

Analiza stabilnosti brane „Lipovica“ primenom Karlsruhe metode

VLADAN B. BOŠKOVIĆ, Energoprojekt Hidroinženjering a.d,
Biro za geologiju, hidrologiju, geofiziku,
geodeziju, GIS i saobraćajnice, Beograd

MILUTIN M. PEJOVIĆ, Univerzitet u Beogradu,
Građevinski fakultet, Beograd

BRANKO S. BOŽIĆ, Univerzitet u Beogradu,
Građevinski fakultet, Beograd

ZAGORKA I. GOSPAVIĆ, Univerzitet u Beogradu,
Građevinski fakultet, Beograd

Stručni rad

UDC: 528.48:004.4

DOI: 10.5937/tehnika2303283B

U radu je prikazana analiza stabilnosti geodetske 2D mreže brane „Lipovica“ primenom Karlsruhe metode deformacione analize. U prvom delu rada, data je uopštena klasifikacija deformacionih modela koji se koriste prilikom realizacije geodetskog osmatranja. Posebno poglavlje posvećeno je opisu same Karlsruhe metode, njenom algoritmu kao i načinu primene. Efikasnost metode je zasebno razmatrana na praktičnom primeru geodetske 2D mreže brane „Lipovica“ čiji su podaci kontrolne ephe simulirani. Ovom analizom utvrđena je saglasnost između simuliranih vrednosti pomeranja sa vrednostima koje su otkrivene Karlsruhe metodom, pri čemu su u radu dostupni svi ulazni podaci neophodni za ponavljanje postupka.

Ključne reči: deformaciona analiza, Karlsruhe, brana, geodetska 2D mreža

1. UVOD

Geodetski radovi su uključeni u svakoj od faza životnog veka inženjerskog objekta. U pogledu ovog rada, od posebnog interesa su geodetski radovi koji se realizuju u fazi eksploatacije i održavanja objekta. Ovi geodetski radovi podrazumevaju merenje deformacija i njihovu analizu kako bi se dobio sveobuhvatan opis stanja inženjerskog objekta. Praćenje deformacija inženjerskih objekata zahteva da se objekat i proces deformacija modeliraju [1]. Konvencionalno geodetsko modeliranje objekta i njegovog okruženja, podrazumeva uzorkovanje stanja objekta u određenim vremenskim intervalima pomoću diskretnih tačaka na način da ove tačke karakterišu objekat, a njihovo pomeranje predstavlja deformacije objekta. Za konvencionalnu deformacionu analizu (Conventional Deformation Analysis - CDA) u vremenu i prostoru, primenjuju

su dve klase modela. Model koji se zasniva na testiranju podudarnosti (kongruenciji) karakterističnih tačaka u različitim vremenskim epohama naziva se model kongruencije. U ovom modelu, faktor vremena figuriše implicitno. Model koji opisuje deformacije na osnovu usvojene funkcije koja zavisi od vremena, naziva se kinematički model [1] [2] [3]. Pored konvencionalnih metoda, na VI internacionalnom simpozijumu deformacionih merenja u Hanoveru 1992. godine u okviru radne grupe 6.1 i Ad-hok komiteta Klasifikacija deformacionih modela i terminologije predstavljeni su i opisani napredni modeli deformacione analize (Advanced Deformation Analysis - ADA). Ovi modeli ne razmatraju samo promenu geometrije objekta u prostoru i vremenu, već oni uključuju i uzročno-posledične faktore [1] [2].

U nastavku ovog rada opisana je jedna od konvencionalnih metoda deformacione analize koja je razvijena na univerzitetu Karlsruhe u Nemačkoj, a koja pripada grupi modela kongruencije. Iako se tematika rada odnosi na Karlsruhe metodu, koja je u nastavku detaljno opisana, sažet opis klasifikacije deformacionih modela dat je u cilju sagledavanja mesta Karlsruhe metode u odnosu na ostale metode. Druga ideja ovog poglavlja jeste da se prikaže domen deformacija koji

Adresa autora: Vladan Bošković, Hidroinženjering a.d, Biro za geologiju, hidrogeologiju, geofiziku, geodeziju, GIS i saobraćajnice, Beograd, Bulevar Mihajla Pupina 12

e-mail: vladanboskovic97@gmail.com

Rad primljen: 01.03.2023

Rad prihvaćen: 13.03.2023.

je moguće modelirati korišćenjem Karlsruhe metode, a to je samo geometrijski.

2. ODREĐIVANJE DEFORMACIJA PRIMENOM KARLSRUE METODE

Karlsruhe metoda deformacione analize razvijena je od strane Koh-a, Hek-a i Majer-Hirnera na Geodetskom institutu Univerziteta Karlsruhe u Nemačkoj. Osnovni koncept Karlsruhe postupka, javnosti je predstavljen na seminaru o analizi merenja deformacija održanom u Minhenu 1979. godine od strane Kunca i Šmita [4]. Na ovom seminaru, Karlsruhe metoda koja je u naučnoj literaturi poznata i kao metoda deformacione analize pomoću relativnih elipsi grešaka, primenjena je na primerima dveju kontrolnih mreža brana Montsalvens u Švajcarskoj i Huaitapalana u Peru-u. Teorijske osnove metode, date su u radovima Pelzer-a [5], Koh-a [6], Velš-a [7], Hek-a, Kunc-a i Majer-Hirner-a [8]. Potrebno je istaći da su značajan doprinos razvoju metode i njenom prilagođavanju praktičnoj primeni doprineli i sledeći autori sa svojim radovima: Ašanin [9], Mihailović i Aleksić [10], [11], Ambrožič [12], Ninkov [13] [14], Sušić i Batilović [14] [15].

Sama suština Karlsruhe postupka, ogleda se u nezavisnom izravanju nulte i kontrolne epohe merenja i njihovom zajedničkom izravanju. Zajedničko izravanje nulte i kontrolne epohe predstavlja specifičnost koja ovu metodu izdvaja u odnosu na ostale modele kongruencije. Realizacija zajedničkog izravanja se vrši pod pretpostavkama da su osnovne tačke mreže kongruente u dve epohe, da su epohe merenja homogene tačnosti i da je razmera mreže ostala nepromenjena [12] [14]. Za apriori procenu navedenih hipoteza koje se odnose na stabilnost osnovnih tačaka i razmeru mreže, neki autori preporučuju primenu Helmertove transformacije [4] [10] [12]. Pošto je ovo preliminarno utvrđivanje stabilnosti tačaka, koje se zasniva uglavnom na pretpostavci, skup osnovnih tačaka usvaja se kao skup uslovno stabilnih tačaka, a njihovu stabilnost je potrebno naknadnim putem verifikovati (poglavlje 2.3). Testiranje homogenosti epoha, izvodi se po već dobro poznatom Fišer-ovom testu koji se primenjuje i kod Pelcer-ove metode.

Numerički postupak primene Karlsruhe metode realizuje se u više faza koje omogućavaju da se identifikuju stabilne tačke, i u odnosu na njih, odrede pomeranja nestabilnih tačaka. U sažetoj formi, algoritam primene Karlsruhe metode može se sagledati kroz sledeće faze:

- Nezavisno izravanje epoha;
- Zajedničko izravanje epoha;
- Provera stabilnosti uslovno stabilnih tačaka;
- Utvrđivanje nestabilnih tačaka iz skupa uslovno stabilnih tačaka;
- Provera stabilnosti tačaka na objektu;

- Određivanje definitivnih pomeranja.

2.1. Nezavisno izravanje nulte i kontrolne epohe

U prvoj fazi primene metode, vrši se nezavisno izravanje merenih veličina u svakoj epohi, po metodi posrednog izravanja

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{A}\mathbf{x}_i + \mathbf{f}_i \quad i=1,2,\dots,k \quad (1)$$

gde je: \mathbf{v} vektor popravaka, \mathbf{A} matrica dizajna, \mathbf{x} vektor nepoznatih parametara, \mathbf{f} vektor slobodnih članova i k broj epoha. Radi jednostavnosti postupka, u nastavku su razmatrane samo dve epohe, odnosno $k = 2$. Mreže se mogu izravnati klasično ili uz datum definisan minimalnim tragom (što je najčešći slučaj). Nakon sprovedenih nezavisnih izravanja, potrebno je primeniti neki od lokalnih testova za identifikaciju grubih grešaka u opažanjima, a zatim primeniti Fišerov test za utvrđivanje homogenosti epoha.

Iz izravanja nulte i kontrolne epohe, određuju se kvadratne forme Ω_1 i Ω_2 sa brojevima stepeni slobode f_1 i f_2

$$\Omega_1 = \mathbf{v}_1^T \mathbf{P} \mathbf{v}_1 \quad f_1 = n_1 - u_1 + d_1 \quad (2)$$

$$\Omega_2 = \mathbf{v}_2^T \mathbf{P} \mathbf{v}_2 \quad f_2 = n_2 - u_2 + d_2 \quad (3)$$

pri čemu je: \mathbf{P} matrica težina, n broj merenih veličina, u broj nepoznatih parametara a d defekt funkcionalnog modela. Dalje je moguće naći ukupnu vrednost kvadratne forme Ω , kao i ukupan broj stepeni slobode f nulte i kontrolne epohe

$$\Omega = \Omega_1 + \Omega_2 = \mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v} \quad (4)$$

$$f = f_1 + f_2 \quad (5)$$

2.2. Zajedničko izravanje nulte i kontrolne epohe

Zajedničko izravanje nulte i kontrolne epohe sprovodi se po metodi posrednog izravanja primenjujući funkcionalni model

$$\mathbf{v}_z = \mathbf{A}_z \mathbf{x}_z + \mathbf{f}_z \quad (6)$$

pri čemu je: \mathbf{v}_z vektor popravaka zajedničkog izravanja, \mathbf{A}_z matrica dizajna zajedničkog izravanja, \mathbf{x}_z vektor nepoznatih parametara zajedničkog izravanja i \mathbf{f}_z vektor slobodnih članova zajedničkog izravanja. Pri zajedničkom izravanju dveju epoha, vektor nepoznatih parametara \mathbf{x}_z se deli na tri subvektora

$$\mathbf{x}_z^T = [\mathbf{z}^T, \mathbf{x}_1^T, \mathbf{x}_2^T] \quad (7)$$

pri čemu je: \mathbf{z}^T subvektor osnovnih tačaka za koje se pretpostavlja da su stabilne u obe epohe, \mathbf{x}_1^T subvektor tačaka na objektu koji se odnosi na nultu epohu i \mathbf{x}_2^T subvektor tačaka na objektu koji se odnosi na kontrolnu epohu. Pri formiranju funkcionalnog modela (6) u subvektoru \mathbf{z}^T sadržani su priraštaji koordinata osnovnih tačaka (uslovno stabilnih tačaka), dok su u subvektorima \mathbf{x}_1^T i \mathbf{x}_2^T sadržani priraštaji koordinata

tačaka na objektu, čije su približne koordinate identične.

U cilju testiranja opšte linearne hipoteze, funkcionalnom modelu (6) se pridružuje matematički uslov koji treba da zadovolji vektor \mathbf{x}_z [6, 4, 10, 12]

$$\mathbf{B}^T \mathbf{x}_z = \mathbf{d} \quad (8)$$

gde je \mathbf{d} vektor deformacija i \mathbf{B} matrica uslova

$$\mathbf{B}^T = \begin{bmatrix} \underbrace{\mathbf{z}^T} & \underbrace{\mathbf{x}_1^T} & \underbrace{\mathbf{x}_2^T} \\ \mathbf{N} \dots & -\mathbf{E} \dots & \mathbf{E} \dots \end{bmatrix} \quad (9)$$

pri čemu je

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \mathbf{E} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Ako među uslovno stabilnim tačkama ima nestabilnih tačaka, i ukoliko se prilikom zajedničkog izravnjanja prinudno dovede do ispunjenja uslova $\mathbf{B}^T \mathbf{x}_z = \mathbf{d} = 0$, tada će veličine za koje su se pomerile nestabilne tačke \mathbf{d} preneti na popravke zajedničkog izravnjanja \mathbf{v}_z pa će u njima biti sadržane informacije o pomeranju nestabilnih tačaka.

2.3. Provera stabilnosti uslovno stabilnih tačaka

Na osnovu kvadratne forme sračunate iz zajedničkog izravnjanja Ω_z određene sa brojem stepeni slobode f_z

$$\Omega_z = \mathbf{v}_z^T \mathbf{P} \mathbf{v}_z \quad f_z = n_z - u_z + d_z \quad (11)$$

kao i ukupne kvadratne forme nulte i kontrolne epohe Ω (izraz 4), moguće je izvesti test veličinu za testiranje stabilnosti uslovno stabilnih tačaka. Iz kvadratne forme zajedničkog izravnjanja Ω_z , koja sadrži informacije o greškama merenja kao i pomeranju nestabilnih tačaka, potrebno je oduzeti ukupnu kvadratnu formu Ω koja sadrži samo informacije o greškama merenja

$$\Omega_h = \Omega_z - \Omega \quad (12)$$

Na ovaj način dobijena je kvadratna forma Ω_h koja u sebi sadrži samo informacije o pomeranju nestabilnih tačaka i ona je određena sa brojem stepeni slobode f_h

$$f_h = (k-1)np_0 - d \quad (13)$$

gde je: k broj epoha obuhvaćen zajedničkim izravnjanjem, n dimenzija mreže ($n = 1$ za jednodimenzionalne mreže, odnosno $n = 2$ za dvodimenzionalne mreže), p_0 broj osnovnih tačaka (uslovno stabilnih) i d defekt funkcionalnog modela. Opravdanost ovakvog pristupa, kao i izođenje dokaza za prethodnu tvrdnju koja se odnosi na kvadratnu formu Ω_h , mogu se detaljno naći u literaturi [10] pa su iz tog razloga u ovom radu izostavljeni.

Test statistika koja služi za testiranje stabilnosti osnovnih (uslovno stabilnih) tačaka, formira se kao

$$T = \frac{\Omega_h/f_h}{\Omega/f} \sim F_{1-\alpha, f_h, f} \quad (14)$$

i u opštem slučaju sledi Fišer-ovu raspodelu sa f_h i f stepeni slobode [8, 4, 10, 15]. Ukoliko važi sledeća nejednakost $T \leq F_{1-\alpha, f_h, f}$, test statistika T sledi Fišerovu centralnu raspodelu i vrši se prihvatanje nulte hipoteze o stabilnosti osnovnih tačaka što znači da su uslovstabilne tačke zaista stabilne. U suprotnom, prihvata se alternativna hipoteza, a to znači da u skupu uslovno stabilnih tačaka postoji barem jedna nestabilna tačka. Sve nestabilne tačke, iz skupa uslovno stabilnih tačaka, potrebno je identifikovati a zatim i eliminisati prebacivanjem u skup tačaka na objektu po postupku opisanom u narednom potpoglavlju.

2.4. Utvrđivanje nestabilnih tačaka u skupu uslovno stabilnih tačaka

Za potrebe identifikacije nestabilnih tačaka, iz skupa uslovno stabilnih tačaka, vrši se ponavljanje zajedničkih izravnjanja iterativnim putem, pri čemu se u svakoj iteraciji sukcesivno (naizmenično) izostavlja po jedna osnovna tačka. Dakle, broj zajedničkih izravnjanja biće jednak broju osnovnih tačaka u skupu uslovno stabilnih tačaka a u svakom od njih biće izostavljena po jedna tačka, i to uvek različita. Preciznije, ukoliko u skupu uslovno stabilnih tačaka ima n tačaka, biće izvršeno n zajedničkih izravnjanja u kojima će figurisati $n-1$ tačaka. Izravnjanje iz kojeg se dobija minimalna vrednost kvadratne forme $(\Omega_z)_{\min}$ ukazuje da tačku koja je izostavljena pri tom izravnjanju, treba smatrati nestabilnom tačkom. Ona se definitivno izostavlja iz skupa uslovno stabilnih tačaka i prebacuje u skup tačaka na objektu, a ceo postupak se ponavlja bez nje. U sledećoj iteraciji, na isti način, vrši se ponavljanje celokupnog postupka sve dok ne bude zadovoljen uslov $T \leq F_{1-\alpha, f_h, f}$. Tačke koje posle ispunjenja navedenog uslova ostanu u skupu uslovno stabilnih tačaka, proglašavaju su zaista stabilnim, pa se može preći na postupak analize stabilnosti tačaka na objektu.

2.5. Utvrđivanje stabilnosti tačaka na objektu

Za ispitivanje stabilnosti tačaka na objektu, kao i za ispitivanje uslovno stabilnih tačaka, koristi se matematički uslov (izraz 8), pri čemu se formiraju nulta i alternativna hipoteza [6, 10, 12, 14, 15]

$$H_0: \mathbf{B}^T \mathbf{x}_z = \mathbf{d} = 0 \quad (15)$$

$$H_a: \mathbf{B}^T \mathbf{x}_z = \mathbf{d} \neq 0 \quad (16)$$

U nultoj hipotezi pretpostavlja se da tačka T_i nije pomerena, odnosno da su koordinate tačke T_{i1} (Y_{i1}, X_{i1}) u prethodnoj epohi podudarne sa koordinatama tačke T_{i2} (Y_{i2}, X_{i2}) u kontrolnoj epohi. U slučaju alternativne hipoteze, razlika koordinata tačke T_i nije jednaka nuli, pa se uslovi alternativne hipoteze mogu zapisati kao

$$\mathbf{B}_i^T \mathbf{x}_{zi} = \mathbf{d}_i \quad (17)$$

gde je

$$\mathbf{d}_i = \begin{bmatrix} y_{2i} - y_{1i} \\ x_{2i} - x_{1i} \end{bmatrix} \quad (18)$$

odakle sledi kofaktorska matrica \mathbf{Q}_{d_i}

$$\mathbf{Q}_{d_i} = \mathbf{B}_i^T \mathbf{Q}_{x_{zi}} \mathbf{B} \quad (19)$$

pri čemu je $\mathbf{Q}_{x_{zi}}$ kofaktorska matrica nepoznatih parametara zajedničkog izravnjanja, čiji se elementi odnose na testiranu tačku T_i .

Lokalna test statistika za ispitivanje stabilnosti tačaka na objektu se sada može formirati kao

$$T = \frac{\mathbf{d}_i^T \mathbf{Q}_{d_i}^{-1} \mathbf{d}_i}{h \hat{\sigma}_0^2} \sim F_{1-\alpha, h, f} \quad (20)$$

gde je: \mathbf{d}_i vektor pomeranja, \mathbf{Q}_{d_i} kofaktorska matrica pomeranja, $h = r(\mathbf{Q}_{d_i})$ rang matrice \mathbf{Q}_{d_i} i $\hat{\sigma}_0$ a posteriori standardno odstupanje prethodne i kontrolne epohe, sračunato na osnovu izraza

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{f_1 \hat{\sigma}_{01}^2 + f_2 \hat{\sigma}_{02}^2}{f_1 + f_2} \quad (21)$$

Ukoliko važi nejednakost $T \leq F_{1-\alpha, h, f}$ testirana tačka objekta se smatra stabilnom, dok se u suprotnom, testirana tačka objekta smatra nestabilnom.

2.6. Određivanje definitivnih vrednosti pomeranja

Određivanje definitivnih vrednosti pomeranja tačaka mreže vrši se nakon identifikacije svih nestabilnih tačaka iz skupa uslovno stabilnih tačaka, kao i nakon postupka lokalizacije pomeranja tačaka na objektu primenjujući izraz (17). U ovom izrazu figuriše matrica uslova \mathbf{B} (Izraz 9) kao i vektor ocene nepoznatih parametara \mathbf{x}_z iz zajedničkog izravnjanja koje ispunjava uslov $T \leq F_{1-\alpha, f, h, f}$, odnosno iz zajedničkog izravnjanja za koje je potvrđena stabilnost osnovnih tačaka

3. GEOMETRIJSKA INTERPRETACIJA KARLSRUE METODE

Statistički način testiranja linearnih hipoteza, koje su sažeto opisane u prethodnom poglavlju, mogu se i grafički interpretirati [10, 12].

Ukoliko se izraz (20) zapiše na drugi način koji podrazumeva uvođenje znaka jednakosti, dobija se izraz

$$\mathbf{d}_i^T \mathbf{Q}_{d_i}^{-1} \mathbf{d}_i = h \hat{\sigma}_0^2 F_{1-\alpha, h, f} \quad (22)$$

Prethodni izraz predstavlja jednačinu elipse, koja je ide-ntična relativnoj elipsi grešaka između tačaka T_{11} i T_{12} uvećanom za faktor

$$\sqrt{2F_{1-\alpha, 2, f}} \quad (23)$$

gde je $h=2$ kod dvodimenzionalnih mreža, odnosno $h=1$ kod jednodimenzionalnih mreža [4, 10, 12].

Poluose elipsi grešaka se dalje određuju prema

$$A = \hat{\sigma}_0^2 2F_{1-\alpha, 2, f} \lambda_1 \quad (24)$$

$$B = \hat{\sigma}_0^2 2F_{1-\alpha, 2, f} \lambda_2 \quad (25)$$

pri čemu su λ_1 i λ_2 sopstvene vrednosti matrice kofaktora \mathbf{Q}_{d_i} i računaju se kao

$$\lambda_1 = \frac{1}{2} (q_{dxx} + q_{dyy} + k) \quad (26)$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{2} (q_{dxx} + q_{dyy} - k) \quad (27)$$

$$k = \sqrt{(q_{dxx} - q_{dyy})^2 + 4q_{dxy}^2} \quad (28)$$

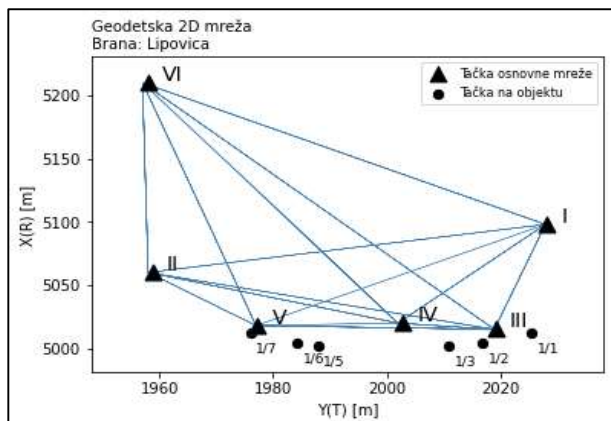
dok je ugao θ koji velika poluosa zaklapa sa pozitivnim smerom X ose dat sledećim izrazom

$$\text{tg}(2\theta) = \frac{2q_{dxy}}{q_{dxx} - q_{dyy}} \quad (29)$$

Pošto su poluose pomnožene sa faktorom datim u izrazu (23), površina elipse grešaka odgovara oblasti poverenja sa verovatnoćom $1 - \alpha$.

4. PRAKTIČNI PRIMER

Kao praktični primer primene Karlsruhe metode za potrebe analize stabilnosti inženjerskih objekata, izabrana je geodetska 2D mreža brane „Lipovica“, koja služi kao osnova za određivanje horizontalnih pomeranja brane. Sama brana predstavlja betonsku, cilindričnolučnu branu, građevinske visine 15.85 m i širine 2.50 m (u temelju). Na osnovu građevinske visine brane, a u skladu sa odredbama Međunarodnog komiteta za visoke brane (International Commission on Large Dams - ICOLD), brana „Lipovica“ se svrstava u grupu visokih brana [16]. Sama brana je locirana u blizini grada Bajina Bašta i pripada sistemu reverzibilne hidroelektrane RHE „Bajina Bašta“. Praćenje stabilnosti brane „Lipovica“ realizuje se duži niz godina kroz tri kontrolne epohe na godišnjem nivou, pri čemu su sva dosadašnja osmatranja realizovana od strane Energoprojekt Hidroinženjeringa a.d. iz Beograda. Kako bi se ispitala efikasnost primene Karlsruhe metode, na osnovnim tačkama II i VI kao i tačkama objekta 1/2 i 1/6, sumilirana su pomeranja na osnovu kojih je generisana kontrolna epoha. Ove vrednosti, zajedno sa približnim koordinatama, date su u tabeli 1. Deformacioni model brane sastoji se od 6 osnovnih tačaka i 6 kontrolnih tačaka objekta (slika 1), između kojih su mereni samo horizontalni pravci instrumentom čiji je deklarisan standard merenja 1" (tabela 2). Koordinatni sistem brane, u kom su prikazana pomeranja, predstavlja lokalni sistem definisan tangencijalnom osom (T=Y) koja se poklapa sa osom brane i pozitivnog je smera ka desnoj obali i radijalnom osom (R=X), upravnom na tangencijalnu, pozitivnog smera nizvodno. Svi proračuni u radu, izvršeni su korišćenjem posebnog softvera (vlastito rešenje u Pythonu).



Slika 1 - Grafički prikaz deformacionog modela brane „Lipovica“ a) Kontrolna 2D mreža brane b) Nizvodno lice brane

Tabela 1. Približne koordinate i simulirana pomeranja tačaka geodetske 2D mreže brane „Lipovica“

Tačka	Približne koordinate		Simulirana pomeranja			
	Y_0 [m]	X_0 [m]	d_y [mm]	d_x [mm]	d_{yx} [mm]	Opis
IV	2002.7965	5020.5665	0.0	0.0	0.0	Osnovna tačka
III	2019.2420	5015.9277	0.0	0.0	0.0	Osnovna tačka
VI	1957.9341	5210.5244	-24.0	10.0	26.0	Osnovna tačka
I	2028.2833	5098.4033	0.0	0.0	0.0	Osnovna tačka
II	1958.7201	5060.3195	-18.0	14.0	22.8	Osnovna tačka
V	1977.2440	5018.1264	0.0	0.0	0.0	Osnovna tačka
1/1	2025.4867	5012.1986	0.0	0.0	0.0	Tačka objekta
1/2	2016.8266	5004.3297	9.0	-9.0	12.7	Tačka objekta
1/3	2011.0463	5001.5376	0.0	0.0	0.0	Tačka objekta
1/5	1987.8978	5002.4431	0.0	0.0	0.0	Tačka objekta
1/6	1984.2668	5004.2854	-4.0	-7.0	8.1	Tačka objekta
1/7	1976.0056	5011.7492	0.0	0.0	0.0	Tačka objekta

Tabela 2. Plan opažanja u geodetskoj 2D mreži brane „Lipovica“

Od	Do	Nulta epoha			Kontrolna epoha			Standard
		°	'	''	°	'	''	
I	VI	0	0	0.0	359	59	59.7	1
I	III	218	21	42.4	218	22	3.9	1
I	IV	230	14	9.8	230	14	33.8	1
I	V	244	33	12.6	244	33	35.5	1
I	II	273	24	22.6	273	25	39.3	1
II	VI	0	0	0.0	0	0	1.5	1
II	I	61	36	1.3	61	37	2.5	1
II	III	126	33	33.7	126	33	42.1	1
II	IV	132	20	49.3	132	20	52.8	1
II	V	156	35	48.2	156	35	9.4	1
III	VI	0	0	0.0	359	59	59.4	1
III	I	23	44	35.9	23	44	54.1	1
III	V	290	29	2.3	290	29	21.7	1
III	IV	303	14	22.3	303	14	42.1	1
III	II	323	44	48.1	323	45	9.8	1

Od	Do	Nulta epoha			Kontrolna epoha			Standard
		°	'	"	°	'	"	
III	1/1	138	19	54.6	138	20	13.2	1
III	1/2	209	15	6.4	209	12	19.3	1
III	1/3	227	9	1.8	227	9	21.6	1
III	1/5	264	12	34.1	264	12	52.6	1
III	1/6	269	4	34.1	269	4	21.9	1
III	1/7	281	58	1.9	281	58	22.2	1
IV	VI	0	0	0.0	359	59	58.8	1
IV	I	31	25	7.5	31	25	27.8	1
IV	III	119	2	25.3	119	2	49.3	1
IV	V	277	49	59.7	277	50	22.8	1
IV	II	325	20	8.0	325	20	24.3	1
IV	1/1	123	31	53.4	123	32	15.7	1
IV	1/2	152	27	29.2	152	27	43.2	1
IV	1/3	169	50	57.1	169	51	19.8	1
IV	1/5	232	42	36.3	232	43	0.7	1
IV	1/6	241	59	1.6	241	59	3.8	1
IV	1/7	265	4	15.0	265	4	36.1	1
V	VI	0	0	0.0	0	0	0.4	1
V	III	98	43	39.3	98	44	5.2	1
V	II	342	1	42.6	342	1	18.2	1
V	1/1	102	44	10.9	102	44	35.6	1
V	1/2	114	56	50.6	114	57	42.1	1
V	1/3	121	52	15.5	121	52	41.1	1
V	1/5	151	32	33.2	151	32	57.4	1
V	1/6	158	49	41.9	158	51	37.6	1
V	1/7	196	43	13.9	196	43	39.4	1
VI	I	0	0	0.0	359	59	59.8	1
VI	III	14	37	7.8	14	37	10.3	1
VI	IV	18	49	3.9	18	49	7.0	1
VI	V	26	22	28.3	26	22	28.9	1
VI	II	31	48	21.8	31	48	38.1	1

4.1. Nezavisno izravnjanje nulte i kontrolne epohe

Izravnjanje nulte i kontrolne epohe izvršeno je po funkcionalnom i stohastičkom modelu posrednog izra-

vnanja primenom metode najmanjih kvadrata, pri čemu su ocene nepoznatih parametara određene uz uslov minimalizacije traga kofaktorske matrice nepoznatih parametara na svim tačkama mreže (tabela 3).

Tabela 3. Izravnate koordinate tačaka geodetske 2D mreže brane „Lipovica” nulte i kontrolne epohe

Tačka	Nulta epoha				Kontrolna epoha			
	$d_{\hat{y}_1}$ [mm]	$d_{\hat{x}_1}$ [mm]	\hat{Y}_1 [m]	\hat{X}_1 [m]	$d_{\hat{y}_2}$ [mm]	$d_{\hat{x}_2}$ [mm]	\hat{Y}_2 [m]	\hat{X}_2 [m]
IV	-0.06	0.05	2002.7964	5020.5666	1.20	0.51	2002.7977	5020.5670
III	0.02	0.03	2019.2420	5015.9277	-0.45	-0.46	2019.2415	5015.9272
VI	0.03	0.01	1957.9341	5210.5244	-3.95	-4.20	1957.9302	5210.5202
I	0.03	-0.02	2028.2833	5098.4033	4.63	-7.50	2028.2879	5098.3958
II	-0.10	-0.04	1958.7200	5060.3195	-10.25	14.47	1958.7098	5060.3340
V	0.00	-0.04	1977.2440	5018.1264	2.84	2.69	1977.2468	5018.1291
1/1	-0.02	-0.01	2025.4867	5012.1986	-1.39	-0.59	2025.4853	5012.1980
1/2	-0.03	-0.02	2016.8266	5004.3297	7.85	-8.39	2016.8344	5004.3213
1/3	0.02	0.06	2011.0463	5001.5377	-0.94	1.34	2011.0454	5001.5389
1/5	0.07	-0.07	1987.8979	5002.4430	0.91	2.96	1987.8987	5002.4461
1/6	0.00	0.01	1984.2668	5004.2854	-2.85	-3.94	1984.2640	5004.2815
1/7	0.05	0.04	1976.0056	5011.7492	2.41	3.12	1976.0080	5011.7523

Iz izravnjanja nulte epohe određeno je *a posteriori* standardno odstupanje $\hat{\sigma}_{01} = 0.6520$ sa $f_1 = 20$ stepeni slobode, dok je iz izravnjanja kontrolne epohe određeno *a posteriori* standardno odstupanje $\hat{\sigma}_{02} = 0.9441$ sa $f_2 = 20$ stepeni slobode.

Izravnjanja su realizovana za usvojenu vrednost *a priori* standardnog odstupanja $\sigma_0 = 1$, nivo značajnosti $\alpha = 0.05$ i moć testa $1 - \beta = 0.80$. U oba izravnjanja, broj merenih veličina je iznosio $n = 46$, dok je broj nepoznatih parametara iznosio $u = 30$. Kako su u geodetskoj mreži mereni samo horizontalni pravci, tako je defekt funkcionalnog modela iznosio $d = 4$.

Testiranje homogenosti epoha izvršeno je primenom Fišer-ovog testa, nakon čega je izveden zaključak da su epohe homogene tačnosti, pa je sračunata objedinjena vrednost *a posteriori* standarda $\hat{\sigma}_0 = 0.8113$ sa $f = f_1 + f_2 = 40$ stepeni slobode (izraz 21). Objedinjena kvadratna forma, iz izravnjanja nulte i kontrolne epohe, iznosi $\Omega = 26.33$ (izraz 4).

4.2. Zajedničko izravnjanje nulte i kontrolne epohe

Zajedničko izravnjanje nulte i kontrolne epohe izvršeno je primenom funkcionalnog modela datog u

izrazima (6) i (7), pri čemu su osnovne tačke tretirane kao uslovno stabilne i svrstane su u subvektor \mathbf{z}^T , dok su tačke objekta dobile duplirane koordinate i svrstane su u subvektore \mathbf{x}_1^T i \mathbf{x}_2^T koji se odnose na nultu i kontrolnu epohu redom.

Iz zajedničkog izravnjanja, određena je kvadratna forma $\Omega_z = 5491.86$ sa $f_z = 48$ stepeni slobode (Izraz 11).

4.3. Provera stabilnosti uslovno stabilnih tačaka i identifikacija nestabilnih osnovnih tačaka

Provera stabilnosti uslovno stabilnih tačaka, izvršena je primenom izraza koji su dati u okviru potpoglavlja 2.3 i 2.4. Sam proces je obuhvatao ukupno dve iteracije, u okviru kojih su vršene poditeracije koje su podrazumevale ponavljanje zajedničkih izravnjanja uz sukcesivno izostavljanje po jedne osnovne tačke.

Ovim postupkom, u prvoj iteraciji, nestabilnom tačkom je proglašena tačka II, a u drugoj tačka VI. Ove tačke su u daljoj analizi tretirane kao tačke objekta. Sumarni prikaz provere stabilnosti uslovno stabilnih tačaka, kao i identifikacije nestabilnih, dat je u tabeli 4.

Tabela 4. Provera stabilnosti uslovno stabilnih tačaka i identifikacija nestabilnih

Iteracija	\mathbf{z}^T	\mathbf{x}_1^T	\mathbf{x}_2^T	T	$F_{1-\alpha, f, n, f}$	Izostavljena tačka/ Ω_i					
1	IV, III, VI, I, II, V	1/1_1, ..., 1/6_1	1/1_2, ..., 1/6_2	1037.96	2.18	IV	III	VI	I	II	V
						5025.63	4553.97	4491.92	1997.22	770.56	3256.94
2	IV, III, VI, I, V	II_1, 1/1_1, ..., 1/6_1	II_2, 1/1_2, ..., 1/6_2	239.83	2.34	IV	III	VI	I	V	
						596.95	515.88	24.34	674.73	662.00	
3	IV, III, I, V	II_1, VI_1, 1/1_1, ..., 1/6_1	II_2, VI_2, 1/1_2, ..., 1/6_2	2.03	2.61	Zaključak: Osnovne tačke: IV, III, I i V su stabilne.					

4.4. Provera stabilnosti tačaka na objektu i određivanje definitivnih vrednosti pomeranja

Provera stabilnosti tačaka na objektu izvršena je primenom lokalnog testa opisanog u izrazu (20). Određivanje definitivnih vrednosti pomeranja, izvršeno je na osnovu izraza (17) korišćenjem vektora ocene nepoznatih parametara \mathbf{x}_z i matrice uslova \mathbf{B} koji se odnose na zajedničko izravnjanje iz treće iteracije (tabela 4).

Na osnovu ovog zajedničkog izravnjanja, pored vrednosti samih pomeranja (izraz 18), određena je i ocena tačnosti pomeranja (izraz 19) kao i elementi relativnih elipsi grešaka (izrazi 24 i 25). U tabeli 5 dat je sumarni prikaz određivanja stabilnosti tačaka na objektu, kao i nestabilnih osnovnih tačaka koje su svrstane u grupu tačaka na objektu. Osnovne tačke mreže IV, III, I i V su u prethodnom koraku proglašene stabilnim, pa su pomeranja ovih tačaka dobile vrednosti jednake nuli.

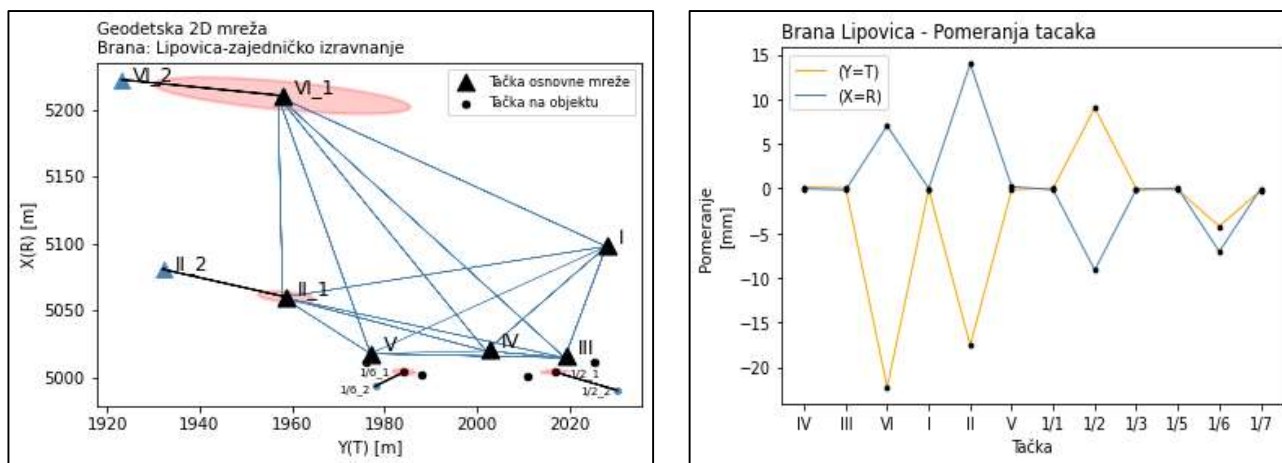
Tabela 5. Vrednosti pomeranja tačaka kontrolne mreže brane „Lipovica“ određene Karlsruhe metodom

Tačka	d_y [mm]	d_x [mm]	d_{yx} [mm]	σ_{d_y} [mm]	σ_{d_x} [mm]	$\sigma_{d_{yx}}$ [mm]	A [mm]	B [mm]	θ [°]	T	$F_{1-\alpha, 2, f}$	Stabilna
VI	-23.1	7.9	24.5	0.7	1.5	1.6	3.9	1.3	160.38	715.45	3.23	Ne
II	-17.7	13.7	22.4	0.2	0.3	0.4	0.9	0.5	157.35	3515.86	3.23	Ne
1/1	0.2	-0.1	0.2	0.7	0.4	0.8	2.0	0.1	120.49	0.11	3.23	Da
1/2	9.0	-9.1	12.8	0.1	0.2	0.2	0.4	0.2	4.04	11491.83	3.23	Ne
1/3	-0.1	-0.1	0.1	0.1	0.2	0.2	0.4	0.2	12.04	0.39	3.23	Da
1/5	-0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.2	0.3	0.3	168.95	0.62	3.23	Da
1/6	-4.2	-7.0	8.2	0.1	0.1	0.2	0.3	0.3	155.38	2989.07	3.23	Ne
1/7	0.0	0.0	0.1	0.1	0.2	0.2	0.4	0.1	11.70	0.34	3.23	Da

4.5. Grafička interpretacija dobijenih rezultata

Dobijene vrednosti pomeranja koje su detektovane za nestabilne tačke (tabela 5), mogu se i grafički interpretirati pomoću relativnih elipsi grešaka (slika 2a). Sve tačke iz prethodne tabele su tretirane kao tačke objekta, pa su u zajedničkom izravanju dobile duplirane koordinate, pri čemu se sufiksi „1“ i „2“ odnose na koordinate nulte i kontrolne epohe redom. Crtanjem relativnih elipsi, sa centrom u izravnatim koordinatama nulte epohe zajedničkog izravnjanja, vrši se grafička verifikacija pomeranja određenih

lokalnim testom. Kao što se može videti na datoj slici, vektor pomeranja nestabilnih tačaka nalazi se izvan površine elipsi što potvrđuje odbacivanje nulte epohe. Upoređivanjem simuliranih pomeranja (tabela 1) sa pomeranjima određenim Karlsruhe metodom, može se zaključiti da su dobijeni rezultati saglasni. Grafička interpretacija dobijenih pomeranja, data je na slici 2b gde su žutom linijom prikazana pomeranja ka levoj i desnoj obali, dok su plavom linijom prikazana nizvodna i uzvodna pomeranja tačaka kontrolne 2D mreže brane



Slika 2 - Grafička interpretacija detektovanih pomeranja brane „Lipovica“ a) Relativne elipse zajedničkog izravnjanja b) Pomeranja tačaka 2D mreže

5. ZAKLJUČAK

Primenom Karlsruhe postupka, na primeru simulirane kontrolne 2D mreže brane „Lipovica“, dobijene su vrednosti deformacija koje su saglasne sa simuliranim vrednostima. Ova saglasnost se ogleda u tome da su sve nepomerene tačke mreže identifikovane kao stabilne, dok su sve simulacijom pomerene tačke identifikovane kao nestabilne [17, 18]. Analiza efikasnosti navedenog metoda bazirana je na jednom setu realnih opažanja (nulta i kontrolna epoha) u geodetskoj mreži sa simuliranim vrednostima pomeranja jednog broja tačaka. Ovakvim pristupom, u okviru analize efikasnosti metode, obuhvaćen je jedan od mnoštva mogućih scenarija.

Analizu stabilnosti realnih geodetskih mreža, kod kojih nisu poznate „istine“ vrednosti deformacija, poželjno je sprovoditi primenom više različitih deformacionih modela. Napredovanjem računarskih sistema, hardvera i softvera, omogućeno je da se iterativna zajednička izravnjanja realizuju veoma brzo i efikasno, što nije bio slučaj u vremenu razvoja ove metode. Iz tog razloga, opisani postupak metode deformacione analize se može efikasno primenjivati i na realnim primerima iz prakse, pri čemu sama metodologija primene ne zahteva identične planove opažanja u nultoj i kont-

rolnoj epohi, što je veoma čest slučaj u praksi. Međutim, da bi se izvršilo testiranje podudarnosti tačaka između analiziranih epoha, ova metoda podrazumeva postojanje identičnih tačaka u obe analizirane epohe.

LITERATURA

- [1] Welsch W. M, Heunecke O, *Models and Terminology for the analysis of geodetic monitoring observations* - Official Report of the Ad-Hoc Committee of FIG Working Group 6.1- Hannover, 1992.
- [2] Milovanović Đ, B, *Linearno i nelinearno modeliranje geodetski registrovanih deformacionih procesa konstrukcija*, Beograd: Doktorska teza, 2012.
- [3] Božić B, Milovanović B, Tucikešić S, Vasiljević, S, *Ocena pomeranja inženjerskih struktura u programskom paketu PANDA*, Beograd, 2022.
- [4] Kuntz E, Schmitt G, *Analyse von deformationmessungen mit hilfe relativer fehlerellipsen*, München, Juli 1979.
- [5] Pelzer H, *Zur Analyse geodätischer Deformationsmessungen*, Deutsche Geodätische Kommission, Reihe C, Nr. 164, München, 1971.

- [6] Koch K, *Ein allgemeiner Hypothesentest für Ausgleichsergebnisse*, AVN 10/1975, S. 339-345, 1975.
- [7] Welsch W, *Signifikanzen und Sensitivitäten in technischen Netzen*, Deutsche Geodätische Kommission, Reihe B, Nr. 216, München, 1976.
- [8] Heck B, Kuntz E, Meier-Hirmer B, *Deformationsanalyse mittels relativer Fehlerellipsen* AVN 3/1977, S. 78-87, 1977.
- [9] Ašanin S, *Prilog obradi i analizi geodetskih merenja za određivanje pomeranja i deformacija objekta i tla*, Doktorska teza, Beograd, 1986.
- [10] Mihailović K, Aleksić I, *Deformaciona analiza geodetskih mreža*, Građevinski fakultet u Beogradu, Beograd, 1991.
- [11] Mihailović K, Aleksić I, *Koncepti mreža u geodetskom premeru*, Građevinski fakultet u Beogradu, Beograd, 2008.
- [12] Ambrožič T, *Deformacijska analiza po postupku Karlsruhe*, Oddelek za geodeziju, Ljubljana, Ljubljana, 2001.
- [13] Ninkov T, Deformaciona analiza i njena praktična primena, *Geodetski list*, 39 /62 (7-9), 167-178.
- [14] Sušić Z, Batilović M, Ninkov T, Aleksić I, Bulatović V, Identification of movements using different geodetic methods of deformation analysis, *Geodetski Vestnik*, Septembar, 2015.
- [15] Sušić Z, Batilović M, Ninkov T, Bulatović V, Aleksić I, Nikolić G, Geometric deformation analysis in free geodetic networks: Case study for Fruška Gora in Serbia, *Acta Geodyn. Geomater*, vol. 14, no. 3, pp. 341-355, Novi Sad, 2017.
- [16] International Commission on Large Dams, website: <https://www.icold-cigb.org/>
- [17] Nowel K, Investigating efficacy of robust M-estimation of deformation from observation differences, *Surv. Rev*, vol. 48, no. 346, pp. 21-30, 2016.
- [18] Batilović M. *Robusna ocena deformacija u slobodnim geodetskim mrežama primenom evolutivnih optimizacionih algoritama*, Novi Sad, 2020.

SUMMARY

ANALYSIS OF THE STABILITY OF THE LIPOVICA DAM USING THE KARLSRUHE METHOD

The topic of the paper deals with the analysis of the stability of the geodetic 2D network of the „Lipovica“ dam using the Karlsruhe method of deformation analysis. In the first part of the paper, in a concise manner, a general classification of deformation models that are used in the realization of geodetic observation is given. A separate chapter is dedicated to the description of the Karlsruhe method itself, its algorithm and the method of application. The effectiveness of the method was separately discussed on the practical example of the geodetic 2D network of the "Lipovica" dam, whose control epoch data were simulated. This analysis determined the agreement between the simulated displacement values and the values detected by the Karlsruhe method, with all input data necessary for repeating the procedure available in the work.

Key Words: deformation analysis, Karlsruhe, dam, geodetic 2D network