala od ove nominalne u iznosu od oko 1.6 mHz, što za vrijeme putovanja signala od satelita do prijemnika, koje iznosi oko 67 ms, uzrokuje maksimalnu grešku od 10^{-4} faznog ciklusa. Kako je ova greška faze mnogo manja od mjernog šuma, to možemo usvojiti da je $f_r = f^s = f$, kada fazno mjerenje iz (2.4.12) postaje:

$$\psi_r^s(t) = f \frac{\rho_r^s(t - \Delta t_r^s, t)}{c} + (dt_r(t) - dt^s(t - \Delta t_r^s))f + N_r^s.\quad (2.4.13)$$

Množenjem lijeve i desne strane jednakosti faznog mjerenja (2.4.13) talasnom dužinom $\lambda (= c / f)$, dobija se **fazna pseudodužina**:

$$\Phi_r^s(t) = \lambda \psi_r^s(t) = \rho_r^s(t - \Delta t_r^s, t) + c(dt_r(t) - dt^s(t - \Delta t_r^s)) + \lambda N_r^s. \quad (2.4.14)$$

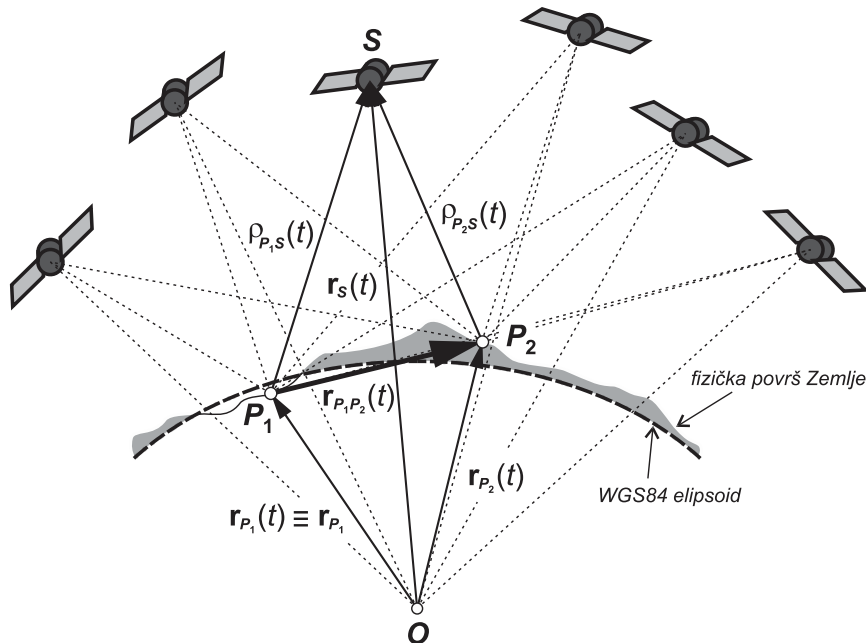
Konačno, postupanjem na način analogan onom koji je prikazan u poglavlju 2.4.1, možemo napisati i **faznu pseudodužinu u funkciji epohe t**, u sljedećem obliku:

$$\Phi_r^s(t) = \lambda \psi_r^s(t) = \rho_r^s(t_r(t)) + c dt_r(t) \left(1 - \frac{\dot{\rho}_r^s(t_r(t))}{c} \right) - c dt^s(t) + \lambda N_r^s. \quad (2.4.15)$$

2.5 Princip relativnog GPS pozicioniranja

Osnovni princip GPS pozicioniranja se zasniva na određivanju nepoznatog vektora geocentričnog položaja tačke na fizičkoj površi Zemlje na osnovu poznatog vektora geocentričnog položaja satelita i mjenenog vektora između te tačke i satelita. Opisano se vezuje za tzv. *apsolutno pozicioniranje*.

Međutim, ako prethodno opisano proširimo na dvije tačke, pri čemu se jedna uzima kao referentna (sa poznatim koordinatama koje se smatraju nepromjenljivim u vremenu), tada govorimo o *relativnom pozicioniranju*. Takav pristup omogućava smanjenje uticaja većeg broja pratećih sistematskih efekata, o čemu će biti riječi u glavi 4.



Slika 2.5.1 – Princip relativnog GPS pozicioniranja

Princip relativnog GPS pozicioniranja prikazan je na slici 2.5.1, a odgovarajuća jednačina je sljedeća:

$$\begin{aligned}
\mathbf{r}_{P_1P_2}(t) &= \mathbf{r}_{P_2}(t) - \mathbf{r}_{P_1}(t) \\
&= (\mathbf{r}_S(t) - \boldsymbol{\rho}_{P_2S}(t)) - (\mathbf{r}_S(t) - \boldsymbol{\rho}_{P_1S}(t)) \\
&= \boldsymbol{\rho}_{P_1S}(t) - \boldsymbol{\rho}_{P_2S}(t) ,
\end{aligned}
\tag{2.5.1}$$

pri čemu su $\mathbf{r}_{P_1}(t) \equiv \mathbf{r}_{P_1}$, $\mathbf{r}_{P_2}(t)$ i $\mathbf{r}_S(t)$, redom, *vektori geocentričnih položaja tačaka P_1 i P_2 na površi Zemlje i satelita S u trenutku t* , dok su $\mathbf{r}_{P_1P_2}(t)$, $\boldsymbol{\rho}_{P_1S}(t)$ i $\boldsymbol{\rho}_{P_2S}(t)$ *vektori relativnih položaja u istom trenutku*.

Matematički modeli relativnog GPS pozicioniranja prikazani su detaljno u glavi 4.

2.6 Sistemi vremena relevantni za GPS

Svakodnevni život se odvija uz smjenjivanje obdanice i noći, kao i godišnjih doba, posmatrano na sezonskom nivou, pa je koncepcija vremena na inicijalnom nivou zasnovana samo na prividnom kretanju Sunca u odnosu na Zemlju. No, evolucijom nauke i tehnologije, javila se potreba za preciznijim, ujednačenim i dobro definisanim sistemima vremena. Danas je u upotrebi više takvih sistema, a bazirani su na različitim periodičnim procesima koji se vezuju za:

- Zemljinu rotaciju (*Greenwich-ko sideričko vrijeme*, GST (Greenwich Siderial Time); *univerzalno vrijeme*, UT (Universal Time));
- Zemljinu revoluciju (*terestričko dinamičko vrijeme*, TDT (Temps Dynamique Terrestre); *baricentrično dinamičko vrijeme*, TDB (Temps Dynamique Barycentrique));
- Atomske oscilatore (*međunarodno atomsko vrijeme*, TAI (Temps Atomique International); *koordinisano univerzalno vrijeme*, UTC (Universal Time Coordinated); i *GPS vrijeme*, GPST (GPS Time)).

Sideričko vrijeme je mjera rotacije Zemlje i definisano je kao *časovni ugao tačke proljećne ravnodnevnice (vernal equinox)*, a ako isto računamo od Greenwich-kog meridijana, imaćemo GST. S druge strane, UT, kao *Greenwich-ki časovni ugao srednjeg Sunca* (Seeber, 2003), nije u potpunosti ujednačeno zbog fluktuacija u rotaciji Zemlje, koje nastaju usljed dejstva različitih uticaja, kao što su plimatsko trenje, prenos masa usljed sezonskih promjena, zemljotresi i dr. Kao zasnovano na trenutnoj rotaciji Zemlje, uvodi se UT0, a pored toga i UT1, koje predstavlja UT korigovano za uticaj pomjeranja pola.

Dinamičko vrijeme je ujednačeno skalirano i koristi se za opisivanje tijela u

gravitacionom polju. TDB se koristi u nekom inercijalnom koordinatnom sistemu sa koordinatnim početkom u *baricentru*, kao centru mase sistema tijela. TDT se koristi u *kvazi-inercijalnom koordinatnom sistemom*, kao što je ECI (vidjeti poglavlje 2.7). Pri tome, usljed uticaja gravitacionog polja Sunca na kretanje Zemlje, TDT varira u odnosu na TDB. U tom smislu, skoro iste gravitacione smetnje djeluju na satelite i Zemlju. TDT se može koristiti za opisivanje kretanja satelita bez uračunavanja uticaja gravitacionog polja Sunca, a isto se često označava i kao *terestričko vrijeme*, TT (Terrestrial Time).

Skalu TAI održava Sekcija za vrijeme Međunarodnog biroa za tegove i mjere, BIPM (Bureau International des Poids et Mesures), koja se nalazi u Parizu, a na osnovu očitavanja velikog broja najtačnijih atomskih časovnika u različitim laboratorijama. Sve do 31.decembra 1987.godine, za održavanje atomske vremenske skale bio je zadužen Međunarodni biro za vrijeme, BIH (Bureau International de l'Heure). TAI je ujednačeno skalirano i koristi se u ECEF koordinatnom sistemu (vidjeti poglavlje 2.7), a egzistira veza $TT \equiv TDT = TAI + 32.184 \text{ s}$ (Seeber, 2003).

Za potrebe tačnog pozicioniranja, čak i za potrebe navigacije, bilo je potrebno uvesti vremensku skalu koja će obezbijediti i visok stepen ujednačenosti jedinice vremena i najbolju moguću adaptaciju u odnosu na UT1. Tako je uvedena kompromisna vremenska skala, UTC, koja se razlikuje od TAI za cijeli broj sekundi, pri čemu egzistiraju relacije (Hofmann-Wellenhof et al, 2008):

$$TAI = UTC + n_{ls} \cdot 1s, \quad |dUT1| \leq 0.9 \text{ s}, \quad (2.6.1)$$

gdje je $dUT1 = UT1 - UTC$ vremenski promjenljiva razlika, čije se vrijednosti mogu pribaviti iz izvještaja koji sačinjava IERS (International Earth Rotation and Reference Systems Service), pa kada je $|dUT1| > 0.9 \text{ s}$, uvodi se *sekunda skoka na vremenskoj skali* (leap second). Broj n_{ls} , o kojem, takođe, izvještava IERS, označava *broj sekundi koje reprezentuju akumulirani skok na vremenskoj skali* (number of leap seconds), a uvodi se u 01.januara i/ili 01.jula u nekoj godini. UTC se prilagođava skali UT1 popravljanjem za odgovarajući broj n_{ls} . U završnoj fazi pisanja teksta ove disertacije, bilo je aktuelno $dUT1 = +0.1 \text{ s}$ (IERS, 2018a), kao i $TAI - UTC = 37 \text{ s}$ (IERS, 2018b).

GPST je neprekidna vremenska skala (bez skokova), definisana od strane GPS kontrolnog segmenta, na osnovu očitavanja skupa atomskih časovnika smještenih u glavnoj kontrolnoj stanici i satelitima. Ovo vrijeme je počelo da se računa od 0h UTC skale u ponoć između 05. i 06.januara 1980.godine, kada je bilo $TAI - UTC = 19 \text{ s}$.

Razlika između GPST i TAI je promjenljiva u vremenu, a zapisujemo je kao ([BIPM, 2002](#)):

$$\text{TAI} - \text{GPST} = 19 \text{ s} + C_0, \quad (2.6.2)$$

gdje je C_0 veličina čija vrijednost iznosi nekoliko (desetina) nanosekundi i varijabilna je u vremenu. Poslije kombinovanja jednakosti (2.6.1) i (2.6.2), dobijamo formulu za prelaz sa UTC na GPST, kao:

$$\text{GPST} = \text{UTC} + n_{ls} \cdot 1 \text{ s} - 19 \text{ s} - C_0, \quad (2.6.3)$$

što za aktuelno $n_{ls} = 37$ daje $\text{GPST} = \text{UTC} + 18 \text{ s} - C_0$.

Kada su u pitanju naučne svrhe, umjesto klasičnog kalendara koji se koristi u civilnom sektoru, radi izbjegavanja računanja sa mjesecima i godinama sa nejednakim brojem dana, za izražavanje epohe koristi se, po dogovoru, *Julijanski datum*, JD (*Julian Date*), čiji vijek sadrži 36525 dana. Za nultu epohu ovog datuma usvojen je 01.januar 4713.godine prije nove ere, u 12 h UT. Stoga, epoha od interesa će biti reprezentovana preko broja proteklih dana od pomenute nulte epohe. U naučnom miljeu se koristi *važeca standardna referentna epoha*, J2000.0, kojoj odgovara 12 h UT na dan 01.januar 2000.godine, što iznosi 2451545.0 JD.

GPS sedmice se računaju od 0 h UTC skale u ponoć između 05. i 06.januara 1980.godine, a to odgovara 2444244.5 JD i predstavlja *standardnu GPS referentnu epohu*, JD_{ref} , koja je potrebna za računanje broja proteklih GPS sedmica od tog trenutka, na sljedeći način:

$$\text{GPS Week} = \text{int}[(\text{JD}_{obs} - \text{JD}_{ref}) / 7], \quad (2.6.4)$$

gdje JD_{obs} označava *epohu mjerenja*, koja se odnosi na t časova UT skale (izraženo odnosnim realnim brojem), dan D , mjesec M i kalendarsku godinu Y .

Shodno uvedenim oznakama, JD_{obs} se dobija sljedećom konverzijom ([Hofmann-Wellenhof et al, 2008](#)):

$$\text{JD}_{obs} = \begin{cases} \text{int}[365.25(Y-1)] + \text{int}[30.6001(M+13)] + \\ \quad + D + t/24 + 1720981.5 & , \text{ ako je } M \leq 2 \\ \text{int}(365.25Y) + \text{int}[30.6001(M+1)] + \\ \quad + D + t/24 + 1720981.5 & , \text{ ako je } M > 2. \end{cases} \quad (2.6.5)$$

2.7 Koordinatni sistemi relevantni za GPS

Ako zamislimo izvjesnu referentnu osnovu sa Suncem kao centrom i koordinatnim osama usmjerenim ka udaljenim (stalnim) zvijezdama, onda govorimo o *apsolutnoj referentnoj osnovi*, poznatoj, još, pod nazivom *Copernicus-ovska osnova*, u oznaci \mathfrak{R}_0 . Svaka druga osnova \mathfrak{R}_1 , koja se kreće uniformno translatorno u odnosu na \mathfrak{R}_0 , naziva se *inercijalna*, ili drukčije, *Galileo-vska osnova* (Capderou, 2005; Capderou, 2014). Imajući u vidu razliku između pojmova *koordinatni sistem*, *referentni sistem* i *referentna osnova* (NGS, 1986), u nastavku se razmatraju oni koji su od značaja za GPS pozicioniranje.

Geocentrični inercijalni referentni sistem i odnosni koordinatni sistem

Ovaj referentni sistem je poznat i pod nazivom *Konvencionalni nebeski referentni sistem*, *CCRS* (*Conventional Celestial Reference System*), a predstavlja konceptualnu ideju za definisanje korespondentnog **ECI** (Earth-Centered Inertial) **koordinatnog sistema**. Ovaj referentni sistem je *pseudo-Galileo-vskog tipa*, jer nije u potpunosti inercijalan, s obzirom da podrazumijeva ECI koji je koordinatnim početkom O vezan za centar mase Zemlje (uključujući i masu okeana i atmosfere), sa kojom se neuniformno i po krivolinijskoj putanji kreće oko Sunca. Međutim, za potrebe GPS pozicioniranja, smatra se da u ovom referentnom sistemu aproksimativno važe Newton-ovi zakoni mehanike, pa se isti koristi za opisivanje kretanja satelita. Inače, ECI je Descartes-ov koordinatni sistem $(O; x_{ECI}, y_{ECI}, z_{ECI})$, gdje je x_{ECI} -osa usmjerena ka *tački srednje proljećne ravnodnevnice (mean vernal equinox)*, ustanovljene za epohu *J2000.0* (oznaka te tačke je γ), z_{ECI} -osa je ortogonalna na *fundamentalnu ravan* definisanu *srednjim ekvatorom za istu epohu*, dok y_{ECI} -osa kompletira pravougli sistem desne orijentacije. Praktična realizacija ovog referentnog sistema naziva se *Konvencionalna nebeska referentna osnova*, *CCRF* (*Conventional Celestial Reference Frame*), a određena je na osnovu skupa preciznih koordinata ekstragalaktičkih radio izvora (tj. fiksirana je u odnosu na udaljene svemirske objekte). Srednja ravnodnevnicica i ekvator J2000.0 definisani su sporazumima Međunarodne astronomske unije, IAU (International Astronomical Union) iz 1976.godine, sa serijama nutacionih podataka iz 1980.godine (Kaplan, 1981; Seidelmann, 1982).

Geocentrični terestrički referentni sistem i odnosni koordinatni sistem

U pitanju je *neinercijalni referentni sistem*, koji se u literaturi nalazi i pod nazivom *Konvencionalni terestrički referentni sistem*, *CTRS* (*Conventional Terrestrial Reference System*), a čija koncepcija definiše odnosni **ECEF** (Earth-Centered Earth-Fixed) **koordinatni sistem**, koji rotira zajedno sa Zemljom. Koordinatni početak sistema ECEF poklapa se sa koordinatnim početkom sistema ECI i radi se o Descartes-ovom koordinatnom sistemu $(O; x_{ECEF}, y_{ECEF}, z_{ECEF})$, gdje se z_{ECEF} -osa poklapa sa pravcem koji odgovara *konvencionalnom terestričkom polu*, *CTP* (*Conventional Terrestrial Pole*), x_{ECEF} -osa je na pravcu *presjeka CTP ekvatorske ravni i ravni srednjeg Greenwich-ovog meridijana*, a y_{ECEF} -osa kompletira pravougli sistem desne orijentacije. Odnosna praktična realizacija ovog referentnog sistema je *Konvencionalna terestrička referentna osnova*, *CTRF* (*Conventional Terrestrial Reference Frame*), a čine je fizičke tačke na površini Zemlje, sa precizno određenim koordinatama u nekom specifičnom koordinatnom sistemu koji predstavlja realizaciju jednog idealnog terestričkog referentnog sistema (*Boucher and Altamimi, 2001*).

Primjer za CTRF je ITRF (International Terrestrial Reference Frame), koji je uvela Međunarodna služba za rotaciju Zemlje i referentne sisteme, IERS (International Earth Rotation and Reference Systems Service), i koji se stalno ažurira (posljednja ažuriranja su dala ITRF08 i ITRF14), zatim **WGS84** (World Geodetic System 1984) koji koristi GPS (detaljne informacije o parametrima istog mogu se, na primjer, naći kod *Petit and Luzum (2010)* i *NGA (2014)*), dalje, PZ90 (rus. Параметры Земли 1990; engl. Parameters of the Earth 1990), koji koristi GLONASS, kao i GTRF (Galileo Terrestrial Reference Frame) i CGCS2000 (China Geodetic Coordinate System 2000), u kojima se predstavljaju rezultati pozicioniranja kod sistema Galileo i BeiDou, respektivno.

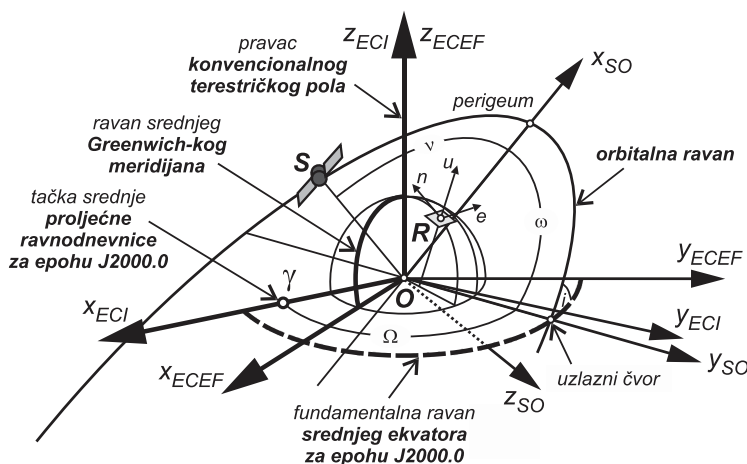
Referentni sistem satelitske orbite i odnosni koordinatni sistem

Koncepcija ovog referentnog sistema, koji definiše **SO** (Satellite Orbit) **koordinatni sistem**, uvedena je tako da bi se mogao definisati položaj satelita u ECI sistemu, čime se omogućava kasnija transformacija tog položaja u ECEF sistem, a onda, po potrebi, i u neki lokalni koordinatni sistem (vidjeti izlaganje u nastavku vezano za lokalni referentni i odnosni koordinatni sistem), što će kasnije omogućiti sagledavanje rezultata GPS pozicioniranja u nekom od ta dva sistema, a u zavisnosti od interesa korisnika.

SO koordinatni sistem, definisan kao $(O; x_{SO}, y_{SO}, z_{SO})$, desno je orijentisan i ima koordinatni početak koji se poklapa sa onim iz ECI i ECEF sistema, pri čemu se isti poklapa i sa žižom eliptične orbite, koja pripada odnosnoj orbitalnoj ravni. Što se tiče osa ovog koordinatnog sistema, zastupljena je y_{SO} -osa koja je usmjerena ka uzlaznom čvoru i paralelna maloj poluosi orbitalne elipse, x_{SO} -osa je usmjerena i prolazi kroz perigeum (tačku orbite koja je najbliža centru Zemlje) i poklapa se sa pravcem koji definiše velika poluosa orbitalne elipse. Treća, z_{SO} -osa, je ortogonalna na orbitalnu ravan.

Lokalni referentni sistem i odnosni koordinatni sistem

Veoma često je za korisnika od značaja izražavanje pozicije tačke od interesa, P , u koordinatama **LL** (Local-Level) koordinatnog sistema, definisanog koncepcijom odnosnog referentnog sistema kao $(R; x_{LL}, y_{LL}, z_{LL})$, pri čemu su x_{LL} -, y_{LL} - i z_{LL} -ose, respektivno, usmjerene od referentne tačke R ka istoku (*east*), pravom sjeveru (*true north*) i naviše (*up*) po pravcu normale na referentni elipsoid (WGS84) u toj tački, zbog čega u literaturi imamo i naziv **ENU koordinatni sistem** ($x_{LL} = e, y_{LL} = n$ i $z_{LL} = u$). Isti je Descartes-ov i desno orijentisan. No, može se koristiti i **NED koordinatni sistem**, kod kojeg je z_{LL} -osa usmjerena naniže (*down*), tj. suprotno od one kod ENU sistema, a ose x_{LL} i y_{LL} su, sada, zamijenile mjesta.



Slika 2.7.1 – Geometrijski odnos ECI, ECEF, SO i ENU koordinatnog sistema

Na slici 2.7.1 prikazan je geometrijski odnos ECI, ECEF, SO i ENU koordinatnog sistema, pri čemu se oznake i , Ω , ω i ν , redom, odnose na *inklinaciju*, *rektascenziju*

uzlaznog čvora, argument perigeuma i pravu (istinitu) anomaliju.

Formule za međusobne transformacije pomenutih koordinatnih sistema, koje su od značaja za GPS pozicioniranje, ovdje se ne prikazuju, ali se čitaocu, u tom smislu, preporučuju, na primjer, *Tsui (2005)*, *Hofmann-Wellenhof and Moritz (2006)*, *Xu (2007)*, *Hofmann-Wellenhof et al. (2008)*, *Noureldin et al. (2013)*.

2.8 Osnove teorije relativnosti relevantne za GPS pozicioniranje

Iako su u GPS satelite ugrađeni atomski časovnici koji posjeduju visoku stabilnost frekvencije, što je bio jedan od osnovnih preduslova za kvalitetnu realizaciju tehnološke zamisli GPS-a, koji se zasniva na Newton-ovom sagledavanju prostora i vremena, ipak, ovaj sistem ne bi adekvatno funkcionisao ukoliko ne bi bili uzeti u obzir uticaji koji se pokoravaju specijalnoj i opštoj teoriji relativnosti, uvedenoj od strane Einstein-a. Ovi uticaji su prisutni kako zbog relativnog kretanja GPS satelita i prijemnika u korisničkom segmentu, a samim tim i časovnika ugrađenih u iste, tako i zbog prisustva i uticaja gravitacionog polja Zemlje na mjestima istih, kao i duž putanje emitovanog GPS signala sa satelita, ali i usljed rotacije Zemlje.

Detaljan prikaz osnova pomenutih teorija može se, osim u izvornim publikacijama, naći i u nekoliko savremenih publikacija u koje je imao uvid autor disertacije (*Ashtekar, 2005*; *Ferraro, 2007*; *Grøn and Hervik, 2007*; *Narlikar, 2010*; *Henriksen, 2011*; *Natário, 2011*; *Faraoni, 2013*; *Date, 2015*; *Trageser, 2016*).

U osnovi Einstein-ove teorije relativnosti je u potpunosti drukčiji pristup prostoru i vremenu, nego što je to slučaj kod Newton-a. Naime, ovdje ni prostor ni vrijeme nijesu apsolutni, pa je trebalo uspostaviti neku veličinu koja će obuhvati oba segmenta u jednom četvorodimenzionalnom kontinuumu prostor-vrijeme.

Tako, u domenu *specijalne teorije relativnosti*, dolazimo do diferencijalnog linijskog elementa, koji se opisuje uz pomoć uvođenja *Minkowski metrike* (metričkog tenzora) i diferencijalnih pomjeraja koordinata tačaka u pomenutom kontinuumu, koji karakterišu udaljenost dva beskonačno bliska događaja u jednom inercijalnom sistemu.

Prije prikaza pomenutog linijskog elementa, uvedimo pojam metričkog tenzora ili, skraćeno, metrike. Naime, uopštenje metrike u 4D prostoru predstavlja se kao (*Cheng, 2015*):

$$g_{\mu\nu} = \mathbf{e}_\mu \cdot \mathbf{e}_\nu, \quad \mu, \nu \in \{0, 1, 2, 3\}, \quad (2.8.1)$$

pri čemu su \mathbf{e}_μ i \mathbf{e}_ν bazni vektori koji nijesu ortonormirani, a vrijednosti metrike možemo prikazati i pomoću simetrične matrice:

$$\mathbf{g} = \{\mathbf{e}_\mu \cdot \mathbf{e}_\nu\}_{4 \times 4}, \quad \mu, \nu \in \{0, 1, 2, 3\}. \quad (2.8.2)$$

Sada, uz uvođenje druge oznake za Minkowski metriku, koja je specijalan slučaj uopštene metrike (2.8.1), kao i za odnosne bazne vektore, imamo *konvencionalni skraćeni zapis* za kvadrat invarijantnog rastojanja, tj. pomenutog linijskog elementa (prošireni prikaz u odnosu na [Ryder \(2009\)](#)):

$$ds^2 = \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu, \quad \eta_{\mu\nu} = \mathbf{e}_{\mathbf{m}\mu} \cdot \mathbf{e}_{\mathbf{m}\nu}, \quad \mu, \nu \in \{0, 1, 2, 3\}, \quad (2.8.3)$$

gdje su $\mathbf{e}_{\mathbf{m}\mu}$ i $\mathbf{e}_{\mathbf{m}\nu}$ bazni vektori Minkowski metrike $\eta_{\mu\nu}$, a x^μ , $\mu \in \{0, 1, 2, 3\}$ su koordinate, pri čemu je u prvoj koordinati sadržana konstantna brzina svjetlosti kao $x^0 = ct$, gdje je $c = 299792458 \text{ ms}^{-1}$ ([Ashby, 2006](#)), a ostale su $x^1 = x$, $x^2 = y$ i $x^3 = z$.

Linijski element iz (2.8.3), kada u istom prostorni segment predstavimo u *Descartes-ovim koordinatama*, ima oblik:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2, \quad (2.8.4)$$

kada su vrijednosti Minkowski metrike sljedeće:

$$\eta_{\mu\nu, D} = \mathbf{e}_{\mathbf{m}\mu} \cdot \mathbf{e}_{\mathbf{m}\nu} = \begin{cases} 1, & \mu = \nu = 0 \\ -1, & \mu = \nu, \mu, \nu \in \{1, 2, 3\} \\ 0, & \mu \neq \nu. \end{cases} \quad (2.8.5)$$

S druge strane, na osnovu dobro poznatih veza $x = r \sin \theta \sin \varphi$, $y = r \sin \theta \cos \varphi$ i $z = r \cos \theta$, sa $(r, \theta, \varphi) \in [0, +\infty) \times [0, \pi) \times [0, 2\pi)$, pri čemu se oznake r , θ i φ , redom, odnose na radijalno odstojanje, polarni ugao i azimut, poslije kraćeg izvođenja, dobija se zapis u *sfernim koordinatama*:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2. \quad (2.8.6)$$

U *cilindričnim koordinatama*, pri čemu je $x = \rho \cos \varphi$, $y = \rho \sin \varphi$ i $z = z$, sa $(\rho, \varphi) \in [0, +\infty) \times [0, 2\pi)$, gdje je ρ radijalno odstojanje od ose rotacije z , a φ je već uvedena koordinata, imamo:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - d\rho^2 - \rho^2 d\varphi^2 - dz^2. \quad (2.8.7)$$

Pošto specijalna teorija relativnosti ne uzima u obzir gravitaciju, moralo je doći do proširenja razmatranja u tom domenu, pa je tako nastala *opšta teorija relativnosti*. Za razmatranja u domenu ove teorije više nije bilo dovoljno imati linijski element u obliku (2.8.4), (2.8.6) ili (2.8.7). Zato je isti pretrpio modifikaciju. Dakle, došlo je do primjene novih metrika, na koji način je gravitacija predstavljena pomoću zakrivljenosti prostora, a ne silom kao što je to slučaj u Newton-ovoj mehanici. Tačnije rečeno, gravitacija se smatra posljedicom zakrivljenosti četvorodimenzionalnog kontinuuma prostor-vrijeme. Pri tome, ako je u nekom dijelu ovaj kontinuum gravitaciono homogen, kada je prostorni segment ravan, tada imamo kretanje koje se opisuje specijalnom teorijom relativnosti.

Za razmatranje relativističkih uticaja na časovnik GPS satelita kada je uključeno i gravitaciono polje Zemlje, može se koristiti *Schwarzschild metrika*, koja predstavlja jedno egzaktno rješenje Einstein-ovih jednačina koje važe u zakrivljenom kontinuumu prostor-vrijeme, a dobijena je pod pretpostavkom da egzistira jedno sferno-simetrično statično gravitaciono polje koje potiče od nekog masivnog sferno-simetričnog tijela koje ne rotira, kao i to da je kontinuum prostor-vrijeme van tog tijela prazan i asimptotski ravan (*Foster and Nightingale, 1995; Hobson et al, 2006*). U slučaju GPS-a, Zemlja je tijelo od koga potiče gravitaciono polje i može se pretpostaviti da je ista sferno-simetrična, a pošto sporo rotira, razumno je zanemariti rotaciju. Zbog toga se Schwarzschild metrika (izvođenje u *Boblest et al. (2016)*) može primjenjivati u slučaju GPS-a, a vrijednosti te metrike su sadržane u sljedećem zapisu odnosnog linijskog elementa:

$$ds^2 = \left(1 + \frac{2V_m}{c^2}\right) c^2 dt^2 - \left(1 + \frac{2V_m}{c^2}\right)^{-1} dr^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2, \quad (2.8.8)$$

gdje je uvedena oznaka $V_m = -GM_E / r$ za monopolni potencijal, tj. za aproksimaciju statičkog gravitacionog potencijala pod pretpostavkom da je Zemlja sfernog oblika, pri čemu su G , M_E i r , respektivno, *Newton-ova gravitaciona konstanta*, *masa Zemlje* i *udaljenost od centra Zemlje*, a $GM_E = 3.986004418 \cdot 10^{14} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$ (*Ashby, 2003*).

Međutim, GPS koristi i aproksimativnu metriku, kao jedno realističnije rješenje za opisivanje prostorno-vremenskog kontinuuma u blizini Zemlje i u uslovima gdje vlada slabiji uticaj gravitacionog polja Zemlje, a dobija se *linearizacijom Schwarzschild*

metrike. Ovdje se, međutim, uključuje potpuni statički gravitacioni potencijal V , kao suma pomenutog monopolnog potencijala i kvadrupolnog potencijala prisutnog zbog rotacije Zemlje, koja uzrokuje ispupčenje ekvatora. Dakle, ovdje se Zemlja ne smatra tijelom sfernog, već elipsoidnog oblika. Tako se za ovo rješenje piše (*Pascual-Sánchez, 2007*):

$$ds^2 = \left(1 + \frac{2V}{c^2}\right) c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{2V}{c^2}\right) dr^2 - r^2 d\Omega^2, \quad (2.8.9)$$

gdje je uvedena oznaka $d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2$, a za V se, u ovom kontekstu, aproksimativno uzima (*Ashby, 2003*):

$$V = -\frac{GM_E}{r} \left(1 - J_2 \left(\frac{r_e}{r}\right)^2 P_2(\cos \theta)\right), \quad (2.8.10)$$

pri čemu, pored već uvedenih oznaka, imamo *poluprečnik Zemlje na ekvatoru*, $r_e = 6378.137$ km (velika poluosa WGS84 elipsoida), *koeficijent Zemljinog drugog zonalnog harmonika*, $J_2 = 1.08263 \cdot 10^{-3}$, i *Legendre-ov polinom drugog reda*, $P_2(\cos \theta) = (3 \cos^2 \theta - 1) / 2$. Prethodna metrika je izražena u ECI sistemu, a efemeride GPS satelita se računaju u ECEF sistemu. Stoga je potrebno tu metriku izraziti u ECEF sistemu. U tom cilju, koordinate iz ECI sistema predstavljamo preko odgovarajućih u ECEF sistemu, koji rotira zajedno sa Zemljom, ugaonom brzinom $\omega_E (= 7.292115 \cdot 10^{-5} \text{ rad s}^{-1})$. Uzimamo u obzir da je $t = t'$, $r = r'$, $\theta = \theta'$ i $\varphi = \varphi' + \omega_E t' \equiv \varphi' + \omega_E t$. Tada imamo:

$$ds^2 = \left(1 + \frac{2\Phi_{eff}}{c^2}\right) c^2 dt^2 - 2\omega_E r^2 \sin^2 \theta d\varphi' dt - \left(1 - \frac{2V}{c^2}\right) dr^2 - r^2 (d\Omega')^2, \quad (2.8.11)$$

gdje je $(d\Omega')^2 = d\theta^2 + \sin^2 \theta (d\varphi')^2$, dok je Φ_{eff} efektivni gravitacioni potencijal u ECEF sistemu, koji, pored statičkog, sadrži i centripetalni dio koji proizvodi rotacija, a piše se:

$$\Phi_{eff} = V - \frac{\omega_E^2 r^2 \sin^2 \theta}{2}. \quad (2.8.12)$$

U slučaju GPS-a, od posebnog značaja je odnosna vrijednost na površi referentnog WGS84 elipsoida, tj. ona koja se odnosi na geoid kao ekvipotencijalnu površ definisanu sa $\Phi_{eff} = \Phi_0 = const$. Tada u metrici (2.8.11) umjesto Φ_{eff} figuriše Φ_0 , a vezu između

koordinatnog GPS vremena dt_{GPS} , koje se vezuje za časovnike koji su u mirovanju na geoidu, i koordinatnog vremena dt mjenenog u nekom inercijalnom sistemu smještenom u beskonačnosti (uzima se da je to vrijeme identično onom koje se mjeri u ECI sistemu) dobijamo kao (po ugledu na [Pascual-Sánchez \(2007\)](#)):

$$dt_{GPS}^2 = \left(1 + \frac{2\Phi_0}{c^2}\right) dt^2, \quad (2.8.13)$$

gdje se, zbog $2\Phi_0/c^2 \rightarrow 0$, uz zadržavanje samo člana reda c^{-2} , na osnovu (3.2.9) ([Anđić, 2009](#)), može uvesti aproksimacija $(1 + 2\Phi_0/c^2)^{-1} \approx 1 - 2\Phi_0/c^2$ i usvojiti:

$$dt^2 = \left(1 - \frac{2\Phi_0}{c^2}\right) dt_{GPS}^2. \quad (2.8.14)$$

Sada, zamjenom (2.8.14) u (2.8.9), a onda zanemarivanjem članova reda c^{-4} , dobijamo definitivni zapis metrike koja će se koristiti za razmatranje odnosa vremena koje pokazuje časovnik prijemnika na Zemlji i onoga koje pokazuje satelitski časovnik, a taj zapis je sljedeći:

$$ds^2 = \left(1 + \frac{2(V - \Phi_0)}{c^2}\right) c^2 dt_{GPS}^2 - \left(1 - \frac{2V}{c^2}\right) dr^2 - r^2 d\Omega^2. \quad (2.8.15)$$

Iz (2.8.13) se vidi da je koordinatno GPS vrijeme dt_{GPS} ujedno i **sopstveno vrijeme** koje pokazuje časovnik prijemnika koji miruje na geoidu.

Sopstveno vrijeme je u funkciji brzine i gravitacionog potencijala i razlikuje se od već uvedenog koordinatnog vremena koje figuriše u metrikama, a invarijantno je na brzinu i gravitacioni potencijal ([Bjerhammar, 1986](#)). Naime, ako pretpostavimo da se u jednom inercijalnom sistemu nalazi opažać koji prati kretanje časovnika koji se kreće u odnosu na njega na proizvoljan način, pri čemu se u svakom trenutku to kretanje može poistovjetiti kao uniformno, tada, u svakom trenutku, za časovnik u pokretu možemo čvrsto vezati jedan koordinatni sistem, koji će zajedno sa tim časovnikom činiti odgovarajući inercijalni sistem ([Landau and Lifshitz, 1975](#)). U toku vremenskog intervala dobijenog na osnovu registracija dva beskonačno bliska trenutka na časovniku posmatrača koji miruje, časovnik koji je u pokretu pređe izvjesno rastojanje, tj. imamo $dx \neq 0$, $dy \neq 0$ i $dz \neq 0$. Međutim, ako problemu, radi jednostavnosti, pristupimo preko Descartes-ovih koordinata, kod posmatranog časovnika, u inercijalnom sistemu

istog, između dva beskonačno bliska položaja imamo zastupljeno $dx' = dy' = dz' = 0$, tj. prostorni dio iščezava, dok odgovarajući vremeski dio u istom kontinuumu prostor-vrijeme predstavlja *sopstveno vrijeme*, koje se uobičajeno označava sa $d\tau$. S obzirom na prethodno rečeno i na invarijantnost linijskog elementa, dobijamo sljedeću vezu:

$$ds^2 \equiv (ds')^2 = c^2 d\tau^2. \quad (2.8.16)$$

IZVORI GREŠAKA U GPS POZICIONIRANJU

Utjecaji koje prate GPS pozicioniranje mogu se grupisati na sljedeći način:

- *Utjecaji koji potiču od satelita;*
- *Utjecaji na prostiranje satelitskog signala kroz atmosferu;*
- *Utjecaji koji potiču od prijemnika i okruženja mjesta postavljanja antene;*
- *Utjecaji koji uzrokuju promjenu položaja stanice;*
- *Utjecaji koji se pokoravaju teoriji relativnosti.*

U nastavku se razmatraju greške koje se pojavljuju kao posljedice nabrojanih uticaja.

3.1 Utjecaji koji potiču od satelita

3.1.1 Greška orbite satelita

Osnovna pretpostavka pri definisanju pozicije satelita parametrima Keplerove putanje je ta da je Zemlja sfernog oblika i homogenog sastava, zbog čega se podrazumijeva i sferno simetrično gravitaciono polje, pa se samo uzima u obzir njena gravitaciona sila. Međutim, u stvarnosti, Zemlja nema sferni oblik i osim njene sile gravitacije postoje i druge sile koje značajno utiču na kretanje satelita. U pitanju su sile koje nastaju u prisustvu *nehomogenog gravitacionog polja Zemlje, gravitacionog polja Sunca i Mjeseca, pritiska pod uticajem solarne radijacije, plime Zemljine kore, pritiska pod uticajem albedo efekta, gravitacionih uticaja okeanskog plimatskog opterećenja, gravitacionog polja planeta, relativističkih uticaja, termičke emisije satelita* i dr. Uticaj prve tri sile je najdominantniji u poremećaju putanje satelita ([Su, 2000](#)). Detaljan prikaz odnosne teorije može se, na primjer, naći kod [Montenbruck and Gill \(2000\)](#).

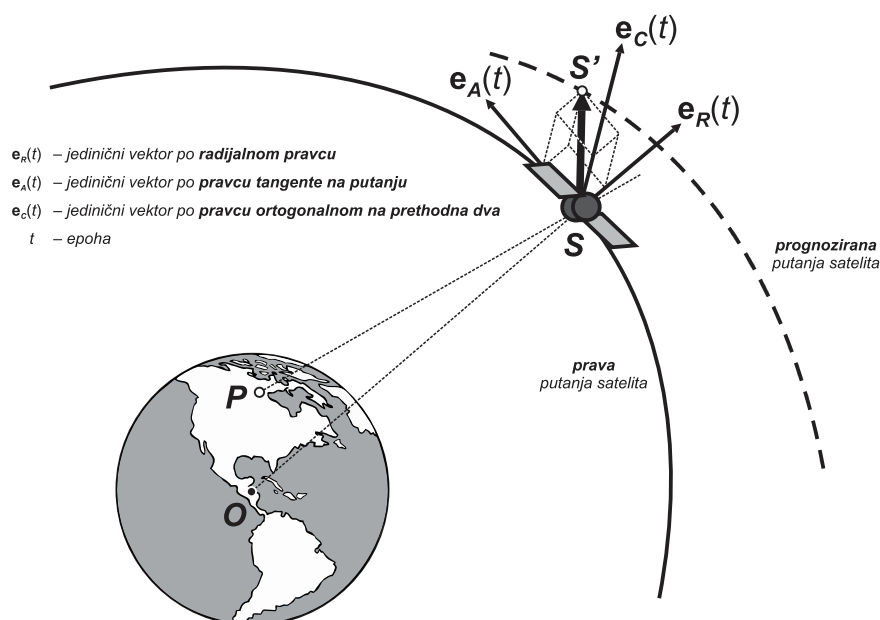
Naime, prava putanja satelita se razlikuje od teorijske, čiji se parametri računaju u kontrolnom GPS segmentu na osnovu podataka opažanja sa stanica za praćenje kretanja satelita. Odstupanja pomenute teorijske od prave putanje se računaju i šalju satelitu, kako bi odatle bila emitovana ka prijemniku korisnika u vidu skupa podataka, tzv. emitovanih (broadcast) efemerida, radi korekcije orbite. Međutim, i poslije ove korekcije u prijemniku, ostaje nekorigovan rezidualni dio koji čini grešku orbite satelita.

U literaturi se može pronaći da se intenzitet vektora ove greške kreće između 2 i 5 m (Noureldin et al, 2013).

Kod preciznih GPS mjerenja, umjesto emitovanih efemerida, koje proizvode grešku u mjerenom rastojanju od oko 0.8 m (Taylor and Barnes, 2005), koriste se precizne efemeride koje obezbjeđuje IGS. Za potrebe najviše preciznosti koriste se *Final Product* efemeride, u naknadnoj obradi podataka. Standardna greška ovih efemerida je ~ 2.5 cm (<https://igsceb.jpl.nasa.gov/components/prods.html>). Vrijednosti saglasne ovima mogu se dobiti upotrebom veličine koja se, takođe, koristi kao mjera preciznosti efemerida, a u pitanju je jedna dobra aproksimacija za MSE geometrijskog rastojanja između satelita i prijemnika koja potiče samo od orbitalnih grešaka, čiji je kvadratni korijen dat kao (Spits (2011), na osnovu Warren and Raquet (2003)):

$$SISRE_{orb} = \sqrt{R^2 + (A^2 + C^2) / 49}, \quad (3.1.1)$$

gdje je $SISRE_{orb}$ oznaka za "orbit only" *Signal-In-Space-Range-Error*, a R , A i C su, redom, radijalna komponenta greške efemerida duž pravca definisanog centrom Zemlje i centrom mase satelita (*Radial*), komponenta greške efemerida duž putanje satelita (*Along-Track*) i komponenta greške efemerida ortogonalna na pravce vektora prethodne dvije komponente (*Cross-Track*).



Slika 3.1.1 – Komponente greške orbite

Pri analizi tačnosti efemerida, kao referentne, koriste se najtačnije, final efemeride, koje se za tu svrhu smatraju istinitim. Tada se računaju odnosne razlike istih sa efemeridama

čija se tačnost razmatra, pa se te razlike raščlanjuju na komponente R , A i C i računa veličina $SISRE_{orb}$. Tako, za broadcast efemeride imamo da je $SISRE_{orb} = 1\text{m}$ (*Spits, 2011*).

Za proračun uticaja nemodelovanih grešaka orbite satelita na ocjene koordinata stanice na kojoj se nalazi GPS prijemnik, koristi se praktično pravilo na osnovu koga se može izračunati prosječna greška dužine bazne linije nastala usljed pomenutih grešaka (na osnovu *Seeber (2003)*):

$$dl \approx \frac{l}{h_s} dO, \quad (3.1.2)$$

pri čemu su l , h_s i dO , redom, *približna dužina bazne linije*, *približna udaljenost satelita od prijemnika na Zemlji* i *preciznost položaja satelita*. Tako, ako je $dO = 25\text{mm}$, što odgovara standardnoj grešci orbite satelita koju obezbjeđuju precizne (*IGS Final Product*) efemeride, onda, uz $h_s \approx 20200\text{km}$, dobijamo da dl približno iznosi 1 ppb (part per billion). Na primjer, za jednu baznu liniju dužine 100 km imamo vrijednost te greške od 0.1 mm, dok za baznu liniju dužine 1000 km ta vrijednost iznosi oko 1 mm.

3.1.2 Greška časovnika satelita

Ova greška nastaje zbog nemogućnosti atomskih oscilatora u satelitima da održavaju GPS referentno vrijeme. Modelska jednačina ukupne greške časovnika za satelit i je sljedeća (*van Dierendonck et al, 1978; Grewal et al, 2013*):

$$dt^{s,i} = a_{0,i} + a_{1,i}(t - t_{ref,c}) + a_{2,i}(t - t_{ref,c})^2, \quad (3.1.3)$$

pri čemu su zastupljene sljedeće oznake:

$dt^{s,i}$: odstupanje časovnika satelita i od GPS referentnog vremena

t : epoha u referentnom GPS sistemu vremena za koju se računa greška

$t_{ref,c}$: referentna epoha koja odgovara referentnom položaju satelita

$a_{0,i}$: koeficijent koji reprezentuje odstupanje vremena

$a_{1,i}$: koeficijent koji se odnosi na brzinu časovnika

$a_{2,i}$: koeficijent koji se odnosi na ubrzanje časovnika.

Koeficijenti polinoma iz (3.1.3) računaju se u sistemu GPS vremena, a na osnovu podataka praćenja satelita koji se obrađuju u glavnoj stanici kontrolnog GPS segmenta. Zatim se šalju satelitima, kako bi odatle, u okviru navigacione poruke, uz ostale podatke, bili emitovani korisnicima u čijim se prijemnicima vrši korekcija.

Pri računanju greške (3.1.3), umjesto t , koristi se t_i^s , tj. vrijeme emitovanja signala očitano na časovniku satelita, što ima zanemarljiv negativan uticaj na računanje greške. Kod preciznog GPS pozicioniranja nije dovoljno koristiti korekciju na osnovu formule (3.1.3), iz razloga što poslije primjene iste preostaje jedan rezidualni dio greške satelitskog časovnika. Ovaj rezidualni dio, a zavisno od tipa satelita i starosti emitovanih podataka, uzrokuje grešku mjerenog rastojanja u rasponu 0.3-4 m (*Conley et al, 2006*). Zato se upotrebljavaju precizni parametri u naknadnoj obradi podataka. Najprecizniji parametri se odnose na *IGS Final Product*, a standardna greška istih, dobijenih na osnovu podataka prikupljenih sa intervalom registracije od 30 s, iznosi ~ 75 ps (<https://igsb.jpl.nasa.gov/components/prods.html>).

3.1.3 Ekscentricitet i varijacije faznog centra antene satelita

Elektronski fazni centar satelitske antene, SAPC (Satellite Antenna Phase Center), definiše se kao tačka sa koje se emituje satelitski signal. Dakle, emitujuće (broadcast) efemeride vezuju se za ovu tačku. Međutim, u preciznom GPS pozicioniranju koriste se IGS precizne efemeride, koje se ocjenjuju korišćenjem dinamičkog modeliranja, pa se dobijaju u odnosu na centar mase satelita, SCoM (Satellite Center of Mass).

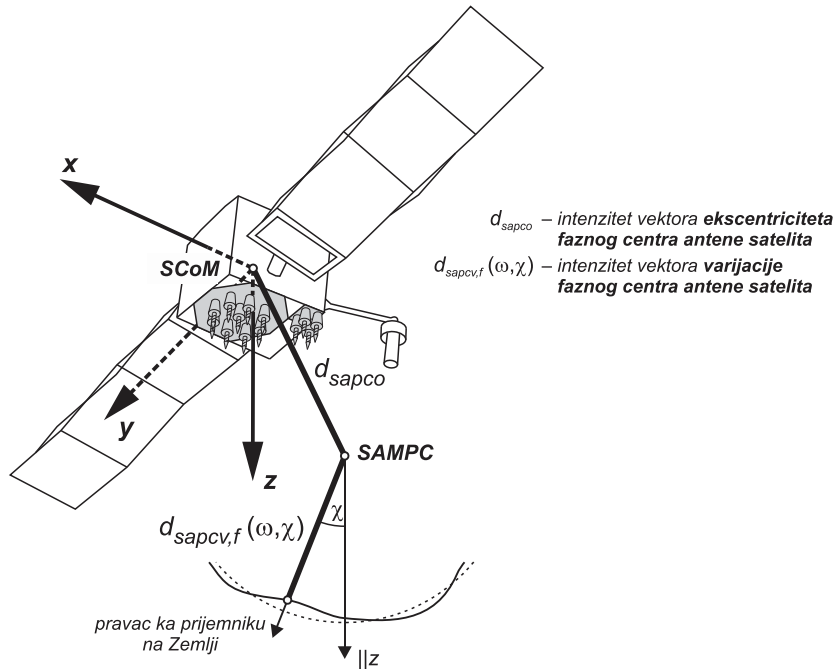
Kako bi primjena pomenutih preciznih efemerida bila adekvatna, od značaja je posmatrati položaj SAPC u odnosu na SCoM. U tu svrhu, uvodi se pojam ekscentriciteta, SAPCO (Satellite Antenna Phase Center Offset), i varijacije faznog centra, SAPCV (Satellite Antenna Phase Center Variation).

U praksi, položaj SAPC je promjenljiv i svaki emitovani signal ima svoj SAPC. Iz tog razloga se, kao referentni, uvodi srednji položaj elektronskog faznog centra, SAMPC (Satellite Antenna Mean Phase Center), u odnosu na koji se posmatra ovaj problem. U tom smislu, SAPCO predstavlja nepoklapanje SAMPC sa SCoM, dok se SAPCV odnosi na odstupanje individualnog SAPC od SAMPC (Slika 3.1.2).

SAPCO se uobičajeno opisuje u Descartes-ovom koordinatnom sistemu xyz , koji je svojim početkom vezan za SCoM, a koristi se i za izražavanje uticaja solarne radijacije (*Leick, 2004*). Ovaj koordinatni sistem je uspostavljen tako da je z -osa, u toku kretanja

satelita, uvijek usmjerena ka centru Zemlje, pravac y -ose odgovara nominalnoj osi rotacije solarnih panela satelita u cilju zauzimanja položaja ortogonalnog na pravac Sunčevih zraka (radi obezbjeđenja maksimalnog snabdijevanja solarnom energijom), dok je x -osa usmjerena ka hemisferi u kojoj je Sunce i dopunjava sistem desne orijentacije (*Lichten and Border, 1987; Hugentobler et al, 2001*) (slika 3.1.2).

Sa e_x , e_y i e_z označimo odgovarajuće jedinične vektore. Sa e_\odot označimo jedinični vektor koji odgovara osi koja je od SCoM usmjerena ka Suncu, a pod uglom ξ u odnosu na z -osu. Tako, u koordinatnom sistemu xyz imamo da je $e_\odot = (\sin \xi, 0, \cos \xi)$



Slika 3.1.2 – Vektori ekscentriciteta i varijacije faznog centra antene satelita

Ako sa $\mathbf{r}^{s,SCoM}$ i \mathbf{r}_\odot , redom, označimo vektore geocentričnog položaja SCoM i Sunca, tada će biti (*Xu, 2007*):

$$\mathbf{e}_z = -\frac{\mathbf{r}^{s,SCoM}}{|\mathbf{r}^{s,SCoM}|}, \quad \mathbf{e}_y = \frac{\mathbf{e}_z \times \mathbf{e}_\odot}{|\mathbf{e}_z \times \mathbf{e}_\odot|} \quad (\text{sa } \mathbf{e}_\odot = \frac{\mathbf{r}_\odot - \mathbf{r}^{s,SCoM}}{|\mathbf{r}_\odot - \mathbf{r}^{s,SCoM}|}) \quad \text{i} \quad \mathbf{e}_x = \mathbf{e}_y \times \mathbf{e}_z. \quad (3.1.4)$$

Uvođenjem geocentričnih koordinata imamo:

$$\mathbf{r}^{s,SCoM} = (X^s \ Y^s \ Z^s)^T \quad \text{i} \quad \mathbf{r}_\odot = (X_\odot \ Y_\odot \ Z_\odot)^T, \quad (3.1.5)$$

što uvrštavanjem u prve dvije jednakosti iz (3.1.4), poslije kraćeg sređivanja, daje:

$$\mathbf{e}_z = -\frac{1}{r^s} \begin{pmatrix} X^s \\ Y^s \\ Z^s \end{pmatrix}, \quad (3.1.6)$$

$$\mathbf{e}_y = \frac{1}{S\rho_s^\ominus r^s} \begin{pmatrix} Z^s Y_\ominus - Y^s Z_\ominus \\ X^s Z_\ominus - Z^s X_\ominus \\ Y^s X_\ominus - X^s Y_\ominus \end{pmatrix}, \quad \text{sa} \quad \mathbf{e}_\ominus = \frac{1}{\rho_s^\ominus} \begin{pmatrix} X_\ominus - X^s \\ Y_\ominus - Y^s \\ Z_\ominus - Z^s \end{pmatrix}, \quad (3.1.7)$$

$$\mathbf{e}_x = \frac{1}{S\rho_s^\ominus (r^s)^2} \begin{pmatrix} (Y^s X_\ominus - X^s Y_\ominus)Y^s - (X^s Z_\ominus - Z^s X_\ominus)Z^s \\ (Z^s Y_\ominus - Y^s Z_\ominus)Z^s - (Y^s X_\ominus - X^s Y_\ominus)X^s \\ (X^s Z_\ominus - Z^s X_\ominus)X^s - (Z^s Y_\ominus - Y^s Z_\ominus)Y^s \end{pmatrix}, \quad (3.1.8)$$

gdje su:

$$r^s = \sqrt{(X^s)^2 + (Y^s)^2 + (Z^s)^2}, \quad (3.1.9)$$

$$\rho_s^\ominus = \sqrt{(X_\ominus - X^s)^2 + (Y_\ominus - Y^s)^2 + (Z_\ominus - Z^s)^2}, \quad (3.1.10)$$

$$S = \sqrt{(Z^s Y_\ominus - Y^s Z_\ominus)^2 + (X^s Z_\ominus - Z^s X_\ominus)^2 + (Y^s X_\ominus - X^s Y_\ominus)^2}. \quad (3.1.11)$$

Ako se za individualni satelit SAPCO definiše preko uređene trojke $(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$, tada pomoću vektora iz (3.1.6-8) možemo definisati **vektor geocentričnog položaja SAPC-a** kao:

$$\mathbf{r}^{s,\text{SAPC}} = \mathbf{r}^{s,\text{SCoM}} + \mathbf{d}_{s,\text{SCoM}}^{s,\text{SAPC}} = \mathbf{r}^{s,\text{SCoM}} + \Delta x \cdot \mathbf{e}_x + \Delta y \cdot \mathbf{e}_y + \Delta z \cdot \mathbf{e}_z. \quad (3.1.12)$$

Označimo sa ω azimut pod kojim se sa satelita vidi posmatrana GPS stanica, a koji se računa kao uglovno rastojanje pozitivnog dijela y -ose od projekcije na ravan xy pravca ka prijemniku na Zemlji, i to u smjeru kazaljke na satu, kada se gleda u pozitivnom smjeru z -ose. Pored toga, neka je χ nadirni ugao, tj. ugao pod kojim se prijemnik vidi sa satelita, a računajući od pozitivnog dijela z -ose (slika 3.1.2).

Za frekvenciju signala f , **ukupni uticaj ekscentriciteta i varijacije faznog centra antene satelita** računa se kao (Dach et al, 2015):

$$d_{\text{sapc},f} = d_{\text{sapco}} + d_{\text{sapcv},f}(\omega, \chi), \quad (3.1.13)$$

pri čemu d_{sapco} i $d_{\text{sapcv},f}(\omega, \chi)$, redom, predstavljaju **uticaj ekscentriciteta** i **uticaj varijacije faznog centra antene satelita**, a dobijaju se na analogan način kao i uticaji istog tipa koji se odnose na fazni centar antene prijemnika (vidi poglavlje 3.3.3).

Nadirni ugao χ i zenitno odstojanje z , pod kojim se satelit vidi sa prijemnika koji se nalazi na Zemlji, međusobno su povezani jednakošću (*Schmid and Rothacher, 2003*):

$$\sin \chi = \frac{R_E}{r^s} \sin z, \text{ sa } \chi_{\max} = \arcsin \left(\frac{R_{E,\max}}{r_{\min}^s} \sin z_{\max} \right) \approx 14.28^\circ, \quad (3.1.14)$$

gdje je R_E radijus Zemlje ($R_{E,\max} \approx 6387 \text{ km}$), a r^s je geocentrično rastojanje satelita koje je uvedeno u (3.1.9), pri čemu r_{\min}^s egzistira za satelite blizu perigeumu u orbiti sa relativno visokim ekscentricitetom ($e_{\max} \approx 0.025$).

Počev od 5.novembra 2006.godine (GPS Week 1400), IGS konvencija je počela da primjenjuje *apsolutni model faznog centra igs05.atx*, koji je uključio Δz komponente ekscentriciteta, različite od satelita do satelita, sa tačnošću od nekoliko centimetara i SAPCV vrijednosti, zavisne od nadirnog ugla, koje variraju između pojedinih blokova satelita, a imaju preciznost na submilimetarskom nivou (*Schmid et al, 2007*). Vrijednosti SAPCV pojedinačnih satelita istog blokovskog tipa su približne, dok su velike razlike, koje dostižu, čak, i do 70 cm, prisutne kod Δz vrijednosti između satelita Block II/IIA. Inače, kod GPS satelita, vrijednosti Δz variraju između 0.5 i 2.65 m, a SAPCV vrijednosti dostižu oko 1 cm (*Karabatić, 2011*). Što se tiče Δx i Δy komponenti ekscentriciteta, vrijednosti specifične za satelite pojedinačnog blokovskog tipa, obezbijedene su od strane proizvođača i, kao takve, integrisane u igs05. Treba pomenuti da je 29.januara 2017.godine (GPSWeek 1934) IGS uspostavila novi referentni okvir, pod nazivom IGS14, baziran na najnovijem međunarodnom, ITRF2014 (*Altamimi et al, 2017*), od kada se primjenjuje i *apsolutni model faznog centra igs14.atx*.

Kod preciznog apsolutnog pozicioniranja, zanemarivanje uticaja SAPCO može uzrokovati sistematske greške od nekoliko centimetara u horizontalnoj komponenti, a do 10 cm u vertikalnoj komponenti položaja tačke, dok neuzimanje u obzir uticaja SAPCV dovodi do maksimalne greške od 1 mm u vertikalnoj komponenti (*Heßelbarth, 2009*). Kod preciznog relativnog pozicioniranja, međutim, uticaj SAPCO se eliminiše (*Witchayangkoon, 2000*), dok se uticaj SAPCV svodi na zanemarljivu vrijednost.

3.1.4 Fazni "wind-up" efekat

U cilju uspostavljanja položaja solarnih panela takvog da oni, radi njihovog maksimalnog snabdijevanja solarnom energijom, uvijek budu okrenuti ka Suncu, GPS

satelit u svojoj orbiti još i rotira oko z -ose Descartes-ovog koordinatnog sistema koji je za njega fiksiran (vidi poglavlje 3.1.3), pri čemu ova osa stalno ostaje usmjerena ka centru Zemlje. Ovakvo kretanje satelita dovodi do spiralnog kretanja električnog polja na putu od antene istog do antene prijemnika, za koju se ovdje smatra da je statična na površini Zemlje. Dakle, umjesto linearno polarizovanog, pojavljuje se cirkularno polarizovani, tačnije, desno cirkularno polarizovani (Right-Hand Circularly Polarized) signal, a sam efekat je poznat pod nazivom *phase "wind-up"*, ili kao *phase "wrap-up"*. Pomenuti efekat, zbog prirode mjerenih veličina, nema uticaja na kodne, već samo na fazne pseudodužine, a u prisustvu istog može doći do promjene faze i do jednog ciklusa, tj. do promjene mjerene dužine između satelita i prijemnika do jedne cijele talasne dužine signala. Taj slučaj bi odgovarao jednoj punoj rotaciji antene satelita.

Popravka faze za "wind-up" efekat (u radijanima) **u k -toj epohi** iznosi (Wu et al, 1993; Rao et al, 2013):

$$\Delta\vartheta(t_k) = 2\pi N_{\vartheta}(t_k) + \vartheta_f(t_k), \quad k \in \{0, 1, 2, \dots, n\}, \quad (3.1.15)$$

tj.

$$d_{p_{wu,f}}(t_k) = \lambda_f \cdot \Delta\vartheta(t_k) = \lambda_f \cdot [2\pi N_{\vartheta}(t_k) + \vartheta_f(t_k)], \quad k \in \{0, 1, 2, \dots, n\}, \quad (3.1.16)$$

izraženo u metrima, gdje je λ_f *talasna dužina nosača* (L1 ili L2), a $N_{\vartheta}(t_k)$ i $\vartheta_f(t_k)$ su, redom, *cjelobrojni i frakcioni dio popravke*, koji se računaju kao:

$$\vartheta_f(t_k) = \text{sign}(\mathbf{k}(t_k) \cdot (\mathbf{D}^s(t_k) \times \mathbf{D}_r(t_k))) \cdot \arccos \frac{\mathbf{D}^s(t_k) \cdot \mathbf{D}_r(t_k)}{|\mathbf{D}^s(t_k)| \cdot |\mathbf{D}_r(t_k)|}, \quad (3.1.17)$$

$$N_{\vartheta}(t_{k+1}) = \text{nint} \left[\frac{\Delta\vartheta(t_k) - \vartheta_f(t_{k+1})}{2\pi} \right], \text{ sa inicijalnim } N_{\vartheta}(t_0) = 0, \quad (3.1.18)$$

pri čemu se oznake $\mathbf{D}^s(t_k)$ i $\mathbf{D}_r(t_k)$ odnose na *vektore efektivnog dipola za satelit i prijemnik*, respektivno, a isti se računaju na sljedeći način:

$$\mathbf{D}^s(t_k) = \mathbf{e}_x(t_k) - \mathbf{k}(t_k)(\mathbf{k}(t_k) \cdot \mathbf{e}_x(t_k)) - \mathbf{k}(t_k) \times \mathbf{e}_y(t_k), \quad (3.1.19)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_r(t_k) &= \mathbf{e}_n - \mathbf{u}(t_k)(\mathbf{u}(t_k) \cdot \mathbf{e}_n) - \mathbf{u}(t_k) \times \mathbf{e}_w \\ &= \mathbf{e}_n - \mathbf{k}(t_k)(\mathbf{k}(t_k) \cdot \mathbf{e}_n) + \mathbf{k}(t_k) \times \mathbf{e}_w, \end{aligned} \quad (3.1.20)$$

gdje su $\mathbf{e}_x(t_k)$ i $\mathbf{e}_y(t_k)$, redom, jedinični vektori iz (3.1.8) i (3.1.7), dalje, \mathbf{e}_n i \mathbf{e}_w su jedinični vektori koordinatnih osa lokalnog koordinatnog sistema (desne orijentacije) prijemnika u smjeru sjevera i zapada, respektivno (podrazumijevano nepromjenljivi u

vremenu zbog statičnosti prijemnika), dok su $\mathbf{k}(t_k)$ i $\mathbf{u}(t_k)$ jedinični vektori, od kojih je prvi usmjeren od antene satelita ka anteni prijemnika, a drugi suprotno usmjeren u odnosu na prvi, tj. $\mathbf{k}(t_k) = -\mathbf{u}(t_k)$.

Kada je u pitanju relativno GPS pozicioniranje uz, uobičajeno, korišćenje dvostrukih faznih razlika, greška koju proizvodi wind-up efekat se suštinski eliminiše, čak i kod baznih linija čiji vektori imaju dužinu i po nekoliko stotina kilometara (*Bisnath, 2007*), a pokazalo se da kod baznih linija dužine 4000 km, na frekvenciji koja odgovara nosaču L1, ova greška može dostići vrijednost i do 4 cm (*Wu et al, 1993*).

3.1.5 Kašnjenje signala pri prolasku kroz hardver satelita

Kašnjenje GPS signala zbog prolaska kroz hardware satelita predstavlja vrijeme za koje signal pređe put od generatora, gdje nastaje, do faznog centra antene satelita, odakle se emituje ka prijemniku korisnika. U satelitu, ni unutar iste noseće frekvencije, kao ni između različitih frekvencija, signali nijesu sinhronizovani, a to se dešava usljed različitih digitalnih i analognih putanja tih signala.

Vremensko odstupanje između L1 i L2 P(Y) kodnih signala nije od značaja za korisnike dvofrekventnih prijemnika, jer emitujuće korekcije za časovnike kompenzuju pomenuto odstupanje pod pretpostavkom da korisnici kombinuju mjerenja pseudodužina na L1 i L2 frekvenciji koristeći LC3 (iono-free) kombinacije istih (glava 4, poglavlje 4.1.1.4). Međutim, korisnici jednofrekventnih (L1 ili L2) prijemnika moraju koristiti emitujuću korekciju, koja se odnosi na *grupno kašnjenje odašiljača* (transmitter group delay), čije vrijednosti ocjenjuje i obezbjeđuje JPL (Jet Propulsion Laboratory). S druge strane, korisnici C/A koda imaju dodatno odstupanje emitujućih signala koje moraju uzeti u obzir, a radi se o odstupanju između C/A i P(Y) L1 kodnih signala (*Conley et al, 2006*). Pretpostavimo da dva prijemnika opažaju isti satelit u trenucima koji su jednaki. Tada je (iako su, uopšte uzev, usljed različite udaljenosti ovih prijemnika od pomenutog satelita, odnosni signali na osnovu kojih se vrše pomenuta opažanja emitovani u neznatno različitim trenucima), zbog visoke stabilnosti atomskih oscilatora u satelitu, razumno pretpostaviti da su greške časovnika satelita i odnosna kašnjenja signala zbog prolaska kroz hardware satelita, pri ta dva blisko-simultana emitovanja, jednaki (*Leick, 2004*). Ovo implicira konstataciju da se pomenute greške časovnika satelita, kao i uticaj kašnjenja u potpunosti eliminišu, već u prostim razlikama kodnih i faznih pseudodužina (glava 4, poglavlje 4.1.1.1). O fenomenu kašnjenja signala pri prolasku kroz hardware

satelita pisalo je više autora (*Yinger et al, 1999; Schaer, 2000; Ray and Senior, 2005; Collins et al, 2005; Leandro et al, 2007; Holaschutz et al, 2008*).

3.2 Uticaji na prostiranje satelitskog signala kroz atmosferu

3.2.1 Jonosferska refrakcija

Jonosfera je gornji sloj Zemljine atmosfere koji se prostire od oko 60 km do preko 2000 km iznad Zemlje. Zbog svojih parcijalno jonizovanih gasova, ona ima veoma veliki uticaj na globalno električno kolo, Zemljino magnetno polje, kao i na prostiranje elektromagnetnih talasa (*Kelley, 2009*). Zbog različitosti fizičkih karakteristika i hemijskih procesa koji su u osnovi formiranja jonosfere na različitim visinama, ista je podijeljena na tri različita regiona jonizacije, imenovana kao D, E i F, gledano odozdo na gore. U F regionu, zbog niskog pritiska, elektroni i joni se sporo rekombinuju, a primjećuje se da se efekat solarne radijacije razvija sporije i dostiže vrhunac poslije podne. U toku perioda između izlaska i zalaska Sunca, od F regiona se formiraju dva regiona, F1 (donji) i F2 (gornji). Region F2 je sa najvišom gustinom elektrona od svih nabrojanih regiona, pa je zato i najuticajniji na prostiranje GPS signala.

Prije razmatranja fenomena produkcije elektrona u jonosferi, potrebno je razumjeti osnove teorije fotojonizacije u atmosferi. Opšta formula za računanje brzine jonizacije, kao funkcija visine i solarnog zenitnog ugla, izvodi se na osnovu *Chapman-ove funkcije* (*Rishbeth and Garriott, 1969; Davies, 1990*). Iako su Chapman-ovi rezultati bazirani na mnoštvu pretpostavki i pojednostavljenja, njegova teorija obuhvata osnove problematike, pa se, stoga, može koristiti kao referentna (*Tascione, 1988*). Kao najjednostavniji slučaj, razmatra se stvaranje jonskih parova (jon i elektron) pod uticajem monohromatskog snopa paralelnih solarnih zraka koji jonizuju horizontalno raslojenu atmosferu koju čini jednokomponentni izotermni gas. U tu svrhu, najčešće se koristi *normalizovani oblik Chapman-ove funkcije* (*Hunsucker and Hargreaves, 2003*):

$$q(h, \chi) = q_{\max,0} e^{(1-z-\sec \chi e^{-z})}, \quad (3.2.1)$$

gdje je q brzina jonizacije u zavisnosti od posmatrane visine h i zenitnog odstojanja Sunca χ , pri čemu je $q_{\max,0}$ maksimalna brzina jonizacije, koja je prisutna kada se Sunce nalazi u zenitu ($\chi = 0$), a z je normalizovana visina. Naime, imamo da je:

$$q_{\max,0} = \frac{\eta \phi_{\infty, \text{photon}}}{\Delta h e} \quad \text{i} \quad z = \frac{h - h_{\max,0}}{\Delta h}, \quad \text{sa} \quad \Delta h = \frac{RT}{Mg}. \quad (3.2.2)$$

U prethodnim jednakostima, h_{\max}^0 predstavlja visinu pri maksimalnoj brzini jonizacije, η predstavlja efikasnost jonizacije, koja se odnosi se na broj jonskih parova stvorenih po jednom apsorbovanom fotonu, $\phi_{\infty, \text{photon}}$ je gustina solarnog fluksa izvan atmosfere, e osnova prirodne eksponencijalne funkcije (Euler-ov broj ili Napier-ova konstanta), a Δh je tzv. visinska skala atmosfere, izražena preko univerzalne gasne konstante R , prosječne temperature atmosfere T , prosječne molarne mase čestica atmosfere M i ubrzanja sile Zemljine teže g .

Promjenljivost jonizovane materije u jedinici zapremine opisuje se tzv. *jednačinom kontinuiteta*, koja sadrži tri osnovna fotohemijska procesa: stvaranje, nestajanje i prenos jona i elektrona. Ako zanemarimo proces prenosa, pomenuta jednačina se svodi na ([Böhm et al, 2013](#)):

$$\frac{dN_e}{dt} = q - aN_e^{1/\alpha}, \quad (3.2.3)$$

pri čemu je N_e gustina elektrona, t vrijeme, a srednji koeficijent rekombinacije za molekularne jone, dok je α konstanta koja zavisi od jonosferske visine. Treba napomenuti da jednačina (3.2.3) ne važi u višim slojevima jonosfere, gdje je gustina elektrona niža.

Uzimajući u obzir jednakosti (3.2.1) i (3.2.3), uz uslov fotohemijske ravnoteže, kada je zastupljeno $dN_e / dt = 0$, dobija se **gustina elektrona** kao:

$$N_e(h, \chi) = N_{e;\max,0} e^{\alpha(1-z-\sec \chi e^{-z})}, \quad \text{sa} \quad N_{e;\max,0} = \left(\frac{q_{\max,0}}{a} \right)^\alpha, \quad (3.2.4)$$

gdje $N_{e;\max,0}$ predstavlja maksimalnu gustinu elektrona pri $\chi = 0$.

Prostiranje GPS signala kroz jonosferu zavisi od frekvencije istih. U cilju kvantifikovanja efekata koji prate to prostiranje, potrebno je uvesti indeks refrakcije u jonosferi. Poznato je da postoje fazni, n_{ph} , i grupni indeks refrakcije, n_{gr} , koji se, respektivno, odnose na fazna i kodna GPS mjerenja, kao i to da su isti međusobno povezani sljedećom aproksimativnom jednakošću ([Hofmann-Wellenhof et al, 2008](#)):

$$n_{gr} = n_{ph} + f \frac{dn_{ph}}{df}. \quad (3.2.5)$$

Fazni indeks refrakcije za električno neutralnu jonosferu sa uniformnim magnetnim poljem, uz zanemarivanje uticaja pozitivnih jona na signale, predstavlja se *kompleksnom Appleton-Hartee* (ili *Appleton-Lassen*) *formulom* (Budden, 1961; Davies, 1990). Ne uzimajući u obzir efekte usljed sudara elektrona, pomenuta formula dobija uprošćeniji oblik (Giraud and Petit, 1978):

$$n_{ph}^2 = 1 - \frac{X}{1 - \frac{Y^2 \sin^2 \theta}{2(1-X)} \pm \left(\frac{Y^4 \sin^4 \theta}{4(1-X)^2} + Y^2 \cos^2 \theta \right)^{1/2}}, \quad (3.2.6)$$

gdje je θ ugao između vektora magnetnog polja \mathbf{B}_0 (intenziteta B_0) i vektora nosača, dok su:

$$X = \omega_0^2 / \omega^2 \quad \text{i} \quad Y = \omega_H / \omega, \quad (3.2.7)$$

pri čemu su $\omega = 2\pi f$, $\omega_0 = 2\pi f_0 = [N_e q_e^2 / (\varepsilon_0 m_e)]^{1/2}$ i $\omega_H = 2\pi f_H = B_0 |q_e| / m_e$, gdje su ω , ω_0 i ω_H , respektivno, kružna frekvencija signala, kružna elektronska plazmena frekvencija i kružna žiro-frekvencija elektrona, sa odnosnim frekvencijama f , f_0 i f_H , respektivno, a N_e , q_e , m_e i ε_0 , po redu, označavaju (ranije uvedenu) gustinu elektrona, naelektrisanje jednog elektrona, masu jednog elektrona i permitivnost slobodnog prostora.

Ukoliko pretpostavimo da je ugao θ mali, tj. da je vektor magnetnog polja približno paralelan sa prostiranjem signala, tada je $\sin \theta \approx 0$, pa ćemo imati jednu kvazi-longitudinalnu aproksimaciju, kada (3.2.6) postaje:

$$n_{ph}^2 = 1 - X(1 \pm |Y \cos \theta|)^{-1}, \quad (3.2.8)$$

sa $\pm |Y \cos \theta| \rightarrow 0$, zbog čega se za izraz u zagradi može koristiti aproksimacija (Anđić, 2009):

$$(1+x)^\alpha \approx 1 + \alpha x + \frac{\alpha(\alpha-1)x^2}{2!} + \dots + \frac{\alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-n+1)x^n}{n!}, \quad (3.2.9)$$

pri čemu je $x = \pm |Y \cos \theta|$ i $\alpha = -1$, poslije čega se, uz zadržavanje samo članova do reda f^{-4} , na osnovu (3.2.8), može usvojiti:

$$n_{ph} = (1 - X \mp XY \cos \theta - XY^2 \cos^2 \theta)^{1/2}, \quad (3.2.10)$$

a onda, zbog $-X \mp XY \cos \theta - XY^2 \cos^2 \theta \rightarrow 0$, ponovnom primjenom (3.2.9), uz zadržavanje članova istog reda kao u prethodnoj aproksimaciji, imamo:

$$n_{ph} = 1 - \frac{1}{2} X \mp \frac{1}{2} XY \cos \theta - \frac{1}{8} X^2. \quad (3.2.11)$$

Kombinovanjem (3.2.7) sa (3.2.11), dobija se:

$$n_{ph} = 1 - \left(\frac{q_e^2}{8\pi^2 \varepsilon_0 m_e} \right) \frac{N_e}{f^2} \mp \left(\frac{|q_e^3 B_0 \cos \theta|}{16\pi^3 \varepsilon_0 m_e^2} \right) \frac{N_e}{f^3} - \left(\frac{q_e^4}{128\pi^4 \varepsilon_0^2 m_e^2} \right) \frac{N_e^2}{f^4}. \quad (3.2.12)$$

Ako zadržimo samo prva dva člana i uzmemo u obzir vrijednosti konstanti koje figurišu u drugom, biće:

$$n_{ph} = 1 - 40.309_{[m^3/s^2]} \frac{N_e}{f^2}. \quad (3.2.13)$$

Diferenciranjem (3.2.13), a onda zamjenom u (3.2.5), dobija se:

$$n_{gr} = 1 + 40.309_{[m^3/s^2]} \frac{N_e}{f^2}. \quad (3.2.14)$$

Greška mjerene dužine koja se pojavljuje usljed jonosferske refrakcije, dobija se integracijom, pri čemu se formira razlika integrala duž krivolinijske putanje s_I , koju slijedi signal kroz jonosferu i integrala duž korespodentne pravolinijske putanje s'_I (između istih krajnjih tačaka). Tako, **uticaji jonosferske refrakcije kod kodnih i faznih mjerenja na frekvenciji f** su, respektivno, sljedeći:

$$d_{iono,P} = \int_{s_I} n_{gr}(s_I) ds_I - \int_{s'_I} ds'_I = \frac{40.309}{f^2} \int_{s_I} N_e(s_I) ds_I + \underbrace{\int_{s_I} ds_I - \int_{s'_I} ds'_I}_{\text{efekat zakrivljenosti}} \quad (3.2.15)$$

$$d_{iono,\Phi} = \int_{s_I} n_{ph}(s_I) ds_I - \int_{s'_I} ds'_I = -\frac{40.309}{f^2} \int_{s_I} N_e(s_I) ds_I + \underbrace{\int_{s_I} ds_I - \int_{s'_I} ds'_I}_{\text{efekat zakrivljenosti}}, \quad (3.2.16)$$

koje se, zanemarivanjem efekta zakrivljenosti, svode na:

$$d_{iono,P} = \frac{40.309}{f^2} \int_{s_I} N_e(s_I) ds_I, \quad (3.2.17)$$

$$d_{iono,\Phi} = -\frac{40.309}{f^2} \int_{s_I} N_e(s_I) ds_I = -d_{iono,P}. \quad (3.2.18)$$

Za integral duž putanje signala, koji figuriše u (3.2.17) i (3.2.18), uvodi se oznaka **STEC** (*Slant Total Electron Content*), koja označava **totalni elektronski sadržaj**, koji se izražava u jedinicama TECU (Total Electron Content Unit), pri čemu je 1 TECU iznosi 10^{16} electrons/m². Tako je:

$$STEC = \int_{s_I} N_e(s_I) ds_I, \quad (3.2.19)$$

gdje je $N_e(s_I)$ gustina elektrona duž putanje signala.

Međutim, pošto je **STEC** kvantitet koji je zavistan od oblika putanje signala na njegovom putu kroz jonosferu, od značaja je uvesti **VTEC** (*Vertical Total Electron Content*), koji, ustvari, predstavlja **STEC** redukovan na vertikalu u tački prolaska kroz jonosferu, i koji je nezavistan od elevacije putanje signala.

Odnos veličina **VTEC** i **STEC**, kao i parametrizacija **VTEC**, razmatra se, u kraćim crtama, u nastavku.

Jonosferski model i redukcione funkcije

Kao model jonosfere, uobičajeno se koristi **SLM** (**Single-Layer Model**), koji je, još, poznat kao **TSM** (**Thin-Shell Model**). Isti je zasnovan na pretpostavci da se svi slobodni elektroni nalaze u jednom sloju (ljusci) beskonačno male debljine, koji se nalazi na visini H . Obično se uzima da je H jednako 350, 400 ili 450 km, kako bi aproksimativno odgovaralo visini na kojoj je zastupljena maksimalna gustina elektrona. Pomenuti model je ilustrovan na slici 3.2.1.

Odnos vrijednosti **STEC** i **VTEC**, a u zavisnosti od zenitnog odstojanja satelita na poziciji prijemnika, ζ , definiše se posredstvom *redukcione funkcije*, koja se uvodi kao:

$$F(\zeta) = \frac{STEC(\zeta)}{VTEC}, \text{ sa } VTEC = STEC(0), \quad (3.2.20)$$

pri čemu je na osnovu [Schaer \(1999\)](#), a uzimajući, još, u obzir odnose sa slike 3.2.1, zastupljeno:

$$F(\zeta) = \sec \zeta', \text{ sa } \frac{R_E}{\sin \zeta'} = \frac{R_E + H}{\sin \zeta}, \quad (3.2.21)$$

gdje, pored već uvedenih oznaka, R_E označava srednju vrijednost poluprečnika Zemlje, dok ζ' predstavlja zenitno odstojanje satelita u tački proboja jonosfere, **IPP** (*Ionospheric Pierce Point*).

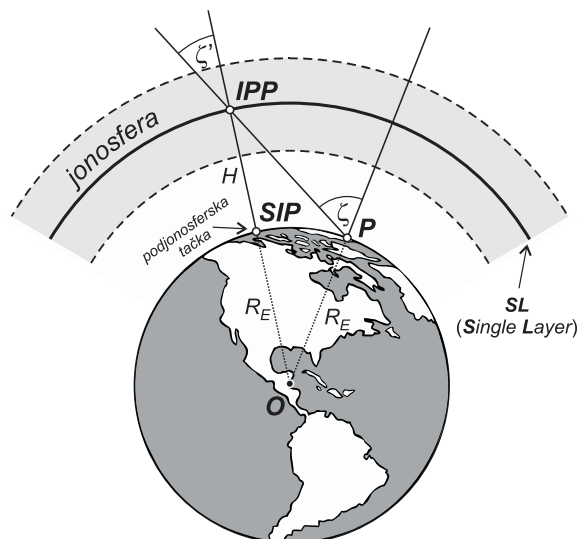
Kombinacijom dvije jednakosti iz (3.2.21), uz upotrebu poznatih trigonometrijskih identiteta, dobija se konačni oblik **SLM redukcione funkcije** kao:

$$F(\zeta) = \left[1 - \left(\frac{R_E}{R_E + H} \sin \zeta \right)^2 \right]^{-1/2} \quad (3.2.22)$$

Sa druge strane, **redukciona funkcija Chapman-ovog profila** formuliše se kao:

$$F(\zeta, \chi) = \frac{STEC(\zeta, \chi)}{VTEC(\chi)}, \text{ sa } STEC(\zeta, \chi) = \int_0^\infty N_e(h, \chi) \sec \zeta'(h) dh, \quad (3.2.23)$$

pri čemu $\zeta'(h)$ označava zenitno odstojanje satelita, sada izraženo u funkciji posmatrane visine h , a može se izračunati primjenom druge jednakosti iz (3.2.21), gdje će H zamijeniti h .



Slika 3.2.1 – Jednoslojni model jonosfere (SLM)

Za računanje vrijednosti za $STEC(\zeta, \chi)$, može se koristiti numerička integracija uz upotrebu kvadraturnih formula Gauss-ovog tipa, što je veoma moćan matematički aparat, koji obezbjeđuje visoko precizne rezultate ([Beutler, 1998](#)).

Još oblika redukcionih funkcija, koje se ovdje ne prikazuju, može se pronaći, npr. kod [Schaer \(1999\)](#), koji se bavio upoređivanjem rezultata dobijenih upotrebom tih sa rezultatima dobijenim korišćenjem redukcionih funkcija (3.2.22) i (3.2.23). Predložio je i modifikovani oblik za funkciju (3.2.22), označivši je **MSLM (Modified Single-Layer Model) redukcionom funkcijom**, i pokazao da ista preciznije aproksimira referentnu redukcionu funkciju Chapman-ovog profila. Razlika između SLM i MSLM redukcionih

funkcija je u uvođenju heurističkog faktora bliskog jedinici kod druge po redu, koji multiplicira zenitno odstojanje ζ u funkciji (3.2.22).

Uzimajući u obzir (3.2.17) i (3.2.18), kao i (3.2.20), **model uticaja jonosferske refrakcije u pravcu prostiranja GPS signala**, uopšteno pišemo kao:

$$d_{iono,f} = \pm \frac{40.309}{f^2} F(\zeta) VTEC, \quad (3.2.24)$$

pri čemu se veličina $VTEC$ modeluje na različite načine, a više detalja vezano za neke od modela može se naći, na primjer, kod *Schaer (1999)*, *Yuan and Ou (2004)*, *Liu et al. (2008)*, *Nohutcu et al. (2010)*, *Karslıoğlu and Durmaz (2012)*, *Durmaz (2013)*.

Karakteristike i rezidualni uticaji jonosferske refrakcije

Jonosferska refrakcija proizvodi sistematsku grešku, a, kao što se iz (3.2.15) i (3.2.16) vidi, utiče na uvećanje mjenenog rastojanja u slučaju kodnih mjerenja, odnosno skraćenje istog kod faznih mjerenja. Poznato je da promjene TEC vrijednosti imaju dnevne, 27-dnevne, godišnje i 11-ogodišnje periode ponavljanja. Ipak, u nekim vremenskim serijama registrovanih TEC vrijednosti zapaženi su poludnevni, trodnevni, četvoromjesečni i polugodišnji periodi (*Asgari and Amiri-Simkooei, 2011*). Ove činjenice su od velike važnosti za stohastičko razmatranje jonosferskih uticaja na rezultate preciznog GPS pozicioniranja, posebno na ocjene koordinata.

Najveći dio, tj. jonosferski efekat prvog reda iz (3.2.13), odnosno (3.2.14), eliminiše se korišćenjem LC3 (Ionosphere-Free) kombinacija GPS mjerenja na obje frekvencije, L1 i L2. Isti čini oko 99.9% ukupnog jonosferskog uticaja (*Hernández-Pajares et al, 2011*). Tipično, greška mjenenog rastojanja pod ovim uticajem iznosi oko 5-15 m, no, u prisustvu ekstremnih solarnih aktivnosti, u podne i na nižim elevacijama satelita, ista može imati intenzitet, čak, veći i od 150 m (*El-Rabbany, 2006; Steigenberger, 2009*). Ipak, ostaje izvjesni nemodelovani dio jonosferskih uticaja, koji se mora uzeti u obzir kod preciznog GPS pozicioniranja. Taj dio se manifestuje kroz greške drugog i trećeg reda (potiče od posljednja dva člana jednakosti (3.2.12)). **Greška drugog reda se odnosi na uticaj geomagnetnog polja na indeks jonosferske refrakcije**, dok se **greška trećeg reda odnosi na jonosferski efekat savijanja zraka**, koji može izazvati značajne devijacije u putanji signala (usljed snažnih gradijenata gustine elektrona u jonosferi), takve da uticaj te greške, čak, može prevazići onaj koji proizvodi greška drugog reda (*Kim and Tinin, 2007*). **Odnosni rezidualni efekat**, koji ostaje u dvostrukim razlikama faznih GPS

mjerenja, *ima neregularno ponašanje u vremenu i ograničava tačnost preciznog GPS pozicioniranja.*

Zanemarivanje pomenutog rezidualnog uticaja može dovesti do narušavanja tačnosti GPS pozicioniranja, tj. do greške mjerenog rastojanja u iznosu od nekoliko centimetara, a u zavisnosti od elevacije satelita, azimuta, nivoa solarne aktivnosti i geomagnetnih i jonosferskih uslova (*Hoque and Jakowski, 2007, 2008b*). Tako, na primjer, pokazalo se da kašnjenje signala pod uticajem reziduala drugog reda može uzrokovati grešku mjerenog rastojanja od oko 4 cm za elevaciju satelita od 10°, dok greška koja se javlja usljed uticaja reziduala trećeg reda dostiže vrijednosti oko 1-4 mm (*Steigenberger, 2009*). Rezultati simulacije iz 1990-tih godina pokazali su da uticaj grešaka drugog i trećeg reda predstavlja manje od 1% uticaja greške prvog reda na frekvencijama GPS signala (*Datta-Barua et al, 2008*).

Rezidualni jonosferski efekti mogu se značajno redukovati prolongiranjem sesije.

Nekorektne ocjene TEC vrijednosti kao posljedicu imaju skraćenje dužine vektora bazne linije. Naime, ako se usvoji minimalna elevacija od 10°, na srednjim latitudama, greška ocjene TEC vrijednosti od 10 TECU dovodi do skraćenja dužine vektora bazne linije od 0.7 ppm (*Santerre, 1989*). Veličina ove greške zavisi od solarne aktivnosti i iznenadnih jonosferskih poremećaja, kao i od latitude mjesta na kojem se nalazi prijemnik. Jonosfera je najaktivnija u pojasu koji se prostire do otprilike 20° na svakoj strani geomagnetnog ekvatora. U ovom regionu se pojavljuju i manji jonosferski poremećaji u vidu tzv. scintilacionih efekata. Ista pojava je prisutna u regionima viših latituda blizu polova. Scintilacije se manifestuju kao brze i kratkotrajne promjene amplitude i faze GPS signala koji prolaze kroz jonosferu. Za uvid u istraživanja pomenutih rezidualnih efekata, čitalac se upućuje, na primjer, na *Fritsche et al. (2005)* i *Hoque and Jakowski (2008a)*.

3.2.2 Troposferska refrakcija

Zajedno sa stratosferom, troposfera čini neutralnu atmosferu, tj. donji dio atmosfere Zemlje, koji se prostire od njene površine do visine od oko 60 km, sve do jonosfere, a sačinjen je od elektroneutralnih atmosferskih komponenti. Sama troposfera se prostire do visine od oko 8 km iznad polova i 18 km iznad ekvatora, a temperaturni gradijent iznosi oko -6 do -7 °C km⁻¹ u donjoj polovini, odnosno oko -7 do -8 °C km⁻¹ u gornjoj polovini troposfere (*Mohanakumar, 2008*). Troposfera sadrži oko 80% ukupne

molekularne mase atmosfere i oko 99% vodene pare i aerosola ([Petrovski, 2014](#)).

Za razliku od jonosfere, ovaj dio atmosfere nije disperzivna sredina za radio-talase frekvencija do 15 GHz, u koji opseg upadaju i talasi GPS signala, ali će ovi signali pri prostiranju kroz troposferu, takođe, biti pod uticajem refrakcije, uz izvjesnu promjenu brzine prostiranja i odstupanje od pravolinijske putanje. Efekat se vezuje za kašnjenje signala u neutralnoj atmosferi, ali pošto se pomenuto kašnjenje najvećim dijelom dešava u troposferi, ustaljen je pojam troposferska refrakcija.

Indeks troposferske refrakcije zavisi od atmosferskih parametara (lokalne temperature, pritiska i relativne vlažnosti), a greška usljed odnosnog kašnjenja može varirati od 2.4 m za satelit u zenitu i korisnika na nivou mora, pa sve do 25 m za satelit čija elevacija iznosi oko 5° ([Conley et al, 2006](#)). Efekat troposferske refrakcije isti je za kodna i fazna mjerenja za razliku od slučaja kod efekta jonosferske, gdje je uticaj isti po apsolutnoj vrijednosti, ali suprotnog znaka.

Pošto je vrijednost troposferskog refrakcionog indeksa, n_{tr} , bliska jedinici, to je za opis kretanja GPS signala kroz troposferu pogodnije koristiti *refraktivnost* N_{tr} (u "N-jedinicama", a to su mm/km, tj. drukčije zapisano, ppm), pri čemu je ([Thayer, 1974](#); [Askne and Nordius, 1987](#)):

$$N_{tr} = (n_{tr} - 1) \cdot 10^6 = K_1 \frac{p_{da}}{T} Z_{da}^{-1} + \left(K_2 \frac{p_{wv}}{T} + K_3 \frac{p_{wv}}{T^2} \right) Z_{wv}^{-1}. \quad (3.2.25)$$

gdje su p_{da} [mbar] i p_{wv} [mbar], redom, parcijalni pritisak suvog vazduha (dominantno zastupljeni gasovi suvog vazduha su: N₂, O₂ i Ar, sa 78.09%, 20.95% i 0.93% ukupne zapremine, respektivno ([Saha, 2008](#))) i parcijalni pritisak vodene pare (koncentracija iste varira u zavisnosti od latituda, najniža je u polarnim regionima, a najviša iznad ekvatora), T [K] je apsolutna temperatura, Z_{da} i Z_{wv} su faktori kompresibilnosti za suvi vazduh i vodenu paru, respektivno, preko kojih se u uzima u obzir odstupanje ponašanja atmosferskih konstituenata u odnosu na ponašanje idealnih gasova, a računaju se kao ([Owens, 1967](#)):

$$Z_{da}^{-1} = 1 + p_{da} (57.90 \cdot 10^{-8} - 9.4581 \cdot 10^{-4} / T + 0.25844 / T^2), \quad (3.2.26)$$

$$Z_{wv}^{-1} = 1 + p_{wv} (1 + 3.7 \cdot 10^{-4} \cdot p_{wv}) \cdot (-2.37321 \cdot 10^{-3} + 2.23366 / T - 710.792 / T^2 + 7.75141 \cdot 10^4 / T^3), \quad (3.2.27)$$

dok su K_1 , K_2 i K_3 fizičke konstante zasnovane jednim dijelom na teoriji, a drugim na eksperimentalnim opservacijama. Više autora se bavilo vrijednostima ova tri koeficijenta. Tako, na primjer, vrijednosti istih po *Bevis et al. (1994)* su, respektivno, 77.60 ± 0.09 , 69.4 ± 2.2 i 370100 ± 1200 K mbar⁻¹.

Parcijalni pritisak vodene pare je povezan sa relativnom vlažnošću R_h [%] kao:

$$p_{wv} = 0.01 \cdot R_h e^{-37.2465 + 0.213166T - 0.000256908T^2}, \quad (3.2.28)$$

a zajedno sa pritiskom p_{da} čini ukupni pritisak p , koji se direktno mjeri. Naime, imamo da je $p = p_{da} + p_{wv}$, odakle se dobija $p_{da} = p - p_{wv}$.

Jednačina stanja gasnog konstituenta i , koji nema osobine idealnog gasa je:

$$p_i = Z_i \rho_i R_i T, \text{ sa } R_i = R / M_i, \quad (3.2.29)$$

pri čemu su, pored već uvedenih oznaka, ρ_i , R_i i M_i , redom, gustina, specifična gasna konstanta i molarna masa konstituenta, a R je poznata univerzalna gasna konstanta.

Analogno, za suvi vazduh se dobija $p_{da} = Z_{da} \rho_{da} R_{da} T$, što zamjenom u prvi član sa desne strane jednakosti (3.2.25), a uzimajući, još, u obzir da je gustina ukupne mase troposfere ρ jednaka zbiru gustina ρ_{da} i ρ_{wv} , dovodi do:

$$K_1 \frac{p_{da}}{T} Z_{da}^{-1} = K_1 R_{da} \rho - K_1 R_{da} \rho_{wv}, \quad (3.2.30)$$

što poslije zamjene $\rho_{wv} = p_{wv} Z_{wv}^{-1} / (R_{wv} T)$ daje:

$$K_1 \frac{p_{da}}{T} Z_{da}^{-1} = K_1 R_{da} \rho - K_1 \frac{R_{da}}{R_{wv}} \frac{p_{wv}}{T} Z_{wv}^{-1}. \quad (3.2.31)$$

Sada se (3.2.25) transformiše u pogodniji oblik:

$$N_{tr} = K_1 R_{da} \rho + K_2' \frac{p_{wv}}{T} Z_{wv}^{-1} + K_3 \frac{p_{wv}}{T^2} Z_{wv}^{-1}, \quad (3.2.32)$$

gdje je uvedena nova konstanta:

$$K_2' = K_2 - K_1 \frac{R_{da}}{R_{wv}} = K_2 - K_1 \frac{M_{wv}}{M_{da}}, \quad (3.2.33)$$

koja, prema *Bevis et al. (1994)*, ima vrijednost od 22.1 ± 2.2 K mbar⁻¹, a izdvajaju se *refraktivnost hidrostatičke* i *refraktivnost vlažne komponente* kao:

$$N_{tr,h} = K_1 R_{da} \rho \quad \text{i} \quad N_{tr,wv} = K_2' \frac{p_{wv}}{T} Z_{wv}^{-1} + K_3 \frac{p_{wv}}{T^2} Z_{wv}^{-1}. \quad (3.2.34)$$

Troposferska refrakcija, kao što je već rečeno, proizvodi grešku mjerenja dužine koja je, za razliku od slučaja kod jonosferske refrakcije, ista za kodna i fazna mjerenja. Sličnim rezonovanjem kao kod jonosfere, ali sada uz integraciju duž putanje s_T i odnosne pravolinijske putanje s'_T , za **uticaj troposferske refrakcije** dobija se:

$$d_{tropo} = \int_{s_T} n_{tr}(s_T) ds_T - \int_{s'_T} ds'_T = 10^{-6} \int_{s_T} N_{tr}(s_T) ds_T + \underbrace{\int_{s_T} ds_T - \int_{s'_T} ds'_T}_{\text{efekat zakrivljenosti}}, \quad (3.2.35)$$

odnosno $d_{tropo,P} = d_{tropo,\Phi} \equiv d_{tropo} = d_{tropo,hydro} + d_{tropo,wv}$, pri čemu su:

$$d_{tropo,hydro} = 10^{-6} \int_{s_T} N_{tr,hydro}(s_T) ds_T \quad \text{i} \quad d_{tropo,wv} = 10^{-6} \int_{s_T} N_{tr,wv}(s_T) ds_T, \quad (3.2.36)$$

respektivno, *uticaji koji se odnose na hidrostatičku i vlažnu komponentu*, a po konvenciji, efekat zakrivljenosti pridružuje se hidrostatičkoj komponenti.

Obje komponente imaju najmanje vrijednosti u pravcu zenita, dok te vrijednosti, u aproksimaciji, rastu sa smanjenjem elevacije satelita, odnosno sa povećanjem zenitnog odstojanja ζ , pod kojim se isti vidi sa GPS stanice, a proporcionalno funkciji $\sec \zeta$ iz (3.2.39). U pravcu zenita, vrijednost hidrostatičke komponente iznosi, tipično, oko 2.3 m (*Businger et al, 1996; Dodson et al, 1996*), a zbog mirnih i sporih promjena u vremenu, uticaj ove komponente može se, uz poznavanje meteoroloških podataka, modelirati sa tačnošću od nekoliko milimetara, pa, čak, i bolje. S druge strane, međutim, vlažna komponenta u pravcu zenita ima vrijednosti od nekoliko centimetara u suvim, do oko 35 cm u vlažnim regionima (*Bevis et al, 1992*), pri čemu je uticaj iste, zbog njenih veoma kompleksnih prostorno-vremenskih varijacija, mnogo teže modelirati standardnim troposferskim modelima (npr. Saastamoinen model, Hopfield model i dr). Ovi modeli su empirijski izvedeni na osnovu raspoloživih podataka dobijenih upotrebom radiosondi, uglavnom, na području Evrope i Sjeverne Amerike (*Resch, 1984; Tralli et al, 1988; Duan et al, 1996; Darin et al, 1997*), pri čemu uključuju globalne konstante, koje mogu biti neadekvatne za područje na kom se nalazi bazna linija od interesa. U smislu prethodno rečenog, poslije primjene nekog od tih standardnih modela, preostaje rezidualni dio, koji se, dominantno, odnosi na vlažnu komponentu.

U posljednjih nekoliko decenija, mnogo autora se bavilo troposferskom refrakcijom i modelovanjem uticaja iste. Generalno, postoje dva različita pristupa vezano za tu problematiku. Prvi pristup se zasniva na modelovanju ukupnog troposferskog uticaja

(*Saastamoinen, 1972a, 1972b, 1973; Hopfield, 1969*), a drugi na dvokomponentnom sagledavanju troposferskog uticaja, pri čemu se svaka od dvije komponente izražava preko proizvoda odnosnog troposferskih kašnjenja duž pravca ka zenitu i pridružene redukcionne funkcije, kada imamo **opšti model troposferskog uticaja u pravcu prostiranja GPS signala**, kao:

$$d_{tropo}^z = F_{hydro}(\zeta)d_{tropo,hydro}^z + F_{wv}(\zeta)d_{tropo,wv}^z, \quad (3.2.37)$$

gdje su $F_{hydro}(\zeta)$ i $F_{wv}(\zeta)$, redom, pomenute *redukcionne funkcije hidrostatičke i vlažne komponente*, koje važe pod pretpostavkom azimutalne simetrije neutralne atmosfere oko GPS stanice (tada, pri konstantnom elevacionom uglu satelita, troposfersko kašnjenje ne zavisi od azimuta pravca opažanja satelita), dok su:

$$d_{tropo,hydro}^z = 10^{-6} \int_{h_0}^{\infty} N_{tr,hydro}(z) dz \quad \text{i} \quad d_{tropo,wv}^z = 10^{-6} \int_{h_0}^{\infty} N_{tr,wv}(z) dz, \quad (3.2.38)$$

uticaji duž pravca ka zenitu za hidrostatičku i vlažnu komponentu, respektivno, pri čemu je h_0 nadmorska visina GPS stanice.

Od mnoštva publikacija u kojima su se autori bavili redukcionim funkcijama, mogu se navesti, na primjer, *Yionoulis (1970), Marini (1972), Chao (1972), Goad and Goodman (1974), Black (1978), Davis et al. (1985), Ifadis (1986), Baby et al. (1988), Herring (1992), Niell (1996, 2001), Guo and Langley (2003), Böhm et al. (2006a), Younes and Elmezayen (2012), Landskron and Böhm (2018)*.

U opštem slučaju, sa promjenom azimuta pravca opažanja satelita, usljed prisustva određenih klimatskih i vremenskih fenomena, mijenja se i efekat troposferskog kašnjenja signala, zbog čega se govori o azimutalnoj asimetriji neutralne atmosfere. Detaljno razmatranje teorije koja se tiče modelovanja troposferskog uticaja u slučaju pomenute asimetrije, može se naći, na primjer, u *Nilsson et al. (2013)*.

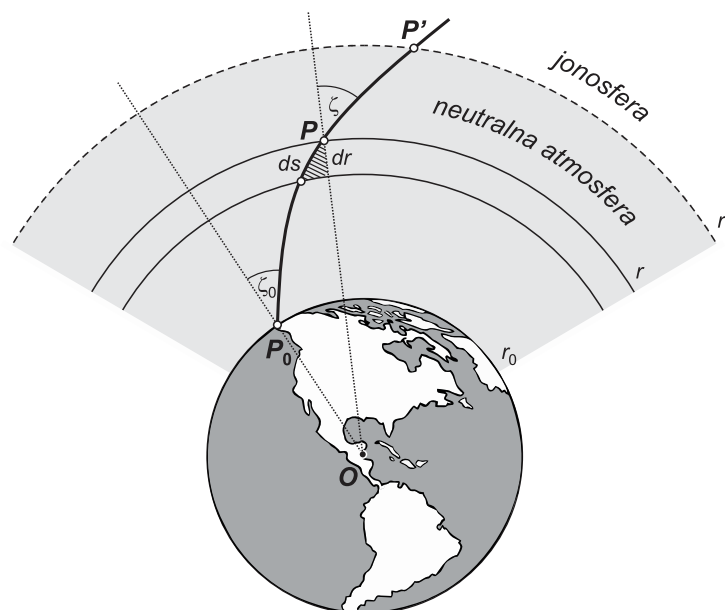
Saastamoinen model troposferskog kašnjenja

Vodeći se jednakošću (3.2.35), pri čemu će se, uz zanemarivanje efekta zakrivljenosti putanje GPS signala i pretpostavku horizontalne raslojenosti atmosfere (kada refraktivnost zavisi samo od visine), uspostaviti granice integrala u skladu sa novouvedenim parametrima u integrandu (slika 3.2.2), dobijamo polaznu osnovu za razmatranje troposferskog kašnjenja u pravcu prostiranja GPS signala.

Naime, imamo:

$$d_{tropo} = 10^{-6} \int_{r_0}^{r'} N_{tr} \sec \zeta \, dr, \quad (3.2.39)$$

gdje je $\sec \zeta = ds_T / dr$, sa dr koje predstavlja diferencijalni priraštaj u radijalnom pravcu, dok r_0 , r' i ζ označavaju poluprečnik Zemlje, geocentrično rastojanje vrha neutralne atmosfere i zenitno odstojanje na geocentričnom rastojanju r ($r_0 < r < r'$), respektivno (slika 3.2.2).



Slika 3.2.2 – Geometrijska putanja GPS signala kroz neutralnu atmosferu

Poslije razvoja funkcije $\sec \zeta$ u Maclaurin-ov red u okolini ζ_0 , koje označava zenitno odstojanje pod kojim se vidi GPS satelit sa površi Zemlje, a onda uzimanjem u obzir $\zeta_0 - \zeta = \phi$, $\operatorname{tg} \zeta = r_0 \phi / (r - r_0)$ i primjenom aproksimacije $\operatorname{tg} \zeta \approx \operatorname{tg} \zeta_0$, dobija se:

$$d_{tropo} = 10^{-6} \sec \zeta_0 \left(\int_{r_0}^{r'} N_{tr} dr - \frac{1}{r_0} \operatorname{tg}^2 \zeta_0 \int_{r_0}^{r'} N_{tr} (r - r_0) dr \right). \quad (3.2.40)$$

Saastamoinen uvodi pretpostavku da se neutralna (sferična) atmosfera sastoji od dva sloja, i to: (1) politropske troposfere, koja se prostire od površi Zemlje do tropopauze; i (2) izotemske stratosfere, koja je u nastavku i završava na geocentričnom rastojanju r' . Poslije rješavanja integrala, uz primjenu jednakosti koje važe kod politropskih i izotermkih procesa, i usvajanja da $r' \rightarrow \infty$, jednakost (3.2.40) se svodi na **model ukupnog uticaja troposferske refrakcije u pravcu prostiranja GPS signala po Saastamoinen-u**:

$$d_{tropo} = 10^{-6} \frac{K_1 R_{da} \sec \zeta_0}{g_m(\varphi, h)} \left[p + \left(\frac{1255}{T} + 0.05 \right) p_{wv} - B \operatorname{tg}^2 \zeta_0 \right], \quad (3.2.41)$$

pri čemu je $g_m(\varphi, h)$ [ms⁻²] srednja vrijednost ubrzanja sile teže u centru mase vertikalnog atmosferskog stupca iznad posmatrane GPS stanice, a računa se kao ([Saastamoinen, 1972a](#)):

$$g_m(\varphi, h) = 9.784 (1 - 0.0026 \cos 2\varphi - 0.00028h), \quad (3.2.42)$$

gdje, pored ranije uvedenih oznaka, φ [°] i h [km] označavaju latitudu i ortometrijsku (ili elipsoidnu) visinu GPS stanice, respektivno, dok p [mbar], p_{wv} [mbar] i T [K], predstavljaju ukupni pritisak, parcijalni pritisak vodene pare i temperaturu na mjestu GPS stanice, respektivno. Vrijednosti za B [mbar], koje zavise od nadmorske visine GPS stanice, mogu se naći u odnosnoj tabeli ([Saastamoinen, 1972a](#)).

Zamjenom $K_1 = 77.624 \text{ K mbar}^{-1}$, $R_{da} = 287.04 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2} \text{ K}^{-1}$ i (3.2.42) u (3.2.41), a onda i zamjenom ζ_0 korigovanom vrijednošću $\hat{\zeta} = \zeta_g - \Delta\zeta_0$ (korekcija se uvodi na osnovu geometrijskog zenitnog odstojanja, ζ_g (koje je izračunato na osnovu orbitalnih vrijednosti i veće je od ζ_0), da bi se uračunala zakrivljenost putanje GPS signala usljed promjene zenitnog odstojanja sa promjenom visine), gdje je ([Saastamoinen, 1972b](#)):

$$\Delta\zeta_0 ["] = 16.271'' \operatorname{tg} \zeta_g \left[1 + 0.394 \cdot 10^{-4} \operatorname{tg}^2 \zeta_g \left(\frac{p - 0.156 p_{wv}}{T} \right) \right] \cdot \left(\frac{p - 0.156 p_{wv}}{T} \right) - 0.0749'' (\operatorname{tg}^3 \zeta_g + \operatorname{tg} \zeta_g) \left(\frac{p}{1000} \right), \quad (3.2.43)$$

dobija se **formula za praktične primjene**:

$$d_{tropo [m]} = \frac{0.002277 \sec \hat{\zeta} \left[p + \left(\frac{1255}{T} + 0.05 \right) p_{wv} - B \operatorname{tg}^2 \hat{\zeta} \right]}{1 - 0.0026 \cos 2\varphi - 0.00028h}. \quad (3.2.44)$$

Formula (3.2.44) se može proširiti korekcijom δR koja je u funkciji od zenitnog odstojanja satelita i nadmorske visine stanice (vidjeti [Spilker \(1996b\)](#) i [Xu \(2007\)](#)).

Zamjenom $\hat{\zeta} = 0^\circ$ u (3.2.44) dobija se **model ukupnog uticaja troposferske refrakcije u pravcu zenita po Saastamoinen-u**:

$$d_{tropo}^z \text{ [m]} = \frac{0.002277 \left[p + \left(\frac{1255}{T} + 0.05 \right) p_{wv} \right]}{1 - 0.0026 \cos 2\varphi - 0.00028h}, \quad (3.2.45)$$

kada se izdvajaju **efekti troposferskog kašnjenja duž pravca ka zenitu za hidrostatičku i vlažnu komponentu** kao:

$$d_{tropo,hydro}^z \text{ [m]} = \frac{0.002277p}{1 - 0.0026 \cos 2\varphi - 0.00028h}, \quad (3.2.46)$$

$$d_{tropo,wet}^z \text{ [m]} = \frac{0.002277 \left(\frac{1255}{T} + 0.05 \right) p_{wv}}{1 - 0.0026 \cos 2\varphi - 0.00028h}. \quad (3.2.47)$$

Redukciona funkcija po Saastamoinen-u se računa kao količnik ukupnih uticaja (3.2.44) i (3.2.45), dakle, kao:

$$F(\hat{\zeta}) = \frac{d_{tropo}^z \text{ [m]}}{d_{tropo}^z \text{ [m]}} = \sec \hat{\zeta} \left\{ 1 - B \operatorname{tg}^2 \hat{\zeta} / \left[p + \left(\frac{1255}{T} + 0.05 \right) p_{wv} \right] \right\}. \quad (3.2.48)$$

Formulu (3.2.44) treba primjenjivati samo za zenitna odstojanja koja su manja od 80° , tj. za elevacije satelita veće od 10° . Naime, pri $\hat{\zeta}_{\max} = 80^\circ$, greška korekcije d_{tropo} dostiže 10 cm ([Saastamoinen, 1972a](#)). Inače, opisani model je veoma često korišćen u GPS sotware-skim paketima i, u izostanku radiosonde ili preciznih meteoroloških podataka, predstavlja efikasan aparat u obradi GPS mjerenja. Saastamoinen je ustanovio tačnost hidrostatičke i vlažne komponente u iznosu od 2-3 mm i 3-5 mm, respektivno ([Witchayangkoon, 2000](#)).

Karakteristike i rezidualni uticaji troposferske refrakcije

Osim jonosferskih efekata, troposferska refrakcija, takođe, ima dominantan uticaj i uzrokuje sistematsku grešku koja se može razdvojiti na relativnu i apsolutnu komponentu.

Relativnu komponentu uzrokuje relativna troposferska greška koja se pojavljuje na jednoj krajnjoj tački bazne linije, a u odnosu na drugu krajnju tačku te bazne linije. Ova komponenta se manifestuje kroz grešku visine na GPS stanici, $\Delta h = \Delta T_r / \sin \alpha_{\min}$ ([Beutler et al, 1988](#)), gdje je α_{\min} minimalni elevacioni ugao pod kojim se sa te stanice može vidjeti satelit, a ΔT_r je relativna troposferska greška. Tako, na primjer, za

$\Delta T_r = 1\text{ mm}$ i $\alpha_{\min} = 10^\circ$, imamo ocjenu greške visine na GPS stanici u iznosu od 5.8 mm.

Apsolutna komponenta se računa uz pretpostavku da na oba pomenuta kraja bazne linije egzistiraju identični meteorološki uslovi, a odnosi se na grešku razmjere bazne linije, $\Delta l/l = \Delta T_a / (r_E \sin \alpha_{\min})$ (Beutler et al, 1988), pri čemu su l i Δl , redom, dužina bazne linije i greška iste, koja se javlja usljed apsolutne troposferske greške ΔT_a , dok $r_E \approx 6370\text{ km}$ predstavlja srednji radijus Zemlje. Tada, na osnovu prethodne formule, ako je, na primjer, $\Delta T_a = 50\text{ mm}$ i $\alpha_{\min} = 10^\circ$, dobijamo $\Delta l/l = 45\text{ ppb}$ (part per billion). Dakle, za $l = 100\text{ km}$ imamo $\Delta l = 4.5\text{ mm}$.

Uticao troposferske refrakcije je posebno izražen kod dugih baznih linija, jer su na njihovim krajnjim tačkama zastupljeni različiti atmosferski uslovi. Osim toga, pomenuti uticaj je od velike važnosti kada postoji velika visinska razlika između krajnjih tačaka baznih linija. Poslije primjene nekog od modela gdje figurišu atmosferski parametri (npr. Saastamoinen), u dvostrukim razlikama faznih GPS mjerenja preostaje jedan nemodelovani, rezidualni dio, koji, zajedno sa jonosferskim rezidualom, u velikoj mjeri otežava rješavanje faznih neodređenosti, zbog čega ograničava tačnost preciznog GPS pozicioniranja. Troposferski rezidual je, takođe, sa neregularnim promjenama u vremenu i, što je slučaj i sa jonosferskim rezidualom, može se umanjiti prolongiranjem sesije. Uticaj troposferske refrakcije se, uobičajeno, sporo mijenja u vremenu i zbog toga se značajno može umanjiti tek na nivou trostrukih razlika GPS mjerenja.

Što se tiče istraživanja uticaja troposferske refrakcije na GPS pozicioniranje, između ostalih, mogu se navesti i ona koja su sproveli: *Dodson et al. (1996)*, *Satirapod and Chalermwattanachai (2005)*, *Dodo and Kamarudin (2007)*, *Jensen and Ovstedal (2008)* i *Wielgosz et al. (2011)*. Što se tiče savremenih radova u kojima su se autori, posebno, bavili istraživanjem troposferskih reziduala, od koristi je izvršiti uvid u publikacije kao što su, na primjer, *Musa (2007)* i *Ibrahim and El-Rabbany (2007)*.

3.3 Uticaji koji potiču od prijemnika i okruženja mjesta postavljanja antene

3.3.1 Mjerni šum prijemnika

Postoji veći broj izvora grešaka mjerenja koji potiču od *uređaja za praćenje signala*. Postoji tri tipa ovih uređaja, a isti su poznati pod nazivom PLL (Phase Lock Loop), FLL (Frequency Lock Loop) i DLL (Delay Lock Loop). Pomenuti izvori uzrokuju *slučajne*

greške, tj. *neželjene devijacije od prave periodičnosti signala*, a svaka takva devijacija se označava kao *džiter* (engl. *jitter*), koji se manifestuje brzim fluktuacijama tog signala.

Inače, *mjerni šum prijemnika*, kao *dominantne greške, integriše*:

- *Džiter izazvan termičkim šumom uređaja za praćenje* (thermal noise-induced tracking loop jitter), koji se javlja kod sva tri tipa uređaja za praćenje;
- *Džitere oscilatora izazvane vibracijom* (vibration-induced oscillator jitter) *i Allan-ovom varijansom* (Allan variance-induced oscillator jitter), prisutne samo kod PLL-a; kao i
- *Grešku usljed dinamičkog naprezanja u uređaju za praćenje signala* (dynamic stress error in the tracking loop), prisutnu kod sva tri tipa uređaja za praćenje.

U nastavku se skraćeno prikazuju *standardi dominantnih grešaka koje ulaze u sastav mjernog šuma GPS prijemnika*, kao i *pragovi praćenja signala* (tracking thresholds), koji su u tijesnoj vezi sa tim standardima, s obzirom da prijemnik gubi signal kada su ovi pragovi prekoračeni. Detaljniji prikaz dat je u [Ward et al. \(2006a\)](#).

Standardi grešaka mjerenja i prag praćenja signala kod PLL-a

Dvije su dominantne komponente fazne greške u PLL-u. Prva komponenta je *fazni džiter*, koji *nastaje sumarnim djelovanjem tri nezavisna džitera*, a isti su uzrokovani *termičkim šumom u PLL-u, vibracijom i Allan-ovom varijansom*, a drugu komponentu reprezentuje *greška usljed dinamičkog naprezanja*.

Disperziju faznog džitera, dakle, možemo pisati kao:

$$\sigma_{pj}^2 = \sigma_{tn,PLL}^2 + \sigma_v^2 + \theta_A^2, \quad (3.3.1)$$

gdje su kod odgovarajućih disperzija u indeksu uvedene oznake pj , tn , v i A , redom, za fazni džiter (*phase jitter*), za uticaj termičkog šuma (*thermal noise*), uticaj vibracije i Allan-ove varijanse, a zastupljen je *standard džitera nastalog usljed termičkog šuma u PLL-u* ([Ward, 1994](#); [Ward et al, 2006a](#)):

$$\sigma_{tn,PLL} = \frac{360}{2\pi} \sqrt{\frac{B_{n,PLL}}{C/N_0} \left(1 + \frac{1}{2T \cdot C/N_0}\right)}, \quad (3.3.2)$$

sa $B_{n,PLL}$, T i C/N_0 , koji, respektivno, označavaju *talasnu dužinu nosača (L-opseg frekvencija)*, *frekventni opseg šuma PLL-a, vrijeme predetkcionne integracije* i *odnos snage nosača i spektralne gustine šuma signala*; dalje, *standard džitera nastalog usljed vibracije* ([Ward et al, 2006a](#)):

$$\sigma_{v[\cdot]} = \begin{cases} \frac{360f_L}{2\pi} \sqrt{\int_{f_{\min}}^{f_{\max}} S_v^2(f_m) \frac{P(f_m)}{f_m^2} df_m} , & \text{ako } S_v \text{ zavisi od } f_m \\ \frac{360f_L S_v}{2\pi} \sqrt{\int_{f_{\min}}^{f_{\max}} \frac{P(f_m)}{f_m^2} df_m} , & \text{ako } S_v \text{ ne zavisi od } f_m , \end{cases} \quad (3.3.3)$$

pri čemu su f_L , f_m , $S_v(f_m)$ i $P(f_m)$, redom, *frekvencija iz L-opsega* (npr. L1 ili L2), *frekvencija modulacije slučajne vibracije*, *osjetljivost vibracije oscilatora* i *spektralna gustina slučajne vibracije*; kao i *vrijednost koja karakteriše džiter nastao pod uticajem Allan-ove varijanse* (Fuchser, 1976):

$$\theta_{A[\cdot]} = \begin{cases} \frac{144\sigma_A(\tau)f_L}{B_{n,PLL}} , & \text{kod PLL - a drugog reda} \\ \frac{160\sigma_A(\tau)f_L}{B_{n,PLL}} , & \text{kod PLL - a trećeg reda ,} \end{cases} \quad (3.3.4)$$

gdje, pored već uvedenih oznaka, $\sigma_A(\tau)$ označava *kvadratni korijen Allan-ove varijanse*, tj. *Allan-ovu devijaciju* (Allan, 1966, 1984, 1987; Allan et al, 1997).

Za *prag praćenja signala* se koristi "3-sigma" kriterijum, koji, osim faznog džitera, uključuje i grešku usljed dinamičkog naprezanja, θ_{ds} . Za slučaj korišćenja *dvo-kvadrantnog arkustangensnog PLL diskriminatora*, kod koga je *oblast privatanja faze* 180° , s obzirom da, *po starom pravilu odnosna 3-sigma vrijednost ne smije preći vrijednost od 1/4 oblasti prihvatanja*, možemo pisati:

$$3\sigma_{PLL} = 3\sigma_{pj} + \theta_{ds} \leq 45^\circ , \quad (3.3.5)$$

što uzimanjem u obzir (3.3.1) daje uslov:

$$\sigma_{PLL} = \sqrt{\sigma_{tn,PLL}^2 + \sigma_v^2 + \theta_A^2} + \frac{\theta_{ds}}{3} \leq 15^\circ , \quad (3.3.6)$$

pri čemu je *greška usljed dinamičkog naprezanja u PLL-u* (Ward, 1998):

$$\theta_{ds[\cdot]} = \frac{1}{\omega_{0,PLL}^n} \frac{d^n R}{dt^n} \quad (3.3.7)$$

gdje n , $d^n R / dt^n$ i $\omega_{0,PLL}$, redom, označavaju *red PLL-a*, n -*ti izvod LOS* (Line-Of-Sight) *rastojanja do satelita po vremenu t* i *kružna frekvencija računata preko* $B_{n,PLL}$.

Standardi grešaka mjerenja i prag praćenja signala kod FLL-a

Ovdje je u pitanju greška frekvencije koja, kao dominantne komponente, uključuje

frekvencijski džiter koji nastaje usljed dejstva termičkog šuma u FLL-u i grešku usljed dinamičkog naprezanja.

Koristi se isti kriterijum za uspostavljanje **praga praćenja signala**, pri čemu se, pored frekvencijskog džitera, uzima u obzir i greška usljed dinamičkog naprezanja, f_{ds} . Kod FLL diskriminatora, oblast privatanja frekvencije je $1/T$ Hz, pa, uzimajući u obzir da odnosna 3-sigma vrijednost ne smije preći vrijednost od $1/4$ oblasti prihvatanja, može se pisati:

$$3\sigma_{FLL} = 3\sigma_{tn,FLL} + f_{ds} \leq 1/4T \text{ Hz}, \quad (3.3.8)$$

gdje je **standard džitera nastalog usljed termičkog šuma u FLL-u**:

$$\sigma_{tn,FLL[\text{Hz}]} = \frac{1}{2\pi T} \sqrt{\frac{4FB_{n,FLL}}{C/N_0} \left(1 + \frac{1}{T \cdot C/N_0}\right)}, \text{ sa } F = \begin{cases} 1, & \text{za veliko } C/N_0 \\ 2, & \text{blizu praga,} \end{cases} \quad (3.3.9)$$

pri čemu $B_{n,FLL}$ označava frekventni opseg šuma FLL-a, a **greška usljed dinamičkog naprezanja u FLL-u** se računa kao:

$$f_{ds[\text{Hz}]} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{360\omega_{0,FLL}^n} \frac{d^n R}{dt^n} \right) = \frac{1}{360\omega_{0,FLL}^n} \frac{d^{n+1} R}{dt^{n+1}}, \quad (3.3.10)$$

gdje je, za razliku od greške istog tipa kod PLL-a (formula (3.3.7)), zastupljen izvod reda za jedan višeg od reda FLL-a, a n i $\omega_{0,FLL}$ predstavljaju red FLL-a i kružnu frekvenciju koja se računa na osnovu $B_{n,FLL}$, respektivno.

Standardi grešaka mjerenja i prag praćenja signala kod DLL-a

U odsustvu višestruke refleksije ili drugog oblika distorzije primljenog signala i u odsustvu interferencije, dominantni izvori grešaka u DLL-u su *termički šum* i *dinamičko naprezanje*. Ovdje se **prag praćenja signala** uspostavlja uz uslov da odnosna 3-sigma vrijednost ne smije preći vrijednost od $1/2$ linearne oblasti prihvatanja DLL diskriminatora. U tom smislu, ako sa D označimo pomjerenost rane (early) i zakašnjele (late) replike faze koda, može se pisati:

$$3\sigma_{DLL} = 3\sigma_{tn,DLL} + C_{ds} \leq D/2 \text{ chips}, \quad (3.3.11)$$

pri čemu se, za nekoherentni DLL diskriminator, **standard džitera nastalog usljed termičkog šuma u DLL-u** računa po opštoj formuli (Betz and Kolodziejski, 2000; citirano u: Kaplan and Hegarty, 2006):

$$\sigma_{tn, DLL_{[chips]}} \cong \frac{1}{T_c} \sqrt{\frac{B_{n, DLL} \int_{-B_{fe}/2}^{B_{fe}/2} S_s(f) \sin^2(\pi f D T_c) df}{(2\pi)^2 C / N_0 \left(\int_{-B_{fe}/2}^{B_{fe}/2} f S_s(f) \sin(\pi f D T_c) df \right)^2}} \cdot \sqrt{1 + \frac{\int_{-B_{fe}/2}^{B_{fe}/2} S_s(f) \cos^2(\pi f D T_c) df}{T \cdot C / N_0 \left(\int_{-B_{fe}/2}^{B_{fe}/2} S_s(f) \cos(\pi f D T_c) df \right)^2}}, \quad (3.3.12)$$

gdje su, pored ranije uvedenih oznaka, $B_{n, DLL}$, B_{fe} , $S_s(f)$ i T_c , redom, *frekventni opseg šuma DLL-a*, *dvostrani front-end frekventni opseg*, *normalizovana spektralna gustina signala* i *period koji odgovara jednom čipu (trajanje jednog čipa)*.

Greška usljed dinamičkog naprezanja u DLL-u dobija se kao:

$$C_{ds_{[chips]}} = \frac{1}{\omega_{0, DLL}^n} \frac{d^n R}{dt^n}. \quad (3.3.13)$$

gdje su n i $\omega_{0, DLL}$, respektivno, *red DLL-a* i *kružna frekvencija u funkciji od $B_{n, DLL}$* .

3.3.2 Višestruka refleksija signala

Antena GPS prijemnika, osim signala koji direktno pristižu sa satelita krećući se po LOS putanji, prima i signale sa više drugih putanja čiji geometrijski raspored diktira bliže i dalje okruženje antene GPS prijemnika. Drugim riječima, usljed pojave refleksije ili difrakcije, pojavljuje se višestrukost u putanji signala (*multipath*), što se vezuje za, kako se u literaturi i naziva, *efekat višestruke refleksije GPS signala*, koji se manifestuje određenim kašnjenjem, faznom i amplitudnom razlikom u odnosu na LOS komponentu signala. RHCP (Right-Hand Circular Polarized) signal se pomenutom refleksijom transformiše u LHCP (Left-Hand Circular Polarized) signal (slike 3.3.1 i 3.3.2).

Matematička interpretacija

Ako razmatramo direktan i reflektovan signal, tada iste možemo, u uprošćenom obliku, redom, opisati sljedećim jednačinama ([Seeber, 2003](#)):

$$A_D = A \cos \theta_D, \quad \text{sa} \quad A = A_{D, \max}, \quad (3.3.14)$$

$$A_R = \gamma A \cos(\theta_D + \Delta\theta), \quad \text{sa} \quad \gamma A = A_{R, \max}, \quad (3.3.15)$$

gdje su A_D i A_R , respektivno, *otklon direktnog i reflektovanog signala*, A i γA su odnosne *amplitude*, θ_D je *faza direktnog signala*, $\Delta\theta$ predstavlja *razliku faza reflektovanog i direktnog signala*, dok γ označava *faktor slabljenja* (damping factor), za koji važi $0 \leq \gamma \leq 1$, pri čemu imamo da je $\gamma = 0$ kada nema refleksije, odnosno $\gamma = 1$, u slučaju kada je snaga reflektovanog jednaka snazi direktnog signala.

Superpozicijom dva signala iz (3.3.14) i (3.3.15) dobija se **rezultujući signal koji pristiže na antenu prijemnika za slučaj jednog reflektora** ("M" je oznaka koja se uvodi da se označi "multipath") oblika:

$$A_M = A_D + A_R = A \cos \theta_D + \gamma A \cos(\theta_D + \Delta\theta), \quad (3.3.16)$$

što, poslije primjene adicione formule za kosinus zbira daje:

$$A_M = A \cos \theta_D (1 + \gamma \cos \Delta\theta) - \gamma A \sin \theta_D \sin \Delta\theta. \quad (3.3.17)$$

Kako bi se problem razmatrao u zavisnosti od faktora slabljenja i fazne razlike koje uspostavlja pojava višestruke refleksije, u oznaci γ_M i $\Delta\theta_M$, respektivno, rezultujući signal iz (3.3.17) se predstavlja u sljedećoj formi (na osnovu *Joos (1956)*):

$$A_M = \gamma_M A \cos(\theta_D + \Delta\theta_M), \quad (3.3.18)$$

pa primjenom iste adicione formule kao na jednakost (3.3.16), a onda upoređenjem sa (3.3.17), dobijamo:

$$\gamma_M \sin \Delta\theta_M = \gamma \sin \Delta\theta \quad \text{i} \quad \gamma_M \cos \Delta\theta_M = 1 + \gamma \cos \Delta\theta. \quad (3.3.19)$$

Kvadriranjem obje jednakosti iz (3.3.19), a zatim sabiranjem lijevih i desnih strana tako dobijenih jednakosti, dolazi se do formule:

$$\gamma_M = \sqrt{1 + \gamma^2 + 2\gamma \cos \Delta\theta}, \quad (3.3.20)$$

dok se nakon dijeljenja istih dobija:

$$\Delta\theta_M = \arctg \left(\frac{\gamma \sin \Delta\theta}{1 + \gamma \cos \Delta\theta} \right). \quad (3.3.21)$$

U praksi, ogroman broj fazno pomjerenih signala sa različitim odnosnim vrijednostima faktora slabljenja i faznog pomjeraja pristiže na jedan isti prijemnik, pa imamo **rezultujući signal koji pristiže na antenu prijemnika za slučaj r reflektora** u zapisu:

$$A_{M,\Sigma} = A_D + \sum_{k=1}^r A_{R,k} = A \cos \theta_D + \sum_{k=1}^r \gamma_k A \cos(\theta_D + \Delta\theta_k). \quad (3.3.22)$$

Analognim rezonovanjem kao u slučaju sa jednim reflektorom, može se lako pokazati da je:

$$\gamma_{M,\Sigma} = \sqrt{(1 + \sum_{k=1}^r \gamma_k \cos \Delta\theta_k)^2 + (\sum_{k=1}^r \gamma_k \sin \Delta\theta_k)^2}, \quad (3.3.23)$$

$$\Delta\theta_{M,\Sigma} = \arctg \left(\frac{\sum_{k=1}^r \gamma_k \sin \Delta\theta_k}{1 + \sum_{k=1}^r \gamma_k \cos \Delta\theta_k} \right). \quad (3.3.24)$$

Geometrijska interpretacija iznesene teorije nalazi se na slici 3.3.1. Neka su l_1 i l_2 udaljenosti tačaka refleksije (koje se nalaze na površinama reflektora 1 i 2) od faznog centra antene GPS prijemnika, l'_1 i l'_2 odnosno projekcije na pravac direktnog signala, a ξ_1 i ξ_2 uglovi koje formira direktni signal sa pravcima kojima pripadaju rastojanja l_1 i l_2 , respektivno.

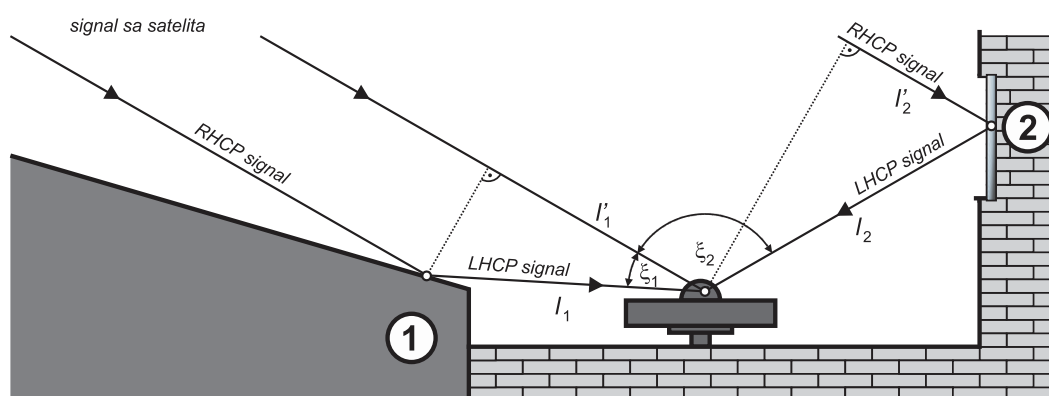
Na osnovu geometrije na slici 3.3.1, mogu se, redom, napisati formule za računanje *razlika dužina putanja koje pređe signal reflektovan od površina 1 i 2, i odgovarajućih koje pređe direktni signal*. Očigledno je:

$$\Delta s_1 = l_1 - l'_1 = l_1(1 - \cos \xi_1), \text{ sa } 0^\circ < \xi_1 \leq 90^\circ; \quad (3.3.25)$$

$$\Delta s_2 = l_2 + l'_2 = l_2[1 + \sin(\xi_2 - 90^\circ)] = l_2(1 - \cos \xi_2), \text{ sa } 90^\circ \leq \xi_2 < 180^\circ. \quad (3.3.26)$$

Na osnovu ovoga slijedi da *razlika dužine putanje reflektovanog i direktnog signala, za bilo koji reflektor*, iznosi:

$$\Delta s = l - l' = l(1 - \cos \xi), \text{ sa } 0^\circ < \xi < 180^\circ. \quad (3.3.27)$$



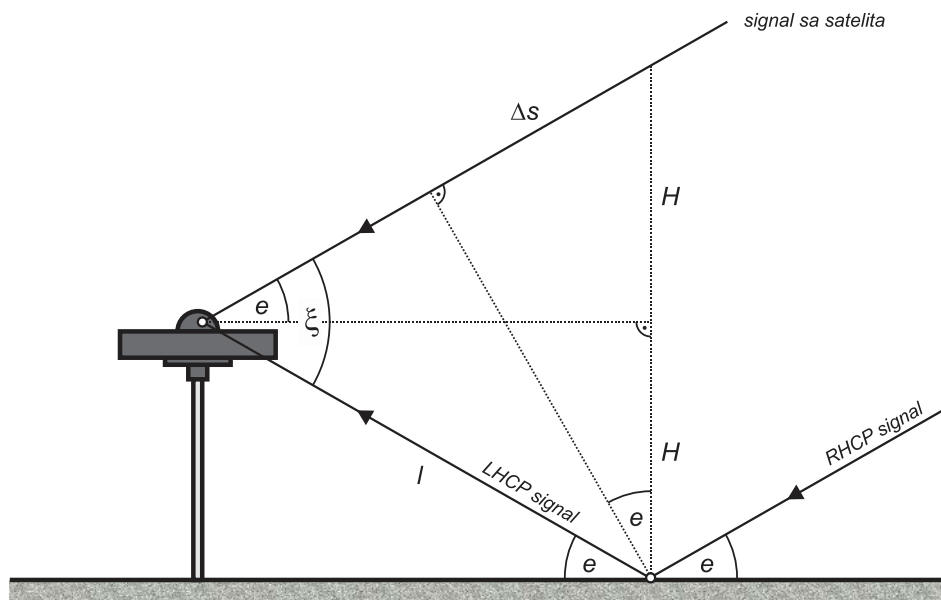
Slika 3.3.1 – Geometrija višestruke refleksije u opštem slučaju

U slučaju horizontalnog reflektora, predstavljenog na slici 3.3.2, gdje su, još, uvedene i oznake za *elevacioni ugao GPS satelita* (e) i *visinu antene GPS prijemnika* (H), lako se zaključuje da važi:

$$\frac{H}{l} = \cos(90^\circ - e) = \sin e, \text{ sa } e = \xi / 2, \quad (3.3.28)$$

što uvrštavanjem u (3.3.27) daje formulu za **slučaj horizontalnog reflektora**:

$$\Delta s = \frac{H}{\sin e} (1 - \cos 2e). \quad (3.3.29)$$



Slika 3.3.2 – Geometrija višestruke refleksije u slučaju horizontalnog reflektora

Dalje, fazna razlika $\Delta\theta$ se može predstaviti kao funkcija razlike Δs iz (3.3.29) i talasne dužine GPS signala (λ), na sljedeći način:

$$\Delta\theta_{[\text{rad}]} = 2\pi \frac{\Delta s}{\lambda}, \quad (3.3.30)$$

što, poslije zamjene (3.3.29) u (3.3.30) i primjene formule za sinus polovine ugla, dovodi do konačne parametrizacije u zapisu:

$$\Delta\theta_{[\text{rad}]} = 4\pi \frac{H \sin e}{\lambda}. \quad (3.3.31)$$

Zamjenom (3.3.31) u (3.3.21), konačno se dobija *funkcija četiri parametra* u zapisu (vidjeti i [Ray et al. \(1999\)](#) i [Jin et al. \(2014\)](#)):

$$\Delta\theta_M(\gamma, \lambda, H, e) = \arctg \left(\frac{\gamma \sin(4\pi\lambda^{-1}H \sin e)}{1 + \gamma \cos(4\pi\lambda^{-1}H \sin e)} \right), \quad (3.3.32)$$

na osnovu čega se može zaključiti da je, kada se visina H ne mijenja, **odnos brzine promjene fazne razlike $\Delta\theta_M$ i brzine promjene elevacionog ugla e** sljedeći:

$$\frac{V_{\Delta\theta_M}}{V_e} = \frac{d\Delta\theta_M / dt}{de / dt} = \frac{d\Delta\theta_M}{de} = \frac{4\pi\gamma H \cos e [\cos(4\pi\lambda^{-1}H \sin e) + \gamma]}{\lambda[1 + 2\gamma \cos(4\pi\lambda^{-1}H \sin e) + \gamma^2]}. \quad (3.3.33)$$

Višestruka refleksija GPS signala se može razmatrati i sa stanovišta *karakteristika površine reflektora*. Ovdje se, međutim, ne prikazuju odnosne teorijske osnove, već se čitalac upućuje, na primjer, na *van Nee (1992a)*, *Leroux et al. (1998)*, kao i *Lucas (2009)*.

Karakteristike i rezidualni uticaji višestruke refleksije signala

Višestruka refleksija je jedan od glavnih izvora grešaka koje ograničavaju preciznost statičkog relativnog GPS pozicioniranja, a najdominantniji je kada su u pitanju kratke bazne linije. Ovu pojavu diktiraju karakteristike okruženja stanice prijemnika. Zbog periodične promjene geometrije satelitskih položaja, uticaj višestruke refleksije se mijenja, i to sa tim istim periodom, osim u slučaju vanrednih, kratkotrajnih, okolnosti u blizini stanice na kojoj se nalazi prijemnik.

Ukupna greška na stanici, osim komponente vezane za nestabilnost položaja antene, koja se, u slučaju fiksiranih antena na krajevima bazne linije (a ne postavljenim na stative), u dvostrukim razlikama faznih mjerenja svodi na zanemarljivu vrijednost i ne utiče na položajnu tačnost, uključuje greške koje potiču od još četiri uticaja, pa se piše (prošireno u odnosu na *Wübbena et al, 2006a, 2006b*):

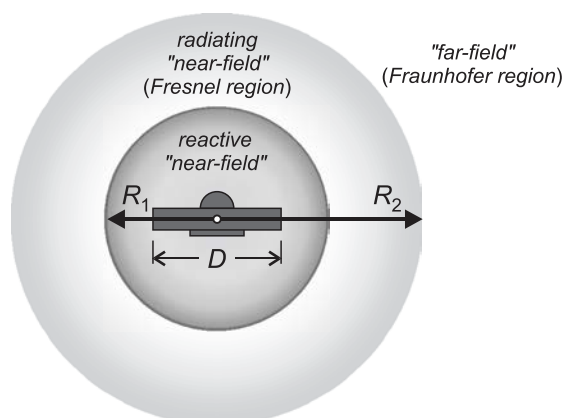
$$\delta S = d_{rapco} + d_{rapcv} + d_{mp,near-field} + d_{mp,far-field}, \quad (3.3.34)$$

pri čemu su d_{rapco} i d_{rapcv} greške usljed ekscentriciteta i varijacija faznog centra antene prijemnika (vidjeti poglavlje 3.3.3), dok su $d_{mp,near-field}$ i $d_{mp,far-field}$, redom, greška pod uticajem višestruke refleksije koja nastaje usljed odbijanja signala od predmeta koji su u "*near-field*" oblasti, odnosno u neposrednoj blizini antene (različiti reflektori iznad ili pored kojih je montirana) i greška pod uticajem istog tipa, ali u prisustvu onih predmeta koji se nalaze u "*far-field*" (izvan "*near-field*") oblasti, ali, tipično, na metarskoj udaljenosti od te antene (staklene površine na okolnim zgradama, drveće, vozila, druge veće reflektujuće površine i sl). Pomenute komponente višestruke refleksije imaju potpuno različite fizičke osobine.

Kada se u neposrednoj blizini antene nađe neki predmet, sačinjen od materijala (beton, metal i dr) čija je dielektrična konstanta (permitivnost) veća od one koju posjeduje vazduh ($\epsilon_r = 1$), dolazi do promjene elektromagnetnih svojstava antene, pa se javila

potreba za razgraničavanjem pomenute dvije oblasti. Na slici 3.3.3 je prikazana postavka koju je dao *Balanis (2005)*.

Naime, ako sa D označimo maksimalnu dimenziju antene prijemnika (kod antena kružnog oblika to je prečnik), a sa λ talasnu dužinu signala, tada možemo ustanoviti dvije koncentrične sfere, poluprečnika R_1 i R_2 , koje definišu dvije podoblasti unutar "near-field" oblasti, a to su *reactive (non-radiative)* i *radiating "near-field" (Fresnel region)*.



Slika 3.3.3 – "Near-field" i "far-field" oblast GNSS antene (na osnovu *Balanis (2005)*)

Van veće sfere, dakle, počev od udaljenosti R_2 , prostirući se do beskonačnosti u prostoru, nalazi se "far-field" oblast (*Fraunhofer region*). Imamo da je:

$$R_1 = 0.62\sqrt{D^3/\lambda} \quad \text{i} \quad R_2 = 2D^2/\lambda. \quad (3.3.35)$$

Iz (3.3.35) slijedi da korišćenje antena različitih dimenzija (prečnika) ili signala kojima odgovaraju različite talasne dužine, dovodi do promjene ovih poluprečnika. Na primjer, pri korišćenju signala LC3 linearne kombinacije kojem odgovara talasna dužina od 48.5 cm (vidjeti glavu 4, poglavlje 4.1.1.4, tabela 4.1.1), uspostavlja se "far-field" oblast koja se prostire od udaljenosti $R_{2[\text{cm}]} \approx 0.04D_{[\text{cm}]}^2$, pa nadalje.

Komponenta $d_{mp, near-field}$, koja se u literaturi vezuje za pojam rasipanja (scattering) signala (*Elósegui et al, 1995*), različita je za različite tipove antena i različite načine postavljanja istih (*Wübbena et al, 2006a*).

Karakteristike pomenutih komponenti višestruke refleksije su različite. Naime, dok je $d_{mp, near-field}$ sistematska greška sa matematičkim očekivanjem različitim od nule i periodom od nekoliko sati, i ne može se eliminisati korišćenjem dužeg perioda

mjerenja, $d_{mp, far-field}$ je sistematska greška sa matematičkim očekivanjem nula (*Wübbena et al, 2006a*) i tipičnim periodom između 15 i 30 min (*Seeber, 2003*), i postaje slučajna greška prolongiranjem sesije, tj. vremenskog perioda mjerenja.

Iako se uticaj višestruke refleksije može značajno redukovati izborom mjesta za antenu, tako što će se težiti da u okolini tog mjesta nema predmeta velikih površina koji bi izazvali refleksiju signala, ili upotrebom choke-ring antena radi ublažavanja ovog uticaja, *nemoguće je eliminisati pristizanje na prijemnik svih reflektovanih signala*. Dakle, *uticaj višestruke refleksije uvijek postoji na svakoj stanici, samo je pitanje u kom intenzitetu*.

U dvostrukim faznim razlikama ostaje rezidualni dio komponente $d_{mp, far-field}$ sa iregularnim promjenama u vremenu i jedan je od glavnih faktora koji ograničavaju tačnost položaja. Druga, pak, komponenta, $d_{mp, near-field}$, se skoro u potpunosti eliminiše korišćenjem istih razlika, a posebno u slučaju korišćenja antena istog tipa i istog načina montiranja na krajevima baznih linija, ali na takvom rastojanju da zakrivljenost Zemlje ne utiče na identičnu vidljivost satelita na obje krajnje stanice u svakoj epohi mjerenja. Tada se, naime, može smatrati da u svakoj epohi imamo približno jednake elevacione uglove i azimute satelita na dvije krajnje stanice, pa time i jednake iznose ove sistematske komponente. Ova komponenta, dakle, zavisi od tipa antene koja se koristi (dimenzije, konstruktivno rješenje antenskog štita i dr), načina njenog postavljanja na stanici (npr. postolje, adapter), mjesta gdje se montira (stativ, betonski stub, jarbol, zid na krovu neke zgrade, pylon i dr), ali i od vremenskih uslova koji uzrokuju različite koeficijente refleksije (npr. kiša, snijeg, led). Inače, komponenta $d_{mp, near-field}$ je vezana sa greškom d_{rapcu} , a najviše uticaja ima na određivanje visina. Rezultati nekih istraživanja su pokazali da greške koje ista proizvodi mogu biti i centimetarskog reda, posebno za GPS opažanja pri niskim elevacijama satelita (*National Research Council, 1997*).

S druge strane, pokazano je da prisustvo antenskog štita može doprinijeti grešci u vertikalnoj ravni u iznosu od 10 mm, kao i to da se greške koje rezultiraju pri korišćenju nekih kombinacija antena različitih proizvođača mogu ustanoviti sa tačnošću boljom od 12 mm u vertikalnoj ravni, a da, opet, neke druge kombinacije antena proizvode greške u iznosu od, čak, 5 cm (*National Research Council, 1997*).

Maksimalna greška u mjerenoj dužini pod uticajem višestruke refleksije kod faznih mjerenja iznosi jednu četvrtinu talasne dužine signala, dakle oko 4.8 cm za mjerenja na L1, a 6.1 cm za mjerenja na L2 frekvenciji, dok pri korišćenju LC3 (Ionosphere-Free), LC4 (Geometry-Free), LC5 (Wide-Lane) i LC6 (Narrow-Lane) linearnih kombinacija faznih mjerenja, vrijednost ove greške dostiže, redom, maksimume oko 21.6, 10.9, 43.3 i 5.4 cm (*Wildt, 2006*). Standardna greška položaja koja potiče od ovog uticaja je milimetarskog reda za koordinate u horizontalnoj ravni, a 2 do 3 puta viša kod koordinate u vertikalnoj ravni. Pokazano je da za choke-ring antenu postavljenu na udaljenosti 2 m od tla, višestruka refleksija koja potiče usljed odbijanja signala od tog tla proizvodi nestabilnost ekscentriciteta faznog centra antene od ± 1 mm (*Leick et al, 2015*).

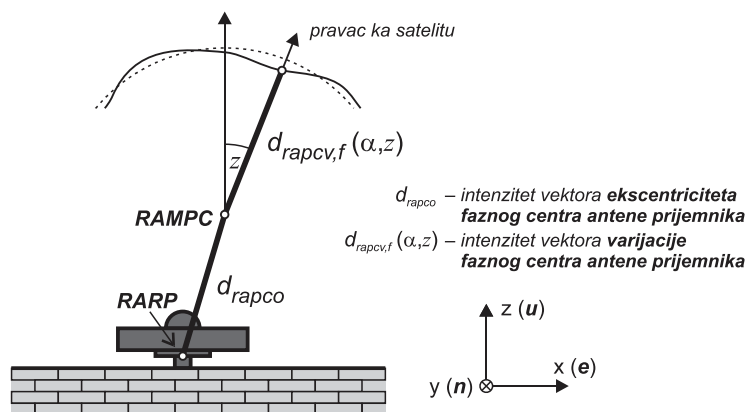
O višestrukoj refleksiji i uticaju iste kod antene GPS prijemnika može se pročitati, na primjer, u *Ward et al. (2006b)*, *Leick et al. (2015)* i *Miller et al. (2015)*. Razni autori su istraživali uticaj ovog faktora, a podaci o uticaju na položajnu tačnost, kod jednog vektora dužine oko 3 m, mogu se naći, na primjer, kod *Fan and Ding (2006)*. Sagledavanje komponente višestruke refleksije koja potiče od bliskog okruženja antene ("near-field" multipath), može se pronaći kod *Wübbena et al. (2011, 2012)*.

3.3.3 Ekscentricitet i varijacije faznog centra antene prijemnika

Elektronski fazni centar antene prijemnika, RAPC (Receiver Antenna Phase Center), definiše se kao tačka u kojoj se vrši prijem satelitskog signala. Međutim, stvarna lokacija tačke prijema signala varira u zavisnosti od pravca signala koji pristiže sa satelita, pa se iz praktičnih razloga određuje srednji položaj iste, RAMPC (Receiver Antenna Mean Phase Center) (vidjeti *Chen et al. (2012)*). Visina antene prijemnika se mjeri vertikalno od gornje površine biljege tačke (iznad koje je prijemnik postavljen), do referentne tačke antene, RARP (Receiver Antenna Reference Point). IGS definiše RARP kao tačku prodora vertikalne ose simetrije antene kroz njeno podnožje. *Ekscentricitet faznog centra, RAPCO (Receiver Antenna Phase Center Offset)*, dakle, predstavlja rastojanje između RARP i RAMPC, koje je različito za svaku frekvenciju signala.

Upoređujući položaje elektronskog faznog centra koji odgovaraju pojedinačnim mjerenjima sa položajem RAMPC, pojavljuju se izvjesna odstupanja zavisna od frekvencije, koja se vezuju za *varijaciju faznog centra antene prijemnika, RAPCV*

(Receiver Antenna Phase Center Variation). Na slici 3.3.4 prikazana je geometrija problema.



Slika 3.3.4 – Vektori ekscentriciteta i varijacije faznog centra antene prijemnika

Prostorni odnosi između RARP, RAMPC i RAPCV dobijaju se u postupku kalibracije. Naime, tri su glavne metode koje se mogu koristiti za određivanje varijacija faznih centara antena GPS prijemnika i odnosno modelovanje, a to su:

- *Relativna kalibracija u spoljašnjim uslovima* (uticaji RAPCO i RAPCV za pojedinačnu antenu se određuju u odnosu drugu, referentnu antenu) (Mader, 1999);
- *Apsolutna kalibracija u spoljašnjim uslovima* (korišćenje robota visoke preciznosti, koji rotiraju i nagnju antenu, pri čemu je referentna antena fiksirana) (Wübbena et al, 2000); i
- *Apsolutna kalibracija u anehoičnoj komori (anechoic chamber)* (Zeimetz and Kuhlmann, 2006).

Metode kalibracije su detaljno opisane i kod Wübbena et al. (1996), Falko et al. (1998), Rothacher (2001). Modeliranje varijacija faznih centara se vrši u nekoliko naučnih centara, među kojima su NGS (National Geodetic Survey) i Geo++ GmbH. Model relativne kalibracije, koji je već zastario, poznat je kao *ant_info.003*, dok je najnoviji uspostavljeni model apsolutne kalibracije *igs14.atx* (istom su prethodili modeli *igs05.atx* i *igs08.atx*).

Ako sa α i z , redom, označimo *azimut* i *zenitno odstojanje pod kojima se vidi satelit*, a sa f označimo *frekvenciju signala*, tada je **ukupni uticaj ekscentriciteta i varijacije faznog centra antene prijemnika** sljedeći:

$$d_{rapc,f} = d_{rapco,f} + d_{rapcv,f}(\alpha, z). \quad (3.3.36)$$

Uticaj ekscentriciteta se, pri tome, računa na sljedeći način (slika 3.3.4):

$$d_{rapco,f} = \mathbf{O}_f \cdot \mathbf{k}, \text{ sa } \mathbf{O}_f = \begin{pmatrix} \Delta e_f \\ \Delta n_f \\ \Delta u_f \end{pmatrix} \text{ i } \mathbf{k} = \begin{pmatrix} \sin \alpha \sin z \\ \cos \alpha \sin z \\ \cos z \end{pmatrix}, \quad (3.3.37)$$

gdje vektor \mathbf{O}_f reprezentuje poziciju RAMPC (za signal frekvencije f) u odnosu na mehanički definisanu poziciju RARP, u lokalnom koordinatnom sistemu enu , a dobija se postavljanjem uslova ([Dach et al, 2015](#)):

$$\int_{\alpha=0}^{2\pi} \int_{z=0}^{z_{\max}} d_{rapc,f}(\alpha, z) \sin z \, dz \, d\alpha \rightarrow \min, \text{ sa npr. } z_{\max} = 75^\circ, \quad (3.3.38)$$

dok \mathbf{k} predstavlja jedinični vektor duž pravca prijemnik-satelit.

S druge strane, **uticaj varijacije faznog centra** se može modelirati korišćenjem sfernoharmonijske funkcije najvišeg stepena n_{\max} i najvišeg reda $m_{\max} \leq n_{\max}$ ([Rothacher et al, 1995](#)):

$$d_{rapcv,f}(\alpha, z) = \sum_{n=1}^{n_{\max}} \sum_{m=0}^n \tilde{P}_{nm}(\cos z)(a_{nm} \cos m\alpha + b_{nm} \sin m\alpha), \quad (3.3.39)$$

pri čemu su \tilde{P}_{nm} Legendre-ove pridružene ortonormirane funkcije stepena n i reda m , dok su a_{nm} i b_{nm} koeficijenti sfernoharmonijskog razvoja koji se određuju.

Vrijednost RAPCO može dostići 10 cm, a vrijednosti za RAPCV, koja je sistematskog karaktera, obično su manje od 2 cm ([Zeimetz and Kuhlmann, 2006](#)), pri čemu egzistira najviši uticaj na tačnost vertikalnog položaja tačke čije se koordinate određuju. Greška mjerenog rastojanja od prijemnika do satelita uzrokovana uticajima RAPCO i RAPCV zavisi od tipa antene i, tipično, je reda nekoliko centimetara ([El-Rabbany, 2006](#)). Posebno je izražen uticaj koji potiče od promjene zenitnog odstojanja, iako i promjena azimuta može postati veoma bitna za postizanje tačnosti u vertikalnoj ravni položaja tačke, ali u slučaju veoma dugih baznih linija ([Dawidowicz, 2010](#)).

Kod obrade GPS mjerenja, nekada se, jednostavno, koriste odnosne korekcije koje preporučuje proizvođač, a iste se mogu razlikovati od, u svakom slučaju, realnijih, koje se dobijaju kalibracijom antena, dok se nekada u toj obradi ne koriste nikakve popravke. U oba slučaja, greške će imati najveće vrijednosti kod rješenja za koordinatu u vertikalnoj ravni. *Izuzetno, pri korišćenju istog tipa antena na krajevima kratkih baznih linija, pa i onih sa srednjim dužinama (dakle, do 1000 km, prema [Bock \(1998\)](#)), nije*

potrebno uvoditi popravke, jer će se u modelu dvostrukih razlika poništiti uticaji ekscentriciteta i varijacija faznih centara antena dvaju prijemnika (Kouba, 2009; El-Hattab, 2013), a tim prije ako su te antene, dodatno, iste orijentacije (Anđić, 2016). Inače, kada su u pitanju antene različitog tipa na krajevima bazne linije, u opštem slučaju, uticaj RAPCO i RAPCV se ne poništava ni u dvostrukim razlikama.

Razmatranje problematike vezano za varijacije faznog centra antene može se pronaći, na primjer, i kod Geiger (1988), Schupler and Clark (1991), Rocken (1992), Braun et al. (1993), Schmitz et al. (2002), Schmid et al. (2005).

3.3.4 Kašnjenje signala pri prolasku kroz hardver prijemnika

Poslije pristizanja na fazni centar antene prijemnika, GPS signal prelazi put do mjesta gdje se vrše kodna i fazna mjerenja. To je dio putanje kroz hardware prijemnika koji prolongira vrijeme i tu nastaje kašnjenje signala, koje nekada iznosi i do jedne mikrosekunde. Ali, bez obzira na to, za slične signale na istoj frekvenciji ovo kašnjenje je skoro isto za čitav skup signala koji pristižu na prijemnik sa vidljivih satelita. Ukupno kašnjenje je od značaja za vremenske aplikacije i mora podleći kalibraciji. Međutim, gledano sa druge strane, isto ne utiče na tačnost položaja, već samo na ocjene grešaka časovnika prijemnika primjenom metode najmanjih kvadrata.

Zbog svojih kratkih kodova, C/A kodni signali imaju različit spektar, a pošto skup ulaznih uređaja prijemnika, generalno, nema isto grupno kašnjenje u čitavom propusnom opsegu, mogu se zapaziti mala odstupanja kod C/A kodnih pseudodužina izmjerenih na osnovu signala pristiglih sa različitih satelita. Ova odstupanja su, tipično, reda veličine nekoliko milimetara (Johnson and Zaugg, 2001).

Unutar dvofrekventnih prijemnika, neke elektronske putanje koje slijede L1 i L2 signali mogu biti fizički različite, što će, zbog različitog hardware-skog kašnjenja, rezultirati većim diferencijalnim greškama mjerenih dužina. Još jedna greška koja se vezuje za hardware prijemnika je višestruka refleksija signala koju izaziva sklop istog. Ova greška, ustvari, nastaje usljed refleksije signala unutar hardware-a, koja se javlja zbog neprilagođenosti impedansi radiofrekventnih komponenti, a može se izbjeći ili umanjiti pažljivim projektovanjem.

Uticaj hardware-skog kašnjenja i greške časovnika prijemnika, eliminišu se u dvostrukim razlikama kodnih i faznih pseudodužina (Leick, 2004).

3.4 Uticaji koji uzrokuju promjenu položaja stanice

Zemlja, koja se nalazi unutar sistema nebeskih tijela, izložena je dejstvu mnoštva gravitacionih sila koje uzrokuju deformacije na njoj. Ove deformacije se, generalno, vezuju za pojam *plima*. Mjesec i Sunce vrše naj snažniji uticaj u ovom smislu, dok su sile koje potiču od ostalih nebeskih tijela veoma male i mogu se zanemariti. Pod pomenutim uticajem Mjeseca i Sunca, kao dominantna, pojavljuju se pomjeranja GPS stanica usljed plime Zemljine kore i okeanskih plimatskih opterećenja. Pored toga imamo i pomjeranja usljed centrifugalnih neregularnosti uzrokovanih varijacijama u Zemljinoj rotaciji, tj. pod uticajem rotacionih deformacija nastalih pomjeranjem pola. Sva tri tipa pomjeranja se razmatraju u nastavku.

S druge strane, ne razmatraju se pomjeranja koja, pod regularnim okolnostima, imaju milimetarske vrijednosti, a među kojima su ona izazvana opterećenjem koje uzrokuje atmosferski pritisak, opterećenjem u prisustvu plime pola okeana, zatim u prisustvu sniježnog i ledenog pokrivača, vlažnosti zemljišta i podzemnih voda, pritiska na okeanskom dnu.

3.4.1 Plima Zemljine kore

Ova pojava podrazumijeva deformacije elastičnog tijela Zemlje, nastale pod uticajem gravitacionih sila privlačenja koje, pored ostalih nebeskih tijela, dominantno potiču od Sunca i Mjeseca. Prirodno, takve deformacije utiču na promjene položaja GPS stanica na površini Zemlje. Bez zalaženja u detalje, može se reći da veličina i pravac tih pomjeranja zavise od pozicije stanice u odnosu na Mjesec i Sunce, od intenziteta privlačnih sila, kao i od reologije Zemlje. Inače, vertikalna pomjeranja mogu dostići nekoliko decimetara, dok su horizontalna reda nekoliko centimetara.

Za neku tačkastu masu na površini Zemlje, koja se ovdje vezuje za GPS stanicu, *gravitacioni plimatski potencijal* koji proizvodi uticajno nebesko tijelo j (Mjesec ili Sunce), predstavlja se kao (*Torge and Müller, 2012*):

$$W^T = GM_j \left(\frac{1}{\rho_j} - \frac{1}{r_j} - \frac{r_s}{r_j^2} \cos \psi_j \right), \quad (3.4.1)$$

pri čemu su r_s i r_j , redom, geocentrično rastojanje GPS stanice i centra mase uticajnog nebeskog tijela koje se posmatra, ρ_j je udaljenost tog centra od GPS stanice, dok ψ_j predstavlja geocentrični zenitni ugao pomenutog nebeskog tijela (ugao između

geocentričnih vektora \mathbf{r}_s i \mathbf{r}_j).

Poslije primjene kosinusne teoreme, dobija se:

$$\frac{1}{\rho_j} = \frac{1}{\sqrt{r_j^2 - 2r_s r_j \cos \psi_j + r_s^2}} = \frac{1}{r_j \sqrt{1 - 2(r_s / r_j) \cos \psi_j + (r_s / r_j)^2}}, \quad (3.4.2)$$

a onda, pošto je $r_s < r_j$, razvojem potkorjene veličine u beskonačni red (*Hofmann-Wellenhof and Moritz, 2006*):

$$\frac{1}{\rho_j} = \frac{1}{r_j} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{r_s}{r_j} \right)^n P_n(\cos \psi_j), \quad (3.4.3)$$

gdje $P_n(\cos \psi_j)$ je Legendre-ov polinom stepena n , koji se računa kao:

$$P_n(\cos \psi_j) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{d(\cos \psi_j)^n} (\cos^2 \psi_j - 1)^n \quad (3.4.4)$$

Uvrštavanjem (3.4.3) u (3.4.1), a uzimanjem u obzir (3.4.4), dobija se **ukupni plimatski potencijal na stanicima** preko beskonačnog reda stepena n :

$$W^T = \frac{GM_j}{r_j} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{r_s}{r_j} \right)^n P_n(\cos \psi_j). \quad (3.4.5)$$

Podrazumijevajući da je Zemlja sferno, nerotirajuće, elastično i izotropno tijelo (*Melchior, 1978*), vektor plimatskog pomjeranja GPS stanice s (sa geocentričnom latitudom ϕ i longitudom λ) definiše se preko komponentnih pomjeranja. Jedno je duž radijalnog pravca (R), drugo tangencijalno ka sjeveru (N) i treće tangencijalno, po pravcu ortogonalnom na radijalni, ka istoku (E). Ako ovim pomjeranjima odgovaraju, respektivno, jedinični vektori \mathbf{e}_R , \mathbf{e}_N i \mathbf{e}_E , tada je (*Krásná et al, 2013*):

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{u}^T = & \left(\frac{1}{g} \sum_{n=2}^{\infty} h_n W_n^T \right) \mathbf{e}_R + \left(\frac{1}{g} \sum_{n=2}^{\infty} l_n \frac{\partial W_n^T}{\partial \phi} \right) \mathbf{e}_N + \\ & + \left(\frac{1}{g \cos \phi} \sum_{n=2}^{\infty} l_n \frac{\partial W_n^T}{\partial \lambda} \right) \mathbf{e}_E, \end{aligned} \quad (3.4.6)$$

gdje je $g = GM_E / r_s^2$ ubrzanje sile teže na površi Zemljine u tački na stanicima, W_n^T plimatski potencijal reda n , a h_n i l_n su, redom, poznati Love- i Shida-broj stepena n , koji predstavljaju faktore proporcionalnosti za radijalno i tangencijalno pomjeranje, respektivno. Kao bezdimenzioni parametri, h_n i l_n karakterišu mogućnost površine

Zemlje da reaguje na plimatske sile, pri čemu bi isti bili jednaki nuli kada bi Zemlja bila u potpunosti čvrsto tijelo. Naime, tada ne bi bilo plimatskih deformacija na površini iste.

Efekat plime Zemljine kore sadrži konstantnu (zavisnu samo od ϕ) i više periodičnih komponenti (dugoperiodična, dnevna, poludnevna), zbog čega će, u opštem slučaju, srednja vrijednost efekta na GPS stanici, koja se odnosi na period od 24 h, biti različita od nule (može iznositi i nekoliko centimetara u radijalnom pravcu). Naime, pomenuti efekat se ne oslučajnjava na dnevnom nivou ni poslije odstranjivanja konstantne komponente.

U zavisnosti od frekvencije, **vektor pomjeranja GPS stanice** računa se kao ([Mathews et al, 1997](#)):

Za dugoperiodično pomjeranje:

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{u}_{f,lp}^T = & \sqrt{\frac{5}{4\pi}} H_f \left\{ \left[h(\phi) \left(\frac{3}{2} \sin^2 \phi - \frac{1}{2} \right) + h' \sqrt{\frac{4\pi}{5}} \right] \cos \theta_f \cdot \mathbf{e}_R \right. \\ & + 3l(\phi) \sin \phi \cos \phi \cos \theta_f \cdot \mathbf{e}_N \\ & \left. + \left[3l^{(1)} \sin^2 \phi - l' \sqrt{\frac{4\pi}{5}} \right] \cos \phi \sin \theta_f \cdot \mathbf{e}_E \right\}, \end{aligned} \quad (3.4.7)$$

Za dnevno pomjeranje:

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{u}_{f,d}^T = & -\sqrt{\frac{5}{24\pi}} H_f \left\{ 3h(\phi) \sin \phi \cos \phi \sin(\theta_f + \lambda) \cdot \mathbf{e}_R \right. \\ & + \left[3l(\phi) \cos 2\phi - 3l^{(1)} \sin^2 \phi + l' \sqrt{\frac{24\pi}{5}} \right] \sin(\theta_f + \lambda) \cdot \mathbf{e}_N \\ & \left. + \left[\left[3l(\phi) - l' \sqrt{\frac{24\pi}{5}} \right] \sin \phi - 3l^{(1)} \sin \phi \cos 2\phi \right] \cos(\theta_f + \lambda) \cdot \mathbf{e}_E \right\}, \end{aligned} \quad (3.4.8)$$

Za poludnevno pomjeranje:

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{u}_{f,sd}^T = & \sqrt{\frac{5}{96\pi}} H_f \left\{ 3h(\phi) \cos^2 \phi \cos(\theta_f + 2\lambda) \cdot \mathbf{e}_R \right. \\ & - 6(l(\phi) + l^{(1)}) \sin \phi \cos \phi \cos(\theta_f + \lambda) \cdot \mathbf{e}_N \\ & \left. - 6(l(\phi) + l^{(1)} \sin^2 \phi) \cos \phi \sin(\theta_f + \lambda) \cdot \mathbf{e}_E \right\}, \end{aligned} \quad (3.4.9)$$

pri čemu su:

$$\begin{aligned} h(\phi) &= h^{(0)} + h^{(2)}(3 \sin^2 \phi - 1) / 2 \\ l(\phi) &= l^{(0)} + l^{(2)}(3 \sin^2 \phi - 1) / 2, \end{aligned} \quad (3.4.10)$$

dok su H_f i θ_f , redom, amplituda (u metrima) plimatskog pomjeranja definisana konvencijom u *Cartwright and Tayler (1971)* i argument plimatskog konstituenta sa frekvencijom f , a $h^{(0)}$, $h^{(2)}$, h' , $l^{(0)}$, $l^{(1)}$, $l^{(2)}$ i l' su parametri uvedeni od strane *Mathews et al. (1995)*, radi reprezentacije zavisnosti efektivnih Love- i Shida-brojeva od latituda stanice.

Doprinos pomenute konstantne komponente efekta plime Zemljine kore dobija se zamjenom u jednakosti (3.4.7) vrijednosti $f = 0$, $\theta_f = \theta_0 = 0$, $H_f = H_0 = -0.3146$ m i nominalnih vrijednosti Love- i Shida-broja, \bar{h}_2 i \bar{l}_2 , koje se računaju primjenom (3.4.10) na osnovu tabelarnih vrijednosti $h^{(0)} = 0.6078$, $h^{(2)} = -0.0006$, $l^{(0)} = 0.0847$ i $l^{(2)} = 0.0002$, koje odgovaraju deformacijama sa poludnevnom periodom (*Petit and Luzum, 2010*). Tako, u radijalnom pravcu imamo konstantno pomjeranje sa vrijednošću od oko -12 cm na polovima, a na ekvatoru od oko $+6$ cm. S druge strane, za komponentu po pravcu ka sjeveru (dio pomjeranja po pravcu ka istoku nestaje zbog $\sin \theta_f = \sin \theta_0 = 0$) dobija se da konstantnog pomjeranja na ekvatoru i polovima nema, ali, na primjer, na stanici sa $\phi = 45^\circ$, imamo vrijednost istog od oko -2.5 cm.

Računanje plimatskog pomjeranja sumiranjem (3.4.7), (3.4.8) i (3.4.9) je neefikasno zbog velikog broja parametara koji su uključeni radi postizanja ciljane tačnosti. Zato se uvodi formula za **vektor pomjeranja uzrokovanog dominantnim plimatskim potencijalom drugog reda**, u zapisu (*Petit and Luzum, 2010*):

$$\Delta \bar{\mathbf{u}}^T = \sum_{j=2}^3 \frac{GM_j r_e^4}{GM_E r_j^3} \left\{ \bar{h}_2 \left(\frac{3(\mathbf{r}_j \cdot \mathbf{r}_s)^2 - 1}{2} \right) \mathbf{r}_s + 3\bar{l}_2 (\mathbf{r}_j \cdot \mathbf{r}_s) [\mathbf{r}_j - (\mathbf{r}_j \cdot \mathbf{r}_s) \mathbf{r}_s] \right\}, \quad (3.4.11)$$

pri čemu su, pored već uvedenih oznaka, j indeks koji se odnosi na Mjesec ($j = 2$) i Sunce ($j = 3$), r_e poluprečnik Zemlje na ekvatoru.

Pošto su pomjeranja GPS stanica uzrokovana plimom Zemljine kore skoro istog intenziteta na širokom području, uticaj ovog efekta se skoro u potpunosti eliminiše u relativnom GPS pozicioniranju kod kraćih baznih linija i tada se ne mora uzimati u obzir. Međutim, kod preciznog relativnog GPS pozicioniranja, pomjeranja pomenutog tipa na krajnjim tačkama baznih linija dužih od 500 km, moraju se modelovati prema važećoj IERS konvenciji (*Kouba, 2009*).

3.4.2 Okeansko plimatsko opterećenje

Plima okeana uzrokuje promjene rasporeda okeanske mase i posljedično opterećenje i deformacije Zemljine kore, koje mogu izazvati vertikalna pomjeranja sa vrijednostima i do 10 cm u nekim područjima (*Baker et al, 1995*). U osnovi ovog razmatranja je gravitacioni potencijal, koji u posmatranoj tački proizvodi ukupna preraspodjela masa okeana na Zemlji. Najprije je potrebno ovaj potencijal posmatrati na diferencijalnom nivou.

Neka je posmatrana tačka na površi Zemlje definisana kolatitudom θ i geocentričnom longitudom λ , i neka diferencijalni potencijal u istoj proizvodi opterećenje nad tačkom definisanom kolatitudom θ' i geocentričnom longitudom λ' . Neka su, još, ove dvije tačke na istom geocentričnom rastojanju \bar{r}_E (srednji poluprečnik Zemlje), na međusobnoj geocentričnoj uglovnoj udaljenosti ϑ i na međusobnom pravolinijskom rastojanju $l(\vartheta)$. Opterećenje nastaje pod uticajem plimatskog potencijala, usljed čega dolazi do preraspodjele mase okeana, tako da je, posmatrajući na elementarnom nivou, iznad tačke opterećenja formiran jedan stubac vode zapremine $V(\theta', \lambda')$, diferencijalne mase $dm(\theta', \lambda')$, visine $H(\theta', \lambda')$ i površine $dS(\theta', \lambda')$ u svojoj osnovi, u čijem se težištu nalazi ta tačka. Ova diferencijalna masa je:

$$\begin{aligned} dm(\theta', \lambda') &= \sigma_w dV(\theta', \lambda') \\ &= \sigma_w dS(\theta', \lambda') H(\theta', \lambda') \\ &= \sigma_w \bar{r}_E^2 H(\theta', \lambda') \sin \theta' d\theta' d\lambda', \end{aligned} \quad (3.4.12)$$

gdje je $\sigma_w (\approx 1030 \text{ kg m}^{-3})$ srednja gustina morske vode, a na osnovu toga se računa potencijal u posmatranoj tački, koji je uzrokovan ovom diferencijalnom masom opterećenja, na sljedeći način:

$$dW^L(\theta, \lambda) = G \frac{dm(\theta', \lambda')}{l(\vartheta)}, \quad (3.4.13)$$

pri čemu se ugao ϑ računa iz (*Benavent, 2005*):

$$\cos \vartheta = \sin \theta \sin \theta' + \cos \theta \cos \theta' \cos(\lambda - \lambda'). \quad (3.4.14)$$

Primjenom kosinusne teoreme za računanje rastojanja $l(\vartheta)$, a onda i primjenom poznatog trigonometrijskog identiteta $\sin(\vartheta/2) = \sqrt{(1 - \cos \vartheta)/2}$ dobija se:

$$\frac{1}{l(\vartheta)} = \frac{1}{2\bar{r}_E \sin(\vartheta/2)}, \quad (3.4.15)$$

što se može napisati i preko beskonačnog reda sa Legendre-ovim polinomom stepena n kao opštim članom (*Na and Baek, 2011*):

$$\frac{1}{l(\vartheta)} = \frac{1}{r_E} \sum_{n=0}^{\infty} P_n(\cos \vartheta). \quad (3.4.16)$$

Zamjenom (3.4.12) i (3.4.15) u (3.4.13), a poslije integraljenja duž svih okeana na Zemlji, dobija se **ukupan potencijal koji u posmatranoj tački proizvodi okeansko plimatsko opterećenje** kao:

$$W^L(\theta, \lambda) = G\sigma_w \bar{r}_E \int_{\lambda'=0}^{2\pi} \int_{\theta'=0}^{\pi} H(\theta', \lambda') \sum_{n=0}^{\infty} P_n(\cos \vartheta) \sin \theta' d\theta' d\lambda'. \quad (3.4.17)$$

Pomjeranja koje izaziva diferencijalna okeanska masa u radijalnom pravcu i u pravcu opterećenja (ortogonalnom na radijalni) koje ista proizvodi su, redom:

$$u_{R,n}^L = \frac{1}{g} h'_n W_n^L, \quad u_{LD,n}^L = \frac{l'_n}{g} \frac{\partial W_n^L}{\partial \vartheta}, \quad (3.4.18)$$

pa su korespondentna **pomjeranja koja**, sada, **potiču od ukupnog okeanskog plimatskog opterećenja u posmatranoj tački**, respektivno:

$$u_{R}^L(\theta, \lambda) = \frac{\sigma_w \bar{r}_E^3}{M_E} \int_{\lambda'=0}^{2\pi} \int_{\theta'=0}^{\pi} H(\theta', \lambda') \sum_{n=0}^{\infty} h'_n P_n(\cos \vartheta) \sin \theta' d\theta' d\lambda', \quad (3.4.19)$$

$$u_{LD}^L(\theta, \lambda) = \frac{\sigma_w \bar{r}_E^3}{M_E} \int_{\lambda'=0}^{2\pi} \int_{\theta'=0}^{\pi} H(\theta', \lambda') \sum_{n=0}^{\infty} l'_n \frac{\partial P_n(\cos \vartheta)}{\partial \vartheta} \sin \theta' d\theta' d\lambda', \quad (3.4.20)$$

gdje je uzeto u obzir $g = GM_E / r_E^2$.

Problematiku okeanskog plimatskog opterećenja u posmatranoj tački (na GPS stanici) pogodno je razmatrati korišćenjem *konvolucije između globalnog numeričkog modela plima okeana* (plimatskih visina) i *Green-ovih funkcija*, koje karakterišu opterećenja pod uticajnom okeanskom masom, u zapisu (*Zhao et al, 2013*):

$$L(\theta, \lambda, t) = \sigma_w \bar{r}_E^2 \int_{\lambda'=0}^{2\pi} \int_{\theta'=0}^{\pi} H(\theta', \lambda', t) G(\vartheta, \alpha) \sin \theta' d\theta' d\lambda', \quad (3.4.21)$$

gdje su $L(\theta, \lambda, t)$ i $H(\theta', \lambda', t)$ efekat opterećenja u posmatranoj tački i visina stupca plimatskog opterećenja kod tačke opterećenja u epohi t (UT vrijeme), α je azimut tačke opterećenja u posmatranoj tački, računato od pravca sjevera u smjeru kretanja kazaljke na časovniku, dok je $G(\vartheta, \alpha)$ odgovarajuća Green-ova funkcija, koja se za pomjeranja u radijalnom pravcu (kada je zavisna samo od ϑ , a ne od α), pravcu sjever-jug i pravcu istok-zapad, respektivno, računa kao (*Farrell, 1972*):

$$G_r(\vartheta) = \frac{\bar{r}_E}{M_E} \sum_{n=0}^{\infty} h'_n P_n(\cos \vartheta) \quad (3.4.22)$$

$$\begin{pmatrix} G_\theta(\vartheta, \alpha) \\ G_\lambda(\vartheta, \alpha) \end{pmatrix} = \frac{\bar{r}_E}{M_E} \sum_{n=1}^{\infty} l'_n \frac{\partial P_n(\cos \vartheta)}{\partial \vartheta} \begin{pmatrix} -\cos \alpha \\ -\sin \alpha \end{pmatrix} \quad (3.4.23)$$

pri čemu za $n=0$ nema pomjeranja u tangencijalnoj ravni (ortogonalnoj na radijalni pravac).

Varijacije u pomenutoj visini računaju se kao ([Zhao et al, 2013](#)):

$$\begin{aligned} H(\theta', \lambda', t) &= \sum_{p=1}^N \zeta_p(\theta', \lambda') \cos(\omega_p t + \chi_p - \delta_p) \\ &= \sum_{p=1}^N [H_{cp}(\theta', \lambda') \cos(\omega_p t + \chi_p) + H_{sp}(\theta', \lambda') \sin(\omega_p t + \chi_p)], \end{aligned} \quad (3.4.24)$$

sa $H_{cp}(\theta', \lambda') = \zeta_p(\theta', \lambda') \cos \delta_p$ i $H_{sp}(\theta', \lambda') = \zeta_p(\theta', \lambda') \sin \delta_p$, pri čemu su ζ_p , ω_p , δ_p i χ_p , redom, amplituda, kružna frekvencija, inicijalna faza i astronomski argument p -tog plimatskog konstituenta u tački opterećenja, a N je broj pomenutih konstituenata.

Ako kombinujemo (3.4.24) sa (3.4.21), dobiće se:

$$\begin{aligned} L(\theta, \lambda, t) &= \sum_{p=1}^N [LC_p(\theta, \lambda) \cos(\omega_p t + \chi_p) + LS_p(\theta, \lambda) \sin(\omega_p t + \chi_p)] \\ &= \sum_{p=1}^N L_p(\theta, \lambda) \cos(\omega_p t + \chi_p - \beta_p), \end{aligned} \quad (3.4.25)$$

gdje su $L_p(\theta, \lambda) = \sqrt{LC_p^2 + LS_p^2}$ i $\text{tg} \beta_p = LS_p / LC_p$, a računaju se na osnovu:

$$\begin{aligned} LC_p(\theta, \lambda) &= \sigma_w \bar{r}_E^2 \int_{\lambda'=0}^{2\pi} \int_{\theta'=0}^{\pi} H_{cp}(\theta', \lambda') G(\vartheta, \alpha) \sin \theta' d\theta' d\lambda' \\ LS_p(\theta, \lambda) &= \sigma_w \bar{r}_E^2 \int_{\lambda'=0}^{2\pi} \int_{\theta'=0}^{\pi} H_{sp}(\theta', \lambda') G(\vartheta, \alpha) \sin \theta' d\theta' d\lambda' . \end{aligned} \quad (3.4.26)$$

Konvencionalno, okeansko plimatsko opterećenje ima 11 harmonijskih konstituenata sa frekvencijama koje odgovaraju talasima sa poludnevnom (**M2**, **S2**, **N2**, **K2**), dnevnim (**K1**, **O1**, **P1**, **Q1**) i dugim periodom (**Mf**, **Mm** i **Ssa**), pa imamo ([Zhao et al, 2013](#)):

$$\begin{aligned} \chi_{M2} &= 2h - 2s & \chi_{K1} &= h + 90^\circ & \chi_{Mf} &= 2s \\ \chi_{S2} &= 0 & \chi_{O1} &= h - 2s - 90^\circ & \chi_{Mm} &= s - q \\ \chi_{N2} &= 2h - 3s + q & \chi_{P1} &= -h - 90^\circ & \chi_{Ssa} &= 2h , \\ \chi_{K2} &= 2h & \chi_{Q1} &= h - 3s + q - 90^\circ \end{aligned} \quad (3.4.27)$$

pri čemu h , s i q , redom, predstavljaju srednju longitudu Sunca, srednju longitudu Mjeseca i srednju longitudu lunarnog perigeuma na početku dana.

Srednja vrijednost efekta okeanskog plimatskog opterećenja na GPS stanici, dobijena iz uzorka koji se odnosi na period od 24 h, kao i u slučaju efekta plime Zemljine kore, biće

različita od nule. Naime, efekat se znatno umanjuje, ali ni u ovom slučaju nema oslučajnjavanja istog na dnevnom nivou.

Kod relativnog GPS pozicioniranja, zbog male varijabilnost pomjeranja u prostoru uzrokovanih okeanskim plimatskim opterećenjem, koja su inače za red veličine manja od pomjeranja izazvanih plimom Zemljine kore, najveći dio ovog uticaja se eliminiše u modelima razlika opažanja (*Kalita and Rzepecka, 2015*). Što se tiče modelovanja pomjeranja pod uticajem okeanskog plimatskog opterećenja po važećoj IERS konvenciji, važi isto što je rečeno kod uticaja plime Zemljine kore.

3.4.3 Rotacione deformacije usljed pomjeranja pola

Promjene položaja tačaka na površi Zemlje, a samim tim i GPS stanica, nastaju i kao posljedica pomjeranja pola usljed "klačenja" ose rotacije Zemlje u odnosu na njenu koru, posmatrano u referentnom sistemu fiksiranom za Zemlju. Pojava ovako izazvane promjene položaja naziva se efekat plime pola. Pomenuti uticaj izaziva i periodične deformacije, a njih pretežno karakteriše frekvencija koja odgovara periodu tzv. Chandler-ovog klačenja (Chandler wobble), a koji iznosi približno 435 dana, kao i frekvencija koja odgovara jednogodišnjem periodu (*Torge, 2001*). Deformacije usljed dejstva ovog uticaja manifestuju se kroz promjenu latituda tačke na površi Zemlje, a samim tim i centrifugalne sile koja djeluje na istu. Tako dolazi i do promjene odgovarajućeg potencijala, koju nazivamo *potencijalom plime pola*, a zapisujemo kao (*Schweydar, 1916; Munk and MacDonald, 1960*):

$$\Phi(\theta, \lambda, m) = -\frac{\omega_E^2 r^2}{2} \sin 2\theta (m_1 \cos \lambda + m_2 \sin \lambda), \quad (3.4.28)$$

gdje su r , θ , λ i ω_E , redom, geocentrično rastojanje GPS stanice, kolatituda te stanice, longituda iste i srednja ugaona brzina rotacije Zemlje, dok promjenljive m_1 i m_2 , izražene u ["], označavaju, respektivno, odstupanja trenutnog položaja pola (definišu ga koordinate x_p i y_p) u odnosu na konvencionalni srednji položaj istog (odgovaraju mu koordinate \bar{x}_p i \bar{y}_p), pri čemu je pozitivan smjer x -ose odnosno koordinatnog sistema okrenut ka jugu i koincidira sa Greenwich-kim meridijanom, a pozitivan smjer y -ose je usmjeren ka zapadu. Promjenljive m_1 i m_2 se, po konvenciji, definišu tako da imamo odstupanja u smjeru juga i istoka, respektivno, pa je:

$$m_1 = x_p - \bar{x}_p \quad \text{i} \quad m_2 = -(y_p - \bar{y}_p). \quad (3.4.29)$$

Uvodeći parametar vremena, koordinate konvencionalnog srednjeg položaja pola rotacije računaju se na osnovu modela u vidu polinoma trećeg stepena, koji je validan za period godina 1976.0-2010.0, pri čemu se za ekstrapolaciju (dakle, za period poslije 2010.0 godine) koristi samo linearni dio, tj. polinom prvog reda, sljedećeg modela (*Petit and Luzum, 2010*):

$$\bar{x}_p(t) = \sum_{i=0}^3 (t-t_0)^i a_{p,i}, \quad \bar{y}_p(t) = \sum_{i=0}^3 (t-t_0)^i b_{p,i}, \quad (3.4.30)$$

gdje je t posmatrana epoha izražena u godinama (yr), t_0 se odnosi na referentnu epohu J2000.0 ($t_0 = 2000.0$ yr), a $a_{p,i}$ i $b_{p,i}$ su koeficijenti polinoma u ["/yrⁱ].

Pomjeranja položaja stanice izazvana efektom plime pola u radijalnom pravcu i po pravcima ka sjeveru i istoku, u tangencijalnoj ravni (ortogonalnoj na radijalni pravac), u tački stanice, računaju se na osnovu potencijala (3.4.28) kao (*Wahr, 1985; Gipson and Ma, 1998*):

$$u_R^P = \frac{h_2}{g} \Phi(\theta, \lambda, m), \quad u_N^P = -\frac{l_2}{g} \frac{\partial \Phi(\theta, \lambda, m)}{\partial \theta}, \quad u_E^P = \frac{l_2}{g \sin \theta} \frac{\partial \Phi(\theta, \lambda, m)}{\partial \lambda}, \quad (3.4.31)$$

gdje su h_2 i l_2 , redom, Love- i Shida-broj sa vrijednostima 0.6207 i 0.0836 koje odgovaraju frekvenciji plime pola (*Petit and Luzum, 2010*). Tako, ako uz ove dvije uzmemo u obzir i poznate vrijednosti za ω_E i g , usvojimo $r = r_e$, a vrijednosti za m_1 i m_2 pretvorimo u radijane, tada se dobijaju komponentna pomjeranja u [mm] kao:

$$u_R^P = -33 \sin 2\theta (m_1 \cos \lambda + m_2 \sin \lambda), \quad (3.4.32)$$

$$u_N^P = 9 \cos 2\theta (m_1 \cos \lambda + m_2 \sin \lambda), \quad (3.4.33)$$

$$u_E^P = 9 \cos \theta (m_1 \sin \lambda - m_2 \cos \lambda). \quad (3.4.34)$$

Na osnovu (3.4.32) do (3.4.34), a s obzirom da m_1 i m_2 variraju najviše do vrijednosti 0.8", dobija se da se vrijednost pomjeranja po radijalnom pravcu kreće u intervalu, između -37 i +37 mm, pri čemu je isto jednako nuli na polovima, ekvatoru, kao i na longitudama 45° zapadno i 135° istočno od Greenwich-kod meridijana. S druge strane, pomjeranja po pravcu ka sjeveru i istoku nalaze se u intervalu između -10 i +10 mm. Pri tome, pomjeranja po pravcu ka sjeveru nema na kolatitudama od 45° i 135°, kao ni na longitudi 45° zapadno i 135° istočno od Greenwich-kod meridijana, dok pomjeranje

po pravcu ka istoku ne postoji na ekvatoru, ali ni na longitudi 135° zapadno i 45° istočno od Greenwich-kod meridijana.

Zbog svoje dugoperiodičnosti, ni efekat plime pola se ne oslučajnjava na dnevnom nivou. IGS centri, pri generisanju svojih proizvoda koji se odnose na orbite i časovnike, za analizu podataka koriste korekcije (3.4.32) do (3.4.34). U relativnom GPS pozicioniranju kod baznih linija sa dužinama kraćim od 500 km, greška koju proizvodi ovaj efekat svodi se na zanemarljivu vrijednost, ili se, čak, u potpunosti poništava u modelima razlika opažanja.

3.5 Uticaji koji se pokoravaju teoriji relativnosti

3.5.1 Vremensko kašnjenje časovnika satelita usljed relativnog kretanja u odnosu na časovnik prijemnika

Korišćenjem linijskog elementa (2.8.4), a s obzirom na (2.8.16), imamo:

$$d\tau = dt \left(1 - \frac{dx^2 + dy^2 + dz^2}{c^2 dt^2} \right)^{1/2} = dt \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{1/2}, \quad (3.5.1)$$

pri čemu se uvedena oznaka $v^2 = (dx^2 + dy^2 + dz^2) / dt^2$ odnosi na *brzinu časovnika posmatranog od strane opažača*, koja je u slučaju časovnika u GPS satelitima, kao i kod časovnika u korisničkim prijemnicima, mnogo manjeg intenziteta od brzine svjetlosti, tj. imamo da $v^2 / c^2 \rightarrow 0$, zbog čega se može koristiti (3.2.9), na osnovu čega se dobija aproksimacija $(1 - v^2 / c^2)^{1/2} \approx 1 - (v^2 / c^2) / 2$. Tako, poslije integracije, a uzimanjem u obzir ove aproksimacije, može se napisati:

$$\Delta\tau = \left(1 - \frac{v^2}{2c^2} \right) \Delta t, \quad (3.5.2)$$

što predstavlja *jednačinu vremenskog kašnjenja po specijalnoj teoriji relativnosti*.

Sada možemo dobiti jednačine vremenskog kašnjenja ovog tipa za časovnik GPS satelita koji se kreće brzinom satelita i časovnik prijemnika fiksiranog na površi Zemlje, čija brzina, dakle, odgovara brzini rotacije Zemlje. Tako, uz isto koordinatno vrijeme u oba slučaja, imamo:

$$\Delta\tau_s = \left(1 - \frac{v_s^2}{2c^2} \right) \Delta t \quad \text{i} \quad \Delta\tau_p = \left(1 - \frac{v_p^2}{2c^2} \right) \Delta t \equiv \left(1 - \frac{v_E^2}{2c^2} \right) \Delta t. \quad (3.5.3)$$

Brzina satelita i prijemnika, za potrebe ovog razmatranja, računaju se kao tangencijalne brzine pod pretpostavkom ravnomjernog kružnog kretanja. Tako imamo:

$$v_s \approx \frac{2(r_E + h_s)\pi}{T_s} \quad \text{i} \quad v_p = v_E \approx \frac{2r_E\pi}{T_E}, \quad (3.5.4)$$

gdje su $r_E \approx 6370 \text{ km}$ i $h_s \approx 20200 \text{ km}$, redom, *srednji poluprečnik Zemlje* i *srednja visina orbite iznad prijemnika*, a $T_E \approx 24 \text{ h} = 86400 \text{ s}$ i $T_s \approx 11 \text{ h} 58 \text{ min} = 43080 \text{ s}$ su *period koji odgovara jednoj punoj rotaciji Zemlje* i *period koji se odnosi na jednu punu orbitu satelita*, respektivno. Zamjenom ovih vrijednosti u jednakosti iz (3.5.4), dobija se $v_s \approx 3875 \text{ m s}^{-1}$ i $v_E \approx 463 \text{ m s}^{-1}$.

Odnos sopstvenih vremena je:

$$\frac{\Delta\tau_p}{\Delta\tau_s} = \left(1 - \frac{v_E^2}{2c^2}\right) \left(1 - \frac{v_s^2}{2c^2}\right)^{-1}, \quad (3.5.5)$$

što zbog $v_s^2 / (2c^2) \rightarrow 0$, poslije aproksimacije na osnovu (3.2.9), uz, još, zanemarivanje člana reda c^{-4} , daje:

$$\frac{\Delta\tau_p}{\Delta\tau_s} \approx 1 + \frac{(v_s^2 - v_E^2)}{2c^2}, \quad (3.5.6)$$

a zamjenom vrijednosti za brzine dobija se:

$$\Delta\tau_p \approx (1 + 0.8223 \cdot 10^{-10}) \Delta\tau_s, \quad (3.5.7)$$

što govori u prilog tome da *po teoriji specijalne relativnosti satelitski časovnik sporije otkucava u odnosu na časovnik prijemnika fiksiranog na površi Zemlje*.

3.5.2 Vremensko odstupanje usljed različite jačine gravitacionog polja na mjestu prijemnika i satelita

Ovdje se razmatra samo uticaj gravitacionog polja Zemlje, pa se uvodi pretpostavka kružne orbite (u kom slučaju je $dr = 0$), kao i da je zastupljeno $d\Omega = 0$ (što povlači da je $d\theta = d\varphi = 0$), kada linijski element (2.8.15) dobija oblik:

$$ds^2 = \left(1 + \frac{2(V - \Phi_0)}{c^2}\right) c^2 dt_{GPS}^2, \quad (3.5.8)$$

a odakle dobijamo vezu između sopstvenog vremena časovnika satelita i koordinatnog GPS vremena časovnika koji je u mirovanju na geoidu (poglavlje 2.8), koje, kako je ranije rečeno, predstavlja sopstveno vrijeme koje pokazuje taj časovnik. Tako je:

$$dt_{GPS} = \left(1 + \frac{2(V - \Phi_0)}{c^2} \right)^{-1/2} d\tau_s, \quad (3.5.9)$$

što, poslije integracije, a s obzirom na $2(V - \Phi_0)/c^2 \rightarrow 0$, primjenom (3.2.9), možemo napisati kao:

$$\Delta t_{GPS} = \left(1 - \frac{(V - \Phi_0)}{c^2} \right) \Delta \tau_s. \quad (3.5.10)$$

Koristeći (2.8.10) i (2.8.12), a posmatrajući problem u području ekvatora ($\theta = 90^\circ$), kada je za časovnik prijemnika $r = r_e$, a za satelitski časovnik $r = a$ (pretpostavljena je kružna orbita, kada je ekscentricitet jednak nuli, tj. $e = 0$), gdje je *velika poluosa orbite* označena sa a , imamo:

$$\frac{V}{c^2} = -\frac{GM_E}{ac^2} \left(1 + \frac{J_2}{2} \left(\frac{r_e}{a} \right)^2 \right) \quad \text{i} \quad \frac{\Phi_0}{c^2} = -\frac{GM_E}{r_e c^2} \left(1 + \frac{J_2}{2} \right) - \frac{\omega_E^2 r_e^2}{2c^2}, \quad (3.5.11)$$

što poslije zamjene $a = 26560.9$ km ([Capderou, 2014](#)) i vrijednosti ostalih parametara koji figurišu daje:

$$\Delta t_{GPS} = (1 - 5.2994 \cdot 10^{-10}) \Delta \tau_s, \quad (3.5.12)$$

odakle se zaključuje da *po teoriji opšte relativnosti časovnik prijemnika na Zemlji sporije otkucava od satelitskog usljed jačeg gravitacionog polja na površini Zemlje.*

3.5.3 Ukupni uticaj na časovnik satelita

Linijski element (2.8.15), poslije kraćeg sređivanja, a uz zanemarivanje člana reda c^{-4} , možemo zapisati kao:

$$ds^2 = \left(1 + \frac{2(V - \Phi_0)}{c^2} - \frac{1}{c^2} \left(\frac{dr^2 + r^2 d\Omega^2}{dt_{GPS}^2} \right) \right) c^2 dt_{GPS}^2, \quad (3.5.13)$$

gdje treći član u zagradi sadrži kvadrat *brzine (časovnika) satelita u lokalnom ECI sistemu* (tu je časovnik prijemnika u mirovanju), koju čine radijalna i tangencijalna komponenta, tj. imamo:

$$v^2 = \left(\frac{dr}{dt_{GPS}} \right)^2 + \left(r \frac{d\Omega}{dt_{GPS}} \right)^2 = v_r^2 + v_t^2. \quad (3.5.14)$$

Kružna orbita

Ako pretpostavimo orbitu bez ekscentriciteta, tj. kružnu orbitu ($dr = 0$), tada se (3.5.13) svodi na:

$$ds^2 = \left(1 + \frac{2(V - \Phi_0)}{c^2} - \frac{v_t^2}{c^2} \right) c^2 dt_{GPS}^2. \quad (3.5.15)$$

pri čemu $2(V - \Phi_0)/c^2 - v_t^2/c^2 \rightarrow 0$, te se poslije korijenovanja i opravdane primjene (3.2.9), dobija aproksimacija odnosa sopstvenog vremena satelitskog časovnika i vremena časovnika prijemnika fiksiranog na površi Zemlje, kao:

$$d\tau_s = \left(1 + \frac{(V - \Phi_0)}{c^2} - \frac{v_t^2}{2c^2} \right) dt_{GPS}. \quad (3.5.16)$$

Kako je za kružnu putanju $r = a$ i $v_t^2 = GM_E / a$ ([Capderou, 2014](#)), to, uz uzimanje u obzir samo monopolnog potencijala $V_m = -GM_E / a$ (tj. pretpostavlja se Kepler-ovsko kretanje), dolazimo do:

$$d\tau_s = \left(1 - \frac{3GM_E}{2ac^2} - \frac{\Phi_0}{c^2} \right) dt_{GPS}, \quad (3.5.17)$$

što, poslije integracije duž putanje (časovnika) satelita i zamjene vrijednosti konstanti koje figurišu, pri čemu se vrijednost za Φ_0/c^2 dobija na osnovu odnosne jednakosti iz (3.5.11), daje:

$$\Delta\tau_s = (1 + 4.4646 \cdot 10^{-10}) \Delta t_{GPS}. \quad (3.5.18)$$

Uzimanjem u obzir da je ([Hofmann-Wellenhof et al, 2008](#)):

$$\frac{\Delta\tau_s - \Delta t_{GPS}}{\Delta t_{GPS}} = - \frac{f_0^s - f_0}{f_0}, \quad (3.5.19)$$

pri čemu f_0 predstavlja *nominalnu frekvenciju* u iznosu od 10.23 MHz, koji treba da prepozna prijemnik na Zemlji (poglavlje 2.3), a f_0^s je odgovarajuća **frekvencija koja se emituje sa satelita**, dobija se vrijednost:

$$f_0^s = (1 - 4.4646 \cdot 10^{-10}) f_0 = 10.22999999543 \text{ MHz}, \quad (3.5.20)$$

na koju se podešavaju časovnici satelita prije lansiranja, čime se omogućava da prijemnik na Zemlji prepoznaje frekvenciju jednaku onoj koju bi emitovao satelitski časovnik, kada bi bio smješten na geoidu.

Naime, pomenutim podešavanjem frekvencije vrši se potpuna korekcija nastala od ukupnog konstantnog relativističkog uticaja.

Orbita sa ekscentricitetom

Problematika ukupnog efekta na satelitski časovnik se usložnjava uvođenjem ekscentriciteta orbite e u razmatranje. Naime, tada se umjesto kružne orbite razmatra orbita oblika elipse, a vrijednost e varira od satelita do satelita.

S druge strane, *prema zakonu održanja energije*, tokom kretanja unutar gravitacionog polja Zemlje, koje je, u Newton-ovoj mehanici, konzervativno polje, *suma potencijalne i kinetičke energije satelita* (mase m) *održava se konstantnom*, i važi ([Montenbruck and Gill, 2000](#)):

$$E_k + E_p = E_{uk}, \quad (3.5.21)$$

odnosno:

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{GmM_E}{r} = -\frac{1}{2} \frac{GmM_E}{a}, \quad (3.5.22)$$

što poslije sređivanja i uzimanjem u obzir da je $m \ll M_E$, daje:

$$\frac{1}{2}v^2 = \frac{GM_E}{r} - \frac{1}{2} \frac{GM_E}{a}. \quad (3.5.23)$$

Analognim rezonovanjem kao u slučaju kružne orbite, ali sada uzimanjem u obzir ukupne brzine satelita v iz (3.5.23), koja je promjenljiva usljed ekscentriciteta orbite, kao i korišćenjem monopolnog potencijala $V_{m,e} = -GM_E / r$ umjesto $V_m = -GM_E / a$, poslije kraćeg sređivanja, imamo da je:

$$d\tau_s = \left(1 - \frac{3GM_E}{2ac^2} - \frac{\Phi_0}{c^2} + \frac{2GM_E}{c^2} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{r} \right) \right) dt_{GPS}. \quad (3.5.24)$$

Upoređenjem (3.5.17) i (3.5.24), kao četvrti član u zagradi, izdvaja se dodatni dio koji se odnosi na *ekscentričnost orbite*, promjenljiv u vremenu, s obzirom da u istom figuriše r zavisno od ekscentrične anomalije orbite E , koja se mijenja sa periodom koji odgovara punoj orbiti, dakle oko 12 h.

Uzimajući u obzir (na osnovu [Xu and Xu \(2013\)](#)):

$$r = a(1 - e \cos E), \quad (3.5.25)$$

$$(1 - e \cos E)dE = \sqrt{\frac{GM_E}{a^3}} dt_{GPS}, \quad (3.5.26)$$

i prelaskom na integral duž putanje (časovnika) satelita imamo:

$$\Delta t_{ecc} = \int_{t_0}^t \frac{2GM_E}{c^2} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{r} \right) dt_{GPS} = -\frac{2\sqrt{GM_E}}{c^2} e\sqrt{a} \int_{E_0}^E \cos E \, dE. \quad (3.5.27)$$

Rješavanjem integrala u (3.5.27), pri čemu se za t_0 usvaja vrijeme prolaska satelita kroz perigeum, gdje je $E(t_0) \equiv E_0 = 0$, a t i E su proizvoljni, dobija se:

$$\Delta t_{ecc} = -\frac{2\sqrt{GM_E}}{c^2} e\sqrt{a} \sin E = -4.4428 \cdot 10^{-10} e\sqrt{a} \sin E, \quad (3.5.28)$$

što predstavlja **ukupni uticaj ekscentričnosti orbite**, koja se primjenjuje u prijemniku na osnovu emitovanih efemerida. U slučaju preciznih efemerida, koristi se ekvivalentna, ali pogodnija formula (*Petit and Luzum, 2010*):

$$\Delta t_{ecc} = -\frac{2}{c^2} \mathbf{r}^s \cdot \dot{\mathbf{r}}^s, \quad (3.5.28a)$$

pri čemu su \mathbf{r}^s i $\dot{\mathbf{r}}^s$ vektor položaja i vektor brzine satelita u trenutku emitovanja signala, respektivno.

Nemodelovani, tj. rezidualni dio ovog uticaja, u potpunosti se poništava korišćenjem dvostrukih razlika faznih GPS mjerenja.

3.5.4 Uticaj na časovnik prijemnika

Prijemnik koji je statičan na površini Zemlje i rotira zajedno sa njom, od momenta kada je signal sa satelita emitovan do momenta prijema istog, preći će izvjestan put. Implicirajući efekat na časovnik toga prijemnika odnosi se na tzv. **Sagnac-ov efekat**.

Prelaskom sa koordinata iz ECI sistema na odgovarajuće u ECEF sistemu, koji rotira zajedno sa Zemljom ugaonom brzinom ω_E , tj. uzimajući kod linijskog elementa iz (2.8.7) u obzir da je $t = t' \equiv t_{GPS}$, $\rho = \rho'$, $\varphi = \varphi' + \omega_E t' \equiv \varphi' + \omega_E t$ i $z = z'$, možemo pisati:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{(\omega_E \rho')^2}{c^2} \right) (cdt_{GPS})^2 - 2\omega_E \rho'^2 d\varphi' dt_{GPS} - (d\sigma')^2, \quad (3.5.29)$$

gdje je uvedena oznaka $(d\sigma')^2 = (d\rho')^2 + (\rho' d\varphi')^2 + (dz')^2$ za kvadrat koordinatnog rastojanja. Poslije faktorizacije jednakosti (3.5.29), dobija se sopstveno vrijeme časovnika prijemnika fiksiranog na površi Zemlje kao:

$$d\tau_p^2 = \left(1 - \left(\frac{\omega_E \rho'}{c} \right)^2 - \frac{2\omega_E \rho'^2 d\varphi'}{c^2 dt_{GPS}} - \left(\frac{d\sigma'}{cdt_{GPS}} \right)^2 \right) (dt_{GPS})^2, \quad (3.5.30)$$

pri čemu se, kao beznačajne vrijednosti mogu izostaviti drugi i četvrti član u zagradi. S obzirom na to da $2\omega_E \rho'^2 d\varphi' / (c^2 dt_{GPS}) \rightarrow 0$, može se primijeniti (3.2.9), na osnovu čega se dobija aproksimacija:

$$dt_{GPS} = \left(1 + \frac{\omega_E \rho'^2 d\varphi'}{c^2 dt_{GPS}} \right) d\tau_p = d\tau_p + \frac{\omega_E \rho'^2 d\varphi'}{c^2}, \quad (3.5.31)$$

gdje se, uz uvođenje oznake $dP = \rho'(\rho' d\varphi')/2$ za beskonačno malu promjenu površine u vidu kružnog isječka, a poslije integracije duž putanje časovnika prijemnika između tačke $A(x_A, y_A)$ u kojoj se prijemnik nalazio u momentu emitovanja signala sa satelita i tačke $B(x_B, y_B)$ u kojoj je prijemnik primio emitovani signal, dobija **popravka za Sagnac-ov efekat** (*Nelson and Ely, 2006*):

$$\Delta t_{GPS, Sagnac} = \frac{2\omega_E P}{c^2} = \frac{\omega_E}{c^2} (x_A y_B - y_A x_B). \quad (3.5.32)$$

Ova popravka se uvodi u samom prijemniku.

3.5.5 Uticaj na ubrzanje satelita

Zakrivljenost kontinuuma prostor-vrijeme, koja je uzrokovana dejstvom gravitacionog polja Zemlje, glavni je faktor koji utiče na kretanje satelita. U tom smislu, uvodi se **popravka ubrzanja satelita**, poznata kao **Schwarzschild korekcija**, a piše se (*McCarthy, 1996*):

$$\Delta \ddot{\mathbf{r}}^s_{Schwarzschild} = \frac{GM_E}{c^2 (r^s)^3} \left(\left(\frac{4GM_E}{r^s} - \dot{\mathbf{r}}^s \cdot \dot{\mathbf{r}}^s \right) \mathbf{r}^s + 4(\mathbf{r}^s \cdot \dot{\mathbf{r}}^s) \dot{\mathbf{r}}^s \right), \quad (3.5.33)$$

gdje je r^s geocentrično rastojanje satelita, a \mathbf{r}^s i $\dot{\mathbf{r}}^s$ su uvedeni u (3.5.28).

Kod GPS satelita, vrijednost ove popravke može dostići vrijednost do $0.3 \cdot 10^{-9}$ m s⁻² (*Zhu and Groten, 1988*). Postoje još dva uticaja na ubrzanje satelita, a to su *Lense-Thirring precesija* i *de Sitter precesija*. Međutim, isti se ovdje ne prikazuju, jer proizvode greške koje su zanemarljive u slučaju kretanja GPS satelita, a o njima, kao i o uticaju koji je ovdje prezentiran, može se pročitati u *Petit and Luzum (2010)*.

3.5.6 Uticaj na prostiranje satelitskog signala u blizini Zemlje

Ovaj efekat, koji se još naziva i *Shapiro efekat* ili *Shapiro kašnjenje* (*Shapiro, 1964*), pojavljuje se usljed zakrivljenosti kontinuuma prostor-vrijeme koja nastaje pod uticajem gravitacionog polja Zemlje. Naime, putanja GPS signala emitovanog sa satelita savija se pri prolasku u blizini Zemlje, zbog čega *dolazi do kašnjenja tog signala i, ujedno, uvećanja dužine putanje istog*. Ovo uvećanje se zapisuje kao (preformulisano u odnosu na *Holdridge (1967)*):

$$\Delta\rho_{p,Shapiro}^s = \frac{2GM_E}{c^2} \ln \left(\frac{r^s + r_p + \rho_p^s}{r^s + r_p - \rho_p^s} \right), \quad (3.5.34)$$

pri čemu su r^s , r_p i ρ_p^s , redom, geocentrično rastojanje satelita, geocentrično rastojanje prijemnika i njihovo međusobno rastojanje.

Maksimalna vrijednost popravke (3.5.34) dostiže se pri elevacionom uglu od 0° , kada se približno rastojanje između prijemnika i satelita može izračunati na osnovu približnih vrijednosti njihovih geocentričnih rastojanja. Tako, ako se za geocentrično rastojanje prijemnika usvoji vrijednost srednjeg poluprečnika Zemlje od 6370 km, a za visinu satelita iznad Zemlje vrijednost od 20200 km, tada se primjenom Pitagorine teoreme dobija njihovo međusobno rastojanje od 25795 km, pa je maksimalna vrijednost popravke 18.7 mm. Međutim, ova vrijednost se odnosi na apsolutno pozicioniranje. Kod relativnog pozicioniranja efekat je mnogo manji i iznosi 1 ppb (*Zhu and Groten, 1988*).

3.5.7 Uticaj na radijalno geodetsko rastojanje između satelita i prijemnika

Za razmatranje ovog efekta dovoljno je koristiti Schwarzschild metriku datu preko (2.8.8), uspostavljenu pod pretpostavkom da je Zemlja sferno-simetričnog oblika i da se njena rotacija može zanemariti. Uslovi koji se ovdje nameću su $d\theta = d\varphi = 0$ i $ds^2 = 0$ (*Cheng, 2015*). Zamjenom ovih vrijednosti u (2.8.8), a poslije kraćeg sređivanja, dobija se:

$$cdt = \pm \frac{dr}{1 - r^*/r}, \quad (3.5.35)$$

gdje $r^* = 2GM_E / c^2$ predstavlja *Schwarzschild-ov radijus*.

Neka su prijemnik i satelit na radijalnom rastojanju r_p i r^s od centra Zemlje, respektivno, pri čemu se satelit nalazi direktno iznad prijemnika. Poslije integraljenja

lijeve i desne strane, dobijamo jednačinu za sopstvenu udaljenost između prijemnika i satelita (na osnovu *Boblest et al. (2016)*):

$$c\Delta t(r^s, r_p) = \int_{r_p}^{r^s} \frac{dr'}{1 - r^*/r'} = r^s - r_p + r^* \ln \left(\frac{r^s - r^*}{r_p - r^*} \right), \quad (3.5.36)$$

gdje je $\Delta t(r^s, r_p)$ vrijeme puta signala od satelita do prijemnika. Ova *dužina je*, kao što se vidi, *veća od koordinatnog rastojanja za dio koji zavisi od gravitacionog polja Zemlje*, tj. *od zakrivljenosti prostor-vremena*. Inače, racionalno je koristiti i aproksimaciju koja podrazumijeva izostavljanje r^* u argumentu funkcije \ln , kada ovaj efekat uzrokuje uvećanje radijalnog rastojanja za 12.7 mm (ako se za srednji poluprečnik Zemlje uzme vrijednost 6370 km, a za visinu satelita iznad Zemlje vrijednost 20200 km), pa spada u relativističke efekte koji se smatraju beznačajnim u relativnom GPS pozicioniranju.

MATEMATIČKI MODEL GPS MJERENJA

4.1 Funkcionalni model

Ako se uzmu u obzir svi izvori grešaka razmotreni u glavi 3, kao i neke oznake iz razmatranja u prethodnim poglavljima, korišćenjem uopštenih oznaka za uticaje tih izvora grešaka, mogu se napisati funkcionalni modeli kodnih i faznih pseudodužina, koji predstavljaju matematičku osnovu (preciznog) GPS pozicioniranja.

Tako, **funkcionalni model kodnih pseudodužina** za posmatranu epohu t pišemo kao:

$$\begin{aligned}
 P_{r,f}^s(t) = & \rho_r^s(t_r(t)) + cdt_r(t)(1 - \dot{\rho}_r^s(t_r(t)) / c) - \\
 & - c(dt^s(t) + \Delta t_{ecc}^s(t)) + \\
 & + c(dh_{r,P,f}(t) + dh_{P,f}^s(t)) + d_{r,orb}^s(t) + \\
 & + d_{r,iono,f}^s(t) + d_{r,tropo}^s(t) + d_{r,mp,P,f}^s(t) + \\
 & + d_{r,rapco,f}^s(t) + d_{r,rapcv,f}^s(t) + d_{r,sapco}^s(t) + d_{r,sapcv,f}^s(t) + \\
 & + d_{r,set}^s(t) + d_{r,ol}^s(t) + d_{r,rdpm}^s(t) + \\
 & + d_{r,Sch}^s(t) + d_{r,Sha}^s(t) + d_{r,rad}^s(t) + \varepsilon_{P_{r,f}^s}(t),
 \end{aligned} \tag{4.1.1}$$

dok za **funkcionalni model faznih pseudodužina** imamo:

$$\begin{aligned}
 \Phi_{r,f}^s(t) = & \rho_r^s(t_r(t)) + cdt_r(t)(1 - \dot{\rho}_r^s(t_r(t)) / c) - \\
 & - c(dt^s(t) + \Delta t_{ecc}^s(t)) + \\
 & + c(dh_{r,\Phi,f}(t) + dh_{\Phi,f}^s(t)) + \lambda_f N_{r,f}^s + \\
 & + d_{r,orb}^s(t) + d_{r,pwu,f}^s(t) - \\
 & - d_{r,iono,f}^s(t) + d_{r,tropo}^s(t) + d_{r,mp,\Phi,f}^s(t) + \\
 & + d_{r,rapco,f}^s(t) + d_{r,rapcv,f}^s(t) + d_{r,sapco}^s(t) + d_{r,sapcv,f}^s(t) + \\
 & + d_{r,set}^s(t) + d_{r,ol}^s(t) + d_{r,rdpm}^s(t) + \\
 & + d_{r,Sch}^s(t) + d_{r,Sha}^s(t) + d_{r,rad}^s(t) + \varepsilon_{\Phi_{r,f}^s}(t),
 \end{aligned} \tag{4.1.2}$$

pri čemu su (ovdje se radi kompletnosti prikaza ponavljaju značenja nekih oznaka koje su uvedene u prethodnim poglavljima):

- r, s : oznaka za prijemnik i satelit, respektivno
- f : indeks 1 ili 2 za frekvenciju koja odgovara nosaču L1 ili L2
- c : brzina svjetlosti u vakuumu

ρ_r^s	: tačno (geometrijsko) rastojanje između faznog centra antene satelita i faznog centra antene prijemnika
t_r	: očitavanje časovnika prijemnika u trenutku prijema signala
$P_{r,f}^s, \Phi_{r,f}^s$: kodna i fazna pseudodužina, respektivno
$\varepsilon_{P_{r,f}^s}, \varepsilon_{\Phi_{r,f}^s}$: čisto slučajni uticaji u pseudodužinama (odnose se na mjerni šum prijemnika)
dt_r, dt^s	: odstupanje očitavanja časovnika prijemnika i časovnika satelita od GPS vremena
Δt_{ecc}^s	: periodični relativistički uticaj na časovnik satelita koji potiče od ekscentriciteta orbite istog
$dh_{r,P,f}, dh_{P,f}^s$: uticaj kašnjenja signala pri prolasku kroz hardware prijemnika i satelita kod kodne pseudodužine
$dh_{r,\Phi,f}, dh_{\Phi,f}^s$: uticaj kašnjenja signala pri prolasku kroz hardware prijemnika i satelita kod fazne pseudodužine
$\lambda_f, N_{r,f}^s$: talasna dužina nosača i fazna neodređenost, respektivno
$d_{r,orb}^s$: uticaj grešaka parametara orbite satelita
$d_{r,pwu,f}^s$: uticaj u prisustvu faznog "wind-up" efekta
$d_{r,iono,f}^s, d_{r,tropo}^s$: uticaj u prisustvu jonosferske i troposferske refrakcije
$d_{r,mp,P,f}^s, d_{r,mp,\Phi,f}^s$: uticaj višestruke refleksije signala u pseudodužinama
$d_{r,rapco,f}^s, d_{r,sapco}^s$: uticaj ekscentriciteta faznog centra antene prijemnika i antene satelita
$d_{r,rapcv,f}^s, d_{r,sapcv,f}^s$: uticaj varijacije faznog centra antene prijemnika i antene satelita
$d_{r,set}^s, d_{r,ol}^s, d_{r,rdpm}^s$: uticaj pomjeranja GPS stanice usljed pomjeranja Zemljine kore, okeanskog plimatskog opterećenja i rotacionih deformacija izazvanih pomjeranjem pola

$d_{r,Sch}^s, d_{r,Sha}^s, d_{r,rad}^s$: relativistički uticaj na ubrzanje satelita, na prostiranje satelitskog signala u blizini Zemlje i na radijalno geodetsko rastojanje između satelita i prijemnika.

4.1.1 Linearne kombinacije pseudodužina

U cilju eliminisanja ili značajne redukcije uticaja pojedinih izvora grešaka, koji su prostorno i/ili vremenski korelisani, radi rješavanja faznih neodređenosti, kao i u svrhu efikasne obrade GPS mjerenja, uvode se linearne kombinacije istih. Od posebne važnosti za precizno GPS pozicioniranje su dvostruke razlike faznih pseudodužina, koje se formiraju na osnovu prostih razlika pseudodužina istog tipa. Pored ovih, značajne su i linearne kombinacije koje se uspostavljaju na osnovu pseudodužina na dvije različite frekvencije. Ovdje se prikazuju samo linearne kombinacije u kojima figurišu pseudodužine na frekvencijama nosača L1 i L2.

4.1.1.1 Proste razlike faznih pseudodužina

Ove veličine se mogu formirati na dva načina. Prvi je na osnovu faznih pseudodužina mjerenih od dva prijemnika (u oznaci r_1 i r_2) do istog satelita (s) u posmatranom trenutku t , kao:

$$\Delta \Phi_{r_1 r_2, f}^s(t) = \Phi_{r_2, f}^s(t) - \Phi_{r_1, f}^s(t), \quad (4.1.3)$$

pri čemu se primjenom operatora Δ na jednakost (4.1.2) *eliminšu odstupanje očitavanja časovnika satelita od GPS vremena, relativistički uticaj na isti i kašnjenje signala pri prolasku kroz hardware tog satelita*, dok to nije slučaj sa ostalim uticajima.

Drugi način se zasniva na faznim pseudodužinama mjerenim od istog prijemnika (r) do dva satelita (neka su to s_1 i s_2), u zapisu:

$$\nabla \Phi_{r, f}^{s_1 s_2}(t) = \Phi_{r, f}^{s_2}(t) - \Phi_{r, f}^{s_1}(t), \quad (4.1.4)$$

kada se *eliminšu odstupanje očitavanja časovnika prijemnika od GPS vremena i kašnjenje signala pri prolasku kroz hardware istog prijemnika*. Ni u ovom modelu se ne eliminšu ostali uticaji.

4.1.1.2 Dvostruke razlike faznih pseudodužina

Uzimajući u obzir proste razlike opisane modelom (4.1.3), može se uspostaviti sljedeći **model dvostrukih razlika faznih pseudodužina**, tj. **funkcionalni model relativnog GPS pozicioniranja**:

$$\begin{aligned}\nabla\Delta\Phi_{r_1r_2,f}^{s_1s_2}(t) &= \Delta\Phi_{r_1r_2,f}^{s_2}(t) - \Delta\Phi_{r_1r_2,f}^{s_1}(t) \\ &= \Phi_{r_2,f}^{s_2}(t) - \Phi_{r_1,f}^{s_2}(t) - \Phi_{r_2,f}^{s_1}(t) + \Phi_{r_1,f}^{s_1}(t).\end{aligned}\quad (4.1.5)$$

U ovom modelu, jedan broj uticaja se potpuno eliminiše, neki se svode na zanemarljivu vrijednost, ali ostaje rezidualni dio koji potiče od više nemodelovanih uticaja i ograničava tačnost pozicioniranja. Taj rezidualni dio egzistira zbog nepoznavanja matematičkog modela reprezentnog za ponašanje uticaja koje isti uključuje, a koji su sa iregularnim promjenama u vremenu.

Dvostruke razlike faznih pseudodužina nezavisne su od:

- Grešaka časovnika satelita zbog grešaka u IGS (Final Product) parametrima za korekciju vremena;
- Grešaka usljed ekscentriciteta faznih centara antena satelita;
- Grešaka koje nastaju pri prolasku signala kroz hardware satelita i prijemnika; i
- Grešaka usljed relativističkih uticaja na časovnike satelita i prijemnika.

S druge strane, ***izvore grešaka čiji se uticaji ne poništavaju u modelu dvostrukih razlika faznih pseudodužina, razumno je svrstati u tri grupe***, i to:

- *Zavisne od dužine bazne linije*
(greške orbite satelita, jonosferski i troposferski uticaji);
- *Zavisne od lokacije antene prijemnika*
(višestruka refleksija signala, ekscentriciteti i varijacije faznih centara antena prijemnika); i
- *Preostale relevantne izvore grešaka*
(varijacije faznih centara antena satelita, cirkularna polarizacija emitovanog signala sa satelita, pomjeranja mjesta na Zemlji na kojem je fiksiran prijemnik, zakrivljenost kontinuuma prostor-vrijeme uzrokovana gravitacionim poljem Zemlje, koja utiče na jednačine kretanja satelita – Schwarzschild Term, i prolongira vrijeme prostiranja GPS signala – Shapiro Time Delay).

Od pomenutih grešaka čiji se uticaji ne poništavaju u modelu dvostrukih razlika faznih pseudodužina, ***kod baznih linija srednjih dužina manjih od 500km (Luo, 2013), na zanemarljivu vrijednost svode se:***

- Greške orbite satelita;
- Greške usljed varijacija faznih centara antena satelita

- (imaju zanemarljivu vrijednost nezavisno od dužine bazne linije);
- Greške usljed cirkularne polarizacije emitovanog signala sa satelita;
 - Greške zbog pomjeranja mjesta na kojima se nalaze GPS prijemnici (pod uticajem plime Zemljine kore, okeanskog plimatskog opterećenja, deformacija zbog kretanja polova Zemlje, subdnevni varijacija rotacionih parametara Zemlje, atmosferskog pritiska i ostalih opterećenja); i
 - Greške usljed relativističkih uticaja zakrivljenosti kontinuuma prostor-vrijeme (Schwarzschild Term i Shapiro Time Delay).

Dakle, za bazne linije dužina manjih od 500km, može se uspostaviti **definitivni model dvostrukih faznih razlika** kao:

$$\begin{aligned} \nabla\Delta\Phi_{r_1r_2,f}^{s_1s_2}(t) = & \nabla\Delta\rho_{r_1r_2}^{s_1s_2}(t_{r_1}(t), t_{r_2}(t)) + \lambda_f\nabla\Delta N_{r_1r_2,f}^{s_1s_2} - \\ & - \nabla\Delta d_{r_1r_2,iono,f}^{s_1s_2}(t) + \nabla\Delta d_{r_1r_2,tropo}^{s_1s_2}(t) + \nabla\Delta d_{r_1r_2,mp,\Phi,f}^{s_1s_2}(t) + \\ & + \nabla\Delta d_{r_1r_2,rapco,f}^{s_1s_2}(t) + \nabla\Delta d_{r_1r_2,rapcv,f}^{s_1s_2}(t) + \nabla\Delta\varepsilon_{r_1r_2,f}^{s_1s_2}(t), \end{aligned} \quad (4.1.6)$$

pri čemu je $\nabla\Delta(\bullet)_{r_1r_2}^{s_1s_2} = \Delta(\bullet)_{r_1r_2}^{s_2} - \Delta(\bullet)_{r_1r_2}^{s_1} = (\bullet)_{r_2}^{s_2} - (\bullet)_{r_1}^{s_2} - (\bullet)_{r_2}^{s_1} + (\bullet)_{r_1}^{s_1}$.

Zapaža se da su u modelu (4.1.6), pored dvostrukih razlika geometrijskog rastojanja između prijemnika i satelita i faznih neodređenosti multipliciranih talasnom dužinom signala frekvencije f , prisutni *reziduali koji su promjenljivi u vremenu*, i koji potiču od *nemodelovanih grešaka usljed pojave višestruke refleksije signala, jonosferske refrakcije i troposferske refrakcije*, ali, u opštem slučaju, tu spadaju i *nemodelovane greške usljed ekscentriciteta i varijacija faznih centara antena prijemnika*. Svi ovi rezidualni uticaji, uz neizbježne čisto slučajne uticaje, ograničavaju preciznost GPS pozicioniranja, tj. preciznost koordinata tačke čiji je položaj od interesa.

Na osnovu rezultata dosadašnjih istraživanja, može se reći da su greške koje proizvode jonosferska i troposferska refrakcija, kao i one koje potiču od ekscentriciteta i varijacija faznih centara antena prijemnika, dobro modelovane, no, takva konstatacija, nažalost, još uvijek, ne stoji za višestruku refleksiju, koja je izuzetno kompleksna.

4.1.1.3 Trostruke razlike faznih pseudodužina

Model trostrukih razlika formira se na osnovu dvije odgovarajuće dvostruke razlike, uspostavljene za svaku od dvije uzastopne epohe, t_1 i t_2 .

Tako imamo:

$$\begin{aligned}
 \delta \nabla \Delta \Phi_{r_1 r_2, f}^{s_1 s_2}(t_1, t_2) &= \nabla \Delta \Phi_{r_1 r_2, f}^{s_1 s_2}(t_2) - \nabla \Delta \Phi_{r_1 r_2, f}^{s_1 s_2}(t_1) \\
 &= \Delta \Phi_{r_1 r_2, f}^{s_2}(t_2) - \Delta \Phi_{r_1 r_2, f}^{s_1}(t_2) - \Delta \Phi_{r_1 r_2, f}^{s_2}(t_1) + \Delta \Phi_{r_1 r_2, f}^{s_1}(t_1) \\
 &= \Phi_{r_2, f}^{s_2}(t_2) - \Phi_{r_1, f}^{s_2}(t_2) - \Phi_{r_2, f}^{s_1}(t_2) + \Phi_{r_1, f}^{s_1}(t_2) - \\
 &\quad - \Phi_{r_2, f}^{s_2}(t_1) + \Phi_{r_1, f}^{s_2}(t_1) + \Phi_{r_2, f}^{s_1}(t_1) - \Phi_{r_1, f}^{s_1}(t_1),
 \end{aligned} \tag{4.1.7}$$

što, s obzirom na model (4.1.6), konačno daje:

$$\begin{aligned}
 \delta \nabla \Delta \Phi_{r_1 r_2, f}^{s_1 s_2}(t_1, t_2) &= \delta \nabla \Delta \rho_{r_1 r_2}^{s_1 s_2}(t_{r_1}(t_2), t_{r_2}(t_2), t_{r_1}(t_1), t_{r_2}(t_1)) - \\
 &\quad - \delta \nabla \Delta d_{r_1 r_2, \text{iono}, f}^{s_1 s_2}(t_1, t_2) + \delta \nabla \Delta d_{r_1 r_2, \text{tropo}, f}^{s_1 s_2}(t_1, t_2) + \\
 &\quad + \delta \nabla \Delta d_{r_1 r_2, \text{mp}, \phi, f}^{s_1 s_2}(t_1, t_2) + \\
 &\quad + \delta \nabla \Delta d_{r_1 r_2, \text{rapco}, f}^{s_1 s_2}(t_1, t_2) + \delta \nabla \Delta d_{r_1 r_2, \text{rapcv}, f}^{s_1 s_2}(t_1, t_2) + \\
 &\quad + \delta \nabla \Delta \varepsilon_{\Phi_{r_1 r_2, f}^{s_1 s_2}}(t_1, t_2),
 \end{aligned} \tag{4.1.8}$$

pri čemu $\delta \nabla \Delta(\bullet)_{r_1 r_2}^{s_1 s_2}(t_1, t_2) = \nabla \Delta(\bullet)_{r_1 r_2}^{s_1 s_2}(t_2) - \nabla \Delta(\bullet)_{r_1 r_2}^{s_1 s_2}(t_1)$.

Kao što se vidi, primjenom ovog modela eliminišu se fazne neodređenosti, pa se isti može koristiti u prethodnoj obradi i pronalaženju GPS mjerenja koja sadrže fazne skokove, koji se tada pojavljuju kao grube greške u rezidualima.

Specijalno, ako imamo dvije bliske epohe mjerenja (što je veoma čest slučaj u praksi, jer je uobičajeno da odgovarajući vremenski razmak bude manji od 1 min), tada uticaj troposferske refrakcije (koji ne zavisi od frekvencije), praktično, ostaje nepromijenjen, pa se može smatrati eliminisanim u potpunosti. Ovaj uticaj nije izostao u modelu (4.1.8) da se ne bi narušila uopštenost prikaza. S druge strane, ovo nije slučaj i sa jonosferskim uticajem, koji, pogotovo u području oko geomagnetnog ekvatora, sjevernog i južnog pola, može imati veoma brze promjene u vremenskom periodu između pomenute dvije epohe.

4.1.1.4 Dvofrekventne linearne kombinacije

Na osnovu faznih i kodnih pseudodužina na dvije frekvencije, koje odgovaraju nosačima L1 i L2, mogu se formirati linearne kombinacije sa različitim svojstvima, naročito u pogledu prirode fazne neodređenosti, talasne dužine, preostalog jonosferskog uticaja, kao i intenziteta mjernog šuma, koji karakterišu odnosnu linearnu kombinaciju, a time opredjeljuju svrhu primjene iste.

Treba napomenuti da se linearne kombinacije mogu formirati na analogan način i na osnovu pseudodužina na tri frekvencije, L1, L2 i L5, ali se takve ovdje ne prikazuju.

Na osnovu dvije fazne, odnosno kodne pseudodužine, može se uspostaviti sljedeći **uopšteni model dvofrekventne linearne kombinacije pseudodužina**:

$$LCi_{\Phi}(t) = \kappa_{1,i}\Phi_{r,1}^s(t) + \kappa_{2,i}\Phi_{r,2}^s(t) \quad - \text{ za fazne pseudodužine,} \quad (4.1.9)$$

$$LCi_P(t) = \mu_{1,i}P_{r,1}^s(t) + \mu_{2,i}P_{r,2}^s(t) \quad - \text{ za kodne pseudodužine,} \quad (4.1.10)$$

gdje, pored već uvedenih oznaka, $\kappa_{1,i}$, $\kappa_{2,i}$, $\mu_{1,i}$ i $\mu_{2,i}$, u opštem slučaju, predstavljaju realne koeficijente. U nastavku se razmatra samo model (4.1.9), a rezonovanje vezano za model (4.1.10) je analogno.

S obzirom na činjenicu da se dvofrekventne linearne kombinacije uvode prvenstveno radi eliminisanja jonosferskog uticaja prvog reda, kao i radi rješavanja faznih neodređenosti, u ovdašnjem razmatranju je praktično koristiti redukovani model fazne pseudodužine, koji, pored rastojanja između prijemnika i satelita opterećenog uticajima koji ne zavise od frekvencije signala, sadrži još samo faznu neodređenost i jonosferski uticaj.

Dakle, imamo sljedeće fazne pseudodužine:

$$\Phi_{r,1}^s(t) = \rho_r^s(t) + \lambda_1 N_{r,1}^s - d_{r,iono,1}^s(t), \quad (4.1.11)$$

$$\Phi_{r,2}^s(t) = \rho_r^s(t) + \lambda_2 N_{r,2}^s - d_{r,iono,2}^s(t), \quad (4.1.12)$$

koje zamjenom u model (4.1.9) daju:

$$LCi_{\Phi}(t) = (\kappa_{1,i} + \kappa_{2,i})\rho_r^s(t) + \kappa_{1,i}\lambda_1 N_{r,1}^s + \kappa_{2,i}\lambda_2 N_{r,2}^s - (\kappa_{1,i} + \kappa_{2,i}q^2)d_{r,iono,1}^s(t), \quad (4.1.13)$$

gdje su:

$$q = \frac{f_1}{f_2} \quad \text{i} \quad d_{r,iono,1}^s(t) = \frac{40.309}{f_1^2} STEC_r^s(t). \quad (4.1.14)$$

Radi očuvanja nepromjenljivosti rastojanja između prijemnika i satelita, nameće se uslov:

$$\kappa_{1,i} + \kappa_{2,i} = 1, \quad (4.1.15)$$

a, uz uvođenje adekvatnih oznaka, zastupljeno je:

$$\kappa_{1,i}\lambda_1 N_{r,1}^s + \kappa_{2,i}\lambda_2 N_{r,2}^s = \lambda_{LCi_{\Phi}} N_{r,LCi_{\Phi}}^s, \quad (4.1.16)$$

na osnovu čega se dobija **fazna neodređenost dvofrekventne linearne kombinacije** u zapisu:

$$N_{r,LCi\phi}^s = \underbrace{\kappa_{1,i} \frac{\lambda_1}{\lambda_{LCi\phi}}}_{\kappa'_{1,i}} N_{r,1}^s + \underbrace{\kappa_{2,i} \frac{\lambda_2}{\lambda_{LCi\phi}}}_{\kappa'_{2,i}} N_{r,2}^s, \quad (4.1.17)$$

odakle se, zbog $N_{r,1}^s \in \mathbb{Z}$ i $N_{r,2}^s \in \mathbb{Z}$, zaključuje da:

$$\kappa'_{1,i} \in \mathbb{Z} \wedge \kappa'_{2,i} \in \mathbb{Z} \Rightarrow N_{r,LCi\phi}^s \in \mathbb{Z}, \quad (4.1.18)$$

pri čemu su:

$$\kappa_{1,i} = \kappa'_{1,i} \frac{\lambda_{LCi\phi}}{\lambda_1} \quad \text{i} \quad \kappa_{2,i} = \kappa'_{2,i} \frac{\lambda_{LCi\phi}}{\lambda_2}. \quad (4.1.19)$$

Dakle, korišćenjem koeficijenata $\kappa_{1,i}$ i $\kappa_{2,i}$ pri računanju linearne kombinacije (4.1.9), koja je izražena u metrima, postiže se prethodna konverzija pseudodužina u odgovarajuće faze, izražene u faznim ciklusima.

Zamjenom koeficijenata iz (4.1.19) u jednakost (4.1.15), dobija se **talasna dužina dvofrekventne linearne kombinacije** kao:

$$\lambda_{LCi\phi} = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\kappa'_{2,i} \lambda_1 + \kappa'_{1,i} \lambda_2}, \quad (4.1.20)$$

a primjenom odnosa $\lambda = c / f$ i **odgovarajuća frekvencija**:

$$f_{LCi\phi} = \kappa'_{1,i} f_1 + \kappa'_{2,i} f_2. \quad (4.1.21)$$

Na osnovu modela (4.1.9), a s obzirom na (4.1.19), uspostavlja se **uopšteni model dvofrekventne linearne kombinacije faznih mjerenja** kao:

$$LCi_{\psi}(t) = \kappa'_{1,i} \psi_{r,1}^s(t) + \kappa'_{2,i} \psi_{r,2}^s(t), \quad (4.1.22)$$

odnosno, poslije kraćeg sređivanja:

$$LCi_{\psi}(t) = \frac{\kappa'_{1,i} f_1 + \kappa'_{2,i} f_2}{c} \rho_r^s(t) + \kappa'_{1,i} N_{r,1}^s + \kappa'_{2,i} N_{r,2}^s - (\kappa'_{1,i} + \kappa'_{2,i} q) \frac{d_{r,iono,1}^s(t)}{\lambda_1}. \quad (4.1.23)$$

Jonosferski uticaj, tj. četvrti član na desnoj strani jednakosti (4.1.23), s obzirom na (4.1.14) i $\lambda_1 = c / f_1$, može se zapisati na sljedeći način:

$$\delta LCi_{\psi,I}(t) = - \frac{K_{LCi_{\psi,I}}(t)}{f_1 f_2} (\kappa'_{1,i} f_2 + \kappa'_{2,i} f_1), \quad (4.1.24)$$

gdje je, radi sažetijeg prikaza, uvedena funkcija:

$$K_{LCi_{\psi,I}}(t) = \frac{40.309}{c} STEC_r^s(t). \quad (4.1.25)$$

Korespondentni uticaj jonosfere na vrijeme prostiranja signala sa frekvencijom datom posredstvom (4.1.21), tj. **kašnjenje signala**, dobija se kao:

$$\delta T_{LCi_{\psi,I}}(t) = \frac{\delta LCi_{\psi,I}(t)}{f_1 f_2} = - \frac{K_{LCi_{\psi,I}}(t)}{f_1 f_2} V_{LCi_{\psi,I}}, \quad (4.1.26)$$

pri čemu

$$V_{LCi_{\psi,I}} = \frac{\kappa'_{1,i} f_2 + \kappa'_{2,i} f_1}{\kappa'_{1,i} f_1 + \kappa'_{2,i} f_2} \quad (4.1.27)$$

predstavlja **jonosferski faktor pojačanja**, još jednu bitnu karakteristiku dvofrekventne linearne kombinacije.

Pretpostavimo da su fazna mjerenja na dvijema frekvencijama nekorelisana i da imaju istu standardnu devijaciju, σ_{ψ} , koju, prema ICD GPS 200C usvajamo sa vrijednošću od 0.1 rad (*ICD-GPS-200C, 1993*). Tada, primjenom zakona o prenosu grešaka na model (4.1.22), dobijamo **standardnu devijaciju dvofrekventne linearne kombinacije**, koja se izražena u faznim ciklusima i jedinicama dužine, redom, piše kao:

$$\sigma_{LCi_{\psi}} = \frac{\sigma_{\psi}}{2\pi} \sqrt{\kappa'^2_{1,i} + \kappa'^2_{2,i}} \quad \text{i} \quad \sigma_{LCi_{\phi}} = \lambda_{LCi_{\phi}} \sigma_{LCi_{\psi}} = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\kappa'_{2,i} \lambda_1 + \kappa'_{1,i} \lambda_2} \sigma_{LCi_{\psi}}, \quad (4.1.28)$$

U preciznom relativnom GPS pozicioniranju primjenjuju se dvofrekventne linearne kombinacije dvostrukih razlika faznih mjerenja, odnosno izvedenih pseudodužina. Naime, u tom slučaju imamo **uopšteni model dvofrekventne linearne kombinacije dvostrukih razlika faznih pseudodužina**:

$$LCi_{\nabla\Delta\phi}(t) = \kappa_{1,i} \nabla\Delta \Phi_{r_1 r_2,1}^{s_1 s_2}(t) + \kappa_{2,i} \nabla\Delta \Phi_{r_1 r_2,2}^{s_1 s_2}(t), \quad (4.1.29)$$

što primjenom modela (4.1.5), a poslije kraćeg sređivanja izraza, dovodi do:

$$\begin{aligned} LCi_{\nabla\Delta\phi}(t) = & \underbrace{(\kappa_{1,i} \Phi_{r_2,1}^{s_2}(t) + \kappa_{2,i} \Phi_{r_2,2}^{s_2}(t))}_{LCi_{\phi}^{(1)}(t)} - \underbrace{(\kappa_{1,i} \Phi_{r_1,1}^{s_2}(t) + \kappa_{2,i} \Phi_{r_1,2}^{s_2}(t))}_{LCi_{\phi}^{(2)}(t)} - \\ & - \underbrace{(\kappa_{1,i} \Phi_{r_2,1}^{s_1}(t) + \kappa_{2,i} \Phi_{r_2,2}^{s_1}(t))}_{LCi_{\phi}^{(3)}(t)} + \underbrace{(\kappa_{1,i} \Phi_{r_1,1}^{s_1}(t) + \kappa_{2,i} \Phi_{r_1,2}^{s_1}(t))}_{LCi_{\phi}^{(4)}(t)}, \end{aligned} \quad (4.1.30)$$

odakle se vidi da, ustvari, imamo linearnu kombinaciju četiri dvofrekventne linearne kombinacije tipa (4.1.9), a na osnovu (4.1.29) odmah možemo pisati:

$$\begin{aligned}
 LCi_{\nabla\Delta\phi}(t) = & (\kappa_{1,i} + \kappa_{2,i})\nabla\Delta\rho_{r_1r_2}^{s_1s_2}(t) + \\
 & + \kappa_{1,i}\lambda_1\nabla\Delta N_{r_1r_2,1}^{s_1s_2} + \kappa_{2,i}\lambda_2\nabla\Delta N_{r_1r_2,2}^{s_1s_2} - \\
 & - (\kappa_{1,i} + \kappa_{2,i}q^2)\nabla\Delta d_{r_1r_2,iono,1}^{s_1s_2}(t),
 \end{aligned} \tag{4.1.31}$$

odakle, posredstvom analognog rezonovanja kao kod modela (4.1.9), dolazimo do odgovarajućih **koeficijenata, fazne neodređenosti, talasne dužine i frekvencije**:

$$\kappa'_{1,i} = \kappa_{1,i} \frac{\lambda_1}{\lambda_{LCi_{\nabla\Delta\phi}}} \quad \text{i} \quad \kappa'_{2,i} = \kappa_{2,i} \frac{\lambda_2}{\lambda_{LCi_{\nabla\Delta\phi}}}, \tag{4.1.32}$$

$$N_{r_1r_2,LCi_{\nabla\Delta\phi}}^{s_1s_2} = \kappa'_{1,i}\nabla\Delta N_{r_1r_2,1}^{s_1s_2} + \kappa'_{2,i}\nabla\Delta N_{r_1r_2,2}^{s_1s_2}, \tag{4.1.33}$$

$$\lambda_{LCi_{\nabla\Delta\phi}} = \frac{\lambda_1\lambda_2}{\kappa'_{2,i}\lambda_1 + \kappa'_{1,i}\lambda_2}, \quad f_{LCi_{\nabla\Delta\phi}} = \kappa'_{1,i}f_1 + \kappa'_{2,i}f_2. \tag{4.1.34}$$

Na osnovu modela (4.1.29), a uzimanjem u obzir (4.1.32), dobija se **uopšteni model dvofrekventne linearne kombinacije dvostrukih razlika faznih mjerenja** u zapisu:

$$LCi_{\nabla\Delta\psi}(t) = \kappa'_{1,i}\nabla\Delta\psi_{r_1r_2,1}^{s_1s_2}(t) + \kappa'_{2,i}\nabla\Delta\psi_{r_1r_2,2}^{s_1s_2}(t), \tag{4.1.35}$$

odnosno, razloženo:

$$\begin{aligned}
 LCi_{\nabla\Delta\psi}(t) = & \frac{\kappa'_{1,i}f_1 + \kappa'_{2,i}f_2}{c} \nabla\Delta\rho_{r_1r_2}^{s_1s_2}(t) + \\
 & + \kappa'_{1,i}\nabla\Delta N_{r_1r_2,1}^{s_1s_2} + \kappa'_{2,i}\nabla\Delta N_{r_1r_2,2}^{s_1s_2} - \\
 & - (\kappa'_{1,i} + \kappa'_{2,i}q) \frac{\nabla\Delta d_{r_1r_2,iono,1}^{s_1s_2}(t)}{\lambda_1},
 \end{aligned} \tag{4.1.36}$$

kada je **kašnjenje signala**:

$$\delta T_{LCi_{\nabla\Delta\psi,I}}(t) = \frac{\delta LCi_{\nabla\Delta\psi,I}(t)}{f_1f_2} = - \frac{K_{LCi_{\nabla\Delta\psi,I}}(t)}{f_1f_2} V_{LCi_{\nabla\Delta\psi,I}}, \tag{4.1.37}$$

gdje su:

$$K_{LCi_{\nabla\Delta\psi,I}}(t) = \frac{40.309}{c} \nabla\Delta STEC_{r_1r_2}^{s_1s_2}(t) \quad \text{i} \quad V_{LCi_{\nabla\Delta\psi,I}} = \frac{\kappa'_{1,i}f_2 + \kappa'_{2,i}f_1}{\kappa'_{1,i}f_1 + \kappa'_{2,i}f_2}, \tag{4.1.38}$$

redom, uvedena funkcija i **jonsferski faktor pojačanja**.

Ako pretpostavimo da su sva fazna mjerenja u modelu (4.1.35) nekorelisana i da su sa istom standardnom devijacijom koja figuriše u (4.1.28), σ_ψ , tada **standardnu devijaciju dvofrekventne linearne kombinacije dvostrukih razlika**, izraženu u jedinicama dužine, računamo na sljedeći način:

$$\sigma_{LCi_{\nabla\Delta\phi}} = \lambda_{LCi_{\nabla\Delta\phi}} \sigma_{LCi_{\nabla\Delta\psi}} = \frac{\sigma_{\psi}}{\pi} \frac{\lambda_1 \lambda_2 \sqrt{\kappa_{1,i}'^2 + \kappa_{2,i}'^2}}{\kappa_{2,i}' \lambda_1 + \kappa_{1,i}' \lambda_2}. \quad (4.1.39)$$

U nastavku se prikazuju linearne kombinacije relevantne za obradu GPS mjerenja.

Linearne kombinacije LC1 i LC2

Ove dvije linearne kombinacije se dobijaju sljedećim izborom koeficijenata:

$$\kappa_{1,1} = 1 \quad \text{i} \quad \kappa_{2,1} = 0 \Rightarrow \kappa_{2,1}' = 0 \quad - \text{ za } \mathbf{LC1}, \quad (4.1.40)$$

$$\kappa_{1,2} = 0 \Rightarrow \kappa_{1,2}' = 0 \quad \text{i} \quad \kappa_{2,2} = 1 \quad - \text{ za } \mathbf{LC2}, \quad (4.1.41)$$

zbog čega se obje svode na dvostruke razlike faznih pseudodužina, odnosno mjerenih faza, na frekvenciji koja odgovara nosaču L1 i nosaču L2, respektivno. Naime, imamo sljedeće modele:

$$\mathbf{LC1}_{\nabla\Delta\psi}(t) = \nabla\Delta\psi_{r_1 r_2, 1}^{s_1 s_2}(t) \quad \text{i} \quad \mathbf{LC2}_{\nabla\Delta\psi}(t) = \nabla\Delta\psi_{r_1 r_2, 2}^{s_1 s_2}(t), \quad (4.1.42)$$

$$\mathbf{LC1}_{\nabla\Delta\phi}(t) = \nabla\Delta\Phi_{r_1 r_2, 1}^{s_1 s_2}(t) \quad \text{i} \quad \mathbf{LC2}_{\nabla\Delta\phi}(t) = \nabla\Delta\Phi_{r_1 r_2, 2}^{s_1 s_2}(t). \quad (4.1.43)$$

Prethodne dvije linearne kombinacije navedene su isključivo zbog potpunosti prikaza.

Linearna kombinacija LC3

Ova linearna kombinacija se uvodi radi *eliminacije jonosferskog uticaja prvog reda*, kada mora biti ispunjen uslov:

$$\delta\mathbf{LC3}_{\nabla\Delta\psi, I}(t) = - \frac{K_{\mathbf{LC3}_{\nabla\Delta\psi, I}}(t)}{f_1 f_2} (\kappa_{1,3}' f_2 + \kappa_{2,3}' f_1) = 0, \quad (4.1.44)$$

zbog čega imamo:

$$\kappa_{1,3}' f_2 + \kappa_{2,3}' f_1 = 0. \quad (4.1.45)$$

Usvajanjem $\kappa_{1,3}' = 1$, dobija se $\kappa_{2,3}' = -f_2 / f_1$, a na osnovu (4.1.32), prve jednakosti u (4.1.34) i veze $\lambda = c / f$ slijedi da je:

$$\kappa_{1,3} = f_1^2 / (f_1^2 - f_2^2) \quad \text{i} \quad \kappa_{2,3} = -f_2^2 / (f_1^2 - f_2^2), \quad (4.1.46)$$

pa **model dvofrekventne LC3 linearne kombinacije dvostrukih razlika faznih mjerenja i odgovarajući model za pseudodužine**, respektivno, glase:

$$\begin{aligned} \mathbf{LC3}_{\nabla\Delta\psi}(t) &= \nabla\Delta\psi_{r_1 r_2, 1}^{s_1 s_2}(t) - \frac{f_2}{f_1} \nabla\Delta\psi_{r_1 r_2, 2}^{s_1 s_2}(t) \\ &= \frac{f_1^2 - f_2^2}{c f_1} \nabla\Delta\rho_{r_1 r_2}^{s_1 s_2}(t) + \nabla\Delta N_{r_1 r_2, 1}^{s_1 s_2} - \frac{f_2}{f_1} \nabla\Delta N_{r_1 r_2, 2}^{s_1 s_2}, \end{aligned} \quad (4.1.47)$$

$$\begin{aligned}
 LC3_{\nabla\Delta\phi}(t) &= \frac{1}{f_1^2 - f_2^2} (f_1^2 \nabla\Delta\Phi_{r_1^2,1}^{s_1 s_2}(t) - f_2^2 \nabla\Delta\Phi_{r_1^2,2}^{s_1 s_2}(t)) \\
 &= \nabla\Delta\rho_{r_1^2}^{s_1 s_2}(t) + \frac{cf_1}{f_1^2 - f_2^2} (\nabla\Delta N_{r_1^2,1}^{s_1 s_2} - \frac{f_2}{f_1} \nabla\Delta N_{r_1^2,2}^{s_1 s_2}).
 \end{aligned} \tag{4.1.48}$$

Očuvanje cjelobrojne fazne neodređenosti pri eliminaciji jonosferskog uticaja prvog reda, postiže se, međutim, kada $\kappa'_{1,3} \in \mathbb{Z}$ i $\kappa'_{2,3} \in \mathbb{Z}$, a jedan takav par koeficijenata dobija se korišćenjem odnosa frekvencija f_1 i f_2 , koji slijedi iz (2.3.1). Naime, imamo:

$$f_1 / f_2 = 77 / 60 \Rightarrow 77f_2 - 60f_1 = 0. \tag{4.1.49}$$

što, shodno uslovu (4.1.45), daje $\kappa'_{1,3} = 77$ i $\kappa'_{2,3} = -60$, kada se dobijaju i druga dva koeficijenta, pri čemu je $\kappa_{1,3} \approx 2.55$ i $\kappa_{2,3} \approx -1.55$.

Korišćenje ove kombinacije, poznate pod nazivom **IF (Ionosphere-Free) linearna kombinacija**, obezbjeđuje visoku tačnost relativnog GPS pozicioniranja, što je od značaja kod baznih linija velikih dužina, gdje su jonosferski uticaji dominantni.

Linearna kombinacija LC4

Radi *eliminacije uticaja geometrije*, na koji se odnosi prvi član sa desne strane jednakosti (4.1.36), uvodi se linearna kombinacija sa koeficijentima koji se, dakle, uspostavljaju na osnovu uslova:

$$\delta LC4_{\nabla\Delta\psi,G}(t) = \frac{\kappa'_{1,4}f_1 + \kappa'_{2,4}f_2}{c} \nabla\Delta\rho_{r_1^2}^{s_1 s_2}(t) = 0, \tag{4.1.50}$$

kada mora biti ispunjeno:

$$\kappa'_{1,4}f_1 + \kappa'_{2,4}f_2 = 0, \tag{4.1.51}$$

na osnovu čega se dobija $\lambda_{LC4_{\nabla\Delta\phi}} = +\infty$, a onda, s obzirom na (4.1.32), i $\kappa_{1,4} = +\infty$ i $\kappa_{2,4} = -\infty$, pa se ova linearna kombinacija, polazeći od (4.1.51), ne može uspostaviti za fazne pseudodužine, već samo za fazna mjerenja.

Ako usvojimo $\kappa'_{1,4} = 1$, dobija se da je $\kappa'_{2,4} = -f_1 / f_2$, pa **model dvofrekventne LC4 linearne kombinacije dvostrukih razlika faznih mjerenja** glasi:

$$\begin{aligned}
 LC4_{\nabla\Delta\psi}(t) &= \nabla\Delta\psi_{r_1^2,1}^{s_1 s_2}(t) - \frac{f_1}{f_2} \nabla\Delta\psi_{r_1^2,2}^{s_1 s_2}(t) \\
 &= \nabla\Delta N_{r_1^2,1}^{s_1 s_2} - \frac{f_1}{f_2} \nabla\Delta N_{r_1^2,2}^{s_1 s_2} - \frac{f_1(f_2^2 - f_1^2)}{cf_2^2} \nabla\Delta d_{r_1^2,iono,1}^{s_1 s_2}(t).
 \end{aligned} \tag{4.1.52}$$

Analognim rezonovanjem kao kod prethodne linearne kombinacije, zaključuje se da se očuvanje cjelobrojne fazne neodređenosti, shodno uslovu eliminacije uticaja geometrije (4.1.51), postiže kada su $\kappa'_{1,4} = -60$ i $\kappa'_{2,4} = 77$. Ovo, takođe, implicira nemogućnost uspostavljanja modela za odnosne pseudodužine, jer je $\kappa_{1,4} = -\infty$ i $\kappa_{2,4} = +\infty$.

S obzirom na (4.1.31), uslov za poništavanje uticaja geometrije je sljedeći:

$$\delta LC_{4\nabla\Delta\phi,G}(t) = (\kappa_{1,4} + \kappa_{2,4})\nabla\Delta\rho_{r_{1,2}}^{s_1,s_2}(t) = 0. \quad (4.1.53)$$

Na osnovu toga, jasno je da mora biti zadovoljena jednakost:

$$\kappa_{1,4} + \kappa_{2,4} = 0, \quad (4.1.54)$$

što, ako usvojimo $\kappa_{1,4} = 1$, daje $\kappa_{2,4} = -1$, pa **model dvofrekventne LC4 linearne kombinacije dvostrukih razlika faznih pseudodužina** glasi:

$$\begin{aligned} LC_{4\nabla\Delta\phi}(t) &= \nabla\Delta\Phi_{r_{1,2},1}^{s_1,s_2}(t) - \nabla\Delta\Phi_{r_{1,2},2}^{s_1,s_2}(t) \\ &= \frac{c}{f_1 f_2} (f_2 \nabla\Delta N_{r_{1,2},1}^{s_1,s_2} - f_1 \nabla\Delta N_{r_{1,2},2}^{s_1,s_2}) - \\ &\quad - \frac{f_2^2 - f_1^2}{f_2^2} \nabla\Delta d_{r_{1,2},iono,1}^{s_1,s_2}(t). \end{aligned} \quad (4.1.55)$$

Zbog invarijantnosti na uticaj geometrije, za (4.1.55) se u literaturi, uobičajeno, koristi naziv **GF (Geometry-Free) linearna kombinacija**, a pošto od vremenski promjenljivih uticaja sadrži samo jonosferski uticaj, ista se, još, naziva i **jonosferskim signalom**. Stoga se vremenske serije ove kombinacije mogu koristiti za ispitivanje ponašanja uticaja jonosferske refrakcije, a pri, generalno, regularnim stanjima jonosfere, svaka odskakuća vrijednost u takvim serijama će ukazati na pojavu faznog skoka.

Linearna kombinacija LC5

Ova veličina je, zbog svoje *velike talasne dužine* (tabela 4.1.1), poznata kao **WL (Wide-Lane) linearna kombinacija**. U praksi se, s obzirom na pomenutu karakteristiku koja to u velikoj mjeri olakšava, koristi za *rješavanje faznih neodređenosti*. Ista se uspostavlja usvajanjem:

$$\kappa'_{1,5} = 1 \text{ i } \kappa'_{2,5} = -\kappa'_{1,5} = -1, \quad (4.1.56)$$

što daje:

$$\kappa_{1,5} = f_1 / (f_1 - f_2) \text{ i } \kappa_{2,5} = -f_2 / (f_1 - f_2). \quad (4.1.57)$$

Sada se mogu napisati **model dvofrekventne LC5 linearne kombinacije dvostrukih razlika faznih mjerenja i odnosni model za pseudodužine**, koji, respektivno, glase:

$$\begin{aligned}
 LC5_{\nabla\Delta\psi}(t) &= \nabla\Delta\psi_{r_1r_2,1}^{s_1s_2}(t) - \nabla\Delta\psi_{r_1r_2,2}^{s_1s_2}(t) \\
 &= \frac{f_1 - f_2}{c} (\nabla\Delta\rho_{r_1r_2}^{s_1s_2}(t) + \frac{f_1}{f_2} \nabla\Delta d_{r_1r_2,iono,1}^{s_1s_2}(t)) + \\
 &\quad + \nabla\Delta N_{r_1r_2,1}^{s_1s_2} - \nabla\Delta N_{r_1r_2,2}^{s_1s_2},
 \end{aligned} \tag{4.1.58}$$

$$\begin{aligned}
 LC5_{\nabla\Delta\Phi}(t) &= \frac{1}{f_1 - f_2} (f_1 \nabla\Delta\Phi_{r_1r_2,1}^{s_1s_2}(t) - f_2 \nabla\Delta\Phi_{r_1r_2,2}^{s_1s_2}(t)) \\
 &= \nabla\Delta\rho_{r_1r_2}^{s_1s_2}(t) + \frac{c}{f_1 - f_2} (\nabla\Delta N_{r_1r_2,1}^{s_1s_2} - \nabla\Delta N_{r_1r_2,2}^{s_1s_2}) + \\
 &\quad + \frac{f_1}{f_2} \nabla\Delta d_{r_1r_2,iono,1}^{s_1s_2}(t).
 \end{aligned} \tag{4.1.59}$$

Iz (4.1.58) se zaključuje da je očuvana cjelobrojna fazna neodređenost.

Linearna kombinacija LC6

U pitanju je tzv. *NL (Narrow-Lane) linearna kombinacija*, koja je, takođe, značajna, jer se zajedno sa LC5 koristi za dobijanje linearne kombinacije LCMW (prikazana je u nastavku), koja se koristi za otkrivanje faznih skokova. Naziv potiče od *male odnosne talasne dužine* (tabela 4.1.1), a uspostavlja se usvajanjem:

$$\kappa'_{1,6} = \kappa'_{2,6} = 1, \tag{4.1.60}$$

kada je:

$$\kappa_{1,6} = f_1 / (f_1 + f_2) \text{ i } \kappa_{2,6} = f_2 / (f_1 + f_2). \tag{4.1.61}$$

Tako, **model dvofrekventne LC6 linearne kombinacije dvostrukih razlika faznih mjerenja i odgovarajući model za izvedene pseudodužine**, redom, pišemo kao:

$$\begin{aligned}
 LC6_{\nabla\Delta\psi}(t) &= \nabla\Delta\psi_{r_1r_2,1}^{s_1s_2}(t) + \nabla\Delta\psi_{r_1r_2,2}^{s_1s_2}(t) \\
 &= \frac{f_1 + f_2}{c} (\nabla\Delta\rho_{r_1r_2}^{s_1s_2}(t) - \frac{f_1}{f_2} \nabla\Delta d_{r_1r_2,iono,1}^{s_1s_2}(t)) + \\
 &\quad + \nabla\Delta N_{r_1r_2,1}^{s_1s_2} + \nabla\Delta N_{r_1r_2,2}^{s_1s_2},
 \end{aligned} \tag{4.1.62}$$

$$\begin{aligned}
 LC6_{\nabla\Delta\Phi}(t) &= \frac{1}{f_1 + f_2} (f_1 \nabla\Delta\Phi_{r_1r_2,1}^{s_1s_2}(t) + f_2 \nabla\Delta\Phi_{r_1r_2,2}^{s_1s_2}(t)) \\
 &= \nabla\Delta\rho_{r_1r_2}^{s_1s_2}(t) + \frac{c}{f_1 + f_2} (\nabla\Delta N_{r_1r_2,1}^{s_1s_2} + \nabla\Delta N_{r_1r_2,2}^{s_1s_2}) - \\
 &\quad - \frac{f_1}{f_2} \nabla\Delta d_{r_1r_2,iono,1}^{s_1s_2}(t).
 \end{aligned} \tag{4.1.63}$$

I ovdje je očuvana cjelobrojna fazna neodređenost, što se zaključuje iz (4.1.62).

Na osnovu (4.1.58) i (4.1.62), pod pretpostavkom da su poznate fazne neodređenosti kombinacija **LC5** i **LC6**, dobijaju se:

$$\nabla\Delta N_{r_1r_2,1}^{s_1s_2} = (N_{r_1r_2,LC5_{\nabla\Delta\phi}}^{s_1s_2} + N_{r_1r_2,LC6_{\nabla\Delta\phi}}^{s_1s_2}) / 2; \quad (4.1.64)$$

$$\nabla\Delta N_{r_1r_2,2}^{s_1s_2} = (N_{r_1r_2,LC6_{\nabla\Delta\phi}}^{s_1s_2} - N_{r_1r_2,LC5_{\nabla\Delta\phi}}^{s_1s_2}) / 2, \quad (4.1.65)$$

tj. *fazne neodređenosti dvostrukih razlika za obje frekvencije.*

Tabela 4.1.1 – Numeričke karakteristike linearnih kombinacija LC1 do LC6

Linearna kombinacija <i>LCi</i>	$K_{1,i}$	$K_{2,i}$	$K'_{1,i}$	$K'_{2,i}$	$\lambda_{LCi_{\nabla\Delta\phi}}$ [m]	$V_{LCi_{\nabla\Delta\phi,I}}$	$\sigma_{LCi_{\nabla\Delta\phi}}$ [mm]
<i>LC1</i>	1	0	1	0	0.190	0.779	6.1
<i>LC2</i>	0	1	0	1	0.244	1.283	7.8
<i>LC3</i>	2.55	-1.55	1	-0.779	0.485	0	19.6
	2.55	-1.55	77	-60	0.006	0	19.6
<i>LC4</i>	$+\infty$	$-\infty$	1	-1.283	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$
	$-\infty$	$+\infty$	-60	77	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$
	1	-1	-	-	-	-	-
<i>LC5</i>	4.53	-3.53	1	-1	0.863	-1	38.8
<i>LC6</i>	0.56	0.44	1	1	0.107	1	4.8

Linearna kombinacija LCMW

U pitanju je veličina koja je nezavisno predložena od strane *Melbourne (1985)* i *Wübbena (1985)*, odakle i naziv *MW (Melbourne-Wübbena) linearna kombinacija*, a uspostavlja se kao razlika prikazane LC5 faznih pseudodužina i LC6 kodnih pseudodužina.

Naime, **model dvofrekventne linearne kombinacije Melbourne-Wübbena** glasi:

$$\begin{aligned} LCMW_{\nabla\Delta}(t) &= LC5_{\nabla\Delta\phi}(t) - LC6_{\nabla\Delta P}(t) \\ &= \frac{1}{f_1 - f_2} (f_1 \nabla\Delta \Phi_{r_1r_2,1}^{s_1s_2}(t) - f_2 \nabla\Delta \Phi_{r_1r_2,2}^{s_1s_2}(t)) - \\ &\quad - \frac{1}{f_1 + f_2} (f_1 \nabla\Delta P_{r_1r_2,1}^{s_1s_2}(t) + f_2 \nabla\Delta P_{r_1r_2,2}^{s_1s_2}(t)), \end{aligned} \quad (4.1.66)$$

što se, bez prikazivanja jednostavnog izvođenja, a pod pretpostavkom nepromijenjenosti faznih neodređenosti tokom vremena, svodi na konstantu:

$$\begin{aligned}
 LCMW_{\nabla\Delta}(t) &= \frac{c}{f_1 - f_2} (\nabla\Delta N_{r_1 r_2, 1}^{s_1 s_2} - \nabla\Delta N_{r_1 r_2, 2}^{s_1 s_2}) \\
 &= \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} (\nabla\Delta N_{r_1 r_2, 1}^{s_1 s_2} - \nabla\Delta N_{r_1 r_2, 2}^{s_1 s_2}) \\
 &\equiv \lambda_{LC5_{\nabla\Delta\phi}} N_{r_1 r_2, LC5_{\nabla\Delta\phi}}^{s_1 s_2},
 \end{aligned} \tag{4.1.67}$$

zbog čega se ova linearna kombinacija može koristiti za ocjenu faznih neodređenosti linearne kombinacije LC5, a vremenska serija iste za efikasno otkrivanje faznih skokova u dvostrukim razlikama faznih mjerenja.

4.2 Stohastički model

U cilju potpunog definisanja matematičkog modela GPS mjerenja, pored funkcionalnog, treba definisati i njemu odgovarajući stohastički model. Taj model opisuje statističke karakteristike pomenutih mjerenja, a izražava se odnosnom disperziono-kovarijacionom matricom, čiji se elementi na glavnoj dijagonali (disperzije) odnose na tačnost mjerenja, a svi ostali (kovarijacije) na određeni tip statističke korelacije među mjerenjima.

Treba napomenuti da se pri definisanju stohastičkog modela GPS mjerenja *veoma često* vrše uprošćavanja, na taj način što se u obzir uzima samo **matematička korelacija**, dok se **fizička korelacija** zanemaruje. Fizička korelacija se može podijeliti na *prostornu*, *vremensku* i *kros-korelaciju*, koje se, respektivno, odnose na stohastičku zavisnost GPS mjerenja između satelita, između epoha i između različitih frekvencija GPS signala. Prostorna korelacija je prisutna iz razloga što, u posmatranoj epohi, različitim satelitima odgovaraju različite elevacije. S druge strane, ispostavilo se da je značajna vremenska korelacija prisutna kada se GPS opažanja vrše sa registracijom podataka na svakih 0.2 s, pri čemu se koeficijent korelacije kreće između 0.80 i 0.90 (*Borre and Tiberius, 2000*), dok je za interval registracije duži od 30 s ovaj tip korelacije zanemarljiv (*Bona, 2000*). Uz to, nekoliko istraživanja, kao što su *Bona and Tiberius (2000)* i *Liu (2002)*, pokazalo je da pretpostavka o nepostojanju kros-korelacije nije sasvim realna.

Ako imamo prijemnik r sa koga je opažano m satelita, a mjerenja su vršena na dvije frekvencije (koje odgovaraju nosačima L1 i L2) i u dvije epohe, t_1 i t_2 , tada stohastičke karakteristike opisujemo posredstvom **standardnih devijacija mjerenja** i **koeficijenata korelacije između tih mjerenja**.

Ako uvedemo indekse za satelite ($i, j \in \{1, 2, \dots, m\}$), za frekvencije ($k, l \in \{1, 2\}$) i za epohe ($p, q \in \{1, 2\}$), tada možemo definisati **dispertzije** ($i = j \wedge k = l \wedge p = q$):

$$(\sigma_{r, f_k, \psi}^{s_i}(t_p))^2 = \sigma_{r, f_k, \psi}^{s_i}(t_p) \sigma_{r, f_k, \psi}^{s_i}(t_p), \text{ sa } \text{corr}(\psi_{r, f_k}^{s_i}(t_p), \psi_{r, f_k}^{s_i}(t_p)) = 1, \quad (4.2.1)$$

kao i **kovarijacije nediferenciranih faznih mjerenja**:

$$K_{r, f_k, \psi}^{s_{ij}}(t_p) = \text{corr}(\psi_{r, f_k}^{s_i}(t_p), \psi_{r, f_k}^{s_j}(t_p)) \cdot \sigma_{r, f_k, \psi}^{s_i}(t_p) \sigma_{r, f_k, \psi}^{s_j}(t_p), \quad (4.2.2)$$

$$K_{r, f_k, \psi}^{s_i}(t_{pq}) = \text{corr}(\psi_{r, f_k}^{s_i}(t_p), \psi_{r, f_k}^{s_i}(t_q)) \cdot \sigma_{r, f_k, \psi}^{s_i}(t_p) \sigma_{r, f_k, \psi}^{s_i}(t_q), \quad (4.2.3)$$

$$K_{r, f_{kl}, \psi}^{s_i}(t_p) = \text{corr}(\psi_{r, f_k}^{s_i}(t_p), \psi_{r, f_l}^{s_i}(t_p)) \cdot \sigma_{r, f_k, \psi}^{s_i}(t_p) \sigma_{r, f_l, \psi}^{s_i}(t_p), \quad (4.2.4)$$

koje su, respektivno, izražene preko **koeficijena prostorne** ($i \neq j \wedge k = l \wedge p = q$), **vremenske** ($i = j \wedge k = l \wedge p \neq q$) i **kros-korelacije** ($i = j \wedge k \neq l \wedge p = q$).

Ovdje se podrazumijeva da su svi ostali članovi pomenute disperziono-kovarijacione matrice ($(i \neq j \wedge k \neq l \wedge p = q) \vee (i \neq j \wedge k = l \wedge p \neq q) \vee (k \neq l \wedge p \neq q)$) nule.

4.2.1 Standardni stohastički model faznih mjerenja i linearnih kombinacija istih

Ovdje se prikazuju stohastički modeli linearnih kombinacija faznih mjerenja koje su razmatrane u poglavlju 4.1.1. Pri tome će se podrazumijevati da između pomenutih nediferenciranih faznih mjerenja ne egzistira fizička korelacija.

Neka su izvršena fazna mjerenja pomoću dva prijemnika, r_1 i r_2 , ka m zajedničkih satelita. Tada se, za epohu t , može uvesti odgovarajući **vektor nediferenciranih mjerenja**:

$$\Psi_{2m \times 1}(t) = (\psi_{r_1}^{s_1}(t) \ \psi_{r_1}^{s_2}(t) \ \dots \ \psi_{r_1}^{s_m}(t) \ \psi_{r_2}^{s_1}(t) \ \psi_{r_2}^{s_2}(t) \ \dots \ \psi_{r_2}^{s_m}(t))^T, \quad (4.2.5)$$

na osnovu čega je **vektor prostih razlika** oblika:

$$\begin{aligned} \Delta \Psi_{m \times 1}(t) &= (\Delta \psi_{r_1 r_2}^{s_1}(t) \ \Delta \psi_{r_1 r_2}^{s_2}(t) \ \dots \ \Delta \psi_{r_1 r_2}^{s_m}(t))^T \\ &= \mathbf{A}_{\Psi_{m \times 2m}} \Psi_{2m \times 1}(t), \end{aligned} \quad (4.2.6)$$

gdje je, s obzirom na model (4.1.3):

$$\mathbf{A}_{\Psi_{m \times 2m}} = \begin{pmatrix} -\mathbf{1} & 0 & \dots & 0 & \mathbf{1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -\mathbf{1} & \dots & 0 & 0 & \mathbf{1} & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & -\mathbf{1} & 0 & 0 & \dots & \mathbf{1} \end{pmatrix}. \quad (4.2.7)$$

Dalje, **vektor dvostrukih razlika** pišemo kao:

$$\begin{aligned}\nabla\Delta\Psi_{(m-1)\times 1}(t) &= (\nabla\Delta\psi_{r_1r_2}^{s_1s_2}(t) \nabla\Delta\psi_{r_1r_2}^{s_1s_3}(t) \cdots \nabla\Delta\psi_{r_1r_2}^{s_1s_m}(t))^T \\ &= \mathbf{A}_{\Delta\Psi_{(m-1)\times m}}\Delta\Psi_{m\times 1}(t),\end{aligned}\quad (4.2.8)$$

pri čemu, za usvojeni *referentni satelit* s_1 , na osnovu modela (4.1.5) imamo da je:

$$\mathbf{A}_{\Delta\Psi_{(m-1)\times m}} = \begin{pmatrix} -1 & \mathbf{1} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ -1 & 0 & \mathbf{1} & 0 & \cdots & 0 \\ -1 & 0 & 0 & \mathbf{1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \mathbf{1} \end{pmatrix}.\quad (4.2.9)$$

Ako uvedemo dvije epohe, u oznaci t_1 i t_2 , tada se na osnovu (4.2.6) mogu formirati vektori prostih razlika za svaku od tih epoha, a zatim i objedinjeni vektor:

$$\Delta\Psi'_{2m\times 1}(t_1, t_2) = (\Delta\Psi_{m\times 1}^T(t_1) \Delta\Psi_{m\times 1}^T(t_2))^T.\quad (4.2.10)$$

Sada možemo uspostaviti sljedeći **vektor trostrukih razlika**:

$$\delta\nabla\Delta\Psi_{(m-1)\times 1}(t_1, t_2) = \mathbf{A}_{\Delta\Psi'_{(m-1)\times 2m}}\Delta\Psi'_{2m\times 1}(t_1, t_2),\quad (4.2.11)$$

gdje je, s obzirom na model (4.1.7):

$$\mathbf{A}_{\Delta\Psi'_{(m-1)\times 2m}} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & -\mathbf{1} & 0 & \cdots & 0 & -\mathbf{1} & \mathbf{1} & 0 & \cdots & 0 \\ \mathbf{1} & 0 & -\mathbf{1} & \cdots & 0 & -\mathbf{1} & 0 & \mathbf{1} & \cdots & 0 \\ \mathbf{1} & 0 & 0 & \cdots & 0 & -\mathbf{1} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{1} & 0 & 0 & \cdots & -\mathbf{1} & -\mathbf{1} & 0 & 0 & \cdots & \mathbf{1} \end{pmatrix}.\quad (4.2.12)$$

Ako pretpostavimo da se greške nediferenciranih faznih mjerenja iz (4.2.5) ponašaju kao slučajne, pri čemu je ($i, j \in \{1, 2, \dots, m\}$; $k, l, p, q, u, v \in \{1, 2\}$):

$$\varepsilon_{r_u, f_k, \psi}^{s_i}(t_p) \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\psi^2),\quad (4.2.13)$$

odnosno:

$$\mathbf{M}\{\varepsilon_{r_u, f_k, \psi}^{s_i}(t_p)\} = 0,\quad (4.2.14)$$

$$\mathbf{D}\{\varepsilon_{r_u, f_k, \psi}^{s_i}(t_p)\} = \mathbf{M}\{\varepsilon_{r_u, f_k, \psi}^{s_i}(t_p) \varepsilon_{r_u, f_k, \psi}^{s_i}(t_p)\} = (\sigma_{r_u, f_k, \psi}^{s_i}(t_p))^2 \equiv \sigma_\psi^2,\quad (4.2.15)$$

kao i da važi:

$$\mathbf{M}\{\varepsilon_{r_u, f_k, \psi}^{s_i}(t_p) \varepsilon_{r_u, f_k, \psi}^{s_j}(t_p)\} = 0, \quad i \neq j \quad (\text{nema prostorne korelacije}),\quad (4.2.16)$$

$$\mathbf{M}\{\varepsilon_{r_u, f_k, \psi}^{s_i}(t_p) \varepsilon_{r_u, f_k, \psi}^{s_i}(t_q)\} = 0, \quad p \neq q \quad (\text{nema vremenske korelacije}),\quad (4.2.17)$$

$$M\{\varepsilon_{r_u, f_k, \psi}^{s_i}(t_p) \varepsilon_{r_u, f_l, \psi}^{s_i}(t_p)\} = 0, \quad k \neq l \quad (\text{nema kros-korelacije}), \quad (4.2.18)$$

pored čega se, još, uvodi pretpostavka da su, pri fiksiranom odnosu $u \neq v$, sva ostala matematička očekivanja ovog tipa jednaka nuli, u tom slučaju imamo *nekorelisana mjerenja* i možemo napisati **disperziono-kovarijacionu matricu nediferenciranih faznih mjerenja**:

$$\mathbf{K}_{\Psi_{2m \times 2m}} = \sigma_{\psi}^2 \mathbf{I}_{2m \times 2m}, \text{ sa jediničnom matricom } \mathbf{I}_{2m \times 2m}. \quad (4.2.19)$$

Na osnovu (4.2.6), (4.2.8) i (4.2.11), a uzimajući u obzir (4.2.7), (4.2.9), (4.2.12) i (4.2.19), imamo, respektivno, sljedeće **disperziono-kovarijacione matrice prostih, dvostrukih i trostrukih razlika faznih mjerenja** (formati matrica su izostavljeni):

$$\mathbf{K}_{\Delta\Psi} = \sigma_{\psi}^2 \mathbf{A}_{\Psi} \mathbf{A}_{\Psi}^T = 2\sigma_{\psi}^2 \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{1} \end{pmatrix}, \quad (4.2.20)$$

$$\mathbf{K}_{\nabla\Delta\Psi} = \sigma_{\psi}^2 \mathbf{A}_{\Delta\Psi} (\mathbf{A}_{\Psi} \mathbf{A}_{\Psi}^T) \mathbf{A}_{\Delta\Psi}^T = 4\sigma_{\psi}^2 \begin{pmatrix} \mathbf{1} & 0.5 & \cdots & 0.5 \\ 0.5 & \mathbf{1} & \cdots & 0.5 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0.5 & 0.5 & \cdots & \mathbf{1} \end{pmatrix}, \quad (4.2.21)$$

$$\mathbf{K}_{\delta\nabla\Delta\Psi} = \sigma_{\psi}^2 \mathbf{A}_{\Delta\Psi'} \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{\Psi} \mathbf{A}_{\Psi}^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{\Psi} \mathbf{A}_{\Psi}^T \end{pmatrix} \mathbf{A}_{\Delta\Psi'}^T = 8\sigma_{\psi}^2 \begin{pmatrix} \mathbf{1} & 0.5 & \cdots & 0.5 \\ 0.5 & \mathbf{1} & \cdots & 0.5 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0.5 & 0.5 & \cdots & \mathbf{1} \end{pmatrix}, \quad (4.2.22)$$

odakle se uočava da su, pod uvedenim pretpostavkama, za razliku od nediferenciranih mjerenja, *dvostruke i trostruke razlike faznih mjerenja međusobno korelisane sa koeficijentom korelacije 0.5*, a zapaža se i to da se *pri formiranju razlika disperzija uvećava 2 puta u odnosu na onu koja odgovara razlici prethodnog reda*.

Analogno, **disperziono-kovarijaciona matrica dvostrukih razlika faznih mjerenja za s epoha**, a pod uslovom da u svakoj od tih epoha imamo iste satelite, je sljedeća:

$$\mathbf{K}_{s(m-1) \times s(m-1)} = \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{\nabla\Delta\Psi} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{\nabla\Delta\Psi} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{K}_{\nabla\Delta\Psi} \end{pmatrix} = \mathbf{I}_{s \times s} \otimes \mathbf{K}_{\nabla\Delta\Psi(m-1) \times (m-1)}, \quad (4.2.23)$$

gdje je $\mathbf{I}_{s \times s}$ jedinična matrica, a \otimes oznaka za *Kronecker-ov proizvod matrica*.

Kada su u pitanju dvofrekventne linearne kombinacije, disperzije se računaju na osnovu (4.1.28), odnosno (4.1.39), a zavisno od toga da li su te linearne kombinacije formirane na osnovu nediferenciranih ili dvostrukih razlika faznih mjerenja.

4.2.2 Stohastički modeli sa disperzijama kao funkcijama određenih parametara

Standardni stohastički model ne daje uvijek realne rezultate obrade GPS mjerenja, te se zbog toga mora uspostaviti realističniji model ovog tipa. Iako ne u potpunosti, to se u velikoj mjeri postiže uključivanjem funkcija određenih parametara, a ovdje se prikazuju stohastički modeli zasnovani na disperzijama koje su funkcije *odnosa snage nosača i spektralne gustine šuma signala* (Carrier-to-Noise Power Density Ratio, C/N_0), kao reprezenta *odnosa signala i šuma* (Signal-to-Noise Ratio, SNR), i *elevacionog ugla satelita*, kao parametara koji predstavljaju kvalitativne pokazatelje faznih mjerenja.

Postoji veći broj stohastičkih modela koji se zasnivaju na pomenutim disperzijama, a od izbora modela disperzije zavisi pouzdanost i kvalitet ocjena komponenti GPS vektora.

U nastavku se, u najkraćim crtama, prikazuje nekoliko modela koji se koriste u software-skoj obradi GPS mjerenja ili su preporučeni u literaturi od strane nekih autora.

Disperzija kao funkcija odnosa signala i šuma

Sa ciljem indirektnog modeliranja uticaja višestruke refleksije i distorzije signala, kao i smanjenja njihovog štetnog uticaja na ocjene parametara, istraživani su različiti modeli disperzija u kojima figuriše odnos signala i šuma. Najznačajniji su **poboljšani SIGMA- ϵ model**, koji se piše kao (*Wieser and Brunner, 2000*):

$$\sigma_{\psi}^2(C / N_0) = V_i + C_i \cdot 10^{-(C/N_0)/10}, \quad (4.2.24)$$

pri čemu su:

σ_{ψ}^2 : disperzija nediferenciranog faznog mjerenja u [m^2];

i : indeks za frekvenciju koja odovara nosaču L1 ili L2;

V_i, C_i : konstante modela, izražene u [m^2] i [$\text{m}^2 \text{ Hz}$], respektivno;

C / N_0 : mjerena vrijednost odnosa snage nosača i spektralne gustine šuma signala, izražena u [dB Hz].

Model (4.2.24) je nastao poboljšanjem SIGMA- ε modela (*Hartinger and Brunner, 1999*), koji podrazumijeva samo drugi sabirak sa stepenom. Naime, pokazalo se da neke prijemnik-antena kombinacije zahtijevaju uvođenje i aditivne konstante modela.

Pomenuti autori su, za frekvencije koje odgovaraju nosačima L1 i L2, dobili sljedeće ocjene konstanti modela (4.2.24):

$$V_{L1} = 0 \text{ m}^2 \text{ i } C_{L1} = 0.244 \text{ m}^2 \text{ Hz}, \quad (4.2.24a)$$

$$V_{L2} = 0.88 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \text{ i } C_{L2} = 0.77 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \text{ Hz}, \quad (4.2.24b)$$

a dali su i **modifikovani SIGMA- Δ model**, u zapisu:

$$\sigma_{\psi}^2(C / N_0) = V_i + C_i \cdot 10^{-(C/N_0 - \gamma|\Delta|)/10}, \quad (4.2.25)$$

u kojem, još, figurišu empirijska konstanta γ i odstupanje Δ mjerene vrijednosti odnosa snage nosača i spektralne gustine šuma signala od korespondentne očekivane vrijednosti, dobijene modelovanjem ovog odnosa pri određenom elevacionom uglu satelita, od kojeg ovaj odnos u najvećem dijelu i zavisi. Ovaj modifikovani model, preko apsolutne vrijednosti $|\Delta|$, uzima u obzir da poremećaji signala mogu uvećati odnos jačine i šuma signala, dok to nije bilo uračunato u prethodno uvedenom SIGMA- Δ modelu (*Brunner et al, 1999*).

Disperzija kao funkcija elevacionog ugla satelita

Troposferski uticaj raste kako se satelit približava horizontu GPS stanice, pa je elevacioni ugao istog odgovarajući indirektni pokazatelj kvaliteta mjerenja.

Modeli disperzije faznog mjerenja u zavisnosti od elevacionog ugla istraživani su od strane velikog broja autora, a neki od njih su (*Rothacher et al, 1998*):

$$\sigma_{\psi}^2(\alpha) = C_1^2 / (\sin \alpha)^2, \quad (4.2.26)$$

zatim (*King and Bock, 1999*):

$$\sigma_{\psi}^2(\alpha) = C_2^2 + C_3^2 / (\sin \alpha)^2, \quad (4.2.27)$$

kao i modeli (*Jin and de Jong, 1996; Barnes et al, 1998; Hugentobler et al, 2001; Jin and Wang, 2004*):

$$\sigma_{\psi}^2(\alpha) = C_4^2 + C_5^2 / (\cos \alpha)^2 \text{ i } \sigma_{\psi}^2(\alpha) = C_6^2 + C_7^2 / (\sec \alpha)^2. \quad (4.2.28)$$

Od interesa je navesti još jedan model, sličan onom uvedenom od *Euler and Goad (1991)*, a to je:

$$\sigma_{\psi}^2(\alpha) = (C_8 + C_9 e^{-\alpha/\alpha_0})^2. \quad (4.2.29)$$

U modelima (4.2.26) do (4.2.29), oznaka α je uvedena za elevacioni ugao satelita u posmatranoj epohi t , dok su C_i ($i \in \{1, 2, \dots, 9\}$) i α_0 nepoznate konstante i nepoznati referentni elevacioni ugao, koji se određuju eksperimentalno (uobičajena oznaka za pomenuti elevacioni ugao je e , međutim, ovdje se ne koristi ta oznaka, jer u jednakosti (4.2.29) figuriše Euler-ov broj e (≈ 2.71828)).

Disperzija kao funkcija odnosa signala i šuma i elevacionog ugla satelita

U prisustvu pojačanog uticaja višestruke refleksije, modeli (4.2.24) i (4.2.26) pokazuju izvjesne nedostatke. Naime, disperzija predstavljena modelom (4.2.24) se ne mijenja bez obzira da li je signal pristigao u prijemnik direktno ili poslije refleksije, već se samo mijenja sa promjenom odnosa signala i šuma. S druge strane, model (4.2.26) nije uvijek preporučljiv za male elevacione uglove, tj. može se desiti da signal, koji je pristigao sa satelita blizu horizonta, ima relativno veliku vrijednost odnosa signala i šuma.

Iz navedenih razloga uspostavljen je model disperzije koji implicira znatna poboljšanja u ocjeni položaja, a koji uključuje oba pokazatelja kvaliteta, u zapisu ([Tay and Marais, 2013](#)):

$$\sigma_{\psi}^2(C / N_0, \alpha) = k \cdot \frac{10^{-(C/N_0)/10}}{(\sin \alpha)^2}, \quad (4.2.30)$$

pri čemu je k koeficijent koji je jednak jedinici, ali samo ako je primljen signal koji nije reflektovan, dok uzima druge vrijednosti u slučaju reflektovanih signala.

MATEMATIČKA OBRADA GPS MJERENJA

5.1 Ocjenjivanje nepoznatih parametara metodom najmanjih kvadrata

U ovom poglavlju se razmatra ocjenjivanje nepoznatih parametara u jednom linear(izova)nom statističkom modelu koji se najčešće upotrebljava u obradi GPS mjerenja. U pitanju je Gauss-Markov-ljev model. Na isti se primjenjuje metoda najmanjih kvadrata (MNK), čije se teorijske osnove prikazuju u nastavku. Za detaljan uvid u pomenutu metodu, preporučuje se [Perović \(2005\)](#).

5.1.1 Uvodna razmatranja

Posmatrajmo sistem od n linearnih algebarskih jednačina sa u nepoznatih ($n > u$), u zapisu:

$$(S) \begin{cases} A_{11}X_1 + A_{12}X_2 + \dots + A_{1u}X_u = B_1 \\ A_{21}X_1 + A_{22}X_2 + \dots + A_{2u}X_u = B_2 \\ \vdots \\ A_{n1}X_1 + A_{n2}X_2 + \dots + A_{nu}X_u = B_n \end{cases} \quad (5.1.1)$$

Ustavimo *matricu koeficijenata*, *vektor nepoznatih* i *vektor slobodnih članova* sistema:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & \dots & A_{1u} \\ A_{21} & A_{22} & \dots & A_{2u} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ A_{n1} & A_{n2} & \dots & A_{nu} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{X} = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_u \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_n \end{pmatrix}, \quad (5.1.2)$$

i još jednu matricu od interesa, tj. *proširenu matricu sistema*, u zapisu:

$$\mathbf{A}_p = \left(\begin{array}{cccc|c} A_{11} & A_{12} & \dots & A_{1u} & B_1 \\ A_{21} & A_{22} & \dots & A_{2u} & B_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ A_{n1} & A_{n2} & \dots & A_{nu} & B_n \end{array} \right) = (\mathbf{A} \mathbf{B}). \quad (5.1.3)$$

Sada sistem (5.1.1) možemo predstaviti i u matičnom obliku kao:

$$\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{B}, \text{ sa } \mathbf{A} \in \mathcal{M}_{n,u}(\mathbb{R}), \mathbf{X} \in \mathbb{R}^u \text{ i } \mathbf{B} \in \mathbb{R}^n. \quad (5.1.4)$$

Fundamentalno tvrđenje koje daje sažet i potpun odgovor na pitanje da li je sistem (S)

saglasan ili ne je **Kronecker-Capelli-jeva teorema**. U istoj se kaže da je pomenuti sistem saglasan *akko* je $r(\mathbf{A}) = r(\mathbf{A}_p)$, sa \mathbf{A}_p iz realnog skupa matrica $\mathcal{M}_{n,u+1}(\mathbb{R})$, pri čemu se razlikuju tri slučaja (Andić, 2009):

- (1) Sistem (S) je saglasan i ima jedinstveno rješenje *akko* je $r(\mathbf{A}) = r(\mathbf{A}_p) = u$
- (2) Sistem (S) je saglasan i ima beskonačno mnogo rješenja *akko* je $r(\mathbf{A}) = r(\mathbf{A}_p) < u$
- (3) Sistem (S) je nesaglasan, tj. nemoguć, *akko* je $r(\mathbf{A}) \neq r(\mathbf{A}_p)$.

U nastavku se sve posmatra sa aspekta GPS pozicioniranja.

5.1.2 Gauss-Markov-ljev model i rezultati ocjenjivanja

Neka je zastupljen sljedeći sistem jednačina kojim je povezano n mjerenih veličina i u nepoznatih parametara:

$$\begin{aligned} F_1(\mathbf{X}) &= F_1(X_1, X_2, \dots, X_u) \\ F_2(\mathbf{X}) &= F_2(X_1, X_2, \dots, X_u) \\ &\vdots \\ F_n(\mathbf{X}) &= F_n(X_1, X_2, \dots, X_u), \end{aligned} \tag{5.1.5}$$

pri čemu imamo redundantna mjerenja, što odgovara uslovu pod kojim se razmatra sistem ($n > u$). Ako umjesto vektora \mathbf{B} iz sistema (5.1.4) posmatramo vektor GPS mjerenja, tada će, iz razloga što mjerenja nijesu "savršena", tj. opterećena su greškama, biti zastupljeno $r(\mathbf{A}) \neq r(\mathbf{A}_p)$. Ovo, u smislu prethodno rečenog, implicira nesaglasan sistem (5.1.4). Kako bi se poništila ova nesaglasnost, potrebno je u sistem uvesti još jedan vektor. Taj vektor će poništiti pomenutu nesaglasnost. Tako dolazimo do sljedećeg saglasnog **sistema jednačina GPS mjerenja**:

$$\mathbf{l} + \mathbf{v} = \mathbf{F}(\mathbf{X}), \text{ sa } \mathbf{l}, \mathbf{v} \in \mathbb{R}^n \text{ i } \mathbf{X} \in \mathbb{R}^u, \tag{5.1.6}$$

gdje su, saglasno pojmovima koji se koriste kod GPS pozicioniranja:

$\mathbf{F}(\mathbf{X})$: vektorska funkcija u zavisnosti od vektora nepoznatih parametara

\mathbf{l} : vektor GPS mjerenja

\mathbf{v} : vektor popravaka GPS mjerenja.

Sistem nema jedinstveno rješenje, a pošto nemamo informacija o vektoru \mathbf{v} , preostaje jedino da se rješenje sistema (5.1.6) nađe u vidu izvjesne ocjene za vektor \mathbf{X} , na osnovu koje će se, posredno, dobiti i ocjena za \mathbf{v} . Metoda koja se najviše koristi u tu

svrhu je *metoda najmanjih kvadrata*. Ista, u slučaju koji se ovdje razmatra, podrazumijeva linearni funkcionalni model. Međutim, kako kod GPS pozicioniranja to nije slučaj, potrebna je linearizacija. Sa tim ciljem, vektor \mathbf{X} zapisujemo kao zbir vektora približnih vrijednosti nepoznatih parametara \mathbf{X}_0 i vektora diferencijalnih priraštaja tih parametara \mathbf{x} , tj. kao $\mathbf{X} = \mathbf{X}_0 + \mathbf{x}$. Poslije linearizacije, primjenom Taylor-ovog razvoja zaključno sa članom prvog reda, uspostavlja se *matrica dizajna* \mathbf{A} , kao *Jacobian-matrica u tački definisanoj vektorom* \mathbf{X}_0 , pa pišemo:

$$\mathbf{A} = (A_{ij}) = \left(\frac{\partial F_i(\mathbf{X})}{\partial X_j} \Big|_{X_j = X_{j,0}} \right). \quad (5.1.7)$$

Ovdje ćemo podrazumijevati da je \mathbf{A} sa potpunim rangom kolona, tj. sa $r(\mathbf{A}) = u$. Sada sistem jednačina (5.1.6) postaje:

$$\mathbf{l} + \mathbf{v} = \mathbf{F}(\mathbf{X}_0) + \mathbf{A}\mathbf{x}, \text{ sa } \mathbf{F}(\mathbf{X}_0) = \mathbf{l}_0 \quad (5.1.8)$$

a poslije uvođenja oznake $\Delta \mathbf{l} = \mathbf{l} - \mathbf{l}_0$ za poznati slobodni član, dobijamo **postavku Gauss-Markov-a za opšti slučaj**, tj. za slučaj korelisanih mjerenja iste ili različite tačnosti, koju sažeto prikazujemo u vidu **matematičkog modela**, u zapisu:

Linearni model:

$$\mathbf{v} = \mathbf{A}\mathbf{x} - \Delta \mathbf{l} = -\boldsymbol{\varepsilon}, \text{ sa } \Delta \mathbf{l} = \mathbf{l} - \mathbf{l}_0; \quad (5.1.9)$$

Stohastički model:

$$M\{\Delta \mathbf{l}\} = \mathbf{A}\mathbf{x}, \quad D\{\Delta \mathbf{l}\} = D\{\mathbf{v}\} = D\{\boldsymbol{\varepsilon}\} = \mathbf{K} = \sigma_0^2 \mathbf{Q}, \quad (5.1.10)$$

pri čemu, pored ranije uvedenih oznaka, imamo $\boldsymbol{\varepsilon}$ kao vektor koji sadrži nemodelovane (kvazi-slučajne) uticaje u integraciji sa (čisto slučajnim) šumom GPS mjerenja, a \mathbf{K} i \mathbf{Q} , respektivno, predstavljaju disperziono-kovarijacionu i kofaktorsku matricu, za opšti slučaj, tj. za slučaj korelisanih GPS mjerenja, obje iz realnog skupa matrica $\mathcal{M}_{n,n}(\mathbb{R})$, dok je σ_0^2 disperzioni koeficijent a priori. Specijalno, kada su u pitanju nekorelisana mjerenja različite tačnosti, koje reprezentuje matrica težina $\mathbf{P} = \text{diag}(P_i)$, imamo dijagonalnu i kofaktorsku matricu $\mathbf{Q} = \mathbf{P}^{-1}$, dok je, kada imamo istu tačnost takvih mjerenja, kofaktorska matrica jednaka jediničnoj matrici, tj. $\mathbf{Q} = \mathbf{I}$.

Istraživanja vezano za linearni model (5.1.9) veoma su obimna i često publikovana (vidjeti, na primjer, Rao (1973) i Koch (1999)).

Metod najmanjih kvadrata, kako mu samo ime i kaže, odnosi se na ocjenjivanje nepoznatih parametara vektora \mathbf{x} , uz uslov za *kvadratnu formu* $\Omega(\mathbf{x})$, koji se, s obzirom na (5.1.9), zapisuje kao:

$$\Omega(\mathbf{x}) = \mathbf{v}^T \mathbf{K}^{-1} \mathbf{v} = (\mathbf{A}\mathbf{x} - \Delta\mathbf{l})^T \mathbf{K}^{-1} (\mathbf{A}\mathbf{x} - \Delta\mathbf{l}) \rightarrow \min, \quad (5.1.11)$$

pri čemu *ocjena* $\hat{\mathbf{x}}$ *treba da obezbijedi taj minimum*, dakle:

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^u} \|\mathbf{A}\mathbf{x} - \Delta\mathbf{l}\|_{\mathbf{K}^{-1}}^2, \quad (5.1.12)$$

gdje $\|\cdot\|_{\mathbf{K}^{-1}}^2 = (\cdot)^T \mathbf{K}^{-1} (\cdot)$ predstavlja *kvadratnu \mathbf{K}^{-1} -normu vektora popravaka*.

Podrazumijevajući da je $\Omega(\mathbf{x}) > 0$, minimum ove kvadratne forme dobija se iz uslova $\partial\Omega(\mathbf{x}) / \partial\mathbf{x} = \mathbf{0}$, što, uz izbor $\mathbf{Q} = \mathbf{P}^{-1}$, dovodi do *systema normalnih jednačina*:

$$\mathbf{N}\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{n} = \mathbf{0}, \text{ sa } \mathbf{N} = \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A} \text{ i } \mathbf{n} = \mathbf{A}^T \mathbf{P} \Delta\mathbf{l}, \quad (5.1.13)$$

gdje je \mathbf{N} *simetrična matrica koeficijenata normalnih jednačina*, dok je \mathbf{n} *vektor slobodnih članova tih jednačina*, pri čemu $\mathbf{N} \in \mathcal{M}_{u,u}(\mathbb{R})$ i $\mathbf{n} \in \mathbb{R}^u$.

Rješavanjem normalnih jednačina (5.1.13) dobija se *ocjena vektora diferencijalnih priraštaja nepoznatih parametara*, a na osnovu toga i *ocjena vektora nepoznatih parametara* kao:

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \Delta\mathbf{l} = \mathbf{N}^{-1} \mathbf{n}, \quad (5.1.14)$$

$$\hat{\mathbf{X}} = \mathbf{X}_0 + \hat{\mathbf{x}}, \quad (5.1.15)$$

zatim, redom, i *ocjena vektora popravaka mjerenja* i *ocjena matematičkog očekivanja vektora mjerenja* u zapisu:

$$\hat{\mathbf{v}} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} - \Delta\mathbf{l} = (\mathbf{A}\mathbf{N}^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P} - \mathbf{I}) \Delta\mathbf{l}, \quad (5.1.16)$$

$$\widehat{\mathbf{M}\{\mathbf{l}\}} = \hat{\mathbf{l}} = \mathbf{l} + \hat{\mathbf{v}}, \quad (5.1.17)$$

gdje je \mathbf{I} *jedinična matrica*, pri čemu $\mathbf{I} \in \mathcal{M}_{n,n}(\mathbb{R})$.

Sumu kvadrata popravaka ocjenjujemo pomoću *rezidualne sume kvadrata*, tj:

$$R = \hat{\mathbf{v}}^T \mathbf{P} \hat{\mathbf{v}}, \quad (5.1.18a)$$

što, s obzirom na (5.1.16), a poslije kraćeg sređivanja, daje:

$$R = \Delta\mathbf{l}^T \mathbf{P} \Delta\mathbf{l} - \hat{\mathbf{x}}^T \mathbf{n}, \quad (5.1.18b)$$

a na osnovu toga dobijamo *ocjenu disperzionog faktora a priori*, odnosno *ocjenu tog faktora a posteriori*:

$$\hat{\sigma}_0^2 = m_0^2 = \frac{R}{n-u}, \text{ sa } f = n - u = n - r(\mathbf{A}) \text{ stepeni slobode.} \quad (5.1.19)$$

Kofaktorska matrica ocjene $\hat{\mathbf{x}}$ dobija se primjenom zakona o prenosu grešaka na (5.1.14), pa imamo da je:

$$\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} = \mathbf{N}^{-1}, \quad (5.1.20)$$

a **odgovarajuća disperziono-kovarijaciona matrica** je:

$$\mathbf{K}_{\hat{\mathbf{x}}} = \sigma_0^2 \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}} = \sigma_0^2 (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} = \sigma_0^2 \mathbf{N}^{-1}, \text{ sa } \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{x}}}. \quad (5.1.21)$$

Uz to, **kofaktorske matrice ocjena** $\hat{\mathbf{v}}$ i $\hat{\mathbf{l}}$ računaju se na sljedeći način:

$$\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{v}}} = \mathbf{P}^{-1} - \mathbf{A} \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}} \mathbf{A}^T \quad \text{i} \quad \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{l}}} = \mathbf{A} \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}} \mathbf{A}^T = \mathbf{Q} - \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{v}}}, \quad (5.1.22)$$

sa **odnosnim disperziono-kovarijacionim matricama**:

$$\mathbf{K}_{\hat{\mathbf{v}}} = \sigma_0^2 \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{v}}} = \sigma_0^2 (\mathbf{P}^{-1} - \mathbf{A} \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}} \mathbf{A}^T) \quad \text{i} \quad \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{l}}} = \sigma_0^2 \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{l}}} = \sigma_0^2 \mathbf{A} \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}} \mathbf{A}^T. \quad (5.1.23)$$

Na osnovu dijagonalnih članova matrice iz (5.1.20), odnosno one iz (5.1.21), dobijaju se **srednje kvadratne greške ocjena nepoznatih parametara**:

$$\sigma_{\hat{x}_j}^2 = K_{\hat{x}_j \hat{x}_j} = \sigma_0^2 Q_{\hat{x}_j \hat{x}_j}, \quad j \in \{1, 2, \dots, u\}, \quad (5.1.24)$$

dok je **koeficijent korelacije**:

$$\text{corr}(\hat{x}_j, \hat{x}_k) = K_{\hat{x}_j \hat{x}_k} (K_{\hat{x}_j \hat{x}_j} K_{\hat{x}_k \hat{x}_k})^{-1/2}, \quad (j, k) \in \{1, 2, \dots, u\} \times \{1, 2, \dots, u\}, \quad (5.1.25)$$

pri čemu je $\text{corr}(\hat{x}_j, \hat{x}_j) = 1$.

5.2 Adekvatnost i pouzdanost modela

Poslije primjene teorije ocjenjivanja nepoznatih parametara po metodi najmanjih kvadrata na rezultate dobijene GPS opažanjima, neophodno je provjeriti adekvatnost primijenjenog matematičkog modela. Drugim riječima, obavezno se provjerava da li pretpostavke pod kojima su uvedeni funkcionalni i stohastički model u izravnjanje metodom najmanjih kvadrata mogu egzistirati u razmatranom slučaju. Zato se u statističkoj teoriji uvode određene hipoteze, čija formulacija varira zavisno od toga šta se provjerava. Teorija statističkog testiranja hipoteza, koja definiše razne vrste hipoteza, greške I i II vrste i moć testova, može se naći kod više autora, od kojih su neki *Koch (1999)*, *Perović (2005)* i *Lehmann and Romano (2008)*.

U cilju sprovođenja postupka testiranja, najprije se uvodi, tzv. **nulta hipoteza**. Ova hipoteza treba da opravda primijenu modela na kome se zasnivalo ocjenjivanje

nepoznatih parametara. Ista se, uz ranije uvedenu disperziju, uspostavlja nalaženjem matematičkog očekivanja lijeve i desne strane jednakosti (5.1.16), pa tako imamo:

$$H_0 : M\{\Delta \mathbf{l}\} = \mathbf{A}\mathbf{x} ; \quad D\{\Delta \mathbf{l}\} = \mathbf{K}. \quad (5.2.1)$$

Ovakvu pretpostavku treba uporediti, tj. testirati protiv pretpostavke na kojoj se zasniva **alternativna hipoteza**. Naime, pomenuta alternativa podrazumijeva da prilikom ocjenjivanja nepoznatih parametara nijesu obuhvaćene sve modelske greške koje se mogu pojaviti (npr. jedna ili više grubih grešaka u mjerenjima, fazni skokovi, kao i neke druge sistematske greške). Pri tome, zadržavajući istu disperziju iz postavke nulte hipoteze, njenu alternativu sa pomenutim karakteristikama, u slučaju neobuhvaćenih q izvora grešaka, zapisujemo na sljedeći način:

$$H_a : M\{\Delta \mathbf{l}\} = (\mathbf{A} \quad \mathbf{C}) \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{g} \end{pmatrix}; \quad D\{\Delta \mathbf{l}\} = \mathbf{K}, \quad (5.2.2)$$

gdje \mathbf{C} i \mathbf{g} , redom, predstavljaju poznatu matricu i nepoznati vektor, koji u proizvodu čine grešku modela, $\mathbf{C}\mathbf{g}$ ($\mathbf{C} \in \mathcal{M}_{n,q}(\mathbb{R}), \mathbf{g} \in \mathbb{R}^q$). Dimenzija hipoteze je određena na osnovu q , pa za $q=1$ imamo *jedno-*, a za $1 < q \leq n - u = n - r(\mathbf{A})$ *višedimenzionalne hipoteze*.

Sada se, radi donošenja zaključka u vezi sa prihvatanjem nulte hipoteze, uvodi odgovarajuća slučajna veličina, tačnije **test statistika**, koja se računa pomoću rezultata ocjenjivanja i matrice \mathbf{C} , kao (analogno [Teunissen \(1998d\)](#)):

$$T_q = \frac{1}{q} \hat{\mathbf{v}}^T \mathbf{K}^{-1} \mathbf{C} (\mathbf{C}^T \mathbf{K}^{-1} \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{v}}} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{C})^{-1} \mathbf{C}^T \mathbf{K}^{-1} \hat{\mathbf{v}}. \quad (5.2.3)$$

Ova test statistika se u slučaju kada je tačna nulta hipoteza pokorava centralnom, a kada je tačna alternativna hipoteza necentralnom F -rasporedu, što se zapisuje kao:

$$T_q | H_0 \sim F(q, \infty, 0); \quad (5.2.4a)$$

$$T_q | H_a \sim F(q, \infty, \lambda), \quad (5.2.4b)$$

sa *parametrom necentralnosti* λ , koji se računa kao:

$$\lambda = \mathbf{g}^T \mathbf{C}^T \mathbf{K}^{-1} \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{v}}} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{C} \mathbf{g}, \quad (5.2.5)$$

ili na eksplicitniji način:

$$\lambda = \frac{1}{\sigma_0^2} \mathbf{g}^T \mathbf{C}^T \mathbf{P} (\mathbf{P}^{-1} - \mathbf{A} (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T) \mathbf{P} \mathbf{C} \mathbf{g}, \quad (5.2.6)$$

odakle se vidi da isti, osim od greške modela C_g i disperziono-kovarijacione matrice K , zavisi i od matrice dizajna A .

Test odluka je sljedeća:

$$T_q \leq F_{1-\alpha}(q, \infty, 0) \quad - \text{ prihvata se } H_0; \quad (5.2.7a)$$

$$T_q > F_{1-\alpha}(q, \infty, 0) \quad - \text{ prihvata se } H_a, \quad (5.2.7b)$$

pri čemu α predstavlja *nivo značajnosti*, tj. *grešku I vrste*, u zapisu:

$$\alpha = P [T_q > F_{1-\alpha}(q, \infty, 0) | H_0] = \int_{F_{1-\alpha}(q, \infty, 0)}^{\infty} p_F(x | q, 0) dx, \quad (5.2.8)$$

koja predstavlja vjerovatnoću odbacivanja nulte hipoteze kada je ona tačna, a p_F je *funkcija gustine vjerovatnoće centralnog F-rasporeda*, sa q i ∞ stepeni slobode.

Moć testa predstavlja vjerovatnoću korektnog odbacivanja nulte hipoteze, a dobija se na osnovu:

$$\gamma = 1 - \beta = P [T_q > F_{1-\alpha}(q, \infty, 0) | H_a] = \int_{F_{1-\alpha}(q, \infty, 0)}^{\infty} p_F(x | q, \lambda) dx, \quad (5.2.9)$$

gdje je sa β označena *greška II vrste*, koja predstavlja vjerovatnoću prihvatanja nulte hipoteze kada je ona netačna, a piše se:

$$\beta = P [T_q \leq F_{1-\alpha}(q, \infty, 0) | H_a]. \quad (5.2.10)$$

Parametar necentralnosti λ , ustvari, predstavlja funkciju nivoa značajnosti, dimenzije hipoteze i moći testa, tako da je:

$$\lambda = \lambda(\alpha, q, \gamma) = \lambda(\alpha, q, 1 - \beta). \quad (5.2.11)$$

U najvećem broju praktičnih primjena nailazi se na više neadekvatnosti. Tada, osim na globalnom nivou ispitivanja adekvatnosti primijenjenog modela, analizu je potrebno proširiti i na lokalno testiranje postojanja modelskih grešaka, tj. njihovog egzistiranja u pojedinim opažanjima, kao i postojanja modelskih grešaka koje se ne mogu predstaviti preko skalara, već vektorski. Zbog toga se u teoriji uvodi DIA (Detection-Identification-Adaptation) postupak ([Salzmann, 1991](#); [Teunissen, 1998b](#)).

5.2.1 DIA postupak

Ovaj postupak se sprovodi kroz tri faze, a to su: *faza detekcije*, *faza identifikacije* i *faza adaptacije*.

Faza detekcije

Testira se adekvatnost modela na globalnom nivou, pri čemu imamo:

$$H_0: M\{\Delta\mathbf{l}\} = \mathbf{A}\mathbf{x}, \quad \text{protiv} \quad H_a: M\{\Delta\mathbf{l}\} \in \mathbb{R}^n, \quad (5.2.12)$$

gdje je alternativnom hipotezom veoma komotno tretirano matematičko očekivanje vektora opažanja, s obzirom da se samo uvodi pretpostavka da isto predstavlja vektor iz realnog skupa vektora \mathbb{R}^n , na osnovu čega se podrazumijeva da je hipermatrica $(\mathbf{A} \ \mathbf{C})$ kvadratna i regularna, kao i to da je $q = n - u$.

Tada se *test statistika* iz (5.2.3) svodi na:

$$T_{n-u} = \frac{1}{n-u} \hat{\mathbf{v}}^T \mathbf{K}^{-1} \hat{\mathbf{v}}, \quad (5.2.13)$$

a *test odluka* je sljedeća:

$$T_{n-u} \leq F_{1-\alpha_{n-u}}(n-u, \infty, 0) \quad - \text{prihvata se } H_0 \text{ (*model je adekvatan*)}; \quad (5.2.14a)$$

$$T_{n-u} > F_{1-\alpha_{n-u}}(n-u, \infty, 0) \quad - \text{prihvata se } H_a \text{ (*model nije adekvatan*)}, \quad (5.2.14b)$$

pri čemu je, kako bi se obezbijedilo da se greška modela u ovom, globalnom testu, može otkriti sa istom vjerovatnoćom sa kojom bi se otkrila u lokalnom testu, *nivo značajnosti globalnog testa* iz ovih nejednakosti *potrebno usaglasiti sa nivoom značajnosti lokalnog testa*, a to se izvodi tako što se izjednače odgovarajući parametri necentralnosti, uz izjednačene moći ta dva testa, tj. imamo:

$$\lambda(\alpha_{n-u}, n-u, \gamma_{n-u}) = \lambda(\alpha_1, 1, \gamma_1), \quad \text{sa} \quad \gamma_{n-u} = \gamma_1 = \gamma_0, \quad (5.2.15)$$

gdje se, prethodno, usvoji lokalno α_1 (u praksi, to je obično vrijednost 0.001, a nekada 0.01) i moć testa γ_0 (uobičajeno 0.80).

Na sljedeću fazu, fazu identifikacije, prelazi se u slučaju test odluke (5.2.14b). U suprotnom, DIA postupak se obustavlja.

Faza identifikacije

Kod obrade GPS mjerenja, neadekvatnost modela najčešće uzorkuje prisustvo grubih grešaka u kodnim pseudodužinama, kao i grubih grešaka ili faznih skokova u faznim pseudodužinama. Ako se pretpostavi da imamo skalar g kao grešku u pojedinačnom mjerenju, imaćemo:

$$H_0: M\{\Delta\mathbf{l}\} = \mathbf{A}\mathbf{x}, \quad \text{protiv} \quad H_a: M\{\Delta\mathbf{l}\} = (\mathbf{A} \ \mathbf{c}) \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ g \end{pmatrix}, \quad (5.2.16)$$

gdje se, uz $q = 1$, matrica \mathbf{C} svodi na vektor \mathbf{c} ($\mathbf{c} \in \mathbb{R}^n$).

Test statistika je (Wang et al, 1997; Teunissen, 1998b):

$$w = \frac{\mathbf{c}^T \mathbf{K}^{-1} \hat{\mathbf{v}}}{\sqrt{\mathbf{c}^T \mathbf{K}^{-1} \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{v}}} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{c}}}, \quad (5.2.17)$$

a ista, pod pretpostavkom da važi nulta hipoteza, ima standardizovan normalni raspored, $\mathcal{N}(0,1)$.

Ovdje dolazi do izražaja iskustvo u analizi podataka mjerenja, u smislu pretpostavki koji tip grešaka i u kojim mjerenjima je mogao uzrokovati neadekvatnost modela. Kada se testiranje sprovodi za svako mjerenje posebno, onda imamo korespondentne jedinične vektore:

$$\hat{\mathbf{v}}_i^T = (0 \dots 0 \ 0 \ 1 \ \dots 0) \quad \text{i} \quad \mathbf{c}_i^T = (0 \dots 0 \ 0 \ 1 \ \dots 0), \quad (5.2.18)$$

oba sa svim nulama, osim jedne jedinice na i -toj poziciji, koja odgovara testiranom mjerenju, a onda i odgovarajuće realizacije test statistike w_i , pri čemu $i \in \{1, 2, \dots, n\}$.

Za testirano j -to mjerenje se sumnja da sadrži grubu grešku ukoliko imamo da je:

$$|w_j| \geq |w_i|, \quad |w_j| > \mathcal{N}_{1-\alpha_1/2}(0,1), \quad i \in \{1, 2, \dots, n\} / \{j\}, \quad j \in \{1, 2, \dots, n\}. \quad (5.2.19)$$

Ova procedura provjere svakog mjerenja ponaosob, poznata je pod nazivom **data snooping** (Baarda, 1968), a u slučaju dijagonalne disperziono-kovarijacione matrice \mathbf{K} , tj. nekorelisanih mjerenja, imamo uprošćenje u zapisu:

$$w_i = \frac{\hat{v}_i}{\sigma_{\hat{v}_i}} = \frac{\hat{v}_i}{\sigma_0 \sqrt{Q_{\hat{v}_i \hat{v}_i}}}. \quad (5.2.20)$$

Poslije ustanovljavanja postojanja rezultata koji sadrže grube greške, prelazi se na sljedeću fazu DIA postupka.

Faza adaptacije

Ovo je korektivna faza koja se može dvojako realizovati, pri čemu je u oba slučaja cilj da poslije izvjesnih korekcija nulta hipoteza bude prihvaćena. Prvi pristup se primjenjuje ako imamo jedno ili svega nekoliko mjerenja sa grubim greškama u mnoštvu mjerenja. Tada se ta "odskakuća" mjerenja pažljivo ponove i integrišu u model. Drugi pristup imamo u slučaju da imamo veliki broj identifikovanih grubih grešaka u mjerenjima, kada je logično da posumnjamo u primijenjeni linearni model. U cilju prihvatanja nulte hipoteze, model iste se proširuje ustanovljenom, tačnije naslućenom, greškom modela, kada ulogu nove nulte hipoteze, sa korekcijom, ustvari, preuzima

alternativna hipoteza, koja je upoređenjem sa početnom nultom i dovela do njenog opravdanog odbacivanja.

Poslije korekcije, a radi ustanovljenja da li je novopostavljena situacija odgovarajuća, tj. prihvatljiva, potrebno je ponovo sprovesti fazu detekcije. Tada će se pokazati da li novoformirana nulta hipoteza opisuje adekvatan model. Ako se ispostavi neadekvatnost modela, što se dešava u slučaju kada se procedura sprovodi sa manjkom iskustva u analiziranju grešaka modela, prelazi se na fazu identifikacije. Dakle, nekada se može desiti da se DIA postupak sprovodi u dvije ili više iteracija.

5.2.2 Pouzdanost u testiranju

Značajno je pomenuti da se, u fazi adaptacije, samom korekcijom prvobitnog modela, tj. dodavanjem dodatnih parametara koji opisuju greške modela, može znatno izgubiti na "jačini modela", što dovodi do smanjene moći detekcije i identifikacije. Drugim riječima, pouzdanost može postati znatno manja. Moć testa, ustvari, predstavlja vjerovatnoću sa kojom se greška modela \mathbf{C}_g može otkriti u testu, a jednakosti (5.2.5) i (5.2.11) opisuju **unutrašnju pouzdanost nulte hipoteze** (5.2.1) u odnosu na alternativnu hipotezu (5.2.2).

U slučaju jednodimenzionalne alternativne hipoteze, tj. kada je $q=1$, uz prethodno usvojene α_1 i γ_0 , može se izračunati **MDB** (*Minimal Detectable Bias*) **vrijednost**, tj. *apsolutna vrijednost najmanje greške modela koja se može otkriti u pojedinačnom opažanju*, uz korišćenje odgovarajuće w -test statistike, a to na osnovu:

$$|g_i| = \sqrt{\frac{\lambda(\alpha_1, 1, \gamma_0)}{\mathbf{c}_i^T \mathbf{K}^{-1} \mathbf{K}_v \mathbf{K}^{-1} \mathbf{c}_i}}, \quad i \in \{1, 2, \dots, n\}, \quad (5.2.21)$$

gdje je vektor \mathbf{c}_i definisan u (5.2.18).

Pojednostavljenije se pojavljuje u slučaju nekorelisanih opažanja, kada je:

$$|g_i| = \sigma_{l_i} \sqrt{\frac{\lambda(\alpha_1, 1, \gamma_0)}{1 - \sigma_l^2 / \sigma_{l_i}^2}}, \quad i \in \{1, 2, \dots, n\}. \quad (5.2.22)$$

Spoljašnja pouzdanost modela odnosi se na uticaj svake MDB vrijednosti (iz (5.2.21), odnosno (5.2.22)), kao mjere unutrašnje pouzdanosti, na ocjene nepoznatih parametara iz izravnjanja. Vezano za to, kao jedna od mjera, uvodi se **vektor uticaja MDB vrijednosti i-tog opažanja na nepoznate parametre**, u zapisu:

$$\mathbf{g}_{\hat{x}_i} = (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{c}_i |g_i|, \quad i \in \{1, 2, \dots, n\}. \quad (5.2.23)$$

Potrebno je sračunati n vektora datih preko (5.2.23), pri čemu svaki od njih ima po u komponenti. Zbog toga je teško uporediti pojedinačne uticaje. Stoga *Baarda (1977)* uvodi alternativnu mjeru u vidu *distorzionog parametra*, koji se računa kao $\mathbf{K}_{\hat{x}}^{-1}$ –norma vektora $\mathbf{g}_{\hat{x}_i}$, tj. kao:

$$\bar{\delta}_{\hat{x}_i} = \|\mathbf{g}_{\hat{x}_i}\|_{\mathbf{K}_{\hat{x}}^{-1}} = \frac{1}{\sigma_0} \sqrt{\mathbf{g}_{\hat{x}_i}^T \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A} \mathbf{g}_{\hat{x}_i}}, \quad i \in \{1, 2, \dots, n\}. \quad (5.2.24)$$

Za manju vrijednost ovog parametra, imamo veću spoljašnju pouzdanost modela. Dodatno, ako su vrijednosti ovog parametra istog reda veličine, tada egzistira *model sa homogenom spoljašnjom pouzdanošću*.

5.3 Prethodna obrada GPS mjerenja

5.3.1 Određivanje preliminarnih ocjena nepoznatih koordinata prijemnika

Neka imamo baznu liniju na čijim krajevima se nalaze dva stacionarna GPS prijemnika (antene), pri čemu je jedan od njih usvojen kao referentni. Koordinate položaja toga prijemnika smatraju se poznatim, dok koordinate položaja prijemnika na drugom kraju bazne linije predstavljaju nepoznate parametre i predmet su interesovanja u ovom izlaganju. Neka, još, u posmatranoj epohi mjerenja na oba kraja pomenute bazne linije imamo istovremeno mjerena rastojanja do n zajedničkih satelita.

Kako bi se u naknadnoj obradi podataka GPS relativnog pozicioniranja mogla izvršiti linearizacija prethodno formiranih nelinearnih jednačina tih opažanja, neophodno je poznavati približne vrijednosti prethodno pomenutih nepoznatih koordinata. Zbog nižih zahtjeva tačnosti u inicijalizaciji ovog problema, za računanje pomenutih približnih koordinata u praksi se najčešće koriste kodne pseudodužine, jer korišćenje faznih pseudodužina u ovu svrhu iziskuje dodatno ocjenjivanje i faznih neodređenosti, što u slučaju dužih baznih linija, a pogotovo u prisustvu faznih skokova, može dovesti do nerealnih vrijednosti koordinata, koje, kao takve, ne bi bile upotrebljive u naknadnoj obradi podataka mjerenja.

Rješenje izravnanjem dvostrukih razlika kodnih pseudodužina

Na osnovu (4.1.1), analogno (4.1.5), možemo uspostaviti jednačinu za dvostruku razliku kodnih pseudodužina u posmatranoj epohi (oznake za epohu i frekvenciju su izostavljene), kao:

$$\nabla \Delta P_{r_1 r_2}^{s_i s_k} = \nabla \Delta \rho_{r_1 r_2}^{s_i s_k} + \nabla \Delta \omega_{P_{r_1 r_2}^{s_i s_k}} = \rho_{r_2}^{s_k} - \rho_{r_1}^{s_k} - \rho_{r_2}^{s_i} + \rho_{r_1}^{s_i} + \nabla \Delta \omega_{P_{r_1 r_2}^{s_i s_k}}, \quad (5.3.1)$$

gdje je uvedena oznaka za ukupnu grešku u zapisu:

$$\begin{aligned} \nabla \Delta \omega_{P_{r_1 r_2}^{s_i s_k}} = & \nabla \Delta d_{r_1 r_2, \text{iono}}^{s_i s_k} + \nabla \Delta d_{r_1 r_2, \text{tropo}}^{s_i s_k} + \nabla \Delta d_{r_1 r_2, \text{mp}, P}^{s_i s_k} + \\ & + \nabla \Delta d_{r_1 r_2, \text{rapco}}^{s_i s_k} + \nabla \Delta d_{r_1 r_2, \text{rapcv}}^{s_i s_k} + \nabla \Delta \varepsilon_{P_{r_1 r_2}^{s_i s_k}}, \end{aligned} \quad (5.3.2)$$

sa $i \in \{1, \dots, k-1, k+1, \dots, n\}$, pri čemu je, pod pretpostavkom da je najduže bio vidljiv u toku mjerne sesije, k -ti satelit izabran kao referentni.

Drugo i četvrto geometrijsko rastojanje sa desne strane jednakosti (5.3.1) se, uz pretpostavku da je prijemnik r_1 referentni i da su poznate koordinate svih n satelita (računaju se, uobičajeno, primjenom Lagrange-ove interpolacije prethodno pribavljenih IGS preciznih efemerida u tački koja se odnosi na posmatranu epohu mjerenja (vidjeti *Strang and Borre (1997)* i *Bidikar et al. (2014)*), smatraju konstantama, dok u prvom i trećem geometrijskom rastojanju figurišu nepoznate koordinate prijemnika r_2 .

Analogno jednakosti (5.1.8), u posmatranoj epohi imamo sistem jednačina:

$$\begin{aligned} \nabla \Delta \mathbf{P} + \mathbf{v}_{\nabla \Delta \mathbf{P}} &= \nabla \Delta \boldsymbol{\rho}(\mathbf{X}_{r_2}) \\ &= \nabla \Delta \boldsymbol{\rho}(\mathbf{X}_{0, r_2}) + \mathbf{A}_{\nabla \Delta \boldsymbol{\rho}} \mathbf{x}_{\nabla \Delta, r_2}, \end{aligned} \quad (5.3.3)$$

sa $\mathbf{A}_{\nabla \Delta \boldsymbol{\rho}} \in \mathcal{M}_{n-1, 3}(\mathbb{R})$; $\nabla \Delta \mathbf{P}, \nabla \Delta \boldsymbol{\rho}(\mathbf{X}_{0, r_2}), \mathbf{v}_{\nabla \Delta \mathbf{P}} \in \mathbb{R}^{n-1}$ i $\mathbf{x}_{\nabla \Delta, r_2} \in \mathbb{R}^3$, pri čemu imamo da je:

$$\nabla \Delta \mathbf{P} = (\nabla \Delta P_{r_1 r_2}^{s_1 s_k} \dots \nabla \Delta P_{r_1 r_2}^{s_{k-1} s_k} \nabla \Delta P_{r_1 r_2}^{s_{k+1} s_k} \dots \nabla \Delta P_{r_1 r_2}^{s_n s_k})^T \quad (5.3.4)$$

$$\mathbf{v}_{\nabla \Delta \mathbf{P}} = -(\nabla \Delta \omega_{P_{r_1 r_2}^{s_1 s_k}} \dots \nabla \Delta \omega_{P_{r_1 r_2}^{s_{k-1} s_k}} \nabla \Delta \omega_{P_{r_1 r_2}^{s_{k+1} s_k}} \dots \nabla \Delta \omega_{P_{r_1 r_2}^{s_n s_k}})^T \quad (5.3.5)$$

$$\mathbf{X}_{0, r_2} = (X_{(0) r_2} \ Y_{(0) r_2} \ Z_{(0) r_2})^T, \quad \mathbf{x}_{\nabla \Delta, r_2} = (dx_{\nabla \Delta, r_2} \ dy_{\nabla \Delta, r_2} \ dz_{\nabla \Delta, r_2})^T \quad (5.3.6)$$

$$\nabla \Delta \boldsymbol{\rho}(\mathbf{X}_{0, r_2}) = \begin{pmatrix} \nabla \Delta \rho_{r_1 r_2}^{s_1 s_k}(X_{(0) r_2}, Y_{(0) r_2}, Z_{(0) r_2}) \\ \vdots \\ \nabla \Delta \rho_{r_1 r_2}^{s_{k-1} s_k}(X_{(0) r_2}, Y_{(0) r_2}, Z_{(0) r_2}) \\ \nabla \Delta \rho_{r_1 r_2}^{s_{k+1} s_k}(X_{(0) r_2}, Y_{(0) r_2}, Z_{(0) r_2}) \\ \vdots \\ \nabla \Delta \rho_{r_1 r_2}^{s_n s_k}(X_{(0) r_2}, Y_{(0) r_2}, Z_{(0) r_2}) \end{pmatrix} \quad (5.3.7)$$

$$\mathbf{A}_{\nabla \Delta \boldsymbol{\rho}} = (A_{\nabla \Delta \boldsymbol{\rho}, ij}), \quad (5.3.8)$$

a članovi i -te vrste matrice $\mathbf{A}_{\nabla \Delta \boldsymbol{\rho}}$ računaju se kao:

$$\begin{aligned}
 A_{\nabla\Delta\rho,i1} &= \frac{X_{0,r_2} - X^{s_k}}{\rho_{0,r_2}^{s_k}} - \frac{X_{0,r_2} - X^{s_i}}{\rho_{0,r_2}^{s_i}} \\
 A_{\nabla\Delta\rho,i2} &= \frac{Y_{0,r_2} - Y^{s_k}}{\rho_{0,r_2}^{s_k}} - \frac{Y_{0,r_2} - Y^{s_i}}{\rho_{0,r_2}^{s_i}} \\
 A_{\nabla\Delta\rho,i3} &= \frac{Z_{0,r_2} - Z^{s_k}}{\rho_{0,r_2}^{s_k}} - \frac{Z_{0,r_2} - Z^{s_i}}{\rho_{0,r_2}^{s_i}}.
 \end{aligned} \tag{5.3.9}$$

Rješenje se, uzimanjem u obzir korelisanosti dvostrukih razlika analogno iznesenom u poglavlju 4.2.1, dobija primjenom metode najmanjih kvadrata u jednom iterativnom postupku, pri čemu se, obično, najprije usvaja $(X_{0,r_2}, Y_{0,r_2}, Z_{0,r_2}) = (0, 0, 0)$. Kao rezultat u iteraciji imamo:

$$\hat{\mathbf{X}}_{r_2} = \hat{\mathbf{X}}_{\nabla\Delta,r_2} = \mathbf{X}_{0,r_2} + (\mathbf{A}_{\nabla\Delta\rho}^T \mathbf{A}_{\nabla\Delta\rho})^{-1} \mathbf{A}_{\nabla\Delta\rho}^T (\nabla\Delta\mathbf{P} - \nabla\Delta\mathbf{P}_0), \tag{5.3.10}$$

sa kovarijacijom:

$$\mathbf{K}_{\hat{\mathbf{X}}_{\nabla\Delta,r_2}} = \hat{\sigma}_0^2 \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{X}}_{\nabla\Delta,r_2}} = \frac{\hat{\mathbf{v}}_{\nabla\Delta\rho}^T \hat{\mathbf{v}}_{\nabla\Delta\rho}}{(n-1)-3} (\mathbf{A}_{\nabla\Delta\rho}^T \mathbf{A}_{\nabla\Delta\rho})^{-1}, \quad n \geq 5. \tag{5.3.11}$$

Ocjene nepoznatih koordinata iz iteracije ν , pri čemu $\nu \in \{1, 2, \dots, q\}$, usvajaju se kao približne vrijednosti za sljedeću iteraciju, a iteracije se sprovode sve dok ne bude zadovoljen kriterijum $|\hat{\mathbf{X}}_{\nabla\Delta,r_2}^{(\nu+1)} - \hat{\mathbf{X}}_{\nabla\Delta,r_2}^{(\nu)}| < \boldsymbol{\mu}$, sa unaprijed zadatim vektorom $\boldsymbol{\mu}$.

Direktno rješenje korišćenjem modifikovane Bancroft-ove metode

Ovdje se prikazuje metoda koja predstavlja izvjesnu modifikaciju Bancroft-ovog pristupa (*Bancroft, 1985*), s obzirom da ima nekih izmjena, jer se sve posmatra sa stanovišta dvostrukih razlika kodnih pseudoduzina.

Ako izostavimo ukupnu grešku u jednakosti (5.3.1), tada, uz prethodno uvedene pretpostavke, koje se tiču izbora referentnog prijemnika i satelita, korišćenjem vektora geocentričnih položaja satelita i prijemnika dobijamo:

$$\nabla\Delta P_{r_1 r_2}^{s_i s_k} - |\mathbf{r}^{s_i} - \mathbf{r}_{r_1}| + |\mathbf{r}^{s_k} - \mathbf{r}_{r_1}| = |\mathbf{r}^{s_k} - \mathbf{r}_{r_2}| - |\mathbf{r}^{s_i} - \mathbf{r}_{r_2}|, \tag{5.3.12}$$

što se uvođenjem pomoćne oznake Θ_i za poznatu vrijednost izraza na lijevoj strani ove jednakosti, a onda transliranjem koordinatnog početka u poziciju referentnog satelita k , svodi na:

$$\Theta_i - |\tilde{\mathbf{r}}_{r_2}^{s_i}| = -|\tilde{\mathbf{r}}^{s_i} - \tilde{\mathbf{r}}_{r_2}^{s_i}|, \quad \text{sa} \quad \tilde{\mathbf{r}}^{s_k} = 0, \quad \tilde{\mathbf{r}}_{r_2}^{s_k} = \mathbf{r}_{r_2} - \mathbf{r}^{s_k} \quad \text{i} \quad \tilde{\mathbf{r}}^{s_i} = \mathbf{r}^{s_i} - \mathbf{r}^{s_k}. \tag{5.3.13}$$

Poslije kvadriranja lijeve i desne strane prve jednakosti iz (5.3.13), dobija se:

$$\tilde{\mathbf{r}}^{s_i} \cdot \tilde{\mathbf{r}}_{r_2} = |\tilde{\mathbf{r}}_{r_2}| \Theta_i + \frac{1}{2} (\tilde{\mathbf{r}}^{s_i} \cdot \tilde{\mathbf{r}}^{s_i} - \Theta_i^2), \quad (5.3.14)$$

što, na osnovu definicije *Lorentz-ovog skalarnog proizvoda vektora* \mathbf{u} i \mathbf{v} ($\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbb{R}^4$), koja glasi:

$$\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle_L = \mathbf{u}^T \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{3,3} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -1 \end{pmatrix} \mathbf{v} = u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3 - u_4 v_4, \quad (5.3.15)$$

(L označava da je skalarni proizvod $\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle$, u ovom slučaju, *Lorentz-ov*) može da se zapiše i kao:

$$\tilde{\mathbf{r}}^{s_i} \cdot \tilde{\mathbf{r}}_{r_2} = |\tilde{\mathbf{r}}_{r_2}| \Theta_i + \frac{1}{2} \langle \mathbf{p}_i, \mathbf{p}_i \rangle_L, \text{ sa } \mathbf{p}_i^T = (\mathbf{r}^{s_i} \ \Theta_i). \quad (5.3.16)$$

Uspostavljajući jednakost tipa (5.3.16) za svaki od $n-1$ zajedničkih satelita, koji su, u posmatranoj epohi, vidljivi sa mjesta oba prijemnika, dobija se sistem jednačina:

$$\mathbf{B} \tilde{\mathbf{r}}_{r_2} = |\tilde{\mathbf{r}}_{r_2}| \Theta + \frac{1}{2} \Lambda, \text{ sa } \mathbf{B} \in \mathcal{M}_{n-1,3}(\mathbb{R}), \ \Theta, \Lambda \in \mathbb{R}^{n-1} \text{ i } \tilde{\mathbf{r}}_{r_2} \in \mathbb{R}^3, \quad (5.3.17)$$

pri čemu je:

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \tilde{X}^{s_1} & \tilde{Y}^{s_1} & \tilde{Z}^{s_1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{X}^{s_{k-1}} & \tilde{Y}^{s_{k-1}} & \tilde{Z}^{s_{k-1}} \\ \tilde{X}^{s_{k+1}} & \tilde{Y}^{s_{k+1}} & \tilde{Z}^{s_{k+1}} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{X}^{s_n} & \tilde{Y}^{s_n} & \tilde{Z}^{s_n} \end{pmatrix}, \ \Theta = \begin{pmatrix} \Theta_1 \\ \vdots \\ \Theta_{k-1} \\ \Theta_{k+1} \\ \vdots \\ \Theta_n \end{pmatrix}, \ \Lambda = \begin{pmatrix} \langle \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_1 \rangle_L \\ \vdots \\ \langle \mathbf{p}_{k-1}, \mathbf{p}_{k-1} \rangle_L \\ \langle \mathbf{p}_{k+1}, \mathbf{p}_{k+1} \rangle_L \\ \vdots \\ \langle \mathbf{p}_n, \mathbf{p}_n \rangle_L \end{pmatrix}, \ \tilde{\mathbf{r}}_{r_2} = \begin{pmatrix} \tilde{X}_{r_2} \\ \tilde{Y}_{r_2} \\ \tilde{Z}_{r_2} \end{pmatrix}. \quad (5.3.18)$$

Ako lijevu i desnu stranu jednakosti (5.3.17) pomnožimo slijeva matrice proizvodom $(\mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T = \mathbf{B}^+ = \mathbf{B}_L^-$, tj. *pseudoinverzijom*, tačnije *lijevom inverzijom pravougule matrice* \mathbf{B} , dobija se:

$$\tilde{\mathbf{r}}_{r_2} = \mathbf{B}_L^- (|\tilde{\mathbf{r}}_{r_2}| \Theta + \frac{1}{2} \Lambda). \quad (5.3.19)$$

Uvedemo li pomoćni skalar $\varpi^2 = \tilde{\mathbf{r}}_{r_2} \cdot \tilde{\mathbf{r}}_{r_2}$ (po ugledu na [Leick et al. \(2015\)](#)), tada ćemo, zamjenom (5.3.19) na desnoj strani jednakosti, dobiti kvadratnu jednačinu po ϖ :

$$\varpi^2 = [\mathbf{B}_L^- (\varpi \Theta + \frac{1}{2} \Lambda)]^T \mathbf{B}_L^- (\varpi \Theta + \frac{1}{2} \Lambda), \text{ sa } \varpi = |\tilde{\mathbf{r}}_{r_2}|, \quad (5.3.20)$$

što, poslije kraćeg sređivanja, dovodi do dva rješenja:

$$\varpi_{1/2} = \frac{-\langle \mathbf{B}_L^- \Theta, \mathbf{B}_L^- \Lambda \rangle \pm \sqrt{\langle \mathbf{B}_L^- \Theta, \mathbf{B}_L^- \Lambda \rangle^2 - (\langle \mathbf{B}_L^- \Theta, \mathbf{B}_L^- \Theta \rangle - 1) \langle \mathbf{B}_L^- \Lambda, \mathbf{B}_L^- \Lambda \rangle}}{2(\langle \mathbf{B}_L^- \Theta, \mathbf{B}_L^- \Theta \rangle - 1)}, \quad (5.3.21)$$

koja se umjesto $|\tilde{\mathbf{r}}_{r_2}|$, jedno za drugim, zamijene u (5.3.19), pa se, za svako od njih, izvrši translacija (vraćanje) u geocentrični sistem, na sljedeći način:

$$\mathbf{r}_{r_2} = \tilde{\mathbf{r}}_{r_2} + \mathbf{r}^{sk}. \quad (5.3.22)$$

Odnosna elipsoidna visina pomaže kod usvajanja pravog rješenja, koje će predstavljati *preliminarnu ocjenu vektora nepoznatog položaja*.

5.3.2 Otkrivanje faznih skokova i njihova korekcija

Da bi se mogle koristiti za računanje preciznih položaja tačaka od interesa, dvostruke razlike faznih pseudodužina se, prethodno, moraju osloboditi faznih skokova, koji su gotovo neizbježna pojava u praksi. Fazni skokovi, ustvari, predstavljaju diskontinuitete u faznim mjerenjima, a mogu uzeti vrijednosti od jednog, nekoliko desetina, stotina, pa, čak, i nekoliko miliona cijelih faznih ciklusa. Pri tome se, dakle, djelimične fazne razlike ne mijenjaju. Može se izdvojiti *nekoliko uzroka za nastajanje faznih skokova*:

- Privremena opstrukcija signala pri nailasku istog, na primjer, na drveće, zgrade, mostove, reljefna uzvišenja i dr, što je i najčešći uzrok, posebno kod kinematičkih primjena, gdje se koriste fazna mjerenja;
- Narušene vrijednosti odnosa signala i šuma (SNR), koje su posljedica loših jonosferskih uslova, višestruke refleksije, pojačane dinamike prijemnika ili niske elevacije satelita;
- Nedostaci u software-skom rješenju prijemnika, koji dovode do nekorektnog procesiranja signala (*Hein, 1990*);
- Neispravnost satelitskih oscilatora, što može nastupiti, ali je to veoma rijedak slučaj (*Hofmann-Wellenhof et al, 2001*).

Fazni skok se u faznom mjerenju pojavljuje nezavisno od frekvencije na koju se to mjerenje odnosi (L1 ili L2), a sva mjerenja koja su izvršena poslije tog skoka, ukoliko nema novih diskontinuiteta, pomjerena su za isti broj cijelih faznih ciklusa koji karakteriše pomenuti fazni skok.

Manje fazne skokove teže je otkriti. U područjima sa visokom jonosferskom aktivnošću, kao što su ekvatorski i polarni region, brze promjene TEC vrijednosti mogu biti

prepoznate u prijemniku kao mali fazni skokovi (*Hugentobler et al, 2001*), što će prilikom obrade podataka implicirati nepotrebno uvođenje dodatnog nepoznatog parametra fazne neodređenosti. S druge strane, međutim, prijemnik u većini slučajeva uopšte neće ni prepoznati, eventualne, manje fazne skokove. Iz ovih razloga, prethodna obrada podataka mora uključiti posebne algoritme za pouzdano otkrivanje pomenutih diskontinuiteta, kako bi isti bili otklonjeni. U suprotnom, čak i manji neotkriveni fazni skokovi mogu otežati dobijanje pozicije u granicama centimetarske tačnosti.

U posljednje tri decenije predloženo je više tehnika otkrivanja i otklanjanja faznih skokova. Principi ovih tehnika, u najvećem dijelu, zastupljeni su i u današnjim istraživanjima. Naime, fokus je uvijek na tome da se razvije neki pouzdan algoritam za automatsko ili, bar, poluautomatsko otkrivanje i eliminaciju pomenutih skokova, pri čemu će se problem posmatrati sa aspekta vremenske promjene najmanje jedne izabrane veličine, čija vremenska serija, u odsustvu faznih skokova i ostalih nepoželjnih pojava, treba da predstavlja jednu glatku funkciju sa niskim nivoom šuma. Generalno, poželjno je da to bude, na primjer, neka razlika mjerenja, rezidual ili neka dvofrekventna linearna kombinacija mjerenja, jer je u tom slučaju, zbog znatno umanjenog nivoa šuma u odnosu na onaj koji je prisutan u nediferenciranim mjerenjima, fazni skok jednostavnije otkriti. Uopšte, u algoritmima za otkrivanje i eliminaciju faznih skokova, pored nediferenciranih, mogu se koristiti proste, dvostruke i trostruke razlike faznih mjerenja. U nastavku se prikazuje jedna od tehnika koja koristi trostruke razlike.

MAUPRP tehnika

Kako se iz samog naziva iste, MAUPRP (Manual and AUtomatic PRe-Processing), i može zaključiti, ova tehnika obuhvata izvjesnu prethodnu analizu i pripremne, pretežno, *manuelne* radnje, koje prethode *automatizovanoj* fazi otkrivanja i korekcije faznih skokova. Dakle, u pitanju je jedan od predstavnika poluautomatskog pristupa pomenutom problemu. Algoritam se, generalno, sastoji od tri faze, a to su (*Mervart, 1995; Dach et al, 2015*):

- *Provjeravanje podataka i glačanje* (na nivou prostih razlika mjerenja, njihovom ekranizacijom, provjerava se postojanje velikih skokova, koji obično potiču od časovnika prijemnika, tzv. clock jumps, i identični su za sve opažane satelite);
- *Izravnjanje trostrukih razlika faznih mjerenja* (vrši se ocjenjivanje nepoznatih koordinata na osnovu izglačanih podataka iz prethodne faze, a dobijene ocjene

se, iako ne kao one koje se dobijaju na osnovu dvostrukih razlika, mogu smatrati dobrom aproksimacijom za nepoznate koordinate); i

- *Automatska detekcija faznih skokova* (korišćenjem ocjena nepoznatih koordinata dobijenih izravanjem u prethodnoj fazi i trostrukih razlika faznih pseudodužina, računaju se odgovarajući reziduali, a onda se vrši testiranje postojanja faznih skokova).

Za prikaz u nastavku, korišće se isti izbor referentnog prijemnika i referentnog satelita kao u ranijem izlaganju, pri čemu $i \in \{1, \dots, k-1, k+1, \dots, n\}$.

Uzimajući u obzir model (4.1.8), za dvije susjedne epohe imamo ($m \in \{1, 2, \dots, p-1\}$):

$$\begin{aligned} \delta \nabla \Delta \Phi_{r_1 r_2, f}^{s_i, s_k}(t_m, t_{m+1}) = & \delta \nabla \Delta \rho_{r_1 r_2}^{s_i, s_k}(t_{r_1}(t_{m+1}), t_{r_2}(t_{m+1}), t_{r_1}(t_m), t_{r_2}(t_m)) + \\ & + \delta \nabla \Delta \omega_{\Phi_{r_1 r_2, f}^{s_i, s_k}; t_m, t_{m+1}}, \end{aligned} \quad (5.3.23)$$

gdje je model ukupne greške:

$$\begin{aligned} \delta \nabla \Delta \omega_{\Phi_{r_1 r_2, f}^{s_i, s_k}; t_m, t_{m+1}} = & -\delta \nabla \Delta d_{r_1 r_2, iono, f}^{s_i, s_k}(t_m, t_{m+1}) + \\ & + \delta \nabla \Delta d_{r_1 r_2, mp, \Phi, f}^{s_i, s_k}(t_m, t_{m+1}) + \\ & + \delta \nabla \Delta d_{r_1 r_2, rapco, f}^{s_i, s_k}(t_m, t_{m+1}) + \\ & + \delta \nabla \Delta d_{r_1 r_2, rapcv, f}^{s_i, s_k}(t_m, t_{m+1}) + \\ & + \delta \nabla \Delta \varepsilon_{\Phi_{r_1 r_2, f}^{s_i, s_k}}(t_m, t_{m+1}). \end{aligned} \quad (5.3.24)$$

Ovdje će se podrazumijevati vremenski interval između susjednih epoha koji je manji od 1 min (npr. 30 s), pa je, s obzirom na iznešeno u poglavlju 4.1.1.3, razumno, u startu, izostaviti uticaj troposferske refrakcije. Zato isti i ne figuriše u modelu (5.3.24).

Izravanje po metodi najmanjih kvadrata trostrukih razlika izvodi se uz poznate koordinate referentnog prijemnika i svih n satelita (promjenljive u vremenu, a za svaku epohu, kako je konstatovano u ranijem izlaganju, računaju se interpolacijom prethodno pribavljenih IGS preciznih efemerida), a nepoznati parametri su, naravno, koordinate drugog prijemnika, koji je, takođe, statičan. Ovdje se uzima u obzir korelisanost trostrukih razlika, a analogno izlaganju iz poglavlja 4.2.1. U izravanju se za svaki par susjednih epoha i za svaku od dvije frekvencije na kojima su izvršena mjerenja koristi sljedeći model:

$$\begin{aligned} \delta \nabla \Delta \Phi_{f; t_m, t_{m+1}} + \mathbf{v}_{\delta \nabla \Delta \Phi_{f; t_m, t_{m+1}}} = & \delta \nabla \Delta \rho(\mathbf{X}_{r_2}) \\ = & \delta \nabla \Delta \rho(\mathbf{X}_{0, r_2}) + \mathbf{A}_{\delta \nabla \Delta \rho_{m, t_{m+1}}} \mathbf{x}_{\delta \nabla \Delta, f; t_m, t_{m+1}; r_2}, \end{aligned} \quad (5.3.25)$$

gdje su vektor (približnih vrijednosti) nepoznatih parametara i vektor odgovarajućih

diferencijalnih priraštaja, respektivno:

$$\mathbf{X}_{(0)r_2} = \begin{pmatrix} X_{(0)r_2} \\ Y_{(0)r_2} \\ Z_{(0)r_2} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x}_{\delta\nabla\Delta,f;t_m,t_{m+1};r_2} = \begin{pmatrix} dx_{\delta\nabla\Delta,f;t_m,t_{m+1};r_2} \\ dy_{\delta\nabla\Delta,f;t_m,t_{m+1};r_2} \\ dz_{\delta\nabla\Delta,f;t_m,t_{m+1};r_2} \end{pmatrix} \quad (5.3.26)$$

a ostali vektori i matrica su:

$$\delta\nabla\Delta\Phi_{f;t_m,t_{m+1}} = (\delta\nabla\Delta\Phi_{f;t_m,t_{m+1};i}), \quad \delta\nabla\Delta\Phi_{f;t_m,t_{m+1}} \in \mathbb{R}^{n-1} \quad (5.3.27)$$

$$\mathbf{v}_{\delta\nabla\Delta\Phi_{f;t_m,t_{m+1}}} = (v_{\delta\nabla\Delta\Phi_{f;t_m,t_{m+1};i}}), \quad \mathbf{v}_{\delta\nabla\Delta\Phi_{f;t_m,t_{m+1}}} \in \mathbb{R}^{n-1} \quad (5.3.28)$$

$$\delta\nabla\Delta\rho(\mathbf{X}_{(0)r_2}) = (\delta\nabla\Delta\rho_i(\mathbf{X}_{(0)r_2})), \quad \delta\nabla\Delta\rho(\mathbf{X}_{(0)r_2}) \in \mathbb{R}^{n-1} \quad (5.3.29)$$

$$\mathbf{A}_{\delta\nabla\Delta\rho_{m,t_{m+1}}} = (A_{\delta\nabla\Delta\rho_{m,t_{m+1};ij}}), \quad \mathbf{A}_{\delta\nabla\Delta\rho_{m,t_{m+1}}} \in \mathcal{M}_{n-1,3}(\mathbb{R}), \quad (5.3.30)$$

sa opštim članovima vektora, respektivno:

$$\delta\nabla\Delta\Phi_{f;t_m,t_{m+1};i} = \delta\nabla\Delta\Phi_{r_1r_2,f}^{s_i,s_k}(t_m,t_{m+1}) \quad (5.3.27a)$$

$$v_{\delta\nabla\Delta\Phi_{f;t_m,t_{m+1};i}} = -\delta\nabla\Delta\omega_{\rho_{r_1r_2,f}^{s_i,s_k};t_m,t_{m+1}} \quad (5.3.28a)$$

$$\delta\nabla\Delta\rho_i(\mathbf{X}_{(0)r_2}) = \delta\nabla\Delta\rho_{r_1r_2}^{s_i,s_k}(\mathbf{X}_{(0)r_2}), \quad (5.3.29a)$$

i članovima i -te vrste matrice $\mathbf{A}_{\delta\nabla\Delta\rho_{m,t_{m+1}}}$, koji se računaju kao:

$$\begin{aligned} A_{\delta\nabla\Delta\rho_{m,t_{m+1};i1}} &= \frac{X_{0,r_2} - X_{t_{m+1}}^{s_k}}{\rho_{0,r_2;t_{m+1}}^{s_k}} - \frac{X_{0,r_2} - X_{t_{m+1}}^{s_i}}{\rho_{0,r_2;t_{m+1}}^{s_i}} - \frac{X_{0,r_2} - X_{t_m}^{s_k}}{\rho_{0,r_2;t_m}^{s_k}} + \frac{X_{0,r_2} - X_{t_m}^{s_i}}{\rho_{0,r_2;t_m}^{s_i}} \\ A_{\delta\nabla\Delta\rho_{m,t_{m+1};i2}} &= \frac{Y_{0,r_2} - Y_{t_{m+1}}^{s_k}}{\rho_{0,r_2;t_{m+1}}^{s_k}} - \frac{Y_{0,r_2} - Y_{t_{m+1}}^{s_i}}{\rho_{0,r_2;t_{m+1}}^{s_i}} - \frac{Y_{0,r_2} - Y_{t_m}^{s_k}}{\rho_{0,r_2;t_m}^{s_k}} + \frac{Y_{0,r_2} - Y_{t_m}^{s_i}}{\rho_{0,r_2;t_m}^{s_i}} \\ A_{\delta\nabla\Delta\rho_{m,t_{m+1};i3}} &= \frac{Z_{0,r_2} - Z_{t_{m+1}}^{s_k}}{\rho_{0,r_2;t_{m+1}}^{s_k}} - \frac{Z_{0,r_2} - Z_{t_{m+1}}^{s_i}}{\rho_{0,r_2;t_{m+1}}^{s_i}} - \frac{Z_{0,r_2} - Z_{t_m}^{s_k}}{\rho_{0,r_2;t_m}^{s_k}} + \frac{Z_{0,r_2} - Z_{t_m}^{s_i}}{\rho_{0,r_2;t_m}^{s_i}}, \end{aligned} \quad (5.3.30a)$$

Po okončanju faze sa izravnanjem, kada se raspolože sa $p-1$ nezavisnih trojki ocjena nepoznatih koordinata, definišu se reziduali koji su potrebni za testiranje postojanja faznih skokova, na sljedeći način:

$$\xi_{f;t_m,t_{m+1}} = \delta\nabla\Delta\hat{\rho}_{r_1r_2,f}^{s_i,s_k} - \delta\nabla\Delta\Phi_{r_1r_2,f}^{s_1,s_2}(t_m,t_{m+1}), \quad (5.3.31)$$

gdje je prvi član sa desne strane jednakosti ocjena trostruke razlike geometrijskih rastojanja, koja se računa na osnovu poznatih koordinata referentnog prijemnika, poznatih koordinata odnosnih satelita u obje epohe i prethodno dobijenih ocjena

nepoznatih koordinata u odnosnom izravanju, tj. kao:

$$\delta\nabla\Delta\widehat{\rho}_{r_1r_2,f;t_m,t_{m+1}}^{s_i,s_k} = \delta\nabla\Delta\rho_{r_1r_2}^{s_1,s_2}(\mathbf{X}_{r_1}, \mathbf{X}_{t_m,t_{m+1}}^{s_i}, \mathbf{X}_{t_m,t_{m+1}}^{s_k}; \widehat{\mathbf{X}}_{r_2} = \widehat{\mathbf{X}}_{\delta\nabla\Delta,f;t_m,t_{m+1};r_2}). \quad (5.3.32)$$

Uzimajući u obzir samo jonosferski uticaj u mjerenim trostrukim razlikama, rezidualne za obje frekvencije pisaćemo kao:

$$\xi_{1;t_m,t_{m+1}} = b_{1;t_m,t_{m+1}}\lambda_1 - \delta\nabla\Delta d_{r_1r_2,iono,1}^{s_i,s_k}(t_m, t_{m+1}), \quad (5.3.33)$$

$$\begin{aligned} \xi_{2;t_m,t_{m+1}} &= b_{2;t_m,t_{m+1}}\lambda_2 - \delta\nabla\Delta d_{r_1r_2,iono,2}^{s_i,s_k}(t_m, t_{m+1}) \\ &= b_{2;t_m,t_{m+1}}\lambda_2 - \frac{f_1^2}{f_2^2}\delta\nabla\Delta d_{r_1r_2,iono,1}^{s_i,s_k}(t_m, t_{m+1}), \end{aligned} \quad (5.3.34)$$

gdje $b_{f;t_m,t_{m+1}}$ predstavlja cio broj talasnih dužina koje odgovaraju, eventualnom, faznom skoku u trostrukoj razlici za odnosne epohe i na odnosnoj frekvenciji.

Testira se **nulta hipoteza** (*ne postoji fazni skok*):

$$H_0: b_{1;t_m,t_{m+1}} = 0 \text{ i } b_{2;t_m,t_{m+1}} = 0, \quad (5.3.35)$$

protiv **alternativne hipoteze** (*postoji fazni skok*):

$$H_a: b_{1;t_m,t_{m+1}} \neq 0 \text{ ili } b_{2;t_m,t_{m+1}} \neq 0, \quad (5.3.36)$$

i to dvojako. Naime, **prva provjera** se odnosi na testiranje postojanja faznog skoka, kao grube greške u trostrukoj razlici, ali u odsustvu jonosferskog uticaja, zbog čega se, koristeći koeficijente iz (4.1.46), uvodi *IF linearna kombinacija reziduala* iz (5.3.33) i (5.3.34), pa pišemo:

$$\xi_{3;t_m,t_{m+1}} = \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2}\xi_{1;t_m,t_{m+1}} - \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2}\xi_{2;t_m,t_{m+1}}, \quad (5.3.37)$$

sa odgovarajućom standardnom devijacijom:

$$\sigma_{\xi_{3;t_m,t_{m+1}}} = \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} \sqrt{\sigma_{\xi_{1;t_m,t_{m+1}}}^2 + \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^4 \sigma_{\xi_{2;t_m,t_{m+1}}}^2}, \quad (5.3.38)$$

pri čemu, na osnovu (5.3.31), a uz usvajanje iste tačnosti za fazna mjerenja na obje frekvencije, imamo:

$$\sigma_{\xi_{f;t_m,t_{m+1}}}^2 = \sigma_{\delta\nabla\Delta\Phi_f}^2 = 8\sigma_{\Phi_f}^2 = 8 \cdot (\lambda_f \sigma_{\psi} [\text{rad}] / 2\pi)^2 = \frac{2}{\pi^2} \cdot (\lambda_f \sigma_{\psi} [\text{rad}])^2, \quad (5.3.39)$$

za $f \in \{1, 2\}$ i $m \in \{1, 2, \dots, p-1\}$, a može se uzeti da je $\sigma_{\psi} = 0.1 \text{ rad}$ ([ICD-GPS-200C, 1993](#)).

Za potrebe **druge provjere** unutar testiranja, najprije se, na osnovu (5.3.33) i (5.3.34), izračunaju odgovarajuće dvije vrijednosti jonosferskog uticaja (koji, naravno, uključuje znak "-") u rezidualima. Zatim se, radi provjere postojanja faznog skoka, koja se ovog puta vrši na osnovu ponašanja jonosferskog uticaja između dvije epohe, uz pretpostavku da važe uslovi koje definiše nulta hipoteza, uvodi *srednja vrijednost jonosferskog uticaja u rezidualu*, kao:

$$T_{iono,sr} = \frac{1}{2} \left(\xi_{1;t_m,t_{m+1}} + \frac{f_2^2}{f_1^2} \xi_{2;t_m,t_{m+1}} \right), \quad (5.3.40)$$

pri čemu se definiše i granica koju ne smije preći ova sredina, u oznaci $T_{iono,sr;G}$.

Test odluka o postojanju faznog skoka u trostrukoj razlici je:

$$|\xi_{3;t_m,t_{m+1}}| \leq 3\sigma_{\xi_{3;t_m,t_{m+1}}} \text{ i } T_{iono,sr} \leq T_{iono,sr;G} \quad - \text{ prihvata se } H_0; \quad (5.3.41)$$

$$|\xi_{3;t_m,t_{m+1}}| > 3\sigma_{\xi_{3;t_m,t_{m+1}}} \text{ ili } T_{iono,sr} > T_{iono,sr;G} \quad - \text{ prihvata se } H_a. \quad (5.3.42)$$

U slučaju odluke (5.3.42), a uz prethodno definisanje odgovarajućih intervala, vrši se pretraživanje koje podrazumijeva *razmatranje svih kombinacija* (Dach et al, 2015):

$$b_{1;t_m,t_{m+1};\mu} = \text{nint} \left(\frac{\xi_{1;t_m,t_{m+1}}}{\lambda_1} \right) + \mu, \quad \mu \in \{-J_1, \dots, -1, 0, 1, \dots, J_1\} \quad (5.3.43)$$

$$b_{5;t_m,t_{m+1};\nu} = \text{nint} \left(\frac{\xi_{1;t_m,t_{m+1}}}{\lambda_1} - \frac{\xi_{2;t_m,t_{m+1}}}{\lambda_2} \right) + \nu, \quad \nu \in \{-J_5, \dots, -1, 0, 1, \dots, J_5\} \quad (5.3.44)$$

(nint je funkcija koja zaokružljuje realan broj u zagradi na bližu cjelobrojnu vrijednost, a $\mu, \nu \in \mathbb{Z}$) na osnovu čega se računaju odnosni **korigovani reziduali**:

$$\bar{\xi}_{1;t_m,t_{m+1};\mu} = \xi_{1;t_m,t_{m+1}} - b_{1;t_m,t_{m+1};\mu} \lambda_1, \quad (5.3.45)$$

$$\bar{\xi}_{2;t_m,t_{m+1};\mu\nu} = \xi_{2;t_m,t_{m+1}} - (b_{1;t_m,t_{m+1};\mu} - b_{5;t_m,t_{m+1};\nu}) \lambda_2, \quad (5.3.46)$$

koji se, zatim, testiraju na isti način kao početni reziduali. Ako se prilikom testiranja neke kombinacije korigovanih reziduala ispostavi da se prihvata nulta hipoteza (5.3.35), tada se podrazumijeva da je korekcija izvršena i da istu reprezentuje upravo ta kombinacija. U suprotnom, ako je pri testiranju svake kombinacije test odluka takva da se prihvata alternativna hipoteza (5.3.36), konstatuje se da je korekcija nemoguća, te se uvodi novi nepoznati parametar za cjelobrojnu faznu neodređenost.

Za uvid u ostale metode otkrivanja i korekcije faznih skokova, mogu se pogledati, na primjer, sljedeće publikacije: *Goad (1985)*, *Bastos and Landau (1988)*, *Blewitt (1990)*,

Gao and Li (1999), Colombo et al. (1999), Bisnath (2000), Kim and Langley (2002), Lee et al. (2003), Liu (2010) i Cai et al. (2013).

5.4 Rješavanje pitanja cjelobrojnih faznih neodređenosti

5.4.1 Uvodna razmatranja

Rješavanje pitanja cjelobrojnih faznih neodređenosti je preduslov za postizanje centimetarske tačnosti relativnog GPS pozicioniranja. Za razliku od ostalih nepoznatih parametara koji se mogu pojaviti u linearnom modelu GPS mjerenja, kao što su komponente vektora bazne linije (nepoznate koordinate) i , u nekim slučajevima, parametri troposferskog i jonosferskog kašnjenja signala (u ovdašnje razmatranje nijesu uključeni), a koji se ocjenjuju u skupu \mathbb{R} , fazne neodređenosti treba ocijeniti u skupu \mathbb{Z} , pa ovdje razdvajamo njihov uticaj od uticaja tih realnih parametara. Na taj način dobijamo **mješoviti model sa cjelobrojnim i realnim nepoznatim parametrima**, koji prikazujemo kao:

Linearni model:

$$\Delta \mathbf{l} = \mathbf{A}\mathbf{a} + \mathbf{B}\mathbf{b} + \boldsymbol{\varepsilon}, \text{ sa } \Delta \mathbf{l} = \mathbf{l} - \mathbf{l}_0; \quad (5.4.1)$$

Stohastički model:

$$M\{\Delta \mathbf{l}\} = \mathbf{A}\mathbf{a} + \mathbf{B}\mathbf{b}, \quad D\{\Delta \mathbf{l}\} = D\{\boldsymbol{\varepsilon}\} = \mathbf{K} = \sigma_0^2 \mathbf{Q}, \quad (5.4.2)$$

pri čemu imamo:

- $\mathbf{l} \in \mathbb{R}^n$: vektor dvostrukih razlika faznih mjerenja
- $\mathbf{l}_0 \in \mathbb{R}^n$: vektor približnih (računatih) vrijednosti koji odgovara vektoru \mathbf{l}
- $\boldsymbol{\varepsilon} \in \mathbb{R}^n$: vektor slučajnih uticaja u dvostrukim razlikama faznih mjerenja
- $\mathbf{a} \in \mathbb{Z}^p$: vektor **nepoznatih dvostrukih razlika faznih neodređenosti**
- $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^q$: vektor **nepoznatih koordinata na jednom kraju bazne linije**
- $\mathbf{A} \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$: matrica dizajna za parametre vektora \mathbf{a}
- $\mathbf{B} \in \mathcal{M}_{n,q}(\mathbb{R})$: matrica dizajna za parametre vektora \mathbf{b} .

Kada se uzme u obzir cjelobrojnost faznih neodređenosti, mora se primijeniti drugačiji pristup u ocjenjivanju nepoznatih parametara od onog koji podrazumijeva standardna metoda najmanjih kvadrata (vidjeti poglavlje 5.1.2). Naime, primjenjuje se *postupak ocjenjivanja koji se, generalno, sastoji od tri koraka (Teunissen, 1993; de Jonge and Tiberius, 1996)*. Tako imamo:

- **Prvi korak** – Ovdje se ne uzima u obzir cjelobrojnost faznih neodređenosti, pa se primjenjuje standardna metoda najmanjih kvadrata, koja daje približno, tzv. "*plutajuće*" rješenje (*float solution*), u vidu ocjene:

$$\begin{pmatrix} \hat{\mathbf{a}} \\ \hat{\mathbf{b}} \end{pmatrix} \sim \mathcal{N} \left(\begin{pmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{b} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{a}}} & \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{a}}\hat{\mathbf{b}}} \\ \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{b}}\hat{\mathbf{a}}} & \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{b}}} \end{pmatrix} \right), \quad (5.4.3)$$

pri čemu su:

$$\hat{\mathbf{a}} \in \mathbb{R}^p, \hat{\mathbf{b}} \in \mathbb{R}^q;$$

$$\mathbf{K}_{\hat{\mathbf{a}}} \in \mathcal{M}_{p,p}(\mathbb{R}), \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{b}}} \in \mathcal{M}_{q,q}(\mathbb{R}), \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{a}}\hat{\mathbf{b}}} \in \mathcal{M}_{p,q}(\mathbb{R}) \text{ i } \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{b}}\hat{\mathbf{a}}} \in \mathcal{M}_{q,p}(\mathbb{R}).$$

Procedura u ovom koraku se, obično, sprovodi u nekoliko iteracija, s obzirom da se u svakoj iteraciji testira adekvatnost modela, a onda, ako je potrebno, i prisustvo mogućih grubih grešaka u pojedinačnim opažanjima.

- **Drugi korak** – Na osnovu "*plutajućeg*" rješenja računa se *cjelobrojna ocjena za fazne neodređenosti* kao:

$$\check{\mathbf{a}} = S(\hat{\mathbf{a}}), \quad (5.4.4)$$

gdje $S : \mathbb{R}^p \mapsto \mathbb{Z}^p$ predstavlja preslikavanje p -dimenzionalnog prostora realnih brojeva u p -dimenzionalni prostor cijelih brojeva;

- **Treći korak** – Korišćenjem cjelobrojne ocjene iz prethodnog koraka, koriguje se "*plutajuće*" rješenje za preostale parametre, i to na sljedeći način:

$$\check{\mathbf{b}} = \hat{\mathbf{b}} - \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{b}}\hat{\mathbf{a}}} \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{a}}}^{-1} (\hat{\mathbf{a}} - \check{\mathbf{a}}), \quad (5.4.5)$$

što predstavlja *fiksno rješenje za baznu liniju* (*fixed baseline solution*).

Pošto je prostor cijelih brojeva \mathbb{Z}^p diskretan, onda preslikavanje $S : \mathbb{R}^p \mapsto \mathbb{Z}^p$ mora biti takvo da više originala $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^p$ ima sliku u istom vektoru $\mathbf{z} \in \mathbb{Z}^p$. Zbog toga će jedan podskup $S_{\mathbf{z}} \subset \mathbb{R}^p$, koji sadrži sve vektore sa realnim vrijednostima, biti preslikan u taj jedan vektor $\mathbf{z} \in \mathbb{Z}^p$, što zapisujemo kao:

$$S_{\mathbf{z}} = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^p \mid \mathbf{z} = S(\mathbf{x}) \}, \quad \mathbf{z} \in \mathbb{Z}^p. \quad (5.4.6)$$

Podskup $S_{\mathbf{z}}$ se naziva *oblast "uvlačenja"* (engl. *pull-in region*) *centrirana u z* ([Jonkman, 1998](#); [Teunissen, 1998c](#)), jer se unutar istog sva "plutajuća" rješenja vuku ka jednom istom vektoru sa fiksnim cjelobrojnim neodređenostima.

Poslije definicije oblasti sa prethodno opisanim karakteristikama, može se uspostaviti

eksplicitna jednakost za *korespondentni ocjenjivač cjelobrojnih neodređenosti*. Naime, piše se:

$$\tilde{\mathbf{a}} = \sum_{\mathbf{z} \in \mathbb{Z}^p} \mathbf{z} I(S_{\mathbf{z}}, \hat{\mathbf{a}}), \text{ sa } I(S_{\mathbf{z}}, \hat{\mathbf{a}}) = \begin{cases} 1, & \hat{\mathbf{a}} \in S_{\mathbf{z}} \\ 0, & \hat{\mathbf{a}} \notin S_{\mathbf{z}}. \end{cases} \quad (5.4.7)$$

gdje je $I(S_{\mathbf{z}}, \hat{\mathbf{a}})$ *indikatorska funkcija*.

Za ocjenjivač iz (5.4.7) se kaže da je *prihvatljiv*, ako oblast $S_{\mathbf{z}}$ posjeduje tri sljedeće osobine (*Teunissen, 1999*):

1. **Unija oblasti "uvlačenja" pokriva cio p -dimenzionalni prostor realnih brojeva:**

$$\bigcup_{\mathbf{z} \in \mathbb{Z}^p} S_{\mathbf{z}} = \mathbb{R}^p; \quad (5.4.8)$$

(U suprotnom bi bilo praznina, u kom slučaju *ne bi mogao svaki vektor $\hat{\mathbf{a}} \in \mathbb{R}^p$ biti preslikan u neki korespondentni cjelobrojni vektor*)

2. **Unutrašnjosti svake dvije različite oblasti "uvlačenja" su disjunktne:**

$$\text{Int}(S_{\mathbf{z}_1}) \cap \text{Int}(S_{\mathbf{z}_2}) = \emptyset, \quad \mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2 \in \mathbb{Z}^p, \quad \mathbf{z}_1 \neq \mathbf{z}_2; \quad (5.4.9)$$

(Dakle, ne smije da postoji preklap među oblastima, što je *uslov da bi se vektor "plutajućeg" rješenja preslikao u samo jedan cjelobrojni vektor*. Ovdje se pretpostavlja da je vjerovatnoća da se vektor "plutajućeg" rješenja, u našem slučaju $\hat{\mathbf{a}}$, nađe na nekoj granici jednaka nuli, a to nije pogrešno kada taj realni vektor ima neprekidnu funkciju gustine vjerovatnoća)

3. **Oblasti "uvlačenja" su, ustvari, translirane kopije jedne drugima:**

$$\begin{aligned} S_{\mathbf{z}_1 + \mathbf{z}_2} &= \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^p \mid \mathbf{z}_1 + \mathbf{z}_2 = S(\mathbf{x})\} \\ &= \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^p \mid \mathbf{z}_1 = S(\mathbf{x}) - \mathbf{z}_2 = S(\mathbf{x} - \mathbf{z}_2)\} \\ &= \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^p \mid \mathbf{z}_1 = S(\mathbf{y}), \mathbf{x} = \mathbf{y} + \mathbf{z}_2\} \\ &= S_{\mathbf{z}_1} + \mathbf{z}_2, \quad \mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2 \in \mathbb{Z}^p, \end{aligned} \quad (5.4.10)$$

što se, zamjenom $\mathbf{z}_1 = \mathbf{0}$ i $\mathbf{z}_2 = \mathbf{z}$, može zapisati i kao:

$$S_{\mathbf{z}} = S_0 + \mathbf{z}, \quad \mathbf{z} \in \mathbb{Z}^p, \quad (5.4.11)$$

gdje je S_0 oblast "uvlačenja" sa centrom u koordinatnom početku prostora \mathbb{Z}^p .

Svi ocjenjivači koji posjeduju prethodne tri osobine formiraju *klasu prihvatljivih ocjenjivača cjelobrojnih neodređenosti*. Među njima su najpopularnija tri: *IR (Integer Rounding)*, *IB (Integer Bootstrapping)* i *ILS (Integer Least Squares) ocjenjivač*. Ocjenjivanje upotrebom prva dva od prethodno nevedenih ocjenjivača, prikazano je u

publikacijama kao što su, na primjer, *Taha (1975)*, *Chen and Lachapelle (1995)*, *Grafarend (2000)* i *Teunissen (1998c, 1998e, 2001a, 2001b)*. U nastavku se prikazuje samo treći ocjenjivač, jer se pokazalo da daje rezultate sa najvišim stepenom uspješnosti, a na istom se zasniva i **LAMBDA** (*Least-squares AMBiguity Decorrelation Adjustment*) **metoda rješavanja pitanja cjelobrojnih faznih neodređenosti**, koja je, u teorijskom i praktičnom smislu, i dalje na najvišem nivou u poređenju sa ostalim metodama upotrebljavanim u preciznom GPS pozicioniranju. Ova metoda se, takođe, prikazuje u daljem izlaganju (poglavlje 5.4.4).

5.4.2 ILS ocjenjivanje nepoznatih parametara

Prisustvo cjelobrojnog vektora u modelu (5.4.1) dovodi do zadatka ocjenjivanja realnih i cjelobrojnih parametara u istom modelu, što će uključiti rješavanje nestandardnog problema najmanjih kvadrata, u zapisu:

$$(\tilde{\mathbf{a}}, \tilde{\mathbf{b}}) = \arg \min_{(\mathbf{a}, \mathbf{b}) \in \mathbb{Z}^p \times \mathbb{R}^q} \|\Delta \mathbf{l} - \mathbf{A}\mathbf{a} - \mathbf{B}\mathbf{b}\|_{\mathbf{K}^{-1}}^2. \quad (5.4.12)$$

Raščlanimo *kvadratnu* \mathbf{K}^{-1} -normu iz (5.4.12), ciljano, na tri sabirka, primjenom sljedeće ortogonalne transformacije (po ugledu na *Teunissen (1998a)*):

$$\|\Delta \mathbf{l} - \mathbf{A}\mathbf{a} - \mathbf{B}\mathbf{b}\|_{\mathbf{K}^{-1}}^2 = \underbrace{\|\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}\|_{\mathbf{K}^{-1}}^2}_{(5.4.3)} + \underbrace{\|\hat{\mathbf{a}} - \mathbf{a}\|_{\mathbf{K}_a^{-1}}^2}_{(5.4.4)} + \underbrace{\|\hat{\mathbf{b}}(\mathbf{a}) - \mathbf{b}\|_{\mathbf{K}_{b(\mathbf{a})}^{-1}}^2}_{(5.4.5)}, \quad (5.4.13)$$

gdje $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}} = \Delta \mathbf{l} - \mathbf{A}\hat{\mathbf{a}} - \mathbf{B}\hat{\mathbf{b}}$ predstavlja vektor reziduala "plutajućeg" rješenja, dok je

$$\hat{\mathbf{b}}(\mathbf{a}) = \hat{\mathbf{b}} - \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{b}}\hat{\mathbf{a}}} \mathbf{K}_a^{-1} (\hat{\mathbf{a}} - \mathbf{a}), \text{ sa } \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{b}}(\mathbf{a})} = \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{b}}} - \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{b}}\hat{\mathbf{a}}} \mathbf{K}_a^{-1} \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{a}}\hat{\mathbf{b}}}. \quad (5.4.14)$$

ocjena parametara bazne linije, koja je uslovljena vektorom \mathbf{a} .

Prvi član na desnoj strani jednakosti (5.4.13) je konstantan, jer slijedi na osnovu poznatog "plutajućeg" rješenja iz prvog koraka postupka ocjenjivanja, koji je opisan u poglavlju 5.4.1, dok se treći član, koji se odnosi na treći korak pomenutog opisanog postupka, može svesti na nulu, za bilo koji vektor \mathbf{a} , jednostavnim izborom $\mathbf{b} = \hat{\mathbf{b}}(\mathbf{a})$.

Stoga, problem (5.4.12) je fokusiran na drugi korak postupka ocjenjivanja i odnosi se na pronalaženje **fiksnog rješenja za fazne neodređenosti**:

$$\tilde{\mathbf{a}}_{ILS} = \arg \min_{\mathbf{a} \in \mathbb{Z}^p} \|\hat{\mathbf{a}} - \mathbf{a}\|_{\mathbf{K}_a^{-1}}^2, \quad (5.4.15)$$

a na osnovu njega i **fiksnog rješenja za baznu liniju**:

$$\tilde{\mathbf{b}} = \hat{\mathbf{b}}(\tilde{\mathbf{a}}_{ILS}) = \hat{\mathbf{b}} - \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{b}}\hat{\mathbf{a}}} \mathbf{K}_a^{-1} (\hat{\mathbf{a}} - \tilde{\mathbf{a}}_{ILS}). \quad (5.4.16)$$

Ocjena (5.4.15) se ne može dobiti računskim putem, već u postupku *pretraživanja*. Ove dvije ocjene, zajedno, predstavljaju *fiksno rješenje za cio vektor nepoznatih parametara*, ili kraće, *fiksno rješenje*.

ILS oblast "uvlačenja" vektora $\mathbf{z} \in \mathbb{Z}^p$ definiše se kao skup svih vektora $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^p$ koji su bliži vektoru \mathbf{z} , nego bilo kom drugom cjelobrojnom vektoru $\mathbf{u} \in \mathbb{Z}^p$ iz \mathbb{R}^p , pri čemu se rastojanje mjeri metrikom disperziona-kovarijacione matrice \mathbf{K}_a . Naime, imamo:

$$S_{\mathbf{z}, ILS} = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^p \mid \| \mathbf{x} - \mathbf{z} \|_{\mathbf{K}_a^{-1}}^2 \leq \| \mathbf{x} - \mathbf{u} \|_{\mathbf{K}_a^{-1}}^2 \}. \quad (5.4.17)$$

Raščlanjivanjem lijeve i desne strane nejednakosti iz (5.4.17), a onda sređivanjem i primjenom osobine simetričnih bilinearnih formi, dobija se ekvivalencija:

$$\| \mathbf{x} - \mathbf{z} \|_{\mathbf{K}_a^{-1}}^2 \leq \| \mathbf{x} - \mathbf{u} \|_{\mathbf{K}_a^{-1}}^2 \Leftrightarrow (\mathbf{u} - \mathbf{z})^T \mathbf{K}_a^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{z}) \leq \frac{1}{2} \| \mathbf{u} - \mathbf{z} \|_{\mathbf{K}_a^{-1}}^2, \quad (5.4.18)$$

pa se, uvođenjem $\mathbf{c} = \mathbf{u} - \mathbf{z}$, $\mathbf{c} \in \mathbb{Z}^p$, može, konačno, pisati:

$$S_{\mathbf{z}, ILS} = \bigcap_{\mathbf{c} \in \mathbb{Z}^p} \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^p \mid | \mathbf{c}^T \mathbf{K}_a^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{z}) | \leq \frac{1}{2} \| \mathbf{c} \|_{\mathbf{K}_a^{-1}}^2 \}. \quad (5.4.19)$$

Dakle, ILS oblasti "uvlačenja" formiraju poluprostori koji se međusobno sijeku, a ograničeni su ravnima ortogonalnim na $\mathbf{u} - \mathbf{z}$ ($\mathbf{u}, \mathbf{z} \in \mathbb{Z}^p$), koje, još, prolaze kroz sredinu $(\mathbf{u} + \mathbf{z})/2$ (Teunissen, 1999). Može se pokazati da je za konstrukciju ovih oblasti potrebno najviše $2^p - 1$ parova takvih poluprostora (Cassels, 1971; Gruber and Lekkerkerker, 1987). Tako, za 2-dimenzionalni slučaj potrebno je tri para, a ILS oblasti "uvlačenja" su, tada, šestouglovi. Za detalje o pomenutoj konstrukciji, čitalac se upućuje na (Xu, 2006).

5.4.3 Sekvencijalno uslovno ocjenjivanje metodom najmanjih kvadrata

Fazne neodređenosti su visoko korelisane, a disperziona-kovarijaciona matrica \mathbf{K}_a je "daleko" od dijagonalne. Kada bi ista bila dijagonalna, tada bi se problem ocjenjivanja (5.4.15) sveo na:

$$\tilde{\mathbf{a}}_{ILS} = \arg \min_{\mathbf{a} \in \mathbb{Z}^p} \sum_{i=1}^p (\hat{a}_i - a_i)^2 \sigma_{\hat{a}_i}^{-2}, \quad (5.4.20)$$

što bi omogućilo razmatranje problema na nivou pojedinačnog skalarnog cjelobrojnog ocjenjivanja, na osnovu p odvojenih odnosnih kvadrata, kao sabiraka ove totalne sume.

Potpuna dijagonalizacija matrice $\mathbf{K}_{\hat{\mathbf{a}}}$ nije moguća, a držeći se formulacije problema iz (5.4.20), što isključuje upotrebu sopstvenih vrijednosti u tu svrhu, ostaje da se problem rješava na osnovu nekih nezavisnih ocjena. Tako se uvodi korišćenje **sekvencijalnog uslovnog ocjenjivanja metodom najmanjih kvadrata**. Ovo podrazumijeva da ocjena \hat{a}_1 ostaje nepromijenjena, da će ocjena \hat{a}_2 biti zamijenjena odgovarajućom ocjenom koja je uslovljena faznom neodređenošću a_1 , a ocjena \hat{a}_3 odnosnom ocjenom uslovljenom faznim neodređenostima a_1 i a_2 , i tako dalje. Uz korišćenje skraćenih oznaka $\hat{a}_{i|I}$ i $\hat{a}_{j|J}$, redom, za $\hat{a}_{i|(i-1), \dots, 1}$ i $\hat{a}_{j|(j-1), \dots, 1}$, u i -tom koraku ovog postupka, imaćemo (Teunissen, 1995b):

$$\hat{a}_{i|I} = \hat{a}_i - \sum_{j=1}^{i-1} \sigma_{\hat{a}_i \hat{a}_{j|J}} \sigma_{\hat{a}_{j|J}}^{-2} (\hat{a}_{j|J} - a_j), \quad (5.4.21)$$

kao ocjenu i -te fazne neodređenosti uslovljenu svim faznim neodređenostima koje joj prethode, nekorelisanu sa svim $\hat{a}_{j|J}$, $j \in \{1, 2, \dots, i-1\}$, pri čemu $\sigma_{\hat{a}_i \hat{a}_{j|J}}$ i $\sigma_{\hat{a}_{j|J}}$, redom, predstavljaju odgovarajuću kovarijaciju i standardnu devijaciju.

Oduzimanje a_i od lijeve i desne strane jednakosti (5.4.21) dovodi do:

$$\hat{a}_i - a_i = \hat{a}_{i|I} - a_i + \sum_{j=1}^{i-1} \sigma_{\hat{a}_i \hat{a}_{j|J}} \sigma_{\hat{a}_{j|J}}^{-2} (\hat{a}_{j|J} - a_j). \quad (5.4.22)$$

Prelaskom na matričnu interpretaciju i primjenom zakona o prenosu grešaka, može se pisati:

$$\hat{\mathbf{a}} - \mathbf{a} = \mathbf{L}(\hat{\mathbf{d}} - \mathbf{a}) \text{ i } \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{a}}} = \mathbf{LDL}^T \text{ (} \mathbf{L}, \mathbf{D} \in \mathcal{M}_{p,p}(\mathbb{R}), \hat{\mathbf{d}} \in \mathbb{R}^p \text{)} \quad (5.4.23)$$

pri čemu je, uzimajući u obzir da je prva ocjena nepromijenjena, tj. da je $\hat{a}_{1|I} = \hat{a}_1$, zastupljeno:

$$\hat{\mathbf{d}} = (\hat{a}_1 \quad \hat{a}_{2|1} \quad \dots \quad \hat{a}_{p|P})^T, \quad (5.4.24)$$

$$\mathbf{D} = \text{diag}(\sigma_{\hat{a}_1}^2 \quad \sigma_{\hat{a}_{2|1}}^2 \quad \dots \quad \sigma_{\hat{a}_{p|P}}^2), \quad (5.4.25)$$

$$\mathbf{L} = (L_{ij}), \text{ sa } L_{ij} = \begin{cases} 1 & , i = j \\ 0 & , 1 \leq i < j \leq p \\ \sigma_{\hat{a}_i \hat{a}_{j|J}} \sigma_{\hat{a}_{j|J}}^{-2} & , 1 \leq j < i \leq p \end{cases} . \quad (5.4.26)$$

Na osnovu prethodnog izlaganja, formulacija problema (5.4.20) postaje:

$$\tilde{\mathbf{a}}_{ILS} = \arg \min_{\mathbf{a} \in \mathbb{Z}^p} \sum_{i=1}^p (\hat{a}_{i|I} - a_i)^2 \sigma_{\hat{a}_{i|I}}^{-2}, \quad (5.4.27)$$

pri čemu bi se suma iz (5.4.27) redukovala na onu iz (5.4.20), kada bi fazne neodređenosti bile u potpunosti nekorelisane.

Jednakost $\mathbf{K}_{\hat{\mathbf{a}}} = \mathbf{LDL}^T$ predstavlja *LDL^T-faktorizaciju*, tj. *trougona faktorizaciju matrice* $\mathbf{K}_{\hat{\mathbf{a}}}$ (za uvid u teorijske osnove, vidjeti *Golub and van Loan (1996)*).

5.4.4 LAMBDA metoda

ILS ocjenjivanje se, kako je već i konstatovano u poglavlju 5.4.2, izvodi uz pretragu. Ista se vrši unutar *oblasti pretraživanja*, koja se definiše kao:

$$\Omega_{\hat{\mathbf{a}}} = \{\mathbf{a} \in \mathbb{Z}^p \mid (\hat{\mathbf{a}} - \mathbf{a})^T \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{a}}}^{-1} (\hat{\mathbf{a}} - \mathbf{a}) \leq \chi^2\}, \quad (5.4.28)$$

što, ustvari, predstavlja *oblast p-dimenzionalnog hiperelipsoida faznih neodređenosti*, sa centrom u $\hat{\mathbf{a}}$, pri čemu njegova izduženost zavisi od matrice $\mathbf{K}_{\hat{\mathbf{a}}}$, a veličina je određena pozitivnom konstantom χ^2 .

U osnovi LAMBDA metode (kako i stoji u punom nazivu, datom u posljednjem paragrafu poglavlja 5.4.1) je *dekorelacija*, koja se realizuje *reparametrizacijom*, tj. *transformacijom vektora originalnih dvostrukih razlika faznih neodređenosti*, koje posjeduju visok stepen međusobne korelacije, u novi korespondentni vektor (*Teunissen, 1993*). Ideja za uvođenje postupka dekorelacije javila se zbog činjenice da pomenuta visoka korelisanost uzrokuje veoma izduženu oblast pretraživanja, što znatno ometa efikasnost pretrage, jer je u opticaju veliki broj kandidata za ocjenu.

Pomenuta reparametrizacija se izvodi pogodnim izborom matrice transformacije, u oznaci \mathbf{Z} . Kako, u smislu konstatovanog u poglavlju 5.4.3, matrica $\mathbf{K}_{\hat{\mathbf{a}}}$ značajno odstupa od dijagonalne, potrebno ju je, ustvari, dovesti da bude *što je moguće bliža dijagonalnoj*. Potpuna dijagonalizacija moguća je korišćenjem sopstvenih vrijednosti matrice $\mathbf{K}_{\hat{\mathbf{a}}}$, ali iste nemaju cjelobrojne vrijednosti, pa bi se time narušila cjelobrojnost novog vektora koji nastaje transformacijom. Zbog toga, matrica \mathbf{Z} mora reprezentovati *prihvatljivu transformaciju faznih neodređenosti*, a to će biti ispunjeno ako je ista *unimodularna*, tj. ako $\mathbf{Z} \in \mathcal{M}_{p,p}(\mathbb{Z})$ i $|\det(\mathbf{Z})| = 1$ (vidjeti, na primjer, *Grötschel et al. (1993)* i *Nemhauser and Wolsey (1999)*). Matrica transformacije sa pomenute dvije osobine implicira da i njena inverzija ima sve cjelobrojne članove, čime se obezbjeđuje

cjelobrojnost fiksnog rješenja, koje se, poslije pretrage, dobija povratnom transformacijom, upravo, koristeći tu inverziju. Druga osobina *obezbjeduje invarijantnost zapremine oblasti pretraživanja* na reparametrizaciju postignutu transformacijom (*Teunissen, 1995a*).

Metoda se sastoji od *dva glavna koraka*.

U **prvom koraku** vrši se *dekorelaciona Z–transformacija*:

$$\mathbf{z} = \mathbf{Z}^T \mathbf{a}, \quad (5.4.29)$$

na osnovu koje se problem ocjenjivanja (5.4.15) svodi na:

$$\tilde{\mathbf{z}}_{LAMBDA} = \arg \min_{\mathbf{z} \in \mathbb{Z}^p} \|\hat{\mathbf{z}} - \mathbf{z}\|_{\mathbf{K}_z^{-1}}^2, \text{ sa } \hat{\mathbf{z}} = \mathbf{Z}^T \hat{\mathbf{a}}, \text{ uz } \mathbf{K}_z = \mathbf{Z}^T \mathbf{K}_a \mathbf{Z}, \quad (5.4.30)$$

a *oblast pretraživanja transformiše u oblik koji je bliži hipersferi*:

$$\Omega_z = \{\mathbf{z} \in \mathbb{Z}^p \mid (\hat{\mathbf{z}} - \mathbf{z})^T \mathbf{K}_z^{-1} (\hat{\mathbf{z}} - \mathbf{z}) \leq \chi^2\}, \quad (5.4.31)$$

pri čemu je, naravno:

$$(\hat{\mathbf{a}} - \mathbf{a})^T \mathbf{K}_a^{-1} (\hat{\mathbf{a}} - \mathbf{a}) = (\hat{\mathbf{z}} - \mathbf{z})^T \mathbf{K}_z^{-1} (\hat{\mathbf{z}} - \mathbf{z}), \quad (5.4.32)$$

U poglavlju 5.4.3, u (5.4.23), ustanovljena je LDL^T -faktorizacija matrice \mathbf{K}_a kao $\mathbf{K}_a = \mathbf{LDL}^T$, pa će, s obzirom na (5.4.30), biti:

$$\mathbf{K}_z = \mathbf{Z}^T \mathbf{LDL}^T \mathbf{Z} = \bar{\mathbf{L}} \bar{\mathbf{D}} \bar{\mathbf{L}}^T, \text{ sa } \bar{\mathbf{L}} = \mathbf{Z}^T \mathbf{L}, \quad (5.4.33)$$

na osnovu čega se zaključuje da se potpuna dijagonalizacija, tj. $\mathbf{K}_z = \mathbf{D}$, postiže za $\bar{\mathbf{L}} = \mathbf{I}$, i tada bi trebalo da bude $\mathbf{Z}^T = \mathbf{L}^{-1}$, a to nije moguće postići, s obzirom na zahtjev $\mathbf{Z} \in \mathcal{M}_{p,p}(\mathbb{Z})$ i činjenicu da su elementi matrice \mathbf{L}^{-1} (koja je, kao i \mathbf{L} , donja trougaona) koji su van dijagonale i različiti su od nule, u opštem slučaju, realni brojevi. Zaključak je da treba pronaći neku matricu \mathbf{Z}^T , koja će biti što je moguće bolja cjelobrojna aproksimacija matrice \mathbf{L} .

Dakle, zbog navedenih uslova koje mora ispunjavati matrica \mathbf{Z} , nije moguća potpuna dijagonalizacija, ali se postiže to da je disperziono-kovarijaciona matrica dobijena transformacijom mnogo bliža dijagonalnoj. Pored toga, oblast pretraživanja dobijena transformacijom je znatno uža u odnosu na originalnu, tj. sa znatno manje cjelobrojnih kandidata za rješenje, što dovodi do efikasnije pretrage.

U **drugom koraku** vrši se *pretraživanje*. Ako, analogno (5.4.27), a uzimajući u obzir formulaciju (5.4.30), ovdašnji problem opišemo preko uslova:

$$\tilde{\mathbf{z}}_{LAMBDA} = \arg \min_{\mathbf{z} \in \mathbb{Z}^p} \sum_{i=1}^p (\hat{z}_{i|I} - z_i)^2 \sigma_{\hat{z}_{i|I}}^{-2}, \quad (5.4.34)$$

to će, s obzirom na nejednakost iz (5.4.31), uspostaviti p uslova za pretraživanje pojedinačnih ocjena $\tilde{z}_{i,LAMBDA}$, u uopštenom zapisu ($i \in \{1, 2, \dots, p\}$):

$$(\hat{z}_{i|I} - z_i)^2 \leq \sigma_{\hat{z}_{i|I}}^2 \lambda(z_I) \chi^2, \text{ sa } \lambda(z_I) = 1 - \sum_{j=1}^{i-1} (\hat{z}_{j|J} - z_j)^2 \chi^{-2} \sigma_{\hat{z}_{j|J}}^{-2}, \quad (5.4.35)$$

sa korespondentnim intervalima u kojima se traže te ocjene, u zapisu:

$$\hat{z}_{i|I} - \sigma_{\hat{z}_{i|I}} \lambda(z_I)^{1/2} \chi \leq z_i \leq \hat{z}_{i|I} + \sigma_{\hat{z}_{i|I}} \lambda(z_I)^{1/2} \chi. \quad (5.4.36)$$

Kada se uspostavi $\tilde{\mathbf{z}}_{LAMBDA}$, tada se povratnom transformacijom nalazi **fiksno rješenje za fazne neodređenosti**:

$$\tilde{\mathbf{a}}_{LAMBDA} = (\mathbf{Z}^T)^{-1} \tilde{\mathbf{z}}_{LAMBDA}, \quad (5.4.37)$$

a na osnovu njih i **fiksno rješenje za baznu liniju**:

$$\tilde{\mathbf{b}} = \hat{\mathbf{b}}(\tilde{\mathbf{a}}_{LAMBDA}) = \hat{\mathbf{b}} - \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{b}}\hat{\mathbf{a}}} \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{a}}}^{-1} (\hat{\mathbf{a}} - \tilde{\mathbf{a}}_{LAMBDA}), \text{ sa } \mathbf{K}_{\tilde{\mathbf{b}}} = \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{b}}} - \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{b}}\hat{\mathbf{a}}} \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{a}}}^{-1} \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{a}}\tilde{\mathbf{b}}}. \quad (5.4.38)$$

Ocjena (5.4.38) se može dobiti i na osnovu:

$$\tilde{\mathbf{b}} = \hat{\mathbf{b}}(\tilde{\mathbf{z}}_{LAMBDA}) = \hat{\mathbf{b}} - \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{b}}\hat{\mathbf{z}}} \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{z}}}^{-1} (\hat{\mathbf{z}} - \tilde{\mathbf{z}}_{LAMBDA}), \text{ sa } \mathbf{K}_{\tilde{\mathbf{b}}} = \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{b}}} - \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{b}}\hat{\mathbf{z}}} \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{z}}}^{-1} \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{z}}\tilde{\mathbf{b}}}. \quad (5.4.39)$$

U algoritmu LAMBDA metode, formiranje matrice \mathbf{Z} se izvodi nizom cjelobrojnih Gauss-ovih transformacija, koje, inače, predstavljaju prihvatljive transformacije faznih neodređenosti, a ako je to potrebno, uporedo se primjenjuje još jedna od prihvatljivih transformacija, koja se odnosi na simetrične permutacije unutar matrice $\mathbf{K}_{\hat{\mathbf{a}}}$, a to sa ciljem da se omogući dalja dekorelacija (za detalje vidjeti [de Jonge and Tiberius \(1996\)](#), kao i [Chang et al. \(2005\)](#)).

Koristeći sumu iz (5.4.34), a uzimajući u obzir (5.4.31), možemo napisati *jednačinu hiperelipsoida oblasti pretraživanja koji ima graničnu veličinu*, kao:

$$\sum_{i=1}^p (\hat{z}_{i|I} - z_i)^2 \chi^{-2} \sigma_{\hat{z}_{i|I}}^{-2} = 1, \text{ sa poluosama } c_i = \chi \sigma_{\hat{z}_{i|I}}. \quad (5.4.40)$$

Formula za *zapreminu tog hiperelipsoida* je ([Adkins and Hill, 1990](#); [Teunissen et al, 1996](#)):

$$V_p = \frac{\pi^{p/2}}{\Gamma(p/2 + 1)} \prod_{i=1}^p c_i = \chi^p U_p \sqrt{\det(\mathbf{K}_{\hat{\mathbf{z}}})}, \quad (5.4.41)$$

gdje je uvedena oznaka za *zapreminu jedinične sfere u prostoru* \mathbb{R}^p ([Apostol, 1969](#)):

$$U_p = \pi^{p/2} / \Gamma(p/2 + 1), \quad (5.4.42)$$

dok je, istovremeno uzimajući u obzir invarijantnost zapremine oblasti pretraživanja na reparametrizaciju realizovanu transformacijom, zastupljeno:

$$\det(\mathbf{K}_{\hat{z}}) = \prod_{i=1}^p \sigma_{\hat{z}_{i|(i-1), \dots, 1}}^2 \equiv \prod_{i=1}^p \sigma_{\hat{a}_{i|(i-1), \dots, 1}}^2 = \det(\mathbf{K}_{\hat{a}}). \quad (5.4.43)$$

Gamma funkcija se, u opštem slučaju, definiše na sljedeći način:

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt, \quad x > 0, \quad (5.4.44)$$

pa se primjenom *rekurentne formule* $\Gamma(x+1) = x\Gamma(x)$ i činjenice da je $\Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}$ i $\Gamma(1) = 1$, dobija:

$$\Gamma(p/2+1) = \begin{cases} (p/2)! & , \quad p = 2k \\ (p/2)(p/2-1)\cdots(1/2)\sqrt{\pi} & , \quad p = 2k+1 \quad (k \in \mathbb{Z}_0^+) \end{cases}. \quad (5.4.45)$$

Može se analitički dokazati da zapremina V_p daje jednu korektnu aproksimaciju broja tačkaka kao kandidata za rješenje. Na osnovu izabrane vrijednosti za V_p , računa se konstanta χ^2 , na sljedeći način:

$$\chi^2 = \left(\frac{V_p}{U_p \sqrt{\det(\mathbf{K}_{\hat{z}})}} \right)^{2/p} \equiv \left(\frac{V_p}{U_p \sqrt{\det(\mathbf{K}_{\hat{a}})}} \right)^{2/p}, \quad (5.4.46)$$

čime se definiše veličina oblasti pretraživanja.

5.4.5 Kratak pregled ostalih metoda

Osim metode LAMBDA, u literaturi je opisano i predloženo više metoda iz iste klase, tj. iz grupe onih koje su bazirane na *ILS ocjenjivanju nepoznatih parametara*. Među njima su sljedeće metode: **LSAST** (Least-Squares Ambiguity Search Technique) (*Hatch, 1990*), **FARA** (Fast Ambiguity Resolution Approach) (*Frei and Beutler, 1990; Frei, 1991*), **modifikovana Cholesky dekompozicija** (*Euler and Landau, 1992*), **metoda nula prostora** (*Martín-Neira et al, 1995; Fernández-Plazaola et al, 2004*), **FASF** (Fast Ambiguity Search Filter) (*Chen and Lachapelle, 1995*), **ITCAR** (Integrated Three Carrier Ambiguity Resolution) (*Vollath et al, 1998*), **OMEGA** (Optimal Method for Estimating GPS Ambiguities) (*Kim and Langley, 1999*).

Neke od ovih metoda su upoređene u konceptualnom smislu u *Kim and Langley (2000)*, a, na primjer, poređenje LAMBDA metode sa ITCAR i metodom nula prostora, dato je u *Joosten and Verhagen (2003)*, kao i u *Verhagen and Joosten (2004)*.

Bitno je, ipak, navesti i **AFM** (Ambiguity Function Method) **metodu** (*Counselman and Gourevitch, 1981; Remondi, 1984*), koja je prva razvijena metoda za rješavanje pitanja faznih neodređenosti, a koncipirana je na *pretraživanju u domenu koordinata*. Jedna nova interpretacija ove metode nalazi se u (*Leick et al, 2015*). Osim toga, postoje i algoritmi koji su bazirani na direktnom određivanju faznih neodređenosti, pri čemu se sve posmatra u *domenu GPS mjerenja* (*Mervart, 1995*), no, ti algoritmi imaju samo historijski značaj.

5.4.6 Validacija "plutajućeg" i fiksnog rješenja

Prvi korak u ovdašnjem razmatranju odnosi se na uspostavljanje tri vrste hipoteza, a to su (analogno *Teunissen (1998a)*):

$$H_1: M\{\Delta\mathbf{l}\} = \mathbf{A}\mathbf{a} + \mathbf{B}\mathbf{b}, \text{ sa } \mathbf{a} \in \mathbb{R}^p, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^q \quad (5.4.47)$$

$$D\{\Delta\mathbf{l}\} = \mathbf{K} = \sigma_0^2 \mathbf{Q};$$

$$H_2: M\{\Delta\mathbf{l}\} \in \mathbb{R}^n \quad (5.4.48)$$

$$D\{\Delta\mathbf{l}\} = \mathbf{K} = \sigma_0^2 \mathbf{Q};$$

$$H_3: M\{\Delta\mathbf{l}\} = \mathbf{A}\check{\mathbf{a}} + \mathbf{B}\mathbf{b}, \text{ sa } \mathbf{b} \in \mathbb{R}^q \quad (5.4.49)$$

$$D\{\Delta\mathbf{l}\} = \mathbf{K} = \sigma_0^2 \mathbf{Q}.$$

Uz pretpostavku $M\{\boldsymbol{\varepsilon}\} = \mathbf{0}$, hipoteza (5.4.47) reprezentuje model čijom primjenom je dobijeno "plutajuće" rješenje, hipoteza (5.4.48) ne uvodi nikakva ograničenja za vektor $\Delta\mathbf{l}$, dok se hipotezom (5.4.49), uz istu pretpostavku kao kod prve hipoteze, u ovu problematiku integriše pretpostavka da je poznat vektor tačnih vrijednosti cjelobrojnih faznih neodređenosti, koji se, pri tome, izjednačava sa ILS ocjenom $\check{\mathbf{a}}$.

Sama logika nameće redosljed testiranja kakav je prikazan u okviru dvije cjeline u nastavku izlaganja.

Testiranje validnosti modela reprezentovanih postavljenim hipotezama

Prije svega, potrebno je izvršiti testiranje da li je model čijom je primjenom dobijeno "plutajuće" rješenje adekvatan, kako bi bili sigurni da nema grubih grešaka u rezultatima mjerenja, te da su, samim tim, i ocjene koje sadrži ovo rješenje validne. To se izvodi *testiranjem hipoteze H_1 protiv H_2* . U tu svrhu se koristi *test statistika* u zapisu:

$$T_{n-p-q} | H_1 = \frac{\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^T \mathbf{Q}^{-1} \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}}{\sigma_0^2 (n-p-q)} \sim F(n-p-q, \infty, 0), \quad (5.4.50)$$

pa ako je $T_{n-p-q} < F_{1-\alpha}(n-p-q, \infty, 0)$, tada se konstatuje da je model iz (5.4.47) adekvatan. U suprotnom, primjenjuje se DIA postupak opisan u poglavlju 5.2.1. Dakle, kao rezultat ćemo imati prihvaćenu hipotezu H_1 , korigovanu ili ne.

Zatim treba provjeriti da li se može smatrati da važi pretpostavka data preko (5.4.49). Ovo bi značilo testiranje hipoteze H_3 protiv H_1 . Alternativno, u slučaju da se ne obraća pažnja na to da li je hipoteza H_1 istinita ili ne, može se **testirati** H_3 **protiv** H_2 , što se izvodi na osnovu:

$$T_{n-q} | H_3 = \frac{\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^T \mathbf{Q}^{-1} \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}}{\sigma_0^2(n-q)} \sim F(n-q, \infty, 0). \quad (5.4.51)$$

Za ispunjeno $T_{n-q} < F_{1-\alpha}(n-q, \infty, 0)$, konstatuje se da važi hipoteza H_3 .

Međutim, **testiranje hipoteze** H_3 **protiv** H_1 ima mnogo veću moć i daje odgovor na pitanje da li se ocjena $\check{\mathbf{a}}$ može smatrati validnom ocjenom za \mathbf{a} , pri čemu se, integrisano u odnosnu test statistiku, koristi mjera rastojanja između "plutajućeg" i fiksnog rješenja, tj. kvadratna $\mathbf{K}_{\check{\mathbf{a}}}^{-1}$ – norma vektora $(\hat{\mathbf{a}} - \check{\mathbf{a}})$.

Ako, uz pretpostavku da važi hipoteza H_3 , kada je $\mathbf{a} = \check{\mathbf{a}}$, posljednji član sa desne strane jednakosti (5.4.13) izjednačimo sa nulom, onda imamo:

$$\|\hat{\mathbf{a}} - \check{\mathbf{a}}\|_{\mathbf{K}_{\check{\mathbf{a}}}^{-1}}^2 = \|\Delta \mathbf{l} - \mathbf{A}\check{\mathbf{a}} - \mathbf{B}\mathbf{b}\|_{\mathbf{K}^{-1}}^2 - \|\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}\|_{\mathbf{K}^{-1}}^2, \quad (5.4.52)$$

što se može napisati i kao:

$$(\hat{\mathbf{a}} - \check{\mathbf{a}})^T \mathbf{Q}_{\check{\mathbf{a}}}^{-1} (\hat{\mathbf{a}} - \check{\mathbf{a}}) = \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}^T \mathbf{Q}^{-1} \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} - \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^T \mathbf{Q}^{-1} \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} = \check{\Omega} - \hat{\Omega}. \quad (5.4.53)$$

Test statistika za testiranje hipoteze H_3 protiv H_1 je:

$$T_p | H_3 = \frac{(\hat{\mathbf{a}} - \check{\mathbf{a}})^T \mathbf{Q}_{\check{\mathbf{a}}}^{-1} (\hat{\mathbf{a}} - \check{\mathbf{a}})}{p\sigma_0^2} \sim F(p, \infty, 0), \quad (5.4.54)$$

pa kada je $T_p < F_{1-\alpha}(p, \infty, 0)$, onda se $\check{\mathbf{a}}$ može smatrati validnom ocjenom za \mathbf{a} .

Međutim, redovno se dešava da među cjelobrojnim vektorima ima nekoliko kandidata za validnu ocjenu vektora \mathbf{a} , ali se isti ne tretiraju ovdašnjom test odlukom.

Na osnovu pomenutog u prethodnoj rečenici, nameće se pitanje *koja od validnih ocjena vektora \mathbf{a} se može smatrati boljom od svih ostalih*. Odgovor na to krucijalno pitanje dobija se primjenom nekog od testova koji neposredno slijede.

Testovi za izdvajanje statistički dominantne ocjene za fazne neodređenosti

Kako je već pomenuto, može se desiti da postoji još neki cjelobrojni vektor, koji bi implicirao vrijednost test statistike (5.4.54) koja ispunjava uslov za prihvatanje hipoteze H_3 kao istinite. Neka je takvih vektora ν . U tom smislu, označimo sa $\check{\mathbf{a}}_1$, $\check{\mathbf{a}}_2$ i $\check{\mathbf{a}}_i$, redom, najbolju, drugu po redu najbolju i bilo koju od preostalih ILS ocjena. Tada će, u opštem slučaju, biti zastupljeno:

$$\|\hat{\mathbf{a}} - \check{\mathbf{a}}_1\|_{\mathbf{K}_a^{-1}}^2 \leq \|\hat{\mathbf{a}} - \check{\mathbf{a}}_2\|_{\mathbf{K}_a^{-1}}^2 \leq \|\hat{\mathbf{a}} - \check{\mathbf{a}}_i\|_{\mathbf{K}_a^{-1}}^2, \text{ sa } i \in \{3, \dots, \nu\}. \quad (5.4.55)$$

Samo ocjene $\check{\mathbf{a}}_1$ i $\check{\mathbf{a}}_2$ su od interesa za statističko upoređenje i od njih treba izdvojiti statistički dominantniju, a to se izvodi primjenom nekog od testova koji se prikazuju u nastavku.

Jedan popularan test je tzv. **test R-količnika**, koji je predložen od strane *Euler and Schaffrin (1991)*. U praksi se često koristi inverzna definicija istog, koja je data kao:

$$T_{invR} = \frac{\|\hat{\mathbf{a}} - \check{\mathbf{a}}_1\|_{\mathbf{K}_a^{-1}}^2}{\|\hat{\mathbf{a}} - \check{\mathbf{a}}_2\|_{\mathbf{K}_a^{-1}}^2} \leq \mu_{invR}, \text{ sa } 0 < \mu_{invR} \leq 1, \quad (5.4.56)$$

gdje za $1/\mu_{invR}$, prema *Euler and Schaffrin (1991)*, a zavisno od stepeni slobode, treba uzimati vrijednosti između 5 i 10, dok su, na primjer, *Han and Rizos (1996)* pokazali da se dobri rezultati mogu dobiti ako se uzme vrijednost 1.5, *Wei and Schwarz (1995)* predlažu vrijednost 2, dok *Takasu and Yasuda (2010)* koriste vrijednost 3 za recipročnu vrijednost granice μ_{invR} . Oblast prihvatanja $\check{\mathbf{a}}_1$ kao najbolje ILS ocjene je:

$$\Psi_{invR} = \{\hat{\mathbf{a}} \in \mathbb{R}^p \mid \|\hat{\mathbf{a}} - \check{\mathbf{a}}_1\|_{\mathbf{K}_a^{-1}}^2 \leq \mu_{invR} \|\hat{\mathbf{a}} - \check{\mathbf{a}}_2\|_{\mathbf{K}_a^{-1}}^2\}. \quad (5.4.57)$$

Iz (5.4.56) se lako zaključuje da raspodjela vjerovatnoća veličine T_{invR} nije poznata.

Drugi široko korišćen test je **test F-količnika**, koji je definisan u *Frei and Beutler (1990)* i predstavlja jednu modifikaciju prethodno opisanog testa. I ovdje možemo posmatrati odnosnu inverznu definiciju, a ona se zapisuje na sljedeći način:

$$T_{invF} = \frac{\|\hat{\mathbf{a}} - \check{\mathbf{a}}_1\|_{\mathbf{K}_a^{-1}}^2 + \|\hat{\boldsymbol{\epsilon}}\|_{\mathbf{K}^{-1}}^2}{\|\hat{\mathbf{a}} - \check{\mathbf{a}}_2\|_{\mathbf{K}_a^{-1}}^2 + \|\hat{\boldsymbol{\epsilon}}\|_{\mathbf{K}^{-1}}^2} \leq \mu_{invF}, \text{ sa } 0 < \mu_{invF} \leq 1. \quad (5.4.58)$$

Ni ovdje nije poznata raspodjela vjerovatnoća test veličine, a test odluka se zasniva na oblasti prihvatanja $\check{\mathbf{a}}_1$, koja se definiše kao:

$$\Psi_{invF} = \{ \hat{\mathbf{a}} \in \mathbb{R}^p \mid \|\hat{\mathbf{a}} - \check{\mathbf{a}}_1\|_{\mathbf{K}_a^{-1}}^2 \leq \mu_{invF} (\|\hat{\mathbf{a}} - \check{\mathbf{a}}_2\|_{\mathbf{K}_a^{-1}}^2 + \|\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}\|_{\mathbf{K}^{-1}}^2) - \|\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}\|_{\mathbf{K}^{-1}}^2 \}. \quad (5.4.59)$$

Pored dva prethodno prikazana testa, može se koristiti i **test razlike**. Isti je predložen od strane *Tiberius and de Jonge (1995)*, a definisan je kao:

$$T_D = \|\hat{\mathbf{a}} - \check{\mathbf{a}}_2\|_{\mathbf{K}_a^{-1}}^2 - \|\hat{\mathbf{a}} - \check{\mathbf{a}}_1\|_{\mathbf{K}_a^{-1}}^2 \geq \mu_D, \quad (5.4.60)$$

pri čemu se za μ_D predlaže korišćenje empirijskih vrijednosti 15 ili 12 (*Tiberius and de Jonge, 1995; Han, 1997*).

Od ostalih testova, koji se ovdje ne prezentiraju, značajno je spomenuti **test projektora**, koji je definisan od strane *Han (1997)*, sa jednim uprošćenim prikazom u *Teunissen (2003)*, kao i **test W-količnika** (*Wang et al, 1998*).

DVOFAKTORSKA HIJERARHIJSKA KLASIFIKACIJA SA SLUČAJNIM EFEKTIMA BEZ INTERAKCIJA

6.1 Slučaj nejednakog broja podataka po grupama

6.1.1 Matematički model

Problematika koja se ovdje razmatra, u literaturi se može naći pod različitim nazivima, kao što su *unbalanced two-way nested classification* (Searle, 1961), *unbalanced two-fold nested classification* (Khuri, 1987), kao i *unbalanced two-stage nested design* (Verdooren, 1988).

U cilju razmatranja dvofaktorske hijerarhijske klasifikacije sa slučajnim efektima bez interakcija, potrebno je uvesti parametre na kojima se zasniva odnosni model. Ti parametri su sljedeći:

- A_y : istinita (prava) vrijednost mjerene veličine
- $M\{y\}$: matematičko očekivanje mjerene veličine
- y_{ijk} : rezultat mjerenja
- δ : konstantna sistematska greška prisutna u svim opažanjima (fiksni efekat)
- ν_i : slučajni efekat i -tog nivoa prvog, ugnježdavajućeg faktora
- $\omega_{j(i)}$: slučajni efekat j -tog nivoa drugog faktora, ugnježđenog unutar ν_i
- $\varepsilon_{k(ij)}$: slučajna greška mjerenja unutar $\omega_{j(i)}$
- Δ_{ijk} : ukupna greška mjerenja,

sa $(i, j, k) \in W_1 \times W_2 \times W_3$, gdje su uvedene oznake $W_1 = \{1, 2, \dots, a\}$, $W_2 = \{1, 2, \dots, b_i\}$ i $W_3 = \{1, 2, \dots, n_{ij}\}$, pri čemu važe uslovi $a \geq 2$, $b_i \geq 2$ i $n_{ij} \geq 2$.

Izrazi *ugnježdavajući* (engl. *nesting*) i *ugnježdeni* (engl. *nested*), iako malo rogovatno zvuče, jedini su mogući prevodi, u jednoj riječi, navedenih pojmova u zagradama, koji se masovno koriste u literaturi vezanoj za ovu problematiku.

Radi sažetog prikaza u daljem izlaganju, uvedimo sljedeće oznake:

$$N_i = n_{i\cdot} = \sum_{j=1}^{b_i} n_{ij}, \quad N = \sum_{i=1}^a n_{i\cdot} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^{b_i} n_{ij} \quad \text{i} \quad B = b_{\cdot} = \sum_{i=1}^a b_i. \quad (6.1.1)$$

Ako krenemo od *ukupne greške mjerenja*, pišaćemo:

$$\Delta_{ijk} = y_{ijk} - A_y = \underbrace{y_{ijk} - M\{y\}}_{\nu_i + \omega_{j(i)} + \varepsilon_{k(ij)}} + \underbrace{M\{y\} - A_y}_{\delta}. \quad (6.1.2)$$

Searle (1961) u modelu (6.1.2) umjesto $M\{y\}$ uvodi *generalnu sredinu*, u oznaci μ , što je pogodno za skraćeni prikaz, pa će se u daljem izlaganju ista i koristiti.

Na osnovu prethodno konstatovanog, **matematički model dvofaktorske hijerarhijske klasifikacije sa slučajnim efektima bez interakcija**, definiše se pomoću *linearne jednačine modela*:

$$y_{ijk} = \mu + \nu_i + \omega_{j(i)} + \varepsilon_{k(ij)}, \text{ sa } \mu = A_y + \delta, \quad (6.1.3)$$

i pratećih *stohastičkih svojstava modela*, koja se zasnivaju na pretpostavkama:

$$\begin{aligned} & (\forall i \in W_1)(\nu_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\nu^2)); \\ & (\forall (i, j) \in W_1 \times W_2)(\omega_{j(i)} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\omega^2)); \\ & (\forall (i, j, k) \in W_1 \times W_2 \times W_3)(\varepsilon_{k(ij)} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\varepsilon^2)); \\ & (\forall (i, j, k) \in W_1 \times W_2 \times W_3)(K_{\nu_i, \omega_{j(i)}} = K_{\omega_{j(i)}, \varepsilon_{k(ij)}} = K_{\nu_i, \varepsilon_{k(ij)}} = 0); \\ & (\forall (i, j, k), (p, q, r) \in W_1 \times W_2 \times W_3)((i \neq p \vee j \neq q \vee k \neq r) \Rightarrow K_{\varepsilon_{k(ij)}, \varepsilon_{r(pq)}} = 0). \end{aligned} \quad (6.1.4)$$

Sistem jednačina modela (6.1.3) možemo prikazati u **matričnoj formi**, kao:

$$\mathbf{y}_{N \times 1} = \boldsymbol{\mu}_{N \times 1} + \mathbf{A}_{N \times a} \boldsymbol{\nu}_{a \times 1} + \mathbf{B}_{N \times B} \boldsymbol{\omega}_{B \times 1} + \boldsymbol{\varepsilon}_{N \times 1}, \quad (6.1.5)$$

gdje su zastupljeni sljedeći vektori:

$$\mathbf{y}_{N \times 1} = (\mathbf{y}_{11}^T \ \mathbf{y}_{12}^T \ \cdots \ \mathbf{y}_{1b_1}^T \ \cdots \ \mathbf{y}_{a1}^T \ \mathbf{y}_{a2}^T \ \cdots \ \mathbf{y}_{ab_a}^T)^T, \ \mathbf{y}_{ij}^T = (y_{ij1} \ y_{ij2} \ \cdots \ y_{ijn_{ij}}); \quad (6.1.6a)$$

$$\boldsymbol{\mu}_{N \times 1} = \mu \mathbf{1}_{N \times 1}, \text{ sa vektorom jedinica } \mathbf{1}_{N \times 1} = \underbrace{(\mathbf{1} \ \mathbf{1} \ \cdots \ \mathbf{1})^T}_{N \text{ jedinica}}; \quad (6.1.6b)$$

$$\boldsymbol{\nu}_{a \times 1} = (\nu_1 \ \nu_2 \ \cdots \ \nu_a)^T; \quad (6.1.6c)$$

$$\boldsymbol{\omega}_{B \times 1} = (\omega_{1(1)} \ \omega_{2(1)} \ \cdots \ \omega_{b_1(1)} \ \cdots \ \omega_{1(a)} \ \omega_{2(a)} \ \cdots \ \omega_{b_a(a)})^T; \quad (6.1.6d)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{N \times 1} = (\boldsymbol{\varepsilon}_{11}^T \ \boldsymbol{\varepsilon}_{12}^T \ \cdots \ \boldsymbol{\varepsilon}_{1b_1}^T \ \cdots \ \boldsymbol{\varepsilon}_{a1}^T \ \boldsymbol{\varepsilon}_{a2}^T \ \cdots \ \boldsymbol{\varepsilon}_{ab_a}^T)^T, \ \boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^T = (\varepsilon_{1(ij)} \ \varepsilon_{2(ij)} \ \cdots \ \varepsilon_{n_{ij}(ij)}), \quad (6.1.6e)$$

kao i matrice:

$$\mathbf{A}_{N \times a} = \bigoplus_{i=1}^a \mathbf{1}_{N_i \times 1} \quad \text{i} \quad \mathbf{B}_{N \times B} = \bigoplus_{i=1}^a \bigoplus_{j=1}^{b_i} \mathbf{1}_{n_{ij} \times 1}, \quad (6.1.6f)$$

koje predstavljaju *direktne sume vektora jedinica* (\bigoplus je operator direktne sume), a koje se, još, mogu zapisati i preko *submatrica*, na sljedeći način:

$$\mathbf{A}_{N \times a} = (\mathbf{A}_1^T \ \cdots \ \mathbf{A}_i^T \ \cdots \ \mathbf{A}_a^T)^T, \text{ sa } \mathbf{A}_i = (\mathbf{0}_{N_i \times (i-1)} \ \mathbf{1}_{N_i \times 1} \ \mathbf{0}_{N_i \times (a-i)}); \quad (6.1.6g)$$

$$\mathbf{B}_{N \times B} = (\mathbf{B}_1^T \cdots \mathbf{B}_i^T \cdots \mathbf{B}_a^T)^T, \text{ sa } \mathbf{B}_i = (\mathbf{0}_{N_i \times \sum_{l=1}^{i-1} b_l} \mathbf{B}_{n_i; N_i \times b_i} \mathbf{0}_{N_i \times (B - \sum_{l=1}^i b_l)}), \quad (6.1.6h)$$

pri čemu je $\mathbf{B}_{n_i; N_i \times b_i} = \bigoplus_{j=1}^{b_i} \mathbf{1}_{n_{ij} \times 1}$.

Prethodno razmatranje odnosi se na opšti slučaj, kada imamo *nejednak broj podataka po grupama*. Kod jednakog broja podataka po grupama, znatno se pojednostavljuje matematički aparat (vidjeti poglavlje 6.2).

Na osnovu (6.1.3) i (6.1.4) možemo uspostaviti *disperziju pojedinačnog mjerenja*, u zapisu:

$$(\forall (i, j, k) \in W_1 \times W_2 \times W_3)(D\{y_{ijk}\} \equiv \sigma_y^2 = \sigma_\nu^2 + \sigma_\omega^2 + \sigma_\varepsilon^2), \quad (6.1.7)$$

gdje su σ_ν^2 , σ_ω^2 i σ_ε^2 *komponente te disperzije*, čije vrijednosti treba odrediti na osnovu mjerenja iz (6.1.3). Pored toga, na osnovu (6.1.5), imamo sljedeću *disperziono-kovarijacionu matricu vektora rezultata mjerenja*:

$$D\{\mathbf{y}_{N \times 1}\} = \sigma_\nu^2 \underbrace{\left(\bigoplus_{i=1}^a \mathbf{J}_{N_i \times N_i} \right)}_{\mathbf{A}_{N \times a} \mathbf{A}_{N \times a}^T} + \sigma_\omega^2 \underbrace{\left(\bigoplus_{i=1}^a \bigoplus_{j=1}^{b_i} \mathbf{J}_{n_{ij} \times n_{ij}} \right)}_{\mathbf{B}_{N \times B} \mathbf{B}_{N \times B}^T} + \sigma_\varepsilon^2 \mathbf{I}_{N \times N}, \quad (6.1.8)$$

gdje su $\mathbf{J}_{N_i \times N_i}$, $\mathbf{J}_{n_{ij} \times n_{ij}}$ i $\mathbf{I}_{N \times N}$, redom, *matrice jedinica* i *jedinična matrica* naznačenih dimenzija.

6.1.2 Analiza disperzije (ANOVA)

Ovdje se prikazuje konvencionalna analiza za model tipa (6.1.3), koja se zasniva na sumama kvadrata poznatim kao **sume kvadrata tipa I**. Naime, imamo uopštene oznake SS_A (Sum of Squared deviations due to nesting factor **A**), $SS_{B/A}$ (Sum of Squared deviations due to factor **B** nested within **A**) i SS_E (Sum of Squares of Errors), koje predstavljaju *tri nezavisne komponente totalne sume kvadrata*, koje se računaju na sljedeći način (analogno *Jain et al. (1991)*):

$$\begin{aligned} SS_A &= \sum_{i=1}^a n_{i\cdot} (\bar{y}_{i\cdot} - \bar{y}_{\dots})^2 \\ &= \sum_{i=1}^a \frac{y_{i\cdot}^2}{n_{i\cdot}} - \frac{y_{\dots}^2}{N}; \end{aligned} \quad (6.1.9)$$

$$\begin{aligned} SS_{B/A} &= \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^{b_i} n_{ij} (\bar{y}_{ij\cdot} - \bar{y}_{i\cdot})^2 \\ &= \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^{b_i} \frac{y_{ij\cdot}^2}{n_{ij}} - \sum_{i=1}^a \frac{y_{i\cdot}^2}{n_{i\cdot}}; \end{aligned} \quad (6.1.10)$$

$$\begin{aligned}
 SS_E &= \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^{b_i} \sum_{k=1}^{n_{ij}} (y_{ijk} - \bar{y}_{ij\cdot})^2 \\
 &= \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^{b_i} \sum_{k=1}^{n_{ij}} y_{ijk}^2 - \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^{b_i} \frac{y_{ij\cdot}^2}{n_{ij}}, \quad (6.1.11)
 \end{aligned}$$

gdje figurišu sljedeće *sredine*:

$$(\forall (i, j) \in W_1 \times W_2) \left(\bar{y}_{ij\cdot} = \frac{y_{ij\cdot}}{n_{ij}} \right); \quad (\forall i \in W_1) \left(\bar{y}_{i\cdot\cdot} = \frac{y_{i\cdot\cdot}}{n_{i\cdot}} \right); \quad \bar{y}_{\dots} = \frac{y_{\dots}}{N}, \quad (6.1.12a)$$

dobijene, redom, na osnovu *suma*:

$$y_{ij\cdot} = \sum_{k=1}^{n_{ij}} y_{ijk}; \quad y_{i\cdot\cdot} = \sum_{j=1}^{b_i} \sum_{k=1}^{n_{ij}} y_{ijk}; \quad y_{\dots} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^{b_i} \sum_{k=1}^{n_{ij}} y_{ijk}. \quad (6.1.12b)$$

Uvodeći oznake za *nekorigovane sume kvadrata* na sljedeći način ([Searle, 1971](#)):

$$T_A = \sum_{i=1}^a \frac{y_{i\cdot\cdot}^2}{n_{i\cdot}}; \quad T_{AB} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^{b_i} \frac{y_{ij\cdot}^2}{n_{ij}}; \quad (6.1.13a)$$

$$T_0 = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^{b_i} \sum_{k=1}^{n_{ij}} y_{ijk}^2; \quad T_\mu = \frac{y_{\dots}^2}{N}, \quad (6.1.13b)$$

jednakosti (6.1.9), (6.1.10) i (6.1.11) se mogu zapisati kao:

$$SS_A = T_A - T_\mu; \quad (6.1.14)$$

$$SS_{B|A} = T_{AB} - T_A; \quad (6.1.15)$$

$$SS_E = T_0 - T_{AB}. \quad (6.1.16)$$

6.1.3 Srednji kvadrati odstupanja

Razmatranju srednjih kvadrata odstupanja prethodi računanje matematičkih očekivanja suma kvadrata datih u (6.1.14), (6.1.15) i (6.1.16), a uz korišćenje oznaka uvedenih u ovom radu koje figurišu u modelu (6.1.3) i pretpostavki (6.1.4) na kojima se zasnivaju stohastička svojstva istog. S obzirom na (6.1.14), (6.1.15) i (6.1.16), uspostavljanju matematičkih očekivanja suma kvadrata SS_A , $SS_{B|A}$ i SS_E prethodi računanje očekivanih vrijednosti nekorigovanih suma kvadrata iz (6.1.13a-b). Tako imamo:

$$\begin{aligned}
 M\{T_A\} &= \sum_{i=1}^a M\{y_{i\cdot\cdot}^2 / n_{i\cdot}\} \\
 &= \sum_{i=1}^a n_{i\cdot}^{-1} M\{[n_{i\cdot}(\mu + \nu_i) + \sum_{j=1}^{b_i} n_{ij} \omega_{j(i)} + \sum_{j=1}^{b_i} \sum_{k=1}^{n_{ij}} \varepsilon_{k(ij)}]^2\} \\
 &= \sum_{i=1}^a n_{i\cdot}^{-1} [n_{i\cdot}^2 (\mu^2 + \sigma_\nu^2) + \sum_{j=1}^{b_i} n_{ij}^2 \sigma_\omega^2 + n_{i\cdot} \sigma_\varepsilon^2] \\
 &= \sum_{i=1}^a [n_{i\cdot} (\mu^2 + \sigma_\nu^2) + \sum_{j=1}^{b_i} n_{ij}^2 \sigma_\omega^2 / n_{i\cdot} + \sigma_\varepsilon^2] \\
 &= N(\mu^2 + \sigma_\nu^2) + \underbrace{[\sum_{i=1}^a (\sum_{j=1}^{b_i} n_{ij}^2) / n_{i\cdot}]}_{k_{12}} \sigma_\omega^2 + a \sigma_\varepsilon^2; \quad (6.1.17)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M\{T_{AB}\} &= \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^{b_i} M\{y_{ij}^2 / n_{ij}\} \\
 &= \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^{b_i} n_{ij}^{-1} M\{[n_{ij}(\mu + \nu_i + \omega_{j(i)}) + \sum_{k=1}^{n_{ij}} \varepsilon_{k(ij)}]^2\} \\
 &= \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^{b_i} n_{ij}^{-1} [n_{ij}^2(\mu^2 + \sigma_\nu^2 + \sigma_\omega^2) + n_{ij}\sigma_\varepsilon^2] \\
 &= \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^{b_i} [n_{ij}(\mu^2 + \sigma_\nu^2 + \sigma_\omega^2) + \sigma_\varepsilon^2] \\
 &= N(\mu^2 + \sigma_\nu^2 + \sigma_\omega^2) + B\sigma_\varepsilon^2 ;
 \end{aligned} \tag{6.1.18}$$

$$\begin{aligned}
 M\{T_0\} &= \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^{b_i} \sum_{k=1}^{n_{ij}} M\{y_{ijk}^2\} \\
 &= \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^{b_i} \sum_{k=1}^{n_{ij}} M\{(\mu + \nu_i + \omega_{j(i)} + \varepsilon_{k(ij)})^2\} \\
 &= \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^{b_i} \sum_{k=1}^{n_{ij}} (\mu^2 + \sigma_\nu^2 + \sigma_\omega^2 + \sigma_\varepsilon^2) \\
 &= N(\mu^2 + \sigma_\nu^2 + \sigma_\omega^2 + \sigma_\varepsilon^2) ;
 \end{aligned} \tag{6.1.19}$$

$$\begin{aligned}
 M\{T_\mu\} &= M\{y_{..}^2 / N\} \\
 &= N^{-1} M\{(N\mu + \sum_{i=1}^a n_i \nu_i + \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^{b_i} n_{ij} \omega_{j(i)} + \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^{b_i} \sum_{k=1}^{n_{ij}} \varepsilon_{k(ij)})^2\} \\
 &= N^{-1} (N^2 \mu^2 + \sum_{i=1}^a n_i^2 \sigma_\nu^2 + \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^{b_i} n_{ij}^2 \sigma_\omega^2 + N\sigma_\varepsilon^2) \\
 &= N\mu^2 + \underbrace{(N^{-1} \sum_{i=1}^a n_i^2)}_{k_1} \sigma_\nu^2 + \underbrace{(N^{-1} \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^{b_i} n_{ij}^2)}_{k_3} \sigma_\omega^2 + \sigma_\varepsilon^2 .
 \end{aligned} \tag{6.1.20}$$

Upotrebljavajući iste oznake kao [Searle \(1971\)](#), k_{12} , k_1 i k_3 , u (6.1.17) i (6.1.20) su izdvojeni izrazi koji se koriste pri ocjenjivanju komponenti disperzije mjerenja iz (6.1.7) (vidjeti poglavlje 6.1.5).

Koristeći (6.1.17-20), a na osnovu dobijenih rezultata iz (6.1.14-16), mogu se napisati sljedeće jednakosti za **matematička očekivanja suma kvadrata**:

$$M\{SS_A\} = (N - k_1)\sigma_\nu^2 + (k_{12} - k_3)\sigma_\omega^2 + (a - 1)\sigma_\varepsilon^2 ; \tag{6.1.21}$$

$$M\{SS_{B|A}\} = (N - k_{12})\sigma_\omega^2 + (B - a)\sigma_\varepsilon^2 ; \tag{6.1.22}$$

$$M\{SS_E\} = (N - B)\sigma_\varepsilon^2 , \tag{6.1.23}$$

a onda, njihovom diobom odgovarajućim stepenima slobode, i **matematička očekivanja srednjih kvadrata odstupanja**, kao:

$$M\{m_A^2\} = M\{SS_A\} / (a - 1) = v_2\sigma_\nu^2 + v_3\sigma_\omega^2 + \sigma_\varepsilon^2 , \quad \text{sa } f_A = a - 1 \text{ st.sl.} \tag{6.1.24}$$

$$M\{m_{B|A}^2\} = M\{SS_{B|A}\} / (B - a) = v_1\sigma_\omega^2 + \sigma_\varepsilon^2 , \quad \text{sa } f_{B|A} = B - a \text{ st.sl.} \tag{6.1.25}$$

$$M\{m_E^2\} = M\{SS_E\} / (N - B) = \sigma_\varepsilon^2 , \quad \text{sa } f_E = N - B \text{ st.sl.} \tag{6.1.26}$$

gdje su uvedene sljedeće veličine:

$$v_1 = (N - k_{12}) / (B - a), \quad v_2 = (N - k_1) / (a - 1) \quad \text{i} \quad v_3 = (k_{12} - k_3) / (a - 1), \tag{6.1.27}$$

pri čemu v_1 i v_3 oba reprezentuju izvjestan "prosječan" broj mjerenja u grupi jednog nivoa faktora ω , dok se v_2 odnosi na "prosječan" broj mjerenja u grupi jednog nivoa faktora ν . Ove konstatacije potvrđuju korespondentne vrijednosti iz (6.2.13).

Formule za matematička očekivanja srednjih kvadrata odstupanja prvi je izveo [Ganguli \(1941\)](#), a iste se mogu naći i kod [Graybill \(1961\)](#).

Zamjenom disperzija iz (6.1.24), (6.1.25) i (6.1.26) njihovim ocjenama, dobijaju se **srednji kvadrati odstupanja**:

$$m_A^2 = v_2 m_\nu^2 + v_3 m_\omega^2 + m_\varepsilon^2, \quad \text{sa } f_A = a - 1 \text{ st.sl.} \quad (6.1.28)$$

$$m_{B|A}^2 = v_1 m_\omega^2 + m_\varepsilon^2, \quad \text{sa } f_{B|A} = B - a \text{ st.sl.} \quad (6.1.29)$$

$$m_E^2 = m_\varepsilon^2, \quad \text{sa } f_E = N - B \text{ st.sl.} \quad (6.1.30)$$

6.1.4 Testiranje hipoteza o uticaju ugniježdenog i ugnježdavajućeg faktora

Ocjenjivanje komponenti disperzije mjerenja ima smisla tek poslije provjere statističke značajnosti uticaja oba faktora iz linearne jednačine matematičkog modela (6.1.3), koji su označeni kao ω i ν .

U nastavku se, najprije, prikazuje postupak testiranja uticaja faktora ω , poslije čega slijedi opis postupka testiranja uticaja faktora ν .

Test značajnosti uticaja ugniježdenog faktora ω

Potrebno je testirati:

$$H_{0,\omega} : \sigma_\omega^2 = 0, \text{ protiv } H_{a,\omega} : \sigma_\omega^2 > 0. \quad (6.1.31)$$

Pod pretpostavkom normalnosti rasporeda mjerenja, m_E^2 je statistički nezavisno od $m_{B|A}^2$ i m_A^2 . Kako pod hipotezom $H_{0,\omega}$ matematičko očekivanje iz (6.1.25) postaje jednako onom iz (6.1.26), tj.

$$M\{m_{B|A}^2\} | H_{0,\omega} = M\{m_E^2\} | H_{0,\omega} = \sigma_\varepsilon^2, \quad (6.1.32)$$

to se kao *test statistika* može koristiti ona koju uvodi [Hald \(1957\)](#) za slučaj ujednačenog broja mjerenja po grupama:

$$F_\omega = \frac{m_{B|A}^2}{m_E^2}, \text{ sa } F_\omega | H_{0,\omega} \sim F(B - a, N - B), \quad (6.1.33)$$

a to iz razloga što matematičko očekivanje iz (6.1.25), pod pretpostavkom da važi hipoteza $H_{0,\omega}$, ne zavisi od toga da li je ili nije ujednačen broj mjerenja, pri čemu su, još, zastupljeni sljedeći skalirani χ^2 – rasporedi:

$$m_{B|A}^2 | H_{0,\omega} \sim \frac{\sigma_\varepsilon^2}{B-a} \chi^2(B-a) \quad \text{i} \quad m_E^2 | H_{0,\omega} \sim \frac{\sigma_\varepsilon^2}{N-B} \chi^2(N-B). \quad (6.1.34)$$

Treba napomenuti da test (6.1.31) nema smisla sprovesti ako je $m_{B|A}^2 < m_E^2$, jer tada unaprijed znamo da nema statistički značajnog uticaja faktora ω .

Test odluka je sljedeća:

$$F_\omega < F_{1-\alpha}(B-a, N-B) \quad - \quad \text{prihvata se } H_{0,\omega}; \quad (6.1.35a)$$

$$F_\omega \geq F_{1-\alpha}(B-a, N-B) \quad - \quad \text{prihvata se } H_{a,\omega}, \quad (6.1.35b)$$

pri čemu se u slučaju (6.1.35b) konstatuje da je uticaj faktora ω statistički značajan.

U slučaju (6.1.35a), linearna jednačina matematičkog modela (6.1.3) se redukuje, a njena konačna struktura se može ustanoviti tek poslije testiranja značajnosti uticaja faktora ν , za šta se koristi *test statistika* $F_{\omega,\nu} = m_A^2 / m_E^2$, koja ima $F(a-1, N-B)$ raspored. Pa, ako se ispostavi da se prihvata hipoteza $H_{0,\nu} : \sigma_\nu^2 = 0$, imaćemo model koji ne sadrži ni slučajne efekte koji potiču od faktora ν , kada se jednačina modela svodi na $y_{ijk} = \mu + \varepsilon_{ijk}$, kada je $(\forall(i, j, k) \in W_1 \times W_2 \times W_3)(D\{y_{ijk}\} \equiv \sigma_y^2 = \sigma_\varepsilon^2)$. Tada se ocjena ove disperzije dobija kao:

$$m_\varepsilon^2 = \frac{1}{f_\varepsilon} \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^{b_i} \sum_{k=1}^{n_{ij}} (y_{ijk} - \bar{y}_{...})^2, \quad \text{sa } f_\varepsilon = N-1. \quad (6.1.36)$$

Test značajnosti uticaja ugnježdavajućeg faktora ν

Ovdje imamo testiranje:

$$H_{0,\nu} : \sigma_\nu^2 = 0, \quad \text{protiv } H_{a,\nu} : \sigma_\nu^2 > 0. \quad (6.1.37)$$

Od interesa za razmatranje značajnosti uticaja faktora ν su srednji kvadrati odstupanja iz (6.1.28) i (6.1.29), koji, inače, nijesu statistički nezavisni. Pod hipotezom $H_{0,\nu}$, a uzimajući u obzir (6.1.24) i (6.1.25), imamo, još, nejednakost matematičkih očekivanja, tj. zastupljeno je:

$$M\{m_A^2\} | H_{0,\nu} = v_3 \sigma_\omega^2 + \sigma_\varepsilon^2 \neq v_1 \sigma_\omega^2 + \sigma_\varepsilon^2 = M\{m_{B|A}^2\} | H_{0,\nu}, \quad (6.1.38)$$

pri čemu nemamo ni skalirane χ^2 – rasporede, već one u zapisu:

$$m_A^2 | H_{0,\nu} \sim \frac{\nu_3 \sigma_\omega^2 + \sigma_\varepsilon^2}{a-1} \chi^2(a-1) \quad \text{i} \quad m_{B|A}^2 | H_{0,\nu} \sim \frac{\nu_1 \sigma_\omega^2 + \sigma_\varepsilon^2}{B-a} \chi^2(B-a). \quad (6.1.39)$$

Na osnovu prethodno rečenog, može se zaključiti da ***kod nejednakog broja mjerenja po grupama ne postoji egzaktni statistički test za provjeru značajnosti uticaja faktora ν*** , tj. ***ne može se direktno koristiti statistika $F_\nu = m_A^2 / m_{B|A}^2$*** .

Iz prethodno navedenog razloga, problemu se može pristupiti na tri načina, pri čemu se svaki od njih zasniva na ideji uspostavljanja jednakih matematičkih očekivanja brojioca (engl. *numerator*) i imenioca (engl. *denominator*) test statistike, kada se pretpostavi da važi hipoteza $H_{0,\nu}$. Kod sva tri slučaja, sprovodi se *pseudo F – test*, gdje se koristi sinteza srednjih kvadrata odstupanja baziranih na proceduri Satterthwaite-a (vidjeti, na primjer, *Anderson (1960)*, *Eisen (1966)* i *Cummings and Gaylor (1974)*), a test statistika ima, aproksimativno, F – raspored, sa odnosnim pseudo stepenima slobode.

Prvi pristup:

$$F_{p,\nu} = \frac{m_N^2}{m_{B|A}^2} = \frac{(\nu_1 / \nu_3) m_A^2 + (1 - \nu_1 / \nu_3) m_E^2}{m_{B|A}^2}, \quad (6.1.40)$$

sa $F_{p,\nu} | H_{0,\nu} \sim F(f_{p,N}, B - a)$, gdje su stepeni slobode brojioca:

$$f_{p,N} = m_N^4 / [(\nu_1 / \nu_3)^2 f_A^{-1} m_A^4 + (1 - \nu_1 / \nu_3)^2 f_E^{-1} m_E^4]; \quad (6.1.41)$$

Drugi pristup:

$$F_{p,\nu} = \frac{m_A^2}{m_D^2} = \frac{m_A^2}{(\nu_3 / \nu_1) m_{B|A}^2 + (1 - \nu_3 / \nu_1) m_E^2}, \quad (6.1.42)$$

sa $F_{p,\nu} | H_{0,\nu} \sim F(a - 1, f_{p,D})$, pri čemu su stepeni slobode imenioca:

$$f_{p,D} = m_D^4 / [(\nu_3 / \nu_1)^2 f_{B|A}^{-1} m_{B|A}^4 + (1 - \nu_3 / \nu_1)^2 f_E^{-1} m_E^4]; \quad (6.1.43)$$

Treći pristup:

$$F_{p,\nu} = \frac{m_N'^2}{m_D'^2} = \frac{\nu_1 m_A^2 + \nu_3 m_E^2}{\nu_3 m_{B|A}^2 + \nu_1 m_E^2}, \quad (6.1.44)$$

sa $F_{p,\nu} | H_{0,\nu} \sim F(f_{p,N}', f_{p,D}')$, a stepeni slobode brojioca i imenioca su, respektivno:

$$f_{p,N}' = m_N'^4 / (\nu_1^2 f_A^{-1} m_A^4 + \nu_3^2 f_E^{-1} m_E^4), \quad (6.1.45a)$$

$$f'_{p,D} = m_D'^4 / (v_3^2 f_{B|A}^{-1} m_{B|A}^4 + v_1^2 f_E^{-1} m_E^4). \quad (6.1.45b)$$

Test odluka se donosi na poznat način.

Satterthwaite-ova test procedura, gdje se koriste test veličine iz (6.1.40), (6.1.42) i (6.1.44), predložena je od strane *Cummings and Gaylor (1974)* i *Tan and Cheng (1984)*. Pseudo stepeni slobode (6.1.41), (6.1.43) i (6.1.45a-b) dobijeni su po ugledu na *Sanni and Ukaegbu (2012)*, koji su razmatrali samo pristup analogan drugom od ovdašnja tri prikazana, ali u okviru postupka ANOVA za slučaj trostruke hijerarhijske klasifikacije sa slučajnim efektima.

U specijalnom slučaju, kada egzistira jednak broj mjerenja po grupama, tj. kada je $(\forall (i, j) \in W_1 \times W_2)(n_{ij} = n)$, imamo međusobnu nezavisnost $m_{B|A}^2$ i m_A^2 . Tada su, s obzirom na (6.1.24), (6.1.25) i (6.1.27), pod pretpostavkom da važi hipoteza $H_{0,\nu}$, odgovarajuća matematička očekivanja jednaka, tj.

$$M\{m_A^2\} | H_{0,\nu} = n\sigma_\omega^2 + \sigma_\varepsilon^2 = M\{m_{B|A}^2\} | H_{0,\nu}, \quad (6.1.46)$$

a rasporedi:

$$m_A^2 | H_{0,\nu} \sim \frac{n\sigma_\omega^2 + \sigma_\varepsilon^2}{a-1} \chi^2(a-1) \quad \text{i} \quad m_{B|A}^2 | H_{0,\nu} \sim \frac{n\sigma_\omega^2 + \sigma_\varepsilon^2}{B-a} \chi^2(B-a). \quad (6.1.47)$$

Stoga se, sada, za testiranje može koristiti test statistika $F_\nu = m_A^2 / m_{B|A}^2$.

Posljedice testiranja značajnosti uticaja faktora ν i ω

Uzimajući u obzir uvedene oznake, mogu se ustanoviti posljedice prikazanih testiranja.

Tako, **ako je prihvaćena hipoteza** $H_{0,\omega} : \sigma_\omega^2 = 0$, imamo sljedeće **dvije posljedice**:

- Ako je prihvaćena hipoteza $H_{0,\nu} : \sigma_\nu^2 = 0$, jednačina modela se svodi na oblik $y_i = \mu + \varepsilon_i$, kada se ocjenjuje samo σ_ε^2 (vidjeti pređašnje konstatacije);
- Ako važi $H_{a,\nu} : \sigma_\nu^2 > 0$, tada jednačina modela postaje $y_{ij} = \mu + \nu_i + \varepsilon_{ij}$, što odgovara jednofaktorskom problemu sa slučajnim efektima faktora ν .

S druge strane, **ako je prihvaćena hipoteza** $H_{a,\omega} : \sigma_\omega^2 > 0$, **posljedice su**:

- U slučaju da važi $H_{0,\nu} : \sigma_\nu^2 = 0$, jednačina modela je oblika $y_{ij} = \mu + \omega_i + \varepsilon_{ij}$, dakle, u pitanju je jednofaktorski problem sa slučajnim efektima faktora ω ;

- Kada je prihvaćena hipoteza $H_{a,\nu} : \sigma_\nu^2 > 0$, tada imamo potpunu jednačinu modela, tj. $y_{ijk} = \mu + \nu_i + \omega_{j(i)} + \varepsilon_{k(ij)}$, i tada se ocjenjuju sve tri komponente disperzije, σ_ν^2 , σ_ω^2 i σ_ε^2 .

6.1.5 Ocjenjivanje komponenti disperzije mjerenja (ANOVA ocjenjivači)

Ovdje se razmatra ANOVA metod ocjenjivanja, koji se izvodi na osnovu izjednačavanja matematičkih očekivanja suma SS_A , $SS_{B|A}$ i SS_E iz (6.1.21-23) sa korespondentnim vrijednostima iz (6.1.14-16), uz, još, zamjenu traženih komponenti disperzije mjerenja odgovarajućim ocjenama. Tako se, rješavanjem preformulisano sistema jednačina, dobijaju sljedeći ANOVA ocjenjivači:

$$m_\nu^2 = [T_A - T_\mu - (k_{12} - k_3)m_\omega^2 - (a-1)m_\varepsilon^2] / (N - k_1), \quad \text{sa } f_\nu \text{ st.sl.} \quad (6.1.48)$$

$$m_\omega^2 = [T_{AB} - T_A - (B-a)m_\varepsilon^2] / (N - k_{12}), \quad \text{sa } f_\omega \text{ st.sl.} \quad (6.1.49)$$

$$m_\varepsilon^2 = (T_0 - T_{AB}) / (N - B), \quad \text{sa } f_\varepsilon = N - B \text{ st.sl.} \quad (6.1.50)$$

a s obzirom na (6.1.28), (6.1.29) i (6.1.30), možemo napisati i sljedeće jednakosti:

$$m_\nu^2 = v_2^{-1}m_A^2 - v_1^{-1}v_2^{-1}v_3m_{B|A}^2 + v_1^{-1}v_2^{-1}(v_3 - v_1)m_E^2; \quad (6.1.51)$$

$$m_\omega^2 = v_1^{-1}(m_{B|A}^2 - m_E^2); \quad (6.1.52)$$

$$m_\varepsilon^2 = m_E^2. \quad (6.1.53)$$

U cilju računanja stepeni slobode f_ν i f_ω , uspostavljaju se disperzije ocjena (6.1.51) i (6.1.52), a poznate veze između tih disperzija i nepoznatih stepeni slobode su:

$$D\{m_\nu^2\} = 2\sigma_\nu^4 / f_\nu \quad \text{i} \quad D\{m_\omega^2\} = 2\sigma_\omega^4 / f_\omega. \quad (6.1.54)$$

Za slučaj jednakog broja mjerenja po grupama, kada je zastupljena međusobna nezavisnost $m_{B|A}^2$ i m_A^2 (konstatacija u poglavlju 6.1.4), dobijaju se sljedeći **stepeni slobode**:

$$\begin{aligned} f_\nu &= 2\sigma_\nu^4 / D\{m_\nu^2\} \\ &= \frac{2[v_2^{-1}\sigma_A^2 - v_1^{-1}v_2^{-1}v_3\sigma_{B|A}^2 + v_1^{-1}v_2^{-1}(v_3 - v_1)\sigma_E^2]^2}{v_2^{-2}D\{m_A^2\} + v_1^{-2}v_2^{-2}v_3^2D\{m_{B|A}^2\} + v_1^{-2}v_2^{-2}(v_3 - v_1)^2D\{m_E^2\}} \\ &= \frac{[\sigma_A^2 - v_1^{-1}v_3\sigma_{B|A}^2 + v_1^{-1}(v_3 - v_1)\sigma_E^2]^2}{\sigma_A^4 / (a-1) + v_1^{-2}v_3^2\sigma_{B|A}^4 / (B-a) + v_1^{-2}(v_3 - v_1)^2\sigma_E^4 / (N-B)}; \end{aligned} \quad (6.1.55)$$

$$\begin{aligned}
 f_{\omega} &= 2\sigma_{\omega}^4 / D\{m_{\omega}^2\} \\
 &= \frac{2v_1^{-2}(\sigma_{B|A}^2 - \sigma_E^2)^2}{v_1^{-2}(D\{m_{B|A}^2\} + D\{m_E^2\})} \\
 &= \frac{(\sigma_{B|A}^2 - \sigma_E^2)^2}{\sigma_{B|A}^4 / (B - a) + \sigma_E^4 / (N - B)}.
 \end{aligned} \tag{6.1.56}$$

U konkretnom slučaju, mogu se izračunati samo ocjene ovih stepeni slobode, jer nijesu poznate teorijske vrijednosti σ_A^2 , $\sigma_{B|A}^2$ i σ_E^2 , već samo odgovarajuće realizacije m_A^2 , $m_{B|A}^2$ i m_E^2 . Tako imamo sljedeće **ocjene stepeni slobode** (6.1.55) i (6.1.56):

$$\hat{f}_{\nu} = \frac{(m_A^2 - S_{B|A}m_{B|A}^2 + S_E m_E^2)^2}{m_A^4 / (a - 1) + S_{B|A}^2 m_{B|A}^4 / (B - a) + S_E^2 m_E^4 / (N - B)}, \tag{6.1.57}$$

pri čemu su uvedene oznake $S_{B|A} = v_1^{-1}v_3$ i $S_E = v_1^{-1}(v_3 - v_1)$, u kojima figurišu izrazi iz (6.1.27), dok je:

$$\hat{f}_{\omega} = \frac{(m_{B|A}^2 - m_E^2)^2}{\frac{m_{B|A}^4}{B - a} + \frac{m_E^4}{N - B}}. \tag{6.1.58}$$

Pri velikom broju podataka, praktično već pri $a > 30$ (prema [Perović \(2015\)](#)), za ocjene (6.1.57) i (6.1.58) može se smatrati da su jednake teorijskim vrijednostima (6.1.55) i (6.1.56), respektivno.

Nalaženje ANOVA ocjenjivača je, ustvari, jedan iterativni postupak, koji, generalno, uključuje sljedeće korake:

Korak 1. *Testiranje postojanja grubih grešaka među $\varepsilon_{k(ij)}$ i računanje ocjene m_{ε}^2 ;*

Korak 2. *Testiranje postojanja grubih grešaka među $\omega_{j(i)}$ i računanje ocjene m_{ω}^2*

(ako se u ovoj etapi ispostavi da ima grubih grešaka, odstrani se grupa mjerenja koja odgovara odskakućem nivou faktora ω , pa se algoritam ponovo usmjerava na Korak 1, gdje se bez te odbačene grupe računa nova ocjena m_{ε}^2 , poslije čega se opet pristupa ovom koraku);

Korak 3. *Testiranje postojanja grubih grešaka među ν_i i računanje ocjene m_{ν}^2*

(ako se u ovoj etapi ispostavi da ima grubih grešaka, odbaci se grupa mjerenja koja odgovara odskakućem nivou faktora ν , poslije čega se

algoritam ponovo sprovodi u Koraku 1, gdje se bez te odbačene grupe računa nova ocjena m_{ε}^2 , a onda ponovo slijedi Korak 2, pa ovaj korak);

Korak 4. Usvajaju se definitivne ocjene m_{ε}^2 , m_{ω}^2 i m_{ν}^2 (to su ocjene izračunate nakon odbacivanja svih grubih grešaka u rezultatima mjerenja).

Algoritmi koji se koriste za testiranje postojanja grubih grešaka među $\varepsilon_{k(ij)}$, $\omega_{j(i)}$ i ν_i , prikazani su poglavlju 6.3.3.

6.1.6 Disperzije ANOVA ocjenjivača

U cilju nalaženja disperzija ANOVA ocjenjivača, treba, najprije, pored već uvedenih k_{12} , k_1 i k_3 , izračunati vrijednosti još nekoliko parametara (izraza), koji figurišu u tim disperzijama. Naime, potrebno je izračunati (Searle, 1971; Searle et al, 1992):

$$k_4 = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^{b_i} n_{ij}^3; \quad k_5 = \sum_{i=1}^a (\sum_{j=1}^{b_i} n_{ij}^3 / n_{i\cdot}); \quad (6.1.59a)$$

$$k_6 = \sum_{i=1}^a (\sum_{j=1}^{b_i} n_{ij}^2)^2 / n_{i\cdot}; \quad k_7 = \sum_{i=1}^a (\sum_{j=1}^{b_i} n_{ij}^2) / n_{i\cdot}^2; \quad (6.1.59b)$$

$$k_8 = \sum_{i=1}^a n_{i\cdot} (\sum_{j=1}^{b_i} n_{ij}^2); \quad k_9 = \sum_{i=1}^a n_{i\cdot}^3, \quad (6.1.59c)$$

a uz to i

$$\lambda_1 = (N - k_{12})^2 [k_1(N + k_1) - 2k_9 / N]; \quad (6.1.60a)$$

$$\lambda_2 = k_3 [N(k_{12} - k_3)^2 + k_3(N - k_{12})^2] + (N - k_3)^2 k_7 - 2(N - k_3) [(k_{12} - k_3)k_5 + (N - k_{12})k_6 / N] + 2(N - k_{12})(k_{12} - k_3)k_4 / N; \quad (6.1.60b)$$

$$\lambda_3 = [(N - k_{12})^2(N - 1)(a - 1) - (N - k_3)^2(a - 1)(B - a) + (k_{12} - k_3)^2(N - 1)(B - a)] / (N - B); \quad (6.1.60c)$$

$$\lambda_4 = (N - k_{12})^2 [k_3(N + k_1) - 2k_8 / N]; \quad (6.1.60d)$$

$$\lambda_5 = (N - k_{12})^2 (N - k_1); \quad (6.1.60e)$$

$$\lambda_6 = (N - k_{12})(N - k_3)(k_{12} - k_3). \quad (6.1.60f)$$

Sada možemo izračunati **disperzije ANOVA ocjenjivača** (Searle, 1961):

$$D\{m_{\nu}^2\} = \frac{2(\lambda_1\sigma_{\nu}^4 + \lambda_2\sigma_{\omega}^4 + \lambda_3\sigma_{\varepsilon}^4 + 2\lambda_4\sigma_{\nu}^2\sigma_{\omega}^2 + 2\lambda_5\sigma_{\nu}^2\sigma_{\varepsilon}^2 + 2\lambda_6\sigma_{\omega}^2\sigma_{\varepsilon}^2)}{(N - k_1)^2(N - k_{12})^2}; \quad (6.1.61)$$

$$D\{m_{\omega}^2\} = [2(k_7 + Nk_3 - 2k_5)\sigma_{\omega}^4 + 4(N - k_{12})\sigma_{\omega}^2\sigma_{\varepsilon}^2 + 2(B - a)(N - a)\sigma_{\varepsilon}^4 / (N - B)] / (N - k_{12})^2, \quad (6.1.62)$$

dok je treća nezavisna od prethodno izračunatih parametara i piše se:

$$D\{m_\varepsilon^2\} = 2\sigma_\varepsilon^4 / (N - B). \quad (6.1.63)$$

Odgovarajuće *kovarijacije ANOVA ocjenjivača* su (Searle, 1961):

$$K_{m_\nu^2, m_\omega^2} = \{2[k_5 - k_7 + (k_6 - k_4) / N]\sigma_\omega^4 + 2(a - 1)(B - a)\sigma_\varepsilon^4 / (N - B) - (N - k_{12})(k_{12} - k_3)D\{m_\omega^2\}\} / [(N - k_1)(N - k_{12})]; \quad (6.1.64)$$

$$K_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} = -(B - a)D\{m_\varepsilon^2\} / (N - k_{12}); \quad (6.1.65)$$

$$K_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} = [(k_{12} - k_3)(B - a) / (N - k_{12}) - (a - 1)]D\{m_\varepsilon^2\} / (N - k_1). \quad (6.1.66)$$

6.2 Slučaj jednakog broja podataka po grupama

Kada imamo jednak broj podataka (mjerjenja) po grupama, biće zastupljeno:

$$(i, j, k) \in \{1, 2, \dots, a\} \times \{1, 2, \dots, b\} \times \{1, 2, \dots, n\}, \text{ sa } a \geq 2, b \geq 2 \text{ i } n \geq 2; \quad (6.2.1)$$

$$(\forall i \in \{1, 2, \dots, a\})(N_i = n_i = bn); \quad N = abn \text{ i } B = b \cdot a = ab, \quad (6.2.2)$$

pa se ovdašnji **sistem linearnih jednačina matematičkog modela u matricnoj formi** piše kao:

$$\mathbf{y}_{abn \times 1} = \mu \mathbf{1}_{abn \times 1} + (\mathbf{I}_{a \times a} \otimes \mathbf{1}_{bn \times 1}) \boldsymbol{\nu}_{a \times 1} + (\mathbf{I}_{ab \times ab} \otimes \mathbf{1}_{n \times 1}) \boldsymbol{\omega}_{ab \times 1} + \boldsymbol{\varepsilon}_{abn \times 1}, \quad (6.2.3)$$

gdje je \otimes *operator Kronecker-ovog proizvoda matrica*, a pored *jediničnih matrica* $\mathbf{I}_{a \times a}$

i $\mathbf{I}_{ab \times ab}$, zastupljeni su sljedeći vektori:

$$\mathbf{y}_{abn \times 1} = (\mathbf{y}_{11}^T \ \mathbf{y}_{12}^T \ \cdots \ \mathbf{y}_{1b}^T \ \cdots \ \mathbf{y}_{a1}^T \ \mathbf{y}_{a2}^T \ \cdots \ \mathbf{y}_{ab}^T)^T, \quad \mathbf{y}_{ij}^T = (y_{ij1} \ y_{ij2} \ \cdots \ y_{ijn}); \quad (6.2.4a)$$

$$\mathbf{1}_{d \times 1} = \underbrace{(1 \ 1 \ \cdots \ 1)}_{d \text{ jedinica}}^T, \quad d \in \{abn, bn, n\}; \quad (6.2.4b)$$

$$\boldsymbol{\nu}_{a \times 1} = (\nu_1 \ \nu_2 \ \cdots \ \nu_a)^T; \quad (6.2.4c)$$

$$\boldsymbol{\omega}_{ab \times 1} = (\omega_{1(1)} \ \omega_{2(1)} \ \cdots \ \omega_{b(1)} \ \cdots \ \omega_{1(a)} \ \omega_{2(a)} \ \cdots \ \omega_{b(a)})^T; \quad (6.2.4d)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{abn \times 1} = (\boldsymbol{\varepsilon}_{11}^T \ \boldsymbol{\varepsilon}_{12}^T \ \cdots \ \boldsymbol{\varepsilon}_{1b}^T \ \cdots \ \boldsymbol{\varepsilon}_{a1}^T \ \boldsymbol{\varepsilon}_{a2}^T \ \cdots \ \boldsymbol{\varepsilon}_{ab}^T)^T, \quad \boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^T = (\varepsilon_{1(ij)} \ \varepsilon_{2(ij)} \ \cdots \ \varepsilon_{n(ij)}), \quad (6.2.4e)$$

Odgovarajuća *dispersiono-kovarijaciona matrica vektora mjerenja* je sada:

$$D\{\mathbf{y}_{abn \times 1}\} = \sigma_\nu^2 (\mathbf{I}_{a \times a} \otimes \mathbf{J}_{bn \times bn}) + \sigma_\omega^2 (\mathbf{I}_{ab \times ab} \otimes \mathbf{J}_{n \times n}) + \sigma_\varepsilon^2 \mathbf{I}_{abn \times abn}, \quad (6.2.5)$$

gdje, pored već uvedenih matrica u (6.2.3), imamo *jediničnu matricu* $\mathbf{I}_{abn \times abn}$ i *matrice jedinica* $\mathbf{J}_{bn \times bn}$ i $\mathbf{J}_{n \times n}$, naznačenih dimenzija.

Dalje, *matematička očekivanja suma kvadrata* se svode na:

$$M\{SS_A\} = (a-1)(bn\sigma_\nu^2 + n\sigma_\omega^2 + \sigma_\varepsilon^2); \quad (6.2.6)$$

$$M\{SS_{B|A}\} = a(b-1)(n\sigma_\omega^2 + \sigma_\varepsilon^2); \quad (6.2.7)$$

$$M\{SS_E\} = ab(n-1)\sigma_\varepsilon^2, \quad (6.2.8)$$

zbog toga što su ovdje

$$k_{12} = an, \quad k_1 = bn \quad \text{i} \quad k_3 = n, \quad (6.2.9)$$

pa su **matematička očekivanja srednjih kvadrata odstupanja**:

$$M\{m_A^2\} = M\{SS_A\} / (a-1) = bn\sigma_\nu^2 + n\sigma_\omega^2 + \sigma_\varepsilon^2, \quad \text{sa } f_A = a-1 \text{ st.sl.} \quad (6.2.10)$$

$$M\{m_{B|A}^2\} = M\{SS_{B|A}\} / [a(b-1)] = n\sigma_\omega^2 + \sigma_\varepsilon^2, \quad \text{sa } f_{B|A} = a(b-1) \text{ st.sl.} \quad (6.2.11)$$

$$M\{m_E^2\} = M\{SS_E\} / [ab(n-1)] = \sigma_\varepsilon^2, \quad \text{sa } f_E = ab(n-1) \text{ st.sl.} \quad (6.2.12)$$

gdje su:

$$v_1 = v_3 = n \quad \text{i} \quad v_2 = bn, \quad (6.2.13)$$

što potvrđuje konstatacije iz poglavlja 6.1.3 (vidjeti (6.1.27)).

ANOVA ocjenjivači su sada:

$$m_\nu^2 = (m_A^2 - m_{B|A}^2) / (bn), \quad m_\omega^2 = (m_{B|A}^2 - m_E^2) / n \quad \text{i} \quad m_\varepsilon^2 = m_E^2, \quad (6.2.14)$$

sa odnosnim **stepenima slobode i njihovim ocjenama**:

$$f_\nu = \frac{(\sigma_A^2 - \sigma_{B|A}^2)^2}{\frac{\sigma_A^4}{a-1} + \frac{\sigma_{B|A}^4}{a(b-1)}}, \quad \hat{f}_\nu = \frac{(m_A^2 - m_{B|A}^2)^2}{\frac{m_A^4}{a-1} + \frac{m_{B|A}^4}{a(b-1)}} \quad (S_{B|A} = 1 \text{ i } S_E = 0); \quad (6.2.15)$$

$$f_\omega = \frac{(\sigma_{B|A}^2 - \sigma_E^2)^2}{\frac{\sigma_{B|A}^4}{a(b-1)} + \frac{\sigma_E^4}{ab(n-1)}}, \quad \hat{f}_\omega = \frac{(m_{B|A}^2 - m_E^2)^2}{\frac{m_{B|A}^4}{a(b-1)} + \frac{m_E^4}{ab(n-1)}}; \quad (6.2.16)$$

$$f_\varepsilon \equiv f_E = ab(n-1). \quad (6.2.17)$$

Disperzije i kovarijacije ANOVA ocjenjivača iz (6.2.13) su:

$$D\{m_\nu^2\} = 2[a(bn\sigma_\nu^2 + n\sigma_\omega^2 + \sigma_\varepsilon^2)^2 / (a-1) + (n\sigma_\omega^2 + \sigma_\varepsilon^2)^2 / (b-1)] / (ab^2n^2); \quad (6.2.18)$$

$$D\{m_\omega^2\} = 2\{(n\sigma_\omega^2 + \sigma_\varepsilon^2)^2 / (b-1) + \sigma_\varepsilon^4 / [b(n-1)]\} / (an^2); \quad (6.2.19)$$

$$D\{m_\varepsilon^2\} = 2\sigma_\varepsilon^4 / [ab(n-1)]; \quad (6.2.20)$$

$$K_{m_\nu^2, m_\omega^2} = -2(n\sigma_\omega^2 + \sigma_\varepsilon^2)^2 / [abn^2(b-1)]; \quad (6.2.21)$$

$$K_{m_{\omega}^2, m_{\varepsilon}^2} = -2\sigma_{\varepsilon}^4 / [abn(n-1)]; \quad (6.2.22)$$

$$K_{m_{\nu}^2, m_{\varepsilon}^2} = 0, \quad (6.2.23)$$

a dobijaju se poslije veoma obimnog izvođenja, na osnovu:

$$k_4 = k_6 = abn^3, \quad k_5 = k_7 = an^2, \quad k_8 = ab^2n^3 \text{ i } k_9 = ab^3n^3; \quad (6.2.24)$$

$$\lambda_1 = a^2b^2n^4(a-1)(b-1)^2, \quad \lambda_2 = an^4(ab-1)(a-1)(b-1), \quad (6.2.25a)$$

$$\lambda_3 = an^2(ab-1)(a-1)(b-1), \quad \lambda_4 = a^2bn^4(a-1)(b-1)^2, \quad (6.2.25b)$$

$$\lambda_5 = a^2bn^3(a-1)(b-1)^2 \text{ i } \lambda_6 = an^3(ab-1)(a-1)(b-1). \quad (6.2.25c)$$

6.3 Primjena dvofaktorske hijerarhijske klasifikacije kod GPS pozicioniranja

6.3.1 Prvi rezultati koji su potvrdili primjenljivost

Ideja o primjeni dvofaktorske hijerarhijske klasifikacije kod GPS mjerenja potekla je od prof. Gligorija Perovića. U osnovi pomenute ideje je upotreba jednog zajedničkog linearnog modela, koji omogućava integralno sagledavanje dominantnih rezidualnih i čisto slučajnih uticaja kod GPS mjerenja. Vođen tom idejom, a koristeći matematičke formule za dvofaktorsku hijerarhijsku klasifikaciju sa slučajnim efektima bez interakcija i test veličina koje se koriste u testiranju hipoteza o značajnosti uticaja istih (poglavlje 6.1), autor ove disertacije primjenjuje odnosnu teoriju na relativne GPS koordinate (e , n i u), pri čemu sprovodi veoma obimno istraživanje komponenti disperzije mjerenja, koje se odnose na pomenute rezidualne i čisto slučajne uticaje, a rezultati jednog manjeg dijela tog istraživanja, kojima se prvi put i detaljno dokazuje primjenljivost pomenute ideje, citirani su skraćeno, u vidu primjera, u kasnije objavljenoj monografiji *Perović (2015)*. Na taj način su, dakle, *prvi put objavljeni rezultati integralnog ocjenjivanja komponentnih disperzija za višestruku refleksiju*, koja zavisi od staničnog okruženja, *troposfersko-jonosferske uticaje zajedno sa još nekim uticajima* (vidjeti izlaganje u poglavlju 6.3.2, treći paragraf) *i čisto slučajne uticaje, zasnovanog na višegodišnjem sagledavanju GPS podataka*, prikupljenih na krajevima bazne linije BAR-PODG (osnovni podaci o istoj prikazani su u poglavlju 7.1.5), koja je jedna od pet baznih linija koje su korišćene u eksperimentalnim istraživanjima za potrebe ove disertacije. U toj monografiji je, ustvari, prvi put objavljena i metoda PERG2FH, u okviru koje su uvršteni pomenuti rezultati. Međutim, postoji razlika između prikaza u izvornom obliku i onog u pomenutoj monografiji, a ista se ogleda u tome što autor disertacije, kako je

prethodno pomenuto, među rezidualima razmatra uticaj višestruke refleksije na relativne koordinate, dok *Perović (2015)* dio pomenutih rezultata, koji se odnose na ovaj uticaj, u svom citatu vezuje za uticaj kvazistacionarnih blokova atmosfere, ne tretirajući, pri tom, pojam višestruke refleksije, a samim tim, ni dva komponentna uticaja višestruke refleksije (vidjeti poglavlje 3.3.2), ne uzimajući u obzir ni pojam ekscentriciteta i varijacija faznih centara antena prijemnika (vidjeti izlaganje u poglavlju 3.3.3).

Nešto kasnije, autor ove disertacije objavljuje rad pod naslovom *Variance Components Estimation of Residual Errors in GPS Precise Positioning (Anđić, 2016)*, u kojem prikazuje samo dio svog istraživanja, gdje analizira podatke prikupljene u statičkom režimu na krajevima bazne linije (krajnje stanice Podgorica i Bar pripadaju crnogorskoj mreži permanentnih GPS stanica MontePos) dužine 40 km, pri čemu su registracije vršene na svakih 30 s, u toku 2008.godine, kada je bila zastupljena minimalna jonosferska aktivnost. Pomenuti rad predstavlja prvi publikovani naučni rad koji se bavi primjenom dvofaktorske hijerarhijske klasifikacije sa slučajnim efektima bez interakcija u GPS pozicioniranju. Nešto kasnije, objavljen je rad *Perović (2016)*.

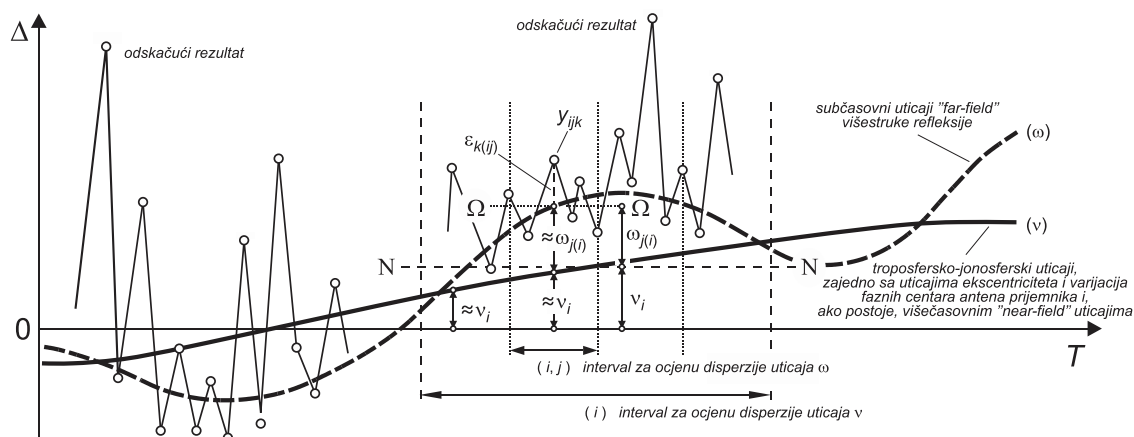
Najzad, ova disertacija obuhvata jedno veoma obimno istraživanje. U glavi 7 prikazani su rezultati eksperimenta, dobijeni na osnovu podataka GPS mjerenja prikupljenih u statičkom režimu, sa prethodno pomenutim intervalom registracije, ali, sada, u toku perioda od četiri uzastopne godine (2008-2011), na pomenutim dvijema permanentnim stanicama crnogorske mreže MontePos i na još osam stanica EUREF mreže. Pomenute stanice su birane tako da čine krajnje tačke pet nezavisnih GPS baznih linija dužina od 5.6 do 281.9 km. Posebno je analizirano ponašanje komponenti disperzija ukupnih grešaka za svaku od tri relativne koordinate, u toku obdanic (kada je veći uticaj jonosferske refrakcije), noći (kada su jonosferski uticaji nešto manji), na cjelodnevnom, kao i na mjesečnom nivou, a istraženi su i drugi relevantni aspekti (za detalje vidjeti glavu 8).

6.3.2 Osnovne postavke primjene

Rezidualni uticaji koji se, uz čisto slučajne uticaje, pojavljuju u GPS mjerenjima, imaju kvazislučajan karakter. Naime, reziduali imaju matematičko očekivanje blisko, ali ne i jednako nuli. No, međutim, za potrebe primjene dvofaktorske hijerarhijske klasifikacije, a imajući u vidu da se tako neće izgubiti mnogo informacija, pretpostavlja se da su iste međusobno nekorelisane i da imaju normalni raspored sa matematičkim očekivanjem

jednakim nuli. Pored toga, podrazumijeva se i nekorelisanost istih sa čisto slučajnim greškama (vidjeti poglavlje 6.1.1, stohastička svojstva (6.1.4)).

Na slici 6.3.1 prikazano je ponašanje ukupne greške relativne koordinate sa stanovišta dvostruke hijerarhijske klasifikacije sa slučajnim efektima bez interakcija, kada je u linearnoj jednačini modela (6.1.2) konstantna sistematska greška (fiksni efekat) jednaka nuli.



Slika 6.3.1 – Ilustracija problema dvofaktorske hijerarhijske klasifikacije sa slučajnim efektima bez interakcija, kod ukupne greške relativne koordinate, kao komponente vektora bazne linije (modifikacija slike iz Perović (2015) zbog različite postavke u smislu uticajnih faktora)

Da bi se uspostavio odnos između **uticaja ugnježdavajućeg** (dominantno se odnosi na zbirne **troposfersko-jonosferske uticaje**, zajedno sa uticajima ekscentriciteta i varijacija faznih centara antena prijemnika, ali, ako isti postoje, treba pomenuti da se ovdje uključuju i višerasovni uticaji "near-field" višestruke refleksije) i **ugnježdenog faktora** (dominantno obuhvata "far-field" uticaje višestruke refleksije), potrebno je izabrati vremenske intervale unutar kojih se ovi uticaji mogu smatrati konstantnim, čime se uspostavljaju pojedinačni nivoi uticaja pomenuta dva faktora (oznake ν_i i $\omega_{j(i)}$ uvedene u poglavlju 6.1.1). Pri tome se mora voditi računa da ugnježdavajući vremenski interval, kao znatno duži, mora biti tako odabran, da obezbjeđuje ugnježdavanje i randomizaciju "far-field" uticaja višestruke refleksije. S obzirom na ono što je prethodno konstatovano vezano za periodičnost rezidualnih uticaja, rezonovanjem koje je analogno onome koje je primijenjeno u Andić (2016), u ovom radu, a s obzirom na rezonovanja iz poglavlja 8.1, imalo je smisla uspostaviti:

- **Za ocjenu komponente σ_ε^2 , intervale od 3 i 5 min** (smatra se da je "far-field" uticaj višestruke refleksije konstantan u ovom intervalu); i

- **Za ocjenu komponente σ_{ω}^2 , intervale od 1.5, 2 i 3 h** (smatra se da je zbirni troposfersko-jonosferski uticaj, zajedno sa uticajima ekscentriciteta i varijacija faznih centara antena prijemnika i, eventualnim, uticajima "near-field" višestruke refleksije, konstantan u ovom intervalu, pri čemu postoji mogućnost, a to zavisi od samog bliskog okruženja antene prijemnika, da će pri izboru drugog i trećeg ili samo trećeg od pomenuta tri intervala, ocjena disperzije "far-field" uticaja reprezentovati varijacije istog, kao dominantnog, zajedno sa nivoom početnog, nereprezentativnog djelovanja "near-field" uticaja; zbog prethodno rečenog, ocjena komponente disperzije će se, pogotovo, u slučaju izbora intervala od 1.5 h, vezivati samo za "far-field" komponentu).

Tako je uspostavljeno šest varijanti kombinacije intervala navedenih u prethodnim dvijema stavkama, koje su korišćene u proračunima (vidjeti glavu 7).

6.3.3 Testiranje prisustva grubih grešaka u GPS mjerenjima

Kako se ne bi dobile nerealne vrijednosti ocjena komponenti disperzija relativnih koordinata, proceduru ocjenjivanja neizostavno prati provjeravanje postojanja grubih grešaka unutar grupa gdje imamo konstantan uticaj ugniježdenog faktora, kao i unutar grupa gdje je zastupljen konstantan uticaj ugnježdavajućeg faktora.

Kao veoma efikasan statistički aparat u testiranju postojanja grubih grešaka u tu svrhu, pokazao se onaj koji se zasniva na poznatom statističkom rezonovanju. Naime, koristeći činjenicu da su pouzdani indikatori postojanja odskačućih rezultata mjerenja, ustvari, odgovarajuće popravke, mogu se uspostaviti test veličine za potrebe testiranja prisustva grubih grešaka u rezultatima pomenutih mjerenja.

Prije prikaza algoritma koji je u ovoj disertaciji korišćen za testiranje postojanja grubih grešaka, daju se polazne teorijske osnove.

Direktna mjerenja različite tačnosti i kriterijumi značajnosti u opštem slučaju

Ako su X_i , gdje $i \in W$, uz oznaku $W = \{1, 2, \dots, n\}$, rezultati nezavisnih mjerenja neke veličine, izvedenih pod različitim kompleksima uslova, pri čemu je zastupljeno:

$$\begin{aligned} & (\forall i \in W)(M\{X_i\} = a \equiv A_X); \\ & D\{X_i\} = \sigma_i^2; \quad (\forall (i, j) \in W^2)(i \neq j \Rightarrow K_{X_i, X_j} = 0); \\ & (\forall i \in W)(M\{\Delta_i\} = 0); \quad \Delta_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma_i^2), \end{aligned} \tag{6.3.1}$$

tada se, uopšteno govoreći, ocjena prave vrijednosti A_X mjerene veličine može

definisati posredstvom linearne funkcije oblika (*Perović, 1989*):

$$\tilde{a} = U_1 X_1 + U_2 X_2 + \dots + U_n X_n, \quad (6.3.2)$$

pri čemu su U_i , gdje $i \in W$, neki konstantni koeficijenti. Da bi ocjena (6.3.2) bila nepomjerena i efektivna, ovi koeficijenti treba da ispune odnosne uslove.

Uslov nepomjerenosti $M\{\tilde{a}\} = a$ dovodi do:

$$\sum_{i=1}^n U_i = 1. \quad (6.3.3)$$

S druge strane, **uslov efektivnosti**, koji podrazumijeva da $D\{\tilde{a}\} \rightarrow \min$, a s obzirom na (6.3.3), uspostavljamo na osnovu minimuma *Lagrange-ove funkcije*:

$$L = D\{\tilde{a}\} - 2k(\sum_{i=1}^n U_i - 1). \quad (6.3.4)$$

Dakle, na osnovu $\partial L / \partial U_i = 0$, dobijaju se koeficijenti:

$$U_i = k\sigma_i^{-2}, \quad i \in W, \quad (6.3.5)$$

pa nakon sumiranja, a koristeći (6.3.3), određujemo *Lagrange-ov multiplikator*:

$$k = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \sigma_i^{-2}}. \quad (6.3.6)$$

Zamjenom, sada, (6.3.5) u (6.3.2), uzimajući, pri tom, u obzir (6.3.6), uspostavlja se **nepomjerena i efektivna ocjena prave vrijednosti mjerene veličine**, u zapisu:

$$\hat{a} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i \sigma_i^{-2}}{\sum_{i=1}^n \sigma_i^{-2}}. \quad (6.3.7)$$

Na osnovu jednakosti (6.3.3), (6.3.5) i (6.3.6), zaključuje se da su U_i , ustvari, *normirani koeficijenti bez dimenzija*, koji izražavaju stepen povjerenja, redom, u korespondentne rezultate mjerenja X_i , zbog čega se nazivaju **težine mjerenja**. U praktičnim primjenama, koristi se ocjena koja se dobija proširivanjem razlomka iz (6.3.7) *disperzionim koeficijentom* μ^2 (poznatim pod nazivom *srednja kvadratna greška jedinične težine*), pri čemu se uvode **relativne težine**, u zapisu:

$$P_{X_i} = \mu^2 / \sigma_i^2, \quad i \in W, \quad (6.3.8)$$

koje je uveo Gauss 1809.godine (podatak iz *Perović (1989)*), što dovodi do sljedećeg konačnog oblika ocjene, koji je poznat kao **težinska aritmetička sredina** (upotrebljavaju se i nazivi **ponderisana** ili **opšta aritmetička sredina**):

$$\hat{a} \equiv \bar{X}_P = (\sum_{i=1}^n P_{X_i} X_i) / \sum_{i=1}^n P_{X_i}, \text{ sa } P = \sum_{i=1}^n P_{X_i}. \quad (6.3.9)$$

Popravke rezultata mjerenja $\hat{v}_i = \bar{X}_P - X_i$, sa $\hat{v}_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{\hat{v}_i}^2)$, $i \in W$, se, sada, zapisuju kao:

$$\hat{v}_i = P_{X_1} X_1 / P + \dots + (P_{X_i} / P - 1) X_i + \dots + P_{X_n} X_n / P, \quad i \in W, \quad (6.3.10)$$

pa se, primjenom Gauss-ovog zakona o prenosu grešaka, dobijaju odnosne disperzije:

$$\sigma_{\hat{v}_i}^2 = (\sum_{i=1}^n P_{X_i}^2 \sigma_i^2) / P^2 + (1 - 2P_{X_i} / P) \sigma_i^2, \quad i \in W, \quad (6.3.11)$$

što zamjenom $\sigma_i^2 = \mu^2 / P_{X_i}$ daje:

$$\sigma_{\hat{v}_i}^2 = \mu^2 Q_{\hat{v}_i}, \text{ sa } Q_{\hat{v}_i} = 1 / P_{X_i} - 1 / P, \quad i \in W. \quad (6.3.12)$$

Radi provjere postojanja grubih grešaka u rezultatima mjerenja, testiramo:

$$H_{0,i} : (\forall i \in W)(G_i = 0), \text{ protiv } H_{a,i} : (\exists i \in W)(G_i \neq 0). \quad (6.3.13)$$

Interesuje nas koji je od rezultata mjerenja X_i , sa $i \in W$, kandidat koji najprije treba testirati na postojanje grube greške. Iz razloga što to ne možemo saznati samo na osnovu vrijednosti odgovarajuće popravke, u tu svrhu koristimo *test veličinu* u vidu **normirane popravke**:

$$Z_i = \frac{\hat{v}_i}{\sigma_{\hat{v}_i}} = \frac{\bar{X}_P - X_i}{\mu \sqrt{Q_{\hat{v}_i}}} |_{H_{0,i}} \sim \mathcal{N}(0, 1), \quad i \in W. \quad (6.3.14)$$

Najprije je potrebno izračunati *apsolutne vrijednosti*:

$$|Z_i^0| = \frac{|\bar{X}_P - X_i|}{\sqrt{Q_{\hat{v}_i}}}, \quad i \in W, \quad (6.3.15)$$

poslije čega se izdvoji $Z_g^0 = \max |Z_i^0|$, pri čemu se odgovarajući rezultat X_g smatra *najsumnjivijim na prisustvo grube greške*, zbog čega se isti prvi i testira.

Naime, testira se $H_{0,g} : G_g = 0$ protiv $H_{a,g} : G_g \neq 0$. U slučaju nepoznatog μ , što je veoma čest slučaj, ovo testiranje se izvodi korišćenjem **test veličine**:

$$T_g = \frac{\hat{v}'_g}{m_{\hat{v}'_g}} = \frac{\bar{X}'_P - X_g}{m'_0 \sqrt{Q_{\hat{v}'_g}}} |_{H_{0,g}} \sim t(f'). \quad (6.3.16)$$

Ako pomoću $Y_1, Y_2, \dots, Y_{n-1}, Y_n$ predstavimo *preuređeni, neopadajući niz rezultata mjerenja*, pri čemu je $Y_n = X_g$, dok Y_1 odgovara rezultatu koji daje $\min |Z_i^0|$, sa

$i \in W$, tada su u (6.3.16) zastupljene sljedeće veličine:

$$\bar{X}'_P = (\sum_{i=1}^{n-1} P_{Y_i} Y_i) / \sum_{i=1}^{n-1} P_{Y_i}, \text{ sa } P' = \sum_{i=1}^{n-1} P_{Y_i}; \quad (6.3.17)$$

$$m_{\hat{v}'_g} = m_0'^2 Q_{\hat{v}'_g}, \text{ sa } Q_{\hat{v}'_g} = 1/P_{X_g} + 1/P', \quad (6.3.18)$$

gdje je $m_0'^2$ ocjena koeficijenta μ^2 , a računa se na sljedeći način:

$$m_0'^2 = \frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^{n-1} P_{Y_i} (Y_i - \bar{X}'_P)^2, \text{ sa } f' = n-2. \quad (6.3.19)$$

Test odluka je sljedeća:

$$|\bar{X}'_P - X_g| < t_{1-\alpha_0/2}(f') m_0' \sqrt{Q_{\hat{v}'_g}} - \text{prihvata se } H_{0,i}, \text{ jer važi } H_{0,g}; \quad (6.3.20a)$$

$$|\bar{X}'_P - X_g| \geq t_{1-\alpha_0/2}(f') m_0' \sqrt{Q_{\hat{v}'_g}} - \text{prihvata se } H_{a,i}, \text{ jer važi } H_{a,g}, \quad (6.3.20b)$$

pri čemu je α_0 nivo značajnosti (obično se uzima vrijednost 0.01).

U slučaju (6.3.20b), odbaci se rezultat mjerenja X_g , pa se, zatim, cio postupak ponavlja sve do prihvatanja $H_{0,g}$, a time i $H_{0,i}$, u nekoj od iteracija.

PEROBHIK2S metoda testiranja postojanja grubih grešaka

Koristeći teorijsku osnovu analognu prikazanoj u okviru prethodne cjeline, koja se odnosi na direktna mjerenja različite tačnosti i odnosnu proceduru testiranja prisustva grubih grešaka, *Perović (2015, 2017)* je predložio PEROBHIK2S metodu (PERovićevea ROBusna metoda testiranja postojanja grubih grešaka u HIjerarhijskoj Klasifikaciji grešaka sa 2 Slučajna efekta). Ista podrazumijeva tri komponentna testa postojanja grubih grešaka u mjerenjima, i to: PEROBHIK-2S ϵ , PEROBHIK-2S β i PEROBHIK-2S α . Shodno uvedenim oznakama u ovom radu, u daljem izlaganju će se za drugi i treći test koristiti, redom, nazivi PEROBHIK-2S ω i PEROBHIK-2S ν , dok naziv prvog testa ostaje isti u izlaganju, jer se upotrebljava ista oznaka ϵ .

Prve rezultate parktične primjene ove metode, i to na *veoma obimnom uzorku*, koji je obuhvatio ukupno 17 899 993 fiksna rješenja za pet baznih linija (dakle, ukupno 53 699 979 podataka za relativne koordinate e , n i u), autor ove disertacije dobio je još 2015.godine, pri čemu je, na osnovu detaljnog ispitivanja uticaja odbacivanja grubih grešaka na ocjene m_ϵ^2 , m_ω^2 i m_ν^2 , dokazao efikasnost iste, a svoja zapažanja podijelio sa njenim tvorcem. Algoritam PEROBHIK2S metode, uz formulacije hipoteza uvedene od strane autora ove disertacije, prikazan je u nastavku.

PEROBHIK-2Sε. *Testiranje postojanja grubih grešaka među $\varepsilon_{k(ij)}$ i računanje m_ε^2*

Uz oznake za skupove uvedene na početku poglavlja 6.1.1, ovdje imamo testiranje hipoteze:

$$\begin{aligned} H_{0,ijk} &: (\forall (i, j, k) \in W_1 \times W_2 \times W_3)(G_{ijk} = 0), \text{ protiv} \\ H_{a,ijk} &: (\exists (i, j, k) \in W_1 \times W_2 \times W_3)(G_{ijk} \neq 0). \end{aligned} \quad (6.3.21)$$

Ako je broj mjerenja veliki, pri čemu je, npr. $f_\varepsilon \equiv f_E = N - B > 30$, što je i slučaj kod svih uzoraka koji se koriste u ovoj disertaciji, za test se može koristiti (*normirana*) *studentizovana popravka*:

$$T_{ijk} = v_{ijk} / m_{v_{ijk}}, \text{ sa } v_{ijk} = \bar{y}_{ij\cdot} - y_{ijk} \text{ i } m_{v_{ijk}}^2 = m_\varepsilon^2(n_{ij} - 1) / n_{ij}, \quad (6.3.22)$$

koja će tada imati približno t – raspored sa f_E stepeni slobode, pri čemu se sredina $\bar{y}_{ij\cdot}$ i ANOVA ocjenjivač $m_\varepsilon^2 \equiv m_E^2$ računaju na osnovu prve jednakosti iz (6.1.12a) i (6.1.50), respektivno.

Potrebno je izdvojiti "sumnjive" rezultate y_{ijg} , za koje imamo $|T_{ijg}| = \max |T_{ijk}|$, a onda testirati hipotezu:

$$\begin{aligned} H_{0,ijg} &: (\forall (i, j) \in W_1 \times W_2)(G_{ijg} = 0), \text{ protiv} \\ H_{a,ijg} &: (\exists (i, j) \in W_1 \times W_2)(G_{ijg} \neq 0), \end{aligned} \quad (6.3.23)$$

gdje G_{ijg} označava grubu grešku u y_{ijg} . Pri tome $T_{ijg} | H_{0,ijg} \sim t(N - B)$, pa imamo sljedeću **test odluku**:

$$|\bar{y}_{ij\cdot} - y_{ijg}| \leq t_{1-\alpha_0/2}(N - B)m_\varepsilon \sqrt{(n_{ij} - 1) / n_{ij}} - \text{prihvata se } H_{0,ijg}; \quad (6.3.24a)$$

$$|\bar{y}_{ij\cdot} - y_{ijg}| > t_{1-\alpha_0/2}(N - B)m_\varepsilon \sqrt{(n_{ij} - 1) / n_{ij}} - \text{prihvata se } H_{a,ijg}. \quad (6.3.24b)$$

U slučaju (6.3.24b), odbaci se rezultat mjerenja y_{ijg} , a onda se postupak ponavlja sve do prihvatanja $H_{0,ijg}$, a samim tim i $H_{0,ijk}$, u nekoj od iteracija. Na osnovu preostalih mjerenja se, zatim, izračuna novo m_ε^2 i pređe na test PEROBHIK-2S ω .

Napomena: Za potrebe istraživanja u ovoj disertaciji nije od interesa prikazivanje postupka testiranja u slučaju *malog broja mjerenja*, već je dovoljno napomenuti da se isti sprovodi na način kako je to opisano u *Perović (2017)*.

PEROBHIK-2S ω . Testiranje postojanja grubih grešaka među $\omega_{j(i)}$ i računanje m_ω^2

Na osnovu m_ε^2 dobijenog na kraju procedure u testu PEROBHIK-2S ε i izračunate ocjene m_ω^2 , vrši se računanje težina i njihove sume, a na osnovu toga i računanje popravaka i ocjena odnosnih disperzija. Pomenute *težine* i *suma istih* računaju se na sljedeći način (analogno (6.3.8), uz usvajanje $\mu^2 = 1$ i korišćenje ANOVA ocjenjivača komponenti disperzije):

$$P_{\bar{y}_{ij}} = 1 / m_{\bar{y}_{ij}}^2 = 1 / (m_\omega^2 + m_\varepsilon^2 / n_{ij}), \text{ sa } P_i = \sum_{j=1}^{b_i} P_{\bar{y}_{ij}}, \quad (6.3.25)$$

dok su *popravke* i *ocjene odnosnih disperzija* sljedeće:

$$v_{ij} = \bar{y}_{i,P} - \bar{y}_{ij}, \text{ sa } \bar{y}_{i,P} = \sum_{j=1}^{b_i} P_{\bar{y}_{ij}} \bar{y}_{ij} / P_i \text{ (analogno (6.3.9))}; \quad (6.3.26)$$

$$m_{v_{ij}}^2 = 1 / P_{\bar{y}_{ij}} - 1 / P_i \text{ (analogno (6.3.12))}. \quad (6.3.27)$$

Testiramo hipotezu:

$$\begin{aligned} H_{0,ij} &: (\forall (i, j) \in W_1 \times W_2) (G_{ij} = 0), \text{ protiv} \\ H_{a,ij} &: (\exists (i, j) \in W_1 \times W_2) (G_{ij} \neq 0), \end{aligned} \quad (6.3.28)$$

za koju svrhu računamo apsolutne vrijednosti *studentizovane popravke*:

$$T_{ij} = v_{ij} / m_{v_{ij}} = (\bar{y}_{i,P} - \bar{y}_{ij}) / \sqrt{1 / P_{\bar{y}_{ij}} - 1 / P_i}, \quad (6.3.29)$$

i izdvajamo "sumnjive" sredine \bar{y}_{ig} , kojima korespondira $|T_{ig}| = \max |T_{ij}|$, a onda upostavljamo *preuređeni, neopadajući niz sredina*, $Y_{i1}, Y_{i2}, \dots, Y_{i(b_i-1)}, Y_{ib_i}$, pri čemu je $Y_{ib_i} = \bar{y}_{ig}$, a Y_{i1} je sredina koja daje $\min |T_{ij}|$.

Potrebno je testirati hipotezu:

$$\begin{aligned} H_{0,ig} &: (\forall i \in W_1) (G_{ig} = 0), \text{ protiv} \\ H_{a,ig} &: (\exists i \in W_1) (G_{ig} \neq 0). \end{aligned} \quad (6.3.30)$$

S tim ciljem, uspostavlja se *test statistika* analogno (6.3.16), u zapisu:

$$T_{ig} = \frac{\hat{v}_{ig}''}{m_{\hat{v}_{ig}''}} | H_{0,ig} \sim t(f''), \quad (6.3.31)$$

gdje, koristeći članove prethodno uvedenog preuređenog niza sredina, imamo da je:

$$\hat{v}_{ig}'' = \bar{y}_{i,P}'' - \bar{y}_{ig}, \text{ sa } \bar{y}_{i,P}'' = (\sum_{j=1}^{b_i-1} P_{Y_{ij}} Y_{ij}) / P_i''; \quad (6.3.32)$$

$$m_{\hat{v}_{ig}}^2 = 1/P_{\bar{y}_{ig}} + 1/P_i'', \text{ sa } P_i'' = \sum_{j=1}^{b_i-1} P_{Y_{ij}}. \quad (6.3.33)$$

Težine koje figurišu u (6.3.32) i (6.3.33) se računaju kao:

$$P_{Y_{ij}} = 1/m_{Y_{ij}}^2 = 1/(m_{\omega}''^2 + m_{\varepsilon}''^2/n_{ij}), \quad (6.3.34)$$

pri čemu $m_{\varepsilon}''^2$ i $m_{\omega}''^2$ predstavljaju ocjene, izračunate, redom, prema (6.1.50) i (6.1.49), na osnovu svih preostalih podataka poslije zanemarivanja onih iz grupe koja odgovara "sumnjivoj" sredini \bar{y}_{ig} .

Test odluka je sljedeća:

$$|\hat{v}_{ig}''| \leq t_{1-\alpha_0/2}(f'')m_{\hat{v}_{ig}}'' \quad - \text{ prihvaća se } H_{0,ig}; \quad (6.3.35a)$$

$$|\hat{v}_{ig}''| > t_{1-\alpha_0/2}(f'')m_{\hat{v}_{ig}}'' \quad - \text{ prihvaća se } H_{a,ig}, \quad (6.3.35b)$$

pri čemu se stepeni slobode računaju na sljedeći način (za srednje kvadrate odstupanja koriste se oznake koje su uvedene u ovoj disertaciji):

$$f'' = (C_1''m_E^2 + C_2''m_{B|A}^2)^2 \left(C_1''^2 \frac{m_E^4}{N-B} + C_2''^2 \frac{m_{B|A}^4}{B-a} \right)^{-1}, \quad (6.3.36)$$

gdje su (napisano u eksplicitnom obliku, tj. bez uvođenja pomoćnih oznaka u formulama kao što je to slučaj u izvornom prikazu):

$$C_1'' = \frac{n_{ig} \sum_{j=1}^{g-1} n_{ij}^{-1} + (g-1)^2}{n_{ig}(g-1)^2} - C_2'' \quad \text{i} \quad C_2'' = \frac{g}{v_1(g-1)}, \quad (6.3.37)$$

sa v_1 iz (6.1.27).

U slučaju prihvatanja hipoteze $H_{a,ig}$, definitivno se odbacuje grupa podataka koja odgovara sredini \bar{y}_{ig} , pa se procedura usmjerava na početak, tj. na ponovnu primjenu testa PEROBHIK-2S ε (ovdje se, nerijetko, dešava da ima po nekoliko odskačućih rezultata – iz iskustva autora ove disertacije), što će dovesti do nove ocjene m_{ε}^2 , pa posljedično i nove ocjene m_{ω}^2 . Po završetku PEROBHIK-2S ε testa, nastavlja se iterativna procedura PEROBHIK-2S ω testa, dok god se u potpunosti ne "očiste" odskačuće sredine. Zatim se prelazi na test PEROBHIK-2S v .

PEROBHIK-2Sv. Testiranje postojanja grubih grešaka među ν_i i računanje m_{ν}^2

Pomoću ocjena m_{ε}^2 i m_{ω}^2 , dobijenih u prethodnom dijelu procedure, izračuna se ocjena m_{ν}^2 (na osnovu (6.1.48)). Ove tri ocjene su polazne za ovdašnje testiranje.

Prvo se računaju težine i njihove sume, kao:

$$P_{\bar{y}_{i..}} = 1/m_{\bar{y}_{i..}}^2 = 1/[m_{\nu}^2 + (\sum_{j=1}^{b_i} n_{ij}^2/n_{i.}^2)m_{\omega}^2 + m_{\varepsilon}^2/n_{i.}] \text{ i } P = \sum_{i=1}^a P_{\bar{y}_{i..}}, \quad (6.3.38)$$

a onda popravke i ocjene disperzija istih, na poznat način:

$$v_i = \bar{y}_P - \bar{y}_{i..}, \text{ sa } \bar{y}_P = \sum_{i=1}^a P_{\bar{y}_{i..}} \bar{y}_{i..} / P; \quad (6.3.39)$$

$$m_{v_i}^2 = 1/P_{\bar{y}_{i..}} - 1/P, \quad (6.3.40)$$

Ovdje se testira hipoteza:

$$\begin{aligned} H_{0,i} &: (\forall i \in W_1)(G_i = 0), \text{ protiv} \\ H_{a,i} &: (\exists i \in W_1)(G_i \neq 0), \end{aligned} \quad (6.3.41)$$

zbog čega je potrebno sračunati apsolutne vrijednosti studentizovane popravke:

$$T_i = v_i / m_{v_i} = (\bar{y}_P - \bar{y}_{i..}) / \sqrt{1/P_{\bar{y}_{i..}} - 1/P}, \quad (6.3.42)$$

i izdvojiti "sumnjivu" sredinu $\bar{y}_{g..}$, kojoj odgovara $|T_g| = \max |T_i|$. Zatim se upostavlja preuređeni, neopadajući niz sredina, $Y_1, Y_2, \dots, Y_{a-1}, Y_a$, gdje je $Y_a = \bar{y}_{g..}$, a Y_1 je sredina za koju imamo $\min |T_i|$.

Sada se testira hipoteza:

$$H_{0,g} : G_g = 0, \text{ protiv } H_{a,g} : G_g \neq 0. \quad (6.3.43)$$

Radi toga, na poznat način, uspostavlja se sljedeća **test statistika**:

$$T_g = \frac{\hat{v}_g'}{m_{\hat{v}_g'}} | H_{0,g} \sim t(f'), \quad (6.3.44)$$

gdje, koristeći članove prethodno uvedenog preuređenog niza sredina, imamo da je:

$$\hat{v}_g' = \bar{y}'_P - \bar{y}_{g..}, \text{ sa } \bar{y}'_P = (\sum_{i=1}^{a-1} P_{Y_i} Y_i) / P'; \quad (6.3.45)$$

$$m_{\hat{v}_g'}^2 = 1/P_{\bar{y}_{g..}} + 1/P', \text{ sa } P' = \sum_{i=1}^{a-1} P_{Y_i}. \quad (6.3.46)$$

Težine iz (6.3.45) i (6.3.46) se dobijaju na osnovu ocjena $m_{\varepsilon}^{\prime 2}$, $m_{\omega}^{\prime 2}$ i $m_{\nu}^{\prime 2}$, izračunatih, redom, prema (6.1.50), (6.1.49) i (6.1.48), na osnovu svih preostalih

podataka poslije zanemarivanja onih iz grupe koja odgovara "sumnjivoj" sredini $\bar{y}_{g..}$. Tako imamo:

$$P_{Y_i} = 1 / m_{Y_i}^2 = 1 / [m_{\nu'}^2 + (\sum_{j=1}^{b_i} n_{ij}^2 / n_{i\cdot}^2) m_{\omega}^2 + m_{\epsilon}^2 / n_{i\cdot}]. \quad (6.3.47)$$

Test odluka je sljedeća:

$$|\hat{v}'_g| \leq t_{1-\alpha_0/2}(f') m_{\hat{v}'_g} \quad - \text{ prihvata se } H_{0,g}; \quad (6.3.48a)$$

$$|\hat{v}'_g| > t_{1-\alpha_0/2}(f') m_{\hat{v}'_g} \quad - \text{ prihvata se } H_{a,g}, \quad (6.3.48b)$$

gdje se stepeni slobode računaju na sljedeći način (za srednja kvadratna odstupanja se i na ovom mjestu koriste oznake koje su uvedene u ovoj disertaciji):

$$f' = (C'_1 m_E^2 + C'_2 m_{B|A}^2 + C'_3 m_A^2)^2 \left(C_1'^2 \frac{m_E^4}{N-B} + C_2'^2 \frac{m_{B|A}^4}{B-a} + C_3'^2 \frac{m_A^4}{a-1} \right)^{-1}, \quad (6.3.49)$$

pri čemu su (i ovdje napisano u eksplicitnom obliku, tj. bez uvođenja pomoćnih oznaka u formulama kao u izvornom prikazu):

$$C'_1 = \frac{n_g \cdot \sum_{i=1}^{g-1} n_{i\cdot}^{-1} + (g-1)^2}{n_g \cdot (g-1)^2} - C'_2 - \left(\frac{2v_3 - v_1}{v_1} \right) C'_3, \quad (6.3.50)$$

$$C'_2 = \frac{n_g^2 \cdot \sum_{i=1}^{g-1} (\sum_{j=1}^{b_i} n_{ij}^2) / n_{i\cdot}^2 + (g-1)^2 \sum_{j=1}^{b_g} n_{gj}^2}{v_1 n_g^2 (g-1)^2} - \frac{v_3}{v_1} C'_3, \quad (6.3.51)$$

$$C'_3 = \frac{g}{v_2 (g-1)}, \quad (6.3.52)$$

sa v_1 , v_2 i v_3 iz (6.1.27).

Ako uslijedi test odluka (6.3.48b), definitivno se odbacuje grupa podataka koja odgovara sredini $\bar{y}_{g..}$, pa se procedura, i ovaj put, usmjerava na početak. Dakle, ponovo se sprovodi PEROBHIK-2S ϵ test, pa onda i PEROBHIK-2S ω test (dešava se da se tada odskaćući rezultati pojave pri sprovođenju oba testa, a nekada samo kod jednog od njih – takođe, iz iskustva autora ove disertacije), kada se računaju nove ocjene m_{ϵ}^2 i m_{ω}^2 , a onda, na osnovu njih, i nova ocjena $m_{\nu'}^2$.

Kompletna procedura traje sve dok se ne ispostavi da više nema odskaćućih sredina. *Poslije nekoliko iteracija*, dobiće se **definitivne ocjene** m_{ϵ}^2 , m_{ω}^2 i $m_{\nu'}^2$.

EKSPERIMENTALNA ISTRAŽIVANJA I REZULTATI

Za potrebe eksperimenta u ovoj disertaciji, korišćeni su podaci prikupljeni sa intervalom registracije od 30 s, u periodu koji obuhvata 2008, 2009, 2010. i 2011.godinu, i to na ukupno deset permanentnih GPS stanica, koje se sve nalaze u Evropi, na Evroazijskoj tektonskoj ploči, unutar područja između $42^{\circ}06'09''$ i $52^{\circ}16'37''$ geografske širine i $07^{\circ}38'22''$ i $26^{\circ}54'44''$ geografske dužine.

Dvije od pomenutih stanica pripadaju crnogorskoj MontePos mreži permanentnih stanica, a podaci prikupljeni na njima obezbijedjeni su od strane Uprave za nekretnine Crne Gore. Ostalih osam su EPN (EUREF Permanent Network) stanice, pa su odnosni prikupljeni podaci preuzeti sa zvaničnog EUREF portala. Te stanice su uzete kao krajnje za pet baznih linija koje su korišćene u eksperimentalnim istraživanjima u ovoj disertaciji. Poređane od najkraće do najduže, to su bazne linije: TORI-IENG, IGMI-PRAT, BAR-PODG, BOR1-WROC i BACA-BAIA.

Podaci o EPN stanicama ažurirani su na zvaničnom portalu institucije ROB (Royal Observatory of Belgium), a autor je, u svojstvu osnovnog izvora informacija, koristio adresu http://epncb.oma.be/_networkdata/stationmaps.php, sa pripadajućim link-ovima. Korišćeni su i RINEX (Receiver INdependent EXchange) i DOFI (Detailed Obs File Information) file-ovi koje generiše TTC software za stanice MontePos mreže.

7.1 Osnovni podaci o infrastrukturi korišćenoj u eksperimentu

7.1.1 Bazna linija TORI-IENG

Objekti krajnje stanice ove bazne linije pripadaju EPN-u, pri čemu je IENG, ujedno, stanica IGS mreže. Koso rastojanje između stanica je ~ 5.6 km, a visinska razlika ~ 6 m.

Karakteristike stanice TORI

- **Osnovne informacije o stanici:**

Lokacija stanice: Torino, Italija

Stabilizacija: Držač na krovu zgrade (Politecnico di Torino);

- **Informacije o korišćenim prijemnicima:**

Prvi korišćeni prijemnik: TRIMBLE 4000SSI, sn.00011703

Datum instalacije: 02.08.2005.

Datum uklanjanja: **13.03.2008.**

Drugi korišćeni prijemnik: TRIMBLE 4000SSI, sn.00022778

Datum instalacije: **14.03.2008.**

Datum uklanjanja: **12.10.2009.**

Treći korišćeni prijemnik: LEICA GRX1200+GNSS, sn.495251

Datum instalacije: **13.10.2009.**

Datum privremenog uklanjanja: **08.03.2011.**

Datum ponovne instalacije: **08.03.2011.** (do kraja 2011. operativan);

• **Informacije o korišćenim antenama** (orijentisane 0° u odnosu na pravi sjever):

Prva korišćena antena: TRM29659.00, sn.118494

Antenski štiti: Nema

Datum instalacije: 13.07.1998.

Datum uklanjanja: **12.10.2009.**

Druga korišćena antena: LEIAR25, sn.09050010

Antenski štiti: LEIT, sn. 765734

Datum instalacije: **13.10.2009.**

Datum uklanjanja: **08.03.2011.**

Treća korišćena antena: LEIAR25.R3, sn.09330025

Antenski štiti: Nema

Datum instalacije: **08.03.2011.** (do kraja 2011. operativna).



Slika 7.1.1 – Antena TRM29659.00 (lijevo) i LEIAR25.R3 (desno) na krovu PoliTO (Politecnico di Torino) zgrade u Torinu

(izvor: <http://www.epncb.oma.be/networkdata/siteinfo4onestation.php?station=TORI00ITA>)

Karakteristike stanice IENG

- **Osnovne informacije o stanici:**

Lokacija stanice: Torino, Italija
Stabilizacija: Metalni stub – držač antene, fiksiran za zid najvišeg dijela zgrade INRIM (Istituto Nazionale di Ricerca Metrologica) kompleksa;

- **Informacije o korišćenom prijemniku:**

Jedini korišćeni prijemnik: ASHTECH Z-XII3T, sn.RT920010203
Datum instalacije: 04.10.2001. (do kraja 2011. operativan) ;

- **Informacije o korišćenoj anteni (orijentisana 0° u odnosu na pravi sjever):**

Jedina korišćena antena: ASH701945C_M, sn.CR5200 10512
Antenski štiti: Uklonjen 04.11.2001.
Datum instalacije: 04.10.2001. (do kraja 2011. operativna) .



Slika 7.1.2 – Pogled odozgo na antenu ASH701945C_M (lijevo) i sa strane (desno) smještene na krovu zgrade INRIM (Istituto Nazionale di Ricerca Metrologica) kompleksa u Torinu (izvor: <http://www.epncb.oma.be/networkdata/siteinfo4onestation.php?station=IENG00ITA>)

7.1.2 Bazna linija IGMI-PRAT

Stanice IGMI i PRAT su, takođe, u sastavu EUREF mreže, sa međusobnim kosim rastojanjem od ~ 13.6 km i visinskom razlikom ~ 25 m.

Karakteristike stanice IGMI

- **Osnovne informacije o stanici:**

Lokacija stanice: Firenca, Italija
Stabilizacija: Betonski stub, visine 1.30 m, smješten na krovu IGMI (Istituto Geografico Militare Italiano) zgrade;

- **Informacije o korišćenom prijemniku:**

Jedini korišćeni prijemnik: TPS ODYSSEY_E, sn.8RKF4G9IDXC
Datum instalacije: 02.05.2007.
Datum privremenog uklanjanja: **03.12.2008.**
Datum ponovne instalacije: **03.12.2008.** (do kraja 2011. operativan);

- **Informacije o korišćenim antenama** (orijentisane 0° u odnosu na pravi sjever):

Prva korišćena antena: TRM29659.00, sn.0220193249
Antenski štit: Nema
Datum instalacije: 30.07.1998.
Datum uklanjanja: **03.12.2008.**

Druga korišćena antena: TPSCR.G3, sn.383-0155
Antenski štit: TPSH
Datum instalacije: **03.12.2008.** (do kraja 2011. operativna).



Slika 7.1.3 – Antena TRM29659.00 (lijevo) i TPSCR.G3 (desno) na krovu IGMI (Istituto Geografico Militare Italiano) zgrade u Firenci

(izvor: <http://www.epncb.oma.be/networkdata/siteinfo4onestation.php?station=IGMI00ITA>)

Karakteristike stanice PRAT

- **Osnovne informacije o stanici:**

Lokacija stanice: Prato, Italija
Stabilizacija: Betonski stub, visine 1.30 m, smješten na krovu zgrade univerzitetskog kompleksa (PIN – Polo Universitario Città di Prato);

- **Informacije o korišćenim prijemnicima:**

Prvi korišćeni prijemnik: TRIMBLE 4000SSI, sn.19760

Datum instalacije: 01.05.1998.

Datum uklanjanja: 06.12.2011.

Drugi korišćeni prijemnik: LEICA GR10, sn.1700856

Datum instalacije: 06.12.2011. (do kraja 2011. operativan);

• **Informacije o korišćenim antenama** (orijentisane 0° u odnosu na pravi sjever):

Prva korišćena antena: TRM29659.00, sn.90353

Antenski štiti: Nema

Datum instalacije: 01.05.1998.

Datum uklanjanja: **06.12.2011.**

Druga korišćena antena: LEIAR10, sn.14146027

Antenski štiti: Nema

Datum instalacije: **06.12.2011.** (do kraja 2011. operativna).



Slika 7.1.4 – Antena TRM29659.00 (lijevo) i LEIAR10 (desno) na krovu zgrade univerzitetskog kompleksa (PIN – Polo Universitario "Città di Prato") u Pratu (izvor: <http://www.epncb.oma.be/networkdata/siteinfo4onestation.php?station=PRAT00ITA>)

7.1.3 Bazna linija BOR1-WROC

Obje krajnje stanice ove bazne linije, koje su u sastavu EUREF mreže, ujedno su i dio IGS mreže. Nalaze se na međusobnom kosom rastojanju od ~ 129.5 km, a njihova visinska razlika je ~ 56 m.

Karakteristike stanice BOR1

• **Osnovne informacije o stanici:**

Lokacija stanice: Boroviec, Poljska

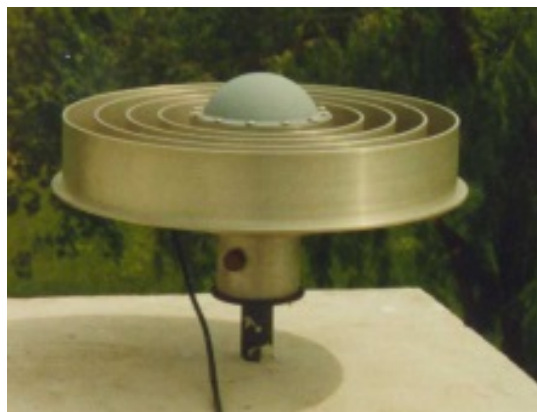
Stabilizacija: Betonski stub na krovu glavne zgrade
Astrogeodinamičke observatorije;

- **Informacije o korišćenom prijemniku:**

Jedini korišćeni prijemnik: TRIMBLE NETRS, sn.4623116529
Datum instalacije: 08.07.2007.
Datum privremenog uklanjanja: **06.03.2008.**
Datum ponovne instalacije: **06.03.2008.** (do kraja 2011. operativan) ;

- **Informacije o korišćenju anteni** (orijentisana 0° u odnosu na pravi sjever):

Jedina korišćena antena: AOAD/M_T, sn.418
Antenski štiti: Nema
Datum instalacije: **31.05.1999.** (do kraja 2011. operativna) .



Slika 7.1.5 – Stanica BOR1 desno na krovu glavne zgrade
Astrogeodinamičke observatorije u Boroviciu

(izvor: http://www.epncb.oma.be/_networkdata/siteinfo4onestation.php?station=BOR100POL)

Karakteristike stanice WROC

- **Osnovne informacije o stanici:**

Lokacija stanice: Vroclav, Poljska
Stabilizacija: Betonski stub smješten na krovu IGG (Institute of Geodesy and Geoinformatics) zgrade;

- **Informacije o korišćenim prijemnicima:**

Prvi korišćeni prijemnik: LEICA GRX1200GGPRO, sn.351911
Datum instalacije: 13.11.2007.
Datum privremenog uklanjanja: **23.01.2008.**
Datum ponovne instalacije: **23.01.2008.**
Datum privremenog uklanjanja: **27.05.2008.** (zamijenjen)

Drugi korišćeni prijemnik: LEICA GRX1200GGPRO, sn.355966

Datum instalacije: **27.05.2008.**

Datum uklanjanja: **23.07.2008.**

Prvi korišćeni prijemnik (vraćen): LEICA GRX1200GGPRO, sn.351911

13 puta privremeno uklanjan i vraćan istog dana, a odnosni datumi su:

23.07. i 12.09.2008.

19.01, 09.02, 20.03, 22.04, 05.05. i 29.07.2009.

09.02, 29.04, 30.04. i 05.07.2010.

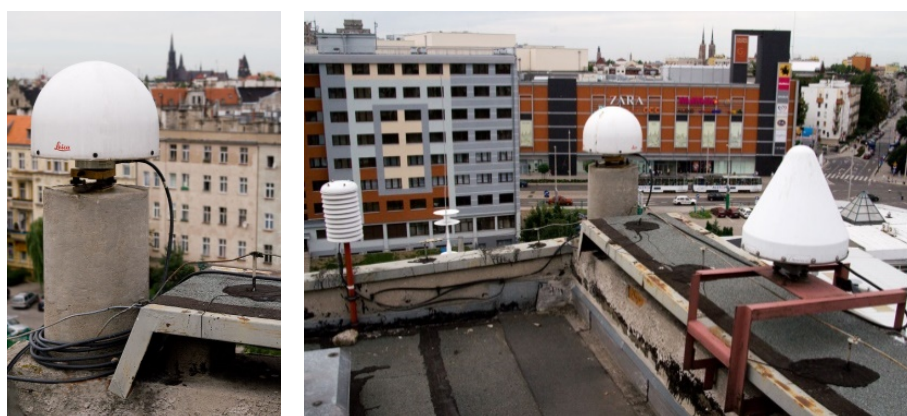
18.03. i 19.05.2011 (do kraja 2011. operativan);

- **Informacije o korišćenoj anteni** (orijentisana 0° u odnosu na pravi sjever):

Jedina korišćena antena: LEIAT504GG, sn.200042

Antenski štiti: LEIS

Datum instalacije: 13.04.2007. (do kraja 2011. operativna).



Slika 7.1.6 – Antena LEIAT504GG permanentne stanice (lijevo) i ona zajedno sa antenom referentne stanice (RTK/DGPS) i meteorološkim sensorima (desno) na krovu IGG (Institute of Geodesy and Geoinformatics) zgrade u Vroclavu (izvor: <http://www.epncb.oma.be/networkdata/siteinfo4onestation.php?station=WROC00POL>)

7.1.4 Bazna linija BACA-BAIA

I ovdje su u pitanju krajnje stanice koje pripadaju EUREF mreži. Njihovo međusobno koso rastojanje iznosi ~ 281.9 km, a njihova visinska razlika je ~ 52 m.

Karakteristike stanice BACA

- **Osnovne informacije o stanici:**

Lokacija stanice: Bakau, Rumunija

Stabilizacija: Čelični jarbol, visine 3.50 m, na krovu zgrade

Gradske skupštine;

- **Informacije o korišćenom prijemu:**

Jedini korišćeni prijemu: LEICA GRX1200PRO, sn.452503
Datum instalacije: 05.08.2005. (do kraja 2011. operativan);

- **Informacije o korišćenju anteni** (orijentisana 0° u odnosu na pravi sjever):

Jedina korišćena antena: LEIAT504, sn.102525
Antenski štiti: LEIS
Datum instalacije: 05.08.2005. (do kraja 2011. operativna).



Slika 7.1.7 – Antena LEIAT504 na krovu zgrade Gradske skupštine u Bakau
(izvor: <http://gnss.rompos.ro/spiderweb/frmSiteOverviewMap.aspx>)

Karakteristike stanice BAIA

- **Osnovne informacije o stanici:**

Lokacija stanice: Baja Mare, Rumunija
Stabilizacija: Čelični jarbol, visine 4.00 m, na krovu zgrade
(National Agency for Cadastre and Land
Registration);

- **Informacije o korišćenom prijemu:**

Jedini korišćeni prijemu: LEICA GRX1200PRO, sn.451105
Datum instalacije: 10.06.2005. (do kraja 2011. operativan);

- **Informacije o korišćenju anteni** (orijentisana 0° u odnosu na pravi sjever):

Jedina korišćena antena: LEIAT504, sn.102187

Antenski štit: LEIS
Datum instalacije: 10.06.2005. (do kraja 2011. operativna) .



Slika 7.1.8 – Antena LEIAT504 na krovu NACLR
(National Agency for Cadastre and Land Registration) zgrade u Baja Mareu
(izvor: <http://www.epncb.oma.be/networkdata/siteinfo4onestation.php?station=BAIA00ROU>)

7.1.5 Bazna linija BAR-PODG

Krajnje stanice ove bazne linije pripadaju crnogorskoj MontePos mreži permanentnih stanica. Njihovo međusobno koso rastojanje iznosi ~ 40.0 km, a njihova visinska razlika je ~ 38 m.

Karakteristike stanice BAR

- **Osnovne informacije o stanici:**

Lokacija stanice: Bar, Crna Gora

Stabilizacija: Čelični jarbol pričvršćen za krov Gradske skupštine;



Slika 7.1.9 – Antena LEIAT504 na krovu zgrade Gradske skupštine u Baru

- **Informacije o korišćenom prijemniku:**

Jedini korišćeni prijemnik: LEICA GRX1200GGPRO, sn.458060

Operativnost: Prije 2008. i poslije 2011.godine;

- **Informacije o korišćenoj anteni (orijentisana 0° u odnosu na pravi sjever):**

Jedina korišćena antena: LEIAT504

Antenski štit: LEIS

Operativnost: Prije 2008. i poslije 2011.godine.

Karakteristike stanice PODG

- **Osnovne informacije o stanici:**

Lokacija stanice: Podgorica, Crna Gora

Stabilizacija: Čelični jarbol na krovu zgrade u kojoj je nekada bila smještena PJ Uprave za nekretnine Podgorica;

- **Informacije o korišćenom prijemniku:**

Jedini korišćeni prijemnik: LEICA GRX1200GGPRO, sn.458302

Operativnost: Prije 2008. i poslije 2011.godine;

- **Informacije o korišćenoj anteni (orijentisana 0° u odnosu na pravi sjever):**

Jedina korišćena antena: LEIAT504

Antenski štit: LEIS

Operativnost: Prije 2008. i poslije 2011.godine.



Slika 7.1.10 – Antena LEIAT504 na krovu zgrade u kojoj je nekada bila smještena PJ Uprave za nekretnine Podgorica

7.2 Uspostavljanje fiksnih rješenja i proračuni kojima su ista podvrgnuta

Za obradu svih prikupljenih podataka GPS mjerenja, a u cilju dobijanja fiksnih rješenja za svaku od pet baznih linija (opisanih u poglavljima 7.1.1-5), u ovom radu je korišćen **TTC** (Trimble Total Control) **software v2.7**, pri čemu su, prethodno, izvršena sljedeća podešavanja:

- Interval podataka koji se obrađuju: 30 s;
- Preferiranje *P-koda*;
- Uzimanje u obzir mjerenja ka svim GPS satelitima sa *elevacijom većom od 10°*;
- Korišćenje preciznih orbita (*IGS Final Product*);
- Korišćenje *LC3 linearne kombinacije* kod svih pet baznih linija;
- Korišćenje *Default Trimble Calibration* antenskog modela (jedan od ponuđena tri u software-u; ne postoji opcija "bez korišćenja antenskog modela" u istom);
- *Saastamoinen model* troposferskih uticaja sa vrijednostima parametara koje odgovaraju standardnoj atmosferi (temperatura 20 °C, pritisak 1013 hPa i relativna vlažnost vazduha od 50% na nivou mora);
- *Meteorološki model MSISE-90 (Mass Spectrometer and Incoherent Scatter Extended Atmospheric Model 1990)* ([Hedin, 1991](#)), koji predstavlja proširenje modela MSIS-86 ([Hedin, 1987](#));
- *OTF (On-The-Fly) tehnika obrade podataka* prikupljenih u statičkom režimu, kao pomoćna za pronalaženje fiksnih rješenja za svaku epohu opažanja, jer je takva rješenja bilo moguće dobiti jedino ukoliko se jedan od prijemnika bazne linije posmatra kao da se kreće u statističkoj oblasti greške položaja (analogno kinematičkom slučaju);
- Filter za odabir rješenja podešen je tako da u svakom slučaju bude *usvojeno najbolje rješenje* (best solution) *od svih*, tj. najbolje od fiksnih rješenja dobijenih na osnovu mjerenja na pojedinačnim frekvencijama (L1 i L2) i fiksnih rješenja dobijenih na osnovu tri dostupne vrste linearnih kombinacija mjerenja u software-u, a to su LC3, LC5 i LC6 (vidjeti poglavlje 4.1.1.4);
- Ostala podešavanja su usvojena onakva kakva egzistiraju u software-u.

U naknadnoj obradi podataka, naravno, uvijek je jedna od dvije krajnje GPS stanice bazne linije usvojena je kao referentna, čime je obezbijeđeno da su svi uticaji koji se analiziraju u ovoj disertaciji sadržani u fiksnim rješenjima za relativne koordinate e , n i

u. Pored toga, kao referentni satelit, software-ski je podrazumijevan onaj koji je najduže bio vidljiv u toku mjerne sesije.

Obradom GPS mjerenja prikupljenih na krajevima svih pet baznih linija, dobijeno je ukupno 17 899 993 fiksna rješenja, što odgovara broju od 53 699 979 podataka za koordinate *e*, *n* i *u* (ovi podaci su pomenuti i u poglavlju 6.3.3), a to je 85.1% maksimalnog broja od 21 038 400 fiksnih rješenja (ili ukupno 63 115 200 podataka za koordinate *e*, *n* i *u*), koji bi se dobio u slučaju da su GPS mjerenja registrovana u svakoj epohi (tj. na svakih 30 s) u toku pomenute četiri godine (što nije bio slučaj), a onda ta rješenja uspostavljena za svaku tu epohu mjerenja.

Proračuni kojima su podvrgnuta fiksna rješenja, kao polazni podaci u istraživanju, izvršeni su korišćenjem subdnevni (odgovaraju periodu obdanice i noći), cjelodnevni i mjesečni vremenski serija tih rješenja. Pri tome, za period obdanice usvojen je period između 06 i 18 h, dok je preostali period, od 18 do 06 h sljedećeg dana, pripao periodu noći. Cjelodnevni period, naravno, integriše oba subdnevna perioda. Naime, pomenuti proračuni izvršeni su pojedinačno za svaku obdanicu, noć, cijeli dan, kao i mjesec (upotrijebljene su mjesečne vremenske serije fiksnih rješenja koja se odnose samo na period obdanica, samo na period noći, kao i kompletne mjesečne vremenske serije, koje integrišu fiksna rješenja koja se odnose na cjelodnevni period) u svakoj od četiri razmatrane kalendarske godine (2008, 2009, 2010. i 2011.godina). Ovakav izbor kalendarskih godina nije slučajna, tj. izvršen je kako bi bio obuhvaćen i period sa minimalnom i period sa povećanom solarnom aktivnošću unutar odnosnog 11-ogodišnjeg ciklusa.

Dakle, zaista je u pitanju veoma veliki broj rezultata za glavne komponente disperzija ukupnih grešaka relativnih koordinata *e*, *n* i *u*.

Treba napomenuti da je jedan broj fiksnih rješenja, iz nekog od više mogućih razloga, dobijen na osnovu nekorektno riješenih faznih neodređenosti u OTF režimu naknadne obrade (to nije tema ovdašnjeg istraživanja, pa se ti razlozi ne razmatraju), zbog čega su ista pogrešna. Iz tog razloga, kao alat za grubo "čišćenje" vremenskih serija od takvih odskačućih fiksnih rješenja, u svakom od pomenutih pojedinačnih proračuna najprije je korišćen " 3σ " kriterijum dozvoljenih odstupanja. Dakle, samo preostala fiksna rješenja su, onda, korišćena kao ulazni podaci za računanje pomenutih komponenti disperzija.

Pri proračunima su varirani vremenski intervali za ocjenu disperzije čisto slučajnih uticaja (intervali od 3 i 5 min) i disperzije "far-field" uticaja višestruke refleksije (intervali od 90, 120 i 180 min), dok je ocjena disperzije zbirnih troposfersko-jonosferskih, zajedno sa uticajima ekscentriciteta i varijacija faznih centara antena prijemnika i uticajima "near-field" komponente višestruke refleksije, za svaku od tri relativne koordinate (e , n i u), računata na osnovu dvije prethodno pomenute.

Tako, u svim proračunima, pomenuta varijacija vremenskih intervala realizovana je u vidu šest varijanti. Uvodi se opšta oznaka *Varijanta* (p,m), gdje:

$$(p, m) \in \{(3, 90), (3, 120), (3, 180), (5, 90), (5, 120), (5, 180)\}. \quad (7.2.1)$$

Radi lakšeg savlađivanja veoma velikog broja podataka, autor ove disertacije je, pored ostalih, koristeći **Force** (FORtran Compiler and Editor) **v2.0**, napravio tri programa, koji su, redom, izvršili sljedeće zadatke (posebno je kompleksan treći program):

- Ubacivanje "nula" na mjestima praznina u podacima, tj. kod epoha za koje nije dobijeno fiksno rješenje u korišćenom software-u ili kod epoha kod kojih, iz nekog razloga, nijesu registrovana GPS mjerenja, pa se za iste fiksno rješenje nije ni moglo uspostaviti (ovim je omogućena mnogo jednostavnija i pouzdanija podjela razmatranog skupa fiksnih rješenja po obdanicama, noćima i cijelim danima, a u tu svrhu je korišćen **Simple Text Splitter v0.5**);
- Odbacivanje fiksnih rješenja koja ne zadovoljavaju *kriterijum dozvoljenih odstupanja* " 3σ ", prije pojedinačnih proračuna po obdanicama, noćima, cijelim danima i mjesecima, i formiranje ulaznih file-ova za ocjenjivanje glavnih komponenti disperzija ukupnih grešaka za sve tri relativne koordinate (ubačeni "nula" podaci nijesu učestvovali niti u jednom proračunu, što je uslovljeno odnosnim linijama napravljenog programa);
- Ocjenjivanje glavnih komponenti disperzija ukupnih grešaka za sve tri relativne koordinate i, pored ostalog, računanje njihovih kovarijacija i koeficijenata korelacije, upotrebom *dvostruke hijerarhijske klasifikacije sa slučajnim efektima bez interakcija, sa nejednakim brojem podataka po grupama*, uz primjenu *PEROBHIK2S metode* za fino odbacivanje podataka koji sadrže grube greške (vidjeti poglavlje 6.3.3) (ubačeni "nula" podaci ni ovdje nijesu učestvovali u proračunima, što je, takođe, programski uslovljeno, a obezbijedeno je i da u tim proračunima ne učestvuju grupe podataka u kojima je, poslije odbacivanja

odskakućih, bilo prethodnom primjenom *kriterijuma* " 3σ ", bilo kasnijom primjenom PEROBHIK2S metode, preostalo manje od 60% potpunog broja podataka).

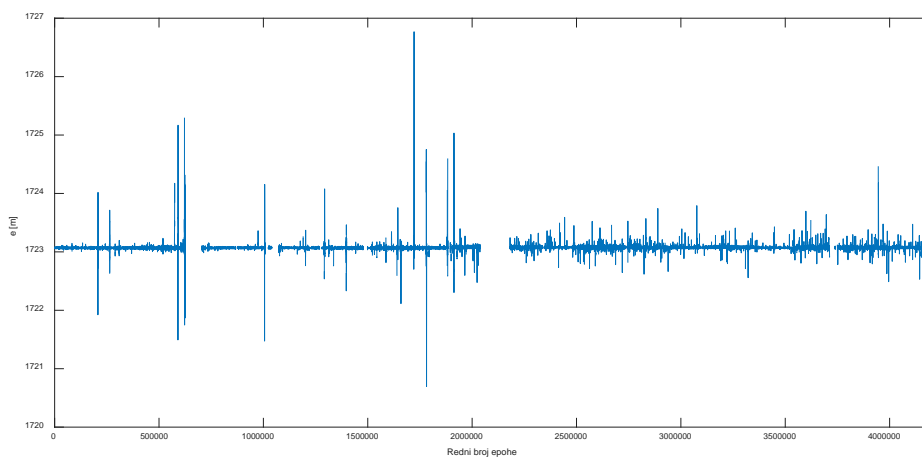
U poglavljima 7.3-7 će se, za svaku od pet baznih linija, za razmatrani period od četiri kalendarske godine, grafički prikazati sva fiksna rješenja tih baznih linija, računata za pojedinačne epohe. Ovaj prikaz će, neminovno, obuhvatiti i ekstremne vrijednosti, koje odgovaraju pogrešno uspostavljenim rješenjima. A, kako bi se dokazala opravdanost pretpostavki iz (6.1.4) vezano za rezidualne (kvazislučajne) uticaje, koje omogućavaju primjenu dvofaktorske hijerarhijske klasifikacije sa slučajnim efektima bez interakcija u istraživanjima kojima se bavi ova disertacija, prikaz u poglavljima 7.3-7 će, zbog kontrole obimnosti, pratiti skraćena prezentacija (samo za proizvoljno izabrani mjesec) odnosnih histograma frekvencija ukupnih grešaka za svaku od relativnih koordinata (nakon primjene *kriterijuma dozvoljenih odstupanja* " 3σ "). Na osnovu tih histograma, može se jasno zaključiti da je uvođenje pomenutih pretpostavki opravdano.

Za grafičku obradu i analizu podataka, korišćen je program **MATLAB R2017b**.

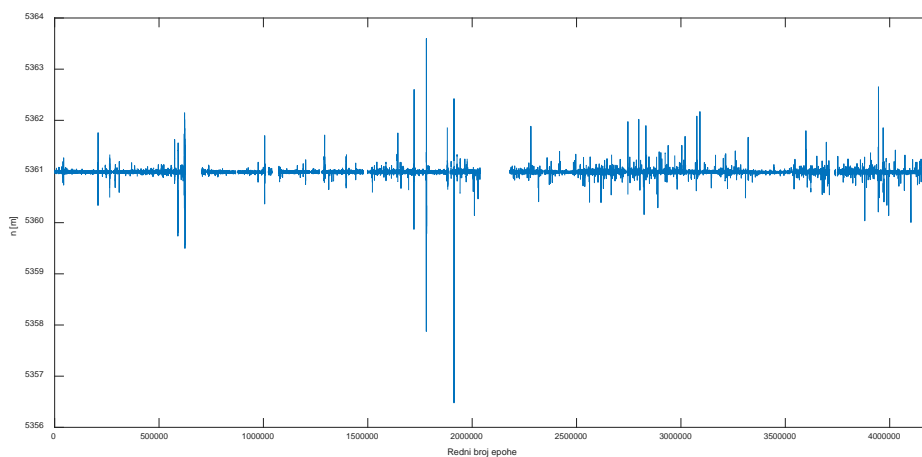
Zbog veoma velikog broja rezultata, posredstvom tabela, u istim poglavljima, *prikazaće se samo relevantni rezultati dobijeni za svaku varijantu iz (7.2.1), za svaki pristup (obdanice, noći i cijeli dani u mjesečnim vremenskim serijama), dok će se, kroz tekst, u najkraćim crtama, obuhvatiti i ekstremni slučajevi u rezultatima dobijenim na osnovu pojedinačnih proračuna po svakoj od raspoloživih obdanica, noći i cijelih dana*. Takvim načinom prikaza postićiće se jedan rezimirani prikaz dobijenih rezultata.

7.3 Rezultati proračuna za baznu liniju TORI-IEENG (5.6 km)

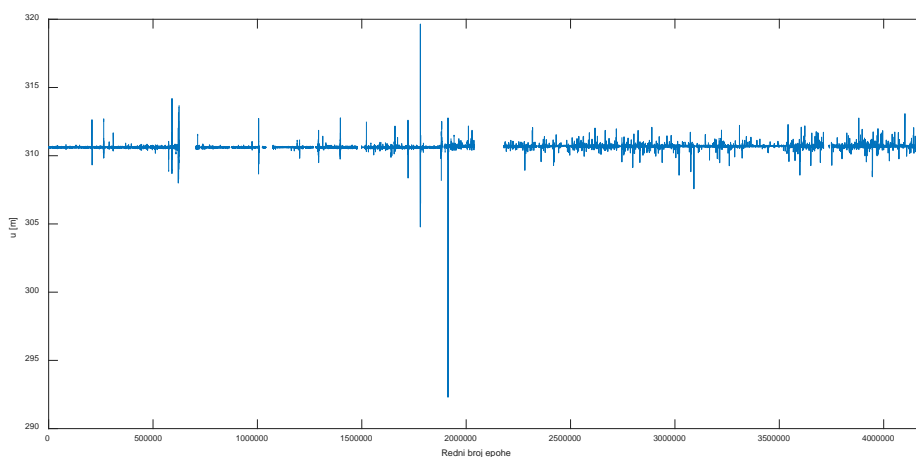
Sva dobijena fiksna rješenja za ovu baznu liniju prikazana su na slikama 7.3.1-3, razdvojeno po koordinatama e , n i u , redom, po epohama. Njihov broj iznosi 3 309 891, što je 78.66% maksimalnog broja 4 207 680, koji bi bio zastupljen u slučaju da je za svaku epohu uspostavljeno fiksno rješenje. Uvidom u grafike na pomenutim slikama, lako se uočava da su pojedina fiksna rješenja izračunata na osnovu pogrešno određenih cjelobrojnih vrijednosti, koje treba da budu reprezentanti faznih neodređenosti zastupljenih u faznim GPS mjerenjima. Odstupanja su, što je očekivano, znatno veća kod koordinate u . Praznine na graficima, naravno, predstavljaju izostala fiksna rješenja. Poslije primjene *kriterijuma dozvoljenih odstupanja* " 3σ ", preostala su fiksna rješenja koja su korišćena kao ulazni podaci za računanje komponenti disperzija tri koordinate.



Slika 7.3.1 – Sva fiksna rješenja bazne linije TORI-IENG za koordinatu e (2008-2011)

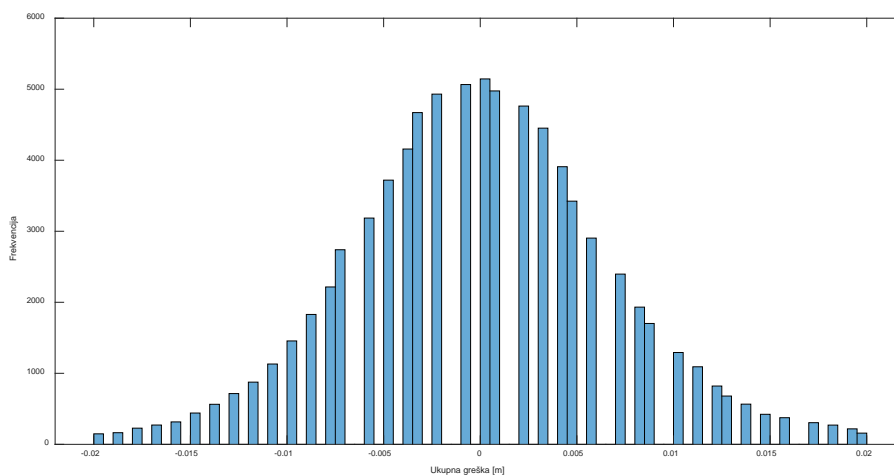


Slika 7.3.2 – Sva fiksna rješenja bazne linije TORI-IENG za koordinatu n (2008-2011)

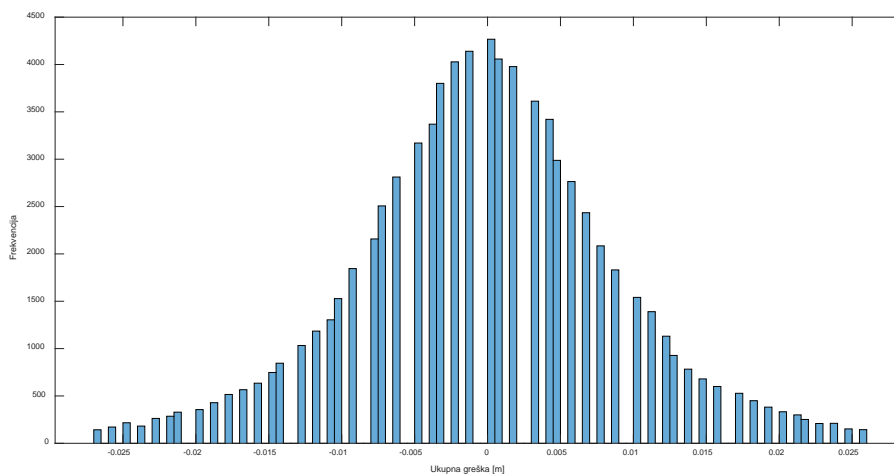


Slika 7.3.3 – Sva fiksna rješenja bazne linije TORI-IENG za koordinatu u (2008-2011)

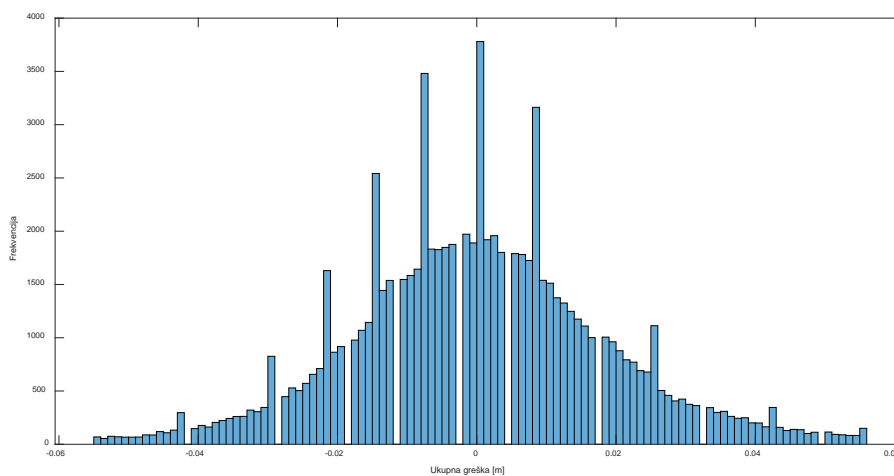
Na slikama 7.3.4-6, u nastavku izlaganja, prikazani su histogrami frekvencija ukupnih grešaka za svaku od tri relativne koordinate, u slučaju jednog izabranog mjeseca unutar razmatranog četvorogodišnjeg perioda (2008-2011).



Slika 7.3.4 – Histogram frekvencija ukupnih grešaka Δe za baznu liniju TORI-IENG (jul mjesec 2008.godine)



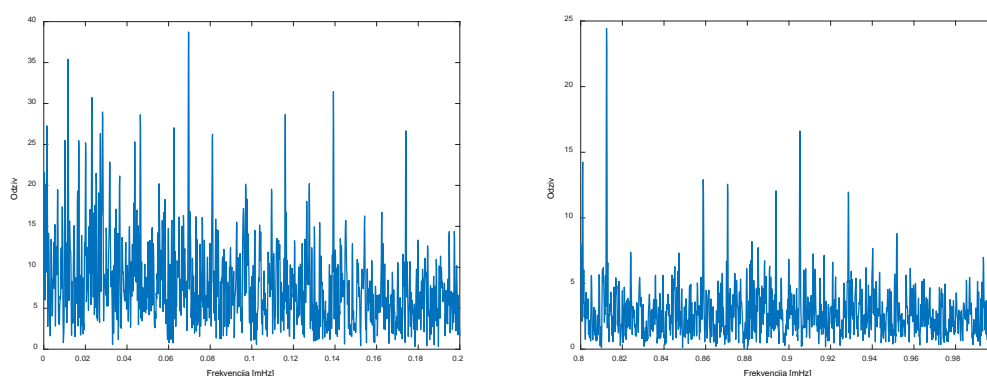
Slika 7.3.5 – Histogram frekvencija ukupnih grešaka Δn za baznu liniju TORI-IENG (jul mjesec 2008.godine)



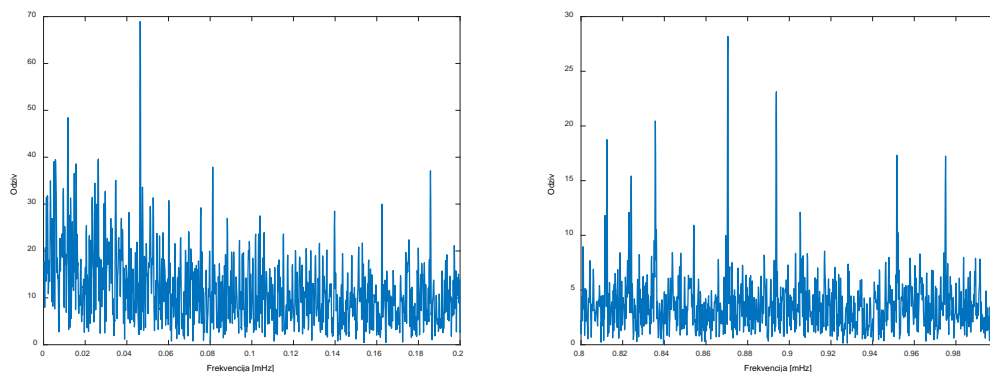
Slika 7.3.6 – Histogram frekvencija ukupnih grešaka Δu za baznu liniju TORI-IENG (jul mjesec 2008.godine)

Računanju pomenutih komponenti disperzija, radi uspostavljanja adekvatnih vremenskih intervala za ocjenjivanje disperzije čisto slučajnih uticaja i disperzije rezidualnih "far-field" uticaja višestruke refleksije, prethodilo je sagledavanje ukupnih grešaka Δe , Δn i Δu fiksnih rješenja u frekvencijskom domenu. Na taj način, omogućeno je ustanovljenje periodičnosti rezidualnih uticaja. Te periodičnosti indirektno reprezentuju najviši (dominantni) "šiljci" (engl. *peaks*) u odzivima odnosnih frekvencija na dijagramima predstavljenim na slikama 7.3.7a-c, 7.3.8a-c i 7.3.9a-c, gdje su, zbog bolje preglednosti, prikazani dijagrami za dio spektra relevantan za ustanovljenje minimalnog perioda "far-field" uticaja višestruke refleksije, kao i za dio spektra gdje se uočava periodičnost troposfersko-jonosferskih zajedno sa uticajima ekscentriciteta i varijacija faznih centara antena prijemnika i, ako postoje, "near-filed" uticajima sa višechaosovnim periodom djelovanja. Reprezentativni vremenski periodi birani su na osnovu informacija o korišćenim antenama u eksperimentu, tako da su vezani za neki period prije i poslije datuma promjene antena, sve sa ciljem da se uoče razlike u frekvencijskom domenu nastale usljed tih promjena (u periodu 2008-2011.godina na stanici TORI je bilo pomenute vrste promjena, a na stanici IENG nije – poglavlje 7.1.1). Tako su, za svaku od tri koordinate, izabrane po tri vremenske serije ukupnih grešaka (namjerno iz istog godišnjeg doba i za isti mjesec u godini), koje odgovaraju periodima:

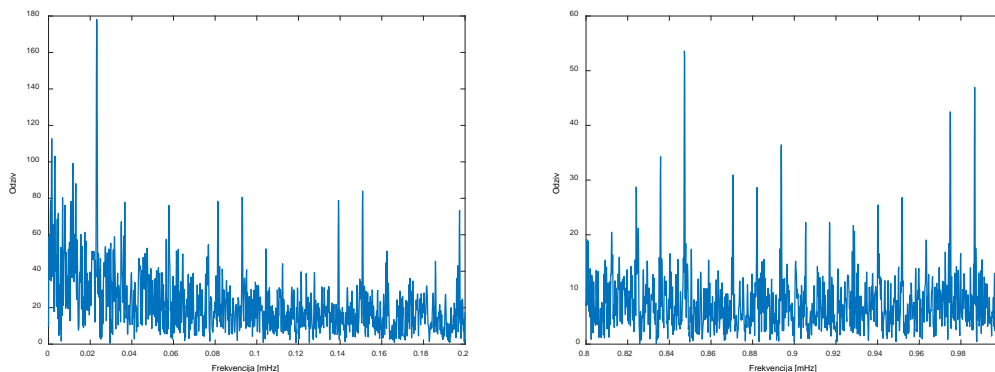
- (1) **01-31.08.2009.godine** (na krajnjim stanicama bazne linije bile su zastupljene antene tipa TRM29659.00 i ASH701945C_M);
- (2) **01-31.08.2010.godine** (na krajnjim stanicama bazne linije bile su zastupljene antene tipa LEIAR25 i ASH701945C_M); i
- (3) **01-31.08.2011.godine** (na krajnjim stanicama bazne linije bile su zastupljene antene tipa LEIAR25.R3 i ASH701945C_M).



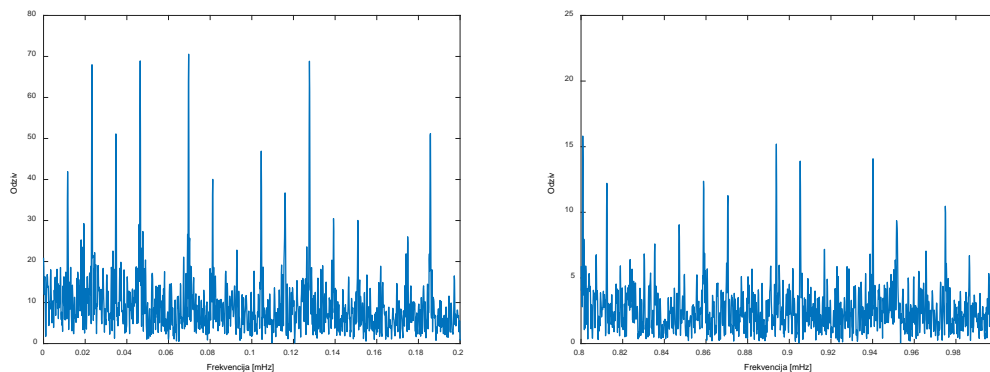
Slika 7.3.7a – Djelovi spektra za Δe kod bazne linije TORI-IENG (01-31.08.2009.godine)



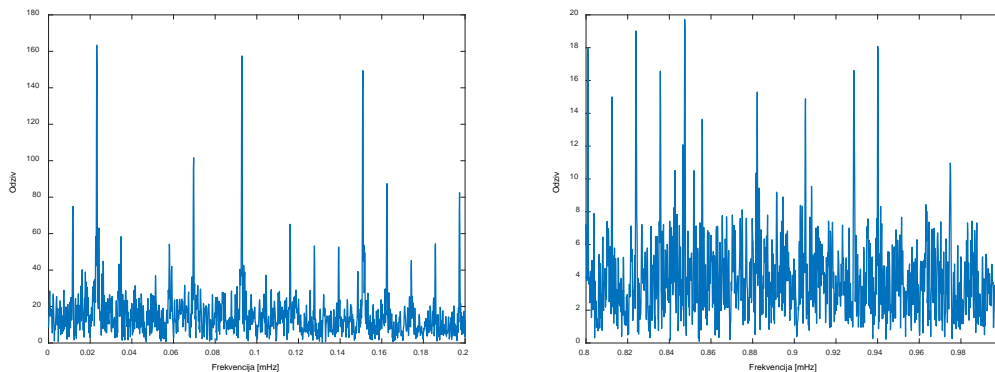
Slika 7.3.8a – Djelovi spektra za Δn kod bazne linije TORI-IENG (01-31.08.2009.godine)



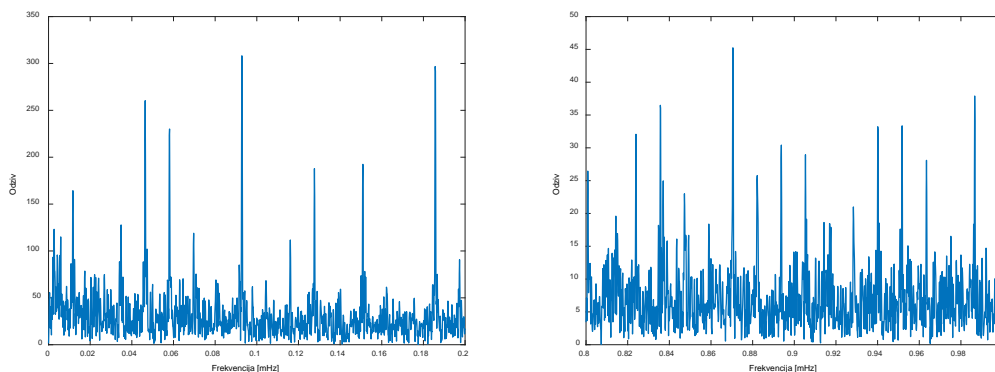
Slika 7.3.9a – Djelovi spektra za Δu kod bazne linije TORI-IENG (01-31.08.2009.godine)



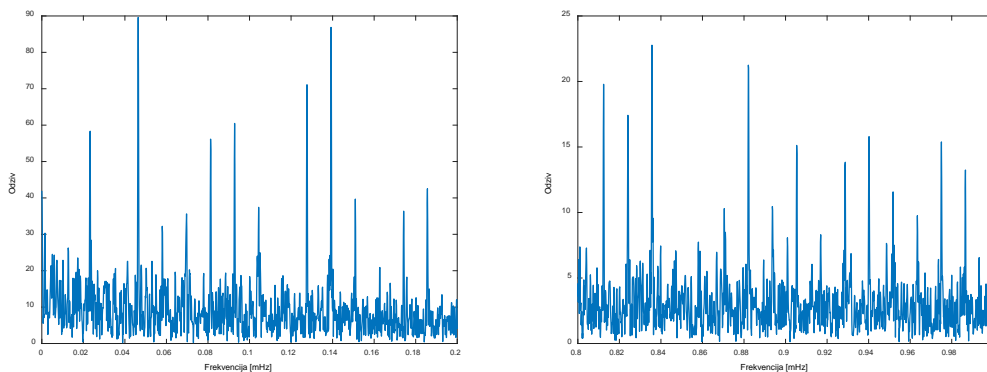
Slika 7.3.7b – Djelovi spektra za Δe kod bazne linije TORI-IENG (01-31.08.2010.godine)



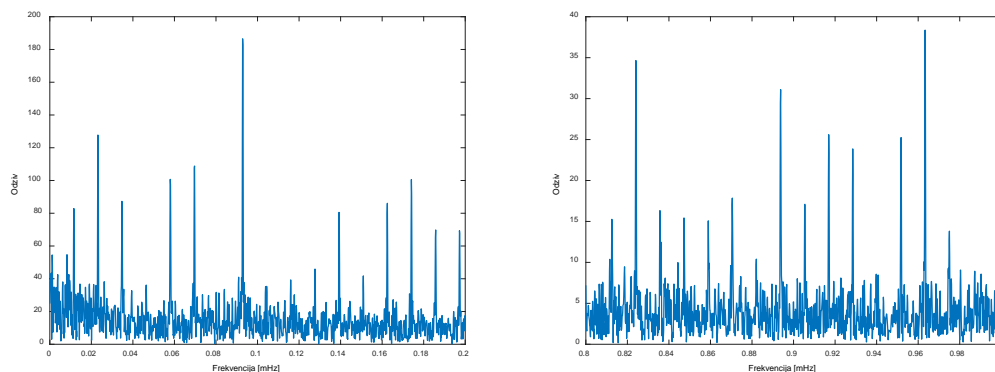
Slika 7.3.8b – Djelovi spektra za Δn kod bazne linije TORI-IENG (01-31.08.2010.godine)



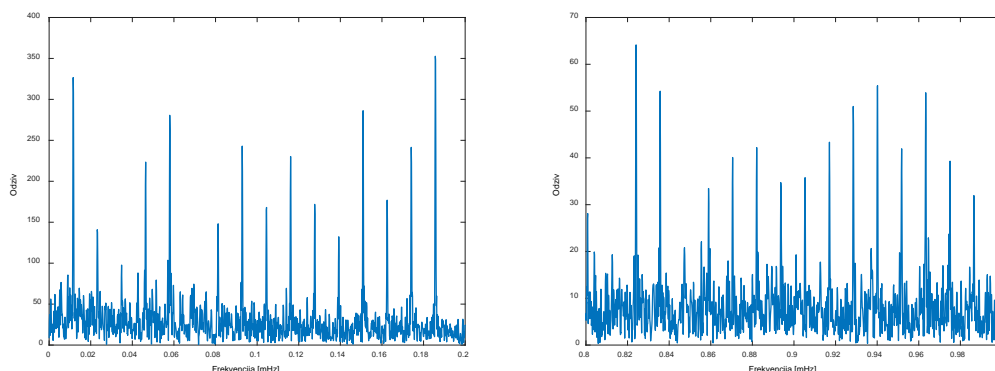
Slika 7.3.9b – Djelovi spektra za Δu kod bazne linije TORI-IENG (01-31.08.2010.godine)



Slika 7.3.7c – Djelovi spektra za Δe kod bazne linije TORI-IENG (01-31.08.2011.godine)



Slika 7.3.8c – Djelovi spektra za Δv kod bazne linije TORI-IENG (01-31.08.2011.godine)



Slika 7.3.9c – Djelovi spektra za Δu kod bazne linije TORI-IENG (01-31.08.2011.godine)

Tabela 7.3.1 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu e bazne linije TORI-IENG, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe u toku *obdanica*

e	Varijanta (3,90)		Varijanta (3,120)		Varijanta (3,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	2.1	2.9	2.1	2.9	2.1	2.9
m_ω [mm] :	2.5	4.9	2.5	5.5	2.6	5.7
m_ν [mm] :	1.4	4.8	1.3	3.7	1.2	3.6
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0013	0.0524	0.0013	0.0528	0.0013	0.0510
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.0178	1.3561	0.0186	1.8837	0.0210	1.9499
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	0.0581	28.9469	0.0465	27.3635	0.0404	36.0647
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0002	0.0090	0.0002	0.0091	0.0002	0.0088
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0006	0.0480	0.0005	0.0503	0.0004	0.0346
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	2.1	5.1	1.6	4.8	1.8	4.4
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.5	2.1	0.4	1.9	0.3	1.6

	Varijanta (5,90)		Varijanta (5,120)		Varijanta (5,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	2.3	3.3	2.3	3.3	2.3	3.3
m_ω [mm] :	2.0	4.5	2.2	5.3	2.3	5.4
m_ν [mm] :	1.5	4.0	1.3	3.7	1.1	3.8
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0021	0.0849	0.0021	0.0863	0.0021	0.0818
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.0168	1.7188	0.0193	2.9079	0.0240	2.7459
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	0.0676	30.4849	0.0526	30.4967	0.0392	52.4322
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0002	0.0087	0.0002	0.0089	0.0002	0.0085
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0010	0.1022	0.0009	0.1249	0.0007	0.0808
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	1.5	4.1	1.1	3.6	1.2	3.4
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.8	3.8	0.8	4.0	0.5	3.0

Tabela 7.3.2 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu n bazne linije TORI-IENG, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe u toku *obdanica*

n	Varijanta (3,90)		Varijanta (3,120)		Varijanta (3,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	2.5	3.9	2.5	4.0	2.5	4.0
m_ω [mm] :	2.9	8.3	2.9	9.5	3.0	10.6
m_ν [mm] :	1.5	8.4	1.3	7.3	1.2	6.6
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0028	0.1028	0.0028	0.0936	0.0028	0.1132
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.0324	2.3319	0.0344	2.8499	0.0412	4.5864
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	0.0665	263.0898	0.0589	44.8812	0.0531	93.9414
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0005	0.0180	0.0005	0.0163	0.0005	0.0200
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0011	0.0837	0.0009	0.0766	0.0007	0.0912
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	1.4	6.3	1.1	5.8	0.9	5.4
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.3	2.9	0.6	2.3	0.3	2.0

	Varijanta (5,90)		Varijanta (5,120)		Varijanta (5,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	2.8	4.5	2.8	4.6	2.8	4.6
m_ω [mm] :	2.6	7.2	2.7	9.1	2.7	10.1
m_ν [mm] :	1.5	8.1	1.4	7.3	1.2	6.5
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0041	0.1178	0.0041	0.1186	0.0041	0.1637
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.0337	2.8082	0.0416	4.3264	0.0452	8.2084
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	0.0862	179.9469	0.0699	44.7545	0.0585	82.0346
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0004	0.0125	0.0004	0.0125	0.0004	0.0175
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0020	0.1640	0.0018	0.1881	0.0013	0.2610
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.8	4.6	0.7	3.9	0.6	3.6
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.7	4.3	1.0	3.7	0.6	4.7

Tabela 7.3.3 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu u bazne linije TORI-IENG, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe u toku *obdanica*

u	Varijanta (3,90)		Varijanta (3,120)		Varijanta (3,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	5.1	8.0	5.1	8.0	5.1	8.0
m_ω [mm] :	6.8	16.6	7.0	17.3	7.3	19.2
m_ν [mm] :	3.7	16.2	3.3	14.1	2.7	11.3
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0548	3.1514	0.0547	3.0771	0.0555	3.0506
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.8596	166.3057	1.0012	167.0122	1.1017	182.9021
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	2.1942	1094.2291	2.1941	1059.6079	1.4566	1734.5712
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.5475	0.0000	0.5347	0.0000	0.5308
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0002	0.0000	0.0001	0.0000	0.0001
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	5.7304	0.0000	4.3480	0.0000	3.3218
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	4.7	0.0	4.3	0.0	4.1
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	2.9	0.0	2.1	0.0	1.9

	Varijanta (5,90)		Varijanta (5,120)		Varijanta (5,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	5.8	9.1	5.8	9.1	5.8	9.1
m_ω [mm] :	5.8	16.1	6.1	16.9	6.5	18.6
m_ν [mm] :	3.5	15.9	3.3	13.9	2.6	11.2
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0830	5.0679	0.0830	4.7863	0.0827	5.1376
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.8900	248.9060	1.0600	231.1701	1.2544	287.8749
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	2.0887	1195.3939	2.1702	1154.9180	1.4733	885.3249
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.5292	0.0000	0.5007	0.0000	0.5342
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0002	0.0000	0.0002	0.0000	0.0001
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	14.2659	0.0000	10.2415	0.0000	8.7541
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	3.5	0.0	3.3	0.0	3.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	5.6	0.0	3.8	0.0	3.7

Tabela 7.3.4 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu e bazne linije TORI-IENG, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku noći*

e	Varijanta (3,90)		Varijanta (3,120)		Varijanta (3,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	2.1	2.7	2.1	2.7	2.1	2.8
m_ω [mm] :	2.3	4.8	2.3	5.4	2.5	5.5
m_ν [mm] :	1.4	4.6	1.1	3.8	0.9	3.6
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0013	0.0546	0.0013	0.0551	0.0013	0.0583
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.0141	1.2599	0.0158	1.8303	0.0189	2.1171
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	0.0396	4.3935	0.0259	4.4458	0.0179	5.1178
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0002	0.0094	0.0002	0.0095	0.0002	0.0100
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0005	0.0457	0.0004	0.0489	0.0003	0.0376
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	2.2	6.0	1.8	5.7	1.8	5.2
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.5	2.5	0.4	2.7	0.3	2.4

	Varijanta (5,90)		Varijanta (5,120)		Varijanta (5,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	2.3	3.1	2.3	3.2	2.3	3.2
m_ω [mm] :	1.8	4.3	2.0	5.1	2.1	5.0
m_ν [mm] :	1.3	4.4	1.1	3.8	0.9	3.5
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0019	0.0876	0.0019	0.0890	0.0019	0.0915
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.0112	2.0432	0.0144	2.4052	0.0180	2.7707
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	0.0408	4.4142	0.0266	4.6130	0.0192	4.8845
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0002	0.0091	0.0002	0.0092	0.0002	0.0095
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0007	0.1202	0.0006	0.1064	0.0005	0.0813
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	1.6	5.2	1.2	4.5	1.2	4.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.9	5.0	0.8	5.3	0.5	4.1

Tabela 7.3.5 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu n bazne linije TORI-IENG, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku noći*

n	Varijanta (3,90)		Varijanta (3,120)		Varijanta (3,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	2.4	3.3	2.4	3.3	2.4	3.4
m_ω [mm] :	3.1	8.0	3.1	8.6	3.2	9.1
m_ν [mm] :	1.7	6.9	1.8	6.2	1.5	5.9
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0024	0.1092	0.0024	0.1097	0.0024	0.1126
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.0427	3.8286	0.0469	6.7447	0.0539	7.9035
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	0.1219	74.9240	0.1696	36.8968	0.1380	39.8132
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0004	0.0188	0.0004	0.0189	0.0004	0.0193
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0015	0.1348	0.0013	0.1753	0.0009	0.1398
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	1.1	5.7	1.0	5.5	0.9	5.1
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.5	2.4	0.4	2.1	0.3	1.8

	Varijanta (5,90)		Varijanta (5,120)		Varijanta (5,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	2.8	3.8	2.8	3.8	2.8	3.8
m_ω [mm] :	2.6	7.7	2.6	8.4	2.8	8.9
m_ν [mm] :	1.8	7.0	1.8	6.2	1.4	5.9
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0038	0.1322	0.0038	0.1288	0.0037	0.1295
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.0393	5.5740	0.0406	9.1638	0.0492	12.0535
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	0.1355	76.0178	0.1775	37.5583	0.1371	41.2558
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0004	0.0138	0.0004	0.0135	0.0004	0.0135
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0024	0.3248	0.0019	0.3983	0.0015	0.3519
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.7	4.5	0.6	4.4	0.5	4.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	1.0	4.8	0.8	4.2	0.6	3.8

Tabela 7.3.6 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu u bazne linije TORI-IENG, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe u toku noći

u	Varijanta (3,90)		Varijanta (3,120)		Varijanta (3,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	5.3	6.4	5.3	6.4	5.3	6.4
m_ω [mm] :	6.4	15.7	6.7	18.4	6.9	19.3
m_ν [mm] :	2.9	16.3	2.6	14.4	2.2	12.2
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0519	1.6847	0.0532	1.7807	0.0529	1.9141
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.8686	42.4927	1.0050	85.5045	1.0935	190.1736
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	0.9986	2166.5001	0.8490	2569.0915	0.6461	1392.0799
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.2944	0.0000	0.3106	0.0000	0.3357
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0001	0.0000	0.0001	0.0000	0.0001
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	1.5402	0.0000	2.2410	0.0000	3.3252
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	4.9	0.0	4.6	0.0	4.4
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	3.5	0.0	3.0	0.0	2.4

	Varijanta (5,90)		Varijanta (5,120)		Varijanta (5,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	5.9	7.5	5.9	7.4	5.9	7.5
m_ω [mm] :	5.7	15.3	5.9	18.1	6.1	18.9
m_ν [mm] :	3.0	16.5	2.6	14.5	2.2	12.4
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0810	3.2846	0.0803	3.3323	0.0808	3.3428
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.8195	61.4036	0.9850	90.3541	1.1436	282.8538
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	1.1311	2321.7694	0.9214	3696.2633	0.6664	1643.2582
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.3393	0.0000	0.3446	0.0000	0.3467
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0001	0.0000	0.0001	0.0000	0.0001
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	3.7018	0.0000	4.0581	0.0000	8.2067
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	4.1	0.0	3.8	0.0	3.5
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	5.4	0.0	4.7	0.0	4.3

Tabela 7.3.7 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu e bazne linije TORI-IENG, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe u toku cijelih dana

e	Varijanta (3,90)		Varijanta (3,120)		Varijanta (3,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	2.1	2.7	2.1	2.8	2.1	2.8
m_ω [mm] :	2.4	4.8	2.4	5.2	2.5	5.4
m_ν [mm] :	1.4	4.3	1.3	3.8	1.1	3.7
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0007	0.0224	0.0007	0.0227	0.0007	0.0233
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.0081	0.6063	0.0088	0.8171	0.0103	1.0522
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	0.0249	6.6144	0.0233	7.0695	0.0146	7.0610
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0001	0.0039	0.0001	0.0039	0.0001	0.0040
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0003	0.0218	0.0002	0.0219	0.0002	0.0187
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	2.3	5.3	2.0	5.1	1.8	4.7
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.5	2.1	0.4	1.8	0.3	1.6

	Varijanta (5,90)		Varijanta (5,120)		Varijanta (5,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	2.4	3.2	2.4	3.2	2.4	3.2
m_ω [mm] :	2.0	4.3	2.1	4.8	2.2	5.0
m_ν [mm] :	1.4	4.1	1.3	3.7	1.1	3.6
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0011	0.0365	0.0011	0.0367	0.0011	0.0362
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.0071	0.8100	0.0087	1.0577	0.0105	1.2570
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	0.0277	6.0041	0.0241	6.9658	0.0155	6.6244
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0001	0.0038	0.0001	0.0038	0.0001	0.0038
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0004	0.0484	0.0004	0.0466	0.0003	0.0378
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	1.6	4.5	1.4	3.9	1.3	3.6
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.8	3.6	0.8	3.2	0.5	2.8

Tabela 7.3.8 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu n bazne linije TORI-IENG, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe u toku cijelih dana

n	Varijanta (3,90)		Varijanta (3,120)		Varijanta (3,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	2.6	3.4	2.6	3.5	2.6	3.5
m_ω [mm] :	3.0	7.6	3.1	8.5	3.3	8.9
m_ν [mm] :	1.6	6.5	1.6	5.9	1.4	5.5
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0018	0.0402	0.0018	0.0383	0.0018	0.0372
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.0186	1.0474	0.0202	1.9752	0.0236	2.9129
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	0.0575	28.0025	0.0706	17.2930	0.0450	12.4809
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0003	0.0070	0.0003	0.0067	0.0003	0.0064
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0007	0.0380	0.0005	0.0529	0.0004	0.0528
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	1.3	5.9	1.1	5.6	1.0	5.2
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.6	2.6	0.5	1.8	0.3	1.8

	Varijanta (5,90)		Varijanta (5,120)		Varijanta (5,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	2.9	3.9	2.9	3.9	2.9	3.9
m_ω [mm] :	2.6	6.9	2.7	8.0	2.9	8.7
m_ν [mm] :	1.7	6.4	1.6	5.8	1.4	5.5
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0026	0.0541	0.0027	0.0544	0.0027	0.0531
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.0178	1.1993	0.0198	2.7991	0.0255	4.4990
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	0.0658	31.4436	0.0701	18.7125	0.0484	12.3211
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0003	0.0057	0.0003	0.0057	0.0003	0.0055
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0011	0.0731	0.0009	0.1255	0.0008	0.1350
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.9	4.3	0.7	4.1	0.6	3.6
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	1.1	3.6	0.9	3.1	0.6	3.5

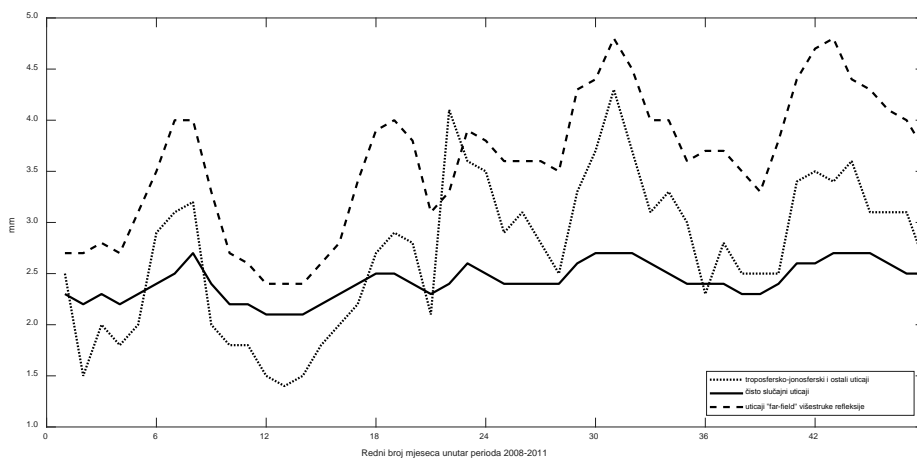
Tabela 7.3.9 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu u bazne linije TORI-IENG, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe u toku cijelih dana

u	Varijanta (3,90)		Varijanta (3,120)		Varijanta (3,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	5.2	6.9	5.3	6.9	5.3	7.0
m_ω [mm] :	6.6	15.2	6.8	16.8	7.0	18.9
m_ν [mm] :	3.3	15.4	3.1	13.9	2.7	11.1
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0280	0.9803	0.0279	0.9769	0.0283	0.9927
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.4256	37.4949	0.4974	55.9750	0.5783	89.4325
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	0.7728	644.8867	0.7095	1112.5755	0.6433	403.4426
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.1704	0.0000	0.1700	0.0000	0.1727
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	1.3520	0.0000	1.4694	0.0000	1.5890
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	4.6	0.0	4.3	0.0	4.1
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	2.9	0.0	2.4	0.0	1.7

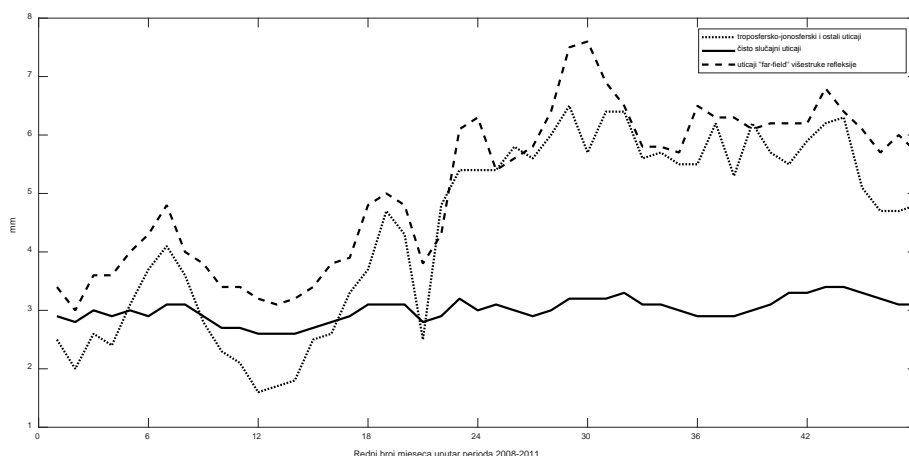
	Varijanta (5,90)		Varijanta (5,120)		Varijanta (5,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	5.9	8.0	6.0	8.0	5.9	8.1
m_ω [mm] :	5.9	14.6	6.1	16.3	6.3	18.5
m_ν [mm] :	3.3	15.7	3.0	14.0	2.7	11.1
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0443	1.6154	0.0445	1.6712	0.0441	1.6516
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.4548	60.7091	0.5610	82.2744	0.6451	138.6283
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	0.8012	688.2198	0.7270	1183.7610	0.6701	519.3126
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.1686	0.0000	0.1741	0.0000	0.1725
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0001	0.0000	0.0001	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	3.6126	0.0000	3.6063	0.0000	4.1154
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	3.6	0.0	3.3	0.0	3.1
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	4.7	0.0	4.0	0.0	2.9

U tabelama 7.3.1-9 su korišćene već uvedene oznake za ANOVA ocjene komponentnih uticaja, disperzije i kovarijacije tih ocjena, kao i novouvedene oznake za koeficijente međusobne korelacije tih ocjena, za svaku od tri koordinate.

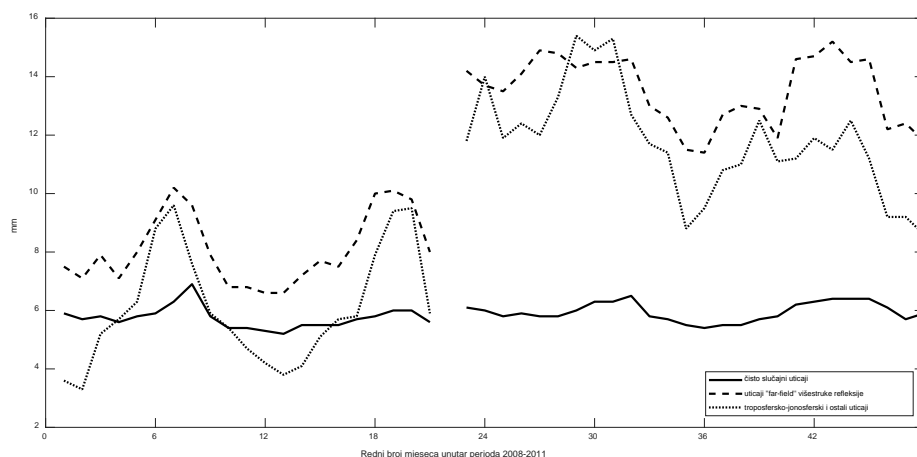
Na slikama 7.3.10-12 prikazani su, respektivno, grafici ocjena standarda (kvadratnih korijena pomenutih ANOVA ocjena) komponentnih uticaja za koordinate e , n i u , za slučaj kada je na 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe *u toku cijelih dana*, primijenjena **Varijanta (3,90)** (ova varijanta se smatra optimalnom, s obzirom na konstatacije iz detaljne analize u poglavlju 8.1).



Slika 7.3.10 – Kvadratni korijeni ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu e , dobijeni na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe *u toku cijelih dana* (bazna linija TORI-IENG) – **Varijanta (3,90)**



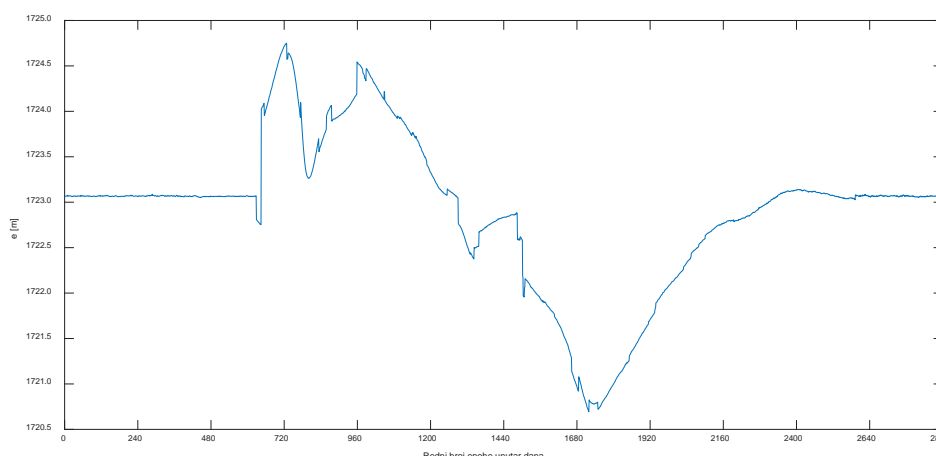
Slika 7.3.11 – Kvadratni korijeni ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu n , dobijeni na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe *u toku cijelih dana* (bazna linija TORI-IENG) – **Varijanta (3,90)**



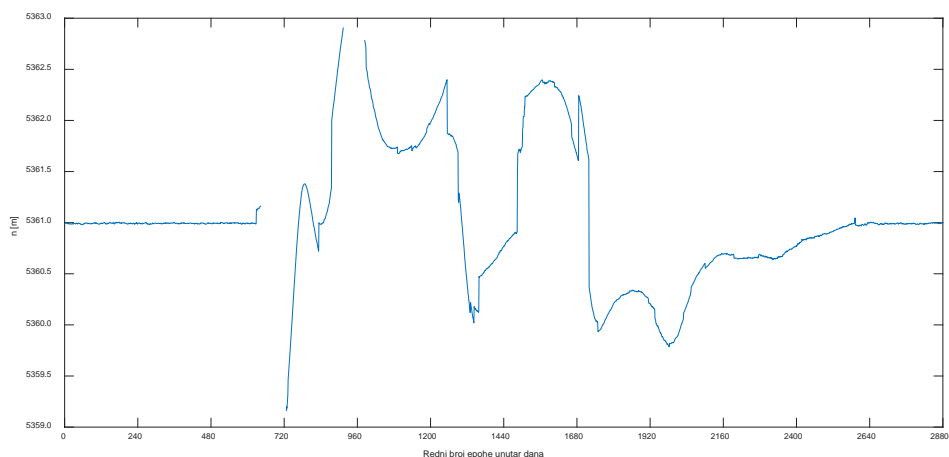
Slika 7.3.12 – Kvadratni korijeni ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu u , dobijeni na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe u toku cijelih dana (bazna linija TORI-IENG) – **Varijanta (3,90)**

Na slikama 7.3.10-12 se, u oktobru 2009.godine, uočava skok u nivou uticaja reziduala koje uključuju faktori ω i ν . Ovakva situacija je uzrokovana instalacijom nove antene na stanici TORI (vidjeti poglavlje 7.1.1).

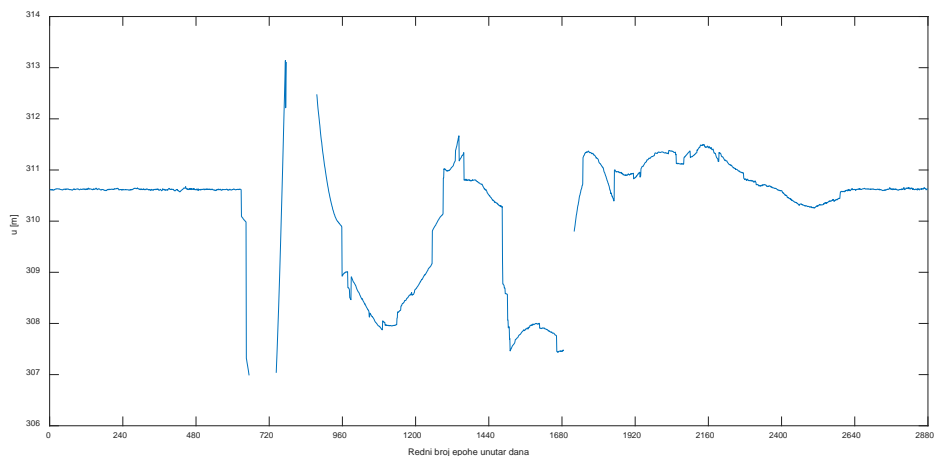
U procesu računanja ANOVA ocjena po pojedinačnim obdanicama, noćima i cijelim danima (odnosni rezultati se zbog velikog broja ovdje ne prikazuju) u toku razmatranog četvorogodišnjeg perioda (2008-2011), ustanovljeni su neki ekstremni slučajevi sa pojačanim rasturanjem fiksnih rješenja oko srednjih vrijednosti unutar odnosnih 24 h-ovnih vremenskih serija. Najekstremniji od njih prezentiran je posredstvom grafika na slikama 7.3.13-15.



Slika 7.3.13 – Fiksna rješenja za koordinatu e , za cijeli dan 10.09.2009.godine, poslije primjene kriterijuma dozvoljenih odstupanja " 3σ " (odbačenih nema) (bazna linija TORI-IENG)



Slika 7.3.14 – Fiksna rješenja za koordinatu n , za cijeli dan 10.09.2009.godine, poslije primjene kriterijuma dozvoljenih odstupanja " 3σ " (odbačenih 5.2%) (bazna linija TORI-IENG)



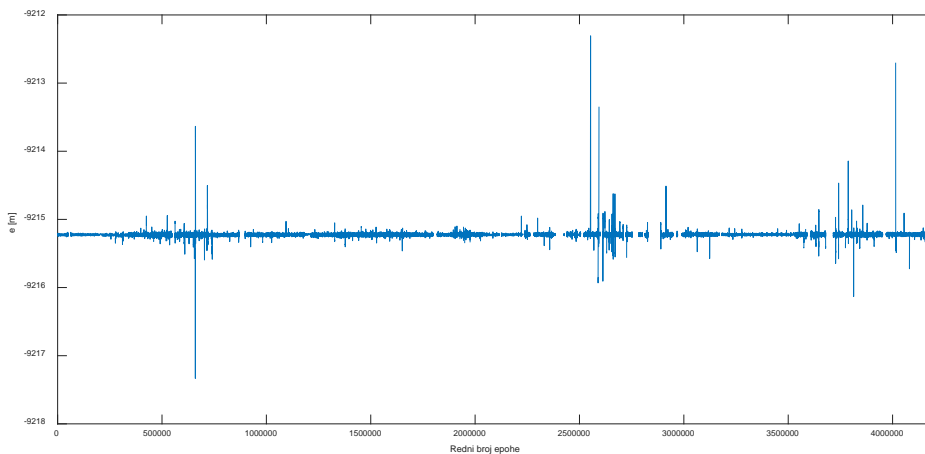
Slika 7.3.15 – Fiksna rješenja za koordinatu u , za cijeli dan 10.09.2009.godine, poslije primjene kriterijuma dozvoljenih odstupanja " 3σ " (odbačenih 7.7%) (bazna linija TORI-IENG)

Ovakva situacija je uzrokovala uvećane ANOVA ocjene, a time i odnosne standarde. Međutim, pri obradi podataka na mjesečnom nivou, gdje je prisutan mnogo veći broj podataka, slična rasturanja su poništena u najvećoj mjeri već pri primjeni kriterijuma dozvoljenih odstupanja " 3σ ", tj. u fazi pripreme za primjenu dvofaktorske hijerarhijske klasifikacije, zbog čega se nijesu odražavala na ANOVA ocjene.

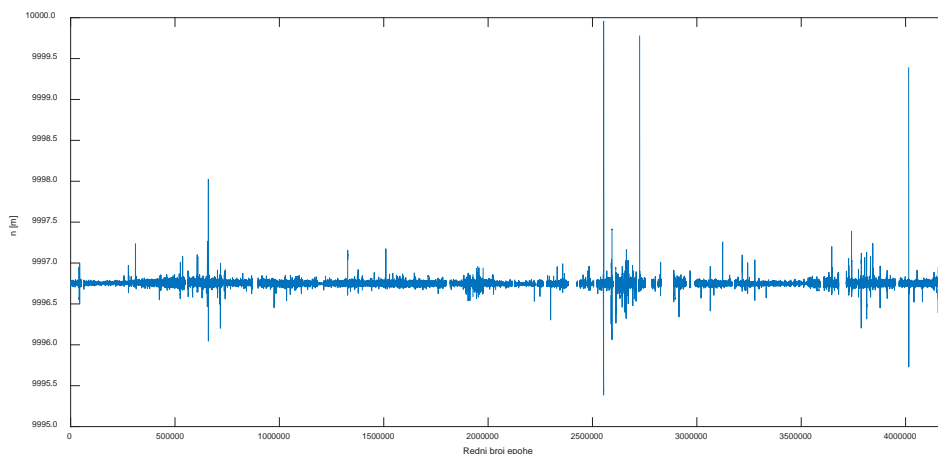
U istraživanju se ispostavilo nekoliko obdanica, noći i cijelih dana u toku razmatranog četvorogodišnjeg perioda sa situacijom koja je slična prikazanoj na slikama 7.3.13-15.

7.4 Rezultati proračuna za baznu liniju IGMI-PRAT (13.6 km)

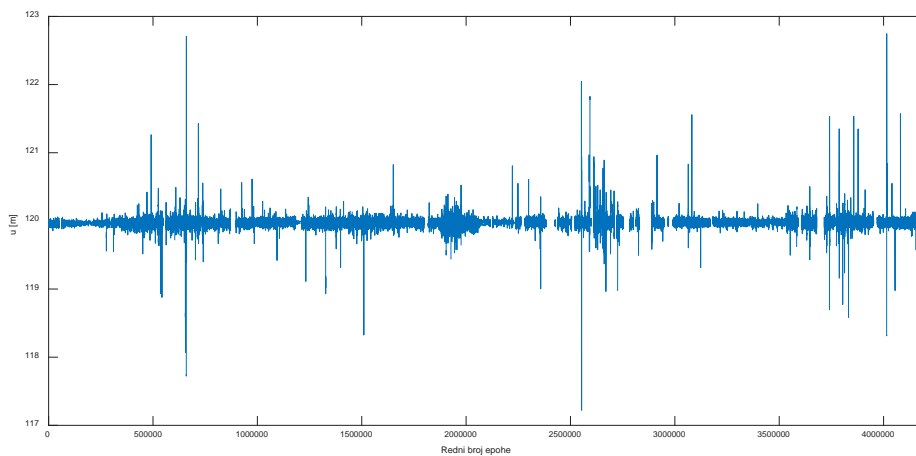
Fiksni rješenja za ovu baznu liniju, zbog većeg broja dana bez registracije podataka na kajnjim stanicama, dobijeno je svega 2 600 867 , što čini 61.81% maksimalnog broja.



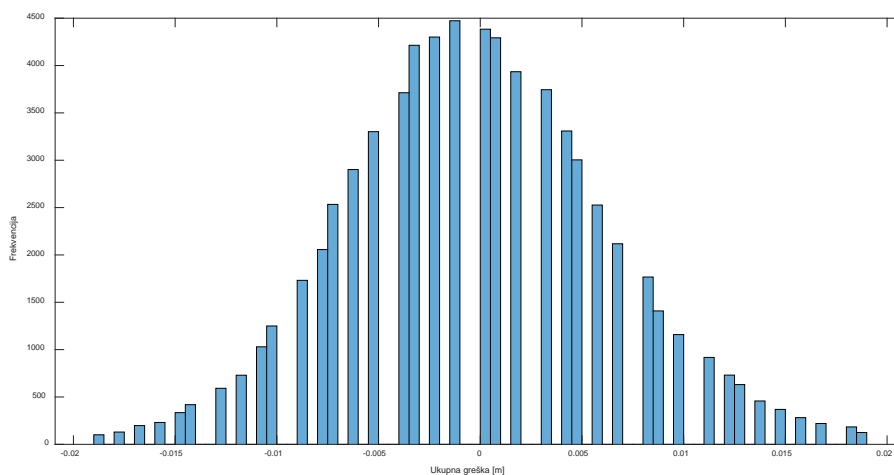
Slika 7.4.1 – Sva fiksna rješenja bazne linije IGMI-PRAT za koordinatu e (2008-2011)



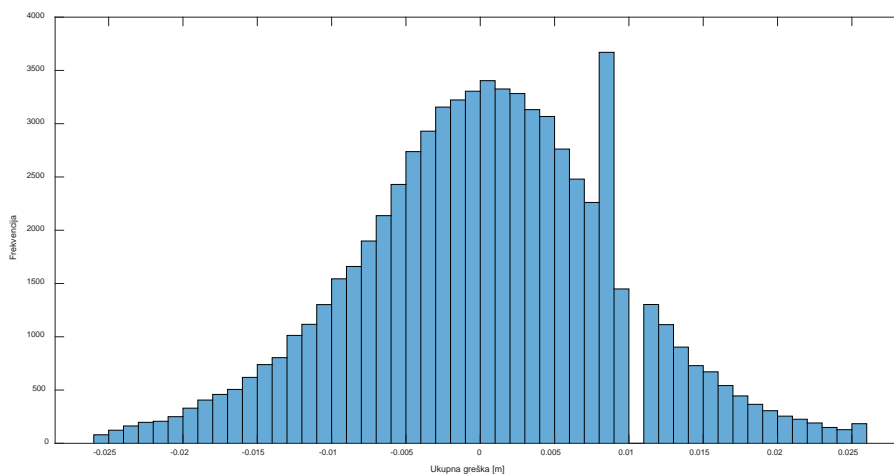
Slika 7.4.2 – Sva fiksna rješenja bazne linije IGMI-PRAT za koordinatu n (2008-2011)



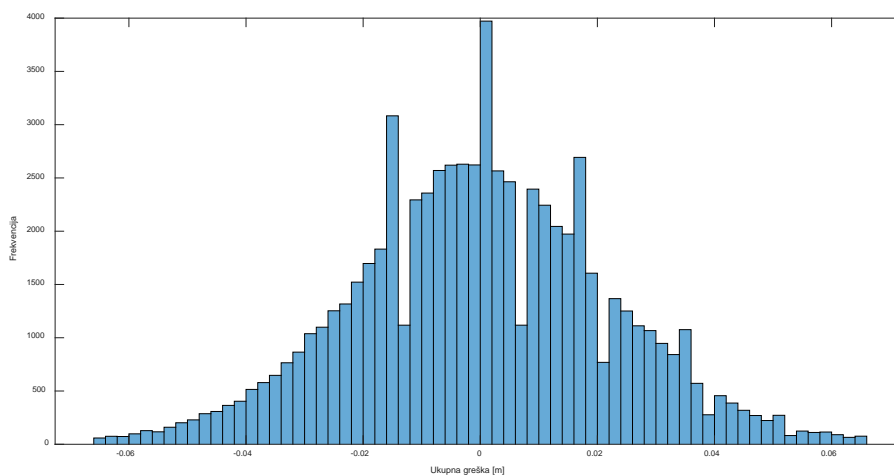
Slika 7.4.3 – Sva fiksna rješenja bazne linije IGMI-PRAT za koordinatu u (2008-2011)



Slika 7.4.4 – Histogram frekvencija ukupnih grešaka Δe za baznu liniju IGM-PRAT (oktobar mjesec 2011.godine)



Slika 7.4.5 – Histogram frekvencija ukupnih grešaka Δn za baznu liniju IGM-PRAT (oktobar mjesec 2011.godine)

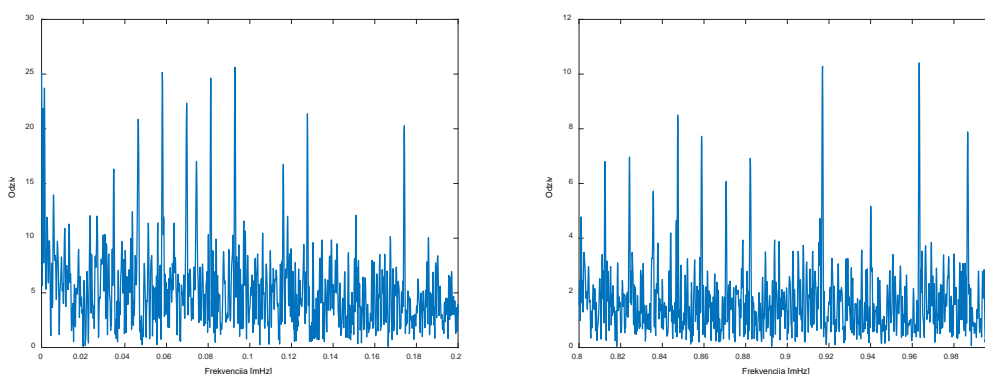


Slika 7.4.6 – Histogram frekvencija ukupnih grešaka Δu za baznu liniju IGM-PRAT (oktobar mjesec 2011.godine)

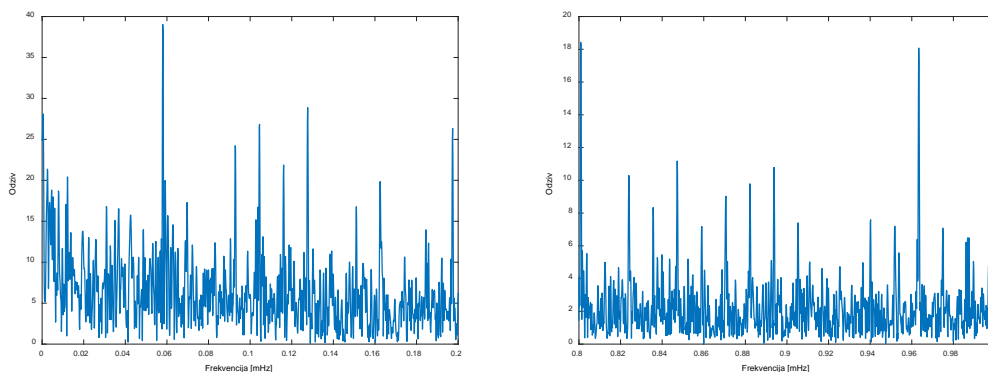
Grafici na slikama 7.4.1-3 pokazuju da i ovdje ima fiksnih rješenja koja su izračunata na osnovu pogrešno određenih cjelobrojnih vrijednosti, a histogrami na slikama 7.4.4-6 reprezentuju statistički raspored.

I u slučaju ove bazne linije, ispostavilo se da su u razmatranom četvorogodišnjem periodu (2008-2011) na krajnjim stanicama iste bile zastupljene tri kombinacije antena, pa su zbog toga, za potrebe razmatranja u frekvencijskom domenu, izabrane, takođe, po tri vremeske serije ukupnih grešaka Δe , Δn i Δu . Naime, s obzirom da su kod ove bazne linije, kao što je to bio slučaj i kod jedne stanice bazne linije iz poglavlja 7.3, antene montirane na malom rastojanju od reflektora (ovdje gornjih površina stubova), koje pripada "near-field" oblasti antene, javila se potreba za sagledavanjem razlika u odzivu frekvencija, s obzirom na tri različite uspostavljene antenske kombinacije. Reprezentativni vremenski periodi, koji su izabrani u cilju sagledavanja ponašanja pomenutih ukupnih grešaka u vremenu, odgovaraju sljedećim periodima:

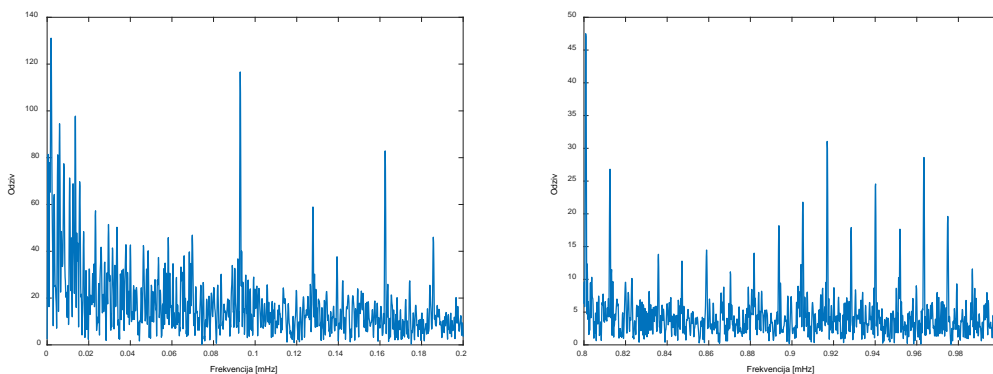
- (1) **08-30.11.2008.godine** (na krajnjim stanicama bazne linije bile su zastupljene antene istog tipa TRM29659.00; za nepunih prvih 7 dana novembra, u kontinuitetu, nijesu registrovani podaci GPS opažanja, pa nijesu uspostavljena fiksna rješenja; dana 03.12.2008.godine antena TRM29659.00 zamijenjena je antenom TPSCR.G3, pa ovdje nije izabran decembar kao što je to učinjeno za druge dvije antenske kombinacije);
- (2) **04-31.12.2008.godine** (na krajnjim stanicama bazne linije bile su zastupljene antene TPSCR.G3 i TRM29659.00); i
- (3) **07-31.12.2011.godine** (na krajnjim stanicama bazne linije bile su postavljene antene TPSCR.G3 i LEIAR10; dana 06.12.2008.godine došlo je do zamjene antene TRM29659.00 antenom LEIAR10).



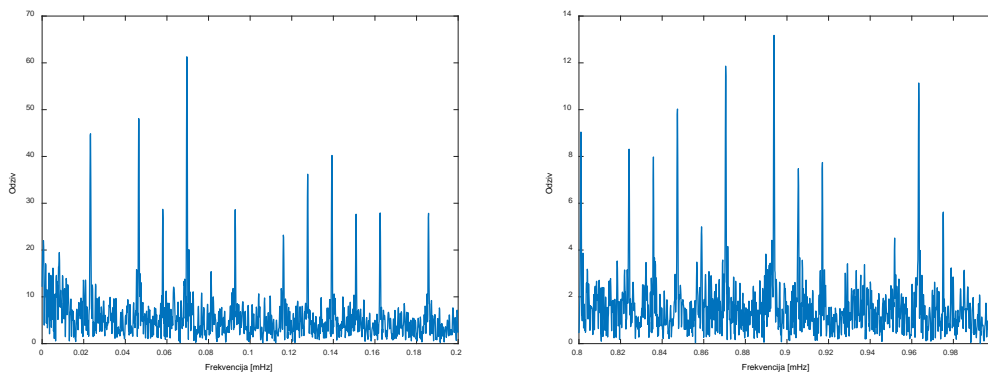
Slika 7.4.7a – Djelovi spektra za Δe kod bazne linije IGMI-PRAT (08-30.11.2008.godine)



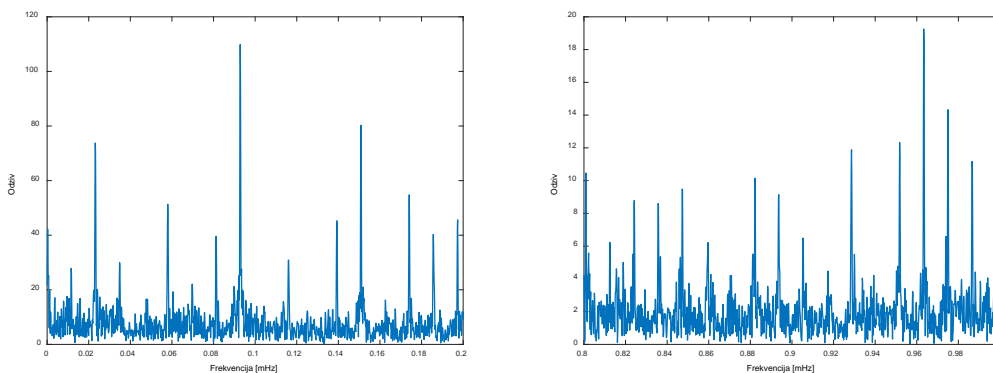
Slika 7.4.8a – Djelovi spektra za Δn kod bazne linije IGMI-PRAT (08-30.11.2008.godine)



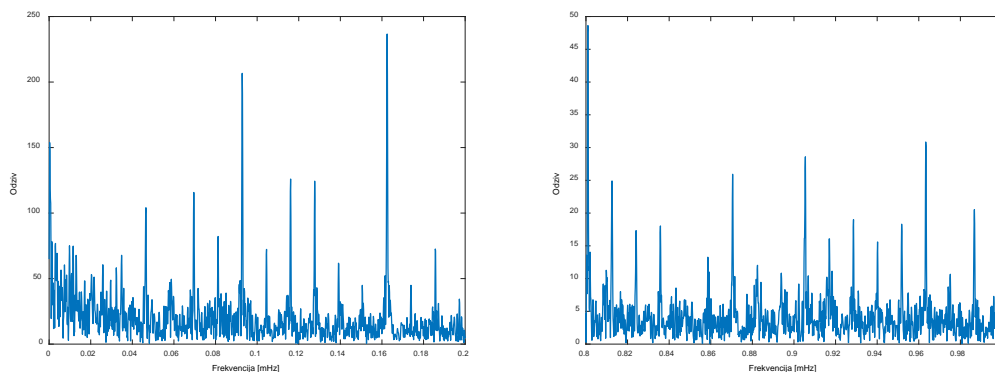
Slika 7.4.9a – Djelovi spektra za Δu kod bazne linije IGMI-PRAT (08-30.11.2008.godine)



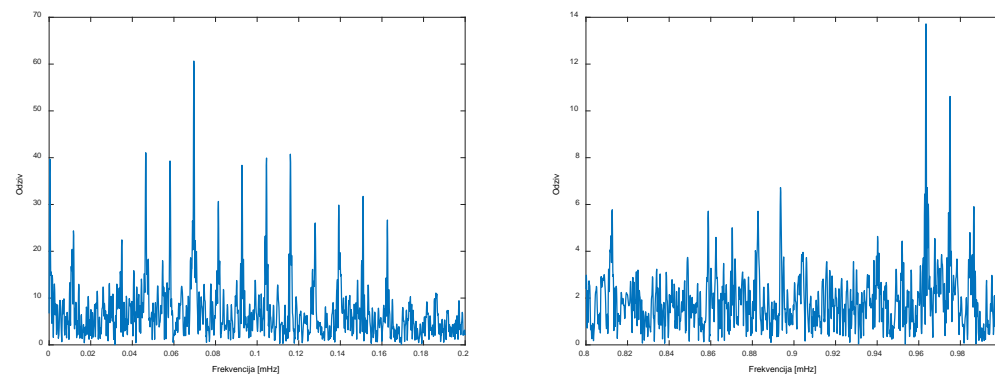
Slika 7.4.7b – Djelovi spektra za Δe kod bazne linije IGMI-PRAT (04-31.12.2008.godine)



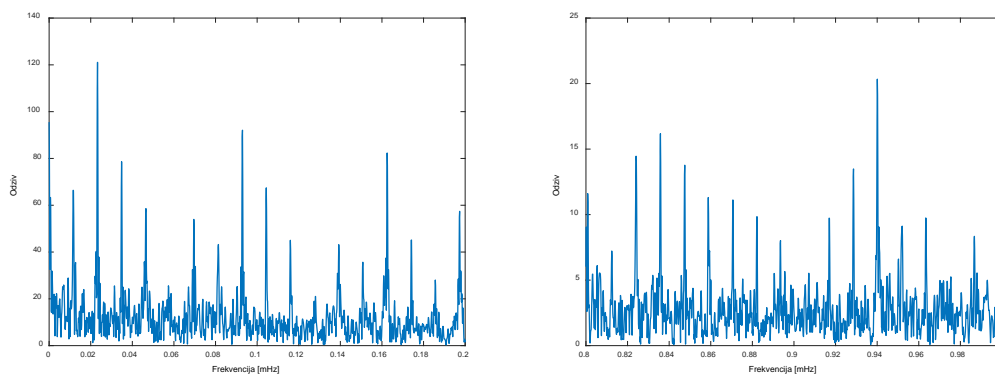
Slika 7.4.8b – Djelovi spektra za Δn kod bazne linije IGMI-PRAT (04-31.12.2008.godine)



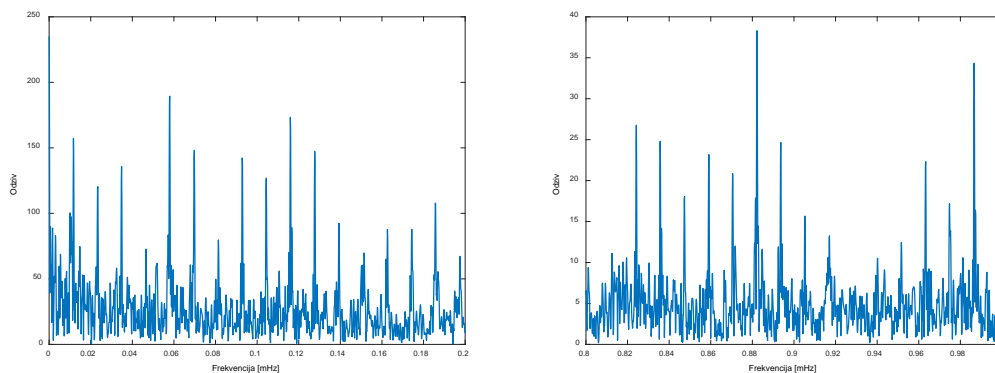
Slika 7.4.9b – Djelovi spektra za Δu kod bazne linije IGMI-PRAT (04-31.12.2008.godine)



Slika 7.4.7c – Djelovi spektra za Δe kod bazne linije IGMI-PRAT (07-31.12.2011.godine)



Slika 7.4.8c – Djelovi spektra za Δn kod bazne linije IGMI-PRAT (07-31.12.2011.godine)



Slika 7.4.9c – Djelovi spektra za Δu kod bazne linije IGMI-PRAT (07-31.12.2011.godine)

Tabela 7.4.1 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu e bazne linije IGMI-PRAT, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku obdanica*

e	Varijanta (3,90)		Varijanta (3,120)		Varijanta (3,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	3.2	4.1	3.2	4.1	3.2	4.1
m_ω [mm] :	2.5	5.0	2.5	5.3	2.7	5.6
m_ν [mm] :	1.8	4.7	1.6	4.5	1.6	3.8
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0086	0.3539	0.0086	0.1228	0.0085	0.1491
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.0360	2.1262	0.0465	2.6880	0.0531	2.9949
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	0.2532	32.4757	0.2199	34.0416	0.1722	35.1272
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0605	0.0000	0.0211	0.0000	0.0258
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0754	0.0000	0.0706	0.0000	0.0547
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	10.5	0.0	10.1	0.0	9.8
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	1.7	0.0	1.5	0.0	2.0

	Varijanta (5,90)		Varijanta (5,120)		Varijanta (5,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	3.3	4.4	3.3	4.4	3.3	4.4
m_ω [mm] :	2.1	5.2	2.2	5.1	2.3	5.4
m_ν [mm] :	1.8	4.7	1.7	4.5	1.6	3.9
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0098	0.4667	0.0097	0.1495	0.0095	0.1721
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.0377	3.8106	0.0491	3.7509	0.0595	4.1638
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	0.2756	25.3438	0.2547	47.5316	0.1831	36.8771
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0480	0.0000	0.0155	0.0000	0.0179
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.2232	0.0000	0.1640	0.0000	0.1271
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	7.1	0.0	7.0	0.0	6.6
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	3.0	0.0	3.1	0.0	4.1

Tabela 7.4.2 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijena korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu n bazne linije IGMI-PRAT, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe u toku *obdanica*

n	Varijanta (3,90)		Varijanta (3,120)		Varijanta (3,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	3.7	5.7	3.7	5.7	3.8	5.7
m_ω [mm] :	2.9	7.1	2.9	7.6	3.1	8.2
m_ν [mm] :	1.9	6.6	2.1	6.4	2.0	5.8
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0196	0.4808	0.0195	0.4640	0.0196	0.4767
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.0890	6.7980	0.1050	7.9540	0.1506	9.1859
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	0.8102	127.4803	0.8319	108.9944	0.5229	207.8324
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0827	0.0000	0.0792	0.0000	0.0823
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.2452	0.0000	0.2159	0.0000	0.1673
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	12.9	0.0	12.9	0.0	11.8
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	2.5	0.0	2.3	0.0	2.6

	Varijanta (5,90)		Varijanta (5,120)		Varijanta (5,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	3.9	6.1	3.8	6.1	4.0	6.2
m_ω [mm] :	2.4	6.6	2.5	7.1	2.7	7.7
m_ν [mm] :	2.0	6.9	1.9	6.1	1.8	5.7
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0220	0.5878	0.0217	0.5799	0.0216	0.5898
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.0946	7.4691	0.1216	10.4700	0.1607	14.4043
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	0.9272	154.3558	0.8212	119.8620	0.5775	199.1410
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0608	0.0000	0.0601	0.0000	0.0611
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.4578	0.0000	0.4743	0.0000	0.4291
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	9.2	0.0	8.7	0.0	8.1
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	3.9	0.0	3.9	0.0	5.3

Tabela 7.4.3 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu u bazne linije IGMI-PRAT, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe u toku *obdanica*

u	Varijanta (3,90)		Varijanta (3,120)		Varijanta (3,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	8.8	11.0	8.8	11.1	8.8	11.1
m_ω [mm] :	7.4	14.4	7.8	16.1	8.0	17.3
m_ν [mm] :	6.1	23.0	5.2	21.8	4.3	20.4
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.3865	13.0581	0.3870	11.5936	0.3846	11.5936
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	2.1689	64.4983	2.7422	89.7156	3.5530	103.9912
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	46.2169	3298.9947	36.4771	4104.3692	20.7729	5596.1062
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	2.2323	0.0000	1.9902	0.0000	1.9900
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0005	0.0000	0.0004	0.0000	0.0002
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	2.2452	0.0000	2.4441	0.0000	1.8970
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	9.6	0.0	9.7	0.0	9.1
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	2.0	0.0	1.5	0.0	1.9

	Varijanta (5,90)		Varijanta (5,120)		Varijanta (5,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	9.2	11.9	9.1	11.9	9.2	12.0
m_ω [mm] :	6.5	13.1	6.9	14.8	6.8	16.6
m_ν [mm] :	5.9	23.0	5.7	21.8	4.0	20.4
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.4646	14.1139	0.4526	13.8633	0.4523	13.8831
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	2.1676	83.7305	2.8529	122.2203	3.9844	138.1831
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	51.4743	3409.9579	39.6650	4254.4741	19.0632	5250.9915
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	1.4498	0.0000	1.4297	0.0000	1.4390
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0004	0.0000	0.0002	0.0000	0.0001
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	4.8866	0.0000	5.5501	0.0000	4.2057
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	6.8	0.0	6.4	0.0	6.5
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	4.2	0.0	2.6	0.0	3.9

Tabela 7.4.4 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu e bazne linije IGMI-PRAT, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku noći*

e	Varijanta (3,90)		Varijanta (3,120)		Varijanta (3,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	3.2	3.9	3.2	4.0	3.3	4.0
m_ω [mm] :	2.2	4.4	2.4	4.8	2.4	5.2
m_ν [mm] :	1.1	4.1	0.9	3.7	1.2	3.4
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0083	0.0854	0.0082	0.0838	0.0089	0.1141
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.0211	0.4580	0.0307	0.5880	0.0398	0.8275
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	0.1868	4.5096	0.1239	4.5543	0.1277	4.0679
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0146	0.0000	0.0143	0.0000	0.0195
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0166	0.0000	0.0159	0.0000	0.0177
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	13.3	0.0	11.9	0.0	12.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	3.7	0.0	4.0	0.0	1.7

	Varijanta (5,90)		Varijanta (5,120)		Varijanta (5,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	3.4	4.2	3.4	4.2	3.4	4.3
m_ω [mm] :	2.1	4.0	2.2	4.4	2.3	4.9
m_ν [mm] :	1.1	4.3	0.9	3.8	1.2	3.4
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0097	0.1047	0.0095	0.1103	0.0100	0.1558
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.0211	0.4616	0.0283	0.4354	0.0466	0.7293
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	0.2162	5.1597	0.1228	5.1327	0.1511	4.9125
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0107	0.0000	0.0113	0.0000	0.0160
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0273	0.0000	0.0193	0.0000	0.0262
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	7.9	0.0	7.3	0.0	6.9
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	5.3	0.0	6.6	0.0	2.9

Tabela 7.4.5 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu n bazne linije IGMI-PRAT, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku noći*

n	Varijanta (3,90)		Varijanta (3,120)		Varijanta (3,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	4.0	5.6	4.0	5.6	4.1	5.6
m_ω [mm] :	3.1	5.8	3.1	5.9	3.1	6.4
m_ν [mm] :	2.1	5.1	2.0	4.7	1.5	4.7
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0210	0.5261	0.0209	0.4575	0.0211	1.2015
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.0574	2.8746	0.0615	3.8574	0.0728	3.7814
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	0.4837	59.6483	0.3783	55.0697	0.2744	78.2972
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0907	0.0000	0.0789	0.0000	0.2075
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.1026	0.0000	0.1017	0.0000	0.0688
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	12.1	0.0	11.0	0.0	15.4
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	2.5	0.0	2.7	0.0	2.9

	Varijanta (5,90)		Varijanta (5,120)		Varijanta (5,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	4.2	6.0	4.2	6.0	4.2	6.2
m_ω [mm] :	2.3	5.0	2.6	5.6	2.7	6.0
m_ν [mm] :	2.2	4.8	1.9	4.5	1.4	4.7
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0245	0.6352	0.0236	0.5574	0.0241	1.5106
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.0574	3.7299	0.0553	5.0720	0.0705	4.7985
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	0.5301	35.6132	0.4145	52.0047	0.3412	90.2353
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0657	0.0000	0.0579	0.0000	0.1560
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.2229	0.0000	0.2243	0.0000	0.1451
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	10.1	0.0	8.8	0.0	10.8
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	4.2	0.0	4.8	0.0	5.3

Tabela 7.4.6 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu u bazne linije IGMI-PRAT, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe u toku noći

u	Varijanta (3,90)		Varijanta (3,120)		Varijanta (3,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	8.7	11.3	8.7	11.4	8.9	11.6
m_ω [mm] :	7.3	12.8	7.7	13.2	7.5	14.4
m_ν [mm] :	7.2	16.7	6.8	17.2	5.5	16.2
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.4336	5.2081	0.4386	5.2145	0.4335	8.9471
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	1.6559	47.1380	2.0187	65.9806	2.5306	87.2307
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	37.9489	4117.6432	39.6298	4027.5479	27.7807	6126.2648
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.8910	0.0000	0.8908	0.0000	1.5406
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0001	0.0000	0.0001	0.0000	0.0002
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	1.7399	0.0000	1.8199	0.0000	1.6505
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	10.3	0.0	10.3	0.0	9.6
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	1.5	0.0	1.2	0.0	1.1

	Varijanta (5,90)		Varijanta (5,120)		Varijanta (5,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	9.4	12.2	9.4	12.2	9.4	12.4
m_ω [mm] :	6.3	11.3	6.6	12.7	6.6	13.5
m_ν [mm] :	7.4	17.6	7.0	17.3	4.9	16.5
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.5010	6.3088	0.4912	6.2965	0.4871	10.9478
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	1.5860	35.0551	2.0242	85.4218	2.8721	124.7411
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	42.3545	7242.9401	45.1090	1546.4388	31.7759	6685.1490
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.6521	0.0000	0.6466	0.0000	1.1399
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0002	0.0000	0.0002	0.0000	0.0003
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	2.0841	0.0000	3.9043	0.0000	3.9064
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	7.4	0.0	6.6	0.0	6.6
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	2.7	0.0	2.2	0.0	2.1

Tabela 7.4.7 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu e bazne linije IGMI-PRAT, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe u toku cijelih dana

e	Varijanta (3,90)		Varijanta (3,120)		Varijanta (3,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	3.3	3.9	3.3	3.9	3.3	4.0
m_ω [mm] :	2.3	4.5	2.5	4.9	2.5	5.3
m_ν [mm] :	1.3	4.1	0.9	3.8	1.5	3.4
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0044	0.0710	0.0043	0.0787	0.0043	0.1022
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.0174	0.3687	0.0217	0.4804	0.0270	0.6876
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	0.1255	6.0118	0.0884	7.6909	0.0883	3.7923
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0121	0.0000	0.0134	0.0000	0.0175
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0134	0.0000	0.0131	0.0000	0.0145
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	12.7	0.0	11.4	0.0	11.3
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	3.0	0.0	4.4	0.0	1.4

	Varijanta (5,90)		Varijanta (5,120)		Varijanta (5,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	3.4	4.2	3.4	4.2	3.4	4.2
m_ω [mm] :	2.1	4.1	2.2	4.7	2.3	5.0
m_ν [mm] :	1.3	4.1	0.9	3.9	1.6	3.4
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0049	0.0962	0.0049	0.1008	0.0048	0.1356
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.0151	0.2854	0.0217	0.4408	0.0285	0.8794
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	0.1291	5.4291	0.1033	4.0752	0.0883	3.6549
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0099	0.0000	0.0103	0.0000	0.0139
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0176	0.0000	0.0202	0.0000	0.0264
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	7.9	0.0	7.3	0.0	6.7
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	4.0	0.0	6.0	0.0	2.4

Tabela 7.4.8 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu n bazne linije IGMI-PRAT, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe u toku cijelih dana

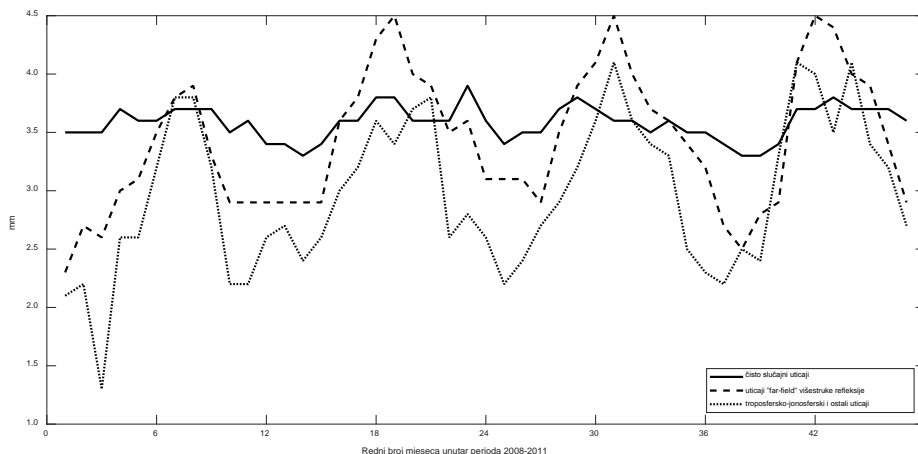
n	Varijanta (3,90)		Varijanta (3,120)		Varijanta (3,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	4.2	5.4	4.2	5.5	4.2	5.6
m_ω [mm] :	3.1	5.7	3.3	6.2	3.4	6.4
m_ν [mm] :	2.2	5.5	2.0	4.9	1.9	5.0
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0120	0.3198	0.0121	0.2788	0.0121	0.4366
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.0442	1.7081	0.0487	2.2764	0.0607	2.3453
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	0.4045	37.6952	0.3337	28.5958	0.2655	46.4328
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0550	0.0000	0.0481	0.0000	0.0752
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0615	0.0000	0.0615	0.0000	0.0428
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	12.1	0.0	11.6	0.0	11.3
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	2.4	0.0	1.6	0.0	2.2

	Varijanta (5,90)		Varijanta (5,120)		Varijanta (5,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	4.4	5.8	4.4	5.9	4.4	6.0
m_ω [mm] :	2.2	5.4	2.7	6.0	2.9	6.1
m_ν [mm] :	2.2	5.2	2.1	4.8	1.8	4.9
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0137	0.3755	0.0135	0.3454	0.0138	0.4884
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.0414	2.3717	0.0493	3.1359	0.0621	2.7961
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	0.3585	31.2639	0.3619	27.3395	0.2659	44.8150
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0389	0.0000	0.0358	0.0000	0.0509
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.1422	0.0000	0.1412	0.0000	0.0864
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	10.6	0.0	8.4	0.0	8.2
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	3.6	0.0	3.3	0.0	3.8

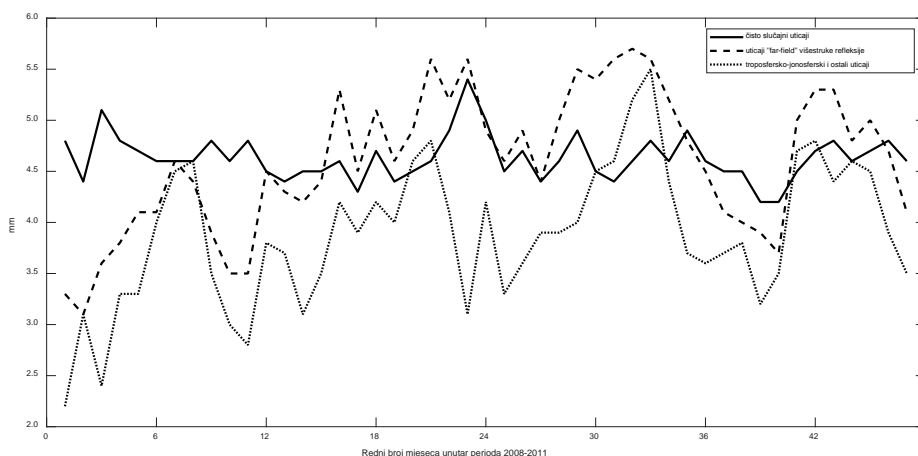
Tabela 7.4.9 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu u bazne linije IGMI-PRAT, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe u toku cijelih dana

u	Varijanta (3,90)		Varijanta (3,120)		Varijanta (3,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	8.8	11.1	8.8	11.2	8.9	11.3
m_ω [mm] :	7.6	12.5	7.7	13.6	7.7	15.0
m_ν [mm] :	7.3	20.3	7.0	19.7	5.8	18.6
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.2009	3.8215	0.2025	4.2280	0.2005	5.9759
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.9848	23.5487	1.1739	27.5780	1.5476	31.8076
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	22.6201	1369.3435	19.6640	1332.3476	18.1843	1542.9932
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.6563	0.0000	0.7258	0.0000	1.0256
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0001	0.0000	0.0001	0.0000	0.0001
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.8459	0.0000	0.7526	0.0000	0.5973
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	9.9	0.0	10.1	0.0	8.9
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	1.1	0.0	1.2	0.0	1.1

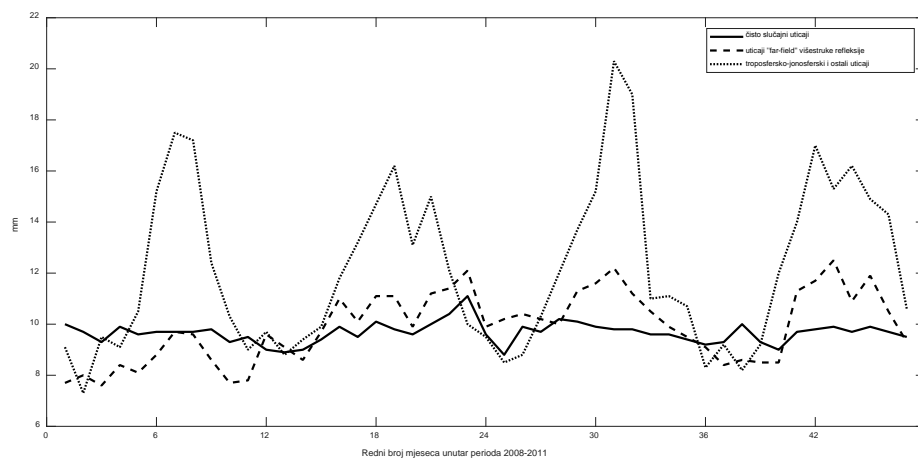
	Varijanta (5,90)		Varijanta (5,120)		Varijanta (5,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	9.4	11.8	9.4	11.9	9.4	12.1
m_ω [mm] :	6.4	11.3	6.8	13.1	6.9	14.3
m_ν [mm] :	7.3	20.5	7.2	19.6	5.7	18.6
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.2364	4.7707	0.2318	5.2832	0.2308	8.1478
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.8773	26.2679	1.0838	34.8839	1.6631	50.3564
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	24.6245	1324.1019	21.4148	1414.4096	19.9428	1495.0709
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.4928	0.0000	0.5450	0.0000	0.8421
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0002	0.0000	0.0002	0.0000	0.0002
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	1.5911	0.0000	1.5854	0.0000	1.5377
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	7.1	0.0	6.5	0.0	6.6
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	2.1	0.0	2.1	0.0	2.1



Slika 7.4.10 – Kvadratni korijeni ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu e , dobijeni na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe *u toku cijelih dana* (bazna linija IGMI-PRAT) – *Varijanta (3,90)*



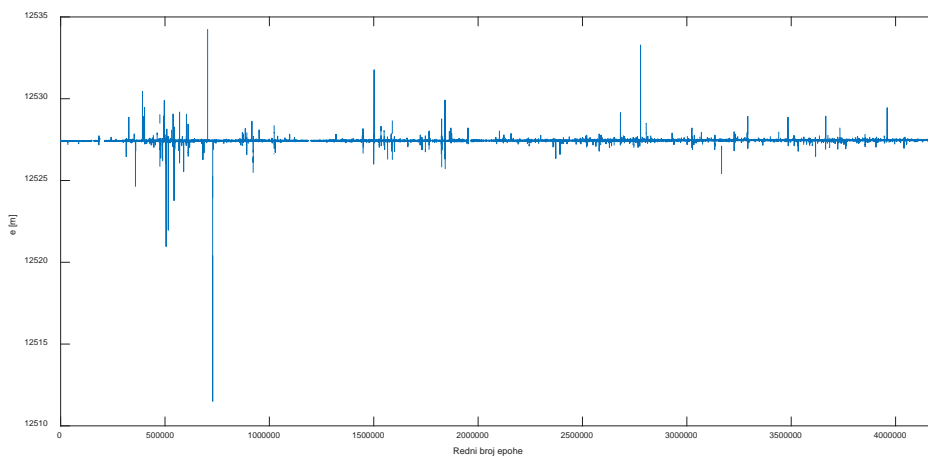
Slika 7.4.11 – Kvadratni korijeni ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu n , dobijeni na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe *u toku cijelih dana* (bazna linija IGMI-PRAT) – *Varijanta (3,90)*



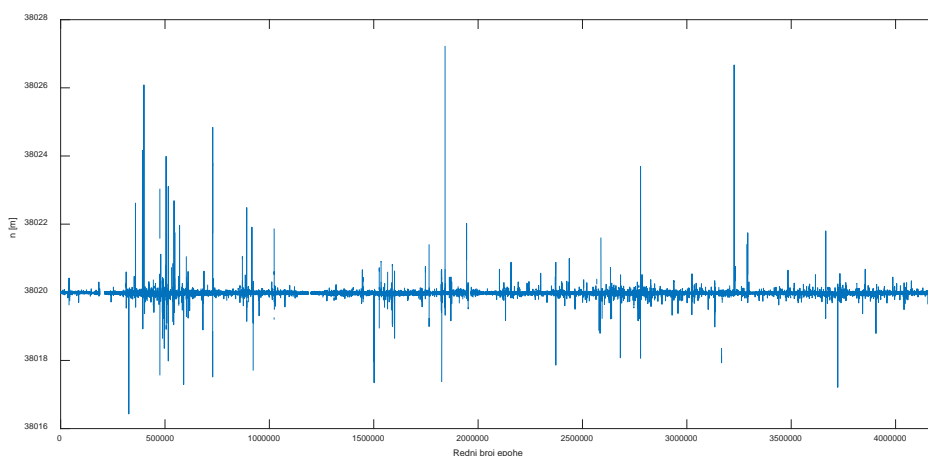
Slika 7.4.12 – Kvadratni korijeni ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu u , dobijeni na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe *u toku cijelih dana* (bazna linija IGMI-PRAT) – *Varijanta (3,90)*

7.5 Rezultati proračuna za baznu liniju BAR-PODG (40 km)

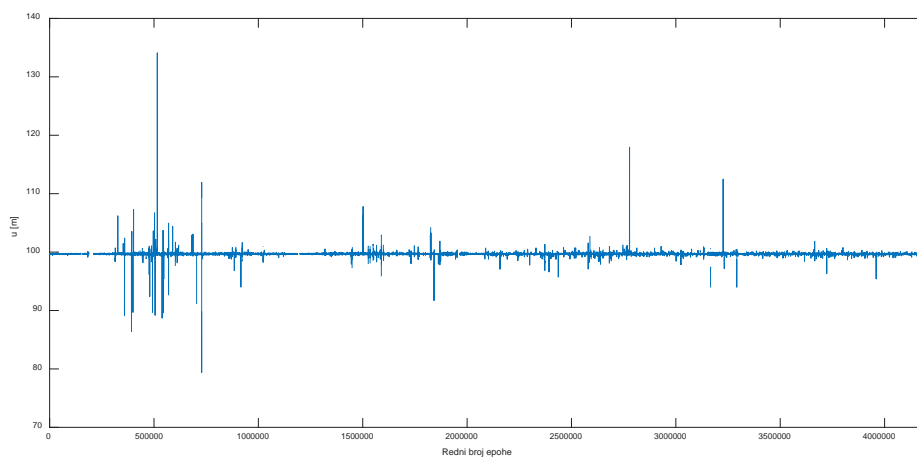
Fiksna rješenja za ovu baznu liniju prikazana su na slikama 7.5.1-3. Njihov broj iznosi 3997 563 , tj. 95.01% maksimalnog broja.



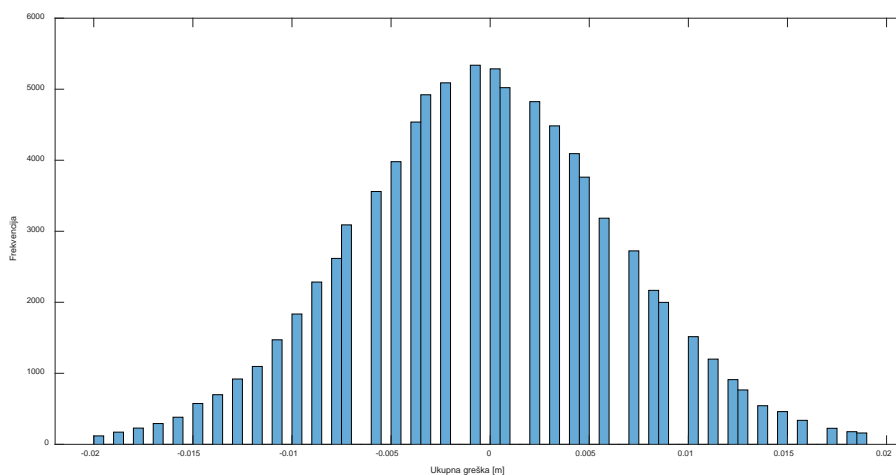
Slika 7.5.1 – Sva fiksna rješenja bazne linije BAR-PODG za koordinatu e (2008-2011)



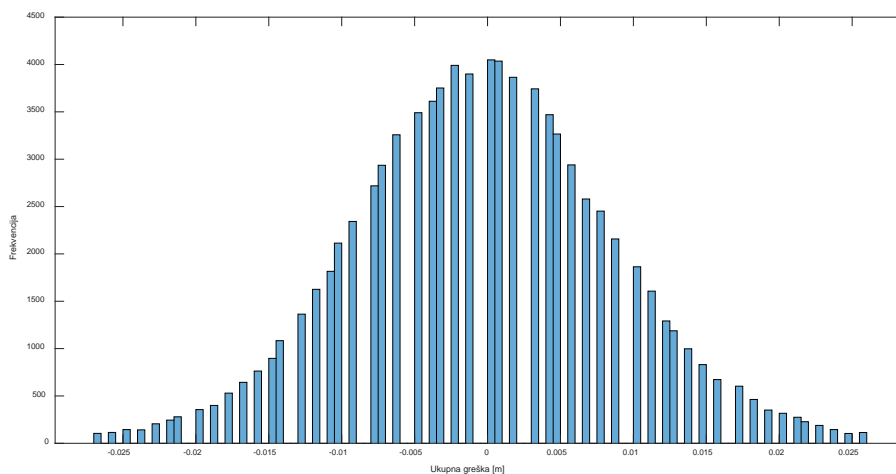
Slika 7.5.2 – Sva fiksna rješenja bazne linije BAR-PODG za koordinatu n (2008-2011)



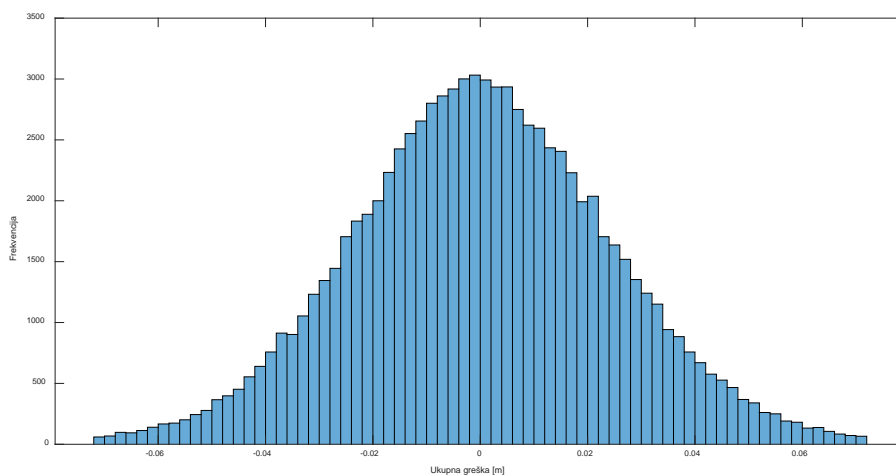
Slika 7.5.3 – Sva fiksna rješenja bazne linije BAR-PODG za koordinatu u (2008-2011)



Slika 7.5.4 – Histogram frekvencija ukupnih grešaka Δe za baznu liniju BAR-PODG (januar mjesec 2009.godine)

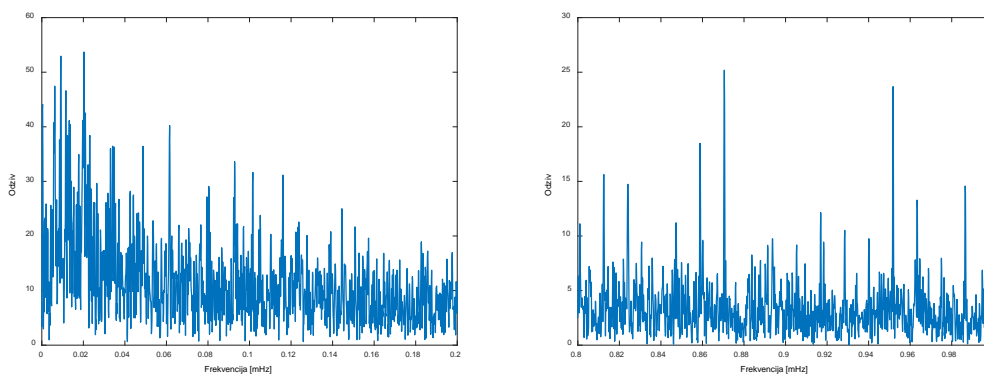


Slika 7.5.5 – Histogram frekvencija ukupnih grešaka Δn za baznu liniju BAR-PODG (januar mjesec 2009.godine)

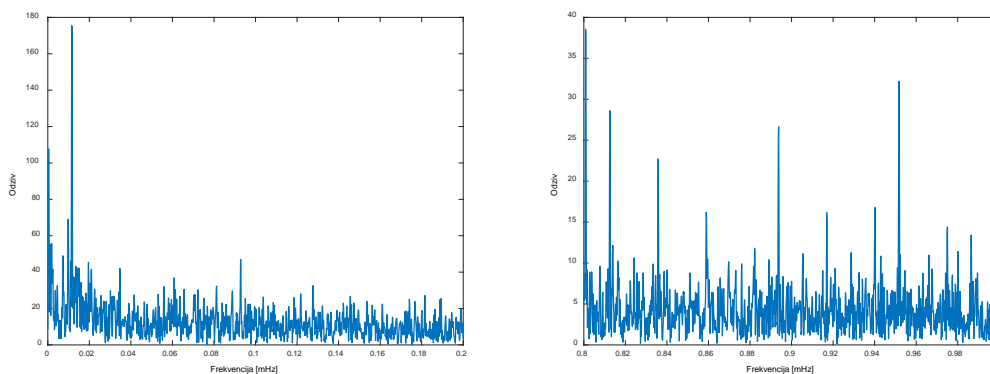


Slika 7.5.6 – Histogram frekvencija ukupnih grešaka Δu za baznu liniju BAR-PODG (januar mjesec 2009.godine)

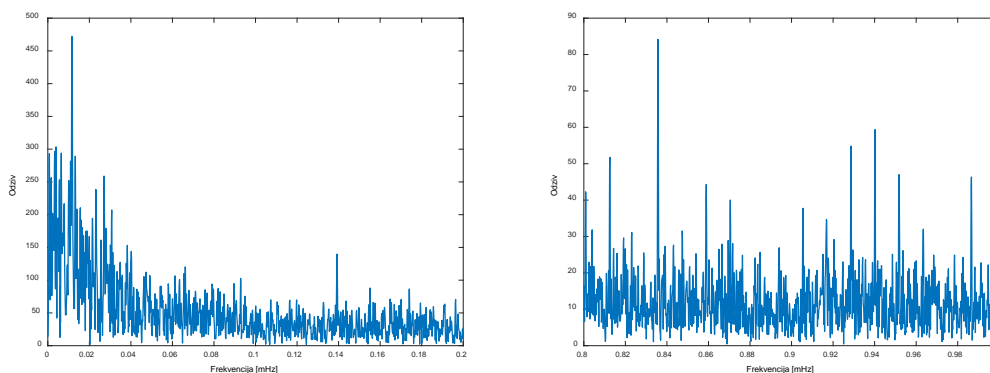
Na slikama 7.5.7-9 predstavljeni su rezultati grafičkog razmatranja periodičnosti. Za razliku od slučaja kod baznih linija iz poglavlja 7.3 i 7.4, ovdje nije bilo potrebno posmatrati više od po jedne vremenske serije ukupnih grešaka, s obzirom da u periodu od početka 2008. do kraja 2011.godine, koji je od interesa za ovdašnje istraživanje, nije bilo promjena u infrastrukturi (poglavlje 7.1.5).



Slika 7.5.7 – Djelovi spektra za Δe kod bazne linije BAR-PODG (01-31.07.2008.godine)



Slika 7.5.8 – Djelovi spektra za Δn kod bazne linije BAR-PODG (01-31.07.2008.godine)



Slika 7.5.9 – Djelovi spektra za Δu kod bazne linije BAR-PODG (01-31.07.2008.godine)

U tabelama 7.5.1-12, po istom redosljedu kao u poglavljima 7.3 i 7.4, prikazani su rezimirano rezultati istraživanja vezano za baznu liniju BAR-PODG.

Tabela 7.5.1 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu e bazne linije BAR-PODG, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe u toku *obdanica*

e	Varijanta (3,90)		Varijanta (3,120)		Varijanta (3,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	3.2	4.9	3.2	4.9	3.2	4.9
m_ω [mm] :	3.4	6.1	3.5	6.3	3.7	6.7
m_ν [mm] :	2.2	6.6	2.1	6.2	2.0	5.3
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0065	0.0596	0.0065	0.0609	0.0064	0.0602
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.0556	0.7179	0.0582	0.8260	0.0688	0.9983
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	0.2668	19.6341	0.2919	19.3644	0.2873	15.0958
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0103	0.0000	0.0105	0.0000	0.0104
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0259	0.0000	0.0224	0.0000	0.0182
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	9.4	0.0	9.3	0.0	8.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	2.4	0.0	1.8	0.0	1.3

	Varijanta (5,90)		Varijanta (5,120)		Varijanta (5,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	3.7	5.6	3.7	5.6	3.7	5.6
m_ω [mm] :	2.9	5.2	2.9	5.7	3.0	6.2
m_ν [mm] :	2.1	6.5	2.1	6.1	1.9	5.2
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0105	0.0821	0.0106	0.0857	0.0104	0.0853
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.0475	0.6681	0.0488	0.9132	0.0608	1.0482
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	0.2664	18.4957	0.2952	19.7298	0.2604	15.5922
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0085	0.0000	0.0089	0.0000	0.0088
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0406	0.0000	0.0414	0.0000	0.0321
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	7.7	0.0	7.7	0.0	6.9
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	3.4	0.0	2.9	0.0	2.0

Tabela 7.5.2 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu n bazne linije BAR-PODG, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe u toku *obdanica*

n	Varijanta (3,90)		Varijanta (3,120)		Varijanta (3,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	4.2	6.6	4.2	6.6	4.2	6.6
m_ω [mm] :	4.4	7.9	4.5	8.3	4.6	9.1
m_ν [mm] :	2.3	9.2	2.4	8.7	2.2	8.0
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0184	0.1288	0.0185	0.1399	0.0182	0.1488
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.1648	1.6622	0.1939	1.9111	0.2214	2.6905
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	0.7196	69.3917	0.7874	73.1960	0.7696	77.2976
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0223	0.0000	0.0242	0.0000	0.0257
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0594	0.0000	0.0513	0.0000	0.0477
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	9.3	0.0	9.1	0.0	8.8
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	2.9	0.0	2.0	0.0	1.4

	Varijanta (5,90)		Varijanta (5,120)		Varijanta (5,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	4.8	7.4	4.9	7.4	4.9	7.5
m_ω [mm] :	3.6	6.7	3.7	7.4	3.9	8.3
m_ν [mm] :	2.4	9.3	2.3	8.7	2.3	7.9
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0306	0.2019	0.0308	0.2019	0.0304	0.1994
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.1371	1.5571	0.1676	2.0596	0.1968	3.0643
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	0.8863	74.1827	0.8319	75.3752	0.8078	77.6466
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0210	0.0000	0.0211	0.0000	0.0209
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0939	0.0000	0.0924	0.0000	0.0903
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	7.3	0.0	6.9	0.0	6.3
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	3.8	0.0	3.1	0.0	2.0

Tabela 7.5.3 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu u bazne linije BAR-PODG, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe u toku *obdanica*

u	Varijanta (3,90)		Varijanta (3,120)		Varijanta (3,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	8.2	13.5	8.3	13.5	8.3	13.5
m_ω [mm] :	9.1	17.0	9.8	18.6	10.7	21.1
m_ν [mm] :	13.5	38.7	12.9	38.4	12.6	37.3
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.2865	3.0940	0.2865	4.0820	0.2831	2.8970
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	2.7700	34.2851	3.5218	46.7301	4.6845	75.6998
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	304.5920	21949.8147	343.8287	27909.9926	460.4535	37851.3886
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0490	0.5382	0.0491	0.7174	0.0485	0.4957
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0001	0.0000	0.0001	0.0000	0.0001
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0982	1.2299	0.0936	1.2663	0.0833	1.3686
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	3.1	7.1	2.8	6.4	2.2	5.9
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.1	0.5	0.1	0.4	0.1	0.3

	Varijanta (5,90)		Varijanta (5,120)		Varijanta (5,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	9.4	14.9	9.4	15.2	9.4	15.2
m_ω [mm] :	7.7	15.1	8.4	16.3	9.3	19.0
m_ν [mm] :	13.5	38.0	13.0	37.8	12.4	37.5
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.4435	6.3073	0.4490	7.7291	0.4440	4.7033
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	2.7345	38.3242	3.4270	49.3530	4.6847	87.4502
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	314.8940	21023.2855	363.2075	27144.5575	455.8701	39176.1573
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0456	0.6737	0.0462	0.8259	0.0457	0.4856
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0002	0.0000	0.0001	0.0000	0.0001
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.1620	2.3013	0.1521	2.2532	0.1404	2.6196
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	2.2	5.6	1.9	5.0	1.5	4.3
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.2	0.8	0.1	0.6	0.1	0.5

Tabela 7.5.4 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu e bazne linije BAR-PODG, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku noći*

e	Varijanta (3,90)		Varijanta (3,120)		Varijanta (3,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	3.3	4.7	3.3	4.6	3.3	4.7
m_ω [mm] :	3.4	5.3	3.6	5.5	3.7	5.8
m_ν [mm] :	1.6	4.3	1.3	4.1	1.3	3.7
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0079	0.1023	0.0079	0.0983	0.0079	0.0984
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.0618	0.4251	0.0715	0.5724	0.0836	0.5585
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	0.1769	3.5813	0.1549	3.7169	0.1380	3.5388
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0177	0.0000	0.0170	0.0000	0.0171
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0161	0.0000	0.0160	0.0000	0.0103
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	8.5	0.0	7.5	0.0	7.3
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	4.3	0.0	4.4	0.0	2.4

	Varijanta (5,90)		Varijanta (5,120)		Varijanta (5,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	3.7	5.3	3.7	5.4	3.8	5.4
m_ω [mm] :	2.7	4.6	2.9	5.0	3.2	5.4
m_ν [mm] :	1.9	4.3	1.7	4.1	1.2	3.7
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0126	0.1363	0.0125	0.1353	0.0125	0.1411
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.0481	0.3858	0.0599	0.5255	0.0769	0.5354
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	0.2154	3.6814	0.1655	3.8135	0.1263	3.8322
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0142	0.0000	0.0142	0.0000	0.0148
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0238	0.0000	0.0246	0.0000	0.0158
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	6.8	0.0	6.3	0.0	5.7
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	4.8	0.0	4.6	0.0	4.5

Tabela 7.5.5 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu n bazne linije BAR-PODG, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku noći*

n	Varijanta (3,90)		Varijanta (3,120)		Varijanta (3,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	4.4	6.1	4.4	6.1	4.5	6.1
m_ω [mm] :	4.5	6.5	4.7	6.7	4.9	7.2
m_ν [mm] :	2.2	5.5	2.2	5.0	2.0	4.5
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0265	0.3096	0.0265	0.3314	0.0271	0.3213
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.2275	1.0896	0.2522	1.1872	0.2822	1.3240
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	0.5468	9.2153	0.4272	8.3409	0.4619	8.2555
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0533	0.0000	0.0571	0.0000	0.0553
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0414	0.0000	0.0342	0.0000	0.0246
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	9.2	0.0	9.1	0.0	8.5
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	3.7	0.0	2.9	0.0	2.2

	Varijanta (5,90)		Varijanta (5,120)		Varijanta (5,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	5.1	6.9	5.1	6.9	5.2	6.9
m_ω [mm] :	3.5	5.5	3.9	5.8	4.0	6.5
m_ν [mm] :	2.2	5.4	2.1	5.0	2.0	4.5
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0444	0.4374	0.0446	0.4375	0.0449	0.4293
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.1605	0.8196	0.2169	1.0974	0.2305	1.1995
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	0.5930	8.5590	0.3793	8.5283	0.4141	8.7138
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0452	0.0000	0.0456	0.0000	0.0447
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0512	0.0000	0.0528	0.0000	0.0367
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	7.6	0.0	6.6	0.0	6.4
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	4.9	0.0	4.6	0.0	3.4

Tabela 7.5.6 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu u bazne linije BAR-PODG, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe u toku noći

u	Varijanta (3,90)		Varijanta (3,120)		Varijanta (3,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	8.0	13.1	8.0	13.2	8.0	13.2
m_ω [mm] :	9.0	14.8	9.2	16.3	10.5	18.1
m_ν [mm] :	12.7	35.3	12.0	34.6	12.1	33.8
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.3109	5.5525	0.3161	5.0980	0.3163	5.0552
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	3.5696	34.6803	3.8342	37.7575	5.6373	50.9865
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	311.9026	14290.2235	333.1927	17538.0800	501.3448	23497.5327
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0536	0.9568	0.0545	0.8740	0.0545	0.8695
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0001	0.0000	0.0001	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.1285	1.2421	0.1028	1.0046	0.1005	0.9074
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	3.9	7.3	3.5	6.9	2.7	6.5
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.1	0.5	0.1	0.4	0.1	0.3

	Varijanta (5,90)		Varijanta (5,120)		Varijanta (5,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	9.0	14.5	9.0	14.5	9.0	14.6
m_ω [mm] :	7.3	13.6	8.1	14.1	8.7	16.2
m_ν [mm] :	12.8	34.9	12.4	34.4	12.0	33.7
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.5121	7.2213	0.5189	6.8161	0.5143	6.7667
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	2.8317	27.6914	3.9361	34.5809	4.9639	50.4239
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	327.4428	13630.3443	379.4909	17717.1654	502.8657	23917.7337
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0530	0.7548	0.0537	0.7085	0.0533	0.7043
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0001	0.0000	0.0001	0.0000	0.0001
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.1745	1.6674	0.1768	1.5543	0.1505	1.4819
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	2.8	6.5	2.5	5.6	1.8	5.1
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.2	0.8	0.1	0.6	0.1	0.4

Tabela 7.5.7 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu e bazne linije BAR-PODG, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe u toku cijelih dana

e	Varijanta (3,90)		Varijanta (3,120)		Varijanta (3,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	3.2	4.7	3.3	4.6	3.3	4.7
m_ω [mm] :	3.4	5.5	3.5	5.7	3.7	6.1
m_ν [mm] :	2.1	5.5	2.1	5.2	1.9	4.7
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0034	0.0360	0.0035	0.0369	0.0035	0.0366
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.0289	0.2006	0.0324	0.2462	0.0374	0.2744
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	0.1377	4.5796	0.1358	4.6704	0.1396	4.5994
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0062	0.0000	0.0064	0.0000	0.0063
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0072	0.0000	0.0067	0.0000	0.0050
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	8.9	0.0	8.5	0.0	7.7
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	2.5	0.0	1.8	0.0	1.2

	Varijanta (5,90)		Varijanta (5,120)		Varijanta (5,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	3.7	5.3	3.7	5.3	3.7	5.3
m_ω [mm] :	2.8	4.8	2.9	5.1	3.1	5.6
m_ν [mm] :	2.2	5.5	2.1	5.2	2.0	4.7
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0056	0.0500	0.0057	0.0520	0.0056	0.0507
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.0238	0.1993	0.0271	0.2410	0.0329	0.3165
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	0.1573	4.7765	0.1562	5.0328	0.1556	4.8157
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0052	0.0000	0.0054	0.0000	0.0053
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0119	0.0000	0.0107	0.0000	0.0093
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	7.3	0.0	6.9	0.0	6.1
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	3.4	0.0	2.7	0.0	1.8

Tabela 7.5.8 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu n bazne linije BAR-PODG, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe u toku cijelih dana

n	Varijanta (3,90)		Varijanta (3,120)		Varijanta (3,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	4.3	6.1	4.3	6.2	4.3	6.2
m_ω [mm] :	4.6	6.7	4.6	7.0	4.7	7.6
m_ν [mm] :	2.3	8.0	2.4	7.6	2.1	7.1
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0106	0.0876	0.0106	0.0950	0.0108	0.0997
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.0973	0.5405	0.1157	0.6128	0.1263	0.7786
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	0.4315	20.0130	0.4170	21.1847	0.4801	24.0054
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0151	0.0000	0.0164	0.0000	0.0172
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0196	0.0000	0.0168	0.0000	0.0143
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	9.2	0.0	9.3	0.0	8.8
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	3.2	0.0	2.1	0.0	1.5

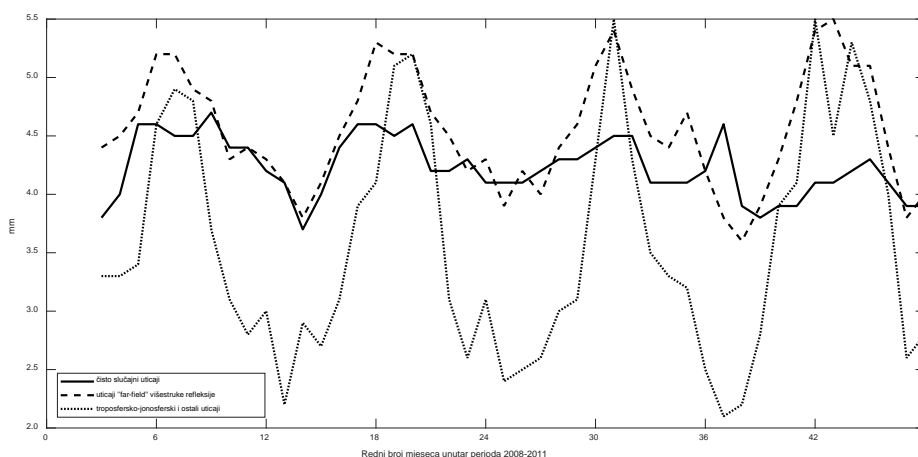
	Varijanta (5,90)		Varijanta (5,120)		Varijanta (5,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	4.9	6.8	5.0	6.9	5.0	6.9
m_ω [mm] :	3.6	5.7	3.9	6.1	4.1	6.8
m_ν [mm] :	2.3	7.9	2.4	7.6	2.2	7.1
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0178	0.1170	0.0179	0.1267	0.0179	0.1333
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.0775	0.4915	0.0952	0.5706	0.1060	0.7553
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	0.4767	20.0513	0.4035	21.7927	0.4720	24.2123
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0122	0.0000	0.0132	0.0000	0.0139
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0301	0.0000	0.0261	0.0000	0.0233
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	7.2	0.0	6.9	0.0	6.4
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	4.3	0.0	3.1	0.0	2.2

Tabela 7.5.9 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu u bazne linije BAR-PODG, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe u toku cijelih dana

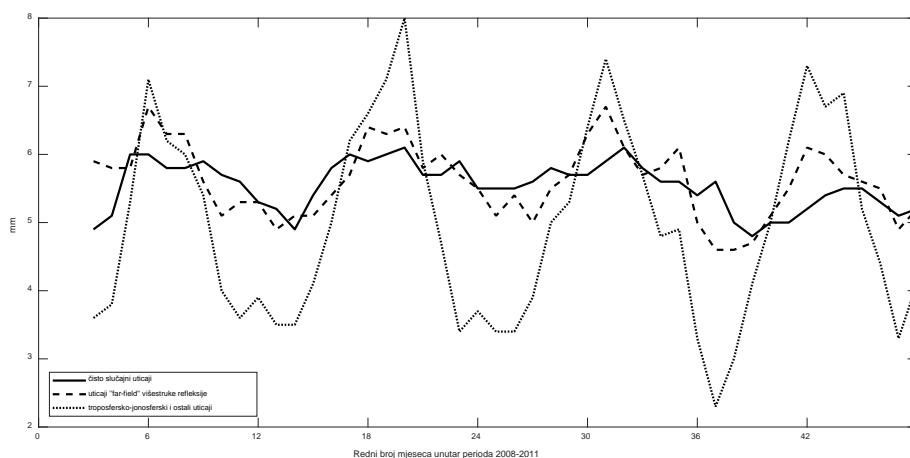
u	Varijanta (3,90)		Varijanta (3,120)		Varijanta (3,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	8.3	13.0	8.3	13.1	8.3	13.1
m_ω [mm] :	9.4	15.7	9.9	17.2	10.8	19.0
m_ν [mm] :	13.7	37.4	13.5	36.5	12.7	34.8
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.1470	2.1622	0.1487	2.0631	0.1473	1.8428
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	1.5670	13.4891	1.8719	16.8701	2.5467	24.4516
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	168.2872	8822.1998	208.9072	11001.9372	244.9029	13776.1908
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0253	0.3765	0.0255	0.3577	0.0253	0.3167
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0556	0.4944	0.0502	0.4565	0.0453	0.4424
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	3.6	7.1	3.1	6.5	2.4	6.1
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.1	0.5	0.1	0.4	0.1	0.3

	Varijanta (5,90)		Varijanta (5,120)		Varijanta (5,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	9.4	14.5	9.4	14.6	9.5	14.6
m_ω [mm] :	8.0	13.8	8.5	15.2	9.5	17.6
m_ν [mm] :	13.8	37.3	13.5	36.4	12.5	34.8
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.2344	2.9675	0.2359	3.1692	0.2349	2.7258
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	1.4614	13.1044	1.8130	18.0761	2.5787	30.3375
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	178.1727	9065.8332	210.6200	11195.9362	237.6331	13885.0263
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0242	0.3129	0.0244	0.3335	0.0243	0.2840
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0869	0.7917	0.0813	0.8200	0.0773	0.9098
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	2.7	5.9	2.2	5.1	1.7	4.6
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.2	0.8	0.1	0.6	0.1	0.4

Na slikama 7.5.10-12 nalaze se grafici ocjena standarda (kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja) za sve tri koordinate. Primijenjena je *Varijanta (3,90)* (smatra se optimalnom – vidjeti poglavlje 8.1) na 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe *u toku cijelih dana*.



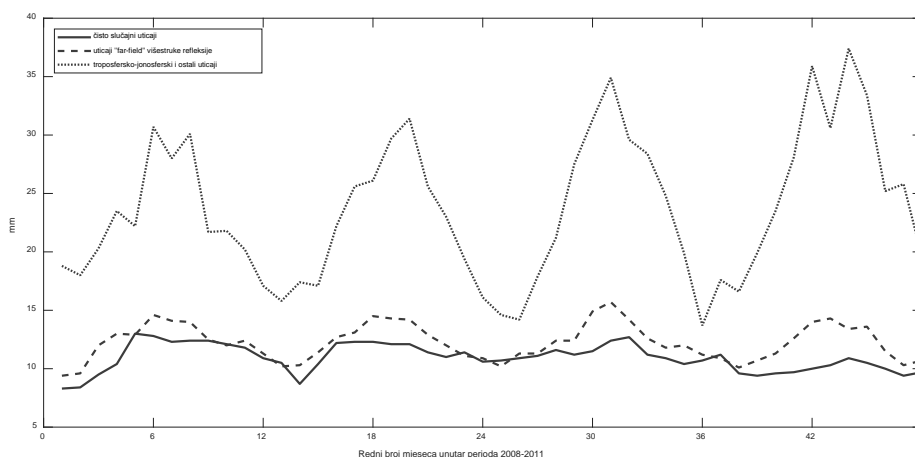
Slika 7.5.10 – Kvadratni korijeni ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu *e*, dobijeni na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe *u toku cijelih dana* (bazna linija BAR-PODG) – *Varijanta (3,90)*



Slika 7.5.11 – Kvadratni korijeni ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu *n*, dobijeni na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe *u toku cijelih dana* (bazna linija BAR-PODG) – *Varijanta (3,90)*

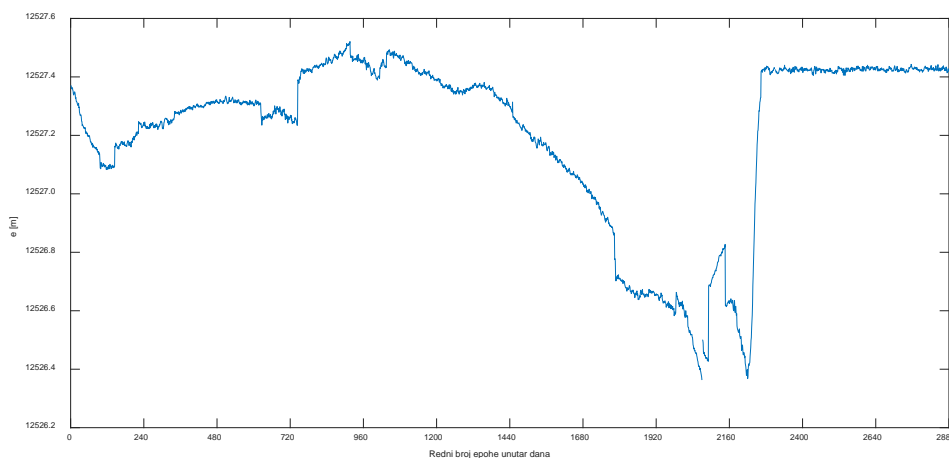
Na pomenutim slikama jasno se uočava dominacija troposfersko-jonosferskih i ostalih uticaja koje integriše faktor ν (vidjeti poglavlje 6.3.2) na koordinatu *u*, tokom cijelog perioda (2008-2011), dok to, posebno, nije slučaj kod koordinate *e*.

Kada je u pitanju koordinata *n*, ovi uticaji imaju dominaciju u odnosu na ostale jedino u ljetnjem periodu.

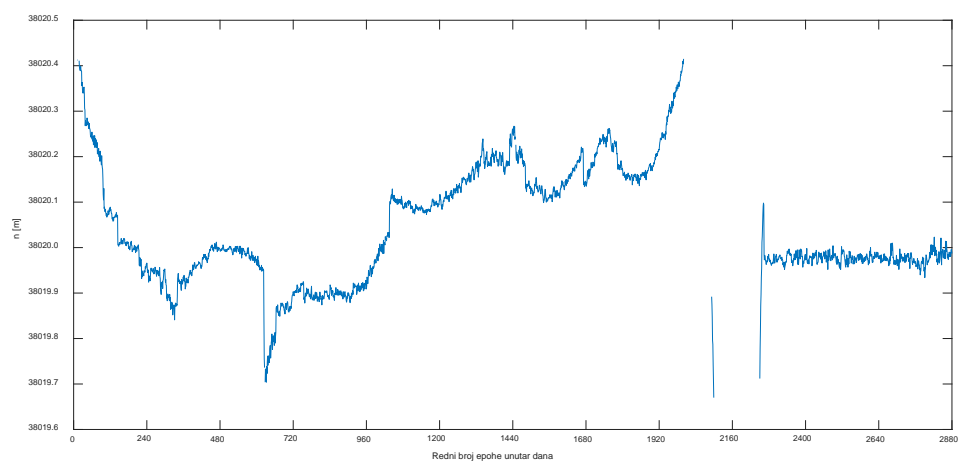


Slika 7.5.12 – Kvadratni korijeni ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu u , dobijeni na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe u toku cijelih dana (bazna linija BAR-PODG) – *Varijanta (3,90)*

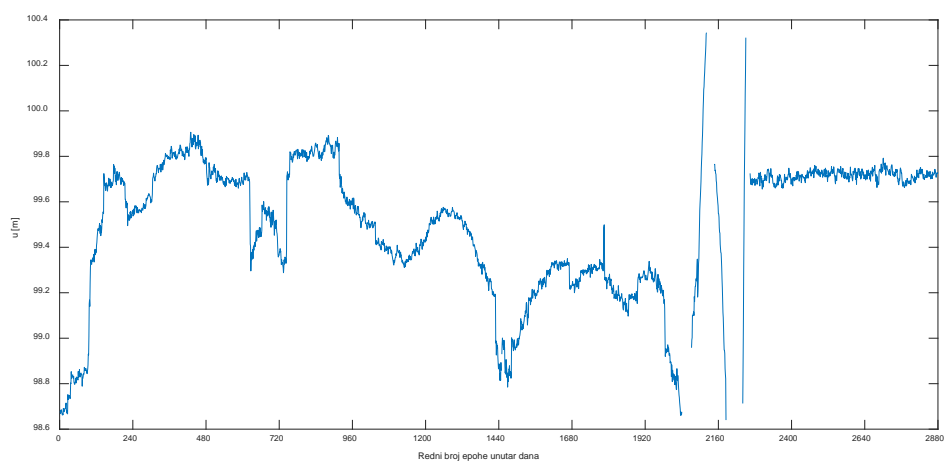
Interesantna promjena fiksnog rješenja bazne linije BAR-PODG u vremenu zapaža se na slikama 7.5.13-15, na kojima su, redom, prikazane odnosne 24 h-ovne vremenske serije po koordinatama e , n i u . U pitanju je jedna od najekstremnijih situacija. Ovakvih slučajeva se ispostavilo nekoliko u razmatranom četvorogodišnjem periodu pri pojedinačnoj analizi obdanica, noći i cijelih dana. Pri analizi mjesečnih vremenskih serija obdanica, noći i cijelih dana, kod ove, kao i kod ostale četiri razmatrane bazne linije, kako je ranije napomenuto, za odbacivanje odskačućih fiksnih rješenja, pored preliminarno korišćenog kriterijuma dozvoljenih odstupanja " 3σ ", za fino otklanjanje odskačućih podataka, primijenjena je PEROBHIK2S metoda integrisana u dvofaktorsku hijerarhijsku klasifikaciju (poglavlje 6.3.3).



Slika 7.5.13 – Fiksna rješenja za koordinatu e , za cijeli dan 03.04.2010.godine, poslije primjene kriterijuma dozvoljenih odstupanja " 3σ " (odbačeno jedno) (bazna linija BAR-PODG)



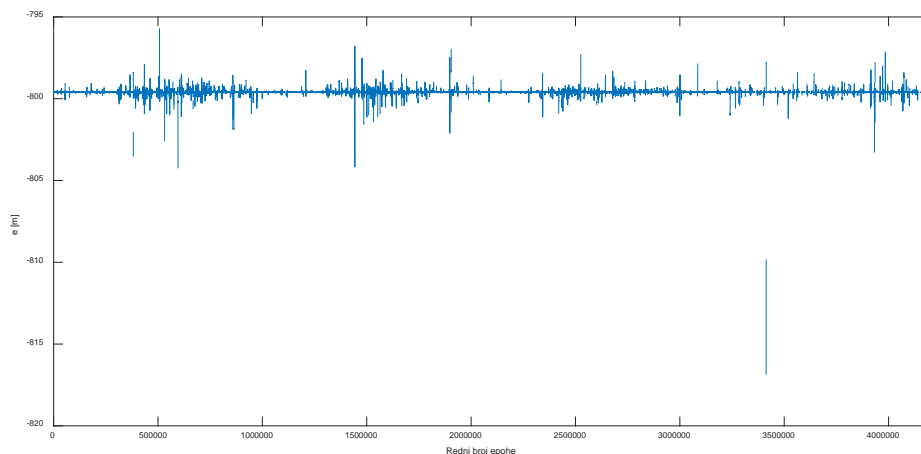
Slika 7.5.14 – Fiksna rješenja za koordinatu n , za cijeli dan 03.04.2010.godine, poslije primjene kriterijuma dozvoljenih odstupanja " 3σ " (odbačenih 8.9%) (bazna linija BAR-PODG)



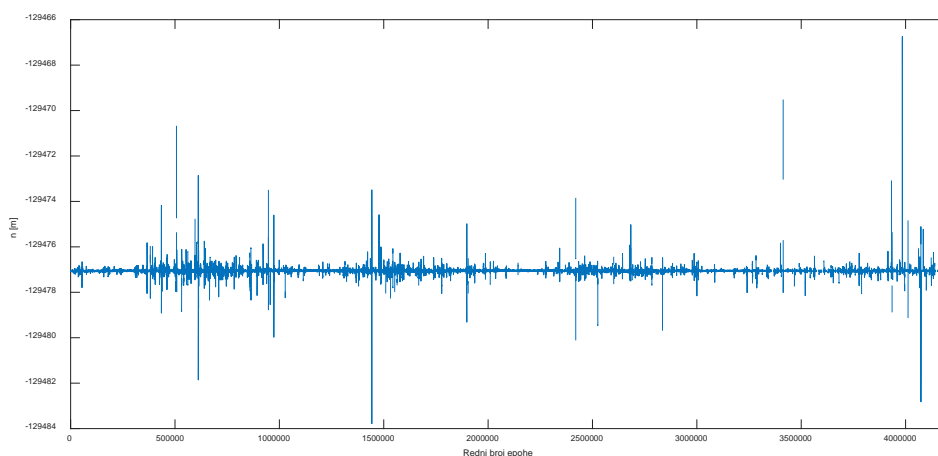
Slika 7.5.15 – Fiksna rješenja za koordinatu u , za cijeli dan 03.04.2010.godine, poslije primjene kriterijuma dozvoljenih odstupanja " 3σ " (odbačenih 4.3%) (bazna linija BAR-PODG)

7.6 Rezultati proračuna za baznu liniju BOR1-WROC (129.5 km)

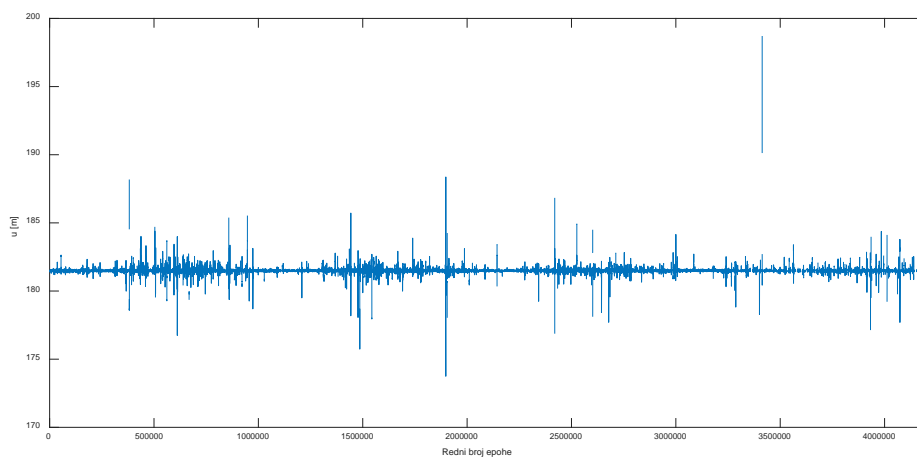
Sva fiksna rješenja za ovu baznu liniju prikazana su na slikama 7.6.1-3. Njihov broj je 3 869 229, što iznosi 91.96% maksimalnog broja 4 207 680.



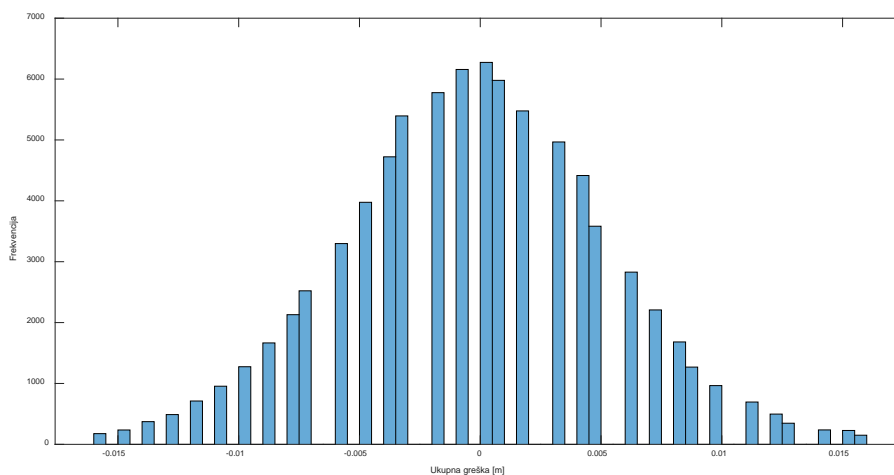
Slika 7.6.1 – Sva fiksna rješenja bazne linije BOR1-WROC za koordinatu e (2008-2011)



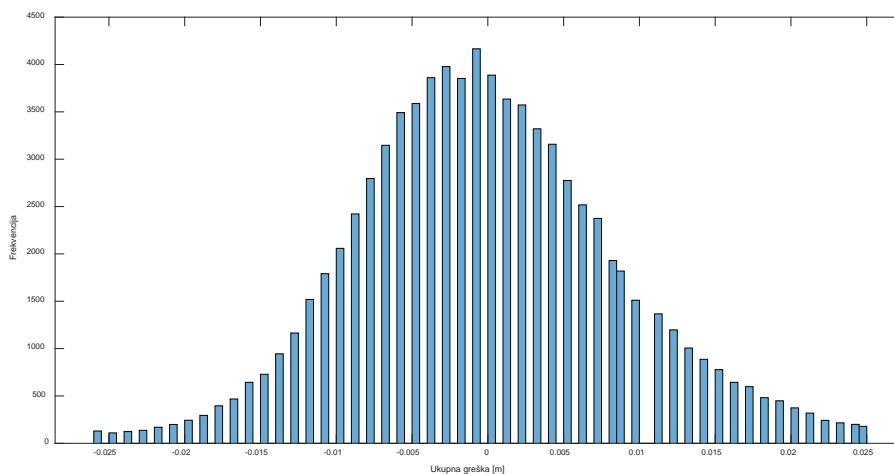
Slika 7.6.2 – Sva fiksna rješenja bazne linije BOR1-WROC za koordinatu n (2008-2011)



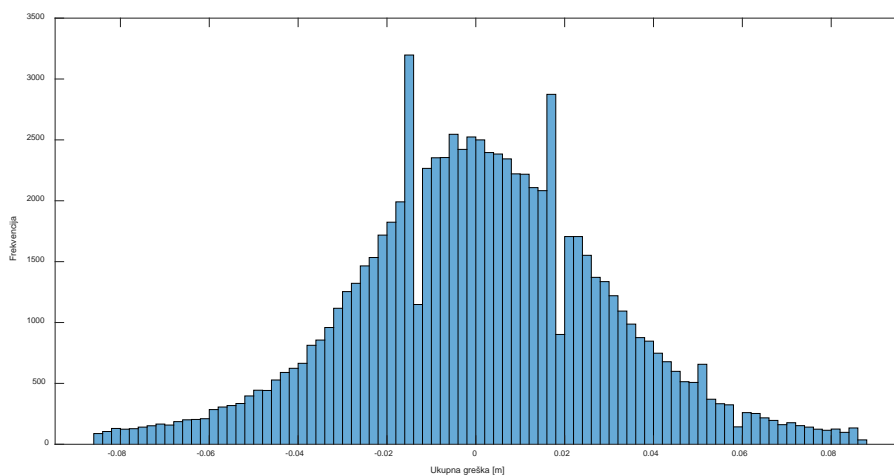
Slika 7.6.3 – Sva fiksna rješenja bazne linije BOR1-WROC za koordinatu u (2008-2011)



Slika 7.6.4 – Histogram frekvencija ukupnih grešaka Δe za baznu liniju BOR1-WROC (mart mjesec 2008.godine)

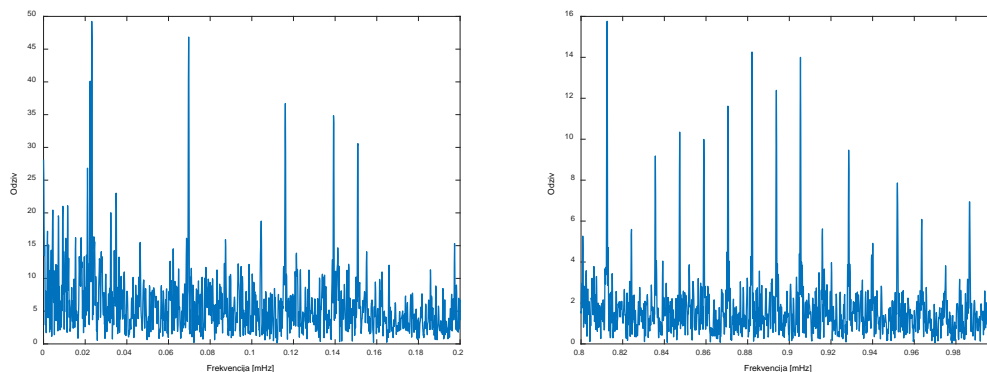


Slika 7.6.5 – Histogram frekvencija ukupnih grešaka Δn za baznu liniju BOR1-WROC (mart mjesec 2008.godine)

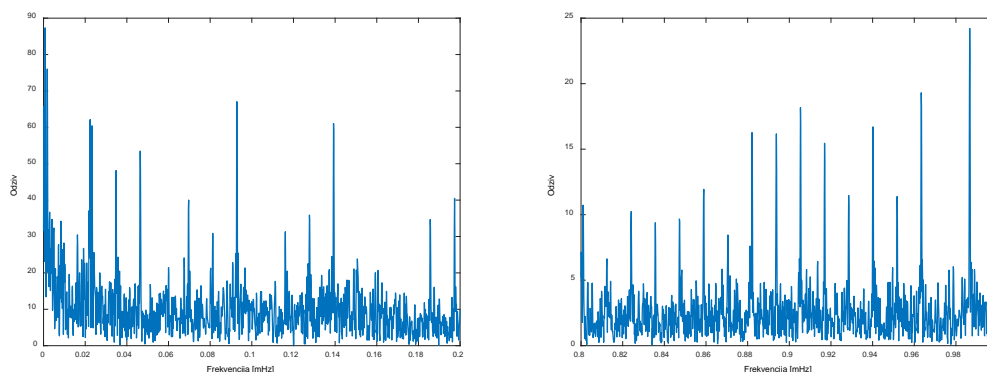


Slika 7.6.6 – Histogram frekvencija ukupnih grešaka Δu za baznu liniju BOR1-WROC (mart mjesec 2008.godine)

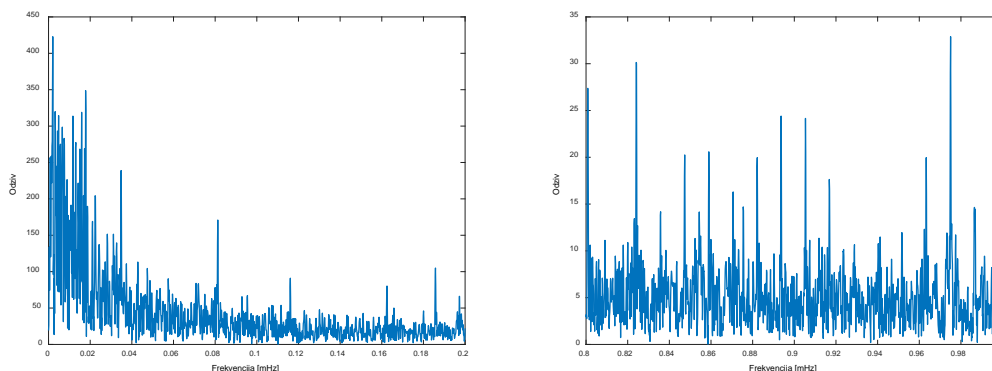
Slike 7.6.7-9 reprezentuju karakteristike periodičnosti. Ni ovdje, kao i u slučaju bazne linije iz poglavlja 7.5, nije bilo potrebno posmatrati više od po jedne vremenske serije ukupnih grešaka, jer u periodu od početka 2008. do kraja 2011.godine nije bilo promjena u infrastrukturi koje su od značaja (poglavlje 7.1.3).



Slika 7.6.7 – Djelovi spektra za $\Delta\epsilon$ kod bazne linije BOR1-WROC (01-31.03.2009.godine)



Slika 7.6.8 – Djelovi spektra za Δn kod bazne linije BOR1-WROC (01-31.03.2009.godine)



Slika 7.6.9 – Djelovi spektra za Δu kod bazne linije BOR1-WROC (01-31.03.2009.godine)

Na isti način kao u prethodnim poglavljima (7.3, 7.4 i 7.5), posredstvom tabela 7.6.1-9, a onda i slika 7.6.10-12, prikazan je, respektivno, numerički i grafički, isti tip rezultata istraživanja (kada je u pitanju *Varijanta (3,90)*, važi isto rezonovanje kao ranije).

Tabela 7.6.1 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu e bazne linije BOR1-WROC, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe u toku *obdanica*

e	Varijanta (3,90)		Varijanta (3,120)		Varijanta (3,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	2.6	3.3	2.6	3.3	2.6	3.3
m_ω [mm] :	2.7	5.7	2.9	6.0	3.0	6.4
m_ν [mm] :	1.9	7.4	1.6	6.8	1.4	5.9
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0031	0.0158	0.0031	0.0154	0.0031	0.0155
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.0234	0.7020	0.0290	0.9525	0.0370	0.9813
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	0.1296	38.2287	0.0969	37.0116	0.0844	32.5955
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0005	0.0027	0.0005	0.0026	0.0005	0.0027
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0008	0.0250	0.0008	0.0249	0.0006	0.0173
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	2.3	6.8	2.1	6.5	1.8	5.9
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.3	1.6	0.3	1.6	0.3	1.2

	Varijanta (5,90)		Varijanta (5,120)		Varijanta (5,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	2.8	3.6	2.8	3.6	2.8	3.7
m_ω [mm] :	2.6	5.2	2.7	5.5	2.9	6.1
m_ν [mm] :	1.8	7.1	1.6	6.5	1.4	5.6
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0036	0.0225	0.0036	0.0226	0.0036	0.0227
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.0300	0.9218	0.0364	1.0779	0.0464	1.2843
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	0.1377	34.8496	0.1003	34.7338	0.0921	27.8641
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0004	0.0023	0.0004	0.0023	0.0004	0.0023
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0017	0.0552	0.0016	0.0482	0.0014	0.0377
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	1.4	4.1	1.3	3.8	1.1	3.4
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.6	2.9	0.6	2.9	0.5	2.1

Tabela 7.6.2 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu n bazne linije BOR1-WROC, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe u toku *obdanica*

n	Varijanta (3,90)		Varijanta (3,120)		Varijanta (3,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	3.5	4.8	3.5	4.8	3.5	4.8
m_ω [mm] :	3.1	7.5	3.4	7.9	3.6	8.6
m_ν [mm] :	3.9	10.8	3.6	11.1	3.2	9.7
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0103	0.0715	0.0103	0.0742	0.0104	0.0730
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.0480	2.0436	0.0627	2.5572	0.0793	3.5128
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	2.1508	206.3599	2.2183	325.7161	2.2050	455.7032
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0018	0.0123	0.0018	0.0127	0.0018	0.0126
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0017	0.0740	0.0017	0.0692	0.0014	0.0636
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	2.6	8.9	2.4	7.8	2.1	6.9
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.2	0.8	0.2	0.8	0.1	0.6

	Varijanta (5,90)		Varijanta (5,120)		Varijanta (5,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	3.6	5.1	3.6	5.2	3.6	5.2
m_ω [mm] :	2.8	7.0	3.1	7.5	3.3	8.1
m_ν [mm] :	3.7	11.0	3.5	10.5	3.1	10.4
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0117	0.0968	0.0114	0.0981	0.0115	0.0947
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.0539	2.6882	0.0738	3.4075	0.0907	5.6594
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	2.1800	237.2814	2.2326	356.1236	2.0712	595.9503
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0012	0.0100	0.0012	0.0101	0.0012	0.0098
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0033	0.1626	0.0033	0.1555	0.0027	0.1707
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	1.6	5.3	1.4	4.5	1.3	4.1
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.4	1.5	0.3	1.5	0.2	1.1

Tabela 7.6.3 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu u bazne linije BOR1-WROC, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe u toku *obdanica*

u	Varijanta (3,90)		Varijanta (3,120)		Varijanta (3,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	6.8	8.5	6.9	8.5	6.9	8.5
m_ω [mm] :	7.3	15.7	8.0	17.1	9.3	20.4
m_ν [mm] :	16.4	53.6	16.3	51.6	14.5	49.3
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.1525	0.6774	0.1495	0.6546	0.1489	0.6598
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	1.4478	29.3970	1.9412	48.3988	3.5983	93.5933
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	752.2990	97338.9777	955.9722	111737.6537	903.5085	142062.6388
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0261	0.1163	0.0255	0.1125	0.0254	0.1134
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0510	1.0813	0.0515	1.3378	0.0636	1.7068
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	1.9	6.6	1.5	5.6	1.1	4.4
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	0.2	0.0	0.1	0.0	0.1

	Varijanta (5,90)		Varijanta (5,120)		Varijanta (5,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	7.2	9.2	7.2	9.3	7.3	9.2
m_ω [mm] :	6.8	14.5	7.6	16.3	8.7	19.3
m_ν [mm] :	16.2	53.8	16.3	49.5	14.6	48.9
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.1778	0.9694	0.1735	0.9525	0.1702	0.9564
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	1.6498	38.9657	2.3560	67.1934	4.3461	128.6667
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	723.3883	101788.0990	970.9460	98181.1749	955.8134	139110.5889
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0182	0.1000	0.0178	0.0985	0.0174	0.0988
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0982	2.3895	0.1053	3.1290	0.1291	3.9741
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	1.2	4.0	0.9	3.3	0.7	2.5
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.1	0.3	0.1	0.3	0.0	0.2

Tabela 7.6.4 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu e bazne linije BOR1-WROC, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku noći*

e	Varijanta (3,90)		Varijanta (3,120)		Varijanta (3,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	2.6	3.1	2.6	3.1	2.6	3.1
m_ω [mm] :	2.7	4.4	2.8	4.5	2.9	5.0
m_ν [mm] :	1.8	5.9	1.7	4.8	1.4	4.2
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0031	0.0092	0.0031	0.0090	0.0032	0.0092
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.0259	0.2274	0.0324	0.3083	0.0372	0.4192
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	0.1636	15.9639	0.1350	10.2225	0.0903	10.2583
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0016	0.0000	0.0015	0.0000	0.0016
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0081	0.0000	0.0082	0.0000	0.0073
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	6.9	0.0	6.7	0.0	5.8
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	2.1	0.0	1.6	0.0	1.3

	Varijanta (5,90)		Varijanta (5,120)		Varijanta (5,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	2.8	3.2	2.8	3.2	2.8	3.2
m_ω [mm] :	2.4	4.0	2.6	4.2	2.7	4.7
m_ν [mm] :	1.8	5.7	1.7	4.8	1.4	4.2
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0035	0.0116	0.0036	0.0116	0.0036	0.0118
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.0277	0.3005	0.0381	0.4029	0.0427	0.6107
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	0.1740	15.0904	0.1566	10.6589	0.0965	10.3069
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0012	0.0000	0.0012	0.0000	0.0012
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0181	0.0000	0.0181	0.0000	0.0177
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	4.3	0.0	3.8	0.0	3.4
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	3.8	0.0	3.0	0.0	2.4

Tabela 7.6.5 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu n bazne linije BOR1-WROC, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku noći*

n	Varijanta (3,90)		Varijanta (3,120)		Varijanta (3,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	3.6	4.4	3.6	4.5	3.6	4.5
m_ω [mm] :	3.8	5.6	3.9	5.8	4.3	6.2
m_ν [mm] :	3.7	14.0	3.4	13.8	3.0	10.5
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0149	0.0407	0.0146	0.0414	0.0144	0.0475
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.1021	1.1665	0.1311	1.2457	0.1689	1.9136
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	2.4302	559.3826	2.1562	699.6676	2.0518	445.2706
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0026	0.0070	0.0025	0.0072	0.0025	0.0082
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0036	0.0421	0.0036	0.0352	0.0030	0.0360
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	3.2	7.7	3.1	7.0	2.7	6.2
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.1	1.2	0.1	1.0	0.1	0.8

	Varijanta (5,90)		Varijanta (5,120)		Varijanta (5,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	3.8	4.7	3.9	4.7	3.9	4.8
m_ω [mm] :	3.2	4.9	3.7	5.5	3.9	5.9
m_ν [mm] :	3.7	14.0	3.4	14.0	3.0	10.3
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0169	0.0525	0.0164	0.0518	0.0159	0.0636
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.1099	1.1765	0.1561	1.7244	0.1977	2.0975
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	2.7500	541.4585	2.3998	770.9247	2.1947	378.8701
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0017	0.0055	0.0017	0.0054	0.0016	0.0066
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0066	0.0732	0.0071	0.0811	0.0059	0.0662
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	2.2	4.9	1.8	4.1	1.6	3.7
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.2	1.9	0.2	1.8	0.2	1.4

Tabela 7.6.6 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu u bazne linije BOR1-WROC, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe u toku noći

u	Varijanta (3,90)		Varijanta (3,120)		Varijanta (3,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	6.5	8.0	6.6	8.1	6.6	8.1
m_ω [mm] :	6.7	12.8	7.2	15.1	8.3	18.0
m_ν [mm] :	15.1	62.4	14.6	58.9	13.8	53.9
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.1385	0.5303	0.1376	0.5527	0.1400	0.5496
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	1.0677	28.3453	1.3379	34.9625	2.1757	65.2397
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	541.3488	267827.9780	632.8225	290974.8460	762.8384	306447.1677
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0236	0.0906	0.0235	0.0945	0.0239	0.0939
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0382	1.0205	0.0358	0.9548	0.0390	1.2508
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	2.3	8.2	1.8	7.3	1.3	5.5
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	0.2	0.0	0.1	0.0	0.1

	Varijanta (5,90)		Varijanta (5,120)		Varijanta (5,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	7.0	8.4	7.0	8.5	7.1	8.5
m_ω [mm] :	5.9	11.9	6.8	13.4	7.9	17.7
m_ν [mm] :	15.2	58.8	14.5	56.0	13.6	54.2
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.1617	0.6383	0.1613	0.6561	0.1633	0.6637
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	1.1562	36.9021	1.6363	47.4963	2.6723	82.7765
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	571.5661	219517.8270	643.9223	247894.3013	739.6443	319280.5542
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0166	0.0657	0.0165	0.0675	0.0167	0.0684
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0706	2.2619	0.0736	2.1800	0.0805	2.5233
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	1.4	5.2	1.1	4.1	0.7	3.2
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.1	0.3	0.1	0.2	0.0	0.2

Tabela 7.6.7 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu e bazne linije BOR1-WROC, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe u toku cijelih dana

e	Varijanta (3,90)		Varijanta (3,120)		Varijanta (3,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	2.6	3.1	2.6	3.1	2.6	3.1
m_ω [mm] :	2.8	4.9	2.9	5.1	3.1	5.6
m_ν [mm] :	2.1	5.5	1.9	5.1	1.6	4.5
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0015	0.0075	0.0015	0.0076	0.0015	0.0076
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.0138	0.3005	0.0161	0.3784	0.0195	0.5112
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	0.1060	8.3267	0.0908	6.1167	0.0665	7.9205
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0003	0.0013	0.0003	0.0013	0.0003	0.0013
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0005	0.0108	0.0004	0.0102	0.0003	0.0093
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	2.7	6.6	2.4	6.2	2.1	5.5
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.4	1.4	0.4	1.2	0.3	1.0

	Varijanta (5,90)		Varijanta (5,120)		Varijanta (5,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	2.8	3.3	2.8	3.3	2.8	3.4
m_ω [mm] :	2.5	4.5	2.7	4.8	2.9	5.4
m_ν [mm] :	2.1	5.5	1.9	5.1	1.6	4.6
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0018	0.0102	0.0018	0.0106	0.0018	0.0106
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.0152	0.3769	0.0200	0.4729	0.0248	0.6218
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	0.1168	7.4498	0.0969	6.4438	0.0706	6.3921
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0002	0.0011	0.0002	0.0011	0.0002	0.0011
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0009	0.0229	0.0009	0.0214	0.0007	0.0189
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	1.6	4.0	1.4	3.5	1.3	3.1
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.8	2.4	0.8	2.2	0.6	1.8

Tabela 7.6.8 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu n bazne linije BOR1-WROC, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe u toku cijelih dana

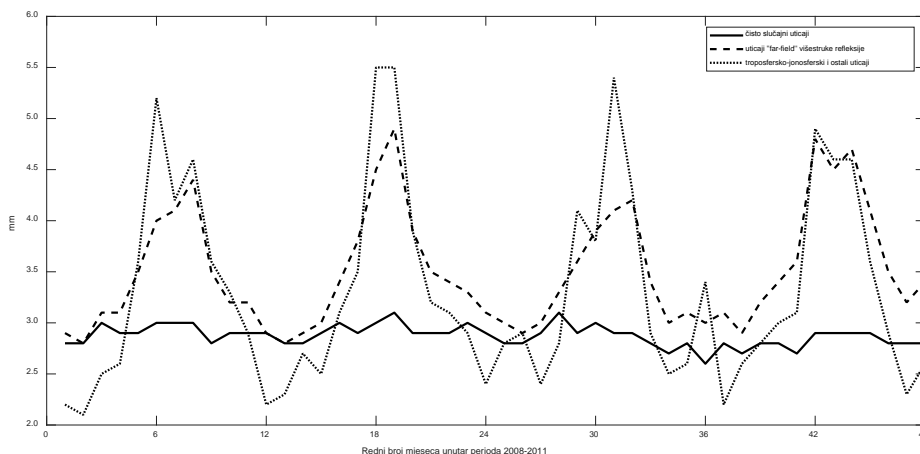
n	Varijanta (3,90)		Varijanta (3,120)		Varijanta (3,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	3.7	4.4	3.7	4.4	3.7	4.4
m_ω [mm] :	3.6	5.9	3.9	6.8	4.1	7.1
m_ν [mm] :	4.2	10.9	3.7	11.1	3.4	10.4
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0061	0.0271	0.0061	0.0275	0.0060	0.0280
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.0421	0.6653	0.0538	0.7562	0.0665	1.2416
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	1.4802	184.9356	1.3476	259.6578	1.4425	305.5958
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0010	0.0047	0.0010	0.0047	0.0010	0.0048
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0015	0.0243	0.0015	0.0211	0.0012	0.0232
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	3.4	7.7	2.7	6.7	2.6	6.1
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.2	0.8	0.2	0.7	0.1	0.6

	Varijanta (5,90)		Varijanta (5,120)		Varijanta (5,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	3.9	4.6	3.9	4.6	3.9	4.7
m_ω [mm] :	3.2	5.5	3.6	6.2	3.9	6.6
m_ν [mm] :	4.1	11.0	3.7	10.8	3.4	10.3
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0068	0.0342	0.0067	0.0345	0.0066	0.0356
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.0464	0.7929	0.0654	1.0906	0.0832	1.7104
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	1.5363	196.8348	1.3863	235.2748	1.4130	302.9011
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0007	0.0035	0.0007	0.0036	0.0007	0.0037
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0028	0.0488	0.0029	0.0506	0.0025	0.0532
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	2.0	4.8	1.7	4.0	1.5	3.5
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.4	1.5	0.3	1.3	0.2	1.1

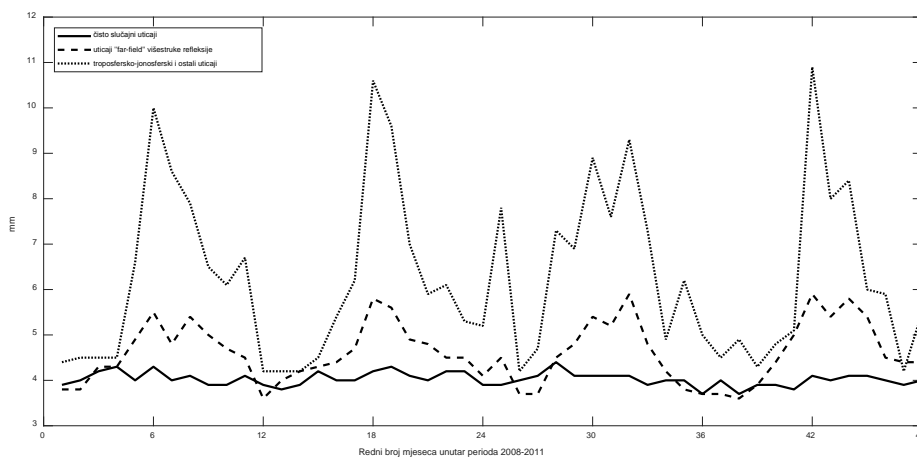
Tabela 7.6.9 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu u bazne linije BOR1-WROC, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe u toku cijelih dana

u	Varijanta (3,90)		Varijanta (3,120)		Varijanta (3,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	6.8	8.2	6.8	8.2	6.8	8.3
m_ω [mm] :	7.0	13.6	7.8	15.3	8.7	18.6
m_ν [mm] :	16.1	50.2	15.7	47.3	14.5	46.6
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0714	0.2835	0.0705	0.2855	0.0708	0.2917
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.6874	12.9286	0.8971	18.7730	1.4007	33.7034
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	342.8921	37421.9090	411.4462	41530.7470	458.2614	62223.7735
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0122	0.0486	0.0120	0.0490	0.0121	0.0500
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0244	0.4721	0.0238	0.5111	0.0247	0.6152
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	2.3	7.3	1.8	6.4	1.2	4.9
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	0.2	0.0	0.1	0.0	0.1

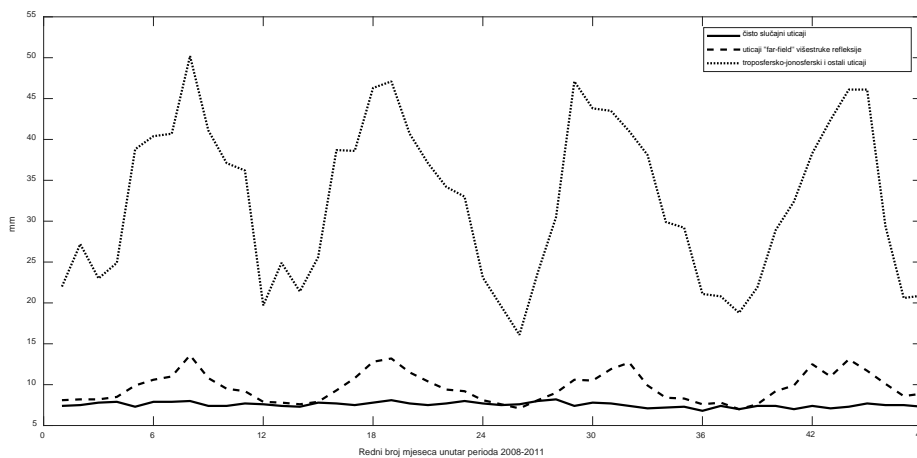
	Varijanta (5,90)		Varijanta (5,120)		Varijanta (5,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	7.2	8.7	7.2	8.7	7.2	8.7
m_ω [mm] :	6.3	12.6	7.3	14.2	8.3	17.9
m_ν [mm] :	16.1	49.8	15.8	46.0	14.4	45.3
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0818	0.3942	0.0810	0.3949	0.0812	0.3954
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.7213	15.1254	1.1075	24.6639	1.8971	45.0422
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	351.7268	37616.9595	431.4517	44263.6800	450.2031	64670.0869
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0084	0.0405	0.0083	0.0407	0.0083	0.0407
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0442	0.9333	0.0499	1.1245	0.0563	1.3939
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	1.4	4.6	1.0	3.7	0.7	2.8
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.1	0.3	0.1	0.2	0.0	0.2



Slika 7.6.10 – Kvadratni korijeni ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu e , dobijeni na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe *u toku cijelih dana* (bazna linija BOR1-WROC) – **Varijanta (3,90)**



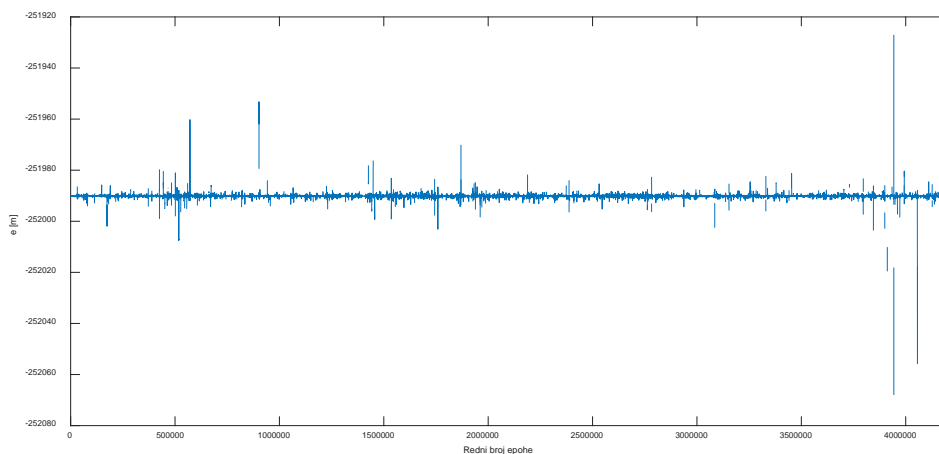
Slika 7.6.11 – Kvadratni korijeni ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu n , dobijeni na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe *u toku cijelih dana* (bazna linija BOR1-WROC) – **Varijanta (3,90)**



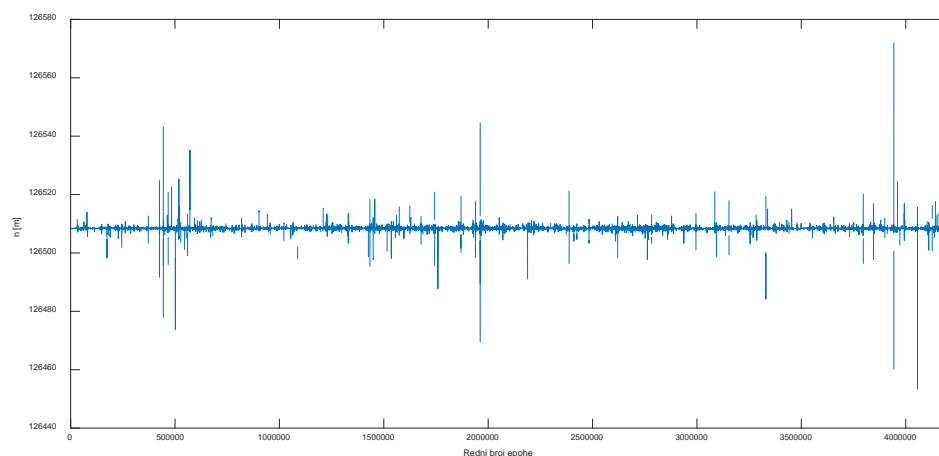
Slika 7.6.12 – Kvadratni korijeni ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu u , dobijeni na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe *u toku cijelih dana* (bazna linija BOR1-WROC) – **Varijanta (3,90)**

7.7 Rezultati proračuna za baznu liniju BACA-BAIA (281.9 km)

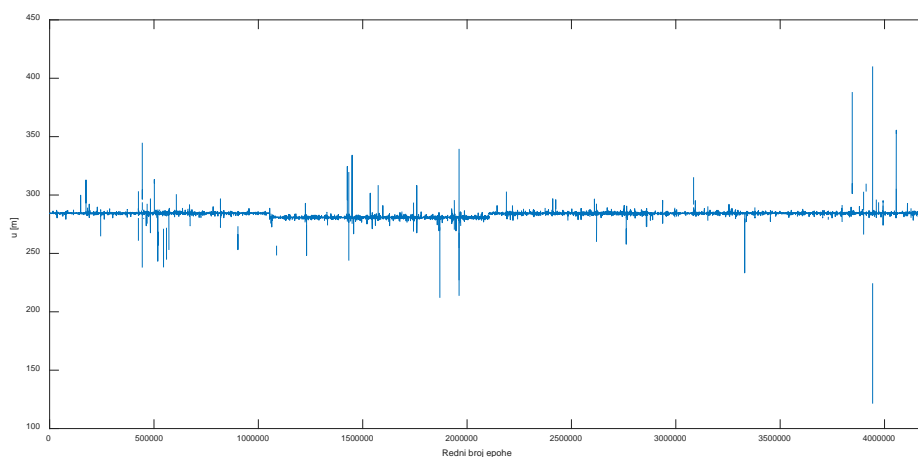
Broj dobijenih fiksnih rješenja za ovu baznu liniju iznosi 4122 443. To je 97.97% poznatog, ranije navedenog, maksimalnog broja za period od četiri godine.



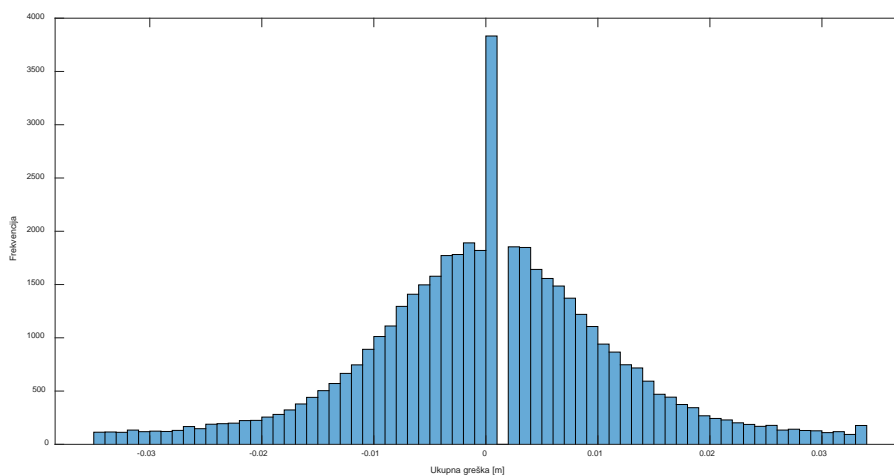
Slika 7.7.1 – Sva fiksna rješenja bazne linije BACA-BAIA za koordinatu e (2008-2011)



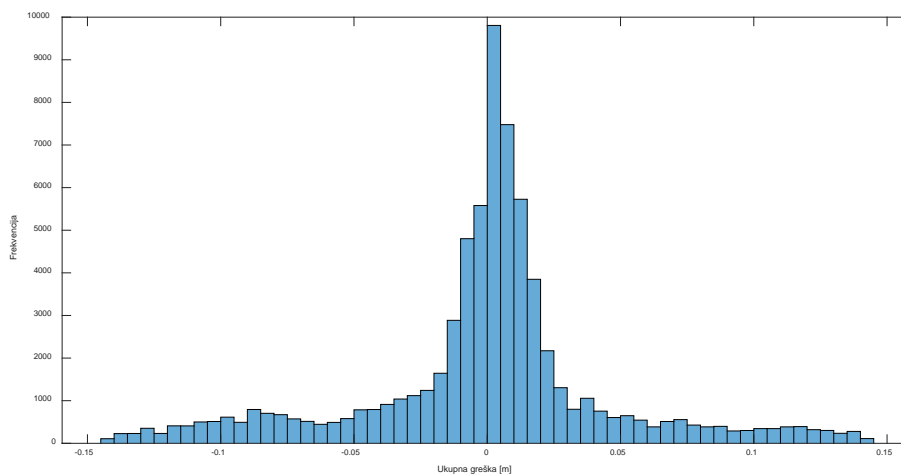
Slika 7.7.2 – Sva fiksna rješenja bazne linije BACA-BAIA za koordinatu n (2008-2011)



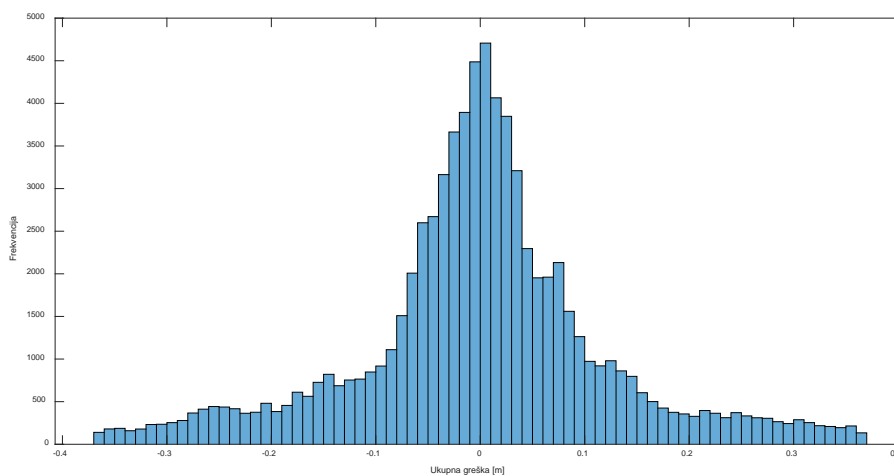
Slika 7.7.3 – Sva fiksna rješenja bazne linije BACA-BAIA za koordinatu u (2008-2011)



Slika 7.7.4 – Histogram frekvencija ukupnih grešaka Δe za baznu liniju BACA-BAIA (oktobar mjesec 2011.godine)

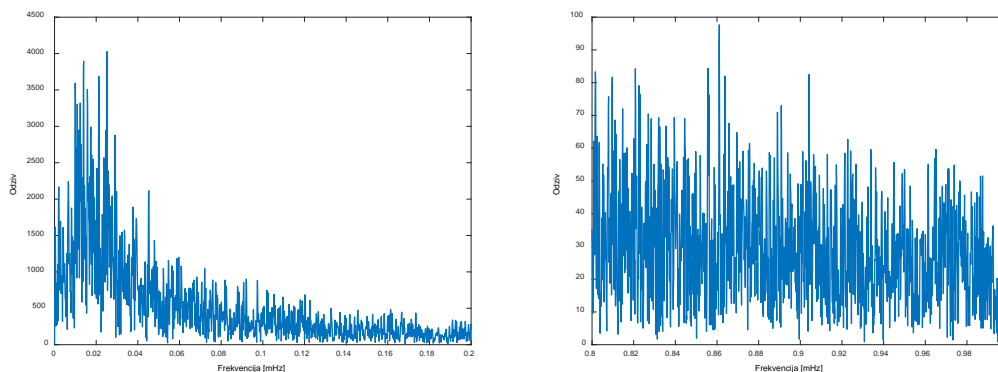


Slika 7.7.5 – Histogram frekvencija ukupnih grešaka Δn za baznu liniju BACA-BAIA (oktobar mjesec 2011.godine)

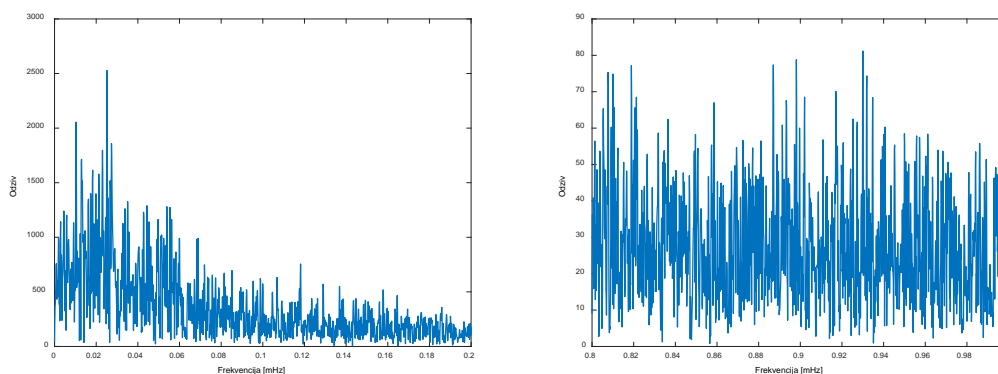


Slika 7.7.6 – Histogram frekvencija ukupnih grešaka Δu za baznu liniju BACA-BAIA (oktobar mjesec 2011.godine)

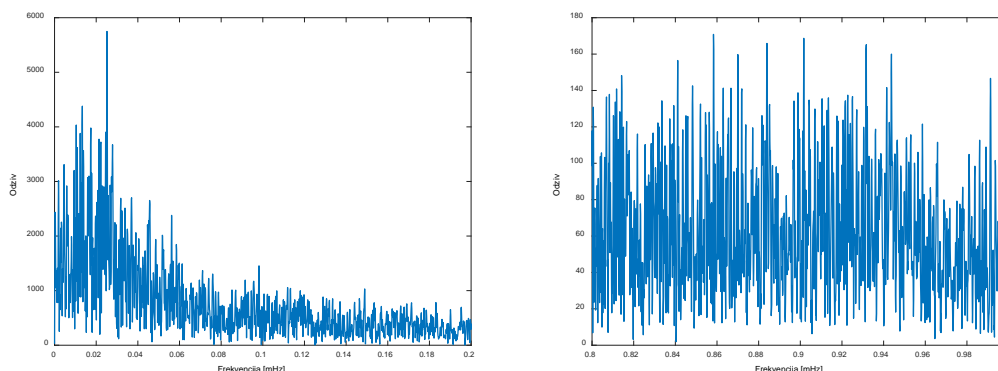
Na slikama 7.7.7-9 mogu se uočiti karakteristike ukupnih grešaka fiksnih rješenja u frekvencijskom domenu. Izabrana je samo po jedna vremenska serija, iz istog razloga kao i u slučaju baznih linija iz poglavlja 7.5 i 7.6 (vidjeti poglavlje 7.1.4).



Slika 7.7.7 – Djelovi spektra za $\Delta \epsilon$ kod bazne linije BACA-BAIA (01-31.07.2010.godine)



Slika 7.7.8 – Djelovi spektra za Δn kod bazne linije BACA-BAIA (01-31.07.2010.godine)



Slika 7.7.9 – Djelovi spektra za Δu kod bazne linije BACA-BAIA (01-31.07.2010.godine)

U nastavku, u tabelama 7.7.1-9, na način kako je to učinjeno u i prethodnim poglavljima (7.3-6), dati su rezultati istraživanja sprovedenog nad mjesečnim vremenskim serijama fiksnih rješenja, uspostavljenih pojedinačno za epohe u toku obdanica, noći i cijelih dana, u toku razmatranog četvorogodišnjeg perioda (2008-2011).

Tabela 7.7.1 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu e bazne linije BACA-BAIA, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe u toku *obdanica*

e	Varijanta (3,90)		Varijanta (3,120)		Varijanta (3,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	2.6	3.5	2.6	3.6	2.6	3.5
m_ω [mm] :	4.0	15.2	4.5	24.4	4.9	22.9
m_ν [mm] :	4.7	235.6	4.2	238.8	3.2	197.8
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0045	0.0256	0.0045	0.0355	0.0045	0.0397
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.1641	38.4477	0.2320	195.4047	0.2938	222.2906
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	7.2605	0.8183·10 ⁸	6.1735	0.6166·10 ⁸	3.5973	0.6533·10 ⁸
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0008	0.0044	0.0008	0.0061	0.0008	0.0068
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0059	1.4615	0.0062	5.6058	0.0052	4.2894
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.4	3.5	0.2	2.9	0.2	2.6
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	0.8	0.0	0.7	0.0	0.7

	Varijanta (5,90)		Varijanta (5,120)		Varijanta (5,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	2.9	4.0	2.9	4.1	2.9	4.1
m_ω [mm] :	3.7	10.7	4.2	17.2	4.6	21.7
m_ν [mm] :	4.8	232.1	4.2	219.3	3.2	175.4
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0061	0.0476	0.0059	0.0554	0.0060	0.0651
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.1901	22.7061	0.2841	117.6107	0.3922	317.6453
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	7.5112	0.7834·10 ⁸	6.7110	0.6234·10 ⁸	3.7196	0.4224·10 ⁸
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0006	0.0050	0.0006	0.0057	0.0006	0.0067
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0116	1.4808	0.0127	5.6958	0.0115	10.2231
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.5	2.3	0.2	1.9	0.1	1.6
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	1.4	0.0	1.3	0.0	1.4

Tabela 7.7.2 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu n bazne linije BACA-BAIA, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe u toku *obdanica*

n	Varijanta (3,90)		Varijanta (3,120)		Varijanta (3,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	3.6	4.8	3.6	4.9	3.6	5.0
m_ω [mm] :	5.6	16.8	6.0	19.5	6.5	24.0
m_ν [mm] :	4.3	131.4	4.1	112.4	3.2	98.6
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0145	0.0791	0.0144	0.0854	0.0146	0.1178
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.5506	58.0213	0.7264	106.6639	0.9810	256.4875
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	4.5329	$0.6622 \cdot 10^7$	4.8790	$0.4831 \cdot 10^7$	2.6280	$0.3593 \cdot 10^7$
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0025	0.0137	0.0025	0.0149	0.0025	0.0204
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0200	2.2178	0.0196	3.1254	0.0177	5.1997
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.6	3.1	0.5	2.8	0.3	2.4
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	1.6	0.0	1.4	0.0	1.2

	Varijanta (5,90)		Varijanta (5,120)		Varijanta (5,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	3.9	5.4	4.0	5.5	4.0	5.6
m_ω [mm] :	5.2	15.3	5.5	16.1	6.1	21.8
m_ν [mm] :	4.3	118.5	4.1	112.2	3.1	86.4
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0193	0.1316	0.0192	0.1493	0.0194	0.1953
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.7310	76.1547	0.9454	99.5375	1.3941	342.8593
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	4.6476	$0.4919 \cdot 10^7$	5.1504	$0.4520 \cdot 10^7$	2.6390	$0.2486 \cdot 10^7$
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0020	0.0138	0.0020	0.0157	0.0020	0.0205
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0440	4.8995	0.0428	4.9703	0.0414	11.5438
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.4	1.9	0.4	1.7	0.2	1.4
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	3.0	0.0	2.7	0.0	2.4

Tabela 7.7.3 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu u bazne linije BACA-BAIA, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe u toku *obdanica*

u	Varijanta (3,90)		Varijanta (3,120)		Varijanta (3,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	6.5	8.6	6.5	8.6	6.4	8.8
m_ω [mm] :	10.5	40.6	11.8	46.9	13.2	61.3
m_ν [mm] :	33.1	326.4	30.3	278.1	25.7	269.5
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.1938	0.7614	0.1925	0.8591	0.1974	0.7720
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	6.6511	1592.5138	9.6963	3066.0130	19.1013	9061.7216
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	16707.3802	0.1693·10 ⁹	15029.8772	0.1293·10 ⁹	16598.3204	0.1772·10 ⁹
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0333	0.1319	0.0331	0.1486	0.0339	0.1346
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.2432	60.6568	0.2664	89.0302	0.3430	174.3135
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.4	3.2	0.3	2.6	0.2	1.9
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	0.1	0.0	0.2	0.0	0.1

	Varijanta (5,90)		Varijanta (5,120)		Varijanta (5,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	7.1	9.8	7.1	9.9	7.1	10.2
m_ω [mm] :	9.7	29.7	11.4	43.8	12.6	58.8
m_ν [mm] :	33.0	276.7	30.4	258.1	26.0	263.2
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.2568	1.3234	0.2580	1.3622	0.2572	1.3941
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	8.4734	1056.1639	13.6874	4321.2176	26.0511	13658.6506
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	17375.5933	0.1157·10 ⁹	15380.6185	0.1051·10 ⁹	17476.1030	0.1697·10 ⁹
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0265	0.1390	0.0267	0.1423	0.0265	0.1466
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0001	0.0000	0.0001	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.5231	68.5843	0.6340	207.9872	0.7884	424.6220
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.4	1.9	0.2	1.5	0.1	1.1
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	0.2	0.0	0.3	0.0	0.2

Tabela 7.7.4 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu e bazne linije BACA-BAIA, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku noći*

e	Varijanta (3,90)		Varijanta (3,120)		Varijanta (3,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	2.7	3.1	2.7	3.1	2.7	3.1
m_ω [mm] :	3.9	7.8	4.2	9.5	4.5	8.9
m_ν [mm] :	4.3	157.6	4.2	163.1	3.6	103.2
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0053	0.0188	0.0053	0.0247	0.0054	0.0319
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.1524	3.1497	0.2102	8.1542	0.2552	9.6851
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	5.6999	0.1681·10 ⁸	6.6280	0.2796·10 ⁸	5.4866	0.0696·10 ⁸
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0009	0.0032	0.0009	0.0042	0.0009	0.0055
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0055	0.1220	0.0055	0.2352	0.0045	0.1862
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	1.0	3.8	0.8	3.2	0.8	2.8
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	0.9	0.0	0.7	0.0	0.6

	Varijanta (5,90)		Varijanta (5,120)		Varijanta (5,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	3.0	3.5	3.0	3.4	3.0	3.4
m_ω [mm] :	3.3	7.5	3.9	8.4	4.2	8.7
m_ν [mm] :	4.3	152.8	4.0	149.7	3.5	105.2
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0076	0.0345	0.0076	0.0422	0.0075	0.0408
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.1739	4.2786	0.2280	11.2252	0.3309	14.4921
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	5.8265	0.1573·10 ⁸	6.0126	0.1828·10 ⁸	5.4656	0.0733·10 ⁸
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0008	0.0036	0.0008	0.0044	0.0008	0.0042
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0105	0.2619	0.0103	0.5291	0.0097	0.4670
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.6	2.7	0.5	2.2	0.4	1.8
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	1.5	0.0	1.5	0.0	1.2

Tabela 7.7.5 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu n bazne linije BACA-BAIA, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku noći*

n	Varijanta (3,90)		Varijanta (3,120)		Varijanta (3,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	3.7	4.3	3.7	4.3	3.8	4.4
m_ω [mm] :	6.3	12.9	6.8	13.1	7.1	20.1
m_ν [mm] :	5.0	125.2	4.0	113.7	3.4	84.0
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0200	0.0618	0.0210	0.0637	0.0208	0.0743
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.9345	22.7972	1.1829	25.8392	1.4323	118.2843
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	9.1187	$0.4377 \cdot 10^7$	5.9945	$0.5023 \cdot 10^7$	4.9811	$0.1850 \cdot 10^7$
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0035	0.0106	0.0036	0.0109	0.0036	0.0128
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0336	0.8676	0.0317	0.7290	0.0257	2.2931
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.7	2.8	0.8	2.5	0.3	2.3
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	1.6	0.0	1.7	0.0	1.2

	Varijanta (5,90)		Varijanta (5,120)		Varijanta (5,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	4.1	4.7	4.1	4.8	4.2	4.9
m_ω [mm] :	5.9	11.6	6.4	12.4	6.6	18.5
m_ν [mm] :	4.7	109.9	3.6	110.8	3.3	80.7
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0287	0.0882	0.0304	0.0865	0.0316	0.1099
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	1.3183	25.3577	1.5704	36.8846	1.9012	154.2039
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	9.7503	$0.3734 \cdot 10^7$	4.5975	$0.5087 \cdot 10^7$	4.8306	$0.2234 \cdot 10^7$
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0030	0.0091	0.0032	0.0090	0.0033	0.0114
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0792	1.6007	0.0707	1.8353	0.0573	4.9961
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.5	1.8	0.5	1.6	0.2	1.5
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	2.8	0.0	3.4	0.0	2.4

Tabela 7.7.6 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu u bazne linije BACA-BAIA, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe u toku noći

u	Varijanta (3,90)		Varijanta (3,120)		Varijanta (3,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	6.5	8.0	6.5	7.8	6.5	8.0
m_ω [mm] :	10.0	27.0	11.2	28.7	12.7	63.0
m_ν [mm] :	24.0	237.9	24.8	278.4	25.7	262.4
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.1957	0.5940	0.2105	0.6410	0.2084	0.6910
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	7.1718	373.6344	10.2981	558.0125	18.6056	8524.8134
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	5526.3021	0.0829·10 ⁹	7919.0101	0.1736·10 ⁹	13387.8290	0.1312·10 ⁹
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0338	0.1025	0.0363	0.1101	0.0360	0.1193
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.2635	13.9494	0.2866	16.4425	0.3427	167.3150
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.6	3.2	0.6	2.6	0.1	2.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	0.1	0.0	0.1	0.0	0.1

	Varijanta (5,90)		Varijanta (5,120)		Varijanta (5,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	6.9	8.7	7.1	8.8	7.1	8.8
m_ω [mm] :	8.9	23.5	10.1	27.5	12.4	38.4
m_ν [mm] :	24.2	234.5	24.2	253.4	24.1	226.2
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.2781	1.2184	0.2838	1.3703	0.2835	1.0938
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	8.0719	413.3230	12.1211	835.3210	24.3645	3165.9409
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	5954.2662	0.1059·10 ⁹	7554.6811	0.1229·10 ⁹	10754.3584	0.1345·10 ⁹
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0289	0.1253	0.0295	0.1412	0.0294	0.1141
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.5025	25.9592	0.5650	41.2632	0.7518	105.9504
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.5	2.1	0.3	1.7	0.2	1.2
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	0.2	0.0	0.2	0.0	0.2

Tabela 7.7.7 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu e bazne linije BACA-BAIA, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe u toku cijelih dana

e	Varijanta (3,90)		Varijanta (3,120)		Varijanta (3,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	2.7	3.2	2.7	3.3	2.7	3.2
m_ω [mm] :	4.1	8.3	4.5	9.4	4.7	10.1
m_ν [mm] :	5.3	182.2	4.9	160.9	4.3	106.2
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0025	0.0096	0.0025	0.0111	0.0025	0.0145
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.0823	2.6364	0.1156	4.5960	0.1358	7.1555
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	5.5305	0.1500·10 ⁸	5.6221	0.1285·10 ⁸	5.7387	0.0443·10 ⁸
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0004	0.0017	0.0004	0.0019	0.0004	0.0025
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0030	0.1008	0.0031	0.1348	0.0024	0.1408
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	1.0	3.4	0.8	2.8	0.7	2.6
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	0.5	0.0	0.4	0.0	0.4

	Varijanta (5,90)		Varijanta (5,120)		Varijanta (5,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	3.0	3.6	3.0	3.6	3.0	3.7
m_ω [mm] :	3.8	7.0	4.2	7.9	4.5	9.3
m_ν [mm] :	5.3	158.2	4.9	145.0	4.3	99.0
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0035	0.0173	0.0034	0.0189	0.0035	0.0239
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.0989	2.3962	0.1419	3.7507	0.1832	9.2795
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	5.4504	0.0970·10 ⁸	5.5757	0.0876·10 ⁸	5.6408	0.0260·10 ⁸
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0004	0.0018	0.0004	0.0020	0.0004	0.0025
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0060	0.1521	0.0064	0.1795	0.0054	0.2995
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.8	2.2	0.6	1.8	0.5	1.6
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	1.0	0.0	0.8	0.0	0.7

Tabela 7.7.8 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu n bazne linije BACA-BAIA, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe u toku cijelih dana

n	Varijanta (3,90)		Varijanta (3,120)		Varijanta (3,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	3.7	4.4	3.7	4.4	3.7	4.4
m_ω [mm] :	6.1	15.0	6.4	14.6	6.9	15.7
m_ν [mm] :	5.0	126.4	4.7	113.9	3.9	61.7
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0090	0.0310	0.0089	0.0334	0.0090	0.0457
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.4093	17.9907	0.5165	19.3111	0.6762	35.0559
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	4.1828	0.2264·10 ⁷	4.0867	0.2311·10 ⁷	3.3799	0.0451·10 ⁷
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0016	0.0054	0.0015	0.0058	0.0016	0.0079
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0147	0.6971	0.0138	0.5809	0.0121	0.7020
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.6	2.9	0.7	2.6	0.6	2.3
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	1.3	0.0	1.2	0.0	0.9

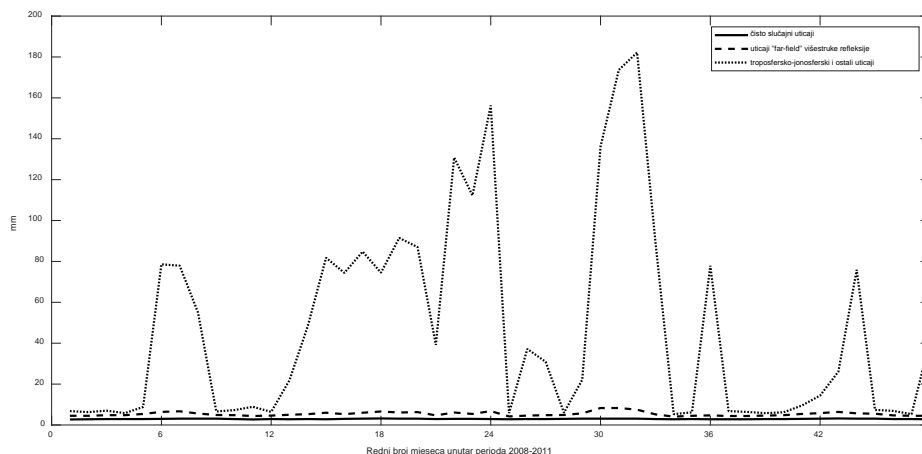
	Varijanta (5,90)		Varijanta (5,120)		Varijanta (5,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	4.1	4.9	4.1	4.9	4.1	4.9
m_ω [mm] :	5.5	11.6	5.9	13.0	6.6	15.2
m_ν [mm] :	5.0	111.5	4.8	111.7	3.8	74.5
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0120	0.0543	0.0118	0.0513	0.0122	0.0700
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	0.4821	15.1182	0.6383	23.5159	0.9247	56.2504
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	4.3947	0.1841·10 ⁷	4.8193	0.2445·10 ⁷	2.8991	0.0971·10 ⁷
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0012	0.0056	0.0012	0.0053	0.0013	0.0073
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.0291	0.9767	0.0288	1.1732	0.0275	1.8567
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.6	1.9	0.4	1.7	0.3	1.4
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	2.5	0.0	2.1	0.0	1.9

Tabela 7.7.9 – Ekstremi kvadratnih korijena ANOVA ocjena komponentnih uticaja, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenata korelacije tih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinatu u bazne linije BACA-BAIA, na osnovu proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe u toku cijelih dana

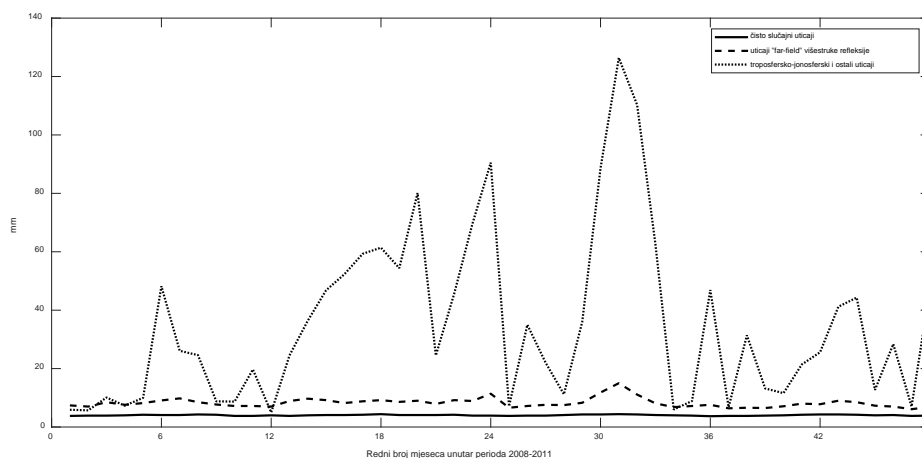
u	Varijanta (3,90)		Varijanta (3,120)		Varijanta (3,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	6.6	8.0	6.7	8.1	6.7	8.2
m_ω [mm] :	10.8	27.9	11.9	37.0	13.5	62.2
m_ν [mm] :	32.9	266.5	28.8	287.2	27.3	265.4
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.0975	0.3301	0.1008	0.3872	0.1008	0.3613
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	3.8093	211.9442	5.4925	684.2789	9.9732	4412.7884
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	8163.0922	0.0549·10 ⁹	6825.8453	0.0826·10 ⁹	8210.4459	0.0762·10 ⁹
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0168	0.0572	0.0173	0.0670	0.0173	0.0628
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.1390	8.1568	0.1487	20.0927	0.1806	84.5505
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.6	3.0	0.4	2.5	0.1	1.9
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	0.1	0.0	0.1	0.0	0.1

	Varijanta (5,90)		Varijanta (5,120)		Varijanta (5,180)	
	min	max	min	max	min	max
m_ε [mm] :	7.2	8.9	7.3	9.1	7.3	9.4
m_ω [mm] :	9.8	23.1	11.5	31.2	12.8	57.2
m_ν [mm] :	32.6	240.6	28.3	254.9	26.6	261.2
$\hat{D}\{m_\varepsilon^2\}$ [mm ⁴] :	0.1330	0.5897	0.1344	0.5886	0.1336	0.6086
$\hat{D}\{m_\omega^2\}$ [mm ⁴] :	4.9003	194.3399	7.7434	720.6608	12.7190	5746.7548
$\hat{D}\{m_\nu^2\}$ [mm ⁴] :	8010.4100	0.0438·10 ⁹	6503.5228	0.0629·10 ⁹	7608.1060	0.0765·10 ⁹
$ \hat{K}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0138	0.0615	0.0139	0.0614	0.0138	0.0639
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [mm ⁴] :	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$ \hat{K}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [mm ⁴] :	0.3003	12.6651	0.3543	35.1230	0.3861	184.9312
$ \hat{r}_{m_\omega^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.5	1.8	0.3	1.4	0.1	1.1
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\varepsilon^2} $ [%] :	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$ \hat{r}_{m_\nu^2, m_\omega^2} $ [%] :	0.0	0.2	0.0	0.2	0.0	0.1

Rezultati ANOVA ocjenjivanja, tj. odnosne ocjene standarda komponentnih uticaja za koordinate e , n i u , kada se na 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe *u toku cijelih dana*, primijeni *Varijanta (3,90)* (optimalna – vidjeti poglavlje 8.1), prikazane su grafički, redom, na slikama 7.7.10-12.



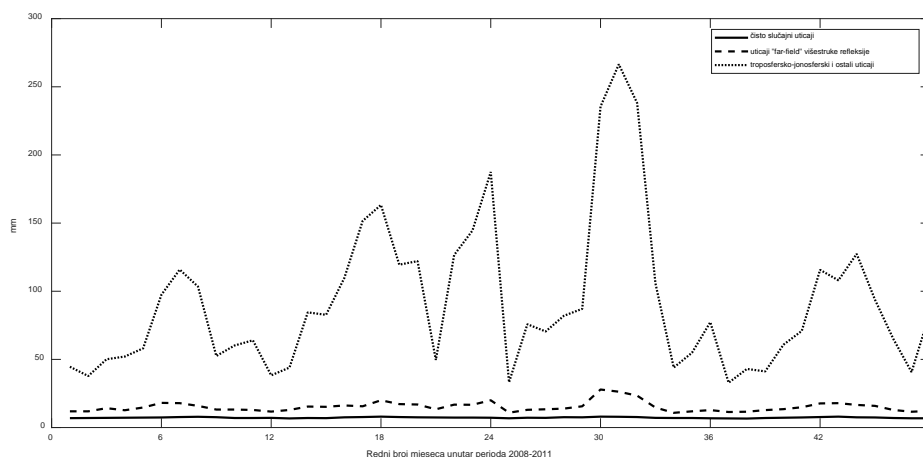
Slika 7.7.10 – Kvadratni korijeni ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu e , dobijeni na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe *u toku cijelih dana* (bazna linija BACA-BAIA) – *Varijanta (3,90)*



Slika 7.7.11 – Kvadratni korijeni ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu n , dobijeni na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe *u toku cijelih dana* (bazna linija BACA-BAIA) – *Varijanta (3,90)*

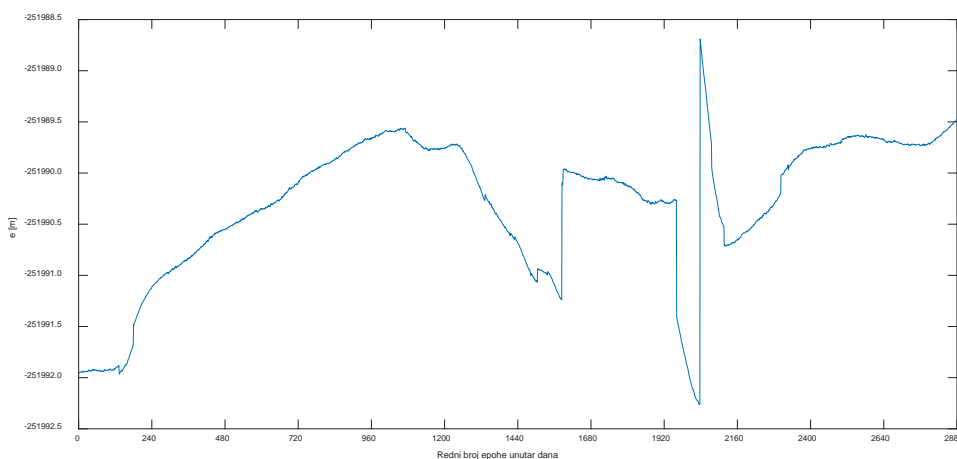
Pregledom grafika na slikama 7.7.10-12, može se zaključiti da, kod sve tri koordinate, egzistira apsolutna dominacija rezidualnih uticaja troposferske i jonosferske refrakcije i drugih rezidualnih uticaja koje uključuje faktor ν (vidjeti poglavlje 6.3.2) u odnosu na rezidualne uticaje "far-field" višestruke refleksije i čisto slučajne uticaje. To je naročito izraženo kod koordinate u , gdje se, čak, minimumi vrijednosti ocjena standarda za

dominantne uticaje nalaze dosta iznad ocjena standarda za pomenute preostale dvije vrste uticaja.



Slika 7.7.12 – Kvadratni korijeni ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu u , dobijeni na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe u toku cijelih dana (bazna linija BACA-BAIA) – **Varijanta (3,90)**

Pri analizi vremenskih serija fiksnih rješenja bazne linije BACA-BAIA koje se odnose na pojedinačne obdanice, noći i cijele dane, ispostavilo se po nekoliko ekstremnih situacija koje karakterišu velike promjene vrijednosti pomenutih rješenja u vremenu. Jedna od najekstremnijih situacija prikazana je grafički na slikama 7.7.13-15.

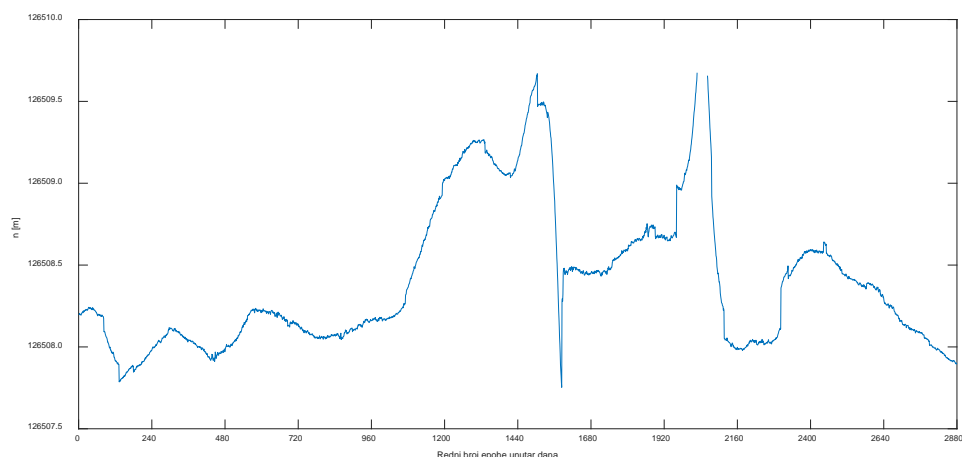


Slika 7.7.13 – Fiksna rješenja za koordinatu e , za cijeli dan 20.06.2009.godine, poslije primjene kriterijuma dozvoljenih odstupanja " 3σ " (odbačenih nema) (bazna linija BACA-BAIA)

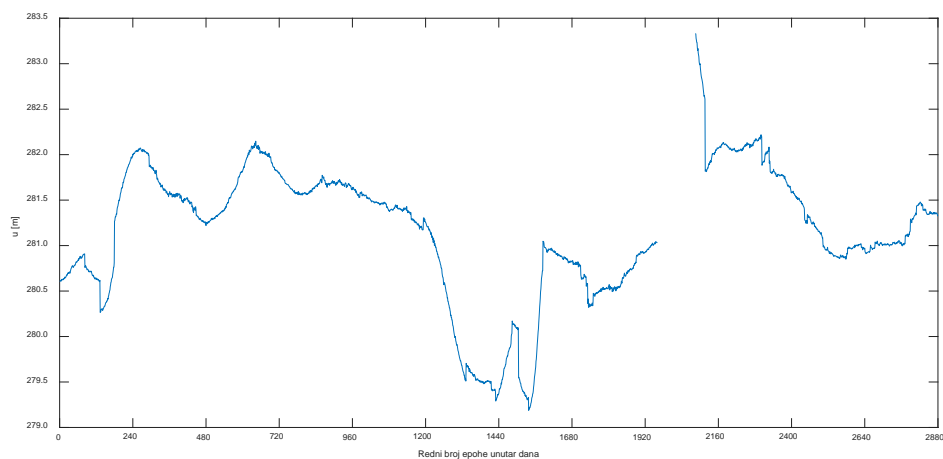
Ovo je samo jedna od situacija koje govore u prilog i potvrđuju činjenicu da, kako se povećava dužina bazne linije, egzistira sve manja pouzdanost u određivanju cjelobrojnih faznih neodređenosti faznih GPS mjerenja, što dovodi do nekorektnih fiksnih rješenja. Dominantan ometajući faktor je prateća sve manja prostorna korelacija, posebno,

jonosferskih uticaja. Kod kratkih baznih linija, dominantan ometajući faktor pri nalaženju fiksnih rješenja je, međutim, višestruka refleksija.

Prethodne konstatacije su iznesene zbog relevantnosti uticaja pogrešnog određivanja fiksnih rješenja kod računanja glavnih komponenti disperzija ukupnih grešaka relativnih koordinata, jer pogrešna fiksna rješenja, kao ulazni podaci u ovdašnjem istraživanju, direktno su uticala na računanje tih komponenti disperzija.



Slika 7.7.14 – Fiksna rješenja za koordinatu n , za cijeli dan 20.06.2009.godine, poslije primjene kriterijuma dozvoljenih odstupanja " 3σ " (odbačenih 1.1%) (bazna linija BACA-BAIA)



Slika 7.7.15 – Fiksna rješenja za koordinatu u , za cijeli dan 20.06.2009.godine, poslije primjene kriterijuma dozvoljenih odstupanja " 3σ " (odbačenih 4.3%) (bazna linija BACA-BAIA)

ANALIZA REZULTATA EKSPERIMENTALNIH ISTRAŽIVANJA

Ovdje se vrši analiza dobijenih rezultata koji su, rezimirano, predstavljeni u glavi 7, a ista će obuhvatiti još reprezentativnih rezultata, koji tamo nijesu prikazani i koji pružaju dodatne informacije o ponašanju istraživanih komponentnih uticaja u vremenu. Naime, najprije će se za svaku od pet razmatranih baznih linija dati konstatacije koje su od ključnog značaja za usvajanje jedne od primijenjenih varijanti kombinacije vremenskih intervala iz (7.2.1). Tako će se definitivnim ANOVA ocjenama pomenutih uticaja proglasiti one koje su dobijene kada je primijenjena varijanta koja je usvojena kao optimalna.

Zatim će se, korišćenjem tih usvojenih ANOVA ocjena, dobiti definitivne disperzije (time i definitivni standardi) razmatranih uticaja. U tu svrhu, koristiće se metoda momenata (MM) u ocjenjivanju komponenti disperzije.

8.1 Analiza rezultata eksperimentalnih istraživanja i usvajanje definitivnih ANOVA ocjena za komponentne uticaje

Na osnovu periodičnosti na desnim graficima slika 7.3.7a-c, 7.3.8a-c, 7.3.9a-c, 7.4.7a-c, 7.4.8a-c, 7.4.9a-c, 7.5.7-9, 7.6.7-9 i 7.7.7-9, kao reprezentativnim za sagledavanje u frekvencijskom intervalu između 0.8 i 1.0 mHz, može se ustanoviti minimalni period djelovanja "far-field" uticaja višestruke refleksije, za svaku koordinatu, kod svake od pet razmatranih baznih linija. Izbor takvog raspona frekvencija je izvršen da bi periodičnost bila u skladu sa raspoloživom frekvencijom GPS podataka od 0.033 Hz (odgovara intervalu registracije od 30 s). Ovom intervalu, ispostavlja se, odgovaraju periodi u rasponu od ~ 16.7 do ~ 20.8 min. Dakle, nijesu uzeti u obzir, eventualni, kraći periodi djelovanja "far-field" uticaja (za koje je poznato da mogu biti manji i od 5 min), jer bi to podrazumijevalo ocjenjivanje disperzije čisto slučajnih uticaja na osnovu statističkog rasturanja dva, najviše tri, fiksna rješenja u grupi, što nije reprezentativno. Na osnovu prikazanog spektra, imalo je smisla smatrati da su "far-field" uticaji konstantni u vremenskom intervalu od 3, eventualno, 5 min.

Analiziranje u frekvencijskom intervalu od 0.0 do 0.2 mHz znatno je kompleksnije, a to iz razloga što isti obuhvata više dominantnih "šiljaka" u odzivu, ali za nekoliko

rezidualnih uticaja (troposfersko-jonosferski, uticaji ekscentriciteta i varijacija faznih centara antena prijemnika i "near-field" uticaji). Generalno, zastupljeni su periodi od ~ 85 min, pa sve do onih koji reprezentuju višečasovne, pa i višednevne periode.

Uticaj "near-field" višestruke refleksije u dvostrukim razlikama faznih mjerenja biće zastupljen pogotovo kada na krajnjim stanicama bazne linije imamo antene različitog tipa i/ili različit način montiranja istih, u smislu vrste površine (reflektora) iznad koje se postavljaju (beton, lim i sl) i udaljenja te površine od faznog centra antene, od kojeg, pored elevacije pod kojom signal pristiže na reflektor, zavisi frekvencija, a time i period ovog rezidualnog uticaja.

Za razgraničenje dvije oblasti uticaja višestruke refleksije, tj. za računanje udaljenosti "far-field" oblasti od (faznog centra) antene, R_2 , potrebno je za svaku od korišćenih antena na krajnjim stanicama razmatranih baznih linija navesti maksimalnu dimenziju, prečnik D (vidjeti poglavlje 3.3.2).

Koristeći adresu <http://www.epncb.oma.be/ftp/station/general/antenna.gra>, može se za svaku antenu koja je korišćena u ovdašnjem eksperimentalnom istraživanju, pronaći dimenzija D , na osnovu koje se, zatim, računa odgovarajuća udaljenost R_2 . Vrijednosti ovih parametara prikazane su u tabeli 8.1.1.

Tabela 8.1.1 – Maksimalna dimenzija (prečnik) antene sa odgovarajućim udaljenjem "far-field" oblasti od iste za antene korišćene u eksperimentu i LC3 opažanja ($\lambda = \lambda_{LC3} = 0.485$ m)

Tip antene	TORI-IENG $D (R_2)$ [cm]	IGMI-PRAT $D (R_2)$ [cm]	BAR-PODG $D (R_2)$ [cm]	BOR1-WROC $D (R_2)$ [cm]	BACA-BAIA $D (R_2)$ [cm]
AOAD/M_T				38.10 (59.9)	
ASH701945C_M	37.94 (59.4)				
LEIAR10		24.00 (23.8)			
LEIAR25	38.02 (59.6)				
LEIAR25.R3	38.02 (59.6)				
LEIAT504			37.94 (59.4)		37.94 (59.4)
LEIAT504GG				37.94 (59.4)	
TPSCR.G3		38.00 (59.5)			
TRM29659.00	38.10 (59.9)	38.10 (59.9)			

Uvidom u prethodnu tabelu uočava se da se "near-field" oblast kod svih korišćenih tipova antene, osim LEIAR10, prostire sve do udaljenosti ~ 60 cm od (faznog centra)

antene. Na osnovu prikazanog na slikama 7.1.1-10, a uzimajući u obzir prethodno rečeno, može se zaključiti da "near-field" uticaj u relativnim koordinatama postoji kod tri od pet analiziranih baznih linija. Naime, ovaj uticaj je zanemarljiv, tj. praktično ne postoji, kod baznih linija BAR-PODG i BACA-BAIA, što se može naslutiti uvidom u slike 7.1.9-10, 7.1.7-8, respektivno. Odnosno razmatranje se prikazuje u nastavku.

Na obje stanice bazne linije **TORI-IENG** postoje "near-field" uticaji, jer su antene na istim montirane na rastojanju, otprilike, upola manjem od 60 cm, u odnosu na gornju, zakrivljenu, površinu krovnog zida (stanica TORI), odnosno lima, jednim dijelom (stanica IENG). Zbog ovako različitih uslova u blizini antena, u dvostrukim faznim razlikama će ostati izvjesni "near-field" uticaj višestruke refleksije, a to će se prenijeti i na relativne koordinate. Višesatni uticaji ovog tipa miješaju se sa dugoperiodičnim troposfersko-jonosferskim uticajima (zbog male dužine bazne linije, nivo uticaja je niži, ali, ipak, postoji u izvjesnoj mjeri) i uticajima ekscentriciteta i varijacija faznih centara antena. Na graficima slika 7.3.7a-c, 7.3.8a-c i 7.3.9a-c, koji se odnose na interval frekvencija između 0.0 i 0.2 mHz, gledano za sve tri koordinate, zapaža se zastupljenost minimalnog perioda od ~ 85-95 min. Osim toga, uočava se i izražen odziv kod sve tri koordinate, pri čemu su kod sve tri koordinate dominantni "šiljci" sa nivoom odziva u spektru frekvencija oko 2 puta većim poslije zamjene antene TRM29659.00 antenom LEIAR25, nakon čije zamjene antenom LEIAR25.R3, nema značajne promjene tog nivoa. Posljednje dvije antene imaju gotovo iste karakteristike, a montirane su, najvjerovatnije, na identičan način (upotreba postolja na dva nivoa – slika 7.1.1, desno) i na približnom rastojanju od reflektora (gornje površine zida) unutar "near-field" oblasti, koje je oko 2 puta veće od onog kod prve antene.

Zbog pomenutih promjena, nastala je promjena geometrijskih, a onda i fizičkih odnosa na stanici. Ispostavilo se da je, usljed pristizanja na fazni centar antene drugačije geometrije reflektovanih signala, došlo do promjene u nivou "far-field" uticaja, ali i do izvjesne promjene kod višesatnih "near-field" uticaja, kao i uticaja ekscentriciteta i varijacija faznih centara antena prijemnika, integriranih u faktor ν . O tome svjedoče rezultati počev od oktobra mjeseca 2009.godine (tada je antena TRM29659.00 zamijenjena antenom LEIAR25), prikazani grafički na slikama 7.3.10-12. Upoređujući djelove spektra frekvencija na slikama 7.3.9b i 7.3.9c, jasno se uočava da je kod koordinate u zastupljen jedan veći broj dominantnih "šiljaka" kada je korišćena antena

tipa LEIAR25.R3, jer je zastupljeno nešto više perioda djelovanja "near-field" uticaja i uticaja ekscentriciteta i varijacija faznih centara antena prijemnika, ali to nije moglo previše uticati na ocjenu standarda za faktor ν . Ovo govori o tome da, iako su antene sličnih karakteristika (LEIAR25 i LEIAR25.R3) montirane na isti način, zbog postavljanja na centimetarski različite udaljenosti od reflektora, dolazi do izvjesne promjene u spektru frekvencija, što se dokazuje i teorijski.

I kod bazne linije **IGMI-PRAT** došlo je do promjene antena, ali to nije uzrokovalo neki vidljiv diskontinuitet u nivou rezidualnih uticaja (vidjeti grafike na slikama 7.4.10-12). Uvidom u djelove spektra za frekvencijski opseg od 0.0 do 0.2 mHz sa slika 7.4.7a-c, 7.4.8a-c i 7.4.9a-c, zaključuje se da je minimalni period uticaja, takođe, ~ 85-90 min. Ono što je interesantno za ovu baznu liniju je veoma izražena višečasovna periodičnost kod sve tri koordinate, u izabranom reprezentativnom intervalu 08-30.11.2008.godine (slike 7.4.7a, 7.4.8a i 7.4.9a), *iako su tada korišćene antene istog tipa*. Ta periodičnost, ustvari, svjedoči o prisustvu "near-field" uticaja, koji se javlja isključivo zbog nejednakih uslova u "near-field" oblasti na krajnjim stanicama ove bazne linije, koji egzistiraju zbog postojanja metalne kružne ploče, kao ravne podloge za postavljanje antena na stub na stanici PRAT, dok takve podloge nema na stanici IGMI. Dodatno, stub na prvoj navedenoj stanici je kružnog, a na drugoj kvadratnog oblika. Prethodno navedeno se može ustanoviti uvidom u sliku 7.1.3 (lijevo) i sliku 7.1.4 (lijevo).

Vezano za preostala dva reprezentativna perioda za sagledavanje u frekvencijskom domenu, kada su bile zastupljene antene različitog tipa na krajnjim stanicama ove bazne linije, može se analogno konstatovati vezano za višečasovnu periodičnost koja se ispostavila. Međutim, tada je bio prisutan i uticaj ekscentriciteta i varijacija faznih centara antena prijemnika. Naravno, unutar cijelog četvorogodišnjeg perioda (2008-2011) opažanja su pratili uticaji troposferske i jonosferske refrakcije.

Na krajnjim stanicama bazne linije **BAR-PODG**, što se i vidi na slikama 7.1.9 i 7.1.10, osim čeličnih jarbola, koji mogu biti sekundarni (time i slabi) reflektori (za signale već reflektovane od gornjih površina krovova zgrada u blizini antena), nema vidljivih reflektora u "near-field" oblasti. Uz to, na obje krajnje stanice, unutar perioda (2008-2011), bili su prisutni antenski štitovi istog tipa, antene istog tipa i iste orijentacije, montirane na identičan način, na međusobnoj udaljenosti od ~ 40 km, koja je takva da se mogu zanemariti razlike u elevacijama i azimutima satelita na tim stanicama u istoj

epohi (detaljne karakteristike stanica BAR i PODG date su u poglavlju 7.1.5). Zbog toga, može se smatrati da su u dvostrukim razlikama faznih mjerenja poništeni ili, u krajnjem, svedeni na zanemarljivu vrijednost i uticaji "near-field" komponente višestruke refleksije i uticaji ekscentriciteta i varijacija faznih centara pomenutih antena. Dakle, periodičnost koju reprezentuje dio spektra u frekvencijskom intervalu od 0.0 do 0.2 mHz na slikama 7.5.7-9, odnosi se, praktično, samo na troposfersko-jonosferske uticaje. Antene istog tipa, orijentacije i načina montiranja, kao i antenski štitovi istog tipa, bili su zastupljeni i na krajevima bazne linije **BACA-BAIA**, te je rasuđivanje analogno prethodnom (slike 7.1.7, 7.1.8 omogućavaju uvid u antensko okruženje, a slike 7.7.7-9 u spektar frekvencija).

S druge strane, baznu liniju **BOR1-WROC** karakteriše veoma "bogata" periodičnost u frekvencijskom intervalu između 0.0 do 0.2 mHz (vidjeti slike 7.6.7-9), a ista, pored troposfersko-jonosferskih, zbog kombinacije antena različitog tipa na krajnjim stanicama, reprezentuje i uticaje ekscentriciteta i varijacija faznih centara istih, ali i "near-field" uticaje, koji se javljaju zbog različitog okruženja u blizini ovih antena. Naime, prisutna je razlika u antenskom okruženju usljed postojanja horizontalnog reflektora, negdje, na granici "near-field" oblasti u slučaju stanice WROC (slika 7.1.6), kao i zbog drukčijeg načina montiranja na toj stanici (na postolju sa tri zavrtnja) u odnosu na postavljanje antene kakvo je realizovano na stanici BOR1 (slika 7.1.5).

U skladu sa prethodno iznesenim rasuđivanjem vezano za svih pet razmatranih baznih linija, u glavi 7 je uspostavljeno šest alternativa za proračune, koje su, posredstvom (7.2.1), prikazane kao: *Varijanta (3,90)*, *Varijanta (3,120)*, *Varijanta (3,180)*, *Varijanta (5,90)*, *Varijanta (5,120)* i *Varijanta (5,180)*. Neke od ovih alternativa su uvedene kao pomoćne za analizu, a u svrhu usvajanja optimalne među njima, za svaku od baznih linija. U nastavku slijedi ta analiza.

Uvidom u tabele 7.3.1-9, 7.4.1-9, 7.5.1-9, 7.6.1-9 i 7.7.1-9, *zapaža se da promjena intervala za ocjenu standarda čisto slučajnih uticaja sa 3 na 5 min, pri zadržavanju iste dužine intervala za ocjenu standarda rezidualnih uticaja "far-field" višestruke refleksije*, kod svake od baznih linija i kod svake od koordinata (e , n i u), a nezavisno od toga da li su u pitanju rezultati dobijeni na osnovu mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja koja se odnose na obdanice, noći ili cijele dane, *dovodi do povećanja ovog standarda*.

Što se tiče intervala za ocjenu standarda rezidualnih uticaja koje uključuje ugniježđeni faktor ω , tj. uticaja "far-field" višestruke refleksije, nešto je kompleksnija situacija, pogotovo ako na krajevima bazne linije nijesu antene istog tipa i/ili ako su montirane na različit način, što ostavlja prostor za izvjesno uvećanje ocjene standarda za višestruku refleksiju, a zavisno od nivoa uticaja "near-field" komponente. Ovakva konstatacija proizilazi iz činjenice da se pri izboru tog intervala može desiti da je isti dovoljno dug za ocjenu "far-field" uticaja višestruke refleksije, ali da u toku tog istog intervala, istovremeno, počne da djeluje "near-field" komponenta pomenutog uticaja, čime će, i dalje, biti obezbijeđena ocjena odnosnog standarda, ali sa djelimičnim učešćem ove druge komponente. Nivo tog učešća u konačnoj ocjeni će, iako je u nekim slučajevima znatno niži od nivoa uticaja dominantne "far-field" komponente, zavisiti, isključivo, od uslova koji vladaju u "near-field" oblasti antene. U ovom istraživanju, za svaku baznu liniju, kao optimalan interval za ocjenu standarda dominantnog kratkoperiodičnog "far-field" uticaja višestruke refleksije, nameće se onaj od 90 min. Na graficima spektra frekvencija uočava se minimalni period od ~ 85-90 min, pa, iako se, možda, ne može smatrati konstantnim unutar istog, i postoji izvjesni početni uticaj "near-field" komponente, zbog dominacije kratkoperiodičnog uticaja u tom intervalu, pomenuti standard će se vezati samo za "far-field" komponentu višestruke refleksije. Ako bi se usvojio kraći interval, to bi dovelo do nepouzdanosti u određivanju ocjene tog standarda, jer bi se dovelo u pitanje da li je tako izabran interval adekvatan za ocjenjivanje uticaja kratkoperiodične komponente višestruke refleksije, pošto ista, možda, još nije počela reprezentativno da djeluje. S druge strane, svako povećavanje intervala dovodi do "prelivanja" dugoperiodičnih u kratkoperiodične uticaje, što implicira uvećanu disperziju koja reprezentuje ove druge (zapaža se jednostavnim uvidom u tabele 7.3.1-9, 7.4.1-9, 7.5.1-9, 7.6.1-9 i 7.7.1-9).

Što se tiče uticaja koji odgovaraju ugnježdavajućem faktoru ν (vidjeti poglavlje 6.3.2), iste, sumarno, reprezentuje ANOVA ocjena, koja se dobija na osnovu ANOVA ocjena čisto slučajnih uticaja ε i uticaja faktora ω .

Kako je u ovom radu razmatran samo dvofaktorski problem, kojem odgovara integralno sagledavanje uticaja dva faktora, ω i ν , zajedno sa čisto slučajnim uticajem ε , to u glavi 7 nijesu prikazani rezultati za slučajeve koji su se sveli na jednofaktorski problem, tj. kada se poslije primjene statističkih testova o postojanju uticaja ova dva faktora, uz

usvajanje nivoa značajnosti od 0.05, ispostavila statistička beznačajnost uticaja bar jednog od njih. U tabeli 8.1.2 je prikazan postotak slučajeva koji su se sveli na jednofaktorski problem kod proračuna po pojedinačnim obdanicama, noćima i cijelim danima, pri usvojenom nivou značajnosti, kada je primijenjena *Varijanta (3,90)*.

Tabela 8.1.2 – Postotak trojki ANOVA ocjena komponentnih uticaja po koordinatama *e*, *n* i *u*, pri sagledavanju pojedinačnih obdanica, noći i cijelih dana, koje nijesu ušle u analizu zbog svođenja na jednofaktorski problem (primijenjena *Varijanta (3,90)*, period 2008-2011)

		TORI-IENG	IGMI-PRAT	BAR-PODG	BOR1-WROC	BACA-BAIA
OBDANICE	<i>e</i>	1.8%	3.3%	2.6%	1.5%	0.3%
	<i>n</i>	2.2%	2.4%	3.4%	0.7%	0.6%
	<i>u</i>	1.5%	2.8%	0.6%	0.1%	0.2%
NOĆI	<i>e</i>	4.3%	4.5%	6.2%	2.7%	1.2%
	<i>n</i>	1.9%	6.1%	8.4%	1.9%	2.3%
	<i>u</i>	4.0%	4.1%	1.3%	0.4%	0.4%
CIJELI DANI	<i>e</i>	1.1%	2.4%	0.9%	0.5%	0%
	<i>n</i>	0.5%	2.4%	1.0%	0.5%	0.2%
	<i>u</i>	0.7%	2.6%	0.4%	0.1%	0.1%

Detaljnije, pri testiranju statističke značajnosti uticaja faktora ω i ν , ispostavilo se da egzistira značajan uticaj faktora ω kod svake bazne linije, za svaku koordinatu, i u svakoj pojedinačnoj obdanici, noći i cijelom danu, osim u samo jednoj noći i jednom cijelom danu kod bazne linije IGMI-PRAT, i to u slučaju koordinate *e*, kada je taj uticaj bio beznačajan. Što se tiče uticaja faktora ν , samo kod proračuna po cijelim danima, koji se odnose na koordinatu *e* bazne linije BACA-BAIA, nije bilo prihvatanja hipoteze o beznačajnosti uticaja tog faktora ni u jednom slučaju. Na osnovu vrijednosti koje se nalaze u tabeli 8.1.2, *zapaža se da je* (osim kod koordinate *n* bazne linije TORI-IENG) *najveći broj trojki ANOVA ocjena odbačen u slučaju noćnog perioda.*

U nastavku se prikazuje analiza rezultata istraživanja koji svjedoče o pomenutom međusobnom "prelivanju" uticaja faktora ω i ν pri mijenjanju dužine vremenskog intervala za ocjenu standarda uticaja "far-field" višestruke refleksije (vidjeti tabele 8.1.3-17). *Kao reprezentativne vrijednosti*, u tu svrhu, *koriste se srednje vrijednosti standarda komponentnih uticaja, dobijene kao kvadratni korijeni srednjih vrijednosti odnosnih ANOVA ocjena*, iz proračuna nad mjesečnim vremenskim serijama fiksnih rješenja, koja se odnose na obdanice, noći i cijele dane.

Bazna linija TORI-IENG (5.6km)

Tabela 8.1.3 – Srednje vrijednosti ocjena standarda komponentnih uticaja, kao kvadratni korijeni sredina odnosnih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinate e , n i u , iz proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe u toku *obdanica* (bazna linija TORI-IENG)

	e			n			u		
	m_ε [mm]	m_ω [mm]	m_ν [mm]	m_ε [mm]	m_ω [mm]	m_ν [mm]	m_ε [mm]	m_ω [mm]	m_ν [mm]
Varijanta (3,90)	2.5	3.8	3.0	3.1	5.5	4.9	6.0	12.0	9.8
Varijanta (3,120)	2.5	4.1	2.6	3.1	6.0	4.4	6.0	12.9	8.8
Varijanta (3,180)	2.5	4.4	2.3	3.1	6.5	3.8	6.0	13.9	7.3
Varijanta (5,90)	2.8	3.5	3.0	3.5	5.0	4.9	6.9	11.1	9.9
Varijanta (5,120)	2.8	3.8	2.6	3.5	5.6	4.4	6.9	12.2	8.7
Varijanta (5,180)	2.9	4.0	2.3	3.5	6.2	3.8	6.9	13.4	7.2

Tabela 8.1.4 – Srednje vrijednosti ocjena standarda komponentnih uticaja, kao kvadratni korijeni sredina odnosnih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinate e , n i u , iz proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe u toku *noći* (bazna linija TORI-IENG)

	e			n			u		
	m_ε [mm]	m_ω [mm]	m_ν [mm]	m_ε [mm]	m_ω [mm]	m_ν [mm]	m_ε [mm]	m_ω [mm]	m_ν [mm]
Varijanta (3,90)	2.4	3.5	2.6	3.0	5.3	4.5	5.8	11.2	9.3
Varijanta (3,120)	2.4	3.8	2.3	3.0	5.8	3.9	5.9	12.3	8.3
Varijanta (3,180)	2.4	4.0	2.0	3.0	6.2	3.3	5.9	13.1	7.0
Varijanta (5,90)	2.8	3.2	2.6	3.4	4.9	4.5	6.7	10.4	9.4
Varijanta (5,120)	2.8	3.4	2.3	3.4	5.5	3.9	6.7	11.6	8.3
Varijanta (5,180)	2.8	3.7	1.9	3.4	6.0	3.2	6.7	12.6	7.0

Tabela 8.1.5 – Srednje vrijednosti ocjena standarda komponentnih uticaja, kao kvadratni korijeni sredina odnosnih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinate e , n i u , iz proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe u toku *cijelih dana* (bazna linija TORI-IENG)

	e			n			u		
	m_ε [mm]	m_ω [mm]	m_ν [mm]	m_ε [mm]	m_ω [mm]	m_ν [mm]	m_ε [mm]	m_ω [mm]	m_ν [mm]
Varijanta (3,90)	2.4	3.7	2.8	3.0	5.3	4.7	5.9	11.5	9.8
Varijanta (3,120)	2.4	3.9	2.5	3.0	5.8	4.2	5.9	12.6	8.8
Varijanta (3,180)	2.4	4.1	2.2	3.0	6.3	3.6	5.9	13.5	7.4
Varijanta (5,90)	2.8	3.3	2.8	3.4	4.8	4.7	6.7	10.7	9.9
Varijanta (5,120)	2.8	3.6	2.5	3.4	5.4	4.2	6.8	11.9	8.7
Varijanta (5,180)	2.8	3.8	2.1	3.4	6.0	3.5	6.8	12.9	7.4

Bazna linija IGMI-PRAT (13.6km)**Tabela 8.1.6** – Srednje vrijednosti ocjena standarda komponentnih uticaja, kao kvadratni korijeni sredina odnosnih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinate e , n i u , iz proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe u toku *obdanica* (bazna linija IGMI-PRAT)

	e			n			u		
	m_ε [mm]	m_ω [mm]	m_ν [mm]	m_ε [mm]	m_ω [mm]	m_ν [mm]	m_ε [mm]	m_ω [mm]	m_ν [mm]
Varijanta (3,90)	3.7	3.9	3.3	4.7	5.1	4.3	9.9	10.9	13.4
Varijanta (3,120)	3.7	4.2	3.0	4.8	5.5	3.9	9.9	11.8	12.7
Varijanta (3,180)	3.7	4.5	2.6	4.8	5.9	3.4	9.9	12.8	11.8
Varijanta (5,90)	3.9	3.5	3.3	5.0	4.6	4.3	10.5	9.8	13.4
Varijanta (5,120)	3.9	3.8	3.0	5.1	5.1	3.9	10.6	10.9	12.7
Varijanta (5,180)	3.9	4.2	2.5	5.1	5.6	3.4	10.6	12.1	11.8

Tabela 8.1.7 – Srednje vrijednosti ocjena standarda komponentnih uticaja, kao kvadratni korijeni sredina odnosnih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinate e , n i u , iz proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe u toku *noći* (bazna linija IGMI-PRAT)

	e			n			u		
	m_ε [mm]	m_ω [mm]	m_ν [mm]	m_ε [mm]	m_ω [mm]	m_ν [mm]	m_ε [mm]	m_ω [mm]	m_ν [mm]
Varijanta (3,90)	3.5	3.3	2.8	4.6	4.5	3.8	9.5	9.5	11.6
Varijanta (3,120)	3.5	3.5	2.6	4.6	4.8	3.4	9.6	10.4	11.0
Varijanta (3,180)	3.6	3.8	2.2	4.7	5.2	2.9	9.6	11.3	10.2
Varijanta (5,90)	3.7	2.9	2.9	4.9	4.0	3.7	10.1	8.5	11.7
Varijanta (5,120)	3.7	3.2	2.6	4.9	4.4	3.4	10.1	9.6	10.9
Varijanta (5,180)	3.7	3.6	2.2	5.0	4.9	2.9	10.2	10.6	10.2

Tabela 8.1.8 – Srednje vrijednosti ocjena standarda komponentnih uticaja, kao kvadratni korijeni sredina odnosnih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinate e , n i u , iz proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe u toku *cijelih dana* (bazna linija IGMI-PRAT)

	e			n			u		
	m_ε [mm]	m_ω [mm]	m_ν [mm]	m_ε [mm]	m_ω [mm]	m_ν [mm]	m_ε [mm]	m_ω [mm]	m_ν [mm]
Varijanta (3,90)	3.6	3.5	3.0	4.6	4.6	3.9	9.7	10.0	12.5
Varijanta (3,120)	3.6	3.7	2.8	4.7	5.0	3.6	9.7	10.9	11.9
Varijanta (3,180)	3.6	4.1	2.4	4.7	5.4	3.1	9.7	11.8	11.0
Varijanta (5,90)	3.8	3.1	3.0	4.9	4.2	3.9	10.2	9.0	12.5
Varijanta (5,120)	3.8	3.4	2.8	4.9	4.6	3.6	10.3	10.1	11.9
Varijanta (5,180)	3.8	3.8	2.4	5.0	5.0	3.1	10.4	11.1	11.0

Bazna linija BAR-PODG (40km)

Tabela 8.1.9 – Srednje vrijednosti ocjena standarda komponentnih uticaja, kao kvadratni korijeni sredina odnosnih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinate e , n i u , iz proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe u toku *obdanica* (bazna linija BAR-PODG)

	e			n			u		
	m_ε [mm]	m_ω [mm]	m_ν [mm]	m_ε [mm]	m_ω [mm]	m_ν [mm]	m_ε [mm]	m_ω [mm]	m_ν [mm]
Varijanta (3,90)	4.3	4.8	4.2	5.6	5.9	5.5	11.1	12.9	25.0
Varijanta (3,120)	4.3	5.0	3.9	5.6	6.2	5.3	11.1	13.9	24.4
Varijanta (3,180)	4.3	5.3	3.5	5.6	6.5	4.8	11.1	15.3	23.4
Varijanta (5,90)	4.8	4.0	4.1	6.3	4.9	5.5	12.4	11.0	24.9
Varijanta (5,120)	4.8	4.3	3.9	6.3	5.3	5.2	12.5	12.1	24.3
Varijanta (5,180)	4.8	4.7	3.5	6.3	5.7	4.8	12.5	13.8	23.2

Tabela 8.1.10 – Srednje vrijednosti ocjena standarda komponentnih uticaja, kao kvadratni korijeni sredina odnosnih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinate e , n i u , iz proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe u toku *noći* (bazna linija BAR-PODG)

	e			n			u		
	m_ε [mm]	m_ω [mm]	m_ν [mm]	m_ε [mm]	m_ω [mm]	m_ν [mm]	m_ε [mm]	m_ω [mm]	m_ν [mm]
Varijanta (3,90)	4.2	4.4	3.1	5.5	5.5	3.9	11.0	12.0	22.9
Varijanta (3,120)	4.2	4.6	2.9	5.6	5.7	3.6	11.0	12.7	22.5
Varijanta (3,180)	4.2	4.8	2.6	5.6	6.0	3.3	11.0	13.9	21.6
Varijanta (5,90)	4.7	3.6	3.1	6.2	4.5	3.8	12.3	10.1	22.8
Varijanta (5,120)	4.7	3.9	2.9	6.2	4.8	3.6	12.3	11.0	22.4
Varijanta (5,180)	4.7	4.1	2.6	6.3	5.1	3.2	12.4	12.3	21.6

Tabela 8.1.11 – Srednje vrijednosti ocjena standarda komponentnih uticaja, kao kvadratni korijeni sredina odnosnih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinate e , n i u , iz proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe u toku *cijelih dana* (bazna linija BAR-PODG)

	e			n			u		
	m_ε [mm]	m_ω [mm]	m_ν [mm]	m_ε [mm]	m_ω [mm]	m_ν [mm]	m_ε [mm]	m_ω [mm]	m_ν [mm]
Varijanta (3,90)	4.2	4.6	3.7	5.5	5.6	5.1	11.0	12.4	24.4
Varijanta (3,120)	4.2	4.8	3.5	5.5	5.9	4.9	11.0	13.2	23.9
Varijanta (3,180)	4.2	5.0	3.1	5.6	6.2	4.6	11.0	14.5	23.0
Varijanta (5,90)	4.8	3.8	3.7	6.2	4.6	5.1	12.3	10.4	24.3
Varijanta (5,120)	4.8	4.0	3.4	6.2	4.9	4.9	12.4	11.4	23.8
Varijanta (5,180)	4.8	4.3	3.1	6.3	5.3	4.6	12.4	12.9	22.9

Bazna linija BOR1-WROC (129.5km)

Tabela 8.1.12 – Srednje vrijednosti ocjena standarda komponentnih uticaja, kao kvadratni korijeni sredina odnosnih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinate e , n i u , iz proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe u toku *obdanica* (bazna linija BOR1-WROC)

	e			n			u		
	m_ε [mm]	m_ω [mm]	m_ν [mm]	m_ε [mm]	m_ω [mm]	m_ν [mm]	m_ε [mm]	m_ω [mm]	m_ν [mm]
Varijanta (3,90)	2.9	3.8	3.6	4.1	5.0	6.6	7.7	10.3	34.0
Varijanta (3,120)	2.9	4.0	3.3	4.1	5.4	6.3	7.7	11.6	33.4
Varijanta (3,180)	2.9	4.3	2.9	4.1	5.9	5.7	7.7	13.4	32.2
Varijanta (5,90)	3.1	3.5	3.6	4.4	4.6	6.5	8.2	9.5	33.6
Varijanta (5,120)	3.1	3.8	3.3	4.4	5.1	6.2	8.2	10.9	32.9
Varijanta (5,180)	3.1	4.1	2.8	4.4	5.6	5.7	8.2	12.7	31.9

Tabela 8.1.13 – Srednje vrijednosti ocjena standarda komponentnih uticaja, kao kvadratni korijeni sredina odnosnih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinate e , n i u , iz proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe u toku *noći* (bazna linija BOR1-WROC)

	e			n			u		
	m_ε [mm]	m_ω [mm]	m_ν [mm]	m_ε [mm]	m_ω [mm]	m_ν [mm]	m_ε [mm]	m_ω [mm]	m_ν [mm]
Varijanta (3,90)	2.8	3.3	3.1	4.0	4.5	6.6	7.4	9.4	34.3
Varijanta (3,120)	2.8	3.5	2.8	4.0	4.8	6.2	7.4	10.5	33.3
Varijanta (3,180)	2.8	3.7	2.5	4.0	5.2	5.3	7.4	12.3	32.0
Varijanta (5,90)	3.0	3.1	3.1	4.2	4.1	6.4	7.8	8.5	33.4
Varijanta (5,120)	3.0	3.3	2.8	4.2	4.5	6.1	7.8	9.8	32.7
Varijanta (5,180)	3.0	3.6	2.5	4.3	4.9	5.2	7.9	11.6	31.7

Tabela 8.1.14 – Srednje vrijednosti ocjena standarda komponentnih uticaja, kao kvadratni korijeni sredina odnosnih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinate e , n i u , iz proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe u toku *cijelih dana* (bazna linija BOR1-WROC)

	e			n			u		
	m_ε [mm]	m_ω [mm]	m_ν [mm]	m_ε [mm]	m_ω [mm]	m_ν [mm]	m_ε [mm]	m_ω [mm]	m_ν [mm]
Varijanta (3,90)	2.9	3.5	3.4	4.0	4.6	6.5	7.5	9.8	33.9
Varijanta (3,120)	2.9	3.8	3.1	4.0	5.0	6.2	7.6	11.0	33.2
Varijanta (3,180)	2.9	4.0	2.7	4.1	5.5	5.6	7.6	12.8	32.2
Varijanta (5,90)	3.1	3.3	3.4	4.2	4.2	6.4	8.0	8.9	33.4
Varijanta (5,120)	3.1	3.5	3.1	4.3	4.7	6.1	8.0	10.3	32.8
Varijanta (5,180)	3.1	3.8	2.7	4.3	5.1	5.6	8.0	12.0	31.8

Bazna linija BACA-BAIA (281.9km)**Tabela 8.15** – Srednje vrijednosti ocjena standarda komponentnih uticaja, kao kvadratni korijeni sredina odnosnih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinate *e*, *n* i *u*, iz proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku obdanica* (bazna linija BACA-BAIA)

	<i>e</i>			<i>n</i>			<i>u</i>		
	m_ε [mm]	m_ω [mm]	m_ν [mm]	m_ε [mm]	m_ω [mm]	m_ν [mm]	m_ε [mm]	m_ω [mm]	m_ν [mm]
Varijanta (3,90)	3.0	6.1	74.4	4.1	8.7	48.8	7.5	17.1	111.7
Varijanta (3,120)	3.0	7.1	64.0	4.2	9.5	39.0	7.5	18.9	96.5
Varijanta (3,180)	3.0	7.5	44.8	4.2	10.6	30.7	7.5	23.5	85.0
Varijanta (5,90)	3.4	5.5	69.6	4.6	7.9	45.1	8.2	15.2	100.4
Varijanta (5,120)	3.4	6.3	60.5	4.6	8.8	37.1	8.3	17.9	93.2
Varijanta (5,180)	3.4	7.0	40.3	4.7	9.9	27.0	8.3	22.4	81.6

Tabela 8.16 – Srednje vrijednosti ocjena standarda komponentnih uticaja, kao kvadratni korijeni sredina odnosnih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinate *e*, *n* i *u*, iz proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku noći* (bazna linija BACA-BAIA)

	<i>e</i>			<i>n</i>			<i>u</i>		
	m_ε [mm]	m_ω [mm]	m_ν [mm]	m_ε [mm]	m_ω [mm]	m_ν [mm]	m_ε [mm]	m_ω [mm]	m_ν [mm]
Varijanta (3,90)	2.9	5.3	70.3	4.0	8.3	45.0	7.1	14.9	110.6
Varijanta (3,120)	2.9	5.8	66.6	4.0	9.0	40.7	7.2	17.0	103.8
Varijanta (3,180)	2.9	6.2	37.0	4.0	9.9	29.6	7.2	21.5	90.4
Varijanta (5,90)	3.2	4.7	62.9	4.4	7.5	41.5	7.8	13.4	106.0
Varijanta (5,120)	3.2	5.3	60.3	4.5	8.4	39.3	7.9	15.6	97.8
Varijanta (5,180)	3.2	5.9	33.9	4.5	9.3	28.0	7.9	19.4	84.8

Tabela 8.17 – Srednje vrijednosti ocjena standarda komponentnih uticaja, kao kvadratni korijeni sredina odnosnih ANOVA ocjena, dobijenih za koordinate *e*, *n* i *u*, iz proračuna spovedenih pojedinačno nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose samo na epohe *u toku cijelih dana* (bazna linija BACA-BAIA)

	<i>e</i>			<i>n</i>			<i>u</i>		
	m_ε [mm]	m_ω [mm]	m_ν [mm]	m_ε [mm]	m_ω [mm]	m_ν [mm]	m_ε [mm]	m_ω [mm]	m_ν [mm]
Varijanta (3,90)	3.0	5.5	68.1	4.0	8.4	45.3	7.3	15.6	106.7
Varijanta (3,120)	3.0	6.0	57.1	4.1	9.0	38.3	7.3	17.7	98.0
Varijanta (3,180)	3.0	6.4	36.4	4.1	9.8	26.1	7.3	22.2	85.4
Varijanta (5,90)	3.3	5.0	62.2	4.5	7.5	41.0	8.0	14.0	100.3
Varijanta (5,120)	3.3	5.5	53.3	4.5	8.4	36.9	8.0	16.3	93.3
Varijanta (5,180)	3.3	6.1	32.5	4.5	9.2	25.2	8.1	21.1	82.8

Na osnovu rezultata u tabelama 8.1.3-17, kao i prethodnih konstatacija u ovoj glavi, *zaključuje se da je, u slučaju intervala registracije GPS mjerenja od 30 s, kao definitivni interval za ocjenu standarda čiste slučajne greške najbolje usvojiti onaj od 3 min, dok za ocjenu standarda "far-field" višestruke refleksije treba usvojiti interval od 90 min. Dakle, u slučaju svake od pet razmatranih baznih linija, kao rješenje, usvojene su odnosne ANOVA ocjene, koje su dobijene kada je primijenjena Varijanta (3,90).*

Međusobnim upoređivanjem podataka iz tabela 8.1.3, 8.1.6, 8.1.9, 8.1.12 i 8.1.15 sa korespondentnim podacima iz tabela 8.1.4, 8.1.7, 8.1.10, 8.1.13 i 8.1.16, *zaključuje se da su, osim nekih izuzetaka koji su u manjini, reprezentativne vrijednosti ocjena za noćni period manje od odgovarajućih za period obdanica.* Ova konstatacija u potpunosti važi kod svake od razmatranih pet baznih linija, za svaku od tri relativne koordinate i pri primjeni svih šest varijanti, kada je u pitanju faktor ω . U slučaju faktora ν , međutim, pomenuto ne važi u slučaju upoređenja nekih korespondentnih podataka. Zaključuje se da su takvi podaci prisutni samo kod najduže bazne linije, BACA-BAIA, a istih je najviše u slučaju koordinate u (vidjeti osjenčene podatke u tabelama 8.1.15 i 8.1.16). Kada je u pitanju bazna linija BOR1-WROC, samo na jednom mjestu, i to u slučaju koordinate u , egzistira razlika korespondentnih vrijednosti od svega 0.3 mm, zbog čega odnosni podaci u tabelama 8.1.12 i 8.1.13 nijesu osjenčeni. Treba napomenuti da prethodne konstatacije vezano za faktor ν ne mogu poslužiti za zaključivanje o statistikoj značajnosti razlike nivoa uticaja istog u noćnom i periodu obdanice. Naime, u tu svrhu može poslužiti jedino *statistički test jednakosti dvije disperzije*. Rezultati primjene takvog jednog testa (*F-test*) prikazani su u poglavlju 8.5.

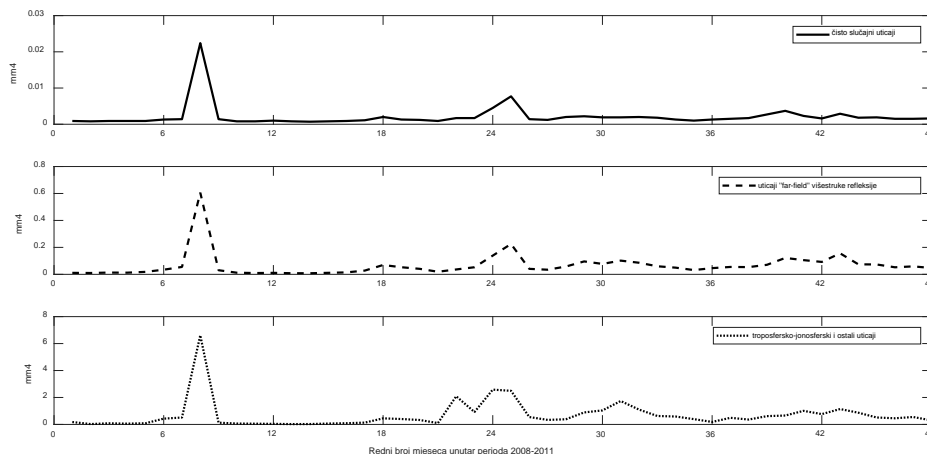
Vezano za ekstremne situacije koje su, *pri pojedinačnom sagledavanju obdanica, noći i cijelih dana*, pratile ANOVA ocjenjivanje, a od kojih su neke grafički predstavljene u glavi 7, *zaključeno je da fiksna rješenja dobijena na osnovu pogrešno ustanovljenih faznih neodređenosti, koja imaju velike oscilacije u toku cjelodnevnog ili subdnevnog perioda (obdanice i noći), mogu dovesti do višestruko uvećanih, nerealnih ocjena odnosnih ANOVA ocjena komponentnih uticaja, koje, pogotovo za uticaje koje integriše faktor ν , mogu dostići decimetarske, pa i vrijednosti preko jednog metra.* U takvim slučajevima, kojih je, doduše, manji broj, dešavalo da nakon primjene " 3σ " kriterijuma dozvoljenih odstupanja na neku vremensku seriju fiksnih rješenja koja odgovara

subdnevnom ili cjelodnevnom periodu, preostane, čak, više od 90% pomenutih rješenja, kao ulaznih podataka za dobijanje ANOVA ocjena. Međutim, pošto pristup ANOVA ocjenjivanja u ovoj disertaciji integriše PEROBHIK2S metodu za dodatno odbacivanje odskaćućih fiksnih rješenja, na kraju se ispostavilo da je nekoliko ocjena pomenutog tipa izračunato na osnovu 30%, pa i manje, ukupnog broja tih ulaznih podataka. Naime, u tim slučajevima je došlo do pojave praznina u vremenskim serijama fiksnih rješenja i/ili njihovog, pretežno, jednostranog grupisanja u vremenu, što je dovelo do nerealnih ANOVA ocjena, koje su, kao neupotrebljive, odbačene.

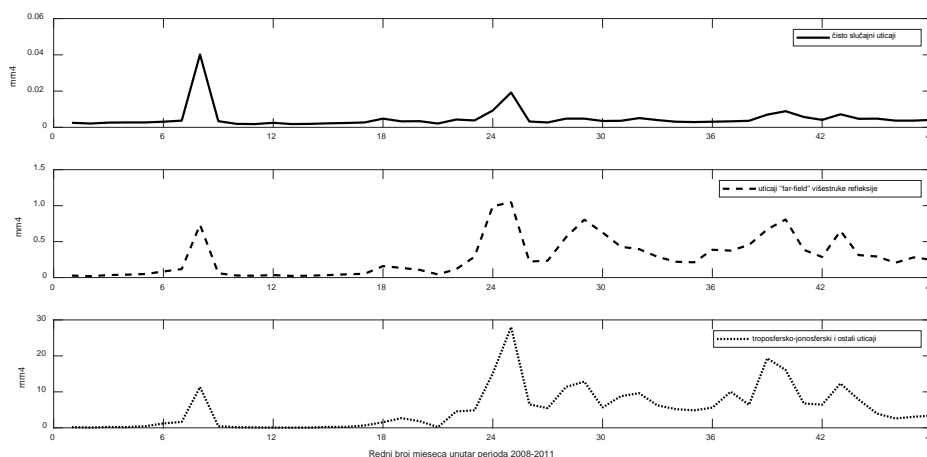
Analiziranjem svih grafika ANOVA ocjena na dnevnom i subdnevnom nivou, koji, u cilju kontrole obimnosti prikaza, nijesu integrirani u tekst ove disertacije, mogu se uočiti i, jednostavno, odbaciti grubo odskaćuće. Tako se dolazi do krajnjih odnosnih minimalnih i maksimalnih vrijednosti koje su saglasne sa onima na mjesečnom nivou, a ispostavi se isto i za reprezentativne srednje vrijednosti ocjena standarda, pri upoređenju istih sa korespondentnim na mjesečnom nivou.

Na osnovu konstatacija iz analize u ovom poglavlju, *kao definitivne ANOVA ocjene za komponentne uticaje usvajaju se one koje su dobijene kada je primijenjena Varijanta (3,90) na mjesečne vremenske serije fiksnih rješenja, bilo da se ista odnose na epohe u toku obdanica, noći ili cijelih dana*. Ekstremi kvadratnih korijena, ocjena disperzija, apsolutnih vrijednosti ocjena kovarijacija i ocjena koeficijenta korelacije usvojenih ANOVA ocjena, nalaze se u odgovarajućim kolonama tabela 7.3.1-9, 7.4.1-9, 7.5.1-9, 7.6.1-9 i 7.7.1-9, dok su kvadratni korijeni sredina tih ANOVA ocjena prikazani u odgovarajućim vrstama tabela 8.1.3-17. *Pomenute ocjene imaju sezonsku komponentu i maksimume dostižu u ljetnjim, a minimume u zimskim mjesecima*.

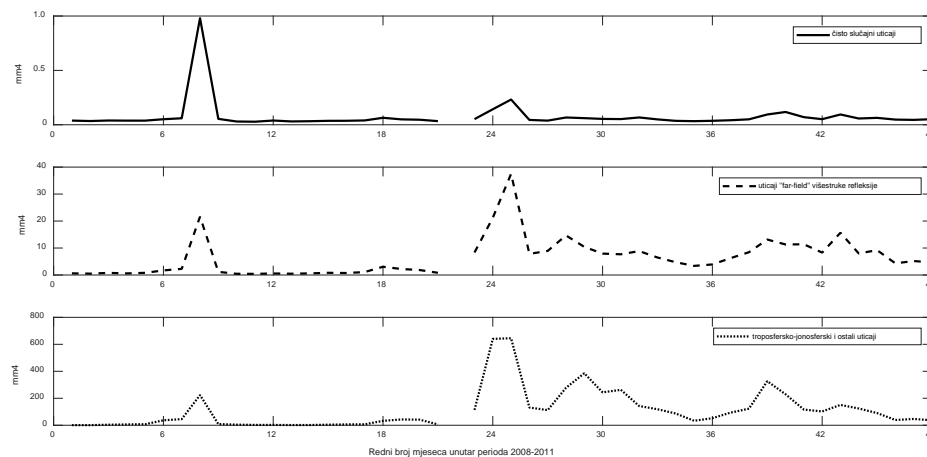
Posredstvom tripleta slika 8.1.1-3, 8.1.4-6, 8.1.7-9, 8.1.10-12 i 8.1.13-15 prikazane su *ocjene disperzija usvojenih ANOVA ocjena komponentnih uticaja*, čiji su kvadratni korijeni prikazani na tripletima slika 7.3.10-12, 7.4.10-12, 7.5.10-12, 7.6.10-12 i 7.7.10-12, respektivno. Na osnovu grafika sa slika 8.1.1-15 *zaključuje se da i vremenske serije ocjena disperzija ANOVA ocjena komponentnih uticaja, takođe, posjeduju sezonsku komponentu i dostižu maksimume u ljetnjim, a minimume u zimskim mjesecima*. Uz to, *najveće vrijednosti su zastupljene u slučaju faktora ν , a primjećuje se i visok stepen ujednačenosti sezonskih maksimuma, naročito kod baznih linija BAR-PODG i BORI-WROC, što, posebno, nije slučaj kada je u pitanju najduža bazna linija, BACA-BAIA*.



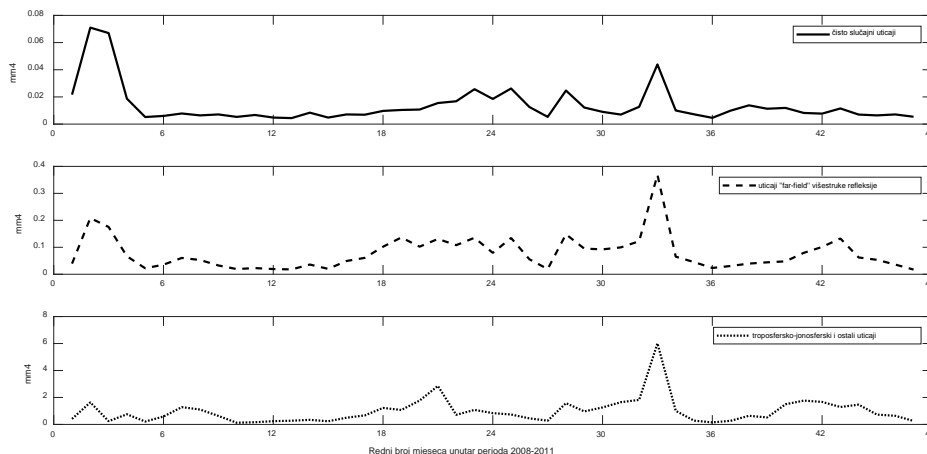
Slika 8.1.1 – Ocjene disperzija usvojenih ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu *e*, na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe *u toku cijelih dana* (bazna linija TORI-IENG)



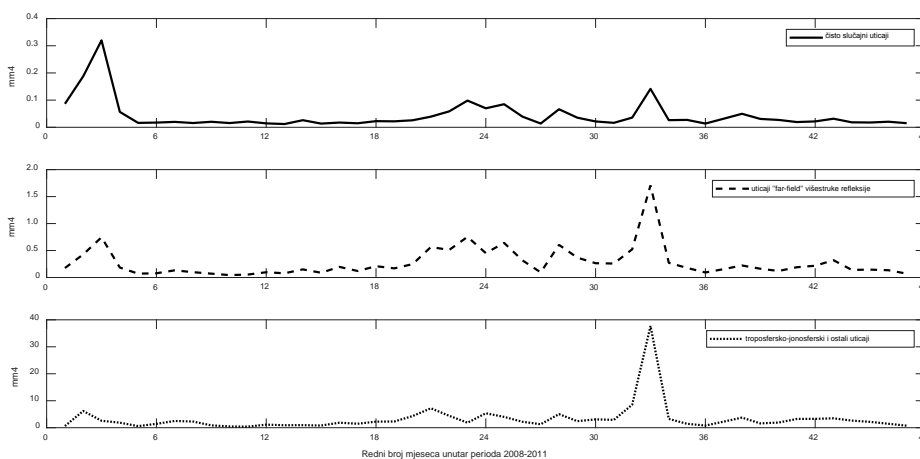
Slika 8.1.2 – Ocjene disperzija usvojenih ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu *n*, na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe *u toku cijelih dana* (bazna linija TORI-IENG)



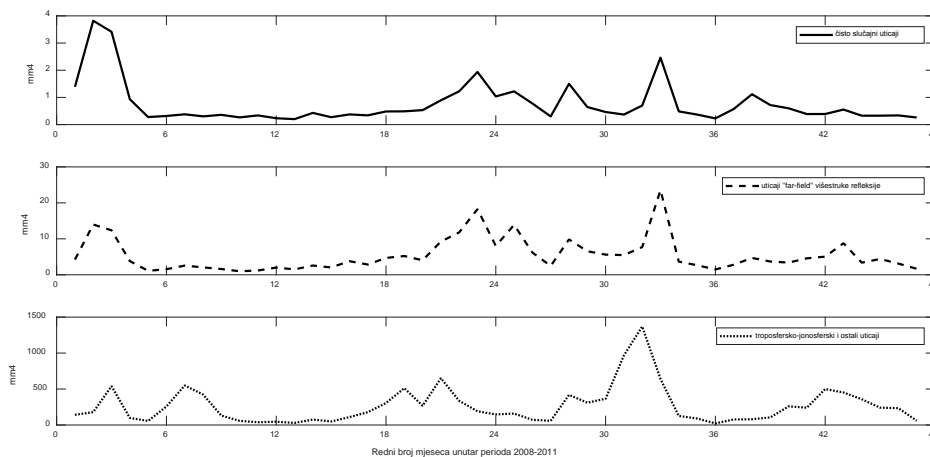
Slika 8.1.3 – Ocjene disperzija usvojenih ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu *u*, na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe *u toku cijelih dana* (bazna linija TORI-IENG)



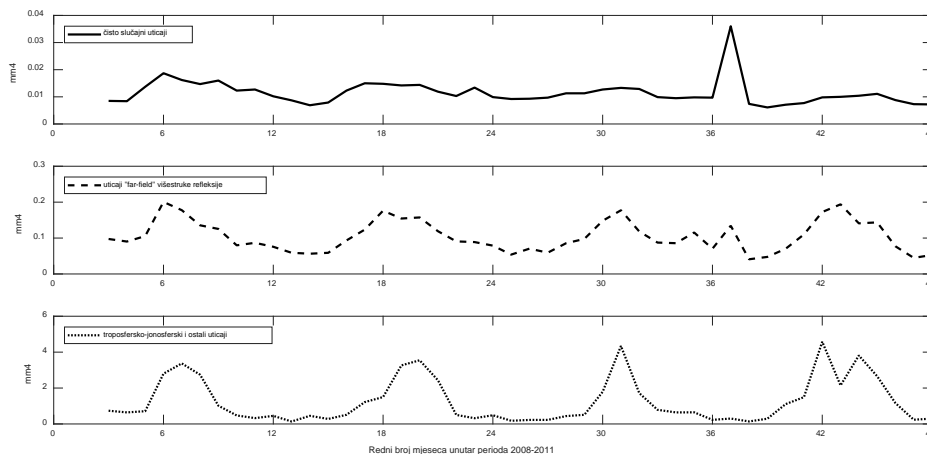
Slika 8.1.4 – Ocjene disperzija usvojenih ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu *e*, na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe *u toku cijelih dana* (bazna linija IGMI-PRAT)



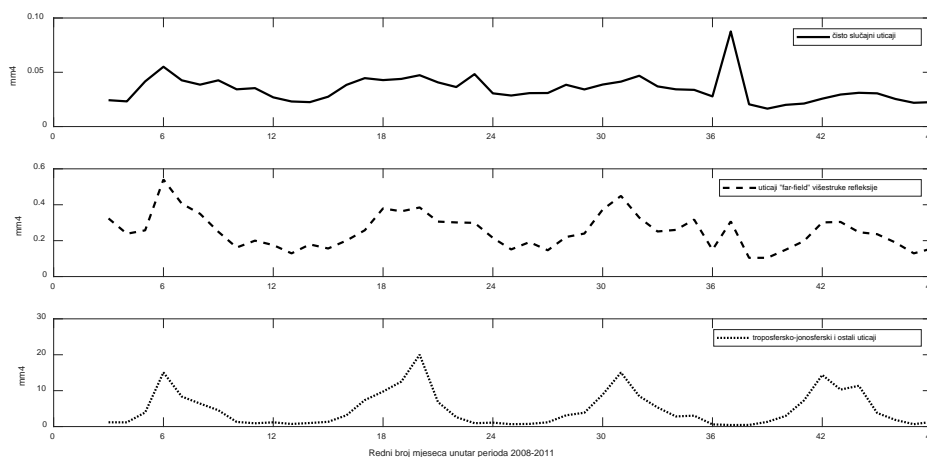
Slika 8.1.5 – Ocjene disperzija usvojenih ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu *n*, na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe *u toku cijelih dana* (bazna linija IGMI-PRAT)



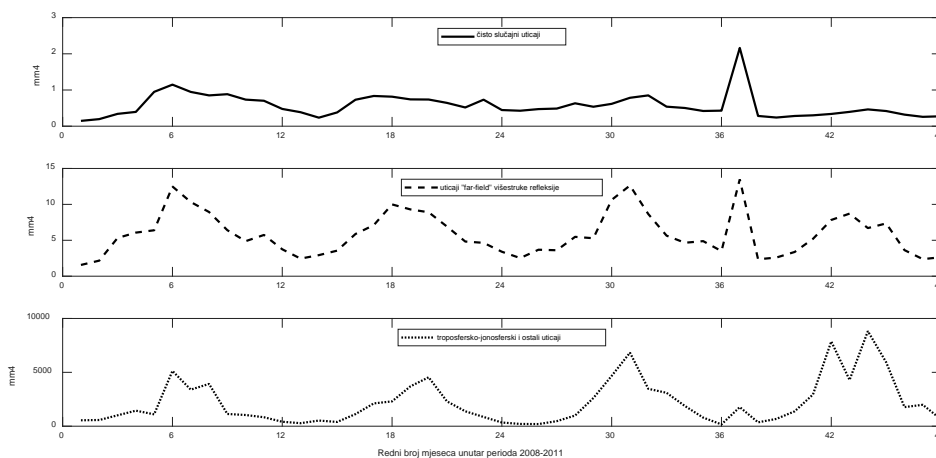
Slika 8.1.6 – Ocjene disperzija usvojenih ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu *u*, na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe *u toku cijelih dana* (bazna linija IGMI-PRAT)



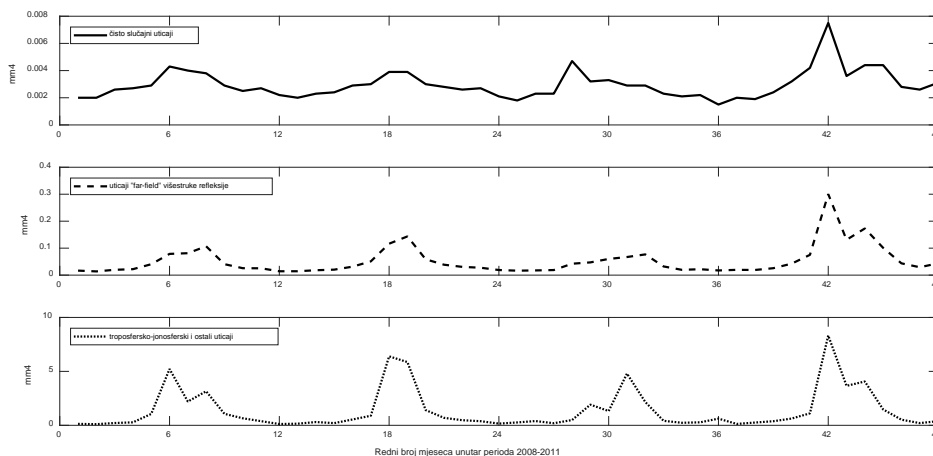
Slika 8.1.7 – Ocjene disperzija usvojenih ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu *e*, na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe *u toku cijelih dana* (bazna linija BAR-PODG)



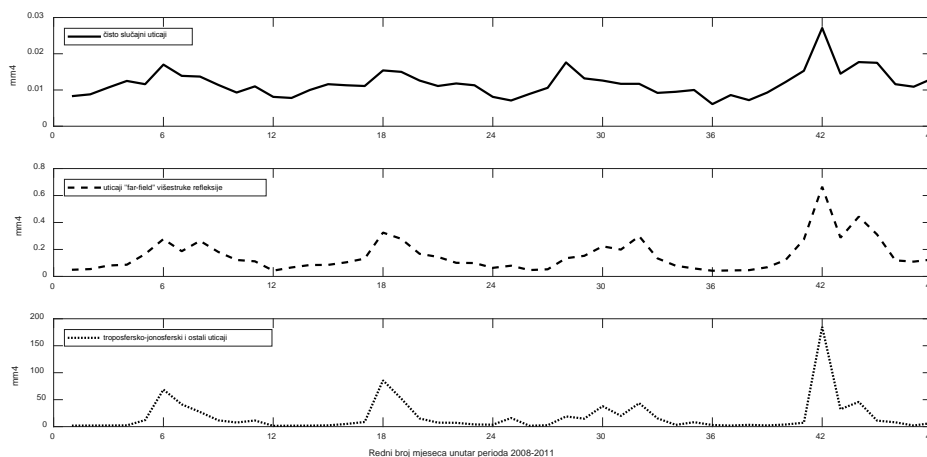
Slika 8.1.8 – Ocjene disperzija usvojenih ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu *n*, na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe *u toku cijelih dana* (bazna linija BAR-PODG)



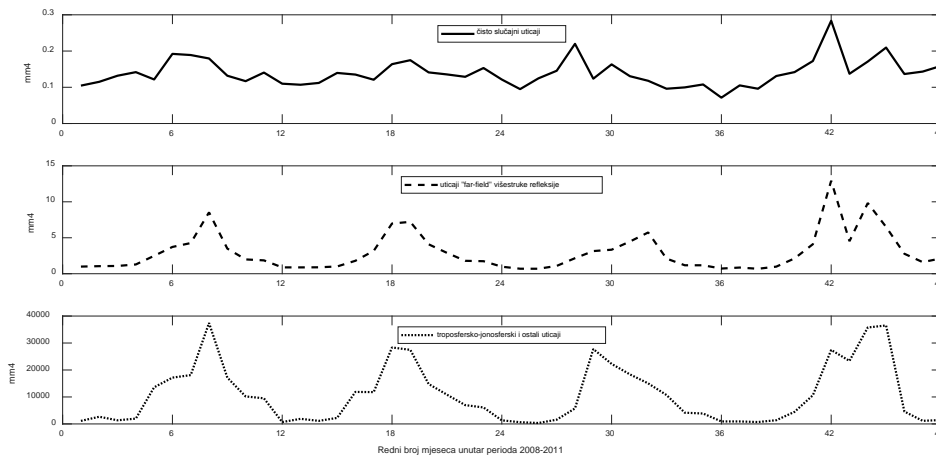
Slika 8.1.9 – Ocjene disperzija usvojenih ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu *u*, na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe *u toku cijelih dana* (bazna linija BAR-PODG)



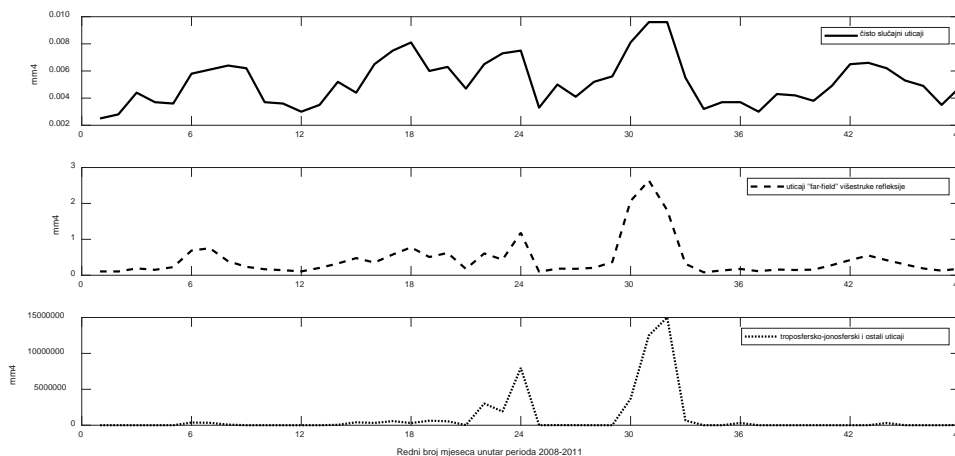
Slika 8.1.10 – Ocjene disperzija usvojenih ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu *e*, na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe *u toku cijelih dana* (bazna linija BOR1-WROC)



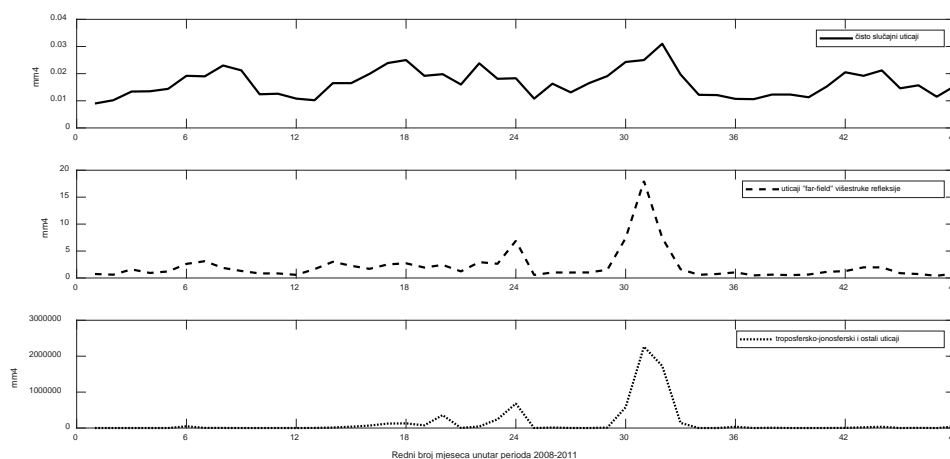
Slika 8.1.11 – Ocjene disperzija usvojenih ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu *n*, na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe *u toku cijelih dana* (bazna linija BOR1-WROC)



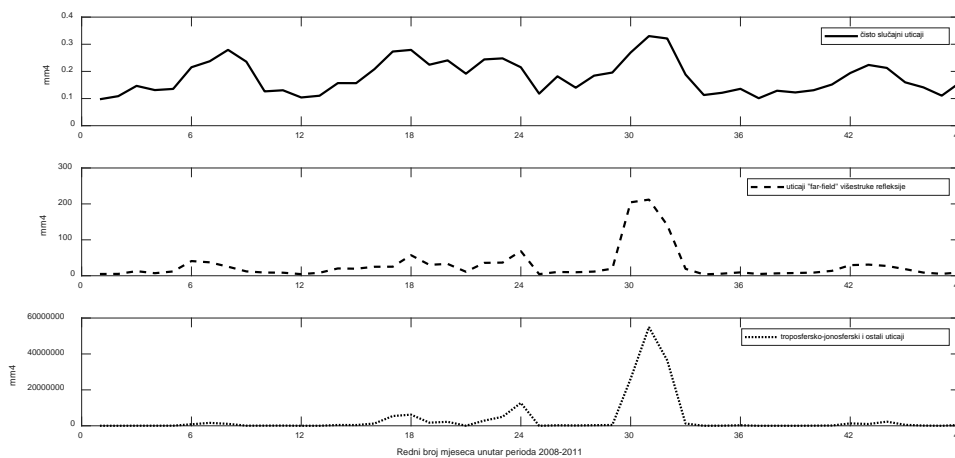
Slika 8.1.12 – Ocjene disperzija usvojenih ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu *u*, na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe *u toku cijelih dana* (bazna linija BOR1-WROC)



Slika 8.1.13 – Ocjene disperzija usvojenih ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu *e*, na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe *u toku cijelih dana* (bazna linija BACA-BAIA)



Slika 8.1.14 – Ocjene disperzija usvojenih ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu *n*, na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe *u toku cijelih dana* (bazna linija BACA-BAIA)



Slika 8.1.15 – Ocjene disperzija usvojenih ANOVA ocjena komponentnih uticaja za koordinatu *u*, na osnovu proračuna nad 48 mjesečnih vremenskih serija fiksnih rješenja (2008-2011), koja se odnose na epohe *u toku cijelih dana* (bazna linija BACA-BAIA)

8.2 Upoređenje usvojenih ANOVA ocjena u ovdašnjem istraživanju sa rezultatima iz ranijih istraživanja pojedinačnih rezidualnih uticaja

Rezultati dobijeni integralnim pristupom koji je primijenjen u ovdašnjem istraživanju, uporedivi su sa rezultatima koje su dobili drugi autori pri pojedinačnom istraživanju rezidualnih uticaja. U nastavku se prikazuju konkretna upoređenja rezultata, koja idu u prilog ovakvoj konstataciji.

Što se tiče *uticaja višestruke refleksije*, mogu se navesti, na primjer, rezultati koje su dobili *Rost and Wanninger (2009)*, kada su se ispostavile RMSE vrijednosti od 5.9, 12.2 i 20.0 mm, za koordinate e , n i u , respektivno (vidjeti poglavlje 1.1). Takođe, u istraživanju prikazanom u radu *Rost and Wanninger (2010)*, za baznu liniju sa krajnjim stanicama na krovovima zgrada (dakle, kada su bila zastupljena stanična okruženja koja su veoma slična onima koja su zastupljena kod krajnjih stanica baznih linija razmatranih u okviru istraživanja u ovoj disertaciji) dobijene su RMSE vrijednosti od 7.6, 9.4 i 23.7 mm, po istom redosljedu za tri relativne koordinate. Pomenute vrijednosti su uporedive sa kvadratnim korijenima ANOVA ocjena rezidualnih uticaja "far-field" višestruke refleksije, koje su usvojene u ovoj disertaciji, s obzirom na činjenicu da se vrijednosti istih nalaze unutar sljedećih intervala:

- Koordinata e – interval 2.3–8.3 mm (tabele 7.3.7, 7.4.7, 7.5.7, 7.6.7 i 7.7.7);
- Koordinata n – interval 3.0–15.0 mm (tabele 7.3.8, 7.4.8, 7.5.8, 7.6.8 i 7.7.8);
- Koordinata u – interval 6.6–27.9 mm (tabele 7.3.9, 7.4.9, 7.5.9, 7.6.9 i 7.7.9).

Kada su u pitanju *troposferski i jonosferski rezidualni uticaji*, postoji veći broj radova na tu temu. Međutim, uticaji ovog tipa na relativne koordinate, za razliku od ovdašnjeg pristupa, pojedinačno su istraživani. Jedno takvo istraživanje, sproveli su *Satirapod and Chalermwattanachai (2005)*. Naime, pri primjeni Saastamoinen troposferskog modela kod obrade prikupljenih GPS podataka na krajnjim stanicama jedne bazne linije, koje su bile na udaljenosti ~ 11 km i sa međusobnom visinskom razlikom ~ 35 m, preciznost rješenja te bazne linije za rezultatnu komponentu položaja u horizontalnoj i onu u vertikalnoj ravni, ispostavila se u vrijednosti od 7 i 19 mm, respektivno. Iako se postupak obrade podataka zasnivao na upotrebi IF linearnih kombinacija dvostrukih razlika GPS mjerenja (za detalje vidjeti poglavlje 1.1), *ovi rezultati predstavljaju ne samo uticaj troposferskih reziduala*, kako to autori ističu, *već i jonosferskih reziduala* (iako je u pitanju kratka bazna linija, principijelno govoreći, postoji izvjestan nivo

uticaja istih). Autori su pomenuli da su u eksperimentu korišćeni dvofrekventni prijemnici istog tipa (Leica SR530), ali nijesu dali podatke ni o korišćenim antenama (to su, na primjer, mogle biti standardne antene tipa AT502 ili choke-ring antene tipa AT503, koje su obje dvofrekventne i kompatibilne sa korišćenim prijemnicima), niti o korišćenju nekog antenskog modela u obradi podataka. Takođe, nijesu dali informacije o načinu postavljanja antena. Ali, s obzirom da su podaci prikupljeni 24 h u kontinuitetu, logično je da su korišćeni stativi. Na osnovu rečenog u posljednje tri rečenice, može se konstatovati da su GPS mjerenja izvršena uz prisustvo *izvjesnih "near-field" uticaja višestruke refleksije* (reflektor je, logično, trebalo biti postolje sa adaptiranim nosačem, postavljeno na glavu stativa, na rastojanju od (faznog centra) antene koje je, tipično, manje od poluprečnika "near-field" oblasti), kao i da su, eventualno, bili prisutni i *izvjesni uticaji ekscentriciteta i varijacija faznih centara antena korišćenih prijemnika*. Neminovno, mjerenja nijesu mogla biti imuna ni na *čisto slučajne uticaje*. Preciznost rješenja bazne linije u horizontalnoj i vertikalnoj ravni koju su dobili ovi autori, uporediva je sa rezultatima dijela istraživanja u ovoj disertaciji koji se odnosi na baznu liniju **IGMI-PRAT** (dužine ~ 13.6 km i sa visinskom razlikom između krajnjih stanica od ~ 25 m), s obzirom da su dobijene ocjene standarda (kvadratni korijeni odnosnih usvojenih ANOVA ocjena) relativnih koordinata e , n i u za čisto slučajne uticaje, ε , i uticaje koje uključuje faktor ν (zbirni troposfersko-jonosferski uticaji, zajedno sa uticajima ekscentriciteta i varijacija faznih centara antena prijemnika i "near-field" uticajima višestruke refleksije), unutar sljedećih intervala:

- Koordinata e – interval za čisto slučajne uticaje, ε , je 3.3–3.9 mm, a interval za uticaj faktora ν je 1.3–4.1 mm (tabela 7.4.7);
- Koordinata n – interval za čisto slučajne uticaje, ε , je 4.2–5.4 mm, a interval za uticaj faktora ν je 2.2–5.5 mm (tabela 7.4.8);
- Koordinata u – interval za čisto slučajne uticaje, ε , je 8.8–11.1 mm, a interval za uticaj faktora ν je 7.3–20.3 mm (tabela 7.4.9).

Upoređenje rezultata može se izvesti i korišćenjem srednjih vrijednosti ocjena standarda komponentnih uticaja ε i ν (iz prve vrste ispod zaglavlja tabele 8.1.6). U tom pristupu, dobija se srednja preciznost od 8.1 mm u horizontalnoj (en) ravni, kao i 16.7 mm u vertikalnoj ravni (koordinata u), što je uporedivo sa preciznošću dobijenom u radu [Satirapod and Chalermwattanachai \(2005\)](#).

8.3 Računanje definitivnih ocjena komponenti disperzija relativnih koordinata korišćenjem usvojenih ANOVA ocjena

Definitivne ocjene standarda komponentnih uticaja za svaku od tri relativne koordinate (e , n i u), po mjesecima, unutar razmatranog četvorogodišnjeg perioda (vidjeti tabele 8.3.1-9), dobijeni su kao kvadratni korijeni odgovarajućih disperzija izračunatih primjenom **metode momenata (MM)** na usvojene ANOVA ocjene (poglavlje 8.1).

Za računanje ocjena komponenti disperzije uticaja prvog faktora, ν , koji uključuje zbirni uticaj reziduala troposferske i jonosferske refrakcije (*tropo-iono*), uticaj *reziduala višestruke refleksije sa višečasovnim periodom djelovanja ("near-field")* i reziduala koji se odnose na ekscentricitete i varijacije faznih centara antena prijemnika na krajevima bazne linije (*rapcov*), korišćen je sljedeći **matematički model** (po ugledu na [Anđić \(2008\)](#)):

$$\text{Linearni: } v_{m_{\nu;c,k}^2} = \underbrace{\sigma_{\nu 1;c}^2}_{\sigma_{\text{near-field}+\text{rapcov};c}^2} + \underbrace{\sigma_{\nu 2;c}^2 D_k^2}_{\sigma_{\text{tropo-iono};c,k}^2} - m_{\nu;c,k}^2 \quad (8.3.1a)$$

$$\text{Stohastički: } M\{v_{m_{\nu;c,k}^2}\} = 0 \text{ i } P_{m_{\nu;c,k}^2} = \frac{N_{\nu;c,k}}{(\sigma_{\nu 1;c}^2 + \sigma_{\nu 2;c}^2 D_k^2)^2}, \quad (8.3.1b)$$

pri čemu c i k , redom, označavaju relativnu koordinatu (e , n ili u) i baznu liniju dužine D_k ($D_1 \approx 5.6$ km, $D_2 \approx 13.6$ km, $D_3 \approx 40.0$ km, $D_4 \approx 129.5$ km i $D_5 \approx 281.9$ km), sa korespondentnom visinskom razlikom između stanica na krajnjim tačkama koja iznosi Δh_k ($\Delta h_1 \approx 6$ m, $\Delta h_2 \approx 25$ m, $\Delta h_3 \approx 38$ m, $\Delta h_4 \approx 56$ m i $\Delta h_5 \approx 52$ m).

Za računanje ocjene disperzije slučajnih uticaja, ε , odnosno ocjene disperzije uticaja drugog faktora, ω , koji podrazumijeva dominantan uticaj *reziduala višestruke refleksije sa subčasovnim periodom djelovanja ("far-field")*, upotrijebljen je odnosni **redukovani matematički model sa jednom komponentom, koja reprezentuje uticaj nezavistan od dužine bazne linije**, tj.

$$\text{Linearni: } v_{m_{\varepsilon(\omega);c,k}^2} = \underbrace{\sigma_{\varepsilon(\omega);c}^2}_{\sigma_{\varepsilon(\text{far-field});c}^2} - m_{\varepsilon(\omega);c,k}^2 \quad (8.3.2a)$$

$$\text{Stohastički: } M\{v_{m_{\varepsilon(\omega);c,k}^2}\} = 0 \text{ i } P_{m_{\varepsilon(\omega);c,k}^2} = \frac{N_{\varepsilon(\omega);c,k}}{\sigma_{\varepsilon(\omega);c}^4}. \quad (8.3.2b)$$

Postupak računanja je iterativan i konvergiraće ukoliko među ulaznim vrijednostima usvojenih ANOVA ocjena nema onih koje grubo odskaču od ostalih.

Detaljan prikaz teorijskih osnova primjene MM u ocjenjivanju komponenti disperzije može se naći, na primjer, u *Perović (2005)* i *Andić (2008)*.

Napomena: U korišćenim matematičkim modelima popravaka nema izraza (sabirka) koji predstavlja član zavistan od visinske razlike između krajnjih stanica bazne linije. Naime, raspon visinskih razlika Δh_k , $k \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$, iznosi samo 50 m, a u slučaju izuzimanja visinske razlike prve, najkraće, bazne linije, ta vrijednost je svega 31 m, na osnovu čega se zaključuje da je *u ovdašnjem eksperimentu uticaj visinske razlike između krajnjih stanica zanemarljiv*, te u pomenutim modelima nije potrebno da figuriše još jedna komponenta disperzije, integrisana u izraz (sabirak) koji je zavistan od visinske razlike. Pored toga, *razmatranjem po mjesecima, uticaj temperature vazduha je, praktično, sveden na konstantu*, te ni komponenta disperzije, koja bi se vezala za ovaj uticaj, ne figuriše u korišćenim matematičkim modelima popravaka. Ovome, dodatno, ide u prilog činjenica da se svih pet baznih linija koje su korišćene u eksperimentu nalaze unutar dijela Evrope (sa geografskim granicama koje su navedene na početku glave 7), koji reprezentuju srednja latituda i longituda od približno 47° i 17° , respektivno, te da su unutar istog, u toku pojedinačnih mjeseci, zastupljene, može se reći, prilično izjednačene temperature.

Slijedi tabelarni prikaz dobijenih rezultata.

Tabela 8.3.1 – Definitivne ocjene standarda komponentnih uticaja i odnosni stepeni slobode za koordinatu e , dobijeni primjenom MM na usvojene ANOVA ocjene, dobijene u proračunima nad mjesečnim vremenskim serijama fiksnih rješenja, koja se odnose na epohe *u toku obdanica*

e	ϵ		Faktor ω		Faktor ν		
	$\hat{\sigma}_{\epsilon,e}$ [mm]	f_ϵ	$\hat{\sigma}_{\omega,e}$ [mm]	f_ω	$\hat{\sigma}_{\nu 1,e}$ [mm]	$\hat{\sigma}_{\nu 2,e}$ [mm/km]	f_ν
Januar 2008	2.78	123378	3.31	19198.65	2.12	0.01350	786.93
Februar 2008*	2.63	82973	3.35	13191.03	1.50	0.01535	507.88
Mart 2008	3.14	104567	4.10	16912.33	2.48	0.02531	676.56
April 2008	3.38	114598	4.13	18258.57	2.87	0.01755	741.12
Maj 2008	3.51	141085	4.40	22541.40	2.96	0.02525	926.75
Jun 2008	3.67	110252	5.22	18438.66	3.23	0.20913	777.45
Jul 2008	3.52	110602	5.14	18663.55	3.19	0.18975	765.24
Avgust 2008	3.84	95334	5.10	15719.73	4.20	0.10247	668.67
Septembar 2008	3.52	113894	4.08	17835.05	3.23	0.02012	760.19
Oktoobar 2008	3.26	137321	3.64	20831.26	2.32	0.02181	879.18
Novembar 2008	3.14	129093	3.36	19175.96	1.92	0.03502	839.01
Decembar 2008	3.15	137424	3.60	20822.59	2.27	0.01502	876.19
Januar 2009	3.17	139168	3.62	21117.40	1.73	0.07679	869.97
Februar 2009	3.06	106152	3.63	16392.24	1.55	0.09950	684.22

<i>e</i>	ε		Faktor ω		Faktor ν		
	$\hat{\sigma}_{\varepsilon,e}$ [mm]	f_{ε}	$\hat{\sigma}_{\omega,e}$ [mm]	f_{ω}	$\hat{\sigma}_{\nu1,e}$ [mm]	$\hat{\sigma}_{\nu2,e}$ [mm/km]	f_{ν}
Mart 2009	3.36	135133	3.73	20520.72	2.30	0.05964	874.32
April 2009	3.57	131911	4.38	21083.67	2.33	0.14636	870.02
Maj 2009	3.60	127024	4.69	21055.58	2.88	0.10399	841.51
Jun 2009	3.71	111998	5.31	18997.25	2.99	0.15710	758.92
Jul 2009	3.62	121849	5.27	20715.73	2.85	0.17647	819.93
Avgust 2009	3.54	115987	4.91	19352.69	2.96	0.17118	794.33
Septembar 2009	3.17	107450	4.04	17516.73	3.88	0.01413	713.27
Oktober 2009	3.25	98936	4.14	15800.32	3.30	nema	548.42
Novembar 2009	3.19	94773	4.20	15191.38	3.03	nema	529.62
Decembar 2009	3.43	84070	4.18	12868.37	2.96	nema	476.45
Januar 2010	3.35	90737	3.80	13973.37	2.39	0.01707	584.30
Februar 2010	3.27	107858	3.91	16946.95	2.90	0.12132	705.76
Mart 2010	3.48	134466	4.08	20910.20	2.71	0.04638	866.42
April 2010	3.64	84175	4.46	13495.18	3.00	0.01648	541.76
Maj 2010	3.70	101848	4.91	16885.83	3.16	0.07403	678.42
Jun 2010	3.52	115097	5.53	19514.68	3.09	0.21110	783.71
Jul 2010	3.65	123735	6.91	21027.77	3.08	0.32819	859.90
Avgust 2010	3.56	109549	5.22	18464.87	2.96	0.32759	748.54
Septembar 2010	3.24	98939	4.27	16300.90	2.70	0.14258	661.09
Oktober 2010	3.17	122421	3.85	19557.41	3.06	0.01157	798.60
Novembar 2010	3.13	125374	3.83	19828.24	2.86	0.01422	813.10
Decembar 2010	3.19	137239	3.73	21331.47	1.98	0.09002	863.90
Januar 2011	3.05	97253	3.51	15027.00	2.25	0.01579	630.98
Februar 2011	3.15	90197	3.72	14034.83	1.78	0.05577	568.88
Mart 2011	3.29	84672	4.00	13527.28	3.01	0.01863	552.81
April 2011	3.40	91461	4.44	15028.84	3.60	0.01621	605.87
Maj 2011	3.39	105201	4.80	17707.11	3.95	0.02857	701.26
Jun 2011	3.47	108775	5.21	18751.11	4.73	0.02429	728.60
Jul 2011	3.63	103022	5.51	17736.13	3.66	0.09967	694.42
Avgust 2011	3.57	116672	5.21	19755.42	3.77	0.16449	812.58
Septembar 2011	3.49	121270	4.89	20339.73	3.38	0.11703	827.90
Oktober 2011	3.27	127453	4.39	20779.95	3.03	0.10678	845.89
Novembar 2011	3.20	129327	3.85	19927.43	2.67	0.01273	823.60
Decembar 2011*	3.20	87979	3.99	14235.42	2.23	0.07562	562.73

Tabela 8.3.2 – Definitivne ocjene standarda komponentnih uticaja i odnosni stepeni slobode za koordinatu *n*, dobijeni primjenom MM na usvojene ANOVA ocjene, dobijene u proračunima nad mjesečnim vremenskim serijama fiksnih rješenja, koja se odnose na epohe *u toku obdanica*

<i>n</i>	ε		Faktor ω		Faktor ν		
	$\hat{\sigma}_{\varepsilon,n}$ [mm]	f_{ε}	$\hat{\sigma}_{\omega,n}$ [mm]	f_{ω}	$\hat{\sigma}_{\nu1;n}$ [mm]	$\hat{\sigma}_{\nu2;n}$ [mm/km]	f_{ν}
Januar 2008	3.73	123016	4.75	18848.15	2.89	0.01721	793.55
Februar 2008*	3.46	82700	4.57	12928.44	2.14	0.02366	547.02
Mart 2008	3.83	104032	5.18	16785.06	2.54	0.03217	671.06

<i>n</i>	ε		Faktor ω		Faktor ν		
	$\hat{\sigma}_{\varepsilon,n}$ [mm]	f_{ε}	$\hat{\sigma}_{\omega,n}$ [mm]	f_{ω}	$\hat{\sigma}_{\nu 1;n}$ [mm]	$\hat{\sigma}_{\nu 2;n}$ [mm/km]	f_{ν}
April 2008	4.10	113818	5.12	17957.88	3.04	0.02867	753.28
Maj 2008	4.50	135839	5.75	21846.42	4.54	0.03559	937.08
Jun 2008	4.73	101398	6.56	16826.20	4.36	0.12300	732.61
Jul 2008	4.73	105787	7.28	17775.32	4.27	0.16401	753.26
Avgust 2008	5.37	94192	7.07	15386.19	5.03	0.14386	674.98
Septembar 2008	4.84	110567	5.65	17182.48	4.79	0.03082	761.70
Oktoabar 2008	4.53	130213	4.87	19440.25	3.39	0.03201	872.10
Novembar 2008	4.29	126732	4.64	18775.99	2.48	0.05557	839.09
Decembar 2008	4.19	137347	4.75	20664.91	3.42	0.01030	866.85
Januar 2009	3.99	140691	4.91	21815.03	2.41	0.06256	895.35
Februar 2009	3.82	109874	4.88	17165.69	1.93	0.07036	701.42
Mart 2009	4.12	136665	5.20	20997.19	2.81	0.05955	901.58
April 2009	4.39	126136	5.29	19825.45	3.12	0.11834	855.92
Maj 2009	4.59	125109	5.72	19947.72	4.03	0.10531	869.71
Jun 2009	4.96	111694	7.09	18720.99	4.41	0.14732	789.33
Jul 2009	5.03	117524	7.27	19901.38	5.17	0.17783	833.09
Avgust 2009	5.03	113872	7.16	19201.69	4.81	0.19125	800.37
Septembar 2009	4.63	105443	6.05	17331.33	4.60	0.04013	716.30
Oktoabar 2009	4.68	93753	6.00	14847.86	4.00	0.09635	656.37
Novembar 2009	4.41	98102	6.32	15915.74	4.65	0.13664	659.93
Decembar 2009	4.38	87113	6.25	13748.74	3.95	0.02482	483.35
Januar 2010	4.38	92495	5.08	14428.17	3.40	0.04240	614.86
Februar 2010	4.16	107762	4.90	16665.55	3.53	0.04293	721.22
Mart 2010	4.22	132787	5.03	20445.12	3.62	0.03935	899.84
April 2010	4.59	84732	5.71	13553.78	4.87	0.03896	592.38
Maj 2010	4.76	105058	6.78	17640.40	5.41	0.12206	733.58
Jun 2010	4.65	110822	7.27	19068.21	6.06	0.19924	803.70
Jul 2010	4.89	118406	9.02	20815.24	7.04	0.23647	856.69
Avgust 2010	5.02	106175	8.06	18330.94	6.63	0.22622	755.79
Septembar 2010	4.76	98428	6.79	16544.54	6.38	0.15628	695.78
Oktoabar 2010	4.43	120686	5.96	19703.34	5.21	nema	807.33
Novembar 2010	4.33	125124	5.88	20107.99	4.91	0.02651	850.29
Decembar 2010	4.01	139689	5.40	22171.57	3.75	0.05979	920.27
Januar 2011	3.80	98634	4.76	15006.92	4.38	0.01118	662.29
Februar 2011	3.84	97322	4.81	15114.73	2.86	0.08492	640.59
Mart 2011	4.11	86750	4.87	13363.81	3.65	0.04185	588.01
April 2011	4.33	90682	5.53	14499.27	4.58	0.02441	619.71
Maj 2011	4.49	107156	6.39	17940.26	5.95	0.04210	741.04
Jun 2011	4.66	105708	6.78	17985.92	6.45	0.03408	733.55
Jul 2011	5.04	103150	7.60	17704.34	6.51	0.11547	729.32
Avgust 2011	5.12	113381	7.47	19174.45	6.57	0.11842	800.37
Septembar 2011	4.89	116558	6.47	19130.53	5.23	0.03549	795.89
Oktoabar 2011	4.46	124863	5.70	20020.20	4.26	0.08032	846.76
Novembar 2011	4.08	126761	4.83	19494.04	3.55	0.02449	830.53
Decembar 2011*	4.07	89206	5.54	14547.66	3.95	0.11865	599.57

Tabela 8.3.3 – Definitivne ocjene standarda komponentnih uticaja i odnosi stepeni slobode za koordinatu u , dobijeni primjenom MM na usvojene ANOVA ocjene, dobijene u proračunima nad mjesečnim vremenskim serijama fiksnih rješenja, koja se odnose na epohe u *toku obdanica*

u	ε		Faktor ω		Faktor ν		
	$\hat{\sigma}_{\varepsilon,u}$ [mm]	f_{ε}	$\hat{\sigma}_{\omega,u}$ [mm]	f_{ω}	$\hat{\sigma}_{\nu1;u}$ [mm]	$\hat{\sigma}_{\nu2;u}$ [mm/km]	f_{ν}
Januar 2008	7.36	119738	9.05	19106.55	4.06	0.28590	811.95
Februar 2008*	7.45	108542	9.75	17719.94	3.37	0.33961	739.53
Mart 2008	7.80	102659	10.94	17083.77	7.32	0.22103	720.30
April 2008	8.35	115560	10.86	18853.66	13.82	0.21618	832.39
Maj 2008	9.15	134266	11.60	21727.26	8.62	0.34769	964.50
Jun 2008	9.43	106810	13.51	17953.17	15.25	0.42125	797.07
Jul 2008	9.31	109709	13.98	18545.07	14.11	0.41501	801.16
Avgust 2008	10.67	95403	14.21	15786.45	19.53	0.43181	707.64
Septembar 2008	9.70	111488	11.75	17935.24	11.34	0.34026	810.97
Oktoabar 2008	8.74	130666	10.07	20274.34	8.33	0.32777	942.54
Novembar 2008	8.45	128999	10.16	19935.82	4.85	0.36935	908.08
Decembar 2008	8.36	135814	9.76	21244.32	10.77	0.14576	936.89
Januar 2009	8.00	134930	9.59	21175.31	6.81	0.23922	931.41
Februar 2009	7.40	107458	9.65	17275.60	5.71	0.26158	736.64
Mart 2009	8.22	131988	9.83	20825.24	8.20	0.23448	920.35
April 2009	9.06	127759	11.53	20949.13	9.30	0.35456	909.81
Maj 2009	9.02	124662	11.90	20766.32	10.03	0.45056	892.08
Jun 2009	9.67	112329	15.04	19335.50	13.86	0.47362	815.60
Jul 2009	9.63	120906	14.81	20949.79	13.35	0.53328	882.10
Avgust 2009	9.49	114538	13.76	19536.16	13.73	0.45538	835.97
Septembar 2009	8.61	108876	11.69	18218.53	8.85	0.44165	771.05
Oktoabar 2009*	9.12	75900	11.80	12150.33	10.89	0.33684	580.29
Novembar 2009	8.57	96095	12.92	15879.60	11.86	0.37268	682.11
Decembar 2009	8.63	85437	12.13	13657.14	10.88	0.33497	614.04
Januar 2010	8.43	91162	10.15	14177.20	11.19	0.13941	646.62
Februar 2010	8.31	110130	11.48	17997.27	10.97	0.17837	768.02
Mart 2010	8.54	136696	12.01	22434.29	11.71	0.19162	957.15
April 2010	9.25	88793	12.84	14794.44	12.11	0.32401	642.70
Maj 2010	9.20	105017	14.09	17958.21	16.28	0.39991	767.87
Jun 2010	9.38	116681	16.24	20275.30	14.07	0.60794	847.91
Jul 2010	9.71	128749	20.28	22763.77	17.16	0.78184	944.97
Avgust 2010	9.60	112003	16.12	19620.61	14.36	0.58211	805.89
Septembar 2010	8.62	95294	12.36	16211.13	17.05	0.34287	689.87
Oktoabar 2010	8.28	121444	10.66	19798.00	17.74	0.17287	876.63
Novembar 2010	8.13	126735	11.09	20980.69	13.15	0.20636	894.80
Decembar 2010	8.05	138040	10.96	22487.28	8.41	0.24782	950.22
Januar 2011	7.11	90931	10.44	15066.88	9.33	0.14675	634.20
Februar 2011	7.53	91532	10.59	14988.68	12.80	0.15450	637.81
Mart 2011	7.89	85782	11.04	14016.52	16.59	0.14320	611.04
April 2011	8.30	88413	11.55	14795.88	17.66	0.20892	646.53
Maj 2011	8.57	107874	13.36	18649.92	21.85	0.18964	759.82
Jun 2011	8.85	112380	15.16	19916.91	13.27	0.61335	790.44

<i>u</i>	ε		Faktor ω		Faktor ν		
	$\hat{\sigma}_{\varepsilon,u}$ [mm]	f_{ε}	$\hat{\sigma}_{\omega,u}$ [mm]	f_{ω}	$\hat{\sigma}_{\nu1;u}$ [mm]	$\hat{\sigma}_{\nu2;u}$ [mm/km]	f_{ν}
Jul 2011	9.26	105398	16.74	18796.21	16.81	0.45510	761.62
Avgust 2011	9.41	118684	15.20	20779.84	17.22	0.52624	865.91
Septembar 2011	9.16	120667	14.73	21132.26	16.86	0.44612	874.21
Oktoabar 2011	8.23	125384	12.04	21240.65	14.97	0.23920	894.02
Novembar 2011	7.97	129301	10.86	21198.98	16.57	0.12216	905.91
Decembar 2011*	7.74	85233	11.32	14258.53	8.99	0.40594	599.16

Tabela 8.3.4 – Definitivne ocjene standarda komponentnih uticaja i odnosni stepeni slobode za koordinatu e , dobijeni primjenom MM na usvojene ANOVA ocjene, dobijene u proračunima nad mjesečnim vremenskim serijama fiksnih rješenja, koja se odnose na epohe *u toku noći*

<i>e</i>	ε		Faktor ω		Faktor ν		
	$\hat{\sigma}_{\varepsilon,e}$ [mm]	f_{ε}	$\hat{\sigma}_{\omega,e}$ [mm]	f_{ω}	$\hat{\sigma}_{\nu1;e}$ [mm]	$\hat{\sigma}_{\nu2;e}$ [mm/km]	f_{ν}
Januar 2008	2.90	120485	3.40	18405.33	2.43	0.01955	796.90
Februar 2008*	2.59	86690	3.18	13406.56	1.44	0.01888	547.36
Mart 2008	2.89	101234	3.39	15679.38	2.19	0.01537	643.13
April 2008	2.98	111247	3.53	17196.27	2.18	0.01251	699.73
Maj 2008	3.29	133218	3.55	19869.35	2.11	0.02430	836.80
Jun 2008	3.31	112848	3.97	17625.82	1.91	0.13044	748.71
Jul 2008	3.42	113830	4.47	18498.99	2.48	0.17276	769.85
Avgust 2008	3.67	95605	4.32	14867.23	2.49	0.12532	650.12
Septembar 2008	3.55	110376	3.91	16883.59	2.75	0.01807	712.92
Oktoabar 2008	3.39	126682	3.60	18833.29	2.00	0.02348	797.21
Novembar 2008	3.44	123848	3.61	18476.54	2.01	0.02406	757.19
Decembar 2008	3.36	130976	3.45	18974.00	2.44	0.01652	835.77
Januar 2009	3.24	128573	3.31	18374.70	2.03	0.04148	803.13
Februar 2009	2.87	104365	3.24	15656.66	1.42	0.08771	668.32
Mart 2009	3.02	124086	3.88	18487.90	1.04	0.18340	778.77
April 2009	3.24	112255	3.45	16708.60	1.30	0.12695	692.52
Maj 2009	3.31	109665	4.02	17081.23	0.80	0.23524	691.85
Jun 2009	3.56	96415	4.63	15733.05	2.24	0.11887	622.13
Jul 2009	3.41	108806	4.56	18102.76	2.31	0.17100	727.56
Avgust 2009	3.37	110264	4.39	18074.23	2.35	0.16108	729.14
Septembar 2009	3.27	104448	3.89	16652.08	2.13	0.10845	672.22
Oktoabar 2009	3.50	98752	4.23	15516.89	3.13	0.17101	653.63
Novembar 2009	3.46	101224	3.98	15789.40	2.56	0.16855	655.52
Decembar 2009	3.30	88420	4.16	13689.41	2.56	nema	484.44
Januar 2010	3.27	93199	3.46	13993.39	2.13	0.01410	586.74
Februar 2010	3.21	107558	3.52	16227.93	2.30	0.01555	682.13
Mart 2010	3.11	129742	3.27	18788.64	2.35	0.06457	829.50
April 2010	3.34	87351	3.82	13459.81	2.34	0.01564	553.11
Maj 2010	3.34	108780	4.17	17148.12	2.57	0.12368	711.89
Jun 2010	3.40	107021	4.46	17406.42	3.03	0.19902	716.86
Jul 2010	3.39	118200	4.79	19934.83	3.85	0.18975	802.20

e	ε		Faktor ω		Faktor ν		
	$\hat{\sigma}_{\varepsilon,e}$ [mm]	f_{ε}	$\hat{\sigma}_{\omega,e}$ [mm]	f_{ω}	$\hat{\sigma}_{\nu1,e}$ [mm]	$\hat{\sigma}_{\nu2,e}$ [mm/km]	f_{ν}
Avgust 2010*	3.60	80332	4.72	13103.09	2.95	0.27337	538.58
Septembar 2010	3.29	91355	4.10	14597.32	2.91	0.16751	593.88
Oktober 2010	3.30	124175	3.94	19590.04	3.11	0.01266	808.57
Novembar 2010	3.21	120636	3.99	19485.62	2.74	0.01560	764.77
Decembar 2010	3.26	127610	3.69	19595.56	1.77	0.16154	810.84
Januar 2011	3.08	93714	3.66	14528.29	2.24	0.01611	573.92
Februar 2011	3.11	99203	3.37	14823.05	2.08	0.09176	624.59
Mart 2011	3.14	106676	3.54	16109.99	1.93	0.10400	690.84
April 2011	3.18	93303	3.78	14402.38	3.08	0.01248	614.19
Maj 2011	3.30	104067	4.37	17062.71	3.34	0.09170	693.98
Jun 2011*	3.44	98336	4.95	16609.49	3.41	0.10826	653.93
Jul 2011	3.34	95153	4.86	16184.67	3.07	0.03843	618.78
Avgust 2011	3.35	116570	4.28	19000.76	3.10	0.14147	790.02
Septembar 2011	3.44	115933	4.33	18694.39	3.29	0.02152	757.05
Oktober 2011	3.39	123207	3.90	19093.44	3.17	0.01578	807.46
Novembar 2011	3.30	126637	3.50	18631.39	2.51	0.01176	796.24
Decembar 2011*	3.22	90097	3.81	14275.61	2.22	0.11828	571.75

Tabela 8.3.5 – Definitivne ocjene standarda komponentnih uticaja i odnosi stepeni slobode za koordinatu n , dobijeni primjenom MM na usvojene ANOVA ocjene, dobijene u proračunima nad mjesečnim vremenskim serijama fiksnih rješenja, koja se odnose na epohe u toku noći

n	ε		Faktor ω		Faktor ν		
	$\hat{\sigma}_{\varepsilon,n}$ [mm]	f_{ε}	$\hat{\sigma}_{\omega,n}$ [mm]	f_{ω}	$\hat{\sigma}_{\nu1;n}$ [mm]	$\hat{\sigma}_{\nu2;n}$ [mm/km]	f_{ν}
Januar 2008	3.95	111355	4.88	17213.69	2.63	0.02606	728.59
Februar 2008*	3.71	80085	4.85	12377.33	2.12	0.02346	522.22
Mart 2008	4.30	99730	5.73	15897.99	2.99	0.03395	655.33
April 2008	4.45	109111	5.40	16932.53	3.23	0.02000	693.35
Maj 2008	4.56	128650	5.13	19175.06	3.08	0.04060	863.56
Jun 2008	4.50	114239	5.51	17510.02	3.06	0.10501	786.69
Jul 2008	4.29	111333	5.40	17694.16	3.81	0.06058	768.97
Avgust 2008	4.50	98008	5.39	15023.32	3.50	0.06547	664.87
Septembar 2008	4.39	106395	4.78	15714.50	2.73	0.06393	724.68
Oktober 2008	4.13	125826	4.69	18597.80	2.62	0.03855	830.75
Novembar 2008	4.37	121213	4.98	18215.99	2.18	0.07247	784.56
Decembar 2008	4.42	123479	5.14	18955.76	3.39	0.01721	802.55
Januar 2009	4.32	123073	5.58	18703.48	2.90	0.06506	814.68
Februar 2009	4.28	103264	5.77	16236.90	2.18	0.09622	661.63
Mart 2009	4.65	120943	5.42	18372.94	2.78	0.12635	803.12
April 2009	4.54	111163	5.33	17377.08	2.75	0.10514	737.23
Maj 2009	4.40	106042	4.94	16187.65	2.39	0.10848	710.15
Jun 2009	4.51	97662	5.81	15738.26	2.79	0.14195	648.89
Jul 2009	4.28	107208	5.26	16987.63	3.31	0.10918	729.11
Avgust 2009	4.24	108879	5.25	17316.93	3.41	0.12794	741.46

n	ε		Faktor ω		Faktor ν		
	$\hat{\sigma}_{\varepsilon,n}$ [mm]	f_{ε}	$\hat{\sigma}_{\omega,n}$ [mm]	f_{ω}	$\hat{\sigma}_{\nu 1;n}$ [mm]	$\hat{\sigma}_{\nu 2;n}$ [mm/km]	f_{ν}
Septembar 2009	4.05	104824	5.22	16936.05	2.87	0.06799	685.22
Oktoabar 2009	4.57	94198	5.75	15005.47	4.00	0.09499	647.19
Novembar 2009	4.68	98270	5.79	15840.98	4.09	0.12512	641.40
Decembar 2009	4.63	88494	6.68	13842.83	4.24	0.01829	495.93
Januar 2010	4.65	92918	5.35	14224.97	3.99	0.03474	603.56
Februar 2010	4.59	108552	5.85	16968.41	4.92	0.07039	711.49
Mart 2010	4.50	126747	5.68	19617.49	4.80	0.07623	857.31
April 2010	4.71	90443	6.12	14374.46	4.67	0.05008	610.96
Maj 2010	4.55	108071	6.32	17410.48	4.28	0.06396	717.88
Jun 2010	4.28	110953	7.28	18783.11	3.75	0.16127	732.65
Jul 2010	4.33	123564	6.96	20612.18	4.09	0.22893	846.56
Avgust 2010	4.54	101590	6.20	16645.14	3.99	0.18258	690.40
Septembar 2010	4.23	94330	5.48	15161.97	3.50	0.12418	642.46
Oktoabar 2010	4.27	121875	5.38	19744.51	4.54	0.01378	815.16
Novembar 2010	4.42	119133	5.53	19028.39	4.58	0.02657	800.81
Decembar 2010	4.56	127492	5.32	19380.67	4.17	0.02042	709.58
Januar 2011	4.41	91163	5.67	14330.89	4.74	0.01749	597.77
Februar 2011	4.38	98768	5.37	15110.86	4.20	0.03553	638.46
Mart 2011	4.27	104023	5.20	16085.58	4.05	0.02702	686.77
April 2011	4.23	94755	5.43	14984.91	4.24	0.03740	648.42
Maj 2011	4.16	102762	5.64	16854.84	4.43	0.08266	706.58
Jun 2011	4.21	105453	5.83	17560.84	4.95	0.10020	732.56
Jul 2011	4.20	94747	6.04	15657.59	4.13	0.07845	643.79
Avgust 2011	4.09	116704	5.38	18849.10	4.31	0.11125	795.16
Septembar 2011	4.14	116749	5.45	18992.78	4.30	0.03658	795.59
Oktoabar 2011	4.33	122929	5.28	19492.11	3.90	0.07108	824.30
Novembar 2011	4.49	124917	5.35	19475.45	3.90	0.00970	792.19
Decembar 2011*	4.51	90125	5.65	14481.06	3.64	0.09193	603.43

Tabela 8.3.6 – Definitivne ocjene standarda komponentnih uticaja i odnosi stepeni slobode za koordinatu u , dobijeni primjenom MM na usvojene ANOVA ocjene, dobijene u proračunima nad mjesečnim vremenskim serijama fiksnih rješenja, koja se odnose na epohe u toku noći

u	ε		Faktor ω		Faktor ν		
	$\hat{\sigma}_{\varepsilon,u}$ [mm]	f_{ε}	$\hat{\sigma}_{\omega,u}$ [mm]	f_{ω}	$\hat{\sigma}_{\nu 1;u}$ [mm]	$\hat{\sigma}_{\nu 2;u}$ [mm/km]	f_{ν}
Januar 2008	7.37	117174	9.00	18545.47	3.23	0.34129	793.85
Februar 2008	7.02	102473	8.40	16092.83	3.13	0.22481	687.14
Mart 2008	7.53	97121	9.85	15603.46	4.71	0.33819	681.19
April 2008	8.17	108574	10.09	17195.84	6.86	0.31488	773.42
Maj 2008	9.17	133880	10.28	20296.21	7.05	0.36223	938.73
Jun 2008	9.14	112763	11.14	17413.81	10.02	0.47561	827.69
Jul 2008	8.96	109094	11.34	17670.49	12.58	0.40081	801.57
Avgust 2008	9.45	95469	12.19	15247.15	15.75	0.40310	710.69
Septembar 2008	8.87	104112	9.68	15754.51	7.96	0.32066	747.00

u	ε		Faktor ω		Faktor ν		
	$\hat{\sigma}_{\varepsilon,u}$ [mm]	f_{ε}	$\hat{\sigma}_{\omega,u}$ [mm]	f_{ω}	$\hat{\sigma}_{\nu 1;u}$ [mm]	$\hat{\sigma}_{\nu 2;u}$ [mm/km]	f_{ν}
Oktober 2008	8.74	125351	9.75	19118.65	6.46	0.35315	889.74
Novembar 2008	8.73	118343	9.80	18272.48	6.14	0.32989	833.69
Decembar 2008	8.40	126929	9.62	19735.66	10.30	0.13654	895.46
Januar 2009	8.42	128020	9.10	19352.30	6.96	0.22615	882.35
Februar 2009	7.53	105103	9.96	16652.68	3.71	0.40404	717.33
Mart 2009	8.75	120655	11.05	18957.10	6.04	0.34947	837.52
April 2009	9.09	111270	10.83	17355.06	5.29	0.46069	785.72
Maj 2009	9.01	108809	11.22	17486.62	4.49	0.54156	761.24
Jun 2009	9.20	95520	13.01	15882.13	7.00	0.55943	690.11
Jul 2009	8.69	107475	11.89	17908.88	10.96	0.44914	779.64
Avgust 2009	8.57	108139	11.44	17788.13	8.06	0.54016	775.67
Septembar 2009	8.30	103161	10.78	17010.08	7.76	0.36023	728.90
Oktober 2009*	<i>9.61</i>	<i>74513</i>	<i>12.13</i>	<i>11929.11</i>	<i>10.16</i>	<i>0.42124</i>	<i>548.34</i>
Novembar 2009	8.87	89559	12.02	14807.67	10.80	0.30498	646.10
Decembar 2009	8.77	86153	12.13	13505.69	10.49	0.41510	621.77
Januar 2010	8.75	88648	9.30	13176.27	14.13	0.07521	633.06
Februar 2010	8.69	109629	11.37	17222.24	10.47	0.20173	760.18
Mart 2010	8.85	130181	11.65	20706.35	11.55	0.22994	905.90
April 2010	8.99	90161	12.24	14637.32	15.58	0.23215	647.99
Maj 2010	8.67	110068	12.70	18467.44	15.21	0.37694	788.21
Jun 2010	8.55	112194	15.42	19477.51	13.80	0.60911	811.19
Jul 2010	8.81	118167	13.51	20374.10	13.96	0.63155	853.08
Avgust 2010	9.20	102172	14.10	17336.46	11.90	0.56569	738.91
Septembar 2010	8.21	93934	12.41	15886.25	10.19	0.45768	661.84
Oktober 2010	8.24	121047	11.24	20006.28	14.67	0.19430	853.82
Novembar 2010	8.05	117505	10.52	19144.69	9.03	0.28800	831.78
Decembar 2010	8.56	120800	9.59	18573.18	8.15	0.18874	833.18
Januar 2011	7.86	86509	10.19	13828.22	11.69	0.10738	612.29
Februar 2011	8.29	96157	9.71	14777.43	11.23	0.13991	678.76
Mart 2011	8.32	104452	10.41	16421.79	15.04	0.12900	744.19
April 2011	8.17	95787	10.87	15547.43	14.68	0.20372	697.83
Maj 2011	8.17	104053	12.48	17784.00	13.45	0.33624	744.99
Jun 2011	8.15	108394	13.63	18941.62	13.73	0.53307	778.95
Jul 2011	8.16	95340	12.95	16508.66	11.51	0.47503	684.17
Avgust 2011	8.27	117505	12.16	19807.60	10.16	0.61190	830.23
Septembar 2011	8.43	119472	13.06	20511.18	9.07	0.56220	828.70
Oktober 2011	8.42	121784	11.14	20104.94	13.81	0.28440	853.32
Novembar 2011	8.34	123364	10.18	19505.58	13.94	0.18004	862.02
Decembar 2011*	<i>8.17</i>	<i>88496</i>	<i>10.92</i>	<i>14680.24</i>	<i>11.76</i>	<i>0.22217</i>	<i>619.85</i>

Tabela 8.3.7 – Definitivne ocjene standarda komponentnih uticaja i odnosi stepeni slobode za koordinatu e , dobijeni primjenom MM na usvojene ANOVA ocjene, dobijene u proračunima nad mjesečnim vremenskim serijama fiksnih rješenja, koja se odnose na epohe u *toku cijelih dana*

e	ε		Faktor ω		Faktor ν		
	$\hat{\sigma}_{\varepsilon,e}$ [mm]	f_{ε}	$\hat{\sigma}_{\omega,e}$ [mm]	f_{ω}	$\hat{\sigma}_{\nu1,e}$ [mm]	$\hat{\sigma}_{\nu2,e}$ [mm/km]	f_{ν}
Januar 2008	2.83	247232	3.33	38110.28	2.28	0.01847	1623.40
Februar 2008*	2.62	172913	3.27	27146.35	1.48	0.01790	1083.04
Mart 2008	3.01	208343	3.66	32821.53	2.36	0.01928	1354.69
April 2008	3.17	227206	3.75	35432.45	2.52	0.01668	1482.74
Maj 2008	3.39	277561	3.98	43130.97	2.55	0.02780	1817.85
Jun 2008	3.47	222346	4.45	35669.03	2.57	0.15572	1539.40
Jul 2008	3.47	226167	4.71	37283.99	2.91	0.15975	1561.63
Avgust 2008	3.74	192475	4.63	30793.70	3.21	0.11877	1342.93
Septembar 2008	3.54	228410	3.98	35230.10	3.04	0.01968	1515.66
Oktoabar 2008	3.32	267897	3.60	40157.97	2.28	0.02333	1734.35
Novembar 2008	3.29	256173	3.49	38219.06	2.11	0.02521	1639.13
Decembar 2008	3.26	272806	3.53	40443.86	2.37	0.01762	1758.47
Januar 2009	3.21	272099	3.47	40140.22	1.98	0.04798	1707.94
Februar 2009	2.96	213557	3.41	32412.55	1.46	0.09259	1386.57
Mart 2009	3.19	260764	3.68	39257.20	1.57	0.13938	1684.99
April 2009	3.40	246290	3.88	38182.17	1.92	0.12814	1611.34
Maj 2009	3.43	235937	4.25	38028.63	2.06	0.14885	1560.12
Jun 2009	3.62	210581	4.93	35033.92	2.63	0.14532	1417.13
Jul 2009	3.52	233339	4.90	39290.49	2.59	0.17624	1581.14
Avgust 2009	3.45	228785	4.61	37817.82	2.63	0.16527	1559.62
Septembar 2009	3.21	216688	3.96	35006.92	2.40	0.09363	1443.81
Oktoabar 2009	3.36	200815	4.17	31892.75	3.20	0.20405	1346.84
Novembar 2009	3.33	198932	3.99	31346.65	3.01	0.17278	1312.33
Decembar 2009	3.37	175209	4.12	27003.13	2.80	nema	986.37
Januar 2010	3.32	186841	3.63	28378.59	2.27	0.01667	1198.06
Februar 2010	3.24	217954	3.70	33620.64	2.51	0.07033	1421.34
Mart 2010	3.29	266172	3.62	39981.21	2.44	0.06365	1733.95
April 2010	3.47	174852	4.07	27478.26	2.69	0.01691	1131.44
Maj 2010	3.50	211164	4.43	34088.01	2.92	0.05361	1406.46
Jun 2010	3.46	224142	5.00	37276.64	3.12	0.22326	1531.13
Jul 2010	3.50	240382	5.13	40629.91	3.58	0.25192	1667.04
Avgust 2010	3.50	209123	4.83	34668.47	3.08	0.26072	1427.13
Septembar 2010	3.26	193464	4.17	31403.74	2.75	0.15324	1290.07
Oktoabar 2010	3.22	249850	3.89	39739.43	3.12	0.01285	1641.69
Novembar 2010	3.17	249132	3.89	39813.07	2.80	0.01643	1608.79
Decembar 2010	3.24	269599	3.71	41582.76	1.85	0.13134	1711.99
Januar 2011	3.07	193537	3.57	29871.60	2.31	0.01772	1243.65
Februar 2011	3.12	190376	3.48	28882.45	2.22	0.01747	1207.88
Mart 2011	3.20	192558	3.69	29754.68	2.53	0.01638	1252.92
April 2011	3.28	185602	4.02	29449.84	3.33	0.01662	1247.78
Maj 2011	3.35	208314	4.54	34561.97	3.74	0.02690	1390.59

e	ε		Faktor ω		Faktor ν		
	$\hat{\sigma}_{\varepsilon,e}$ [mm]	f_{ε}	$\hat{\sigma}_{\omega,e}$ [mm]	f_{ω}	$\hat{\sigma}_{\nu1,e}$ [mm]	$\hat{\sigma}_{\nu2,e}$ [mm/km]	f_{ν}
Jun 2011	3.43	218181	5.01	37243.22	4.13	0.04643	1472.95
Jul 2011	3.47	201352	5.18	34469.49	3.36	0.06912	1353.52
Avgust 2011	3.45	236573	4.73	39438.25	3.34	0.15973	1626.90
Septembar 2011	3.47	239064	4.58	39343.38	3.71	0.02094	1593.46
Oktoobar 2011	3.34	250556	4.01	39651.53	3.31	0.01803	1657.55
Novembar 2011	3.26	259840	3.64	39037.94	2.67	0.01382	1670.15
Decembar 2011*	3.20	180807	3.89	28964.92	2.27	0.07995	1159.12

Tabela 8.3.8 – Definitivne ocjene standarda komponentnih uticaja i odnosi stepeni slobode za koordinatu n , dobijeni primjenom MM na usvojene ANOVA ocjene, dobijene u proračunima nad mjesečnim vremenskim serijama fiksnih rješenja, koja se odnose na epohe u toku cijelih dana

n	ε		Faktor ω		Faktor ν		
	$\hat{\sigma}_{\varepsilon,n}$ [mm]	f_{ε}	$\hat{\sigma}_{\omega,n}$ [mm]	f_{ω}	$\hat{\sigma}_{\nu1;n}$ [mm]	$\hat{\sigma}_{\nu2;n}$ [mm/km]	f_{ν}
Januar 2008	3.82	237886	4.78	36689.85	2.83	0.02110	1560.09
Februar 2008*	3.58	165052	4.65	25595.71	2.17	0.02409	1099.95
Mart 2008	4.05	206554	5.49	33088.26	2.84	0.03187	1358.14
April 2008	4.26	225915	5.26	35367.65	3.13	0.02450	1480.83
Maj 2008	4.52	267423	5.43	41545.31	3.79	0.03838	1837.28
Jun 2008	4.56	215585	5.87	34244.93	3.68	0.13187	1546.11
Jul 2008	4.47	217002	6.08	35260.77	4.39	0.08090	1543.60
Avgust 2008	4.82	188323	6.02	29717.24	4.61	0.07274	1341.09
Septembar 2008	4.58	218610	5.18	33155.75	4.02	0.03432	1511.56
Oktoobar 2008	4.33	259102	4.75	38461.25	3.00	0.03664	1736.11
Novembar 2008	4.32	250108	4.76	37269.50	2.37	0.06034	1658.18
Decembar 2008	4.28	262977	4.91	39948.75	3.45	0.01396	1696.27
Januar 2009	4.14	265609	5.17	40767.95	2.72	0.06215	1744.66
Februar 2009	4.03	214369	5.39	33613.97	2.04	0.08384	1390.20
Mart 2009	4.36	259924	5.27	39712.37	2.70	0.10153	1746.08
April 2009	4.46	240260	5.29	37576.97	2.98	0.11673	1638.76
Maj 2009	4.49	233786	5.40	36616.81	3.28	0.13154	1626.10
Jun 2009	4.70	207141	6.24	33864.30	3.59	0.14938	1453.65
Jul 2009	4.56	221633	6.04	36393.08	4.31	0.13636	1578.43
Avgust 2009	4.58	220462	6.01	35927.20	4.09	0.18178	1570.39
Septembar 2009	4.28	212587	5.54	34663.22	3.55	0.07287	1453.09
Oktoobar 2009	4.61	191617	5.86	30471.31	4.05	0.09578	1341.36
Novembar 2009	4.52	199754	6.01	32406.38	4.38	0.12702	1345.76
Decembar 2009	4.52	178388	6.35	27993.21	4.17	0.02341	1011.69
Januar 2010	4.50	187545	5.24	29116.90	3.82	0.03812	1250.68
Februar 2010	4.36	220073	5.29	34311.64	4.32	0.07283	1480.55
Mart 2010	4.35	261710	5.27	40318.35	4.35	0.05396	1813.84
April 2010	4.64	179051	5.85	28540.14	5.14	0.03623	1257.14
Maj 2010	4.62	213564	6.39	35004.87	5.02	0.08981	1484.16

<i>n</i>	ε		Faktor ω		Faktor ν		
	$\hat{\sigma}_{\varepsilon,n}$ [mm]	f_{ε}	$\hat{\sigma}_{\omega,n}$ [mm]	f_{ω}	$\hat{\sigma}_{\nu1;n}$ [mm]	$\hat{\sigma}_{\nu2;n}$ [mm/km]	f_{ν}
Jun 2010	4.44	223412	7.23	38131.31	4.82	0.17885	1570.23
Jul 2010	4.51	236001	7.82	40383.08	5.23	0.23972	1677.43
Avgust 2010	4.71	203585	6.84	34145.39	5.36	0.19783	1462.11
Septembar 2010	4.47	190969	5.95	31340.01	4.90	0.13141	1359.42
Oktoabar 2010	4.34	243510	5.60	39621.65	5.00	0.01101	1657.08
Novembar 2010	4.38	245460	5.59	39201.59	4.82	0.02750	1678.51
Decembar 2010	4.25	270901	5.38	42330.69	4.00	0.09606	1809.33
Januar 2011	4.04	190759	5.13	29599.35	4.66	0.01550	1284.71
Februar 2011	4.09	198982	5.05	30710.70	3.88	0.07043	1332.47
Mart 2011	4.18	194819	5.04	30150.43	4.20	0.03583	1332.09
April 2011	4.27	188511	5.49	29922.88	4.58	0.03376	1309.17
Maj 2011	4.31	211271	6.04	35035.26	5.17	0.06326	1475.32
Jun 2011	4.40	213607	6.22	35914.38	5.63	0.08685	1512.55
Jul 2011	4.53	195950	6.62	32904.22	5.20	0.11122	1393.32
Avgust 2011	4.46	226225	6.15	37260.51	5.41	0.11639	1604.81
Septembar 2011	4.47	234303	5.84	38214.70	4.80	0.03876	1617.63
Oktoabar 2011	4.40	252263	5.47	40207.08	4.08	0.07289	1712.31
Novembar 2011	4.27	255772	5.06	39607.27	3.79	0.01941	1675.25
Decembar 2011*	4.28	181004	5.50	29206.05	4.03	0.10322	1235.19

Tabela 8.3.9 – Definitivne ocjene standarda komponentnih uticaja i odnosi stepeni slobode za koordinatu *u*, dobijeni primjenom MM na usvojene ANOVA ocjene, dobijene u proračunima nad mjesečnim vremenskim serijama fiksnih rješenja, koja se odnose na epohe *u toku cijelih dana*

<i>u</i>	ε		Faktor ω		Faktor ν		
	$\hat{\sigma}_{\varepsilon,u}$ [mm]	f_{ε}	$\hat{\sigma}_{\omega,u}$ [mm]	f_{ω}	$\hat{\sigma}_{\nu1;u}$ [mm]	$\hat{\sigma}_{\nu2;u}$ [mm/km]	f_{ν}
Januar 2008	7.36	242207	9.10	38570.29	3.94	0.30605	1652.34
Februar 2008	7.23	215396	9.10	34591.03	3.20	0.28926	1469.20
Mart 2008	7.66	202137	10.34	33011.27	6.08	0.28218	1427.93
April 2008	8.25	226556	10.40	36329.78	12.94	0.20629	1630.87
Maj 2008	9.16	271385	10.81	42409.61	7.90	0.35789	1936.83
Jun 2008	9.24	219894	12.06	35348.70	12.38	0.44702	1628.52
Jul 2008	9.13	221365	12.42	36571.48	13.62	0.42638	1630.31
Avgust 2008	9.94	192003	12.98	31130.94	18.76	0.39609	1438.52
Septembar 2008	9.19	218494	10.67	34273.05	9.80	0.33693	1588.91
Oktoabar 2008	8.73	260382	9.90	40041.75	7.04	0.36614	1871.78
Novembar 2008	8.60	250696	9.85	38753.09	5.35	0.36471	1774.29
Decembar 2008	8.38	266245	9.68	41560.81	10.49	0.14323	1868.70
Januar 2009	8.19	266908	9.35	41186.71	7.17	0.22570	1853.31
Februar 2009	7.48	216045	9.73	34425.94	5.20	0.30995	1487.04
Mart 2009	8.43	253681	10.21	39905.30	7.38	0.29029	1781.25
April 2009	9.08	243566	11.27	39200.04	7.39	0.42371	1741.64
Maj 2009	9.01	234085	11.42	38271.08	7.19	0.51665	1671.62

u	ε		Faktor ω		Faktor ν		
	$\hat{\sigma}_{\varepsilon,u}$ [mm]	f_{ε}	$\hat{\sigma}_{\omega,u}$ [mm]	f_{ω}	$\hat{\sigma}_{\nu1,u}$ [mm]	$\hat{\sigma}_{\nu2,u}$ [mm/km]	f_{ν}
Jun 2009	9.43	209109	13.80	35355.24	10.04	0.52300	1523.49
Jul 2009	9.12	228504	13.17	38927.72	11.94	0.49313	1669.38
Avgust 2009	8.99	225030	12.43	37729.27	10.34	0.51756	1641.16
Septembar 2009	8.47	213688	11.06	35409.22	8.64	0.38935	1515.66
Oktoibar 2009*	9.33	153020	11.98	24565.84	10.61	0.37612	1148.57
Novembar 2009	8.71	189240	12.45	31296.34	11.27	0.35871	1361.32
Decembar 2009	8.71	173886	12.08	27473.60	10.73	0.37241	1259.20
Januar 2010	8.60	183192	9.74	28012.14	13.06	0.11133	1317.94
Februar 2010	8.49	222425	11.37	35628.87	11.22	0.18864	1561.30
Mart 2010	8.67	270313	11.73	43726.49	11.96	0.21764	1899.29
April 2010	9.09	182325	12.39	29936.59	14.73	0.26669	1323.43
Maj 2010	8.85	216073	12.85	36547.84	16.69	0.35906	1578.25
Jun 2010	8.93	232453	16.01	40427.16	14.14	0.62351	1697.29
Jul 2010	9.20	246773	15.44	43011.28	16.47	0.65546	1803.48
Avgust 2010	9.36	215397	14.87	37128.60	13.82	0.58138	1563.53
Septembar 2010	8.42	192646	12.26	32784.66	14.75	0.38075	1393.82
Oktoibar 2010	8.22	244200	10.92	40149.98	15.94	0.18278	1750.68
Novembar 2010	8.10	246419	10.76	40475.49	11.22	0.23029	1744.01
Decembar 2010	8.28	263086	10.24	41814.11	8.84	0.21266	1835.02
Januar 2011	7.56	181330	10.29	29424.92	11.41	0.12350	1295.89
Februar 2011	7.89	191961	10.17	30507.78	12.66	0.13531	1361.04
Mart 2011	8.10	193044	10.59	30930.43	15.84	0.13347	1384.40
April 2011	8.23	187174	11.19	30788.90	17.24	0.20718	1374.45
Maj 2011	8.35	214235	12.90	36871.07	16.56	0.28108	1533.32
Jun 2011	8.46	222725	14.29	39238.07	13.68	0.58405	1595.53
Jul 2011	8.65	200176	14.34	35164.12	14.97	0.43384	1453.37
Avgust 2011	8.74	238271	13.61	41024.29	13.63	0.61043	1729.68
Septembar 2011	8.70	240057	13.61	41588.33	13.20	0.49640	1721.13
Oktoibar 2011	8.33	251018	11.45	41888.27	14.70	0.25385	1786.04
Novembar 2011	8.15	255193	10.43	41065.49	16.03	0.13700	1796.04
Decembar 2011*	7.93	175185	10.92	29147.59	10.71	0.27972	1238.99

Rezultati u tabelama 8.3.1-9 koji odgovaraju mjesecima sa dodatim simbolom * u nazivu, dobijeni su na osnovu odgovarajućih usvojenih ANOVA ocjena za manje od pet baznih linija, tj. za:

- tri bazne linije (samo u slučaju obdanica februara mjeseca 2008.godine kod koordinata e i n , kada su izostale ANOVA ocjene za bazne linije TORI-IENG (13.6 km) i BAR-PODG (40.0 km); no, model je "obezbijeden" najkraćom baznom linijom TORI-IENG (5.6 km), kao i preostalim dvijema, BOR1-WROC (129.5 km) i BACA-BAIA (281.9 km)); i

- četiri bazne linije (bazne linije za koje su izostale ANOVA ocjene su: TORI-IENG – kod obdanica, noći i cijelih dana oktobra 2009.godine za koordinatu u ; IGMI-PRAT – kod obdanica, noći i cijelih dana decembra 2011.godine u slučaju sve tri koordinate, a samo kod obdanica februara 2008.godine za koordinatu u ; BAR-PODG – kod noći i cijelih dana februara 2008.godine za koordinate e i n ; BOR1-WROC – samo kod noći avgusta 2010.godine i juna 2011.godine za koordinatu e),

od razmatranih pet.

Pored toga, u tabelama 8.3.1, 8.3.2, 8.3.4, 8.3.5, 8.3.7 i 8.3.8 osjenčeni su neki rezultati za faktor ν . To je učinjeno iz jednog od sljedeća tri razloga:

- (1) Iterativni proces sa primjenom modela 8.3.1a-b je konvergirao, ali su, u prisustvu grubo odskakuće odgovarajuće ANOVA ocjene za baznu liniju BACA-BAIA, dobijene negativne (neprihvatljive) vrijednosti ocjene za prvu komponentu disperzije, daleke od nule.

U slučaju koordinate e , ispostavilo se da su za obdanice oktobra i novembra 2009.godine, obdanice, noći i cijele dane decembra iste godine dobijene, redom, sljedeće vrijednosti:

-69.54397, -56.28125, -79.75400, -56.61650 i -65.64422 mm².

Usljedila je primjena istog modela bez učešća ANOVA ocjene za baznu liniju BACA-BAIA, što je za rezultat dalo, sada, negativne vrijednosti ocjene druge komponente disperzije, ali u iznosima koji idu u prilog činjenici da je uticaj prve komponente disperzije, u svakom od ovih pet slučajeva, dominantan. Naime, po istom redosljedu navođenja, dobijene su vrijednosti:

-0.00008, -0.00012, -0.00029, -0.00016 i -0.00024 mm²/km².

Ovakav ishod je, konačno, naveo na primjenu *redukovanog modela sa samo prvom komponentom disperzije*, što je dalo definitivne rezultate, kojima korespondiraju standardi prikazani na odgovarajućim mjestima u tabelama 8.3.1, 8.3.4 i 8.3.7.

Kada se govori o rezultatima za koordinatu n , ishod sa negativnom vrijednošću ocjene prve komponente disperzije, poslije primjene potpunog modela 8.3.1a-b, bio je prisutan samo kod cijelih dana decembra mjeseca 2009.godine, kada je dobijena vrijednost u iznosu od -371.39904 mm².

Međutim, primjena istog, potpunog, modela u odsustvu odskačuće ANOVA ocjene za baznu liniju BACA-BAIA, kao i u slučaju koordinate e , sada je dala regularne vrijednosti ocjena za obje komponente disperzije (korespondentni standardi se nalaze na odgovarajućem mjestu u tabeli 8.3.8).

- (2) Iterativni proces sa primjenom modela 8.3.1a-b je konvergirao, ali je *dobijena negativna (neprihvatljiva) vrijednost ocjene za drugu komponentu disperzije, veoma bliska nuli.*

Ovakav slučaj bio je prisutan jedino kod koordinate n , kada je, samo u slučaju obdanica oktobra 2010.godine, dobijena vrijednost ocjene $-0.00002 \text{ mm}^2/\text{km}^2$.

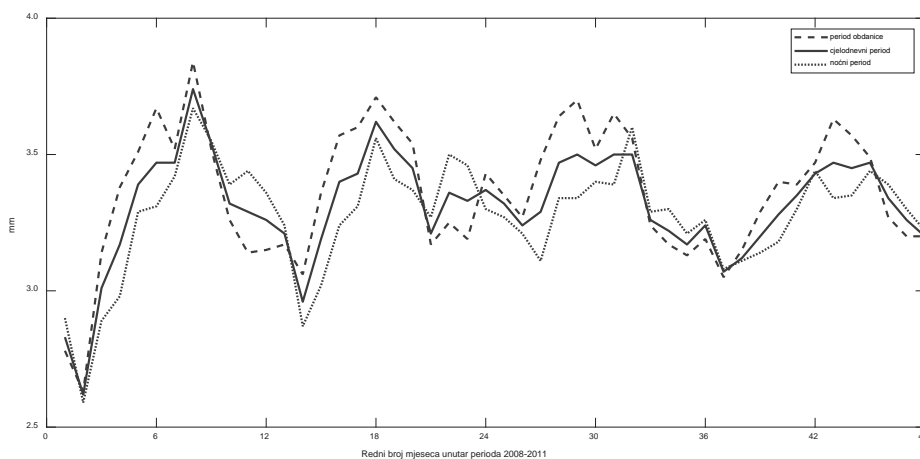
Stoga je, i ovdje, uslijedila primjena *redukovanog modela sa samo prvom komponentom disperzije*, ali, sada, uz prisustvo ANOVA ocjene za baznu liniju BACA-BAIA, koja svojom vrijednošću nije odskakala. Kao rezultat, dobijena je definitivna vrijednost standarda koja se nalazi u tabeli 8.3.2.

- (3) *Iterativni proces sa primjenom modela 8.3.1a-b je divergirao.*

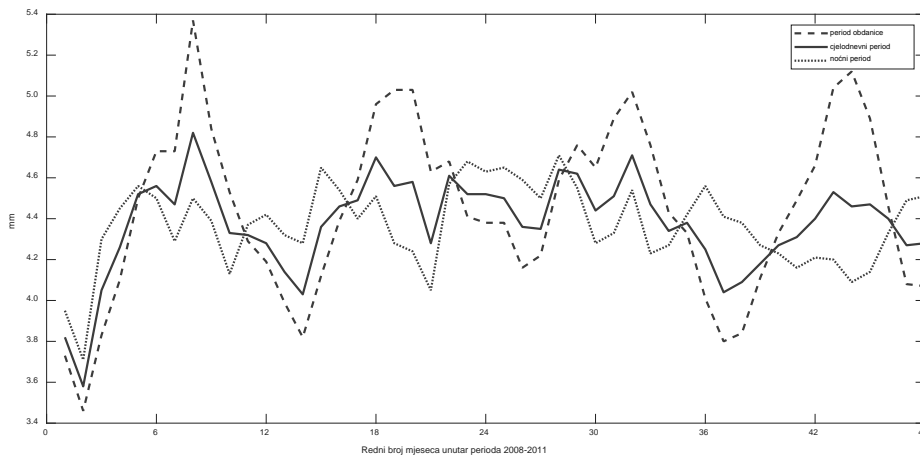
Divergencija se ispostavila samo kod koordinate n , u slučaju obdanica i noći decembra 2009.godine, kao i noći decembra 2010.godine. Problem je riješen primjenom potpunog modela (8.3.1a-b), ali uz odbacivanje ANOVA ocjene za baznu liniju BACA-BAIA, koja je u sva tri slučaja onemogućila konvergenciju ka rješenju. Odnosni standardi se nalaze na odgovarajućim mjestima u tabelama 8.3.2 i 8.3.5.

U nastavku izlaganja u ovom poglavlju, daje se grafička prezentacija dobijenih rezultata, koji su predstavljeni u tabelama 8.3.1-9.

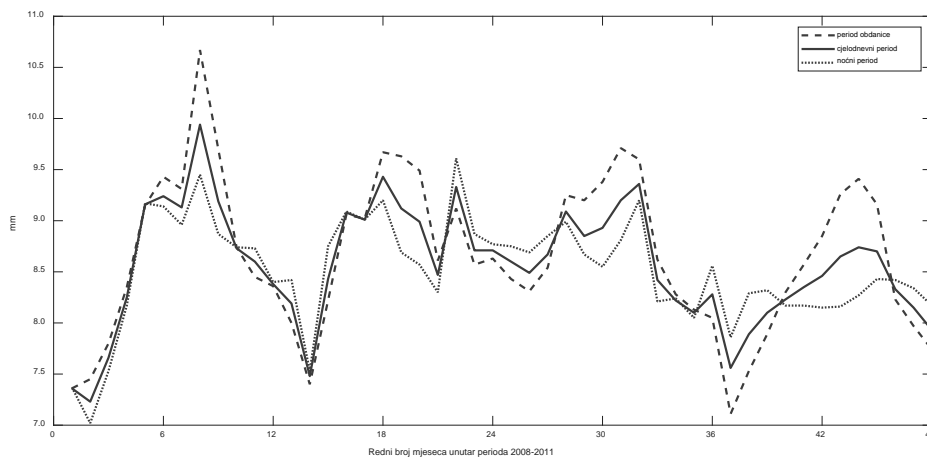
Prikaz definitivnih ocjena standarda komponentnih uticaja (isti uključuju: (1) čisto slučajne uticaje, (2) uticaje reziduala "far-field" višestruke refleksije, (3) zajednički uticaj reziduala "near-field" višestruke refleksije i reziduala ekscentriciteta i varijacija faznih centara antena prijemnika; i (4) zajednički uticaj reziduala troposferske i jonosferske refrakcije) na slikama 8.3.1-12, za svaku od tri relativne koordinate (e , n i u), radi lakšeg upoređenja vrijednosti, obuhvata odgovarajuće vremenske serije uspostavljene za period obdanice, noći i cjelodnevni period.



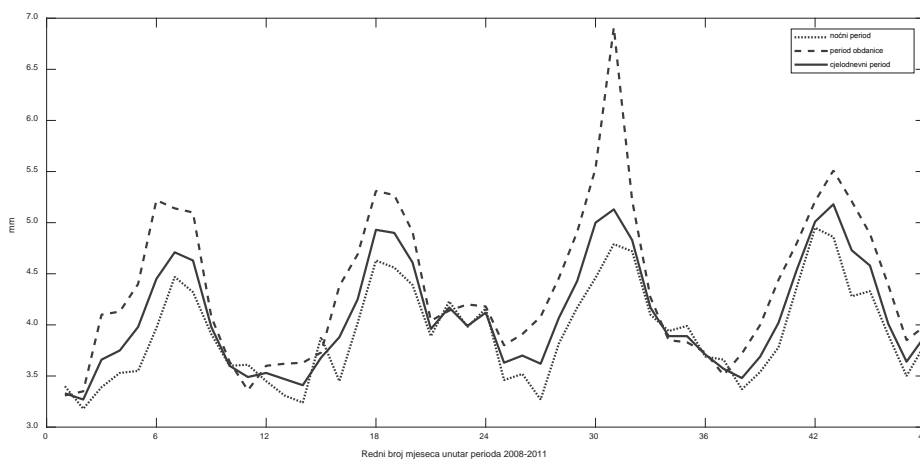
Slika 8.3.1 – Definitivne ocjene standarda čisto slučajnih uticaja za koordinatu *e*



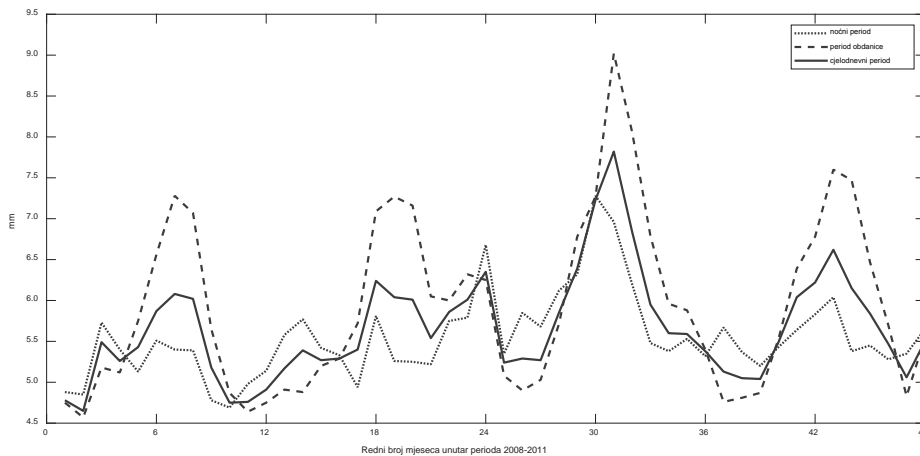
Slika 8.3.2 – Definitivne ocjene standarda čisto slučajnih uticaja za koordinatu *n*



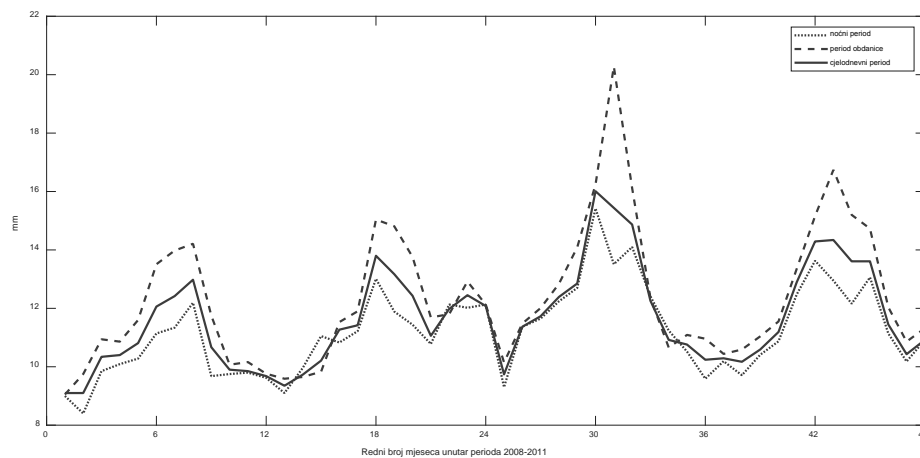
Slika 8.3.3 – Definitivne ocjene standarda čisto slučajnih uticaja za koordinatu *u*



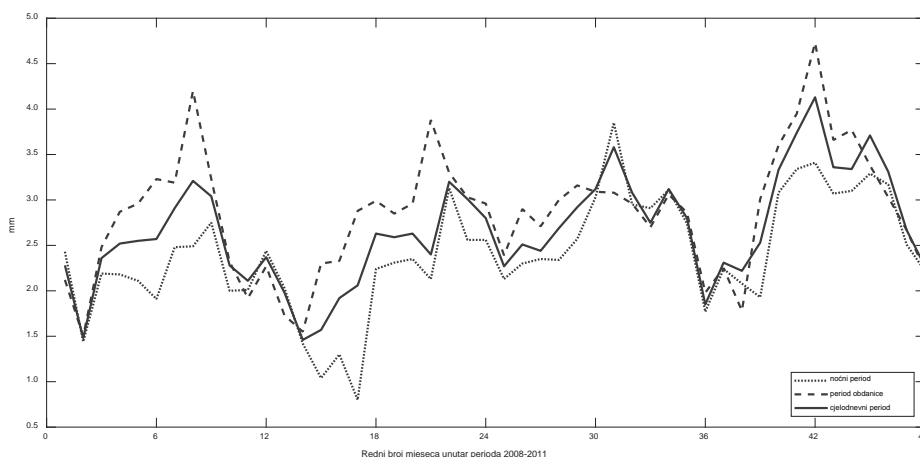
Slika 8.3.4 – Definitivne ocjene standarda uticaja "far-field" višestruke refleksije za koordinatu *e*



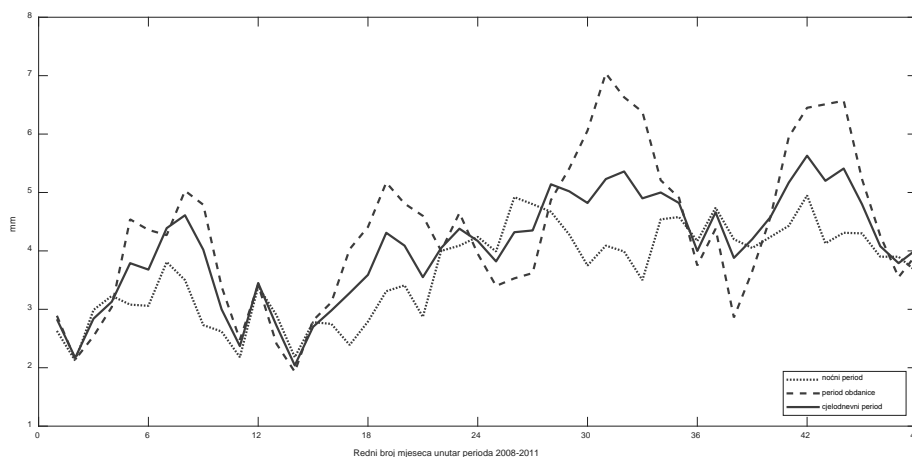
Slika 8.3.5 – Definitivne ocjene standarda uticaja "far-field" višestruke refleksije za koordinatu *n*



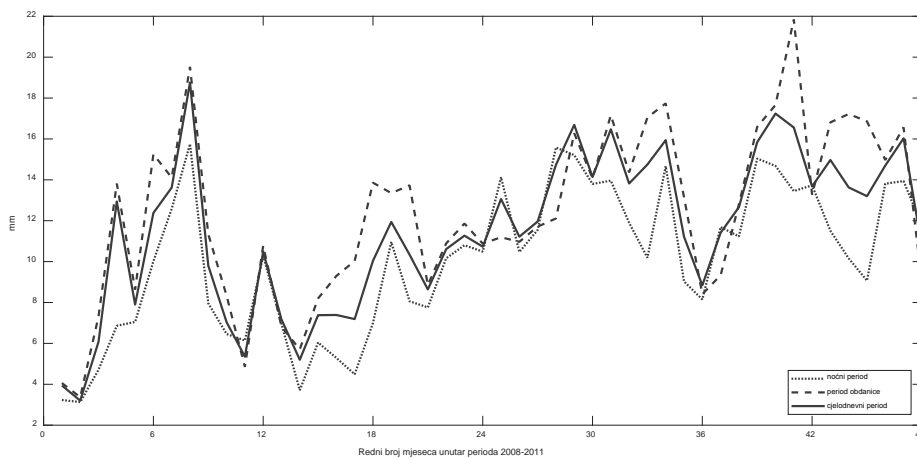
Slika 8.3.6 – Definitivne ocjene standarda uticaja "far-field" višestruke refleksije za koordinatu *u*



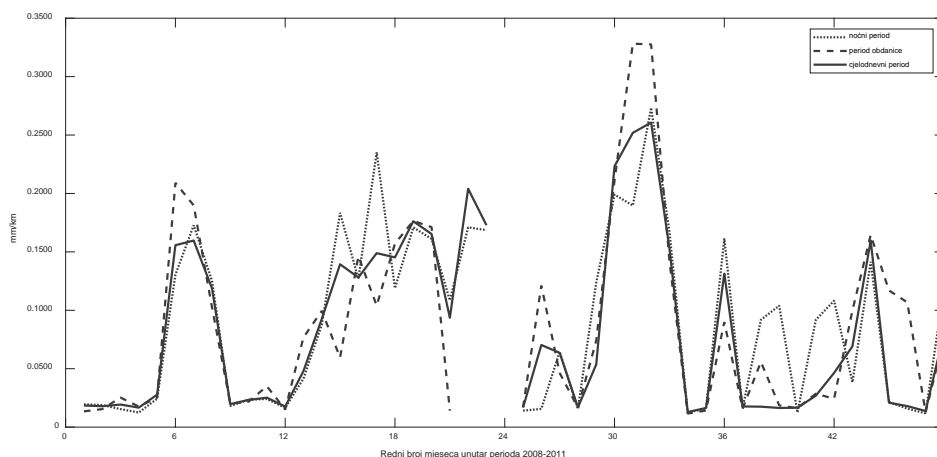
Slika 8.3.7 – Definitivne ocjene standarda zajedničkog uticaja "near-field" višestruke refleksije i ekscentriciteta i varijacija faznih centara antena prijemnika za koordinatu *e*



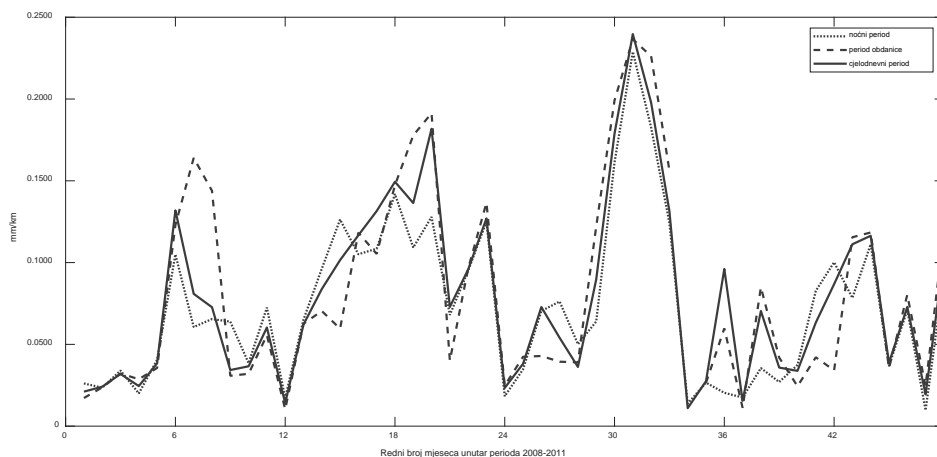
Slika 8.3.8 – Definitivne ocjene standarda zajedničkog uticaja "near-field" višestruke refleksije i ekscentriciteta i varijacija faznih centara antena prijemnika za koordinatu *n*



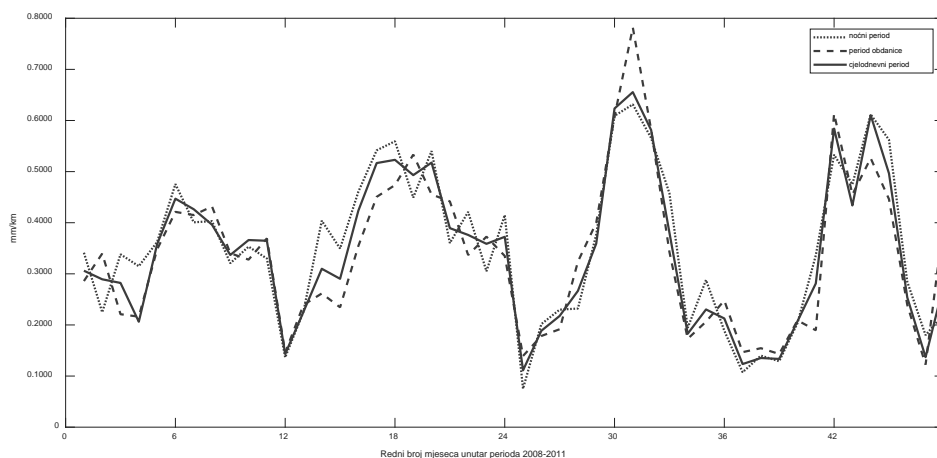
Slika 8.3.9 – Definitivne ocjene standarda zajedničkog uticaja "near-field" višestruke refleksije i ekscentriciteta i varijacija faznih centara antena prijemnika za koordinatu *u*



Slika 8.3.10 – Definitivne ocjene standarda troposfersko-jonosferskog uticaja za koordinatu *e*



Slika 8.3.11 – Definitivne ocjene standarda troposfersko-jonosferskog uticaja za koordinatu *n*



Slika 8.3.12 – Definitivne ocjene standarda troposfersko-jonosferskog uticaja za koordinatu *u*

8.4 Testiranje jednakosti disperzija unutar cijelog razmatranog vremenskog perioda i unutar godišnjih doba za svaki komponentni uticaj

S obzirom da u vremenskim serijama odnosnih ocjena postoji sezonska komponenta (vidjeti slike 8.3.1-12), nametnula se potreba za testiranjem jednakosti disperzija, za svaki od četiri komponentna uticaja, kod svake od tri relativne koordinate (e , n i u). To testiranje je izvršeno dvojako, tj. podrazumijevalo je statističku provjeru: **(a)** unutar cijelog razmatranog četvorogodišnjeg perioda (2008-2011); i **(b)** unutar godišnjih doba, za svaku kalendarsku godinu iz tog perioda (*zima*: januar-februar-mart; *proljeće*: april-maj-jun; *ljet*: jul-avgust-septembar; *jesen*: oktobar-novembar-decembar).

Za potrebe ovdašnje analize, korišćen je poznati **globalni test**, **Bartlett-ov test** (Bartlett, 1937), koji se sastoji u testiranju hipoteze (formulacija od strane autora ove disertacije):

$$H_0 : (\forall(p, q) \in V^2)(p \neq q \Rightarrow \sigma_p^2 = \sigma_q^2), \quad \text{protiv} \quad (8.4.1a)$$

$$H_a : (\exists(p, q) \in V^2)(p \neq q \wedge \sigma_p^2 \neq \sigma_q^2), \quad (8.4.1b)$$

pri čemu je $V = \{1, 2, \dots, k\}$, sa k koje predstavlja broj disperzija u testu.

Korišćena je sljedeća **test veličina**:

$$\chi^2 | H_0 = \frac{3(k-1)[f \ln m^2 - \sum_{p=1}^k (f_p \ln \widehat{\sigma}_p^2)]}{3(k-1) + \sum_{p=1}^k (1/f_p) - 1/f} | H_0 \sim \chi^2(k-1), \quad p \in V \quad (8.4.2)$$

(u ovom radu, za svaki uticaj i svaku relativnu koordinatu, imamo $(\forall p \in V)(f_p > 476)$, a dobro približenje χ^2 -rasporedu postiže se, već, kada je $f_p \geq 4$ (Большев и Смирнов, 1968; citirano u: Perović, 2015), gdje je:

$$m^2 = f^{-1} \sum_{p=1}^k f_p \widehat{\sigma}_p^2 \quad \text{sa} \quad f = \sum_{p=1}^k f_p. \quad (8.4.2a)$$

Na osnovu upoređenja realizacije test veličine (8.4.2) sa kvantilom $\chi_{1-\alpha}^2(k-1)$, za usvojeni nivo značajnosti (ovdje $\alpha = 0.01$), **test odluka** je bila sljedeća:

$$\text{Ako je } |\chi^2| \leq \chi_{1-\alpha}^2(k-1), \text{ tada se prihvata hipoteza } H_0; \quad (8.4.3a)$$

$$\text{Ako je } |\chi^2| > \chi_{1-\alpha}^2(k-1), \text{ tada se prihvata hipoteza } H_a. \quad (8.4.3b)$$

Pri analizi u pristupu **(a)**, što se i očekivalo, ispostavilo se da ni za jedan komponentni uticaj nema statističke jednakosti disperzija, ni kod jedne od pet baznih linija, kao ni kod jedne od relativnih koordinata. Rezultati testiranja unutar godišnjih doba za svaku kalendarsku godinu (pristup **(b)**), prikazani su u tabelama 8.4.1-3.

Tabela 8.4.1 – Skraćeni prikaz rezultata Bartlett-ovog testa (pristup (b)) za koordinatu e

e		ε	ω	$\nu 1$	$\nu 2$
OBDANICE	$\min(\chi^2 /\chi_{0.99}^2(k-1)) :$	5.0	0.4	0.2	15.9
	$\max(\chi^2 /\chi_{0.99}^2(k-1)) :$	354.4	470.1	18.5	526.0
	$(\chi^2 /\chi_{0.99}^2(k-1))_{sr} :$	85.6	82.2	7.0	173.2
	<i>Statistička jednakost :</i>		jesen 2009	proljeće 2010; jesen 2009	
NOĆI	$\min(\chi^2 /\chi_{0.99}^2(k-1)) :$	3.5	5.5	0.5	4.6
	$\max(\chi^2 /\chi_{0.99}^2(k-1)) :$	195.7	151.9	71.4	559.6
	$(\chi^2 /\chi_{0.99}^2(k-1))_{sr} :$	61.6	42.1	12.0	206.9
	<i>Statistička jednakost :</i>			zima 2010; proljeće 2011; ljeto 2009 i 2011	
CUJELI DANI	$\min(\chi^2 /\chi_{0.99}^2(k-1)) :$	1.7	2.1	0.1	0.7
	$\max(\chi^2 /\chi_{0.99}^2(k-1)) :$	398.5	235.5	49.7	993.8
	$(\chi^2 /\chi_{0.99}^2(k-1))_{sr} :$	99.2	85.9	10.8	336.1
	<i>Statistička jednakost :</i>			proljeće 2008	zima 2008 i 2011

Tabela 8.4.2 – Skraćeni prikaz rezultata Bartlett-ovog testa (pristup (b)) za koordinatu n

n		ε	ω	$\nu 1$	$\nu 2$
OBDANICE	$\min(\chi^2 /\chi_{0.99}^2(k-1)) :$	13.9	0.8	0.3	0.8
	$\max(\chi^2 /\chi_{0.99}^2(k-1)) :$	241.1	198.8	15.0	811.9
	$(\chi^2 /\chi_{0.99}^2(k-1))_{sr} :$	100.0	66.0	6.6	146.9
	<i>Statistička jednakost :</i>		zima 2011	zima 2010; ljeto 2010	zima 2010
NOĆI	$\min(\chi^2 /\chi_{0.99}^2(k-1)) :$	3.4	0.1	0.2	0.5
	$\max(\chi^2 /\chi_{0.99}^2(k-1)) :$	215.3	105.8	17.1	264.6
	$(\chi^2 /\chi_{0.99}^2(k-1))_{sr} :$	47.8	29.4	3.7	77.1
	<i>Statistička jednakost :</i>		ljeto 2009	proljeće 2008; ljeto 2011; jesen 2009, 2010 i 2011	ljeto 2008
CUJELI DANI	$\min(\chi^2 /\chi_{0.99}^2(k-1)) :$	3.8	0.3	0.7	10.2
	$\max(\chi^2 /\chi_{0.99}^2(k-1)) :$	302.3	284.5	25.2	698.6
	$(\chi^2 /\chi_{0.99}^2(k-1))_{sr} :$	76.7	67.6	6.6	211.8
	<i>Statistička jednakost :</i>		zima 2010	proljeće 2010; jesen 2009	

Tabela 8.4.3 – Skraćeni prikaz rezultata Bartlett-ovog testa (pristup **(b)**) za koordinatu u

u	ε	ω	$\nu 1$	$\nu 2$	
OBDANICE	$\min(\chi^2 /\chi_{0.99}^2(k-1)) :$	5.3	1.5	0.1	0.4
	$\max(\chi^2 /\chi_{0.99}^2(k-1)) :$	219.1	477.5	57.4	141.8
	$(\chi^2 /\chi_{0.99}^2(k-1))_{sr} :$	83.9	89.1	21.8	31.9
	<i>Statistička jednakost :</i>			zima 2010; ljeto 2011; jesen 2009	zima 2011
NOĆI	$\min(\chi^2 /\chi_{0.99}^2(k-1)) :$	0.1	0.2	0.2	3.4
	$\max(\chi^2 /\chi_{0.99}^2(k-1)) :$	283.1	123.5	38.4	82.6
	$(\chi^2 /\chi_{0.99}^2(k-1))_{sr} :$	63.9	47.2	14.5	27.7
	<i>Statistička jednakost :</i>	proljeće 2011	jesen 2008 i 2009	proljeće 2011; jesen 2009	
CJELI DANI	$\min(\chi^2 /\chi_{0.99}^2(k-1)) :$	2.2	2.6	0.6	0.3
	$\max(\chi^2 /\chi_{0.99}^2(k-1)) :$	391.4	317.8	90.7	185.2
	$(\chi^2 /\chi_{0.99}^2(k-1))_{sr} :$	119.1	104.3	30.4	54.6
	<i>Statistička jednakost :</i>			jesen 2009	jesen 2009

S obzirom na rezultate u tabelama 8.4.1-3, *ne može se govoriti o jednakosti disperzija unutar pojedinačnih godišnjih doba u opštem slučaju, ni za jedan od razmatrana četiri komponentna uticaja*. Treba reći da se, za razliku od ishoda u pristupu **(a)**, kakav se očekivao, ovakav rezultat u pristupu **(b)**, međutim, samo donekle očekivao.

Na osnovu upoređenja podataka iz ovih tabela, može se konstatovati da je najniži stepen nesaglasnosti disperzija, kod sve tri koordinate (posebno kod koordinata e i n) i za oba subnevna i cjelodnevni period, zastupljen kod komponente koja se odnosi na *zajednički uticaj reziduala "near-field" višestruke refleksije i reziduala ekscentriciteta i varijacija faznih centara antena prijemnika*. S druge strane, ponovo posmatrano za oba subnevna i cjelodnevni period, najviši stepen nesaglasnosti disperzija ispostavio se za *zajednički uticaj reziduala koje proizvode troposferska i jonosferska refrakcija*, ali samo kod koordinata u horizontalnoj ravni (e i n), dok je, za ovaj komponentni uticaj, taj stepen drugi po redu najniži kod koordinate u vertikalnoj ravni položaja (u).

Što se tiče *uticaja reziduala "far-field" višestruke refleksije*, isti, u poređenju sa uticajem svake od preostale dvije rezidualne komponente, posjeduju najviši stepen nesaglasnosti disperzija kod koordinate u , dok je taj stepen drugi po redu najviši kod koordinata e i n , i ubjedljivo viši od onog koji odgovara zajedničkom uticaju reziduala u

prisustvu "near-field" višestruke refleksije i ekscentriciteta i varijacija faznih centara antena prijemnika. Ovo sve važi za oba subnevna i cjelodnevni period.

Prethodne konstatacije su uslijedile na osnovu upoređenja reprezentativnih srednjih vrijednosti odnosa realizacije test statistike i kvantila (uz to i maksimuma ovog odnosa), posebno za svaku koordinatu i za oba subnevna i cjelodnevni period.

Posebno je interesantno to što se ispostavila *visoka nesaglasnost pomenutog tipa i kod čisto slučajnih uticaja*. Dakle, očigledno je da i ti uticaji posjeduju *statistički značajne oscilacije odnosno disperzije u vremenu*.

8.5 Testiranje međusobne jednakosti disperzija dobijenih za oba subnevna i cjelodnevni period za svaki komponentni uticaj

S ciljem da se ustanovi da li i kod kojih koordinata i komponentnih uticaja postoje statistički značajne razlike između rezultata dobijenih za period obdanice, noći i cjelodnevni period, sprovedeno je *testiranje upotrebom F-testa (Snedecor and Cochran, 1989)*. Niame, za svaki od četiri komponentna uticaja (ε , ω , ν_1 i ν_2), kod svake od tri relativne koordinate (e , n i u), po pojedinačnim mjesecima unutar razmatranog četvorogodišnjeg perioda (2008-2011), izvršeno je testiranje jednakosti disperzija dobijenih za period obdanice sa korespondentnim disperzijama dobijenim za period noći, kao i sa onima za cjelodnevni period. Osim toga, testirana je i jednakost disperzija za period noći sa korespondentnim za cjelodnevni period.

Dakle, izvršena su sljedeća *testiranja*:

$$\begin{aligned} H_{0;obd,noc} &: \sigma_{obd}^2 = \sigma_{noc}^2, \text{ protiv} \\ H_{a1;obd,noc} &: \sigma_{obd}^2 > \sigma_{noc}^2, \text{ za } \widehat{\sigma}_{obd}^2 > \widehat{\sigma}_{noc}^2, \text{ tj.} \\ H_{a2;obd,noc} &: \sigma_{obd}^2 < \sigma_{noc}^2, \text{ za } \widehat{\sigma}_{obd}^2 < \widehat{\sigma}_{noc}^2; \end{aligned} \quad (8.5.1)$$

$$\begin{aligned} H_{0;obd,24h} &: \sigma_{obd}^2 = \sigma_{24h}^2, \text{ protiv} \\ H_{a1;obd,24h} &: \sigma_{obd}^2 > \sigma_{24h}^2, \text{ za } \widehat{\sigma}_{obd}^2 > \widehat{\sigma}_{24h}^2, \text{ tj.} \\ H_{a2;obd,24h} &: \sigma_{obd}^2 < \sigma_{24h}^2, \text{ za } \widehat{\sigma}_{obd}^2 < \widehat{\sigma}_{24h}^2; \end{aligned} \quad (8.5.2)$$

$$\begin{aligned} H_{0;24h,noc} &: \sigma_{24h}^2 = \sigma_{noc}^2, \text{ protiv} \\ H_{a1;24h,noc} &: \sigma_{24h}^2 > \sigma_{noc}^2, \text{ za } \widehat{\sigma}_{24h}^2 > \widehat{\sigma}_{noc}^2, \text{ tj.} \\ H_{a2;24h,noc} &: \sigma_{24h}^2 < \sigma_{noc}^2, \text{ za } \widehat{\sigma}_{24h}^2 < \widehat{\sigma}_{noc}^2. \end{aligned} \quad (8.5.3)$$

Test veličine koje su, pri tom, korišćene su, respektivno, sljedeće:

$$F_{obd,noc} | H_{0;obd,noc} = \frac{\widehat{\sigma_{obd}^2}}{\sigma_{noc}^2} | H_{0;obd,noc} \sim F(f_{obd}, f_{noc}); \tag{8.5.4}$$

$$F_{obd,24h} | H_{0;obd,24h} = \frac{\widehat{\sigma_{obd}^2}}{\sigma_{24h}^2} | H_{0;obd,24h} \sim F(f_{obd}, f_{24h}); \tag{8.5.5}$$

$$F_{24h,noc} | H_{0;24h,noc} = \frac{\widehat{\sigma_{24h}^2}}{\sigma_{noc}^2} | H_{0;24h,noc} \sim F(f_{24h}, f_{noc}), \tag{8.5.6}$$

a *test odluke* su bile:

Hipoteza $H_{0;obd,noc}$ je odbačena kada se ispostavilo

$$F_{obd,noc} > F_{1-\alpha}(f_{obd}, f_{noc}), \quad \text{za } \widehat{\sigma_{obd}^2} > \widehat{\sigma_{noc}^2}, \tag{8.5.4a}$$

$$F_{obd,noc} < F_{\alpha}(f_{obd}, f_{noc}), \quad \text{za } \widehat{\sigma_{obd}^2} < \widehat{\sigma_{noc}^2}; \tag{8.5.4b}$$

Hipoteza $H_{0;obd,24h}$ je odbačena kada se ispostavilo

$$F_{obd,24h} > F_{1-\alpha}(f_{obd}, f_{24h}), \quad \text{za } \widehat{\sigma_{obd}^2} > \widehat{\sigma_{24h}^2}, \tag{8.5.5a}$$

$$F_{obd,24h} < F_{\alpha}(f_{obd}, f_{24h}), \quad \text{za } \widehat{\sigma_{obd}^2} < \widehat{\sigma_{24h}^2}; \tag{8.5.5b}$$

Hipoteza $H_{0;24h,noc}$ je odbačena kada se ispostavilo

$$F_{24h,noc} > F_{1-\alpha}(f_{24h}, f_{noc}), \quad \text{za } \widehat{\sigma_{24h}^2} > \widehat{\sigma_{noc}^2}, \tag{8.5.6a}$$

$$F_{24h,noc} < F_{\alpha}(f_{24h}, f_{noc}), \quad \text{za } \widehat{\sigma_{24h}^2} < \widehat{\sigma_{noc}^2}. \tag{8.5.6b}$$

Rezultati testiranja jednakosti disperzija, izvršenih *globalno za cijeli razmatrani period* (2008-2011), prikazani su u tabelama 8.5.1-4, redom, za svaki od četiri komponentna uticaja.

Tabela 8.5.1 – Postotak slučajeva (mjeseci) kada (za koje) su prihvaćene pojedinačne hipoteze, ako se posmatra *cijeli razmatrani period* (2008-2011) (*uticaj* ϵ)

<i>e</i>			<i>n</i>			<i>u</i>		
$H_{a1;obd,noc}$	$H_{a1;obd,24h}$	$H_{a1;24h,noc}$	$H_{a1;obd,noc}$	$H_{a1;obd,24h}$	$H_{a1;24h,noc}$	$H_{a1;obd,noc}$	$H_{a1;obd,24h}$	$H_{a1;24h,noc}$
$H_{0;obd,noc}$	$H_{0;obd,24h}$	$H_{0;24h,noc}$	$H_{0;obd,noc}$	$H_{0;obd,24h}$	$H_{0;24h,noc}$	$H_{0;obd,noc}$	$H_{0;obd,24h}$	$H_{0;24h,noc}$
$H_{a2;obd,noc}$	$H_{a2;obd,24h}$	$H_{a2;24h,noc}$	$H_{a2;obd,noc}$	$H_{a2;obd,24h}$	$H_{a2;24h,noc}$	$H_{a2;obd,noc}$	$H_{a2;obd,24h}$	$H_{a2;24h,noc}$
62.5%	64.6%	60.4%	50.0%	50.0%	50.0%	52.1%	50.0%	50.0%
	2.1%	4.2%				10.4%	14.6%	14.6%
37.5%	33.3%	35.4%	50.0%	50.0%	50.0%	37.5%	35.4%	35.4%

Tabela 8.5.2 – Postotak slučajeva (mjeseci) kada (za koje) su prihvaćene pojedinačne hipoteze, ako se posmatra *cijeli razmatrani period* (2008-2011) (*uticaj ω*)

<i>e</i>			<i>n</i>			<i>u</i>		
$H_{a1;obd,noc}$	$H_{a1;obd,24h}$	$H_{a1;24h,noc}$	$H_{a1;obd,noc}$	$H_{a1;obd,24h}$	$H_{a1;24h,noc}$	$H_{a1;obd,noc}$	$H_{a1;obd,24h}$	$H_{a1;24h,noc}$
$H_{0;obd,noc}$	$H_{0;obd,24h}$	$H_{0;24h,noc}$	$H_{0;obd,noc}$	$H_{0;obd,24h}$	$H_{0;24h,noc}$	$H_{0;obd,noc}$	$H_{0;obd,24h}$	$H_{0;24h,noc}$
$H_{a2;obd,noc}$	$H_{a2;obd,24h}$	$H_{a2;24h,noc}$	$H_{a2;obd,noc}$	$H_{a2;obd,24h}$	$H_{a2;24h,noc}$	$H_{a2;obd,noc}$	$H_{a2;obd,24h}$	$H_{a2;24h,noc}$
81.3%	85.4%	77.1%	56.3%	52.1%	52.1%	83.3%	81.3%	75.0%
4.2%	6.3%	8.3%	4.2%	12.5%	8.3%	8.3%	12.5%	16.7%
14.6%	8.3%	14.6%	39.6%	35.4%	39.6%	8.3%	6.3%	8.3%

Tabela 8.5.3 – Postotak slučajeva (mjeseci) kada (za koje) su prihvaćene pojedinačne hipoteze, ako se posmatra *cijeli razmatrani period* (2008-2011) (*uticaj ν_1*)

<i>e</i>			<i>n</i>			<i>u</i>		
$H_{a1;obd,noc}$	$H_{a1;obd,24h}$	$H_{a1;24h,noc}$	$H_{a1;obd,noc}$	$H_{a1;obd,24h}$	$H_{a1;24h,noc}$	$H_{a1;obd,noc}$	$H_{a1;obd,24h}$	$H_{a1;24h,noc}$
$H_{0;obd,noc}$	$H_{0;obd,24h}$	$H_{0;24h,noc}$	$H_{0;obd,noc}$	$H_{0;obd,24h}$	$H_{0;24h,noc}$	$H_{0;obd,noc}$	$H_{0;obd,24h}$	$H_{0;24h,noc}$
$H_{a2;obd,noc}$	$H_{a2;obd,24h}$	$H_{a2;24h,noc}$	$H_{a2;obd,noc}$	$H_{a2;obd,24h}$	$H_{a2;24h,noc}$	$H_{a2;obd,noc}$	$H_{a2;obd,24h}$	$H_{a2;24h,noc}$
64.6%	50.0%	62.5%	62.5%	45.8%	62.5%	72.9%	41.7%	68.8%
22.9%	35.4%	33.3%	14.6%	31.3%	27.1%	16.7%	43.8%	22.9%
12.5%	14.6%	4.2%	22.9%	22.9%	10.4%	10.4%	14.6%	8.3%

Tabela 8.5.4 – Postotak slučajeva (mjeseci) kada (za koje) su prihvaćene pojedinačne hipoteze, ako se posmatra *cijeli razmatrani period* (2008-2011) (*uticaj ν_2*)

<i>e</i>			<i>n</i>			<i>u</i>		
$H_{a1;obd,noc}$	$H_{a1;obd,24h}$	$H_{a1;24h,noc}$	$H_{a1;obd,noc}$	$H_{a1;obd,24h}$	$H_{a1;24h,noc}$	$H_{a1;obd,noc}$	$H_{a1;obd,24h}$	$H_{a1;24h,noc}$
$H_{0;obd,noc}$	$H_{0;obd,24h}$	$H_{0;24h,noc}$	$H_{0;obd,noc}$	$H_{0;obd,24h}$	$H_{0;24h,noc}$	$H_{0;obd,noc}$	$H_{0;obd,24h}$	$H_{0;24h,noc}$
$H_{a2;obd,noc}$	$H_{a2;obd,24h}$	$H_{a2;24h,noc}$	$H_{a2;obd,noc}$	$H_{a2;obd,24h}$	$H_{a2;24h,noc}$	$H_{a2;obd,noc}$	$H_{a2;obd,24h}$	$H_{a2;24h,noc}$
46.7%	40.0%	44.7%	46.8%	36.2%	45.8%	39.6%	29.2%	27.1%
11.1%	20.0%	27.7%	19.1%	23.4%	20.8%	12.5%	25.0%	31.3%
42.2%	40.0%	27.7%	34.0%	40.4%	33.3%	47.9%	45.8%	41.7%

Ako se za svaku od hipoteza $H_{a2;obd,noc}$, $H_{a2;obd,24h}$ i $H_{a2;24h,noc}$ kao značajan postotak slučajeva njenog prihvatanja usvoji onaj koji je veći od, na primjer, 33.3%, može se, generalno, konstatovati da, samo kada su u pitanju uticaji ν_1 (potiču od reziduala "near-field" višestruke refleksije i reziduala ekscentriciteta i varijacija faznih centara antena prijemnika), kod sve tri relativne koordinate važi da je odnosna disperzija dobijena za period obdanice veća ili jednaka korespondentnoj za noćni period, čak, veća ili jednaka odgovarajućoj za cjelodnevni period, kao i da je disperzija koja je dobijena za period noći manja ili jednaka korespondentnoj za cjelodnevni period (vidjeti tabelu

8.5.3). Ovo važi i za uticaje ω (potiču od reziduala "far-field" višestruke refleksije), ali samo kod koordinata e i u (vidjeti tabelu 8.5.2).

Međutim, za preostala dva uticaja, ε (čisto slučajni) i ν^2 (potiču od reziduala troposferske i jonosferske refrakcije), prethodne konstatacije nijesu održive, jer kod njih imamo prilično ujednačen broj slučajeva prihvatanja hipoteza (vidjeti tabele 8.5.1 i 8.5.4).

U tabelama 8.5.5-8, prikazan je **po godišnjim dobima unutar pomenutog razmatranog perioda**, respektivno, za svaki komponentni uticaj, postotak slučajeva (mjeseci) kada (za koje) su prihvaćene pojedinačne hipoteze.

Na osnovu tih rezultata, za svaki od četiri komponentna uticaja, donose se zaključci o tome kako, i da li, uopšte, međusobni odnos korespondentnih disperzija, dobijenih za dva subdnevna i cjelodnevni period, zavisi od godišnjeg doba (odnosni zaključci biće izneseni poslije tabelarnog prikaza).

Treba reći da je povod za analizu u ovom poglavlju dao međusobni odnos rezultata dobijenih za obdanice, noći i cjelodnevni period, koji su prikazani na više mjesta u prethodnim razmatranjima, a pri tome je posebno indikativan odnos definitivnih ocjena standarda za svaki od komponentnih uticaja (vidjeti grafike na slikama 8.3.1-12).

Tabela 8.5.5 – Postotak slučajeva kada su prihvaćene pojedinačne hipoteze, pri testiranjima po pojedinačnim godišnjim dobima unutar razmatranog perioda (2008-2011) (uticaj ε)

	<i>e</i>			<i>n</i>			<i>u</i>		
	$H_{a1;obd,noc}$	$H_{a1;obd,24h}$	$H_{a1;24h,noc}$	$H_{a1;obd,noc}$	$H_{a1;obd,24h}$	$H_{a1;24h,noc}$	$H_{a1;obd,noc}$	$H_{a1;obd,24h}$	$H_{a1;24h,noc}$
	$H_{0;obd,noc}$	$H_{0;obd,24h}$	$H_{0;24h,noc}$	$H_{0;obd,noc}$	$H_{0;obd,24h}$	$H_{0;24h,noc}$	$H_{0;obd,noc}$	$H_{0;obd,24h}$	$H_{0;24h,noc}$
	$H_{a2;obd,noc}$	$H_{a2;obd,24h}$	$H_{a2;24h,noc}$	$H_{a2;obd,noc}$	$H_{a2;obd,24h}$	$H_{a2;24h,noc}$	$H_{a2;obd,noc}$	$H_{a2;obd,24h}$	$H_{a2;24h,noc}$
ZIMA	75.0%	75.0%	75.0%				16.7%	16.7%	16.7%
							8.3%	8.3%	8.3%
	25.0%	25.0%	25.0%	100.0%	100.0%	100.0%	75.0%	75.0%	75.0%
PROLJEĆE	100.0%	100.0%	91.7%	66.7%	66.7%	66.7%	75.0%	75.0%	75.0%
			8.3%				25.0%	25.0%	25.0%
				33.3%	33.3%	33.3%			
LJETO	66.7%	75.0%	66.7%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%
			8.3%						
	33.3%	25.0%	25.0%						
JESEN	8.3%	8.3%	8.3%	33.3%	33.3%	33.3%	16.7%	8.3%	8.3%
		8.3%					8.3%	25.0%	25.0%
	91.7%	83.3%	91.7%	66.7%	66.7%	66.7%	75.0%	66.7%	66.7%

Tabela 8.5.6 – Postotak slučajeva kada su prihvaćene pojedinačne hipoteze, pri testiranjima *po pojedinačnim godišnjim dobima* unutar razmatranog perioda (2008-2011) (*uticaj ω*)

	<i>e</i>			<i>n</i>			<i>u</i>		
	$H_{a1;obd,noc}$	$H_{a1;obd,24h}$	$H_{a1;24h,noc}$	$H_{a1;obd,noc}$	$H_{a1;obd,24h}$	$H_{a1;24h,noc}$	$H_{a1;obd,noc}$	$H_{a1;obd,24h}$	$H_{a1;24h,noc}$
	$H_{0;obd,noc}$	$H_{0;obd,24h}$	$H_{0;24h,noc}$	$H_{0;obd,noc}$	$H_{0;obd,24h}$	$H_{0;24h,noc}$	$H_{0;obd,noc}$	$H_{0;obd,24h}$	$H_{0;24h,noc}$
	$H_{a2;obd,noc}$	$H_{a2;obd,24h}$	$H_{a2;24h,noc}$	$H_{a2;obd,noc}$	$H_{a2;obd,24h}$	$H_{a2;24h,noc}$	$H_{a2;obd,noc}$	$H_{a2;obd,24h}$	$H_{a2;24h,noc}$
ZIMA	75.0%	83.3%	75.0%				66.7%	66.7%	58.3%
		8.3%			8.3%		16.7%	25.0%	25.0%
	25.0%	8.3%	25.0%	100.0%	91.7%	100.0%	16.7%	8.3%	16.7%
PROLJEĆE	100.0%	100.0%	100.0%	66.7%	58.3%	50.0%	100.0%	100.0%	100.0%
				16.7%	25.0%	33.3%			
				16.7%	16.7%	16.7%			
LJETO	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	91.7%	91.7%	91.7%
							8.3%	8.3%	
									8.3%
JESEN	50.0%	58.3%	33.3%	58.3%	50.0%	58.3%	75.0%	66.7%	50.0%
	16.7%	16.7%	33.3%		16.7%		8.3%	16.7%	41.7%
	33.3%	25.0%	33.3%	41.7%	33.3%	41.7%	16.7%	16.7%	8.3%

Tabela 8.5.7 – Postotak slučajeva kada su prihvaćene pojedinačne hipoteze, pri testiranjima *po pojedinačnim godišnjim dobima* unutar razmatranog perioda (2008-2011) (*uticaj ν_1*)

	<i>e</i>			<i>n</i>			<i>u</i>		
	$H_{a1;obd,noc}$	$H_{a1;obd,24h}$	$H_{a1;24h,noc}$	$H_{a1;obd,noc}$	$H_{a1;obd,24h}$	$H_{a1;24h,noc}$	$H_{a1;obd,noc}$	$H_{a1;obd,24h}$	$H_{a1;24h,noc}$
	$H_{0;obd,noc}$	$H_{0;obd,24h}$	$H_{0;24h,noc}$	$H_{0;obd,noc}$	$H_{0;obd,24h}$	$H_{0;24h,noc}$	$H_{0;obd,noc}$	$H_{0;obd,24h}$	$H_{0;24h,noc}$
	$H_{a2;obd,noc}$	$H_{a2;obd,24h}$	$H_{a2;24h,noc}$	$H_{a2;obd,noc}$	$H_{a2;obd,24h}$	$H_{a2;24h,noc}$	$H_{a2;obd,noc}$	$H_{a2;obd,24h}$	$H_{a2;24h,noc}$
ZIMA	58.3%	41.7%	50.0%	8.3%		8.3%	58.3%	25.0%	50.0%
	16.7%	33.3%	41.7%	16.7%	25.0%	50.0%	25.0%	50.0%	41.7%
	25.0%	25.0%	8.3%	75.0%	75.0%	41.7%	16.7%	25.0%	8.3%
PROLJEĆE	91.7%	83.3%	91.7%	83.3%	66.7%	91.7%	75.0%	58.3%	75.0%
	8.3%	16.7%	8.3%	16.7%	33.3%	8.3%	16.7%	33.3%	16.7%
							8.3%	8.3%	8.3%
LJETO	66.7%	66.7%	75.0%	100.0%	91.7%	100.0%	100.0%	58.3%	100.0%
	16.7%	16.7%	16.7%		8.3%			41.7%	
	16.7%	16.7%	8.3%						
JESEN	41.7%	8.3%	33.3%	58.3%	25.0%	50.0%	58.3%	25.0%	50.0%
	50.0%	75.0%	66.7%	25.0%	58.3%	50.0%	25.0%	50.0%	33.3%
	8.3%	16.7%		16.7%	16.7%		16.7%	25.0%	16.7%

Tabela 8.5.8 – Postotak slučajeva kada su prihvaćene pojedinačne hipoteze, pri testiranjima *po pojedinačnim godišnjim dobima* unutar razmatranog perioda (2008-2011) (*uticaj ν_2*)

	<i>e</i>			<i>n</i>			<i>u</i>		
	$H_{a1;obd,noc}$	$H_{a1;obd,24h}$	$H_{a1;24h,noc}$	$H_{a1;obd,noc}$	$H_{a1;obd,24h}$	$H_{a1;24h,noc}$	$H_{a1;obd,noc}$	$H_{a1;obd,24h}$	$H_{a1;24h,noc}$
	$H_{0;obd,noc}$	$H_{0;obd,24h}$	$H_{0;24h,noc}$	$H_{0;obd,noc}$	$H_{0;obd,24h}$	$H_{0;24h,noc}$	$H_{0;obd,noc}$	$H_{0;obd,24h}$	$H_{0;24h,noc}$
	$H_{a2;obd,noc}$	$H_{a2;obd,24h}$	$H_{a2;24h,noc}$	$H_{a2;obd,noc}$	$H_{a2;obd,24h}$	$H_{a2;24h,noc}$	$H_{a2;obd,noc}$	$H_{a2;obd,24h}$	$H_{a2;24h,noc}$
ZIMA	41.7%	50.0%	41.7%	25.0%	25.0%	25.0%	50.0%	50.0%	25.0%
	8.3%	8.3%	25.0%	25.0%	25.0%	25.0%			25.0%
	50.0%	41.7%	33.3%	50.0%	50.0%	50.0%	50.0%	50.0%	50.0%
PROLJEĆE	41.7%	41.7%	58.3%	41.7%	33.3%	50.0%	25.0%	16.7%	16.7%
	25.0%	25.0%	8.3%	16.7%	16.7%	8.3%	25.0%	41.7%	41.7%
	33.3%	33.3%	33.3%	41.7%	50.0%	41.7%	50.0%	41.7%	41.7%
LJETO	66.7%	41.7%	33.3%	66.7%	50.0%	75.0%	41.7%	33.3%	25.0%
	8.3%	33.3%	41.7%	16.7%	25.0%	16.7%	25.0%	33.3%	50.0%
	25.0%	25.0%	25.0%	16.7%	25.0%	8.3%	33.3%	33.3%	25.0%
JESEN	33.3%	22.2%	45.5%	54.5%	36.4%	33.3%	41.7%	16.7%	41.7%
		11.1%	36.4%	18.2%	27.3%	33.3%		25.0%	8.3%
	66.7%	66.7%	18.2%	27.3%	36.4%	33.3%	58.3%	58.3%	50.0%

Na osnovu rezultata iz tabela 8.5.5-8, ako se, i ovdje, za svaku od alternativnih hipoteza kao značajan postotak slučajeva njenog prihvatanja usvoji onaj koji je veći od 33.3%, a za svaki od šest parova alternativne i njoj odgovarajuće nulte hipoteze iz (8.5.1-3) uvedu odgovarajuće objedinjene hipoteze kao:

$$\begin{aligned}
 H_{a1.0;obd,noc} : \sigma_{obd}^2 &\geq \sigma_{noc}^2 , \\
 H_{a2.0;obd,noc} : \sigma_{obd}^2 &\leq \sigma_{noc}^2 ;
 \end{aligned}
 \tag{8.5.1a}$$

$$\begin{aligned}
 H_{a1.0;obd,24h} : \sigma_{obd}^2 &\geq \sigma_{24h}^2 , \\
 H_{a2.0;obd,24h} : \sigma_{obd}^2 &\leq \sigma_{24h}^2 ;
 \end{aligned}
 \tag{8.5.2a}$$

$$\begin{aligned}
 H_{a1.0;24h,noc} : \sigma_{24h}^2 &\geq \sigma_{noc}^2 , \\
 H_{a2.0;24h,noc} : \sigma_{24h}^2 &\leq \sigma_{noc}^2 ,
 \end{aligned}
 \tag{8.5.3a}$$

radi bolje preglednosti rezultata, najzgodnije je uspostaviti tabelu sa rezimiranim rezultatima, pa se to u nastavku i čini.

U tabeli 8.5.9 su, za svaki od četiri razmatrana komponentna uticaja (ε , ω , ν_1 i ν_2), kod svake od tri relativne koordinate (*e*, *n* i *u*), prikazani rezultati svih testiranja po pojedinačnim godišnjim dobima unutar razmatranog četvorogodišnjeg perioda (2008-2011).

Tabela 8.5.9 – Prikaz rezultata svih testiranja, tj. generalno usvojenih hipoteza sa dominantnim (dvotrećinskim do 100%-nim) brojem slučajeva u kojima su prihvaćene, pri testiranjima *po pojedinačnim godišnjim dobima* unutar razmatranog perioda (2008-2011)

	<i>e</i>			<i>n</i>			<i>u</i>		
	Rezultat testiranja			Rezultat testiranja			Rezultat testiranja		
	(8.5.1)	(8.5.2)	(8.5.3)	(8.5.1)	(8.5.2)	(8.5.3)	(8.5.1)	(8.5.2)	(8.5.3)
ε									
ZIMA	$H_{a1;obd,noc}$	$H_{a1;obd,24h}$	$H_{a1;24h,noc}$	$H_{a2;obd,noc}$	$H_{a2;obd,24h}$	$H_{a2;24h,noc}$	$H_{a2.0;obd,noc}$	$H_{a2.0;obd,24h}$	$H_{a2.0;24h,noc}$
PROLJEĆE	$H_{a1;obd,noc}$	$H_{a1;obd,24h}$	$H_{a1.0;24h,noc}$	$H_{a1;obd,noc}$	$H_{a1;obd,24h}$	$H_{a1;24h,noc}$	$H_{a1.0;obd,noc}$	$H_{a1.0;obd,24h}$	$H_{a1.0;24h,noc}$
LJETO	$H_{a1;obd,noc}$	$H_{a1;obd,24h}$	$H_{a1.0;24h,noc}$	$H_{a1;obd,noc}$	$H_{a1;obd,24h}$	$H_{a1;24h,noc}$	$H_{a1;obd,noc}$	$H_{a1;obd,24h}$	$H_{a1;24h,noc}$
JESEN	$H_{a2;obd,noc}$	$H_{a2.0;obd,24h}$	$H_{a2;24h,noc}$	$H_{a2;obd,noc}$	$H_{a2;obd,24h}$	$H_{a2;24h,noc}$	$H_{a2.0;obd,noc}$	$H_{a2.0;obd,24h}$	$H_{a2.0;24h,noc}$
ω									
ZIMA	$H_{a1;obd,noc}$	$H_{a1.0;obd,24h}$	$H_{a1;24h,noc}$	$H_{a2;obd,noc}$	$H_{a2.0;obd,24h}$	$H_{a2;24h,noc}$	$H_{a1.0;obd,noc}$	$H_{a1.0;obd,24h}$	$H_{a1.0;24h,noc}$
PROLJEĆE	$H_{a1;obd,noc}$	$H_{a1;obd,24h}$	$H_{a1;24h,noc}$	$H_{a1.0;obd,noc}$	$H_{a1.0;obd,24h}$	$H_{a1.0;24h,noc}$	$H_{a1;obd,noc}$	$H_{a1;obd,24h}$	$H_{a1;24h,noc}$
LJETO	$H_{a1;obd,noc}$	$H_{a1;obd,24h}$	$H_{a1;24h,noc}$	$H_{a1;obd,noc}$	$H_{a1;obd,24h}$	$H_{a1;24h,noc}$	$H_{a1.0;obd,noc}$	$H_{a1.0;obd,24h}$	$H_{a1;24h,noc}$
JESEN	$H_{a1.0;obd,noc}$	$H_{a1.0;obd,24h}$	nema izbora	nema izbora	$H_{a1.0;obd,24h}$	nema izbora	$H_{a1.0;obd,noc}$	$H_{a1.0;obd,24h}$	$H_{a1.0;24h,noc}$
$\nu 1$									
ZIMA	$H_{a1.0;obd,noc}$	$H_{a1.0;obd,24h}$	$H_{a1.0;24h,noc}$	$H_{a2.0;obd,noc}$	$H_{a2.0;obd,24h}$	$H_{a2.0;24h,noc}$	$H_{a1.0;obd,noc}$	nema izbora	$H_{a1.0;24h,noc}$
PROLJEĆE	$H_{a1.0;obd,noc}$	$H_{a1.0;obd,24h}$	$H_{a1.0;24h,noc}$	$H_{a1.0;obd,noc}$	$H_{a1.0;obd,24h}$	$H_{a1.0;24h,noc}$	$H_{a1.0;obd,noc}$	$H_{a1.0;obd,24h}$	$H_{a1.0;24h,noc}$
LJETO	$H_{a1.0;obd,noc}$	$H_{a1.0;obd,24h}$	$H_{a1.0;24h,noc}$	$H_{a1;obd,noc}$	$H_{a1.0;obd,24h}$	$H_{a1;24h,noc}$	$H_{a1;obd,noc}$	$H_{a1.0;obd,24h}$	$H_{a1;24h,noc}$
JESEN	$H_{a1.0;obd,noc}$	$H_{a2.0;obd,24h}$	$H_{a1.0;24h,noc}$	$H_{a1.0;obd,noc}$	$H_{a1.0;obd,24h}$	$H_{a1.0;24h,noc}$	$H_{a1.0;obd,noc}$	nema izbora	$H_{a1.0;24h,noc}$
$\nu 2$									
ZIMA	nema izbora	nema izbora	$H_{a1.0;24h,noc}$	$H_{a2.0;obd,noc}$	$H_{a2.0;obd,24h}$	$H_{a2.0;24h,noc}$	nema izbora	nema izbora	$H_{a2.0;24h,noc}$
PROLJEĆE	$H_{a1.0;obd,noc}$	$H_{a1.0;obd,24h}$	$H_{a1.0;24h,noc}$	nema izbora	$H_{a2.0;obd,24h}$	nema izbora	$H_{a2.0;obd,noc}$	$H_{a2.0;obd,24h}$	$H_{a2.0;24h,noc}$
LJETO	$H_{a1.0;obd,noc}$	$H_{a1.0;obd,24h}$	$H_{a1.0;24h,noc}$	$H_{a1.0;obd,noc}$	$H_{a1.0;obd,24h}$	$H_{a1.0;24h,noc}$	$H_{a1.0;obd,noc}$	nema izbora	nema izbora
JESEN	$H_{a2;obd,noc}$	$H_{a2.0;obd,24h}$	$H_{a1.0;24h,noc}$	$H_{a1.0;obd,noc}$	nema izbora	nema izbora	nema izbora	$H_{a2.0;obd,24h}$	nema izbora

Uvidom u tabele 8.5.5-8 mogu se, rezimirano, izdvojiti godišnja doba, komponentni uticaji i koordinate, za koje ni u (za) jednom (jedan) slučaju (mjesec) nije prihvaćena neka od drugih alternativnih hipoteza iz (8.5.1-3).

Tako, za sve tri alternativne hipoteze, $H_{a2;obd,noc}$, $H_{a2;obd,24h}$ i $H_{a2;24h,noc}$, izdvajamo proljećni period (uticaji ε i ω kod koordinata e i u , kao i uticaj $\nu 1$ kod koordinata e i n) i ljetnji period (uticaji ε i $\nu 1$ kod koordinata n i u , i uticaj ω kod koordinata e , n i u , sa izuzetkom uticaja ω kod koordinate u samo za hipotezu $H_{a2;24h,noc}$).

Na osnovu prethodne analize, ustanovljeno je, dakle, da smjena godišnjih doba, osim za uticaje ω i $\nu 1$ kod koordinata e i u (sa izuzetkom jednog rezultata za uticaj $\nu 1$ kod

koordinate e , dobijenog pri testiranju (8.5.2) za jesenji period, kada je izbor pao na hipotezu $H_{a2,0;obd,24h}$, i to samo iz razloga što je postotak slučajeva prihvatanja hipoteze $H_{a2;obd,24h}$, iako neznatno, veći u odnosu na onaj koji se odnosi na prihvatanje hipoteze $H_{a1;obd,24h}$ – vidjeti tabelu 8.5.7), **značajno utiče na međusobni odnos korespodentnih disperzija, koje se odnose na subdnevne (obdanica i noć) i cjelodnevni period.**

Interesantno je, još, zapaziti da samo za uticaj ε imamo situaciju da, posmatrano za jesenji period, ni kod jedne od tri koordinate nijesu prihvaćene alternativne hipoteze $H_{a1;obd,noc}$, $H_{a1;obd,24h}$ i $H_{a1;24h,noc}$, što je slučaj i ako se posmatra zimski period, ali samo kod koordinata n i u .

Ovdje je bitno istaći i to da se za uticaje ω i $\nu 1$, ali samo kod koordinate n , ispostavilo da neistinitost hipoteza $H_{a1;obd,noc}$, $H_{a1;obd,24h}$ i $H_{a1;24h,noc}$ egzistira za zimski period, dok to nije slučaj za ostala godišnja doba kod te koordinate.

ZAKLJUČCI I MOGUĆI PRAVCI DALJIH ISTRAŽIVANJA

Pristupom koji se zasniva na dvofaktorskoj hijerarhijskoj klasifikaciji sa slučajnim efektima bez interakcija, gdje se koristi linearni model ukupnih grešaka relativnih koordinata, koji, pored neizbježnih čisto slučajnih, integriše rezidualne (kvazislučajne) uticaje koji potiču od višestruke refleksije GPS signala (subčasovni "far-field" i višečasovni "near-field" uticaji), jonosferskog kašnjenja uzrokovanog greškama drugog i viših redova, troposferskog kašnjenja koje se, prvenstveno, vezuje za uticaj nemogućnosti adekvatnog modeliranja vlažne komponente, kao i uticaja ekscentriciteta i varijacija faznih centara antena prijemnika, obezbjeđuju se pouzdane ANOVA ocjene pomenutih komponentnih uticaja. Naime, pokazalo se i da egzistira saglasnost tih ocjena sa rezultatima koji su proistekli iz nekih drugih istraživanja gdje su pojedinačno sagledavani rezidualni uticaji (vidjeti poglavlje 8.2).

Vremenske serije dobijenih ANOVA ocjena, a time i vremenske serije odgovarajućih standarda (kao kvadratnih korijena istih) posjeduju sezonsku komponentu (vidjeti slike 7.3.10-12, 7.4.10-12, 7.5.10-12, 7.6.10-12 i 7.7.10-12). Međutim, ispostavilo sa da je ovo slučaj i sa dobijenim ocjenama disperzija tih ocjena (vidjeti slike 8.1.1-15). Pored toga, apsolutne vrijednosti ocjena koeficijenta korelacije usvojenih ANOVA ocjena za čisto slučajne i uticaje ugniježdenog faktora dostigle su maksimalne vrijednosti od 13.3%, 12.9% i 10.3%, respektivno, kod koordinata e , n i u , dok su maksimalne apsolutne vrijednosti ocjena koeficijenta korelacije usvojenih ocjena istog tipa za uticaje ugniježdenog i ugnježdavajućeg faktora, po istom redosljedu, svega 4.3%, 3.7% i 3.5%, a ocjene tih koeficijenata su sve, odreda, jednake nuli kada je u pitanju stohastički odnos ANOVA ocjena za čisto slučajne i uticaje ugnježdavajućeg faktora (za pojmove ugniježdjeni i ugnježdavajući faktor, vidjeti poglavlje 6.3.2). Ovo potpuno ide u prilog konstataciji da, praktično, ***ne postoji stohastička zavisnost među usvojenim ANOVA ocjenama.***

Osim toga, ***na osnovu usvojenih ANOVA ocjena*** u poglavlju 8.1, ***dobijene su glavne komponente disperzije za svaku od relativnih koordinata (e , n i u), za oba subdnevna (obdanica i noć) i cjelodnevni period***, koje reprezentuju statističko rasturanje: **(1) čisto**

slučajnih uticaja (ε); (2) "far-field" uticaja višestruke refleksije (ω); (3.1) uticaja ekscentriciteta i varijacija faznih centara antena prijemnika, zajedno sa "near-field" uticajima višestruke refleksije ($\nu 1$); (3.2) zajedničkih uticaja troposferske i jonosferske refrakcije ($\nu 2$). Odnosni rezultati se nalaze u poglavlju 8.3 (tabele 8.3.1-9).

Shodno prethodno iznesenom, kao i s obzirom na konstatacije iz prethodnih relevantnih razmatranja unutar poglavlja 7.3-7 (vidjeti histograme i grafike spektra frekvencija predstavljene na slikama, kao i vrijednosti ocjena koeficijenta korelacije ANOVA ocjena za rezidualne i čisto slučajne uticaje, koji se nalaze u tabelama), konstatuje se da **egzistira istinitost svih polaznih hipoteza ovog istraživanja**, postavljenih u poglavlju 1.3.

Definitivni standardi razmatranih komponentnih uticaja po koordinatama

Rezultati prikazani u tabelama 8.3.1-9 doveli su do ustanovljenja granica unutar kojih se kreću vrijednosti standarda, a dobijene su i srednje vrijednosti tih standarda, kao kvadratni korijeni srednjih vrijednosti odnosnih komponenti disperzija. Te granice (ekstremi) i srednje vrijednosti nalaze se u tabeli 9.1.

Tabela 9.1 – Ekstremi i srednje vrijednosti definitivnih standarda komponentnih uticaja kod koordinata e , n i u , dobijenih primjenom MM na definitivno usvojene ANOVA ocjene, dobijene primjenom *Varijante (3,90)* nad mjesečnim vremenskim serijama fiksnih rješenja koja se odnose na epohe *u toku obdanica, noći i cijelih dana*

e	OBDANICE			NOĆI			CIJELI DANI		
	min	max	sredina	min	max	sredina	min	max	sredina
$\sigma_{\varepsilon,e}$ [mm]	2.6	3.8	3.4	2.6	3.7	3.3	2.6	3.7	3.3
$\sigma_{\omega,e}$ [mm]	3.3	6.9	4.4	3.2	4.9	4.0	3.3	5.2	4.1
$\sigma_{\nu 1,e}$ [mm]	1.5	4.7	2.9	0.8	3.8	2.5	1.5	4.1	2.7
$\sigma_{\nu 2,e}$ [mm/km]	0.01157	0.32819	0.11701	0.01176	0.27337	0.11489	0.01285	0.26072	0.11042
n									
$\sigma_{\varepsilon,n}$ [mm]	3.5	5.4	4.5	3.7	4.7	4.4	3.6	4.8	4.4
$\sigma_{\omega,n}$ [mm]	4.6	9.0	6.0	4.7	7.3	5.6	4.7	7.8	5.7
$\sigma_{\nu 1,n}$ [mm]	1.9	7.0	4.5	2.1	5.0	3.7	2.0	5.6	4.1
$\sigma_{\nu 2,n}$ [mm/km]	0.01030	0.23647	0.10199	0.00970	0.22893	0.08732	0.01101	0.23972	0.09519
u									
$\sigma_{\varepsilon,u}$ [mm]	7.1	10.7	8.7	7.0	9.6	8.5	7.2	9.9	8.6
$\sigma_{\omega,u}$ [mm]	9.1	20.3	12.5	8.4	15.4	11.3	9.1	16.0	11.8
$\sigma_{\nu 1,u}$ [mm]	3.4	21.9	13.0	3.1	15.8	10.7	3.2	18.8	12.1
$\sigma_{\nu 2,u}$ [mm/km]	0.12216	0.78184	0.36746	0.07521	0.63155	0.38061	0.11133	0.65546	0.37085

Ako se uvedu oznake za količnike ekstremnih i srednjih vrijednosti standarda za koordinatu u i korespondentnih vrijednosti za koordinate e i n kao $q_{\min \sigma; u, e}$, $q_{\max \sigma; u, e}$, $q_{sr \sigma; u, e}$, $q_{\min \sigma; u, n}$, $q_{\max \sigma; u, n}$ i $q_{sr \sigma; u, n}$, respektivno, tada se zaključuje kako slijedi.

Kod uticaja ε i ω se ispostavilo da je za *obdanice* i *noći*, kao i *cijele dane*:

$$q_{\min \sigma; u, e; \varepsilon} \approx q_{\max \sigma; u, e; \varepsilon} \approx q_{sr \sigma; u, e; \varepsilon} \approx 3;$$

$$q_{\min \sigma; u, n; \omega} \approx q_{\max \sigma; u, n; \omega} \approx q_{sr \sigma; u, n; \omega} \approx 2,$$

dok se za *uticaje* $\nu 1$ ispostavilo da su količnici *i* za *obdanice* i za *cijele dane*:

$$q_{\min \sigma; u, e; \nu 1} \approx 2, \quad q_{\max \sigma; u, e; \nu 1} \approx 5, \quad q_{sr \sigma; u, e; \nu 1} \approx 4;$$

$$q_{\min \sigma; u, n; \nu 1} \approx 2, \quad q_{\max \sigma; u, n; \nu 1} \approx 3, \quad q_{sr \sigma; u, n; \nu 1} \approx 3,$$

a za *noćni period*:

$$q_{\min \sigma; u, e; \nu 1} \approx q_{\max \sigma; u, e; \nu 1} \approx q_{sr \sigma; u, e; \nu 1} \approx 4;$$

$$q_{\min \sigma; u, n; \nu 1} \approx 1.5, \quad q_{\max \sigma; u, n; \nu 1} \approx q_{sr \sigma; u, n; \nu 1} \approx 3.$$

Što se tiče *uticaja* $\nu 2$, za *obdanice* imamo:

$$q_{\min \sigma; u, e; \nu 2} \approx 11, \quad q_{\max \sigma; u, e; \nu 2} \approx 2, \quad q_{sr \sigma; u, e; \nu 2} \approx 3;$$

$$q_{\min \sigma; u, n; \nu 2} \approx 12, \quad q_{\max \sigma; u, n; \nu 2} \approx 3, \quad q_{sr \sigma; u, n; \nu 2} \approx 4,$$

za *noći*:

$$q_{\min \sigma; u, e; \nu 2} \approx 6, \quad q_{\max \sigma; u, e; \nu 2} \approx 2, \quad q_{sr \sigma; u, e; \nu 2} \approx 3;$$

$$q_{\min \sigma; u, n; \nu 2} \approx 8, \quad q_{\max \sigma; u, n; \nu 2} \approx 3, \quad q_{sr \sigma; u, n; \nu 2} \approx 4,$$

a za *cjelodnevni period*:

$$q_{\min \sigma; u, e; \nu 2} \approx 9, \quad q_{\max \sigma; u, e; \nu 2} \approx 3, \quad q_{sr \sigma; u, e; \nu 2} \approx 3;$$

$$q_{\min \sigma; u, n; \nu 2} \approx 10, \quad q_{\max \sigma; u, n; \nu 2} \approx 3, \quad q_{sr \sigma; u, n; \nu 2} \approx 4.$$

Na osnovu prethodnih vrijednosti može se zaključiti da su *najveće vrijednosti količnika* $q_{\min \sigma; u, e(n)}$ *zastupljene kod uticaja* $\nu 2$, *i to za oba subdnevna i cjelodnevni period, dok su vrijednosti za* $q_{\max \sigma; u, e(n)}$ *i* $q_{sr \sigma; u, e(n)}$ *ujednačene kod sva četiri komponentna uticaja, nezavisno od toga da li se posmatra period obdanica, noći ili cjelodnevni period.*

Interesantno je, još, zapaziti da su za svaki od prva tri uticaja (koji ne zavise od dužine bazne linije) kod koordinate n , minimalne, maksimalne i srednje vrijednosti standarda po obdanicama, noćima i cijelim danima, sve odreda veće od korespondentnih kod

koordinate e . Odgovarajući količnici, naime, imaju vrijednosti 1.3-1.4 (kod uticaja ε), 1.3-1.5 (kod uticaja ε i ν_1 , ako se izuzme $q_{\min\sigma;n,e} \approx 2.6$ u slučaju noćnog perioda za uticaj ν_1). Međutim, obrnuto važi za ekstreme i srednje vrijednosti četvrtog uticaja, kao koeficijenta uz dužinu bazne linije, jer su sve vrijednosti za koordinatu e veće 1.1-1.4 puta od odgovarajućih za koordinatu n .

Preciznost relativnog GPS pozicioniranja na nivou pojedinačne epohe

Sumiranjem definitivnih komponenti disperzija kod svake od tri relativne koordinate, po svim mjesecima unutar razmatranog četvorogodišnjeg perioda (2008-2011), dobijene su granice (ekstremi) i srednje vrijednosti standarda za položaj u horizontalnoj i vertikalnoj ravni, kao kvadratni korijeni srednjih vrijednosti odnosnih disperzija položaja. Te granice i srednje vrijednosti, za oba subdnevna i cjelodnevni period, date su u tabelama 9.2 i 9.3.

Tabela 9.2 – Ekstremi i srednje vrijednosti definitivnih standarda *horizontalnog položaja* za pojedinačnu epohu u relativnom GPS pozicioniranju

en	OBDANICE			NOĆI			CIJELI DANI		
	min	max	sredina	min	max	sredina	min	max	sredina
$\sigma_{en;D_1}$ [mm]	7.6	15.2	10.8	7.8	11.7	9.9	7.7	12.8	10.2
$\sigma_{en;D_2}$ [mm]	7.6	16.0	11.0	7.8	12.2	10.0	7.7	13.5	10.4
$\sigma_{en;D_3}$ [mm]	7.7	22.1	12.4	7.9	17.1	11.4	7.8	18.8	11.7
$\sigma_{en;D_4}$ [mm]	8.4	54.5	22.4	8.7	43.9	21.0	8.6	46.8	21.4
$\sigma_{en;D_5}$ [mm]	10.3	115.0	44.1	10.6	93.3	41.6	11.1	98.8	42.1

Tabela 9.3 – Ekstremi i srednje vrijednosti definitivnih standarda *vertikalnog položaja* za pojedinačnu epohu u relativnom GPS pozicioniranju

u	OBDANICE			NOĆI			CIJELI DANI		
	min	max	sredina	min	max	sredina	min	max	sredina
$\sigma_{u;D_1}$ [mm]	12.5	28.6	20.2	11.5	22.7	17.9	12.2	25.0	19.0
$\sigma_{u;D_2}$ [mm]	13.0	30.2	20.7	11.8	23.9	18.5	12.7	26.0	19.6
$\sigma_{u;D_3}$ [mm]	16.8	42.2	24.9	14.5	33.1	23.4	16.7	35.8	24.1
$\sigma_{u;D_4}$ [mm]	24.7	105.1	51.6	21.4	84.5	52.4	23.4	88.3	51.6
$\sigma_{u;D_5}$ [mm]	40.5	222.2	105.5	28.5	179.3	108.8	36.4	186.4	106.2

Na osnovu uvida u podatke iz tabele 9.2, zaključuje se da *samo kod najduže bazne linije* (~ 281.9 km), *ni u jednom slučaju* (tj. ni za jedan mjesec u četvorogodišnjem periodu), *nije postignuta subcentimetarska preciznost horizontalnog položaja*. S druge strane, *ni*

kod jedne od pet baznih linija nije postignuta subcentimetarska preciznost položaja u vertikalnoj ravni (vidjeti minimume u tabeli 9.3). Ovo drugo se, naravno, i očekivalo.

Inače, kod svih baznih linija, nezavisno da li je u pitanju sagledavanje po obdanicama, noćima ili cijelim danima, *najniža preciznost položaja u obje ravni ispostavila se u nekom od ljetnjih mjeseci 2010.godine, sa jednim izuzetkom u avgustu 2008.godine, gdje je, za cjelodnevni period, dobijena najniža preciznost položaja, ali samo u vertikalnoj ravni, kod najkraće bazne linije (~ 5.6 km).*

Treba reći da standardi položaja u obje ravni, takođe, posjeduju sezonsku komponentu, pri čemu su minimalne vrijednosti zastupljene u hladnijim (zimskim), a maksimalne u toplijim (ljetnjim) mjesecima, što je logično, s obzirom na ponašanje u vremenu svakog od istraživanih komponentnih uticaja, o čemu je bilo riječi u ovom radu (slike 8.3.1-12).

Odnos korespodentnih komponenti disperzija relativnih koordinata dobijenih za oba subdnevna i cjelodnevni period

Na osnovu rezultata u tabeli 8.5.9, donosi se zaključak o odnosu disperzija komponentnih uticaja dobijenih za period obdanice i korespodentnih koje se odnose na noćni i cjelodnevni period.

Naime, ispostavilo se da su, generalno, *disperzije dobijene za period obdanice, za svaki od uticaja ε , ω i ν_1 , veće ili, u krajnjem, jednake, onima koje se odnose na noćni i cjelodnevni period, a to je slučaj i sa disperzijama dobijenim za cjelodnevni period, kada se porede sa odgovarajućim za noćni period. Ovo važi za prolječni i ljetnji period, kod sve tri relativne koordinate (e , n i u). Što se tiče uticaja ν_2 , prethodna konstatacija ostaje u važnosti samo kod koordinate e , a u slučaju koordinate n , međutim, isto važi samo u ljetnjem periodu, jer se za prolječni period ne može donijeti generalni zaključak. Kod koordinate u ovog uticaja imamo obrnutu situaciju, tj. u proljeće su disperzije za period obdanice *manje ili jednake* onima dobijenim za noćni i cjelodnevni period, a to isto se može zaključiti i za disperzije dobijene za cjelodnevni period, kada se iste porede sa korespodentnim za noćni period (za ljetnji period se ne može donijeti generalni zaključak).*

U zimskom periodu, prethodna konstatacija ostaje u važnosti za sva tri pomenuta uticaja kod koordinate e , a za uticaje ω i ν_1 kod koordinate u (izuzetak za uticaj ν_1 , koji se pojavio kod ove koordinate, gdje se u 50% slučajeva disperzija za period obdanice ispostavila jednakom korespodentnoj disperziji za cjelodnevni period, a u po

25% slučajeva većom i manjom od te disperzije, nije takve prirode da bi mogao uticati na izneseni opšti zaključak – vidjeti tabelu 8.5.7).

Za svaki od uticaja ε , ω , ν_1 i ν_2 , zaključuje se da, **u zimskim mjesecima**, kod koordinate **n** egzistira situacija da su disperzije za period obdanice, manje ili jednake, onima za noćni i cjelodnevni period, pri čemu isti odnos važi i za disperzije koje se odnose na cjelodnevni period, pri njihovom poređenju sa onima za noćni period.

Treba istaći i da **za jesenji period**, osim u slučaju uticaja ε , **kod sve tri koordinate**, nije pouzdano davati generalni zaključak, posebno za uticaj ν_2 (za detalje vezano za ovu konstataciju, vidjeti tabelu 8.5.9).

Na osnovu prethodno iznesenog, zaključuje se da **smjena godišnjih doba utiče na međusobni odnos korespondentnih komponenti disperzija relativnih koordinata, koje se odnose na subdnevne (obdanica i noć) i cjelodnevni period**. Ovo je istaknuto i u poglavlju 8.5, gdje je izvršena podrobna odnosna analiza.

Pravci daljih istraživanja

U ovoj disertaciji dokazano je, što je i bio glavni cilj istraživanja, da je ocjene standarda razmatranih komponentnih uticaja moguće dobiti jednim novim integralnim pristupom, upotrebom jednog linearnog modela, uz korišćenje metode koja je zasnovana na dvofaktorskoj hijerarhijskoj klasifikaciji sa slučajnim efektima, bez interakcija.

Međutim, na ocjenjivanje pomenutih standarda mogu uticati različiti faktori. Upravo to ostavlja prostor za moguće pravce daljih istraživanja.

Cjelokupna problematika se može analizirati sa više aspekata. Naime, trebalo bi ispitati da li i u kojoj mjeri ANOVA ocjene za čisto slučajne i rezidualne uticaje razmatrane u ovoj disertaciji, kao i ocjene disperzija i međusobne korelacije tih ocjena, zavise od:

- Promjene frekvencije prikupljanja podataka, tj. od *promjene intervala registracije GPS podataka* (koristiti intervale od 1, 5, 10, 15 i 20 s);
- *Izbora tehnike za rješavanje pitanja cjelobrojnih faznih neodređenosti* u postupku obrade podataka;
- *Izbora troposferskog modela* (umjesto Saastamoinen modela koristiti neki drugi);
- *Izbora između LC1-, LC2- i LC3-fiksnih rješenja kod kraćih baznih linija*, gdje su atmosferski uticaji sa visokim stepenom prostorne korelacije (kod dužih baznih linija, naravno, LC3 linearne kombinacije nemaju alternativu);

- *Geografske širine na kojoj se nalaze krajnje stanice bazne linije* (pojačani scintilacioni efekti su zastupljeni u jonosferi iznad ekvatorskog i polarnog regiona);
- *Azimuta bazne linije* (neka istraživanja su pokazala da, u slučaju pojave tzv. putujućih jonosferskih poremećaja (engl. *Traveling Ionospheric Disturbances – TIDs*), rezidualni jonosferski uticaj na tačnost relativnog pozicioniranja zavisi od orijentacije bazne linije).

Naravno, mogući pravci daljih istraživanja treba da budu zasnovani na eksperimentima u kojima se na razne načine, ali sa naučnim smislom, kombinuju parametri (navedeni u prethodnim stavkama) čiji se uticaj na ANOVA ocjenjivanje ispituje. Rezultati takvih istraživanja mogli bi se međusobno uporediti, pa bi se na osnovu toga donijeli određeni zaključci.

Osim prethodno navedenog, dalje istraživanje može biti usmjereno na analizu neke izabrane vremenske serije fiksnih rješenja (to može biti i neka od korišćenih u ovoj disertaciji), dobijenih po epohama na međusobnom vremenskom razmaku od 30 s (dakle, kao u ovoj disertaciji). Primjenom matematičkog aparata koji se koristi u svrhu iznalaženja odgovarajućeg modela u vremenskim serijama, bilo bi omogućeno da se ocijeni disperzija bijelog šuma. Ovu ocjenu bi, zatim, valjalo uporediti sa ANOVA ocjenom za čisto slučajne uticaje, koju treba izračunati na način koji je korišćen ovoj disertaciji.

Dalje, pošto svaka GPS antena na stanici ima specifično okruženje, a zbog toga i specifičnu periodičnost uticaja obje komponente višestruke refleksije ("far-field" i "near-field"), na neku konkretnu vremensku seriju fiksnih rješenja koja je od interesa za istraživanje ili izvršavanje nekog geodetskog zadatka, može se, u cilju određivanja te periodičnosti, primijeniti nelinearna metoda najmanjih kvadrata. Tada bi se za opis ponašanja fiksnog rješenja bazne linije (za svaku od tri relativne koordinate) u vremenu koristile trigonometrijske funkcije, koje, kao nepoznate parametre, uključuju dvije ili više frekvencija. Viša frekvencija bi odgovarala periodičnosti "far-field", a niža periodičnosti "near-field" komponente višestruke refleksije. Pri tome, ako se koriste antene različitog tipa na krajevima bazne linije, u nedostatku mogućnosti primjene adekvatnog antenskog modela, treba uzeti u obzir i frekvenciju uticaja ekscentriciteta i varijacija faznih centara antena prijemnika, kao i postojanje troposfersko-jonosferskih

uticaja, kod baznih linija dužih od, recimo, 5 km. Rezultati harmonijskog ocjenjivanja poslužiće da se izračunaju periodi, kako bi se na osnovu istih uspostavili odgovarajući vremenski intervali za ANOVA ocjenjivanje kao u ovoj disertaciji.

Pri harmonijskom ocjenjivanju, bitno je razmotriti uticaj praznina (engl. *gaps*) u podacima na ocjene frekvencija. Naime, postojanje više takvih praznina (mogu biti veće i manje), a to je veoma čest slučaj, koje se, prvenstveno, pojavljuju usljed izostanka nekih fiksnih rješenja, kao i neravnomjeran raspored istih u vremenskoj seriji, mogu dovesti do nepouzdanih ocjena frekvencija, što će kasnije dovesti do pogrešnih vrijednosti ANOVA ocjena.

Literatura

- Adkins L.C. and Hill R.C. (1990).** *An Improved Confidence Ellipsoid for the Linear Regression Model.* Journal of Statistical Computation and Simulation, Vol.36, No.1, pp.9-18
- Agnew D.C. and Larson K.M. (2007).** *Finding the Repeat Times of the GPS Constellation.* GPS Solutions, Vol.11, No.1, pp.71-76
- Allan D. (1966).** *Statistics of Atomic Frequency Standards.* Proceedings of the IEEE, Vol.54, No.2, pp.221-230
- Allan D. (1984).** *Clock Characterization Tutorial.* Proceedings of the 15th Annual Precise Time and Material Interval (PTTI) Applications and Planning Meeting, Held at Naval Research Laboratory, December 6-8, pp.459-475
- Allan D. (1987).** *Time and Frequency (Time-Domain) Characterization, Estimation, and Prediction of Precision Clocks and Oscillators.* IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, Vol.34, No.6, pp.647-654
- Allan D, Ashby N. and Hodge C.C. (1997).** *The Science of Timekeeping.* Hewlett Packard Application Note 1289
- Altamimi Z, Rebischung P, Métivier L. and Collilieux X. (2017).** *Analysis and Results of ITRF2014.* International Earth Rotation and Reference Systems Service (IERS) Technical Note No.38, Verlag des Bundesamts für Kartographie und Geodäsie, Frankfurt am Main, Deutschland
- Anderson D.N, Mendillo M. and Herniter B. (1987).** *A Semi-Empirical Low Latitude Ionospheric Model.* Radio Science, Vol.15, pp.1009-1016
- Anderson R.L. (1960).** *Use of Variance Component Analysis in the Interpretation of Biological Experiments.* Bulletin of the International Statistical Institute, Vol.37, No.3, pp.71-90
- Anđić D. (2008).** *Istraživanje mogućnosti preciznog nivelmana korišćenjem laserskih nivelira u inženjerskim radovima.* Magistarska teza. Građevinski fakultet, Beograd
- Anđić D. (2016).** *Variance Components Estimation of Residual Errors in GPS Precise Positioning.* Geodetski vestnik, Vol.60, No.3, pp.467-482
- Anđić M. (2009).** *Matematika 1 – Teoreme, definicije, primjeri, zadaci.* Univerzitet Mediteran, Fakultet za informacione tehnologije, Podgorica
- Apostol T.M. (1969).** *Calculus, Volume II – Multi Variable Calculus and Linear Algebra, with Applications to Differential Equations and Probability (2nd Edition).* John Wiley & Sons, New York • London • Sydney • Toronto
- Asgari J. and Amiri-Simkooei A.R. (2011).** *Analysis and Prediction of GNSS Estimated Total Electron Contents.* Journal of the Earth & Space Physics, Vol.37, No.1, pp.11-24
- Ashby N. (2003).** *Relativity in the Global Positioning System.* Living Reviews in

Relativity, Vol.6, No.1

- Ashby N. (2006).** *Relativistic Effects in the Global Positioning System*. Proceedings of The American Association of Physics Teachers (AAPT) Topical Workshop "Teaching General Relativity to Undergraduates", Syracuse University, July 20-21
- Ashtekar A. (2005).** *100 Years of Relativity, Space-Time Structure: Einstein and Beyond*. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd, New Jersey • London • Singapore • Beijing • Shanghai • Hong Kong • Taipei • Chennai
- Askne J. and Nordius H. (1987).** *Estimation of Tropospheric Delay for Microwaves from Surface Weather Data*. Radio Science, Vol.22, No.3, pp.379-386
- Atkins C. and Ziebart M. (2016).** *Effectiveness of Observation-Domain Sidereal Filtering for GPS Precise Point Positioning*. GPS Solutions, Vol.20, No.1, pp.111-122
- Axelrad P, Larson K. and Jones B. (2005).** *Use of the Correct Satellite Repeat Period to Characterize and Reduce Site-Specific Multipath Errors*. Proceedings of ION GNSS 18th International Technical Meeting of the Satellite Division, September 13-16, Long Beach, CA, USA
- Azarbad M.R. and Mosavi M.R. (2014).** *A New Method to Mitigate Multipath Error in Single-Frequency GPS Receiver with Wavelet Transform*. GPS Solutions, Vol.18, No.2, pp.189-198
- Baarda W. (1968).** *A Testing Procedure for Use in Geodetic Networks*. Netherlands Geodetic Commission, Publications on Geodesy, New Series, Vol.2, No.5, Delft, Netherlands
- Baarda W. (1977).** *Measures for the Accuracy of Geodetic Networks*. Proceedings of the IAG International Symposium on Optimization of Design and Computation of Control Networks, July 4-10, Sopron, Hungary
- Baby H.B, Golé P. and Lavergnat J. (1988).** *A Model for the Tropospheric Excess Path Length of Radio Waves from Surface Meteorological Measurements*. Radio Science, Vol.23, No.6, pp.1023-1038
- Baker T.F, Curtis D.J. and Dodson A.H. (1995).** *Ocean Tide Loading and GPS*. GPS World, Vol.6, No.3, pp.54-59
- Balanis C.A. (2005).** *Antenna Theory: Analysis and Design* (3th Edition). John Wiley & Sons Inc, Hoboken • New Jersey.
- Bancroft S. (1985).** *An Algebraic Solution of the GPS Equations*. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol.AES-21, No.7, pp.56-59
- Barnes J.B, Ackroyd N. and Cross P.A. (1998).** *Stochastic Modeling for Very High Precision Real-Time Kinematic GPS in an Engineering Environment*. Proceedings of the FIG XXI International Congress, July 18-25, Brighton, Great Britain
- Bartlett J.B (1937).** *Properties of Sufficiency and Statistical Tests*. Proceedings of the Royal Society A, Vol.160, No.901, pp.268-282
- Bassiri S. and Hajj G.A. (1993).** *Higher-Order Ionospheric Effects on the Global Positioning System Observables and Means of Modelling Them*. Manuscripta

Geodaetica, Vol.18, No.6, pp.280-289

- Bastos L. and Landau H. (1988).** *Fixing Cycle Slips in Dual-Frequency Kinematic GPS-Applications Using Kalman Filtering*. Manuscripta Geodaetica, Vol.13, No.4, pp.249-256
- Benavent M, Arnosó J. and Montesinos F.G. (2005).** *Computation of Surface Displacements, Tilt and Gravity Variations due to Ocean Tide Loading*. Física de la Tierra, Vol.17, pp.97-112
- Betz J.W. and Kolodziejcki K.R. (2000).** *Generalized Theory of GPS Code-Tracking Accuracy with an Early-Late Discriminator* (cited as unpublished in: Kaplan E.D. and Hegarty C.J. (Eds) *Understanding GPS – Principles and Applications* (2nd Edition). Artech House Inc, Boston • London.
- Beutler, G. (1998).** *Numerische Integration gewöhnlicher Differentialgleichungssysteme* (Lecture Notes). Astronomical Institute, University of Bern, Switzerland
- Beutler G, Bauersima I, Gurtner W, Rothacher M, Schildknecht T. and Geiger A. (1988).** *Atmospheric refraction and other important biases in GPS carrier phase observations*. In: Brunner, F.K. (Ed) *Atmospheric Effects on Geodetic Space Measurements*. Monograph 12. School of Surveying. University of New South Wales, Sydney, Australia
- Bevis M, Businger S, Chiswell S, Herring T.A, Anthes R.A, Rocken C. and Ware R.H. (1994).** *GPS Meteorology: Mapping Zenith Wet Delays onto Precipitable Water*. Journal of Applied Meteorology, Vol.33, No.3, pp.379-386
- Bevis M, Businger S, Herring T.A, Rocken C, Anthes R.A. and Ware R.H. (1992).** *GPS Meteorology: Remote Sensing of Atmospheric Water Vapor Using the Global Positioning System*. Journal of Geophysical Research, Vol.97, No.D14, pp.15787-15801
- Bidikar B, Rao G.S, Ganesh L. and Kumar MNVS S. (2014).** *Satellite Clock Error and Orbital Solution Error Estimation for Precise Navigation Applications*. Positioning, Vol.5, No.1, pp.22-26
- Bilich A. (2006).** *Improving the Precision and Accuracy of Geodetic GPS: Application to Multipath and Seismology*. Ph.D Thesis. University of Colorado, CO, USA
- BIPM (2002).** *Annual Report of the BIPM (Bureau International des Poids et Mesures) Time Section*, Volume 15
- Bisnath S. (2000).** *Efficient, Automated Cycle-Slip Correction of Dual-Frequency Kinematic GPS Data*. Proceedings of the 13th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 2000), September 19-22, Salt Lake City, UT, USA
- Bisnath S. (2007).** *What is Carrier Phase Wind-up? What is its effect on GNSS performance/operation?* Inside GNSS, GNSS Solutions, July/August 2007, pp.32-35
- Bjerhammar A. (1986).** *Relativistic Geodesy*. NOAA Technical Report NOS 118 NGS 36, Rockville, MD, USA
- Black H.D. (1978).** *An Easily Implemented Algorithm for the Tropospheric Range Correction*. Journal of Geophysical Research, Vol.83, No.B4, pp.1825-1828

- Blagojević D. (2003).** *Mogućnosti globalnog pozicionog sistema za uspostavljanje geodetske referentne osnove u gradovima.* Doktorska disertacija. Građevinski fakultet, Beograd
- Blewitt G. (1990).** *An Automatic Editing Algorithm for GPS Data.* Geophysical Research Letters, Vol.17, No.3, pp.199-202
- Boblest S, Müller T. and Wunner G. (2016).** *Spezielle und allgemeine Relativitätstheorie: Grundlagen, Anwendungen in Astrophysik und Kosmologie sowie relativistische Visualisierung.* Springer-Verlag, Berlin • Heidelberg
- Bock Y. (1998).** *Medium Distance GPS Measurements.* In: Teunissen P.J.G. and Kleusberg A. (Eds) *GPS for Geodesy (2nd Edition).* Springer-Verlag, Berlin • Heidelberg
- Böhm J, Heinkelmann R. and Schuh H. (2007).** *Short Note: A Global Model of Pressure and Temperature for Geodetic Applications.* Journal of Geodesy, Vol.81, No.10, pp.679-683
- Böhm J, Niell A, Tregoning P. and Schuh H. (2006a).** *Global Mapping Function (GMF): A New Empirical Mapping Function Based on Numerical Weather Model Data.* Geophysical Research Letters, Vol.33, No.7
- Böhm J, Salstein D, Alizadeh M.M. and Wijaya D.D. (2013).** *Geodetic and Atmospheric Background (Chapter 1).* In: Böhm J. and Schuh H. (Eds) *Atmospheric Effects in Space Geodesy.* Springer-Verlag, Berlin • Heidelberg
- Böhm J, Werl B. and Schuh H. (2006b).** *Troposphere Mapping Functions for GPS and Very Long Baseline Interferometry from European Centre for Medium-Range Weather Forecasts Operational Analysis Data.* Journal of Geophysical Research, Vol.111, No.B2, B02406
- Bona P. (2000).** *Precision, Cross Correlation, and Time Correlation of GPS Phase and Code Observations.* GPS Solutions, Vol.4, No.2, pp.3-13
- Bona P. and Tiberius C.C.J.M. (2000).** *An Experimental Assessment of Observation Cross-Correlation in Dual Frequency GPS Receivers.* Proceedings of the 13th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 2000), September 19-22, Salt Lake City, UT, USA
- Borre K, Akos D.M, Bertelsen N, Rinder P. and Jensen S.H. (2007).** *A Software-Defined GPS and Galileo Receiver: A Single-Frequency Approach.* Birkhäuser, Boston • Basel • Berlin
- Borre K. and Tiberius C.C.J.M. (2000).** *Time Series Analysis of GPS Observables.* Proceedings of the 13th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 2000), September 19-22, Salt Lake City, UT, USA
- Bossler J.D, Jensen J.R, McMaster R.B. and Rizos C. (2002).** *Manual of Geospatial Science and Technology.* Taylor & Francis Inc, London • New York
- Boucher C. and Altamimi Z. (2001).** *ITRS, PZ-90 and WGS 84: Current Realizations and the Related Transformation Parameters.* Journal of Geodesy, Vol.75, No.11, pp.613-619

- Braasch M.S. (1996).** *Multipath Effects* (Chapter 14). In: Parkinson B.W. and Spilker Jr. J.J. (Eds), Axelrad P. and Enge P. (Assoc.Eds.) *Global Positioning System: Theory and Applications* (Volume I), Progress in Astronautics and Aeronautics (Zarchan P, Editor-in-Chief), Vol.163. American Institute of Aeronautics and Astronautics
- Braun J, Rocken C, Meertens C.M. and Johanson J. (1993).** *GPS Antenna Mixing and Phase Center Corrections*. EOS Transactions AGU, Fall Meeting Supplement
- Brunner F.K. (1984).** *Geodetic Refraction: Effects on Electromagnetic Wave Propagation Through the Atmosphere*. Springer-Verlag, New York
- Brunner F.K. and Gu M. (1991).** *An Improved Model for the Dual Frequency Ionospheric Correction of GPS Observations*. Manuscripta Geodaetica, Vol.16, No.3, pp.205-214
- Brunner F.K, Hartinger H. and Troyer L. (1999).** *GPS Signal Diffraction Modelling: The Stochastic SIGMA- Δ Model*. Journal of Geodesy, No.73, No.5, pp.259-267
- Brunner F.K. and Welsch, W.M. (1993).** *Effect of the Troposphere on GPS Measurements*. GPS World, Vol. 4, No.1, pp.42-51
- Budden K.G. (1961).** *Radio Waves in the Ionosphere – The Mathematical Theory of the Reflection of Radio Waves from Stratified Ionised Layers*. The Syndics of the Cambridge University Press, London • New York • Ibadan
- Businger S, Chiswell S.R, Bevis M, Duan J, Anthes R.A, Rocken C, Ware R.H, Exner M, van Hove T. and Solheim F.S. (1996).** *The Promise of GPS in Atmospheric Monitoring*. Bulletin of the American Meteorological Society, Vol.77, No.1, pp.5-18
- Большев Л.Н. и Смирнов Н.В. (1968).** *Таблицы математической статистики*. Вчислительный центр АН СССР, Москва
- Cai C, Liu Z, Xia P. and Dai W. (2013).** *Cycle Slip Detection and Repair for Undifferenced GPS Observations Under High Ionospheric Activity*. GPS Solutions, Vol.17, No.2, pp.247-260
- Capderou M. (2005).** *Satellites: Orbits and Missions* (translated from French by Stephen Lyle), Springer-Verlag France, Paris
- Capderou M. (2012).** *Satellites: de Kepler au GPS*. Springer-Verlag France, Paris
- Capderou M. (2014).** *Handbook of Satellite Orbits: From Kepler to GPS*. Springer International Publishing Switzerland
- Carrano C.S, Groves K.M, McNeil W.J. and Doherty P.H. (2013).** *Direct Measurements of the Residual in the Ionosphere-Free Linear Combination During Scintillation*. Proceedings of the International Technical Meeting (ITM 2013) of The Institute of Navigation, January 28-30, San Diego, CA, USA
- Cartwright D.E. and Tayler R.J. (1971).** *New Computations of the Tide-Generating Potential*. Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society, Vol.23, No.1, pp.45-73
- Cassels J.W.S. (1971).** *An Introduction to the Geometry of Numbers* (2nd Printing,

- Corrected). Springer-Verlag, Berlin • Heidelberg • New York
- Chang C.C. (1995).** *Monitoring of Tide Gauge Heights in Western Europe by GPS.* Ph.D Thesis. University of Nottingham, Nottingham, UK
- Chang X.-W, Yang X. and Zhou T. (2005).** *MLAMBDA: A Modified LAMBDA Method for Integer Least-Squares Estimation.* Journal of Geodesy, Vol.79, No.9, pp.552-565
- Chao C.C. (1972).** *A Model for Tropospheric Calibration from Daily Surface and Radiosonde Balloon Measurement.* JPL Technical Memorandum 391-350, Jet Propulsion Laboratory, Pasadena, CA, USA
- Chen D. and Lachapelle G. (1995).** *A Comparison of the FASF and Least-Squares Search Algorithms for On-the-Fly Ambiguity Resolution.* Navigation, Vol.42, No.2, pp.371-390
- Chen X, Parini C.G, Collins B, Yao Y. and Rehman M.U. (2012).** *Antennas for Global Navigation Satellite Systems.* John Wiley & Sons Ltd, United Kingdom
- Cheng T.-P. (2015).** *A College Course on Relativity and Cosmology.* Oxford University Press, New York
- Choi K, Bilich A, Larson K.M. and Axelrad P. (2004).** *Modified Sidereal Filtering: Implications for High-Rate GPS Positioning.* Geophysical Research Letters, Vol.31, No.22, L22608
- Chui C.K. (1992).** *An Introduction to Wavelets.* Academic Press, Inc, Boston
- Clarke A.C. (1945).** *Extra-Terrestrial Relays.* Wireless World Magazine, Vol.11, No.10, pp.305-308
- Collins P, Gao Y, Lahaye F, Héroux P, MacLeod K. and Chen K. (2005).** *Accessing and Processing Real-Time GPS Corrections for Precise Point Positioning ... Some User Considerations.* Proceedings of the 18th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS 2005), September 13-16, Long Beach, CA, USA
- Colombo O.L, Bhapkar U.V. and Evans A.G. (1999).** *Inertial-Aided Cycle-Slip Detection/Correction for Precise, Long-Baseline Kinematic GPS.* Proceedings of the 12th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 1999), September 14-17, Nashville, TN, USA
- Conley R, Cosentino R, Hegarty C.J, Kaplan E.D, Leva J.L, de Haag M.U. and van Dyke K. (2006).** *Performance of Stand-Alone GPS (Chapter 7).* In: Kaplan E.D. and Hegarty C.J. (Eds). *Understanding GPS – Principles and Applications (2nd Edition).* Artech House Inc, Boston • London
- Counselman C.C. and Gourevitch S.A. (1981).** *Miniature Interferometer Terminals for Earth Surveying: Ambiguity and Multipath with Global Positioning System.* IEEE Transaction on Geoscience and Remote Sensing, Vol.GE-19, No.4, pp.244-252.
- Cummings W.B. and Gaylor D.W. (1974).** *Variance Component Testing in Unbalanced Nested Designs.* Journal of the American Statistical Association, Vol.69, No.347, pp.765-771
- Dach R, Hugentobler U, Fridez P. and Meindl M. (2007).** *Bernese GPS Software*

- Version 5.0 (User Manual)*. Astronomical Institute, University of Bern, Switzerland
- Dach R, Lutz S, Walser P. and Fridez P. (2015)**. *Bernese GNSS Software Version 5.2 (User Manual)*. Astronomical Institute, University of Bern, Switzerland
- Dai W, Huang D. and Cai C. (2014)**. *Multipath Mitigation via Component Analysis Methods for GPS Dynamic Deformation Monitoring*. *GPS Solutions*, Vol.18, No.3, pp.417-428
- Danasabe D.J, Mustapha O.L and Yabayanze T.S. (2015)**. *Determination of the Best-Fit Tropospheric Delay Model on the Nigerian Permanent GNSS Network*. *Journal of Geosciences and Geomatics*, Vol.3, No.4, pp.88-95
- Darin F, Johansson J, Carlsson R, Elgered G, Jarlemark P. and Rönnäng B. (1997)**. *Continuous Monitoring of the Atmosphere Using GPS*. Proceedings of the 10th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 1997), September 16-19, Kansas City, MO, USA
- Date, G. (2015)**. *General Relativity Basics and Beyond*. CRC Press, Taylor & Francis Group, Boca Raton • London • New York
- Datta-Barua S, Walter T, Blanch J. and Enge P. (2008)**. *Bounding Higher-Order Ionosphere Errors for the Dual-Frequency GPS User*. *Radio Science*, Vol.43, No.5, pp.1-15
- Davies K. (1990)**. *Ionospheric radio*. P.Peregrinus on behalf of the Institution of Electrical Engineers, London
- Davis J.L. (1986)**. *Atmospheric Propagation Effects on Radio Interferometry*. AFGL Technical Report 86-0243, Scientific Report No.1, US Air Force Geophysics Laboratory, Hanscom Air Force Base (AFB), MA, USA
- Davis J.L, Herring T.A, Shapiro I.I, Rogers A.E.E. and Elgered G. (1985)**. *Geodesy by Radio Interferometry: Effects of Atmospheric Modeling Errors on Estimates of Baseline Length*. *Radio Science*, Vol.20, No.6, pp.1593-1607
- Dawidowicz K. (2010)**. *Antenna Phase Center Variations Corrections in Processing of GPS Observations With Use of Commercial Software*. *Technical Sciences*, No.13, pp.120-132
- de Jonge P.J. and Tiberius C.C.J.M. (1996)**. *The LAMBDA Method for Integer Ambiguity Estimation: Implementation Aspects*. LGR-Series, Publications of the Delft Geodetic Computing Centre, No.12. Delft University of Technology, Delft, Netherlands
- Deng L, Jiang W, Chen H, Zhu Z. and Zhao W. (2017)**. *Study of the Effects on GPS Coordinate Time Series Caused by Higher-Order Ionospheric Corrections Calculated Using the DIPOLE Model*. *Geodesy and Geodynamics*, Vol.8, pp.111-119
- Dilßner F. (2007)**. *Zum Einfluss des Antennenfeldes auf die hochpräzise GNSS-Positionsbestimmung*. Dissertationen. Wissenschaftliche Arbeiten des Fachrichtung Geodäsie und Geoinformatik der Leibniz Universität Hannover, Nr.271, Hannover, Deutschland
- Dixon T.H. (1991)**. *An Introduction to the Global Positioning System and Some*

Geological Application. Reviews of Geophysics, Vol. 29, No.2, pp.249-276

- Dixon T.H. and Kornreich Wolf S. (1990).** *Some Tests of Wet Tropospheric Calibration for the CASA Uno Global Positioning System Experiment.* *Geophysical Research Letters*, Vol.17, No.3, pp.203-206
- Dodo J.D. and Kamarudin M.N. (2007).** *The Influence of Different Global Tropospheric Models on Baseline Precision in a Local GPS Network: Case of the Malaysian Johor RTKnet.* Proceedings of Joint International Symposium & Exhibition on Geoinformation 2007 & International Symposium on GPS/GNSS 2007 (ISG-GNSS2007), November 5-7, Persada Johor International Convention Centre, Johor Bahru, Malaysia
- Dodson A.H, Shardlow P.J, Hubbard L.C.M, Elgered G. and Jarlemark P.O.J. (1996).** *Wet Tropospheric Effects on Precise Relative GPS Height Determination.* *Journal of Geodesy*, Vol.70, No.4, pp.188-202
- Duan J, Bevis M, Fang P, Bock Y, Chiswell S.R, Businger S, Rocken C, Solheim F.S, van Hove T, Ware R.H, McClusky S, Herring T.A. and King R.W. (1996).** *GPS Meteorology: Direct Estimation of the Absolute Value of Precipitable Water.* *Journal of Applied Meteorology*, Vol.35, No.6, pp.830-838
- Durmaz M. (2013).** *Non-Parametric and Semi-Parametric Regional Modeling of the Ionospheric Vertical Total Electron Content Using Ground-Based GPS Measurements.* Ph.D Thesis. Middle East Technical University, Ankara, Turkey
- Easton R.D. and Frazier E.F. (2013).** *GPS Declassified: From Smart Bombs to Smartphones.* Potomac Books. An Imprint of the University of Nebraska Press
- Eisen E.J. (1966).** *The Quasi-F Test for an Unnested Fixed Factor in an Unbalanced Hierarchical Design with a Mixed Model.* *Biometrics*, Vol.22, No.4, pp.937-942
- Elgered G. (1992).** *Refraction in the Troposphere.* In: de Munck J.C. and Spoelstra T.A.Th. (Eds) *Refraction of Transatmospheric Signals in Geodesy* (Proceedings of the Symposium, Hague, Netherlands, May 19-22). Netherlands Geodetic Commission, Publications in Geodesy, New Series No.36
- Elgered G, Davis J.L, Herring T.A. and Shapiro I.I. (1991).** *Geodesy by Radio Interferometry: Water Vapor Radiometry for Estimation of the Wet Delay.* *Journal of Geophysical Research*, Vol.96, No.B4, pp.6541-6555
- El-Hattab A.I. (2013).** *Influence of GPS Antenna Phase Center Variation on Precise Positioning.* *NRIAG Journal of Astronomy and Geophysics*, Vol.2, No.2, pp.272-277
- Elósegui P, Davis J.L, Jaldehag R.T.K, Johansson J.M, Niell A.E. and Shapiro I.I. (1995).** *Geodesy using the Global Positioning System: The effects of signal scattering on estimates of site position.* *Journal of Geophysical Research*, Vol.100, No.B6, pp.9921–9934
- El-Rabbany A. (2006).** *Introduction to GPS: The Global Positioning System* (2nd Edition). Artech House Inc, Norwood, MA, USA
- Elsobeiey M. and El-Rabbany A. (2010).** *Rigorous Modeling of GPS Residual Errors for Precise Point Positioning.*
http://www.isprs.org/proceedings/XXXVIII/part1/09/09_04_Paper_136.pdf

- Elsobeiey M. and El-Rabbany A. (2012).** *On Modelling of Second-Order Ionospheric Delay for GPS Precise Point Positioning.* Journal of Navigation, Vol.65, No.1, pp.59-72
- Euler H.-J. and Goad C.C. (1991).** *On Optimal Filtering of GPS Dual Frequency Observations without Using Orbit Information.* Bulletin Géodésique, Vol.65, No.2, pp.130-143
- Euler H.-J. and Landau H. (1992).** *Fast GPS Ambiguity Resolution On-the-Fly for Real-Time Application.* Proceedings of the 6th International Geodetic Symposium on Satellite Positioning, March 17-20, Ohio State University, Columbus, OH, USA
- Euler H.-J. and Schaffrin B. (1991).** *On a Measure for the Discernibility between Different Ambiguity Solutions in the Static-Kinematic GPS-Mode.* In: Schwarz K.-P. and Lachapelle G. (Eds) Kinematic Systems in Geodesy, Surveying, and Remote Sensing. International Association of Geodesy Symposia, Vol.107. Springer-Verlag, New York
- Falko M, Seeber G, Völksen C, Wübbena G. and Schmitz M. (1998).** *Results of Absolute Field Calibration of GPS Antenna PCV.* Proceedings of the 11th International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation (ION GPS 1998), September 15-18, Nashville, TN, USA
- Fan K.K. and Ding X.L. (2006).** *Estimation of GPS Carrier Phase Multipath Signals Based on Site Environment.* Journal of Global Positioning Systems, Vol.5, No.1-2, pp.22-28
- Fang R. (2010).** *High-Rate GPS Data Non-Difference Precise Processing and Its Application on Seismology.* Ph.D Thesis. Wuhan University, Wuhan, China
- Faraoni V. (2013).** *Special Relativity.* Undergraduate Lecture Notes in Physics. Springer International Publishing Switzerland
- Farrell W.E. (1972).** *Deformation of the Earth by Surface Loads.* Reviews of Geophysics and Space Physics, Vol.10, No.3, pp.761-797
- Fernández-Plazaola U, Martín-Guerrero T.M, Entrambasaguas-Muñoz J.T, Martín-Neira M. (2004).** *The Null Method Applied to GNSS Three-Carrier Phase Ambiguity Resolution.* Journal of Geodesy, Vol.78, No.1-2, pp.96-102.
- Ferraro R. (2007).** *Einstein's Space-Time: An Introduction to Special and General Relativity.* Springer Science+Business Media LLC, New York
- Foster J. and Nightingale J.D. (1995).** *A Short Course in General Relativity* (2nd Edition). Springer-Verlag Inc, New York
- Frei E. (1991).** *GPS – Fast Ambiguity Resolution Approach "FARA": Theory and Application.* Paper presented at XX General Assembly of the IUGG, IAG-Symposium GM 1/4, August 11-24, Vienna, Austria
- Frei E. and Beutler G. (1990).** *Rapid Static Positioning Based on the Fast Ambiguity Resolution Approach FARA: Theory and First Results.* Manuscripta Geodaetica, Vol.15, No.6, pp.325-356
- Fritsche M, Dietrich R, Knöfel C, Rülke A, Vey S, Rothacher M. and Steigenberger P. (2005).** *Impact of Higher-Order Ionospheric Terms on GPS*

- Estimates*. Geophysical Research Letters, Vol.32, L23311, pp.1-5
- Fuchser T.D. (1976).** *Oscillator Stability for Carrier Phase Lock*. Internal Memorandum G(S)-60233, Texas Instruments Inc.
- Ganguli M. (1941).** *A Note on Nested Sampling*, Sankhyā: The Indian Journal of Statistics, Vol.5, No.4, pp.449-452
- Gao Y. and Li Z. (1999).** *Cycle Slip Detection and Ambiguity Resolution Algorithms for Dual-Frequency GPS Data Processing*. Marine Geodesy, Vol.22, No.4, pp.169-181
- Ge L, Han S. and Rizos C. (2000).** *Multipath Mitigation of Continuous GPS Measurements Using an Adaptive Filter*. GPS Solutions, Vol.4, No.2, pp.19-30
- Geiger A. (1988).** *Modeling of Phase Center Variation and Its Influence on GPS-Positioning*. In: Groten E. and Strauß R. (Eds) *GPS-Techniques Applied to Geodesy and Surveying*, Lecture Notes in Earth Sciences, Vol.19. Springer-Verlag, Berlin • Heidelberg
- Georgiadou P.Y. and Kleusberg A. (1988).** *On Carrier Signal Multipath Effects in Relative GPS Positioning*. Manuscripta Geodaetica, Vol.13, No.3, pp.172-179
- Georgiadou P.Y. and Kleusberg A. (1998).** *On the Effect of Ionospheric Delay on Geodetic Relative GPS Positioning*. Manuscripta Geodaetica, Vol.13, No.1, pp.1-8
- Gipson J.M. and Ma C. (1998).** *Site Displacement due to Variation in Earth Rotation*. Journal of Geophysical Research, Vol.103, No.B4, pp.7337-7350
- Giraud A. and Petit M. (1978).** *Ionospheric Techniques and Phenomena*. Geophysics and Astrophysics Monographs. D.Reidel Publishing Company, Dordrecht
- Gleason S. and Gebre-Egziabher D. (2009).** *GNSS Applications and Methods*. Artech House, Boston • London
- Goad C.C. (1985).** *Precise Positioning With the Global Position System*. Proceedings of the 3rd International Symposium on Inertial Technology for Surveying and Geodesy, September 16-20, Banff, Alberta, Canada
- Goad C.C. and Goodman L. (1974).** *A Modified Hopfield Tropospheric Refraction Correction Model*. Paper presented at the American Geophysical Union (AGU) Fall Meeting, December 12-17, San Francisco, CA, USA
- Golub G.H. and van Loan C.F. (1996).** *Matrix Computations* (3rd Edition). The Johns Hopkins University Press, Baltimore • London
- Grafarend E.W. (2000).** *Mixed Integer-Real Valued Adjustment (IRA) Problems: GPS Initial Cycle Ambiguity Resolution by Means of the LLL Algorithm*. GPS Solutions, Vol.4, No.2: pp.31-44
- Graybill F.A. (1961).** *An Introduction to Linear Statistical Models* (Volume I). McGraw-Hill, New York
- Grejner-Brzezinska D.A, Kashani I, Wielgosz P, Smith D.A, Spencer P.S.J, Robertson D.S. and Mader G.L. (2007).** *Efficiency and Reliability of Ambiguity Resolution in Network-Based Real-Time Kinematic GPS*. Journal of Surveying Engineering, Vol.133, No.2, pp.56-65

- Grejner-Brzezinska D.A, Wielgosz P, Kashani I, Smith D.A, Spencer P.S.J, Robertson D.S. and Mader G.L. (2004).** *An Analysis of the Effects of Different Network-Based Ionosphere Estimation Models on Rover Positioning Accuracy.* Journal of Global Positioning Systems, Vol.3, No.1-2, pp.115-131
- Grewal M.S. and Andrews A.P. (2015).** *Kalman Filtering: Theory and Practice Using MATLAB®* (4th Edition). John Wiley & Sons Inc, Hoboken • New Jersey
- Grewal M.S, Andrews A.P. and Bartone C.G. (2013).** *Global Navigation Satellite Systems, Inertial Navigation, and Integration* (3rd Edition). John Wiley & Sons Inc, Hoboken • New Jersey
- Grøn Ø and Hervik S. (2007).** *Einstein's General Theory of Relativity With Modern Applications in Cosmology.* Springer Science+Business Media LLC, New York
- Grötschel M, Lovász L. and Schrijver A. (1993).** *Geometric Algorithms and Combinatorial Optimization.* Springer-Verlag, Berlin • Heidelberg
- Groves P.D. (2008).** *Principles of GNSS, Inertial, and Multisensor Integrated Navigation Systems.* Artech House Inc, Boston • London
- Gruber P.M. and Lekkerkerker C.G. (1987).** *Geometry of Numbers* (2nd Edition). North-Holland Mathematical Library, Amsterdam • New York • Oxford • Tokyo
- Guo J. and Langley R.B. (2003).** *A New Tropospheric Propagation Delay Mapping Function For Elevation Angles Down To 2°.* Proceedings of the 16th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS/GNSS 2003), September 9-12, Portland, OR, USA
- Hadas T, Kaplon J, Bosy J, Sierny J. and Wilgan K. (2013).** *Near-Real-Time Regional Troposphere Models for the GNSS Precise Point Positioning Technique.* Measurement Science and Technology, Vol.24, No.5, Paper 055003
- Hagerman L. (1973).** *Effects of Multipath on Coherent and Noncoherent PRN Ranging Receiver.* Aerospace Report No.TOR-0073(3020-03)-3. Development Planning Division, The Aerospace Corporation, May 15
- Hald A. (1957).** *Statistical Theory with Engineering Applications* (3rd Printing). John Wiley & Sons Inc, New York
- Han S. (1997).** *Quality Control Issues Relating to Instantaneous Ambiguity Resolution for Real-Time GPS Kinematic Positioning.* Journal of Geodesy, Vol.71, No.6, pp.351-361
- Han S. and Rizos C. (1996).** *Integrated Methods for Instantaneous Ambiguity Resolution Using New-Generation GPS Receivers.* Proceedings of Position, Location and Navigation Symposium (PLANS 96), April 22-25, Atlanta, GA, USA
- Han S. and Rizos C. (1998).** *Instantaneous Ambiguity Resolution for Medium-Range GPS Kinematic Positioning Using Multiple Reference Stations.* In: Brunner, F.K. (Ed) Advances in Positioning and Reference Frames. International Association of Geodesy Symposia, Vol.118. Springer-Verlag, Berlin • Heidelberg
- Hannah B. (2001).** *Modeling and Simulation of GPS Multipath Propagation.* Ph.D Thesis. Queensland University of Technology, Brisbane City, Queensland, Australia

- Hartinger H. and Brunner F.K. (1999).** *Variances of GPS Phase Observations: The SIGMA- ε Model.* GPS Solutions, Vol.2, No.4, pp.35-43
- Hatch R. (1990).** *Instantaneous Ambiguity Resolution.* In: Schwarz K.-P. and Lachapelle G. (Eds) Kinematic Systems in Geodesy, Surveying, and Remote Sensing. Proceedings of International Association of Geodesy Symposia Vol.107, September 10-13, Banff, Alberta, Canada
- Hedin A.E. (1987).** *MSIS-86 Thermospheric Model.* Journal of Geophysical Research – Space Physics, Vol.92, No.A5, pp.4649-4662
- Hedin A.E. (1991).** *Extension of the MSIS Thermosphere Model in the Middle and Lower Atmosphere.* Journal of Geophysical Research – Space Physics, Vol.96, No.A2, pp.1159-1172
- Hein G.W. (1990).** *Kinematic Differential GPS Positioning: Applications in Airborne Photogrammetry and Gravimetry.* In: Crosilla F. and Mussio L. (Eds) Il Sistema di Posizionamento Globale Satellitare GPS. International Centre for Mechanical Sciences, Collana di Geodesia e Cartografia, Udine, Italy
- Henriksen R.N. (2011).** *Practical Relativity: From First Principles to the Theory of Gravity.* John Wiley & Sons Ltd, United Kingdom
- Hernández-Pajares M, Juan J.M, Sanz J, Aragón-Àngel À, García-Rigo A, Salazar D. and Escudero M. (2011).** *The Ionosphere: Effects, GPS Modeling and the Benefits for Space Geodetic Techniques.* Journal of Geodesy, Vol.85, No.12, pp.887-907
- Herring T.A (1992).** *Modeling Atmospheric Delays in the Analysis of Space Geodetic Data.* In: de Munck J.C. and Spoelstra T.A.Th. (Eds) Refraction of Transatmospheric Signals in Geodesy (Proceedings of the Symposium, The Hague, The Netherlands, May 19-22). Netherlands Geodetic Commission, Publications in Geodesy, New Series No.36
- Herring T.A, Davis J.L. and Shapiro I.I. (1990).** *Geodesy by Radio Interferometry: The Application of Kalman Filtering to the Analysis of Very Long Baseline Interferometry Data.* Journal of Geophysical Research, Vol.95, No.B8, pp.12561-12581
- Heßelbarth A. (2009).** *GNSS-Auswertung mittels Precise Point Positioning (PPP).* Zeitschrift für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement (ZfV), 134.Jahrgang, Heft 5, Seite 278-286.
- Hobson M.P, Efstathiou G.P. and Lasenby A.N. (2006).** *General Relativity: An Introduction for Physicists.* Cambridge University Press, New York
- Hofmann-Wellenhof B, Lichtenegger H. and Collins J. (2001).** *GPS Theory and Practice* (5th Edition). Springer, New York
- Hofmann-Wellenhof B, Lichtenegger H. and Wasle E. (2008).** *GNSS – Global Navigation Satellite Systems: GPS, GLONASS, Galileo and More.* Springer-Verlag, Wien
- Hofmann-Wellenhof B. and Moritz H. (2006).** *Physical Geodesy* (2nd, Corrected Edition). Springer-Verlag, Wien

- Holaschutz D, Bishop R.H, Harris R.B. and Tolman B. (2008).** *Inter-Frequency Bias Estimation for the GPS Monitor Station Network.* Proceedings of the 21st International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS 2008), September 16-19, Savannah, GA, USA
- Holdridge D.B. (1967).** *An Alternate Expression for Light Time Using General Relativity.* JPL Space Program Summary 37-48, III, pp.2-4
- Hopfield H.S. (1969).** *Two-Quartic Tropospheric Refractivity Profile for Correcting Satellite Data.* Journal of Geophysical Research, Vol.74, No.18, pp.4487-4499
- Hoque M.M. and Jakowski N. (2007).** *Higher Order Ionospheric Effects in Precise GNSS Positioning.* Journal of Geodesy, Vol.81, No.4, pp.259-268
- Hoque M.M. and Jakowski N. (2008a).** *Estimate of Higher Order Ionospheric Errors in GNSS Positioning.* Radio Science, Vol.43, RS5008, pp.1-15
- Hoque M.M. and Jakowski N. (2008b).** *Mitigation of Higher Order Ionospheric Effects on GNSS Users in Europe.* GPS Solutions, Vol.12, No.2, pp.87-97
- Hsieh C.-H. and Wu J. (2008).** *Multipath Reduction on Repetition in Time Series from the Permanent GPS Phase Residuals.* The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences, Vol.XXXVII, Part B4, Beijing, China
- Hugentobler U, Schaer S. and Fridez P. (2001).** *Bernese GPS Software Version 4.2 (Documentation).* Astronomical Institute, University of Bern, Switzerland
- Hunsucker R.D. and Hargreaves J.K. (2003).** *The High-Latitude Ionosphere and Its Effects on Radio Propagation.* Cambridge University Press, New York
- Ibrahim H.E. and El-Rabbany A. (2007).** *Stochastic Modeling of Residual Tropospheric Delay.* Proceedings of the 2007 National Technical Meeting of The Institute of Navigation, January 22-24, San Diego, CA, USA
- ICD-GPS-200C (1993).** *Navstar GPS Space Segment / Navigation User Interfaces (Interface Control Document).* ARINC Research Corporation, El Segundo, CA, USA
- IERS (2018a).** *Announcement of DUT1 (Bulletin D137).* Earth Orientation Center of International Earth Rotation and Reference Systems Service, Observatory in Paris, France, 16 February 2018.
- IERS (2018b).** *Information on UTC-TAI (Bulletin C55).* Earth Orientation Center of International Earth Rotation and Reference Systems Service, Observatory in Paris, France, 09 January 2018.
- Ifadis I.I. (1986).** *The Atmospheric Delay of Radio Waves: Modeling the Elevation Dependence on a Global Scale.* Technical Report No.38L. Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden
- Irsigler M. (2008).** *Multipath propagation, Mitigation and Monitoring in the Light of Galileo and the Modernized GPS.* Ph.D Thesis. Bundeswehr University Munich, Germany
- Jain R.C, Singh J. and Agrawal R. (1991).** *Interval Estimation in Two Way Nested Unbalanced Random Model.* Trabajos de Estadística, Vol.6, Núm.2, pp.33-40

- Jakowski N, Porsch F. and Mayer G. (1994).** *Ionosphere-Induced-Ray-Path Bending Effects in Precise Satellite Positioning Systems.* Zeitschrift für Satellitengestützte Positionierung, Navigation und Kommunikation, SPN 1/94, pp.6-13. Herbert Wichmann Verlag, Karlsruhe
- Janes H.W, Langley R.B. and Newby S.P. (1991).** *Analysis of Tropospheric Delay Prediction Models: Comparisons with Ray Tracing and Implications for GPS Relative Positioning.* Bulletin Géodésique, Vol.65, No.3, pp.151-161
- Janssen V, Roberts C, Rizos C. and Abidin H.Z. (2001).** *Experiences with a Mixed-Mode GPS-Based Volcano Monitoring System at Mt. Papandayan, Indonesia.* Geomatics Research Australasia, Vol.74, No.1, pp.43-57
- Jensen A.B.O. and Ovstedal O. (2008).** *The Effect of Different Tropospheric Models on Precise Point Positioning in Kinematic Mode.* Survey Review, Vol.40, No.308, pp.173-187
- Jin S, Cardellach E. and Xie F. (2014).** *GNSS Remote Sensing: Theory, Methods and Applications.* Remote Sensing and Digital Image Processing (Volume 19). Springer Science+Business Media, Dordrecht
- Jin S. and Wang J. (2004).** *Impacts of Stochastic Modeling on GPS-Derived ZTD Estimations.* Proceedings of the 17th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS 2004), September 21-24, Long Beach, CA, USA
- Jin X.X. and de Jong C.D. (1996).** *Relationship between Satellite Elevation and Precision of GPS Code Observations.* The Journal of Navigation, Vol.49, No.2, pp.253-265
- Johnson G. and Zaugg T. (2001).** *Measuring Interchannel Bias in GPS Receivers.* Proceedings of the 57th Annual Meeting of The Institute of Navigation, June 11-13, Albuquerque, NM, USA
- Jonkman N.F. (1998).** *The Geometry-Free Approach to Integer GPS Ambiguity Estimation.* Proceedings of the 11th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 1998), September 15-18, Nashville, TN, USA
- Joos G. (1956).** *Lehrbuch der Theoretischen Physik* (9th Edition). Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig K-G, Leipzig
- Joosten P. and Verhagen S. (2003).** *Analysis of Ambiguity Resolution Algorithms and Quality Control Parameters for Global Navigations Satellite Systems.* ESA publication, Contract No.16793/02/NL/LvH
- Kalita J.Z. and Rzepecka Z. (2015).** *Impact of Ocean Tides Loading on Precise Point Positioning Based on FES2004 Model.* Artificial Satellites, Vol.50, No.2, pp.77-89
- Kaplan E.D. and Hegarty C.J. (Eds) (2006).** *Understanding GPS – Principles and Applications* (2nd Edition). Artech House Inc, Boston • London
- Kaplan G.H. (1981).** *Nutation Data from Radio Interferometer Observations.* Proceedings of the 9th International Symposium on Earth Tides. E. Schweizerbart'sche Verlagsbuchhandlung, Stuttgart

- Karabatić A. (2011).** *Precise Point Positioning (PPP) – An Alternative Technique for Ground Based GNSS Troposphere Monitoring.* Geowissenschaftliche Mitteilungen, No.86, Vienna University of Technology, Vienna, Austria
- Karslıoğlu M.O. and Durmaz M. (2012).** *Regional Spatio-Temporal Modeling of the Ionospheric Vertical Total Electron Content (VTEC) using Multivariate Adaptive Regression B-Splines (BMARS).* Journal of Geodesy and Geoinformation, Vol.1, No.1, pp.9-16
- Kashani I, Wielgosz P, Grejner-Brzezinska D.A. and Mader G.L. (2005).** *A New Network-Based Rapid-Static Module for the NGS Online Positioning User Service – OPUS-RS.* Proceedings of the 61st Annual Meeting of The Institute of Navigation, June 27-29, Cambridge, MA, USA
- Kedar S, Hajj G.A, Wilson B.D. and Heflin M.B. (2003).** *The Effect of the Second Order GPS Ionospheric Correction on Receiver Positions.* Geophysical Research Letters, Vol.30, No.16, 1829
- Kelley M.C. (2009).** *The Earth's Ionosphere: Plasma, Physics & Electrodynamics* (2nd Edition). Academic Press/Elsevier, San Diego
- Khuri A.I. (1987).** *An Exact Test for the Nesting Effects Variance Component in an Unbalanced Random Two-Fold Nested Model.* Statistics & Probability Letters, Vol.5. No.4, pp.305-311
- Kim D. and Langley R.B. (1999).** *An Optimized Least-Squares Technique for Improving Ambiguity Resolution and Computational Efficiency.* Proceedings of the 12th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 1999), September 14-17, Nashville, TN, USA
- Kim D. and Langley R.B. (2000).** *GPS ambiguity resolution and validation: Methodologies, Trends and Issues.* Proceedings of the 7th GNSS Workshop – International Symposium on GPS/GNSS, November 30 – December 2, Seoul, Korea
- Kim D. and Langley R.B. (2002).** *Instantaneous Real-Time Cycle-Slip Correction for Quality Control of GPS Carrier-Phase Measurements.* Journal of the Institute of Navigation, Vol.49, No.4, pp.205-222
- Kim B.C. and Tinin M.V. (2007).** *Contribution of Ionospheric Irregularities to the Error of Dual-Frequency GNSS Positioning.* Journal of Geodesy, Vol.81, No.3, pp.189-199
- Kim B.C. and Tinin M.V. (2011).** *Potentialities of Multifrequency Ionospheric Correction in Global Navigation Satellite Systems.* Journal of Geodesy, Vol.85, No.3, pp.159-169
- King R.W. and Bock Y. (1999).** *Documentation for the GAMIT GPS Analysis Software.* Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA, USA
- Knecht D.J. and Shuman B.M. (1985).** *The Geomagnetic Field.* In: Jursa, A.S. (Ed) Handbook of Geophysics and the Space Environment. Air Force Geophysics Laboratory, Bedford, MA, USA
- Koch K.-R. (1999).** *Parameter Estimation and Hypothesis Testing in Linear Models* (2nd, Updated and Enlarged Edition). Springer-Verlag, Berlin • Heidelberg

- Kouba J. (2009).** *A Guide to Using International GNSS Service (IGS) Products.*
<http://acc.igs.org/UsingIGSProductsVer21.pdf>
- Krásná H, Böhm J, Haas R. and Schuh H. (2013).** *Zonal Love and Shida Numbers Estimated by VLBI.* In: Zubko N. and Poutanen M. (Eds) Reports of the Finnish Geodetic Institute, Proceedings of the 21st Meeting of the European VLBI Group for Geodesy and Astronomy, Vol.2013, No.1
- Kunysz W. (2001).** *Advanced Pinwheel Compact Controlled Reception Pattern Antenna (AP-CRPA) Designed for Interference and Multipath Mitigation.* Proceedings of the 14th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 2001),September 11-14, Salt Lake City, UT, USA
- Landau L.D. and Lifshitz E.M. (1975).** *The Classical Theory of Fields* (4th Revised English Edition). Course of Theoretical Physics, Volume 2. Reed Educational and Professional Publishing, Ltd.
- Landskron D. and Böhm J. (2018).** *VMF3/GPT3: Refined Discrete and Empirical Troposphere Mapping Functions.* Journal of Geodesy, Vol.92, pp.349-360
- Langley R.B. (1992).** *The Effect on the Ionosphere and Troposphere on Satellite Positioning Systems.* In: de Munck J.C. and Spoelstra T.A.Th. (Eds) Refraction of Transatmospheric Signals in Geodesy (Proceedings of the Symposium, Hague, Netherlands, May 19-22). Netherlands Geodetic Commission, Publications in Geodesy, New Series No.36
- Lanyi G.E. (1984).** *Tropospheric Delay Effects in Radio Interferometry.* The Telecommunications and Data Acquisition Progress Report, TDA PR 42-78, Jet Propulsion Laboratory, Pasadena, CA, USA
- Larson K.M, Bilich A. and Axelrad P. (2007).** *Improving the Precision of High-Rate GPS.* Journal of Geophysical Research, Vol.112, No.B5, B05422
- Lau L. (2005).** *Phase Multipath Modeling and Mitigation in Multiple Frequency GPS and Galileo Positioning.* Ph.D Thesis. University College London, University of London, London, UK
- Lau L. (2012).** *Comparison of Measurement and Position Domain Multipath Filtering Techniques with the Repeatable GPS Orbits for Static Antennas.* Survey Review, Vol.44, No.324, pp.9-16
- Lau L. and Cross P. (2007).** *Investigations into Phase Multipath Mitigation Techniques for High Precision Positioning in Difficult Environment.* The Journal of Navigation, Vol.60, pp.457-482
- Lau L. and Mok E. (1999).** *Improvement of GPS Relative Positioning Accuracy by Using SNR.* Journal of Surveying Engineering, Vol.125, No.4, pp.185-202
- Leandro R.F, Langley R.B. and Santos M.C. (2007).** *Estimation of P2-C2 Bias by Means of Precise Point Positioning.* Proceedings of the 63rd Annual Meeting of The Institute of Navigation, April 23-25, Cambridge, MA, USA
- Lee H.K, Wang J. and Rizos C. (2003).** *Effective Cycle Slip Detection and Identification for High Precision GPS/INS Integrated Systems.* The Journal of

Navigation, Vol.56, No.3, pp.475-486

- Lehmann E.L. and Romano J.P. (2008).** *Testing Statistical Hypotheses* (3rd Edition, 2nd Corrected Printing). Springer-Verlag Inc, New York
- Leick A. (1995).** *GPS Satellite Surveying* (2nd Edition). John Wiley & Sons Inc, New York
- Leick A. (2004).** *GPS Satellite Surveying* (3rd Edition). John Wiley & Sons Inc, Hoboken • New Jersey
- Leick A, Rapoport, L. and Tatarnikov, D. (2015).** *GPS Satellite Surveying* (4th Edition). John Wiley & Sons Inc, Hoboken • New Jersey
- Lejeune S, Wautelet G. and Warnant R. (2012).** *Ionospheric Effects on Relative Positioning within a Dense GPS Network*. GSP Solutions, Vol.16, No.1, pp.105-116
- Leong S.K, Musa T.A, Omar K. and Abdullah K.A. (2010).** *Ionospheric Residual Analysis for Network-RTK in Low-Latitude Area: Towards Solar Cycle 24*. Journal of Aeronautics, Astronautics and Aviation (Series A), Vol.42, No.4, pp.253-258
- Leroux C, Deuzé J.-L, Goloub P, Sergent C. and Fily M. (1998).** *Ground Measurements of the Polarized Bidirectional Reflectance of Snow in the Near-Infrared Spectral Domain: Comparisons with Model Results*. Journal of Geophysical Research, Vol.103, No.D16, pp.19721-19731
- Lichten S.M. (1990).** *Estimation and Filtering for High-Precision GPS Positioning Applications*. Manuscripta Geodaetica, Vol.15, pp.159-176
- Lichten S.M. and Border J.S. (1987).** *Strategies for High-Precision Global Positioning System Orbit Determination*. Journal of Geophysical Research, Vol.92, No.B12, pp.12751-12762
- Liu J, Wang Z, Zhang H. and Zhu W. (2008).** *Comparison and Consistency Research of Regional Ionospheric TEC Models Based on GPS Measurements*. Geomatics and Information Science of Wuhan University, Vol.33, No.5, pp.479-483
- Liu X. (2002).** *A Comparison of Stochastic Models for GPS Single Differential Kinematic Positioning*. Proceedings of the 15th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 2002), September 24-27, Portland, OR, USA
- Liu Z. (2010).** *A New Automated Cycle Slip Detection and Repair Method for a Single Dual-Frequency GPS Receiver*. Journal of Geodesy, Vol.85, No.3, pp.171-183
- Liu Z, Li Y, Guo J. and Li F. (2016).** *Influence of Higher-Order Ionospheric Delay Correction on GPS Precise Orbit Determination and Precise Positioning*. Geodesy and Geodynamics, Vol.7, No.5, pp.369-376
- Lu Z, Qu Y. and Qiao S. (2014).** *Geodesy: Introduction to Geodetic Datum and Geodetic Systems*. Springer-Verlag, Berlin • Heidelberg
- Lucas C.A. (2009).** *Surface Structure Determination by Interference Techniques* (Chapter 8). In: Vickerman J.C. and Gilmore I.S. (Eds) *Surface Analysis – The Principal Techniques* (2nd Edition). John Wiley & Sons Ltd, Chichester
- Luo X. (2013).** *GPS Stochastic Modelling – Signal Quality Measures and ARMA*

- Processes*. Springer Theses, Recognizing Outstanding Ph.D Research (Doctoral Thesis accepted by the Karlsruhe Institute of Technology, Karlsruhe, Germany). Springer-Verlag, Berlin • Heidelberg
- Mader G.L. (1999).** *GPS Antenna Calibration at the National Geodetic Survey*. GPS Solutions, Vol.3, No.1, pp.50-58
- Mader G.L. (2001).** *A Comparison of Absolute and Relative GPS Antenna Calibrations*. GPS Solutions, Vol.4, No.4, pp.37-40
- Madry S. (2015).** *Global Navigation Satellite Systems and Their Applications*. Springer Briefs in Space Development. Springer, New York • Heidelberg • Dordrecht • London
- Maini A.K. and Agrawal V. (2007).** *Satellite Technology: Principles and Applications*. John Wiley & Sons Ltd, England
- Marini J.W. (1972).** *Correction of Satellite Tracking Data for an Arbitrary Tropospheric Profile*. Radio Science, Vol.7, No.2, pp.223-231
- Martín-Neira M, Toledo M. and Pelaez A. (1995).** *The Null Space Method for GPS Integer Ambiguity Resolution*. Proceedings of the 4th International Conference on Differential Satellite Navigation Systems (DSNS 95), April 24-28, Bergen, Norway
- Mathews P.M., Buffett B.A. and Shapiro I.I. (1995).** *Love Numbers for a Rotating Spheroidal Earth: New Definitions and Numerical Values*, Geophysical Research Letters, Vol.22, No.5, pp.579-582
- Mathews P.M, Dehant V. and Gipson J.M. (1997).** *Tidal station displacements*. Journal of Geophysical Research, Vol.102, No.B9, pp.20469–20477
- McCarthy D.D. (1996).** *IERS Conventions*. IERS Technical Note No.21. Central Bureau of IERS - Observatoire de Paris
- Melbourne W.G. (1985).** *The Case for Ranging in GPS Based Geodetic Systems*. In: Goad, C. (Ed) Proceedings of the 1st International Symposium on Precise Positioning with the Global Positioning System, April 15-19, Rockville, MD, USA
- Melchior P. (1978).** *The Tides of the Planet Earth*. Pergamon Press, Oxford
- Mendes V.B. (1999).** *Modelling the Neutral-Atmospheric Propagation Delay in Radiometric Space Techniques*. Ph.D Thesis, Department of Geodesy and Geomatics Engineering Technical Report No.199. University of New Brunswick, Fredericton, Canada
- Mendes V.B. and Langley R.B. (1994).** *A Comprehensive Analysis of Mapping Functions Used in Modeling Tropospheric Propagation Delay in Space Geodetic Data*. Proceedings of KIS94, International Symposium on Kinematic Systems in Geodesy, Geomatics and Navigation, 30 August - 2 September, Banff, Alberta, Canada
- Merrill R.T. and McElhinny M.W. (1983).** *The Earth's Magnetic Field: Its History, Origin and Planetary Perspective*. International Geophysics Series, Vol.32. Academic Press, London • New York
- Mervart L. (1995).** *Ambiguity Resolution Techniques in Geodetic and Geodynamic Applications of the Global Positioning System*. Geodätisch-Geophysikalische

Arbeiten in der Schweiz (Fortsetzung der Publikationsreihe "Astronomisch-Geodätische Arbeiten in der Schweiz"), Dreiundfünfzigster Band (Volume 53). Schweizerischen Geodätischen Kommission (Organ der Schweizerischen Akademie der Naturwissenschaften), Institut für Geodäsie und Photogrammetrie, Eidg. Technische Hochschule Zürich

- Miller S, Zhang X. and Spanias A. (2015).** *Multipath Effects in GPS Receivers*. A Publication in the Morgan & Claypool Publishers series SYNTHESIS LECTURES ON COMMUNICATIONS. Tranter W. and Tech V. (Eds). Morgan & Claypool 2016
- Mohanakumar K. (2008).** *Stratosphere Troposphere Interactions – An Introduction*. Springer Science+Business Media B.V.
- Montenbruck O. and Gill E. (2000).** *Satellite Orbits: Models, Methods, and Applications*. Springer-Verlag, Berlin • Heidelberg
- Moore R.C. and Morton Y.T. (2011).** *Magneto-Ionic Polarization and GPS Signal Propagation Through the Ionosphere*. Radio Science, Vol.46, RS1008
- Moradi R. (2014).** *Carrier Multipath Mitigation in Linear Combinations of Global Navigation Satellite Systems Measurements*. Ph.D Thesis. Imperial College London, London, UK
- Morton Y.T, Zhou Q. and van Graas F. (2009).** *Assesment of Second-Order Ionosphere Error in GPS Range Observables Using Arecibo Incoherent Scatter Radar Measurements*. Radio Science, Vol.44, RS1002
- Munk W.H. and MacDonald G.J. (1960).** *The Rotation of the Earth: A Geophysical Discussion*. Cambridge University Press, New York
- Musa T.A. (2007).** *Analysis of Residual Atmospheric Delay in the Low Latitude Regions Using Network-Based GPS Positioning*. Ph.D Thesis. School of Surveying and Spatial Information Systems, The University of New South Wales, Sydney NSW 2052, Australia
- Musa T.A, Lim S, Yan T. and Rizos C. (2006).** *Mitigation of Distance-Dependent Errors for GPS Network Positioning*. International Global Navigation Satellite Systems Society (IGNSS Symposium), July 17-21, Holiday Inn Surfers Paradise, Australia
- Musa T.A, Wang J, Rizos C. and Lee Y.-J. (2004).** *Mitigating Residual Tropospheric Delay to Improve User's Network-Based Positioning*. Presented at GNSS 2004 (The 2004 International Symposium on GNSS/GPS), December 6-8, Sydney, Australia
- Na S.-H. and Baek J. (2011).** *Computation of the Load Love Number and the Load Green's Function for an Elastic and Spherically Symmetric Earth*. Journal of the Korean Physical Society, Vol.58, No.5, pp.1195-1205
- Narlikar J.V. (2010).** *An Introduction to Relativity*. Cambridge University Press, New York
- Natário J. (2011).** *General Relativity Without Calculus: A Concise Introduction to the Geometry of Relativity*. Undergraduate Lecture Notes in Physics. Springer-Verlag, Berlin • Heidelberg

- National Research Council (1997).** *The Global Positioning System for the Geosciences: Summary and Proceedings of a Workshop on Improving the GPS Reference Station Infrastructure for Earth, Oceanic, and Atmospheric Science Applications* (Chapter 5: Static Positioning). The National Academies Press, Washington, DC
- Neill A.E. (1993).** *A New Approach for the Hydrostatic Mapping Function*. Proceedings of the International Workshop for Reference Frame Establishment and Technical Development in Space Geodesy, January 18-21, Communications Research Laboratory, Koganei, Tokyo, Japan
- Nelson R.A and Ely T.A. (2006).** *Relativistic Transformations for Time Synchronization and Dissemination in the Solar System*. 38th Annual Precise Time and Time Interval (PTTI) Meeting, December 7-9, New Jersey, USA
- Nemhauser G.L. and Wolsey L.A. (1999).** *Integer and Combinatorial Optimization*. John Wiley & Sons Inc, New York
- NGA (2014).** *Department of Defense World Geodetic System 1984: Its Definition and Relationships with Local Geodetic Systems*. National Geospatial-Intelligence Agency Standardization Document, Version 1.0.0. Office of Geomatics, Springfield, VA, USA
- NGS (1986).** *Geodetic Glossary*. National Geodetic Survey, Rockville, MD, USA
- Niell, A. (1996).** *Global Mapping Functions for the Atmosphere Delay at Radio Wavelength*. Journal of Geophysical Research, Vol.101, No.B2, pp.3227-3246
- Niell A. (2001).** *Preliminary Evaluation of Atmospheric Mapping Functions Based on Numerical Weather Models*. Physics and Chemistry of the Earth, Vol.26, No.6-8, pp 476-480
- Nievinski F.G. (2013).** *Forward and Inverse Modeling of GPS Multipath for Snow Monitoring*. Ph.D Thesis. University of Colorado, Boulder, CO, USA
- Nilsson T, Böhm J, Wijaya D.D, Tresch A, Nafisi V. and Schuh H. (2013).** *Path Delays in the Neutral Atmosphere*. In: Böhm J. and Schuh H. (Eds), Atmospheric Effects in Space Geodesy. Springer-Verlag, Berlin • Heidelberg
- Nohutcu M, Karslioglu M. and Schmidt M. (2010).** *B-Spline Modeling of VTEC Over Turkey Using GPS Observations*. Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics, Vol.72, No.7-8, pp.617-624
- Noureddin A, Karamat T.B. and Georgy J. (2013).** *Fundamentals of Inertial Navigation, Satellite-Based Positioning and Their Integration*. Springer-Verlag, Berlin • Heidelberg
- Odijk D, van der Marel H. and Song I. (2000).** *Precise GPS Positioning by Applying Ionospheric Corrections from an Active Control Network*. GPS Solutions, Vol.3, No.3, pp.49-57
- Owens J.C. (1967).** *Optical Refractive Index of Air: Dependence on Pressure, Temperature and Composition*. Applied Optics, Vol.6, No.1, pp.51-59
- Pascual-Sánchez J.-F. (2007).** *Introducing Relativity in Global Navigation Satellite Systems*. Annalen der Physik, Vol.16, No.4, pp.258-273

- Pascual-Sánchez J.-F, San Miguel A. and Vicente F. (2013).** *Relativistic versus Newtonian Frames*. Positioning, Vol.4, No.1, pp.109-114
- Paziewski J. (2016).** *Study on Desirable Ionospheric Corrections Accuracy for Network-RTK Positioning and Its Impact on Time-to-Fix and Probability of Successful Single-Epoch Ambiguity Resolution*. Advances in Space Research, Vol.57, pp.1098-1111
- Perović G. (1989).** *Račun izravnjanja: Teorija grešaka merenja* (Knjiga 1). Naučna knjiga, Građevinski fakultet, Beograd
- Perović G. (2005).** *Metod najmanjih kvadrata* (Monografija 1). Građevinski fakultet, Beograd
- Perović G. (2015).** *Teorija grešaka merenja*. AGM knjiga, Beograd
- Perović G. (2016).** *Variance Components Analysis in GPS Measurements*. Imperial Journal of Interdisciplinary Research (IJIR), Vol.2, No.11, pp.357-367
- Perović G. (2017).** *Precizna geodetska merenja* (Monografija 2, drugo dopunjeno izdanje). AGM knjiga, Beograd
- Petit G. and Luzum B. (2010).** *IERS Conventions*. IERS Technical Note No.36, Verlagdes Bundesamts für Kartographie und Geodäsie, Frankfurt am Main, Deutschland
- Petrovski I.G. (2014).** *GPS, GLONASS, Galileo, and BeiDou for Mobile Devices: From Instant to Precise Positioning*. Cambridge University Press, New York
- Piéplu J.-M. (2006).** *GPS et Galileo: Systèmes de Navigation per Satellites*. Eyrolles
- Prasad R. and Ruggieri M. (2005).** *Applied Satellite Navigation Using GPS, Galileo, and Augmentation Systems*. Artech House, Boston • London
- Ragheb A.E, Clarke P.J. and Edwards S.J. (2007).** *GPS Sidereal Filtering: Coordinate- and Carrier-Phase-Level Strategies*. Journal of Geodesy, Vol.81, No.5, pp.325-335.
- Rao B.R, Kunysz W, Fante R. and McDonald K. (2013).** *GPS/GNSS Antennas*. Artech House, Boston • London
- Rao C.R. (1973).** *Linear Statistical Inference and Its Applications* (2nd Edition). John Wiley & Sons Inc, New York
- Raquet J. (1998).** *Development of a Method for Kinematic GPS Carrier Phase Ambiguity Resolution Using Multiple Reference Receivers*. Ph.D Thesis. UCGE Report, No.20116, University of Calgary, Calgary, Alberta, Canada
- Ray J.K. (2000).** *Mitigation of GPS Code and Carrier Phase Multipath Effects Using a Multi-Antenna System*. Ph.D Thesis. University of Calgary, Calgary, Alberta, Canada
- Ray J.K, Cannon M.E. and Fenton P.C. (1999).** *Mitigation of Static Carrier-Phase Multipath Effects Using Multiple Closely Spaced Antennas*. Navigation, Vol.46, No.3, pp.193-202
- Ray J.K. and Senior K. (2005).** *Geodetic Techniques for Time and Frequency Comparisons Using GPS Phase and Code Measurements*. Metrologia, Vol.42, No.4,

pp.215-232

- Remondi B.W. (1984).** *Using the Global Positioning System (GPS) Phase Observable for Relative Geodesy: Modeling, Processing, and Results*. Ph.D Thesis. University of Texas at Austin, Austin, TX, USA
- Resch G. (1984).** *Water-Vapor Radiometry in Geodetic Applications*. In: Brunner, F. (Ed) *Geodetic Refraction*, pp.53-84. Springer-Verlag, New York
- Rioul O. and Vetterli M. (1991).** *Wavelets and Signal Processing*. IEEE Signal Processing Magazine, Vol.8, No.4, pp.14-38
- Rishbeth H. and Garriott O.K. (1969).** *Introduction to Ionospheric Physics*. Academic Press, New York
- Roberts C. and Rizos C. (2001).** *Mitigating Differential Troposphere Effects for GPS-Based Volcano Monitoring*. Proceedings of the 5th International Symposium on Satellite Navigation Technology, July 24-27, Canberra, Australia
- Rocken C. (1992).** *GPS Antenna Mixing Problems*. UNAVCO Memo. UNAVCO, Boulder, CO, USA
- Roddy D. (2001).** *Satellite Communications* (3rd Edition). McGraw-Hill Companies Inc, New York • Chicago • San Francisco • Lisbon • London • Madrid • Mexico City • Milan • New Delhi • San Juan • Seoul • Singapore • Sydney • Toronto
- Rodríguez J.Á.Á. (2008).** *On Generalized Signal Waveforms for Satellite Navigation* (Doctoral Thesis), University FAF Munich, Germany
- Rost C. (2011).** *Phasenmehrwegereduzierung basierend auf Signalqualitätsmessungen geodätischer GNSS-Empfänger*. Dissertationen. Deutsche Geodätische Kommission bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, Nr.665, München, Deutschland
- Rost C. and Wanninger L. (2009).** *Carrier Phase Multipath Mitigation Based on GNSS Signal Quality Measurements*. Journal of Applied Geodesy, Vol.3, pp.1-8
- Rost C. and Wanninger L. (2010).** *Carrier Phase Multipath Corrections Based on GNSS Signal Quality Measurements to Improve CORS Observations*. Proceedings of IEEE/ION PLANS 2010, May 3-6, Indian Wells/Palm Springs, CA, USA
- Rothacher M. (2001).** *Comparison of Absolute and Relative Antenna Phase Center Variations*. GPS Solutions, Vol.4, No.4, pp.55-60
- Rothacher M. and Mervart L. (1996).** *Bernese GPS Software Version 4.0* (User Manual). Astronomical Institute, University of Bern, Switzerland
- Rothacher M, Schaer S, Mervart L. and Beutler G. (1995).** *Determination of Antenna Phase Center Variations Using GPS Data*. In: Gendt G. and Dick G. (Eds) Proceedings of the IGS Workshop on Special Topics and New Directions, May 15-18, Potsdam, Germany
- Rothacher M, Springer T.A, Schaer S. and Beutler G. (1998).** *Processing Strategies for Regional GPS Networks*. In: Brunner, F.K. (Ed) *Advances in Positioning and Reference Frames*. IAG Symposia Vol.118, 3-9 September 1997, Rio de Janeiro, Brazil. Schwarz, K.-P. (Ser.Ed) International Association of Geodesy Symposia. Springer-Verlag, Berlin • Heidelberg

- Ryder L. (2009).** *Introduction to General Relativity*. Cambridge University Press, New York
- Saastamoinen J. (1972a).** *Atmospheric Correction for the Troposphere and Stratosphere in Radio Ranging of Satellites*. In: Henriksen S.W, Mancini A. and Chovitz B.H. (Eds) *The Use of Artificial Satellites for Geodesy*, Geophysical Monograph Series Vol.15, American Geophysical Union, Washington, D.C, USA
- Saastamoinen J. (1972b).** *Introduction to Practical Computation of Astronomical Refraction*. Bulletin Géodésique, Vol.106, No.1, pp.383-397 (The Continuation of the Article: *Contributions to the Theory of Atmospheric Refraction, Part I: Astronomical Refraction*. Bulletin Géodésique, Vol.105, No.1, pp.279-298)
- Saastamoinen J. (1973).** *Contributions to the Theory of Atmospheric Refraction, Part II: Refraction Corrections in Satellite Geodesy*. Bulletin Géodésique, Vol.107, No.1, pp.13-34 (The Continuation and the End of the Articles: (1) *Contributions to the Theory of Atmospheric Refraction, Part I: Astronomical Refraction*. Bulletin Géodésique, Vol.105, No.1, pp.279-298; and (2) *Introduction to Practical Computation of Astronomical Refraction*. Bulletin Géodésique, Vol.106, No.1, pp.383-397)
- Saha K. (2008).** *The Earth's Atmosphere: Its Physics and Dynamics*. Springer-Verlag, Berlin • Heidelberg
- Saha K, Raju C.S. and Parameswaran K. (2010).** *A New Hydrostatic Mapping Function for Tropospheric Delay Estimation*. Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics, Vol.72, No.1, pp.125-134
- Salzmann M. (1991).** *MDB: A Design Tool for Integrated Navigation Systems*. Bulletin Géodésique, Vol.65, No.2, pp.109-115
- Samama N. (2008).** *Global Positioning: Technologies and Performance*. John Wiley & Sons Inc, Hoboken • New Jersey
- Sanni S.S. and Ukaegbu E.C. (2012).** *On Three-Way Unbalance Nested Analysis of Variance*. Journal of Mathematics and Statistics, Vol.8, No.1, pp.1-14
- Santerre R. (1989).** *GPS Satellite Sky Distribution: Impact on the Propagation of Some Important Errors in Precise Relative Positioning*. Ph.D Thesis. Department of Surveying Engineering. Technical Report, No.145. University of New Brunswick, Fredericton, Canada
- Satirapod C. and Chalermwattanachai P. (2005).** *Impact of Different Tropospheric Models on GPS Baseline Accuracy: Case Study in Thailand*. Journal of Global Positioning Systems, Vol.4, No.1-2, pp.36-40
- Satirapod C. and Rizos C. (2005).** *Multipath Mitigation by Wavelet Analysis for GPS Base Station Applications*. Survey Review, Vol.38, No.295, pp.2-10
- Schaer S. (1999).** *Mapping and Predicting the Earth's Ionosphere Using the Global Positioning System*. Geodätisch-Geophysikalische Arbeiten in der Schweiz (Fortsetzung der Publikationsreihe "Astronomisch-Geodätische Arbeiten in der Schweiz"), Neunundfünfzigster Band (Volume 59). Schweizerischen Geodätischen Kommission (Organ der Schweizerischen Akademie der Naturwissenschaften), Institut für

Geodäsie und Photogrammetrie, Eidg. Technische Hochschule Zürich

- Schaer S. (2000).** [IGSMail-2827]: *Monitoring (P1-C1) Code Biases*.
<http://igscb.jpl.nasa.gov/mail/igsmail/2000/msg00166.html>
- Schaer S, Beutler G. and Rothacher M. (2000).** *The Impact of the Atmosphere and Other Systematic Errors on Permanent GPS Networks*. In: Schwarz, K.-P. (Ed) *Geodesy Beyond 2000 – The Challenges of the First Decade*. International Association of Geodesy Symposia, Vol.121. Springer-Verlag, Berlin • Heidelberg • New York
- Schmid R. and Rothacher M. (2003).** *Estimation of Elevation-Dependent Satellite Antenna Phase Center Variations of GPS Satellites*. *Journal of Geodesy*, Vol.77, No.7-8, pp.440-446
- Schmid R, Rothacher M, Thaller D. and Steigenberger P. (2005).** *Absolute Phase Center Corrections of Satellite and Receiver Antennas*. *GPS Solutions*, Vol.9, No.4, pp.283-293
- Schmid R, Steigenberger P, Gendt G, Ge M. and Rothacher M. (2007).** *Generation of a Consistent Absolute Phase-Center Correction Model for GPS Receiver and Satellite Antennas*. *Journal of Geodesy*, Vol.81, No.12, pp.781-798
- Schmitz M, Wübbena G. and Boettcher G. (2002).** *Tests of Phase Center Variations of Various GPS Antennas, and Some Results*. *GPS Solutions*, Vol.6, No.1-2, pp.18-27
- Schupler B.R. and Clark T.A. (1991).** *How Different Antennas Affect The GPS Observable*. *GPS World*, Vol.2, No.10, pp.32-36
- Schüttler T. (2014).** *Satellitennavigation: Wie sie funktioniert und wie sie unseren Alltag beeinflusst*. Springer-Verlag, Berlin • Heidelberg
- Schweydar W. (1916).** *Die Bewegung der Drehachse der elastischen Erde im Erdkörper und im Raume*. *Astronomische Nachrichten*, Vol.203, No.7, pp.101–116
- Searle S.R. (1961).** *Variance Components in the Unbalanced 2-Way Nested Classification*. *The Annals of Mathematical Statistics*, Vol.32, No.4, pp.1161-1166
- Searle S.R. (1971).** *Linear Models*. John Wiley & Sons Inc, New York • Chichester • Weinheim • Brisbane • Singapore • Toronto
- Searle S.R, Casella G. and McCulloch C.E. (1992).** *Variance Components*. John Wiley & Sons Inc, Hoboken • New Jersey
- Seeber G. (1993).** *Satellite Geodesy: Foundations, Methods and Applications*. Walter de Gruyter, Berlin • New York
- Seeber G. (2003).** *Satellite Geodesy* (2nd Completely Revised and Extended Edition). Walter de Gruyter GmbH & Co. KG, 10785 Berlin
- Seidelmann P. (1982).** *1980 IAU Theory of Nutation: The Final Report of the IAU Working Group on Nutation*. *Celestial Mechanics* Vol.27, No.1, pp.79-106
- Sentman O.L. (1987).** *Navy Navigation Satellite System (Transit)*. *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, Vol.2, No.7, pp.25-26
- Shapiro I.I. (1964).** *Fourth Test of General Relativity*. *Physical Review Letters*, Vol.13,

No.26, pp.789-791

- Shardlow P.J. (1994).** *Propagation Effects on Precise GPS Heighting*. Ph.D Thesis. University of Nottingham, Nottingham, UK
- Shi C, Zhao Q. and Lou Y. (2008).** *Recent Development of PANDA Software in GNSS Data Processing*. Proceedings of SPIE, Vol.7285. International Conference on Earth Observation Data Processing and Analysis (ICEODPA), December 28-30, Wuhan, China
- Sidorov D. (2015).** *Receiver Antenna and Empirical Multipath Correction Models for GNSS Solutions*. Ph.D Dissertation. University of Luxembourg, Luxembourg
- Sieradzki R. and Paziewski J. (2015).** *MSTIDs Impact on GNSS Observations and Its Mitigation in Rapid Static Positioning at Medium Baselines*. Annals of Geophysics, Vol.58, No.6, A0661
- Snedecor G.W. and Cochran W.G. (1989).** *Statistical Methods* (8th Edition). Iowa State University Press, Ames, IA, USA
- Spilker Jr. J.J. (1996a).** *GPS Signal Structure and Theoretical Performance*. In: Parkinson B.W. and Spilker Jr. J.J. (Eds), Axelrad P. and Enge P. (Assoc.Eds.) *Global Positioning System: Theory and Applications (Volume I)*, Progress in Astronautics and Aeronautics (Zarchan P, Editor-in-Chief), Vol.163. American Institute of Aeronautics and Astronautics
- Spilker Jr. J.J. (1996b).** *Tropospheric Effects on GPS*. In: Parkinson B.W. and Spilker Jr. J.J. (Eds), Axelrad P. and Enge P. (Assoc.Eds.) *Global Positioning System: Theory and Applications (Volume I)*, Progress in Astronautics and Aeronautics (Zarchan P, Editor-in-Chief), Vol.163. American Institute of Aeronautics and Astronautics
- Spits J. (2011).** *Total Electron Content Reconstruction Using Triple Frequency GNSS Signals*. Ph.D Thesis. University of Liège, Belgium
- Steigenberger P. (2009).** *Reprocessing of a Global GPS Network*. Deutsche Geodätische Kommission, No.C640. Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, München, Deutschland
- Steigenberger P, Böhm J. and Tesmer V. (2009).** *Comparison of GMF/GPT with VMF1/ECMWF and Implications for Atmospheric Loading*. Journal of Geodesy, Vol.83, No.10, pp.943-951
- Strang G. and Borre K. (1997).** *Linear Algebra, Geodesy, and GPS*. Wellesley-Cambridge Press, Box, Wellesley
- Su H. (2000).** *Precise Orbit Determination of Global Navigation Satellite System of Second Generation (GNSS-2) – Orbit Determination of IGSO, GEO and MEO Satellites*. Ph.D Dissertation. Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen der Universität der Bundeswehr München, Neubiberg, München, Deutschland
- Subirana J.S, Zornoza J.M.J. and Hernández-Pajares M. (2013).** *GNSS Data Processing, Volume I: Fundamentals and Algorithms*. European Space Agency
- Sun H, Cannon M.E. and Melgard T.E. (1999).** *Real-Time GPS Reference Network Carrier Phase Ambiguity Resolution*. Proceedings of the 1999 National Technical

Meeting of The Institute of Navigation, January 25-27, San Diego, CA, USA

- Taha H.A. (1975).** *Integer Programming: Theory, Applications, and Computations.* Academic Press, New York • San Francisco • London
- Takasu T. and Yasuda A. (2010).** *Kalman-Filter-Based Integer Ambiguity Resolution Strategy for Long-Baseline RTK with Ionosphere and Troposphere Estimation.* Proceedings of the 23rd International Technical Meeting of The Satellite Division of the Institute of Navigation (ION GNSS 2010), September 21-24, Portland, OR, USA
- Tan W.Y. and Cheng S.S. (1984).** *On Testing Variance Components in Three-Stage Unbalanced Nested Random Effects Models.* Sankhyā: The Indian Journal of Statistics, Series B, Vol.46, No.2, pp.188-200
- Tascione T.F. (1988).** *Introduction to the Space Environment.* Orbit Book Company Inc, Malabar
- Tay S. and Marais J. (2013).** *Weighting Models for GPS Pseudorange Observations for Land Transportation in Urban Canyons.* The 6th European Workshop on GNSS Signals and Signal Processing, December 5-6, Campus of Universität der Bundeswehr München, Munich, Germany
- Taylor J. and Barnes E. (2005).** *GPS Current Signal-in-Space Navigation Performance.* Proceedings of the National Technical Meeting of The Institute of Navigation, January 24-26, San Diego, CA, USA
- Teunissen P.J.G. (1993).** *Least-Squares Estimation of the Integer GPS Ambiguities.* Invited Lecture (Section IV, Theory and Methodology). IAG General Meeting, August 8-15, Beijing, China
- Teunissen P.J.G. (1995a).** *The Invertible GPS Ambiguity Transformations.* Manuscripta Geodaetica, Vol.20, No.6, pp.489-497
- Teunissen P.J.G. (1995b).** *The Least-Squares Ambiguity Decorrelation Adjustment: A Method for Fast GPS Integer Ambiguity Estimation.* Journal of Geodesy, Vol.70, No.1-2, pp.65-82
- Teunissen P.J.G. (1998a).** *GPS Carrier Phase Ambiguity Fixing Concepts.* In: Teunissen P.J.G. and Kleusberg A. (Eds) GPS for Geodesy (2nd Edition). Springer-Verlag, Berlin • Heidelberg
- Teunissen P.J.G. (1998b).** *Minimal Detectable Biases of GPS Data.* Journal of Geodesy, Vol.72, No.4, pp.236-244
- Teunissen P.J.G. (1998c).** *On the Integer Normal Distribution of the GPS Ambiguities.* Artificial Satellites, Vol.33, No.2, pp.49-64
- Teunissen P.J.G. (1998d).** *Quality Control and GPS.* In: Teunissen P.J.G. and Kleusberg A. (Eds) GPS for Geodesy (2nd Edition). Springer-Verlag, Berlin • Heidelberg
- Teunissen P.J.G. (1998e).** *Success Probability of Integer GPS Ambiguity Rounding and Bootstrapping.* Journal of Geodesy, Vol.72, No.10, pp.606-612
- Teunissen P.J.G. (1999).** *An Optimality Property of the Integer Least-Squares Estimator.* Journal of Geodesy, Vol.73, No.11, pp.587-593

- Teunissen P.J.G. (2001a).** *The Probability Distribution of the Ambiguity Bootstrapped GNSS Baselines.* Journal of Geodesy, Vol.75, No.5-6, pp.267-275
- Teunissen P.J.G. (2001b).** *Integer Estimation in the Presence of Biases.* Journal of Geodesy, Vol.75, No.7-8, pp.399-407
- Teunissen P.J.G. (2003).** *A Carrier Phase Ambiguity Estimator with Easy-to-Evaluate Fail Rate.* Artificial Satellites, Vol.38, No.3, pp.89-96
- Teunissen P.J.G, de Jonge P.J. and Tiberius C.C.J.M. (1996).** *The Volume of the GPS Ambiguity Search Space and Its Relevance for Integer Ambiguity Resolution.* Proceedings of the 9th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 1996), September 17-20, Kansas City, MO, USA
- Thayer G.D. (1974).** *An Improved Equation for the Radio Refractive Index of Air.* Radio Science, Vol.9, No.10, pp.803-807
- Tiberius C.C.J.M. and de Jonge P.J. (1995).** *Fast Positioning Using the LAMBDA-Method.* Proceedings of the 4th International Conference on Differential Satellite Navigation Systems (DSNS-95), April 24-28, Bergen, Norway
- Torge W. (2001).** *Geodesy (3rd Completely Revised and Extended Edition).* Walter de Gruyter, Berlin • New York
- Torge W. and Müller J. (2012).** *Geodesy (4th Edition).* Walter de Gruyter GmbH & Co. KG, Berlin/Boston
- Townsend B.R. and Fenton P.C. (1994).** *A Practical Approach to the Reduction of Pseudorange Multipath Errors in a L1 GPS Receiver.* Proceedings of the 7th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 1994), September 20-23, Salt Lake City, UT, USA
- Trageser W. (2016).** *Das Relativitätsprinzip: Eine Sammlung von Abhandlungen.* Springer-Verlag, Berlin • Heidelberg
- Tralli D.M, Dixon T.H. and Stephens S.A. (1988).** *Effect of Wet Tropospheric Path Delays on Estimation of Geodetic Baselines in the Gulf of California Using the Global Positioning System.* Journal of Geophysical Research, Vol.93, No.B6, pp.6545-6557
- Tralli D.M. and Lichten S.M. (1990).** *Stochastic Estimation of Tropospheric Path Delays in Global Positioning System Geodetic Measurements.* Bulletin Géodésique, Vol.64, No.2, pp.127-159
- Trehaft R.N. (1992).** *Tropospheric and Charged Particle Propagation Errors in Very Long Baseline Interferometry.* In: de Munck J.C. and Spoelstra T.A.Th. (Eds) Refraction of Transatmospheric Signals in Geodesy (Proceedings of the Symposium, The Hague, The Netherlands, May 19-22). Netherlands Geodetic Commission, Publications in Geodesy, New Series No.36
- Tsui J.B.-Y. (2005).** *Fundamentals of Global Positioning System Receivers: A Software Approach (2nd Edition).* Wiley Series in Microwave and Optical Engineering. John Wiley & Sons Inc, Hoboken • New Jersey
- van der Wal A.D. (1995).** *Evaluation of Strategies for Estimating Residual Neutral-*

- Atmosphere Propagation Delay in High Precision Global Positioning System Data Analysis*. Technical Report No.177, University of New Brunswick, Fredericton, Canada
- van Dierendonck A.J, Fenton P. and Ford T. (1992).** *Theory and Performance of Narrow Correlator Spacing in a GPS Receiver*. Navigation, Vol.39, No.3, pp.265-283
- van Dierendonck A.J, Russel S.S, Kopitzke E.R. and Birnbaum M. (1978).** *The GPS Navigation Message*. Navigation, Vol.25, No.2, pp.147-165
- van Nee R.D.J. (1992a).** *Multipath Effects on GPS Code Phase Measurements*. Navigation, Vol.39, No.2, pp.177-190
- van Nee R.D.J. (1992b).** *The Multipath Estimating Delay Lock Loop*. Proceedings of the IEEE 2nd International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications (ISSSTA 92), 29 November – 2 December, Yokohama, Japan
- van Nee R.D.J. (1995).** *Multipath and Multi-Transmitter Interference in Spread-Spectrum Communication and Navigation Systems*. Ph.D Thesis. Delft University of Technology, Delft, Netherlands
- Verdooren L.R. (1988).** *Exact Tests and Confidence Intervals for Ratio of Variance Components in Unbalanced Two- and Three-Stage Nested Designs*. Communications in Statistics – Theory and Methods, Vol.17, No.4, pp.1197-1230
- Verhagen S. and Joosten P. (2004).** *Analysis of Ambiguity Resolution Algorithms*. Proceedings of the European Navigation Conference GNSS 2004, May 16-19, Rotterdam, Netherlands
- Vey S, Dietrich R, Fritsche M, Rülke A, Rothacher M. and Steigenberger P. (2006).** *Influence of Mapping Function Parameters on Global GPS Network Analyses: Comparisons between NMF and IMF*. Geophysical Research Letters, Vol.33, No.1, L01814
- Vollath U, Birnbach S, Landau H, Fraile-Ordoñez J.M. and Martín-Neira M. (1998).** *Analysis of Three-Carrier Ambiguity Resolution (TCAR) Technique for Precise Relative Positioning in GNSS-2*. Proceedings of the 11th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 1998), September 15-18, Nashville, TN, USA
- Wahr J.M. (1985).** *Deformation Induced by Polar Motion*. Journal of Geophysical Research, Vol.90, No.B11, pp.9363-9368
- Wang J, Stewart M.P. and Tsakiri M. (1997).** *On Quality Control in Hydrographic GPS Surveying*. Proceedings of the 3th Australian Hydrographic Symposium, November 1-3, Fremantle, Australia
- Wang J, Stewart M.P. and Tsakiri M. (1998).** *A Discrimination Test Procedure for Ambiguity Resolution On-the-Fly*. Journal of Geodesy, Vol.72, No.11, pp.644-653
- Wang M, Wang J, Dong D, Li H, Han L. and Chen W. (2018).** *Comparison of Three Methods for Estimating GPS Multipath Repeat Time*. Remote Sensing, Vol.10, No.6, pp.1-16
- Wang Z, Wu Y, Zhang K. and Meng Y. (2005).** *Triple-Frequency Method for High-*

- Order Ionospheric Refractive Error Modelling in GPS Modernization*. Journal of Global Positioning System, Vol.4, No.1-2, pp.291-295
- Wanninger L. (1998)**. *Real-Time Differential GPS Error Modelling in Regional Reference Station Networks*. In: Brunner, F.K. (Ed) *Advances in Positioning and Reference Frames*. International Association of Geodesy Symposia, Vol.118. Springer-Verlag, Berlin • Heidelberg
- Ward P.W. (1994)**. *GPS Receiver RF Interference Monitoring, Mitigation, and Analysis Techniques*. Navigation, Vol.41, No.4, pp.367-392
- Ward P.W. (1998)**. *Performance Comparisons Between FLL, PLL and a Novel FLL-Assisted-PLL Carrier Tracking Loop Under RF Interference Conditions*. Proceedings of the 11th International Technical Meeting of The Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 1998), September 15-18, Nashville, TN, USA
- Ward P.W, Betz J.W. and Hegarty C.J. (2006a)**. *Satellite Signal Acquisition, Tracking, and Data Demodulation* (Chapter 5). In: Kaplan E.D. and Hegarty C.J. (Eds). *Understanding GPS – Principles and Applications* (2nd Edition). Artech House Inc, Boston • London
- Ward P.W, Betz J.W. and Hegarty C.J. (2006b)**. *Interference, Multipath and Scintillation* (Chapter 6). In: Kaplan E.D. and Hegarty C.J. (Eds). *Understanding GPS – Principles and Applications* (2nd Edition). Artech House Inc, Boston • London
- Warren D.L.M. and Raquet J.F. (2003)**. *Broadcast vs. Precise GPS Ephemerides: A Historical Perspective*. GPS Solutions, Vol.7, No.3, pp.151-156
- Wautelet G. and Warnant R. (2012)**. *Local Climatological Modeling of ionospheric Irregularities Detected by GPS in the Mid-Latitude Region*. Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics, Vol.89, pp.132-143
- Wei M. and Schwarz K.-P. (1995)**. *Fast Ambiguity Resolution Using an Integer Nonlinear Programming Method*. Proceedings of the 8th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 1995), September 12-15, Palm Springs, CA, USA
- Weiss J. (2007)**. *Modeling and Characterization of Multipath in Global Navigation Satellite System Ranging Signals*. Ph.D Thesis. University of Colorado, CO, USA
- Wells D.E. (1977)**. *Doppler Satellite Control*. Technical Report No.29 (Reprinted with Corrections). University of New Brunswick, Fredericton, Canada
- Wheaton M.J. (2006)**. *An Overview of Ground System Operations*, Crosslink, Vol.7, No.1, pp.6-8
- Wickerhauser M.V. (1994)**. *Adapted Wavelet Analysis from Theory to Software*. A.K. Peters Ltd, Wellesley
- Wielgosz P, Cellmer S, Rzepecka Z, Paziewski J. and Grejner-Brzezinska D.A. (2011)**. *Troposphere Modeling for Precise GPS Rapid Static Positioning in Mountainous Areas*. Measurement Science and Technology, Vol.22, No.4, Paper No.045101
- Wielgosz P, Kashani I. and Grejner-Brzezinska D.A. (2005)**. *Analysis of Long-Range Network RTK During a Severe Ionospheric Storm*. Journal of Geodesy,

Vol.79, No.9, pp.524-531

- Wielgosz P, Krukowska M, Paziewski J, Krypiak-Gregorczyk A, Stepniak K, Kaplon J, Sierny J, Hadas T. and Bosy J. (2013).** *Performance of ZTD Models Derived in Near Real-Time from GBAS and Meteorological Data in GPS Fast-Static Positioning.* Measurement Science and Technology, Vol.24, No.12, Paper 125802
- Wieser A. and Brunner F.K. (2000).** *An Extended Weight Model for GPS Phase Observations.* Earth, Planets and Space, Vol.52, No.10, pp.777-782
- Wildt S. (2006).** *Mehrwegeausbreitung bei GNSS-gestützter Positionsbestimmung.* Dissertation. Technische Universität Dresden, Dresden, Deutschland
- Witchayangkoon B. (2000).** *Elements of GPS Precise Point Positioning.* Ph.D Thesis. The University of Maine, Orono, Maine, USA
- Wu J.T, Wu S.C, Hajj G.A, Bertiger W.I. and Lichten S.M. (1993).** *Effects of antenna orientation on GPS carrier phase.* Manuscripta Geodaetica, Vol.18, No.2, pp.91-98
- Wübbena G. (1985).** *Software developments for geodetic positioning with GPS using TI 4100 code and carrier measurements.* In: C. Goad (Ed) Proceedings of the 1st International Symposium on Precise Positioning with the Global Positioning System, April 15-19, Rockville, MD, USA
- Wübbena G, Menge F, Schmitz M, Seeber G. and Völksen C. (1996).** *A New Approach for Field Calibration of Absolute Antenna Phase Center Variations.* Proceedings of the 9th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 1996), September 17-20, Kansas City, MO, USA
- Wübbena G, Schmitz M, Boettcher G. (2006a).** *Near-field Effects on GNSS Sites: Analysis using Absolute Robot Calibrations and Procedures to Determine Corrections.* Submitted to Proceedings of the IGS Workshop 2006 Perspectives and Visions for 2010 and Beyond, May 8-12, ESOC, Darmstadt, Germany
- Wübbena G, Schmitz M, Boettcher G. (2006b).** *Separation of Near-Field and Far-Field Multipath: New Strategies for Station Calibration.* 10th EUPOS® ICS, November 23-24, Budapest, Hungary
- Wübbena G, Schmitz M. and Matzke N. (2011).** *On GNSS In-Situ Station Calibration of Near-Field Multipath.* Paper submitted to International Symposium on GNSS, Space-Based and Ground-Based Augmentation Systems and Applications, November 29-30, 2010, Brussels, Belgium
- Wübbena G, Schmitz M, Menge F, Böder V. and Seeber G. (2000).** *Automated Absolute Field Calibration of GPS Antennas in Real-Time.* Proceedings of the 13th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 2000), September 19-22, Salt Lake City, UT, USA
- Wübbena G, Schmitz M. and Prüllage A. (2012).** *On GNSS Station Calibration of Near-Field Multipath in RTK-Networks.* Paper submitted to International Symposium on GNSS, Space-Based and Ground-Based Augmentation Systems and Applications, October 10-11, 2011, Berlin, Germany
- Xu G. (2007).** *GPS – Theory, Algorithms and Applications* (2nd Edition). Springer-

Verlag, Berlin • Heidelberg

- Xu G. and Xu J. (2013).** *Orbits: 2nd Order Singularity-Free Solutions* (2nd Edition). Springer-Verlag, Berlin • Heidelberg
- Xu P. (2006).** *Voronoi Cells, Probabilistic Bounds, and Hypothesis Testing in Mixed Integer Linear Models.* IEEE Transactions on Information Theory, Vol.52, No.7, pp.3122-3138
- Yahya M.H, Nordin Z. and Kamarudin M.N. (2009).** *The Influence of Malaysian Troposphere on the Performance of Satellite-Based Positioning System.* National Postgraduate Conference on Engineering, Science and Technology (NPC 2009), March 25-26, Universiti Teknologi PETRONAS (UTP) Campus, Bandar Seri Iskandar, Tronoh 31750, Ipoh, Perak, Malaysia
- Ye S, Chen D, Liu Y, Jiang P, Tang W. and Xia P. (2015).** *Carrier Phase Multipath Mitigation for BeiDou Navigation Satellite System.* GPS Solutions, Vol.19, No.4, pp.545-557
- Yinger C.H, Feess W.A, Di Esposti R, Chasko A, Cosentino B, Wilson B, Wheaton B. (1999).** *GPS Satellite Interfrequency Biases.* Proceedings of the 55th Annual Meeting of The Institute of Navigation, Cambridge, MA, USA
- Yionoulis S.M. (1970).** *Algorithm to Compute Tropospheric Refraction Effects on Range Measurements.* Journal of Geophysical Research, Vol.75, No.36, pp.7636-7637
- Younes S.A. and Elmezayen A.G. (2012).** *A Comprehensive Comparison of Atmospheric Mapping Functions for GPS Measurements in Egypt.* Journal of Geodetic Science, Vol.2, No.3, pp.216-223
- Yuan Y.B. and Ou J.K. (2004).** *A Generalized Trigonometric Series Function Model for Determining Ionospheric Delay.* Progress in Natural Science, Vol.14, No.11, pp.1010-1014
- Zeimetz P. and Kuhlmann H. (2006).** *Systematic Effects in Absolute Chamber Calibration of GPS Antennas.* Geomatica, Vol.60, No.3, pp.267-274
- Zhang J. and Lachapelle G. (2001).** *Precise Estimation of Residual Tropospheric Delays Using a Regional GPS Network for Real-Time Kinematic Applications.* Journal of Geodesy, Vol.75, pp.255-266
- Zhao D, Xu X, Li J, Duan J. and Yu L. (2013).** *Ocean Tidal Loading Effects to Displacements at GNSS Sites.* In: Sun J. et al. (Eds) China Satellite Navigation Conference (CSNC) 2013 Proceedings. Lecture Notes in Electrical Engineering 245. Springer-Verlag, Berlin • Heidelberg
- Zheng D.W, Zhong P, Ding X.L. and Chen W. (2005).** *Filtering GPS Time-Series Using a Vondrak Filter and Cross-Validation.* Journal of Geodesy, Vol.79, No.6-7, pp.363-369
- Zhong P, Ding X, Yuan L, Xu Y, Kwok K. and Chen Y. (2010).** *Sidereal Filtering Based on Single Differences for Mitigating GPS Multipath Effects on Short Baselines.* Journal of Geodesy, Vol.84, No.2, pp.145-158
- Zhu S.Y. and Groten E. (1988).** *Relativistic effects in GPS.* In: Groten E. and Strauß

R. (Eds) GPS-techniques applied to geodesy and surveying. Proceedings of the International GPS-Workshop, April 10-13, Darmstadt, Germany. Lectures Notes in Earth Sciences, Vol.19, Springer-Verlag, Berlin • Heidelberg

Biografija autora

Darko Anđić je rođen 17.01.1977.godine u Beogradu.

Osnovnu školu i gimnaziju (prirodno matematički smjer) završio je u Beranama, obje sa odličnim uspjehom.

Osnovne studije je upisao 1995.godine na Odseku za geodeziju Građevinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu. Diplomirao je 18.06.2002.godine, na temu "*Analiza sistema visina kod projektovanja puteva*", ocjenom 10.

Na istom odsjeku, decembra 2002.godine, upisao je poslijediplomske studije, sve ispite položio ocjenom 10, a magistarsku tezu, pod naslovom "*Istraživanje mogućnosti preciznog nivelmana korišćenjem laserskih nivelira u inženjerskim radovima*", odbranio je 22.09.2008.godine.

Od novembra 2002.godine radi u Upravi za nekretnine Crne Gore.

Uporedo, do marta 2010.godine, angažovan je kao saradnik u nastavi na Studijskom programu Geodezija Univerziteta Crne Gore u Podgorici. Gledano za sve vrijeme angažovanja, držao je nastavu iz sljedećih kurseva: Geodezija 2 i 3, Viša geodezija, Osnove geodetskih referentnih mreža, Geodetska metrologija, Račun izravnjanja 1, 2 i 3, Deformaciona analiza, Praktična nastava.

Učestvovao je na nekoliko važnih projekata oskultacija, bio spoljni saradnik u geodetskom praćenju građevinskih radova, kao i odgovorno geodetsko lice u ispitivanju mostova pri probnom opterećenju.

Kao državni inspektor za geodeziju, u periodu od aprila 2012. do decembra 2017.godine, vršio je nadzor nad poslovanjem privatnih geodetskih organizacija u Crnoj Gori.

Delegat je Crne Gore u Savjetu geodeta Evrope, CLGE (Comité de Liaison des Géomètres Européens), sa sjedištem u Briselu.

Njegovi naučni radovi objavljeni su u zbornicima internacionalnih simpozijuma, a jedan od njih u časopisu sa SCI liste.

Čita, piše i govori engleski i norveški (sertifikat B1), a služi se njemačkim jezikom.

Oženjen je i ima dvoje djece.

Izjava o autorstvu

Ime i prezime autora: **Darko Anđić**

Broj indeksa:

Izjavljujem

da je doktorska disertacija pod naslovom:

Određivanje komponenti disperzija vremenski varijabilnih grešaka u GPS određivanju koordinata

- rezultat sopstvenog istraživačkog rada;
- da disertacija u cjelini ni u djelovima nije bila predložena za sticanje druge diplome prema studijskim programima drugih visokoškolskih ustanova;
- da su rezultati korektno navedeni i
- da nijesam kršio autorska prava i koristio intelektualnu svojinu drugih lica.

U Beogradu, 29.03.2019.godine

Potpis autora



Izjava o istovjetnosti štampane i elektronske verzije doktorskog rada

Ime i prezime autora: **Darko Anđić**

Broj indeksa:

Studijski program: **Geodezija i geoinformatika**

Naslov rada: **Određivanje komponenti disperzija vremenski varijabilnih grešaka u GPS određivanju koordinata**

Mentor: **dr Dragan Blagojević, redovni profesor**

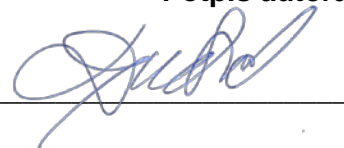
Izjavljujem da je štampana verzija mog doktorskog rada istovjetna elektronskoj verziji koju sam predao radi pohranjenja u **Digitalnom repozitorijumu Univerziteta u Beogradu**.

Dozvoljavam da se objave moji lični podaci vezani za dobijanje akademskog naziva doktora nauka, kao što su ime i prezime, godina i mjesto rođenja i datum odbrane rada.

Ovi lični podaci mogu se objaviti na mrežnim stranicama digitalne biblioteke, u elektronskom katalogu i u publikacijama Univerziteta u Beogradu.

U Beogradu, 29.03.2019.godine

Potpis autora



Izjava o korišćenju

Ovlašćujem Univerzitetsku biblioteku „Svetozar Marković“ da u Digitalni repozitorijum Univerziteta u Beogradu unese moju doktorsku disertaciju pod naslovom:

Određivanje komponenti disperzija vremenski varijabilnih grešaka u GPS određivanju koordinata

koja je moje autorsko djelo.

Disertaciju sa svim prilogima predao sam u elektronskom formatu pogodnom za trajno arhiviranje.

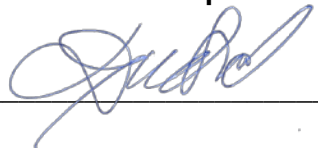
Moju doktorsku disertaciju pohranjenu u Digitalnom repozitorijumu Univerziteta u Beogradu i dostupnu u otvorenom pristupu mogu da koriste svi koji poštuju odredbe sadržane u odabranom tipu licence Kreativne zajednice (Creative Commons) za koju sam se odlučio.

1. Autorstvo (CC BY)
2. Autorstvo – nekomercijalno (CC BY-NC)
3. Autorstvo – nekomercijalno – bez prerada (CC BY-NC-ND)
4. Autorstvo – nekomercijalno – deliti pod istim uslovima (CC BY-NC-SA)
5. Autorstvo – bez prerada (CC BY-ND)
6. Autorstvo – deliti pod istim uslovima (CC BY-SA)

(Molimo da zaokružite samo jednu od šest ponuđenih licenci.
Kratak opis licenci je sastavni deo ove izjave).

U Beogradu, 29.03.2019.godine

Potpis autora



1. **Autorstvo.** Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence, čak i u komercijalne svrhe. Ovo je najslobodnija od svih licenci.
2. **Autorstvo – nekomercijalno.** Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence. Ova licenca ne dozvoljava komercijalnu upotrebu dela.
3. **Autorstvo – nekomercijalno – bez prerada.** Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, bez promena, preoblikovanja ili upotrebe dela u svom delu, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence. Ova licenca ne dozvoljava komercijalnu upotrebu dela. U odnosu na sve ostale licence, ovom licencom se ograničava najveći obim prava korišćenja dela.
4. **Autorstvo – nekomercijalno – deliti pod istim uslovima.** Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence i ako se prerada distribuira pod istom ili sličnom licencom. Ova licenca ne dozvoljava komercijalnu upotrebu dela i prerada.
5. **Autorstvo – bez prerada.** Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, bez promena, preoblikovanja ili upotrebe dela u svom delu, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence. Ova licenca dozvoljava komercijalnu upotrebu dela.
6. **Autorstvo – deliti pod istim uslovima.** Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence i ako se prerada distribuira pod istom ili sličnom licencom. Ova licenca dozvoljava komercijalnu upotrebu dela i prerada. Slična je softverskim licencama, odnosno licencama otvorenog koda.