# НУМЕРИЧКА АНАЛИЗА НОСАЧА ОД ЛЕПЉЕНОГ ЛАМЕЛИРАНОГ ДРВЕТА ОЈАЧАНИХ КАРБОНСКИМ ТРАКАМА

# NUMERICAL ANALYSIS OF GLULAM BEAMS REINFORCED WITH CFRP PLATES

#### др Иван ГЛИШОВИЋ, дипл. инж. грађ. доцент Грађевинског факултета Универзитета у Београду

Рођен је 1979. године. Дипломирао је 2004, магистрирао 2007. и докторирао 2013. године на Грађевинском факултету у Београду. Доцент је на групи предмета Дрвене и зидане конструкције. Поља научног рада: ојачање дрвених и зиданих конструкција.

### др Бошко СТЕВАНОВИЋ, дипл. инж. грађ. редовни професор Грађевинског факултета Универзитета у Београду

Рођен је 1954. године. Дипломирао је 1981, магистрирао 1994. и докторирао 2003. године на Грађевинском факултету у Београду. Редовни професор је на групи предмета Дрвене и зидане конструкције. Поља научног рада: ојачање и санација дрвених и зиданих конструкција, спрегнуте конструкције дрво-бетон.

#### Резиме

Дрвене конструкције се могу ефикасно ојачати применом FRP композита. У раду је приказан 3D нумерички модел развијен ради симулирања понашања носача од лепљеног ламелираног дрвета ојачаних карбонским тракама оптерћеног на савијање. Модел укључује одговајаруће конститутивне везе за материјале и користи теорију анизотропне пластичности за дефинисање понашања дрвета при притиску. Критеријум лома носача је базиран на услову максималне вредности напона. Резултати нумеричке анализе су показали добро слагање са експерименталним резултатима са аспекта дијаграма оптерћење-угиб, облика лома, крутости и носивости. Нумеричко моделирање је користан алат за оптимизацију пројектовања ојачаних носача.

Кључне речи: лепљено ламелирано дрво, карбонска влакна, ојачање, моделирање МКЕ.

#### Summary

Timber structures can be effectively strengthened using fibre reinforced polymer (FRP) composites. This paper presents a nonlinear 3-dimensional finite element model which was developed in order to simulate the bending behaviour of carbon FRP plate reinforced glulam beams. The model incorporates suitable constructive relationship for each material and utilises anisotropic plasticity theory for the timber in compression. Failure of beams was modelled based on the maximum stress criterion. The results of the numerical analysis showed a good agreement with experimental findings for load-deflection behaviour, stiffness and ultimate load carrying capacity of the reinforced beams. The numerical modelling is helpful tool which can be used to optimise the performance of the reinforced system.

Keywords: glulam, carbon fibers, reinforcement, finite element modelling

#### 1. УВОД

Дрво је традиционални грађевински материјал. Мала запреминска тежина, релативно велика чврстоћа паралелно са влакнима, ниска топлотна проводљивост, добра отпорност према деловању појединих хемијских агенса, велика могућност обликовања, естетски атрактиван изглед су неке од карактеристика које чине дрво занимљивим за примену у савременој грађевинској пракси. Потреба за ојачањем дрвених конструкција може настати из различитих разлога, као што су механичка оштећења, деструктивни утицаји окружења или повећање корисног оптерећења. У овом контексту, развој ефикасних метода ојачања је од велике важности.

Последњих година, примена полимера ојачаних влакнима (Fiber Reinforced Polymer -FRP) v области санација и ојачања грађевинских конструкција омогућена је захваљујући повећаној доступности и све нижој цени. FRP материјали су група напредних композита у оквиру којих су присутна влакна изражених механичких карактеристика (најчешће стаклена или карбонска) повезана изузетно чврстом, хемијски отпорном и трајном синтетичком смолом (као матрицом). Ови композитни материјали су доступни као готови фабрички производи најчешће у форми трака, тканина или шипки. FRP композити су идеално ојачање за дрвене елементе због њихових изузетних карактеристика, као што су одлична механичка својства, мала сопствена тежине, изузетна трајност, велика могућност обликовања и флексибилност. Постављањем FRP трака у затегнуту зону дрвених носача може се постићи значајно побољшање носивости и крутости [1-8]. Поред овога, ојачање може учинити дрвену конструкцију знатно поузданијом, редукујући могућност појаве кртог лома.

Нумеричко истраживање карактеристика дрвених елемената ојачаних FRP композитима спроведено је у оквиру неколико објављених радова [9-12]. Основна предност нумеричког моделирања је могућност симулације стварних ситуација које ако ce испитују на конвенционалне начине (експериментално) могу захтевати прилично много тестова, времена и новца. Такође, нумерички модели се могу користити и за екстраполацију изван области резултата испитивања.

У раду је приказан 3D нелинеарни нумерички модел развијен у циљу предвиђања понашања носача од лепљеног ламелираног дрвета ојачаних карбонским (CFRP) тракама оптерћених на савијање. Нумеричко моделериње је извршено применом методе коначних елемената у програмском пакету ABAQUS. Тачност прорачунских разултата проверена је кроз поређење са експерименталним разултатима.

## 2. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНО ИСПИТИВАЊЕ

Експериментално истраживање је спроведено са циљем утврђивања могућности примене карбонских трака као ојачања носача од лепљеног ламелираног дрвета. Десет носача ојачаних траком постављеном са спољашње стране у затегнутој зони (Серија А) и осам контролних неојачаних носача (Серија В) испитано је на савијање до лома.

## 2.1. Материјали

Лепљени ламелирани дрвени носачи су произведени у фабрици "Пирамида" у Сремској Митровици. Носачи су израђени од четинарске грађе (смрека) I класе квалитета. Димензије носача износиле су 8×21×400 ст. Сваки носач формиран је спајањем 7 ламела, ширине 8 ст и дебљине 3 ст. Све ламеле су из комада, без попречног настављања. Ламеле бољег квалитета (са мање дефеката дрвета који умањују чврстоћу) постављене су у зоне највећих напона. За спајање ламела у монолитни пресек коришћен је лепак фенолресорцин.

Ојачање носача извршено је карбонским тракама швајцарског произвођача "Sika". У оквиру датог испитивања коришћене су карбонске траке под ознаком Sika CarboDur S613, ширине 60 mm и дебљине 1,3 mm. Sika CarboDur траке представљају полимере армиране карбонским влакнима са епоксидном матрицом. Реч је о моноаксијалним тракама сачињеним од влакана која се пружају само у подужном правцу. Повезивање карбонских трака за носаче од лепљеног ламелираног дрвета остварено је помоћу лепка под ознаком Sikadur-30, произвођача "Sika". Sikadur-30 је двокомпонентни, тиксотропни, епоксидни лепак без садржаја растварача.

## 2.2. Метод испитивања

Експериментална испитивања о којима је реч спроведена су у Лабораторији за испитивање конструкција Грађевинског факултета Универзитета у Београду. Сви носачи испитани су на савијање као просте греде оптерећене концентрисаним силама у трећинама распона, у складу са EN 408 [13].



Слика 1. Диспозиција испитивања носача

Шематски приказ диспозиције испитивања је дат на слици 1. Оптерећење је аплицирано путем хидрауличке пресе и јаког челичног профила, а мерено је помоћу дозне. Слободно ослањање носача омогућено је применом ваљкастих челичних лежаја. Такође, ваљкасти лежаји коришћени су на местима наношења оптерећења, како би се обезбедило "чисто" вертикално оптерећење. На местима наношења оптерећења и ослањања постевљене су челичне плочице са циљем да умање локална оштећења (гњечење) дрвета. Бочна укрућења су предвиђена да спрече евентуално извијање носача. Угиб носача у односу на ослонце мерен је помоћу индуктивних угибомера. Мерним тракама у средини распона мерене су дилатације по висини носача. Прикупљање мерних података обављено іе помоћу аквизиционог система.

## 2.3. Резултати испитивања

Неојачани носачи су показали линеарноеластично понашање до лома. Колапс ових носача догодио се услед иницијалног лома у затегнутој зони у области максималног момента савијања, најчешће на местима дефеката грађе дрвета. Као последица кртог понашања дрвета при затезању, лом се десио изненада, без икаквих назнака пре достизања граничног оптерећења. Ни код једног од неојачаних носача нису забележени трагови пластификације у притиснутој зони.

Носачи ојачани карбонском траком са доње (затегнуте) стране показали су дуктилније понашање у односу на неојачане носаче. Најчешћи механизам колапса ових носача је лом дрвета изазван затезањем, са или без делимичне пластификације притиснуте зоне носача. Понашање ових носача је линеарноеластично до појаве локалног оштећења изазваног присуством дефеката дрвета у затегнутој зони. Пластично течење дрвета изазива нелинеарно понашање које ce завршава изненадним губитком носивости услед лома дрвета у затегнутој зони. Код појединих носача видљиви су трагови пластификације у форми збијања дрвених влакана Присуство подужних (смичућих) пукотина забележено је код већине носача. Лом изазван достизањем граничне чврстоће дрвета у затегнутој зони је често био експлозивне природе, што је проузроковало делимично одвајање карбонске траке. Остварена атхезија између дрвета и карбонске траке нарушена је једино после лома у дрвету.

Преглед експерименталних резултата у смислу максималног оптерећења, максималног угиба и крутости на савијање дат је у табели 1. Ефекат ојачања на носивост, деформабилност и крутост носача јасно је видљив.

| Тест серија  | Просечна                   | Минимална | Максимална | Стандардна | Повећање |  |  |  |
|--|----------------------------|-----------|------------|------------|----------|--|--|--|
|  | вредност                   | вредност  | вредност   | девијација | (%)      |  |  |  |
| Максимално о   | Максимално оптерећење (kN) |           |            |            |          |  |  |  |
| А  | 37,9                       | 32,3      | 45,4       | 4,6        | -        |  |  |  |
| В  | 59,1                       | 48,4      | 70,1       | 7,3        | 56,0     |  |  |  |
| Максимални угиб (mm)   |                            |           |            |            |          |  |  |  |
| А  | 59,9                       | 50,5      | 66,7       | 6,0        | -        |  |  |  |
| В  | 93,8                       | 71,0      | 123,5      | 17,4       | 56,5     |  |  |  |
| Крутост на савијање EI (×10 <sup>11</sup> Nmm <sup>2</sup> ) |                            |           |            |            |          |  |  |  |
| Α  | 6,46                       | 5,88      | 7,29       | 0,50       | -        |  |  |  |
| В  | 7,73                       | 7,20      | 8,31       | 0,38       | 19,5     |  |  |  |

Табела 1. Преглед резултата експерименталног испитивања носача

Ојачани носачи су показали и значајно побољшање у искоришћеним дилатацијама. У табели 2 су дате просечне вредности дилатација затезања при лому за испитане серије носача.

Табела 2. Мерене просечне вредности дилатације затезања у дрвету при лому

| Тест серија | Дилатација   | Повећање |
|-------------|--------------|----------|
|             | затезања (‰) | (%)      |
| А           | 3,68         | -        |
| В           | 4,59         | 24,8     |

Поред побољшања у дилатацијама затезања, са применом ојачања достижу се и веће дилатације притиска, што указује на бољу искоришћеност механичких својстава дрвета.

#### 3. НУМЕРИЧКА АНАЛИЗА

#### 3.1. Нумеричко моделирање

Нумеричка анализа методом коначних елемената је спроведена у програмском пакету ABAQUS вер. 6.12 [14]. Моделирање је обухватило ојачане носаче Серије В, као и неојачане носаче Серије А. Геометрија модела и положај оптерећења у потпуности одговарају процедури експерименталног испитивања. Услед симетрије у геометрији, оптерећењу и граничним условима, моделирна је само 1/4 носача, док су уклоњени делови замењени са ограничењима одговарајућих померања и обртања. Ослонац на крају носача је моделиран као покретни ослонац којим је спречено померање носача у вертикалном правцу. Померање носача у подужном правцу је допуштено, као што је било и у току експерименталног испитивања. Свака дрвена лемела у оквиру лепљеног ламелираног носача је моделирана као посебан ентитет, тако да се карактеристике материјала појединачних ламела могу унети у модел. Како се лом по споју ламела лепљеног ламелираног дрвеног носача није догађао током испитивања, лепак није укључен у модел, а усвојено је да постоји идеална веза између дрвених ламела. Идеална веза је усвојена и за спој дрво-епоксидни лепак и епоксидни лепак-карбонска трака, сходно високом квалитету споја установљеном кроз експериментално истраживање. Модел укључује присуство челичних плочица на местима уноса силе и ослањања, постављених у циљу смањења концентрације напона у тим зонама.

Сви елементи конструкције су моделирани користећи "solid" коначне елементе са редукованом интеграцијом C3D8R (просторни 3D коначни елементи са 8 чворова). Анализа мрежне дискретизације је спроведена с циљем одређивања погодне величине елемената, а усвојена мрежа коначних елемената за неојачане и ојачане носаче приказана је на слици 2. Два коначна елемента су употребљена по висини појединачне дрвене ламеле. За карбонско ојачање и слој епоксидног лепка, један коначан елемент употребљен је по дебљини. Финија мрежа је усвојена за дрвену ламелу која је у контакту са карбонском траком. Ово је учињено због посебног разматрања напона на контакту између дрвета и траке. У складу са претпоставком идеалне везе, опција "Tie constraint" је коришћена за моделирање контакта између елемената различитих материјала.



Слика 2. Нумерички модели носача

Статички прорачун је спроведен са малим померањима. Серије инкремената по померању наношене су као линијско оптерећење преко ширине носача. Геометријска нелинераност је укључена у модел. Применом геометријске нелинерности коначни елементи су увек формирани према тренутној конфигурацији, узимајући у обзир стварни положај чворова. Угиб у средини носача и реакција ослонца су бележени за сваки инкремент у циљу израде дијаграма оптерећење-угиб. Критеријум лома је базиран на услову максималног напона. резултатима експерименталног Сходно испитивања, лом у носачу настаје када рачунски напон затезања у подужном правцу, у одређеном кораку аплицираног померања, достигне граничну чврстоћу дрвета.

### 3.2. Карактеристике материјала

Правилно моделирање сваког дефинисаног материјала је веома важно у циљу постизања тачних резултата нумеричког модела. Дрво је разматрано као ортотропан материјал са независним механичким карактеристикама у три међусобно управна правца. Главни правци анизотропије су лонгитудијални (1), радијални (2) и тангенцијални (3), као што је дефинисано на слици 3.



Слика 3. Локални координатни систем за дрво

Линеарно-еластичан модел је употребљен за дефинисање понашања дрвета при затезању, док је линеарно-еластичан-идеално-пластичан модел коришћен за дефинисање понашања дрвета при притиску (слика 4).



Слика 4. Конститутивни модел за дрво

Теорија анизотропне пластичности је примењена у моделу како би се обухватило пластично течење дрвета у оквиру ламела притиснуте зоне. Теорија укључује билинеарно понашање за дрво у три ортогонална правца, као и у три смичуће равни. Као услов преласка материјала у пластично стање коришћен је Hill-ов критеријум [15]. Овај критеријум је генерализована верзија Misesовог услова пластичног течења, а узима у обзир анизотропију у чврстоћи материјала. Hill-ова функција понтенцијала се може изразити преко компоненталних напона као:

$$f(\sigma) = \sqrt{\frac{F(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + G(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + }{H(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 2L\sigma_{23}^2 + 2M\sigma_{31}^2 + 2N\sigma_{12}^2}}$$
(1)

где су F, G, H, L, M и N константе које се рачунају на основу чврстоће материјала за различите правце. Дате константе су дефинисане као:

$$F = \frac{\left(\sigma^{0}\right)^{2}}{2} \left(\frac{1}{\bar{\sigma}_{22}^{2}} + \frac{1}{\bar{\sigma}_{33}^{2}} - \frac{1}{\bar{\sigma}_{11}^{2}}\right)$$
$$= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\bar{p}_{2}^{2}} + \frac{1}{\bar{p}_{2}^{2}} - \frac{1}{\bar{p}_{2}^{2}}\right)$$
(2)

$$C \left( \begin{array}{c} R_{22} & R_{33} & R_{11} \end{array} \right)$$

$$G = \frac{\left( \overline{\sigma}^{0} \right)^{2}}{2} \left( \frac{1}{\overline{\sigma}_{33}^{2}} + \frac{1}{\overline{\sigma}_{11}^{2}} - \frac{1}{\overline{\sigma}_{22}^{2}} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{R_{33}^{2}} + \frac{1}{R_{11}^{2}} - \frac{1}{R_{22}^{2}} \right)$$
(3)

$$H = \frac{\left(\sigma^{0}\right)^{2}}{2} \left(\frac{1}{\bar{\sigma}_{11}^{2}} + \frac{1}{\bar{\sigma}_{22}^{2}} - \frac{1}{\bar{\sigma}_{33}^{2}}\right)$$
  
=  $\frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_{11}^{2}} + \frac{1}{R_{22}^{2}} - \frac{1}{R_{33}^{2}}\right)$  (4)

$$L = \frac{3}{2} \left( \frac{\tau^0}{\bar{\sigma}_{23}} \right)^2 = \frac{3}{2R_{23}^2}$$
(5)

$$M = \frac{3}{2} \left(\frac{\tau^0}{\bar{\sigma}_{13}}\right)^2 = \frac{3}{2R_{13}^2}$$
(6)

$$N = \frac{3}{2} \left( \frac{\tau^0}{\bar{\sigma}_{12}} \right)^2 = \frac{3}{2R_{12}^2}$$
(7)

где су:

 $\bar{\sigma}_{ii}, \bar{\sigma}_{ij}$  - напони на граници течења у случају када је само компонента напона  $\sigma_{ii}$ , односно  $\sigma_{ij}$ , различита од нуле;

 $\sigma^{0}$  - референтна вредност напона течења (референтна граница течења);

$$\tau^0 = \sigma^0 / \sqrt{3} ; \qquad (8)$$

 $R_{ii}, R_{ii}$  - коефицијенти напона течења:

$$R_{ii} = \frac{\overline{\sigma}_{ii}}{\sigma^0}, \ R_{ij} = \frac{\overline{\sigma}_{ij}}{\tau^0}.$$
 (9)

| Материјал       | Модули еластичности |        | Poisson-ови      |             | Модули клизања |             |          |          |          |
|-----------------|---------------------|--------|------------------|-------------|----------------|-------------|----------|----------|----------|
|                 | (MPa)               |        | коефицијенти (-) |             |                | (MPa)       |          |          |          |
|                 | $E_1$               | $E_2$  | $E_3$            | <i>V</i> 12 | <i>V</i> 13    | <i>V</i> 23 | $G_{12}$ | $G_{13}$ | $G_{23}$ |
| Дрво            | 11080               | 886    | 554              | 0,37        | 0,42           | 0,47        | 791      | 744      | 79       |
| Карбонска трака | 165543              | 10000  | 10000            | 0,3         | 0,3            | 0,03        | 5000     | 5000     | 500      |
| Епоксидни лепак | 11200               | 11200  | 11200            | 0,35        | 0,35           | 0,35        | -        | -        | -        |
| Челична плочица | 210000              | 210000 | 21000            | 0,3         | 0,3            | 0,3         | -        | -        | -        |

Табела 3. Карактеристике материјала коришћене у нумеричкој анализи

Карактеризација осталих материјала је знатно једноставнија. Карбонска трака је моделирана као линеарно-еластичан трансверзално изотропан материјал, док су епоксидни лепак и челик третирани као линеарно-еластични изотропни материјали.

Карактеристике материјала коришћене у нумеричким моделима одређене су на основу сопствених експерименталних испитивања материјала, као и на основу добро утврђених релација и података датих у литератури. Усвојено је да су карактеристике материјала независне од брзине наношења оптерећења. Утицај параметара окружења, као што су влажност и температура, на понашање дрвета није разматран.

Материјалне константе коришћене V нумеричкој анализи су дате у табели 3. Модул еластичности дрвета у лонгитудијалном правцу  $(E_1)$  је одређен експериментално. Дрво има различите модуле еластичности при затезању, притиску и савијању. Ипак, разлике су мале и из практичних разлога усвојено је да вредности модула еластичности дрвета не зависе од врсте напрезања. Модули еластичности у попречним правцима и модули клизања у смичућим равнима су израчунати према релацијама [16]:

$$E_1: E_2: E_3 \approx 20: 1, 6: 1; \tag{10}$$

$$G_{12}:G_{13}:G_{23} \approx 10:9,4:1; \tag{11}$$

$$E_1: G_{12} \approx 14:1. \tag{12}$$

Вредности Poisson-ових коефицијената  $v_{12}$ ,  $v_{13}$ ,  $v_{23}$ , усвојене су као за меко дрво, према [16].

Еластичне константе за карбонску траку су усвојене на основу експерименталних испитивања ( $E_1$ ), вредности датих од стране произвођача и рада [10]. Сходно усвојеном материјалном моделу, исте карактеристике карбонске траке су узете у попречним правцима (правац дебљине и правац ширине траке). Параметри за епоксидни лепак су усвојени према техничком листу произвођача и према раду [17].

За примену нумеричког модела неопходно је познавати вредности напона и дилатација које дефинишу усвојене конститутивне везе. Управо, критична тачка прорачунског поступка је избор адекватних вредности граничних напона за дрво. Услед ефеката расподеле напона, гранични напон затезања при савијању је већи него при аксијалном затезању. Према томе, усвојено је да до лома у затегнутој зони носача долази при достизању чврстоће дрвета на савијање уместо при достизању чврстоће на затезање. Чврстоћа на савијање дрвета је експериментално одређена и износила је 42,5 MPa.

Усвојени напони на граници течења, неопходни дефинисање пластичног за понашања дрвета, приказани су у табели 4. Вредности напона одређене cy експериментално основу  $(\bar{\sigma}_{_{11}}, \bar{\sigma}_{_{12}})$  и на доступних у литератури података за разматрану врсту дрвета. За потребе прорачуна узето је да су чврстоће дрвета у попречним правцима (радијалном и тангенцијалном) исте.

Табела 4. Напони на граници течења (MPa) усвојени у нумеричкој анализи

| $ar{\sigma}_{\!\scriptscriptstyle 11}$ | $ar{\sigma}_{\scriptscriptstyle 22}$ | $ar{\sigma}_{\scriptscriptstyle 33}$ | $ar{\sigma}_{\scriptscriptstyle 12}$ | $ar{\sigma}_{\!\scriptscriptstyle 13}$ | $ar{\sigma}_{\scriptscriptstyle 23}$ | $\sigma^{\scriptscriptstyle 0}$ |
|--|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|--|--------------------------------------|---------------------------------|
| 36,3                                   | 5,0                                  | 5,0                                  | 6,1                                  | 6,1                                    | 3,0                                  | 36,3                            |

Користећи дате напоне течења, вредности коефицијената напона течења су израчунате на основу израза (9) и усвојене као:  $R_{11} = 1$ ;  $R_{22} = R_{33} = 0,14$ ;  $R_{12} = R_{13} = 0,29$ ;  $R_{23} = 0,14$ .

## 3.3. Калибрација модела

Приликом моделирања дрвета као материјала узета је у обзир чињеница да је гранични напон затезања при лому услед савијања већи него при лому услед аксијалног затезања. Додатно, гранични напон затезања може бити



Слика 5. Поређење дијаграма оптерећење-угиб одређених на основу експерименталног испитивања (црне линије) и нумеричког прорачуна (црвена линија)

ефикасно повећан ca применом FRP композита. Ојачање у затегнутој зони делује као мост преко дефеката у дрвету и на тај начин доприноси већем капацитету носивости носача. Повећање дилатације затезања у дрвету при лому ојачаних у односу на неојачане носаче показано је у табели 2. Веће дилатације при лому указују на веће напоне при лому. У одсуству информација везаних за чврстоћу оіачаног дрвета. прорачунски поступак је модификован. Сходно резултатима мерених дилатација, усвојено је повећање чврстоће дрвета на савијање за 25% услед присуства хоризонтално постављене карбонске траке са спољашње стране пресека.

#### 3.4. Резултати нумеричке анализе

Верификација нумеричког моделирања извршена je кроз поређење ca експерименталним резултатима. Дијаграми оптерећење-угиб одређени моделирањем коначним елементима заједно са дијаграмима добијеним експерименталним испитивањем носача приказани су на слици 5. На основу датих дијаграма може се закључити да постоји лобро слагање између нумеричких И експерименталних резултата за неојачане носаче, са линеарно-еластичним понашањем до лома. Такође, нумерички модел је показао добру сагласност са експерименталним испитивањем ојачаних носача. Нелинеарно понашање забележено при експерименталном испитивању ојачаних носача је постигнуто нумеричким моделирањем.

Прорачуном одређене вредности за максимално оптерећење, максимални угиб и крутост на савијање упоређене су са резултатима експеримента у табели 5. Нумеричка анализа је потврдила да примена карбонских трака у затегнутој зони успешно побољшава механичке карактеристике носача од лепљеног ламелираног дрвета.

| Табела 5. Поређење еко | сперименталних и |
|------------------------|------------------|
| нумеричких р           | езултата         |

| Тест   | Експеримент    | Нумерика | Разлика |  |  |  |
|--|----------------|----------|---------|--|--|--|
| серија   |                |          | (%)     |  |  |  |
| Максим   | ално оптерећен | ье (kN)  |         |  |  |  |
| А  | 37,9           | 39,0     | 3,0     |  |  |  |
| В  | 59,1           | 57,5     | -2,7    |  |  |  |
| Максимални угиб (mm)   |                |          |         |  |  |  |
| А  | 59,9           | 61,7     | 2,5     |  |  |  |
| В  | 93,8           | 88,1     | -6,1    |  |  |  |
| Крутост на савијање ЕІ (×10 <sup>11</sup> Nmm <sup>2</sup> ) |                |          |         |  |  |  |
| А  | 6,46           | 6,53     | 1,0     |  |  |  |
| В  | 7,73           | 7,82     | 1,2     |  |  |  |

Теоријске вредности капацитета носивости су одређене ломом у затегнутој зони као најчешћом ситуацијом. Поређење вредности за максимално оптерећење показује добар однос између експерименталних и нумеричких резултата. У случају неојачаних носача виша вредност граничног оптерећења је добијена нумеричком анализом. Разматрајући утицај кврга и других дефеката грађе дрвета, одступање је мање од очекиваног. У погледу носача ојачаних карбонском траком са доње стране, нижа вредност граничног оптерећења одређена нумеричким прорачуном. je Предвиђање носивости ојачаних носача је конзервативно, а као разлог одступања може се узети варијабилност резултата забележена приликом одрећивања чврстоће дрвета на савијање.

Израчунате вредности крутости на савијање применом нумеричког моделирања показале су одлично слагање са експерименталним

резултатима. Ово указује да се дрво може успешно моделирати као ортотропан материјал. Такође, добијени резултати су потврдили да важи претпоставка о идеалној вези између дрвета и карбонске траке.

Врелности vгиба при лому одрећене нумеричким прорачуном су генерално у доброј сагласности са просечним вредностима добијеним експерименталним путем, али са нешто већом разликом у случају ојачаних носача. Нумерички модел потцењује дуктилно понашање ојачаних носача, а одсупање може бити последица варијације повезане са чврстоћом на притисак дрвених ламела. Такође, већа вредност угиба забележена код неколико носача је у некој мери резултат постефекта лома.

Нумеричка анализа може бити веома корисна у бољем разумевању механичког понашања носача. На сликама 5 и 6 приказане су контуре нормалних и смичућих напона у дрвеном елементу при граничном оптерећењу за

### НУМЕРИЧКА АНАЛИЗА НОСАЧА...

разматране серије носача. Подужни пресек у оси симетрије омогућава једноставно праћење промене напона по дужини, као и по висини носача. На основу датих приказа нормалних напона може се јасно уочити област између максималних напона тачака аплицираног оптерећења, сходно дијагаму момената савијања. Код неојачаних носача расподела напона је готово симетрична у затегнутој и притиснутој зони. Видљиво је да вредности нормалних напона расту са повећањем удаљености од тежишта попречног пресека. Према томе, највећи нормални напон забележен је на затегнутој ивици носача. Расподела нормалних напона код ојачаних носача није симетрична. У области између тачака аплицираног оптерећења изражена је пластификација притиснуте зоне, при чему се највеће пластичне деформације јављају испод челичне плочице преко које се уноси оптерећење. Максимални нормални напон на затегнутој ивици указује на појаву пукотина, што води ка коначном лому ојачаних носача.



Слика 5. Нормални σ<sub>11</sub> и смичући τ<sub>12</sub> напони (MPa) у дрвету при граничном оптерећењу за неојачани носач Серије А



Слика 6. Нормални σ<sub>11</sub> и смичући τ<sub>12</sub> напони (MPa) у дрвету при граничном оптерећењу за ојачани носач Серије В

Смичући напони се пружају равномерно у области између ослонаца и места аплицирања оптерећења, сходно дијаграму трансверзалних сила. Код ојачаних носача, услед деформисања пресека, максимални смичући напони су концентрисани у области уноса оптерећења у носач. Овим се може објаснити појава комбинованог лома затезање/смицање код неколико испитаних ојачаних носача. Концентрација смичућих напона y зони сидрења карбонске траке видљива је код ојачних носача. Међутим, забележене вредности ових напона нису довољно велике да изазову смичући лом носача.



Слика 7. Нормални  $\sigma_{11}$  напони (MPa) у карбонској траци при граничном оптерећењу за ојачани носач Серије В





Приказ нормалних напона у карбонској траци ојачаног носача дат је на слици 7. Расподела смичићих напона је прилично правилна по целој дужини траке. Резултати нумеричке анализе показују да је капацитет носивости карбонске траке у линеарној области понашања носача, генерално, искоришћен у малом проценту. После појаве пластификације у притисној зони, степен искоришћења траке је нешто већи. Рачунски максимални напон затезања у карбонској траци при граничном оптерећењу износио је мање од 30% чврстоће траке на затезање.

Нумеричко моделирање омогућава и праћење понашања споја између дрвета и карбонске траке. Веома је важно да напони који се јављају у споју не пређу граничну вредност, односно да не дође до деламинације траке пре достизања граничног оптерећења. Појава деламинације је иначе карактеристична за носаче ојачане карбонском траком постављеном са спољашње стране пресека. Расподела смичућих напона дуж линије граничном оптерећењу лепљења при приказана је на слици 8. Смичући напон достиже максималну вредност у области сидрења траке, али забележена вредност у датом случају није довољно велика да изазове лом у лепку. Рачунски максимални смичући напон износио је 4,3 MPa, што је далеко испод чврстоће лепка на смицање (20 МРа).

## 4. ЗАКЉУЧАК

Нумеричким симулирањем се може сасвим добро анализирати механичко понашање ојачаних носача од лепљеног ламелираног дрвета. Предложени нумерички модел, заснован на ортотропним каракеристикама и еласто-пластичном понашању дрвета. ортотропним карактеристикама и еластичном понашању карбонске траке, и идеалној вези између два материјала, даје задовољавајуће слагање са експерименталним разултатима. Модел се може лако прилагодити другим облицима оптерећења, карактеристикама материјала, димензијама носача и шемама ојачања. Према томе, нумеричко моделирање је користан алат који се може употребити за оптимизацију пројектовања дрвених носача ојачаних FRP композитима.

#### ЛИТЕРАТУРА

- R. J. Gilfillan, S. G. Gilbert, G. R. H. Patric. The use of FRP composites in enhancing the structural behaviour of timber beams. Journal of Reinforced Plastics and Composites, 22 (15), 2003, 1373-1388.
- [2] A. Borri, M. Corradi, A. Grazini. A method for flexural reinforcement of old wood beams with CFRP materials. Composites: Part B, 36 (2), 2005, 143-153.

- [3] K. U. Schober, K. Rautenstrauch. Poststrengthening of timber structures with CFRP's. Materials and Structures, 40 (1), 2006, 27-35.
- [4] G. M. Raftery, A. M. Harte. Low-grade glued laminated timber reinforced with FRP plate. Composites: Part B, 42 (4), 2011, 724-735.
- [5] J. Fiorelli, A. A. Dias. Glulam beams reinforced with FRP externally bonded: Theoretical and experimental evaluation. Materials and Structures, 44 (8), 2011, 1431-1440.
- [6] A. D'Ambrisi, F. Focacci, R. Luciano. Experimental investigation on flexural behavior of timber beams repaired with CFRP plates. Composite Structures, 108, 2014, 720-728.
- [7] I. Glišović, B. Stevanović, M. Todorović. Flexural reinforcement of gleam beams with CFRP plates. Materials and Structures, published online, 2015, 1-15.
- [8] H. Yang, W. Lin, W Lu, S. Zhu, O. Geng. Flexural behaviour of FRP and steel reinforced glulam beams: Experimental and theoretical evaluation. Construction and Building Materials, 106, 2016, 550-563.
- [9] Y. J. Kim, K. A. Harries. Modeling of timber beams strengthening with various CFRP composites. Engineering Structures, 32, 2010, 3225-3234.
- [10] T. P. Nowak, J. Jasienko, D. Czepizak. Experimental tests and numerical analysis of historic bent timber elements reinforced with

CFRP strips. Construction and Building Materials, 40, 2013, 197-206.

- [11] G. M. Raftery, A. M. Harte. Nonlinear numerical modeling of FRP reinforced glued laminated timber. Composites: Part B, 52, 2013, 40-50.
- [12] M. Khalifa, S. Auchet, P. J. Meausoone, A. Celzard. Finite element analysis of flexural strengthening of timber beams with carbon fibre reinforced polymers. Engineering Structures, 101, 2015, 364-375.
- [13] EN 408: Timber structures Structural timber and glued laminated timber - Determination of some physical and mechanical properties. CEN, Brussels, Belgium, 2010.
- [14] ABAQUS ver. 6.12 Documentations Collection, Dassault Systems Simulia Corporation, Rhode Island, USA, 2012.
- [15] S. Abrate. Criteria for yielding or failure of cellular materials. Journal of Sandwich Structures and Materials, 10, 2008, 5-51.
- [16] J. Bodig, B. A. Jayne. Mechanics of wood and wood composites. Van Nostrand Reinhold Company, New York, USA, 1982.
- [17] M. Lehmann, Vallee T., Rautenstrauch K. Testing and modeling of prestressed timber beams using a multi surface plasticity model. World Conference on Timber Engineering, Auckland, New Zealand, 2012, 430-435.