

ПРИМЉЕНО: 15 MAJ 2020			
Орг. јед	Број	Прилог	Вредност
02	22/57	—	—

НАСТАВНО-НАУЧНОМ ВЕЋУ  
Грађевинског факултета  
Универзитета у Београду

**Предмет:** Покретање поступка за верификацију техничког решења

Према Правилнику о поступку, начину вредновања и квантитативном исказивању научноистраживачких резултата истраживача (Сл. Гласник РС, бр. 24/2016, 21/2017 и 38/2017), обраћамо се Наставно-научном већу Грађевинског факултета Универзитета у Београду са молбом да покрене поступак за верификацију техничког решења категорије М81 под називом:

**Софтверско- хардверско решење за одређивање термалних одзивних фактора за вишеслојни равански зид коришћењем Грин-ових (Green) функција**

**М81** – Техничко софтверско и хардверско решење које задовољава критеријум отвореног извора публикувано у часопису категорије **М21**

Аутори решења: доц. др Радован Госпавић, дипл.ел.инж. Грађевински факултет у Београду  
в.проф. др Горан Тодоровић, дипл.ел.инж, Грађевински факултет у Београду, Милица Мирковић  
Марјановић, мастер инж.грађ, Институт за испитивање материјала (ИМС) Београд,  
в.проф. др Љиљана Брајовић, дипл.ел.инж, Грађевински факултет у Београду

У прилогу достављамо потребну документацију.

14 Мај, 2020.  
Београд

Подносиоци захтева:

*Radovan Gospavic*

доц. др Радован Госпавић, дипл.ел.инж.

*G. Todorovic*

в.проф. др Горан Тодоровић, дипл.ел.инж

*M. Mirkovic Marjanovic*

Милица Мирковић Марјановић, мастер инж.грађ

*Ljiljana Brajovic*

в.проф. др Љиљана Брајовић, дипл.ел.инж

## ТЕХНИЧКО РЕШЕЊЕ

**M81** – Техничко софтверско и хардверско решење које задовољава критеријум отвореног извора  
публиковано у часопису категорије **M21(IF=3,47)**

### **Софтверско- хардверско решење за одређивање термалних одзивних фактора за вишеслојни равански зид коришћењем Грин-ових (Green) функција**

#### **АУТОРИ:**

**Доц. др Радован Госпавић**, дипл.ел.инж., Универзитет у Београду, Грађевински  
факултет, Булевар краља Александра 73, Београд

**В.проф. др Горан Тодоровић**, дипл.ел.инж., Универзитет у Београду, Грађевински  
факултет, Булевар краља Александра 73, Београд

**Милица Мирковић Марјановић** мастер инж.грађ, Институт за испитивање материјала  
(ИМС), Булевар војводе Мишића 43, Београд

**В.проф. др Љиљана Брајовић**, дипл.ел.инж., Универзитет у Београду, Грађевински  
факултет, Булевар краља Александра 73, Београд

1) АУТОРИ ТЕХНИЧКОГ РЕШЕЊА

**Доц. др Радован Госпавић**, дипл.ел.инж., Универзитет у Београду, Грађевински факултет, Булевар краља Александра 73, Београд

**В.проф. др Горан Тодоровић**, дипл.ел.инж., Универзитет у Београду, Грађевински факултет, Булевар краља Александра 73, Београд

**Милица Мирковић Марјановић**, мастер инж.грађ, Институт за испитивање материјала (ИМС), Булевар војводе Мишића 43, Београд

**В.проф. др Љиљана Брајовић**, дипл.ел.инж., Универзитет у Београду, Грађевински факултет, Булевар краља Александра 73, Београд

2) НАЗИВ ТЕХНИЧКОГ РЕШЕЊА

**Софтверско - хардверско решење за одређивање термалних одзивних фактора за вишеслојни равански зид коришћењем Грин-ових (Green) функција**

3) КЉУЧНЕ РЕЧИ

Гринове функције, провођење топлоте, композитни материјали, термални одзивни фактори

4) ЗА КОГА ЈЕ РЕШЕЊЕ РАЂЕНО

Техничко софтверско и хардверско решење које задовољава критеријум отвореног извора публикувано у часопису категорије **M21 : Milica Mirković Marjanović, Radovan Gospavić, Goran Todorović, An analytical approach based on Green's function to thermal response factors for composite planar structure with experimental validation, International Journal of Thermal Sciences 139 (2019) 129–143.**

Техничко софтверско и хардверско решење је рађено у склопу пројекта: "Побољшање Енергетске Ефикасаности зграда у Србији и избор материјала за њихову сертификацију", бр: **III42012** финансираног од стране владе Републике Србије.

5) ГОДИНА КАДА ЈЕ РЕШЕЊЕ КОМПЛЕТИРАНО

2019. година

6) ГОДИНА КАДА ЈЕ РЕШЕЊЕ ПОЧЕЛО ДА ПРИМЕЊУЈЕ И ОД КОГА

2019. година

7) ОБЛАСТ И НАУЧНА ДИСЦИПЛИНА НА КОЈУ СЕ ТЕХНИЧКО РЕШЕЊЕ ОДНОСИ

Грађевинарство, ужа научна област Грађевинска физика – енергетска ефикасност и термика грађевинских објеката

## 8) ПРОБЛЕМ КОЈИ СЕ ТЕХНИЧКИМ РЕШЕЊЕМ РЕШАВА

У овом техничком решењу је разматран проблем одређивања термалних одзивних фактора (ТОФ) за равне вишеслојне грађевинске преграде. Примењен је иновативан приступ који се заснива на коришћењу Грин-ових функција. Термални одзивни фактори су веома погодно средство за описивање термичких својстава линеарних система у динамичким режимима. У генералном случају, разматран проблем односно систем може имати више улаза и излаза. Код практичних термалних проблема који укључују само кондуктивно провођење топлоте посматрани систем у великој већини случајева се може представити еквивалентним линеарним временским инваријатним моделом са два улаза и два излаза. Улазе и излазе представљају температуре и топлотни флуксеве на начин како је то дефинисано у стандарду ISO 13786 [1].

Основна претпоставка при коришћењу овог метода је линеарност система и примењивост принципа суперпозиције. Полази се од основне претпоставке да је одзив динамичког система на било коју линеарну комбинацију произвољног скупа улазних сигнала једнак линеарној комбинацији одзива на појединачне улазне сигнале. При томе су коефицијенти у линеарној комбинацији излазних сигнала временски инваријантни. Коришћење термалних одзивних фактора је широко прихваћено при решавању практичних инжењерских проблема у термици у динамичком режиму када је посматрани систем линеаран, односно када се провођење топлоте одвија искључиво кондукцијом кроз материјале који су у чврстом агрегатном стању и када у провођење топлоте нису укључени нелинеарни процеси као што су фазни прелазни, струјање флуида, сублимација, радијација итд.

Примена ове технике је базирана на проналажењу топлотног одзива система на погодно изабране побуде, такозване функције облика. Овај одзив је једнозначно одређен карактеристикама самог система и функцијама облика и омогућава проналажење одзива за произвољне улазне сигнале. У случају произвољне побуде улазни сигнали се апроксимирају линеарном комбинацијом временски померених функција облика. Овакав приступ омогућава да се пронађе одзив система на произвољну побуду који се добија као линеарна комбинација одзива система на функције облика са истим коефицијентима као у апроксимацији за улазни сигнал.

Једна од најчешће коришћених функција облика је униформна поворка троугаоних импулса којима се улазни сигнали апроксимира линеарним одсечцима. Временски померај између импулса представља време којим се улазни сигнал семплије. У овом случају излазни сигнал се представља као линеарна комбинација импулса који представљају одзиве система на побуде троугаоним импулсима [2,3].

Метод базиран на одзивним факторима има генералну валидност за све линеарне и временски инваријантне ситеме и није ограничен само на термалне проблеме.

Један од недостатака оваквог приступа је да се разматрају само улази и излази система који најчешће представљају површинске температуре и топлотне флуксеве, док се просторна расподела температуре и флукса не разматра. Пошто у општем случају одзив система на произвољне функције облика не може да се изрази у затвореном или аналитичком облику обично се користе апроксимативна решења добијена или у временском или фреквентном домену што додатно усложњава примену овог метода у свакодневној инжењерској пракси .

У овом техничком решењу је предложено ново и иновативно решење овог проблема које се базира на примени Грин-ових функција које омогућава проналажење термалних одзивних фактора у генералном случају за произвољне функције облика. Такође предложено решење омогућава проналажење температурске расподеле и расподеле топлотног флукса унутар посматране вишеслојне структуре [2].

## 9) СТАЊЕ РЕШЕНОСТИ ПРОБЛЕМА У СВЕТУ

Композитне планарне структуре имају примену у широком опсегу инжењерских и технолошких апликација. Термалне и физичке особине вишеслојних структура у грађевинарству су битне са становишта енергетских перформанси, хигротермалних карактеристика и акустике грађевинских објеката [2,4,5]. Термални прорачуни везани за ове структуре у динамичком режиму су посебно од интереса при процени топлотних губитака и енергетске ефикасности грађевинских објеката у реалним условима [2].

Проблем транспорта топлоте и температурне расподеле у композитном материјалу у стационарном и динамичком режиму за тродимензионе структуре је разматран методама хармонијске анализе од стране бројних аутора [6,7,8]. Овакав приступ даје детаљну расподелу температуре и топлотног флукса композитних структура и може захтевати веома комплексне граничне услове. Ипак овакав приступ није погодан за практичне апликације код планарних вишеслојних структура где се провођење топлоте одвија у само једном правцу. Са друге стране примена метода базираних на Гриновим функцијама су широко распрострањени у анализи термалних и дифузионих проблема. Овај приступ омогућава да се на компактан начин опише решење посматраног проблема коришћењем интегралних једначина у временском домену [9–11].

У практичним апликацијама и прорачунима транспорта топлоте у вишеслојним планарним структурама нарочито се издвајају метод термалних одзивних фактора и метод базиран на кондукционој трансфер функцији. Оба метода су применљива само у случају линеарних и временски инваријантних система [2, 3, 12–14]. У основној имплементацији термални одзивни фактори се дефинишу као термални одзиви система на побуде јединичним троугаоним импулсима у временским тренутцима који одговарају временима семпловања улазног и излазног сигнала односно термичких величина које су од интереса (најчешће се ради о температури и топлотном флуксу).

У доступној литератури најчешће примењиваније технике у проналажењу термалних одзивних параметара су Лаплас-ова трансформација, анализа у фреквентном домену и метода у простору стања („state space method“) [2, 14]. Главни недостатак методе базирание на Лаплас-овој трансформацији је прорачун полова у комплексној равни који може бити нумерички захтеван.

Метода у простору стања је базирана на матричној алгебри при проналажењу термалних одзивних фактора чиме се избегава анализа у комплексној равни али и ова метода може бити нумерички захтевна при повећању броја временских одбирака сигнала [2, 14,15]. Да би се смањио број чланова нумеричког развоја код метода термалних одзивних фактора предложена је метода базирана на кондукционој трансфер функцији [2, 12, 15]. Суштина ове методе је да се при рачунању излазног сигнала у временској серији урачунавају и већ израчунати излазни и излазни сигнали у предходним временским тренутцима. Такође су кориштене и различите модификације методе кондукционе трансфер функције базиране да дискретизацији вишег реда [2, 13]. Једна од могућих модификација методе термалних одзивних фактора је коришћење функција облика другог реда које повећавају тачност методе [2, 16].

Примена Гринових функција при проналажењу термалних одзивних фактора је иновативно решење које до сада није било коришћено у практичном решавању термалних проблема [2].

## 10) ОПИС ТЕХНИЧКОГ РЕШЕЊА

### 10.1 Генерални концепт техничког решења

Основни концепт предложеног софтверско-хардверског решења је развој софтвера за примену Гринових функција у проналажењу термалних одзивних фактора за вишеслојну планарну структуру, примена добијених одзивних фактора при термалном прорачуну дате грађевинске структуре у динамичком режиму и валидација развијеног софтвера и метода поређењем са мерним резултатима добијеним у реалним условима.

Развијено техничко решење је базирано на теоретским радовима у стручној литератури [2, 17,18]. У разматрање су укључене и термалне отпорности на интерфејсу између појединих слојева у случају да термални контакти између слојева нису идеални [2]. Добијене Грине функције за композитну планарну структуру су искоришћене за добијање термалног одзива за произвољне функције облика у динамичком режиму. Цела анализа је избршена у временском домену коришћењем конволуционих интеграла а добијени одзиви дају и просторну расподелу температуре и термалног флуksа за разлику од класичног метода термалних одзивних фактора који дају само временске варијације температуре и топлотног флуksа на површини узорка [2].

Добијена су два пара одзивних фактора који одговарају расподелу температуре и топлотног флуksа. Такође је развијена нумеричка шема која омогућава ефективно израчунавање конволуционих интеграла у практичним апликацијама за непрекидна мерења добијена у дугачким временским интервалима и са ниским „sampling rate“ односно дугачким временом одабирања.

Да би се извршила валидација и демонстрирала могућа апликација развијеног техничког решења коришћена су „in-situ“ мерења површинских температура (са унутрашње и спољашње стране) и унутрашњег топлотног флуksа на спољашњем омотачу грађевинског објекта у динамичким условима у току временског периода од 15 дана. Добијени резултати за временску и просторну расподелу температура и топлотног флуksа су поређени са мерним резултатима и резултатима нумеричке симулације добијене методом коначних запремина („finite volume method – FVM“) [2].

### 10.2 Мерна опрема (хардвер), поставка мерних уређаја и улазни подаци

У циљу валидације развијеног техничког решења вршена су „in-situ“ мерења спољашње и унутрашње температуре и унутрашњег топлотног флуksа у периоду од 2 до 17 Марта 2017 године на спољашњем омотачу четвороспратног стамбеног објекта у Београду. Стан у коме су вршена мерења је био лоциран на четвртом спрату, оријентисан према северу и заклоњен од директног сунчевог зрачења. На овај начин је искључен директан утицај соларне радијације на резултате мерења. Пошто су мерене само површинске величине (температура и топлотни флуks) узети су у обзир само кондуктивни процес унутар зида и искључен је утицај струјања ваздуха у граничном слоју. Разматрана грађевинска преграда се састојала из 5 хомогених слојева чије су димензије и физичке карактеристике приказани у табели 1 [2].

бр.	Слој материјал	дебљина $\ell$ [m]	густина $\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	специфична топлота $c$ [J/kg·K]	термална проводност $\lambda$ [W/m·K]
1	Унутрашњи малтер	0.02	800	1090	0.7
2	Пуна опека	0.25	1800	920	0.76
3	Малтер	0.01	1900	1050	0.99
4	Минерална камена вуна	0.12	23	840	0.034
5	Спољашњи фасадни слој	0.02	1900	1050	0.7

**Табела 1**

Димензије и физичке карактеристике разматране вишеслојне структуре

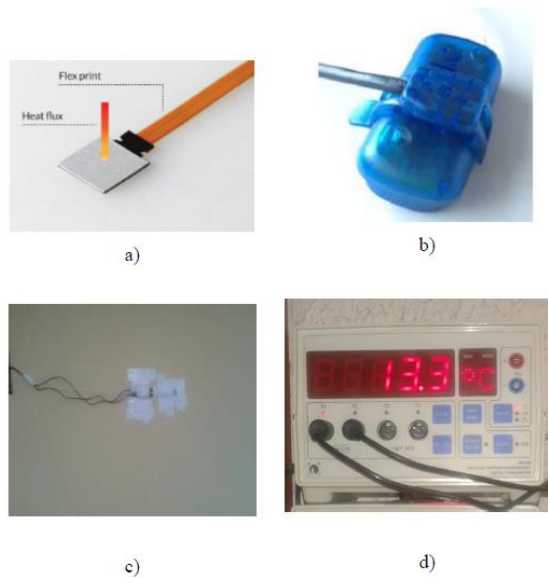
Комплетно мерење је организовано као „stand-alone“ експериментална поставка.

Мерна опрема се састојала од следећих компоненти [2]:

- Једног сензора за мерење термалног флукса silicone embeded greenTEG gSKIN®ХО ултра високе резолуције следећих карактеристика: димензије сензора 30x30x2.5 [mm<sup>3</sup>], температурски радни опсег 50-150 [C°] , осетљивост мерног претварача 7 [ $\mu$ V/ (W/m<sup>2</sup>)], сензор је био прикључен на одговарајући greenTEG дата логер,
- Једног „data“ логера за greenTEG сензоре са 12 битним А/D конвертором, фреквенцијом семпловања у опсегу од 50 [semp/s] до 2 [semp/day] и са појачавачем 1000x,
- Два температурска сензора у виду NiCr-Ni термопарова следећих карактеристика: температурски радни опсег од -200 [C°] до 1200 [C°] , време одзива на импулсну побуду у ваздуху 15 [s], осетљивост мерног претварача приближно 41 [ $\mu$ V/C], дијаметр сензора приближно 1.5 [mm], мерна несигурност сензора  $\pm$  0.2 [C°] у температурном опсегу  $\pm$  100 [C°],
- Једног дигитална термометра са аналогним излазом, са уграђеним 12 битним дата логерима и са две „switchable“ резолуције 1 [mV/C] и 10 [mV/C],
- Један РС рачунар на чији RS232 порт су прикључени излази из дигиталних термометара и који је служио за прикупљање и аквизицију температурских мерења са термопарова.
- Софтвер написан за аквизицију података са RS232 портова и аутоматско усредњавање мерених вредности

Флуксметар је био постављени на омотач зграде са унутрашње стране док су термопарови са унутрашње и спољашње стране постављени на приближно истој позицији у односу на ивице зида, термопар са унутрашње стране је постављен испод сензора за мерење флукса тако да би се површинска температура мерила у непосредној околини флуксметара. Да би се побољшао термални контакт између сензора за мерење флукса и површине зида коришћена је термо паста термалне проводности 5 W/m K. Сва мерења температуре и топлотног флукса која су коришћена при естимацији функција ТИО су вршена у скалду са стандардом ISO 9869 [2,19].

Сви мерни подаци су аутоматски прикупљани током мерења. Температурски подаци са дигиталног „data“ логера су прикупљани преко порта RS232 на РС рачунару. Унутрашња и спољашња температура је читавана аутоматски сваке секунде, средња вредност је рачуната на сваких 5 [min] и аутоматски снимана. Програм за аутоматско читавање аквизицију и снимање температурских мерних података је развијен у програмском језику С. Сви податци (температуре и термални флуксеви) су читавани и снимани истовремено са „sampling“ фреквенцијом од 1/(5min). На Слици 1. је приказана мерна опрема коришћен приликом мерења [2].

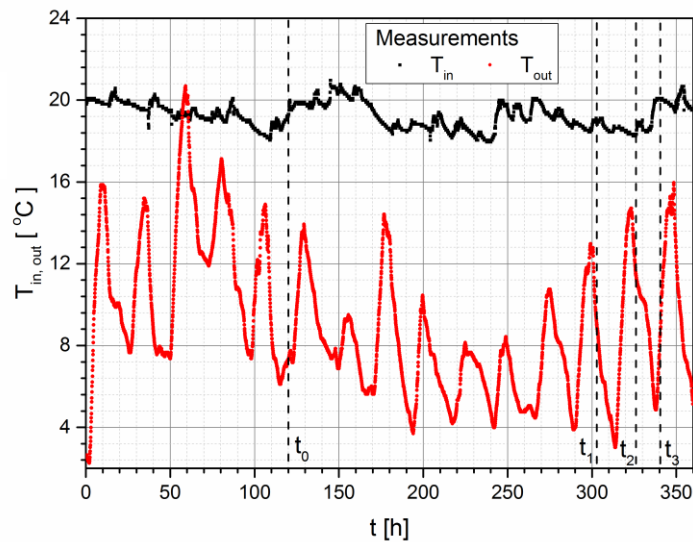


**Слика 1.**

- Мерна опрема коришћен приликом мерења
- а) „greenTEG Silicon g-Skin” сензор за мерење термалног флукса
  - б) „data“ логер за greenTEG сензоре
  - ц) мерна тачка са спољашње стране фасада са термопар сондом
  - д) дигитална „data“ логер за термопарове

Температурска мерења („raw data“) са унутрашње и спољашње стране у трајању од 360 [h] су приказана на слици 2. Да би се одстранили спољашњи нежељени стохастички утицаји и шум мерни подаци су исфилтрирани коришћењем LOESS „smoothing“ метода. На овај начин се избегавају неконтролисане осцилације у решењима.

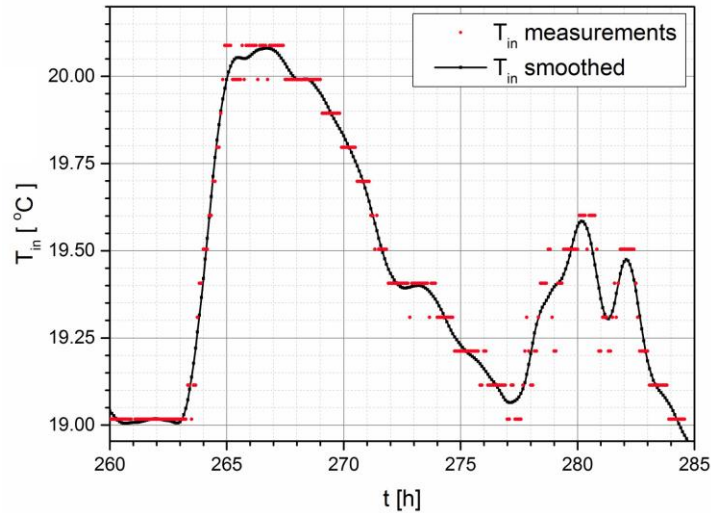
Температурски подаци после смутовања су приказани на Слици 3. и ови подаци су коришћени као улази у софтверску апликацију да би се прорачунали термални флуксиви са унутрашње и спољашње стране као и расподела температуре и флукса унутар зида у динамичком режиму. На Слици 3 је приказан детаљ са температурским подацима са унутрашње стране зида после смутовања.



**Слика 2.**

Температурска мерења („raw data“) са унутрашње и спољашње стране у трајању од 360 [h]





**Слика 3.**

Детаљ са температурским податцима са унутрашње стране зида после смутовања.

### 10.3 Одређивање термалних одзивних коефицијената коришћењем Гринових функција и софтверска имплементација

Као што је речено раније, метод термалних одзивних фактора се заснива на основној претпоставци да је разматрани термални систем линеарно инваријантан и да важи принцип суперпозиције. Ако су површинске температуре са унутрашње и спољашње стране посматране структуре познате или добијене мерењима тада се посматрани проблем своди на проблем са Диришлеовим граничним условима и расподела температуре и термалног флукса унутар посматране структуре може да се одреди конволуционим интегралом из познатих површинских температура и Гринових функција [2]. У метод термалних одзивних фактора се полази од интерполационог развоја површинских температура по такозваним функцијама облика („shape functions“) датог следећом релацијом [2]:

$$\tilde{T}_{in,out}(t) = \sum_{j=0}^K T_{in,out}(j \cdot \Delta t) \cdot \psi(t - j \cdot \Delta t), \quad \psi(j \cdot \Delta t) = \delta_{j0}, \quad 0 \leq t \leq K \cdot \Delta t, \quad (1)$$

где су  $\psi$  функција облика,  $T_{in,out}$  измерене вредности температуре са унутрашњеи спољашње стране,  $\tilde{T}_{in,out}$  интерполациони развој површинске температуре са унутрашње и спољашње стране и  $K$  број одбирака у развоју,  $\delta_{j0}$  је Кронекеров делта симбол и  $\Delta t$  је време семпловања.

Користећи горњу релацију и генералну релацију за рачунање температурског поља преко Грине функције и конволуционог интеграла добија се расподела температурског поља и термалног флукса у посматраној структури дата преко термалних одзивних коефицијената следећом релацијом [2]:

$$\begin{aligned}
T(x, k \cdot \Delta t) &= \sum_{j=0}^k T_{in}((k-j) \cdot \Delta t) \cdot X_T(x, j) + T_{out}((k-j) \cdot \Delta t) \cdot Y_T(x, j) \\
q(x, k \cdot \Delta t) &= \sum_{j=0}^k T_{in}((k-j) \cdot \Delta t) \cdot X_q(x, j) + T_{out}((k-j) \cdot \Delta t) \cdot Y_q(x, j)
\end{aligned} \tag{2}$$

где су  $T$  и  $q$  су израчунате температура и топлотни флуks,  $X_T$  и  $Y_T$  су термални одзивни коефицијенти за температуру који одговарају унутрашњим и спољашњим температурама респективно, аналогно  $X_q$  и  $Y_q$  су термални одзивни коефицијенти за термални фликс,  $k \cdot \Delta t$  је временски тренутак у коме се рачунају температура и термални флуks и  $x$  је просторна координата. Термални одзивни коефицијенти  $X_{T,q}$  и  $Y_{T,q}$  представљају одзиве термалног система на функције облика  $\psi$  у релацији (1) и дати су следећим релацијама [2]:

$$\begin{aligned}
X_T(x, j) &= g_1 * \psi = \int_{-\Delta t_1}^{\Delta t_2} g_1(x, j \cdot \Delta t - s) \cdot \psi(s) \cdot ds \\
Y_T(x, j) &= g_2 * \psi = \int_{-\Delta t_1}^{\Delta t_2} g_2(x, j \cdot \Delta t - s) \cdot \psi(s) \cdot ds \\
X_q(x, j) &= -\lambda_n \cdot \frac{\partial X_T(x, j)}{\partial x}; \quad Y_q(x, j) = -\lambda_n \cdot \frac{\partial Y_T(x, j)}{\partial x} \\
0 \leq j \leq k; \quad \Delta t_1 = \Delta t, j < k; \quad \Delta t_1 = 0, j = k; \quad \Delta t_2 = \Delta t, j > 0; \quad \Delta t_2 = 0, j = 0,
\end{aligned} \tag{3}$$

где су  $g_{1,2}$  Грине функције за температурску побуду са унутрашње и спољашње стране, које су дефинисане као температурски одзиви на Диракову температурску побуду на унутрашњој и спољашњој површини респективно,  $\Delta t_1 - \Delta t_2$  је временски интервал у коме је функција облика различита од нуле,  $*$  је ознака за конволуцију,  $\lambda_n$  је коефицијент термалне проводности у  $n$ -том слоју у коме се рачуна термални флуks. Грин-ове функције за вишеслојну планарну структуру су дате следећим релацијама [2, 17,18]:

$$\begin{aligned}
g_1(x, t) &= \Delta_1(x) \cdot \delta(t) + \lambda_i \cdot \sum_{i=1}^M \exp(-\beta_i^2 \cdot t) \cdot \left. \frac{\partial \phi_i(x)}{\partial x} \right|_{x=0}; \\
g_2(x, t) &= \Delta_2(x) \cdot \delta(t) - \lambda_N \cdot \sum_{i=1}^M \exp(-\beta_i^2 \cdot t) \cdot \left. \frac{\partial \phi_i(x)}{\partial x} \right|_{x=L},
\end{aligned} \tag{4}$$

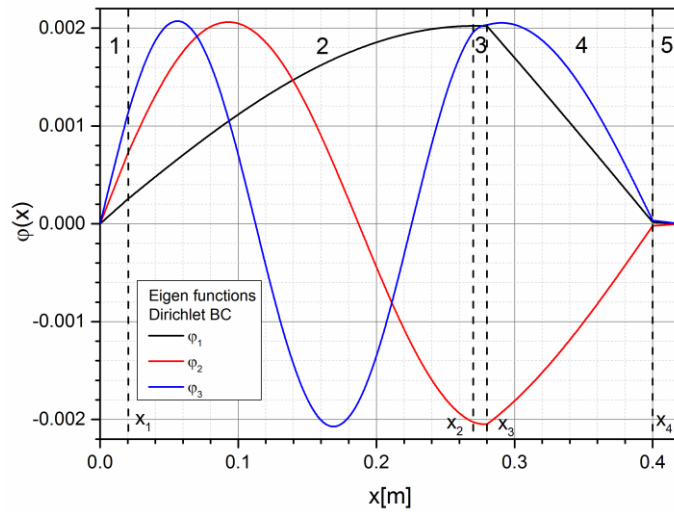
где су  $\delta$  је Диракова делата функција,  $\beta_i$  и  $\phi_i$  су својствене вредности и својствене функције које су добијене решавањем својственог проблема који је произашао из поступка решавања парцијалне диференцијалне једначине провођења топлоте за раванску вишеслојну структуру са Диришлеовим граничним условима и које су у потпуности одређене геометриским и термичким параметрима посматране структуре,  $\Delta_{1,2}$  су величине добијене у процесу решавања поменутог проблема. За детаљније информације о решавању једначине провођења топлоте и процесу добијања горњих израза неопходно је погледати одговарајућу литературу дату са [2, 17,18]. Број чланова у горњим сумама је у практичним прорачунима је ограничен на коначан број  $M$  док је теоретски бесконачан. У табели 2 дато је првих девет својствених вредности  $\beta_i$  за посматрану структуру чији су геометриски и термички параметри дати у табели 1 [2].

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\beta_i$	0.003898	0.0113	0.01883	0.02642	0.03348	0.03492	0.04198	0.04685	0.04978

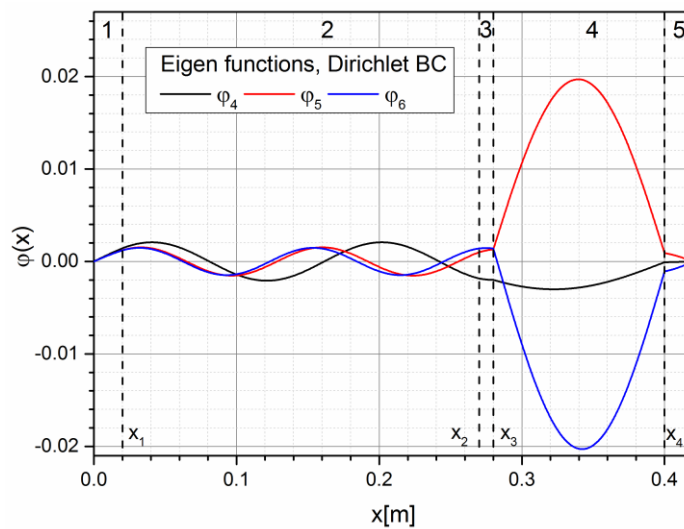
**Табела 2**

Првих девет својствених вредности  $\beta_i$  за посматрану структуру чији су геометриски и термички параметри дати у табели 1.

На сликама 4а и 4б као илустрација је дато првих шест својствених функција  $\varphi_i$  за посматрану структуру чије су својствене вредности и геометриски и термички параметри дати у табелама 1 и 2 [2].



а)



б)

**Слика 4**

Првих шест својствених функција  $\varphi_i$  за посматрану структуру чије су својствене вредности и геометриски и термички параметри дати у табелама 1 и 2.

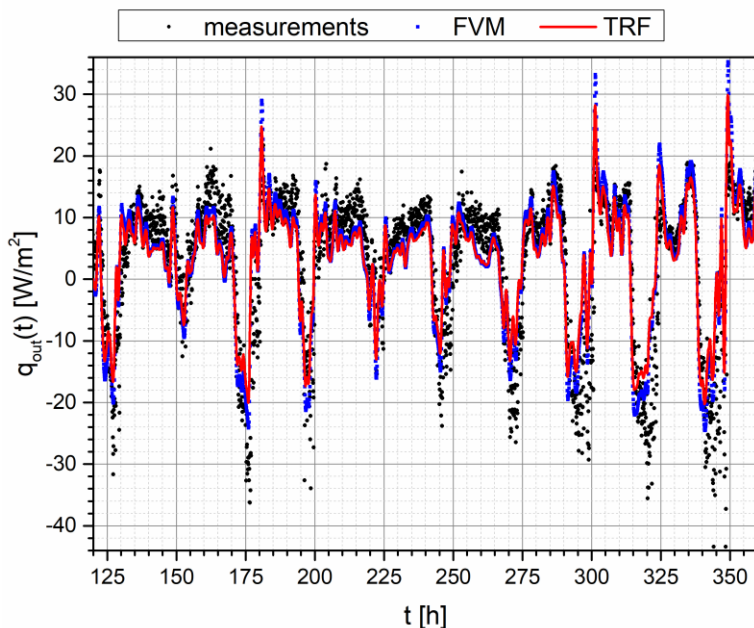
За практичну имплементацију одређивања термалних одзовних коефицијената  $X_{T,q}$  и  $Y_{T,q}$  датих релацијом (3) за различите функције облика  $\psi$  као и прорачун температурске расподеле и расподеле термалног флукса развијен је софтвер у програмском језику „Python“. За одређивање својствених вредности и својствених функција  $\beta_i$  и  $\varphi_i$  и за све остале нумеричке прорачуне коришћене су нумеричке библиотеке отвореног типа „scipy“ и „numpy“.

## 10.4 Резултати и валидација развијеног софтверског решења

На Слици 5 је, у циљу валидације развијеног софтверског решења, приказано поређење између топлотног флуksа са унутрашње стране зида добијеног коришћењем термалних одзивних фактора (TRF), мерних вредности и решавањем једначине провођења топлоте коришћењем метода коначних запремина (FVM) [2]. При прорачуну топлотног флуksа помоћу термалних одзивних фактора коришћено је првих  $M = 202$  својствених функција  $\varphi_i$  у сумама датим у релацији (4).

Као улазне величине су коришћене мерене вредности површинских температура са унутрашње и спољашње стране које су дате на Слици 1. Конвергентна анализа и утицај броја чланова у сумама (4), односно броја коришћених својствених функција  $\varphi_i$  на тачност решења приказана је на Слици 6. При овој анализи коришћена је средња апсолутна процентуална давијација (Mean Absolute Deviation Percent (MADP) ) између две вредности термалног флуksа рачунатог коришћењем термалних одзивних фактора са различитим бројевима чланова  $M$ , која је дата релацијом (5) при чему је  $\Delta M = 10$  [2].

$$MADP = \frac{\sum_{i=1}^K |q_i^{M+\Delta M} - q_i^M|}{\sum_{i=1}^K |q_i^M|} \times 100 [\%], \quad (5)$$



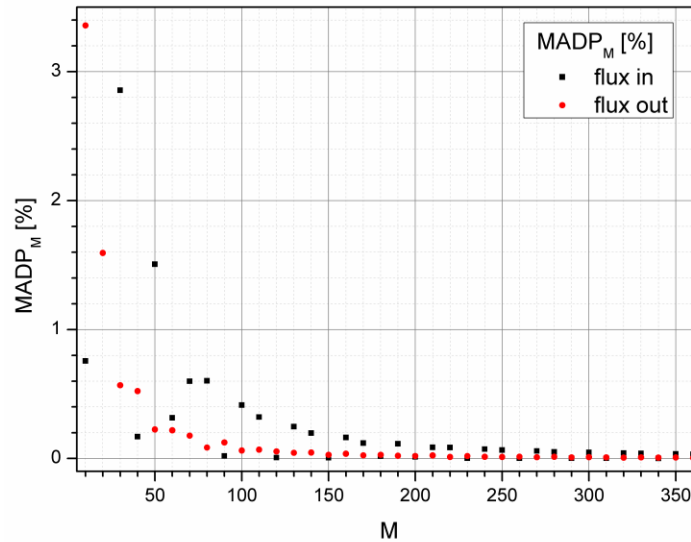
Слика 5

Поређење између термалног флуksа са унутрашње стране зида добијеног коришћењем термалних одзивних фактора (TRF), мерних вредности и решавањем једначине провођења топлоте коришћењем метода коначних запремина (FVM).

MADP грешка за различите вредности броја  $M$  је приказана на слици 6 [2]. Из презентованих резултата се види да се конвергенција постиже за вредности  $M > 200$ , за оба термална флуksа и са унутрашње и са спољашње стране.

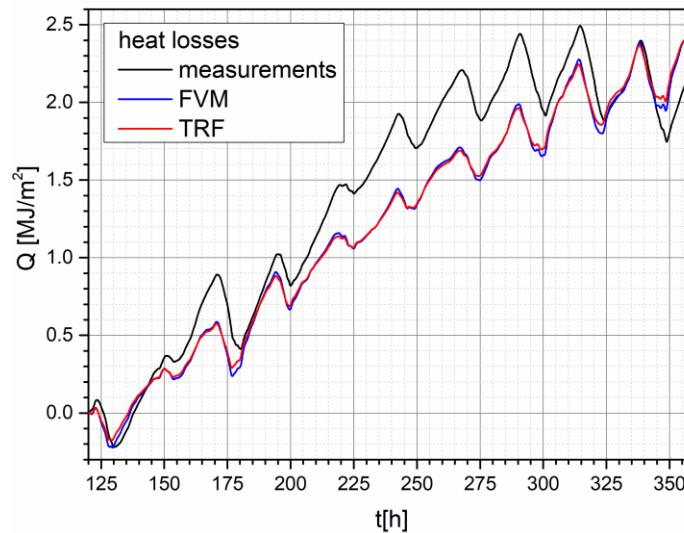
На Слици 7 су приказани термални губици са унутрашње стране зида добијени коришћењем мерних вредности флуksа, термалних одзивних фактора (TRF) и нумеричким решавањем једначине провођења топлоте методом коначних запремина (FVM). Пошто нису били познати

почетни услови унутар зида у тренутку  $t=0$  првих 120 сати мерења је коришћено у симулацији да се изједначе температурске расподеле унутар зида у симулацији и актуелна температурска расподела у реалном зиду. Из овог резултата се може закључити да се сви прелазни процеси у уобичајеној грађевинској структури под уобичајеним термичким условима завршавају после приближно 120 сати [2].



**Слика 6**

Средња апсолутна процентуална дaвијација (Mean Absolute Deviation Percent (MADP) ) између две вредности термалног флукса рачунатог коришћењем термалних одзовних фактора са различитим бројевима чланова  $M$ , где је  $\Delta M = 10$ .



**Слика 7**

Термални губици са унутрашње стране зида добијени коришћењем мерних вредности флукса, термалних одзовних фактора (TRF) и нумеричким решавањем једначине провођења топлоте методом коначних запрема (FVM)

## 10.7 Закључак

Развијено је софтверско решење за одређивање термалних одзивних фактора за вишеслојне планарне грађевинске преграде коришћењем Гринових функција. Софтверско решење је развијено у програмском језику „Python“ коришћењем нумеричких библиотека отвореног типа „scipy“ и „numpy“. У циљу валидације развијеног решења поређене су вредности термалног флукса и топлотних губитака са унутрашње стране зида добијене коришћењем термалних одзивних фактора, мерних вредности флукса и вредности добијене нумеричким решавањем једначине провођења топлоте коришћењем метода коначних запремина (FVM). Сва мерења су вршена у складу са стандардом ISO 9869 [19].

Основни закључци који се могу извести из предложеног решења су:

- Улазне величине при коришћењу развијеног софтверског решења су површинске температуре са унутрашње и спољашње стране преграде мерене у динамичким условима,
- Улазне температуре се престављају интерполационим сумама по функцијама облика, што омогућава да се температурске расподеле и термални флуксеви унутар вишеслојне равне преграде изразе помоћу термалних одзивних фактора
- Предложено софтверско решење омогућава коришћење широког спектра функција облика,
- Да би се у улазним подацима одстранио нежељени шум и спољашњи стохастички утицаји и на тај начин спречила појава неконтролисаних осцилација у решењу, неопходно је извршити филтрирање или смутовање улазних података. У овом техничком решењу је коришћен LOESS „smoothing method“,
- Да би се постигла жељена конвергенција број термалних одзивних фактора у сумама којима се рачунају температура и топлотни флукс треба да је већа од 200,
- Пошто почетни услови у разматраној структури нису познати приликом рачунања топлотних губитака неопходно је првих 120 сати мерења користити за изједначавање почетних услова у симулацији и у реалној структури,
- Предност развијеног решења у односу на класични метод термалних одзивних фактора је што развијено решење даје расподелу температуре и топлотног флукса у целој структури а не само на њеним површинама,
- Предложено софтверско решење има практичну примену у прорачуну топлотних губитака, процене енергетске ефикасности грађевинских објеката у динамичким условима, анализу температурске расподеле и расподеле топлотног флукса унутар равне грађевинске преграде у динамичким условима.

## Литература

- [1] Thermal performance of building components: dynamic thermal characteristics and calculation methods, ISO 13786; 2007.
- [2] Milica Mirković Marjanović, Radovan Gospavić, Goran Todorović, An analytical approach based on Green's function to thermal response factors for composite planar structure with experimental validation, International Journal of Thermal Sciences 139 (2019) 129–143.
- [3] Jose Manuel Pinazo Ojer, Victor Manuel Soto Frances, Emilio Sarabia Escriva, Laura Soto Frances, Thermal response factors to a 2 nd order shaping function for the calculation of the 1D heat conduction in a multi-layered slab, Int. J. Heat Mass Tran. 88 (2015) 579–590, <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2015.04.110>.

- [4] K. Arendt, M. Krzaczek, Co-simulation strategy of transient CFD and heat transfer in building thermal envelope based on calibrated heat transfer coefficients, *Int. J. Therm. Sci.* 85 (2014) 1–11 <https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2014.06.011>.
- [5] G. Oliveti, N. Arcuri, D. Mazzeo, M. De Simone, A new parameter for the dynamic analysis of building walls using the harmonic method, *Int. J. Therm. Sci.* 88 (2015) 96–109 <https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2014.09.006>
- [6] Haibo Zhang, Wenzhong Wang, Shengguang Zhang, Ziqiang Zhao, Semi-analytic solution of three-dimensional temperature distribution in multilayered materials based on explicit frequency response functions, *Int. J. Heat Mass Tran.* 118 (2018) 208–222 <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2017.10.118>.
- [7] K.L. Johnson, *Contact Mechanics*, Cambridge University Press, London, 1987.
- [8] C. Serra, A. Tadeu, N. Simões, Heat transfer modeling using analytical solutions for infrared thermography applications in multilayered buildings systems, *Int. J. Heat Mass Tran.* 115 (2017) 471–478 <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2017.08.04>
- [9] Selçuk Erol, François Bertrand, Multilayer analytical model for vertical ground heat exchanger with groundwater flow, *Geothermics* 71 (2018) 294–305 <https://doi.org/10.1016/j.geothermics.2017.09.008>.
- [10] Hengliang Zhang, Weimin Kan, Xuejiao Hu, Green's function approach to the nonlinear transient heat transfer analysis of functionally graded materials, *Int. J. Therm. Sci.* 71 (2013) 292–301 <https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2013.04.025>
- [11] B. Babak Dehghan, Ergin Kukrer, A new 1D analytical model for investigating the long term heat transfer rate of a borehole ground heat exchanger by Green's function method, *Renew. Energy* 108 (2017) 615–621 <https://doi.org/10.1016/j.renene.2016.11.002>.
- [12] D.G. Stephenson, G.P. Mitalas, Calculation of heat conduction transfer functions for multi-layer slabs, *ASHRAE Transact.* 77 (2) (1971) 117–126.
- [13] C. Luo, B. Moghtaderi, A. Page, Modelling of wall heat transfer using modified conduction transfer function, finite volume and complex Fourier analysis methods, *Energy Build.* 42 (2010) 605–617, <https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2009.10.031>.
- [14] Xiang Qian Li, Youming Chen, J.D. Spitler, D. Fisher, Applicability of calculation methods for conduction transfer function of building constructions, *Int. J. Therm. Sci.* 48 (2009) 1441–1451, <https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2008.11.006>.
- [15] Ismael R. Maestre, Paloma R. Cubillas, Luis Pérez-Lombard, Transient heat conduction in multi-layer walls: an efficient strategy for Laplace's method, *Energy Build.* 42 (2010) 541–546, <https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2009.10.023>.
- [16] Jose Manuel Pinazo Ojer, Victor Manuel Soto Frances, Emilio Sarabia Escrivá, Laura Soto Frances, Thermal response factors to a 2<sup>nd</sup> order shaping function for the calculation of the 1D heat conduction in a multi-layered slab, *Int. J. Heat Mass Tran.* 88 (2015) 579–590, <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2015.04.110>.
- [17] M.N. Ozisik, *Heat Conduction*, second ed., John Wiley & Sons, United States, 1993.
- [18] G.P. Mulholland, M.H. Cobble, Diffusion through composite media, *Int. J. Heat Mass Tran.* 15 (1) (1972) 147–160 [https://doi.org/10.1016/0017-9310\(72\)90172-X](https://doi.org/10.1016/0017-9310(72)90172-X).
- [19] *Thermal Insulation—Building Elements—In-situ Measurement of Thermal Resistance and Thermal Transmittance*, Standard ISO 9869; 1994.

## 11. ТЕХНИЧКА ДОКУМЕНТАЦИЈА

Техничко софтверско и хардверско решење које задовољава критеријум отвореног извора публикувано у часопису категорије **M21 : Milica Mirković Marjanović, Radovan Gospavić, Goran Todorović, An analytical approach based on Green's function to thermal response factors for composite planar structure with experimental validation, International Journal of Thermal Sciences 139 (2019) 129–143.**

Техничко софтверско и хардверско решење је рађено у склопу пројекта: "Побољшање Енергетске Ефикасаности зграда у Србији и избор материјала за њихову сертификацију", бр: **III42012** финансираног од стране владе Републике Србије.

### - Листа техничких решења свих аутора

В.проф. др Горан Тодоровић, дипл.ел.инж, Доц. др Радован Госпавић, дипл.ел.инж. - техничка решења:

Радован Госпавић, Горан Тодоровић, Драгослав Шумарац, Маја Ђуровић-Петровић „Софтверски пакет за симулацију термалних и дифузионих процеса“, Грађевински Факултет, Београд, 2010, (бр: 372/2 -10, 13 јул 2010), категорија М85, Техничко решење - ново прихваћено решење у области грађевинарства

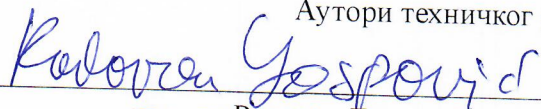
В.проф. др Љиљана Брајовић, дипл.ел.инж - техничка решења:

1. Мишковић З, Маловић М, Брајовић Љ, “WI-Ацц - Систем за конструкцијски мониторинг убрзања применом бежичних комуникација (Wireless Acceleration Structural Monitoring System)“, Грађевински факултет Универзитета у Београду, Ново експериментално постројење, М83, 2010
2. Слободан Петричевић, Љиљана Брајовић, Лепосава Милосављевић, Миодраг Маловић, Пеђа Михаиловић, "Систем за оптоелектронско мерење угиба шине при квази-статичким оптерећењима", Електротехнички факултет, 2013, М85 (прототип),
3. Р. Алексић, Д. Митраковић, В. Радојевић, П. Ускоковић, А. Којовић, М. Зрилић, Д. Стојановић, П. Стајчић, Д. Трифуновић, Љ. Брајовић, "Пројектовање и израда линије за екструзију полимерних оптичких влакана", Пројекат МНТР, Евиденциони број 19047, Технолошко-металуршки факултет (2008).
4. Р. Алексић, Д. Митраковић, В. Радојевић, П. Ускоковић, А. Којовић, М. Зрилић, Д. Стојановић, П. Стајчић, Д. Трифуновић, Љ. Брајовић, "Рачунарски систем за управљање процесом извлачења оптичких стаклених влакана", Пројекат МНТР, Евиденциони број 19047, Технолошко – металуршки факултет (2008).
5. Р. Алексић, Д. Митраковић, В. Радојевић, П. Ускоковић, А. Којовић, М. Зрилић, Д. Стојановић, П. Стајчић, Д. Трифуновић, Љ. Брајовић, "Развој технологије извлачења бандажираних снопова 80 оптичких стаклених влакана", Пројекат МНТР, Евиденциони број 19047, Технолошко-металуршки факултет (2008).
6. Р. Алексић, Д. Митраковић, В. Радојевић, П. Ускоковић, А. Којовић, М. Зрилић, Д. Стојановић, П. Стајчић, Д. Трифуновић, Љ. Брајовић, "Машина за извлачење снопова оптичких влакана", Пројекат МНТР, Евиденциони број 19047, Технолошко-металуршки факултет, (2008).

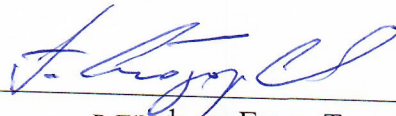


7. Р. Алексић, Д. Митраковић, В. Радојевић, П. Ускоковић, А. Којовић, М. Зрилић, Д. Стојановић, П. Стајчић, Д. Трифуновић, Љ. Брајовић, *Развој технологије израде композитних оптичких влакана пултрузијом*, Пројекат МНТР, Евиденциони број 19047, (2009).
8. Р. Алексић, Д. Митраковић, В. Радојевић, П. Ускоковић, А. Којовић, М. Зрилић, Д. Стојановић, П. Стајчић, Д. Трифуновић, Љ. Брајовић, "Машина за извлачење стаклених оптичких предформи", Пројекат МНТР, Евиденциони број 19047, " (2008)
9. Р. Алексић, Д. Митраковић, В. Радојевић, П. Ускоковић, А. Којовић, М. Зрилић, Д. Стојановић, П. Стајчић, Д. Трифуновић, Љ. Брајовић, *Рачунарски систем за управљање процесом извлачења оптичких стаклених влакана*, Пројекат МНТР, Евиденциони број 19047, Технолошко-металуршки факултет (2008).
10. Р. Алексић, Д. Митраковић, В. Радојевић, П. Ускоковић, А. Којовић, М. Зрилић, Д. Стојановић, П. Стајчић, Д. Трифуновић, Љ. Брајовић, "Полуиндустријско постројење за пултрузију композитних светловодних каблова ", Пројекат МНТР, Евиденциони број 19047, Технолошко-металуршки факултет (2008).
11. Р. Алексић, Д. Митраковић, В. Радојевић, П. Ускоковић, А. Којовић, М. Зрилић, Д. Стојановић, П. Стајчић, Д. Трифуновић, Љ. Брајовић, *Технологија израде светловодних влакана у облику некохерентних снопова полимерних оптичких влакана*, Пројекат МНТР, Евиденциони број 19047, (2009).

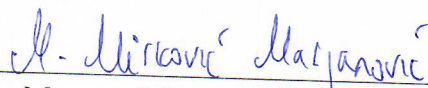
Аутори техничког решења :



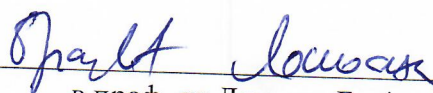
доц. др Радован Госпавић, дипл.ел.инж.



в.проф. др Горан Тодоровић, дипл.ел.инж



Милица Мирковић Марјановић, мастер инж. грађ



в.проф. др Љиљана Брајовић, дипл.ел.инж