

Саша Стошић¹

СПЕЦИФИЧНОСТИ ПРИМЕНЕ ЛИНИЈСКИХ ЕЛЕМЕНАТА ПРИ МОДЕЛИРАЊУ КОНСТРУКЦИЈА

Резиме:

Примена рачунара и могућности савременог графичког интерфејса обезбеђују једноставан рад при формирању нумеричког модела и анализи резултата. Карактеристике самог нумеричког модела и коначних елемената који су примењени као и претпоставке које су усвојене у моделирању конструкције остају скривене од корисника. У раду је приказан ексцентрични гредни елемент који се користи у програмима Tower 5 и Tower 6, софтверске куће Радимпекс. Приказане су специфичности елемента и анализирани су специјалне могућности моделирања и резултати до којих доводе.

Кључне речи: Гредни елемент, моделирање конструкција, рачунарски програм

SOME ASPECTS OF THE APPLICATION OF EXCETRIC BEAM ELEMENTS IN STRUCTURAL DESIGN

Summary:

The usage of modern structural design software and the performances of modern graphical interface provide a simple and fast design of structural model and analysis of the results. The characteristics of the numerical model and applied finite elements as well as the assumptions these elements are based on are hidden from the end user. This paper presents the specific usage of eccentric beam element. This element is applied in the computers software Tower 5 and Tower 6. The usages of these elements as well as the specific of their results are analyzed. The design of the connection of these elements with plate and shell elements also analyzed.

Key words: beam element, structural design, computer software

¹ Доц. др Саша Стошић, дипл. грађ. инж., Грађевински факултет, Београд.

1 УВОД

При нумеричком моделирању грађевинских конструкција, основни елементи су елементи плоча и греда. Савремени рачунарски програми, омогућавају дефинисање геометрије конструкције уз помоћ "графичког интерфејса". Избор облика попречног пресека и положаја греде се врши у графичком оружењу, при чему корисник брзо може да уочи евентуалну грешку у геометрији (орјентација оса греде, положај греде интензитети оптерећења и сл.).

Принципи на основу којих је моделирано понашање елемента остају у великој мери сакривени од корисника програма. Уобичајени коначни елементи се заснивају на матрицама крутости чији су чланови поједностављени и оптимизовани како би се током прорачуна вредности чланова матрице крутости брзо одрђивале. Развој рачунара, у многоме је првазишао потребу за оптимизацијом матрица крутости лијијских елемената.

Савремени коначни елементи пружају нове могућности прорачуна. Коначни елементи линијских елемената (греда), које могу бити ексцентрично постављене омогућавају вршење сложених анализа. Резултати који се при томе добијају омогућавају сложене анализе. Тумачење резултата и ефекти који се могу постићи различитим поступцима у моделирању су предмет овог рада. Посебна пажња у раду је посвећена могућностима повезивања гредних елемената са површинским, ефектима о којима се морају водити рачуна и другим напредним опцијама у моделирању.

2 ФОРМУЛАЦИЈА ГРЕДНОГ ЕЛЕМЕНТА

Претпоставке које се уводе при одређивању веза између статичких и деформацијских величина одређују карактеристике елемента. При дефинисању гредног елемента, усвајају се везе између сила и деформација у попречном пресеку. Такође се усвајају облици функција промена дуж осе штапа (интерполационих функција).

2.1 ВЕЗЕ ИЗМЕЂУ СИЛА И ДЕФОРМАЦИЈА У ПРЕСЕКУ

При одређивању израза, уобичајено је да се везе између генералисаних деформација попречног пресека и сила у пресеку успостављају у односу на тежиште попречног пресека у координатном систему главних централних оса инерције попречног пресека. У овом раду ће се анализирати уопштени случај моделирања греде при чему ће се везе између сила и деформација пресека успоставити у односу на референту тачку. У општем случају, тежиште попречног пресека се не мора поклапати ни са центром смицања.

Усвајајући претпоставку да попречни пресек остаје раван током деформације, дилатације и клизања у произвољној тачки попречног пресека се могу изразити у функцији шест генералисаних деформација пресека. Под генералисаним деформацијама пресека штапа, подразумевамо шест величина које описују деформацију осе штапа. Уобичајено је да се осом штапа обележава оса која пролази кроз тежишта попречних пресека штапа. У овом раду ће бити приказани линијски елементи код којих се оса на коју се редукују утицаји и деформације штапа (тзв. "референта оса") не поклапа са тежишном осом. Ове деформације се могу изразити вектором:

$$\{\mathcal{E}^R\} = \{\varepsilon_x^R, \gamma_{xy}^R, \gamma_{xz}^R, \Theta_x, \kappa_y, \kappa_z\}^T$$

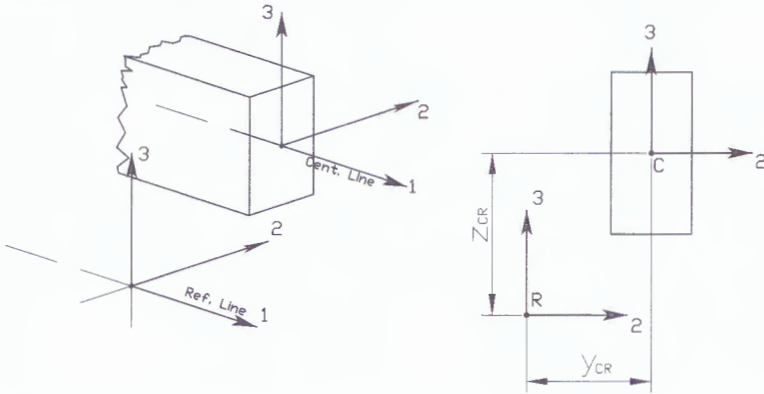
Под генерализаним статичким величинама, подразумевамо силе редуковане на исту "референтну тачку", обележену словом "R".

$$\{F^R\} = \{N, T_y, T_z, M_x^R, M_y^R, M_z^R\}^T$$

Статички утицаји подужних сила и деформације пресека које изазивају се могу раздвојити од утицаја и деформација услед попречних сила.

2.1.1 Везе између подужних сила и деформација пресека

На слици је приказан попречни пресек, положај тежишта, центра смицања и тзв. референтне осе. Једноставности ради, приказан је правоугаони пресек, код кога се центар смицања поклапа са тежиштем.



Слика 1. Ексцентрични положај пресека у односу на референтне осе

У односу на тежиште пресека "C", везе између подужних сила и генерализаних деформација тежишне осе се може приказати у облику израза (1).

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x^C \\ \kappa_y \\ \kappa_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{EA} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-I_z^C}{EJ_2^C} & \frac{-I_{yz}^C}{EJ_2^C} \\ 0 & \frac{I_{yz}^C}{EJ_2^C} & \frac{I_y^C}{EJ_2^C} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N \\ M_y^C \\ M_z^C \end{Bmatrix} \Leftrightarrow \{\mathcal{E}^C\} = [C_L^C] \{F_L^C\} \quad (1)$$

У претходном изразу (1), J_2^C је друга инваријанта момената инерције у односу на тежишне осе "y" и "z" (које не морају бити главне) и износи $J_2^C = I_y^C I_z^C - (I_{yz}^C)^2$.

Горњи индекс "C" означава да су величине момената савијања и дилатације срачунате у односу на тежишне осе, док доњи индекс "L" означава да се ради о подужним силама.

Коришћењем претпоставке о равном пресеку, дилатација референтне тачке се може изразити на основу деформације тежишне осе и релативног положаја осе тежишта и референтне осе: $\mathcal{E}_x^R = \mathcal{E}_x^C + (z_C - z_R)\kappa_y + (y_C - y_R)\kappa_z$. На основу те везе, могу се изразити деформације референтне осе на основу деформација тежишне осе, у матричном облику:

$$\begin{Bmatrix} \mathcal{E}_x^R \\ \kappa_y \\ \kappa_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & z_C - z_R & y_C - y_R \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathcal{E}_x^C \\ \kappa_y \\ \kappa_z \end{Bmatrix} \Leftrightarrow \{ \mathcal{E}_L^R \} = [T_L^{CR}] \{ \mathcal{E}_L^C \} \quad (2)$$

На сличан начин, подужне силе у тежишту се могу изразити у функцији разлике координата и вредности сила редукованих на референту осу:

$$\begin{Bmatrix} N \\ M_y^C \\ M_z^C \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -(z_C - z_R) & 1 & 0 \\ y_C - y_R & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N \\ M_y^R \\ M_z^R \end{Bmatrix} \Leftrightarrow \{ F_L^C \} = [T_{LF}^{RC}] \{ F_L^R \} \quad (3)$$

односно, деформације референтне осе се могу изразити преко сила редукованих на референту осу:

$$\{ \mathcal{E}_L^R \} = [T_L^{CR}] \{ \mathcal{E}_L^R \} = [T_L^{CR}] [C_L^C] \{ F_L^C \} = [T_L^{CR}] [C_L^C] [T_L^{CR}] \{ F_L^R \} = [C_L^R] \{ F_L^R \} \quad (4)$$

матрица $[C_L^R]$ је матрица флексибилности попречног пресека за утицаје подужних сила, редукованих на "референтну осу". У изразу је приказана вредност ове матрице у развијеном облику

$$[C_L^R] = \frac{1}{E \cdot J_2^C} \begin{bmatrix} \frac{J_2^C}{A} + I_y^C (y_{CR})^2 - 2I_{yz}^C y_{CR} z_{CR} + I_z^C (z_{CR})^2 & I_{yz}^C y_{CR} - I_z^C z_{CR} & I_y^C y_{CR} - I_{yz}^C z_{CR} \\ I_z^C z_{CR} - I_{yz}^C y_{CR} & -I_z^C & -I_{yz}^C \\ I_y^C y_{CR} - I_{yz}^C z_{CR} & I_{yz}^C & I_y^C \end{bmatrix}$$

У претходном изразу, разлике координата су обележене са : $y_{CR} = y_C - y_R$ односно $z_{CR} = z_C - z_R$

2.1.2 Везе између попречних сила и деформација пресека

За разлику од подужних сила, везе између попречних сила и одговарајућих генералисаних деформација се налазе редукијом на осу центра смицања. Везе између попречних сила редукованих на осу центра смицања и одговарајуће деформације су:

$$\begin{Bmatrix} \gamma_{xy}^S \\ \gamma_{xz}^S \\ \theta_x \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{GA_y} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{GA_z} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{GI_t} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_y \\ T_z \\ M_x^S \end{Bmatrix} \Leftrightarrow \{\mathcal{E}_T^S\} = [C_T^S] \{F_T^S\} \quad (5)$$

у овом случају, грорњи индекс "S", означава редукцију на центар смицања, док доњи индекс, означава да се ради о попречним силама. Деформација референте осе се може изразити у функцији координата и деформације "осе смицања" у облику:

$$\begin{Bmatrix} \gamma_{xy}^R \\ \gamma_{xz}^R \\ \theta_x \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & z_S - z_R \\ 0 & 1 & y_R - y_S \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{xy}^S \\ \gamma_{xz}^S \\ \theta_x \end{Bmatrix} \Leftrightarrow \{\mathcal{E}_T^R\} = [T_T^{SR}] \{\mathcal{E}_T^S\} \quad (6)$$

односно редукцијом сила са референтне осе на осу центра смицања:

$$\begin{Bmatrix} T_y \\ T_z \\ M_x^S \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ z_S - z_R & y_R - y_S & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_y \\ T_z \\ M_x^R \end{Bmatrix} \Leftrightarrow \{F_T^S\} = [T_T^{SR}]^T \{F_T^R\} \quad (7)$$

На основу претходних израза, матрица флексибилности за утицаје попречних сила редуктованих на референту осу се добија изразима

$$\{\mathcal{E}_T^R\} = [T_T^{SR}] \{\mathcal{E}_T^S\} = [T_T^{SR}] [C_T^S] \{F_T^S\} = [T_T^{SR}] [C_T^S] [T_T^{SR}]^T \{F_T^R\} = [C_T^R] \{F_T^R\} \quad (8)$$

односно:

$$[C_T^R] = \frac{1}{G} \begin{bmatrix} \frac{1}{A_y} + \frac{z_{SR}^2}{I_t} & \frac{-y_{SR} \cdot z_{SR}}{I_t} & \frac{z_{SR}}{I_t} \\ \frac{-y_{SR} \cdot z_{SR}}{I_t} & \frac{1}{A_z} + \frac{y_{SR}^2}{I_t} & \frac{-y_{SR}}{I_t} \\ \frac{z_{SR}}{I_t} & \frac{-y_{SR}}{I_t} & \frac{1}{I_t} \end{bmatrix} \quad (9)$$

Матрица флексибилности попречног персека има шест врста и шест колона а њени чланови су одговарајући чланови матрица $[C_L^R]$ и $[C_T^R]$.

Инверзијом матрице флексибилности се добија матрица крутости попречног пресека. На основу интерполационих функција промена статичких или деформацијских величина, одредјују се вредности коефицијената матрице крутости или флексибилности штапа. Ове матрице се могу добити у затвореном облику и није потребна њихова нумеричка интеграција.

Коришћењем матрица крутости ексцентричних греда, вредности статичких утицаја се добијају редуковане на референтну осу. Статички утицаји се касније користе за контролу напона или димензионисање и одређивање количине потребне арматуре у гредама. Изрази који се примењују при контроли напона или димензионисању, користе статичке утицаје редуковане у односу на тежиште попречног пресека. Због тога се у рачунарским програмима који користе ексцентричне греде (Tower 5 и Tower 6), приказују статички утицаји у ексцентричним гредама редуковани у односу на тежиште попречног пресека.

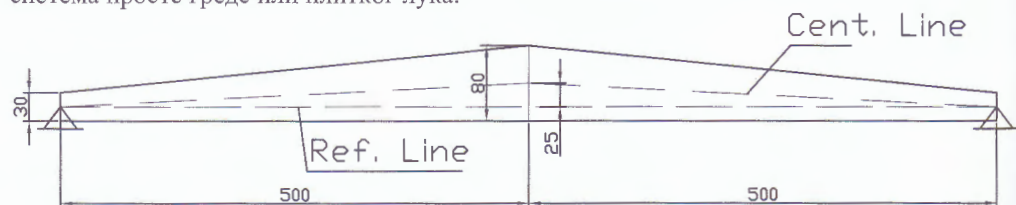
Да би се омогућило корисницима програма да добију резултате без анализе ефеката ексцентричности у наведеним рачунарским програмима постоји могућност избора "фиктивне ексцентричности". Применом "фиктивне ексцентричности", у програму ће се применити гредни елемент коме се тежишна оса поклапа са референтном осом. То значи да ће вандијагонални чланови матрица бити једнаки нули, док ће се ефекат "фиктивне ексцентричности" свести на повећање вредности момената инерције за положајни део.

3. НУМЕРИЧКИ ПРИМЕРИ ПРИМЕНЕ ЕКСЦЕНТРИЧНИХ ГРЕДНИХ ЕЛЕМЕНАТА

У овом делу ће се на једноставним примерима указати на специфичности о којима се мора водити рачуна при коришћењу ексцентричног гредног елемента. Предност овог елемента је што се при дефинисању положаја може користити особина ексцентричности.

3.1 ГРЕДНИ ЕЛЕМЕНТ ПРОМЕНЉИВЕ ВИСИНЕ

Гредни елемент променљиве висине је приказан на скици. У зависности од покретљивости ослонаца, и примене реалне или фиктивне ексцентричности, елемент је система просте греде или плитког лука.

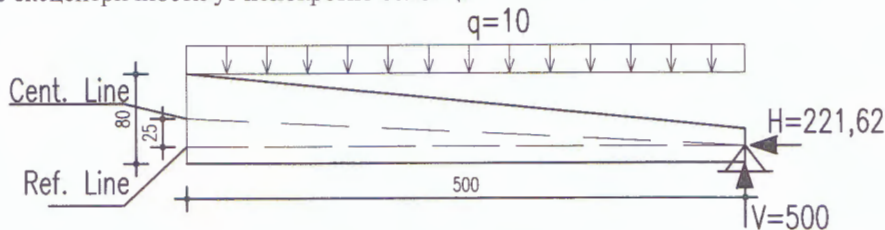


Слика 2. Диспозиција греде и положај референтне осе греде и тежишне осе

Попречни пресек греде је правоугаони, димензије на крајевима је 20/30 цм, док је у средини димензија греде 20/80цм, при чему је доња ивица површине попречног пресека на истој висинској коти. Распон греде је 10м или 100цм. Греда је оптерећена расподељеним оптерећењем од 10кн/м. При моделирању, оса која дефинише положај греде (референтна оса) је права линија чији су крајеви на месту ослонаца.

У случају примене једног покретног и једног непокретног ослонца, носач је статичког система просте греде и статички утицаји одговарају утицајима у простој греди. Нормална сила је једнака нули, док је максимална вредност момента на половини распона и износи $M_{\max} = q \cdot l^2 / 8 = 125kNm$.

У случају постављања непокретног ослоњца на оба краја греде, резултати ће зависити од примене реалне или фиктивне ексцентричности. Наиме, у случају примене реалне ексцентричности, носач се понаша као "плитки лук" и јављају се значајне вредности хоризонталне силе. На слици је приказана половина носача у случају примене реалне ексцентричности уз непокретне ослоњце.



Слика 3. Диспозиција греде половине греде и реакције при непокретним ослоњцима

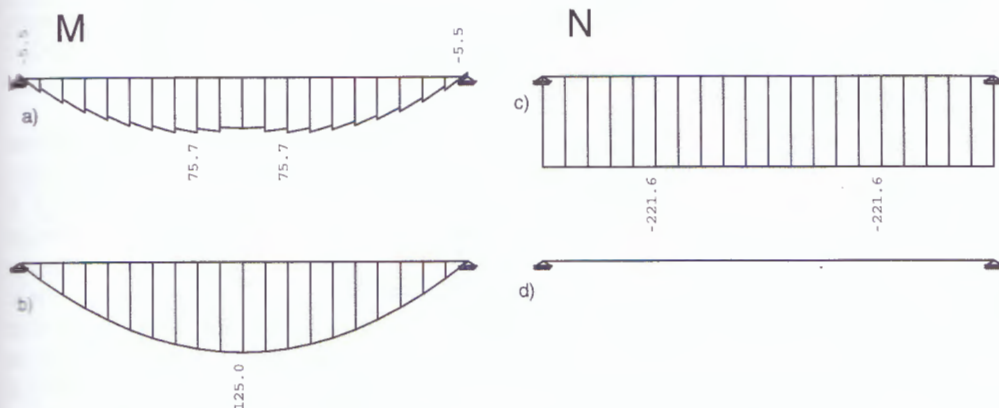
Пошто се силе редукују на тежиште пресека, услед хоризонталне силе, вредност момента на половини распона ће бити смањена и износиће:

$$M = 500 \cdot 5 - 10 \cdot 5 \cdot 2,5 - 221,62 \cdot 0,25 = 125 - 55,4 = 69,6 \text{ kNm}$$

Истовремено, јавља се нормална сила од 221,62кН.

У случају примене фиктивне ексцентричности, неће се јавити нормална сила упркос непокретном ослоњцу. Због тога ће и вредност момента савијања на половини распона одговарати вредности момента савијања на половини просте греде.

На слици 4. су приказани резултати који се добијају применом истог облика попречног пресека при чему су на горњем делу слике приказани утицаји на греди моделирана применом реалне ексцентричности, док су на доњем делу слике приказани утицаји у греди моделираној применом фиктивне ексцентричности.

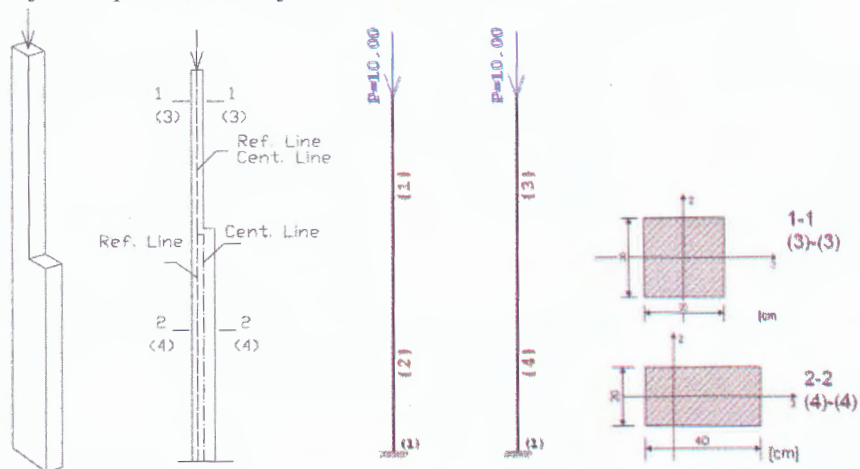


Слика 4. Вредности момената савијања и нормалне силе на ексцентричној греди (а и с) и фиктивно ексцентричној греди (б и д)

Овај пример демонстрира разлике до којих би дошло у утицајима који су последица усвајања различитих претпоставки у моделирању греде. Примена реалне ексцентричности обезбеђује тачне резултате, али се мора водити рачуна о реалним утицајима, односно, не сме се занемарити утицај нормалне силе.

3.2 СТУБ ПРОМЕНЉИВОГ ПОПРЕЧНОГ ПРЕСЕКА

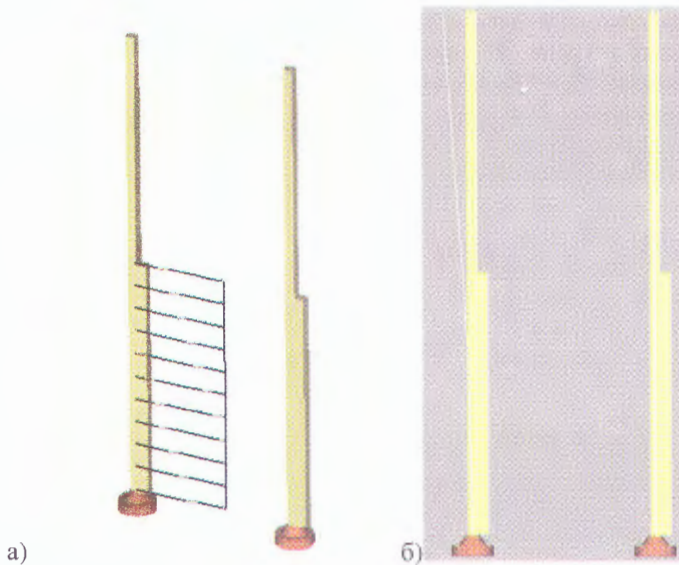
При моделирању стуба приказаног на слици 5, искоришћена је могућност да положај стуба у простору буде одређена једном линијом. У овом случају, за референтну осу је усвојена вертикална линија.



Слика 5. Стуб са скоковитом променом облика попречног пресека, попречни пресек на горњем делу 1-1, односно на доњем делу стуба 2-2

На слици 5, су приказани попречни пресеци и координатни систем који одговара референтној оси. Попречни пресеци (3)-(3) и (4)-(4) су идентични пресецима 1-1 и 2-2, с том разликом што су фиктивно ексцентрични, (пресеци 1-1 и 2-2 су реално ексцентрични).

Дејство концентрисане силе на крају стуба која делује у тежишту пресека 1-1, доводи до централног притиска на горњем делу и до ексцентричног притиска на доњем делу. При моделирању применом реалне ексцентричности, добијају се утицаји који су и очекивани, односно у горњем делу стуба је присутна само нормална сила, док се у доњем делу јавља нормална сила и моменат савијања који одговара. Деформација стуба услед задатог утицаја такође одговара. У овом случају, примена фиктивне ексцентричности је довела до одсуства момента савијања на доњем делу стуба, што се може видети са слике б.а) . На слици б.а) су приказани утицаји момената савијања (редукованих у односу на тежиште пресека) , за стуб моделиран реално ексцентричним пресеком (леви стуб) и фиктивно ексцентричним пресеком (десни стуб). На слици б.б) је приказан деформисан облик стуба моделираног реално ексцентричним и фиктивно ексцентричним пресеком.

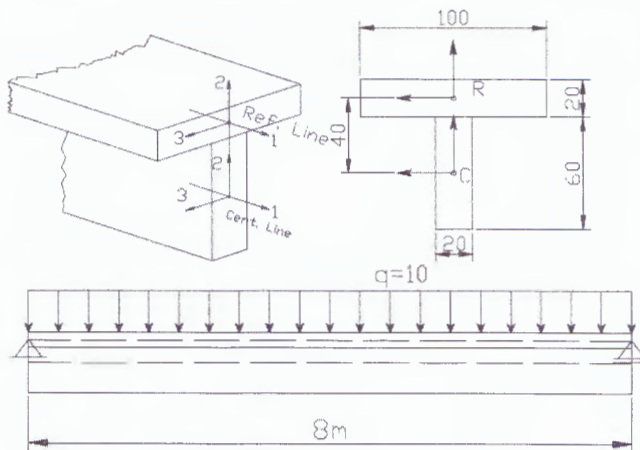


Слика 6. Дијаграм момента савијања и облик деформације

Без примене ексцентричних елемената, коректне утицаје је могуће добити и применом кратког гредног елемента велике крутости којим би се моделирало померање осе.

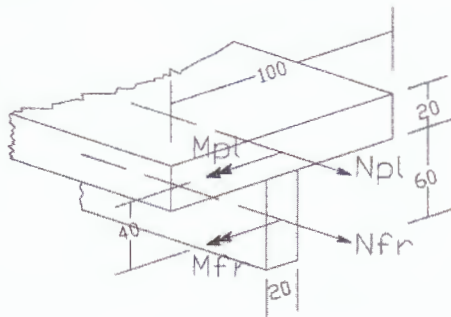
3.3 ГРЕДА ВЕЗАНА СА ПЛОЧОМ

Примена реалне ексцентричности омогућава моделирање греде која је везана са плочом. Посматрајмо греду правоугаоног попречног пресека на коју се ослања плоча. Ова два елемента чине "просту греду" сложеног "Т" пресека.



Слика 7. Диспозиција греде и плоче (сложене греде "Т" пресека)

Положај правоугаоног дела греде је одређен референтном линијом у равни плоче. Статички утицаји у греди "Т" пресека, коју је формирала плоча са гредом, се налазе редукијом утицаја из греде и плоче. На слици 8, је приказан положај резултујућих утицаја у греди и плочи. Статички утицаји у греди су редуковани на тежишну осу, док се у плочи редукују на осу плоче.



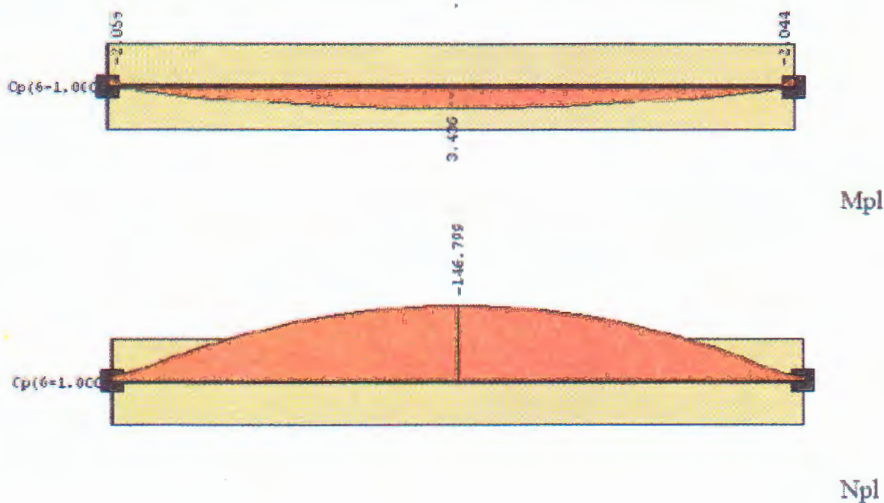
Слика 8. Положај резултујућих утицаја у греди и плочи

Укупни утицаји се налазе редукијом утицаја на жељену осу сложене греде, односно изразима (10)

$$N = N_{pl} + N_{fr} \quad (10)$$

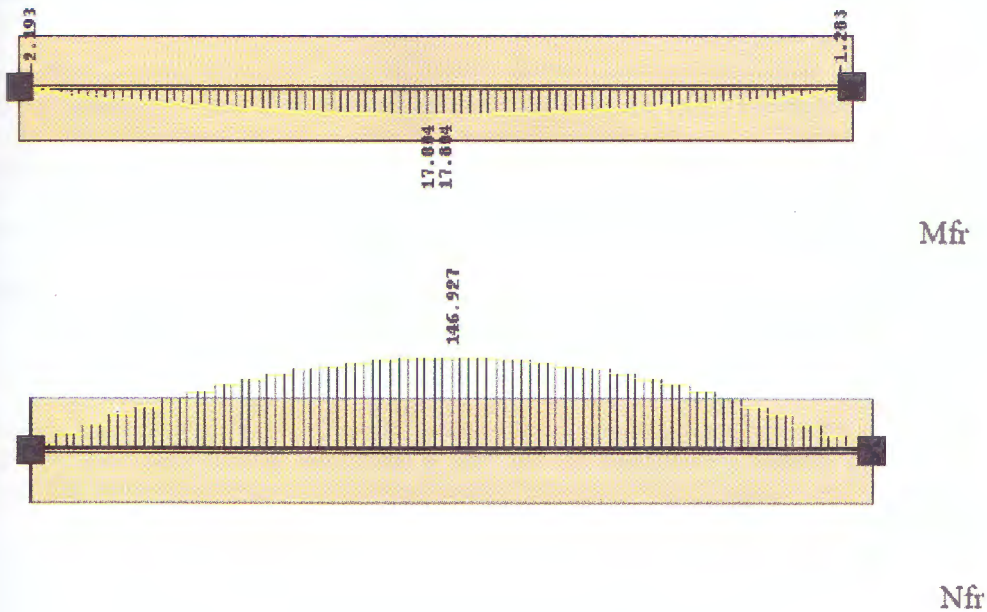
$$M = M_{pl} + M_{fr} + 0.4 \cdot N_{fr}$$

Резултати статичких утицаја у плочи се могу добити опцијом "пресек", са ширином $b=1$ (што би одговарало ширини целе плоче). Резултати се добијају интеграцијом момената савијања и нормалних сила у плочи и њиховом редукијом на осу "пресека". Ови утицаји, за задату диспозицију и оптерећење су приказани на слици 9



Слика 9. Резултујући утицаји у плочи

Статички утицаји у гредном делу су приказани на слици 10.



Слика 10. Утицаји у гредном делу

Применом израза (10), добијамо статичке утицаје на половини распона, редукцијом утицаја из плоче и греде на исту тачку налазимо:

$$N = N_{pl} + N_{fr} = -146.799 + 146.927 = 0.128kN$$

$$M = M_{pl} + M_{fr} + 0.4 \cdot N_{fr} = 3.436 + 17,804 + 146.927 \cdot 0.4 = 80.001kNm$$

Пошто се ради о "простој греди", утицаји су се могли једноставно добити и "тачне" вредности су $N = 0$, $M = q \cdot l^2 / 8 = 80$. Може се уочити да су одступања незнатна.

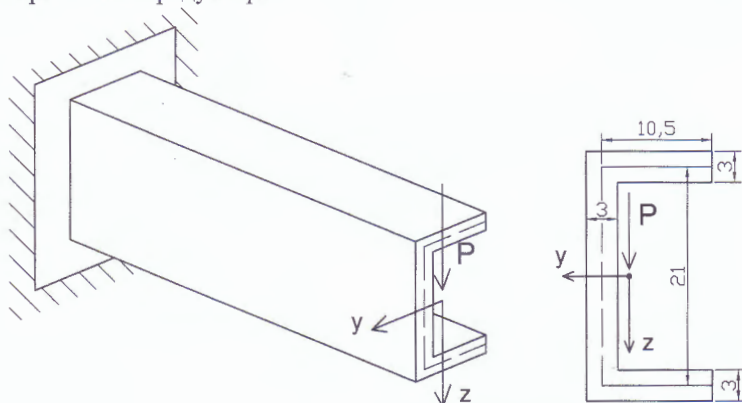
Овај пример са друге стране указује на потенцијалну "опасност" у примени ексцентричних греда. До проблема би дошло у случају да се користе утицаји само у гредном делу (без плоче). Уколико погледамо претходни пример, пресек у средини распона на гредном делу је оптерећен само нормалном силом затезања од 146.9кН и моментом савијања од 17.8 кНм. Дијаграм напона у гредном делу би одговарао дијаграму напона у "ребру Т пресека", али примена аутоматског алгоритма за димензионисање би греду третирао као доминантно затегнути елемент и у складу с тим и предложио распоред арматуре. До сличног проблема би дошло да је "Т пресек", моделиран спојем ексцентричне греде и плоче био примењен у континуалном носачу са моментима који затежу гоњи део пресека. У том случају, јавило би се знатно затезање у плочи. Примена уобичајеног алгоритма за димензионисање плоча (при коме се арматура одређује на основу интензитета момената савијања, без контроле нормалне силе), би довела до усвајања знатно мање количине потребне арматуре.

4 МОДЕЛИРАЊЕ ЛИНИЈСКОГ ЕЛЕМЕНТА ПОВРШИНСКИМ ЕЛЕМЕНТИМА - УПОТРЕБА РЕДУКТОРА

Савремени рачунарски програми (Tower 6) омогућавају да се при анализи резултата, статички утицаји који су добијени у површинским елементима редукују на линију или осу. То омогућава да се резултати добивени применом површинских елемената или комбинацијом греда и површинских елемената третирају као резултати у линијским елементима. При томе је знатно поједностављена анализа и контрола резултата. На тај начин је могуће уносити веома сложене облике пресека и вршити њихову обједињену анализу. У овом поглављу ће се у конкретном примеру демонстрирати поступак у односу на једноставан "школски пример" и упоредити резултати са очекиваним вредностима.

4.1 Конзола танкозидног пресека оптерећена концентрисаном силом

У стандардном курсу отпорности материјала, студентима се на конзоли [пресека демонстрира распоред смичућих напона, као и постојање центра смицања. У овом случају ће исти носач бити моделиран плочастим елементима, док ће анализа бити спроведена коришћењем редуктора.

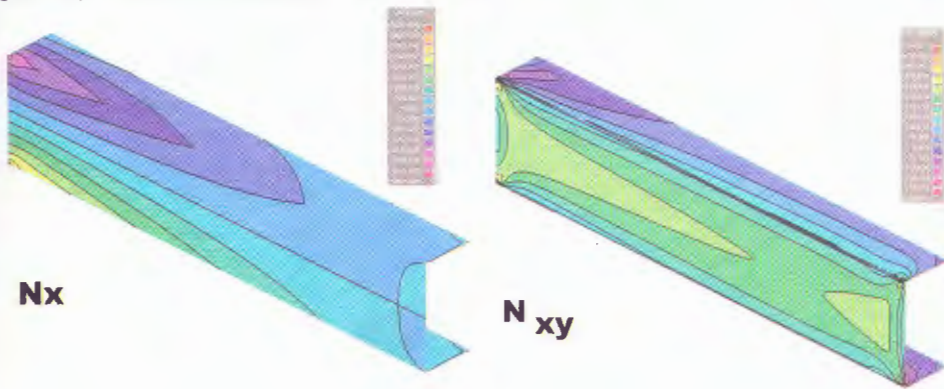


Слика 11. Конзолни носач и оптерећење

Греда је моделирана плочастим елементима, а оптерећење је нането као линијско оптерећење по контури слободног краја, како би резултанта прошла кроз тежиште. У укљештењу, у случају примене линијских непокретних ослонаца, долази до спречене депланације односно ограничене торзије. У циљу поређења резултата са ефектима слободне торзије, у пресеку у укљештењу уместо линијских непокретних ослонаца, по зидовима танкозидног пресека, постављене су круте греде које су тачкасто ослоњене у тачкама у којима је ω координата једнака нули.

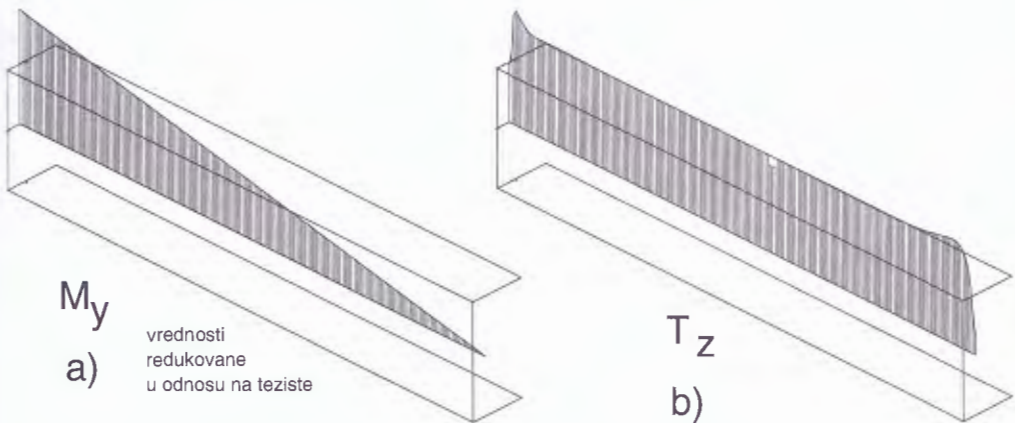
Уобичајени утицаји који се могу добити из плочастих елемената су напони или силе по јединици дужине. У овом случају резултати силе по јединици дужине у правцу осе штапа, односно смичући напони су приказани на слици 12. Такви резултати омогућавају контролу напона али савремени концепти анализа граничног стања, допуштају

прекорачење напона те се овакав начин приказивања резултата може сматрати превазиђеним са становишта димензионисања конструкција.



Слика 12. Вредности нормалних и смичућих сила по јединици дужине приказани на уобичајен начин за приказивање резултата у површинским елементима

Уместо анализе вредности интензитета напона, савремени концепти анализе конструкција захтевају вредности сила. Употреба редуктора, омогућава да се уцаји са површинских елемената сведу (редукују) на жељену линију. На слици 13 су приказани дијаграми момента савијања и трансверзалне силе добијени применом редуктора. Оса редуктора је линија на коју се свде (редукују) утицаји. У овом случају, оса редуктора је постављена у тежишту попречног пресека танкозидног штапа.

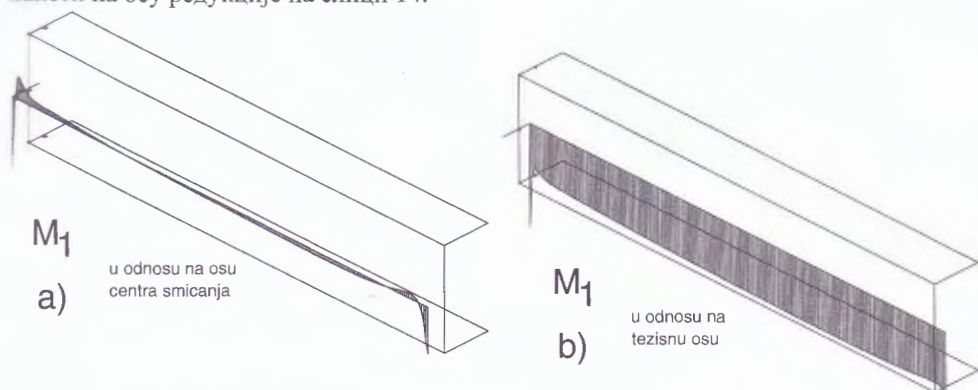


Слика 13. Вредности дијаграма редукованих утицаја - момента савијања и трансверзалне силе.

Статички утицаји приказани на слици 13 су много погоднији за анализу, контролу и димензионисање од утицаја приказаних на слици 12. Они одговарају утицајима у конзоли оптерећеној концентрисаном силом на крају. Сем интензитета момента

смицања или трансверзалне силе, за које нам у овом једноставном примеру сложена анализа и није била потребна, редуктор омогућава и контролу и праћење утицаја момента торзије редукованог на жељену тачку.

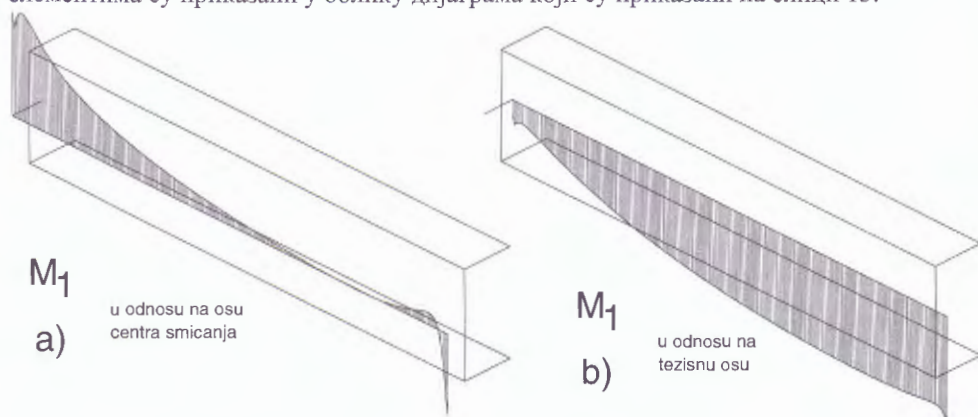
При граничним условима у укљештењу који одговарају слободној торзији, статички утицаји су редуковани на тежшну осу и осу смицања. Резултати редуције пресечних сила у плочастим елементима су приказани у облику дијаграма момента торзије који су нанети на осу редуције на слици 14.



Слика 14. Момент торзије редукован на осу смицања (а) или тежшну осу (б) при граничним условима у укљештењу који одговарају слободној торзији

Са слике 14 се уочава да се редуцијом унутрашњих смичућих сила на центар смицања добија момент торзије једнак нули, док се редуцијом истих величина на тежшну осу добија значајан момент торзије.

При граничним условима у укљештењу који спречавају померање у правцу осе штапа и доводе до ограничене торзије у укљештењу, статички утицаји су редуковани на тежшну осу и осу смицања. Резултати редуције пресечних сила у плочастим елементима су приказани у облику дијаграма који су приказани на слици 15.



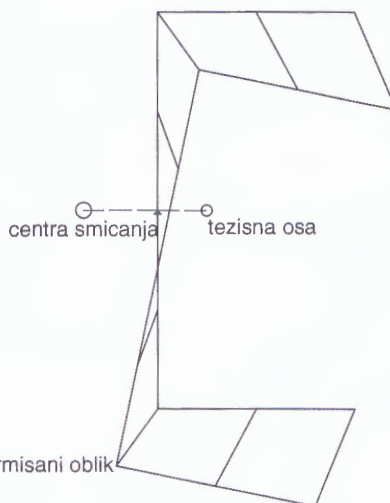
Слика 15. Момент торзије редукован на осу смицања (а) или тежшну осу (б) при граничним условима у укљештењу који одговарају ограниченој торзији

Са слике 15, се може уочити постојање ограничене торзије у делу носача у близини ослонца, односно где је граничним условима спречена депланација. Релативни однос момента слободне и ограничене торзије се може одредити анализом диференцијалне једначине ограничене торзије, али при том, гранични услов - спречене или слободне депланације има велики значај.

У пресеку на половини конзолног дела се могу добити интензитети статичких утицаја по зидовима, односно вредности сила редукованих на тежиште или центар смицања. Ови утицаји су приказани на слици 16.а.



a) статички утицаји у зидовима редуковани на CS и Teziste



b)

Слика 16. Статички утицаји у пресеку на половини конзоле а) и деформација конзолног штапа (поглед из правца врха конзоле б)

Редукцијом утицаја омогућено је да се утицаји из више елемената третирају као утицаји у гредном елементу односно да се на наведене утицаје примени један од алгоритама за димензионисање гредног елемента.

На слици 16.б) приказана је деформације конзолног штапа гледано из правца врха конзоле. Може се уочити да се пресек на слободном крају помера транслаторно у правцу деловања силе и ротира око центра смицања.

Овај пример показује да је могуће моделирати и анализирати ефекте карактеристичне за танкозидне штапове и без експлицитног одређивања карактеристика попречних пресека танкозидних штапова, односно и без решавања диференцијалне једначине ограничене торзије по штаповима. При томе се добијају задовољавајуће вредности за статичке и деформацијске величине. Таква анализа нарочито долази до изражаја при моделирању и анализи понашања језгра зграда или танкозидних пресека мостова. Могуће је издвојити жељено ребро и садејствујућу површину плоча из система и анализирати утицаје редуковане из тих елемената.

Примена ове технике, омогућава редуkcију и суперпозицију утицаја из плоча и греда. На тај начин, анализа прости греде "Т" пресека приказане у примеру 3.3 је знатно поједностављена а примена резултата реално-ексцентричних греда олакшано.

5 ЗАКЉУЧАК

Савремени рачунарски програми омогућавају моделирање сложених структура и ефеката у њима на релативно једноставан начин. При анализи резултата програма се мора водити рачуна о претпоставкама на основу којих је генерисан нумерички модел.

Примена реално ексцентричних греда омогућава реално моделирање крутости елемената са једне стране али се при коришћењу резултата и статичких утицаја, мора водити рачуна о ефектима до којих такво моделирање доводи. У случају спрезања реално ексцентричне греде са плочом, добија се "Т" пресек али ће статички утицаји у гредном делу приказати само утицаје у ребру "Т" пресека. Димензионисање такве греде захтева редуковање утицаја из припадајућег дела плоче и не може се аутоматски спровести. Због тога је у случајевима када крутост система "плоча-греда" није од великог интереса, препоручљиво изабрати "фиктивно ексцентричне греде". У том случају, у наведеном примеру "Т" пресека се неће јавити нормалне силе, а димензионисање се може аутоматски спровести.

Примена "редуктора" омогућава реално моделирање крутости језгара зграда, анализу утицаја у језгру или само његовим деловима као и моделирање ефеката који су карактеристични за танкозидне пресеке.