

## PROCJENA KRIVE PROTOKA U NEPRIZMATIČNOM KOROTU ZA VELIKU VODU PO METODI EKERSA I METODI RAZMJENE KOLIČINE KRETANJA – PRIMJER RIJEKE SANE –

Petar PRAŠTALO

Univerzitet u Banjoj Luci, Arhitektonsko – građevinsko – geodetski fakultet

Dejana ĐORĐEVIĆ

Univerzitet u Beogradu, Građevinski fakultet

### REZIME

Već trideset godina razmatraju se mogućnosti za poboljšanje metoda za procjenu krive protoka u slučajevima kada se voda izlije iz glavnog korita na plavne površine. Tradicionalne metode zasnovane na podjeli korita za veliku vodu na hidraulički homogene segmente i primjeni Manningove jednačine, vrijednost protoka precjenjuju za više od 60% [1]. Empirijske i fizički zasnovane metode koje su razvijene i unaprijeđene na osnovu mjerenja u laboratorijskim kanalima u uslovima ustaljenog jednolikog i nejednolikog tečenja pokazuju dobro slaganje sa mjerenjima. U ovom radu razmatraju se mogućnosti primjene empirijskog Ekersovog metoda i fizički zasnovanog metoda razmjene količine kretanja (MRKK), između glavnog korita i plavnih površina. Kao primjer primjene navedenih metoda koristi se profil hidrološke stanice Prijedor na rijeci Sani za koju postoje podaci osmatranja u domenu velikih voda. Vrijednosti protoka koje se dobiju na osnovu korišćenih metoda porede se sa vrijednostima sa krive protoka dobijena na osnovu terenskih mjerenja.

**Ključne riječi:** korito za veliku vodu, metod Ekersa, metod razmjene količine kretanja, kriva protoka, rijeka Sana.

---

Podaci o prihvatanju članka

Primljen: 12.2.2023.

Ispravljen: 9.3.2023.

Prihvaćen: 27.3.2023.

Kontakt: petar.prastalo@aggf.unibl.org

### 1. UVOD

Prethodnih godina svjedoci smo nekoliko poplavnih događaja u kojima su poplave zahvatile čitav region, nanijele veliku materijalnu štetu, i ugrozile ljudske živote. Tečenje u domenu velikih voda, koje se izlivaju iz osnovnog korita, izuzetno je složeno i kao takvo teško ga je opisati jednostavnim matematičkim modelima korišćenim u inženjerskoj praksi [1]. Mjerenje protoka pri velikim vodama u koritu za veliku vodu (KVV), obično je otežano, a ujedno i opasno zbog velikih brzina i vodostaja [2]. Mjerenja se obavljaju u periodu srednje velikih vodostaja kada je moguće na siguran način obaviti posao. Na osnovu takvih mjerenja obično se radi procjena protoka u KVV, ekstrapolacijom krive u domenu velikih voda i sa nje se potom očitavaju vrijednosti protoka za osmotrene vodostaje. Drugi način procjene protoka, jeste da se koriste tradicionalne metode kao što je metod jedinstvenog presjeka (MJP) ili metod hidraulički homogenih segmenata (MHHS) gdje se protok dobija korišćenjem Šezi – Manningove jednačine.

U ovom radu prikazana je primjena jednog empirijskog metoda i jednog fizički zasnovanog metoda linijskog tečenja u koritu za veliku vodu za proračun krive protoka u prirodnim vodotocima. Rezultati dosadašnjih laboratorijskih istraživanja ukazuju da vrijednosti odstupanja protoka izračunatih korišćenjem tradicionalnih metoda od izmjerenih protoka mogu biti značajna. Analize sprovedene u istraživanju [1] pokazuju da su vrijednosti protoka dobijene korišćenjem metode jedinstvenog presjeka potcijenjene, a da su vrijednosti izračunate po metodi hidraulički homogenih segmenata precijenjene.

Početak 1990ih godina Ekers je na osnovu analize podataka iz velikog broja oglada predložio empirijski metod, za proračun protoka u koritu za veliku vodu [3]. Krajem 1990ih Buzmar i Zek su predložili fizički zasnovan metod proračuna protoka u koritu za veliku vodu koji daje najpribližnije vrijednosti protoka izmjerenim kako u prizmatičnim, tako i u neprizmatičnim koritima za veliku vodu [1], [4].

U radu se razmatra mogućnost primjene ove dvije metode za određivanje krive protoka u domenu velikih voda u prirodnim koritima koja su po pravilu neprizmatična i imaju poprečne presjeke nepravilnog oblika. U ovoj analizi je iskorišćen je profil hidrološke stanice (HS) Prijedor na rijeci Sani za koji su dostupna osmatranja vodostaja i protoka. Na raspolaganju je i kriva protoka kao i nekoliko postojećih hidrometrijskih mjerenja u domenu srednje velikih voda. Podaci postojećih hidrometrijskih mjerenja poslužili su za procjenu vrijednosti parametara MRKK, a ujedno i za procjenu vrijednosti Maningovog koeficijenta otpora za glavno korito i plavne površine. U radu je analizirana i osjetljivost MRKK na promjenu vrijednosti njegovih parametara kao i osjetljivost rezultata proračuna na promjenu vrijednosti Maningovog koeficijenta otpora. Na kraju se daju procjene krive protoka na osnovu ove dvije korišćene metode čiji su rezultati upoređeni sa krivom protoka Javne ustanove „Vode Srpske“.

## 2. METOD EKERSA

Metod Ekersa je empirijski zasnovan metod nastao u hidrauličkoj laboratoriji u Volingfordu na osnovu velikog broja oglada [3]. Proračun protoka po metodi Ekersa podrazumijeva da se prvo izračuna protok po metodi hidraulički homogenih segmenata i da se onda odredi koeficijent korekcije protoka, budući da je protok prema metodi hidraulički homogenih segmenata precijenjen [1], [4]. U Ekersovom postupku računaju se popravke za četiri karakteristična raspona vrijednosti relativne dubine vode na plavnoj površini  $(H-h)/h$  (slika 1), a potom se bira odgovarajuća vrijednost protoka pomoću logičkih testova [3]. U nastavku se prikazuje proračun protoka prema metodi Ekersa, za dvogubo simetrično korito za veliku vodu [3].

### Oblast 1

Deficit protoka za glavno korito i plavne površine određuje se na sledeći način:

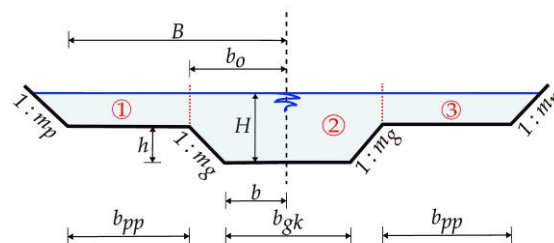
za plavne površine:

$$Q_{*2,PP} = -1.0 \cdot H_* \cdot \lambda_g / \lambda_p \quad (1)$$

za glavno korito:

$$Q_{*2,gl} = -1.240 + 0.395 \cdot B / b_o + G \cdot H_* \quad (2)$$

gdje su:  $Q_{*2,PP}$  i  $Q_{*2,gl}$  – deficit protoka za plavne površine i glavno korito,  $H_*$  – relativna dubina (odnos dubine na plavnoj površini i u glavnom koritu  $(H-h)/H$ ,  $\lambda_g$ ,  $\lambda_p$  – koeficijenti trenja za glavno korito i plavne površine,  $B$  – polovina ukupne širine korita za veliku vodu u dnu plavne površine (slika 1),  $b_o$  – polovina širine glavnog korita u nivou obala (slika 1),  $G$  – parametar koji zavisi od nagiba kosina glavnog korita.



Slika 1. Izgled korita za veliku vodu

Parametar  $G$  definiše se na sledeći način:

kada je  $m_g > 1.0$ :

$$G = 10.42 + 0.17 \cdot \lambda_p / \lambda_g \quad (3)$$

kada je  $m_g < 1.0$ :

$$G = 10.42 + 0.17 \cdot m_g \cdot \lambda_p / \lambda_g + 0.34 \cdot (1 - m_g) \quad (4)$$

Ispravka protoka u oblasti 1, definiše se na sledeći način:

$$KKQ_1 = (Q_{*2,gl} + N_p \cdot Q_{*2,PP}) \cdot (V_{gl} - V_{PP}) \cdot H \cdot h \cdot ARF \quad (5)$$

a sam protok:

$$Q_{R1} = Q_{MHHS} - KKQ_1 \quad (6)$$

gdje je:  $KKQ_1$  – promjena protoka u oblasti 1,  $N_p$  – broj plavnih površina,  $V_{gl}$ ,  $V_{PP}$  – srednje profilske brzine u dijelovima poprečnog presjeka u glavnom koritu i na plavnoj površini,  $H$  – dubina vode u glavnom koritu,  $h$  – dubina glavnog korita do nivoa obala,  $ARF$  – faktor oblika poprečnog presjeka čija vrijednost zavisi od širine i dubine glavnog korita.

**Oblast 2**

Oblast 2 je oblast sa većim dubinama. Ispravka protoka u ovoj oblasti obavlja se pomoću faktora:

$$KKQ_2(H_*) = COH(H_* + pom) \tag{7}$$

gdje je:  $KKQ_2(H_*)$  – ispravka protoka u oblasti 2,  $COH$  – koherencija koja pokazuje stepen hidrauličke homogenosti poprečnog presjeka,  $H_*$  - relativna dubina na plavnoj površini,  $pom$  – parametar koji pokazuje promjenu relativne dubine i koji zavisi od nagiba kosine glavnog korita  $m_g$  i broja plavnih površina  $N_p$ . Ovaj parametar definiše se na sledeći način:

za  $m_g \geq 1.0$ :

$$pom = 0.05 + 0.05 \cdot N_p \tag{8}$$

za  $m_g \leq 1.0$ :

$$pom = -0.01 + 0.05 \cdot N_p + 0.06 \cdot m_g \tag{9}$$

Koherencija je, dakle bezdimenzijska veličina koja predstavlja odnos protočnosti poprečnog presjeka kao cjeline i zbira protočnosti hidraulički homogenih segmenata. Koherencija se određuje na sledeći način:

$$COH = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} A_i \sqrt{\left[ \frac{\sum_{i=1}^{i=n} A_i}{\sum_{i=1}^{i=n} (\lambda_i O_i)} \right]}}{\sum_{i=1}^{i=n} \left[ A_i \sqrt{\left( A_i / \lambda_i O_i \right)} \right]} \tag{10}$$

pa je protok u ovoj oblasti:

$$Q_{R2} = Q_{MHHS} \cdot KKQ_2 \tag{11}$$

**Oblast 3**

U ovoj oblasti koeficijent korekcije protoka računa se prema:

$$KKQ_3 = 1.567 - 0.667 \cdot COH \tag{12}$$

a protok:

$$Q_{R3} = Q_{MHHS} \cdot KKQ_3 \tag{13}$$

**Oblast 4**

Koeficijent korekcije protoka u ovoj oblasti jednak je koherenciji:

$$KKQ_4 = COH \tag{14}$$

pa je protok:

$$Q_{R4} = Q_{MHHS} \cdot KKQ_4 \tag{13}$$

Na kraju slijedi izbor oblasti u kojoj se nalazi stvarni protok. On se bira na sledeći način:

Kriterijum za izbor između oblasti 1 i 2 je:

$$\text{ako je } Q_{R1} \geq Q_{R2}, \text{ tada je protok jednak } Q = Q_{R1} \tag{14}$$

Kriterijum za izbor između oblasti 2 i 3 je:

$$\text{ako je } Q_{R1} < Q_{R2} \text{ i ako je } Q_{R2} \leq Q_{R3}, \text{ tada je } Q = Q_{R2} \tag{15}$$

Kriterijum za izbor između oblasti 3 i 4 je:

$$\text{ako je } Q_{R1} < Q_{R2} \text{ i } Q_{R3} < Q_{R2}, \text{ tada je } Q = Q_{R3}, \text{ osim ako je } Q_{R4} > Q_{R3}, \text{ tada je } Q = Q_{R4} \tag{16}$$

**3. METOD RAZMJENE KOLIČINE KRETANJA**

U modelu razmjene količine kretanja poprečni presjek KVV dijeli se vertikalnim ravnima na glavno korito i plavne površine, a jednačine održanja mase i količine kretanja ispisuju se posebno za svaki dio složenog presjeka [1], [4]. U jednačinu održanja mase uvodi se jedinični bočni protok  $q_b$  (bočni protok po jedinici dužine). On predstavlja zbir jediničnog bočnog dotoka  $q_{ul}$  u razmatrani dio poprečnog presjeka i jediničnog bočnog isticanja iz tog dijela  $q_{izl}$ . Radi jednostavnosti, izostaviće se indeks  $i$  kojim se označava razmatrani dio poprečnog presjeka ( $i=1, 2, 3$ ). Jednačina održanja mase (jednačina kontinuiteta) glasi [1], [4]:

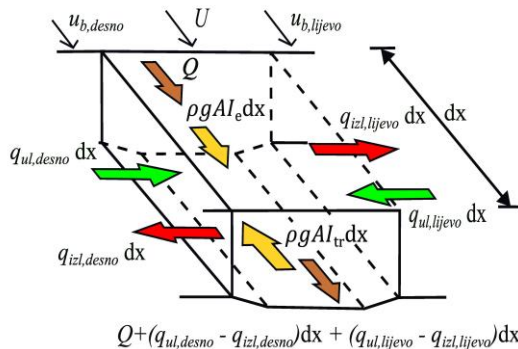
$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q_b = q_{ul} - q_{izl} \tag{17}$$

Prostorna koordinata  $x$  i vrijeme  $t$  su u ovoj jednačini nezavisno promjenljive, dok su površina razmatranog dijela poprečnog presjeka  $A$ , protok kroz taj dio presjeka  $Q$  i jedinični bočni protok  $q_b$ , zavisno promjenljive [1].

Prema zakonu održanja količine kretanja, promjena proticaja količine kretanja izazvana dejstvom spoljašnjih (površinskih i zapreminskih) sila dovodi do promjene količine kretanja unutar razmatrane kontrolne zapremine. Jednačina održanja količine kretanja za elementarnu dionicu dužine  $dx$  glasi [1], [4]:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho AU) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho AU^2) + \rho g A \frac{\partial Z}{\partial x} + \rho g A I_{rr} - \rho q_{ul} u_b + \rho q_{izl} U = 0 \tag{18}$$

gdje veličine u jednačini imaju sledeće značenje:  $\rho$  – je gustina vode,  $U=Q/A$  je srednja profilska brzina u razmatranom dijelu poprečnog presjeka,  $Z$  – je kota nivoa vode u poprečnom presjeku,  $g$  – ubrzanje Zemljine teže,  $I_{tr}$  – nagib linije energije uslijed trenja,  $u_b$  – je komponenta brzine susjednog dijela poprečnog presjeka u pravcu glavnog toka kojom se ostvaruje unos količine kretanja [1]. Radi bolje ilustracije, na slici 2 je prikazana šema sila i uticaja za kontrolnu zapreminu za jedan segment KVV (glavno korito).



Slika 2. Šema sila i uticaja za kontrolnu zapreminu jednog segmenta KVV (glavno korito) [1]

Ako se jednačina (18) podijeli sa gustinom, izvodi napišu u razvijenom obliku i iskoristi jednačina održanja mase (17), prethodna jednačina dobija sledeći oblik:

$$A \frac{\partial U}{\partial t} + gA \frac{\partial}{\partial x} \left( Z + \frac{U^2}{2g} \right) = q_{ul}(u_b + U) - gA I_{tr} \quad (19)$$

Za slučaj ustaljenog tečenja, prvi član sa lijeve strane jednak je nuli, pa jednačina održanja količine kretanja za ustaljeno tečenje glasi:

$$I_e = - \frac{\partial}{\partial x} \left( Z + \frac{U^2}{2g} \right) = I_{tr} + \frac{q_{ul}(U - u_b)}{gA} \quad (20)$$

Drugi član sa desne strane znaka jednakosti predstavlja nagib linije energije uslijed razmjene količine kretanja i označiće se sa  $I_{rkk}$ . Pošto postoje dva susjedna segmenta ukupni dotok  $q_{ul}$  može se predstaviti zbirom dotoka iz susjednih segmenata, pa se jednačina (20), može napisati u izmjenjenom obliku:

$$I_e = I_{tr} + \frac{q_{ul,d}(U - u_{b,desno}) + q_{ul,l}(U - u_{b,lijevo})}{gA} \quad (21)$$

$$I_e = I_{tr} + I_{rkk}$$

Uvođenjem oznake  $\chi = I_{rkk}/I_{tr}$  za odnos ove dvije komponente “gubitka“, izraz za nagib linije energije postaje:

$$I_e = I_{tr}(1 + \chi) \quad (22)$$

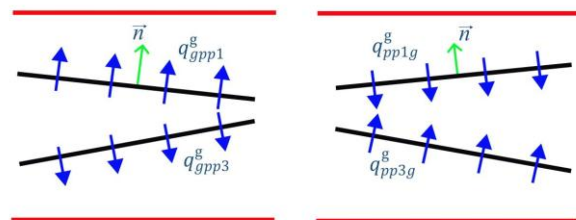
Potrebno je da se naglasi da je nagib linije energije isti u čitavom poprečnom presjeku, a da se nagib linije energije uslijed trenja i razmjene količine kretanja razlikuje zbog različitih rapavosti u glavnom koritu i na plavnim površinama [1]. Pošto postoje dva mehanizma razmjene količine kretanja, u MRKKa se koriste: model razmjene turbulentnom difuzijom i model razmjene uslijed promjene geometrije.

**Model razmjene količine kretanja turbulentnom difuzijom**, zasniva se na modelu dužine miješanja u horizontalnoj ravni, pa su bočni dotok iz glavnog korita na plavnu površinu  $q_{gpp}^t$  i bočni dotok sa plavne površine u glavno korito  $q_{ppg}^t$  jednaki, i računaju se prema sledećem izrazu:

$$q_{gpp}^t = q_{ppg}^t = \left| \bar{v} \right| (H - h_{pp}) = \psi^t \left| U_{gk} - U_{pp} \right| (H - h_{pp}) \quad (23)$$

gdje  $\psi^t$  predstavlja koeficijent proporcionalnosti, čija vrijednost se određuje kalibracijom, a okviran opseg vrijednosti je od 0.05 do 0.25 [1] i [4].

**U modelu razmjene količine kretanja uslijed promjene geometrije**, širina plavne površine je važan parametar koji utiče na propusnu moć plavne površine. To praktično znači da šire plavne površine imaju veću protočnost od uskih plavnih površina. Usputnim proširivanjem plavne površine njena se protočnost povećava, dok se pak usputnim sužavanjem njena protočnost smanjuje [1], [4]. Primjeri različitog uticaja promjene širine plavnih površina dati su na slici 3.



Slika 3. Primjer kada se plavne površine šire (lijevo) i kada se sužavaju (desno) [1]

Na slici 3 sa  $q_{gpp}^g$  označen je bočni jedinični dotok iz glavnog korita uslijed proširivanja plavne površine, a sa  $q_{ppg}^g$  jedinični dotok sa plavne površine uslijed njenog sužavanja u pravcu toka. U slučaju kada se plavna površina širi važi:

$$q_{ppg}^g = 0, \quad q_{gpp}^g = \frac{dQ_{pp}}{dx} = \frac{dK_{pp}}{dx} I_{tr,pp}^{1/2} \quad (24)$$

a kada se plavna površina sužava:

$$q_{ppg}^g = -\frac{dQ_{pp}}{dx} = -\frac{dK_{pp}}{dx} I_{tr,pp}^{1/2}, \quad q_{gpp}^g = 0 \quad (25)$$

Izrazi u jednačinama (24) i (25) mogu se skraćeno napisati [1]:

$$q_{ppg}^g = \psi^g \kappa_{ppg} \frac{dK_{pp}}{dx} I_{tr,pp}^{1/2} \quad (26)$$

$$q_{gpp}^g = \psi^g \kappa_{gpp} \frac{dK_{pp}}{dx} I_{tr,pp}^{1/2}$$

gdje je:

$$\kappa_{ppg} = \begin{cases} 0, & \frac{dK_{pp}}{dx} > 0 \\ -1, & \frac{dK_{pp}}{dx} < 0 \end{cases}, \quad \kappa_{gpp} = \begin{cases} 1, & \frac{dK_{pp}}{dx} > 0 \\ 0, & \frac{dK_{pp}}{dx} < 0 \end{cases} \quad (27)$$

a  $\psi^g$  koeficijent proporcionalnosti kojim se uzima u obzir promjena vrijednosti tangencijalnih napona na plavnoj površini pri njenom punjenju i pražnjenju. Okviran opseg, vrijednosti ovog parametra je od 0,0 do 1,0 [1], [4].

U ovom radu je izostavljeno izvođenje i pisanje sistema jednačina koji treba da se riješi, on se može pronaći u radovima [1], [4]. Rješavanjem navedenog sistema jednačina dolazi se do vrijednosti protoka u cijelom KVV i po segmentima.

#### 4. OPIS LOKACIJE I RASPOLOŽIVI PODACI

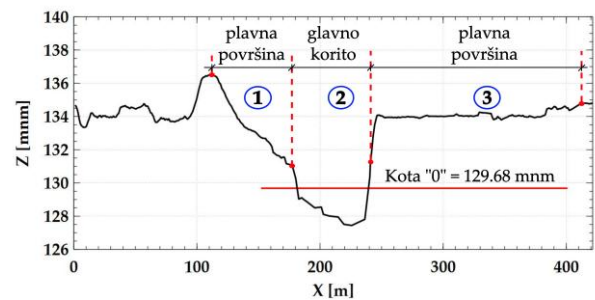
U ovom radu analizirana je kraća dionica rijeke Sane, u profilu hidrološke stanice Prijedor u Gradu Prijedoru. Rijeka Sana se nalazi u zapadnom dijelu Bosne i Hercegovine/Republike Srpske (BiH/RS) i najveća je desna pritoka rijeke Une [8]. Uz rijeku Unu i Neretvu smatra se jednom od najljepših i najčistijih rijeka BiH/RS [8]. Dužina glavnog toka rijeke Sane je 146 km,

sa površinom sliva od 3370 km<sup>2</sup>. Izvor rijeke Sane nastaje od tri jaka karstna izvora nedaleko od sela Donja Pecka – Jasenovi potoci kod Opštine Šipovo. Protiče kroz Sansku i Prijedorsku kotlinu, odnosno gradove Ključ, Sanski Most i Prijedor [8]. Hidrološka stanica (HS), nalazi se u profilu gradskog mosta koji povezuje pravce magistralnog puta Sanski Most – Prijedor.

HS Prijedor osnovana je 1890. godine, i u svom periodu imala je kontinuiran rad sve do perioda ratnih dešavanja, tj. do 1990. godine. Nakon završetka ratnih događaja, obnovljena je i počela je sa radom 2000. godine, pri čemu joj je definisana kota nule od 129,68 mmm. Od 2016. godine je automatska mjerna stanica, na kojoj se osmatraju vodostaj i protok, i u nadležnosti je Republičkog hidro-meteorološkog zavoda (RHMZ) Republike Srpske.

U radu je analizirana dionica rijeke Sane u dužini od 450,0 m, i to uzvodno od HS Prijedor. Uzvodno od HS desna plavna površina rijeke Sane je relativno visoka pri čemu je tečenje moguće tek za vodostaje veće od kote 134,0 mmm, dok je lijeva plavna površina šira i omogućeno je tečenje sve do postojećeg nasipa na lijevoj obali čija kota krune iznosi 136,57 mmm.

Plavne površine su većinom obrastle vegetacijom, pri čemu vrsta i stepen razvoja vegetacije značajno utiče na vrijednost Maningovog koeficijenta otpora. Desna plavna površina je uređena sa šetalištem u neposrednoj gradskoj zoni. Lijeve obala, obrastla je niskim rastinjem koji se ne održava i veći dio je zatravljen. Jedan dio lijeve plavne površine je uređen i služi kao staza za šetnju. Sama dionica je relativno "prava" bez značajnog "suženja" i "proširenja" plavnih površina. Na predmetnoj lokaciji nalazi se i gradski most koji se sagrađen 80ih godina, sa dva stuba u glavnom koritu širine oko 2,0 m, dok je treći stub manji na lijevoj plavnoj površini čija je širina oko 1,0 m. Zbog dobrog oblikovanja stubova, a ujedno i velikog međusobnog rastojanja, pretpostavka je da ovaj most nema značajan uticaj na tečenje pri velikim



Slika 4. Poprečni presjek korita u profilu HS Prijedor

vodama. Poprečni presjek rijeke Sane u zoni HS, prikazan je na slici 4. Na slici su razgraničeni glavno korito i plavne površine, odnosno označeni su segmenti korita za veliku vodu.

Za potrebe ovog istraživanja na raspolaganju su bili dostupni podaci o geometriji korita rijeke Sane i plavnih površina uzvodno od HS Prijedor i hidrološki podaci RHMZ-a Republike Srpske.

Od hidroloških podataka na raspolaganju su osmatranja vodostaja i protoka RHMZ-a za period poplavnih događaja i to za 2010. 2014. i 2019. godinu kao i kriva protoka ( $Q$ - $H$  kriva) koja je definisana u Javnoj Ustanovi "Vode Srpske".

Tabela 1. Karakteristične vrijednosti protoka i vodostaja u poprečnom presjeku HS Prijedor

Datum	$Q$ [m <sup>3</sup> /s]	$Z$ [mm]
10.01.2010.	675	134,17
21.02.2010.	680	134,18
23.06.2010.	770	134,40
04.12.2010.	669	134,15
12.09.2014.	551	133,85
24.09.2014.	539	133,82
04.02.2019.	560	133,87
14.05.2019.	903	134,74

Pored zabilježenih vodostaja raspolagalo se i sa rezultatima postojećih hidrometriskih mjerenja pomoću ADCP (*Acoustic Doppler Current Profiler*) uređaja (*SonTek S5* i *SonTek M9*) za vrijeme srednje velikih voda, i to: jedno mjerenje u 2017 godini, dva mjerenja u 2018. godini i jedno mjerenje u 2020. godini. U tabeli 2 prikazani su rezultati postojećih hidrometriskih mjerenja.

Tabela 2. Rezultati postojećih hidrometriskih mjerenja

Datum	$H$ [cm]	$Z$ [mm]	$Q$ [m <sup>3</sup> /s]
08.02.2017.	270	132,38	257,6
14.03.2018.	402	133,70	466,7
14.03.2018.	402	133,70	466,7
13.10.2020.	406	133,74	454,4

Postojeća hidrometriska mjerenja su iskorišćena za procjenu vrijednosti parametara u MRKK, kao i za određivanje vrijednosti Maningovog koeficijenta otpora.

## 5. ANALIZA OSJETLJIVOSTI REZULTATA NA PROMJENU VRIJEDNOSTI PARAMETARA MODELA

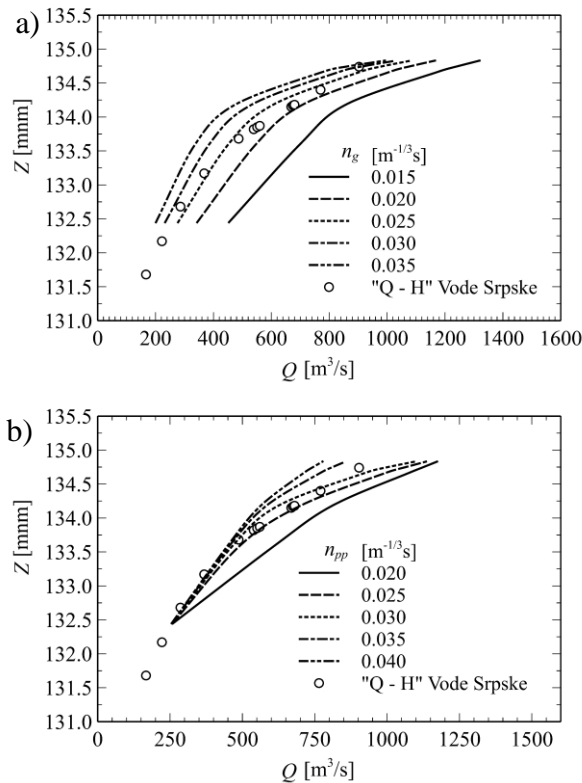
Male promjene vrijednosti parametara modela mogu izazvati velike promjene u vrijednosti protoka [5]. Analiza osjetljivosti modela na promjene vrijednosti njegovih parametara urađena je za metod razmjene količine kretanja. Analiza osjetljivosti modela podrazumijeva promjenu jednog od parametara, dok ostali parametri ostaju konstantni. Ako se izuzme Maningov koeficijent otpora, koji je ulazni podatak za sve modele linijskog tečenja, MRKK ima dva parametra i to:  $\psi^t$  i  $\psi^g$ . Uobičajeni raspon vrijednosti ova dva parametra u dosadašnjim istraživanjima bio je između 0,05 do 0,25 za  $\psi^t$  i 0,0 do 1,0 za  $\psi^g$  [1], [4], [6]. Postupak određivanja optimalnih vrijednosti parametara obavljen je u dva koraka. U prvom koraku su pomoću modela linijskog tečenja u programskom paketu HEC-RAS kalibrisane vrijednosti Maningovog koeficijenta otpora u glavnom koritu ( $n_g$ ) i na plavnim površinama ( $n_{pp}$ ), a potom su, za tako određene vrijednosti  $n_g$  i  $n_{pp}$ , utvrđene optimalne vrijednosti parametara.

### 5.1. Osjetljivost oblika krive protoka na promjenu vrijednosti Maningovog koeficijenta otpora

Kalibracijom vrijednosti Maningovog koeficijenta otpora, u programskom paketu HEC-RAS dobijene su sledeće vrijednosti Maningovog koeficijenta otpora: za glavno korito  $n_g=0,024$  m<sup>-1/3</sup>s, i za plavne površine  $n_{pp}=0,030$  m<sup>-1/3</sup>s. Da bi se utvrdilo koliko je kriva protoka koja se dobija primjenom MRKK osjetljiva na promjenu vrijednosti Maningovog koeficijenta otpora, varirane su vrijednosti ovog koeficijenta u glavnom koritu i na plavnim površinama za usvojene fiksne vrijednosti parametara  $\psi^t$  i  $\psi^g$ :  $\psi^t = 0,0005$  i  $\psi^g = 0,52$ . Uticaj vrijednosti Maningovog koeficijenta otpora u glavnom koritu prikazan je na slici 5a, dok je promjena oblika krive protoka uslijed promjene koeficijenta otpora na plavnim površinama prikazana na slici 5b.

Krive protoka pri različitim vrednostima Maningovog koeficijenta otpora za glavno korito imaju isti oblik za sve analizirane vrijednosti ovog koeficijenta, ali se sa povećanjem  $n_{gl}$  pomjeraju ulijevo, ka manjim protocima. Maningov koeficijentasa plavnih površina počinje da utiče na krivu protoka sa početkom izlivanja vode na plavne površine pri koti 134,0 mm (slika 5b). Iznad ove kote povećanje vrijednosti  $n_{pp}$  smanjuje zakrivljenost krive protoka, tj. smanjuje protok u koritu za veliku vodu.

Rezultati poređenja pokazuju da se najbolja slaganja sa krivom potoka JU "Vode Srpske" postižu sa istim vrijednostima Manningovog koeficijenta otpora koji su dobijeni kalibracijom pomoću HEC-RAS-a:  $n_g=0,024\text{ m}^{-1/3}\text{ s}$  i  $n_{pp}=0,030\text{ m}^{-1/3}\text{ s}$ .



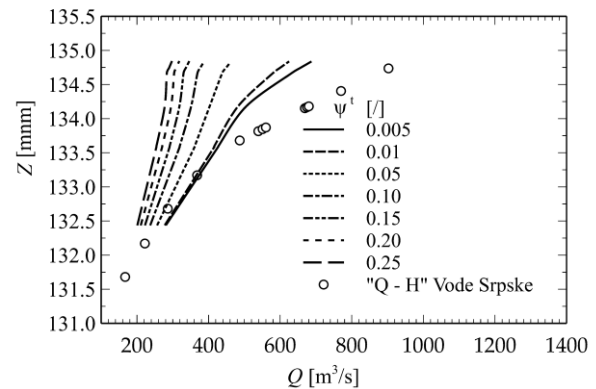
Slika 5. Osjetljivosti oblika krive protoka na promjenu vrijednosti Manningovog koeficijenta otpora: a)  $n_g$  i b)  $n_{pp}$  kada su  $\psi^t = 0,0005$  i  $\psi^s = 0,52$

**5.2. Osjetljivost oblika krive protoka na promjenu vrijednosti parametara MRKK**

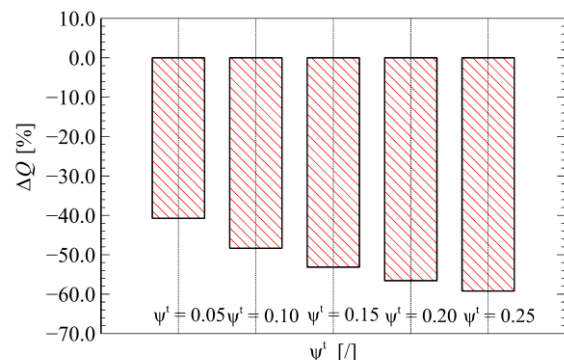
Ova analiza osjetljivosti sprovedena je sa prethodno utvrđenim optimalnim vrijednostima Manningovog koeficijenta otpora. Prvo je ispitana osjetljivost modela na vrijednosti parametra  $\psi^t$  za fiksnu vrijednost parametra  $\psi^s = 0,52$  (slika 6). Potom je fiksirana vrijednost parametra  $\psi^t = 0,0005$  i analizirana je promjena oblika i položaja krive protoka sa promjenom vrijednosti parametra  $\psi^s$  (slika 8).

Rezultati prikazani na slici 6 pokazuju da se sa povećanjem vrijednosti koeficijenta kojim se računa razmena količine kretanja turbulentnom difuzijom

vrijednosti protoka potcjenjuju i da se u domenu velikih voda kriva translatorno pomjera u lijevo. Primjera radi, na slici 7 prikazuju se relativna odstupanja pri vodostaju od 134,18 mm za različite vrijednosti parametra  $\psi^t$ . Relativno odstupanje za najmanju vrijednost iz opsega prethodno korišćenih vrijednosti  $\psi^t = 0,05$  iznosi približno 40,0%, a za najveću,  $\psi^t = 0,25$ , povećava se na 60,0%. Negativno relativno odstupanje ukazuje da su vrijednosti protoka potcijenjene. Za vrijednost parametra  $\psi^t = 0,005$  dobija se dobro slaganje sa krivom JU „Vode Srpske“ za kote nivoa niže od 133,50 mm, kada je uključena samo lijeva plavna površina koja je ograničene širine, tako da je uticaj turbulentne difuzije praktično zanemarljiv. Otuda i niska vrijednost parametra  $\psi^t$ . Iznad ove kote počinje uključivanje desne plavne površine koja je šira, pa bi se očekivalo da se sa



Slika 6. Osjetljivost krive protoka na promjenu vrijednosti parametra modela  $\psi^t$  pri  $n_g = 0,024\text{ m}^{-1/3}\text{ s}$ ,  $n_{pp} = 0,030\text{ m}^{-1/3}\text{ s}$  i  $\psi^s = 0,52$

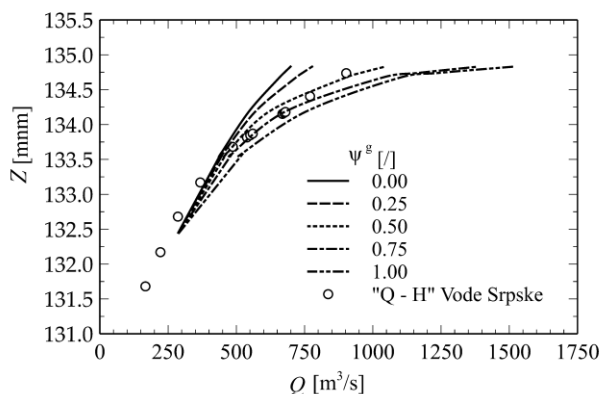


Slika 7. Prikaz relativnog odstupanja pri promjeni vrijednosti parametra  $\psi^t$  za  $Z = 134,18\text{ mm}$

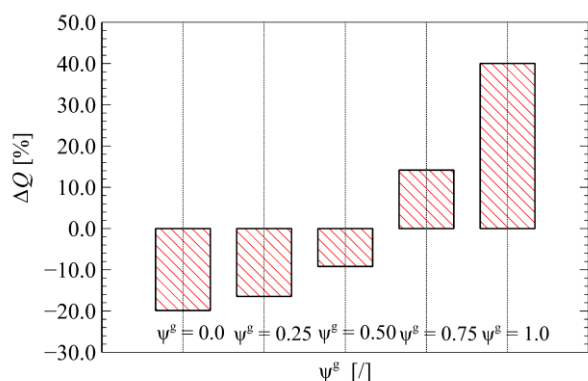
povećanjem vrijednosti  $\psi^f$  postigne bolje slaganje sa zvaničnom krivom iako je ona dobijena ekstrapolacijom krive povučene kroz tačke dobijene na osnovu mjerenja.

Slika 8 pokazuje osjetljivost krive protoka na promjenu vrijednosti parametra  $\psi^g$  koji uzima u obzir uticaj neprizmatičnosti korita na razmenu količine kretanja između glavnog korita i plavnih površina. Zapaža se da su i oblik i položaj krive protoka manje osjetljivi na izbor vrijednosti ovog parametra.

Ovaj parametar značajno utiče na rotaciju krive oko kote koja je bliska koti pri kojoj počinje izlivanje iz glavnog korita i na povećavanje njene zakrivljenosti. Može se reći da se najbolje slaganje sa zvaničnom krivom protoka postiže pri vrijednosti parametra bliskoj  $\psi^g = 0,50$ .



Slika 8. Analiza osjetljivosti krive protoka na promjenu parametara modela  $\psi^g$  pri  $n_s = 0,024 \text{ m}^{-1/3}$  i  $n_{pp} = 0,030 \text{ m}^{-1/3}$



Slika 9. Prikaz relativnog odstupanja pri promjeni parametra  $\psi^g$  kada je  $Z = 134,18 \text{ mm}$

Da bi se stekao utisak kako promjena vrijednosti ovog parametra utiče na procjenu vrijednosti protoka, na slici 9

prikazana su relativna odstupanja izračunatog protoka od odgovarajućeg protoka sa zvanične krive pri koti 134,18 mm. Najmanja odstupanja od oko 10% su za vrijednost  $\psi^g = 0,50$ . Neuzimanjem u obzir neprizmatičnosti korita, protok se potcjenjuje za 20%, a uzimanjem u obzir punog doprinosa uslijed neprizmatičnosti, protok se precjenjuje za 40%.

## 6. PRIKAZ REZULTATA

Nakon sprovedene analize osjetljivosti u ovom poglavlju se najprije porede vrijednosti protoka dobijene primjenom MRKK (sa optimalnim vrijednostima parametara) i metode Ekersa sa procijenjenim vrijednostima protoka JU „Vode Srpske“ za zabilježene karakteristične kote iz tri vodne godine. Relativna odstupanja prikazana u tabeli 3 nedvosmisleno ukazuju da se fizički zasnovanom MRKK dobija približnija procjena protoka nego empirijskim postupkom Ekersa. Sva odstupanja su manja od 10%, dok u slučaju primjene metode Ekersa ona 2010. godine prelaze 20%.

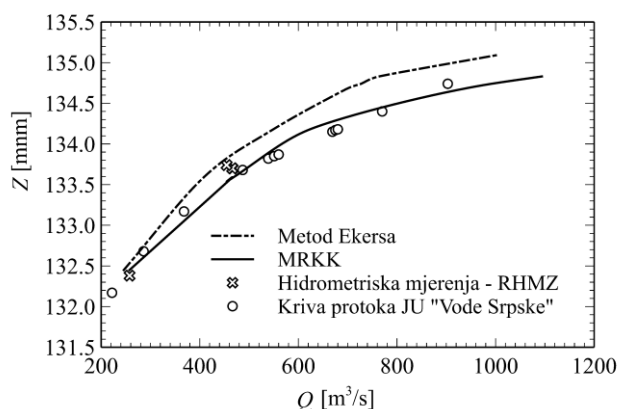
Tabela 3. Relativno odstupanje protoka ( $\Delta Q$ ) prema korištenim metodama u procentima

Datum	Z [mm]	Ekers	MRKK
10.01.2010.	134,17	-23,182	-8,384
21.02.2010.	134,18	-23,495	-8,301
23.06.2010.	134,40	-22,087	-4,231
04.12.2010.	134,15	-23,193	-8,450
12.09.2014.	133,85	-13,397	-4,940
24.09.2014.	133,82	-12,666	-4,105
04.02.2019.	133,87	-13,922	-5,487
14.05.2019.	134,74	-18,149	9,838

Na slici 10, prikazano je poređenje računskih krivih protoka po metodi Ekersa i MRKK sa krivom protoka JU „Vode Srpske“. I ovo poređenje potvrđuje da se primjenom metode Ekersa dobijaju manje vrijednosti protoka u odnosu na vrijednosti sa krive protoka JU „Vode Srpske“, dok se MRKK dobijaju značajno bolja slaganja. Staviše, MRKK daje približno iste oblike krive protoka koju ima kriva protoka JU „Vode Srpske“.

Srednje relativno odstupanje u metodi Ekersa je 18,76%, a u MRKK je 4,26%. Potrebno je naglasiti da kriva protoka postoji za vrijednosti protoka do  $650 \text{ m}^3/\text{s}$ , dok je za veće vrijednosti ova kriva ekstrapolovana.





Slika 10. Poređenje rezultata proračuna protoka po korišćenim metodama

## 7. ZAKLJUČAK

U ovom radu razmatrana je mogućnost korišćenja metode Ekersa i MRKK u procjeni krive protoka za prirodno korito rijeke Sane. Za istraživanje su na raspolaganju bila osmatranja vodostaja i protoka za tri poplavne godine. U analizi su korišćene karakteristične vrijednosti protoka i kota nivoa radi provjere korišćenih metoda. Rezultati postojećih hidrometriških mjerenja poslužili su za procjenu koeficijenta otpora po Maningu i procjenu parametara u MRKK. Analizom dobijenih rezultata modela utvrđeno je da je računski kriva protoka osjetljiva na promjenu vrijednosti parametra  $\psi^t$  i  $\psi^s$  kako u pogledu položaja (translacija krive sa povećanjem vrijednosti parametra  $\psi^t$ ) tako i u pogledu zakrivljenosti (pri povećanju vrijednosti parametra  $\psi^t$  zakrivljenost se smanjuje, a slično važi i za smanjenje vrijednosti parametra  $\psi^s$ ).

Poređenjem krivih protoka dobijenih po metodi Ekersa i MRKK sa zvaničnom krivom JU „Vode Srpske“ može da se zaključi sledeće:

1. Vrijednost protoka izračunata po metodi Ekersa je potcijenjena u odnosu na krivu protoka JU „Vode Srpske“ pri čemu srednje relativno odstupanje u analiziranom opsegu vrijednosti iznosi 18,90%,
2. MRKK daje približno dobra slaganja sa krivom protoka JU „Vode Srpske“ pri čemu srednje relativno odstupanje u analiziranom opsegu vrijednosti iznosi 6,70%.

## ZAHVALNICA

Autori rada se zahvaljuju Republičkom hidrometeorološkom zavodu Republike Srpske i Javnoj Ustanovi „Vode Srpske“, na ustupljenim podacima za istraživanje.

## LITERATURA

- [1] Đorđević, D., Stojnić, I., Muhić, F. (2015). Prikaz modela linijskog tečenja u koritu za veliku vodu zasnovanog na razmeni količine kretanja između glavnog korita i plavnih površina. *Vodoprivreda*, 47(273), 79–91,
- [2] Plavšić, J. (2019), "Inženjerska hidrologija", Građevinski fakultat Univerziteta u Beogradu, Beograd 2019 godine,
- [3] Ackers, P. (1993). Flow Formulae for Straight Two - stage Channels. *Journal of Hydraulic Research*, 31(4),509–531, <https://doi.org/10.1080/00221689309498874>,
- [4] Bousmar, D., Zech, Y., (1999). Momentum transfer for practical flow computation in compound channels, *J.Hydraul.Res.*, 124(7):696706.DOI:[https://doi.org/10.1061/\(ASC\)0733-9429\(1999\)125:7\(696\)](https://doi.org/10.1061/(ASC)0733-9429(1999)125:7(696)),
- [5] Đorđević, D., Ivković, M., Stojnić, I., (2018), Primjena modela razmjene količine kretanja za procjenu krive protoka u koritu za veliku vodu prirodnog vodotoka, 18. Savetovanje SDHI - SDH, Niš, Srbija 2018 godine,
- [6] Đorđević, D., Stojnić, I., Rosić, N., (2017), Proračun linije nivoa u neprizmatičnom koritu za veliku vodu primenom metode razmene količine kretanja između glavnog korita i plavnih površina (primer korita jednostavne geometrije). *Vodoprivreda*, 49(288), 351–363,
- [7] Jaćimović, D., Erić, R., Đorđević, D., (2021), "Rekonstrukcija poplavnog talasa iz 2014. godine na hidrološkoj stanici Ub", 19. Savetovanje SDHI - SDH, Beograd, Srbija 2021 godine, Zbornik radova, str. 212-221,
- [8] <https://hr.wikipedia.org/wiki/Sana>

ESTIMATION OF RATING CURVE IN NON-PRISMATIC COMPOUND CHANNEL USING  
ACKERS METHOD AND EXCHANGE DISCHARGE MODEL  
– SANA RIVER EXAMPLE –

by

Petar PRAŠTALO

University of Banja Luka, Faculty of Architecture, Civil Engineering and Geodesy

Dejana ĐORĐEVIĆ

University of Belgrade, Faculty of Civil Engineering

Summary

Possibilities for the improvement of the methods for the estimation of rating curves in compound channels in the range of overbank flows have been analysing for thirty years now. It was shown that traditional methods, which divide a compound channel into segments with uniform roughness and use Manning's equation overestimate the discharge by more than 60%. Empirical and physically based methods that have been developed and improved based on the data collected in laboratory channels under the steady uniform and non-uniform flows show good agreement with new measurements. This paper discusses the possibilities of applying the empirical Ackers

method, and the physically based exchange discharge model for the estimation of the overbank rating curve at the river gauging station. The Prijedor gauging station on the Sana River is used in this paper as an example. The choice is based on the availability of the measurement data of high flows. The discharge data obtained by the two methods are compared to the data from the official rating curve for the gauging station.

Key words: compound channel, Ackers method, exchange discharge model, rating curve, river Sana.