

PD



17315



300117520

COBISS ©

Univerzitet u Beogradu
Građevinski fakultet
Odsek za geodeziju

mr Siniša T. Delčev, dipl. geod. inž.

**POSTOJEĆA DRŽAVNA TRIGONOMETRIJSKA
MREŽA SRJ U SVETLU SAVREMENIH ZAHTEVA**

Doktorska disertacija

Beograd, 2001.

7A 17315

**UNIVERZITET U BEOGRADU
GRAĐEVINSKI FAKULTET
ODSEK ZA GEODEZIJU**

mr Siniša T. Delčev, dipl. geod. inž.

**POSTOJEĆA DRŽAVNA TRIGONOMETRIJSKA MREŽA SRJ U
SVETLU SAVREMENIH ZAHTEVA**

- Doktorska disertacija, rad ima 109 strana -

· BEOGRAD, 2001.

Mentor: Prof. dr Natalija Bratuljević, dipl. geod. inž.
Građevinski fakultet, Beograd

Datum odbrane: _____

Datum promocije: _____

POSTOJEĆA DRŽAVNA TRIGONOMETRIJSKA MREŽA SRJ U SVETLU SAVREMENIH ZAHTEVA

APSTRAKT

Doktorska disertacija bavi se problemom izrade geodetskih referentnih horizontalnih mreža. Postojeće referente mreže: Trigonometrijska mreža 1. reda (TM1) i Astrogeodetska mreža (AGM) stvarane su početkom XX veka i čine osnovu za premer. Savremene merne tehnologije i mogućnosti obrade omogućavaju da se izvrši dijagnoza mreža radi povezivanja u savremeni geodetski referentni koordinatni okvir (*frame*) u skladu sa novim zahtevima. Postojeće mreže će iz ekonomskih razloga biti održavane dugi niz godina, ali se moraju preraditi u skladu sa savremenim zahtevima.

U uvodnim poglavljima prikazane su teorijske postavke geodetskih horizontalnih mreža u dvodimenzionalnom (*2D*) modelu.

Postojeća merenja u TM1, AGM i EUREF pružila su mogućnost da se horizontalne mreže obrade na savremen način u *2D* modelu u sistemu WGS84. Za strogu obradu u *2D* modelu analizirana je tačnost parametara za redukciju merenih uglova, dužina, azimuta i GPS vektora sa fizičke površi Zemlje na elipsoid. Iz analize je zaključeno da je uticaj odstupanja vertikalna i elipsoidnih visina i visinskih razlika dominantan i da njihovom određivanju treba posvetiti posebnu pažnju. Odstupanja vertikalna određena su na dva načina: astrogeodetskom i gravimetrijskom metodom.

TM1 i AGM su izravnate u *2D* modelu u klasičnom geodetskom Datumu u više modela. Model sa najboljim pokazateljima tačnosti povezan je u ETRF fiksiranjem EUREF tačaka. Primenom test statistika zaključeno je da pojedni rezultati merenja (6-8 azimuta, izlazne strane Prizrenske, Osiječke i Senćanske osnovičke mreže i jedna dužina merena daljinomerom) sadrže grube greške.

Rezultati izravnjanja upoređeni su i analizirani. Iz razlika koordinata tačaka i dužina definitivnog modela i TM1 zaključeno je da postojeća mreža ima distorzija, neujednačenu razmeru i pogrešnu orijentaciju.

U zaključnim razmatranjima prikazani su karakteristični podaci iz analize najpovoljnijeg modela mreže, vektori razlika koordinata i dati predlozi za dalje korišćenje: određivanje transformacionih parametara, dijagnozu mreža nižih redova i određivanje savremenih pomeranja zemljine kore

KLJUČNE REČI:

referentne mreže, horizontalne mreže, referentni sistemi, analiza i ocena tačnosti, redukcija, odstupanje vertikalne, elipsoidne visine, datumaska transformacija.

THE EXISTING NATIONAL TRIGONOMETRIC NETWORK OF SRJ IN THE LIGHT OF THE MODERN DEMANDS

SUMMARY

The dissertation is dealing with reference horizontal geodetic networks design problem. The existing Reference networks of the 1. order (TM1) and Asterogeodetic network (AGM) has been created in the beginning of XX century and make the basis for measurements. The modern technologies and new methods give the possibilities for network diagnostics for the purpose of connection in a modern reference geodetic coordinate frame according to up to date requirements. The existing networks have to be maintained because of the economy reasons in the future period, but they also need to be adopted to modern requirements.

In the introduction chapters, theoretical postulates for horizontal geodetic networks in two-dimensional (*2D*) model are given.

The performed measurements in TM1, AGM and EUREF gave the possibilities for a modern treatment in model *2D* system WGS84. For a strict treatment in model *2D*, the accuracy of the parameters for reduction of angles, lengths, azimuth and GPS vector from the physical Earth surface on ellipsoid have been analyzed. From these analyzes it has been concluded that the influence of deflection of verticals and ellipsoidal highs and highs differences have been dominant and deserved an extra attention. Deflections of verticals are determinate at two modes that are compare.

TM1 and AGM have been adjusted in *2D* model of classical geodetic Datum in several models. The model with best accuracy performances has been connected into ETRF by fixing of EUREF points. Using statistical testing method it has been concluded that some of the measuring results (azimuth 6-8, outside parts of Prizren, Osjek, Sencan basically networks and one length measured with length meter) have shown serious errors.

The results have been analyzed and compared. From the comparison of coordinates and length of TM1, it has been concluded that the existing network had great distortion and different ratios.

In the conclusion, the results of the best model of network, the vector of different of the coordinates and another proposal for further exploitation - the determination of parameter of transformation and reformation of orientation and proportion of network have been given. In this way arranged data will be utilized for determination of recent crustal movements.

KEYWORDS:

reference networks, horizontal networks, reference systems, analysis and evaluation of precision, reduction, deflection of the vertical, ellipsoidal heights, datum transformation.

PREDGOVOR

Početak izrade trigonometrijske mreže SFRJ seže do pred kraj XIX veka kada su razvijeni lanci trouglova na teritorijama koje su bile pod vlašću Austro-Ugarske monarhije u klasičnom geodetskom Datumu definisanim tačkom *Hermanskogel* i sa parametrima elipsoida *Bessel-a*. Na osnovi tih lanaca u periodu od 1900. do 1948. godine razvijena je Trigonometrijska mreža 1. reda (TM1) na elipsoidu *Bessel-a* u različitim Datumima, definisanim koordinatama tačaka iz različitih epoha. Koordinate TM1 još uvek su u upotrebi. Redukcija merenja izvršena je bez poznavanja odstupanja vertikalna i elipsoidnih visina.

Početakom 50-tih godina XX veka pristupilo se realizaciji Astrogeodetske mreže (AGM). U periodu od 1952. do 1969. godine izvedena su uglovna merenja na svim tačkama mreže, izmerene nove osnovice i osnovičke mreže i pojedine dužine radio-daljinomerom. Mreža nije završena - merenja nisu redukovana i nije izravnata. Odstupanja vertikalna i elipsoidne visine nisu određene. Od 1974. do 1976. godine izmerene su pojedine dužine laserskim daljinomerom.

Od 1989. godine počela je realizacija projekta izrade EUREF (*European Reference Frame*). U periodu od 1994. do 1998. godine radi povezivanja u EUREF realizovana su GPS opažanja u Jugoslaviji (u Hrvatskoj 1994., Makedoniji 1996. i SR Jugoslaviji 1998. godine).

Terestrička, astronomska i GPS merenja pružila su mogućnost da se TM1 i AGM obrade na savremen način. Ideja je bila da se mreže realizuju u Svetskom geodetskom sistemu WGS84 u dvo-dimenzionalnom modelu.

Doktorska disertacija je podeljena na deset poglavlja.

U uvodnom poglavlju je dat istorijski prikaz trigonometrijskih, astrogeodetskih i referentnih horizontalnih mreža u svetu i Jugoslaviji.

U drugom poglavlju su prikazane teorijske osnove trigonometrijskih i referentnih horizontalnih mreža - koordinatni sistemi, transformacija koordinata, horizontalni datum, geodetski referentni sistemi, redukcija merenja sa fizičke površi Zemlje na elipsoid i matematički, funkcionalni i stohastički model obrade referentnih mreža na elipsoidu u dvo-dimenzionalnom modelu.

Treće poglavlje posvećeno je problemu određivanja parametara za redukciju merenja sa fizičke površi Zemlje na elipsoid. Prikazano je: metoda trigonometrijskog nivelmana, fizičke visine i astrogeodetska, gravimetrijska i astro-gravimetrijska metoda određivanja odstupanja vertikalna.

Istorijski prikaz trigonometrijskih i referentnih horizontalnih mreža u svetu i Jugoslaviji dat je u četvrtom poglavlju.

Peto poglavlje posvećeno je analizi i oceni tačnosti parametara potrebnih za redukciju merenih pravaca, dužina, azimuta i GPS vektora sa fizičke površi Zemlje na elipsoid.

U šestom poglavlju određeni su svi potrebni redukcionni parametri: odstupanja vertikalna, elipsoidne visine, elipsoidne visinske razlike, zenitska odstojanja... sa odgovarajućom tačnošću.

Kratak opis korišćenog programskog paketa za izravnanje mreža i određivanje dužina izlaznih strana iz osnovičkih mreža prikazani su u sedmom poglavlju..

Osmo poglavlje sadrži više modela izravnanja horizontalnih mreža Jugoslavije. Za modele prikazani su tabelarno karakteristični podaci izravnanja i ocena tačnosti.

U devetom poglavlju tabelarno i grafički je prikazano upoređenje razlika koordinata i dužina pojedinih modela izravnanja sa koordinatama u upotrebi - TM1 i dati odgovarajući zaključci.

Podaci analiza, najpovoljnijeg modela mreže i predlozi za dalje korišćenje prikazani su u desetom poglavlju.

SADRŽAJ:

1.	UVOD.....	1
2.	TEORIJSKE OSNOVE HORIZONTALNIH MREŽA.....	4
2.1.	Koordinatni sistemi.....	5
2.1.1.	Terestrički koordinatni sistemi.....	5
2.1.2.	Transformacije koordinata.....	5
2.2.	Horizontalni datum.....	8
2.3.	Geodetski referentni sistemi.....	9
2.4.	Redukcija merenja sa fizičke površi Zemlje na elipsoid.....	13
2.4.1.	Pravci.....	13
2.4.2.	Azimuti.....	14
2.4.3.	Zenitska odstojanja.....	14
2.4.4.	Dužine.....	14
2.5.	Matematički model.....	15
2.6.	Funkcionalni i stohastički model.....	16
3.	POSTUPCI ODREĐIVANJA REDUKCIONIH PARAMETARA.....	20
3.1.	Elipsoidne visine i visinske razlike.....	20
3.1.1.	Trigonometrijski nivelman.....	21
3.1.2.	Fizičke visine.....	22
3.2.	Odstupanja vertikalna.....	22
3.2.1.	Astrogeodetska metoda.....	23
3.2.2.	Gravimetrijske metode.....	23
3.2.2.1.	<i>Vening Meinesz</i> -ove jednačine.....	23
3.2.2.2.	Geopotencijalni modeli.....	26
3.2.2.3.	Kombinacija geopotencijalnih modela, lokalnog gravimetrijskog premera i indirektnog topografskog efekta.....	27
3.2.3.	Astro-gravimetrijska metoda.....	28
4.	TRIGONOMETRIJSKE I REFERENTNE HORIZONTALNE MREŽE.....	30
4.1.	Evropske mreže.....	30
4.2.	Mreže Jugoslavije.....	32
4.2.1.	Trigonometrijska mreža 1. reda (TM1).....	33
4.2.1.1.	Trigonometrijska mreža Srbije, Crne Gore i Makedonije (TMS).....	34
4.2.1.2.	Mreža Vojvodine, Srema i dela Bosne (TMV).....	36
4.2.1.3.	Mreža Crne Gore (TMC).....	37
4.2.2.	Astrogeodetska mreža (AGM).....	38
4.2.3.	EUREF.....	40
5.	ANALIZA I OCENA TAČNOSTI REDUKCIONIH PARAMETARA.....	43
5.1.	Opažački materijal.....	43
5.1.1.	Pravci.....	43
5.1.2.	Uglovi.....	43
5.1.3.	Dužine.....	44

5.1.4.	Astronomska određivanja	45
5.2.	Redukcija pravaca.....	46
5.3.	Redukcija dužina.....	49
5.4.	Redukcija azimuta.....	52
6.	ODREĐIVANJE REDUKCIONIH PARAMETARA I REDUKCIJA MERENJA SA FIZIČKE POVRŠI ZEMLJE NA GEE ELIPSOID	54
6.1.	Uglovna merenja	54
6.1.1.	Određivanje privremenih koordinata tačaka u sistemu WGS84	54
6.1.2.	Određivanje odstupanja vertikala	55
6.1.2.1.	Astrogeodetska metoda.....	56
6.1.2.2.	Gravimetrijska metoda.....	57
6.1.2.3.	Astro-gravimetrijska metoda.....	62
6.1.3.	Određivanje zenitskih odstojanja	64
6.1.4.	Redukcija merenih pravaca i uglova.....	65
6.2.	Dužine	66
6.3.	Astronomske azimuti	67
7.	ODREĐIVANJE DUŽINA IZLAZNIH STRANA OSNOVIČKIH MREŽA.....	68
7.1.	Opis programskog paketa <i>GPSurvey</i>	68
7.2.	Određivanje dužina	70
8.	DIJAGNOSTIČKO IZRAVNANJE HORIZONTALNIH MREŽA.....	72
8.1.	Trigonometrijska mreža 1. reda (TM1S) - epoha 1904.-1946.	72
8.1.1.	Model <i>T1</i>	73
8.1.2.	Model <i>T2</i>	74
8.1.3.	Model <i>T3</i>	76
8.1.4.	Model <i>T4</i>	77
8.2.	Astro-geodetska mreža (AGMS) - epoha 1955.-1962.	80
8.2.1.	Model <i>A1</i>	82
8.2.2.	Model <i>A2</i>	82
8.2.3.	Model <i>A3</i>	83
8.2.4.	Model <i>A4</i>	83
8.3.	Fiksirane EUREF tačke.....	86
9.	ANALIZA DIJAGNOSTIČKOG IZRAVNANJA.....	89
9.1.	Razlike koordinata zajedničkih tačaka TM1S i AGMS.....	89
9.2.	Razlike koordinata TM1S i TM1	90
9.3.	Razlike koordinata i dužina AGMS i TM1.....	92
9.4.	Upoređenje modeli <i>AE</i> i TM1.....	95
10.	ZAKLJUČNA RAZMATRANJA.....	97
	Literatura:	103
	Popis oznaka i kratica:	107

1. UVOD

Geodetske mreže su skup reprezentativnih stabilizovanih tačaka čiji su položaji određeni u izabranom koordinatnom sistemu. Tradicionalno, geodetske mreže, u zavisnosti od toga kako su položaji pojedinih tačaka definisani, spadaju u jednu od tri kategorije. Mreža tačaka definisanih samo jednom koordinatom "visinom iznad nivoa mora" H , poznate su kao geodetske *visinske* ili vertikalne mreže. Mreža tačaka sa poznatim horizontalnim položajima, npr. širinom B i dužinom L , zovu se *horizontalne* mreže. Razlozi za podjelu na horizontalne i visinske mreže uglavnom su istorijski. U prošlosti je bilo lakše i ekonomičnije određivati horizontalne i visinske položaje odvojeno. Određivani su različitim vrstama terenskih merenja, a osim jedni na druge su uticali veoma slabo: bilo je dovoljno približno poznavati visine tačaka za redukciju merenja sa fizičke površi Zemlje na elipsoid i približno poznavati horizontalni položaj tačaka (repera) za obračunavanje uticaja polja zemljine sile teže. Konačno, mreže tačaka određenih sa tri koordinate zovu se *tro-dimenzionalne* mreže. Pojavom savremenih memnih tehnologija, a posebno globalnog pozicionog sistema (*Global Positionig System - GPS*), stvorena je mogućnost spajanja horizontalnih i visinskih mreža i izrada savremenih tro-dimenzionalnih mreža /VANIČEK & KRAKIWSKY, 1980/.

Geodetske horizontalne mreže se sastoje od stabilizovanih tačaka čije su geodetske koordinate B i L poznate. Koordinate se odnose na *referenc elipsoid* koji se naziva *horizontalnim geodetskim Datumom*. Horizontalni položaji mogu biti dati i u bilo kojem drugom dvo-dimenzionalnom koordinatnom sistemu. Horizontalne mreže predatavljaju primer primene metode relativnog pozicioniranja. Tačnost apsolutnih položaja je neizbežno lošija od tačnosti realtivnih položaja i smanjuje se sa povećanjem rastojanja od unapred izabranog početka mreže.

Merenja kojima su postavljene osnove horizontalnih mreža izveo je holanđanin *Snellius* stvorivši triangulaciju trigonometrijski tačno sračunatu u kojoj su mereni uglovi do na nekoliko minuta. Dao je osnove merenja meridijanskog luka uvodeći u svoju triangulaciju, prilikom merenja 1615. godine, kratku ali direktno merenu osnovicu.

Prva geodetska merenja za određivanje dužine luka meridijana na naučnim osnovama, koje je Pariska akademija nauka poverila astronomu *Piccard-u*, izvršena su 1670. godine. Prilikom merenja prvi put je upotrebljen durbin sa koncima, a korišćena je i osnovica duga 11km (slika 2.1) merena komparisanim drvenim letvama. Iz ovih merenja koja su nastavili *Lahire* i *Cassini* proizašlo je da je Zemlja spljoštena na ekvatoru, što je bilo u suprotnosti sa *Newton-ovom* teorijom gravitacije (1687. godine) koja je dokazivala da je Zemlja spljoštena na polovima. Zbog toga je Francuska akademija nauka organizovala od 1735. do 1743. godine dve ekspedicije za merenje dva meridijanska luka na osnovu kojih bi se sračunale odgovarajuće razlike latituda. Jedno merenje izvršeno je u Peruu, u blizinu ekvatora, a drugo u Laplandiji, blizu Severnog pola. Rezultati ekspedicija potvrdili su *Newton-ovu* teoriju.

Radovi *Snellius-a*, *Piccard-a*, i francuskih ekspedicija pokazali su da su terestrička merenja, uglova i ponekih dužina, prema ideji prikazanoj na slici 2.1, pogodna za relativno horizontalno pozicioniranje tačaka. Instrumenti potrebni za merenje, teodoliti i poluge i žice, postali su tačniji i jednostavniji za rad tako da su horizontalne (trigonometrijske) mreže čije su pozicije tačaka dobijene iz terestričkih merenja počele da se razvijaju u svim delovima Evrope. Mreže su razvijane u *klasičnom geodetskom Datumu* u kojem je referenc elipsoid pozicioniran u odnosu na Zemlju u fundamentalnoj tački. Kako je svaka država koristila različite referenc elipsoide i pozicionirala ih u fundamentalnoj tački na svojoj teritoriji, povezivanje nacionalnih triangulacija bilo je gotovo nemoguće.

Astronomska opažanja u XIX veku nisu korišćena za razvijanje mreža već za definisanje Datuma i određivanje *odstupanja vertikalna*.

Laplace, Gauss i *Bessel* su dokazali da je pretpostavka elipsoidnog modela Zemlje neodrživa kod opažanja visoke tačnosti jer se ne mogu zanemariti odstupanja vertikalna od elipsoidnih normala pa *Helmert* prelazi na novu koncepciju izrade trigonometrijskih mreža - *astrogeodetske mreže*. Prilikom obrade ruske triangulacije, koja zahvata veliko prostranstvo, uglovi su redukovani na elipsoid uzimajući u obzir odstupanja vertikalna. Određivanje odstupanja vertikalna iz astronomskih merenja nije bilo prihvatljivo pa je primenjena teorija *Молоденск(ий)*-og - odstupanja vertikalna su određena iz kombinacije astronomskih i gravimetrijskih podataka. Ovo je prva referentna horizontalna mreža realizovana u dvo-dimenzionalnom modelu u kojoj su odstupanja vertikalna određena za sve tačke /VANIČEK & KRAKIVSKY, 1980/.

Od kraja šezdesetih godina XX veka su pored klasičnih opažackih postupaka počele da se primenjuju i nove merne metode: terestričke i vanterestričke. U prvoj grupi su inercijalni sistemi, žiroteodoliti, radiogeodetski sistemi, interferometrija... Drugoj grupi pripadaju radiointerferometrija i opažanja zemljinih prirodnih i veštačkih satelita: laserska merenja do satelita *SLR (Satellite Laser Ranging)* i Meseca, metoda dugobazisne radio-interferometrije *VLBI (Very Long Baseline Interferometry)* i satelitsko pozicioniranje.

Najznačajnija i najčešće upotrebljavana metoda u poslednjim decenijama je satelitsko pozicioniranje koje je počelo da se primenjuje 1969. godine preko *NNS (Navy Navigation Satellite System)*, a od sedamdesetih godina i GPS. Osnovno pitanje je postalo izrada modela za zajedničku obradu terestričkih i satelitskih opažanja jer će klasične, terestričke, geodetske merne metode biti u upotrebi još dugi niz godina. Metoda GPS opažanja omogućava da se geodetske mreže razvijaju u tro-dimenzionalnom modelu u jedinstvenom svetskom koordinatnom sistemu *WGS84 (World Geodetic System 84)* kome je pridružen elipsoid sa definisanim geometrijskim i fizičkim parametrima. Problem koji se javlja prilikom spajanja terestričkih i satelitskih merenja je što postojeće referentne terestričke mreže nemaju dovoljno tačne elipsoidne visine.

Poslednjih decenija u svetu su učinjeni veliki naponi da se postojeće referentne geodetske mreže prerade u skladu sa novim konceptima i korišćenjem novih mernih metoda. Međutim, stanje se nije moglo promeniti iz dva razloga. Prvi je zato što nije bilo moguće odvojeno razvijene horizontalne i visinske mreže spojiti u jedno tro-dimenzionalno rešenje, a drugi da postojeće mreže, iz čisto ekonomskih razloga (postojeći premer), treba da budu održavane još dugi niz godina.

Još 1821. godine na početku merenja *Hannover-ske* triangulacije *Gauss* je izrazio svoju nameru da mrežu spoji sa mrežama susednih zemalja i tako uspostavi međunarodnu saradnju. Inicijativom pruskog generala *Baeyer*-a 1862. godine u *Berlin*-u je osnovana Međunarodna geodetska asocijacija sa ciljem da se ostvari organizovana saradnja na povezivanju mreža. Posle I svetskog rata, 1919. godine, asocijacija je raspuštena i formirana Međunarodna geodetska i geofizička unija (*International Union of Geodesy and Geophysics - IUGG*). IUGG je imala šest, a kasnije sedam, sekcija, od kojih je jedna bila za geodeziju. Na V kongresu 1933. godine sekcije su prerasle u asocijacije, pa je tako formirana Međunarodna asocijacija za geodeziju (*International Association of Geodesy - IAG*).

Rad na stvaranju trigonometrijske mreže 1. reda (TM1) počeo je 1872. godine odgovarajućim radovima Vojno Geografskog Instituta (*MGI - Militar Geographischen Institutes*) iz Beča na stvaranju triangulacije 1. reda za Austro-Ugarsku. Mreža je razvijena na osnovi lanaca trouglova MGI po delovima. U svakom delu mreže Datum je definisan preko koordinata tačaka iz lanaca MGI ili

prethodno izravnatih delova i parametrima elipsoida *Bessel*-a iz 1841. godine. Osnovne merene veličine su bili pravci koji su redukovani sa fizičke površi Zemlje na *Bessel*-ov elipsoid bez poznavanja odstupanja vertikalala. *Laplace*-ovi azimuti nisu korišćeni. Razmera mreže definisana je izlaznim stranama osnovičkih mreža u kojima su merene dužine osnovica invarskim žicama i pravci. U osnovičkim mrežama merene vrednosti redukovane su sa fizičke površi Zemlje na elipsoid bez poznavanja odstupanja vertikalala i elipsoidnih visina.

Pedesetih godina XX veka IUGG je svojim članicama postavila zadatke od kojih je jedan izravnaje celokupne evropske trigonometrijske mreže. Naša zemlja, kao članica organizacije, bila je dužna da poboljša kvalitet trigonometrijske mreže. U nastojanju da se poveća tačnost TM1, nakon izvedenih naknadnih merenja u dve terenske sezone i analize dobijenih rezultata Savezna geodetska uprava (SGU) je došla do zaključka da bi bilo celishodno da se projektuje poboljšana verzija. Tako je počelo obnavljanje trigonometrijske, odnosno stvaranje Astrogeodetske mreže (AGM). Izvedena su mnogobrojna terestrička, astronomska i gravimetrijska merenja, ispitivanja instrumenta i pribora, testiranja rezultata merenja, probno geometrijsko izravnaje pravaca formiranih izravnajem merenih uglova na stanicima, ali nije došlo do njenog konačnog završetka. U mreži nisu određena odstupanja vertikalala i elipsoidne visine tačaka za redukciju uglova i dužina sa fizičke površi Zemlje na elipsoid.

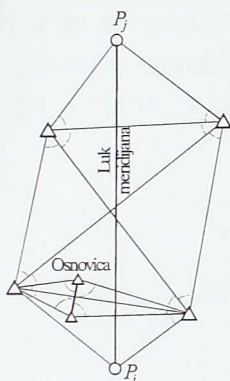
Od 1988. godine definisan je projekat Evropskog geocentričnog referentnog sistema (*European Terrestrial Reference System - ETRS*) preko Evropskog referentnog okvira (frejma) (*European Terrestrial Reference Frame - ETRF*). Doneta je i odluka da se otpočne sa GPS kampanjom za uspostavljanje Evropskog referentnog okvira (*European Reference Frame - EUREF*). Projekat je počeo da se realizuje 1989. godine u zemljama zapadne Evrope, a od 1991. godine u ETRF su povezane i ostale evropske zemlje, među njima i Hrvatska 1994., Makedonija 1996. i Jugoslavija 1998. godine.

Merenja u mreži TM1 - pravci i dužine izlaznih strana iz osnovičkih mreža, u AGM - uglovi, dužine izlaznih strana iz osnovičkih mreža, dužine merene daljinomerima i astronomska određivanja na *Laplace*-ovim tačkama i merenja u EUREF - GPS vektori i koordinate u sistemu WGS84, stvorili su mogućnost da se TM1 i AGM obrade na savremen način u dvo-dimenzionalnom (2D) modelu u sistemu WGS84. Tako obrađene referentne mreže pružile bi mogućnost da se napravi dijagnoza postojeće državne trigonometrijske mreže čije su koordinate u upotrebi.

Podaci terestričkih merenja i astronomskih i GPS opažanja u pomenutim mrežama biće analizirani, a naročita pažnja posvetiće se problemu redukcije merenja sa fizičke površi Zemlje na elipsoid. Da bi se mogla ostvariti sa odgovarajućom tačnošću izvršena je analiza i ocena tačnosti redukcionih parametara. Greške koje su činjene do sada prilikom redukcije bile su nepoznavanje komponenti odstupanja vertikalala (kod redukcije pravaca i uglova) i elipsoidne visine i visinske razlike (kod merenja dužina) zbog čega je dolazilo do distorzija mreža. Izradom mreže u sistemu WGS84 u 2D modelu pružice se mogućnost da se uporede odstupanja vertikalala iz astronomskih i gravimetrijskih određivanja kao i da se koriste elipsoidne visine i visinske razlike iz GPS opažanja. Ovako urađena mreža AGM u 2D modelu i klasičnom geodetskom Datumu biće povezana u ETRF fiksiranjem tačaka EUREF.

2. TEORIJSKE OSNOVE HORIZONTALNIH MREŽA

Referentne horizontalne mreže razvijane su u dvo-dimenzionalnom ($2D$) modelu metodom *relativnog pozicioniranja* - merenjem uglova i pojedinih dužina određivani su međusobni relativni položaji između tačaka. Zbog nemogućnosti direktnog merenja dužina između tačaka sa potrebnom tačnošću, određivane su indirektno - preko osnovičkih mreža, a osnovne merene veličine bili su uglovi. To je koncept koji je upotrebljavan kod merenja dužina luka meridijana (slika 2.1).



Slika 2.1: Merenje dužine luka meridijana

(VANIČEK & KRAKŤWSKY, 1980)

Razvijanje referentnih horizontalnih mreža vršeno je u izabranom *geodetskom Datumu*. Geodetski Datum predstavlja skup matematičkih konstanti koje definišu referentnu površ na kojoj su sračunate geodetske koordinate tačaka. U savremenom kontekstu, geodetski Datum je skup detaljno specificiranih parametara upotrebljenih za realizaciju *referentnog okvira* kojim se definiše *referentni sistem*. Kod referentnih horizontalnih mreža geodetski Datum je elipsoid i osim izbora parametara elipsoida potrebno je izvršiti i njegovo pozicioniranje u odnosu na Zemlju. Postojeće referentne horizontalne mreže su najčešće pozicionirane primenom *klasičnog geodetskog Datuma*. Pozicioniranje se može izvršiti i izabranom grupom tačaka i postavljanjem uslova da suma odstupanja vertikalna, ili geoidnih visina, bude minimalna. U novije vreme pozicioniranje se vrši primenom metoda merenja ka vanga-laktičkim objektima i veštačkim zemljinim satelitima.

Suštinski problem izrade referentne horizontalne mreže u $2D$ modelu je što između tačaka na fizičkoj površi Zemlje i njenih projekcija na elipsoid ne postoji jednoznačna veza. Za redukciju merenja sa fizičke površi Zemlje na elipsoid potrebno je poznavati elipsoidnu visinu, odstupanja vertikalna i koordinate tačaka, a za računanje koordinata potrebno je redukovati merenja.

U klasičnom geodetskom Datumu problem se rešava iterativnom metodom. Postupak je sledeći:

U prvoj iteraciji se, polazeći od tačke za koju su usvojene koordinate, iz merenih, neredukovanih, uglova i početnog azimuta računaju azimuti ka susednim tačkama i dužine geodetskih linija rešavanjem sfernih trouglova. Rešavanjem prvog geodetskog glavnog zadatka određuju se približne koordinate susednih tačaka. Primenom istog postupka, sa neredukovanim merenjima, računaju se približne koordinate svih tačaka u mreži. Rešavanje sfernih trouglova i prvog, kao i drugog, glavnog geodetskog zadatka na elipsoidu bio je problem kojim su se bavili mnogi naučnici - *Legandre, Zoldner, Gauss, Clarke, Helmert...*

Iz određenih približnih koordinata računaju se redukcionni parametri: odstupanja vertikalna i elipsoidne visine. Odstupanja vertikalna su u početku određivana isključivo astrogeodetskom metodom, a kasnije i drugim metodama - topografskom, topo-izostatičkom, gravimetrijskom..., a u novije vreme iz globalnih geopotencijalnih modela. Elipsoidne visine su određivane iz trigonometrijskog nivelmana ili iz kombinacije fizičkih visina i rastojanja referentne visinske površi od elipsoida i iz satelitskih opažanja.

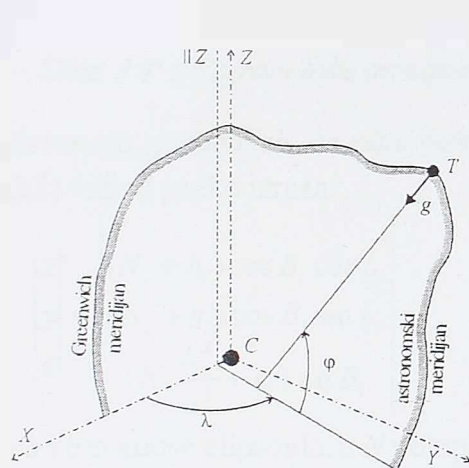
Postupak se ponavlja: redukuju se merenja sa fizičke površi Zemlje na elipsoid, rešavanjem sfernih trouglova i prvog glavnog geodetskog zadatka određuju koordinate tačaka, sve dok se između uzastopnih iteracija ne dobiju razlike u unapred zadatim granicama.

2.1. Koordinatni sistemi

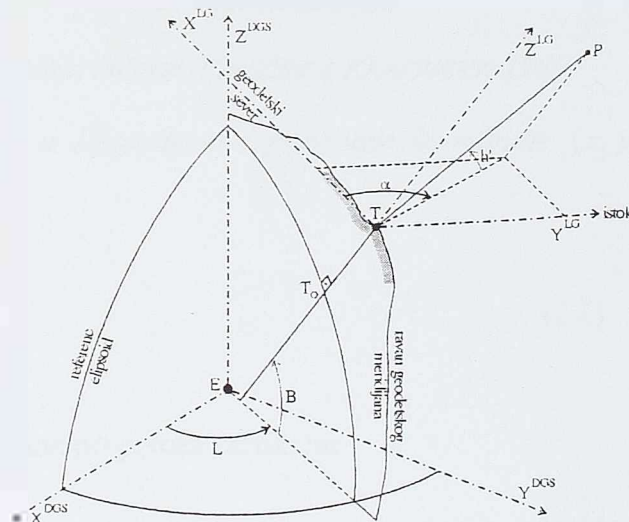
Za uspostavljanje referentnih horizontalnih mreža koriste se terestrička, astronomska, satelitska i gravimetrijska merenja koja su u različitim koordinatnim sistemima.

2.1.1. Terestrički koordinatni sistemi

Najbliža praktična aproksimacija geocentričnog prirodnog sistema je *geografski (astronomski) sistem* - *GS* - nazivan i *prirodni sistem* (VANIČEK & KRAKIWSKY, 1980/ (slika 2.2). Koordinate u sistemu su *geografska dužina* λ , *geografska širina* φ i *nadmorska visina* H . Kako se ove veličine dobijaju astronomskim određivanjima često se zovu i *astronomska dužina i širina*. Nadmorska visina je visina u metrima iznad srednjeg nivoa mora (*MSL - Mean Sea Level*).



Slika 2.2: Geografski koordinatni sistem
(VANIČEK & KRAKIWSKY, 1980/)



Slika 2.3: Descartes-ov i lokalni geodetski sistem
(VANIČEK & KRAKIWSKY, 1980/)

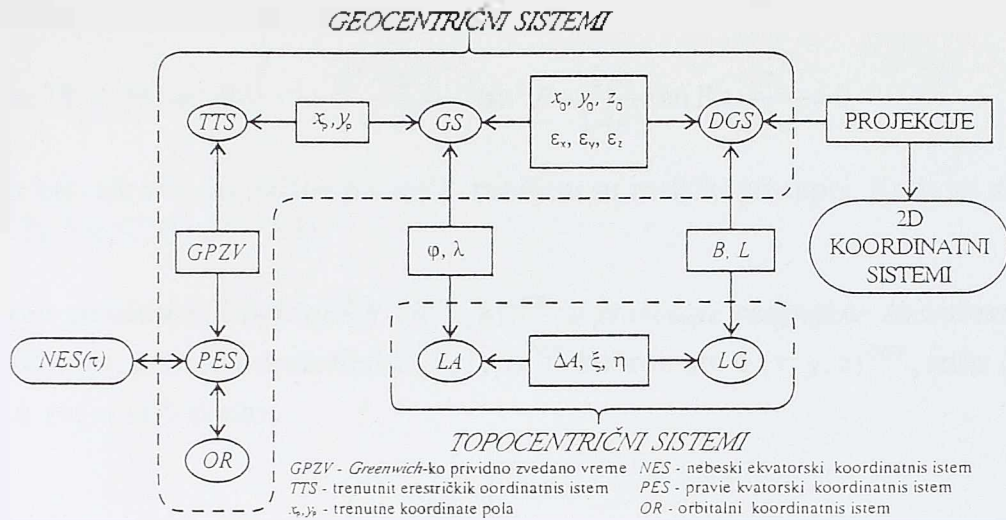
Descartes-ov (ili pravougli) geodetski sistem - *DGS* (slika 2.3) odnosi se referenc elipsoid tako da je *negeocentričan*. Položaj tačke izražava se pomoću *pravouglih Descartes-ovih koordinata* (x, y, z) ili *geodetskih krivolinijskih koordinata* (B, L, h) gde je B *geodetska širina*, L *geodetska dužina*, a h *elipsoidna visina* (najkraće rastojanje između tačke na fizičkoj površi Zemlje i referenc elipsoida).

U pojedinim radovima koristi se *topocentrični lokalni geodetski sistem* - *LG* (slika 2.3). Položaj tačke definišu *geodetska azimut* α i *geodetski vertikalni ugao* h' .

2.1.2. Transformacije koordinata

Kod transformacija koordinata postoje dve grupe: standardne i nestandardne (predikcije) transformacije. Transformacije koordinata u okviru istog Datuma (npr. pravouglih *Descartes-ovih* u geodetske krivolinijske i obrnuto) pripadaju grupi standardnih transformacija i rešene su odgovarajućim matematičkim aparatom tako da predstavljaju trivijalan geodetski problem. Transformacija između različitih Datuma (npr. geografski u geodetski koordinatni sistem) nije trivijalan geodetski problem i povezan je sa lokalnim distorzijama dva koordinatna sistema.

Na slici 2.4 prikazan je dijagram toka transformacija položaja tačaka između pojedinih koordinatnih sistema.



Slika 2.4: Dijagram toka transformacija položaja tačaka /VANIČEK & KRAKIWSKY, 1980/

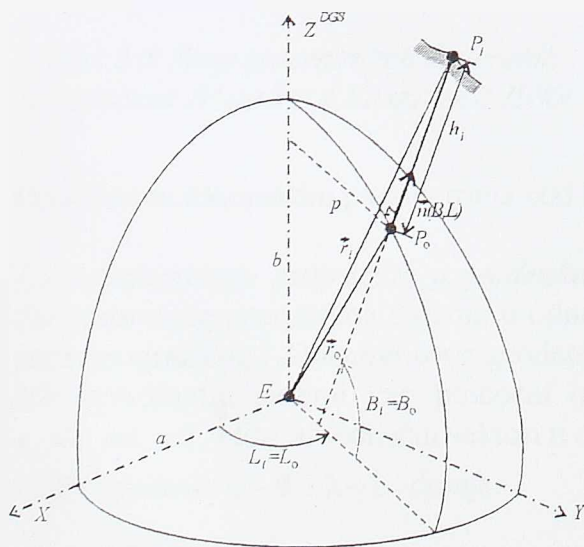
Transformacija geodetskih krivolinijskih (B, L, h) u Descartes-ove pravouglo koordinata (x, y, z) (slika 2.5) vrši se preko izraza:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (N_i + h_i) \cos B_i \cos L_i \\ (N_i + h_i) \cos B_i \sin L_i \\ (N_i \frac{b^2}{a^2} + h_i) \sin B_i \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

gde su a i b poluose elipsoida, a N poluprečnik krivine po prvom vertikalu:

$$N = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 \cos^2 B + b^2 \sin^2 B}} \quad (2.2)$$

Transformacija Descartes-ovih pravougljih (x, y, z) u geodetske krivolinijske koordinate (B, L, h) nije jednoznačna zbog čega su razvijene dve metode - iterativna i zatvorenog oblika. Obe metode koriste udaljenost p od manje ose elipsoida (slika 2.5) koja je za svaku tačku jednaka:



Slika 2.5: Tačka na i iznad elipsoida /VANIČEK & KRAKIWSKY, 1980/

$$p = \sqrt{x^2 + y^2} = (N + h) \cos B \quad (2.3)$$

i izraz:

$$\frac{z}{p} = \tan B \left(1 - \frac{e^2 N}{N + h} \right) \quad (2.4)$$

gde je e ekscentricitet elipse. Od ovog izraza se razdvajaju metode.

Iteracije započinju rešavanjem B^0 iz (2.4) usvajajući za $h=0$. Onda se iteracije sastoje u sukcesivnom određivanju N iz (2.2), h iz (2.3) i B iz (2.4). Postupak se ponavlja dok se razlike za h i B između sukcesivnih iteracija ne dobiju u unapred usvojenim granicama. Kada se odrede B i h , L se računa iz prve dve jednačine u izrazu (2.1).

Metoda zatvorenog oblika polazi od izraza:

$$p^2 \tan^4 B - 2pz \tan^3 B + \left(z^2 + \frac{p^2 - a^2 e^2}{1 - e^2} \right) \tan^2 B - \frac{2pz}{1 - e^2} \tan B + \frac{z^2}{1 - e^2} = 0 \quad (2.5)$$

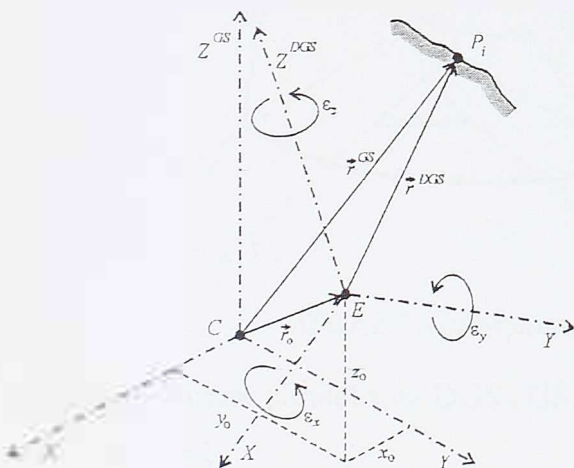
Za rešavanje bikvadratne jednačine po $\tan B$ razvijeni su različiti postupci. Kada se dobije B , N se računa iz (2.2), h iz (2.3) i L iz (2.1).

Transformacija geodetskih krivolinijskih $(B, L, h)^{DGS}$ u pravougle geografske koordinate $(x, y, z)^{GS}$ vrši se u dva koraka: prvo se transformišu $(B, L, h)^{DGS}$ koordinate u $(x, y, z)^{DGS}$, izraz (2.1), a zatim $(x, y, z)^{DGS}$ u $(x, y, z)^{GS}$ preko:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}^{GS} = \mathbf{R}_1(\epsilon_x) \mathbf{R}_2(\epsilon_y) \mathbf{R}_3(\epsilon_z) (\mu) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}^{DGS} + \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

gde $\mathbf{R}_1(\epsilon_x)$, $\mathbf{R}_2(\epsilon_y)$ i $\mathbf{R}_3(\epsilon_z)$ predstavljaju *fundamentalne matrice rotacije* [HOFMANN-WELLENHOF, 1994] koje opisuju rotacije oko X , Y , Z -ose respektivno, a μ koeficijent promene razmere između

koordinatnih sistema. Obzirom da se transformacija vrši između dva različito pozicionirana koordinatna sistema, naziva se *Datumska transformacija*.



Slika 2.6: Skup geocentričnih datumskih parametara [VANIČEK & KRAKJWSKY, 1980]

Za transformaciju iz geocentričnog u negeocentrični koordinatni sistem neophodno je poznavati položaj i orijentaciju elipsoida unutar Zemlje. Taj zadatak se naziva *uspostavljanje horizontalnog geodetskog datuma*. Pozicioniranje elipsoida zahteva najmanje šest parametara radi eliminacije šest stepeni slobode - načina na koja se elipsoid može orijentisati prema Zemlji. Parametri smešteni u središte zemljine mase C kao *geocentrični skup datumskih pozicionih parametara* su: tri koordinate centra elipsoida x_0, y_0, z_0 , *datumске translacione komponente*, i tri *datumска rotaciona ugla* $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$ (slika 2.6). Šest datumskih parametara su

ekvivalentni datumskim parametrima kod klasičnog geodetskog Datuma.

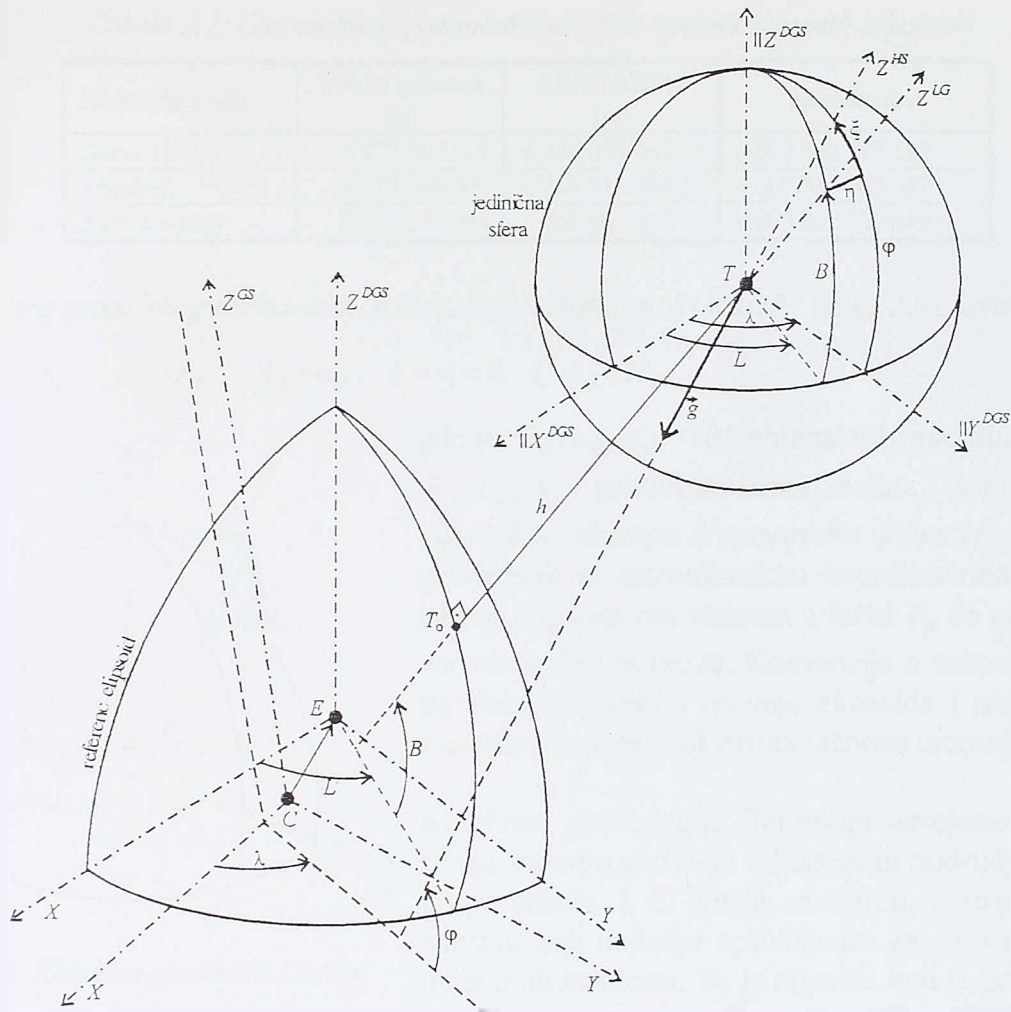
Za transformaciju geografskih u geodetske krivolinijske koordinate potrebno je poznavati položaj *Descartes*-ovog geodetskog sistema u odnosu na zemljino gravitaciono polje. U transformaciji se osim geografskog i *Descartes*-ovog geodetskog sistema koriste *lokalni geodetski* - LG i *horizontalski* - HS koordinatni sistemi kao pomoćni (slika 2.7). Ako su DGS i GS centrirani, tj. ako je $\epsilon_x = \epsilon_y = \epsilon_z = 0$, tada su jedinični vektori u oba sistema jednaki i iz njih se, zanemarivanjem članova viših redova uz $\varphi - B$ i $\lambda - L$, dobija:

$$\varphi - B = \varphi - B \quad (2.7)$$

$$(\lambda - L) \cos B = (\lambda - L) \cos B \quad (2.8)$$

$$A - \alpha = (\lambda - L) \sin B \quad (2.9)$$

gde samo zadnja jednačina nije trivijalna i poznata je kao *Laplace-ova jednačina azimuta* i važi za elipsoid čije su ose paralelne sa osama GS.



Slika 2.7: Uslovi paralelnosti /VANIČEK & KRAKIWSKY, 1980/

Zadržavajući uslov paralelizma DGS i GS, jednačine (2.9) i (2.10) se mogu izraziti kao:

$$\varphi - B = \zeta \quad (2.10)$$

$$(\lambda - L) \cos B = \eta \quad (2.11)$$

Ove jednačine su definicije *odstupanja vertikale* po meridijanu i prvom vertikalu. Pošto se jednačine odnose na tačku na zemljinoj površi to su i *odstupanja površinska*, a kada je tačka na geoidu tada su i *odstupanja geoidna*. Koristeći (2.11) jednačina (2.9) se može izraziti kao:

$$A - \alpha = \Delta A = \eta \tan B \quad (2.12)$$

Poslednje tri jednačine definišu lokalne uslove za paralelnost DGS i GS. ΔA u jednačini (2.12) predstavlja ugao koji zaklapaju X-ose lokalnog geodetskog i lokalnog astronomskog sistema na koji se odnosi astronomski azimut.

2.2. Horizontalni datum

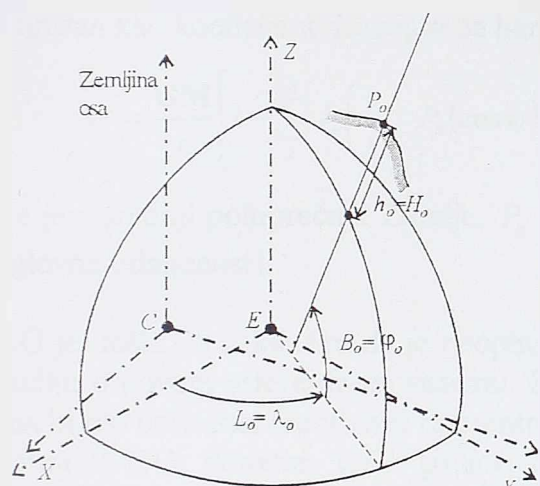
Geodetski horizontalni datum u klasičnom kontekstu je skup parametara kojima je geodetski referenc elipsoid, na kojem su sračunate horizontalne geodetske koordinate tačaka mreže - B i L , pozicioniran u odnosu na Zemlju. Geodetski referenc elipsoid je *obrtni (rotacioni)* elipsoid čiji su parametri *velika poluosa* a i *mala poluosa* b ili *spljoštenost* f . Od preko stotinu elipsoida koji su do sada određeni najveću primenu za računanja nacionalnih referentnih horizontalnih mreža imali su elipsoidi *Bessel-a*, *Hayford-a* i *Красовск(ий)*-og (tabela 2.1).

Tabela 2.1: Geometrijski parametri najčešće upotrebljivanih elipsoida

Naziv elipsoida	Velika poluosa [m]	Mala poluosa [m]	Spljoštenost
<i>Bessel 1841</i>	6 377 397.155	6 356 078.963 25	0.003 342 773 182
<i>Hayford</i>	6 378 388.000	6 336 911.946 13	0.003 367 003 367
<i>Красовский</i>	6 378 245.000	6 356 863.018 77	0.003 352 329 869

Kod klasičnog geodetskog horizontalnog Datumu u referentnoj tački P_0 (slika 2.8) usvaja se:

$$B_0 = \varphi_0; \quad L_0 = \lambda_0; \quad A_0 = \alpha_0; \quad \xi = \eta = 0 \quad \text{i} \quad h_0 = H_0 \quad (2.13)$$



Slika 2.8: Klasičan geodetski Datum

gde su $\varphi_0, \lambda_0, \alpha_0$ - astronomska širina, dužina i azimut; B_0, L_0, A_0 - geodetska širina, dužina i azimut i h_0, H_0 - elipsoidna, odnosno ortometrijska visina. Izjednačavanjem geodetskih sa astronomskim koordinatama i ortometrijske sa elipsoidnom visinom u tački P_0 se poklapaju pravac vertikale i normale. Konvencija o azimutu dovodi do paralelnosti između osovine elipsoida i srednje osovine Zemljine rotacije u okvirima tačnosti merenja.

Klasičnim geodetskim Datumom usvojenim elipsoidom se aproksimira geoid na određenom području (kontinent, grupa država...). U teoriji, međutim, postoji samo jedan elipsoid koji najbolje aproksimira geoid u smislu teorije najmanjih kvadrata. To je elipsoid koji je pozicioniran uz uslov da suma kvadrata odstupanja geoidnih visina, ili

odstupanja vertikala, bude minimalna:

$$\sum N^2 = \min \quad \text{ili} \quad \sum (\xi^2 + \eta^2) = \min \quad (2.14)$$

2.3. Geodetski referentni sistemi

Elipsoid kod klasičnog geodetskog Datumu služi kao referentna površ za geodetsko pozicioniranje i ostaje otvoreno pitanje odnosa između centra elipsoida E i centra Zemlje C (slika 2.8). Za aproksimiranje geoida na celoj zemljinoj površi koriste se elipsoidi kod kojih se postavlja uslov da im se ose poklapaju sa glavnim osama inercije Zemlje i koji se nazivaju *geocentričnim*.

LAG je 1930. godine usvojila *Referentni sistem 1930* (*Reference system 1930 - RS30*) u okviru kojeg je prvi put definisan neki od fizičkih parametara elipsoida. Geometrijski parametri RS30 definisani su 1924. godine elipsoidom *Hayford*-a, a od fizičkih parametara vrednost normalnog ubrzanja sile teže na elipsoidu formulom *Somigliana* (*Međunarodna gravitaciona formula*), sa brojnim vrednostima koeficijenata koje su odredili *Heiskanen* i *Cassinis* (1928-1930) (LAG, 1971):

$$\gamma_0 = 978.0490(1 + 0.0052884 \sin^2 B - 0.0000059 \sin^2 2B) \quad [mGal] \quad (2.15)$$

Parametri RS30 su bivali sve manje tačni za naučne radove zahvaljujući novim terestričkim i gravimetrijskim merenjima i radovima različitih naučnika (*Jeffrey, Красовский, Изотов*). Naročito su bili važni radovi Sovjetskih naučnika koji su nakon merenja dužine luka meridijana i gravimetrijskih merenja odredili novi elipsoid, *Красовск(ий)*-og, koji se značajno razlikovao od RS30. Lans-

ranjem veštačkih zemljinih satelita i opažanjem njihovih poremećajnih putanja došlo se do zaključka da se i spljoštenost elipsoida razlikuje od vrednosti dobijenih novim merenjima.

U međuvremenu je Međunarodna Astronomska Unija - *IAU (International Astronomical Union)* formirala komisiju za određivanje novog sistema astronomskih konstanti. IAU 1964. godine, na preporuku komisije i u dogovoru sa IUGG, usvaja novi sistem konstanti sa tri osnovna parametra:

- velika poluosa elipsoida a ,
- geocentrična gravitaciona konstanta Zemlje, uključujući i atmosferu GM ,
- dinamički faktor Zemlje J_2

definisani kao koeficijent drugog reda harmonijske funkcije potencijala Zemlje *W* / IAG, 1971/:

$$W = \frac{GM}{r} \left[1 - \sum_2^{\infty} J_n \left(\frac{a}{r} \right)^n P_n(\cos \psi) \right] \quad (2.16)$$

gde je r srednji poluprečnik Zemlje, P_n *Legendre*-ove funkcije (polinomi) i ψ sferna koordinata (uglovnost udaljenost).

IAG je došla do zaključka da je neophodno izvršiti reviziju sistema RS30 i 1967. godine usvojila Studiju o novom referentnom sistemu. Zatim je preporučila IUGG da donese dve rezolucije kojima bi bio definisan Geodetski referentni sistem *GRS67 (Geodetic Reference System 1967)*. Rezolucijama IUGG, donetim 1967. godine, definisani su svi geometrijski i fizički parametri sistema (tabela 2.2) i za njihove vrednosti usvojene veličine određene od strane IAU, a dati su i izrazi za računanje izvedenih veličina. IAG je decembra 1979. godine usvojila novi Geodetski referentni sistem - *GRS80 (Geodetic Reference System 1980)* sa novim geometrijskim i fizičkim parametrima (tabela 2.2). GRS80, kao i GRS67, je geocentrični konvencionalni referentni sistem i orijentisan je u pravcu referentnog pola određenog od Međunarodnog biroa za vreme *BIH (Bureau International de l'Heure)*.

Saglasno usvojenim rezolucijama IUGG, za računanje izvedenih fizičkih veličina je usvojena teorija *geodetskog ekvipotencijalnog elipsoida - GEE* (ili međunarodni geocentrični elipsoid) koju su razvili *Pizzetti* 1894. i *Somigliana* 1929. godine. GEE je rotacioni elipsoid definisan kao ekvipotencijalna površ sopstvenog ubrzanja polja sile teže:

$$U = U_0 = \text{const} \quad (2.17)$$

gde je U *potencijal normalnog ubrzanja polja sile teže*. Potencijal U je jednoznačno određen preko četiri parametara: dužine velike i male poluose (ili spljoštenosti) elipsoida, ukupne mase elipsoida M' i ugaone brzine sopstvene rotacije ω . Geometrijski i fizički parametri GEE, ili površi *normalne Zemlje*, za potrebe praktičnog računanja izvode se pod pretpostavkama: da je ukupna masa elipsoida M' jednaka ukupnoj masi Zemlje M (uključujući i atmosferu), pri čemu su sve mase smeštene unutar elipsoida, i da je raspored masa u elipsoidu što bliži rasporedu masa *realne Zemlje*. Problemom određivanja normalnog potencijala, obzirom da sve mase Zemlje treba smestiti unutar elipsoida, bavili su se mnogi naučnici (*Pizzetti, Stokes...*), a može se rešiti i bez korišćenja bilo kakvog modela o razmeštanju masa razvijanjem U u elipsoidne harmonijske funkcije (izraz 2.16) čiji se koeficijenti određuju iz uslova (2.17).

Vrednost *normalnog ubrzanja sile teže* $\gamma = |\text{grad}U|$ na površi elipsoida data je formulom *Somigliana*, izražena na način pogodan za numerička računanja /MORITZ, 1984/:

$$\gamma_0 = \gamma_e \frac{1 + k \sin^2 B}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}}; \quad k = \frac{b\gamma_e}{a\gamma_e} - 1 \quad (2.18)$$

gde su a , b i e parametri elipsoida, k konstanta u *Somigliana* obliku, i $\gamma_{p,e}$ vrednosti normalne sile teže na polu i ekvatoru i određuju se iz usvojenih parametara elipsoida /npr. MORITZ, 1984/. Razvijanjem izraza (2.18) u red i zadržavanjem članova reda do 8. stepena γ se može odrediti sa tačnošću $\pm 0.1\mu Gal$, a zadržavanjem članova do 2. stepena sa tačnošću $\pm 0.1mGal$ /MORITZ, 1984/.

Za primenu GPS tehnologije uspostavljen je Svetski geodetski sistem - *WGS60 (World Geodetic System 1960)* sa GEE elipsoidom i definisanim geometrijskim i fizičkim parametrima. Sistem je realizovan preko WGS Referentnog okvira koji je u početku činilo pet tačaka raspoređenih po ce- loj Zemlji, a zatim je pogošćen sa još sedam tačaka. Preciznim i tačnim terestričkim geodetskim merenjima, novim gravimetrijskim merenjima, satelitskom altimetrijom i ostalim satelitskim opažanjima WGS60 je poboljšavan preko WGS66 i WGS72 do WGS84 koji je trenutno u upotrebi. WGS84, kao i njegove prethodne varijante, je geocentrični konvencionalni referentni sistem i orijentisan je u pravcu referentnog pola određenog od BIH za epohu 1984.0. U WGS84 je dinamički faktor Zemlje J_2 zamenjena sfernim harmonijskim koeficijentom $C_{2,0}$ određenim preko izraza za J_2 /npr. MORITZ, 1984/ zaokruženim na 9 cifara. Poslednja verzija sistema određena je 29. septembra 1996. godine i ima oznaku WGS84 (G873), gde 'G' označava da su koordinate WGS Referentnog okvira određene GPS-om, a '873' broj GPS nedelje od kada se te koordinate upotrebljavaju za računanje preciznih efemerida. Od 1. oktobra 1996. godine sastavni deo WGS84 je Zemljin gravitacioni model -*EGM96 (Earth Gravity Model 1996)*.

Tabela 2.2: Parametri referentnih sistema

Naziv parametra	Oznaka /dimenzija/	GRS67	GRS80	WGS84
Velika poluosa elipsoida	$a [m]$	6 378 160.000	6 378 137.000	6 378 137.000
Spljoštenost	$f [1:]$	298.247 167 427	298.257 222 101	298.257 223 563
Geocentrična gravitaciona konstanta	$GM [m^3/s^2]$	$3\,986\,030 \cdot 10^8$	$3\,986\,005 \cdot 10^8$	$3\,986\,004.418 \cdot 10^8$
Dinamički faktor Zemlje	J_2	$108\,270 \cdot 10^{-8}$	$108\,263 \cdot 10^{-8}$	$108\,262.982 \cdot 10^{-8}$
Ugaona brzina Zemlje	$\omega [rad/s]$	$7\,292\,115.15 \cdot 10^{-11}$	$7\,292\,115.0 \cdot 10^{-11}$	$7\,292\,115.0 \cdot 10^{-11}$

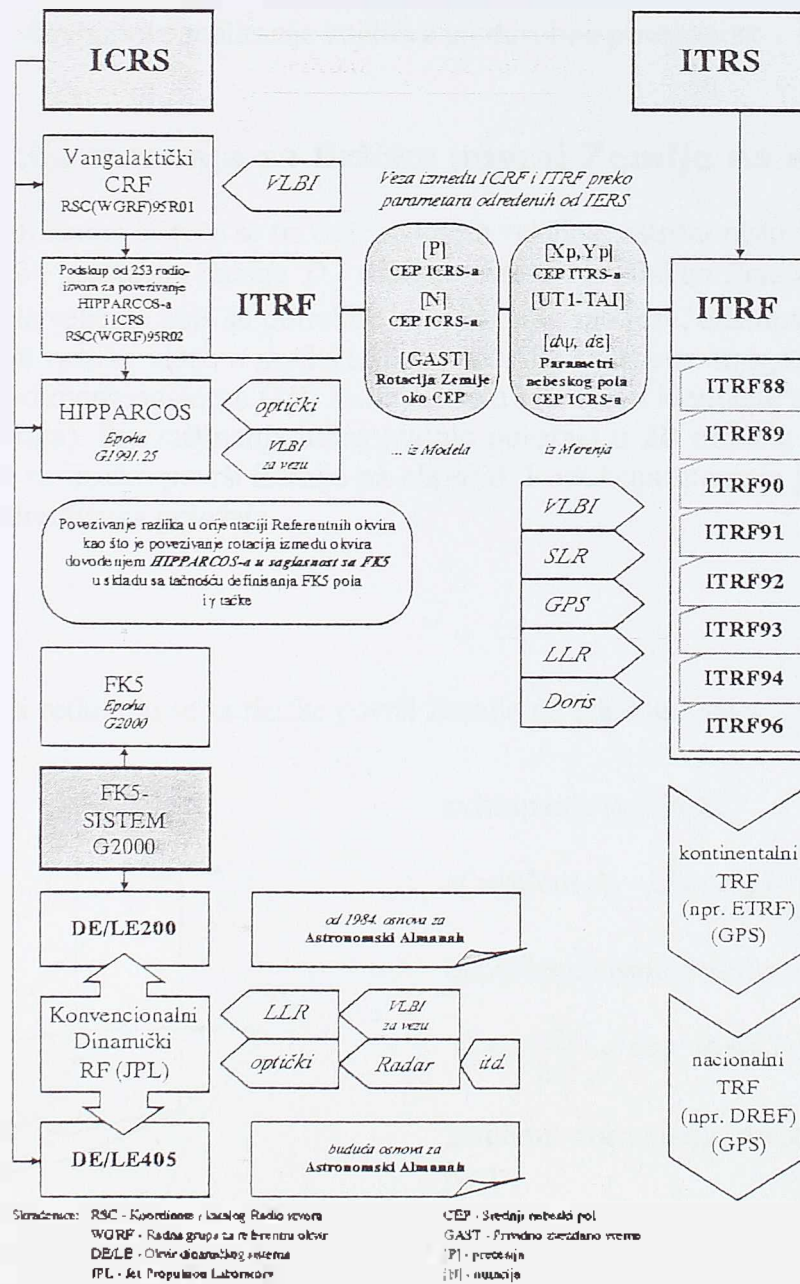
Tabela 2.3: Razlike sistema WGS84 i GRS80

Naziv parametra ili izvedene veličine	WGS84 (G873)	GRS80	Razlika
Velika poluosa elipsoida [m]	6 378 137.000	6 378 137.000	0.0
Spljoštenost [1:]	298.257 223 563	298.257 222 101	+0.000 001 462
Geocentrična gravitaciona konstanta $[m^3/s^2]$	$3\,986\,004.418 \cdot 10^8$	$3\,986\,005 \cdot 10^8$	$-0.591 \cdot 10^8$
Dinamički faktor Zemlje	$108\,262.982 \cdot 10^{-8}$	$108\,263 \cdot 10^{-8}$	$-0.018 \cdot 10^{-8}$
Ugaona brzina Zemlje [rad/s]	$7\,292\,115.0 \cdot 10^{-11}$	$7\,292\,115.0 \cdot 10^{-11}$	0.0
Normalni potencijal elipsoida $[m^2/s^2]$	62 636 851.714 60	62 636 860.850 05	-9.135 45
Ubrzanje normalne sile teže na ekvatoru $[m^3/s^2]$	9.780 325 335 9	9.780 326 771 5	-0.143 56 <i>mGal</i>
Konstanta k u <i>Somigliana</i> obliku	0.001 931 852 652	0.001 931 851 353	1.3 μGal
Dužina meridijanskog kvadranta [m]	10 001 965.729 312 75	10 001 965.729 230 46	+0.08mm

U tabeli 2.3 prikazane su razlike parametara sistema i izvedenih veličina /MORITZ, 1984, PODER, 1991; NIMA, 2000/.



Međunarodna služba zemljine rotacije *IERS* (*International Earth Rotation Service*), ustanovila je Globalni nebeski referentni sistem *ICRS* (*IERS Celestial Reference System*) koji je određen preko Globalnog nebeskog referentnog okvira - *ICRF* (*IERS Celestial Reference Frame*). *ICRF* je realizovan *ekvatorskim* koordinatama 212 vngalaktičkih objekata - radio izvora, određenih metodom dugobazisne radio-interferometrije *VLBI* (*Very Long Baseline Interferometry*). Sistem je 1991. godine prihvaćen od strane IAU kao referentni za sve astronomske radove. 1997. godine IAU usvaja novi *ICRS* koji je pealizovan preko novog *ICRF*-a. *ICRF* je realizovan preciznim koordinatama 253 radio-kvazara optički određenim iz misije *HIPPARCOS*. Usvajanjem novog *ICRS*-a izvršena je i zamena postojećeg *Fundamentalnog Kataloga br. 5 (FK5) HIPPARCOS* katalogom u kojem se publikuju precizne koordinate zvezda (oko 120 000) u sistemu zasnovanom na dinamici sunčevog sistema.



Slika 2.9: ICRS i ITRS / ZEBHAUSER, 1999/

Paralelno sa ICRS razvijan je Globalni terestrički referentni sistem *ITRS* (*IERS Terrestrial Reference System*) realizovan preko stalnih i međusobno povezanih satelitskih stanica raspoređenih na svim kontinentima. Na stanicama se pomoću metoda VLBI, laserskih merenja do satelita SLR

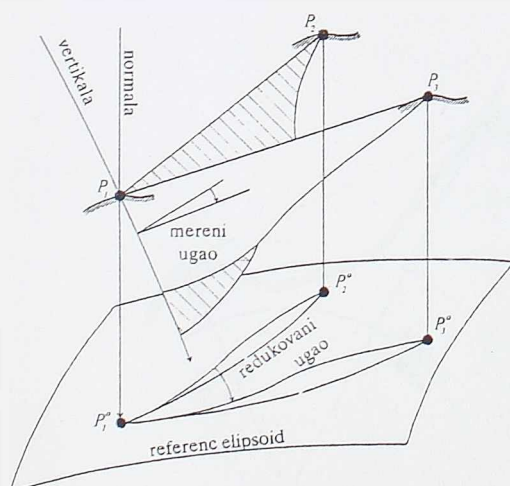
(*Satellite Laser Ranging*) i Meseca *LLR* (*Lunar Laser Ranging*), GPS-a i *DORIS*-a (*Doppler Orbit determination and Radiopositioning Integrated on Satellite*) određuju geocentrične koordinate tačnosti reda nekoliko centimetara. Stalne satelitske stanice čine Globalni terestrički referentni okvir, *ITRF* (*IERS Terrestrial Reference Frame*), čijim se poguščavanjem ostalim geodetskim metodama dolazi do *ITRS*-a i koji je definisan odgovarajućim rezolucijama IUGG, IAU i IAG. U zavisnosti od broja i vrste izvršenih merenja *ITRF* je realizovan za različite epohe. *ITRS* je povezan sa *ICRS* odgovarajućim parametrima - trenutnim koordinatama nebeskog pola, vremenskom razlikom *univerzalnog i astronomskog vremena UT1-TAI* (*Universal time, Typ1 - Temps Astronomique International*) i parametrima nebeskog pola $d\psi$ i $d\epsilon$ (usled *precesije i nutacije*). Evropski deo Globalnog okvira je *ETRF89* (*European Terrestrial Reference Frame 1989*) realizovan za epohu 1989.0 godine kojim je realizovan Evropski terestrički referentni sistem *ETRS89* (*European Terrestrial Reference System 1989*) sa pridruženim elipsoidom definisanim u *GRS80*. Na slici 2.9 prikazani su *ICRS* i *ITRS*, način njihove realizacije i njihova međusobna povezanost.

2.4. Redukcija merenja sa fizičke površi Zemlje na elipsoid

U horizontalnim mrežama koriste se tri vrste merenih veličina: astronomski azimut A , horizontalni pravac d ili ugao ω i prostorna dužina D_K (dužina merena invarskim žicama ili daljinomerima ili GPS vektor). Ostale veličine koje su potrebne za redukciju: sila teže, odstupanja vertikalna i elipsoidne visine i visinske razlike ulaze u model indirektno. Ako se izvede strogo, računanje horizontalnih položaja u tro-dimenzionalnom ($3D$) ili $2D$ modelu mora dati identične rezultate (u granicama grešaka zaokruživanja). Pre računanja horizontalnih položaja u $2D$ modelu neophodno je izvršiti redukciju merenja sa fizičke površi Zemlje na elipsoid. Redukcija merenja je integralni deo direktnog problema određivanja položaja.

2.4.1. Pravci

Horizontalni pravci redukuju se sa fizičke površi Zemlje na elipsoid (slika 2.10) unošenjem popravaka za:



Slika 2.10: Redukcija pravaca

parametri elipsoida, M poluprečnik krivine po meridijanu, N poluprečnik krivine po prvom vertikalu i D dužina geodetske linije.

- odstupanje vertikalne:

$$v_1'' = (\eta_1'' \cos A_{12} - \xi_1'' \sin A_{12}) \frac{1}{\tan z_{12}} \quad (2.19)$$

- elipsoidnu visinu h vizurne tačke:

$$v_2'' = \rho'' \frac{h_2}{2M_2} e^2 \cos^2 B_2 \sin 2A_{12} \quad (2.20)$$

- zamenu normalnog preseka geodetskom linijom:

$$v_3'' = -\rho'' \frac{e^2}{12N_1^2} D^2 \cos^2 B_1 \sin 2A_{12} \quad (2.21)$$

gde je: A_{12} azimut, indeksi 1 i 2 označavaju broj tačke, ξ, η komponente odstupanja vertikalne, z zenitska daljina, a, e i e'

2.4.2. Azimuti

Astronomski azimut se redukuje na geodetski na elipsoidu unošenjem popravaka za: nepoklapanje koordinatnih osa lokalnog astronomskog i geodetskog sistema, odstupanje vertikalne, uticaj apsolutne visine vizurne tačke i zamenu normalnog preseka geodetskom linijom:

$$\alpha'' = A'' - \eta_1 \tan B_1 + (\eta_1 \cos A_{12} - \xi_1 \sin A_{12}) \frac{1}{\tan z_{12}} + \rho'' \frac{h_2}{2M} e^2 \cos^2 B_1 \sin(2A_{12}) - \rho'' \frac{e^2}{12N^2} D^2 \cos^2 B_1 \sin(2A_{12}) \quad (2.22)$$

2.4.3. Zenitska odstojanja

Zenitska odstojanja redukuje se sa fizičke površi Zemlje na elipsoid unošenjem popravke za odstupanje vertikalne:

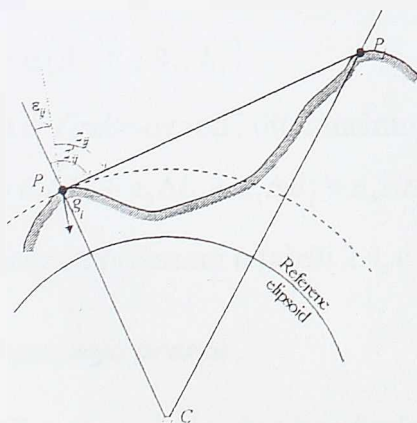
$$z = z_{mer} + \xi \cos \alpha + \eta \sin \alpha \quad (2.23)$$

2.4.4. Dužine

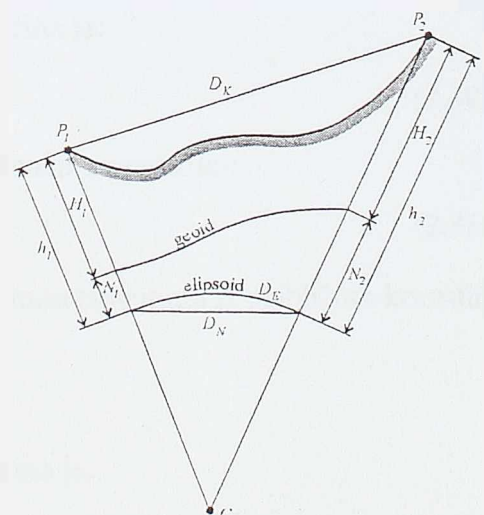
Dužine se redukuju sa fizičke površi Zemlje na elipsoid preko izraza:

$$D_N = \sqrt{\frac{D_K^2 - \Delta h^2}{\left(1 + \frac{h_1}{R}\right) \cdot \left(1 + \frac{h_2}{R}\right)}} \quad (2.24)$$

gde je Δh elipsoidna visinska razlika, $h_{1,2}$ elipsoidne visine, R srednji zemljini poluprečnik i D_K kosa dužina oslobođena uticaja instrumentskih grešaka i atmosferske korekcije.



Slika 2.11: Redukcija zenitskih odstojanja



Slika 2.12: Redukcija dužina

Prelazak sa dužine tetive (2.24) na dužinu na elipsoidu (slika 2.12) izvodi se preko:

$$D_E = D_N + \frac{D_N^3}{24R^2} \quad (2.25)$$

2.5. Matematički model

Matematički model se bazira na računanju na elipsoidu. Za definisanje matematičkog modela potrebno je uspostaviti funkcije direktnih veza između merenih i traženih veličina, a zatim ih linearizovati.

Jednačina opažanja geodetske linije

Geodetska linija između tačaka P_i i P_j izražena kao funkcija koordinata je:

$$D_{ij} = D(B_i, L_i, B_j, L_j) \quad (2.26)$$

Razvijanjem u *Taylor*-ov red i zadržavanjem linearnih članova dobija se:

$$D_{ij} = D(B_i^0, L_i^0, B_j^0, L_j^0) + \Delta D = D_{ij}^0 + \Delta D \quad (2.27)$$

gde je D_{ij}^0 vrednost elipsoidne dužine sračunata iz približnih koordinata B_i^0, L_i^0 i B_j^0, L_j^0 , a totalni diferencijal ΔD :

$$\Delta D = \frac{\partial D}{\partial B_i} \Delta B_i + \frac{\partial D}{\partial L_i} \Delta L_i + \frac{\partial D}{\partial B_j} \Delta B_j + \frac{\partial D}{\partial L_j} \Delta L_j = b_1 \Delta B_i + b_2 \Delta L_i + b_3 \Delta B_j + b_4 \Delta L_j \quad (2.28)$$

Jednačina opažanja tada je jednaka:

$$v_{ij}^D = b_1 \Delta B_i + b_2 \Delta L_i + b_3 \Delta B_j + b_4 \Delta L_j + D_{ij}^0 - D_{ij} \quad (2.29)$$

gde su koeficijenti prikazani u tabeli 2.4.

Jednačina opažanja geodetskog azimuta

Azimut sa tačke P_i na P_j izražen kao funkcija traženih veličina je:

$$\alpha_{ij} = \alpha(B_i, L_i, B_j, L_j) \quad (2.30)$$

Razvijanjem u *Taylor*-ov red i diferenciranjem dobija se jednačina opažanja:

$$v_{ij}^\alpha = a_1 \Delta B_i + a_2 \Delta L_i + a_3 \Delta B_j + a_4 \Delta L_j + \alpha_{ij}^0 - \alpha_{ij} \quad (2.31)$$

gde su koeficijenti prikazani u tabeli 2.4, a α_{ij}^0 vrednost azimuta sračunata iz približnih koordinata.

Jednačina opažanja pravca

Pravac sa tačke P_i na P_j izražen kao funkcija traženih veličina je:

$$d_{ij} = d(B_i, L_i, B_j, L_j) \quad (2.32)$$

Razvijanjem u *Taylor*-ov red i diferenciranjem dobija se jednačina opažanja:

$$v_{ij}^d = a_1 \Delta B_i + a_2 \Delta L_i + a_3 \Delta B_j + a_4 \Delta L_j + d_{ij}^0 - d_{ij} - \Omega_{ij}^0 - \delta \Omega_{ij} \quad (2.33)$$

gde su koeficijenti prikazani u tabeli 2.4, a $\Omega_i = \Omega^0 + \delta\Omega_i$ nepoznata orijentacija limba teodolita.

Jednačina opažanja horizontalnog ugla

Ugao na stanici P_i , između pravaca ka tačkama P_k i P_j , izražen kao funkcija traženih veličina je:

$$\omega_{ijk} = \omega(B_i, L_i, B_j, L_j, B_k, L_k)$$

Razvijanjem u *Taylor*-ov red i diferenciranjem dobija se jednačina opažanja:

$$v_{ijk}^0 = [a_1(k) - a_1(j)]\delta B_i + [a_2(k) - a_2(j)]\delta L_i + a_3(k)\delta B_k + a_4(k)\delta L_k - a_3(j)\delta B_j - a_4(j)\delta L_j + \omega_{ijk}^0 - \omega_{ijk} \quad (2.54)$$

gde su koeficijenti prikazani u tabeli 2.4, a ω_{ijk}^0 vrednost ugla sračunata iz približnih koordinata.

Tabela 2.4: Koeficijenti jednačina opažanja

Nepoznata	Indeks	Opazano α , d ili ω	Opazano D
		a	b
B_i	1	$M_i \sin \alpha_{ij} / D_{ij}$	$-M_i \cos \alpha_{ij}$
L_i	2	$N_j \cos \alpha_{ij} \cos B_j / D_{ij}$	$N_j \sin \alpha_{ij} \cos B_j$
B_j	3	$M_j \sin \alpha_{ij} / D_{ij}$	$-M_j \cos \alpha_{ij}$
L_j	4	$-N_j \cos \alpha_{ij} \cos B_i / D_{ij}$	$-N_j \sin \alpha_{ij} \cos B_j$

2.6. Funkcionalni i stohastički model

Merene i tražene veličina povezane su preko *linearnog modela*:

$$v = Ax + f \quad (2.35)$$

gde je: v - vektor popravaka merenja, A - matrica jednačina popravaka, ili matrica konfiguracije mreže (matrica dizajna), x - vektor traženih veličina i f - vektor slobodnih članova:

Stohastički model se uspostavlja tako da matematičko očekivanje M sume popravaka bude jednako nuli:

$$M[v] = 0 \text{ sa } K[l] = M[v \ v^T] = K = \sigma^2 Q \quad (2.36)$$

gde je K kovarijaciona matrica vektora merenih veličina l , σ standard jedinice težine i Q korelaciona matrica ili matrica kofaktora.

Obzirom na $M[v] = 0$ iz (2.35) dobija se *funkcionalni model*:

$$M[l] = Ax \quad (2.37)$$

Skup:

$$M[l] = Ax, \quad \text{rang}(A) = r < u, \quad K(l) = K = \sigma^2 Q \quad (2.38)$$

gde je x i σ nepoznato, naziva se *Gauss-Markov model* sa nepotpunim rangom.

Zadatak modela mreža sastoji se u izboru takvog vektora \bar{x} , ocene vektora x , pri kome vektor:

$$\bar{\mathbf{v}} = \mathbf{A}\bar{\mathbf{x}} + \mathbf{f} \quad (2.39)$$

uzet u svojstvu ocene vektora \mathbf{v} , dovodi do najmanjeg rizika da će se mnogo razlikovati u poređenju sa bilo kojim drugim vektorom (2.35). Vektor $\bar{\mathbf{x}}$ po *metodi najmanjih kvadrata* određuje se iz *normalnih jednačina*:

$$\mathbf{N}\bar{\mathbf{x}} = \mathbf{n} \quad (2.40)$$

gde je:

$$\mathbf{N} = \mathbf{A}^T \mathbf{K}^{-1} \mathbf{A}, \quad \mathbf{n} = \mathbf{A}^T \mathbf{K}^{-1} \mathbf{l} \quad (\text{za korelisano l}) \quad (2.41)$$

$$\mathbf{N} = \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A}, \quad \mathbf{n} = \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{l} \quad (\text{za nekorelisano l}) \quad (2.42)$$

i \mathbf{P} dijagonalna *matrica težina* merenih veličina. Rešenje normalnih jednačina:

$$\bar{\mathbf{x}} = -\mathbf{N}^{-1} \mathbf{n} \quad (2.43)$$

naziva se ocenom vektora \mathbf{x} metodom najmanjih kvadrata. Vektor *ocene popravaka* određuje se iz:

$$\bar{\mathbf{v}} = \mathbf{A}\bar{\mathbf{x}} - \mathbf{l} = (\mathbf{A}\mathbf{N}^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P} - \mathbf{E}) \mathbf{l} \quad (2.44)$$

sa kovarijancom:

$$\mathbf{K}_v = \sigma^2 (\mathbf{P}^{-1} - \mathbf{A}\mathbf{N}^{-1} \mathbf{A}^T) \quad (2.45)$$

Ocena očekivane vrednosti $M(\mathbf{l})$:

$$\bar{M}(\mathbf{l}) = \bar{\mathbf{l}} = \mathbf{l} + \bar{\mathbf{v}} = \mathbf{A}\mathbf{N}^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{l} \quad (2.46)$$

Od izbora matrice kofaktora ($\mathbf{Q} = \mathbf{N}^{-1}$) zavise osobine rešenja za nepoznate parametre funkcionalnog modela. Kada je konfiguraciona matrica punog ranga, kofaktorsku matricu predstavlja inverzija regularne matrice \mathbf{N} (2.42). U slučaju konfiguracione matrice sa nepotpunim rangom, kofaktorska matrica može se izvesti na više načina, od kojih je jedan preko *uopštene inverzne matrice* \mathbf{N}^+ /TRIMBLE, 1992/:

$$\mathbf{N}^+ = (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A} + \mathbf{E}^T \mathbf{E})^{-1} - \mathbf{E}^T (\mathbf{E} \mathbf{E}^T \mathbf{E} \mathbf{E}^T)^{-1} \mathbf{E} \quad (2.47)$$

Ocena vektora nepoznatih $\bar{\mathbf{x}}$ se umesto preko izraza (2.43) određuje iz izraza:

$$\bar{\mathbf{x}} = -\mathbf{N}^+ \mathbf{n} \quad (2.48)$$

U matrici kofaktora ocenjenih parametara sadržane su sve stohastičke informacije o mreži, tako da se pomoću njenih elemenata mogu izvesti kako globalni, tako i lokalni pokazatelji tačnosti. Opšti pokazatelj tačnosti, *ocena standarda jedinice težine*, je:

$$\bar{\sigma}_0^2 = \frac{\bar{\mathbf{v}}^T \mathbf{P} \bar{\mathbf{v}}}{n - u} \quad (2.49)$$

U geodetskim horizontalnim mrežama sa heterogenim grupama opažanja (uglovi, dužine, GPS vektori...) zadatak ocene se sastoji i u oceni standarda $\bar{\sigma}_{0i}^2$, pri čemu je $i = 1, \dots, k$. U svakoj grupi ima n opažanja, a suma $\sum_{i=1}^k n_i = n$ predstavlja ukupan broj opažanja u mreži. Numerički najjednostavniji postupak za ocenu standarda $\bar{\sigma}_{0i}^2$ zasniva se na izrazu :

$$\bar{\sigma}_{0i}^2 = \frac{\bar{\mathbf{v}}^T \mathbf{P} \bar{\mathbf{v}}}{r_i}; \quad r_i = \text{trag}(\mathbf{E} - \mathbf{A}_i \mathbf{Q}_{\text{iz}} \mathbf{A}_i^T \mathbf{P}_i) \quad (2.50)$$

Osobina ocene standarda (2.48) je da se do konačnog rešenja dolazi iterativno. Konačno rešenje je postignuto kada se ocenjeni standardi k -te iteracije ne razlikuju značajno od ocenjenih standarda u iteraciji $k-1$, što se može poistovetiti sa kriterijumom:

$$\frac{\sigma_0}{\hat{\sigma}_0} \rightarrow 1; \quad \frac{\sigma_{0_i}}{\hat{\sigma}_{0_i}} \rightarrow 1 \quad (2.51)$$

Iterativna metoda ocenjivanja standarda jedinice tazine pogodna je i za lokalizaciju grubih grešaka rezultata merenja i nazivaju se *robustnim*. Proces počinje konvencionalnim izravnanjem metodom najmanjih kvadrata, a nastavlja se sa promenom težina. Predložene metode razlikuju se u izboru funkcije po kojoj će biti određivane težine. Jednom od metoda težine se menjaju opažanjima koja imaju najveće *normirane popravke*.

$$w_i = \left| \frac{v_i}{\sigma_{v_i}} \right| \quad (2.52)$$

Ocena tačnosti izravnatih koordinata vrši se preko ocenjenih vrednosti položajnih grešaka:

$$\hat{\sigma}_{x_i}^2 = \hat{\sigma}_0^2 Q_{x_i, x_i} \quad (2.53)$$

gde Q_{x_i, x_i} označava dijagonalni član matrice kofaktora koji se odnosi na ocenjivanu veličinu.

Globalna tačnost mreže može se geometrijski predstaviti standardnim k -dimenzionalnim hiperelipsoidom čiji je oblik određen vrednostima za poluose:

$$a_i^2 = \hat{\sigma}_0^2 \lambda_i \quad (2.54)$$

i orijentacijom definisanom odgovarajućim sopstvenim vektorima. Lokalne geometrijske mere tačnosti predstavljaju standardni elipsoidi odnosno elipse grešaka u tro-dimenzionalnom i dvo-dimenzionalnom prostoru. Njihovi elementi se dobijaju spektralnim razlaganjem podmatrica Q_{ii} koje se odnose na pojedine tačke mreže. Ako se razlaganje primeni na podmatrice:

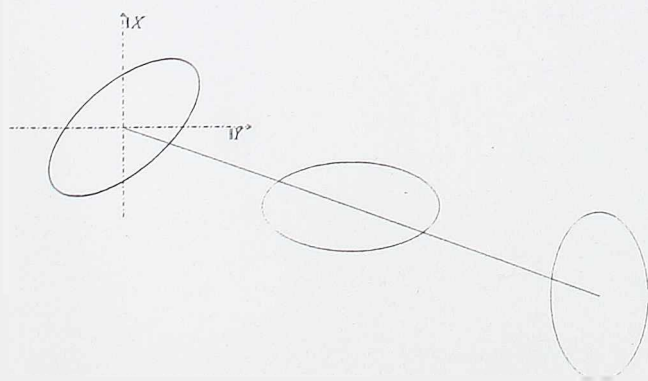
$$Q_{ij} = Q_{ii} + Q_{jj} - Q_{ji} - Q_{ji} \quad (2.55)$$

tada su rezultat relativni elipsoidi (elipse) grešaka koji se odnose na tačke i i j (slika 2.13).

Ocena tačnosti *izravnatih vrednosti merenih veličina* dobija se preko greške funkcije:

$$\hat{\sigma}_i^2 = \hat{\sigma}_0^2 (\mathbf{g}^T \mathbf{N}_i^{-1} \mathbf{g}) \quad (2.56)$$

gde je:



Slika 2.13: Elipse i relativne elipse grešaka

$$\mathbf{g}^T = \left\| \frac{\partial f_i}{\partial x_i}, \frac{\partial f_i}{\partial y_i}, \dots, \frac{\partial f_i}{\partial t_i} \right\|$$

vektor parcijalnih izvoda funkcije veze traženih i merenih veličina po pojedinim traženim veličinama, a \mathbf{N}_i^{-1} deo matrice \mathbf{N}^{-1} sastavljen od članova koji se odnose na tražene veličine iz funkcije f_i .

Unutrašnja pouzdanost mreže karakteriše mogućnost mreže da otkrije modelske greške u opažanjima sa verovatnoćom β , a izražava se

maksimalnom veličinom greške koja se može otkriti:

$$|\nabla l_i| = \sigma_0 \sqrt{\frac{\lambda_0}{n_i}} \quad (2.57)$$

gde je:

- ∇l_i - vrednost greške koja se u i -tom merenju može otkriti,
- $\lambda_0 = \lambda(\alpha_0, \beta_0, 1, \infty)$; α_0, β_0 - greške I i II vrste respektivno (za Evropsku konvenciju $\alpha_0 = 0.001$ i $\beta_0 = 0.80 \Rightarrow \lambda_0 = 17.1$),
- $n_i = \text{diag}(\mathbf{K}, \mathbf{P})$.

Srednja vrednost dijagonalnih članova n_i je:

$$\bar{n} = \frac{\sum_{i=1}^n n_i}{n} = \frac{1}{n} \text{trag}(\mathbf{K}, \mathbf{P}) = \frac{n-u}{n} \quad (2.58)$$

Obzirom da je utvrđena optimalna vrednost za $\bar{n} = 0.40$, to prosečna vrednost \bar{n} može pružiti informaciju o pouzdanosti mreže.

Spoljašna pouzdanost mreže ili funkcija njenih parametara određuje se njenom osetljivošću na greške u merenjima. Ograničavajući se na jednu graničnu vrednost greške opažanja $|\nabla l_i|$ može se sračunati njen uticaj na vektor parametara:

$$|\nabla \mathbf{X}| = (\mathbf{N}^{-1} \mathbf{A}^T) \cdot |\nabla l_i| \quad (2.59)$$

Prilikom izravnanja mreža potrebno je definisati Datum mreže. Kod horizontalnih mreža primenjuje se klasičan geodetski Datum, a posledica je da su položajne greške koordinata i apsolutne elipse grešaka zavisne od izbora koordinatnog početka. Ovaj problem se rešava primenom *unutarnje teorije grešaka* kod koje se obaveznom uslovu minimuma $\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v} = \min$ dodaje i uslov da trag matrice \mathbf{Q} bude minimalan. Dodavanjem ovog uslova matrica \mathbf{N} postaje singularna tako da ne postoji regularno rešenje njene inverzije. Za rešavanje inverzije singularnih matrica razvijeno je više metoda (npr. izraz 2.47).

Veličine za ocenu tačnosti kvaliteta mreže koje ne zavise od definicije Datuma su *relativne greške dužina* koje se računaju kao greške funkcija preko (2.56) i *relativne elipse grešaka*.

3. POSTUPCI ODREĐIVANJA REDUKCIONIH PARAMETARA

Za redukciju merenja sa fizičke površi Zemlje na elipsoid potrebni su parametri:

- za redukciju pravaca: odstupanja vertikalala, elipsoidne visine, koordinate tačaka na elipsoidu, dužine geodetskih linija, azimuti i zenitska odstojanja;
- za redukciju azimuta: odstupanja vertikalala, elipsoidne visine, koordinate tačaka na elipsoidu, dužine geodetskih linija, azimuti i zenitska odstojanja;
- za redukciju zenitskih odstojanja: odstupanja vertikalala i azimuti;
- za redukciju dužina: elipsoidne visine i visinske razlike i koordinate tačaka na elipsoidu.

3.1. Elipsoidne visine i visinske razlike

Elipsoidne visine i visinske razlike određuju se se *direktnim* i *indirektnim* metodama.

Direktnim metodama dobijaju se elipsoidne visine u jednom koraku. *Terestrički* merni postupci su: trigonometrijski nivelman, astronomsko-geodetski nivelman, izrada mreže u tro-dimenzionalnom modelu i merenje navigacionim sistemima. Visine se u najvećem broju slučajeva odnose na elipsoide koji su kao osnova državnog premera definisani u klasičnom geodetskom Datumu. Tačnost terestričkih mernih postupaka za rastojanja do 10km je u granicama $\pm 1dm$, pri čemu je u zavisnosti od geometrije mreže moguća i veća tačnost [HEISKANEN & MORITZ, 1967].

Elipsoidne visine određuju se iz GPS opažanja, transformacijom *Descartes*-ovih geocentričnih 3D koordinata (x, y, z) u geodetske krivolinijske koordinatane (B, L, h) . U zavisnosti od odabranog mernog postupka i rastojanja između tačaka, elipsoidne visine se određuju sa tačnošću $\sigma_h \approx 100m$ metodom apsolutnog pozicioniranja ili $\sigma_h \approx 1cm$ metodom relativnog pozicioniranja, a elipsoidne visinske razlike sa tačnošću od $10^{-6} \cdot D$ do $10^{-8} \cdot D$.

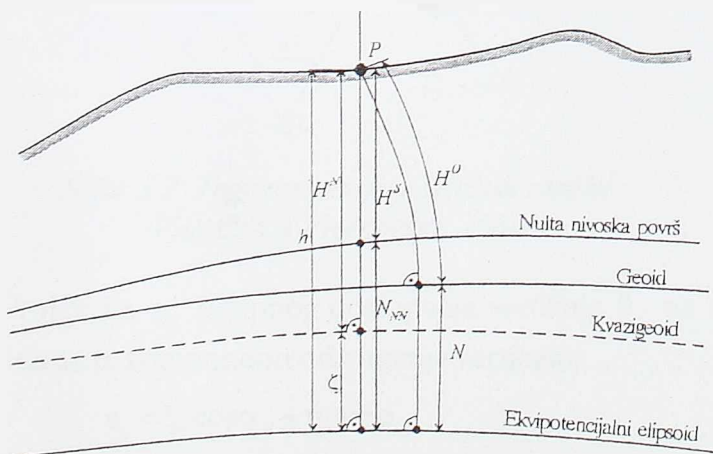
Indirektno određivanje elipsoidnih visina, tzv. *sintetičke metode*, primenjuju se u kombinaciji sa fizičkim sistemima visina. One se zasnivaju na podeli elipsoidne visine na dva uzajamno nezavisna i različitim metodama dobijena dela - fizičku visinu i rastojanje referentne visinske površi od geodetskog referenc elipsoida (slika 3.1). U slučaju *ortometrijskih*, odnosno *normalnih*, visina, iako se visina H^O (H^N) i *geoidna visina* N (*anomalijska visina* ζ) i elipsoidna visina h odnose na različite

prostorne krive, sa dovoljnom tačnošću važe izrazi:

$$h = H^O + N \quad (3.1)$$

$$h = H^N + \zeta \quad (3.2)$$

Fizičke visine se određuju sa tačnošću $\sigma_H \approx 1-2cm$. Geoidne i anomalijske visine se zbog hipoteza o građi Zemlje određuju sa tačnošću $\sigma_N \approx 1-2m$. Sa tačnošću većom od tačnosti određivanja visina određuju se geoidne i anomalijske visinske razlike astrogeodetskom ili gravimetrijskom metodom. Pri gustom rasporedu astrogeodetskih odstupanja vertikalala i me-



Slika 3.1: Veze između sistema visina

renih vrednosti sile teže, ravnim predelima i primenom digitalnih modela terena visoke rezolucije i savremenih računskih tehnika, elipsoidne visinske razlike se određuju sa tačnošću $(3-5) \cdot 10^{-6} \cdot D$.

Elipsoidne visine se iz *sferoidnih* dobijaju preko izraza:

$$h = H^S + N_{vN} \quad (3.3)$$

pri čemu N_{vN} označava rastojanje nulte-nivoske površi od elipsoida.

3.1.1. Trigonometrijski nivelman

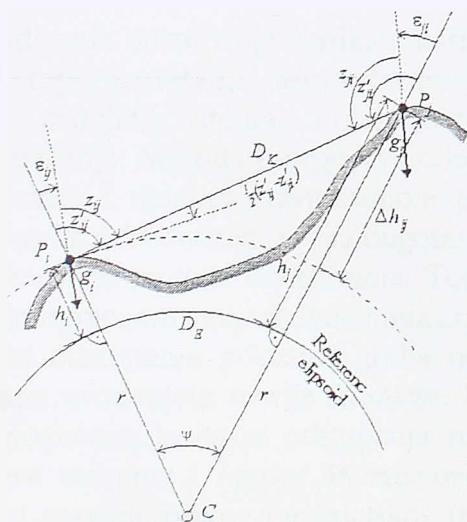
Elipsoidna visinska razlika kada su istovremeno merena zenitska odstojanja na tačkama P_1 i P_2 (slika 3.2) je:

$$\Delta h_{ij}^e = D_K \tan\left(\frac{z'_{ij} - z''_{ij}}{2}\right) + \frac{H_m}{R} D_K \tan\left(\frac{z'_{ij} - z''_{ij}}{2}\right) + \frac{l_i - l_j}{2} + \frac{l_i - l_j}{2} \quad (3.4)$$

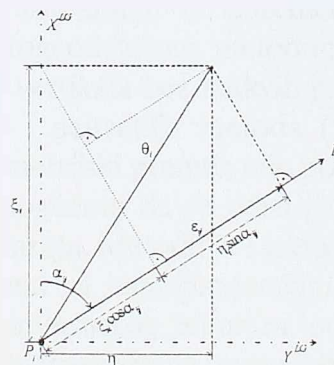
a kada je zenitsko odstojanje mereno samo na jednoj tački:

$$\Delta h_i^e = D_K \cos z'_{ij} + (1-k) \frac{(D_K \sin z'_{ij})^2}{2R} + \frac{h_m}{R} D_K \cos z'_{ij} + i - l \quad (3.5)$$

gde je D_K - kosa dužina, R - srednji poluprečnik krivine, h_m - srednja visina, i, l - visina instrumenta, signala, k - koeficijent vertikalne atmosfere refrakcije i z'_{ij} , z''_{ij} merena zenitska odstojanja popravljena za osdstupanje vertikala.



Slika 3.2: Trigonometrijske visinske razlike
/VANIČEK & KRAKIWSKY, 1980/



Slika 3.3: Projekcija odstupanja vertikale u pravcu pod azimutom α_{ij}
/VANIČEK & KRAKIWSKY, 1980/

Projekcija ϵ_{ij} ukupnog odstupanja vertikale θ_{ij} na ravan CP_1P_2 pod azimutom α_{ij} (slika 3.3) dobija se iz komponenti odstupanja vertikale:

$$\epsilon_{ij} = \xi_{ij} \cos \alpha_{ij} + \eta_{ij} \sin \alpha_{ij} \quad (3.6)$$

Zenitsko odstojanje z'_{ij} geodetske linije D_E u odnosu na normalu na elipsoid je:

$$z'_{ij} = z_{ij} + \varepsilon_{ij} = z_{ij} + \xi_i \cos \alpha_{ij} + \eta_i \sin \alpha_{ij} \quad (3.7)$$

3.1.2. Fizičke visine

Fizičke visine koje se određuju iz geometrijskog nivelmana i sile teže u zavisnosti od referentne površi prikazane su u tabeli 3.1.

Tabela 3.1: Prikaz sistema fizičkih visina

Naziv	Vrednost sile teže	Oznaka	Referentna površ 1	Referentna površ 2	Veza sa elipsoidnom visinom
Dinamička visina	γ^N - normalna vrednost sile teže za srednju širinu B	H^D	geoid	fizička površ Zemlje	geoidna visina - N
Normalna visina	$\bar{\gamma}$ - normalna vrednost sile teže na polovini vertikale	H^N	kvazigeoid	fizička površ Zemlje	anomalijska visina - ζ
Ortometrijska visina	\bar{g} - realna vrednost sile teže na polovini vertikale	H^O	geoid	fizička površ Zemlje	geoidna visina - N
Sferoidna visina	$\bar{\gamma}$ - normalna vrednost sile teže na polovini vertikale	H^S	nulta nivoska površ	fizička površ Zemlje	visina nulte nivoske površi - N_w

3.2. Odstupanja vertikalna

Za određivanje odstupanja vertikalna koristi se više metoda: astrogeodetska, gravimetrijska, topografska, topo-izostatička, astro-gravimetrijska, inercijalnim sistemima, iz poremećaja putanja veštačkih zemljinih satelita... Prva određivanja su vršena astrogeodetskom metodom iz astronomske opažanja. Metoda omogućava određivanje odstupanja vertikalna bez ikakvih pretpostavki o građi Zemlje i njenom gravitacionom polju, tako da je to i najtačnija metoda (tabela 3.2). Astronomska određivanja su bila dugotrajna, a detaljan gravimetrijski premer nije postojao, pa su razvijane druge metode određivanja. Topografija Zemlje omogućava da se odstupanja vertikalna odrede integracijom vidljivih neravnina očitavanjem visina sa karata. Metodu je razvio *Hutton*, ali su sračunata odstupanja pokazala gruba neslaganja u poređenju sa astrogeodetskim. Metoda je poboljšana uvođenjem teorije *izostazije*. Poguščavanjem gravimetrijskog premera, početkom XX veka omogućeno je da se odstupanja vertikalna određuju gravimetrijskom metodom na osnovu *Stokes-ove* teoreme i *Vening Meinesz-ovih* jednačina. Napretkom tehnologije i sve većeg broja podataka gravimetrijskog i geodetskog premera razvijeni su globalni geopotencijalni modeli koji aproksimiraju realno gravitaciono polje cele zemljine površi. Iz geopotencijalnih modela određuju se odstupanja vertikalna koja, zbog prirode samih modela, sadrže samo globalnu komponentu. Globalne, regionalne i lokalne komponente odstupanja određuju se iz kombinacije globalnih geopotencijalnih modela, gravimetrijskog premera i obračuna indirektnog terenskog efekta. Astronomska određivanja nisu vršena na svim tačkama mreža tako da ih je potrebno pogustiti. Metodu, astro-gravimetrijsku, za praktično računanje razvio je *Молоденский*. U drugoj polovini XX veka razvijeni su inercijalni sistemi kojima se, polazeći od poznatih vrednosti, mogu odrediti odstupanja vertikalna u bilo kojoj tački. Lansiranjem većeg broja veštačkih zemljinih satelita i praćenjem njihovih poremećajnih putanja mogu se odrediti odstupanja vertikalna.

3.2.1. Astrogeodetska metoda

Odstupanja vertikalna određuju se iz izraza (poglavlje 2.1.2.):

$$\xi = \varphi - B \quad (3.8)$$

$$\eta = (\lambda - L) \cos \varphi \quad (3.9)$$

Astronomski određene koordinate treba redukovati sa fizičke površi Zemlje na elipsoid. Razlika $B - B_{AST}$ u polju normalne sile teže računa se po izrazu /HEISKANEN & MORITZ, 1967/:

$$(B - B_{AST})'' = -0.171H \sin 2B \quad (3.10)$$

za H u kilometrima. Komponenta odstupanja vertikalne ξ je:

$$\xi = \varphi - (B_{AST} + 0.171H \sin 2B) \quad (3.11)$$

3.2.2. Gravimetrijske metode

Odstupanja vertikalna iz gravimetrijskih podataka određuju se na tri načina: iz lokalnog ili regionalnog gravimetrijskog premera, globalnih geopotencijalnih modela i njihovom kombinacijom uz obračunavanje indirektnog topografskog efekta.

3.2.2.1. Vening Meinesz-ove jednačine

Na osnovu teoreme *G.G.Stokes*-a dobijaju se izrazi za računanje, koji se obično nazivaju *Vening Meinesz*-ove jednačine:

$$\begin{aligned} \xi'' &= \frac{\rho''}{4\pi\bar{\gamma}} \int_0^{2\pi} \cos \alpha d\alpha \int_0^\pi \Delta g \frac{\partial S_T}{\partial \psi} \sin \psi d\psi = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos \alpha d\alpha \int_0^\pi \Delta g V_M d\psi \\ \eta'' &= \frac{\rho''}{4\pi\bar{\gamma}} \int_0^{2\pi} \sin \alpha d\alpha \int_0^\pi \Delta g \frac{\partial S_T}{\partial \psi} \sin \psi d\psi = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sin \alpha d\alpha \int_0^\pi \Delta g V_M d\psi \end{aligned} \quad (3.12)$$

gde je:

- $\bar{\gamma}$ srednja vrednost normalnog ubrzanja sile teže: $\bar{\gamma} = \gamma_e \left(1 + \frac{1}{3} \frac{\gamma_p - \gamma_e}{\gamma_e} \right)$, γ_e - ubrzanje

sile teže na ekvatoru, polu;

- Δg anomalija sile teže;

- $S(\psi)$ *Stokes*-ova funkcija;

- ψ - centralni ugao nad lukom velikog kruga između tačke za koju se računaju komponente odstupanja vertikalne i tekuće tačke čiji se uticaj obračunava;

- V_M (*Vening Meinesz*-ova funkcija):

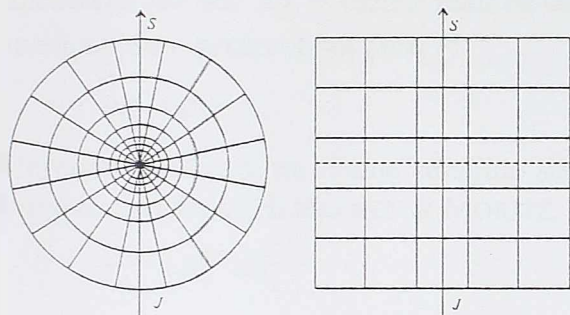
$$V_M = \frac{\rho''}{2\gamma} \frac{\partial S_T}{\partial \psi} \sin \psi = \frac{\rho''}{2\gamma} \cos^2 \frac{\psi}{2}$$

$$\left[\operatorname{cosec} \frac{\psi}{2} + 12 \sin \frac{\psi}{2} - 32 \sin^2 \frac{\psi}{2} + \frac{3}{1 + \sin \frac{\psi}{2}} - 12 \sin^2 \frac{\psi}{2} \ln \left(\sin \frac{\psi}{2} + \sin^2 \frac{\psi}{2} \right) \right]$$

Prelaskom sa integrala na sume dobijaju se izrazi za praktično računanje:

$$\xi'' = \frac{1}{2\pi} \sum_{\psi=0}^{\psi_{\max}} \sum_{\alpha=0}^{2\pi} \Delta g V_M \cos \alpha$$

$$\eta'' = \frac{1}{2\pi} \sum_{\psi=0}^{\psi_{\max}} \sum_{\alpha=0}^{2\pi} \Delta g V_M \sin \alpha$$
(3.13)



Slika 3.4: Paleta i pravilan grid

Za određivanje komponenti odstupanja vertikalala iz *Vening Meinesz*-ovih jednačina razvijene su različite metode čija je osnova grid kojim je podeljena okolina tačke za koju se vrši određivanje. Obračunavanjem uticaja pojedinih delova grida i njihovim sumiranjem određivana su odstupanja vertikalala. U početku su korišćene palete, a kasnije se prešlo na pravilan grid sa istim korakom po B i L (slika 3.4). U novije vreme se za računanje koriste metode sa pravilnim gridom zasnovane na primeni računara: brze *Fourier*-ove transformacije - *FFT*, kolokacija, integralna geodezija...

Referentnim geodetskim sistemima definisano je normalno polje ubrzanja sile teže kao najbolja aproksimacija zemljinog *realnog polja ubrzanja sile teže*. Potencijal realnog polja ubrzanja zemljine sile teže definisan je skalarnom funkcijom:

$$W = W_0 = \text{const}$$
(3.14)

Vrednost *realnog ubrzanja zemljine sile teže*, $g = |\text{grad}W|$, se računa u odnosu na *Referentni Gravimetrijski Datum - RGD*. Prvi RGD ostvaren je rezolucijom IAG 1930. godine, kada je definisan i RS30, usvajanjem za *apsolutni gravimetrijski nivo* g određeno iz merenja u *Potsdam*-u. Naknadnim dugogodišnjim merenjima g i razlika ubrzanja dg na drugim tačkama, njihovim upoređenjem sa *Podsdam*-skim datumom, kao i naknadnim merenjima u *Potsdam*-u utvrđeno je da je usvojena vrednost g pogrešna. Zato je prilikom definisanja GRS67 usvojena nova vrednost za g koja je manja za $14mGal$ u odnosu na staru.

IUGG je 1971. godine usvojila mrežu osnovnih gravimetrijskih tačaka razmeštenih širom sveta sa odgovarajućim vrednostima apsolutnog ubrzanja sile teže, pod nazivom Međunarodna standardizovana gravimetrijska mreža - *IGSN71 (International Gravity Standardization Network 1971)*. Na taj način je mreža tačnih vrednosti ubrzanja sile teže zamenila stari *Potsdam*-ski sistem baziran na vrednosti apsolutnog ubrzanja samo jedne tačke. IGSN71 se sastoji od 473 osnovne tačke, među kojima je i tačka naše osnovne gravimetrijske mreže Beograd, određene na osnovu merenja gravimetrima, klatnima i balističkim instrumentima. Tačnost apsolutnog ubrzanja svake tačke mreže je bolja od $\pm 0.1mGal$.

Razlika potencijala realnog polja ubrzanja sile teže na geoidu i normalnog polja ubrzanja sile teže na elipsoidu u proizvoljnoj tački P naziva se *anomalija potencijala* ili *poremećajni potencijal* T :

$$T = W - U$$
(3.15)

Poznavanjem poremećajnog potencijala može se odrediti *geoidna visina* N formulom *Bruns*-a /HEISKANEN & MORITZ, 1967/:

$$N = \frac{T}{\gamma}$$
(3.16)

a iz N preko izraza /HEISKANEN & MORITZ, 1967/:

$$\theta = -\frac{dN}{ds} \quad (3.17)$$

i ukupno odstupanje vertikalne.

Anomalija sile teže Δg je razlika realnog ubrzanja sile teže na geoidu i normalnog ubrzanja sile teže na elipsoidu u proizvoljnoj tački P :

$$\Delta g = g_0 - \gamma_0 \quad (3.18)$$

Merenim vrednostima realne zemljine sile teže treba dodati popravku za uticaj vidljivih masa - *terensku korekciju* /HEISKANEN & MORITZ, 1967/:

$$\delta_g^{TER} = \delta_g^{PL} + \delta_g^T \quad (3.19)$$

gde je δ_g^{PL} uticaj *Bouguer*-ove ploče i δ_g^T uticaj topografije.

Uticaj topografije, odnosno, uticaj masa koje se nalaze iznad ortometrijske visine tačke $P - H_p^0$ i uticaj deficita masa unutar *Bouguer*-ove ploče računa se iz izraza /VANIČEK & KRAKŮSKÝ, 1980/:

$$\delta_p^T = G\sigma \int_{\alpha=0}^{2\pi} \int_{z=0}^{H_p^0} \int_{r=0}^a \frac{zr}{(r^2 + z^2)^{3/2}} dr \cdot dz \cdot d\alpha \quad (3.20)$$

gde je G *Newton*-ova gravitaciona konstanta i σ gustina terena.

Za srednju gustinu, $\sigma = 2.67 \text{ g/cm}^3$, δ_g^{PL} se računa preko izraza /HEISKANEN & MORITZ, 1967/:

$$\delta_g^{PL} \approx -0.1119 \cdot 10^{-5} H_p^0 \left[\text{m/s}^2 \right] \quad (3.21)$$

za H_p^0 izraženo u metrima.

Normalno ubrzanje zemljine sile teže na površi elipsoida γ_0 računa se na osnovu usvojenih fizičkih parametara elipsoida, a γ na određenoj visini (na fizičkoj površi Zemlje) preko izraza:

$$\gamma_h = \gamma_0 + \frac{\partial \gamma}{\partial h} \quad (3.22)$$

gde je *vertikalni gradijent normalnog ubrzanja sile teže* /HEISKANEN & MORITZ, 1967/:

$$\frac{\partial \gamma}{\partial h} \cong -3.0877 \cdot 10^{-6} (1 - 0.00139 \sin^2 B) \left[\text{m/s}^2 \right] \quad (3.23)$$

Redukcija merenog ubrzanja zemljine sile teže na geoid, nakon unošenja topografske korekcije, vrši se preko *vertikalnog gradijenta realnog ubrzanja sile teže* /HEISKANEN & MORITZ, 1967/:

$$\frac{\partial g}{\partial H^0} = -2gJ^N + 4\pi G\sigma - 2\omega^2 \quad (3.24)$$

gde je J^N srednja krivina ekvipotencijalne površi i G *Newton*-ova gravitaciona konstanta. Aproximiranjem J^N srednjom krivinom elipsoida, ubrzanja g sa γ i za srednju gustinu σ , dobija se:

$$\frac{\partial g}{\partial H} \cong -0.0848 \cdot 10^{-5} \left[\text{m/s}^2 \right] \quad (3.25)$$

3.2.2.2. Geopotencijalni modeli

Globalni geopotencijalni modeli *OSU91* (*Ohio State University 1991*) i *EGM96* (*Earth Gravity Model 1996*) predstavljaju aproksimaciju zemljinog gravitacionog polja i pokrivaju celu zemljinu površ sfernim harmonijskim funkcijama do stepena 360×360 . Modeli su urađeni na osnovu raspoloživih podataka čija gustina nije ujednačena za celu zemljinu površ - zavisi od broja i vrste podataka koje je pojedina država predala za međunarodnu upotrebu.

OSU91 je razvijen na *Ohio State University* pod rukovodstvom *R. H. Rapp*-a u sistemu bliskom WGS84 (razlika u poluosi elipsoida je $0.7m$, a parametri polja sile teže su isti) tako da se za sva praktična računanja smatra je u WGS84.

EGM96 je razvijen od: *NASA* (*National Aeronautics and Space Agency*) *Goddard Space Flight Center* (*GSFC*), *NIMA* (*National Imagery and Mapping Agency*) i *OSU* (*Ohio State University*), svi iz SAD. Model je određen iz većeg broja podataka nego OSU91 zbog čega je tačniji, npr. tačnost određivanja N iz OSU91 je $\approx \pm 60cm$, a iz EGM96 $\approx \pm 36cm$ /ODALOVIĆ, 2000/. Podaci iz kojih je određen EGM96 su: gravimetrijski premer zemljine površi (uključujući zemlje istočne Evrope, bivšeg SSSR-a i Azije čiji premer za OSU91 nije bio dostupan), altimetrijska merenja sa *ERS-1* (*European Remote Sensing Satellites*) i *GEOSAT* (*US GEODETIC SATellite*), SLR, GPS, *NASA TDRSS* (*Tracking and Data Relay Satellite System*), *DORIS*, *US Navy TRANET Doppler tracking system* i digitalni model terena $5' \times 5'$. EGM96 je od 1. oktobra 1996. godine sastavni deo WGS84.

Osnovni izraz preko kojeg se dolazi do vrednosti globalnih komponenti funkcionala anomalijskog potencijala je izraz za *poremećajni potencijal* u funkciji (ortonormiranih) sfernih harmonika /ODALOVIĆ, 2000/:

$$T = \frac{GM}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n \left[(\bar{J}_{nm} - \bar{J}_{nm}^U) \cos m\lambda + \bar{K}_{nm} \sin m\lambda \right] \bar{P}_{nm}(\cos\theta) \quad (3.26)$$

gde je G *Newton*-ova gravitaciona konstanta, M masa Zemlje, a velika poluosa elipsoida, r radijus vektor sfernih koordinata, \bar{J}_{nm} , \bar{J}_{nm}^U i \bar{K}_{nm} koeficijenti sfernih funkcija, \bar{P}_{nm} *Legendre*-ove funkcije (polinomi) i λ i θ sferne koordinate tačke u odnosu na centar elipsoida.

Zamenom teorijskih vrednosti koeficijenata \bar{J}_{nm} i \bar{K}_{nm} empirijski određenim koeficijentima globalnog modela \bar{J}'_{nm} i \bar{K}'_{nm} i uvođenjem maksimalnog stepena globalnog geopotencijalnog modela N_{max} , dobija se izraz za određivanje globalne komponente anomalijskog potencijala u proizvoljnoj tački P koja se nalazi na fizičkoj površi Zemlje:

$$T^{GM} = \frac{GM}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n \left[(\bar{J}'_{nm} - \bar{J}_{nm}^U) \cos m\lambda + \bar{K}'_{nm} \sin m\lambda \right] \bar{P}_{nm}(\cos\theta) \quad (3.27)$$

Iz (3.15) i teorijski definisanih odnosa anomalijskog potencijala i njegovih linearnih funkcionala /HEISKANEN & MORITZ, 1967/ dobijaju se izrazi za globalne komponente funkcionala:

- anomalija ubrzanja:

$$\Delta g^{GM} = \frac{GM}{r^2} \sum_{n=2}^{\infty} (n-1) \left(\frac{a}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n \left[(\bar{J}'_{nm} - \bar{J}_{nm}^U) \cos m\lambda + \bar{K}'_{nm} \sin m\lambda \right] \bar{P}_{nm}(\cos\theta) \quad (3.28)$$

- komponente odstupanja vertikalne /HEIN, 1988/:

$$\xi^{GM} = \frac{GM}{M \cdot \gamma r} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n [(\bar{J}'_{nm} - \bar{J}^U_{nm}) \cos m\lambda + \bar{K}'_{nm} \sin m\lambda] \bar{P}'_{nm}(\cos\theta) \quad (3.29)$$

$$\eta^{GM} = -\frac{GM}{N_r \gamma r \cos\phi} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n [-m(\bar{J}'_{nm} - \bar{J}^U_{nm}) \sin m\lambda + m\bar{K}'_{nm} \cos m\lambda] \bar{P}'_{nm}(\cos\theta) \quad (3.30)$$

- anomaljska visina, na osnovu *Bruns*-ove teoreme:

$$\zeta^{GM} = \frac{GM}{r\gamma} \sum_{n=2}^{N_{\max}} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n [(\bar{J}'_{nm} - \bar{J}^U_{nm}) \cos m\lambda + \bar{K}'_{nm} \sin m\lambda] \bar{P}'_{nm}(\cos\theta) \quad (3.31)$$

3.2.2.3. Kombinacija geopotencijalnih modela, lokalnog gravimetrijskog premera i indirektnog topografskog efekta

Kombinacijom geopotencijalnog modela, lokalnog gravimetrijskog premera i indirektnog topografskog efekta odstupanja vertikalne određuju se preko sledećih izraza /LIU & ALL, 1997/:

$$\begin{aligned} \xi &= \xi^{GR} + \xi^{GM} + \xi^T \\ \eta &= \eta^{GR} + \eta^{GM} + \eta^T \end{aligned} \quad (3.32)$$

gde su ξ^{GM} i η^{GM} komponente određene iz geopotencijalnog modela (izrazi 3.29 i 3.30), a ξ^T i η^T indirektan topografski efekat na komponente odstupanja vertikalne (izrazi 3.36 i 3.37).

Komponente odstupanja vertikalne ξ^{GR} i η^{GR} iz lokalnog gravimetrijskog premera određuju se iz *Vening Meinesz*-ovih jednačina (3.13) u kojima se anomalije slobodnog vazduha Δg zamenjuju rezidualnim anomalijama sile teže δg :

$$\delta g = \Delta g - \Delta g^{GM} + \delta^{TER} \quad (3.33)$$

gde je Δg^{GM} anomalija sile teže sračunata iz geopotencijalnog modela, izraz (3.28), i δ^{TER} terenska korekcija koja se računa preko izraza (3.19).

Računanje indirektnog topografskog efekta na odstupanje vertikalne vrši se polazeći od izraza za indirektan topografski efekat na undulaciju geoida /MORITZ, 1980/:

$$\begin{aligned} N_P^T &= -\frac{\pi G \sigma}{\gamma} h_P^2 - \frac{G \sigma}{6\gamma} \iint \frac{h_Q^2 - h_P^2}{r^3} (R + h_Q)^2 \cos B_Q dB dL + \\ &+ \frac{3G \sigma}{40\gamma} \iint \frac{h_Q^2 - h_P^2}{r^5} (R + h_Q)^2 \cos B_Q dB dL + \dots \end{aligned} \quad (3.34)$$

gde je $h_{P,Q}$ visina tačke P za koju se računa uticaj, odnosno tačke Q čiji se uticaj obračunava, R srednji poluprečnik Zemlje i r rastojanje između tačaka P i Q . Zamenom visina tačaka P i Q srednjom visinom h_m i iz relacija /HEISKANEN & MORITZ, 1967/:

$$\begin{aligned}\xi_p^r &= -\frac{1}{R+h_m} \frac{\partial N_p^r}{\partial B_p} \\ \eta_p^r &= -\frac{1}{(R+h_m)\cos B_p} \frac{\partial N_p^r}{\partial L_p}\end{aligned}\quad (3.35)$$

dobijaju se izrazi za računanje indirektnog topografskog efekta na odstupanja vertikalala:

$$\xi_p^r = -\alpha' \iint (h_p^3 - h_Q^3) \cos B_Q \frac{\sin \psi \cos \alpha}{\sin^5 \frac{\psi}{2}} dB dL - \beta' \iint (h_p^5 - h_Q^5) \cos B_Q \frac{\sin \psi \sin \alpha}{\sin^7 \frac{\psi}{2}} dB dL + \dots \quad (3.36)$$

$$\eta_p^r = -\alpha' \iint (h_p^3 - h_Q^3) \cos B_Q \frac{\sin \psi \sin \alpha}{\sin^5 \frac{\psi}{2}} dB dL - \beta' \iint (h_p^5 - h_Q^5) \cos B_Q \frac{\sin \psi \cos \alpha}{\sin^7 \frac{\psi}{2}} dB dL + \dots \quad (3.37)$$

gde je $\alpha' = \frac{G\sigma}{64\gamma(R+h_m)^2}$ i $\beta' = \frac{3G\sigma}{1024\gamma(R+h_m)^4}$

3.2.3. Astro-gravimetrijska metoda

Astro-gravimetrijsku metodu određivanja odstupanja vertikalala predložio je sovjetski naučnik *M.C. Молоденский* 1940. godine.

Ako se po *Vening Meinesz*-ovoj formuli integracija ne sprovede po celoj Zemlji već samo u okolini tačke javlja se greška zbog zanemarivanja uticaja udaljenih zona. Greška je skoro ista za tačke koje nisu međusobno mnogo udaljene i sporo se menja, tako da se odstupanja vertikalala sračunata na taj način mogu upotrebiti za interpolaciju između astrogeodetskih odstupanja.

Komponente odstupanja vertikalala određuju se na istim tačkama astrogeodetskom ξ_i^A i η_i^A i gravimetrijskom metodom ξ_i^{GR} i η_i^{GR} ($i=1, 2, \dots, n$) i formiraju razlike:

$$\begin{aligned}\Delta \xi_i &= \xi_i^A - \xi_i^{GR} \\ \Delta \eta_i &= \eta_i^A - \eta_i^{GR}\end{aligned}\quad (3.38)$$

Razlike variraju veoma sporo i može se usvojiti da se menjaju linearno sa dužinom, tako da se za tačke na profilu između astronomskih tačaka mogu odrediti linearnom interpolacijom. Kada u oblasti Σ ima više tačaka za svaku se postavljaju jednačine odstupanja:

$$\begin{aligned}\Delta \xi_i &= a + b \cdot \Delta B_i + c \cdot \Delta L_i \\ \Delta \eta_i &= d + e \cdot \Delta B_i + f \cdot \Delta L_i \\ i &= 1, 2, \dots, n\end{aligned}\quad (3.39)$$

gde su $\Delta B_i = B_i - B_{sr}$ i $\Delta L_i = L_i - L_{sr}$ odstupanja koordinata od srednje vrednosti izražena u lučnim sekundama (ili radijanima), a a, b, c, d, e i f interpolacioni koeficijenti.

Ako je $n=3$, koeficijenti se određuju jednoznačno. Kako je obično $n>3$ koeficijenti se određuju po metodi najmanjih kvadrata. Sa određenim koeficijentima se za tačke u oblasti Σ na kojima su komponente odstupanja vertikalala određene gravimetrijskom metodom računaju astro-gravimetrijske komponente odstupanja vertikalala:

$$\Delta\xi_j = a + b \cdot \Delta x_j + c \cdot \Delta y_j$$

$$\Delta\eta_j = d + e \cdot \Delta x_j + f \cdot \Delta y_j$$

$$j = 1, 2 \dots n \text{ (neograničeno)}$$

(3.40)

$$\xi_j^{AG} = \xi_j^{GR} + \Delta\xi_j; \quad \eta_j^{AG} = \eta_j^{GR} + \Delta\eta_j$$

Uslov je da pri određivanju ξ^{GR} i η^{GR} krug integracije bude najmanje dvostruko veći od međusobnog rastojanja tačaka na kojima su komponente odstupanja vertikalne određene astrogeodetskom metodom [MOTTIZ, 1967/].

Tačnost pojedinih metoda određivanja komponenti odstupanja vertikalne prikazana je u tabeli 3.2 [SIDERIS 1990; DELČEV 1994/].

Tabela 3.2: Tačnost metoda određivanja odstupanja komponenti vertikalne

Metoda određivanja	σ_{ξ}^*			σ_{η}^*		
	Osnovna (numerička integracija)	Osnovna + gravitacione anomalije	Osnovna + gravitacione anomalije + digitalni model terena	Osnovna (numerička integracija)	Osnovna + gravitacione anomalije	Osnovna + gravitacione anomalije + digitalni model terena
Astrogeodetska	≤ 0.3	/	/	≤ 0.4	/	/
Gravimetrijska	1.1	/	1.0	2.2	/	1.2
Geopotencijalni model	1.1	1.1	0.9	2.2	2.2	1.1
Astro-gravimetrijska	0.6	/	0.6	0.7	/	0.6

4. TRIGONOMETRIJSKE I REFERENTNE HORIZONTALNE MREŽE

4.1. Evropske mreže

Do kraja 50-tih godina geodetske mreže su razvijane razdvojeno - posebno horizontalne (trigonometrijske mreže), posebno visinske (mreže nivelmana visoke tačnosti) i bez njihovih direktnih povezivanja. Horizontalne mreže realizovane su u klasičnom geodetskom Datumu uglovnim merenjima, uz izvestan broj indirektno određenih dužina iz osnovičkih mreža. Referentne površi za razvijanje horizontalnih mreža bili su različiti elipsoidi definisani samo geometrijskim parametrima. Redukcija merenja sa fizičke površi Zemlje na elipsoid vršena je bez određivanja odstupanja vertikalna i elipsoidnih visina - *metoda razvijanja*.

Prema preporukama IAG, od 60-tih godina za izradu Evropske trigonometrijske mreže *RETrig* (*Readjustment of European Trigonometric Networks*) od strane zemalja učesnica izvedena su mnogobrojna nova merenja. Kao primer može poslužiti nemački deo mreže gde su izvršena astronomska određivanja odstupanja vertikalna i *Laplace*-ovih azimuta na svim tačkama trigonometrijske mreže 1. reda, kao i mnogobrojna dužinska merenja.

RETrig je obrađivan u tri faze. Prva faza je bio test za geometrijsko izravnjanje terestričkih podataka bez azimuta i dužina. U drugoj fazi, koja je završena 1979. godine kao *ED79 - European Datum 79*, korišćeni su i astronomski azimuti i dužine. Redukcija opažanja sa fizičke površi Zemlje na elipsoid izvršena je *Helmert*-ovom projekcijom, a horizontalni datum je *Hayford*-ov elipsoid. Treća faza, završena kao *ED87* (slika 4.1), kombinacija je terestričkih i satelitskih opažanja u *2D* modelu. Rešenje sadrži najtačnije koordinate jednog *2D* modela razvijanja mreže ostvarenog za nacionalne triangulacije 1. reda.

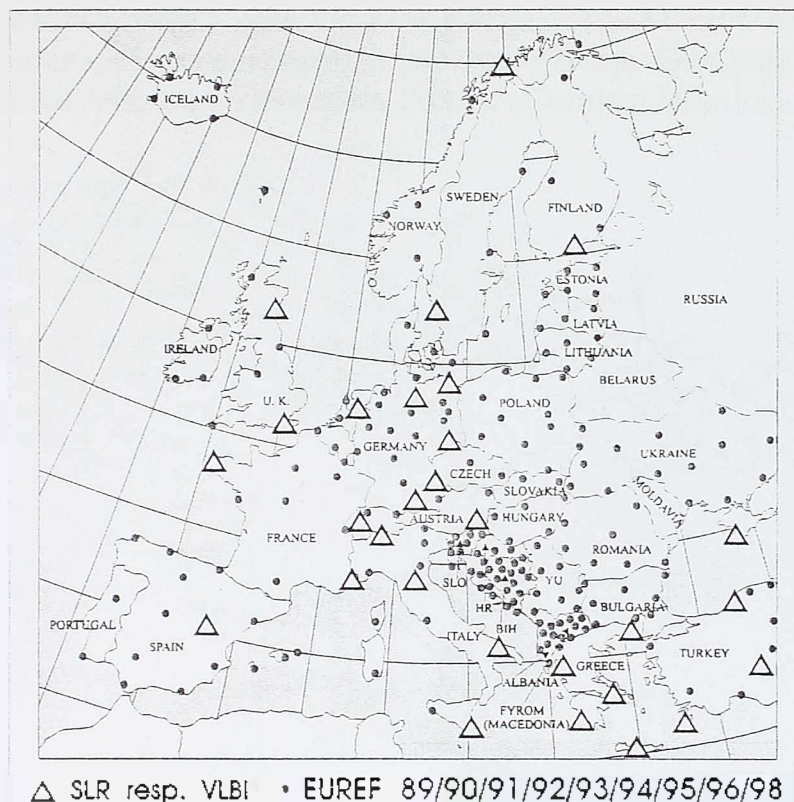
Od početka osamdesetih počelo se sa intenzivnom primenom satelitske GPS tehnologije koja sa velikom tačnošću pozicionira tačke u sve tri dimenzije, čime se rešava problem direktne povezanosti horizontalnih i visinskih mreža. Razvojem ove tehnologije pred geodetskim stručnjacima postavio se, kao vrlo značajan, problem povezivanja postojećih terestričkih mreža, razdvojenih na horizontalne i visinske, sa satelitskim opažanjima. Ovo je vrlo značajno pitanje, jer se ne može odmah preći samo na primenu GPS tehnologije pošto je sav premer vezan za postojeće, klasične, mreže. Međutim, *radi povezivanja ovih merenja neophodno je postojeće mreže preraditi*, pre svega izvršiti naknadna astronomska određivanja, u cilju dobijanja transformacionih parametara.

Na području Evrope GPS tehnologijom realizovan je tro-dimenzionalni referentni okvir EUREF (*European Reference Frame*) (slika 4.2), kome je kao osnova poslužio terestrički ETRF. Referentni okvir je realizovan u sistemu WGS84 na koji se odnose i svi rezultati dobijeni GPS opažanjima. U EUREF su uključene sve zemlje Zapadne Evrope, a poslednjih nekoliko godina to čine i zemlje bivše Istočne Evrope i bivše republike SFRJ, uspostavljanjem određenog broja tačaka koje čine okvir za dalje proglašavanje nacionalnih mreža. Razvojem GPS-a prevazilaze se stare koncepcije razdvajanja geodetskih referentnih mreža na horizontalne i visinske, ali ima i određenih poteškoća kada treba postojeće terestričke mreže uklopiti sa ovim sistemom. Najveći problem javlja se sa visinama, bilo kod horizontalnih mreža gde su elipsoidne visine poznate sa tačnošću od nekoliko metara, bilo kod visinskih koje su vezane za srednje nivoe različitih mora i koje su u različitim sistemima visina.



Slika 4.1: ED87

LAG je podeljena na više sekcija. Sekcija I je Pozicioniranje u okviru koje je formirana Potkomisija za EUREF. Potkomisija je zadužena za kompletnu realizaciju radova na EUREF: proširenje mreže na celu Evropu, poboljšanje tačnosti, uključivanje permanentnih GPS stanica u EUREF, uključivanje visinskih mreža u EUREF... Sve GPS kampanje u pojedinim državama ili regionalnog karaktera, u cilju geodinamičkih istraživanja i povezivanja mreža, izvode se u skladu sa postupcima, pravilima i planovima koje donosi ili odobrava Potkomisija. Rezultati pojedinih GPS kampanja, kao i njihova interpretacija, objavljuju se u publikacijama koja izdaje Potkomisija.



Slika 4.2: EUREF - stanje 1998. godine [ALTNER & ALL, 1999.]

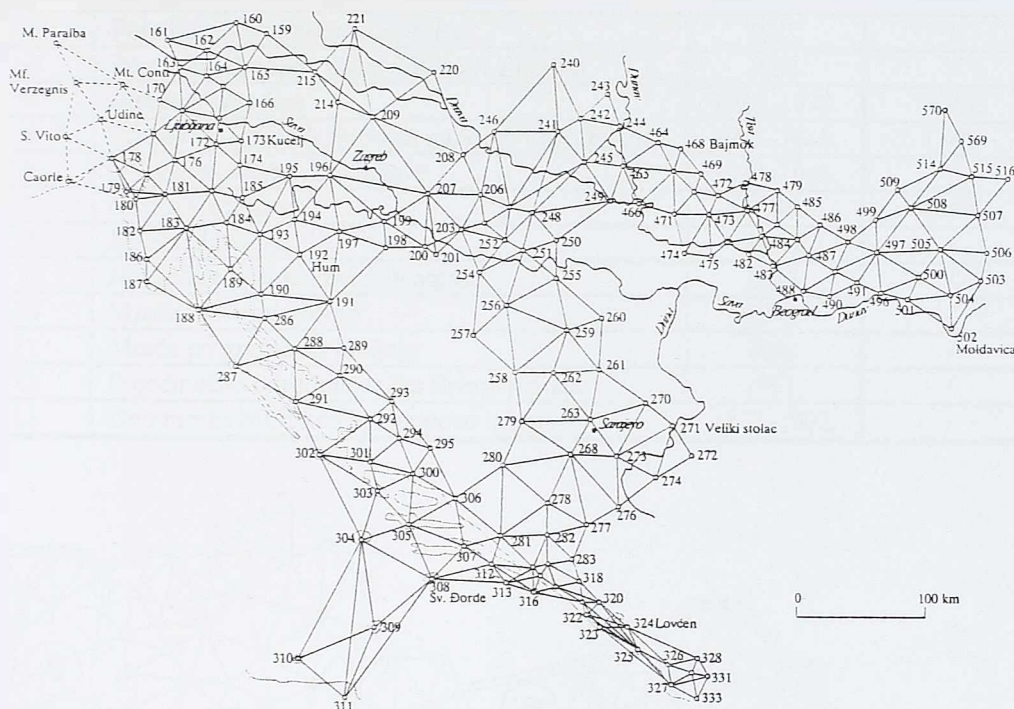
4.2. Mreže Jugoslavije

Trigonometrijska mreža 1. reda (TM1), čije su koordinate u upotrebi, kao osnova državnog premera na teritoriji SFRJ, a po tačnosti prema onovremenim zahtevima IAG, ostvarena je prvi put 1948. godine. Rad na realizaciji ove mreže počeo je 1872. godine odgovarajućim radovima Vojno Geografskog Instituta (*MGI - Militar Geographischen Institutes*) iz Beča na stvaranju triangulacije 1. reda za Austro-Ugarsku. Prvo su razvijena dva lanca trouglova - od Slovenije do Vojvodine i od Slovenije do Crne Gore, a kasnije spojeni trećim - preko teritorije Bosne i Hercegovine (slika 4.3). Ova triangulacija je bila u klasičnom geodetskom Datumu definisanim astronomskom latitudom i longitudom polazne tačke *Hermannskogel* kod Beča, astronomskim azimutom strane *Hermannskogel-Hundsheimberg* i parametrima *Bessel*-ovog elipsoida. Rezultati ovog rada publikovani su 1902. godine u "*Die Ergebnisse der Triangulierung...*", i služili su kao osnova za sve dalje radove na stvaranju TM1.

Na području bivše Kraljevine Srbije radovi na TM1 počinju, pod rukovodstvom Prof inž. Milana J. Andonovića, 1887. godine osnivanjem Geodetskog instituta na tadašnjoj Velikoj školi. Na izabranoj i signalisanoj osnovici kod Paraćina izvedeno je probno merenje *Mayer-Bessen*-ovim osnovičkim aparatom [Bosković, 1938/]. Radovi su prekinuti 1894. godine, a nastavljeni 1899. godine kada Geografsko odeljenje Glavnog generalštaba (kasnije *Vojno Geografski Institut - VGI*) izvodi radove na triangulaciji 1. reda Srbije. Pored merenja horizontalnih uglova i osnovica izvode se i astronomska određivanja latituda i azimuta na tridesetak tačaka triangulacije.

U vremenu između dva svetska rata VGI je radio na poboljšanju i popunjavanju triangulacije 1. reda u Vojvodini, delu Bosne i Hercegovine i Hrvatskoj, kao i na astronomskim i gravimetrijskim radovima potrebnim za pretvaranje triangulacije 1. reda u Astrogeodetsku mrežu. Međutim, astronomski i gravimetrijski radovi VGI i prethodni astronomski radovi Geografskog odeljenja nisu

korišćeni kod obrade triangulacije 1. reda. Od 1919. godine u radu na osnovama državnog premera učestvuje, tada osnovana, Generalna direkcija katastra (kasnije Odeljenje katastra i državnih dobara) sa značajnim udelom, kako u terenskim, tako i u računskim radovima.



Slika 4.3: Mreža MGI

Posle II svetskog rata VGI i Savezna geodetska uprava (SGU) do 1948. godine, radovima u Sloveniji, Istri, primorskim krajevima i Slavoniji završavaju triangulaciju 1. reda. Tako je celo područje SFRJ pokriveno triangulacijom 1. reda koju čini 595 trouglova. Mreža (slika 4.4) nikada nije izravnata kao celina, a parcijalna izravnanja su izvođena vezivanjem na tačke MGI i prethodno izravnate delove mreže. TM1 je bila povezana sa triangulacijama 1. reda susednih zemalja - Albanijom, Bugarskom, Grčkom, Italijom i Rumunijom. TM1, sa svim nedostacima, predstavlja osnovu državnog premera SR Jugoslavije.

Astrogeodetska mreža (AGM) projektovana je 1955. godine. Izvršena je stabilizacija novih, kao i prestabilizacija postojećih tačaka TM1, izmereni su uglovi, osnovice invarskim žicama i uglovi u osnovičkim mrežama i astronomska određivanja *Laplace*-ovih azimuta i *Laplace*-ovih i geoidnih tačaka. U isto vreme počinje izvođenje sistematskog gravimetrijskog premera cele državne teritorije i gustog gravimetrijskog premera oko *Laplace*-ovih tačaka.

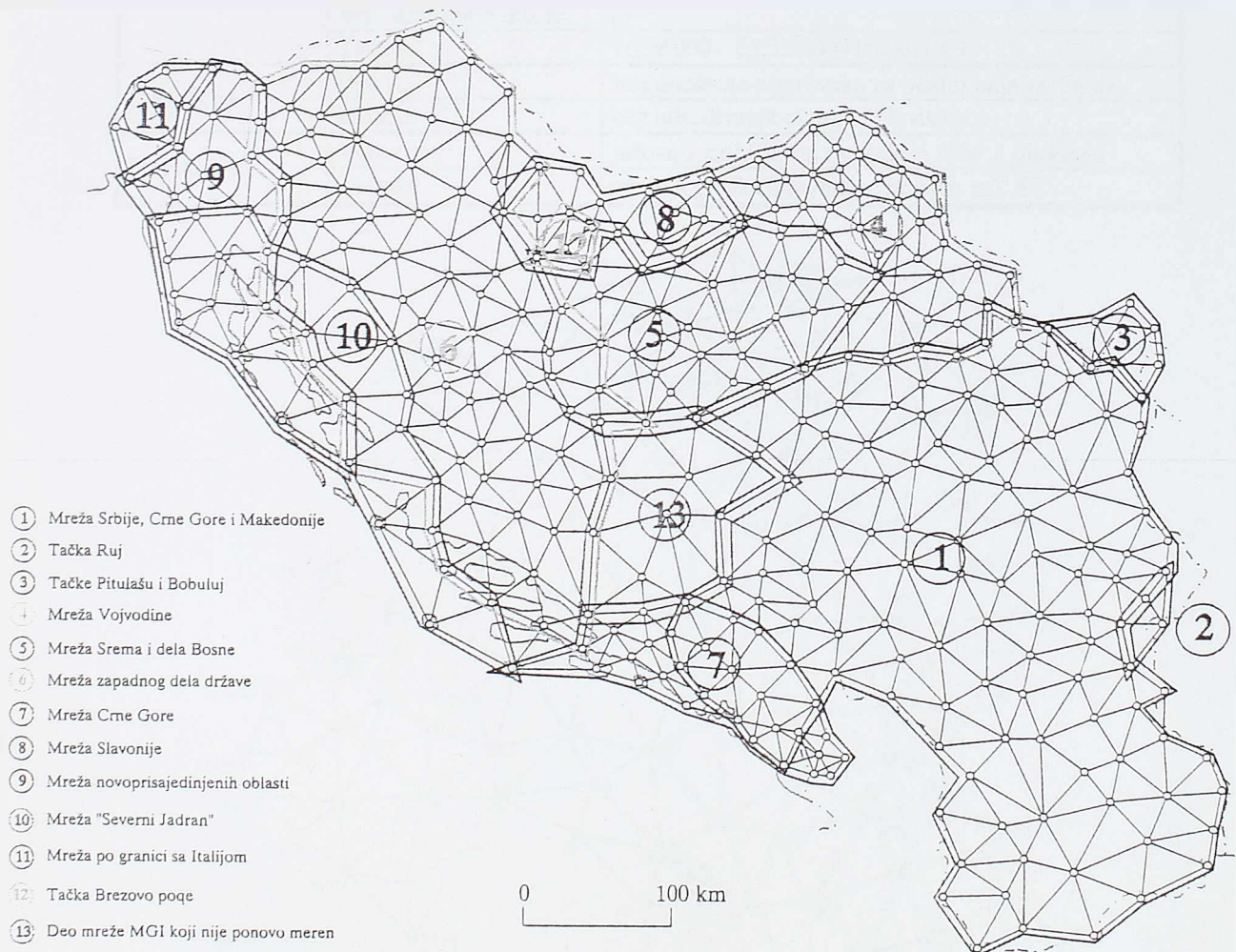
Izvođenje radova na AGM sprovedeno je prema uputstvima koja su odražavala savremena naučna stanovišta i bila u skladu sa preporukama IAG. Krajem šezdesetih godina, nakon završetka astronomskih, geodetskih i gravimetrijskih merenja, intenzivno se radi na sistematskoj obradi podataka merenja, analizi rezultata merenja i vrši probno izravnanje mreže samo sa uglovnim merenjima. Astronomska merenja su korišćena samo za izučavanje geoida. Upravo u tom trenutku intenzivnog rada na završnoj etapi izrade AGM dolazi do ukidanja SGU (1974. godine) i do prekida radova.

4.2.1. Trigonometrijska mreža 1. reda (TM1)

U tabeli 4.1 i na slici 4.4 prikazani su delovi i epohe razvijanja TM1 /BRATULJEVIĆ I DR., 1995/.

Tabela 4.1: Pregled razvijanja trigonometrijske mreže 1. reda (TM1)

Broj mreže	Naziv mreže	Godina realizacije	Oznaka mreže
1	Mreža Srbije Crne Gore i Makedonije	1900.-1928.	TMS
2	Pojedinačno određena tačka Ruj	1921.	/
3	Posebno određene tačke Pitulašu i Bobuluj	1934.	/
4	Mreža Vojvodine	1928.-1938.	TMV
5	Proširenje mreže Vojvodine na Srem i deo Bosne	1935.-1946.	TMV
6	Mreža zapadnog dela države	1937.-1940.	/
7	Mreža Crne Gore	1946.	TMC
8	Mreža Slavonije	1946.	/
9	Mreža novoprisajedinjenih oblasti	1947.	/
10	Mreža "Severni Jadran"	1948.	/
11	Mreža po granici sa Italijom	1948.	/
12	Pojedinačno određena tačka Brezovo polje	1951.	/
13	Deo mreže MGI koji nije ponovo meren	1872.-1902.	/



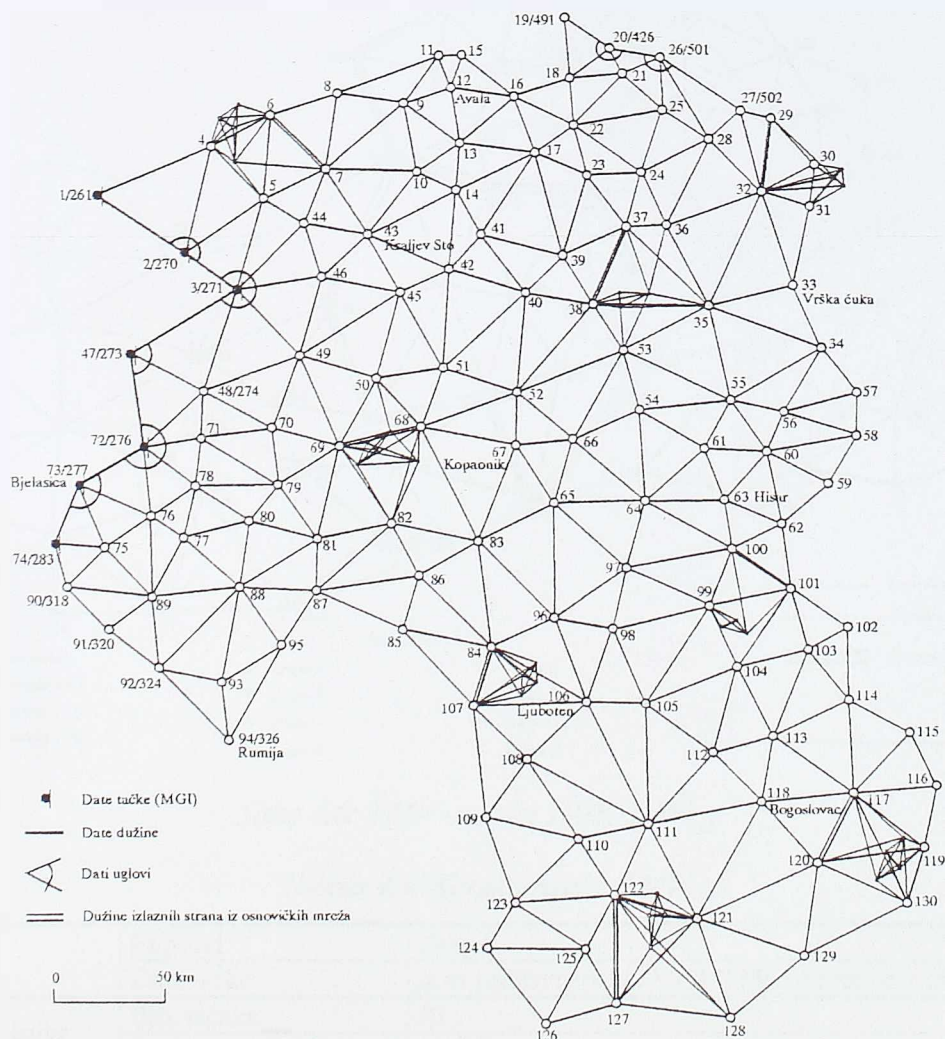
Slika 4.4: TM1 - epoha 1900.-1946. g. /BRATULJEVIC I DR., 1995/

4.2.1.1. Trigonometrijska mreža Srbije, Crne Gore i Makedonije (TMS)

Karakteristike mreže Srbije, Crne Gore i Makedonije - TMS (slika 4.5) prikazane su u tabeli 4.2.

Tabela 4.2: Karakteristike TMS

Datum	Elipsoid	<i>Bessel</i>
	Date tačke	1, 2, 3, 47, 72, 73 i 74 (slika 4.5) iz mreže MGI
Karakteristike mreže	Broj tačaka	130
	Prosečna dužina	34.7km
	Stabilizacija	stubovi
Merenje pravaca	Metoda merenja	girsna metoda, 12 dirusa
	Instrumenti	teodoliti <i>Bamberg, Starke-Kammerer i Hildebrand</i> sa mikroskop-mikrometrima - podatak 1-2"
	Viziranje	piramide ili heliotropi
	Epoha merenja	severni deo 1903.-1914. g. i južni deo 1920.-1923. g.
	Broj izmerenih pravaca	672
	Tačnost merenja	srednja greška ugla sračunata iz nezatvaranja trouglova po formuli <i>Ferrer-a</i> : $\pm 0'' .90$
Merenje dužina	Metoda merenja	indirektno - preko osnovičkih mreža
	Instrumenti	invarske žice
	Epoha merenja	1904.-1924. g. (tabela 4.3)
	Broj izmerenih dužina	8
	Tačnost	1:798.000 - 1:1.316.000 (tabela 4.9)
Redukcija	Pravaca	bez unošenja popravaka za odstupanja vertikala
	Dužina	bez određivanja elipsoidnih visina
Izravnaje	Metoda	uslovno, približnom metodom <i>Prof. I. Sviščev-a</i>
	Tačnost	srednja greška izravnatog pravca: $\pm 0'' .80$



Slika 4.5: TMS - epoha 1900.-1928. g.

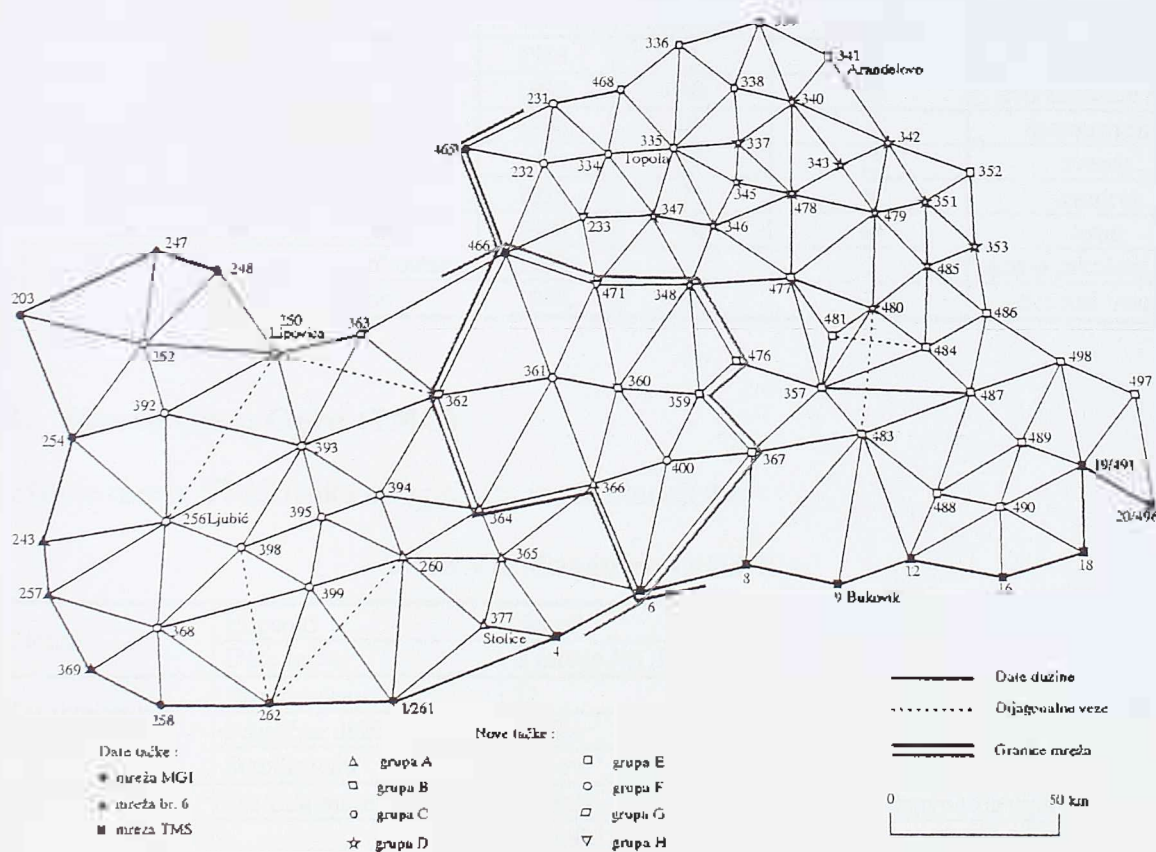
Osnovice su preko osnovičkih mreža (slika 4.5) povezane sa triangulacijom 1. reda. Karakteristični podaci osnovičkih mreža prikazani su u tabeli 4.3.

Tabela 4.3: Prikaz osnovičkih mreža

Naziv	D osn. [km]	D izl. st. [km]	Godina merenja	Br. tačka	Br. pravaca	Br. trouglova	Metoda izra- vnanja	Br. usl. jed.	m_{Δ} ["]	$(m_{\Delta})_{\pm}$ ["]	$(m_{\Delta})_{\pm}$ ["]
Paraćinska	5.60	36.61	1904.	8	40	22	uslovno	20	1.84	0.60	0.98
Negotinska	4.66	33.99	1904.	7	38	23	uslovno	19	2.87	0.78	1.46
Vranjska	4.97	32.03	1904.	6	22	8	uslovno	8	0.85	0.22	0.21
Loznička	5.03	35.21	1904.	8	42	26	uslovno	22	2.81	0.65	0.85
Prizrenska	5.38	27.67	1922.	6	30	16	uslovno	20	2.99	0.95	0.94
Strumička	6.62	34.27	1922.	8	42	24	uslovno	22	2.40	0.70	0.76
Prilepska	5.98	48.14	1922.	8	44	28	uslovno	24	2.32	0.62	1.04
Sjenička	5.57	36.62	1924.	9	48	27	uslovno	25	4.14	0.98	1.20

4.2.1.2. Mreža Vojvodine, Srema i dela Bosne (TMV)

Karakteristike mreže TMV (slika 4.6) prikazane su u tabeli 4.4.



Slika 4.6: TMV - epoha 1928.-1946. g.

Tabela 4.4: Karakteristike TMV

Datum	Elipsoid	Bessel
	Date tačke	iz tri različite epohe: MGI, TMS i mreže br. 6 (slika 4.6)
Karakteristike mreže	Broj tačaka	82
	Prosečna dužina	28.8km
	Stabilizacija	stubovi ili crkveni tornjevi

Merenje pravaca	Metoda merenja	girusna metoda, 12 girusa
	Instrumenti	teodoliti <i>Barnberg, Starke-Kammerer i Hildebrand</i> sa mikroskop-mikrometrima - podatak 1-2"
	Viziranje	piramide, krstovi crkvenih tornjeva ili heliotropi
	Epoha merenja	1928.-1946. g.
	Broj izmerenih pravaca	398
	Tačnost merenja	srednja greška ugla sračunata iz nezatvaranja trouglova po formuli <i>Ferrer</i> -a: $\pm 1'' .06$
Merenje dužina	Metoda merenja	indirektno - preko osnovičkih mreža
	Instrumenti	poluge
	Epoha merenja	1895. g.
	Broj izmerenih dužina	1, ali nije korišćena za izravnjanje
Redukcija	Pravaca	bez unošenja popravke za odstupanje vertikale
Izravnjanje	Metoda	uslovno, a od 1939. g. posredno
	Tačnost	- (nije izravnata kao celina)

Mreža je izravnata u delovima, a svaki je označen kao grupa izravnjanja prikazana u tabeli 4.5, a na slici 4.6 označen posebnim simbolom.

Tabela 4.5: Grupe izravnjanja TMV

Oznaka grupe	Ime (lokacija) grupe	Godina izravnjanja	Broj "datih" tačaka	Broj određenih tačaka	Oznaka na slici 4.6
A	Sremska Rača	1935.	3	5	trougao
B	Južni deo Vojvodine	1938.	10	10	levo zakošeni romb
C	Subotica i Beljske šume	1938.	8	5	šestougaonik
D	Ponovno izravnat deo Vojvodine	1939.	12	15	zvezda
E	Pojedinačno određene tačke	1939.	21	8	kvadrat
F	Mreža Srema i dela Bosne	1940.	14	14	krug
G	Lanac trouglova između "datih" tačaka	1938.	4	1	desno zakošeni romb
H	Ponovo preračunat lanac	1940.	4	2	okrenuti trougao

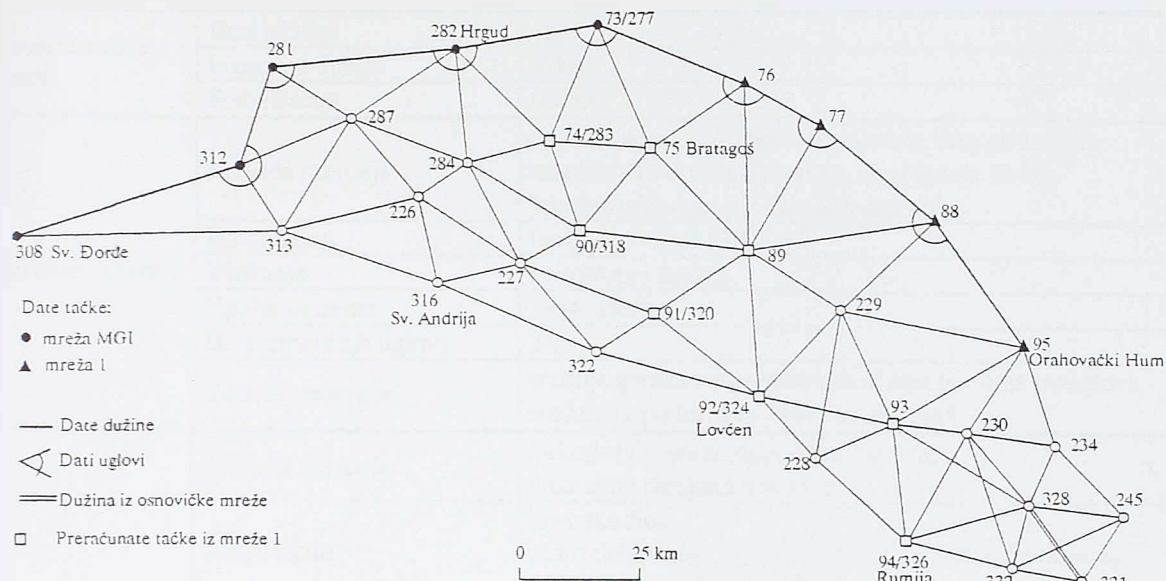
4.2.1.3. Mreža Crne Gore (TMC)

Karakteristike mreže TMC (slika 4.7) prikazane su u tabeli 4.6.

Tabela 4.6: Karakteristike TMC

Datum	Elipsoid	<i>Bessel</i>
	Date tačke	iz mreže MGI i TMS (slika 4.7)
Karakteristike mreže	Broj tačaka	32
	Prosečna dužina	26.5km
	Stabilizacija	stubovi
Merenje uglova	Metoda merenja	<i>Schreiber</i> -ova metoda, sa težinom izravnatog ugla 12
	Instrumenti	teodoliti <i>Fenel i Starke-Kammerer</i> sa mikroskop-mikrometrima - podatak 2"
	Viziranje	heliotropi ili piramide
	Epoha merenja	1946. g.
	Broj izmerenih uglova	156
	Tačnost merenja	srednja greška ugla sračunata iz nezatvaranja trouglova po formuli <i>Ferrer</i> -a: $\pm 0'' .84$
Merenje dužina	Metoda merenja	indirektno - preko osnovičkih mreža
	Instrumenti	poluge
	Epoha merenja	/
	Broj izmerenih dužina	1

Redukcija	Pravaca	bez unošenja popravke za odstupanje vertikale
	Dužina	bez poznavanja elipsoidnih visina
Izravnjanje	Metoda	posredno
	Tačnost	srednja greška izravnatog pravca: $\pm 1''.15$



Slika 4.7: TMC - epoha 1946. g.

U tabeli 4.4 dat je prikaz svih delova mreže TM1 sa najosnovnijim karakteristikama.

Tabela 4.7: Osnovne karakteristike delova TM1

Broj mreže	God. realiz.	Broj tačaka		Broj Δ	D_{m} [km]	Rezultati merenja	Vizirana	Metoda izravnjanja	Sr. gr. ugla iz:	
		uk.	datih						Δ	izr.
1.	1900.-1928.	130	7	209	34.7	pravci, 8 osnov.	pir. i hel.	uslovno, približna met.	$\pm 0''.90$	$\pm 2''.36$
2.	1921.	5	4	3	/	pravci	/	uslovno	/	/
3.	1934.	8	4	7	/	pravci	/	uslovno	$\pm 1''.18$	$\pm 2''.59$
4. i 5.	1928.-1946.	82	21	124	28.8	pravci	piramide	uslovno, po delovima	$\pm 1''.06$	/
6.	1937.-1940.	93	22		33.2	uglovi, 3 osnov.	pir. i hel.	posredno, u 5 grupa	$\pm 0''.82$	$\pm 1''.51$
7.	1946.	32	9	51	26.5	uglovi, 1 osnov.	hel. i pir.	uslovno	$\pm 0''.83$	$\pm 1''.63$
8.	1946.	19	10	21	30.7	uglovi	piramide	posredno	$\pm 0''.76$	$\pm 2''.00$
9.	1947.	28	11	33	34.3	preuzeti od MGI	/	uslovno	$\pm 0''.96$	$\pm 1''.78$
10.	1948.	27	16	31	42.4	uglovi	piramide	uslovno	$\pm 0''.79$	$\pm 1''.74$
11.	1948.	7	4	5	/	uglovi	/	uslovno	$\pm 0''.60$	$\pm 1''.57$
12.	1951.	4	3	3	/	uglovi	piramide	uslovno	/	$\pm 3''.80$
13.	1902.	3	/	/	/	pravci	/	uslovno	/	/

4.2.2. Astrogeodetska mreža (AGM)

Projektovanje i rekognosciranje AGM imalo je za cilj da se sačuva postojeća TM1 jer su na nju oslonjene mreže nižih redova. Izvestan broj tačaka TM1 nije mogao biti uključen u novu mrežu jer su bile na teritoriji susednih zemalja, a za par tačaka u južnom delu mreže nije pronađen podzemni centar, pa su nove postavljene približno na mestima starih.

Karakteristike dela mreže AGM za teritoriju SRJ (AGM SRJ) prikazane su u tabeli 4.8. Metode merenja, pribor i tačnost prikazani u tabeli 4.8 odnose se i na AGM kao celinu.

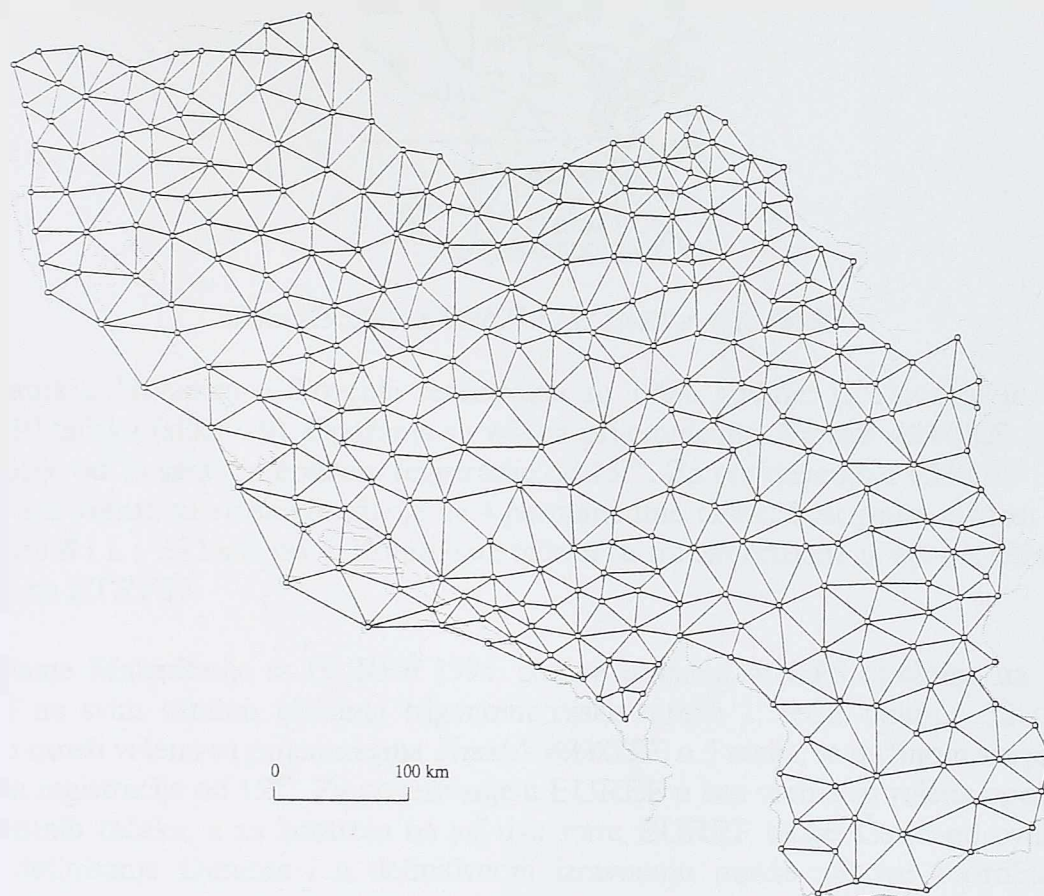
Tabela 4.8: Karakteristike AGM SRJ

Karakteristike mreže	Broj tačaka	186
	Prosečna dužina	32km
	Stabilizacija	stubovi
Merenje uglova	Metoda merenja	modifikovana <i>Schreiber</i> -ova metoda, broj girusa 4-8; metoda zatvaranja horizonta, broj girusa 10-16; kombinacija dnevnih i noćnih merenja
	Instrumenti	teodoliti <i>WILD T-3</i>
	Viziranje	heliotropi i fenjeri
	Epoha merenja	1954.-1968. g.
	Broj izmerenih uglova	2441
	Tačnost merenja	srednja greška ugla sračunata iz nezatvaranja trouglova sračunata po formuli <i>Ferrer</i> -a: $\pm 0''.448$
Merenje dužina	Metoda merenja	indirektno - preko osnovičkih mreža; naknadna direktna merenja
	Instrumenti	invarske žice; radio daljinomer <i>TELUROMETAR MRA-2</i> i laserski daljinomer <i>GEODIMETAR AGA-8</i>
	Epoha merenja	invarske žice: 1952.-1959. g. (tabela 4.9) <i>MRA-2</i> 1956.-1958. g.; <i>AGA-8</i> : 1974.-1976. g.
	Broj izmerenih dužina	invarske žice: 8 starih + 4 nove <i>MRA-2</i> ; 22; <i>AGA-8</i> : 12
	Tačnost	invarske žice: 1:798.000 - 1:5.969.000 (tabela 4.9) <i>MRA-2</i> : 1:200.000; <i>AGA-8</i> : 5mm+1ppm
Određivanje visina	Metoda merenja	kombinacija trigonometrijskog i geometrijskog nivelmana; visine tačaka preuzete iz TM1
	Tačnost	nije poznata jer nisu poznati podaci merenja
Određivanja astronomskih azimuta	Metoda merenja	opažanje Polare
	Instrumenti	<i>Askania</i> i <i>WILD T-4</i>
	Epoha merenja	1955.-1962. g. (tabela 5.7)
	Broj izmerenih azimuta	34
	Tačnost	0.56-1.98 (tabela 5.7)
Određivanja astronomskih koordinata	Metoda merenja	širina: <i>Talcot</i> -ovom metodom dužina: metoda meridijanskih prolaza
	Instrumenti	<i>Askania</i> i <i>WILD T-4</i>
	Epoha merenja	1955.-1962. g. (tabela 6.3)
	Broj izmerenih koordinata	ukupno na 33 tačaka obe koordinate
	Tačnost	širina: 0.390-1.075 (tabela 6.3) dužina: 0.285-1.230 (tabela 6.3)
Gravimetrijska merenja	Opis	detaljan gravimetrijski premer centralne i bliske zone oko <i>Laplace</i> -ovih tačaka
	Epoha merenja	1958.-1970. g.
	Broj merenja	na 20 tačaka (slika 6.2)

U tabeli 4.9 prikazana je tačnost merenja osnovica, sračunata iz odstupanja pojedinih merenja od aritmetičke sredine, i karakteristične vrednosti izlaznih strana osnovičkih mreža.

Institut za geodeziju Građevinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu 1981. godine izmenio je Paraćinsku osnovicu invarskim žicama i iz upoređenja sa starim vrednostima dužine osnovice uočio neslaganje rezultata. Ponovnim merenjima između stubova starih sekcija, koji su ostali sačuvani,

elektronskim daljinomerima i upoređenjem sa dužinama istih sekcija iz starih merenja žicama otkrivena je gruba greška u računanju ukupne dužine osnovice žicama u iznosu od 1dm.



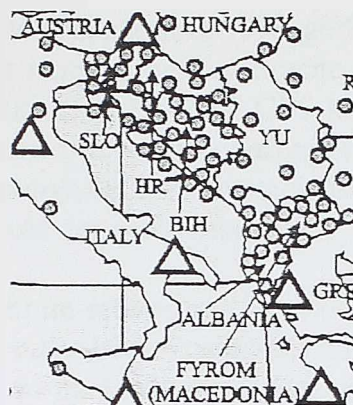
Slika 4.8: AGM - epoha 1954.-1968. g.

Tabela 4.9: Prikaz tačnosti merenja osnovica

R. br.	Lokalitet	God. mer.	Dužina [km]	Broj žica	Broj mer.	Rel. greška 1:	Izlazna strana	Dužina [km]
1.	Paraćin	1904.	5.6	1(1)	2	938.000	37-38	36.6
2.	Negotin	1904.	4.7	1(1)	2	910.000	30-32	26.0
3.	Vranje	1904.	5.0	1(1)	2	1.076.000	100-101	32.0
4.	Loznica	1904.	5.0	1(1)	2	1.034.000	6-7	35.2
5.	Prizren	1922.	5.4	1(5)	2	1.037.000	84-501	27.7
6.	Strumica	1922.	6.6	1(5)	2	1.106.000	119-120	47.2
7.	Prilep	1922.	6.0	1(5)	2	1.316.000	121-122	38.9
8.	Sjenica	1924.	6.6	1(5)	2	798.000	68-69	36.6
9.	Osijek	1952.	9.1	3	6	5.969.000	246-466	23.8
10.	Titograd	1955.	8.1	6	12	2.489.000	95-230	23.9
11.	Senta	1958.	9.0	6	12	2.362.000	337-340	18.6
12.	Alibunar	1959.	9.0	6	12	2.846.000	19-489	19.0

4.2.3. EUREF

GPS opažanja na teritoriji Jugoslavije (slika 2.9) za povezivanje u EUREF izvedena su u više epoha: u Hrvatskoj i Sloveniji 1994., Makedoniji 1996. i SRJ i Bosni i Hercegovini 1998. godine.



Slika 4.9: Deo EUREF-a /ALTINER & ALL, 1999./

GPS opažanja u Hrvatskoj i Sloveniji realizovana su 1994. godine. U Sloveniji je bilo 8, a u Hrvatskoj 10 tačaka (slika 4.9). Opažanja su vršena prijemnicima *Trimble 4000SSE*, u 4 sesija, sa dužinom sesije od 24 sata i intervalom registracije od 15^{sek} . Za povezivanje u EUREF i definisanje Datuma u isto vreme su vršena opažanja na 4 permanentne tačke. Postignuta tačnost koordinata je: $\pm 2\text{mm}$ po B i L i $\pm 11\text{mm}$ po h . Koordinate tačaka su transformisane iz epohe 1994.4 u epohu 1989.0 sistema ETRF89.

Za povezivanje Makedonije sa EUREF 1996. godine izvršena su GPS opažanja na 7 tačaka, a paralelno i na svim ostalim tačkama trigonometrijske mreže 1. reda, ukupno 32 (slika 4.10). Opažanja u mreži vršena su prijemnicima *Trimble 4000SSE*, u 5 sesija, sa dužinom sesije od 24 sata i intervalom registracije od 15^{sek} . Za povezivanje u EUREF u isto vreme su vršena opažanja na još 6 permanentnih tačaka, a za kontrolu na još dve stare EUREF tačke. Četiri od ovih tačaka su služile za definisanje Datuma i u definitivnom izravnanju mreže njihove koordinate su bile fiksirane. Postignuta tačnost koordinata je: $\pm 2\text{mm}$ po B , $\pm 3\text{mm}$ po L i $\pm 9\text{mm}$ po h . Koordinate tačaka su transformisane iz epohe 1996.6 u epohu 1989.0 sistema ETRF89.



Slika 4.10: EUREF 96 Makedonija /IAG, 1997/

Institut za geodeziju Građevinskog fakulteta je u prvoj polovini 1998. godine uradio "Projekat Jugoslovenske referentne GPS mreže (YUREF)" u kojem je izvršen izbor tačaka iz mreža TM1 i AGM za povezivanje Jugoslavije u EUREF. Projektom je za mrežu YUREF odabrano osam tačaka pravilno raspoređenih na celoj teritoriji SRJ (slika 4.11), od kojih su sedam tačke mreža TM1, odnosno AGM, a jedna iz oskultacione mreže brane jezera "Čelije".

GPS opažanja su realizovana od 4. do 9. septembra 1998. godine prijemnicima *Trimble 4600SSE*, u 5 sesija, sa dužinom sesije od 24 sata i intervalom registracije od 15^{sek} . U isto vreme vršena su GPS opažanja u Bosni i Hercegovini i Albaniji - EUREF GPS kampanja *BALKAN98* (slika 4.11). Za potrebe povezivanja mreža istovremeno su vršena opažanja na permanentnim stanicama *Wertzell-1202*, *Matera*, *Graz-Lustbuehel* i *Zimmerwald*, kao i na tačkama EUREF: *Penc*, *София*, *Malija*, *Ilin Vrh* i *Рамно*, koje su služile za kontrolu dobijenih rezultata.

Rezultati merenja obrađeni su posebnim softverom (*Bernese Software version 4.0*) u *Bundesamt für Kartographie und Geodäsie, Frankfurt am Main*. Postignuta tačnost koordinata je: $\pm 2\text{mm}$ po *B* i *L* i $\pm 6.5\text{mm}$ po *h*. Koordinate tačaka su na kraju transformisane iz epohe 1998.7 u epohu 1989.0 sistema ETRF89 /ALTNER & ALL, 1999/.



Slika 4.11: EUREF - BALKAN98 1998 / ALTNER & ALL, 1999/

5. ANALIZA I OCENA TAČNOSTI REDUKCIONIH PARAMETARA

Referentne horizontalne mreže SRJ razvijane su kao sastavni delovi referentnih mreža SFRJ. Radi očuvanja kontinuiteta pojedinih delova mreže epohe TM1 referentna mreža TM1S (slika 7.1) je formirana od sledećih delova mreže TM1: TMS (trigonometrijska mreža Srbije, Crne Gore i Makedonije - epoha 1900.-1928.), TMC (trigonometrijska mreža Crne Gore - epoha 1946.) i istočni deo TMV (trigonometrijska mreža Vojvodine, Srema i dela Bosne - epoha 1928.-1946.). Referentna mreža AGMS (slika 7.6) obuhvata istu površinu kao TM1S.

Analiza i ocena tačnosti sadrži proračun tačnosti određivanja parametara za redukciju terestričkih merenja, astronomskih određivanja i GPS vektora sa fizičke površi Zemlje na elipsoid.

5.1. Opažački materijal

U referentnim horizontalnim mrežama SRJ merene veličine su: pravci, uglovi, astronomski azimuti, astronomske dužine i širine, dužine i GPS vektori.

5.1.1. Pravci

U TM1 i osnovičkim mrežama koje su izvedene do 1924. godine mereni su pravci. Karakteristični podaci za TM1 prikazani su u tabeli 4.3, a za osnovičke mreže u tabelama 4.2 i 4.4. Originalni podaci merenja (TO1) nisu sačuvani. Za TM1 u obrascu 5b unete su definitivne vrednosti izravnatih pravaca i popravke iz izravnjanja, a u elaboratima izravnjanja osnovičkih mreža definitivne vrednosti merenih pravaca sračunate kao aritmetičke sredine iz pojedinih girusa. Pravci su pre izravnjanja popravljani za uticaj apsolutne visine vizurne tačke i zamenu normalnog preseka geodetskom linijom. Iz podataka uslovnog izravnjanja poznate su srednje greške pravaca. Iz postojećih podataka formirani su pravci i njihove vrednosti usvojene za definitivne.

5.1.2. Uglovi

Uglovi u AGM mereni su po metodi merenja po svim kombinacijama, a karakteristični podaci prikazani su u tabeli 4.8. Svim instrumentima kojima su vršena merenja ispitane su podele limbova i optički mikrometar. Za sva ispitivanja, koja su vršena različitim metodama od kojih su usvajane najpovoljnije, formirani su posebni elaborati sa rezultatima merenja i njihovom obradom. Obrada rezultata ispitivanja izvršena je na dva nezavisna načina koja su međusobno upoređena. Uputstvom za izvršenje merenja određeni su podaci za praćenje i kontrolu merenja na osnovu statistički obrađenih rezultata merenja u prethodnim mrežama (delovima TM1). Na tačkama na kojima su horizontalni uglovi opažani sa ekscentričnih stanica, ili su opažani ekscentrični signali, određeni su elementi ekscentriciteta iz dva nezavisna merenja: za pristupačne direktnim merenjem, a za nepristupačne razvijanjem mikro-trigonometrijskih mreža u obliku zatvorenih poligona. Računanje elemenata ekscentriciteta i popravaka pravaca za svodenje na centar izvršeno je na dva ili više nezavisnih načina /ČINKLOVIĆ, 1984/.

Svi podaci uglovnih merenja obrađeni su jednoobrazno za svaku stanicu u obrascima *O.T.* i *I.S.* U obrascu *O.T.* registrovani su svi mereni uglovi, formirane aritmetičke sredine i sračunate srednje

greške ugla merenog u jednom i n girusa. Aritmetičke sredine izmerenih uglova, sa odgovarajućim srednjim greškama, preuzete su u obrazac I.S. u kojem je izvršena kontrola homogenosti postignute tačnosti: upoređenje direktno merenih i izvedenih uglova i računanje srednjih grešaka uglova koji sadrže zajednički pravac. Uglovi su izravnati na stanici po načinu posrednih merenja. Ekscentrične stanice ili pravci svedeni su na centar unošenjem popravaka, sračunate su popravke za uticaj apsolutne visine vizurne tačke i zamenu normalnog preseka geodetskom linijom i formirane definitivne vrednosti pravaca od kojih su formirani uglovi sa kojima su zatvoreni trouglovi.

Iz podataka merenja je izvršena statistička provera normaliteta dobijenih grešaka nezatvaranja trouglova /MARIĆ, 1968; JOVANOVIĆ, 1971; IVANOVIĆ, 1984/ i razlika polugirusa. U prvom slučaju je konstatovan određen poremećaj normaliteta koji je pripisan sistematskim greškama podele limbova, dok je u drugom slučaju zadovoljavajući normalitet ne samo unutar dinamičkih kriterijuma već i unutar većih skupova. Sve statističke provere nezatvaranja trouglova izvršene su sa uglovima formiranim iz pravaca određenim izravnanjem merenih uglova na stanici bez unošenja popravaka za odstupanja vertikalna.

Baze podataka sadrže sračunate: aritmetičke sredine merenih uglova, srednje greške sračunate iz odstupanja pojedinih girusa od aritmetičke sredine i popravke za ekscentrične stanice i signale. Podaci su uneti u bazu u obliku tekstualne datoteke (slika 5.1). Prilikom formiranja baze podataka uglova svedenih na stanicu i računanja sredina iz dnevnih i noćnih merenja vršena je kontrola unosa podataka i otkriven izvestan broj grešaka. Greške su nastale u preuzimanju podataka iz T.O.1 u O.T., oko 1%, i iz O.T. u I.S., oko 1.2%, i kreću se u granicama od 1' do 100". U prethodnoj obradi greške nisu otkrivene zato što su kontrolisane samo sekunde.

19	DUHACA	1957						
1	489	PLUC						
2	498	PLANDISTE			12.852			
3	497	KUDRICKI VIS						
4	18	LESTAR			-2.763	19	489	498
5	498	BAVANISTE				19	489	497
						19	489	18
1	2	58 00	10.54	0.13		19	489	490
1	3	105 44	25.59	0.14		19	498	497
1	4	245 51	22.77	0.25		19	498	18
1	5	313 00	46.73	0.18		19	497	18
2	3	47 44	14.90	0.18		19	497	490
2	4	187 51	12.26	0.14		19	497	18
2	5	255 00	36.14	0.18		19	497	490
3	4	140 06	57.21	0.10		19	18	490
3	5	207 16	21.29	0.22				
4	5	67 09	23.98	0.13				

Slika 5.1: Primer baze podataka merenja uglova - mereni uglovi i svedeni uglovi

5.1.3. Dužine

U mrežama TM1S i AGMS korišćene su tri vrste dužina: izlazne strane dobijene iz osnovičkih mreža, merene daljinomerima i vektori dobijeni iz GPS opažanja.

Karakteristike i postignuta tačnost merenja dužina osnovica invarskim žicama prikazane su u tabelama 4.3 i 4.9. Za svaku merenu osnovicu formiran je poseban elaborat u kojem su sva računanja dužina (podaci preračunavanja priključeni su osnovnom elaboratu). U elaboratima je prikazano: određivanje dužine operativne žice (kod starijih osnovica), unošenje popravaka za pojedine raspone, određivanje dužina sekcija i cele osnovice i njihova redukcija na horizont i ocena tačnosti - određivanje ukupne, slučajne i sistematske greške iz razlike napred-nazad iz odstupanja pojedinih merenja od aritmetičke sredine za svaki raspon, sekciju i osnovicu u celini.

U periodu od 1962. do 1967. godine izvršena su, od strane VGI-a, merenja osnovica i izlaznih strana osnovičkih mreža radio-daljinomerom *TELUROMETAR MRA-2* čija je deklarirana tačnost 1:250.000. Merenja su vršena, pre svega, u cilju ispitivanja instrumenta /JOVANOVIĆ, IVLIJANIN, 1966; JOVANOVIĆ V. i JOVANOVIĆ P., 1976/ zbog čega je velika pažnja posvećena metodi rada i ispitivanju instrumenta i pratećeg pribora. Od podataka merenja sačuvan je tehnički izveštaj i obrasci za redukciju dužina u koje su unete već obrađene kose dužine. Obzirom da su se prilikom obrade dužina merenih daljinomerom *AGA-8* pojavila neslaganja sa postojećom obradom, kao i zbog tačnosti radio-daljinomera, merenja nisu korišćena u daljoj obradi.

Od 1974. do 1976. godine VGI je oko osnovičkih mreža Paraćin, Sjenica i Vranje, prema svom programu, izmerio 12 dužina između tačaka 1. reda laserskim daljinomerom *GEODIMETAR AGA-8*, čija je deklarirana tačnost (5mm+1ppm).

Za obradu su korišćene definitivne dužine osnovica merenih invarskim žicama i srednje greške sračunate iz odstupanja pojedinih merenja od aritmetičke sredine za osnovicu iz postojećih elaborata i originalni podaci merenja daljinomerom *AGA-8*.

5.1.4. Astronomska određivanja

U TM1 nisu korišćena astro određivanja iako su postojala Boškovića/ U AGM na Laplasovim tačkama. Karakteristike astronomskih određivanja u AGM prikazane su u tabeli 4.8, tačnost astronomskih azimuta u tabeli 5.1, a astronomskih dužina i širina u tabeli 5.2. Za svaku Laplace-ovu tačku formiran je elaborat sa svim podacima astrogeodetskih određivanja. U elaboratima je prikazana obrada podataka astronomskih određivanja, sračunate geografske koordinate i njihova unutarnja tačnost i astronomski azimuti i njihova unutarnja tačnost. Obrada podataka astronomskih opažanja izvedena je sa položajima zvezda publikovanim u fundamentalnom katalogu FK4. Za ekscentrične stanice određeni su elementi ekscentriciteta i izvršeno svodenje na centar. U obradi su korišćeni podaci iz elaborata kao definitivni.

Tabela 5.1: Tačnost astronomskih azimuta

Azimut		Broj noći	Broj girusa	Sr. gr. mer. ± ["]	Vrednost azimuta		God. određivanja	Azimut		Broj noći	Broj girusa	Sr. gr. mer. ± ["]	Vrednost azimuta		God. određivanja
Sa	Na				[°]	[']		Sa	Na				[°]	[']	
35	38	5	22	0.75	2744	3	1957	84	107	1	20	1.974	19	16	1957
38	35	7	35	0.64	94	17	1959	107	84	2	24	1.479	199	11	1957
121	323	6	35	0.56	165	9	1958	340	337	2	25	1.755	55	22	1958
323	121	4	36	0.74	3452	5	1958	340	337	3	22	1.484	55	22	1959
105	104	7	36	0.88	71	31	1958	337	340	2	21	1.510	235	14	1958
104	105	8	42	1.08	2515	1	1959	37	38	2	24	1.227	28	24	1958
9	327	5	30	1.34	71	10	1961	38	37	2	24	1.680	208	15	1958
16	327	6	36	1.25	2812	0	1961	29	32	3	24	1.588	10	15	1958
13	327	6	36	1.05	3505	5	1961	32	29	2	24	1.729	190	12	1958
6	7	1	20	1.117	3151	2	1955	489	19	3	24	1.324	292	52	1959
7	6	2	28	1.261	1352	5	1962	19	489	2	23	1.109	113	1	1959
95	230	2	20	1.777	33	19	1956	101	99	2	25	1.097	81	16	1960
230	95	2	23	1.254	2131	2	1956	99	101	2	23	1.576	260	57	1960
68	69	2	22	1.944	79	14	1957	119	120	2	23	1.336	85	59	1959
69	68	2	25	1.091	2585	5	1957	120	119	3	22	1.347	265	36	1959
259	466	2	24	1.083	3251	4	1958	121	122	2	24	1.978	108	8	1960
466	259	2	25	1.242	1452	5	1958	122	121	2	22	1.929	287	51	1960

Tabela 5.2: Tačnost astronomskih određivanja na Laplace-ovim tačkama

Broj tačke	Širina				Dužina				Det. grav. premer blis. zone
	Broj ser.	Broj parova	Tačnost \pm ["]	Godina merenja	Broj noći	Broj ser.	Tačnost \pm ["]	Godina merenja	
6	11	1470	.922	1955	19	19	0.750	1955	Ne
7	9	1130	.562	1962	13	13	0.645	1955	Ne
9	6	61	0.480	1961	13	19	0.465	1961	Ne
13	6	68	0.540	1961	12	23	0.330	1961	Da
16	6	65	0.540	1961	12	20	0.285	1961	Ne
18	3	31	0.420	1957	7	14	0.735	1957	Da
19	6	84	0.899	1959	7	22	1.035	1959	Ne
29	7	76	0.898	1958	12	22	0.765	1958	Ne
32	6	82	0.825	1958	8	20	0.450	1958	Nekompl.
35	6	46	0.580	1957	7	15	0.420	1957	Da
37	7	1000	.805	1958	11	23	0.825	1958	Da
38	7	84	0.440	1959	11	24	0.570	1959	Da
38	8	1021	.075	1958	12	24	0.795	1958	Da
68	12	88	0.484	1957	16	25	0.600	1957	Da
69	10	90	0.551	1957	12	19	0.330	1957	Da
84	12	1450	.462	1957	13	24	0.390	1957	Da
95	12	1800	.710	1956	9	9	0.900	1956	Da
99	8	1130	.900	1960	12	20	0.540	1960	Nekompl.
101	6	1280	.720	1960	8	22	0.570	1960	Da
104	6	68	0.390	1959	11	26	0.495	1959	Da
105	4	68	0.590	1958	11	17	0.615	1958	Da
119	3	33	0.929	1959	8	23	0.645	1959	Da
120	12	1520	.876	1959	18	26	1.035	1959	Da
121	6	60	0.560	1958	9	14	0.615	1958	Da
121	6	1170	.803	1960	8	20	0.465	1960	Da
122	6	1100	.736	1960	7	22	0.495	1960	Da
230	3	46	0.851	1966	26	26	0.765	1956	Da
259	11	1560	.482	1958	17	25	0.600	1958	Ne
282	7	79	0.664	1956	21	21	1.230	1956	Ne
323	7	68	0.480	1958	8	13	0.435	1958	Da
327	4	34	0.480	1956	7	17	0.420	1956	Da
337	14	1300	.510	1958	16	32	0.825	1958	Ne
340	9	1490	.482	1958	18	30	0.540	1958	Ne
466	12	1060	.609	1958	15	25	0.675	1958	Ne
489	8	1110	.780	1959	11	21	1.170	1959	Ne
maksimalna tačnost			0.390				0.285		
minimalna tačnost			1.075				1.230		

5.2. Redukcija pravaca

Zbirna formula za redukciju pravca sa fizičke površi Zemlje na elipsoid sa tačke 1 na tačku 2, na osnovu izraza (2.19), (2.20) i (2.21), (slika 2.10) glasi:

$$d'' = d'' + (\eta_1 \cos A_{12} - \xi_1 \sin A_{12}) \frac{1}{\tan z_{12}} + \rho'' \frac{h_2}{2 \frac{a(1-e^2)}{\sqrt{(1-e^2 \sin^2 B_2)}}} e^2 \cos^2 B_2 \sin(2A_{12}) - \rho'' \frac{e'^2}{\left[\frac{4}{\sqrt{1-e^2 \sin^2 B_1}} \right]^2} D^2 \cos^2 B_1 \sin(2A_{12}) \quad (5.1)$$

gde su ξ i η komponente odstupanja vertikalne, A azimut pravca, z zenitsko odstojanje, h elipsoidna visina, a , e , i e' parametri elipsoida, B geodetska širina i D dužina geodetske linije.

Iz izraza (5.1), prema zakonu rasprostiranja grešaka funkcije, dobija se:

$$(\sigma_d)_{12}^2 = (\sigma_d)_{\xi_1}^2 + (\sigma_d)_{\eta_1}^2 + (\sigma_d)_{A_{12}}^2 + (\sigma_d)_z^2 + (\sigma_d)_{h_2}^2 + (\sigma_d)_{B_2}^2 + (\sigma_d)_{B_1}^2 + (\sigma_d)_D^2 \quad (5.2)$$

pn čemu je $(\sigma_d)_i$, $i = \xi, \eta, A, z, h, B, D$ standard pravca usled standarda određivanja pojedinih parametara, a 1 i 2 su indeksi tačaka. Uticaji određivanja pojedinih parametara na standard merenog pravca. σ_d , su:

$$(\sigma_d)_{\eta_1}^2 = \frac{\cos^2 A_{12}}{\tan^2 z_{12}} \sigma_{\eta_1}^2 \quad (5.3)$$

$$(\sigma_d)_{\xi_1}^2 = \frac{\sin^2 A_{12}}{\tan^2 z_{12}} \sigma_{\xi_1}^2 \quad (5.4)$$

$$(\sigma_d)_z^2 = \frac{(\eta_1 \cos A_{12} - \xi_1 \sin A_{12})^2}{\sin^4 z} \sigma_z^2 \quad (5.5)$$

$$(\sigma_d)_{A_{12}}^2 = \left\{ \frac{-\rho'' e'^2 D^2 \cos^2 B_1 \cos(2A_{12})}{6N_1^2} \frac{\eta_1 \sin A_{12} + \xi_1 \cos A_{12}}{\tan z_{12}} + \frac{\rho'' h_2 e^2 \cos^2 B_2 \cos(2A_{12})}{M_2} \right\}^2 \sigma_{A_{12}}^2 \quad (5.6)$$

$$(\sigma_d)_{h_2}^2 = \frac{\rho''^2 e^4 \cos^4 B_2 \sin^2(2A_{12}) (1-e^2 \sin^2 B_2)^3}{4[a(1-e^2)]^2} \sigma_{h_2}^2 \quad (5.7)$$

$$(\sigma_d)_{B_1}^2 = \frac{\rho''^2 e'^4 D^4 \cos^2 B_1 \sin^2(2A_{12}) \sin^2 B_1 (1-e^2 + 2e^2 \cos^2 B_1)^2}{36a^4} \sigma_{B_1}^2 \quad (5.8)$$

$$(\sigma_d)_{B_2}^2 = \frac{\rho''^2 h_2^2 e^4 \cos^2 B_2 \sin^2(2A_{12}) \sin^2 B_2 (1-e^2 \sin^2 B_2) (2-2e^2 + 5e^2 \cos^2 B_2)}{4[a(1-e^2)]^2} \sigma_{B_2}^2 \quad (5.9)$$

$$(\sigma_d)_D^2 = \frac{\rho''^2 e'^4 D^2 \cos^4 B_1 \sin^2(2A_{12}) (1-e^2 \sin^2 B_1)^2}{36a^4} \sigma_D^2 \quad (5.10)$$

Po principu beznačajnosti dobija se:

$$\sigma_o^2 \leq \frac{1}{9} \sigma_d^2 \quad (5.11)$$

gde je standard ostatka σ_o zbir uticaja svih redukcionih parametara na standard merenog pravca:

$$\sigma_o^2 = (\sigma_d)_{\xi_1}^2 + (\sigma_d)_{\eta_1}^2 + (\sigma_d)_{A_{12}}^2 + (\sigma_d)_z^2 + (\sigma_d)_{h_2}^2 + (\sigma_d)_{B_1}^2 + (\sigma_d)_{B_2}^2 + (\sigma_d)_D^2 \quad (5.12)$$

Za računanje pojedinih standarda primenjen je princip jednakih uticaja.

$$(\sigma_d)_{\xi_1} = (\sigma_d)_{\eta_1} = (\sigma_d)_{A_{12}} = (\sigma_d)_z = (\sigma_d)_{h_2} = (\sigma_d)_{B_1} = (\sigma_d)_{B_2} = (\sigma_d)_D = (\sigma_d)_0 \quad (5.13)$$

odnosno:

$$8(\sigma_d)^2 = \sigma_d^2 \quad (5.14)$$

i zamenom u (5.11):

$$(\sigma_d)^2 \leq \frac{1}{72} \sigma_d^2 \quad (5.15)$$

Za standard merenog pravca u TMI usvojena je vrednost srednje greške sračunate iz uslovnog izravnjanja: $\sigma_d = 0''.83$ (najveća ostvarena tačnost merenja). Na osnovu prethodnih izraza sračunati su standardi određivanja redukcionih parametara. Iz proračuna je zaključeno da je uticaj pojedinih parametara na tačnost redukcije beznačajan. To su: azimut $(\sigma_\alpha)_{\max} = 4''.12$, visina vizurne tačke $(\sigma_h)_{\max} = 1.6 \text{ km}$, koordinate stanice i vizure $(\sigma_{B_1, B_2})_{\max} = 26''.8$ i dužina geodetske linije $(\sigma_D)_{\max} = 570 \text{ km}$. Novi proračun je izveden sa parametrima čiji je uticaj dominantan, a karakteristične vrednosti prikazane u tabeli 5.3.

Tabela 5.3: Tačnost redukcionih parametara za pravce u TMI

Stani- ca	Vizu- ra	σ_α [']	σ_h [']	σ_D [']
91	90	8.93	7.48	0.72
91	89	10.161	5.74	0.95
91	92	30.103	6.10	0.66
91	322	2.09	3.49	0.91
91	227	5.22	12.85	0.61
95	234	12.28	2.93	0.72
95	230	4.35	2.86	6.85
95	93	4.30	7.33	0.97
95	229	12.667	6.62	0.52
95	88	38.062	5.88	0.55
124	123	127.67	83.24	1.02
124	125	17.86	387.16	0.71
124	126	90.856	5.57	0.41
maks. tačnost		2.09	2.86	0.41

Maksimalna potrebna tačnost zenitskog odstojanja $(\sigma_z)_{\max} = 0''.41 = 24'$.

Standard merenog ugla za mrežu AGM sračunat je prema analizi metode merenja i prethodnoj oceni tačnosti. Standard ugla merenog u n girusa i q serija je / BRATULJEVIĆ, MRKIĆ, 1984/:

$$(\sigma_\omega)^2 = \frac{1}{nq} \left(2\sigma_{RM}^2 + \frac{\sigma_{VK}^2}{2} \right) + 2 \left(\sigma_r^2 + \frac{\sigma_r'^2}{q} + \sigma_z^2 \right) \quad (5.16)$$

gde je σ_{RM} ukupan standard radne mere, σ_{VK} ukupan standard viziranja i koincidiranja, σ_r standard lokalne refrakcije, σ_r' standard regionalne refrakcije i σ_z standard zaokruživanja čitanja. Za maksimalan broj girusa - 16 i serija - 2 (dnevna i noćna merenja) u kojem su mereni uglovi u AGM i opšte vrednosti standarda pojedinih izvora grešaka za teodolit WILD T3 /BRATULJEVIĆ,

MRKIĆ, 1984/, standard merenog ugla je $\sigma_w = 0''.59$. Sa tom vrednošću je izvršena analiza tačnosti redukcionih parametara za uglove u AGM. Karakteristični rezultati prikazani su u tabeli 5.4.

Tabela 5.4: Tačnost redukcionih parametara za uglove u AGM

Stani- ca	Vizu- ra	σ_{ξ} ["]	σ_{η} ["]	σ_{ζ} ["]
91	90	6.03	5.05	0.49
91	89	6.85	10.62	0.64
91	92	20.31	24.35	0.44
91	322	1.41	2.35	0.61
91	227	3.52	8.67	0.41
95	87	8.82	5.53	6.66
95	230	2.94	1.93	4.62
95	93	2.9	4.94	0.65
95	507	8.49	46.6	0.35
95	88	25.68	17.46	0.37
508	123	87.32	55.56	0.68
508	125	12.03	308.98	0.48
508	126	61.58	44.63	0.28
maks. tačnost		1.41	1.93	0.28

Maksimalna potrebna tačnost zenitskog odstojanja $(\sigma_z)_{\max} = 0''.28 = 17'$.

Iz izvršene analize i ocene tačnosti može se zaključiti da se pojedini redukcionni parametri: koordinate tačaka - $(\sigma_{B, B_2})_{\max} = 17''.7$, dužine - $(\sigma_D)_{\max} = 190\text{km}$, zenitska odstojanja - $(\sigma_z)_{\max} = 17'$ i azimuti - $(\sigma_A)_{\max} = 2''.78$ mogu odrediti iz podataka postojećih mreža. Komponente odstupanja vertikala se moraju odrediti sa tačnošću $(\sigma_{\xi})_{\max} = 1''.41$ i $(\sigma_{\eta})_{\max} = 1''.93$.

5.3. Redukcija dužina

U postojećim referentnim horizontalnim mrežama dužine između pojedinih tačaka merene su sa tri vrste pribora: indirektno (preko osnovičkih mreža) invarskim žicama, direktno daljinomerima (radio, elektro-optičkim ili laserskim) i GPS tehnologijom.

Dužina, ili GPS vektor, redukuje se sa fizičke površi Zemlje na elipsoid (slika 2.12) preko izraza (2.24) i (2.25). Zamenom dužine tetive D_N kosom dužinom D_K u izrazu (2.25), dobija se izraz:

$$D_E = \sqrt{\frac{D_K^2 - \Delta h^2}{\left(1 + \frac{h_1}{R}\right) \cdot \left(1 + \frac{h_2}{R}\right)}} + \frac{D_K^3}{24R^2} \quad (5.17)$$

gde je Δh elipsoidna visinska razlika između tačaka, h_1, h_2 elipsoidne visine tačaka, R srednji poluprečnik elipsoida i D_K kosa dužina između tačaka.

Dužine osnovica merene invarskim žicama redukovane su na horizont sa visinskim razlikama određenim metodom Nivelmana visoke tačnosti, tako da ih treba redukovati na elipsoid. Izraz za redukciju dužina merenih invarskim žicama je:

$$D_E = \sqrt{\frac{D_K^2}{\left(1 + \frac{h}{R}\right)^2} + \frac{D_K^3}{24R^2}} \quad (5.18)$$

Iz izraza (5.18), prema zakonu rasprostiranja grešaka funkcije, dobija se:

$$(\sigma_D)_E^2 = (\sigma_D)_K^2 + (\sigma_D)_h^2 + (\sigma_D)_R^2 \quad (5.19)$$

pri čemu je:

$$(\sigma_D)_R^2 = \left\{ \frac{1}{\sqrt{\frac{D_K^2}{\left(1 + \frac{h}{R}\right)^2} \left[\frac{D_K^2 h}{\left(1 + \frac{h}{R}\right)^3 R^2} \right] - \frac{D^3}{12R^3}}} \right\}^2 \sigma_R^2; \quad (\sigma_D)_h^2 = \frac{D_K^2}{\left(1 + \frac{h}{R}\right)^4 R^2} \sigma_h^2 \quad (5.20)$$

Primenom principa beznačajnosti i principa jednakih uticaja dobija se:

$$\sigma_D^2 \leq \frac{1}{9} \sigma_{D_K}^2 \quad (5.21)$$

Tabela 5.5: Tačnost redukcionih parametara za osnovice

Od	Do	σ_{D_K} [m]	σ_{D_h} [km]
131	133	2.12	2.93
137	138	2.11	4.92
141	142	2.12	8.41
145	146	2.12	7.69
147	148	2.12	14.95
151	152	2.12	2.09
153	155	2.12	3.13
159	160	2.12	1.29
492	493	2.12	9.97
maks. tačnost		2.11	1.29

$$\sigma_D^2 = (\sigma_D)_h^2 + (\sigma_D)_R^2 \quad (5.22)$$

$$(\sigma_D)_h = (\sigma_D)_R = (\sigma_D)_0 \quad (5.23)$$

$$2(\sigma_D)_0^2 = \sigma_D^2 \quad (5.24)$$

$$(\sigma_D)_0^2 \leq \frac{1}{18} \sigma_{D_K}^2 \quad (5.25)$$

gde je σ_D standard ostatka, a $(\sigma_D)_i$, $i=h, R$ standard dužine usled standarda određivanja pojedinih parametara. Tačnost merenja dužina osnovica sračunata je iz odstupanja pojedinih rezultata merenja od aritmetičke sredine i prikazana u tabeli 4.9. Primenom izraza (5.20-25) izvršena je analiza tačnosti redukcionih parametara za dužine merene invarskim žicama, a rezultati su prikazani u tabeli 5.5.

Kod redukcije dužina merenih daljinomerom AGA-8 i GPS vektora, iz izraza (5.17), prema zakonu rasprostiranja grešaka funkcije, dobija se:

$$(\sigma_D)_E^2 = (\sigma_D)_K^2 + (\sigma_D)_{\Delta h}^2 + (\sigma_D)_{h_1}^2 + (\sigma_D)_{h_2}^2 + (\sigma_D)_R^2 \quad (5.26)$$

pri čemu je:

$$(\sigma_D)_{\Delta h}^2 = \frac{\Delta h^2}{\left(D_K^2 - \Delta h^2\right) \left(1 + \frac{h_1}{R}\right) \left(1 + \frac{h_2}{R}\right)} \sigma_{\Delta h}^2 \quad (5.27)$$

$$(\sigma_D)_{h_i}^2 = \frac{\left(D_K^2 - \Delta h^2\right)}{4 \left(1 + \frac{h_1}{R}\right)^3 \left(1 + \frac{h_2}{R}\right) R^2} \sigma_{h_i}^2 \quad (5.28)$$

$$(\sigma_D)_{h_2}^2 = \frac{(D_K^2 - \Delta h^2)}{4 \left(1 + \frac{h_1}{R}\right) \left(1 + \frac{h_2}{R}\right)^3 R^2} \sigma_{h_2}^2 \quad (5.29)$$

$$(\sigma_D)_R^2 = \left\{ \frac{1}{2 \sqrt{\frac{(D_K^2 - \Delta h^2)}{\left(1 + \frac{h_1}{R}\right) \left(1 + \frac{h_2}{R}\right)}}} \left[\frac{(D_K^2 - \Delta h^2) h_1}{\left(1 + \frac{h_1}{R}\right)^2 \left(1 + \frac{h_2}{R}\right) R^2} + \frac{(D_K^2 - \Delta h^2) h_2}{\left(1 + \frac{h_1}{R}\right) \left(1 + \frac{h_2}{R}\right)^2 R^2} \right] - \frac{D^3}{12R^3} \right\}^2 \sigma_R^2 \quad (5.30)$$

Primenom principa beznačajnosti i principa jednakih uticaja dobija se:

$$\sigma_0^2 \leq \frac{1}{9} \sigma_D^2 \quad (5.31)$$

$$\sigma_0^2 = (\sigma_D)_{\Delta h}^2 + (\sigma_D)_{h_1}^2 + (\sigma_D)_{h_2}^2 + (\sigma_D)_R^2 \quad (5.32)$$

$$(\sigma_D)_0 = (\sigma_D)_{\Delta h} = (\sigma_D)_{h_1} = (\sigma_D)_{h_2} = (\sigma_D)_R \quad (5.33)$$

$$4(\sigma_D)_0^2 = \sigma_0^2 \quad (5.34)$$

$$(\sigma_D)_0 \leq \frac{1}{36} \sigma_0^2 \quad (5.35)$$

Tabela 5.6: Tačnost redukcionih parametara za dužine merene daljinomerom AGA-8 i GPS vektore

AGA-8						GPS vektore					
Od	Do	D [km]	σ_D [cm]	σ_A [m]	σ_h [m]	Od	Do	D [km]	σ_D [cm]	σ_A [m]	σ_h [m]
68	69	36.62	456.78	1.40	1.40	346	497	137.90	1090.00	1.27	1.27
68	509	30.14	107.05	1.43	1.43	7	33	213.92	7114.82	1.26	1.26
69	509	34.00	202.24	1.41	1.41	33	103	162.35	713.37	1.27	1.27
37	38	36.61	206.26	1.40	1.40	7	70	117.34	466.01	1.28	1.28
37	39	31.41	220.49	1.42	1.42	70	230	115.60	373.80	1.28	1.28
38	39	25.24	347.06	1.47	1.47	230	104	213.04	1400.51	1.26	1.26
38	40	29.44	254.88	1.44	1.44	104	33	173.10	1534.42	1.26	1.26
39	40	23.39	107.46	1.49	1.49	89	230	61.30	103.15	1.33	1.33
99	100	26.86	155.06	1.46	1.46	7	497	152.71	4378.21	1.27	1.27
100	101	32.03	83.33	1.42	1.42	33	32	45.09	148.37	1.36	1.36
62	100	26.00	233.98	1.46	1.46	44	46	25.41	77.67	1.47	1.47
62	101	28.41	87.95	1.44	1.44	115	116	24.98	31.92	1.47	1.47
						113	114	35.99	39.49	1.40	1.40
						123	500	39.55	121.88	1.38	1.38
						125	127	27.94	46.51	1.45	1.45
						120	117	34.27	68.25	1.41	1.41
maksimalna tačnost:			83.33	1.40	1.40	maksimalna tačnost:			31.92	1.26	1.26

Za deklarisanu tačnost merenja dužina elektro-optičkim daljinomerom AGA-8 i GPS vektore usvojena je vrednost $\sigma_D = (5\text{mm} + 1\text{ppm})$.

Koristeći izraze (5.27-35) dobijene su sledeće vrednosti: za R $(\sigma_R)_{\max} = 4.5 \text{ km}$, za visinske razlike $(\sigma_{\Delta h})_{\max} = 0.46 \text{ m}$ (za dužinu $D=32 \text{ km}$ i $\Delta h=450 \text{ m}$ merenu daljinomerom AGA-8) i za visine $(\sigma_h)_{\max} = 2.50 \text{ m}$. Pošto je uticaj R beznačajan, a tačnost visinskih razlika se ne može ostvariti primenjen je *princip nejednakih uticaja* (tabela 5.6):

$$(\sigma_{\sigma})_{\sigma}^2 = 10(\sigma_{\sigma})_{\Delta h}^2 = (\sigma_{\sigma})_{\lambda}^2 = (\sigma_{\sigma})_{\lambda_1}^2 \quad (5.36)$$

Iz izvršene analize i ocene tačnosti može se zaključiti da je maksimalna potrebna tačnost poluprečnika R $(\sigma_R)_{\max} = 4.5 \text{ km}$ i visina tačaka $(\sigma_h)_{\max} = 1.26 \text{ m}$ i mogu se odrediti iz podataka postojećih mreža. Potrebna tačnost visinskih razlika kod pojedinih GPS vektora - $(\sigma_{\Delta h}) \leq 1 \text{ cm/km}$ može se ostvariti procesiranjem satelitskih opažanja. Za redukciju dužina merenih daljinomerom AGA-8 potrebna tačnost visinskih razlika je $(\sigma_{\Delta h})_{\max} = 0.83 \text{ m}$ (za dužinu $D=32 \text{ km}$ i $\Delta h=450 \text{ m}$) i može se odrediti terestričkim metodama ili datumskom transformacijom iz TM1 u WGS84.

5.4. Redukcija azimuta

Redukcija astronomskeg azimuta vrši se preko izraza:

$$\alpha'' = A'' + (\eta_1 \cos A_{12} - \xi_1 \sin A_{12}) \frac{1}{\tan z_{12}} - \eta_1 \tan B_1 + \rho'' \frac{h_2}{2 \frac{a(1-e^2)}{\sqrt{(1-e^2 \sin^2 B_2)^3}}} e^2 \cos^2 B_2 \sin(2A_{12}) - \rho'' \frac{e^2 h_1}{12 \left(\frac{a}{\sqrt{(1-e^2 \sin^2 B_1)^3}} \right)^2} D^2 \cos^2 B_1 \sin(2A_{12}) \quad (5.37)$$

gde su ξ_1, η_1 komponente odstupanja vertikale, z zenitsko odstojanje, h elipsoidna visina, a, e, e' parametri elipsoida, B geodetska širina i D dužina geodetske linije između tačaka.

Iz izraza (5.37), prema zakonu rasprostiranja grešaka funkcije, dobija se:

$$\sigma_{\alpha}^2 = \sigma_A^2 + (\sigma_A)_{\xi_1}^2 + (\sigma_A)_{\eta_1}^2 + (\sigma_A)_z^2 + (\sigma_A)_{h_2}^2 + (\sigma_A)_{B_1}^2 + (\sigma_A)_{B_2}^2 + (\sigma_A)_D^2 \quad (5.38)$$

gde je:

$$(\sigma_A)_{\eta_1}^2 = \left(\tan^2 B_1 + \frac{\cos^2 A_{12}}{\tan^2 z_{12}} \right) \sigma_{\eta_1}^2 \quad (5.39)$$

$$(\sigma_A)_{B_1}^2 = \left[\frac{\rho'' e'^2 D^2 \cos B_1 \sin(2A_{12}) \sin B_1 (1-e^2 + 2e^2 \cos^2 B_1)}{6a^3} - \eta_1 (1 + \tan^2 B_1) \right]^2 \sigma_{B_1}^2 \quad (5.40)$$

Uticaji određivanja standarda ostalih redukcionih parametara na standard merenog azimuta isti su kao kod redukcije pravaca - izrazi (5.4-5.7) i (5.9-10).

Primenom principa beznačajnosti i principa jednakih uticaja dobija se:

$$\sigma_O^2 \leq \frac{1}{9} \sigma_A^2 \quad (5.41)$$

$$\sigma_O^2 = (\sigma_A)_{\xi_1}^2 + (\sigma_A)_{\eta_1}^2 + (\sigma_A)_z^2 + (\sigma_A)_{h_2}^2 + (\sigma_A)_{B_1}^2 + (\sigma_A)_{B_2}^2 + (\sigma_A)_D^2 \quad (5.42)$$

$$(\sigma_A)_{\xi_1} = (\sigma_A)_{\eta_1} = (\sigma_A)_z = (\sigma_A)_{h_2} = (\sigma_A)_{B_1} = (\sigma_A)_{B_2} = (\sigma_A)_D = (\sigma_A)_0 \quad (5.43)$$

$$7(\sigma_A)_0^2 = \sigma_0^2 \quad (5.44)$$

$$(\sigma_A)_0^2 \leq \frac{1}{63} \sigma_A^2 \quad (5.45)$$

Srednje greške merenja astronomskih azimuta, sračunate iz odstupanja pojedinih merenja od aritmetičke sredine, su u rasponu od $\pm 0''.56$ do $\pm 1''.98$ (tabela 5.1). Sa vrednostima iz tzbele 5.1 izvršena je analiza tačnosti redukcionih parametara. Iz proračuna je zaključeno da je uticaj parametara h_2 , B_1 , B_2 i D beznačajan u odnosu na uticaj ostalih, a da je uticaj komponente odstupanja vertikalne η_1 dominantan, pa je primenjen princip nejednakih uticaja:

$$3(\sigma_A)_z^2 = 500(\sigma_A)_{\eta_1}^2 = 0.01(\sigma_A)_z^2 = (\sigma_A)_0^2 \quad (5.46)$$

Rezultati proračuna prikazani su u tabeli 5.7.

Iz izvršene analize i ocene tačnosti može se zaključiti da je maksimalna potrebna tačnost pojedinih parametara: koordinata tačaka - $(\sigma_{A,B})_{\max} = 0''.46$, dužina - $(\sigma_D)_{\max} = 980\text{km}$ i zenitskih odstupanja - $(\sigma_z)_{\max} = 36''$ takva da se mogu odrediti iz podataka postojećih mreža. Komponenta odstupanja vertikalne η_1 ne može se odrediti sa maksimalnom potrebnom tačnošću $(\sigma_{\eta_1})_{\max} = 0''.21$ zbog čega se pojedini astronomski azimuti ne mogu redukovati sa dovoljnom tačnošću.

Tabela 5.7: Tačnost redukcionih parametara za azimute - nejednaki uticaj

Stani- ca	Vizu- ra	σ_z ["]	σ_{η_1} ["]	σ_{ξ_1} ["]	Stani- ca	Vizu- ra	σ_z ["]	σ_{η_1} ["]	σ_{ξ_1} ["]
35	38	1.01	0.26	0.23	84	501	4.76	0.72	0.42
38	35	1.36	0.22	0.02	501	84	3.20	0.54	0.02
121	323	3.64	0.21	0.01	340	337	31.35	0.57	1.55
323	121	3.46	0.28	0.01	340	337	26.51	0.48	1.31
105	104	2.06	0.32	0.03	337	340	60.37	0.49	1.07
104	105	4.96	0.39	0.05	37	38	18.23	0.42	0.05
9	327	3.05	0.45	0.08	38	37	10.58	0.58	0.84
16	327	3.98	0.42	0.06	29	32	18.32	0.54	0.01
13	327	29.30	0.36	0.05	32	29	14.64	0.59	0.02
6	7	4.80	0.38	0.04	489	19	32.06	0.44	0.05
7	6	12.51	0.43	0.04	19	489	8.27	0.37	0.05
95	230	1.25	0.64	0.11	101	99	1.56	0.40	0.81
230	95	0.93	0.46	0.32	99	101	3.15	0.57	0.33
68	69	9.66	0.69	0.39	119	120	2.19	0.50	0.02
69	68	103.98	0.39	0.04	120	119	3.73	0.51	0.03
259	466	12.32	0.35	1.17	121	122	87.81	0.75	0.03
466	259	48.34	0.41	0.49	122	121	8.81	0.73	0.02
maksimalna tačnost:							0.93	0.21	0.01

6. ODREĐIVANJE REDUKCIONIH PARAMETARA I REDUKCIJA MERENJA SA FIZIČKE POVRŠI ZEMLJE NA GEE ELIPSOID

Kod ranijih radova pokazao se problem određivanja pojedinih redukcionih parametara - odstupanja vertikalala ξ i η , elipsoidnih visina h i elipsoidnih visinskih razlika Δh sa tačnošću prema analizi i oceni tačnosti redukcije. Važno je napomenuti da su pomenuti parametri u različitim sistemima. Na primer:

- elipsoidne visine h dobijaju se kao zbir $h = H^0 + N$, gde je H^0 u sistemu ortometrijskih visina, a N visina geoida ili iz procesiranja satelitskih opažanja u sistemu WGS84;
- anomalije sile teže, iz kojih se mogu odrediti odstupanja vertikalala i N , su u sistemu RS30 - vrednost normalne sile teže računata je sa koeficijentima sistema RS30, a, realna, merena vrednost sile teže je u sistemu *Potsdam*;
- odstupanja vertikalala određuju se iz globalnih geopotencijalnih modela zemljinog gravitacionog polja u sistemu WGS84.

Zbog toga sve redukционе parametre treba određenim transformacijama, ili određivanjima, usaglasiti sa sistemom WGS84, na čiji pridruženi GEE elipsoid će biti redukovana sva merenja.

6.1. Uglovna merenja

Redukcija merenih uglova sa fizičke površi Zemlje na elipsoid izvršena je prema izrazu (5.1):

$$d_{ed}'' = d_{mer}'' + (\eta_1 \cos A_{12} - \xi_1 \sin A_{12}) \frac{1}{\tan z_{12}} + \rho'' \frac{h_2}{a(1-e^2)} e^2 \cos^2 B_2 \sin(2A_{12}) - \rho'' \frac{e'^2}{12 \left(\frac{a}{\sqrt{1-e^2 \sin^2 B_1}} \right)^2} D^2 \cos^2 B_1 \sin(2A_{12})$$

gde su ξ i η komponente odstupanja vertikalale, A azimut pravca, z zenitsko odstojanje, h elipsoidna visina, a , e i e' parametri elipsoida, B geodetska širina i D dužina geodetske linije.

6.1.1. Određivanje privremenih koordinata tačaka u sistemu WGS84

Kod realizacije referentnih horizontalnih mreža u klasičnom geodetskom Datumu privremene koordinate tačaka određuju se iz dužina geodetskih linija i azimuta rešavanjem prvog glavnog geodetskog zadatka. Koordinate tačaka postojećih referentnih horizontalnih mreža Jugoslavije određene su na elipsoidu *Bessel*-a pa je određivanje privremenih koordinata u sistemu WGS84 izvršeno datumskom transformacijom iz TM1 i AGM u WGS84.

Pre datumske transformacije izvršena je identifikacija "stabilnih" tačaka analizom opisa položaja i upoređenjem merenih pravaca iz TM1S i uglova iz AGMS /BRATULJEVIĆ I DR., 1995/. Prilikom realizacije EUREF Makedonije tri tačke: 105, 323 i 321, stabilizovane su na novom mestu, ali su

zadržani stari brojevi. Iz izvršenih analiza zaključeno je da su sve tačke, osim tri u Makedoniji, na kojima su izvršena GPS opažanja pogodna za datumsku transformaciju.

Transformacija geodetskih krivolinijskih (B, L, h) u pravougle (x, y, z) koordinate, na elipsoidu *Bessel*-a, za tačke TM1S i AGMS izvršena je iterativnom metodom preko izraza (2.1-4).

Ukupan broj tačaka sa koordinatama u oba Datuma je 42. Datumaska transformacija izvršena je preko izraza (2.6) iterativno - isključivanjem onih tačaka koje imaju najveće vektore popravaka primenom kriterijuma da ukupan vektor popravke bude manji od $\pm 3m$, ili $2 \cdot (\sigma_h)_{\max}$ iz analize i ocene tačnosti redukcije dužina. Završna iteracija izvršena je sa 34 tačke, a osnovne karakteristike prikazane u tabeli 6.1. Sa sračunatim parametrima izvršena je datumaska transformacija koordinata tačaka iz TM1S i AGMS u WGS84, a zatim transformacija pravouglih (x, y, z) u geodetske krivolinijske (B, L, h) u WGS84, preko izraza (2.1).

Tabela 6.1: Osnovne karakteristike datumске transformacije

Opis	Vrednost
Ocena standarda jedinice težine:	1.00002
Ocena standarda translacije po x-osi:	9.346m
Ocena standarda translacije po y-osi:	11.878 m
Ocena standarda translacije po z-osi:	7.254 m
Ocena standarda rotacije oko x-ose:	0" 287
Ocena standarda rotacije oko y-ose:	0" 307
Ocena standarda rotacije oko z-ose:	0" 343
Ocena standarda promene razmere:	$9.726 \cdot 10^{-7} m$
Prosečan vektor popravke po x-osi:	1.271 m
Prosečan vektor popravke po y-osi:	0.677 m
Prosečan vektor popravke po z-osi:	0.848 m
Prosečan vektor ukupne popravke:	1.672 m

Radi kontrole računanja, koordinate tačaka određene su u sistemu WGS84 i preliminarnim izravnjem AGMS na GEE elipsoidu. Datum je definisan koordinatama svih tačaka određenim procesiranjem GPS opažanja. Rezultati merenja su uglovi redukovani na elipsoid. Odstupanja vertikala sračunata su astro-gravimetrijskom metodom sa koordinatama tačaka iz datumске transformacije. Izravnate koordinate B i L imaju tačnost $(\sigma_{B,L})_{\max} < 1dm$. Razlike koordinata određenih preliminarnim izravnjem i datumskom transformacijom su u granicama: $-1.93m < \Delta B < 2.54m$ i $-3.80m < \Delta L < 3.09m$. Za redukciju merenja sa fizičke površi Zemlje na elipsoid potrebne elipsoidne visine i visinske razlike nisu mogle biti određene preliminarnim izravnjem ili nekom drugim metodom, tako da su za usvojene vrednosti iz datumске transformacije.

Obzirom na tačnost koordinata iz preliminarnog izravnja, parametre datumске transformacije i razlike koordinata između datumске transformacije i preliminarnog izravnja, može se zaključiti da su koordinate tačaka datumskom transformacijom određene prema analizi i oceni tačnosti redukcije pravaca, uglova i azimuta sa fizičke površi Zemlje na elipsoid.

6.1.2. Određivanje odstupanja vertikala

Bilo je više pokušaja određivanja odstupanja vertikala na tačkama TM1 i AGM /Bošković, 1952; SVEČNIKOV, 1968; MUMINAGIĆ, 1971; KRULJ, 1995/. Prva odstupanja vertikala u Srbiji, u Datumu TM1 - elipsoid *Bessel*-a, odredio je S. Bošković obradom sopstvenih astronomskih opažanja. Zbog

pogrešne orijentacije mreže TM1, sve komponente odstupanja η imale su sistematske, negativne, vrednosti. Prosečna vrednost je $\eta_{\text{pros}} \cong -10''$ /Bošković, 1952/.

N. Svečnikov je poboljšao orijentaciju i položaj Datuma TM1 uz uslov da odstupanje geodetskih koordinata i azimuta od astronomskih bude minimalno. Nakon toga je izvršio preračunavanje geodetskih koordinata i odredio odstupanja vertikalna.

A. Muminagić je iz 19 *Laplace*-ovih tačaka na teritoriji SFRJ odredio astrogeodetska odstupanja vertikalna, popravio ih za topo-izostatički uticaj i primenom uslova $\sum (\xi^2 + \eta^2) = \min$ poboljšao orijentaciju *Bessel*-ovog elipsoida. Sa određenim koeficijentima je sračunao odstupanja vertikalna za sve tačke na kojima su izvršena astronomska određivanja i astro-geodetskim nivelmanom odredio geoid u odnosu na elipsoid *Bessel*-a sa poboljšanom orijentacijom /MUMINAGIĆ, 1971/.

SGU je obradila detaljni gravimetrijski premer oko *Laplace*-ovih tačaka i odredila topografska odstupanja vertikalna, na elipsoidu *Bessel*-a, iz visina tačaka gravimetrijskog premera. Za svaku *Laplace*-ovu tačku formiran je poseban elaborat sa podacima gravimetrijskog premera i određivanjem odstupanja vertikalna.

Na Institutu za geodeziju, u okviru diplomskog rada /KRULJ, 1995/, određena su odstupanja vertikalna za *Laplace*-ove tačke u Srbiji. Sa odstupanjima određenim topo-izostatičkom metodom primenom *remove-restore* tehnike redukovana su astrogeodetska. Određena su odstupanja vertikalna iz globalnog geopotencijalnog modela OSU91 pomoću kojih su datumskom transformacijom astrogeodetskih odstupanja iz TM1 u WGS84 određeni uglovi rotacije, a ne i parametri translacije.

Za određivanje odstupanja vertikalna u WGS84 na raspolaganju je bio sledeći materijal:

- astronomska određivanja na *Laplace*-ovim tačkama (34 tačaka),
- detaljan gravimetrijski premer bliske zone oko *Laplace*-ovih tačaka (21 tačka),
- detaljan gravimetrijski premer SRJ (98267 tačaka),
- regionalni gravimetrijski premer SFRJ (39180 tačaka),
- globalni geopotencijalni modeli Zemlje (OSU91 i EGM96).

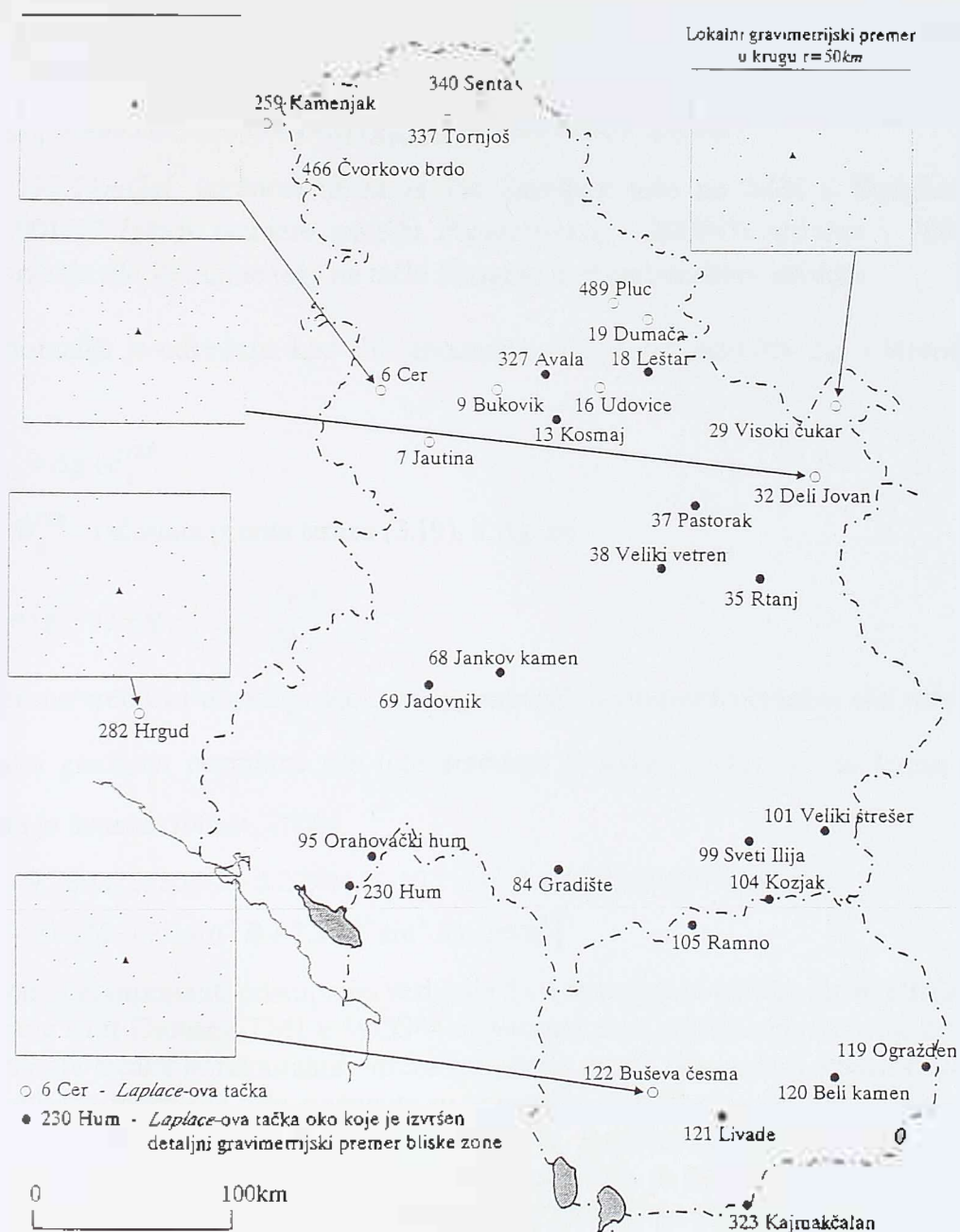
Iz pomenutog materijala komponente odstupanja vertikalna ξ i η sračunate su astrogeodetskom, gravimetrijskom i astro-gravimetrijskom metodom.

6.1.2.1. Astrogeodetska metoda

U tabeli 5.2. prikazane su karakteristične vrednosti i tačnost astronomskih određivanja širine i dužine, a na slici 6.1 geografski raspored *Laplace*-ovih tačaka. Astronomska određivanja obrađena su sa koordinatama zvezda publikovanim u katalogu FK4 i svedena na referentni pol. Transformacijom položaja zvezda iz FK4 u FK5 dobijaju se razlike koordinata tačaka beznačajne u odnosu na tačnost njihovog određivanja /DAČIĆ, 1998/ i na potrebnu tačnost određivanja odstupanja vertikalna. Transformacija iz FK5 u HIPPARCOS katalog za merenja čija je tačnost manja od $\pm 0''.05$ nema značajnih efekata /FEISSEL & ALL, 1997/. Zbog toga nije vršena naknadna obrada astronomskih određivanja, već su preuzete obrađene vrednosti.

Za određivanje komponenti odstupanja vertikalna astrogeodetskom metodom potrebne geodetske koordinate tačaka u WGS84 određene su datumskom transformacijom iz TM1 (poglavlje 6.1.1).

Komponente odstupanja vertikalna ξ^A i η^A određene su prema izrazima (2.10) i (2.11). Njihova tačnost jednaka je tačnosti astronomskih određivanja (tabela 5.2) jer je tačnost geodetskih koordinata veća od $\pm 0.''06$ ($\pm 2m$) i beznačajna u odnosu na tačnost astronomskih određivanja.



Slika 6.1: Laplace-ove tačke

6.1.2.2. Gravimetrijska metoda

Podaci regionalnog (SFRJ) i detaljnog (SRJ) gravimetrijskog premera arhivirani su u obliku tekstualnih datoteka koje za svaku tačku sadrže:

- geodetske koordinate u horizontalnom Datumu TM1,
- visinu u vertikalnom Datumu definisanim nultom nivoskom površi koja prolazi kroz mareograf u Trstu,
- merenu vrednost ubrzanja sile teže u sistemu IGSN71,
- terensku korekciju merene vrednosti ubrzanja sile teže,

- anomaliju slobodnog vazduha,
- *Bouguer*-ovu anomaliju,
- *Faye*-ovu anomaliju.

Vrednosti ubrzanja sile zemljine teže u osnovnim datotekama su u *Potsdam*-skom sistemu, a vrednosti u sistemu ISGN71 preračunate su preko izraza /ODALOVIĆ, 2000/:

$$g_{ISGN71} = 980592.54 + 1.001427 (g_{Potsdam} - 980593.66) \quad [mGal] \quad (6.1)$$

gde je $980592.54 mGal$ vrednost ubrzanja sile Zemljine teže na tački u Beogradu u sistemu ISGN71, 1.001427 faktor razmere između *Potsdam*-skog i ISGN71 sistema i $980593.66 mGal$ vrednost ubrzanja sile Zemljine teže na tački Beograd u *Potsdam*-skom sistemu.

Faye-ova anomalija je određena kao zbir anomalije slobodnog vazduha Δg i terenske korekcije δ_g^{TER} :

$$\Delta g_{FA} = \Delta g + \delta_g^{TER} \quad (6.2)$$

pri čemu je δ_g^{TER} sračunata prema izrazu (3.19), a Δg iz:

$$\Delta g = (g - \gamma) \cong g - \left(\gamma_0 - \frac{\partial \gamma}{\partial h} \right) \quad (6.3)$$

gde je g merena vrednost ubrzanja sile teže, γ_0 normalna vrednost ubrzanja sile teže za širinu B i $\frac{\partial \gamma}{\partial h}$ vertikalni gradijent normalne sile teže sračunat iz izraza (3.23). γ_0 za širinu B u sistemu WGS84 data je izrazom /NIMA, 2000/:

$$\gamma_0^2 = 9.7803253359(1 + 5.2790414 \cdot 10^{-3} \sin^2 B + 2.32718 \cdot 10^{-5} \sin^4 B + 1.262 \cdot 10^{-7} \sin^6 B + 7.10^{-10} \sin^8 B) \quad [m/s^2] \quad (6.4)$$

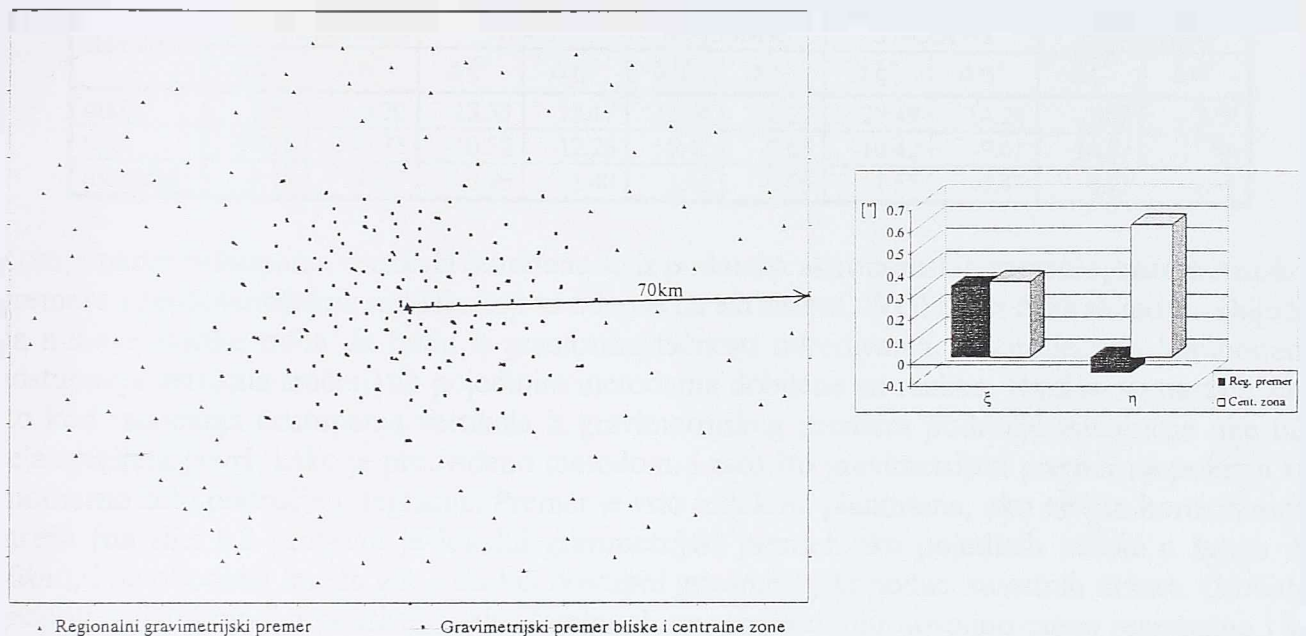
Pre određivanja komponenti odstupanja vertikalna ξ i η koordinate tačaka gravimetrijskog premera transformisane su iz Datuma TM1 u WGS84 sa parametrima određenim datumskom transformacijom koordinata tačaka horizontalnih mreža (poglavlje 6.1.1). Na osnovu transformisanih koordinata i merenih vrednosti sile teže sračunate su anomalije slobodnog vazduha i *Faye*-ove anomalije u WGS84 na tačkama gravimetrijskog premera. Iz gravimetrijskog premera koji je urađen metodom rasutih tačaka, za računanje odstupanja vertikalna je bilo potrebno formirati pravilan grid. Gridirane su *Faye*-ove anomalije programom *GEOGRID* preporučenim za tu vrstu obrade od IAG. Formirano je više pravilnih gridova, a definitivni, sa kojim su izvršena određivanja odstupanja vertikalna, su sa korakom $2'.5$ po B i L i interpolacijom anomalija u tačkama grida između rasutih tačaka sa težinama određenim preko izraza: $p = 1/D^3$, gde je D rastojanje od tačke premera do grida.

Komponente odstupanja vertikalna ξ i η određene su *Vening Meinesz*-ovim jednačinama (3.13) integracijom regionalnog (komponente ξ i η imaju oznaku $G1$) i detaljnog (ξ i η imaju oznaku $G2$) gravimetrijskog premera. Područje integracije ograničeno je poluprečnikom $R=300km$ ($\psi \cong 3^\circ$). Računanje je izvršeno na *PC* računaru po razvijenom programu.

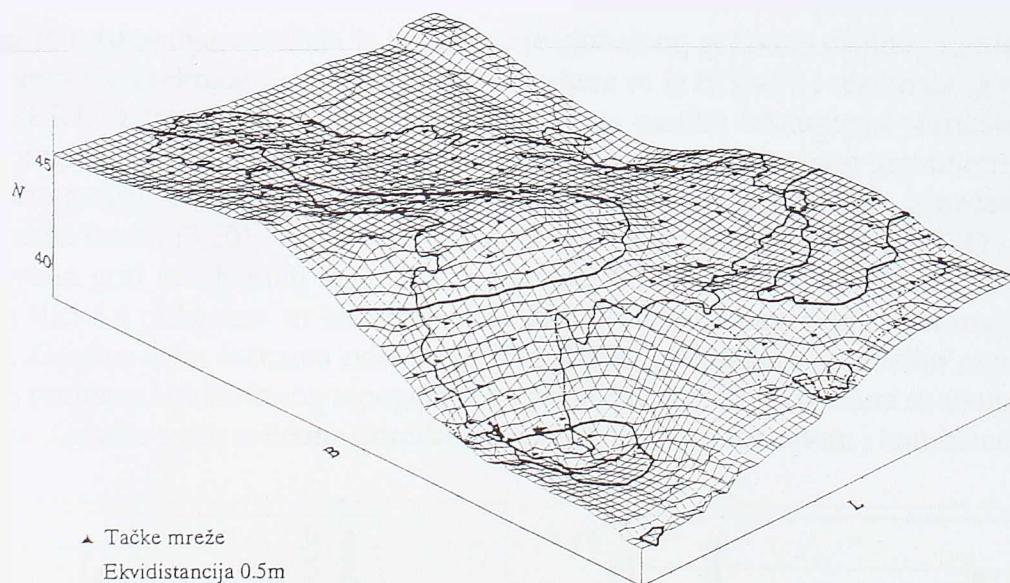
Oko *Laplace*-ovih tačaka označenih na slici 6.1 i u tabeli 5.2 izveden je detaljan gravimetrijski premer centralne i bliske zone u krugu od $57km$. Uticaj zona obračunat je za 21 tačku *Vening Meinesz*-ovim jednačinama (3.13), a definitivne vrednosti odstupanja vertikalna određene su prema izrazu:

$$\begin{aligned}\xi_{def}^{G1,G2} &= \xi^{G1,G2} + \xi_{bliske\ zone} \\ \eta_{def}^{G1,G2} &= \eta^{G1,G2} + \eta_{bliske\ zone}\end{aligned}\quad (6.5)$$

Na slici 6.2 prikazan je regionalni gravimetrijski premer u krugu prečnika 70km, detaljan gravimetrijski premer bliske i centralne zone i vrednosti komponenti odstupanja vertikale određene iz pojedinih premera za tačku broj 68.



Slika 6.2: Regionalni gravimetrijski premer i detaljan gravimetrijski premer bliske zone tačke 68



Slika 6.3: Geoid određen iz EGM96

Komponente odstupanja vertikala ξ i η iz globalnih geopotencijalnih modela OSU91 i EGM96 određene su programskim paketom *GRAVSOFT*, preporučenim od IAG za sva računanja iz geopotencijalnih modela (u tabeli 6.2 ξ i η su označene imenom modela) za koji su potrebne ortometrijske visine. Na tačkama gravimetrijskog premera prema (3.19), programskim paketom *GRAVSOFT*, iz EGM96 određena je geoidna visina N i preko izraza (3.1) ortometrijska visina. Na slici 6.3 prikazana je površ geoida određena iz EGM96.

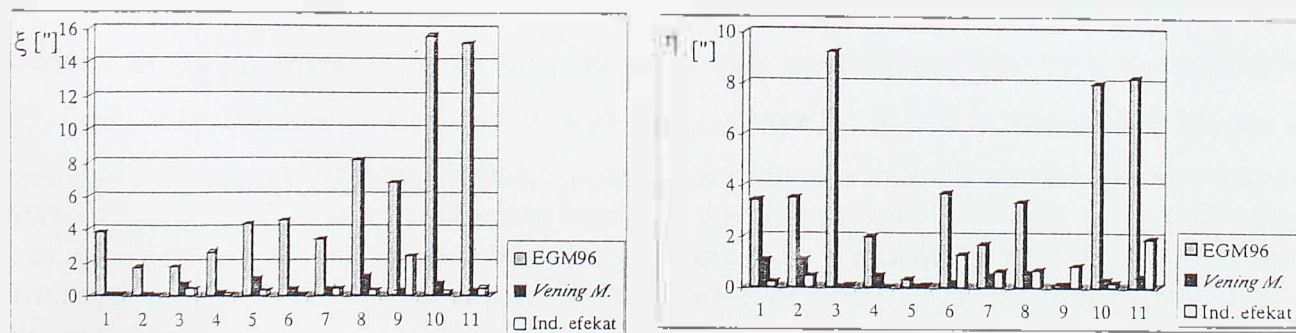
Zbog različitih područja integracije, nejednake gustine gravimetrijskog premera i načina računanja koeficijenata sfernih harmonijskih funkcija globalnih geopotencijalnih modela, došlo je do razlika u komponentama odstupanja vertikalne određene iz različitih gravimetrijskih podataka. U tabeli 6.2 prikazane su karakteristične vrednosti razlika.

Tabela 6.2: Karakteristične vrednosti razlika komponenti odstupanja vertikalne određene iz različitih gravimetrijskih podataka

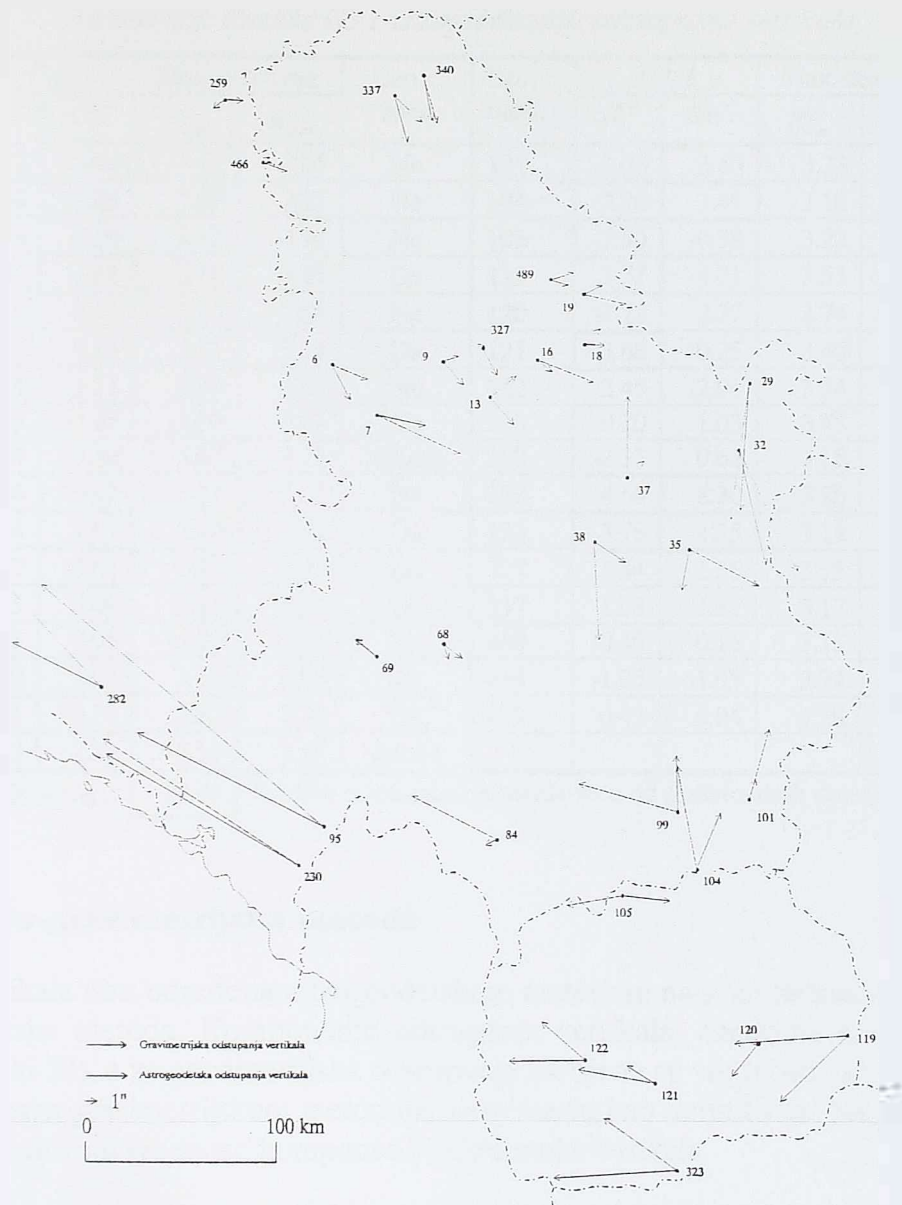
Razlika	OSU91-EGM96		G1-G2		G1-EGM96		G1-OSU91		G2-EGM96	
	$\Delta\xi''$	$\Delta\eta''$	$\Delta\xi''$	$\Delta\eta''$	$\Delta\xi''$	$\Delta\eta''$	$\Delta\xi''$	$\Delta\eta''$	$\Delta\xi''$	$\Delta\eta''$
maks.	6.61	6.20	13.33	13.17	15.04	12.27	20.49	14.26	12.02	12.87
min.	-10.15	-9.73	-10.52	-12.26	-5.42	-7.68	-10.42	-9.61	-16.21	-17.08
prosečna	-0.14	-0.13	0.96	1.40	1.41	-0.56	1.55	-0.43	0.45	-1.95

Komponente odstupanja vertikalne određene su iz podataka astronomske merenja, gravimetrijskog premera i geopotencijalnih modela koji se odnose na isti sistem, WGS84, iz čega se može zaključiti da njihove razlike treba da budu u granicama tačnosti određivanja. Upoređenjem komponenti odstupanja vertikalne sračunatih pojedinim metodama dobijene su razlike. Razlike su nastale zato što kod računanja odstupanja vertikalne iz gravimetrijskog premera područje integracije nije bila cela zemljina površ, kako je predviđeno metodom, i zato što gravimetrijski premer ne pokriva ravnomerno celo područje integracije. Premer je vrlo redak na planinama, oko tačaka horizontalnih mreža (na slici 6.2 prikazan je lokalni gravimetrijski premer oko pojedinih tačaka u krugu od 50km), i na obodima mreža gde nisu bili dostupni gravimetrijski podaci susednih država. Globalni geopotencijalni modeli pokrivaju celu Zemlju ali ne reprezentuju dovoljno tačno regionalne i lokalne promene gravitacionog polja. Regionalne i lokalne nepravilnosti zemljine konfiguracije nisu mogle biti obračunate i eliminisane zato što ne postoji digitalni model terena velike rezolucije i digitalni model gustina Zemlje.

Komponente odstupanja vertikalne iz kombinacije globalnog geopotencijalnog modela, gravimetrijskog premera i indirektnog terenskog efekta određene su iz EGM96 i regionalnog gravimetrijskog premera SFRJ. Iz tabele 6.2 može se zaključiti da su razlike odstupanja vertikalne određene iz EGM96 i regionalnog premera najmanje, a, sem toga, kod regionalnog gravimetrijskog premera područje integracije, za granične tačke, je veće od lokalnog. Određivanje, označeno sa G3, izvedeno je prema izrazu (3.20), a indirektan topografski efekat prema izrazima (3.24) i (3.25). Formiran je pravilan grid rezidualnih anomalija rezolucije $2'.5 \times 2'.5$ i digitalni model terena rezolucije $1 \times 1 \text{ km}$. Na slici 6.4 prikazane su karakteristične vrednosti G3 komponenti odstupanja vertikalne na pojedinim Laplace-ovim tačkama određene iz EGM96, rezidualnih anomalija regionalnog gravimetrijskog premera i indirektnog topografskog efekta. Na slici 6.5 prikazana su ukupna odstupanja vertikalne na Laplace-ovim tačkama određena astrogeodetskom metodom i kombinacijom - G3.



Slika 6.4: Karakteristične vrednosti G3 komponenti odstupanja vertikalne



Slika 6.5: Astrogeodetska i G3 odstupanja vertikala na Laplace-ovim tačkama

Maksimalne dozvoljene vrednosti razlika odstupanja vertikala G3-A određene su:

$$R_{\text{max}} = 2\sigma_R \quad (6.6)$$

gde je:

$$\sigma_R^2 = \sigma_{(\xi, \eta)G3}^2 + \sigma_{(\xi, \eta)A}^2 \quad (6.7)$$

Vrednosti za $\sigma_{(\xi, \eta)G3}$ preuzete su iz ispitivanja na drugim područjima (TZIAVOS & ANDRISTANOS, 1997; ODALOVIĆ, 2000/ $\sigma_{\xi G3} = \sigma_{\eta G3} = 1''.5$, a za $\sigma_{(\xi, \eta)A}$ prema tabeli 5.2. U tabeli 6.3 prikazane su maksimalne dozvoljene vrednosti razlika, a posebno su označene značajne razlike. Razlike veće od dozvoljenih maksimalnih su na tačkama u izrazito brdovitom terenu što se može protumačiti time da za izradu modela EGM96 nisu bili dostupni podaci sa teritorije Jugoslavije, da je gustina gravimetrijskog premera nedovoljna, naročito na brdovitom terenu, i da je digitalni model terena male rezolucije.

Tabela 6.3: Razlike G3 i astrogeodetskih odstupanja vertikalna

Broj tačke	G3-A		Max. dozv. raz.		Centr. zona	Broj tačke	G3-A		Max. dozv. raz.		Centr. zona
	$\Delta\xi''$	$\Delta\eta''$	R_{\max}^s	R_{\max}^n			$\Delta\xi''$	$\Delta\eta''$	R_{\max}^s	R_{\max}^n	
6	-1.33	1.48	3.52	3.35	Ne	101	-1.08	3.60	3.33	3.21	Da
7	-2.64	-2.05	3.20	3.27	Ne	104	3.26	3.41	3.10	3.16	Da
9	0.36	2.10	3.15	3.14	Ne	105	7.90	-0.38	3.22	3.24	Da
13	-0.17	3.53	3.19	3.07	Da	119	3.57	4.21	3.53	3.27	Da
16	-3.14	-0.72	3.19	3.05	Ne	120	-2.22	2.37	3.74	3.64	Da
18	-0.34	-1.18	3.11	3.34	Da	121	3.68	-0.25	3.40	3.24	Da
19	-1.74	-1.31	3.50	3.64	Ne	122	2.45	-2.91	3.34	3.16	Da
29	0.73	-0.65	3.50	3.35	Ne	230	0.20	1.03	3.45	3.37	Da
32	-2.44	-0.50	3.42	3.13	Nekom.	259	-2.33	0.62	3.15	3.23	Ne
35	-5.84	0.42	3.22	3.12	Da	282	4.60	8.30	3.28	3.88	Ne
37	1.34	4.62	3.40	3.42	Da	323	-3.78	4.35	3.15	3.12	Da
38	2.07	-5.66	3.13	3.27	Da	327	1.44	2.36	3.15	3.12	Da
68	-1.05	0.08	3.15	3.23	Da	337	-1.08	1.51	3.17	3.42	Ne
69	-0.11	0.01	3.19	3.07	Da	340	-0.40	-0.15	3.15	3.19	Ne
84	5.60	3.58	3.14	3.08	Da	466	-1.35	-1.05	3.24	3.19	Ne
95	7.31	10.76	3.32	3.50	Da	489	-0.43	0.94	3.38	3.80	Ne
99	7.43	-2.10	3.50	3.18	Nekom.						

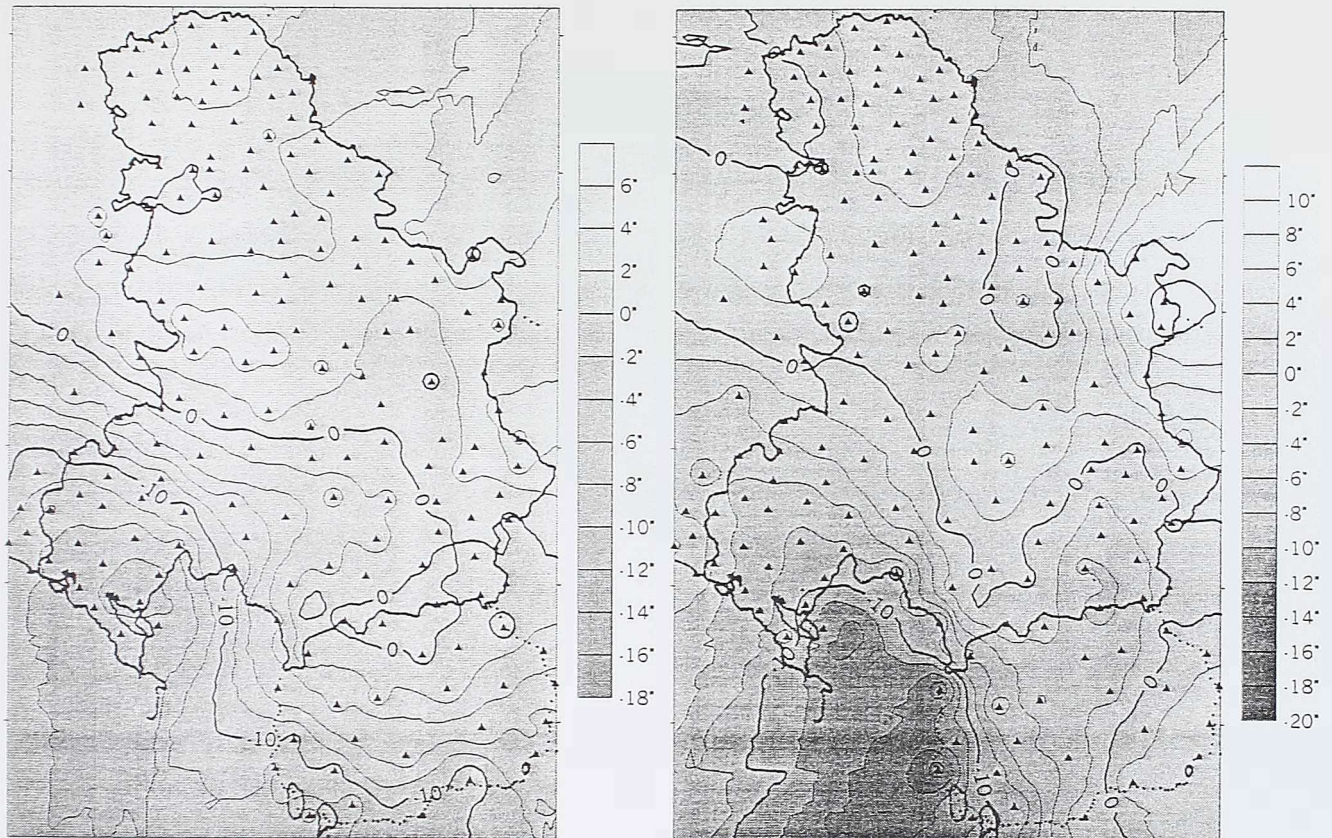
LEGENDA: 10.76 Razlike odstupanja vertikalna veće od maksimalnih dozvoljenih

6.1.2.3. Astro-gravimetrijska metoda

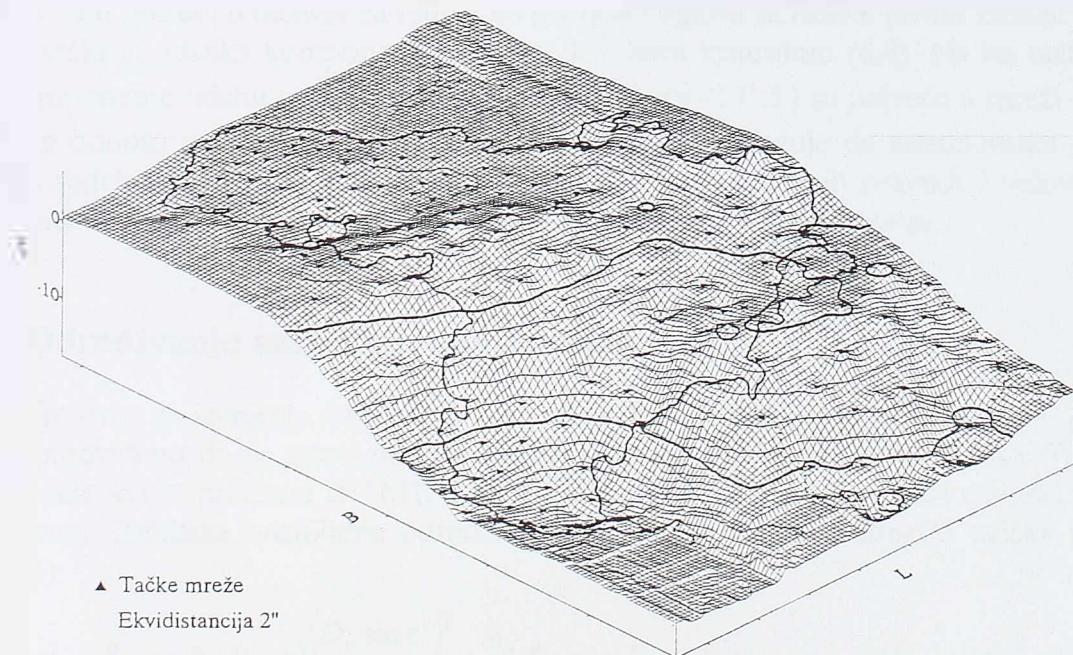
Odstupanja vertikalna nisu određena astrogeodetskom metodom na svim tačkama pa je primenjena astro-gravimetrijska metoda. Komponente odstupanja vertikalna, označene sa AG, određene su preko izraza (3.26-28), a za gravimetrijska odstupanja usvojene su vrednosti G3. Odstupanja vertikalna određena astro-gravimetrijskom metodom usvojena su kao definitivna. Na slikama 6.6 do 6.8 dat je prikaz definitivnih vrednosti komponenti odstupanja vertikalna.

Tabela 6.4: Razlike astro-gravimetrijskih i astrogeodetskih odstupanja vertikalna

Broj tačke	Razlika AG-A		Anal. i oc. tač.		Broj tačke	Razlika AG-A		Anal. i oc. tač.	
	$\Delta\xi''$	$\Delta\eta''$	σ_s'	σ_n'		$\Delta\xi''$	$\Delta\eta''$	σ_s'	σ_n'
6	-1.255	0.374	6.05	6.15	101	-2.004	2.859	5.02	5.72
7	-2.680	-3.111	7.79	3.95	104	1.891	2.277	7.56	7.15
9	0.729	1.440	9.53	20.14	105	6.246	-1.860	3.67	6.19
13	0.144	2.949	8.72	11.69	119	1.766	3.147	6.85	9.11
16	-2.537	-1.009	12.66	15.93	120	-4.255	0.962	11.60	4.84
18	0.451	-1.245	15.10	19.8	121	1.228	-2.144	9.05	6.40
19	-0.727	-1.237	14.46	11.61	122	-0.048	-4.987	11.32	6.23
29	1.725	-0.190	16.02	11.92	230	-2.078	-1.571	3.10	2.03
32	-1.778	-0.274	2.96	7.78	259	-1.326	-0.195	15.49	25.38
35	-5.743	0.181	4.01	5.47	282	2.645	5.421	5.13	18.22
37	1.612	4.343	2.47	8.40	323	-6.584	2.290	12.04	5.09
38	1.979	-6.241	9.69	9.68	327	1.963	1.895	7.60	6.32
68	-1.967	-1.363	13.79	11.13	337	0.382	1.396	39.80	44.29
69	-1.244	-1.720	9.08	13.80	340	1.226	-0.092	45.32	29.18
84	3.908	1.794	3.09	3.52	466	-0.532	-1.879	20.76	21.17
95	5.271	8.353	2.90	1.93	489	0.577	0.927	27.52	17.07
99	6.287	-3.138	8.38	27.02					

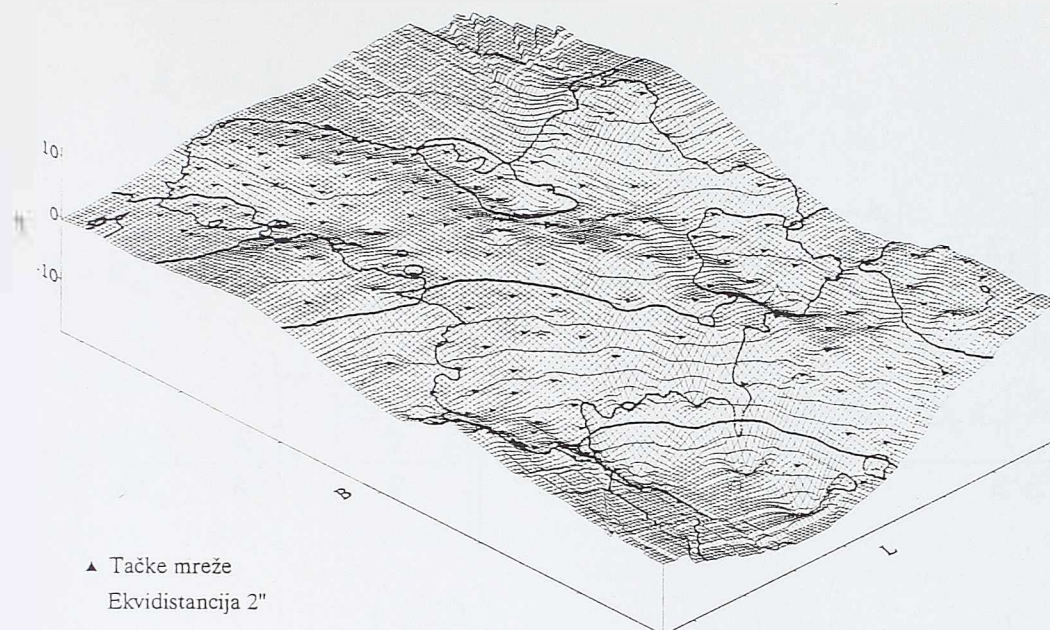


Slika 6.6: Izolinije AG komponenti odstupanja vertikalne ξ i η



Slika 6.7: Površ AG komponente odstupanja vertikalne ξ

U tabeli 6.4 prikazane su razlike komponenti odstupanja vertikalne određenih astrogeodetskom i astro-gravimetrijskom metodom i maksimalna potrebna tačnost određivanja komponenti odstupanja vertikalne na stanicama iz analize i ocene tačnosti redukcije uglova. Posebno su označene tačke oko kojih nije izvršen detaljni gravimetrijski premer centralne i bliske zone.



Slika 6.8: Površ AG komponente odstupanja vertikalne η

Obzirom na kriterijum beznačajnosti:

$$\Delta\xi \leq 2\sigma_\xi, \text{ odnosno } \Delta\eta \leq 2\sigma_\eta \quad (6.8)$$

iz tabele 6.4 može se zaključiti da su razlike komponenti odstupanja vertikala beznačajne u odnosu na maksimalnu potrebnu tačnost za redukciju pravaca i uglova sa fizičke površi Zemlje na elipsoid. Samo na tački 95 razlika komponente η ne zadovoljava kriterijum (6.8). Na toj tački astrogeodetske komponente odstupanja vertikala ($\xi = -21''.7$ i $\eta = -17''.5$) su najveće u mreži - veće su za $\approx 10''$ u odnosu na odstupanja na ostalim tačkama. To ukazuje da astronomska određivanja verovatno sadrže grubu grešku, zbog čega su za redukciju merenih pravaca i uglova korišćene komponente odstupanja vertikala određene astro-gravimetrijskom metodom.

6.1.3. Određivanje zenitskih odstojanja

Prema "Uputstvu za izvršenje naknadnih merenja u trigonometrijskoj mreži 1. reda" /SGU, 1956/ nije bilo predviđeno da se mere zenitska odstojanja radi računanja visina tačaka. Pitanje visina rešeno je tako što su preuzete iz TM1, ali originalni podaci merenja i obrade zenitskih odstojanja nisu sačuvani. Zenitska odstojanja određena su iz visinskih razlika između tačaka polazeći od izraza (3.5):

$$\Delta h_1^2 = D_K \cos z' + (1-k) \frac{(D_K \sin z')^2}{2R} + \frac{h_m}{R} D_K \cos z' + i - l \quad (6.9)$$

Usvajajući da je $i=l=0$, $k=0.13$ i $D_{hor}^2 = (D_K \sin z')^2 = D_K^2 - (h_2 - h_1)^2$ iz (6.9) se dobija izraz za z' :

$$z' = \arccos \frac{(h_2 - h_1) - 0.87 \frac{D_K^2 - (h_2 - h_1)^2}{2R}}{D_K + \frac{D_K \left(\frac{h_2 - h_1}{2} \right)}{R}} \quad (6.10)$$

Standard zenitskog odstojanja dobija se iz izraza (6.10) prema zakonu rasprostiranja grešaka funkcije:

$$(\sigma_{z'})^2 = (\sigma_{z'})_{h_1}^2 + (\sigma_{z'})_{h_2}^2 + (\sigma_{z'})_{D_K}^2 + (\sigma_{z'})_R^2 \quad (6.11)$$

pri čemu je:

$$\begin{aligned} (\sigma_{z'})_{h_1}^2 &= K_1 \left[\frac{1 + \frac{(h_2 - h_1)}{R}}{K_2} - \frac{D_K K_3}{2RK_2^2} \right]^2 \sigma_{h_1}^2; & (\sigma_{z'})_{h_2}^2 &= K_1 \left[\frac{1 - \frac{(h_2 - h_1)}{R}}{K_2} - \frac{D_K K_3}{2RK_2^2} \right]^2 \sigma_{h_2}^2 \\ (\sigma_{z'})_{D_K}^2 &= K_1 \left\{ \frac{0.87D_K}{RK_2} - \frac{K_3}{K_2^2} \left[1 + \frac{\left(\frac{h_2 + h_1}{2}\right)}{R} \right] \right\}^2 \sigma_{D_K}^2; & (\sigma_{z'})_R^2 &= K_1 \left[\frac{1 - \frac{(h_2 - h_1)}{R}}{2RK_2} + \frac{D_K K_3 \left(\frac{h_2 + h_1}{2}\right)}{R^2 K_2^2} \right]^2 \sigma_R^2 \\ K_1 &= \frac{1}{1 - \frac{K_3^2}{K_2^2}}; & K_2 &= D_K + D_K \frac{\left(\frac{h_2 + h_1}{2}\right)}{R}; & K_3 &= h_2 - h_1 - \frac{[0.87D_K^2 - (h_2 - h_1)^2]}{2R} \end{aligned} \quad (6.12)$$

Kose dužine između tačaka određene su iz dužina geodetskih linija na osnovu izraza (2.24) i (2.25), a dužine geodetskih linija drugim glavnim geodetskim zadatkom na elipsoidu, Gauss-ovom metodom, iz koordinata tačaka dobijenih datumskom transformacijom iz TM1 u WGS84. Prosečna tačnost koordinata je $\sigma_B = \sigma_z = \sigma_h \cong 1m$. Tačnost dužina geodetskih linija određena iz drugog glavnog geodetskog zadatka, prema zakonu rasprostiranja grešaka funkcije, je $(\sigma_{D_K})_{\max} \leq 1dm$.

Analiza i ocena tačnosti redukcionih parametara je ista i za inverzno računanje, što, obzirom na maksimalnu potrebnu tačnost parametara za redukciju dužina sa fizičke površi Zemlje na elipsoid, znači da je kosa dužina određena sa tačnošću dužine geodetske linije: $\pm 1dm$.

Prema izrazima (6.12), za usvojene vrednosti standarda pojedinih parametara, tačnost određivanja zenitskih odstojanja za TM1S je $4''.81 \leq \sigma_{z'} \leq 32''.93$, $(\sigma_{z'})_{\text{pros}} = 10''.90$, odnosno za AGMS $1''.75 \leq \sigma_{z'} \leq 24''.50$, $(\sigma_{z'})_{\text{pros}} = 10''.42$. Maksimalna potrebna tačnost zenitskih odstojanja iz analize i ocene tačnosti redukcije pravaca i uglova je $(\sigma_{z'})_{\max} = 12'$, na osnovu čega se može zaključiti da su zenitska odstojanja određena sa potrebnom tačnošću.

6.1.4. Redukcija merenih pravaca i uglova

Pravci, mereni u TM1 i osnovičkim mrežama, redukovani su na elipsoid GEE (WGS84) unošenjem popravaka za odstupanja vertikala određenim astro-gravimetrijskom metodom. Azimuti i zenitska odstojanja određeni su iz koordinata tačaka dobijenim datumskom transformacijom iz TM1 u WGS84.

U prethodnim delovima prikazana je tačnost određivanja svih redukcionih parametara osim azimuta. Standard geodetskog azimuta, određen iz drugog glavnog geodetskog zadatka, je $(\sigma_{\alpha})_{\text{min}} = 0''.2$, a iz analize i ocene tačnosti redukcije $(\sigma_{\alpha})_{\max} = 4''.12$, tako da tačnost redukcije

geodetskog azimuta nije razmatana. Na osnovu određenih standarda pojedinih redukcionih parametara može se zaključiti da su pravci redukovani prema analizi i oceni tačnosti.

Uglovi mereni u AGMS i osnovičkim mrežama redukovani su sa fizičke površi Zemlje na elipsoid prema izrazu (5.1) sa parametrima određenim prema analizi i oceni tačnosti redukcije.

Pravci i uglovi redukovani su razvijenim programom kojim je formirana i datoteka sa ulaznim podacima u formatu za izravnjanje mreže.

6.2. Dužine

Iz originalnih podataka merenja, programski su obrađene dužine merene daljinomerom *AGA-8*: unete su popravke za atmosferske uslove i konstante daljinomera, a zatim redukovane sa fizičke površi Zemlje na elipsoid. Iz obrađenih rezultata, kod većeg broja merenja jedne iste dužine, formirane su proste aritmetičke sredine dužina i ulazna datoteka za redukciju.

GPS vektori u Makedoniji određeni su iz koordinatnih razlika, a u YUREF procesiranjem satelitskih opažanja.

Merene dužine i GPS vektori redukovani su sa fizičke površi Zemlje na elipsoid prema izrazu (5.17):

$$D_e = \frac{\sqrt{D_K^2 - \Delta h^2}}{\left(1 + \frac{h_1}{R}\right) \cdot \left(1 + \frac{h_2}{R}\right)} = \frac{D_K}{24R^2}$$

gde je Δh elipsoidna visinska razlika, h_1 i h_2 su elipsoidne visine tačaka, R je srednji poluprečnik elipsoida i D_K kosa (merena) dužina.

Tačnost visina određenih datumskom transformacijom iz TM1 u WGS84 je $\sigma_h \cong 0.85m$, što je u saglasnosti sa analizom i ocenom tačnosti redukcije dužina. Visinske razlike dobijene iz razlike visina imaju tačnost, određenu kao greška funkcije:

$$\sigma_{\Delta h} = \sqrt{\sigma_{h_1}^2 + \sigma_{h_2}^2} = 1.20m \quad (6.13)$$

što je u saglasnosti sa analizom i ocenom tačnosti redukcije za većinu dužina merenih daljinomerom *AGA-8*. Za GPS vektore tačnost visinskih razlika (6.13) nije u saglasnosti sa analizom i ocenom tačnosti redukcije (tabela 5.6) pa su redukovani sa elipsoidnim visinama i visinskim razlikama određenim procesiranjem satelitskih opažanja. Dužine merene daljinomerom *AGA-8* redukovane su sa visinskim razlikama dobijenim iz razlika visina tačaka određenim datumskom transformacijom iz TM1 u WGS84.

Dužine osnovica su redukovane prema izrazu (5.18) sa visinama tačaka određenim datumskom transformacijom iz TM1 u WGS84. Tačnost visina je u saglasnosti sa prethodnom ocenom i analizom redukcije dužina osnovica.

6.3. Astronomski azimuti

Astronomski azimuti su redukovani prema izrazu (5.37):

$$\alpha'' = A'' + (\eta_1 \cos A_{12} - \xi_1 \sin A_{12}) \frac{1}{\tan z_{12}} - \eta_1 \tan B_1 + \rho'' \frac{h}{a(1-e^2)} e^2 \cos^2 B_1 \sin(2A_{12}) - \rho'' \frac{e^2}{12 \left(\frac{a}{\sqrt{1-e^2 \sin^2 B_1}} \right)^2} D^2 \cos^2 B_1 \sin(2A_{12})$$

gde su ξ i η komponente odstupanja vertikalne, z je zenitsko odstojanje, h elipsoidna visina, a , e i e' parametri elipsoida, B geodetska širina i D dužina geodetske linije.

Pojedini parametri za redukciju azimuta nisu određeni prema analizi i oceni tačnosti pa je određen standard ostatka redukovanog azimuta prema izrazima (5.8) do (5.14) i (5.38) do (5.40) sa vrednostima standarda pojedinih redukcionih parametara. U tabeli 6.5 prikazani su azimuti koji nisu redukovani prema analizi i oceni tačnosti redukcije.

Tabela 6.5: Azimuti redukovani sa nedovoljnom tačnošću

Azimut		Standard iz		God. određivanja
Sa	Na	Mer. ± ["]	ostat. ± ["]	
230	95	1.254	0.634	1956
107	84	1.479	0.579	1957
32	29	1.729	0.548	1958

7. ODREĐIVANJE DUŽINA IZLAZNIH STRANA OSNOVIČKIH MREŽA

Dužine izlaznih strana osnovičkih mreža određivali su SGU i VGI više puta metodom uslovnog izravnjanja, sa pravcima bez unošenja popravaka za odstupanja vertikalna i dužinama redukovanim bez poznavanja elipsoidnih visina i na *Bessel*-ovom elipsoidu. Pojedine merene veličine bile su isključivane zbog sumnji da sadrže grube greške. Zato su dužine izlaznih strana osnovičkih mreža određene u sistemu WGS84, na Geodetskom Ekvipotencijalnom Elipsoidu (GEE), u 2D modelu u klasičnom geodetskom Datumu metodom posrednog izravnjanja. Dužine su određene programskim paketom *GPSurvey*.

7.1. Opis programskog paketa *GPSurvey*

Programski paket *GPSurvey* namenjen je, pre svega, za procesiranje GPS opažanja. Jedan od modula (skup podprograma) *TRIMNET Plus* predviđen je za izravnjanje svih vrsta geodetskih mreža: visinskih, horizontalnih i tro-dimenzionalnih, metodom posrednog izravnjanja.

Pre izravnjanja na elipsoidu mora se definisati Datum mreže. U modul *TRIMNET Plus* uneti su parametri najčešće korišćenih elipsoida, ali se može dodati i bilo koji drugi unošenjem naziva i vrednosti za veliku i malu poluosu ili spljoštenost. Osim elipsoida potrebno je definisati način računanja koordinata izborom sistema *Descartes*-ovih geodetskih krivolinijskih ili pravouglinih koordinata.

TRIMNET Plus je koncipiran tako da koristi postupak *Indirektnih opažanja* ili *Varijaciju koordinata* /BOMFORD, 1971/:

$$\text{Indirektno opažanje} = \frac{\partial F}{\partial x} = A \quad (7.1)$$

gde je F funkcija merenih veličina u zavisnosti od nepoznatih, x vektor nepoznatih i A vektor jednačina opažanja. Težine za sve merene veličine određuju se prema izrazu:

$$p_i = \frac{1}{\sigma_i^2} \quad (7.2)$$

gde je σ_i standard pojedinog merenja i unosi se kao *default* (unapred zadata) vrednost za sve veličine istog tipa (ugao, azimut ili dužina). Standard pojedinog merenja može se promeniti unošenjem konkretne brojne vrednosti. Dimenzije standarda za uglove su sekunde, a za dužine ($A+Bppm$), gde je A u metrima, a B u mm/km .

Veličine koje se izravnavaju su sve vrste terestričkih merenja (pravci, uglovi, dužine, azimuti...) ili GPS opažanja (vektori ili koordinatne razlike) i njihova kombinacija. Ulazni podaci su merene vrednosti redukovane sa fizičke površi Zemlje na izabrani elipsoid i mogu se unositi ručno ili učitavati iz datoteka. Za svaku veličinu unose se sledeći podaci: brojevi tačaka za stanicu i vizuru(e); visina stanice i vizure(a); vrednost merene veličine - uglovne vrednosti u decimalnom stepenu i dužinske vrednosti u metrima i standard merene veličine (nije obavezan podatak).

Mreža može biti izravnata u klasičnom geodetskom Datumu, fiksiranjem koordinata jedne, fundamentalne, tačke, ili u Datumu definisanom fiksiranjem koordinata grupe izabranih tačaka.

Formiranje i rešavanje normalnih jednačina, računanje nepoznatih i ocena tačnosti je prema *Gauss-Markov*-om modelu opisanom u poglavlju 2.6. Izravnaje je iterativno primenom robusne metode (poglavlje 2.6). Kriterijum za završetak iteracija je da razlika između izravnatih koordinata u uzastopnim iteracijama bude u unapred zadatim granicama koje se unose kao globalni parametar toka izravnaja. U izlaznim dokumentima posebno se označavaju veličine čije normirane popravke i posle završne iteracije imaju vrednost veću od dozvoljene /TRIMBLE, 1992/.

Programskim paketom se računaju relativne greške dužina između tačaka kao greške funkcija. U izlaznim dokumentima prikazuju se ili između tačaka u svim kombinacijama ili samo između onih koje su povezane merenjima, što se reguliše globalnim parametrima toka izravnaja. Za apsolutne i relativne elipse grešaka u izlaznim dokumentima daju se članovi matrice koeficijenta Q .

Ocena tačnosti izravnatih veličina nezavisna od usvojenog koordinatnog početka vrši se primenom unutarnje teorije grešaka. Programskim paketom predviđeno je da se uradi novo izravnaje bez fiksiranja koordinata tačke(aka). Matrica normalnih jednačina N postaje singularna i umesto nje se računa *uopštena inverzna matrica* N^+ (poglavlje 2.6)

U izlaznim dokumentima prikazuju se sledeći blokovi podataka i pokazatelja tačnosti:

1. Koordinate tačaka:

- broj tačke;
- približne koordinate - B_0, L_0 ;
- popravke koordinata - v_B, v_L ;
- izravnate koordinate - B_{izr}, L_{izr} ;
- standardi izravnatih koordinata - $\sigma_{B_{izr}}, \sigma_{L_{izr}}$.

2. Merene veličine:

- tačke na koje se odnosi merena veličina;
- vrednost merene veličine - $\omega_{mer}, d_{mer}, D_{mer}$ (ugao, pravac, dužina);
- standard merene vrednosti - $\sigma_{\omega_{mer}}, \sigma_{d_{mer}}, \sigma_{D_{mer}}$;
- popravka merene veličine - v_{ω}, v_d, v_D ;
- standard popravke merene veličine - $\sigma_{v_{\omega}}, \sigma_{v_d}, \sigma_{v_D}$;
- izravnata vrednost - $\omega_{izr}, d_{izr}, D_{izr}$;
- standard izravnate vrednosti - $\sigma_{\omega_{izr}}, \sigma_{d_{izr}}, \sigma_{D_{izr}}$;
- normirana popravka - w .

3. Ocena tačnosti iz izravnaja:

- standard jedinice težine σ_0 , sa brojem stepeni slobode, za pojedinu vrstu merenih veličina i za mrežu kao celinu;
- testiranje na normalnost rasporeda normiranih popravaka standardnim χ^2 -testom za verovatnoću $\alpha_0 = 0.95$;
- maksimalna test veličina grubih grešaka $\tau = |w|_{max} = \sqrt{F_{1-\alpha_0, n}}$ za celu mrežu;
- histogram popravaka sa krivom normalnog rasporeda u grafičkom obliku na ekranu računara i kao slika u posebnom formatu;

- apsolutne elipse grešaka prikazuju se u vidu grafičke prezentacije na ekranu računara, a mogu se sačuvati i kao slike u posebnom formatu;
- članovi matrice koeficijenata težina Q potrebni za računanje apsolutnih i relativnih elipsi grešaka mogu se sačuvati u datotekama u *ASCCI* formatu.

7.2. Određivanje dužina

Dužine izlaznih strana osnovičkih mreža određene su na GEE (WGS84). Klasični geodetski Datum definisan je fiksiranjem koordinata jedne od tačaka osnovice (tabela 7.1). Mereni uglovi i pravci redukovani su sa fizičke površi Zemlje na elipsoid prema izrazu (5.1), astronomski azimuti prema (5.37), a dužine osnovica prema (5.18). Merenja su redukovana sa redukcionim parametrima određenim prema kriterijumima iz analize i ocene tačnosti. Komponente odstupanja vertikalna određene su astro-gravimetrijskom metodom, a elipsoidne visine i visinske razlike i koordinate tačaka datumskom transformacijom iz TM1 u WGS84.

Tabela 7.1: Karakteristike izravnjanja

Red. broj	Lokalitet	Datum (refer. tačka)	Merene veličine	Broj prav. (ugl.)	Broj azimuta	Popravke merenja				Računanje težina	Standardi merenja		
						odst. vert.	vis. viz.	nor. pres.	elips. vis.		$\sigma_{\Delta L}$ ["]	σ_A ["]	σ_S [mm]
1.	Paraćin	145	pravci	34	4	da	da	da	da	$p_i = 1/\sigma_i^2$	0.60	0.70	5.975
2.	Negotin	147	pravci	32	2	da	da	da	da	$p_i = 1/\sigma_i^2$	0.80	1.70	5.113
3.	Vranje	153	pravci	16	2	da	da	da	da	$p_i = 1/\sigma_i^2$	0.20	1.50	4.618
4.	Loznica	141	pravci	34	2	da	da	da	da	$p_i = 1/\sigma_i^2$	0.70	1.20	4.866
5.	Prizren	131	pravci	24	2	da	da	da	da	$p_i = 1/\sigma_i^2$	0.90	1.50	5.188
6.	Strumica	137	pravci	34	2	da	da	da	da	$p_i = 1/\sigma_i^2$	0.70	1.30	5.989
7.	Prilep	151	pravci	36	2	da	da	da	da	$p_i = 1/\sigma_i^2$	0.70	2.00	4.547
8.	Sjenica	159	pravci	39	2	da	da	da	da	$p_i = 1/\sigma_i^2$	0.90	1.50	6.895
9.	Osijek	463	uglovi	30	0	da	da	da	da	$p_i = 1/\sigma_i^2$	0.25	/	1.724
10.	Titograd	433	uglovi	19	2	da	da	da	da	$p_i = 1/\sigma_i^2$	0.20	1.50	3.594
11.	Senta	11	uglovi	30	0	da	da	da	da	$p_i = 1/\sigma_i^2$	0.25	/	1.030
12.	Alibunar	195	uglovi	30	2	da	da	da	da	$p_i = 1/\sigma_i^2$	0.40	1.20	5.415

Vrednosti *a priori* standarda pravaca i uglova usvojeni su iz uslovnog izravnjanja osnovičkih mreža (tabela 7.1). Osnovice u osnovičkim mrežama su merene invarskim žicama. *A priori* standardi dužina određeni su iz rezultata merenja (tabela 7.1) i u izravnjanje uneti u obliku ($\sigma_D + 0ppm$). *A priori* standardi azimuta određeni su iz rezultata merenja (tabele 5.1 i 7.1).

Kod dve osnovičke mreže, Paraćinske i Prizrenske, isključeni su pojedini azimuti zbog grube greške merenja - u Paraćinskoj osnovičkoj mreži dva, a u Prizrenskoj jedan. Nakon isključivanja azimuta sa grubim greškama iz izravnjanja svih osnovičkih mreža dobijena je saglasnost statističkih testova. U tabeli 7.2 prikazani su karakteristični podaci ocene tačnosti iz izravnjanja osnovičkih mreža.

Tabela 7.2: Karakteristični podaci izravnanja

R. br.	Lokalitet	σ_0	χ^2 ($\alpha_0 = 95\%$)	Br. step. slob.	σ izr. mer.		Popravka		Norm. popr.		τ	Relativna greška [1:]		
					max. ["]	min. ["]	max. ["]	min. ["]	max.	min.		mun.	max.	izl. str.
					1.	Paraćin	1.04	+	23	1.12		0.38	+2.64	-2.13
2.	Negotin	1.20	+	23	1.15	0.18	+3.00	-3.50	1.00	0.02	2.94	313 000	91 000	103 000
3.	Vranje	1.01	+	9	1.43	0.09	+2.16	-2.16	0.63	0.01	2.44	607 000	413 000	582 000
4.	Loznica	1.19	+	23	0.84	0.20	+1.34	-1.92	0.74	0.01	2.95	292 000	147 000	180 000
5.	Prizren	1.28	+	16	1.28	0.16	+1.56	-1.85	0.59	0.07	2.78	233 000	127 000	174 000
6.	Strumica	1.04	+	23	0.74	0.10	+2.28	-2.28	1.00	0.04	2.94	318 000	154 000	233 000
7.	Prilep	1.13	+	25	1.60	0.16	+2.68	-2.56	0.86	0.05	2.98	278 000	155 000	215 000
8.	Sjenica	1.21	+	26	0.85	0.27	+2.03	-2.51	0.71	0.01	3.00	268 000	155 000	216 000
9.	Osijek	0.83	+	24	0.13	0.07	+0.41	-0.32	0.63	0.01	2.92	1 972 000	812 000	1 476 000
10.	Titograd	1.21	+	14	2.50	0.33	+3.85	-3.85	1.00	0.07	2.70	280 000	142 000	207 000
11.	Senta	0.81	+	24	0.13	0.05	+0.40	-0.54	0.83	0.01	2.92	1 770 000	216 000	988 000
12.	Alibunar	0.80	+	25	0.56	0.11	+0.90	-0.88	0.82	0.07	2.94	777 000	398 000	522 000

8. DIJAGNOSTIČKO IZRAVNANJE HORIZONTALNIH MREŽA

Trigonometrijska mreža 1. reda i Astrogeodetska mreža izravunate su u klasičnom geodetskom Datumu u 2D modelu u sistemu WGS84 na Geodetskom Ekvipotencijalnom Elipsoidu metodom posrednog izravnjanja programskim paketom *GPSurvey*.

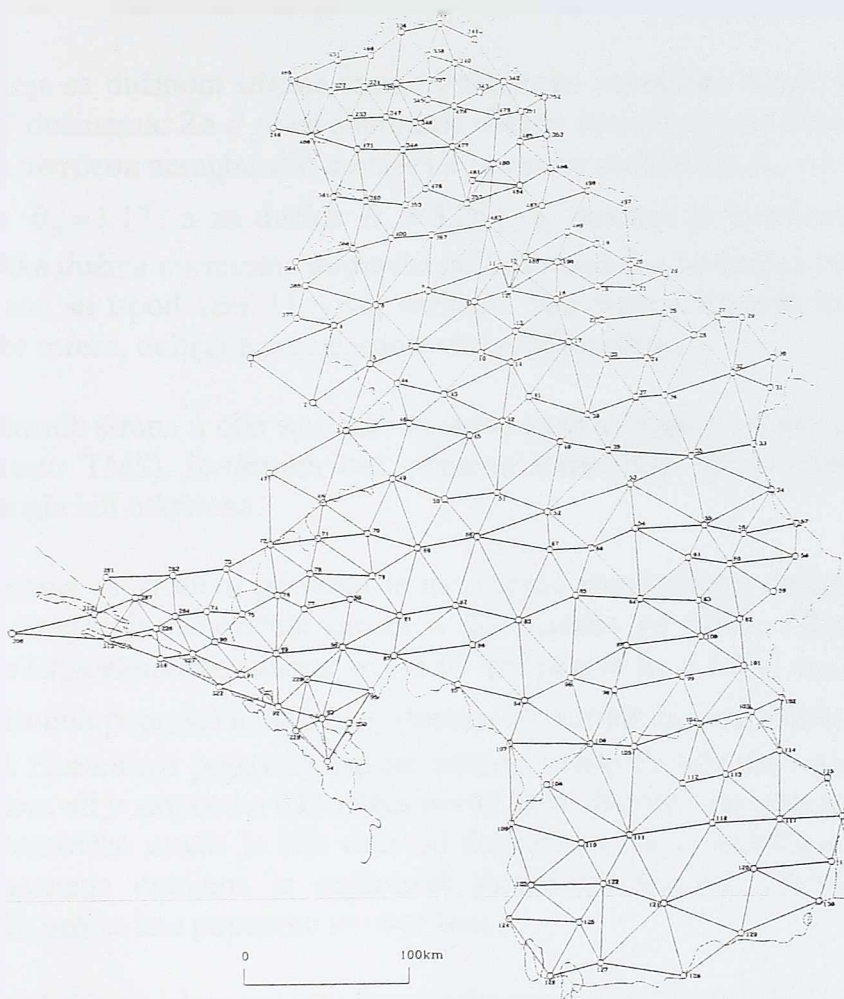
8.1. Trigonometrijska mreža 1. reda (TM1S) - epoha 1904.-1946.

Rezultati merenja, osim pojedinih azimuta (tabela 6.6), redukovani su sa fizičke površi Zemlje na GEE sa redukcionim parametrima određenim prema analizi i oceni tačnosti. Karakteristike pojedinih modela izravnjanja TM1S (slika 8.1) prikazane su u tabeli 8.1.

Tabela 8.1: Modeli izravnjanja TM1S

Opis	Veličina	Vrednost (karakteristika)
Datum	Referentni sistem:	WGS84
	Elipsoid:	Geodetski Ekvipotencijalni Elipsoid - GEE
	Referentna tačka:	7 Jautina
	Koordinate referentne tačke:	B i L iz YUREF
	Azimuti:	uzeti kao rezultati merenja
Model T1		
Merene veličine	- pravci	mereni girusnom metodom
Težine	$p_i = 1/\sigma_i^2$	$\sigma_d = 0''.99$ - usvojen iz uslovnog izravnjanja TM1
Model T2		
Merene veličine	- pravci - dužine izlaznih strana iz osnovičkih mreža	
Težine	$p_i = 1/\sigma_i^2$	$\sigma_d = 1''.2$ - iz modela T1 σ_D - iz izravnjanja osnovičkih mreža; prema tabeli 7.2
Model T3		
Merene veličine	- pravci - dužine izlaznih strana iz osnovičkih mreža - azimuti	
Težine	$p_i = 1/\sigma_i^2$	$\sigma_d = 1''.2$ - iz modela T1 σ_D - iz izravnjanja osnovičkih mreža; prema tabeli 7.2 σ_a - prema tabeli 5.7
Model T4		
Merene veličine	- pravci - dužine izlaznih strana iz osnovičkih mreža - azimuti - dužine merene daljinomerom AGA-8 - GPS vektor	
Težine	$p_i = 1/\sigma_i^2$	$\sigma_d = 1''.2$ - iz modela T1 σ_D - iz izravnjanja osnovičkih mreža; prema tabeli 7.2 σ_a - prema tabeli 5.7 $\sigma_D = 5 + 1 ppm$ - za daljinomer i GPS vektore

Testiranje grubih grešaka rezultata merenja pravaca i *a priori* standarda pravca usvojenog iz uslovnog izravnanja TM1 biće izvršeno u modelu T1. Model T2 poslužiće za analizu izravnanja TM1. Modelom T3 biće testiran uticaj azimuta na orijentaciju mreže. Model T4 treba da posluži za poboljšanje kvaliteta mreže.



Slika 8.1: TM1S

8.1.1. Model T1

Za *a priori* standard pravca usvojen je prosečan standard izravnatog pravca iz uslovnog izravnanja pojedinih delova TM1: $\sigma_d = 1''$. Iz izravnanja je dobijen *a posteriori* standard jedinice težine $\hat{\sigma}_d = 1.20$ (za 503 stepeni slobode). F -testom je utvrđena nesaglasnost *a priori* i *a posteriori* standarda, a χ^2 -testom da normirane popravke ne zadovoljavaju normalan raspored.

U sledećoj varijanti za *a priori* standard pravca usvojen je *a posteriori* standard, $\hat{\sigma}_d$, iz prethodne varijante: $\sigma_d = 1''.2$. U novoj varijanti dobijena je saglasnost statističkih testova. Karakteristični podaci ocene tačnosti iz izravnanja prikazani su u tabeli 8.5.

Pravci sa najvećim popravkama, kao i najveći broj pravaca sa popravaka većim od $\pm 3''$ (12 od ukupno 15), su na tačkama koje su u delu mreže na tentoriji Crne Gore na kojima su izvršena dvostruka merenja pravaca, u TMS i TMC.

8.1.2. Model T2

Iako je otkrivena gruba greška u dužini Paraćinske osnovice od $1dm$, urađena su dva modela sa dužinom izlazne strane koja sadrži grubu grešku. Modeli su urađeni: zbog analize razlike u izravnanju sa dužinom izlazne strane sa i bez grube greške; da li se, obzirom na mali broj dužina u mreži, gruba greška može otkriti i zato što je TM1 izravnata sa dužinom koja ima grubu grešku.

Prvi model izravnanja sa dužinom izlazne strane Paraćinske osnovičke mreže koja sadrži grubu grešku je sa "datim" dužinama. Za *a priori* standarde dužina izlaznih strana usvojene su vrednosti $0.1ppm$. *F*-testom je utvrđena nesaglasnost *a priori* i *a posteriori* standarda: $\hat{\sigma}_0 = 1.17$ za 510 stepeni slobode (za pravce $\hat{\sigma}_0 = 1.17$, a za dužine $\hat{\sigma}_0 = 5.26$). χ^2 -testom je utvrđeno da zbog velikih normiranih popravaka dužina normirane popravke ne zadovoljavaju normalan raspored. Popravke dužina izlaznih strana su ispod $1cm$. U novoj varijanti, bez dužina izlaznih strana Paraćinske i Prizrenske osnovičke mreže, dobijena je saglasnost statističkih testova.

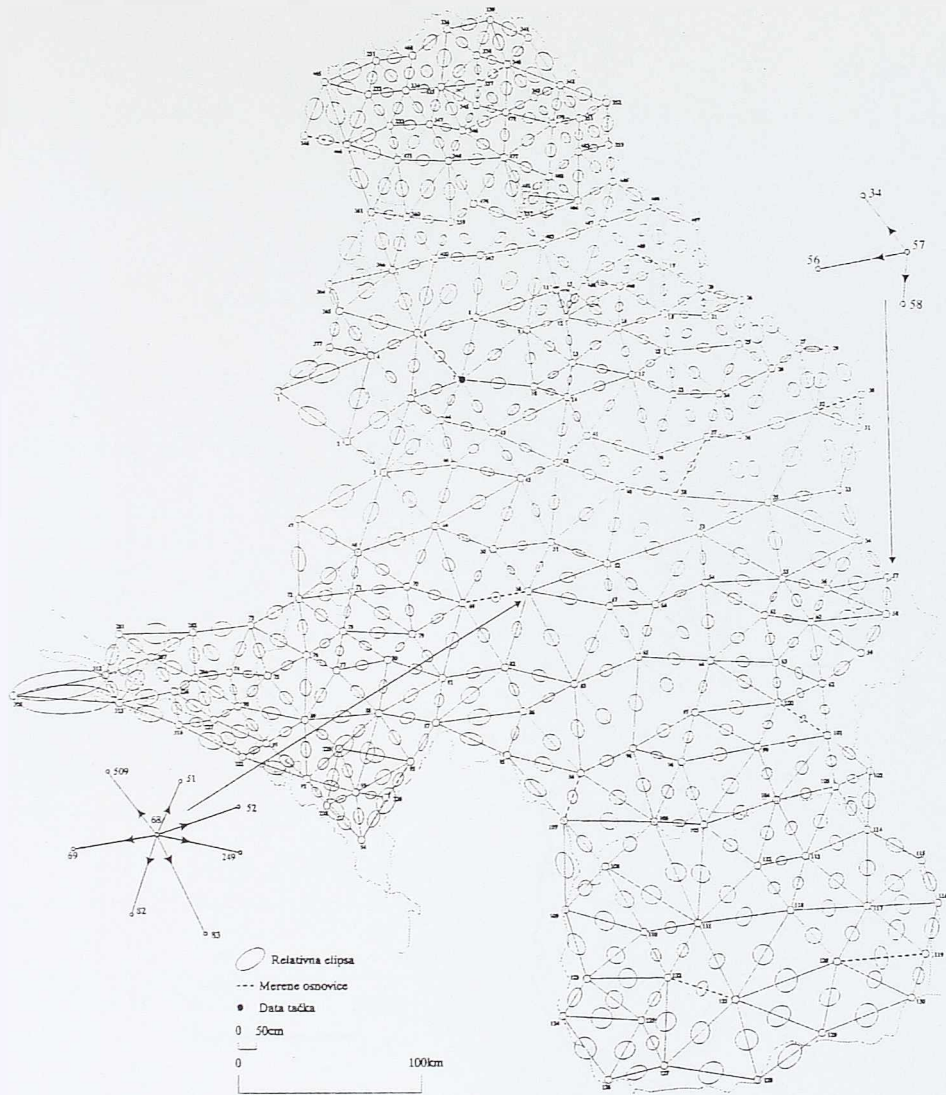
Popravke dužina izlaznih strana u obe varijante su ispod $5mm$ iz čega se može zaključiti da u izravnanju TM1 (odnosno TMS), izvršenom bez primene statističkih metoda testiranja rezultata, gruba greška nije mogla biti otkrivena.

Drugi model izravnanja sa grubom greškom je sa *a priori* standardima dužina određenim kao greške funkcija iz izravnanja osnovičkih mreža u 2D modelu na GEE. *F*-testom je utvrđena nesaglasnost *a priori* i *a posteriori* standarda: $\hat{\sigma}_0 = 1.07$ (za pravce $\hat{\sigma}_0 = 1.03$ i za dužine $\hat{\sigma}_0 = 3.53$), a zbog velikih normiranih popravaka dužina χ^2 -testom da normirane popravke ne zadovoljavaju normalan raspored. Normirana popravka dužine izlazne strane Paraćinske osnovičke mreže *nije bila veća od dozvoljene*, ali je popravka bila velika $v=+95.51cm$. Normirana popravka dužine izlazne strane Prizrenske osnovičke mreže je bila veća od dozvoljene, pa je isključena iz izravnanja. U novoj varijanti izravnanja dobijena je saglasnost statističkih testova. Dužina izlazne strane Paraćinske osnovičke mreže ima popravku $v=+84.61cm$.

Izravnanje TM1S sa dužinom izlazne strane Paraćinske osnovičke mreže *bez grube greške* izvršeno je sa *a priori* standardima dužina određenim kao greške funkcija iz izravnanja osnovičkih mreža u 2D modelu na GEE. Statističkim testovima je utvrđena nesaglasnost rezultata zbog velike normirane popravke i popravke ($v=-78.23cm$) dužine izlazne strane Prizrenske osnovičke mreže. Nakon njenog isključenja, u sledećoj varijanti, dobijena je saglasnost statističkih testova. Karakteristične vrednosti ocene izravnanja prikazane su u tabeli 8.6, a relativne elipse grešaka na slici 8.2.

Na slici 8.3 prikazani su vektori razlika izravnatih koordinata iz varijanti sa i bez grube greške u dužini izlazne strane Paraćinske osnovičke mreže. Najveća razlika u geodetskoj dužini je $0.39m$, na tački 119 (Makedonija), a u geodetskoj širini $0.72m$, na tački 94 (Crna Gora).

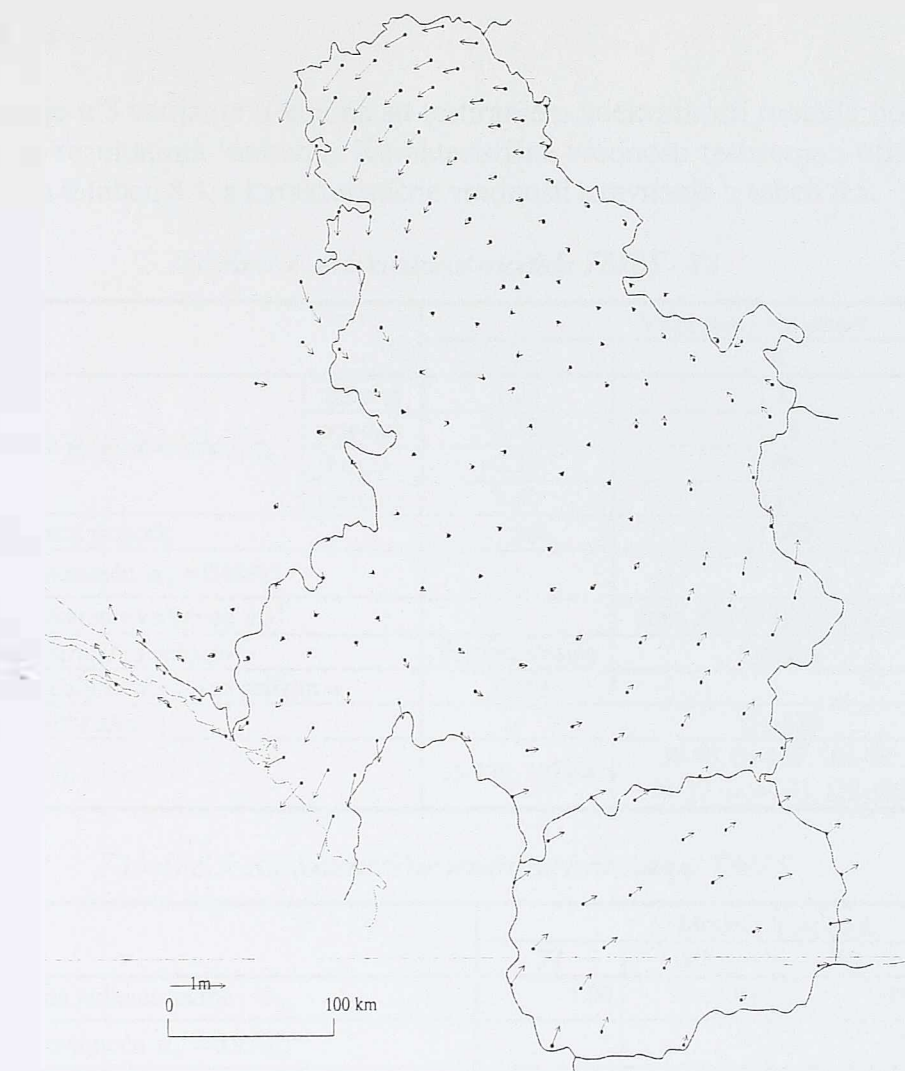
Sa slike 8.3 može se zaključiti da je uticaj grube greške u dužini izlazne strane na izravnate koordinate najbližih tačkaka neznatan. Određena je pouzdanost dužina i pravaca i prikazana u tabeli 8.2 iz koje se može zaključiti da pouzdanost merenja dužina nije zadovoljavajuća jer je minimalna vrednost grube greške koja se može otkriti $|\nabla l| \cong 1m$.



Slika 8.2: TMIS - Model T2

Tabela 8.2: Pouzdanost TMIS - model T2

Red. broj	Dužine (osnovička mreža)	Pouzdanost			Min. vred. greške	
		%	unutr.	spolj.		
1.	Paraćin	79	4.66	2.15	$\pm 1.345 m$	
2.	Negotin	58	5.42	3.51	$\pm 1.355 m$	
3.	Vranje	11	12.42	11.72	$\pm 0.748 m$	
4.	Loznica	64	5.15	3.07	$\pm 1.073 m$	
5.	Prizren	48	5.93	4.26	$\pm 0.975 m$	
6.	Strumica	42	6.38	4.87	$\pm 1.079 m$	
7.	Prilep	54	5.62	3.82	$\pm 1.695 m$	
8.	Sjenica	78	4.68	2.21	$\pm 1.104 m$	
9.	Pravci	max.	78	9.23	8.25	$\pm 8'' 30$
		min.	20	4.69	2.22	$\pm 4'' 22$
		pros.	45	6.28	4.69	$\pm 5'' 69$



Slika 8.3: Vektori razlika koordinata sa i bez grube greške u Paraćinskoj osnovičkoj mreži

8.1.3. Model T3

Model T3 izravnat je u 3 varijante u kojima su testiranjem adekvatnosti modela otklonjene grube greške u pojedinim rezultatima merenja prikazanim u tabeli 8.3. Karakteristične vrednosti izravnjanja prikazani su u tabeli 8.5.

Tabela 8.3: Adekvatnost modela TMIS - T3

R. br.	Opis	Varijanta / Vrednost			
		I	II	III	
1.	Ocena standarda jedinice težine - $\hat{\sigma}_0$	ukupna	1.40	1.06	1.05
		pravaca	1.12	1.01	1.00
		dužina	3.76	2.58	2.27
		azimuta	4.29	1.99	1.97
2.	F-test / broj stepeni slobode	- / 536	- / 526	+ / 525	
3.	χ^2 -test (za verovatnoću $\alpha_0 = 0.95\%$)	-	-	+	
4.	Pravci sa popravkama većim od $\pm 5''$	stanica 92 (3 pravca)	-	-	
5.	Dužine izlaznih strana sa velikim w	Prizren	-	-	
6.	Dužine izlaznih strana sa velikim v	Prizren	Sjenica	-	
7.	Azimuti sa velikim v i w	38-35, 95-230, 107-84, 38-37, 101-99, 122-121	-	-	

8.1.4. Model T4

Model T3 izravnat je u 3 varijante u kojima su testiranjem adekvatnosti modela otklonjene grube greške u pojedinim rezultatima merenja. Karakteristične vrednosti testiranja i otkonjenih grubih grešaka prikazani su u tabeli 8.4, a karakteristične vrednosti izravnjanja u tabeli 8.5.

Tabela 8.4: Adekvatnost modela TMIS - T4

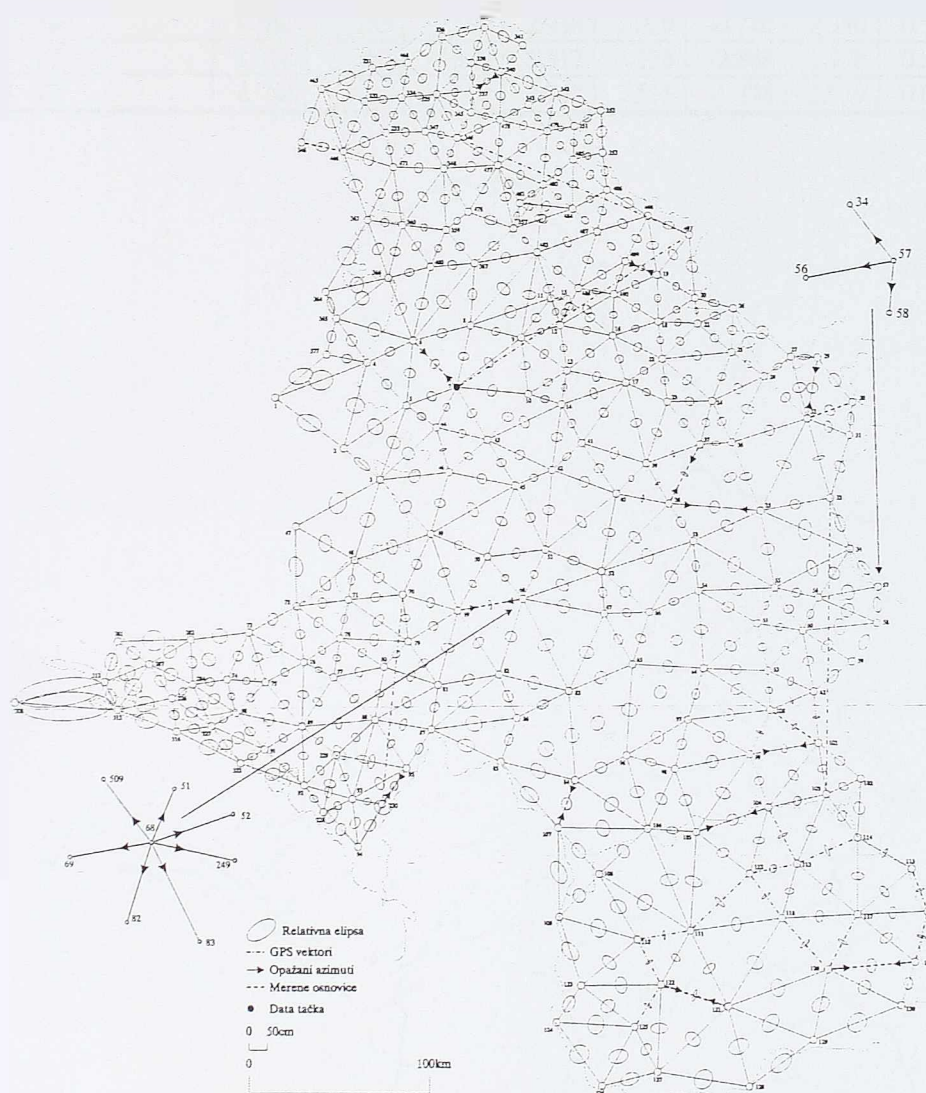
R. br.	Opis	Varijanta / Vrednost			
		I	II	III	
1.	Ocena standarda jedinice težine - $\hat{\sigma}_0$	ukupna	1.26	1.12	1.03
		pravca	1.13	1.08	1.03
		dužina	2.16	1.90	1.02
		azimuta	2.60	2.00	1.15
2.	F-test / broj stepeni slobode	- / 584	- / 580	+ / 566	
3.	χ^2 -test (za verovatnoću $\alpha_0 = 0.95\%$)	-	-	+	
4.	Pravci sa popravkama v većim od $\pm 5''$	-	stan. 92 i 93 (po 3 pravca)	-	
5.	Dužine izlaznih strana sa velikim w	Prizren, Vranje	Sjenica	-	
6.	Dužine merene daljinomerom sa velikim w	39-40	-	-	
7.	GPS vektori sa velikim v	-	112-113	-	
8.	Azimuti sa velikim v i w	95-230, 107-84	38-35, 84-107, 101-99, 38-37, 119-120, 122-121	-	

Tabela 8.5: Karakteristične vrednosti izravnjanja TMIS

R. br.	Opis	Model / Vrednost			
		T1	T2	T3	T4
1.	Ocena standarda jedinice težine - $\hat{\sigma}_0$	1.00	1.03	1.05	1.03
2.	χ^2 -test (za verovatnoću $\alpha_0 = 0.95\%$)	+	+	+	+
3.	F-test / broj stepeni slobode	+ / 503	+ / 509	+ / 525	+ / 566
4.	Maksimalna test veličina grubih grešaka - τ	4.00	4.00	4.00	4.01
5.	Ukupan broj rezultata merenja	889	897	924	973
6.	Broj rezultata merenja isključenih iz izravnjanja	0	1	11	17
7.	Maksimalno $\hat{\sigma}$ izravnatog pravca	1".30	1".33	1".37	1".34
8.	Minimalno $\hat{\sigma}$ izravnatog pravca	0".38	0".40	0".41	0".21
9.	Maksimalno $\hat{\sigma}$ izravnatog azimuta			0".76	0".93
10.	Minimalno $\hat{\sigma}$ izravnatog azimuta			0".55	0".34
11.	Maksimalno v pravca	+5".87	+3".81	+3".78	+3".44
12.	Minimalno v pravca	-5".05	-4".88	-4".57	-3".72
13.	Maksimalno v azimuta			+3".32	+3".39
14.	Minimalno v azimuta			-2".91	-4".28
15.	Broj v pravca većih od $\pm 3''$	15	13	14	14
16.	Maksimalno v dužine izl. strane osn. mreže		+39.68cm	+39.91cm	+42.96cm
17.	Minimalno v dužine izlazne strane osn. mreže		-42.01cm	-44.52cm	-23.03cm
18.	Maksimalno v dužine merene daljin. AGA-8				+1.74cm
19.	Minimalno v dužine merene daljin. AGA-8				-0.79cm
20.	Maksimalno v GPS vektora				+12.79cm
21.	Minimalno v GPS vektora				-10.88cm
22.	Maksimalno w	0.92	0.90	0.99	0.88
23.	Minimalno w	0.01	0.01	0.01	0.02
24.	Maksimalno $\hat{\sigma}_B$	1.044m	1.102m	1.094 m	0.696 m
25.	Maksimalno $\hat{\sigma}_L$	1.651m	1.061m	1.327 m	0.722 m
26.	Prosečno $\hat{\sigma}_B$	0.411m	0.567m	0.611 m	0.276 m
27.	Prosečno $\hat{\sigma}_L$	0.406m	0.485m	0.559 m	0.339 m

28.	Minimalna relativna greška dužine		1: 585 000	1: 592 000	1: 1 044 000
29.	Maksimalna relativna greška dužine		1: 66 000	1: 67 000	1: 71 000
30.	Prosečna relativna greška dužine		1: 161 000	1: 159 000	1: 273 000
31.	Broj dužina čija je relativna greška veća od 1:100 000		18	19	5

NAPOMENA: *T2* - pravci i dužine izlaznih strana osnovičkih mreža; *T3* - pravci, dužine izlaznih strana osnovičkih mreža i azimuti; *T4* - kombinacija terestričkih merenja i GPS opažanja.



Slika 8.4: TM1S - model T4

Razlike koordinata iz modela izravnjanja TM1S prikazane su u tabeli 8.6. Najveće razlike u geodetskoj širini u svim varijantama su u Crnoj Gori, a geodetskoj dužini u Makedoniji. Na slici 8.5 prikazani su vektori razlika koordinata modela *T4* i *T2*.

Značajnost razlika koordinata testirana je preko greške funkcije (razlike) koordinata i ocene njihovih standarda:

$$\Delta B = B_2 - B_1, \quad \Delta L = L_2 - L_1 \quad (8.1)$$

$$\sigma_{\Delta B}^2 = \sigma_{B_1}^2 + \sigma_{B_2}^2, \quad \sigma_{\Delta L}^2 = \sigma_{L_1}^2 + \sigma_{L_2}^2 \quad (8.2)$$

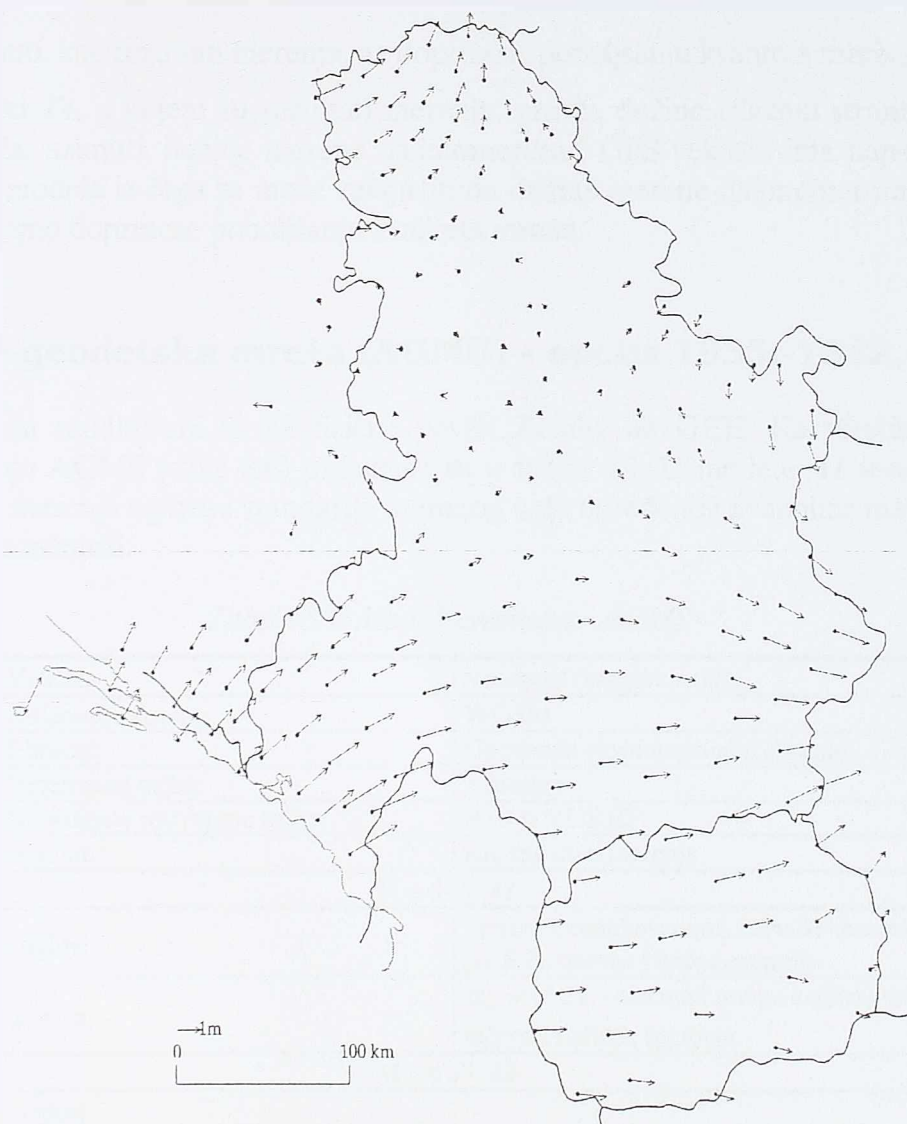
Ako je:

$$R = \sqrt{(\Delta B)^2 + (\Delta L)^2} \geq t \cdot \sigma_R = \sqrt{\sigma_{\Delta B}^2 + \sigma_{\Delta L}^2} \quad (8.3)$$

za $t_{\alpha=0.95} = 1.96$ razlike su značajne.

Tabela 8.6: Razlike koordinata pojedinih varijanti izravnanja TMIS

Red. broj	Oznaka varijante izravnanja i razlike	ΔB				ΔL				Znač. razl. [%]
		max. [m]	min. [m]	pros. [m]	R [m]	max. [m]	min. [m]	R [m]	pros. [m]	
1.	T4 - T2	1.162	-1.335	-0.190	2.938	2.029	-0.770	2.340	0.538	3.6
2.	T4 - T3	1.018	-3.357	-0.820	2.312	3.126	-2.866	1.978	0.526	44.1
3.	T3 - T2	2.758	-1.534	0.629	2.940	3.515	-1.778	3.919	0.012	27.2



Slika 8.5: Vektori razlika izravnatih koordinata TMIS: T4 - T2

Za sve razlike koordinata određene su ocene standarda i u tabeli 8.6 procentualano prikazan broj značajnih razlika i maksimalne dozvoljene vrednosti za karakteristične razlike. Zbog velikih ocena standarda izravnatih koordinata, $(\sigma_{B,L})_{\text{grubo}} \approx 0.5m$, broj značajnih razlika nije veliki.

Iz prikazanih podataka (tabele 8. do 8.6 i slike 8.2 do 8.4) može se zaključiti:

- osam azimuta imaju grube greške merenja i isključeni su iz nodela T3 i T4;

- dužina izlazne strane osnovičke mreže Prizren ima grubu grešku i isključena je iz modela *T2*, *T3* i *T4*. Dužina izlazne strane osnovičke mreže Sjenica isključena je iz modela *T3* i *T4*, a dužina izlazne strane osnovičke mreže Vranje iz modela *T4* zbog grubih grešaka;
- dužina 39-40 merena daljinomerom AGA-8 ima grubu grešku i isključena je iz modela *T4*;
- GPS vektor 112-113 ima grubu grešku i isključena je iz modela *T4*;
- gruba greška dužine izlazne strane osnovičke mreže Paraćin, zbog slabe pouzdanosti mreže TM1, nije mogla biti otkrivena bez primene statističkih testova;
- azimuti, kao rezultati merenja, ne doprinose poboljšanju kvaliteta mreže;
- model *T4*, u kojem su rezultati merenja: pravci, dužine izlaznih strana iz osnovičkih mreža, azimuti, dužine merene daljinomerom i GPS vektori, ima najveću tačnost od svih modela iz čega se može zaključiti da dužine merene daljinomerom i GPS vektori značajno doprinose poboljšanju kvaliteta mreže.

8.2. Astro-geodetska mreža (AGMS) - epoha 1955.-1962.

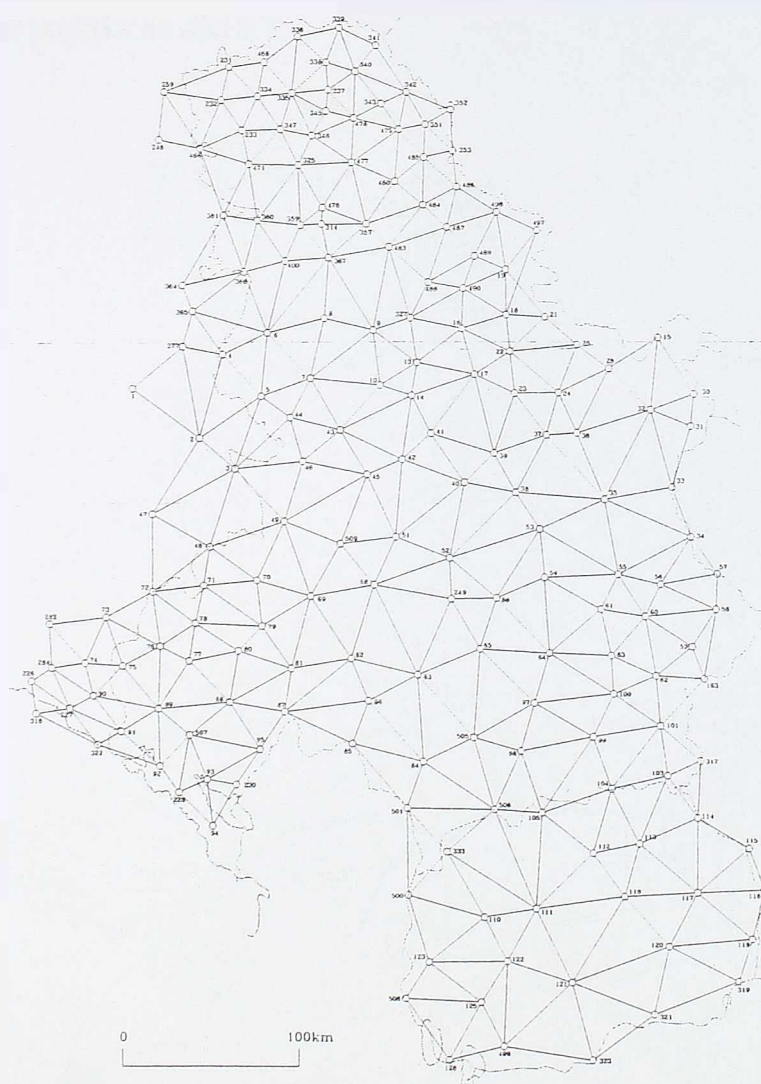
Rezultati merenja redukovani su sa fizičke površi Zemlje na GEE. Karakteristike pojedinih modela izravnjanja AGMS (slika 8.6) prikazane su u tabeli 8.7. U modelu *A1* testirane su grube greške rezultata merenja uglova i standarda merenog ugla određenog iz analize metode merenja i prethodne ocene tačnosti.

Tabela 8.7: Modeli izravnjanja AGMS

Opis	Veličina	Vrednost (karakteristika)
Datum	Referentni sistem:	WGS84
	Elipsoid:	Geodetski ekvipotencijalni elipsoid - GEE
	Referentna tačka:	7 Jautina
	Koordinate referentne tačke:	<i>B</i> i <i>L</i> iz YUREF
	Azimuti:	kao rezultati merenja
Model <i>A1</i>		
Merene veličine	- uglovi	mereni modifikovanom <i>Schreiber</i> -ovom metodom (sl. 8.7), dnevna i noćna merenja
Težine	$p_i = 1/\sigma_i^2$	$\sigma_u = 0''.59$ - sračunat prema analizi i prethodnoj oceni tačnosti metode merenja
Model <i>A2</i>		
Merene veličine	- uglovi - dužine izlaznih strana iz osnovičkih mreža	
Težine	$p_i = 1/\sigma_i^2$	$\sigma_u = 0''.59$ - iz modela <i>A1</i> σ_D - iz izravnjanja osnovičkih mreža; prema tabeli 7.2
Model <i>A3</i>		
Merene veličine	- uglovi - dužine izlaznih strana iz osnovičkih mreža - azimuti	
Težine	$p_i = 1/\sigma_i^2$	$\sigma_u = 0''.59$ - iz modela <i>A1</i> σ_D - iz izravnjanja osnovičkih mreža; prema tabeli 7.2 σ_a - prema tabeli 5.7

Model A4		
Merene veličine	<ul style="list-style-type: none"> - uglovi - dužine izlaznih strana iz osnovičkih mreža - azimuti - dužine merene daljinomerom AGA-8 - GPS vektori 	
Težine	$p_i = 1/\sigma_i^2$	$\sigma_{\alpha} = 0''.59$ - iz modela A1 σ_D - iz izravnanja osnovičkih mreža; prema tabeli 7.2 σ_{α} - prema tabeli 5.7 $\sigma_D = 5 + 1 \text{ ppm}$ - za daljinomer i GPS vektore

U AGMS izmereno je ukupno 12 osnovičkih mreža, 8 starih i 4 nove. Prilikom realizacije mreže po jedna tačka izlaznih strana Prizrenske i Negotinske osnovičke mreže prestabilizovane su na novom mestu tako da nisu korišćene u izravanju AGMS.



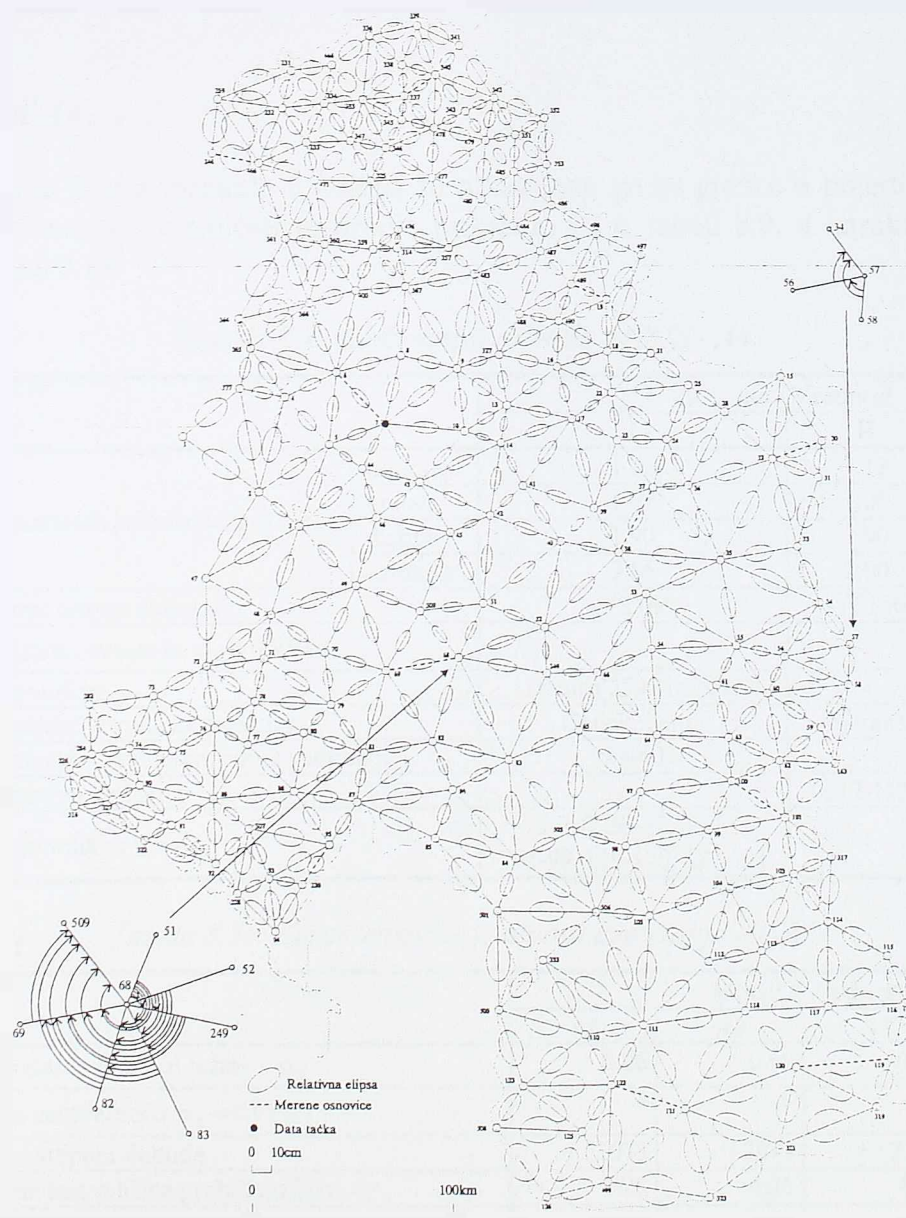
Slika 8.6: AGMS

8.2.1. Model A1

Iz izravnanja F -testom je utvrđena saglasnost *a priori* i *a posteriori* standarda merenog ugla, a χ^2 -testom da normirane popravke zadovoljavaju normalan raspored. Za tri ugla normirane popravke su veće od dozvoljenih, ali je maksimalna popravka merenog ugla manja od $\pm 2''.5$ i nova varijanta nije rađena. Karakteristični podaci izravnanja prikazani su u tabeli 8.10.

8.2.2. Model A2

U prvoj varijanti izravnanja F -testom je utvrđena saglasnost *a priori* i *a posteriori* standarda, a χ^2 -testom da normirane popravke ne zadovoljavaju normalan raspored. Normirane popravke dužina izlaznih strana Senčanske i Osiječke osnovičke mreže su bile veće od dozvoljenih (1.97 i 1.96). Dužina izlazne strane Sjeničke osnovičke mreže je imala veliku popravku: $v = -55.00\text{cm}$. U sledećoj varijanti izravnanja, nakon isključivanja dužina izlaznih strana tri osnovičke mreže, statističkim testovima je utvrđena saglasnost rezultata. Karakteristični podaci izravnanja prikazani su u tabeli 8.10 a relativne elipse grešaka na slici 8.7.



Slika 8.7: AGMS - model A2

8.2.3. Model A3

Model A3 izravnat je u 3 varijante u kojima su otklonjene grube greške u pojedinim rezultatima merenja prikazanim u tabeli 8.8. Karakteristični podaci izravnjanja prikazani su u tabeli 8.10.

Tabela 8.8: Adekvatnost modela AGMS - A3

R. br.	Opis	Varijanta / Vrednost			
		I	II	III	
1.	Ocena standarda jedinice težine - σ_0	ukupna	1.08	1.01	0.98
		uglova	0.99	0.98	0.97
		dužina	2.71	2.72	1.60
		azimuta	3.83	1.83	1.85
2.	F-test / broj stepeni slobode	- / 2111	- / 2103	+ / 2102	
3.	χ^2 -test (za verovatnoću $\alpha_0 = 0.95\%$)	-	-	+	
4.	Dužine izlaznih strana sa velikim w	Osijek, Senta	-	-	
5.	Dužine izlaznih strana sa velikim v	Osijek, Senta	Sjenica	-	
6.	Azimuti sa velikim v i w	95-230, 38-35, 38-37, 101-99, 119-120, 122-121	-	-	

8.2.4. Model A4

Model A4 izravnat je u 3 varijante u kojima su otklonjene grube greške u pojedinim rezultatima merenja. Karakteristične vrednosti testiranja prikazani su u tabeli 8.9, a karakteristični podaci izravnjanja u tabeli 8.10.

Tabela 8.9: Adekvatnost modela AGMS - A4

R. br.	Opis	Varijanta / Vrednost			
		I	II	III	
1.	Ocena standarda jedinice težine - σ_0	ukupna	1.12	1.12	1.01
		uglova	1.01	1.08	0.98
		dužina	1.90	1.90	1.67
		azimuta	3.86	2.00	1.84
2.	F-test / broj stepeni slobode	- / 2166	- / 2156	+ / 2155	
3.	χ^2 -test (za verovatnoću $\alpha_0 = 0.95\%$)	-	-	+	
4.	Uglovi sa velikim w	stanica 259 (Iugao)	-	-	
5.	Dužine izlaznih strana sa velikim w	Osijek, Senta	Sjenica	-	
6.	Dužine merene daljinomerom sa velikim w	39-40	-	-	
7.	GPS vektori sa velikim v	-	112-113	-	
8.	Azimuti sa velikim v i w	95-230, 38-35, 38-37, 101-99, 119-120, 122-121	-	-	

Tabela 8.10: Karakteristične vrednosti izravnjanja AGMS

R. br.	Opis	Model / Vrednost			
		A1	A2	A3	A4
1.	Ocena standarda jedinice težine - σ_0	0.96	0.98	0.96	1.01
2.	χ^2 -test (za verovatnoću $\alpha_0 = 0.95\%$)	+	+	+	+
3.	F-test / broj stepeni slobode	+ / 2073	+ / 2079	+ / 2102	+ / 2155
4.	Maksimalna test veličina grubih grešaka - τ	4.25	4.25	4.25	4.24
5.	Ukupan broj rezultata merenja	2441	2451	2481	2536
6.	Broj rezultata merenja isključenih iz izravnjanja	0	3	9	12

7.	Prosečna unutrašnja pouzdanost \bar{n}	0.847	0.848	0.850	0.853
8.	Maksimalna $\hat{\sigma}$ izravnatog ugla	0".40	0".41	0".41	0".44
9.	Minimalna $\hat{\sigma}$ izravnatog ugla	0".10	0".10	0".10	0".10
10.	Maksimalni $\hat{\sigma}$ izravnatog azimuta			0".39	0".40
11.	Minimalni $\hat{\sigma}$ izravnatog azimuta			0".25	0".25
12.	Maksimalna v ugla	+2".52	+2".54	+2".54	+2".50
13.	Minimalna v ugla	-2".21	-2".22	-2".22	-2".46
14.	Maksimalna v azimuta			+3".70	+3".70
15.	Minimalna v azimuta			-3".67	-3".60
16.	Maksimalna v dužine izl. strane osn. mreže		+25.31cm	+24.19cm	+34.49cm
17.	Minimalna v dužine izlazne strane osn. mreže		-49.04cm	-48.98cm	-30.56cm
18.	Maksimalna v dužine merene daljin. AGA-8				+4.68cm
19.	Minimalna v dužine merene daljin. AGA-8				-7.52cm
20.	Maksimalna v GPS vektora				+19.90cm
21.	Minimalna v GPS vektora				-22.88cm
22.	Maksimalna w	1.17	1.19	1.15	1.08
23.	Minimalna w	0.01	0.01	0.01	0.01
24.	Maksimalna $\hat{\sigma}_B$	18.45cm	53.49cm	54.78cm	27.67cm
25.	Maksimalna $\hat{\sigma}_L$	17.67cm	37.70cm	45.13cm	37.40cm
26.	Prosečna $\hat{\sigma}_B$	9.06cm	26.33cm	28.78cm	13.41cm
27.	Prosečna $\hat{\sigma}_L$	8.78cm	18.29cm	25.23cm	18.58cm
28.	Minimalna relativna greška dužine		1: 645 000	1: 638 000	1: 1 740 000
29.	Maksimalna relativna greška dužine		1: 234 000	1: 233 000	1: 248 000
30.	Prosečna relativna greška dužine		1: 492 000	1: 487 000	1: 959 000

NAPOMENA: *A2* - uglovi i dužine izlaznih strana osnovičkih mreža; *A3* - uglovi, dužine izlaznih strana osnovičkih mreža i azimuti; *A4* - kombinacija terestričkih merenja i GPS opažanja.

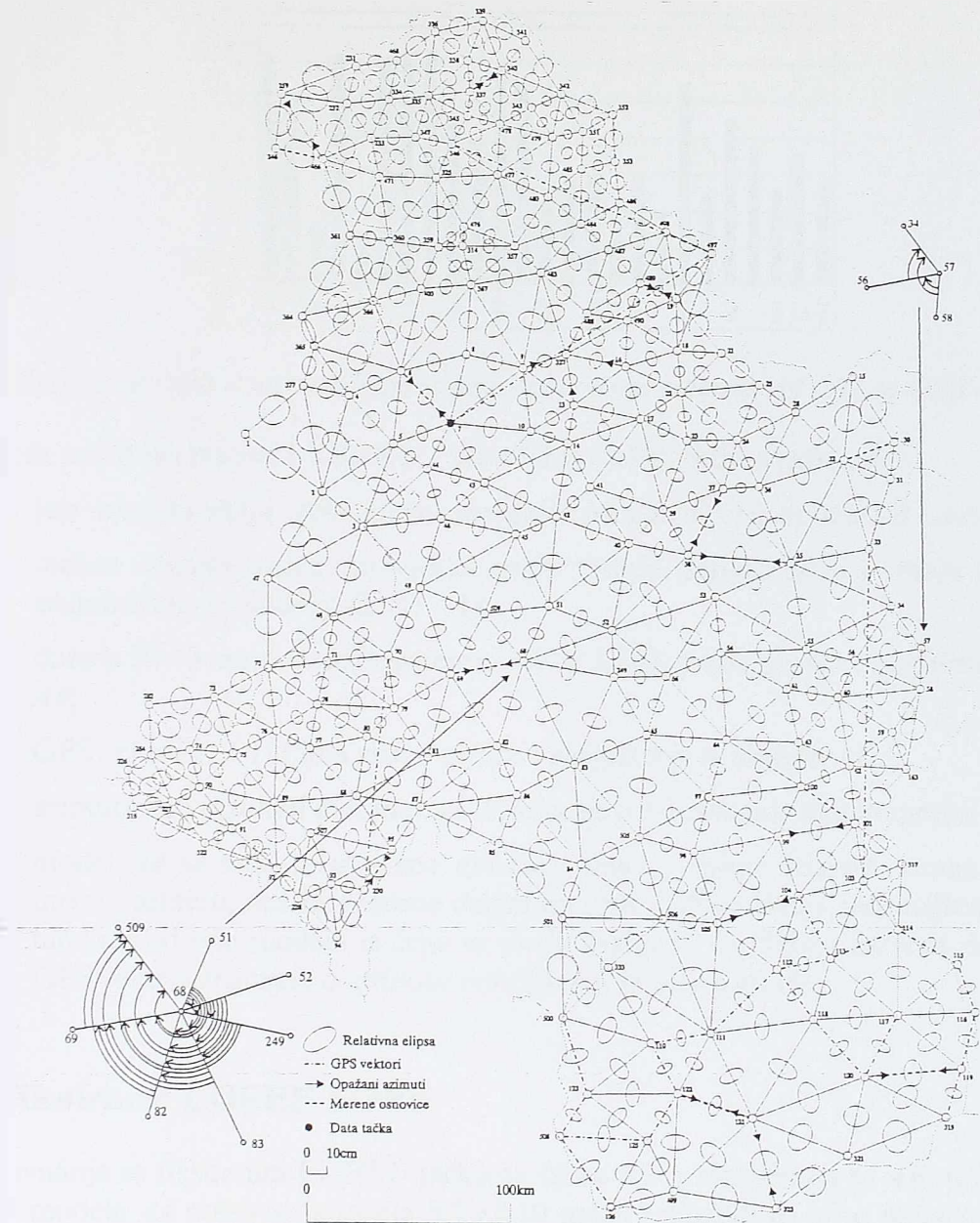
Razlike koordinata pojedinih varijanti izravnjanja AGMS prikazane su u tabeli 8.11. Najveće razlike u svim varijantama izravnjanja po obe koordinate su u Makedoniji.

Tabela 8.11: Razlike izravnatih koordinata AGMS

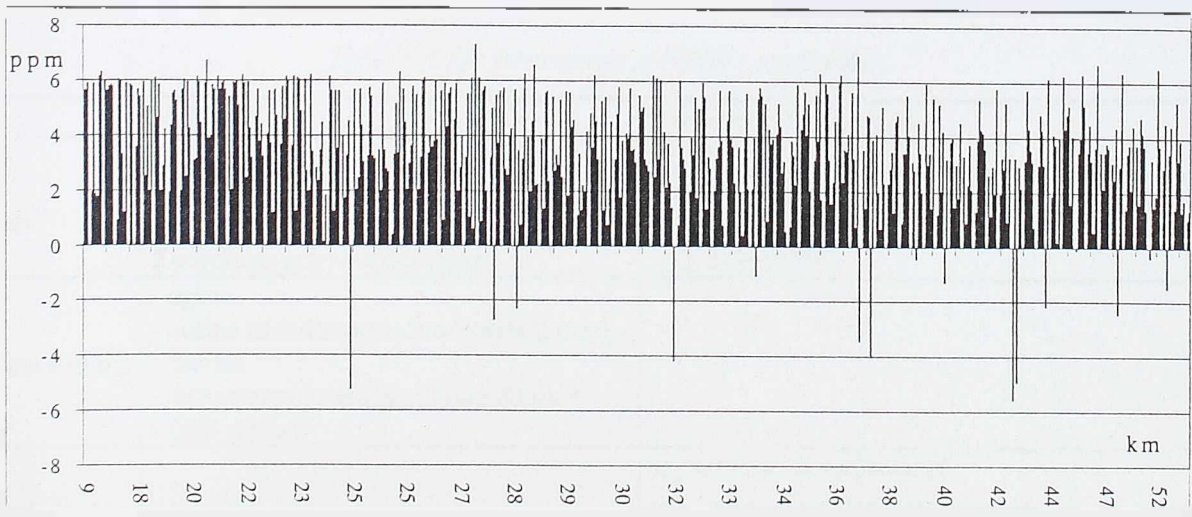
Red. broj	Oznaka varijante izravnjanja i razlike	ΔB				ΔL				Znač. razl. [%]
		max. [m]	min. [m]	pros. [m]	<i>R</i> [m]	max. [m]	min. [m]	pros. [m]	<i>R</i> [m]	
1.	<i>A4</i> - <i>A2</i>	1.082	-1.311	-0.249	1.028	1.205	-0.828	0.366	0.638	66.7
2.	<i>A4</i> - <i>A3</i>	1.082	-1.129	-0.196	0.894	1.490	-0.810	0.459	0.928	54.8
3.	<i>A3</i> - <i>A2</i>	0.124	-0.244	-0.053	0.658	0.266	-0.461	-0.093	0.842	0.0

Prema kriterijumu (8.3) određene su značajne razlike izravnatih koordinata i procentualno prikazane sa celu mrežu, a za karakteristične razlike maksimalne dozvoljene vrednosti (tabela 8.10). Iz tabele se može zaključiti da između varijanti *A3* i *A2* nema značajnih razlika, što ukazuje da uključivanje azimuta kao rezultata merenja, u slučaju kada oni čine svega 1.2% rezultata merenja, ne doprinosi poboljšanju kvaliteta mreže.

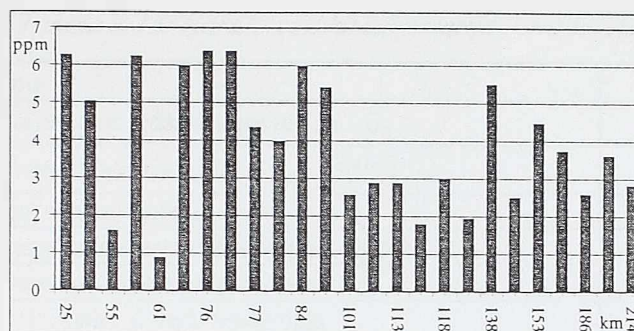
Upoređene su izravnate dužine geodetskih linija varijanti *A4* i *A2*. Na slici 8.9 prikazane su razlike izravnatih dužina geodetskih linija izražene u *ppm* za sve dužine, a na slici 8.10 za GPS vektore.



Slika 8.8: AGMS - model A4



Slika 8.9: Razlike izravnanih dužina geodetskih linija varijanti A4 i A2



Slika 8.10: Razlike izravnanih dužina geodetskih linija varijanti A4 i A2 za GPS vektore

Iz prikazanih podataka (tabele 8.8 do 8.11 i slike 8.7 do 8.10) može se zaključiti:

- šest azimuta imaju grube greške merenja i isključeni su iz nodela A3 i A4;
- dužine izlaznih strana osnovičkih mreža Osijek, Senta i Sjenica imaju grubu grešku i isključene su iz modela A2, A3 i A4;
- dužina 39-40 merena daljinomerom AGA-8 ima grubu grešku i isključena je iz modela A4;
- GPS vektor 112-113 ima grubu grešku i isključen je iz modela A4;
- azimuti, kao rezultati merenja, ne doprinose poboljšanju kvaliteta mreže;
- model A4 sa svim rezultatima merenja: uglovi, dužine izlaznih strana iz osnovičkih mreža, azimuti, dužine merene daljinomerom i GPS vektori, ima najbolje pokazatelje tačnosti od svih modela iz čega se može zaključiti da dužine merene daljinomerom i GPS vektori značajno doprinose poboljšanju kvaliteta mreže.

8.3. Fiksirane EUREF tačke

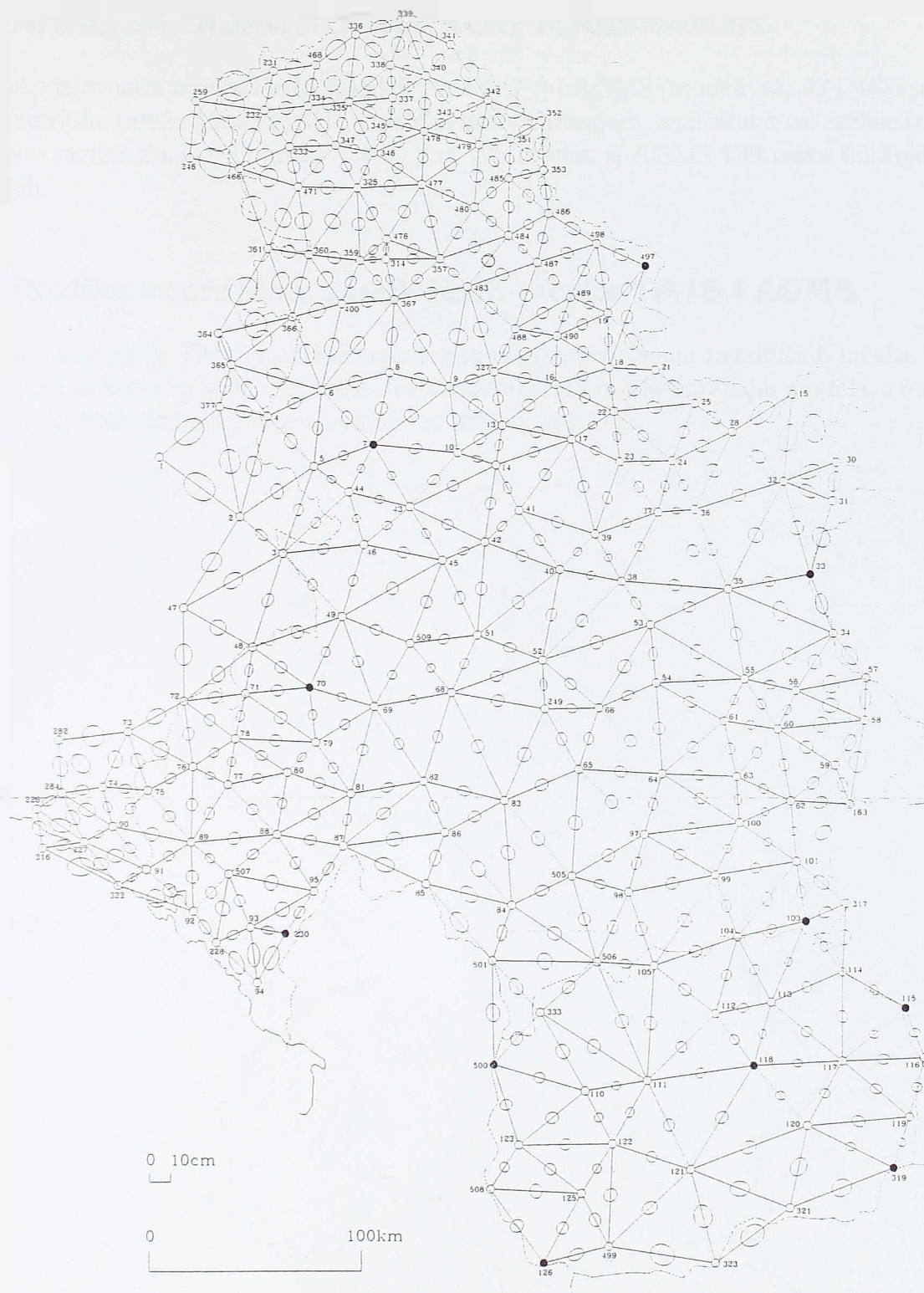
Model izravnjanja sa fiksim EUREF tačkama (slika 8.11), označenog sa *AE*, je sa rezultatima merenja iz modela A4 pošto se iz tabela 8.5 i 8.10 može zaključiti da je to najtačnija model. Pre izravnjanja analizirane su razlike koordinata tačaka EUREF-a i iz modela A4. Iz analize je zaključeno da su najveća odstupanja na tački 346 i ona nije korišćena. Karakteristike izravnjanja prikazane su u tabeli 8.12, a karakteristični podaci ocene tačnosti iz izravnjanja za u tabeli 8.13.

Tabela 8.12: Izravnjanje AGMS - model AE

Opis	Veličina	Vrednost (karakteristika)
Datum	Referentni sistem:	WGS84
	Elipsoid:	Geodetski ekvipotencijalni elipsoid - GEE
	Referentne tačke:	11 tačaka
	Koordinate referentnih tačaka:	B i L iz EUREF
Merene veličine	- uglovi - dužine izlaznih strana iz osnovičkih mreža - azimuti - dužine merene daljinomerom AGA-8 - GPS vektori	
Težine	$p_i = 1/\sigma_i^2$	$\sigma_u = 0''.59$ - iz varijante A1 σ_D - iz izravnjanja osnovičkih mreža; prema tabeli 7.2 σ_a - prema tabeli 5.7 $\sigma_D = 5 + 1 ppm$ - za daljinomer i GPS vektore

Tabela 8.13: Karakteristike izravnjanja - model AE

R. b.	Opis	Vrednost
1.	Ocena standarda jedinice težine - σ_0	1.02
2.	χ^2 -test (za verovatnoću $\alpha_0 = 0.95\%$)	+
3.	Broj stepeni slobode	2166
4.	Maksimalna test veličina grubih grešaka - τ	4.25
5.	Prosečna unutrašnja pouzdanost \bar{n}	0.860
6.	Maksimalni $\hat{\sigma}$ izravnatog ugla	0".44
7.	Minimalni $\hat{\sigma}$ izravnatog ugla	0".10
8.	Maksimalni $\hat{\sigma}$ izravnatog azimuta	0.43
9.	Minimalni $\hat{\sigma}$ izravnatog azimuta	0.27
10.	Maksimalna v ugla	+2".35
11.	Minimalna v ugla	-2".17
12.	Maksimalna v azimuta	3.34
13.	Minimalna v azimuta	-3.35
14.	Maksimalna v dužine izl. strane osn. mreže	+33.63cm
15.	Minimalna v dužine izlazne strane osn. mreže	-25.83cm
16.	Maksimalna v dužine merene daljin. AGA-8	+5.96cm
17.	Minimalna v dužine merene daljin. AGA-8	-7.91cm
18.	Maksimalna v GPS vektora	28.22cm
19.	Minimalna v GPS vektora	-15.00cm
20.	Maksimalna w	1.00
21.	Minimalna w	0.01
22.	Maksimalna $\hat{\sigma}_B$	13.40cm
23.	Maksimalna $\hat{\sigma}_L$	13.58cm
24.	Prosečna $\hat{\sigma}_B$	4.87cm
25.	Prosečna $\hat{\sigma}_L$	5.00cm
26.	Minimalna relativna greška dužine	1: 248 000
27.	Maksimalna relativna greška dužine	1: 2 133 000
28.	Prosečna relativna greška dužine	1: 1 046 000



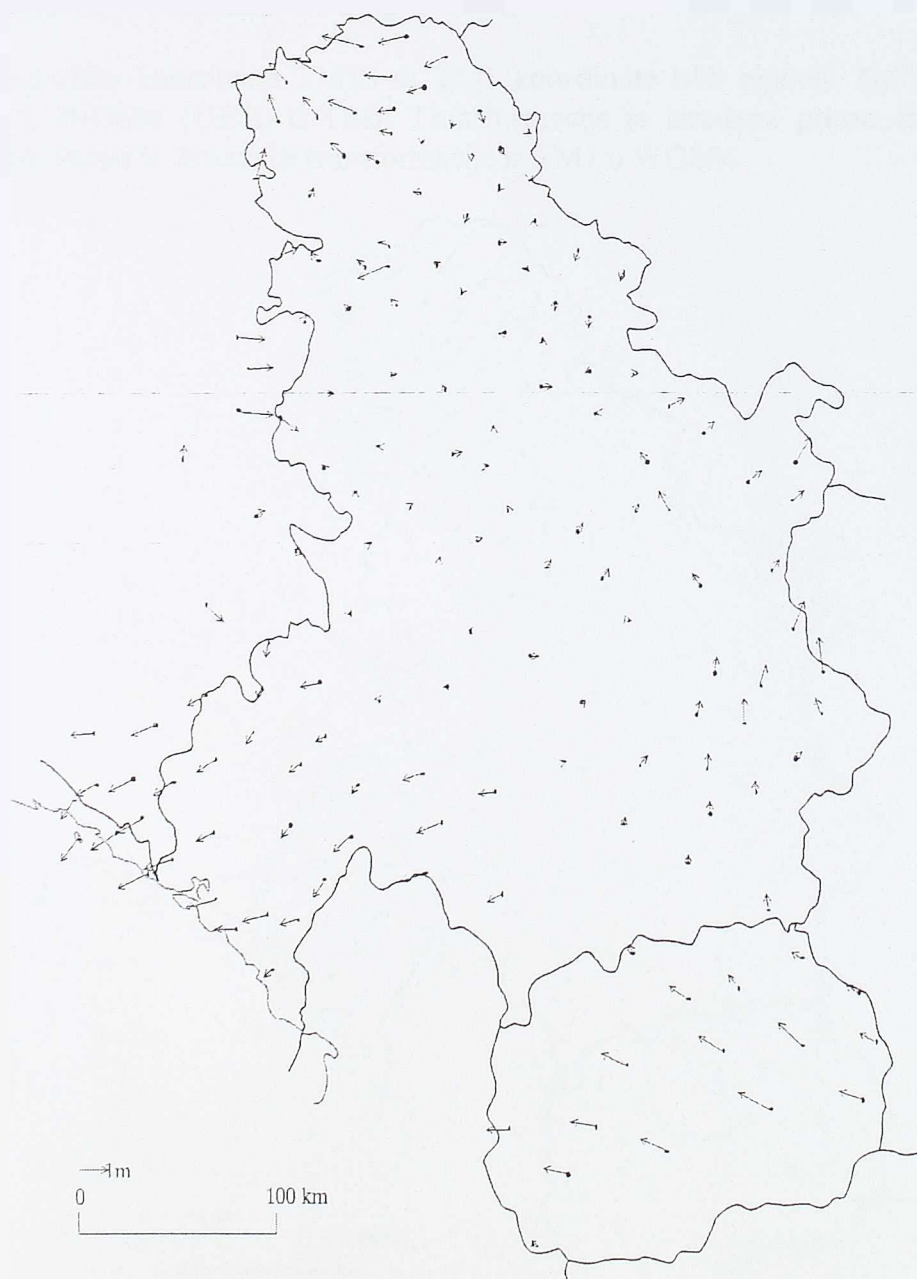
Slika 8.11: AE - fiksirane EUREF tačke

9. ANALIZA DIJAGNOSTIČKOG IZRAVNANJA

Iz podataka izravnatih mreža TM1S (modeli $T2$, $T3$ i $T4$) i AGMS (modeli $A2$, $A3$ i $A4$) i postojeće Trigonometrijske mreže 1.reda (TM1), koja čini osnovu premera, analizirane su: razlike izravnatih koordinata; razlike dužina. U mreži TM1S ima 195 tačaka, u AGMS 186 tačka od kojih je 158 zajedničkih.

9.1. Razlike koordinata zajedničkih tačaka TM1S i AGMS

Iz podataka izravnjanja TM1S i AGMS određen su razlike koordinata zajedničkih tačaka. U tabeli 9.1 prikazane su karakteristične vrednosti razlika koordinata iz odgovarajućih modela, a na slici 9.1 vektori razlika koordinata iz modela sa svim rezultatima merenja.



Slika 9.1: Vektori razlika koordinata AGMS i TM1S: A4-T4

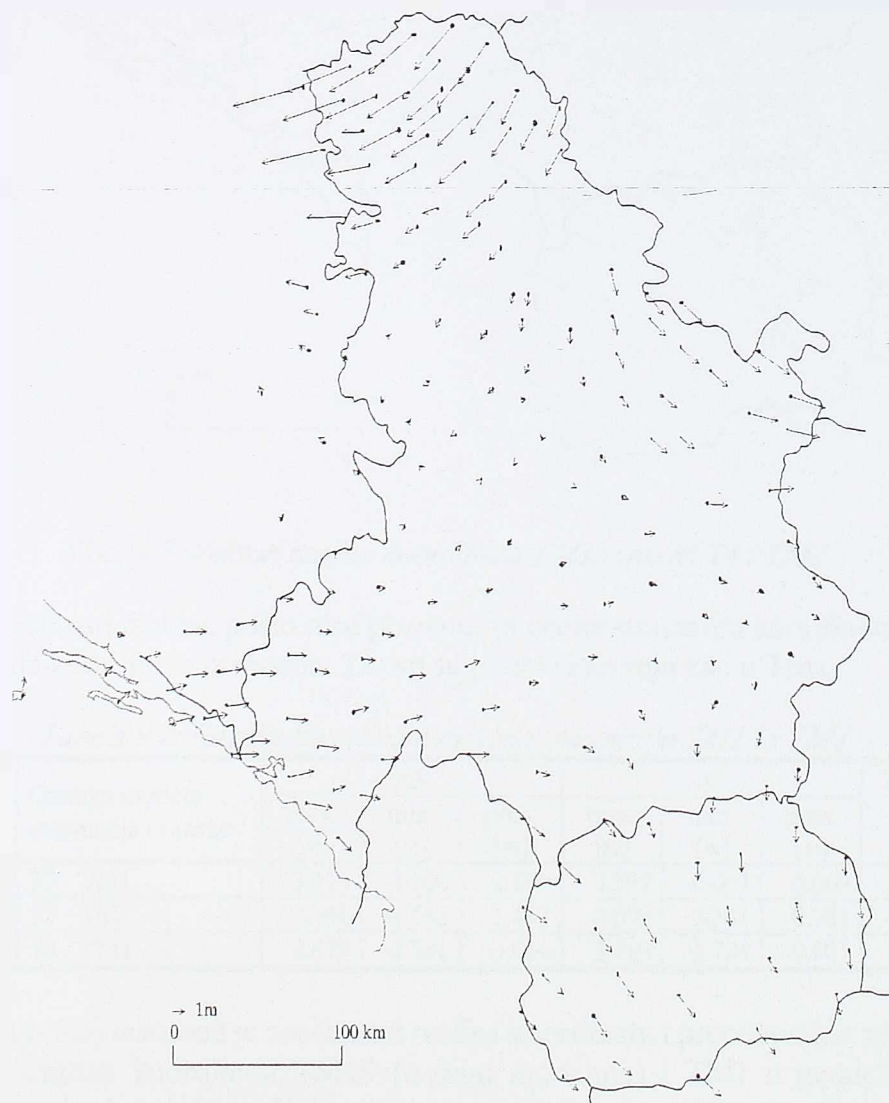
Tabela 9.1: Razlike izravnatih koordinata modela izravnjanja TM1S i AGMS

Red. broj	Oznaka modela izravnjanja i razlike	ΔB			ΔL			Znač. razl. [%]
		max. [m]	min. [m]	pros. [m]	max. [m]	min. [m]	pros. [m]	
1.	A2 - T2	1.014	-2.421	-0.058	1.731	-1.657	-0.070	8.3
2.	A3 - T3	0.439	-2.804	-0.652	1.790	-3.086	-0.140	34.4
3.	A4 - T4	0.822	-1.224	-0.066	1.364	-1.490	-0.237	11.5

Prema kriterijumu (8.3) testirana je značajnost razlika koordinata i procentualno prikazana u tabeli 9.1. Zbog velikih ocena standarda koordinata TM1S, $(\sigma_{\text{TM1S}})_{\text{pril}} \approx 0.5\text{m}$, između odgovarajućih modela TM1S i AGMS nema velikog broja značajnih razlika.

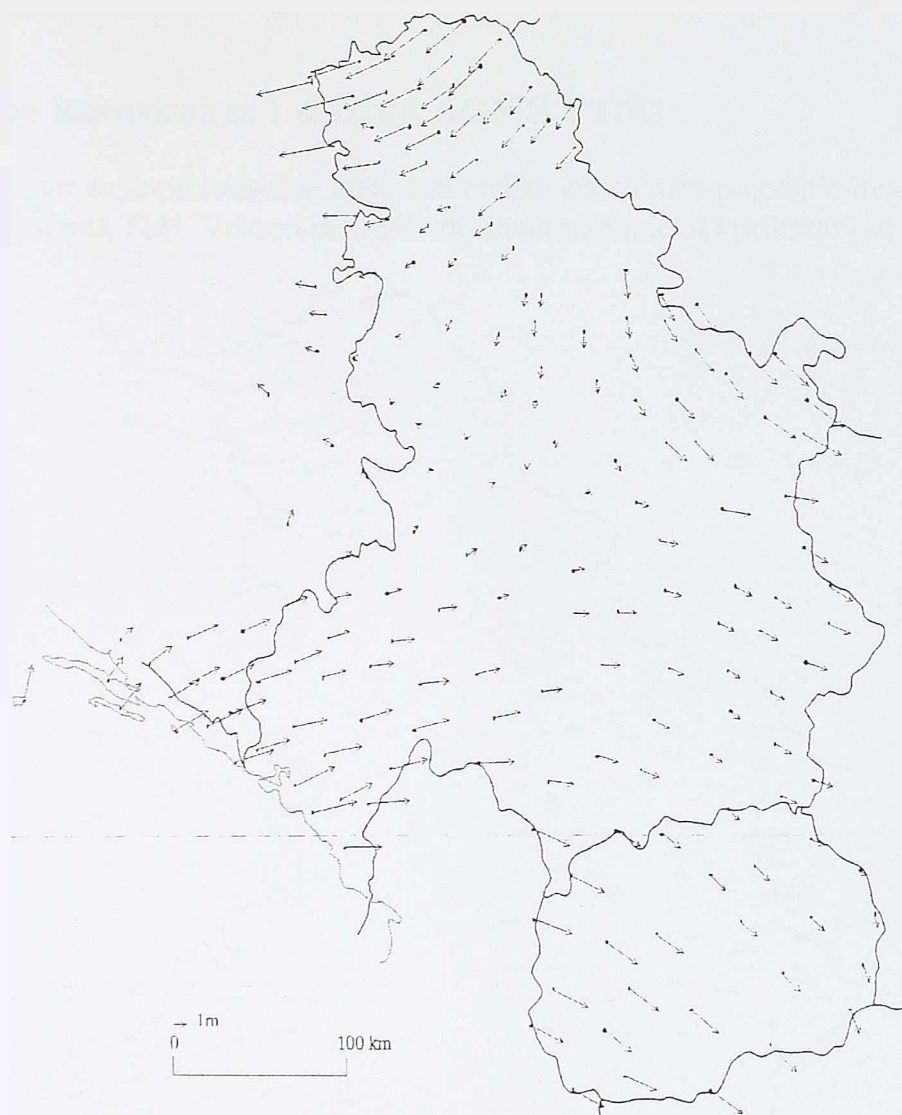
9.2. Razlike koordinata TM1S i TM1

Pre upoređenja razlika koordinata TM1S sa TM1 koordinate svih modela TM1S datumski su transformisane iz WGS84 (GEE) u TM1. Transformacija je izvedena prema izrazu (2.16) sa parametrima određenim iz datumske transformacije iz TM1 u WGS84.



Slika 9.2: Vektori razlika koordinata TM1S model T2 i TM1

U tabeli 9.2 prikazane su karakteristične vrednosti razlika koordinata pojedinih modela izravnjanja TM1S sa koordinatama TM1. Vektori razlika koordinata prikazani su na slikama 9.2 i 9.3.



Slika 9.3: Vektori razlika koordinata TM1S model T4 i TM1

Za testiranje značajnosti razlika, pošto nisu poznate, za ocene standarda koordinata TM1 usvojene su ocene standarda koordinata iz modela T2, isti su podaci merenja kao u TM1.

Tabela 9.2: Razlike koordinata modela izravnjanja TM1S i TM1

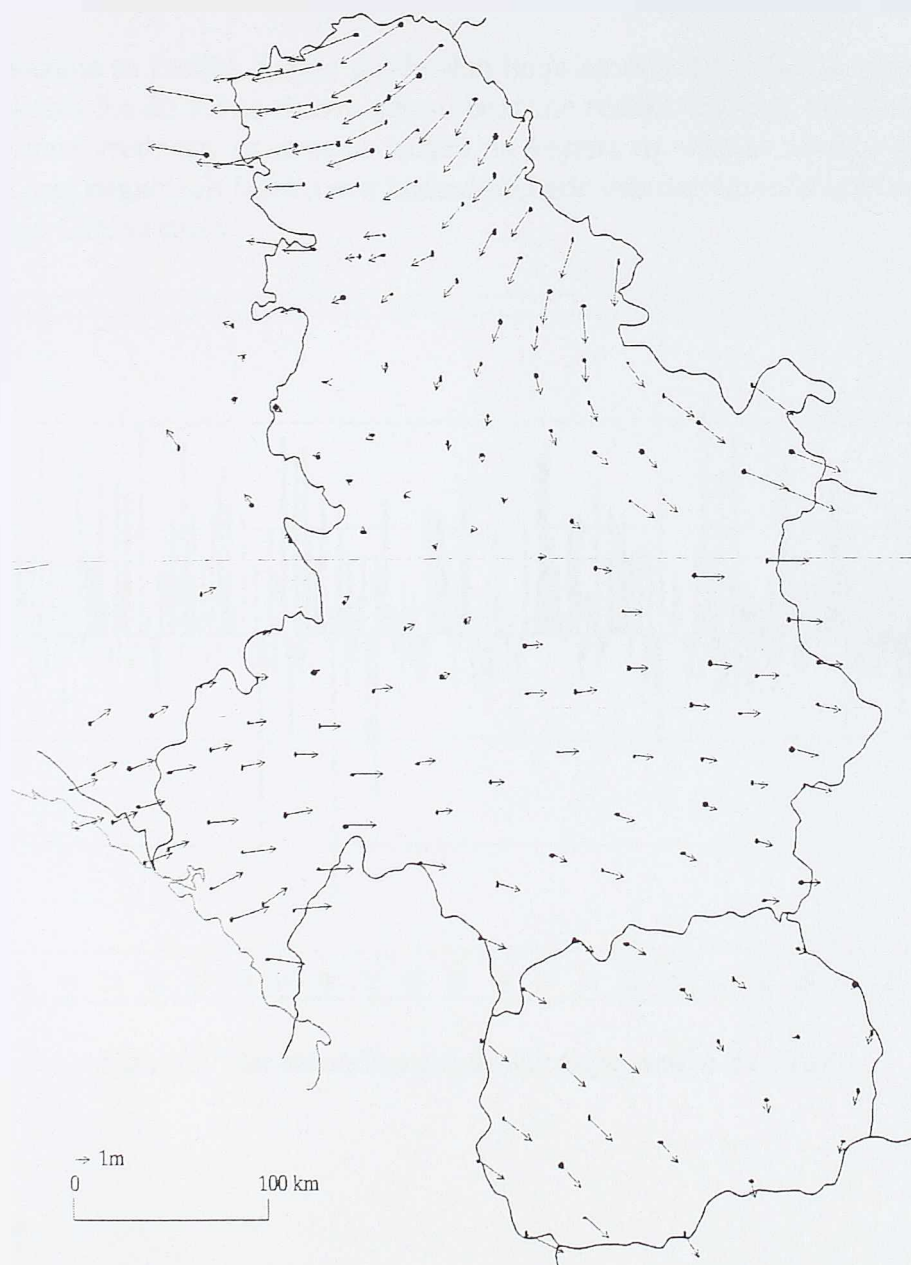
Red. broj	Oznaka modela izravnjanja i razlike	ΔB			ΔL			Znač. razl. [%]
		max. [m]	min. [m]	pros. [m]	max. [m]	min. [m]	pros. [m]	
1.	T2 - TM1	3.416	-1.506	0.804	2.999	-6.007	0.069	35.6
2.	T3 - TM1	4.341	-1.583	1.433	5.009	-5.541	0.081	78.9
3.	T4 - TM1	2.875	-2.841	0.614	3.719	-4.724	0.607	74.7

Prema kriterijumu (8.3) testirana je značajnost razlika koordinata i procentualno prikazana u tabeli 9.2. Maksimalne razlike koordinata TM1S (u svim modelima) i TM1 u geodetskoj širini su u Makedoniji, a u geodetskoj dužini u Vojvodini.

Iz tabele 9.2 može se zaključiti da su i pored velikih ocena standarda razlike koordinata TM1S i TM1 značajne što ukazuje da izravnjanje TM1 ima modelsku grešku, a sa slike 9.3 da je razmera mreže neujednačena.

9.3. Razlike koordinata i dužina AGMS i TM1

U tabeli 9.3 prikazane su karakteristične vrednosti razlika koordinata pojedinih modela izravnjanja AGMS sa koordinatama TM1. Vektori razlika koordinata za model A4 prikazani su na slici 9.4.



Slika 9.4: Vektori razlika koordinata AGMS model A4 i TM1

Za testiranje značajnosti razlika koordinata za ocene standarda koordinata TM1 usvojeno je da su jednaki ocenama standarda iz izravnjanja TM1S model T2.

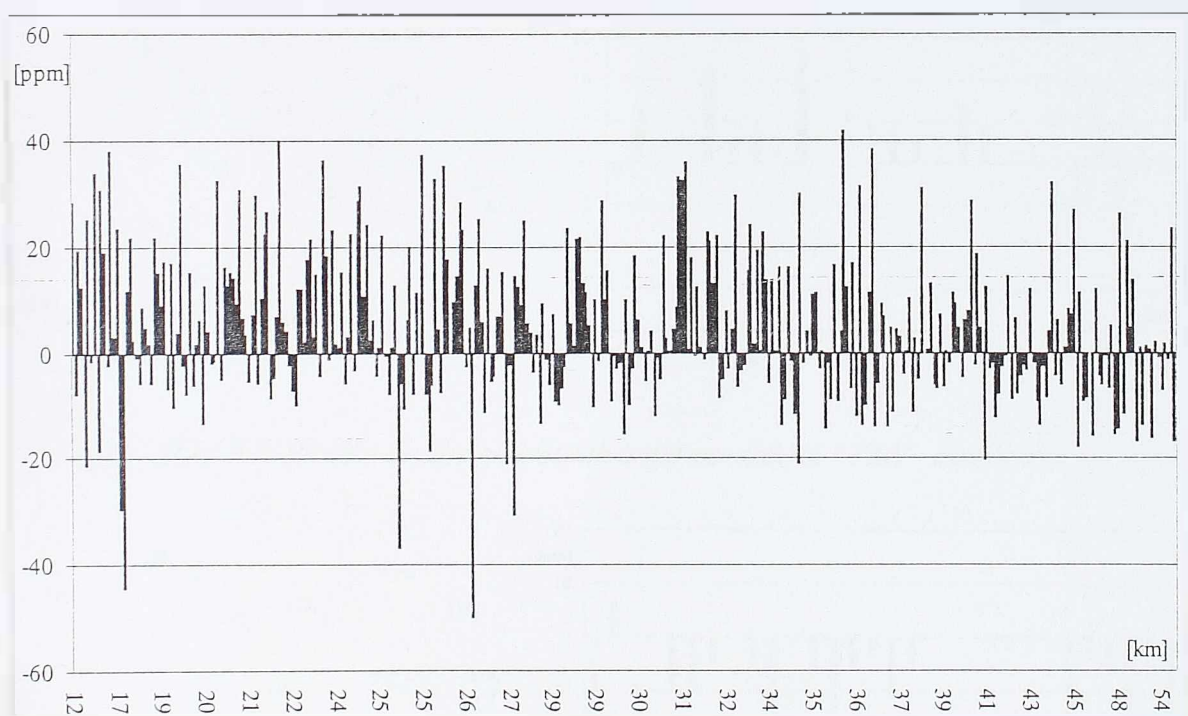
Prema kriterijumu (8.3) određene su značajne razlike koordinata i procentualno prikazane u tabeli 9.3.

Maksimalne razlike izravnatih koordinata AGMS (u svim modelma) i TM1 u geodetskoj širini su u Makedoniji i delu Vojvodine (oko Dunava), a u geodetskoj dužini u Vojvodini.

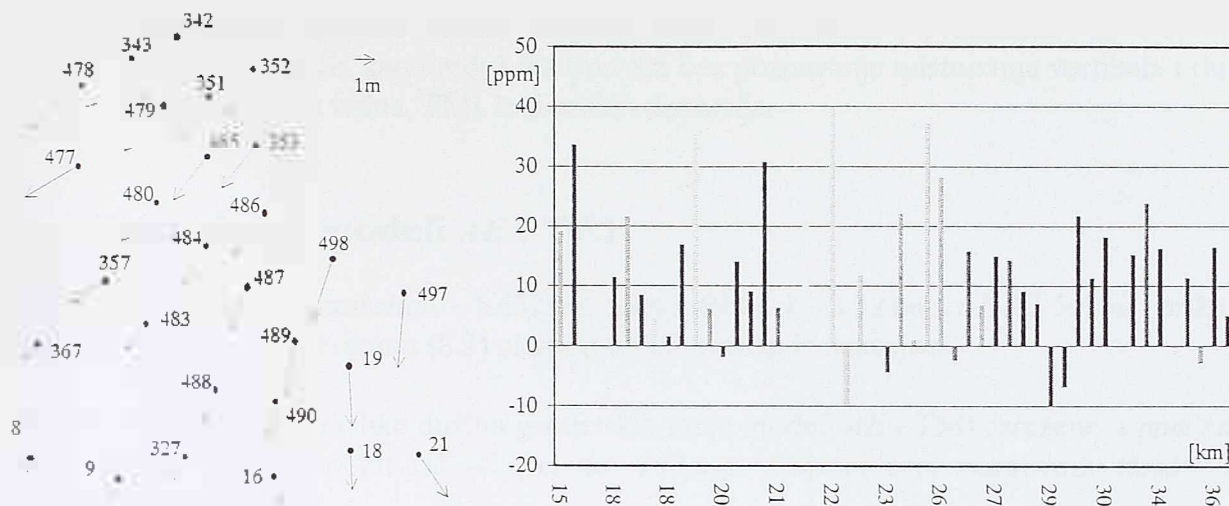
Tabela 9.3: Razlike koordinata modela izravnjanja AGMS i TM1

Red. broj	Oznaka modela izravnjanja i razlike	ΔB			ΔL			Znać. razl. [%]
		max. [m]	min. [m]	pros. [m]	max. [m]	min. [m]	pros. [m]	
1.	A2 - TM1	2.947	-1.608	0.798	2.795	-6.017	-0.095	63.9
2.	A3 - TM1	2.789	-1.598	0.745	2.545	-5.816	-0.188	53.8
3.	A4 - TM1	3.206	-1.252	0.548	3.670	-6.215	0.271	66.5

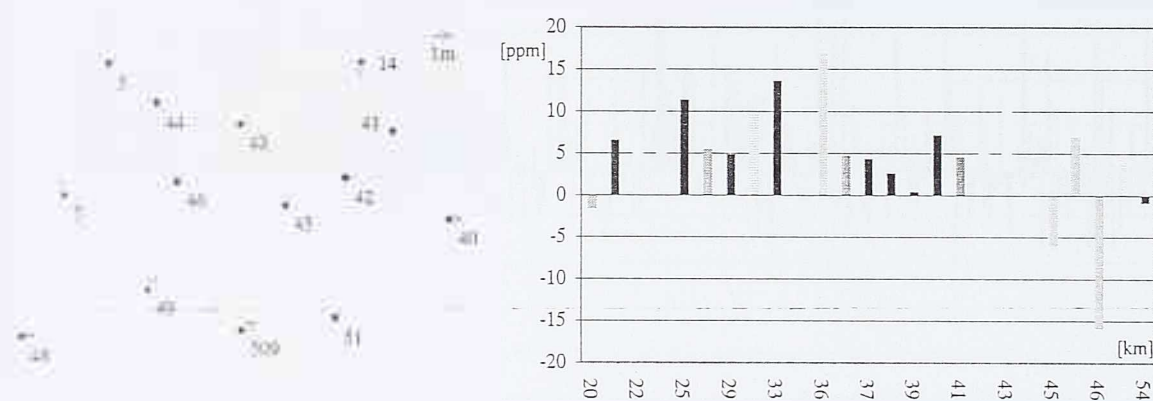
Na slici 9.5 prikazane su razlike dužina geodetskih linija modeli A4 i TM1 izražene u ppm za sve dužine, a na slikama 9.6 do 9.8 za delove gde su izražene razlike vektora. Maksimalna odstupanja razlika od prosečne vrednosti su između taćaka na kojima su vektori različiti po intenzitetu ili pravcu. Najveći broj negativnih razlika je u Makedoniji gde ima najviše GPS vektora i u Crnoj Gori gde ima najmanje GPS vektora.



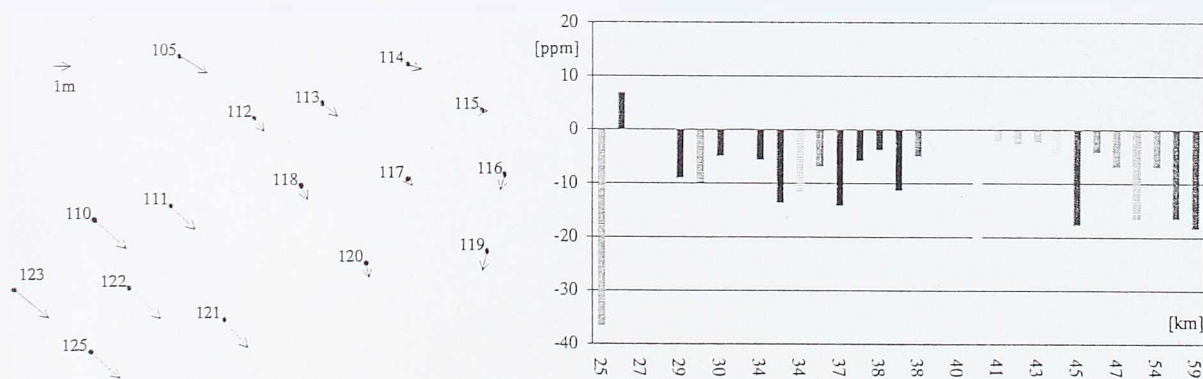
Slika 9.5: Razlike dužina geodetskih linija modeli A4 i TM1



Slika 9.6: Razlike dužina geodetskih linija modeli A4 i TM1 - deo Vojvodine



Slika 9.7: Razlike dužina geodetskih linija modeli A4 i TM1 - deo Srbije



Slika 9.8: Razlike dužina geodetskih linija modeli A4 i TM1 - deo Makedonije

Iz podataka izvršenih analiza (tabela 9.3 i slike 9.4 do 9.8) mogu se izvući sledeći zaključci:

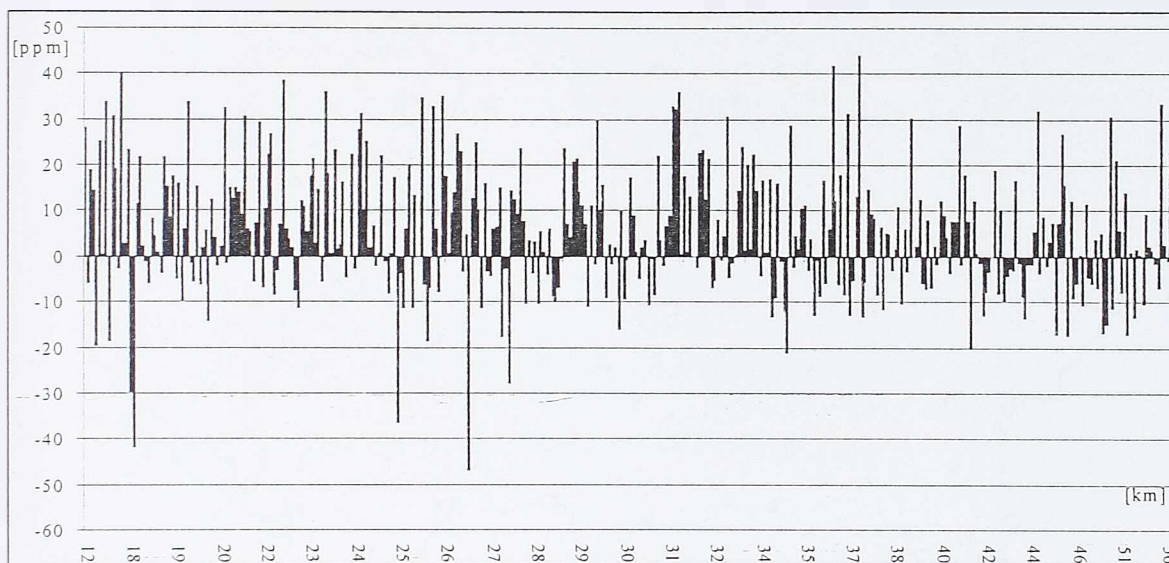
- razlike koordinata AGMS i TM1 su i pored velikih ocena standarda koordinata TM1 značajne;
- razmera TM1 je neujednačena - razlike dužina geodetskih linija AGMS i TM1 su u rasponu od -50.1 do + 41.7ppm;

- zbog grubih grešaka dužina izlaznih strana Paraćinske i Prizrenske, pa i Sjeničke, osnovičke mreže, kao i redukcije pravaca bez poznavanja odstupanja vertikalna i dužina bez elipsoidnih visina, TM1 ima velikih distorzija.

9.4. Upoređenje modeli AE i TM1

Razlike koordinata su u granicama $-1.632m \leq \Delta B \leq 2.690m$ i $-3.321m \leq \Delta L \leq 3.562m$ i prikazani su na slici 9.11. Prema kriterijumu (8.3) ukupno 52.5% razlika je značajno.

Na slici 9.10 prikazane su razlike dužina geodetskih linija modeli AE i TM1 izražene u *ppm* za sve dužine. Razlike su u rasponu od $-47ppm$ do $+43ppm$. Najveći broj negativnih razlika je u Makedoniji i Crnoj Gori.



Slika 9.10: Razlike dužina geodetskih linija model AE i TM1



Slika 9.11: Vektori razlika koordinata AGMS model AE i TMI

10. ZAKLJUČNA RAZMATRANJA

Trigonometrijska mreža 1. reda, čije su koordinate u upotrebi, u kojoj su mereni pravci i dužine u osnovičkim mrežama:

1. realizovana je u delovima sa različitim Datumima - za svaki deo mreže definisani su koordinatama tačaka iz različitih epoha;
2. merenja su redukovana bez poznavanja fizičkih parametara elipsoida
3. zbog greške početnog azimuta strane *Hermannskogel-Hundsheimberg*, pogrešno je orijentisana;
4. mreža ima malu pouzdanost (tabela 8.2);
5. u mreži ima mali broj merenih dužina (osam);
6. dužina izlazne strane Paraćinske osnovičke mreže sadrži grubu grešku sa kojom je izvršeno izravnaje mreže;
7. mreža ima modelsku grešku jer je mreža Srbije, Crne Gore i Makedonije izravnata uslovno približnom metodom Prof. Svišćeva;
8. astronomska određivanja kod realizacije mreže nisu korišćena.

Astrogeodetska mreža, u kojoj su mereni uglovi, dužine u osnovičkim mrežama i daljinomerima i vršena astronomska određivanja, nije završena - rezultati merenja su testirani, mreža je izravnata sa uglovima redukovanim bez unošenja popravaka za odstupanja vertikalala.

GPS opažanjima, izvedenim radi povezivanja u EUREF, realizovani su referentni okviri u Makedoniji i SR Jugoslaviji u sistemu WGS84.

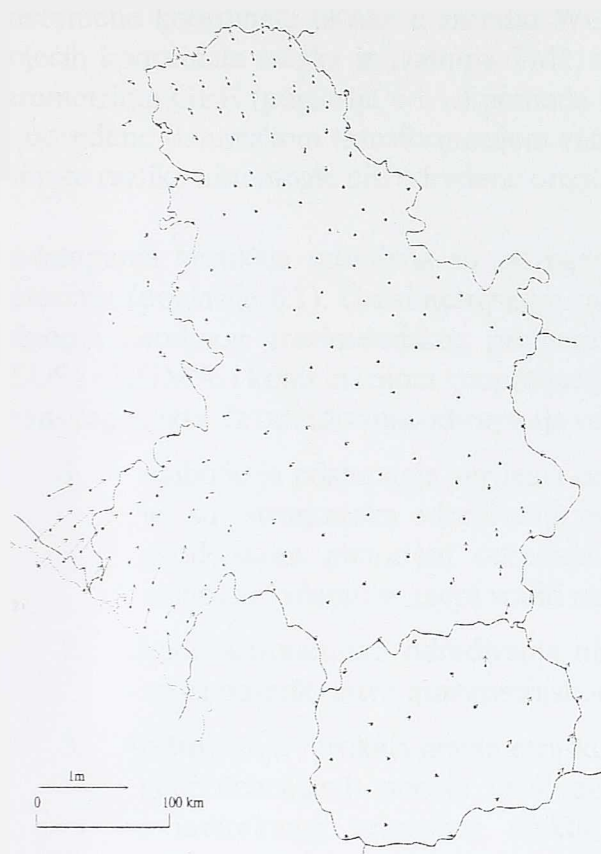
Analizom i ocenom tačnosti parametara potrebnih za redukciju merenih pravaca, uglova, dužina, azimuta i GPS vektora sa fizičke površi Zemlje na GEE, elipsoid pridružen WGS84, (poglavlje 5) određena je maksimalna potrebna tačnost pojedinih parametara (tabela 10.1).

Tabela 10.1: Maksimalna potrebna tačnost redukcionih parametara

	σ_{ξ}	σ_{η}	σ_z	σ_{λ}	σ_{φ}	σ_h	$\sigma_{\Delta h}$	σ_{D_0}	σ_{D_1}
Uglovi	1".41	1".93	17'	2°.8	17°	1.0km		190km	-
Dužine	-	-	-	-	-	1.26m	0.83m	-	4.5km
GPS vektori	-	-	-	-	-	1.26m	0.31m	-	4.5km
Azimuti	0".93	0".21	36"	-	0°.5	2.0km	-	986km	-

Iz tabele 10.1 može se zaključiti da se pojedini redukcionni parametri: koordinate tačaka, dužine geodetskih linija, visine, poluprečnik, elipsoidne visine i azimuti kod redukcije uglova, mogu odrediti iz podataka postojećih mreža. Odstupanja vertikalala i elipsoidne visinske razlike moraju se odrediti sa maksimalnom potrebnom tačnošću.

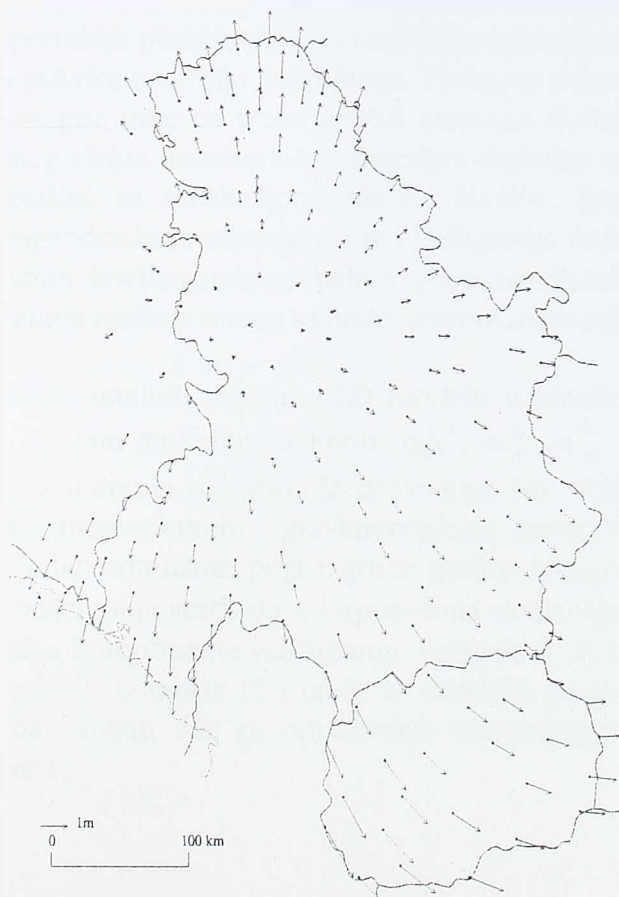
Redukcijom merenih uglova i azimuta sa fizičke površi Zemlje na elipsoid bez poznavanja odstupanja vertikalala i dužina bez elipsoidnih visina i visinskih razlika dolazi do distorzija mreže (slike 9.1, 9.2 i 9.3).



Slika 9.1: Uticaj zanemarivanja odstupanja vertikala kod redukcije uglova - AGM



Slika 9.2: Uticaj zanemarivanja elipsoidnih visina i visinskih razlika kod redukcije dužina - AGM



Slika 9.3: Uticaj zanemarivanja odstupanja vertikala i elipsoidnih visina i visinskih razlika - AGM

Privremene koordinate tačaka u sistemu WGS84 određene su datumskom transformacijom postojećih koordinata tačaka iz Datuma TM1, sa parametrima *Bessel*-ovog elipsoida, u WGS84, sa parametrima GEE (poglavlje 6.1.1.) pomoću koordinata određenih GPS opažanjima. Koordinate su određene datumskom transformacijom zato što, zbog nedostatka podataka, elipsoidne visine i visinske razlike nisu mogle biti određene drugom metodom.

Odstupanja vertikalna određena su astrogeodetskom, gravimetrijskom i astro-gravimetrijskom metodom (poglavlje 6.1). Gravimetrijskom metodom odstupanja vertikalna su određena iz: regionalnog i detaljnog gravimetrijskog premera SFRJ i SRJ, globalnih geopotencijalnih modela OSU91 i EGM96 i kombinacijom geopotencijalnih modela, gravimetrijskog premera i indirektnog terenskog efekta. Iz određivanja odstupanja vertikalna može se zaključiti:

1. najbolje je odstupanja vertikalna odrediti astrogeodetskom metodom na svim tačkama jer su astronomska određivanja oslobođena hipoteza o građi i gustini Zemlje. Astrogeodetskom metodom određuju se odstupanja vertikalna sa najvećom mogućom tačnošću, o čemu se mora voditi računa kod redukcije azimuta;
2. kada astronomska određivanja nisu izvedena na svim tačkama odstupanja vertikalna treba odrediti astro-gravimetrijskom metodom;
3. odstupanja vertikalna gravimetrijskom metodom treba odrediti iz kombinacije globalnih geopotencijalnih modela, lokalnog gravimetrijskog premera (detaljnog ili regionalnog) i indirektnog terenskog efekta. Koeficijenti globalnih geopotencijalnih modela određeni su bez podataka iz Jugoslavije tako da ne odražavaju dovoljno tačno lokalne promene gravitacionog polja. Za određivanje novih koeficijenata globalnih geopotencijalnih modela, koji bi realnije nego postojeći odražavali globalne komponente zemljinog potencijala za područje SRJ, neophodno je uključiti se u međunarodne projekte i predati potrebne podatke IAG. Lokalni gravimetrijski premer treba pogustiti jer neravnomerno pokriva teritoriju Jugoslavije. Podaci gravimetrijskog premera susjednih država nisu dostupni, tako da treba izvršiti razmenu podataka. Za određivanje indirektnog terenskog efekta neophodno je formirati digitalne modele reljefa i gustina koji moraju biti detaljni, sa rezolucijom veličine 30-50m. Razlike odstupanja vertikalna određenih astrogeodetskom metodom i iz kombinacije (tabela 6.3) nastale su upravo zbog neadekvatnih koeficijenata globalnih geopotencijalnih modela, neujednačenog premera i digitalnog modela terena sa nedovoljnom rezolucijom.

Dijagnostičko izravnanje horizontalnih mreža u 2D modelu u klasičnom geodetskom Datumu urađeno je u više modela. U svim modelima azimuti: α_{95}^{230} , α_{38}^{31} , α_{101}^{99} , α_{38}^{37} , α_{119}^{120} i α_{122}^{121} su zbog grubih grešaka u rezultatima merenja isključeni iz izravnjanja. Na tački 95 razlike između odstupanja vertikalna određenih astrogeodetskom i gravimetrijskom metodom su veće od dozvoljenih maksimalnih što može biti jedan od razloga pojave grube greške. Iz *Laplace*-ove jednačine azimuta sračunata je komponenta odstupanja vertikalna η i upoređena sa astrogeodetski određenom. U tabeli 10.2 prikazane su razlike komponente odstupanja vertikalna η za tačke na kojima su mereni azimuti koji sadrže grube greške. Iz tabele 10.2 može se zaključiti da su na tačkama 101, 119 i 122 razlike značajne i da treba istražiti dali su određivanja astronomske širine, dužine i azimuta svedena na istu tačku (stanicu).

Tabela 10.2: Razlike η iz Laplace-ove jednačine azimuta i astrogeodetske metoda

Broj tačke	38	95	101	119	122
η - iz azimuta	8.01	-18.96	-11.99	-4.00	2.80
η - astrogeodetsko	7.18	-17.48	-5.17	0.60	0.12
$\Delta\eta$	-0.83	1.48	6.82	4.60	-2.68

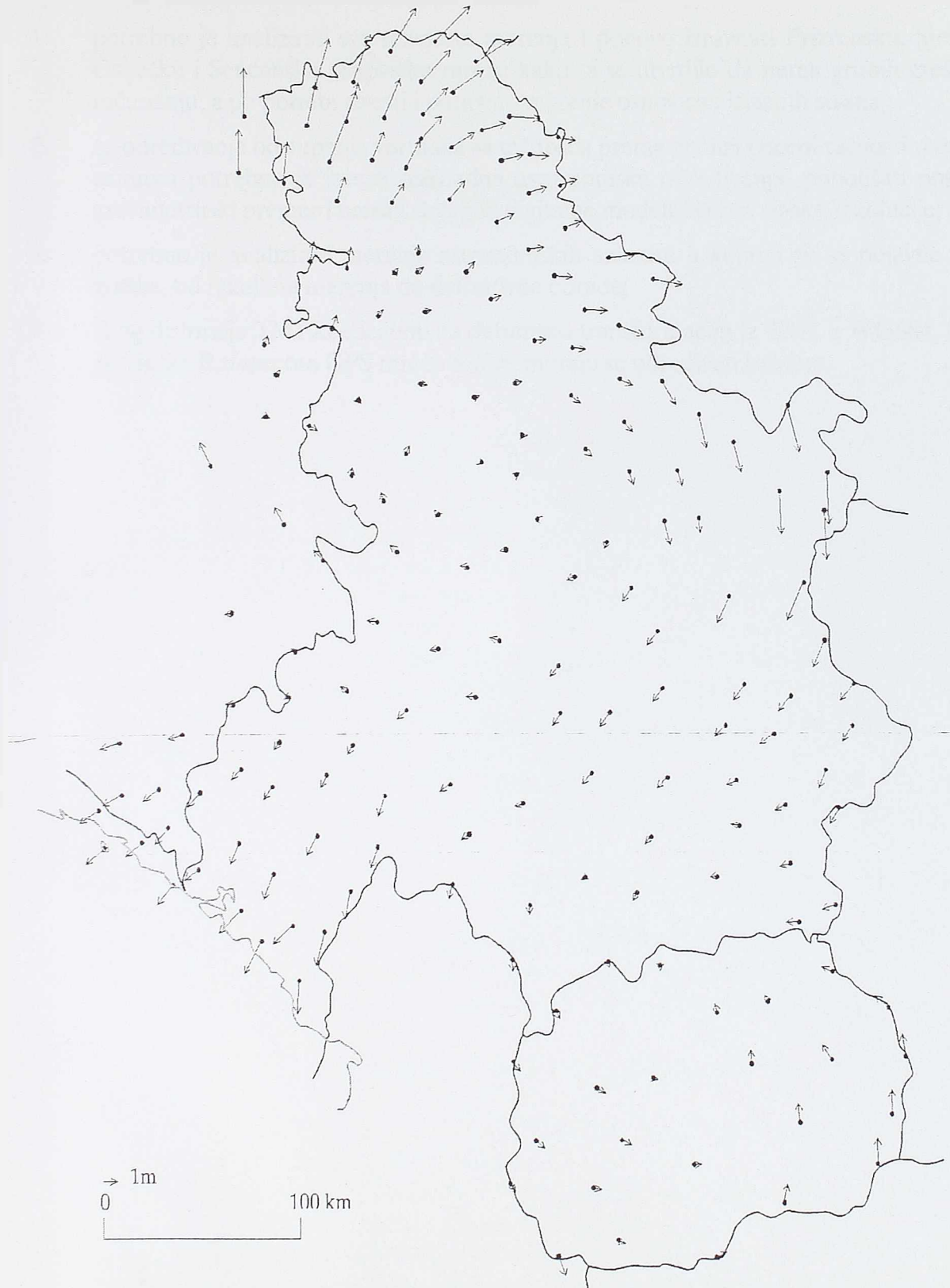
Primenom statističkih testova otkrivena je gruba greška u dužini izlazne strane Prizrenske osnovičke mreže, a Sjenička osnovička mreža je diskutabilna pošto u pojedinim modelima izlazna strana ima velike popravke. Pouzdanost TM1 je slaba jer je minimalna vrednost greške koja se može otkriti kod pravaca $|\nabla| \cong 5''.7$, a kod dužina $|\nabla| \cong 1m$ što je potvrda da grube dužina greške izlaznih strana nisu mogle biti otkrivene bez primene statističkih testova. Dužine izlaznih strana Osiječke i Senčanske osnovičke mreže, prema statističkim testovima, sadrže grube greške. Osnovice u ovim mrežama su merene većim brojem invarskih žica nego u starim i postignuta je najveća tačnost merenja od svih izmerenih, tako da izlazne strane imaju najveće težine od svih osnovičkih mreža i u izravnanju dobijaju velike normirane popravke.

Analizirane su razlike koordinata između pojedinih modela i testirana njihova značajnost (poglavlje 8). Iz izvršenih analiza može se zaključiti da azimuti, kada u izravnanje ulaze kao rezultati merenja, ne doprinose poboljšanju kvaliteta mreže. Dužine merene daljinomerom i GPS vektori značajno poboljšavaju kvalitet i razmeru mreže.

Na osnovu rezultata izravnanja i ocene tačnosti može se zaključiti da TM1 ne zadovoljava savremene geodetske zahteve jer ima velike položajne greške (prosečno $\bar{\sigma}_{BL} \approx 60cm$) i ne može služiti kao osnova za razvijanje mreža nižih redova, niti se može koristiti za izučavanje geodinamičkih promena. AGM ima manje položajne greške koordinata (prosečno $\bar{\sigma}_{BL} \approx 20cm$) od TM1, a njena tačnost se može povećati izvođenjem naknadnih GPS opažanja, pre svega u Vojvodini i Crnoj Gori.

Definitivni model izravnanja urađen je sa fiksiranim EUREF tačkama. Koordinate su datumski transformisane iz WGS84 u TM1, sa parametrima određenim inverznom transformacijom, zbog analize njihovih razlika sa koordinatama u upotrebi. Analiza je bila moguća samo uz pretpostavku o tačnosti koordinata TM1 jer nisu poznate njihove ocene standarda. Analizirane su i razlike dužina geodetskih linija sa dužinama određenim iz koordinata u upotrebi. Iz analiza se mogu izvući sledeći zaključci:

1. zbog grubih grešaka u merenim dužinama i modelskih grešaka TM1 razlike koordinata definitivnog modela (*AE*) i koordinata u upotrebi su značajne (slika 10.4). Najveće razlike u geodetskoj širini i dužini su u Vojvodini što se može objasniti ranijim izravnanjem mreže po grupama tačaka i definisanjem Datuma koordinatama tačaka iz raznih epoha i mreža (poglavlje 4.2.1.2);
2. razlike dužina geodetskih linija određenih iz koordinata modela *AE* i koordinata u upotrebi su u rasponu od $-47ppm$ do $+44ppm$, sa prosečnom vrednošću $+5.1ppm$ (slika 9.10). Veliki raspon razlika ukazuje da je TM1 nehomogena i da ima velikih distorzija, što se može zaključiti i sa slike 10.4.



Slika 10.4: Razlike koordinata definitivnog modela izravnanja AE i TM1

Republički geodetski zavod realizuje Referentnu GPS mrežu Srbije sa tačkama na međusobnom rastojanju od 10km. Mreža je povezana sa tačkama mreža nižih redova i sa YUREF i služiće kao osnova premera. Za povezivanje sa postojećim stanjem biće određeni transformacioni parametri. Iz razlika koordinata i dužina definitivnog modela AE i TM1 može se zaključiti da se prilikom određivanja transformacionih parametara mora voditi računa o lokalnim distorzijama mreže TM1.

Iz svih proračuna, modela izravnjanja i izvršenih analiza može se zaključiti:

1. potrebno je analizirati sve rezultate merenja i ponovo izravnati Prizrensku, Sjeničku, Osiječku i Senčansku osnovičku mrežu kako bi se utvrdilo da nema grubih grešaka u računanju, a po potrebi izvesti i ponovno merenje osnovica i izlaznih strana;
2. za određivanje odstupanja vertikalna sa tačnošću prema analizi i oceni tačnosti redukcije azimuta potrebno je izvesti naknadna astronomska određivanja, poboljšati postojeći gravimetrijski premer i uraditi detaljne digitalne modele terena visoke rezolucije;
3. potrebno je analizirati merenja astronomskih azimuta u kojima su se pojavile grube greške, od rezultata merenja do definitivne obrade;
4. zbog distorzija TM1 koeficijenti za datumsku transformaciju iz TM1 u WGS84, nakon završetka Referentne GPS mreže Srbije, moraju se određivati lokalno.

LITERATURA :

1. ADAMIĆ E. (1949): "*Osvrt na radove trigonometrijske mreže 1. reda na području Jugoslavije*", Geodetski list br. 8-12, Zagreb.
2. ASHKENAZI V. (1981): "*Models for controlling national and continental networks*", Bulletin Geodésique Nr. 55.
3. ALTNER Y. & ALL (1999): "*Results of the BALKAN-98 GPS campaigns in Albania, Bosnia and Herzegovina and Yugoslavia*", Symposium of the IAG Subcommission for EUROPE, EUREF 99, Prague, May 31 - June 6.
4. BLAHA G. (1982): "*A note on adjustment of free networks*", Bulletin Geodésique Nr. 56.
5. BOŠKOVIĆ D. (1939): "*Istorijski razvitak geodezije*", Geometarski i geodetski glasnik, sveska 4, Beograd.
6. BOŠKOVIĆ S. (1952): "*Skretanja vertikalna u Srbiji*", Srpska Akademija nauke, Beograd.
7. BOMFORD G. (1971): "*Geodesy*", Oxford.
8. BRATULJEVIĆ N. (1977): "*Objektivna ocena tačnosti metode merenja horizontalnih uglova*", Doktorska disertacija, Institut za geodeziju Građevinskog fakulteta, Beograd.
9. ČINKLOVIĆ N. (1978): "*Analiza i prethodna ocena tačnosti metoda preciznih geodetskih radova*", Monografija, Institut za geodeziju Građevinskog fakulteta, Beograd.
10. ČINKLOVIĆ N. I DR. (1984): "*Studija o stanju dosadašnjih radova na astro-geodetskoj mreži SFRJ sa predlogom mera za dalje radove*", Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu, Zbornik br.23 Instituta za geodeziju, Beograd.
11. DAČIĆ M. (1998): "*Analiza uticaja grešaka koordinata zvezda na rezultate određivanja geodetske astronomije*", Doktorska disertacija, Geodetski odsek Građevinskog fakulteta, Beograd.
12. DELČEV S. (1993): "*Savremeni aspekti gradskih terestričkih geodetskih mreža*", Magistarska teza, Institut za geodeziju Građevinskog fakulteta, Beograd.
13. EHLERT D.; STRAUSS R. (1990): "*Die Diagnoseausgleichung 1980 des Deutschen Hauptdreiecksnetzes*", Deutsche Geodätische Kommission, Reihe B, Heft Nr. 272, Frankfurt am Main.
14. EHRNSPERGER W. & ALL (1987): "*Das Europäische Datum 1987 (ED87) als Gebrauchsnetz für die Landesvermessung*", ZFV Heft 3.
15. EHRNSPERGER W. (1991): "*The ED87 Adjustment*", Bulletin Geodésique Nr. 65.
16. EHRNSPERGER W. (): "*Erstellung eines fundamentalen 3D-Festpunktfeldes in Europa*",
17. FEDERAL OFFICE OF METROLOGY AND SURVEYING (BEV) (1991): "*Control Survey in the State Survey Service*", Wien.
18. FEISSEL M. & ALL (1991): "*Adoption of ICRS by the International Astronomical Union*", Gazette IERS No. 25.
19. GLAVNA GEODETSKA UPRAVA PRI VLADI FNR JUGOSLAVIJE (1951, 1952): "*Pravilnik za državni premer - I deo: triangulacija*", Beograd.
20. GRAFAREND E. W. (1982): "*Adjustment Procedures of Geodetic Networks*", In: Proceedings of the International Symposium on Geodetic Networks and Computations of the IAG, München, 1981, Deutsche Geodätische Kommission, Reihe B, Nr. 258/VI, München.
21. GU D. (1982): "*An Introduction to the Adjustment of Astrogeodetic Network of the People's Republic of China*", In: Proceedings of the International Symposium on Geodetic Networks and Computations of the IAG, München, 1981, Deutsche Geodätische Kommission, Reihe B, Nr. 258/VII, München.
22. HEIN G. W. (1982): "*A Contribution to 3D-Operational Geodesy. Part 1: Principle and Observational Equations of Terrestrial Type*", In: Proceedings of the International Symposium on Geodetic Networks and Computations of the IAG, München, 1981, Deutsche Geodätische Kommission, Reihe B, Nr. 258/VII, München.
23. HEIN G. W. (1982): "*A Contribution to 3D-Operational Geodesy. Part 2: Concepts of Solution*", In: Proceedings of the International Symposium on Geodetic Networks and Computations

- of the IAG, München, 1981, Deutsche Geodätische Kommission, Reihe B, Nr. 258/VII, München.
24. HEIN G. W.; LANDAU H. (1983): "*A Contribution to 3D-Operational Geodesy. Part 3: OPERA - A Multi-Purpose Program for Operational Adjustment of Geodetic Observations of Terrestrial Type*", Deutsche Geodätische Kommission, Reihe B, Nr. 264, München.
 25. HEISKANEN W.; MORITZ H. (1967): "*Physical geodesy*", W. H. Freeman & Co, San Francisco and London.
 26. HOFMANN-WELLENHOF B. & ALL (1994): "*Global Positioning System - Theory and Practice*", Springer-Verlag, Wien New York.
 27. IERS WORKING GROUP ON THE ITRF DATUM, (1999): "*Final report*".
 28. INTERNATIONAL ASSOCIATION OF GEODESY, (1971): "*Geodetic Reference System 1967*", Special publication No. 3, Paris.
 29. INTERNATIONAL ASSOCIATION OF GEODESY, SECTION I - POSITIONING, SUBCOMMISSION FOR EUREF (1994-2000): "*Reports of the EUREF Technical Working Group*".
 30. IHDE J. (1991): "*Geodätische Bezugssysteme*", Vermessungstechnik, Nr. 38 und 39.
 31. IVANOVIĆ V. (1984): "*Prilog istraživanju ocene tačnosti modelom M. Romanovskog sa posebnim osvrtom na greške zatvaranja trouglova*", Doktorska disertacija, Univerzitet Kosova, Tehnički fakultet, OOUR Građevinarstvo, Priština.
 32. ЯКОВЛЕВ Н. В. И ДР. (1982): "*Практикум по высшей геодезии*", Недра, Москва.
 33. JOVANOVIĆ V.; IVLJANIN S. (1966): "*Telurometerska merenja u Jugoslaviji*", Referat uz izložbu organizovanu prilikom zasedanja stalnog komiteta FIG, Savez geodetskih inženjera i geometara Jugoslavije, Beograd.
 34. JOVANOVIĆ V. (1971): "*Analysis of angular measurements in basic networks of Yugoslavia*", Referat prikazan na XV generalnom zasedanju IUGG - Moscow, Savezna geodetska uprava, Beograd.
 35. JOVANOVIĆ V.; JOVANOVIĆ P. (1976): "*Dužinska merenja u astronomsko-geodetskoj mreži*", Savez geodetskih inženjera i geometara Jugoslavije - Simpozijum o osnovnim geodetskim radovima u Jugoslaviji, Zbornik radova, Hercegnovi.
 36. KONTIĆ S.; MRKIĆ R. (1987): "*Elektronsko merenje dužina*", Naučna knjiga, Beograd.
 37. KRULJ Č. (1995): "*Jedan način predikcije vertikalnih otklona na tačkama mreže I reda Republike Srbije za potrebe redukcionog zadatka*", Diplomski rad, Geodetski odsek Građevinskog fakulteta, Beograd.
 38. MARIĆ A. (1968): "*Statistička provera normaliteta grešaka zatvaranja trouglova u mreži I. reda*", IV Kongres geodetskih inženjera i geometara Jugoslavije: Osnovni geodetski radovi, Sarajevo.
 39. MILOVANOVIĆ S. V. I DR. (1983-1991): "*Kalibracija Osnovice "Paraćin"*", godišnji elaborati, Institut za geodeziju Građevinskog fakulteta, Beograd.
 40. MORITZ H. (1980): "*Advanced physical geodesy*", Herbert Wichmann Verlag Karlsruhe, Abacus Press Tundbridge Wells Kent.
 41. MORITZ H. (1984): "*Geodetic reference system 1980*", Bulletin Géodésique Nr. 58 ("The Geodesist's Handbook").
 42. MRKIĆ R. (1991): "*Geodetska metrologija*", Naučna knjiga, Beograd.
 43. MUELLER I. I. (1985): "*Reference coordinate systems and frames: concepts and realization*", Bulletin Géodésique Nr. 59.
 44. MUMINAGIĆ A. (1967): "*Orijentacija naše triangulacije*", Geodetski list br. 1-3 i 4-6, Zagreb.
 45. MUMINAGIĆ A. (1967): "*Još o orijentaciji naše triangulacije*", Geodetski list br. 10-12, Zagreb.
 46. MUMINAGIĆ A. (1971): "*Ispitivanje realnog geoida u Jugoslaviji*", Doktorska disertacija, Zagreb.
 47. NATIONAL IMAGERY AND MAPPING AGENCY, (2000): "*Department of Defense World Geodetic System 1984 - Its definition and relationships with local geodetic systems*", Technical report.
 48. ODALOVIĆ O. (2000): "*Odredjivanje lokalnog geoida visoke rezolucije metodama integralne geodezije*", Magistarska teza, Geodetski odsek Građevinskog fakulteta, Beograd.

49. PAPO H. B.; PERLMUTTER A. (1981): "*Datum definition by free net adjustment*", Bulletin Geodesique Nr. 55.
50. PAUL M. K. (1973): "*A note on computation of Geodetic coordinates from geocentric (Cartesian) coordinates*", Bulletin Geodesique Nr. 108.
51. PEROVIĆ G. (1984): "*Račun izravnanja 1: Knjiga 1 - Teorija grešaka*", Naučna knjiga, Beograd.
52. PEROVIĆ G. (1984): "*Račun izravnanja 1: Knjiga 2 - Singularna izravnanja*", Naučna knjiga, Beograd.
53. POPOVIĆ B. (1955): "*Sjenička osnovička mreža*", Tehnički izveštaj Saveznoj geodetskoj upravi, Beograd.
54. PODER K. (1991): "*Zabeleške u vezi sa EUREF sistemom*", Generalna skupština IUGG, Wien.
55. REPUBLIČKA GEODETSKA UPRAVA SR SRBIJE (1976): "*Stanje osnovnih geodetskih radova na teritoriji SR Srbije*", Savez geodetskih inženjera i geometara Jugoslavije - Simpozijum o osnovnim geodetskim radovima u Jugoslaviji, Zbornik radova, Hercegnovi.
56. SAVEZNA GEODETSKA UPRAVA (1953): "*Referat o osnovnim geodetskim radovima*", I kongres geodetskih inženjera i geometara FNRJ, Zagreb.
57. SAVEZNA GEODETSKA UPRAVA (1953): "*Osnovni geodetski radovi u F.N.R. Jugoslaviji (Istorijat i ocena tačnosti)*", Beograd.
58. SAVEZNA GEODETSKA UPRAVA (1956): "*Uputstvo za izvršenje naknadnih merenja na trigonometrijskoj mreži 1. reda*", Beograd.
59. SAVEZNA GEODETSKA UPRAVA (1968): "*Osnovni geodetski radovi*", IV Kongres geodetskih inženjera i geometara Jugoslavije: Osnovni geodetski radovi, Sarajevo.
60. SCHNAEDELBACH K. (1982): "*On Free Net Adjustment on the Ellipsoid*", In: Proceedings of the International Symposium on Geodetic Networks and Computations of the IAG, München, 1981, Deutsche Geodätische Kommission, Reihe B, Nr. 258/VI, München.
61. SIDERIS M. G. (1990): "*The role of the geoid in one-, two-, and three- dimensional network adjustment*", CISM Journal ACSGC, Vol. 44, No. 1., Spring.
62. STRAUSS R. (1991): "*Lagebezugssysteme in Deutschland im Wandel*", Allgemeine Vermessungsnachrichten Nr. 4.
63. SURACE L. (1996): "*IGM95: The new Italian GPS network*". Trimble Navigation Users conference proceedings.
64. SVEČNIKOV N. (1951-1957): "*Viša geodezija I-III*", Savezna geodetska uprava, Beograd.
65. SVEČNIKOV N. (1962): "*Radovi savezne geodetske uprave na astronomko-geodetskoj mreži*", Savezna geodetska uprava, Beograd.
66. SVEČNIKOV N. (1967): "*Izravnanje astronomsko-geodetske mreže i određivanje njenog apsolutnog položaja*", Savezna geodetska uprava, Beograd.
67. SVEČNIKOV N. (1968): "*Izravnanje astronomsko geodetske mreže i određivanje njenog apsolutnog položaja*", IV Kongres geodetskih inženjera i geometara Jugoslavije: Osnovni geodetski radovi, Sarajevo.
68. SVEČNIKOV N. (1968): "*Transformacija geodetskih koordinata*", IV Kongres geodetskih inženjera i geometara Jugoslavije: Osnovni geodetski radovi, Sarajevo.
69. ŠEVARLIĆ B.; BRKIĆ Z. (1963): "*Geodetska astronomija*", udžbenik, Građevinska knjiga, Beograd.
70. TEUNISSEN P. J. G. (1982): "*Anholonomy when using the development method for the reduction of observations to the reference ellipsoid*", Bulletin Geodesique Nr. 56.
71. TRIMBLE NAVIGATION (1992): "*TRIMNET Plus, Survey Network Software, User's Manual*".
72. TZIAVOS N. & ANDRITSANOS D. (1997): "*Improvements in the computation of deflection of the vertical by FFT*", Internet.
73. VANIČEK P. & KRAKOWSKY E. (1980): "*Geodesy: the concept*", Nort-Holland Publishing company, Amsterdam - New York - Oxford, The Netherlands.
74. VOJNOGEOGRAFSKI INSTITUT (1976): "*Obrada i analiza linearnih merenja izvršenih laserskim daljinomerom GEODIMETAR model 8*", Tehnički izveštaj, Beograd.

75. WELSCH W. M. (1986): "*Problems of accuracies in combined terrestrial and satellite control networks*", Bulletin Geodesique Nr. 60.
76. ZEBHAUSER B. (1999): "*Realisierungen von Bezugssystemen*", 3.DFG-Rundgespräch zum Thema Bezugssysteme, Mitteilungen des Bundestamtes für Kartographie und Geodäsie, Band 5.

Popis oznaka i kratica:

A	- astronomski azimut,
a, b	- velika i mala poluosa elipsoida,
α	- geodetski azimut,
AGM	- Astrogeodetska mreža,
B, L	- geodetska širina i dužina,
d	- pravac,
D_E	- dužina geodetske linije,
D_K	- merena (kosa) dužina,
D_V	- dužina tetive,
Δg	- anomalija ubrzanja sile teže,
Δh	- elipsoidna visinska razlika,
δg	- rezidualna anomalija ubrzanja sile teže,
$\frac{\partial g}{\partial H}$	- vertikalni gradijent realnog ubrzanja sile teže,
$\frac{\partial \gamma}{\partial h}$	- vertikalni gradijent normalnog ubrzanja sile teže,
DGS	- <i>Descartes</i> -ov (pravougli) koordinatni sistem,
e, e'	- prvi i drugi brojni ekscentricitet elipsoida,
EGM96	- globalni geopotencijalni model Zemlje (<i>Earth Gravity Model 1996</i>),
EUREF	- Evropski referentni okvir (frejm),
f	- spljoštenost elipsoida,
φ, λ	- geografska (astronomska) širina i dužina,
G	- <i>Newton</i> -ova gravitaciona konstanta,
g	- realno ubrzanje sile zemljine teže,
γ	- normalno ubrzanje sile zemljine teže,
GEE	- geodetski ekvipotencijalni elipsoid,
GM	- geocentrična gravitaciona konstanta,
GPS	- Globalni pozicioni sistem,
GRS80	- Geodetski referentni sistem 1980 (epoha) (<i>Geodetic Reference System 1980</i>),
GS	- geografski (prirodni) koordinatni sistem,
h	- elipsoidna visina,
H^O	- ortometrijska visina,
H^N	- normalna visina,
HS	- horizontski koordinatni sistem,
LAG	- Međunarodna geodetska asocijacija (<i>International Assosiation of Geodesy</i>)
IAU	- Međunarodna astronomska unija (<i>International Astronomical Union</i>),
ICRF	- Međunarodni nebeski referentni okvir (<i>IERS Celestial Reference Frame</i>),
ICRS	- Međunarodni nebeski referentni sistem (<i>IERS Celestial Reference System</i>),
IERS	- Međunarodna služba zemljine rotacije (<i>International Earth Rotation Service</i>),
IGSN71	- Međunarodna standardizovana gravimetrijska mreža - <i>IGSN71 (International Gravity Standardization Network 1971)</i>
ITRF	- Međunarodni terestrički referentni okvir (<i>IERS Terrestrial Reference Frame</i>),
ITRS	- Međunarodni terestrički referentni sistem (<i>IERS Terrestrial Reference System</i>),
IUGG	- Međunarodna geodetska i geofizička unija (<i>International Union of Geodesy and Geophysics</i>)
J_2	- dinamički faktor Zemlje,

J^N	- srednja krivina ekvipotencijalne površi,
k	- koeficijent refrakcije,
ξ, η	- komponente odstupanja vertikalne po meridijanu i prvom vertikalu,
LA	- lokalni astronomski koordinatni sistem,
LG	- lokalni geodetski koordinatni sistem,
λ, θ	- sferne koordinate,
M	- masa elipsoida, poluprečnik krivine u pravcu meridijana,
M'	- masa Zemlje,
N	- geoidna visina, poluprečnik krivine u pravcu prvog vertikala,
OSU91	- globalni geopotencijalni model Zemlje (<i>Ohio State University 1991</i>),
ω	- ugaona brzina, ugao,
ψ	- centralni ugao velikog kruga,
r	- radijus vektor sfernih koordinata,
R	- srednji poluprečnik elipsoida,
RS30	- Referentni sistem 1930 (<i>Reference system 1930</i>)
σ	- standard, gustina terena,
T	- poremećajni potencijal,
TM1	- Trigonometrijska mreža 1. reda,
Θ	- ukupno odstupanje vertikalne,
WGS84	- Svetski geodetski sistem 1984 (<i>World Geodetic System 1984</i>),
x, y, z	- pravougle <i>Descartes</i> -ove koordinate,
z, z'	- mereno i redukovano zenitsko odstojanje,
ζ	- anomalijaska visina.

Indeksi:

0	- računska površ,
A	- astrogeodetska metoda,
AG	- astro-gravimetrijska metoda,
GM	- globalni geopotencijalni model Zemlje,
GR	- gravimetrijska metoda,
T, TER	- indirektan uticaj terena.

Oznake varijanti:

A1	- mereni uglovi,
A2	- mereni uglovi i dužine izlaznih strana iz osnovičkih mreža,
A3	- mereni uglovi, dužine izlaznih strana iz osnovičkih mreža i azimuti,
A4	- kombinacija terestičkih merenja i GPS vektora,
AE	- kombinacija terestičkih merenja i GPS vektora - date EUREF tačke,
G1	- odstupanja vertikala određena iz podataka gravimetrijskog premera SFRJ,
G2	- odstupanja vertikala određena iz podataka gravimetrijskog premera SRJ,
G3	- odstupanja vertikala određena iz kombinacije globalnog geopotencijalnog modela EGM96, podataka gravimetrijskog premera SFRJ i indirektnog terenskog efekta,
T1	- mereni pravci,
T2	- mereni pravci i dužine izlaznih strana iz osnovičkih mreža,
T3	- mereni pravci, dužine izlaznih strana iz osnovičkih mreža i azimuti,
T4	- kombinacija terestičkih merenja i GPS vektora.

Biografija autora:

Ime i prezime: Siniša Delčev

Adresa: 11000 Beograd
Braće Srdića 17/44
Tel. (011)488-44-14
Građevinski fakultet - Institut za geodeziju
Bulevar Kralja Aleksandra 73/I
Tel. (011)321-85-83

Datum i mesto rođenja: 01. april 1959., Pirot

Obrazovanje: Osnovnu školu i gimnaziju završio u Dimitrovgradu 1977. godine sa vrlo dobrim uspehom. U gimnaziji dobio diplomu "Mika Petrović Alas" za odličan uspeh iz matematike.

1982. god. stekao zvanje diplomirani geodetski inženjer, Građevinski fakultet - Odsek za geodeziju Univerziteta u Beogradu. Diplomski rad: "*Merenje osnovice Paraćin invarskim žicama*". Prosečna ocena tokom studija 8.14, ocena diplomskog rada 10.

1993. god. stekao zvanje magistar tehničkih nauka, Građevinski fakultet - Odsek za geodeziju Univerziteta u Beogradu. Magistarska teza: "*Savremeni aspekti gradskih terestričkih geodetskih mreža*". Prosečna ocena na poslediplomskim studijama 9.33.

Strani jezici: Čita, piše i govori engleski.

Kretanje u službi: Od 01.01.1983. asistent na Odseku za geodeziju Građevinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu na predmetima: Viša geodezija 1 i 2, Teorijska geodezija 1, Geodetska metrologija 1 i 2.



