

INOVATIVNA METODOLOGIJA ZA EKSPERIMENTALNO ODREĐIVANJE VODOPROVODLJIVOSTI NEZASIĆENOG ZEMLJIŠTA

Filip STANIĆ
Građevinski fakultet u Beogradu
Pierre DELAGE, Yu-Jun CUI
Ecole des Ponts ParisTech

REZIME

Merenje vodoprovodljivosti zemljišta u nezasićenim uslovima je znatno komplikovanije i tehnički zahtevnije od merenja krive vlažnosti. Zbog toga za određivanje krive vodoprovodljivosti često primenjuju inverzne metode koje koriste rezultate merenja nastale tokom testa određivanja krive vlažnosti. Na taj način se obe krive hidrauličkih karakteristika određuju jednim testom, čime se štedi na vremenu i opremi. U literaturi se mogu pronaći različiti tipovi inverznih metoda, među kojima su danas najzastupljenije numeričke, dok su fundamentalne analitičke metode, nastale sredinom prošlog veka, skoro potpuno skrajnute. Cilj ovog rada je predstavljanje unapređenih analitičkih metoda, zasnovanih na čuvenoj Gardner-ovoj metodi, koje su jednostavne za primenu a uz to pružaju pouzdanije rezultate od postojećih inverznih metoda. Validnost ovih metoda pokazana je na različitim tipovima zemljišta, pri čemu su dobijeni rezultati upoređeni sa postojećim analitičkim metodama. Time je pokazano da je predstavljena metodologija pouzdanija i jednostavnija za primenu ne samo od postojećih analitičkih, već i od numeričkih inverznih metoda koje umesto eksperimentalne krive vodoprovodljivosti kao rezultat daju optimizovanu parnetarsku funkciju.

Ključne reči: nezasićena sredina, vodoprovodljivost, Gardner-ova metoda

1. UVOD

Krive vodoprovodljivosti i vlažnosti nezasićenog zemljišta su od fundamentalnog značaja za simulaciju tečenja vode u nezasićenoj sredini. Kriva vlažnosti se relativno jednostavno eksperimentalno određuje tako što se uzorak tla izlaže skokovitim promenama kapilarnog potencijala koje izazivaju dreniranje vode iz uzorka

kroz njegovo dno („Multistep outflow“ test [3, 4, 11, 15, 18]). S druge strane, eksperimentalno određivanje vodoprovodljivosti direktnim metodama [2, 8, 12] je izuzetno zahtevno, kako tehnički tako i sa aspekta efikasnosti. Zbog toga se vodoprovodljivost nezasićenog tla često određuje inverznim analitičkim/numeričkim metodama koje su bazirane na analizi dreniranog oticaja merenog tokom „Multistep outflow“ testa. Na taj način se dobija na efikasnosti jer se obe krive hidrauličkih karakteristika određuju jednim testom.

Analitičke inverzne metode, među kojima je najstarija i najpoznatija Gardner-ova [5], kao rezultat daju vodoprovodljivosti tla za svaku od vrednosti kapilarnih potencijala kojima je uzorak izložen tokom „Multistep outflow“ testa. U slučaju Gardner-ove [5] metode, zasnovane na analogiji sa Terzaghi-Fröhlich teorijom konsolidacije [17], glavni nedostatak je činjenica da se zanemaruje otpor pri isticanju vode iz uzorka nastao kao posledica slabe vodoprovodljivosti keramičkog diska prislonjenog uz donju stranu uzorka. Kako bi prevazišli problem otpora koji stvara disk, Kunze i Kirkham [7] su razvili poznatu grafičku metodu koja je danas sve ređe u upotrebi. Osim što je dosta komplikovana za primenu, rezultati ove metode u mnogome zavise od subjektivne procene samog korisnika, što je čini manje pouzdanom.

Sa razvojem kompjutera počele su masovno da se razvijaju i numeričke metode koje su svoju primenu našle i u određivanju krive vodoprovodljivosti nezasićenih zemljišta [3, 4, 11, 18, 20]. Za razliku od analitičkih metoda koje služe za određivanje vodoprovodljivost u određenim tačkama (za svaku vrednost kapilarnog potencijala kojoj je uzorak izložen), numeričke metode kao rezultat daju funkciju vodoprovodljivosti. Pretpostavljajući određenu parame-

tarsku funkciju vodoprovodljivosti (bazirana na Mualem-ovom [10] pristupu), numerički se rešava Richards-ova jednačina [13] za granični uslov opisan skokovitom promenom kapilarnog potencijala tokom „Multistep outflow“ testa. Optimizacijom parametara funkcije obezbeđuje se najbolje moguće slaganje između simuliranog i merenog dreniranog oticaja, dok se pretpostavljena funkcija, sračunata za optimalne vrednosti parametara, usvaja kao „eksperimentalna“ kriva vodoprovodljivosti. Ova metoda uzima u obzir i slabu vodoprovodljivost diska tako što se numerička shema primenjuje za dvoslojnu sredinu (gornji sloj je uzorak, a donji je keramički disk). Međutim, značajan nedostatak ove metode je činjenica da kriva, koja u mnogome zavise od izabrane parametarske funkcije, nije eksperimentalna već računaska kriva nastala kao rezultat optimizacije numeričkog modela.

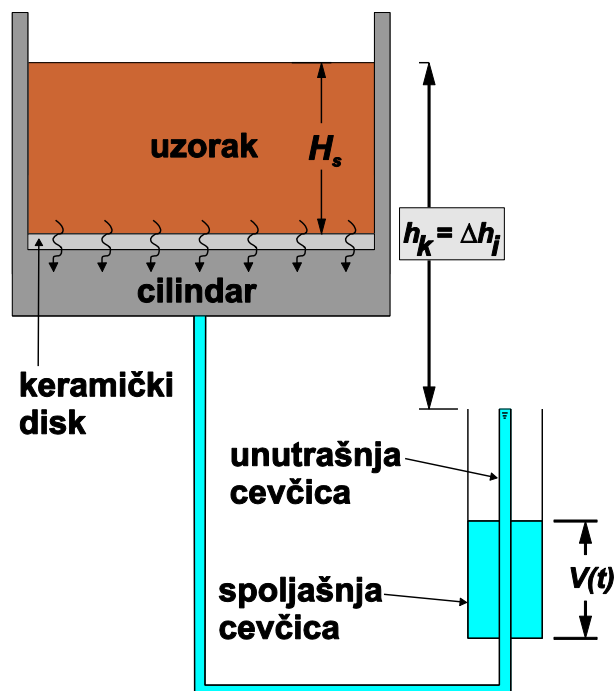
Zbog gore pomenutih nedostataka numeričkih metoda, fokus ovog rada je na analitičkim inverznim metodama sa posebnim akcentom na dve nove metode zasnovane na Gardner-ovom rešenju koje su predstavljene u [16]. Ove metode uzimaju u obzir dva najčešća granična uslova nastala kao posledica „Multistep outflow“ testa: 1) otpornost koju stvara slabo propusni keramički disk i 2) opadajući kapilarni potencijal kojem je uzorak izložen. Njihova validnost pokazana je na različitim tipovima zemljišta, dok su dobijeni rezultati upoređeni sa rezultatima Gardner-ove i Kunze i Kirkham-ove metode.

2. „MULTISTEP OUTFLOW“ TEST

Na Slici 1 prikazana je uprošćena shema „viseće kolone“ [1] (slična je korišćena i u [15]), tehnike pomoću koje se često sprovodi „Multistep outflow“ test. Aparatura na Slici 1 se sastoji od uzorka postavljenog unutar metalnog cilindra na čijem dnu se nalazi zasićeni porozni keramički disk koji obezbeđuje vezu između vode u uzorku i u unutrašnjoj cevčici. Zbog izuzetno sitnih pora, keramički disk ima sposobnost da ostane zasićen i pri veoma visokim kapilarnim potencijalima, obezbeđujući na taj način kontinuirano isticanje vode iz uzorka.

Stvaranjem visinske razlike između vrha uzorka i nivoa vode u unutrašnjoj cevčici, uzorak se izlaže kapilarnom potencijalu čija vrednost, izražena u visini vodenog stuba, odgovara pomenutoj razlici. Voda iz uzorka zatim počinje da se drenira kroz disk i unutrašnju cevčicu preko čije ivice se preliva u spoljašnju cevčicu većeg prečnika gde se kontinualno meri porast nivoa.

Stagnacija nivoa vode označava da je dostignuto ravnotežno stanje, nakon čega se uzorak izlaže novoj promeni kapilarnog potencijala (otuda naziv „Multistep outflow“) tako što se povećava visinska razlika.



Slika 1. Uprošćena skica aparature zasnovane na principu „viseće kolone“, koja koristi sistem prelivanja iz unutrašnje u spoljašnju cevčicu

Maksimalna vrednost kapilarnog potencijala koja se može postići metodom „viseće kolone“ je određena minimumom između 1) vrednosti kapilarnog potencijala pri kojoj keramički disk počinje da se dezasićuje (navedeno u specifikacijama diska) i 2) maksimalne vrednosti vakuuma $|p_{am}/(\rho g)|$ (≈ 10 m). U praksi se ova metoda obično ne primenjuje za kapilarne potencijale veće od 5 m, čak i kada karakteristike diska to dozvoljavaju, zbog tehničkih ograničenja da se postigne dovoljna visinska razlika.

3. INVERZNE METODE RAZVIJENE OD STRANE GARDNER [5] I KUNZE I KIRKHAM [7]

U nastavku teksta je detaljno izvedena Gardner-ova metoda [5], na koju se u poglavlju 4 nadovezuju dve nove metode predstavljene u [16], dok je grafička metoda Kunze i Kirkham-a [7] prikazana samo u najkraćim crtama.

3.1. Gardner [5]

Pretpostavimo da se visinska razlika između vrha uzorka i unutrašnje cevčice poveća za vrednost Δh_i u odnosu na prethodno ravnotežno stanje (vidi Sliku 1). Tada voda iz uzorka počinje da se drenira, a njena zapremina se prikuplja u spoljašnjoj cevčici. Gardnerovo rešenje analitički opisuje promenu zapremine drenirane vode u vremenu, a upoređivanjem analitičkih i eksperimentalnih rezultata jednostavno se određuje vodoprovodljivost uzorka za vrednost kapilarnog potencijala kojem je isti izložen.

Gardner-ovo rešenje se bazira na primeni Terzaghi-Fröhlich teorije konsolidacije [17], ali se može izvesti iz Richards-ove jednačine [13], što je pristup koji je ovde prikazan. Fluks vode pri isticanju iz uzorka se može opisati Richards-ovom jednačinom na sledeći način:

$$\frac{\partial \theta(z,t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z} \left(K(h_k) \left(\frac{\partial h_k(z,t)}{\partial z} + 1 \right) \right) \quad (1)$$

gde je z vertikalna osa orijentisana na gore ($z = H$ – gornja ivica; $z = 0$ – donja ivica), t je vreme [T], θ je volumetrijska vlažnost [-], dok je $K(h_k)$ vodoprovodljivost uzorka [L/T] pri kapilarnom potencijalu h_k [L].

Nakon što se jednačina (1) integriše po z (od $z = 0$ do $z = H$), pri čemu se i leva i desna strana pomnože sa površinom poprečnog preseka uzorka A [L²], dobija se jednačina bilansa $\frac{d(\theta(t)HA)}{dt} = \frac{dV(t)}{dt} = Q(t)$, gde $Q(t)$ označava isticanje kroz dno uzorka:

$$Q(t) = -AK(h_k) \left(\frac{\partial h_k(z,t)}{\partial z} \Big|_{z=0} + 1 \right) \quad (2)$$

Integraljenjem jednačine (2) od $t = 0$ do t dobija se $V(t)$, kumulativna zapremina istekle vode do trenutka t :

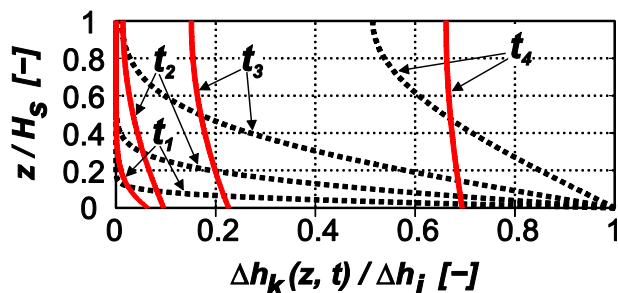
$$V(t) = -A \int_0^t K(h_k) \left(\frac{\partial h_k(z,t)}{\partial z} \Big|_{z=0} + 1 \right) dt \quad (3)$$

Kapilarni potencijal $h_k(z,t)$ se može predstaviti kao zbir kapilarnog potencijala u hidrostatičkim uslovima $h_k(z,t=0)$, koji odgovara prethodnom ravnotežnom stanju, i promene kapilarnog potencijala u vremenu $\Delta h_k(z, t)$. Stoga se član $\frac{\partial h_k(z,t)}{\partial z} \Big|_{z=0}$ može izraziti na sledeći način:

$$\frac{\partial h_k(z,t)}{\partial z} \Big|_{z=0} = -1 + \frac{\partial \Delta h_k(z,t)}{\partial z} \Big|_{z=0} \quad (4)$$

gde član -1 odgovara nagibu raspodele kapilarnog potencijala po visini uzorka u hidrostatičkim uslovima. Ukoliko je debljina keramičkog diska Δz_d mala, a njegova vodoprovodljivost K_d veća od $K(h_k)$, indukovana promena Δh_i se gotovo trenutno uočava na donjoj strani uzorka – $\Delta h_k(z=0, t) = \Delta h_i$ (isprekidane linije na Slici 2). U tom slučaju se, uz pretpostavku da su nagib krive vlažnosti $C(h_k) = \Delta \theta / \Delta h_i$ [L⁻¹] i koeficijent difuzije $D(h_k)$ [L²/T] konstantni u opsegu Δh_i , $\Delta h_k(z, t)$ može predstaviti pomoću Fourier-ovog reda, po analogiji sa Terzaghi-Fröhlich jednačinom za sleganje zasićenog zemljišta:

$$\Delta h_k(z, t) = \Delta h_i \left(1 - \frac{4}{\pi} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n} e^{-(n/2)^2 \pi^2 \frac{tD(h_k)}{H_s^2}} \sin \frac{n\pi z}{H_s} \right) \quad (5)$$



Slika 2. Promena kapilarnog potencijala po visini uzorka u četiri različita vremenska trenutka, sračunata za slučaj zanemarljive (isprekidana linija – jednačina 5) i značajne (puna linija – jednačina 9) otpornosti keramičkog diska

Ukoliko se jednačina (5) unese u jednačinu (4), nakon čega se dobijeni izraz za $\frac{\partial h_k(z,t)}{\partial z} \Big|_{z=0}$ unese u jednačinu (3) uz napomenu da je $K(h_k) = D(h_k)C(h_k) = \text{const.}$, dobija se sledeća izraz:

$$V(t) = -H_s \Delta h_i C(h_k) A \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^2} \left(e^{-(n/2)^2 \pi^2 \frac{tD(h_k)}{H_s^2}} - 1 \right) \quad (6)$$

Imajući u vidu da je $\frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^2} = 1$ i da je $V_{\infty} = H_s \Delta h_i C(h_k) A = H_s \Delta \theta A$ ukupna zapremina vode drenirane iz uzorka nakon izlaganja promeni Δh_i , jednačina (6) dobija formu Gardner-ovog rešenja:

$$V(t) = V_{\infty} \left(1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-(n\pi/2)^2 t D(h_k) / H_s^2} \right) \quad (7)$$

Podešavanjem vrednost $D(h_k)$ traži se najbolje slaganje između jednačine (7) i merenih vrednosti $V(t)$, nakon čega se vodoprovodljivost određuje kao $K(h_k) = D(h_k)C(h_k) = D(h_k)\Delta\theta/\Delta h_i$.

3.2. Kunze & Kirkham [7]

Ova grafička metoda, koja je detaljno objašnjena u [7, 16], ima za cilj određivanje vodoprovodljivosti uzorka u uslovima kada keramički kamen stvara otpor pri isticanju. Kunze i Kirkham su, na osnovu analitičkog rešenja za isticanje pri otporu [9], razvili familiju teorijskih krivih koje opisuju zavisnost $V(t)/V_\infty$ u odnosu na bezdimenzionalnu vremensku osu $\lambda_I^2 D(h_k)t/H_s^2$, pri čemu svaka kriva odgovara određenoj vrednosti parametra a koji opisuje odnos između vodoprovodljivosti uzorka i diska. Da bi se primenila ova metoda, mereni rezultati isticanja se prikazuju u log-log razmeri u formi $V(t)/V_\infty$ u zavisnosti od t , pri čemu se granice za t usvajaju tako da se trajanje testa izdela na 5 jednakih celina u logaritamskoj razmeri (npr. 10, 100, 1000, 10000, 100000 s). Zatim se teorijske krive preklapaju sa merenjima tako da podele na $\lambda_I^2 D(h_k)t/H_s^2$ osi odgovaraju podelama na t osi. Na kraju se teorijske krive, zajedno sa bezdimenzionalnom vremenskom osom, transliraju u levo ili u desno ne bi li se pronašla kriva (i odgovarajuća vrednost a) koja najbolje opisuje eksperimentalne podatke. Subjektivnom procenom usvaja se odgovarajuća vrednost a na osnovu koje se iz tabele prikazane u [7] očitava vrednost λ_I^2 . Takođe, grafički se određuje vrednost t_{RP} (vrednost t za $\lambda_I^2 D(h_k)t/H_s^2 = 1$) koja pokazuje u kojoj meri je odgabrana teorijska kriva translirana u odnosu na početni položaj. Konačno, $D(h_k)$ se određuje kao $H_s^2/(\lambda_I^2 t_{RP})$, dok je $K(h_k) = D(h_k)C(h_k)$. Opisana metoda će biti korišćena samo za potrebe poređenja sa novo razvijenim metodama koje su predstavljene u narednom poglavlju.

4. INVERZNE METODE RAZVIJENE OD STRANE STANIĆ ET AL. [16]

Kao unapređene Gardnerove metodologije, razvijene su dve metode kojima su obuhvaćeni specifični granični uslovi koji se javljaju pri eksperimentalnom određivanju vodoprovodljivosti.

4.1. Otpornost keramičkog diska

Kao što je već pomenuto, Gardner-ovo rešenje (jednačina 7) je validno samo ako je vodoprovodljivost keramičkog diska veća od vodoprovodljivosti uzorka

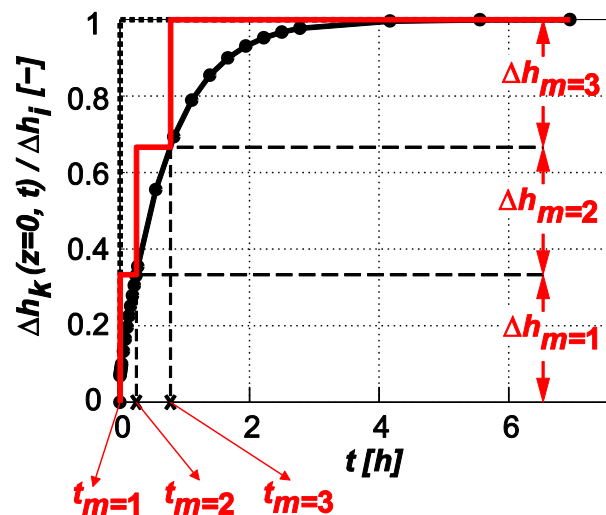
(uz pretpostavku da je Δz_d malo). U tom slučaju se uticaj promene kapilarnog potencijala za vrednost Δh_i gotovo trenutno preslikava na dno uzorka ($\Delta h_k(z=0, t) = \Delta h_i$), što omogućava pravljenje analogije sa procesom konsolidacije. Ukoliko je vodoprovodljivost diska manja nego kod uzorka, disk stvara otpor pri isticanju i $\Delta h_k(z=0, t)$ postepeno teži vrednosti Δh_i koju dostiže tek u ravnotežnom stanju, za $t = t_\infty$ (pune linije na Slici 2).

Da bi se uzeo u obzir otpor koji stvara keramički disk, u [16] je predložena sledeća metodologija:

1. Primena Darcy-jevog zakona između gornje i donje površine zasićenog keramičkog diska kako bi se sračunala vrednost $\Delta h_k(z=0, t)$:

$$\Delta h_k(z=0, t) = \Delta h_i - \frac{\Delta z_d}{AK_d} \frac{\Delta V(t)}{\Delta t} \quad (8)$$

gde je K_d vodoprovodljivost diska u zasićenom stanju [L/T], a $\Delta V(t)$ je razlika između dve merene vrednosti $V(t)$ u vremenskom intervalu Δt . Kriva $\Delta h_k(z=0, t)$ je prikazana na Slici 2 punom linijom, i na osnovu nje se može proceniti u kojoj meri keramički disk usporava dreniranje vode iz uzorka. Što ranije $\Delta h_k(z=0, t)$ dostiže vrednost blisku Δh_i to je otpornost manja, i obratno.



Slika 3. Promena kapilarnog potencijala na dnu uzorka sračunata pomoću Darcy-jevog zakona (crna linija - jednačina 8), kao i dekompozicija dobijene krive korišćenjem $N_s = 3$ ($m = 1, 2, 3$) konstantnih skokovitih promena

2. Dekompozicija dobijene $\Delta h_k(z=0, t)$ krive koristeći N_s konstantnih skokovitih promena Δh_m ($m = 1 \div N_s$), kao što je prikazano crvenom linijom na Slici 3 ($N_s = 3$). Na osnovu analize urađene u [16], za proračun se usvaja vrednost $N_s = 1000$ nezavisno od tipa zemljišta.

3. Primena jednačine (7) (odnosno jednačine 5) za svaku skokovitu promenu Δh_m , počevši od trenutka t_m kada je promena nastala.

4. Superpozicija u vremenu jednačine (7) (odnosno jednačine 5), po sličnom principu koji se koristi kod bunara sa promenljivim protokom [6], transporta materije kroz poroznu sredinu [14], itd. Rešenje predloženo u [16] na sledeći način opisuje promenu $h_k(z, t)$ i $V(t)$ pri otporu koji stvara slabopropusni disk:

$$\Delta h_k(z, t) = \sum_{m=1}^{N_s} \Delta h_m \left(1 - \frac{4}{\pi} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n} e^{-(n\pi/2)^2(t-t_m)D(h_k)/H_s^2} \sin \frac{n\pi z}{2H_s} \right) \quad (9)$$

$$V(t) = \frac{V_{\infty}}{N_s} \sum_{m=1}^{N_s} \left(1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-(n\pi/2)^2(t-t_m)D(h_k)/H_s^2} \right) \quad (10)$$

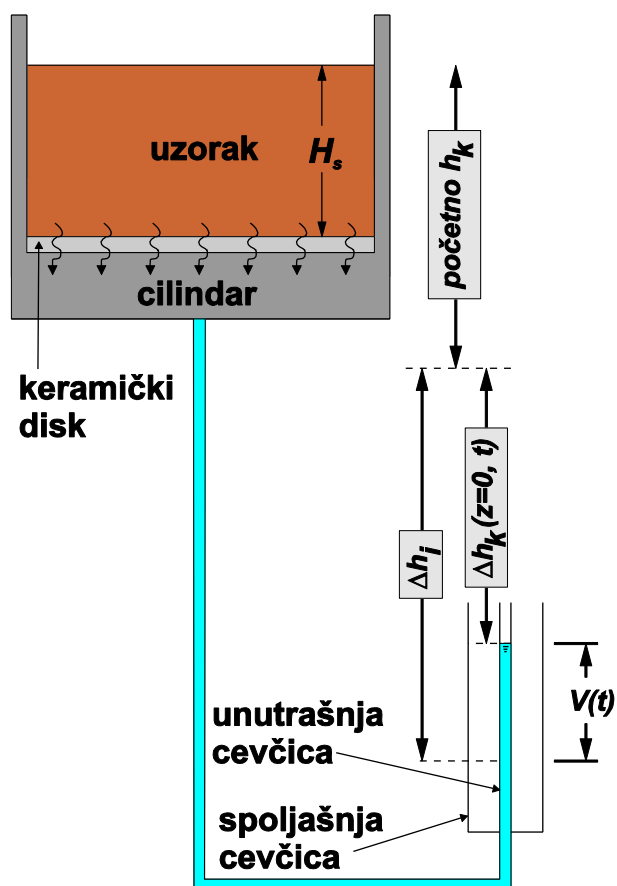
Treba napomenuti da se jednačine (9) i (10) svode na jednačine (5) i (7) za $N_s = 1$. Kao u slučaju jednačine (7), $K(h_k)$ se određuje na osnovu optimalne vrednosti koeficijenta difuzije, kao $D(h_k)\Delta\theta/\Delta h_i$.

4.2. Opadajući kapilarni potencijal

Sistem sa prelivanjem iz unutrašnje u spoljašnju cevčicu (Slika 1) je pogodan za manje kapilarne potencijale kada je vlažnost uzorka bliska zasićenoj i kada se očekuje isticanje značajnije količine vode iz uzorka. Međutim, pri višim vrednostima kapilarnog potencijala (suvlji uzorak), zbog značajno manje zapremine drenirane vode, ovaj sistem pruža neprecizna merenja $V(t)$, što automatski utiče i na tačnost određivanja vodoprovodljivosti. Da bi se to izbeglo, pogodno je preći na sistem predstavljen na Slici 4, gde se pre izlaganja promeni Δh_i nivo vode u unutrašnjoj cevčici spusti daleko ispod vrha te cevčice.

Na taj način se onemogućava prelivanje u spoljnu cevčicu, u kojoj se promena nivoa teško uočava, već se drenirana voda prikuplja u unutrašnjoj cevčici znatno

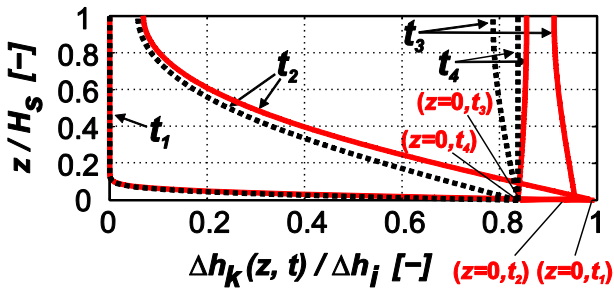
manjeg prečnika, što omogućava preciznije merenje $V(t)$. Međutim, porast nivoa u unutrašnjoj cevčici izaziva opadanje kapilarnog potencijala, odnosno vrednosti $\Delta h_k(z=0, t)$, što direktno utiče na merene vrednosti $V(t)$. Iako se u ovom slučaju otpornost keramičkog diska zanemaruje s obzirom da se uzorak nalazi u zoni visokih kapilarnih potencijala gde su vodoprovodljivosti manje od K_d , Gardner-ovo rešenje nije validno zbog promenljivog graničnog uslova ($\Delta h_k(z=0, t)$) na dnu uzorka (vidi Sliku 5).



Slika 4. Uprošćena skica aparature zasnovane na principu „viseće kolone“, koja koristi unutrašnju cevčicu za prikupljanje drenirane vode

Da bi se uzeo u obzir uticaj opadajućeg kapilarnog potencijala, rešenje predloženo u [16] je izvedeno na sledeći način. Imajući u vidu da prikupljanje drenirane vode smanjuje $\Delta h_k(z=0, t)$, jednačina bilanse se može napisati kao:

$$-\frac{d\Delta h_k(z=0,t)}{dt} a_{it} = Q(t) = \frac{dV(t)}{dt} \quad (11)$$



Slika 5. Promena kapilarnog potencijala po visini uzorka u četiri različita vremenska trenutka, sračunata za slučaj konstantnog $\Delta h_k(z=0, t) = \Delta h_i$ (isprekidana linija – jednačina 5) i promenljivog $\Delta h_k(z=0, t)$ (puna linija – jednačina 9)

pri čemu je a_{it} površina poprečnog preseka unutrašnje cevčice [L^2]. Pod pretpostavkom da je otpornost kamena zanemarljiva, $V(t)$ u jednačini (11) se može opisati pomoću jednačine (7), pri čemu se član V_∞ izražava kao $H_s A \Delta h_k(z=0, t) C(h_k)$ koristeći $\Delta h_k(z=0, t)$ umesto konstantne vrednosti Δh_i . Zamenom ovog člana u jednačinu (7), $Q(t)$ se računa kao prvi izvod $V(t)$ u vremenu. Zatim se dobijeni izraz za $Q(t)$ vraća u jednačinu (11), pri čemu se nakon razdvajanja promenljivih dobija sledeći izraz:

$$-\int_{\Delta h_i}^{\Delta h_k(z=0,t)} \frac{d\Delta h_k(z=0,t)}{\Delta h_k(z=0,t)} = \int_0^t \frac{F'(t) H_s C(h_k) A}{a_{it} + F(t) H_s C(h_k) A} dt \quad (12)$$

gde je $F(t) = 1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-(n\pi/2)^2 t D(h_k)/H_s^2}$, dok je $F'(t) = \frac{dF}{dt}$. Treba imati na umu da je $\Delta h_k(z=0, t=0) = \Delta h_i$.

Rešavanjem integrala u jednačini (12) dobija se sledeći izraz:

$$\Delta h_k(z=0, t) = \frac{\Delta h_i}{1 + F(t) \frac{H_s C(h_k) A}{a_{it}}} \quad (13)$$

Dekompozicijom krive $\Delta h_k(z=0, t)$ koristeći N_s jednakih skokovitih promena (kao u poglavlju 4.1), može se pomoću jednačine (9) sračunati $\Delta h_k(z, t)$ (pune linije na Slici 5). Imajući u vidu da je $V(t) = a_{it}(\Delta h_i - \Delta h_k(z=0, t))$, izraz za $V(t)$ se može predstaviti na sledeći način:

$$V(t) = a_{it} \Delta h_i \left(1 - \frac{1}{1 + F(t) \frac{H_s C(h_k) A}{a_{it}}} \right) \quad (14)$$

Grupisanjem članova na način koji je predstavljen u [16], jednačina (14) se može predstaviti u konačnoj formi:

$$V(t) = a_{it} \Delta h_i \left(1 - \frac{1}{1 + F(t) \left(\frac{\Delta h_i}{\Delta h_k(z=0, t_\infty)} - 1 \right)} \right) \quad (15)$$

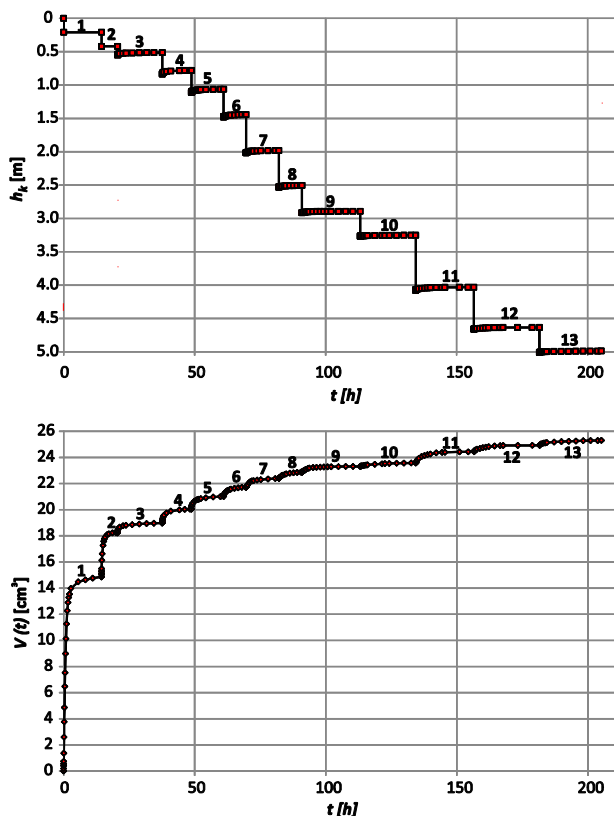
pri čemu je $\Delta h_k(z=0, t_\infty)$ konačna vrednost promene kapilarnog potencijala u odnosu na inicijalnu promenu Δh_i . Za vrednost $t=0$ dobije se $F(t)=0$, što na osnovu jednačine (13) daje vrednost $\Delta h_k(z=0, t=0) = \Delta h_i$, odnosno $V(t)=0$ (jednačina 15). S druge strane, za $t=t_\infty$ (dostignuto ravnotežno stanje) $F(t)=1$, što na osnovu jednačine (15) daje vrednost $V(t_\infty) = a_{it}(\Delta h_i - \Delta h_k(z=0, t_\infty)) = V_\infty$. Vrednost $K(h_k)$ se određuje kao $D(h_k) \Delta \theta / \Delta h_k(z=0, t_\infty)$.

5. REZULTATI

Validacija dve metode iz [16] je urađena na bazi poređenja sa Gardner-ovom [5] i Kunze i Kirkham-ovom [7] metodom za tri različita tipa zemljišta: supstrat zelenog krova [15], prašinstu glinu i slabo graduirani pesak [20].

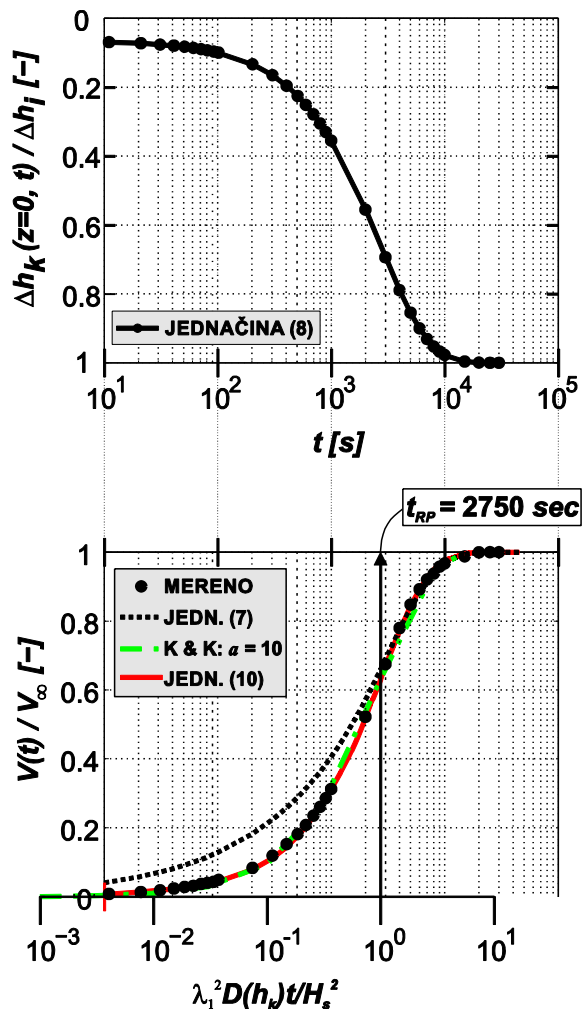
5.1. Supstrat zelenog krova [15]

Za određivanje krive vodoprovodljivosti vulkanskog supstrata kojim je prekriven "Zeleni Talas" (eng. Green Wave [19]), jedan od najvećih eksperimentalnih zelenih krovova u Evropi, primenjen je "Multistep outflow" test koji je u osnovnim crtama opisan u tekstu iznad (detalje o testu možete naći u [15]). Na Slici 6 su prikazani rezultati ovog testa u vidu skokovitih promena kapilarnog potencijala kojima je uzorak bio izložen (gore), kao i kontinuiranih merenja zapremina drenirane vode (dole). Za prikazani test je korišćeno ukupno 13 promena ("step-ova"), pri čemu je maksimalni dostignuti kapilarni potencijal od 4.96 m ograničen vrednošću kapilarnog potencijala diska pri kojoj vazduh počinje da ulazi u njegove pore (5 m). Za prve dve promene kapilarnog potencijala koje uzrokuju dreniranje značajnije količine vode (vidi Sliku 6 - dole) korišćen je sistem preliivanja predstavljen na Slici 1, dok je za ostalih 11 promena korišćen sistem sa Slike 4 gde se voda prikuplja u unutrašnjoj cevčici.



Slika 6. Gore – 13 skokovitih promena kapilarnog potencijala kojima je izložen uzorak supstrata zelenog krova (promene 1 i 2 – sistem sa Slike 1; promene 3-13 – sistem sa Slike 2); Dole – zapremina drenirane vode usled prikazanih promena kapilarnog potencijala

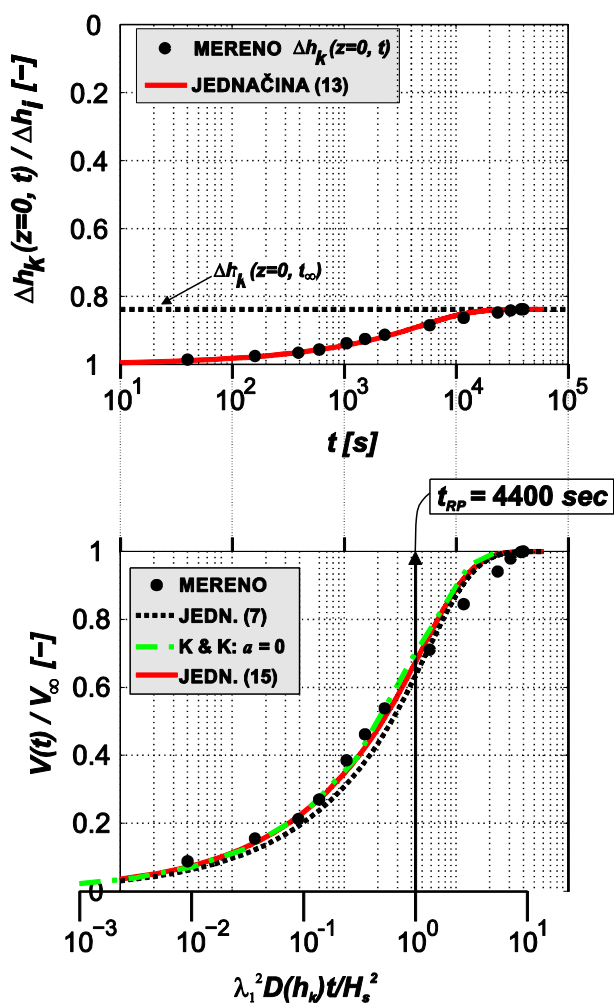
Na Slici 7 (gore) je prikazana promena $\Delta h_k(z=0, t)$ sračunata pomoću jednačine (8), dok su kružićima na Slici 7 (dole) predstavljene merene zapremine drenirane vode, u formi $V(t)/V_\infty$, prikupljene tokom prve skokovite promene $\Delta h_i = 0.185$ m. Imajući u vidu dimenzije uzorka ($H_s = 2.4 \times 10^{-2}$ m, $A = 3.85 \times 10^{-3}$ m²) i izmerenu vrednost $V_\infty = 1.48 \times 10^{-5}$ m³, lako se može sračunati odgovarajuća promena vlažnosti $\Delta \theta = V_\infty / (H_s A) = 0.16$, kao i nagib krive vlažnosti $C(h_k) = \Delta \theta / \Delta h_i = 0.86$ m⁻¹ u opsegu Δh_i . Da bi se odredila vrednost $K(h_k = 0.185$ m), rezultati dobijeni jednačinama (7) (isprekidana linija), (10) (puna linija) i Kunze i Kirkham-ovom grafičkom metodom (tačka crta linija) su poređeni sa eksperimentalnim rezultatima. S obzirom da se radi o izrazito niskoj vrednosti $h_k = 0.185$ m (veća vodoprovodljivost uzorka), za očekivati je da se



Slika 7. Supstrat zelenog krova - prva promena $\Delta h_i = 0.185$ m: gore – promena $\Delta h_k(z=0, t)$ sračunata pomoću jednačine (8); Dole – poređenje Gardner-ove (jednačina 7), Kunze i Kirkham-ove metode i jednačine (10) sa merenjima $V(t)$

Gardner-ovom metodom (jednačina 7) dobijaju precenjene vrednosti $V(t)$ (posebno za male vrednosti t), imajući u vidu da ova metoda ne uzima u obzir otpornost diska ($\Delta z_d = 5 \times 10^{-3}$ m, $K_d = 4.02 \times 10^{-8}$ m/s). S druge strane, metoda predložena u [16] (jednačina 10) i Kunze i Kirkham-ova grafička metoda pokazuju vrlo dobro slaganje sa eksperimentalnim podacima. Slično se može zaključiti i na osnovu sračunatih $K(h_k)$ za tri pomenute metode. U slučaju jednačine (7) $K(h_k = 0.185$ m) = 6.49×10^{-8} m/s, jednačine (10) $K(h_k = 0.185$ m) = 1.04×10^{-6} m/s, dok se na osnovu grafički određenih parametara Kunze i Kirkham-ove metode ($a = 10$, $\lambda_1 = 0.097$, $t_{RP} \approx 2750$ s) dobija vrednost $K(h_k = 0.185$ m) =

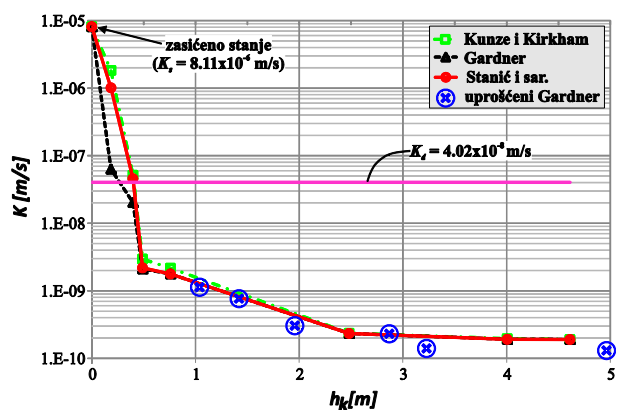
1.82×10^{-6} m/s. S obzirom da je vrednost K_d za skoro dva reda veličine manja od $K(h_k)$ vrednosti dobijenih jednačinom (10) i grafičkom metodom, dok je razlika daleko manja u slučaju jednačine (7), evidentno je da keramički disk stvara značajan otpor pri isticanju koji se ne može ignorisati.



Slika 8. Supstrat zelenog krova - četvrta promena $\Delta h_i = 0.321$ m, $\Delta h_k(z = 0, t_\infty) = 0.266$ m: gore – merena promena $\Delta h_k(z = 0, t)$; dole – poređenje Gardner-ove (jednačina 7), Kunze i Kirkham-ove metode i jednačine (15) sa merenjima $V(t)$

Na Slici 8 su prikazani rezultati isticanja pri četvrtoj skokovitoj promeni pri kojoj je koršćen sistem prikazan na Slici 4. Na Slici 8 (gore) je predstavljeno poređenje merenih vrednosti $\Delta h_k(z = 0, t)$ i rezultata dobijenih jednačinom (13), dok su rezultati isticanja prikazani na Slici 8 (dole). Za postizanje konačne vrednosti $h_k =$

0.755 m uzorak je inicijalno izložen $\Delta h_i = 0.321$ m, pri čemu je do dostizanja ravnotežnog stanja nivo u unutrašnjoj cevčici porastao za 17 % - $\Delta h_k(z = 0, t_\infty) = 0.266$. I u ovom slučaju eksperimentalni podaci su poređeni sa istim metodama, s tim da je umesto jednačine (10) korišćena jednačina (15) pomoću koje se na osnovu izmerene vrednosti $\Delta h_k(z = 0, t_\infty)$ sračunava $V(t)$. Rezultati prikazani na Slici 8 (dole) pokazuju da jednačina (15) obezbeđuje najbolje slaganje sa merenim $V(t)$, što je za očekivati imajući na umu da jedino ova metoda uzima u obzir opadajući kapilarni potencijal na dnu uzorka. Vrednost $K(h_k)$ dobijena ovom metodom je 1.79×10^{-9} m/s (ista vrednost se dobija i Gardner-ovom metodom), dok je vrednost $K(h_k) = 2.17 \times 10^{-9}$ m/s dobijena Kunze i Kirkham-ovom metodom.



Slika 9. Krive vodoprovodljivosti supstrata zelenog krova određene primenom metoda Gardner [5], Kunze i Kirkham [7] i Stanić et al. [16] na rezultate testa sa Slike 6

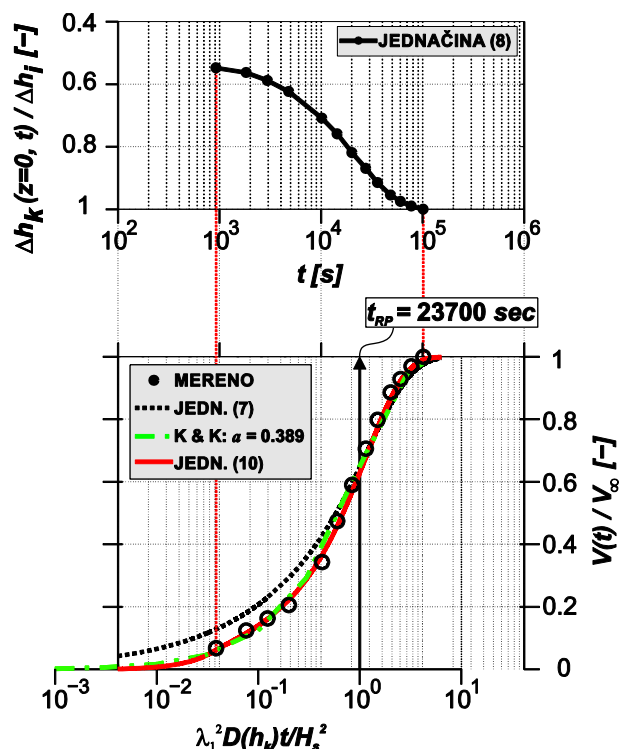
Na sličan način je urađena analiza isticanja za promene 2, 3, 8, 11 i 12, dok je za preostalih 6 promena, zbog tehničkih problema nastalih pri malim t , korišćena uprošćena forma Gardner-ove metode (vidi [5, 15, 16]) koja u obzir uzima samo isticanja pri većim t . Konačno, krive vodoprovodljivosti dobijene pomoću tri različite metode (Stanić et al. [16] – puna linija; Gardner [5] – isprekidana linija; Kunze i Kirkham [7] – tačka-crta linija) prikazane su na Slici 9. Očigledno je da metode prikazane u [16] i u [7] daju veoma slične rezultate, dok se značajnija odstupanja uočavaju kod Gardner-ove metode pri nižim h_k . Takođe, treba obratiti pažnju da su pri višim h_k vrednosti $K(h_k)$ dobijene jednačinom (15) gotovo identične vrednostima dobijenim jednačinom (7). Razlog tome je niska vlažnost uzorka koja utiče da se nivo vode u unutrašnjoj cevčici ne menja značajno u toku jednog koraka.

5.2. Slabo graduirani pesak i prašinstva glina [20]

U [20] je za određivanje hidrauličkih karakteristika korišćena drugačija aparatura. Umesto tehnikom „višeća kolona“ uzorci su izlagani kapilarnom potencijalu na taj način što se na gornju stranu uzorka dovodi vazduh pod pritiskom koji istiskuje vodu kroz donju stranu uzorka i kroz keramički disk. Iako manje precizna pri malim h_k , ova tehnika omogućava izlaganje kapilarnim potencijalima mnogo većim od 10 m. Takođe, u [20] je korišćen nesvakidašnji „Multistep outflow“ test koji se sastoji od samo dve skokovite promene od kojih je prva mala (reda veličine par desetina cm), a druga izuzetno velika (par desetina m). S obzirom da sve prikazane analitičke metode podrazumevaju konstantu difuziju duž koraka Δh_i , što je opravdano samo ukoliko su koraci sitni (malo Δh_i), tri metode analizirane u ovom radu su poređene samo sa merenjima isticanja prikupljenim tokom prvog koraka testa. Keramički kamen korišćen u ovom testu je debljine $\Delta z_d = 3.2 \times 10^{-3}$ m, vodoprovodljivosti $K_d = 2.5 \times 10^{-9}$ m/s, a ostaje zasićen za kapilarne potencijale manje od 30 m.

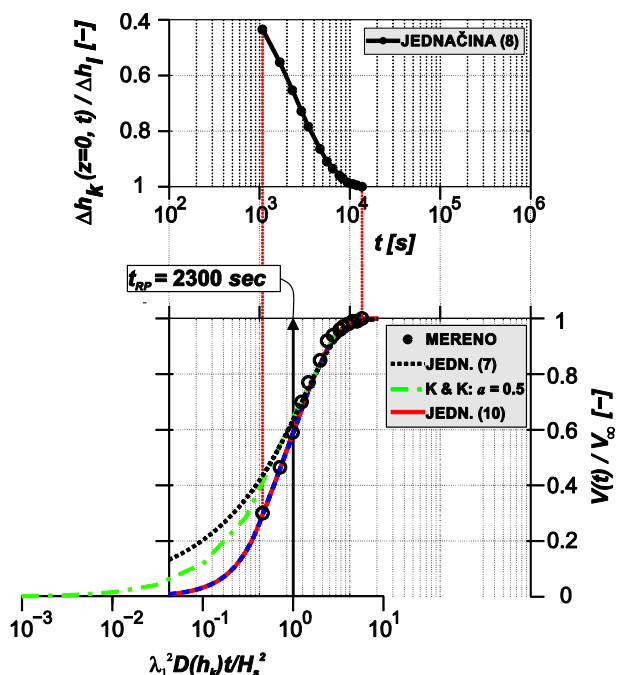
U slučaju slabo graduiranog peska, uzorak debljine $H_s = 2.67 \times 10^{-2}$ m i površine poprečnog preseka $A = 2.89 \times 10^{-3}$ m² izložen je promeni kapilarnog potencijala $\Delta h_i = 0.2$ m pri čemu se vlažnost smanji za $\Delta \theta = 0.06$. Detaljna merenja $V(t)$, kao i poređenje sa jednačinama (7), (10) i grafičkom metodom, prikazani su na Slici 10. Kao i u slučaju supstrata zelenog krova, evidentno je da jednačina (10) i grafička metoda bolje opisuju eksperimentalne podatke od Gardner-ove metode (jednačina 7). Međutim, imajući u vidu da Gardner-ova metoda ne pokazuje značajnija odstupanja od merenih vrednosti, može se zaključiti da otpornost keramičkog diska u ovom slučaju nije toliko izražena. Sličan zaključak se izvodi i poređenjem dobijenih $K(h_k)$ vrednosti (3×10^{-9} , 5.4×10^{-9} i 6.9×10^{-9} , za jednačine 7, 10 i grafičku metodu) sa vrednošću K_d , gde se vidi da sve tri metode daju vrednosti bliske K_d .

Ista aparatura, uključujući i keramički disk, korišćena je za ispitivanje vodoprovodljivosti prašinstva gline, pri čemu je uzorak ($H_s = 2.41 \times 10^{-2}$ m) prvo izložen promeni $\Delta h_i = 0.2$ m pri kojoj je drenirano $V_\infty = 1 \times 10^{-6}$ m³ vode. Za razliku od prethodna dva zemljišta, u ovom slučaju Gardner-ova, pa čak i Kunze i Kirkham-ova metoda pokazuju određena odstupanja od merenja pri malim vrednostima t , dok jednačina (10) pokazuje odlično



Slika 10. Prašinstva glina - prva promena $\Delta h_i = 0.20$ m: gore – promena $\Delta h_k(z = 0, t)$ sračunata pomoću jednačine (8); Dole – poređenje Gardner-ove (jednačina 7), Kunze i Kirkham-ove metode i jednačine (10) sa merenjima $V(t)$

slaganje. Iako je pomenuta grafička metoda razvijena sa ciljem da uzima u obzir uticaj slabo propusnog keramičkog diska, njena pouzdanost opada za značajnije otpornosti jer se teoretske krive za visoke vrednosti a gotovo preklapaju, što otežava odabir odgovarajuće krive. Pogrešan odabir vrednosti a može uticati da se $K(h_k)$ promeni za čak 2 reda veličine (vidi [16] za više detalja). Imajući to u vidu, parametri usvojeni/određeni u ovom slučaju ($a = 0.5$, $\lambda_1^2 = 1.16$, $t_{RP} = 2300$ s) daju vrednost $K(h_k) = 1.6 \times 10^{-8}$ m/s, dok su vrednosti dobijene jednačinama (7) i (10), $K(h_k) = 5.6 \times 10^{-9}$ m/s i $K(h_k) = 3.5 \times 10^{-8}$ m/s. Poređenjem dobijenih $K(h_k)$ vrednosti sa vrednošću K_d , može se zaključiti da disk stvara značajniji otpor pri isticanju s obzirom da su razlike između dve vodoprovodljivosti oko jedan red veličine u slučaju jednačine (10) i grafičke metode.



Slika 11. Slabo graduirani pesak - prva promena $\Delta h_i = 0.20$ m: gore – promena $\Delta h_k(z=0, t)$ sračunata pomoću jednačine (8); Dole – poređenje Gardner-ove (jednačina 7), Kunze i Kirkham-ove metode i jednačine (10) sa merenjima $V(t)$

6. ZAKLJUČAK

Akcent u ovom radu je na inverznim analitičkim metodama za određivanje vodoprovodljivosti zemljišta u nezasićenim uslovima, sa posebnim osvrtom na dve nove metode [16]. Analitičke metode većinski koriste detaljna merenja isticanja nastala kao rezultat izlaganja uzorka skokovitim promenama kapilarnog potencijala ("Multistep outflow" test). Analizom podataka prikupljenih tokom svake od pomenutih skokovityh promena moguće je odrediti vrednost vodoprovodljivosti za vrednost kapilarnog potencijala kojoj je uzorak izložen. Na taj način se štedi na vremenu i opremi imajući u vidu da se na osnovu jednog testa određuju i kriva vlažnosti i kriva vodoprovodljivosti. Problem analitičkih metoda je taj što se u određenim zonama kapilarnih potencijala, pri korišćenju određenih eksperimentalnih aparatura, stvaraju posebni granični uslovi koji se moraju uzeti u obzir. Dve nove analitičke metode analizirane u ovom radu na jednostavan način uzimaju u obzir dva granična uslova koja se neretko javljaju tokom "Multistep outflow" testa:

- 1) Otpornost pri isticanju vode iz uzorka nastala kao posledica prisustva slabopropusnog keramičkog diska (pri niskim kapilarnim potencijalima).
- 2) Opadajući kapilarni potencijal nastao kao posledica prikupljanja drenirane vode u cevčici povezanoj sa dnom uzorka (pri visokim kapilarnim potencijalima).

Da bi se valorizovale, predstavljene metode primenjene su na merene rezultate isticanja prikupljene za tri različita zemljišta: supstrat zelenog krova, prašinstu glinu i slabo graduirani pesak. U slučaju supstrata zelenog krova dve pomenute metode su korišćene za 13 skokovityh promena, što je rezultiralo krivom vodoprovodljivosti za taj materijal. Poređenja radi, isti eksperimentalni podaci analizirani su Gardner-ovom i Kunze i Kirkham-ovom metodom, čime je pokazano da nove metode pouzdano računavaju gore pomenute granične uslove. U slučaju prašinste gline i slabo graduiranog peska, zbog specifičnosti testa i aparature koja je korišćena, analizirani su samo rezultati isticanja tokom prve skokovite promene kapilarnog potencijala, i to novom metodom koja u obzir uzima otpornost koju stvara disk. Poređenjem dobijenih rezultata sa Kunze i Kirkham-ovom grafičkom metodom zaključeno je da je nova metoda daje pouzdanije rezultate pri značajnijim otpornostima diska, imajući u vidu veliku dozu subjektivnosti kod pomenute grafičke metode koja može značajno uticati na rezultate.

LITERATURA

- [1] Buckingham, E.: Studies on the Movement of Soil Moisture, U. S. Department of Agriculture, Bureau of Soils, Bulletin 38. Washington, DC, 1907.
- [2] Corey, A.T.: Measurement of Water and Air Permeability in Unsaturated Soil, Soil Science Society of America Journal, 21(1), 1957.
- [3] Durner W. and S. C. Iden: Extended multistep outflow method for the accurate determination of soil hydraulic properties near water saturation, Water Resources Research, 47, 2011.
- [4] Eching S. O., J. W. Hopmans and O. Wendroth: Unsaturated Hydraulic Conductivity from Transient Multistep Outflow and Soil Water Pressure Data, Soil Science Society of America Journal, 58, 1994.

- [5] Gardner, W. R.: Calculation of Capillary Conductivity from Pressure Plate Outflow Data, *Soil Science Society Proceeding*, 20, 1956.
- [6] Hantush, M. S.: *Hydraulics of Wells*, *Advances in Hydroscience* (ISSN: 0065-2768, Vol. 1, pp. 281-432), New Mexico Institute of Mining and Technology, Socorro, New Mexico.
- [7] Kunze R. J. and D. Kirkham: Simplified Accounting for membrane impedance in Capillary Conductivity Determinations, *Soil Science Society of America Proceeding*, 26, 1962.
- [8] Klute, A.: The Determination of the Hydraulic Conductivity and Diffusivity of Unsaturated Soils, *Soil Science*, 113(4), 1972.
- [9] Miller E. and D. Elrick: Dynamic determination of capillary conductivity extended for non-negligible membrane impedance, *Soil Science Society of America Proceeding*, 22, 1958.
- [10] Mualem, Y.: A New Model for Predicting the Hydraulic Conductivity of Unsaturated Porous Media, *Water Resources Research*, 12(3), 1976.
- [11] Nasta P., S. Huynh, J. W. Hopmans: Simplified Multistep Outflow Method to Estimate Unsaturated Hydraulic Function for Coarse Texted Soils, *Soil Science Society of America Journal*, 75, 2011.
- [12] Olsen H. W., R. W. Nichols and T. L. Rice: Low Gradient Permeability Methods in a Triaxial System, *Géotechnique*, 35(2), 1985.
- [13] Richards, L. A: Capillary conduction of liquids through porous media, *Physics*, 1, 1931.
- [14] Stanić F., N. Jaćimović, A. Randelović and J. Despotović: Laboratory investigation of hydraulic characteristics of fly ash as a fill material from the aspects of pollutant transport, *Water Science and Technology*, 76(4), 2017.
- [15] Stanić F., Y.-J. Cui, P. Delage, E. De Laure, P.-A. Versini, D. Schertzer and I. Tchiguirinskaia: A device for the simultaneous determination of the water retention properties and the hydraulic conductivity function of an unsaturated coarse material; application to a green-roof volcanic substrate, *Geotechnical Testing Journal*, 2019.
- [16] Stanić F., P. Delage, Y.-J. Cui, E. De Laure, P.-A. Versini, D. Schertzer and I. Tchiguirinskaia: Two improvements to Gardner's method of measuring the hydraulic conductivity of nonsaturated media: Accounting for impedance effects and nonconstant imposed suction increment, *Water Resources Research*, 56, 2020.
- [17] Terzaghi K. and O. K. Fröhlich: *Theorie der Setzung von Tonschichten*, Wien, Franz Deuticke: Leipzig, 1936.
- [18] van Dam J. C., J. N. M. Stricker and P. Droogers: Inverse Method to Determine Soil Hydraulic Functions from Multistep Outflow Experiments, *Soil Science Society of America Journal*, 58, 1994.
- [19] Versini P.-A., F. Stanić, A. Gires, D. Schertzer and I. Tchiguirinskaia: Measurements of the water balance components of a large green roof in the greater Paris area, *Earth System Science Data*, 12, 2020.
- [20] Wayllace A. and N. Lu: A transient Water Release and Imbibitions Method for Rapidly Measuring Wetting and Drying Soil Water Retention and Hydraulic Conductivity Functions, *Geotechnical Testing Journal*, 35(1), 2011.

AN INOVATIVE METHODOLOGY FOR EXPERIMENTAL DETERMINATION OF THE HYDRAULIC CONDUCTIVITY OF UNSATURATED SOILS

by

Filip STANIĆ
Faculty of Civil Engineering, Belgrade
Pierre DELAGE, Yu-Jun CUI
Ecole des Ponts ParisTech

Summary

Measuring of the hydraulic conductivity in unsaturated conditions is much more complicated and more technically demanding compared to measuring of the water retention curve. Therefore, inverse methods that use outflow measurements collected during the determination of the water retention curve are often used for determination of the hydraulic conductivity curve. Hence, both hydraulic properties curves are determined with a single test, saving that way both time and finances (equipment). Different types of inverse methods can be found in the literature. Nowadays, the most represented ones are numerical methods, while the fundamental analytical methods are totally ignored. The goal of this work is to introduce improved analytical

methods, based on the well-known Gardner's method, that are convenient for application but also more reliable than the existing inverse methods. For validation purposes, these methods have been tested on different soil types, while the results obtained are compared with the existing analytical methods. It has been shown the presented methodology is more reliable and simpler for application not only compared to the existing analytical methods, but also compared to the numerical methods that provide the optimized parametric function instead of the experimental hydraulic conductivity curve.

Key words: unsaturated media, hydraulic conductivity, Gardner's method

Redigovano 14.11.2020.