

28-30. 09. 2022.
ARANĐELOVAC



ZBORNİK RADOVA SA NACIONALNOG KONGRESA

U SARADNJI SA



Република Србија
Министарство
просвете, науке и
технолошког развоја



Инжњерска
комора
Србије

POKROVITELJ

PLATINASTI SPONZORI



PUT INŽENJERING

STRABAG
TEAMS WORK.

ŠIRBEGOVIĆ®
INŽENJERING
д.о.о. за инжењеринг, пројектовање и изградњу грађевинарских радова



ZLATNI SPONZORI



DELTA
REAL ESTATE



MORAVACEM
A CRBI COMPANY

MOSTOGRADNJA
T.V.G.



ProClub



CIP - Каталогизација у публикацији
Народна библиотека Србије, Београд

624(082)(0.034.2)
69(082)(0.034.2)

ДРУШТВО грађевинских конструктора Србије (Београд). Национални конгрес (16 ; 2022 ; Аранђеловац)

Zbornik radova sa Nacionalnog kongresa DGKS ASES [Elektronski izvor] / Društvo građevinskih konstruktera Srbije, 16. Kongres, 28 - 30. 09. 2022., Arandelovac ; [urednici Zlatko Marković, Ivan Ignjatović, Jelena Dobrić]. - Beograd : Univerzitet, Građevinski fakultet : Društvo građevinskih konstruktera Srbije, 2022 (Arandelovac : Grafopak). - 1 USB fleš memorija ; 5 x 2 x 1 cm

Sistemska zahtevi: Nisu navedeni. - Nasl. sa naslovne strane dokumenta. - Radovi na srp. i engl. jeziku. - Tiraž 250. - Bibliografija uz svaki rad. - Summaries.

ISBN 978-86-7518-226-9 (GF)

а) Грађевинарство -- Зборници

COBISS.SR-ID 74850313

Izdavač:	Univerzitet u Beogradu Građevinski fakultet Beograd, Bulevar kralja Aleksandra 73/1
Suizdvač:	Društvo građevinskih konstruktera Srbije Beograd, Bulevar kralja Aleksandra 73
Urednici:	prof. dr Zlatko Marković v.prof. dr Ivan Ignjatović v.prof. dr Jelena Dobrić
Tehnička priprema:	doc. dr Nina Gluhović doc. dr Marija Todorović dr Isidora Jakovljević
Grafički dizajn:	Tijana Stevanović
Dizajn korica:	Luka Pavelka
Štampa:	Grafopak, Arandelovac
Tiraž:	250 primeraka

Beograd, septembar 2022.

Nenad Pečić¹

KONTROLA UGIBA PREMA EVROKODU 2

Rezime:

U radu su diskutovani postupci za verifikaciju ugiba prema Evrokodu 2 (EN 1992-1-1:2004). Nekoliko problema se javlja pri primeni indirektnog postupka zasnovanog na ograničavanju odnosa raspon-statička visina. Osim što nisu svi inputi jednoznačno definisani, vrednosti ključnih parametara usvojene pri izvođenju kriterijuma često ne odgovaraju stvarnim konstrukcijama, te je proračun ugiba često neophodan. Najjednostavnija mogućnost za proračun bazira se na interpolaciji između vrednosti ugiba određenog za element bez prslina i za potpuno isprskao element, što je ekvivalentno bi-linearnom postupku CEB-a. Rigorozni proračun koristi postupak numeričke integracije dugotrajnih krivina sračunatih u većem broju preseka duž raspona, ali za njegovo sprovođenje nedostaju ključne instrukcije u nekim slučajevima.

Ključne reči: armirani beton, Evrokod 2, ugib, postupci proračuna

DEFLECTION CONTROL ACCORDING TO EUROCODE 2

Summary:

The paper discusses the instructions for deflection control from Eurocode 2 (EN 1992-1-1:2004). Several problems arise when applying span-to-depth limits. This procedure is not always applicable due to pre-defined inputs that often do not correspond to actual buildings and calculation of the deflections is necessary. The simplest deflection calculation is the interpolation between the deflections obtained using the stiffness of the uncracked and fully cracked element, which is equivalent to the CEB bilinear method, but without an explicit instruction for the interpolation coefficient. The rigorous method of assessing deflections is based on the integration of the curvatures calculated at a number of cross sections along the member, but in the case of flanged beams there is a lack of instructions for determining the cross-section. This procedure may also require additional adjustments in case of statically indeterminate structures.

Key words: reinforced concrete, Eurocode 2, deflection, calculation procedures

¹ V. prof, Građevinski fakultet, Univerzitet u Beogradu, Srbija, peca@imk.grf.bg.ac.rs

1. UVOD

Za razliku od situacije od pre nekoliko decenija, zadovoljenje ograničenja deformacija je danas često merodavan uslov pri projektovanju armiranobetonskih konstrukcija zgrada. Ukoliko se proveri ugiba ne posveti potrebna pažnja, najčešće posledice su oštećenja elemenata ispune (zidanih zidova, u vidu nastanka izraženih prslina) i zaglavljivanje stolarije, sa kojim se susrećemo na objektima novogradnje. Ove pojave su bile retke na objektima starijeg datuma, odakle potiče stav o nemerodavnosti ograničavanja ugiba pri projektovanju konstrukcije. Šta se promenilo, tako da je ograničavanje ugiba dospelo među kriterijume koje bi trebalo razmotriti već pri koncipiranju konstrukcije? To je generalno rezultat ukupnog efekta tri faktora.

Prvo, proračun naprezanja se sada obavlja upotrebom softvera, metodom konačnih elemenata, i sprovodi se na integralnim modelima čitavih međuspratnih konstrukcija etaža ili na prostornim modelima objekata kao celine. Raniji postupci su se, zbog ograničenih računskih mogućnosti, sprovodili na modelima delova konstrukcija koji su nastajali dekompozicijom na podsklopove. Pri dekompoziciji, zarad smanjenja računске složenosti, dolazi do višestrukog umanjenja statičke neodređenosti konstrukcije. Posledica toga je da se pri istom opterećenju dobijaju veće presečne sile, pre svega momenti savijanja, pa su se, nakon dimenzionisanja, dobijali i jači preseci, sa većom površinom armature, a neretko i sa većom dimenzijom betonskog preseka, što je rezultovalo u krućoj konstrukciji.

Drugo, upotreba savremenih materijala većih čvrstoća daje preseke manjih dimenzija, dok se moduli elastičnosti malo (beton) ili nimalo (armatura) ne razlikuju. To vodi daljem umanjenju krutosti. Efekat je naročito izražen kod armiranobetonskih ploča, gde manja površina armature (B500 umesto RA400) daje osetno manju krutost preseka sa prslinom, jer se smanjuje i odgovarajuća površina pritisnutog betona.

Treće, ubrzani postupci građenja (brza montaža savremenih skela/oplata; mogućnost kontinuirane isporuke većih količina betona na mnogim lokacijama; efikasno betoniranje beton-pumpom) efektivno vode kraćem taktu gradnje etaže i, potencijalno, ranijem opterećivanju, što dovodi do većih deformacija usled tečenja i skupljanja betona.

Evrokod 2 (EC2, EN 1992-1-1:2004, [1]) daje tri mogućnosti za proveru ugiba elemenata armiranobetonskih konstrukcija.

Prva mogućnost je da se ograniči odnos raspon/statička visina – l/d . Postupak je namenjen, pre svega, za elemente zgrada i sprovodi se bez eksplicitnog izračunavanja veličine ugiba. Ovakav pristup ima ograničenja, a sam postupak je bio izložen ozbiljnim kritikama u literaturi. U novoj generaciji Evrokodova, u EC2 – prEN 1992-1-1:2021 [2] – je u obliku iz [1] izostavljen i zamenjen drugačije ustrojenim postupkom.

Druga mogućnost je da se ugib izračuna interpolacijom između vrednosti ugiba koje odgovaraju dvema krutostima – elementa bez prslina i elementa koji ima presek sa prslinom duž čitavog raspona. Dugotrajni ugib, usled efekata tečenja i skupljanja betona, dobija se upotrebom efektivnog modula betona. Postupak predstavlja u stvari „bi-linearni metod“ (CEB 1985, [3]), sa malom modifikacijom sugerisanom u pratećim komentarima. Ovaj pristup daje rezultat uz umereni obim računanja.

Najsloženija (treća) mogućnost jeste izračunavanje ugiba integraljenjem krivina izračunatih u većem broju preseka duž raspona. Pored velikog obima računanja, ovaj pristup zahteva dodatne procedure koje često nisu adekvatno podržane uobičajenim softverima koji se koriste za projektovanje. Osim toga, postoje ograničenja koja ga ne čine generalno upotrebljivim.

2. OGRANIČENJA UGIBA

EC2 [1] koristi ograničenja deformacija koja su naznačena u standardu ISO 4356. Ugib od kvazi-stalnog opterećenja (“totalni ugib”) se ograničava na veličinu raspon/250, kako bi se obezbedila vizuelna prihvatljivost i generalna upotrebljivost. Kvazi-stalno opterećenje se sastoji od svih stalnih tereta, uključujući i prethodno naprezanje, i kvazi-stalnog dela promenljivih opterećenja. Prekomerne deformacije mogu takođe ugroziti krte ispune, fasadne elemente i druge završne radove. Međutim, na ove nekonstrukcijske elemente utiče samo priraštaj ugiba nakon njihove izgradnje/ugradnje (“aktivni ugib”). Prikladno ograničenje aktivnog ugiba je raspon/500.

Studija [4] je pokazala da je ograničenje aktivnog ugiba, kada se zahteva u skladu sa vrstom konstrukcije, merodavan uslov u odnosu na ograničenje totalnog ugiba. Posledica je da se ovaj kriterijum odnosi na većinu konstrukcija. S druge strane, izračunavanje aktivnog ugiba je prilično obiman posao i zahteva činjenje mnoštva pretpostavki (usvajanje potrebnih parametara) o istoriji nanošenja opterećenja i ambijentalnim uslovima. S obzirom da ove pretpostavke imaju uticaja na proračun, konačan rezultat može biti nepouzdan uprkos velikom uloženom trudu u izračunavanje aktivnog ugiba. Stoga, razložno deluje ideja da se usvoji oštrije ograničenje totalnog ugiba (na primer: raspon/300) u ovim slučajevima, umesto ograničavanja aktivnog ugiba, što je i bila praksa u našem prethodnom Pravilniku BAB 87. Ovakav pristup zahteva manje truda, a sam rezultat je manje osetljiv na učinjene pretpostavke pri usvajanju proračunskih podataka.

3. INDIRECTNA KONTROLA UGIBA

Postupak je definisan u poglavlju 7.4.2 EC2 [1] i primenjiv je na elemente dominantno napregnute na savijanje (ploče, grede). Zasniva se na poređenju stvarnog odnosa l/d elementa sa graničnom vrednošću l/d određenom iz izraza:

$$\frac{l}{d} = K \left[11 + 1.5\sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho} + 3.2\sqrt{f_{ck}} \left(\frac{\rho_0}{\rho} - 1 \right) \right]^{3/2}, \text{ ako je } \rho \leq \rho_0 \quad (1.a)$$

$$\frac{l}{d} = K \left[11 + 1.5\sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho - \rho'} + \frac{1}{12} \sqrt{f_{ck}} \sqrt{\frac{\rho'}{\rho_0}} \right], \text{ ako je } \rho > \rho_0. \quad (1.b)$$

gde je:

ρ koeficijent armiranja potrebnom zategnutom armaturom u rasponu (za konzole na osloncu) prema proračunu u odnosu na zahteve nosivosti;

ρ' koeficijent armiranja potrebnom pritisnutom armaturom u istom preseku.

f_{ck} je čvrstoća betona (klasa u MPa), a ρ_0 je referentni koeficijent armiranja. Faktor K uvodi različite uslove oslanjanja (statičke sisteme).

Izrazi (1.a-b) ([1], izrazi (7.16.a-b)) su izvedeni pod pretpostavkom da je samo potrebna površina ($A_{s,req}$) armature sa $f_{yk} = 500$ MPa postavljena u rasponu. Da bi se uračunao efekat usvajanja veće površine armature ($A_{s,prov}$) ili upotreba armature drugačije granice tečenja f_{yk} , rezultat dobijen iz izraza (1.a-b) se može sa:

$$\frac{500}{f_{yk}} \cdot \frac{A_{s,prov}}{A_{s,req}}. \quad (2)$$

Da bi se sprovedla provera potrebno je da bude ispunjeno:

$$\left(\frac{l}{d}\right)_{Izraz(1.a-b)} \times \frac{500}{f_{yk}} \cdot \frac{A_{s,prov}}{A_{s,req}} \geq \left(\frac{l}{d}\right)_{stvamo} \quad (3)$$

Pri upotrebi izraza (1.a-b) javljaju se sledeći problemi:

- (1) Potrebna pritisnuta armatura nije definisana u EC2 [1]. Predstandard ENV EC2 je imao (obaveznu) klauzulu koja se odnosila na mogućnost upotrebe linearne elastične analize. Odredba 2.5.3.4.2(5) ENV 1992-1-1:1991 je ograničavala pritisnutu zonu poprečnog preseka elementa napregnutog na savijanje. Iz ovog ograničenja izvodila se potrebna pritisnuta armatura, kada je kapacitet pritisnutog betona prevaziđen. Sličan zahtev postoji i u EC2 [1] (odredba 5.5(4)), ali se odnosi samo na linearnu elastičnu analizu sa preraspodelom, te ova odredba nije formalno obavezna u slučaju da se ne čini preraspodela momenata savijanja. Zahtev da se tečenje armature ostvaruje pre iscrpljenja nosivosti pritisnutog betona se uobičajeno koristi za ograničavanje veličine pritisnute zone preseka elementa. Međutim, to takođe ne obezbeđuje jedinstvenu definiciju potrebne pritisnute armature jer je rezultat uslovljen vrednošću NDP parametra proračunske čvrstoće pri pritisku α_{cc} (EC2 [1], odredba 3.1.6), koja se usvaja u Nacionalnom aneksu i može se razlikovati od zemlje do zemlje.
- (2) Prekomerno uvećana površina zategnute armature $A_{s,prov}$ omogućuje svakom elementu da zadovolji kriterijum ugiba, u slučaju nekritičke primene izraza (3). Korekcija osnovne vrednosti l/d , definisana izrazom (2), opravdana je samo u slučaju da se $A_{s,prov}$ razumno razlikuje od $A_{s,req}$. Na primer, Nacionalni aneks UK (BS NA EN 1992-1-1) ograničava korekciju prema izrazu (2) na maksimalno $1.5 \times$ osnovna vrednost.
- (3) Mala vrednost ρ koja se dobija u slučaju "T" greda sa veoma širokom pritisnutom flanšom omogućava, preko izraza (1.a), skoro svakoj visini d da prođe kriterijum. Izrazi (1.a-b) su izvedeni za pravougaoni poprečni presek. Male vrednosti ρ odgovaraju elementima bez prslina (pre svega pločama), a efekat nastanka prslina na smanjenje krutosti u tim slučajevima ne mora da bude udovoljnoj meri uračunat primenom predviđenog multiplikatora 0.8 (EC2 [1], odredba 7.4.2(2)) na vrednosti dobijene izrazom (1.a). Primera radi, nemački Nacionalni aneks za EC2 (DIN EN 1992-1-1/NA) ograničava konačne vrednosti dobijene iz izraza (1.a-b) i (2) na $K \cdot 35$ i $K^2 \cdot 150/l$.
- (4) Iako se u odredbi 7.4.2(2) (EC2 [1], komentar uz Tabelu 7.4N)) navodi da odnosi l/d dobijeni izrazima (1.a-b) zadovoljavaju i totalni ($l/250$) i aktivni ($l/500$) ugib, u većini literature dobijene vrednosti se vezuju za ograničenje totalnog ugiba, $l/250$. Kao što je napred spomenuto, kada se zahteva, ograničenje aktivnog ugiba je merodavno.
- (5) Pri izvođenju izraza (1.a-b) pretpostavljeno je da je kvazi-stalno opterećenje 50 % odgovarajućeg graničnog opterećenja (EC2 [1], komentar uz Tabelu 7.4N)). U [5] se ukazuje da, za većinu kategorija korišćenja površina ("korisna opterećenja"), praktično nema elementa u zgradarstvu koji zadovoljava odnos 50 %. Prikladnija vrednost je oko 60 %, na osnovu uobičajenih odnosa stalnih i promenljivih tereta. Niži odnos nije na strani sigurnosti, s obzirom da se potcenjuje učinak tečenja betona. Primer u [5] pokazuje da izračunati ugib može znatno da prelazi granicu, a da element istovremeno zadovoljava kriterijum izražen kroz primenu izraza (1.a-b), (2) i (3).

Kritička analiza procedure EC2 [1] za ograničavanje odnosa raspon/statička visina može se takođe naći u [6]. Neka poboljšanja postupka iz EC2 [1] predložena su naknadno od strane autora [7]. Problemi pri primeni izraza (1.a-b) mogu da se očekuju kada kriterijum iz izraza (3)

„tesno“ prolazi (to jest, kada je vrednost na levoj strani praktično jednaka desnoj strani izraza), naročito kod proste grede. U takvim slučajevima nije preporučljivo oslanjati se na izraze (1.a-b), već bi trebalo proveriti ugib proračunom, kako bi se izbeglo neadekvatno ponašanje konstrukcije u eksploataciji.

4. PRORAČUN UGIBA

Tačno predviđanje ugiba predstavlja izazov čak i u laboratorijskim uslovima, sa izmerenim osobinama materijala, kontrolisanim opterećivanjem i stabilnim uslovima sredine. U svakodnevnim inženjerskim proračunima većina potrebnih podataka za sračunavanje ugiba mora da se pretpostavi, a sam rezultat proračuna je veoma uslovljen učinjenim pretpostavkama pri projektovanju. Stoga, trud uložen u predviđanje stvarnog ugiba realne konstrukcije retko daje pouzdan rezultat.

Kao alternativa, deformacije se mogu određivati za konvencionalne uslove. EC2 [1] postavlja ograničenje ugiba pod kvazi-stalnim opterećenjem kao podesan kriterijum. Kvazi-stalno opterećenje uključuje sve stalne terete i deo promenljivih opterećenja. Tipično, za neprednapregnute ploče u običnim zgradama, kvazi-stalno opterećenje je:

$$g + \Delta g + \psi_2 \cdot q \quad (4)$$

gde je:

g sopstvena težina ploče;

Δg dodatno stalno jednako podeljeno opterećenje usled pregrada, podova, plafona;

$\psi_2 \cdot q$ kvazi-stalni deo promenljivih (upotrebni – “korisni”) opterećenja (q).

Upotrebna opterećenja q za zgrade su definisana u delu 1-1 Evrokoda 1 (EN 1991-1-1:2002). ψ_2 faktori su dati u Evrokodu 0 (EN 1990:2002).

Uticaj nastanka prslina uvodi se interpolacijom (EC2 [1], izraz (7.18))

$$\alpha = \zeta \cdot \alpha_{II} + (1 - \zeta) \cdot \alpha_I \quad (5)$$

gde je:

α parametar deformacije – dilatacija, krivina ili ugib;

α_I, α_{II} vrednost α određena za uslove bez prslina (I) i za krutost preseka sa prslinom (II);

ζ interpolacioni koeficijent.

U slučaju savijanja bez normalne sile, interpolacioni koeficijent ζ može se uzeti kao

$$\zeta = 1 - \beta \cdot \left(\frac{M_{cr}}{M} \right)^2 \quad (6)$$

gde je:

M moment savijanja usled (kvazi-stalnog) opterećenja;

M_{cr} moment otvaranja prslina, određen iz srednje čvrstoće betona pri zatezanju f_{ctm} ili srednje čvrstoće pri zatezanju savijanjem $f_{ctm,fl}$;

β koeficijent, $\beta = 0.5$ za dugotrajna opterećenja.

Dugotrajni efekti usled stalnih opterećenja (dilatacije i krivine usled tečenja i skupljanja) mogu se uračunati upotrebom efektivnog modula za beton

$$E_{c,eff} = \frac{E_c}{1 + \varphi} \quad (7)$$

gde je E_c tangentni modul elastičnosti betona, a φ koeficijent tečenja koji odgovara razmatranom opterećenju i vremenskom intervalu.

Za upotrebu u relaciji (6) potrebna je prikladna vrednost čvrstoće pri zatezanju betona. Nastanak prslina usled savijanja direktno je povezan sa čvrstoćom betona pri zatezanju savijanjem $f_{cm,fl}$. U EC2 [1] je deklarirano da se $f_{cm,fl}$ može koristiti ako nema konstrukcijski sprečenih slobodnih deformacija (usled skupljanja). Takođe, čvrstoća pri zatezanju savijanjem $f_{cm,fl}$ daje manju vrednost računskih ugiba u odnosu na f_{cm} . Međutim, postupak sadržan u izrazu (5), koji prvobitno prezentiran u [8], a potom i u CEB Manual-u [3], kalibrisan je na f_{cm} . Publikovani rezultati merenih eksperimentalnih ugiba ukazuju da je upotreba čvrstoće pri zatezanju savijanjem $f_{cm,fl}$ pri sračunavanju M_{cr} za primenu u izrazu (6) retko opravdana [9].

Kvazi-stalno opterećenje je višedelno opterećenje koje se sastoji od dugotrajnih tereta koji se aktiviraju pri različitim starostima betona konstrukcije. Efektivni modul iz izraza (7), stoga, treba da uvaži "istoriju" opterećenja. To se može postići upotrebom efektivnog koeficijenta tečenja $\varphi = \varphi_{eff}$ u izrazu (7). Za kvazi-stalno opterećenje prema izrazu (4), efektivni koeficijent tečenja je

$$\varphi_{eff} = \frac{g \cdot \varphi(\infty, t_1) + \Delta g \cdot \varphi(\infty, t_2) + \psi_2 \cdot q \cdot \varphi(\infty, t_3)}{g + \Delta g + \psi_2 \cdot q} \quad (8)$$

gde su $\varphi(\infty, t_i)$ ($i = 1, 2, 3$) koeficijenti tečenja koji odgovaraju vremenima aktiviranja sopstvene težine, dodatnih stalnih tereta i promenljivog opterećenja. Koeficijenti tečenja se mogu sračunati prema Aneksu B EC2 [1]. Tabulisane vrednosti mogu se naći u [10].

Izraz (8) je validan u slučaju da su sva opterećenja (g , Δg , q) istog tipa. To je generalno ispunjeno u slučaju ploča kada su sva proračunska opterećenja jednako podeljena površinska (N/m^2). U slučaju greda, opterećenja mogu biti raznorodna, a nema ni eksplicitnih vrednosti pojedinih opterećenja, kada se statički proračun sprovodi metodom konačnih elemenata na integralnim modelima. Ustanovljavanje formalno ispravne vrednosti φ_{eff} je tada složeno. Pristup primenjen u izrazu (8) može se slediti formalno, zamenjujući opterećenja koje izazivaju naponima u nosaču. Međutim, učešće pojedinih opterećenja u naponima duž grede varira proporcionalno promeni odgovarajućeg dijagrama momenata. To bi rezultovalo različitim vrednostima φ_{eff} od preseka do preseka, što je potpuno neupotrebljivo za praktične proračune.

Jednostavna aproksimacija za φ_{eff} može se dobiti zamenjujući pojedina opterećenja u izrazu (8) njihovim rezultatima. Ovaj pristup obezbeđuje prikladno učešće pojedinačnih opterećenja u φ_{eff} , a može se jednostavno ostvariti u okviru uobičajenih opcija softvera za proračun.

Kada su inputi definisani, dve mogućnosti stoje za izračunavanje ugiba. Prva je da se numerički integrale krivine sračunate u većem broju preseka duž raspona. U tom slučaju izraz (5) se koristi za izračunavanje dugotrajnih krivina – α je krivina. Druga podrazumeva pojednostavljeni pristup: princip iz izraza (5) primenjuje se direktno na ugib, to jest α je ugib.

4.1. IZRAČUNAVANJE UGIBA INTEGRALJENJEM KRIVINA

U EC2 [1] se navodi da je sračunavanje dugotrajnih krivina u većem broju preseka i njihovo integraljenje najrigorozniji metod za procenu veličine ugiba.

Dugotrajne krivine treba da se sračunaju za izabrane preseke, po postupku za transformisani presek bez prslina (*I*) i za presek sa prslinom (*II*), koristeći efektivni modul za beton (izraz (7)), efektivni koeficijent tečenja (izraz (8)) i dilataciju skupljanja. Moment savijanja M u izrazu (6) uzima vrednost prema položaju posmatranog preseka elementa. U slučaju da su segmenti između izabranih preseka relativno male dužine, vrednost momenta je prikladna za izračunavanje interpolacionog koeficijenta ζ u izrazu (6).

Količina potrebnih proračuna za opisanu numeričku integraciju je velika i postupak nije pogodan za “ručne” proračune. Međutim, proračun za svaki pojedinačni presek sledi sličan obrazac i može se lako programirati. Ovo ne zahteva naročitu veštinu i može se organizovati kao, na primer, Excel worksheet. Ali, u većini “How to ...” literature za projektante nedostaju dve bitne instrukcije, koje su često potrebne za dobijanje smislenog rezultata:

- (1) Šta je poprečni presek u slučaju grede sa flanšom (“T” greda sa širokom pločom)?
- (2) Kako uračunati dodatne efekte u slučaju statički neodređenih konstrukcija?

(1) Efektivna širina flanše prikazana u odredbi 5.3.2.1 EC2 [1] je namenjena “za proračun konstrukcije, kada nije potrebna velika preciznost”. Takođe, “konstantna širina, prema preseku u rasponu, može da se pretpostavi na čitavom rasponu”. Ovakav pristup može da bude prikladan za proračun presečnih sila, međutim, on je potpuno nekonzistentan sa idejom preciznog izračunavanja krivina duž grede. Sadejstvo ploče u nošenju momenta savijanja je promenljivo duž grede. Konstantna (efektivna) širina ploče, prikladna za ULS proračun preseka sa ekstremnim momentima, je veoma gruba aproksimacija u poređenju sa rafiniranim postupcima za izračunavanje krivina. Ovakav pristup je naročito neprikladan u slučajevima kada duž grede deluju i pozitivni i negativni momenti savijanja.

Ustanovljavanje prikladne efektivne širine za proračun deformacija zahteva kompleksnu studiju koja bi uključivala različite kombinacije relevantnih parametara (dimenzija poprečnog preseka, statičkog sistema, šema opterećenja). Naponi u flanši nisu uniformni ni u poprečnom pravcu ni duž elementa. Potrebno je dvostruko osrednjavanje da bi se dobio jedinstveni poprečni presek sa odgovarajućom osobinom reprezentativni moment-dugotrajna krivina, za čitav element (ili za deo elementa napregnut pozitivnim/negativnim momentom savijanja). Ovakav pristup je konzistentan sa uobičajenim postupcima proračuna konstrukcija, međutim, ustanovljavanje generalno primenljivog poprečnog preseka je izuzetno komplikovan problem za koji u literaturi, za sada, nema rešenja. Ali, bez efektivnog poprečnog preseka za proračun deformacija, trud uložen u izračunavanje i integraljenje krivina “T” greda nema smisla.

(2) Dijagram momenta savijanja statički neodređenog elementa od armiranog betona može se razlikovati od onog koji odgovara elementu načinjenom od homogenog materijala (koji se dobija uobičajenim statičkim proračunima). I savijanje i smicanje dovode do nastanka prslina čija je posledica promena krutosti, tako da ona postaje promenljiva duž raspona. Kao rezultat, dijagram momenta se razlikuje od onog koji odgovara homogenom elementu i treba da se koriguje (“redistribuirati”) pre izračunavanja krivina. Takođe, uvećanje dilatacija i, posledično, krivina tokom vremena usled (slobodnog) tečenja i skupljanja betona najčešće nije kompatibilno sa sprečenim pomeranjima na osloncima usled statičke neodređenosti elementa. Stoga će nastajati dodatne reakcije i dijagram momenta će se postepeno menjati tokom vremena. Ponovo se dijagram momenta razlikuje od onog koji odgovara homogenom elementu i potrebno je da se redistribuirati po drugi put, pre izračunavanja dugotrajnih krivina. Redistribucija presečnih sila je retko podržana u uobičajenim građevinskim softverima za proračun konstrukcija – uobičajeni pristup je da se koristi bruto betonski presek pri statičkom proračunu. U [11] je pokazano da upotreba dijagrama momenta savijanja koji se dobija na osnovu bruto preseka može da vodi veoma velikim grškama pri predviđanju ugiba statički neodređenih elemenata numeričkim integraljenjem dugotrajnih krivina. Stoga je, bez adekvatne preraspodele momenta savijanja, trud uložen u integraljenje krivina statički neodređenog elementa retko opravdan.

Oba problema – (1) i (2) – nemaju jednostavne odgovore. Ali, bez eksplicitnih instrukcija po ovim pitanjima, izračunavanje ugiba numeričkom integracijom krivina je nepouzdan, osim

u slučajevima slobodno oslonjenih ploča ili greda sa jasnim poprečnim presekom (pravougaoni preseki, “T” grede definisanog preseka – na primer rožnjače). Pojednostavljeni proračun, prikazan u nastavku, je razumno rešenje za svakodnevne proračune.

4.2. POJEDNOSTAVLJENI PRORAČUN UGIBA

Izraz (5) se može direktno upotrebiti za dobijanje dugotrajnog ugiba u :

$$u = \zeta \cdot u_{II} + (1 - \zeta) \cdot u_I \quad (9)$$

gde su u_I i u_{II} ugibi sračunati sa stanje bez prslina (“I”) i za potpuno isprskali element (“II”). Ovaj pristup je veoma dobro poznatom “bi-linearnom metodu”, koji je uveden u građevinsku praksu CEB Manual-om “Cracking and deformations” [3]. Postoje dve (male) razlike između bi-linearnog metoda i postupka predloženog u EC2 [1]:

- EC2 [1] koristi efektivni modul betona (izraz (7)) za određivanje dugotrajnih efekata (*EM* metod), dok bi-linearni metod upotrebljava korigovani efektivni modul betona (Age Adjusted Effective Modulus - *AAEM* metod) $E_{c,eff}^*$

$$E_{c,eff}^* = \frac{E_c}{1 + \chi \cdot \varphi} \quad (10)$$

sa usvojenom vrednošću koeficijenta starenja $\chi = 0.8$;

- Manual CEB [3] daje eksplicitnu vrednost koeficijenta $\zeta = \zeta_b$ za bi-linearni metod

$$\zeta_b = 1 - 0.5 \cdot \frac{M_{cr}}{M_D} \quad (11)$$

gde je M_D maksimalni moment savijanja u rasponu od razmatranog opterećenja. EC2 [1] ne daje instrukciju za određivanje ζ u izrazu (6) kada se izraz (5) koristi za direktni izračunavanje ugiba ($\alpha =$ ugib).

Treba naglasiti da oba postupka daju identičnu vrednost izračunatog ugiba usled dugotrajnog opterećenja u slučaju da se koristi:

- ista vrednost interpolacionog koeficijenta ζ u oba postupka (prema izrazu (11) ili drugačija, što je komentarisano u nastavku);
- vrednost koeficijenta starenja $\chi = 1.0$ za bi-linearni metod CEB-a [3];
- ista vrednost za E_c i $\varphi = \varphi_{eff}$ u oba postupka.

Drugačije rečeno, projektant bi trebalo samo da učini manje izmene i prilagodi prethodno korišćene procedure za proračun ugiba prema bi-linearnom metodu. Ukoliko je potrebno u celini iz početka izraditi proceduru u skladu sa izrazom (9), trebalo bi obratiti pažnju na sledeće:

(1) Potrebno je da se izabere reprezentativni poprečni presek. Prikladan izbor je presek sa najvećim momentom savijanja M_D u rasponu. U slučaju greda “T” preseka može se koristiti uobičajena efektivna širina flanše pri određivanju geometrijskih karakteristika poprečnog preseka;

(2) Momenti inercije preseka bez prslina i preseka sa prslinom su potrebni za izračunavanje u_I and u_{II} u izrazu (9). Površina betona se, pri određivanju dugotrajnih ugiba, uračunava sa modulom $E_{c,eff}$ prema izrazu (7), da bi se dobile karakteristike I_I i I_{II} transformisanih preseka. Visina pritisnutog betona (položaj neutralne linije preseka prslinom) može se odrediti upotrebom E_c ili $E_{c,eff}$; drugi modul je konzistentan sa *EM* metodom, ali se konačni rezultati neznatno razlikuju. Međutim, pri određivanju M_{cr} , ne treba koristiti $E_{c,eff}$ za određivanje karakteristika transformisanog preseka (momenta inercije preseka iz koga se

izračunava potrebni otporni moment W). Pogrešne instrukcije, koje upućuju na upotrebu $E_{c,eff}$ su se odskora pojavile u literaturi.

$$M_{cr} = W \cdot f_{ct} \quad (12)$$

gde je

W otporni moment preseka bez prslina, određen iz transformisanog preseka (u kome je beton uračunat sa E_c) ili, približno, iz bruto betonskog preseka, što je dovoljno precizno za svakodnevne proračune;

f_{ct} je prikladna vrednost čvrstoće pri zatezanju betona, objašnjena u (4) u nastavku.

(3) Za sračunavanje interpolacionog koeficijenta ζ potrebna je reprezentativna vrednost momenta savijanja M , za izraz (6). ζ kvantifikuje sadejstvo zategnutog betona na delu elementa sa prslinama ($M \geq M_{cr}$) prema dilataciji zategnute armature. Lokalno, ova dilatacija je proporcionalna momentu savijanja i izraz (6) je primenljiv. Za element kao celinu potrebna je srednja vrednost sadejstva. Duž dela sa prslinama u rasponu M se menja od M_{cr} do M_D ($M_{cr} \leq M \leq M_D$). Za primenu u izrazu (9), ζ se može dobiti prema izrazu (6) koristeći srednju vrednost momenta $M = \frac{1}{2}(M_{cr} + M_D)$. Bi-linearni metod CEB-a [3] koristi geometrijsku sredinu

$$M = \sqrt{M_{cr} \cdot M_D} \quad (13)$$

koja rezultuje u ζ_b iz izraza (11). Ova vrednost unekoliko potcenjuje veličinu ugiba u odnosu na osnovni model sadržan u izrazima (5) i (6), ali daje jednostavan alat prikladan za svakodnevne “ručne” proračune. U nekim od skorijih publikacija autori predlažu da se usvoji $M = M_D$, [12], [13]. To je na strani sigurnosti u odnosu na osnovni model. U većini slučajeva i M iz izraza (13) i $M = M_D$ daju prikladnu vrednost koeficijenta ζ u izrazu (6) za praktične proračune.

(4) Iako čvrstoća pri zatezanju savijanjem $f_{cm,fl}$ predstavlja “meru” otpornosti elementa prema nastanku prslina, odgovarajuća vrednost čvrstoće pri zatezanju betona f_{ct} za primenu u izrazima (6), (11) i (12) je f_{cm} . Osnovni koncept, dat izrazima (5) i (6), originalno je predložen od strane Favra (Favre). Validacija bi-linearnog metoda je prikazana u [8], a vrednost koeficijenta $\beta = 0.5$ u izrazu (6) je kalibrisana za upotrebu sa srednjom vrednošću čvrstoće pri zatezanju $f_{ct} = f_{cm}$. Poređenja izračunatih ugiba sa eksperimentalnim vrednostima, prikazana u [9] i [11], ukazuju da srednja vrednost čvrstoće pri zatezanju f_{cm} daje bolje rezultate u odnosu na čvrstoću pri zatezanju savijanjem $f_{cm,fl}$. Kada se porede sa merenim, ugibi sračunati sa f_{cm} su blizu ili na strani sigurnosti, dok upotreba $f_{cm,fl}$ često potcenjuje rezultat.

U slučaju elemenata koji su opterećeni malo iznad opterećenja koje dovodi do nastanka prslina ($M_D > \sqrt{\beta} \cdot M_{cr}$, ali $M_D \approx \sqrt{\beta} \cdot M_{cr}$), ugib bi trebalo proveriti i upotrebom manje vrednosti čvrstoće pri zatezanju betona. Donja karakteristična vrednost $0.7 \cdot f_{cm}$ može da posluži u tom slučaju. Na nivou opterećenja koje otvara prslina, veličina izračunatog (a i stvarnog) ugiba znatno zavisi od čvrstoće pri zatezanju. Redukovana vrednost obezbeđuje pouzdaniji rezultat.

5. ZAKLJUČAK

EC2 [1] daje dva metoda za proveru ugiba. Prvi se zasniva na ograničavanju odnosa raspon/statička visina, a sama veličina ugiba se ne izračunava. Drugi metod podrazumeva izračunavanje teorijske veličine ugiba.

Granice odnosa raspon/statička visina koje su date u EC2 [1] nisu uvek primenljive. Problemi koji se mogu javiti pri primeni ovog metoda, kao i ograničenja koja utiču na mogućnost primene u smislu dobijanja korektnog rezultata, diskutovani su u radu.

Izračunavanje ugiba može se izvesti ili numeričkim integraljenjem dugotrajnih krivina ili pojednostavljeno, na osnovu dugotrajne krivine u reprezentativnom poprečnom preseku. U slučaju greda "T" preseka sa širokom flanšom, što je, pored ploča, relevantna pozicija za kontrolu ugiba međuspratnih konstrukcija, ne postoje potrebne instrukcije za postupak integraljenja krivina. U tekstu je ukazano na otvorena pitanja vezana za ovaj problem. Jedini postupak kontrole ugiba koji se može uvek primeniti, jer dozvoljava direktno definisanje većine relevantnih parametara, je pojednostavljeni proračun ugiba. Ovaj postupak je varijanta dobro poznatog bi-linearnog postupka CEB-a [3]. Dodatne instrukcije, vezane za sprovođenje ovog postupka, koje se mogu naći u novijoj literaturi, takođe su diskutovane u radu.

LITERATURA

- [1] CEN. EN 1992-1-1 – Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings, European Committee for Standardization, Brussels, 2004.
- [2] CEN. prEN 1992-1-1 – Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1-1: General rules – Rules for buildings, bridges and civil engineering structures, European Committee for Standardization, Brussels, 2021.
- [3] CEB. Design Manual Cracking and Deformations, Bulletin d'Information No. 158, Comité euro-international du béton, Lausanne, 1985.
- [4] Corres Peiretti H, Pérez Caldentey A, López Agüí JC, Edtbauer J. Chapter 7 – Serviceability Limit States. Deflections. Supporting Documents, published as part of EC2 Commentary, European Concrete Platform ASBL, Brussels, 2008.
- [5] Pecić N, Marinković S. Design aspects of Eurocode 2 methods for deflection control, Proceedings of fib Symposium Prague 2011, Prague, 2011.
- [6] Vollum RL. Comparison of deflection calculations and span-to-depth ratios in BS 8110 and Eurocode 2, Magazine of Concrete Research; 61(6): 465-476, ICE Publishing. London, 2009.
- [7] Pérez Caldentey A, Mendoza Cembranos J, Corres Peiretti H. Slenderness limits for deflection control: a new formulation for flexural reinforced concrete elements. Structural Concrete 18: 118-127, Wiley, 2017.
- [8] Jaccoud JP, Favre R. Fleche des structures en béton armé: Verification experimentale d'une methode de calcul, Annales de l'ITBTP, série Béton 208, No 406 juillet-août: 20-68, ITBTP, Paris, 1982.
- [9] Pecić N, Mašović S, Stošić S. Verification of deflection according to Eurocode 2, Structural Concrete 18: 839–849, Wiley, 2017.
- [10] Milićević I, Pecić N. Deformacije tečenja i skupljanja betona prema Evrokodu 2, Tehnika vol. 72 br. 5 str. 655-663, SITS, Beograd, 2017.
- [11] Pecić N. Unapređenje metodologije kontrole ugiba armiranobetonskih konstrukcija, doktorska disertacija, Univerzitet u Beogradu, Beograd, 2013.
- [12] Beeby AW, Narayanan RS. Designers' Guide to Eurocode 2: Design of Concrete Structures, Thomas Telford, London, 2009.
- [13] Gilbert RI, Ranzi G. Time-Dependent Behaviour of Concrete Structures, Spon Press, New York, 2011.