[GRA]ĐEVINSKI FAKULTET U BEOGRADU

Mr BRANISLAV ĐORĐEVIĆ, dipl. inž.

PRILOG REŠAVANJU PROBLEMA DIMENZIONISANJA AKUMULACIONOG BASENA I PLANIRANJA NJEGOVOG KORIŠĆENJA

- DOKTORSKA DISERTACIJA -

BEOGRAD, 1973.

GRADJEVINSKI FAKULTET U BEOGRADU

Mr Branislav DJORDJEVIĆ, dipl. inž.

PRILOG REŠAVANJU PROBLEMA DIMENZIONISANJA AKUMULACIONOG BASENA I PLANIRANJA NJEGOVOG KORIŠĆENJA

- Doktorska disertacija -

[illegible]

S A D R Ž A J:

Strana

DRUGI DEO: PLANIRANJE I OPTIMIZACIJA VODOPRIVREDNIH SISTEMA SA AKUMULACIONIM BASENIMA

Strana

TREĆI DEO: MOGUĆI PRILAZI PRI REŠAVANJU ZADATAKA OPTIMIZACIJE VODOPRIVREDNIH SISTEMA SA AKUMULACIONIM BASENIMA

Strana

..."Samo blagovremeno i efikasno planiranj korišćenja, raspodele i zaštite vodnih resursa, uz racionalno upravljanje i brižljivu kontrolu pri njihovom korišćenju, mogu obezbediti zadovoljenje potreba za vodom u budućnosti, a da pri tom bude i životna sredina sačuvana"...

(Iz preporuke Komiteta za probleme voda Evropske ekonomske komisije OUN upućene svim vladama zemalja - članica, juna 1971.)

UVOD

Veoma brz razvitak tehničke civilizacije i visoka stopa demografskog rasta čovečanstva u zadnje vreme u zabrinjavajućoj meri dovode čoveka u sukob sa vlastitom životnom sredinom. Jedna od najtežih posledica remećenja ravnoteže na relaciji čovek - priroda je sve teži problem obezbedjenja dovoljnih količina kvalitetne vode. Tehnički progres i demografska "eksplozija", praćeni nepoštovanjem ravnotežnih, ustaljenih odnosa u životnoj sredini, doveli su čovečanstvo u makaze dva suprotno usmerena procesa. S jedne strane, brza industrijalizacija i urbanizacija, praćene značajnim povećanjem standarda življenja, dovode do veoma velikog povećanja potrošnje i potražnje vode, pri čemu se postavljaju sve strožiji zahtevi u pogledu kvaliteta potrebne vode. S druge strane, usled nekontrolisanog zagadjivanja površinskih i podzemnih voda koje se povećava zastrašujućim tempom, naglo se smanjuje količina kvalitetnih, upotrebljivih vodnih resursa. Iskustva industrijski razvijenih zemalja i brojna futurološka istraživanja pokazuju da će sukob ova dva procesa biti jedno od najtežih iskušenja čovečanstva u sledećim decenijama. Već danas u nizu

područja, prvenstveno u onim gde se nije vodilo računa o vodnim resursima u fazi ekspanzije naselja i industrijskih objekata, nedostatak vode zadovoljavajućeg kvaliteta postaje osnovni limitirajući faktor daljeg ekonomskog i društvenog razvoja.

Veoma visoki trend porasta potrošnje vode i zagadjivanja površinskih i podzemnih vodnih resursa, učinio je da čovečanstvo dosta naglo i nepripremljeno napusti lagodnu fazu vodnog izobilja, kada se do potrebne količine vode moglo doći relativno jednostavno, bez restrikcija i, što je najvažnije – jeftino, i da se suoči sa neprijatnom stvarnošću da se do neophodne vode zadovoljavajućeg kvaliteta može doći samo izgradnjom krupnih, složenih i veoma skupih kompleksnih objekata i sistema. Time se čovek oštro suočio sa činjenicom da je voda javno dobro, ali i roba koja ima svoju cenu, nažalost – sve veću. S druge strane, tradicionalno vaspitavan u duhu supremacije nad prirodom, uveren da je voda neiscrpno, lako dostupno blago, čovek sa nevericom počinje da se suočava sa stvarnošću da ne može uvek i u potpunosti da zadovolji sve potrebe za vodom, ni po parametru količine, ni po parametru neophodnog kvaliteta.*

Proces materijalnog razvoja i smanjivanje nekadašnjeg bogatstva vodnih zaliha uslovio je i izvesnu zakonitu evoluciju u razvoju koncepcija i [illegible] korišćenja voda. Mogu se, generalno gledano, razlikovati [illegible]

---

*Bruto vodni kapaciteti najvećeg broja evropskih zemalja u ovom trenutku iznose od 1 [illegible] m3 po stanovniku godišnje. Potrošnja vode u nizu razvijenih zemalja pr[illegible]a [illegible] od 1000 m3 po stanovniku godišnje. Već i ove prosečne [illegible]osti ukazuju na predstojeći deficit vode. No, kada se [illegible] obzir teritorijalna i vremenski neravnomerna [illegible] resursa i trend zagadjivanja voda, pomenute procene postaju optimistička fikcija – stvarni deficiti vode [illegible] ozbiljniji.

- u prvoj fazi (period vodnog izobilja) gradjeni su pretežno izolovani objekti kojima su na najjeftiniji način podmirivane potrebe za vodom samo jednog korisnika.
- U drugoj fazi, sa postepenim smanjivanjem raspoloživih vodnih resursa počinju da se uvode prvi elementi planske racionalizacije u korišćenju voda. Grade se kompleksni višenamenski objekti, ili jednostavniji integralni sistemi sa akumulacijama koje istovremeno podmiruju više korisnika.
- Sa daljim porastom potrošnje i iscrpljivanjem raspoloživih vodnih resursa ulazi se u treću fazu, koju karakteriše izgradnja i kompletiranje kompleksnih sistema višenamenskih objekata sa akumulacionim basenima, kojima se vrši značajna prostorna preraspodela vode u slivu, u cilju optimalnog zadovoljenja potreba svih korisnika voda, zaštite od voda i zaštite njenog kvaliteta. U zadnjim etapama ove faze često su neophodni i veoma široki zahvati prebacivanja voda iz sliva u sliv i stvaranje jedinstvenog centralizovanog sistema za upravljanje korišćenjem vodnih resursa širokih područja, koja obuhvataju više slivova, pa i čitave teritorije sa jedinstvenim vodoprivrednim integritetom.

Ovakva evolucija koncepcija korišćenja voda, čija je svaka etapa uslovljena dostizanjem odredjenog nivoa materijalnog razvoja, posledica je iscrpljivanja vodnih resursa i stalnih zahteva da se iznalaze sheme kojima se ekonomiše vodom i sredstvima. Ukoliko je jedno društvo materijalno više razvije, ukoliko sukobi interesa pojedinih potrošača voda postaju oštriji, utoliko i korišćeni vodoprivredni sistemi postaju sve složeniji i kompleksniji, pri čemu se sve češće moraju da radikalno menjaju i već postojeća rešenja. Treba istaći da tokom vremena u jednoj zemlji mogu istovremeno postojati objekti iz svih ovih faza razvoja, što je posledica neravnomerne rasprostranjenosti vodnih resursa i neravnomernog materijalnog razvoja pojedinih regiona ili privrednih grana - korisnika voda.

Poseban problem pri rešavanju vodoprivrednih problema predstavlja stalni porast zahtevane obezbedjenosti : počev od značajnog povećanja verovatnoće teoriske obezbedjenosti (u smislu - podmirenosti) svih vidova vodopotrošnje, pa do naglog porasta zahtevane teoriske obezbedjenosti branjenih područja od poplava . A pošto se iz teorije sigurnosti zna da ponekad i malo povećanje teoriske obezbedjenosti funkcionisanja sistema zahteva ogroman porast troškova, jasno je da ovo stvara posebne vodoprivredne probleme, koji se mogu rešavati samo sve složenijim tehničkim rešenjima i uz mnogo veće specifične troškove.

* *

Ključni objekti složenih vodoprivrednih sistema, objekti kojima se jedino i mogu rešavati nabrajani teški problemi koji nam tek predstoje u oblasti voda, su akumulacioni baseni kompleksnih namena. Problemom njihovog dimenzionisanja bavi se ova teza.

Jasno je da je moderna tehnologija postala mnogo složenija i čvršće povezana u jedi[illegible] celinu. Prekid [illegible] nedostatka vode u jednom proizvodnom kapacite[illegible] širi [illegible] lančane reakcije na niz povezanih grana i del[illegible]. [illegible] razume se, uslovljava mnogo strožije kriterijume [illegible] obezbedjenosti vodosnabdevanja. S druge strane, u [illegible] kada su branjene od poplava površine sa relativno niskim [illegible]ma ili malom naseljenošću po jedinici površine, nije bila neophodna visoka teoriska obezbedjenost od plavljenja [illegible] lja, ili složeni i skupi [illegible]trijski i in[illegible] jekti i sistemi. Zbog toga je obezbedjenost [illegible] vodop[illegible] kategorija koja se menja, tj. zaoštrava tokom vrem[illegible]

Do sada su za rešavanje problema dimenzionisanja akumulacionih basena korišćene tri grupe metoda:

a/ Grafoanalitičke metode bilansnog izravnavanja dotoka i potrošnje za zadati (determinisani) ulaz;

b/ Statističke i probabilističke metode, kojima se zapremina akumulacije odredjuje na bazi statističko - probabilističkih analiza i parametara ulaznih i izlaznih serija.

c/ Optimizacione metode, koje se razvijaju zadnjih godina

U prvu grupu spadaju razne metode sumarnih linija, grafičkog i numeričkog bilansiranja. Druga grupa je znatno brojnija; tu spada niz metoda, veoma često nomogramskog karaktera, kojima se potrebna zapremina akumulacija povezuje sa nekim statističkim parametrima ulaznog i izlaznog niza i verovatnoćom ispunjenja zahtevane potrošnje (metode Hazena, Ivanova, Pleškova, Savrenskog, Kricki-Menkelja, Hurst-a, Langbein-a itd.). U tu grupu bi ušle i poznate probabilističke metode Morana, Kartvelšvilia, Kima itd.

[illegible] imaju izvanredan značaj za formiranje i razvoj teorije rezervoara, prve dve grupe metoda imaju više slabosti, a najvažnije se mogu sistematizovati na sledeći način:

a/ Grafoanalitičke bilanske metode.

- Ovo u suštini i nisu optimizacione metode, jer se u neposredni proces izbora upravljanja (potrošnje) ne može direktno da uključi neka ciljna - kriterijalna funkcija. Izravnavanje protoka se vrši preko hidroloških ili nekih iskustvenih [illegible]

- U ovim metodama se primenjuje strogo deterministički [illegible] izravnanja, samo sa jednom realizacijom procesa, koj[illegible] sa takvom strukturom neće pojaviti u budućnosti.

- Ove metode su veoma neprikladne za slučaj višenamenskih akumulacija, pošto ne omogućavaju optimalno razrešavanje sukoba interesa pojedinih korisnika akumulacije;

- Teško se može kontrolisati (proveravati) kvalitet ostvarenog upravljanja.

b/ Statističke metode:

- Ove metode najčešće ne sadrže nikakve ekonomske kategorije, tako da se zadatak dimenzionisanja akumulacije tretira kao hidrološko-probabilistički problem: odredjivanje potrebne zapremine da bi se zadovoljila neka željena potrošnja sa odredjenom verovatnoćom (obezbedjenošću). Znači, u ovoj grupi metoda kriterijum za dimenzionisanje je isključivo obezbedjenost funkcionisanja. Fizički i ekonomski efekti se tek naknadno uvode u račun, tako da se stvarna optimizacija upravljanja i ovde ne vrši.
- Najveći broj ovih metoda je razvijen za rezervoare velike relativne zapremine, kod kojih je moguć duži period za diskretizaciju ulaznog i izlaznog procesa. U slučaju kraće diskretizacije (npr. po mesecima) ove metode su često ili nemoćne, ili su numerički veoma nezgrapne.

U zadnjoj deceniji je otpočeo razvoj treće grupe metoda, koje se zasnivaju na determinističkoj ili stohastičkoj optimizaciji, korišćenjem raznih optimizacionih postupaka. No, dosadašnja istraživanja su bila "prevashodno u akademskoj areni", sa malom praktičnom primenljivošću, što je istaknuto i na nedavnom kongresu svetske hidrauličke asocijacije [illegible]. Ovaj rad predstavlja pokušaj da se u ovoj trećoj grupi metoda odе korak dalje, formiranjem i proveravanjem modela za optimizaciju zapremine akumulacija, primenljivim u praktičnim proračunima.

Napuštajući tradicionalne metode dimenzionisanja akumulacija (prve dve grupe metoda), autor je u ovom radu usvojio i striktno sproveo sledeće bazne principe za rešavanje ovog složenog optimizacionog zadatka:

a/ Pošto akumulacioni baseni rade (ili će nekad raditi) u jedinstvenom sistemu, sa snažnim fizičkim i upravljačkim interakcionim delovanjem, *pri razmatranju makar i samo jedne od akumulacija sistema mora se sprovesti optimalna sinteza čitavog vodoprivrednog sistema.*

b/ Odredjivanje optimalnih zapremina akumulacija sistema mora se povezati sa optimalnim upravljanjem takvim sistemom. Problem dimenzionisanja se postavlja kao zadatak optimalne sinteze sistema: *odredjuju se optimalni parametri (zapremine) sistema, ali za optimalno upravljanje,* u skladu sa postavljenim kriterijumom optimalne sinteze složenog sistema. Optimizacijom upravljanja razrešava se i veoma značajan kompleks problema optimalne raspodele vodnog resursa na pojedine korisnike i potrošače vode.

c/ Upravljački zadaci akumulacionog basena rešavaju se jedinstvenim sistemskim pristupom: sistemom akumulacija se uvek upravlja, i u fazi projektovanja (dimenzionisanja), i u fazi eksploatacije. Jedino se u fazi projektovanja upravlja i parametrima sistema (u ovom slučaju - zapreminom), te se zadatak rešava kao problem optimalne sinteze sistema, dok se u fazi eksploatacije rešava zadatak optimalne analize, pa se traži optimalna upravljačka politika, za poznate parametre sistema i u skladu sa kriterijumom optimalne analize.

d/ S obzirom na socijalnu i ekonomsku osetljivost problema funkcionisanja vodoprivrednih sistema, u kriterijumu malne sinteze uveden je, pored ekonomskog kriterijalnog funkcionala, dodatni, veoma značajan uslov : za odabrane parametre sistema ostvarena teoriska obezbedjenost funkcionisanja sistema (ili njegovih delova) mora biti veća od neke minimalno dopustive granice.

e/ Da bi se prevazišle slabosti determinističke optimizacije, i da bi se akumulacije dimenzionisale što pouzdanije sproveden je sledeći postupak: generišu se sintetičke serije hidrološkog ulaza i zahtevane potrošnje, za svaku od njih se sprovodi optimalna sinteza, a zatim se probabilistički analiziraju optimalni parametri i upravljanja.

f/ Problem **dimenzionalnosti** ovakvih optimizacionih zadataka rešavan je pre svega dekompozicijom sistema, a tek potom usavršavanjem numeričkih postupaka. Sistem se dekomponuje po prostoru, vremenu, funkcijskoj nameni i po raznim upravljačkim podproblemima.

g/ Pri rešavanju upravljačkih zadataka složenih sistema akumulacija sproveden je princip hijerarhiske organizacije: najpre se sprovodi optimizacija podsistema, čija se veličina tako bira da je problem numerički rešiv, a zatim se optimiziraju, sa višeg hijerarhiskog nivoa, interakcije podsistema, te se postupak iterativno rešava do postizanja globalnog optimuma čitavog razmatranog sistema.

h/ Optimizacioni modeli treba da pruže planeru relevantne informacije o ponašanju sistema, vezama unutar njega, fizičkim i ekonomskim posledicama pojedinih upravljačkih odluka, optimalnim parametrima sistema za optimalno upravljanje po nekim usvojenim kriterijumima, kvalitetu ostvarenog upravljanja. No, donošenje konačne odluke može se ostvariti samo kombinovanim heurističkim odlučivanjem, "dijalogom" na relaciji čovek - mašina.

Postavka i praktična realizacija nekih od ovih principa (od a do g) predstavlja doprinos modernom rešavanju problema optimizacije sistema akumulacija.

Sistematizacija materije. Rad je podeljen na tri dela. S obzirom na značaj koji je dat izučavanju i generisanju hidrološkog ulaza, u delu I razmatraju se problemi modeliranja slučajnog vektora ulaza. Najpre se u glavi 1 razmatraju problemi egzaktnog opisivanja rečnog protoka kao slučajnog procesa i analiziraju relevantne stohastičke karakteristike ovih procesa (stacionarnost, ergodičnost, markovske osovine, autokorelacione i spektralne karakteristike itd.). Odredjeni zaključci se dokumentuju analizama koje je autor uradio za veliki broj jugoslovenskih vodotoka. Ova razmatranja su poslužila kao osnova za razradu više modela za generisanje hidroloških nizova primenom metoda Monte Karlo, čime se detaljno bavi gl. 2. U okviru te glave razradjeni su i ispitani modeli za simuliranje godišnjih serija protoka, korišćenjem prostih i složenih markovskih lanaca, zatim metode za simuliranje mesečnih protoka na jednom i grupi profila, modeli za generisanje serija dnevnih proticaja i najzad, modeli za generisanje serija zahtevane potrošnje. Svaki od ovih modela ima svoj značaj i opseg upotrebljivosti, ali su svi podjednako važni za rešavanje zadatka dimenzionisanja akumulacija. Time je, znači, u delu I obradjen način generisanja ulaza i zahtevanog izlaza (kaže se "zahtevanog", jer će tek optimizacioni račun pokazati da li se taj izlaz uvek i može ostvariti).

U delu II sistematizovani su i generalisani opšti problemi upravljanja kompleksnim sistemom akumulacija. Razmatraju se osnovne fizičke i sistemske karakteristike ovakvih sistema, formulišu zadaci planiranja, a zatim se, korišćenjem aparata teorije sistema definišu opšti matematički modeli vodoprivrednih sistema. Analiziraju se problemi upravljanja ovakvim sistemima, pri čemu se posebno razmatra hijerarhiska struktura upravljanja, principi dekompozicije i agregacije ovakvih sistema. Na opštem nivou se definiše kriterijum optimalnog upravljanja akumulacijama i sistematizuju se ograničenja koja ulaze u optimizacione modele. Ovaj deo se završava rekapitulacijom opštih problema optimalne sinteze sistema akumulacija.

U delu III se prelazi na praktičnu razradu ovih opštih principa pri rešavanju konkretnih optimizacionih zadataka. Analiziraju se potreba i mogućnosti digitalne simulacije složenih sistema akumulacija, pri čemu se izlaganje ilustruje praktičnim primerom simulacije sistema od 18 akumulacija u slivu Morave, kao i primerom identifikacije parametara kompleksne akumulacije Kozjak na Tresci (u oba slučaja se radi o sasvim realnim, praktično već korišćenim zadacima). Optimizacioni zadaci primenom matematičkih metoda sistematizuju se u grupe linearnih i nelinearnih problema i prikazuju se metode za rešavanje ovih optimizacionih zadataka. Zadaci se rešavaju primenom već pomenuta četiri vida dekompozicije sistema. Kao primer se navode zadaci za neke hipotetičke sisteme i rezultati proračuna konkretne akumulacije u slivu Vardara. Na kraju se problem dimenzionisanja akumulacija postavlja kao zadatak teorije igara i razmatra uticaj apriorne informacije na ostvareni kvalitet upravljanja. Izlaganje se završava diskusijom mesta, uloge i tretmana modelske tehnike u rešavanju zadataka optimizacije akumulacija.

Oznake. Autor se trudio da striktno koristi iste oznake u čitavom radu. Zbog mnoštva raznih veličina, neka slova su korišćena za različite oznake, ali uvek na isti način. Zbog toga su u tekstu sve novouvedene oznake uvek objašnjene. Veličine koje se često ponavljaju uvek su označene na isti način. Pomenimo samo najvažnije:

x i X ≙ slučajni vektor ulaza u oblast dopustivog ulaza, y i Y ≙ vektor i oblast izlaza (kada se radi o protoku u kontinualnim zadacima, onda su sa Q i q obeležavani diskretni ulaz i realizovani izlaz), s i S ≙ vektor i oblast stanja, u i U ≙ vektor i oblast upravljanja, a i A ≙ vektori parametara sistema, T ≙ oblast vremena, J ≙ ciljna funkcija.

Literatura. Korišćena literatura je je navedena na kraju na dva načina: citirana literatura (označena npr. sa [·])razvrstana je po delovima teksta (uvod i delovi I - III). Korišćena literatura koja nije eksplicitno citirana u tekstu navedena je u posebnom spisku.

I napokon, radu se može zameriti relativno veliki fizički obim. Svesno ulazeći u taj rizik, autor duguje izvesno objašnjenje. Sadržaj i obim su rezultat želje da razmatrana materija bude tako sistematizovana i prikazana da obuhvati najvažniji kompleks ovog problema– od analize hidrološkog ulaza, razmatranja suštinskih problema planiranja ovakvih sistema, njihovog opisivanja egzaktnim aparatom teorije upravljanja, pa do postavljanja algoritama i rešavanja nekih konkretnih zadataka dimenzionisanja akumulacija. O nekim aktuelnim problemima planiranja u nas autor je izneo i svoja kritička gledišta, smatrajući da je takav angažovan stav deo njegovog istraživačkog duga.

..." Zašto je matematika, koja je, na kraju krajeva, proizvod ljudskog razmišljanja nezavisnog od iskustva, postala tako prilagodjena objektima realnosti"....

Albert Ajnštajn

I. HIDROLOŠKI ASPEKTI ISTRAŽIVANJA AKUMULACIONIH BASENA

1. PROBLEMI ANALIZE I MODELIRANJA HIDROLOŠKIH PROCESA

1.1 <u>REČNI PROTOK KAO SLUČAJNI PROCES</u>

U novije vreme, sa razvojem neklasičnih metoda teorije verovatnoće i matematičke statistike, a naročito sa sve smelijom primenom teorije slučajnih procesa u ispitivanju geofizičkih procesa, ova grana matematike sve više postaje nauka o rešavanju problema u uslovima neodredjenosti. Uglavnom se razlikuju dve kategorije neodredjenosti: 1. probabilistička neodredjenost, koja se javlja usled stohastičkog karaktera procesa i pri dovoljnoj informaciji o njemu i koja se može ocenjivati preko statističke entropije, i 2) kombinatorna neodredjenost, koja nastaje usled potpunog ili delimičnog pomanjkanja informacija o procesu, bilo da je on stohastički ili deterministički. Izučavanje i analiza hidroloških procesa na bazi zabeleženog niza ilustruje probleme prve kategorije, dok drugu čine npr. problemi prognoziranja i estimacije, kod kojih nedostaju informacije o ulazima u sistem, s tim što poseban problem predstavlja kombinatorna neodredjenost slučajnog vektora ulaza.

Kada je Hazen još 1914. godine uveo tezu o slučajnom karakteru rečnog protoka pri vodoprivrednim proračunima, u više navrata se još dugo vremena rasplamsavala živa polemika između pristalica stohastičke i determinističke (genetske) škole interpretacije hidroloških procesa pri istraživanjima akumulacionih basena. Stohastički pristup u teoriji akumulisanja počeo se brže razvijati tek posle opsežnih diskusija vodjenih u AN SSSR u periodu 1953-1956. kao i posle kapitalnih radova Morana (1955-59) i Kartvelišvilia (1956). Radi generalnog sagledavanja problema hidrološkog modeliranja zadržimo se kratko na opštoj interpretaciji proticaja kao slučajnog procesa.

Neka je protok rezultat delovanja geofizičkih pojava sa karakterom slučajnog eksperimenta. On je odredjen [1] svojim ishodima koji čine borelevski skup elementarnih dogadjaja Ω, Σ algebrom F čiji se elementi nazivaju dogadjajima i merom verovatnoće P ovih dogadjaja. Svakom ishodu stavimo u korespodenciju neki parametar τ, definisan u oblasti Θ. Time je definisan skup funkcija $X(\tau, \xi) : \tau \in \Theta, \xi \in \Omega$ koji predstavlja slučajni proces u opštem vidu.

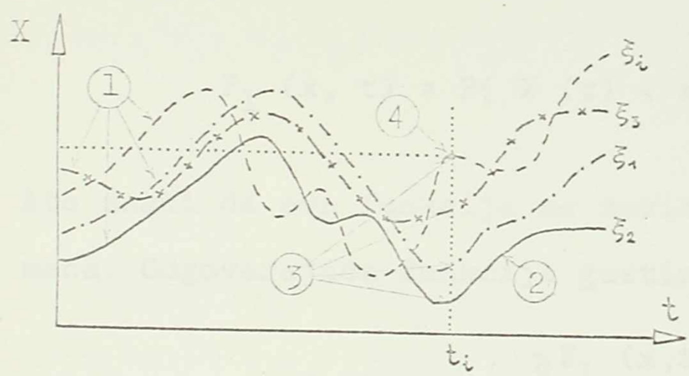
Kako se u slučaju rečnog protoka radi o funkcijama vremena, možemo pisati $\tau \equiv t$, $\Theta \equiv T$; $t \triangleq$ vreme, $T \triangleq$ skup kojim se definiše oblast vremena, tako da se ovaj proces u vidu vremenskih redova definiše kao

$$X(\tau, \xi) : \tau \in T, \xi \in \Omega$$

Definisan ovako ovaj rečni protok kao slučajni proces može predstavljati (Sl. 1.1.1):

1. skup funkcija vremena, kada su τ i ξ promenljive, $\{X(\tau, \xi)\}$,

2. jednu funkciju vremena kada je t promenljivo, a $\xi = \xi_i$ je fiksno: $\{X\ (\ .,\ \xi_i)$ *).
3. Slučajnu promenljivu, kada je t - fiksno, a ξ - promenljiva: $\{X\ (t,\cdot)\}$,
4. odredjenu vrednost protoka, kada su oba parametra fiksirana $\{X\ (t_i,\ \xi_i)\}$.



Sl. 1.1.1
Interpretacija protoka kao slučajnog procesa

Primenimo ovako definisan slučajni proces na proces protoka na jednom ili više profila u hidrografskoj mreži. Elementarni dogadjaji su trenutne vrednosti proticaja u $[o,\ \infty)$, dok je $\tau \equiv t\ \varepsilon\ T$, gde je T uredjen skup vremena. Ako se razmatraju proticaji na jednom profilu onda je elementarni dogadjaj skalar, te se slučajni proces naziva skalarnim, a ukoliko se istovremeno razmatra protok na više profila, onda se elementarni dogadjaji definišu višedimenzionalnim vektorom, čije su komponente protoci na različitim profilima (vektorski slučajni proces).

Iz osnovnih zakonitosti procesa tečenja u vodotocima sledi, u opštem slučaju, da parametar t i slučajna promenljiva mogu da dobiju kontinuum vrednosti, usled čega ovi procesi spadaju u klasu procesa sa neprekidnim parametrom i kontinuuom stanja. Medjutim, u hidrološkim analizama se uvek razmatraju odredjeni proticaji u nekom vremenskom intervalu, usled čega parametar t postaje diskretizovana, celobrojna veličina.

*) $\{X\ (.,\ \xi_i)\}$: parametar t zamenjen tačkom označava da se t menja, dok je parametar ξ_i fiksan.

Tako interpretirani proces protoka spada u klasu sa diskretnim vremenom i kontinuumom stanja.

Razmatrajmo najpre skalarni slučajni proces. Označimo slučajnu promenljivu u opštem slučaju sa $X = X(t)$. Funkcija raspodele slučajne promenljive X u trenutku t biće, po definiciji,

$$F_1(x, t) = P\{X(t) < x\} \qquad (1.1\text{-}1)$$

što znači da ova funkcija ne zavisi samo od x već i od vremena. Odgovarajuća funkcija gustine verovatnoće je tada

$$f_1(x,t) = \frac{\partial F_1(x,t)}{\partial x} \qquad (1.1\text{-}2)$$

Iz relacije se može zaključiti da funkcija $F_1(x, t)$ definiše neki proces samo ukoliko stanje procesa u trenutku t ne zavisi od stanja u prethodnom intervalu. Medjutim, s obzirom na prirodu hidroloških slučajnih procesa, kod kojih postoji izvesna "inercija" protoka kao geofizičkog fenomena, potpuniju karakteristiku procesa pruža dvodimenzionalna funkcija raspodele (raspodela II reda), kojom se definiše verovatnoća da je u dva proizvoljna vremenska preseka t_1 i t_2 ostvarena realizacija procesa $X(t_1) < x_1$ i $X(t_2) < x_2$;

$$F_2(x_1, t_1; x_2, t_2) = P\{X(t_1) < x_1,\ X(t_2) < x_2\} \qquad (1.1\text{-}3)$$

a odgovarajuća funkcija gustine verovatnoće je

$$f_2(x_1, t_1; x_2, t_2) = \frac{\partial^2 F_2(x_1, t_1; x_2, t_2)}{\partial x_1\, \partial x_2} \qquad (1.1\text{-}4)$$

S obzirom da stanje hidrološkog procesa u jednom vremenskom preseku najčešće zavisi od stanja u više prethodnih intervala, dalje poboljšanje opisivanja slučajnog procesa može se postići uvodjenjem, trodimenzionalne, četvoro.... i n-dimenzionalne raspodele

$$F_n(x_1, t_1; x_2, t_2; \ldots; x_n, t_n) = P\{X(t_1) < x_1; X(t_2) < x_2; \ldots$$

$$\ldots; X(t_n) < x_n\} \qquad (1.2-5)$$

sa gustinom verovatnoće

$$f_n(x_1, t_1; \ldots; x_n, t_n) = \frac{\partial^n F(x_1, t_1; \ldots; x_n, t_n)}{\partial x_1 \ldots \partial x_n}$$

Može se zaključiti da potpuno podrobnu informaciju o proticaju kao slučajnom procesu pruža tek niz funkcija raspodele $F_1, F_2, \ldots, F_n$, pri čemu je za definisanje ovog niza dovoljno poznavanje funkcije F_1 i zakona prolaska od F_i u F_{i+1}.

Na osnovu poznatih osobina funkcije raspodele sledi da je moguće odrediti sve funkcije F_i, ukoliko je poznata funkcija sa višim indeksom [illegible], jer je

$$F_k(x_1, t_1; \ldots; x_i, t_i; \infty, t_{i+1}; \ldots; \infty, t_k) =$$

$$= F_i(x_1, t_1; \ldots; x_i, t_i) \qquad (1.2-6)$$

Koristeći poznate izraze za uslovnu verovatnoću, može se, znajući F_i, napisati uslovna funkcija raspodele za uredjeni skup vremena $t_1 < t_2 < \ldots < t_i$

$$F(x_i, t_i \mid x_{i-1}, t_{i-1}; \ldots; x_1, t_1) = P\{X(t_i) < x_i \mid X(t_{i-1}) <$$

$$< x_{i-1}; \ldots; X(t_1) < x_1\} \tag{1.1-7}$$

Za neko dovoljno veliko $i = n$ odgovarajuća funkcija raspodele F_n počinje da sadrži sve informacije o procesu, što znači da realizacije procesa u vremenskim presecima pre t_1 ne utiču na stanje procesa u t_i neposredno, već samo preko posredne činjenice da od tih ranijih stanja zavise realizacije u t_1, t_2, itd. Znači, funkcija (1.1-7) ne zavisi od ranijih stanja ($t_o > t_{-1} > \ldots$), te se može napisati

$$P\{X(t_n) < x_n \mid X(t_{n-1}) = x_{n-1}; \ldots; X(t_1) = x_1\} =$$

$$P\{X(t_n) < x_n \mid X(t_{n-1}) = x_{n-1}; \ldots; X(t_1) = x_1; X(t_o) = x_o;$$

$$X(t_{-1}) = x_{-1}; \ldots\} \tag{1.1-8}$$

U tom slučaju, kada je za potpunu karakteristiku procesa dovoljno poznavati funkciju F_n za neko konačno n, tj. kada ova funkcija F_n u potpunosti definiše ne samo niže funkcije rasporeda F_i $(i < n)$ već i funkcije F_i za $i > n$, proces se naziva markovskim. Za $n = 2$ radi se o prostom, a za $n > 2$ o složenom markovskom procesu. Za $n = 1$, tj. u slučaju da se proces karakteriše samo prvom funkcijom raspodele naziva se procesom sa nezavisnim vrednostima. Rečni protok se može praktično uvek smatrati markovskim procesom i u kasnijoj analizi će biti posebno ispitivanje mogućnosti i valjanost opisivanja rečnog protoka raznim markovskim modelima.

Markovski proces se najčešće ne definiše funkcijama F_n, već preko uslovne funkcije raspodele koja se naziva funkcijom prelaza

$$F(x_n, t_n \mid x_{n-1}, t_{n-1}; \ldots; x_1, t_1) =$$

$$= P\{X(t_n) < x_n \mid X(t_{n-1}) = x_{n-1}; \ldots; X(t_1) = x_1\} \quad (1.1\text{-}9)$$

U slučaju rečnog protoka, tretiranog kao markovskog procesa, funkcija prelaza prikazuje verovatnoću realizacije protoka (u smislu elementarnog dogadjaja) $Q(t_n) < Q_n$, uz uslov da su prethodno realizovani proticaji $Q(t_{n-1}) = Q_{n-1}, \ldots, Q(t_1) = Q_1$.

Slučajni proces sa markovskim svojstvima zadovoljava opštu Markovljevu jednačinu, koja povezuje funkcije prelaznih verovatnoća u tri vremenska preseka $t_1 < t' < t_2$:

$$F(x_1, t_1; x_2, t_2) = \int F(x', t'; x_2, t_2)\, d_{x'} F(x_1, t_1; x' t') \quad (1.1\text{-}10)$$

ili preko gustine verovatnoće

$$f(x_1, t_1; x_2, t_2) = \int f(x' t', x_2, t_2)\, f(x_1, t_1, x' t')\, dx' \quad (1.1\text{-}11)$$

Ove relacije egzaktno definišu stohastičku prirodu procesa proticaja: verovatnoća prelaska iz veličine x_1 u trenutku t_1, u veličinu x_2 u trenutku t_2 ravna je verovatnoći prelaska iz x_1, u trenutku t_1 u veličinu x' u nekom prelaznom trenutku vremena t', pomnoženom sa verovatnoćom prelaska iz x' u trenutku t' u x_2 u trenutku t_2, integraljeno po čitavom prostoru x'.

Za procese koji ne poseduju markovske osobine gustina verovatnoće $f(x' t', x_2, t_2)$ zavisi u opštem slučaju od x_1 i t_1 te Markovljeva jednačina ne važi.

U slučaju markovskog procesa na osnovu poznatih relacija za uslovnu verovatnoću sledi

$$F_{n+1}(x_1,t_1,\ldots; x_n,t_n; x_{n+1},t_{n+1})=P\{X(t_n)< x_n \ldots;$$

$$X(t_1) <x_1\} \cdot P\{X(t_{n+1})< x_{n+1} | X(t_n)< x_n; \ldots; X(t_1)< x_1\} =$$

$$= F_n(x_1,t_1;\ldots;x_n,t_n) P\{X(t_{n+1}) <x_{n+1} | X(t_n)< x_n;\ldots;$$

$$X(t_2)< x_2\} = F_n(x_1, t_1; \ldots; x_n, t_n) \times$$

$$\times \frac{F_n(x_2, t_2;\ldots; x_{n+1}, t_{n+1})}{F_{n-1}(x_2,t_2; \ldots; x_n,t_n)} \qquad (1.1\text{-}10)$$

Za bilo koje $i > n$ indukcijom se dobija

$$F_i(x_1, t_1; \ldots; x_i, t_i) = F_n(x_1,t_1\ldots; x_n, t_n) \times$$

$$\times \prod_{k=n+1}^{i} \frac{F_n(x_{k-n+1}, t_{k-n+1}; \ldots; x_k, t_k)}{F_{n-1}(x_{k-n+1}, t_{k-n+1}; \ldots; x_{k-1},t_{k-1})} \qquad (1.1\text{-}11)$$

Da bi uslovna funkcija raspodele (1.1-9) bila funkcija prelaza mora da zadovolji neke uslove koji proističu iz formule za punu verovatnoću*.

Ova formula, koju ćemo koristiti i u kasnijim razmatranjima, izvedena preko izraza za uslovnu verovatnoću uz pomoć Stiltesovog integrala glasi [16, izvodjenje na str. [illegible]].

$$P\{B\} = \int_{-\infty}^{\infty} P\{B \mid X\} \; dF(x) \qquad (1.1\text{-}12)$$

Razmotrimo prost markovski proces ($n = 2$) čija je funkcija prelaza $F(x_2, t_2, x_1, t_1)$, a uslovna gustina verovatnoće $f(x_2, t_2 \mid x_1, t_1)$. Ukoliko se za dogadjaj B usvoji $X(t_2) < x_2$, a x_1 i t_1 tretiramo kao parametre, za $t_1 < t' < t_2$ sledi :

$$F(x_2, t_2 \mid x_1, t_1) = \int_{-\infty}^{\infty} F(x_2, t_2 \mid x', t') \; dF(x' t' \mid x_1, t_1)$$

(1.1.13 i 14)

odnosno

$$F(x_2, t_2 \mid x_1, t_1) = \int_{-\infty}^{\infty} F(x_1, t_1 \mid x', t') \; f(x' t' \mid x_1, t_1) \; dx'$$

Ovo je donekle transformisan vid opštih Markovljevih jednačina koje se u ovom slučaju javljaju kao važno ograničenje koje pokazuje da svaka uslovna funkcija raspodela ne mora da bude i funkcija prelaza.

Može se dati i opštija interpretacija ovih procesa, razmatranjem verovatnoće P da se realizuje dogadjaj $X(t_n) < x_n$,

----

* *Formula pune verovatnoće definiše bezuslovnu verovatnoću P(B) realizacije dogadjaja B preko uslovne verovatnoće P(B|x) realizacije ovog dogadjaja, uz uslov da je neka slučajna veličina dobila vredrost x i preko funkcije raspodele verovatnoće F(x) te slučajna veličina.*

Ova formula se primenjuje u nizu probabilističkih metoda za neoptimizaciono dimenzionisanje akumulacija, isključivo sa stanovišta ostvarivanja zahtevane obezbedjenosti funkcionisanja. Prvi su je primenili [illegible] za dimenzionisanje višegodišnje akumulacije [illegible]

$X(t_{n-1}) < x_{n-1}, \ldots, X(t_k) < x_k$, uz uslov da je realizovano $X(t_{k-1}) = x_{k-1}; \ldots; X(t_1) = x_1$. Tada imamo da je

$$P\{X(t_n) < x_n; \ldots; X(t_k) < x_k \mid X(t_{k-1}) = x_{k-1}; \ldots; X(t_1) = x_1\} =$$

$$F(x_n, t_n; x_{n-1}, t_{n-1}; \ldots; x_k, t_k; x_{k-1}, t_{k-1}; \ldots; x_1, t_1) =$$

$$= \frac{\int^{x_n} \ldots \int^{x_k} f_n(x_n, t_n; \ldots; x_k, t_k; x_{k-1}, t_{k-1}; \ldots; x_1, t_1)\, dx_n\, dx_{n-1} \ldots dx_k}{f_{k-1}(x_{n-1}, t_{k-1}; \ldots; x_1, t_1)}$$

Ovde je: f_n - gustina raspodele verovatnoće koja odgovara funkciji raspodele F_n

$$f_n = \frac{\partial F_n}{\partial x_1 \ldots \partial x_n}$$

dok je f_{k-1} gustina raspodele verovatnoće koja odgovara funkciji

$$F_{k-1}(x_{k-1}; t_{k-1}; \ldots; x_1, t_1) = F_n(x_1, t_1; \ldots;$$

$$x_{k-1}, t_{k-1}; \infty, t_k; \ldots; \infty, t_n)$$

U slučaju da se umesto skalarnog rasmatra vektorski slučajni proces (vektorskim procesom se definišu proticaji na grupi profila) sve do sada rečeno ostaje i dalje na snazi samo se u opis dogadjaja uvodi vektorska veličina. Tako dogadjaj

$$\vec{X}(t_1) < \bar{x}_1 \qquad (1.1.16)$$

označava dogadjaj da su u momentu t_1 sve komponente vektora $\vec{X}(t_1)$ manje od odgovarajućih komponenti vektora $\bar{x}_1$.

Broj komponenti ovih vektora ravan je broju profila na kojima se hidrološki slučajni proces izučava. No odmah treba istaći da ovakav vektorski tretman ima smisla samo onda ukoliko izmedju slučajnih procesa na pojedinim profilima postoji zadovoljavajuća stohastička veza.

Pri modeliranju i optimizaciji vodoprivrednih sistema po pravilu će se istovremeno razmatrati veći broj (s) akumulacija. Tada trenutni protok Q (t) (prelazeći na konkretnije razmatranje protok ćemo uvek obeležavati uobičajenom oznakom Q) nije skalarna, već vektorska veličina čije komponente $Q_1(t)$, $Q_2(t), \dots, Q_s(t)$ predstavljaju proticaje na raznim profilima istog vodotoka ili dela sliva. Očito je da proširivanje dimenzionalnosti vektora, tj. uvodjenje novih profila u istovremeno hidrološko i vodoprivredno razmatranje, ima smisla samo ukoliko izmedju protoka na njima $Q_r(t)$, $(r = 1, \dots, s)$ postoji stohastička veza.

Funkcije raspodele u tom slučaju biće:

$$F_1(Q_{1,1}, Q_{1,2}, \dots, Q_{1,s}; t_1) \tag{1.1.16}$$

$$F_2(Q_{1,1}; Q_{1,2}; \dots; Q_{1,s}; t_1; Q_{2.1}; Q_{2.2}; \dots; Q_{2.s}; t_2)$$

....

....

$$F_k(Q_{1,1}; \dots; Q_{1,s}; t_1; Q_{2.1}; \dots; Q_{2,s}; t_2; \dots; Q_{k,1};$$
$$Q_{k,2}; \dots Q_{k,s}; t_k)$$

gde funkcija F_k definiše verovatnoću da u k vremenskih preseka $t_1, \dots t_k$ protoci u s razmatranih profila nisu bili veći od $Q_{1,1}; \dots; Q_{1,s}$ - u trenutku t_1; u trenutku t_2

nisu bili veći od $Q_{2,1}$; ...; $Q_{2,s}$; i u trenutku t_k od $Q_{k,1}$;.. ...; $Q_{k,s}$).

Potpuna informacija o proticaju postoji ukoliko je funkcija F_k zadata za svako k (k = 1,2,..). S obzirom na markovska svojstva procesa ova informacija o procesu se dobija preko funkcije prelaza

$$F(Q_{n,1}; Q_{n,2}; \ldots; Q_{n,s} | Q_{n-1,1} \ldots; Q_{n-1,s}; Q_{n-2,1}; Q_{n-2,s}; \ldots; \ldots; Q_{1,1}; Q_{1,2}; \ldots; Q_{1,s}) \quad (1.1.17)$$

kojom se definiše verovatnoća da u n-tom intervalu vremena proticaji u s razmatranih profila neće biti veći od $Q_{n,1}$; ...; $Q_{n,s}$, pod uslovom da su u prethodnom intervalu bili $Q_{n-1,1}$; ...; $Q_{n-1,s}$, itd, a u prvom intervalu $Q_{1,1}$; ...; $Q_{1,s}$. Broj n ovde pokazuje broj intervala u kojima se oseća stohastička veza izmedju proticaja, a zavisi od hidroloških osobenosti izučavanog sliva i dužine odabranih intervala pri diskretizaciji procesa.

U interpretaciji rečnog procesa kao vektorskog slučajnog procesa može se otići i dalje, uvodeći da komponente vektora $Q_s(t)$ nisu samo protoci Q_1 (t),..., Q_s (t), već i neke druge slučajne funkcije P_1 (t),..., P_q (t) koje su stohastički povezane sa formiranjem protoka (padavine, zalihe snega, temperature itd.), i koje, po prirodi svog fenomena, za neki vremenski interval τ prethode protoku koga izazivaju. U tom slučaju funkcija F_k dobija nov kvalitet, jer ne opisuje samo prirodu procesa Q(t), već u njoj leže i mogućnosti njegovog prognoziranja na osnovu drugih geofizičkih i prirodnih činilaca.

Već je naglašeno da se u praktičnim analizama rečni proticaj ne rasmatra kao kontinualni slučajni proces, već se isti diskretizuje kliznim osrednjavanjem u nekim vremenskim intervalima Δt (Δt = const):

$$Q(t) = \frac{1}{\Delta t} \int_{t-\Delta t/2}^{t+\Delta t/2} Q(\tau) \cdot d\tau \qquad (1.1.18)$$

Interval Δt u kome se vrši osrednjavanje može biti različite dužine (od dana, nedelje ili dekade, do meseca, pa i godine), zavisno od svrhe analize i karaktera vodotoka. Ukoliko se razmatraju talasi velikih voda i akumulacija za odbranu od poplava, čak je i dan previše dug period za osrednjavanje, već se ide na kraće - časovne intervale, naročito kod malih vodotoka. Ako se, pak, analizira višegodišnje regulisanje u akumulacionom basenu, onda je i hidrološka godina, kao zatvoren vremenski ciklus, sasvim pogodan interval osrednjavanja. Za većinu vodoprivrednih proračuna i modeliranje vodoprivrednih sistema najčešće su dovoljni mesečni ili dekadni periodi osrednjavanja.

Za egzaktno razmatranje rečnog protoka kao slučajnog procesa važno je razmatranje nekih hipoteza, od kojih su svakako najznačajnije hipoteze o markovskim osobinama, stacionarnosti i ergodičnosti procesa, kao i hipoteza o analitičkoj strukturi funkcije raspodele. Posebno je važno i pitanje cikličnosti protoka, koje je naročito povezano sa problemom dimenzionisanja akumulacija sa višegodišnjim izravnavanjem.

1.2 STACIONARNOST, ERGODIČNOST

Simuliranje hidroloških serija kao slučajnog vektora ulaza vodoprivrednog sistema, nameće potrebu da se razmotre neka svojstva hidroloških procesa, pri čemu je veoma značajno sagledati domen važenja osobina stacionarnosti i ergodičnosti ovog slučajnog procesa.

Za razmatrani hidrološki proces $X(t,\xi)$[*], kažemo da je strogo stacionaran ako dva procesa $X(t)$ i $X(t+\tau)$ imaju iste statističke osobine za svako τ, tj. kada funkcije $X(t)$ i $X(t+\tau)$ imaju iste funkcije raspodele

$$F_n(x_1,t_1;\ldots;x_n,t_n) = F_n^*(x_1,t_1+\tau;\ldots;x_n,t_n+\tau) \qquad (1.2.1)$$

Iz gornje relacije mogu se dokazati sledeće posledice :
a/ raspodela verovatnoće procesa $X(t)$ ista je za svako t, b) matematičko očekivanje $M\{X\} = m_x = const$, ne zavisi od t, c) funkcija autokovarijacije ovog procesa

$$\mathrm{cov}\left[X(t),\, X(t+\tau)\right] = M\{\left[X(t) - m_x(t)\right]\left[X(t+\tau) - m_x(t+\tau)\right]\} =$$

$$= C_{xx}(t,\tau) = C_{xx}(\tau)$$ takodje ne zavisi od t.

Ukoliko su zadovoljeni samo uslovi b) i c) slučajni proces je stacionaran u širokom smislu.

Sa hidrološkog stanovišta je veoma značajna periodička stacionarnost ovog procesa. Proces $X(t)$ je periodično stacionalan u strogom smislu ako (1.2.1) važi samo pri $\tau = nT$; $n = 1,2,\ldots$ Tada slučajne promenljive $X(t),\ldots,X(t+nT)$ imaju istu gustinu verovatnoće. Po analogiji sa gore iznetim, proces $X(t)$ je periodički stacionaran u širokom

---

[*] *Radi lakšeg pisanja u daljem razmatranju izostavljaćemo pisanje* ξ

smislu ukoliko je zadovoljeno $m_x(t+kT) = m_x(t)$, dok je $C_{xx} = C(t_1,t_2)$.

Ukoliko razmatramo rečni protok kao kontinualni slučajni proces, sa izvesnim zakonitim sezonskim varijacijama, i bez dokazivanja je očito da ne može da bude stacionaran ni u strogom, ni u širokom smislu, već se može govoriti samo o njegovoj periodičnoj stacionarnosti. No, sasvim su druge mogućnosti interpretacije ovog procesa ukoliko se isti razmatra diskretizovano, sa različitim periodima Δt uzetim za osrednjavanje. Ukoliko sliv tretiramo kao sistem S, koji ulazni vektorski slučajni geofizički proces $X(t)$ (padavine, zalihe snega, temperature itd.) transformiše (preslikava) u rečni protok kao izlazni slučajni proces $Y(t)$, i ako predpostavimo da se sistem (sliv sa svim parametrima koji utiču na oticaj) bitno ne menja tokom vremena, onda se može smatrati da je,za period osrednjavanja ravan dužini hidrološkog ciklusa,rečni protok stacionaran slučajan proces u širem smislu. Drugim rečima, u sistemu preslikavanja*: geofizički uticaji $X(t)$ → sliv (slučajna funkcija preslikavanja S)→ rečni protok $Y(t)$, uslov za stacionarnost je da se slučajna funkcija preslikavanja S ne menja tokom vremena. (Preslikavanje S je slučajno jer je zbog prirode sistema: za $X(\cdot,\xi_1) = X(\cdot,\xi_2) \to Y(\cdot,\xi_1) \neq Y(\cdot,\xi_2)$).**

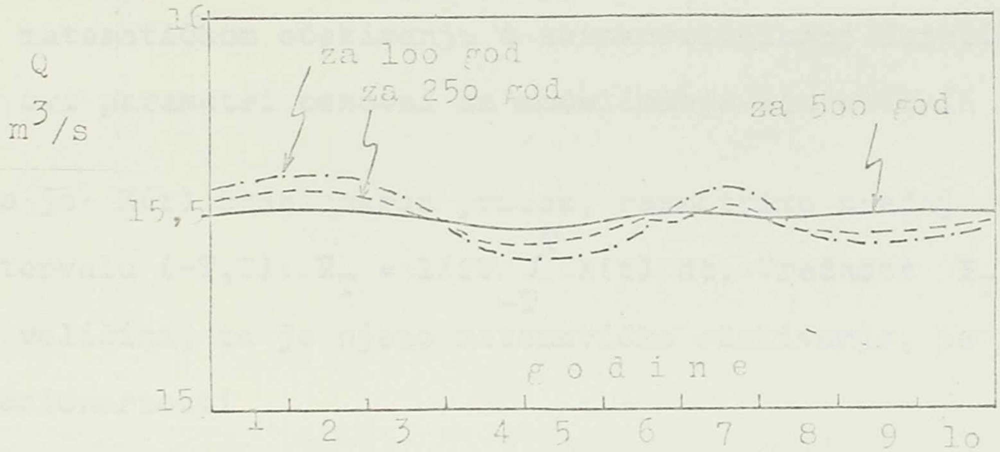
Kako je osobina stacionarnosti značajna pri simuliranju hidroloških serija primenom metoda Monte Karlo (glava 2.2), izvršena je provera ispunjenja ovog uslova u slučaju veoma dugih sintetičkih serija. Primenom metode Monte Karlo (za složeni markovski lanac, glava 2.3.1) generisan je za profil Mo[illegible] na Savi niz od 5000 godišnjih proticaja, što čini 500 s[illegible]

$$X=(\cdot,\xi) \longrightarrow \boxed{\;S\;} \longrightarrow Y(\cdot,\xi) = S\,X(\cdot,\xi)$$

* *Fiksirajući ξ, geofizi[illegible] slučajni proces na ul[illegible] tretiramo kao slučajn[illegible] funkciju vremena.*

** *Ovo je posledica toga što se kod hidroloških sistema n[illegible] ne mogu definisati svi ulazni geofizički uticaji.*

od po 1o godina. Tretirajući nizove od po 1o godina kao slučajne funkcije, izvršeno je osrednjavanje funkcija za prvih 100, 250 i svih 500 godina (sl. 1.2.1). Veoma se jasno uočava da sa povećanjem broja realizacija matematičko očekivanje $\overline{X}(t)$ ove slučajne funkcije postaje praktično konstantno. Izvršena



Sl. 1.2.1

je i analiza autokovarijacione funkcije za sve sintetičke serije na istom profilu, dužine od po 1000 godina. Dobijene su praktično identične autokovarijacione funkcije, što znači da važi $C_{xx}^{(1)}(\tau) = C_{xx}^{(2)}(\tau) = C_{xx}(\tau)$, čime se potvrdjuje da ova autokovarijacija ne zavisi od t, već samo od τ.

Kako statističke karakteristike stacionarnih procesa u širem smislu ne zavise od vremena*, iste mogu biti odredjene iz podataka jedne slučajne funkcije (npr. zabeleženog niza), na osnovu teoreme o ergodičnosti, koja važi za najveći deo stacionarnih i periodički stacionarnih procesa. Zbog toga je potrebno razmotriti teoremu o ergodičnosti u svetlu ove primene.

Slučajni proces $X(t)$ je ergodičan u širem smislu ukoliko se sva njegova statistička svojstva mogu odrediti po jednoj realizaciji (slučajnoj funkciji) $X_i(t)$. Ili, to je onaj proces [illegible] procesa mogu odrediti na osnovu karakteristika jedne vremenske

* *Statističke karakteristike, medjutim, zavise od obima uzorka. Autor je svestan da je ovim pokrenuo jedno ključno pitanje - verodostojnost polaznog uzorka sa kojim se ulazi u [illegible] ranje hidroloških serija. No, ovo pitanje u tezi nije [illegible] vano, jer je po obimu i značaju takvo da bi moglo da [illegible] lja sadržaj posebne teze.*

funkcije*.

Pošto jedan proces može biti ergodičan u odnosu na jednu statističku karakteristiku, a da u odnosu na drugu to ne bude, od interesa je razmotriti problem ergodičnosti rečnog protoka po matematičkom očekivanju i autokorelacionoj funkciji, pošto su ovi parametri osnovni za modeliranje sintetičkih serija.

Ako je $X(t)$ stacionaran proces, razmotrimo srednju vrednost u intervalu $(-T,T)$: $\bar{x}_T = 1/2T \int_{-T}^{T} X(t)\, dt$. Vrednost $\bar{x}_T$ je slučajna veličina, te je njeno matematičko očekivanje, iz uslova stacionarnosti

$$M\{\bar{x}_T\} = M\{X(t)\} = m_x = \text{const} \qquad 1.2.2$$

Može se pokazati [2 jed.9.102] da se disperzija slučajne veličine $\bar{x}_T$ može odrediti preko relacije

$$\sigma^2_{\bar{x}_T} = 1/T \int_0^{2T} (1 - \tau/2T) \left[R(\tau) - m_x^2\right] d\tau \qquad 1.2.3$$

gde je $R(\tau)$ - autokorelaciona funkcija

Ako disperzija $\sigma^2_{\bar{x}_T} \to 0$ pri $T \to \infty$, onda je srednja vrednost po vremenu $\bar{x}_T$ ravna srednjoj vrednosti po realizacijama, te je

$$\bar{x}_T = \lim_{T \to \infty} 1/2T \int_{-T}^{T} X(t)\, dt = M\{X(t)\} = m_x \qquad 1.2.4$$

samo u slučaju kada je

$$\lim_{T \to \infty} 1/T \int_0^{2T} (1 - \tau/2T) \left[R(\tau) - m_x^2\right] d\tau = 0 \qquad 1.2.5$$

---

* *Na ovoj hipotezi se temelji čitav postupak modeliranja sintetičkih hidroloških serija, razradjen u glavi 2.*

Na taj način (1.2.5) postaje kriterijum ergodičnosti za matematičko očekivanje. Dovoljan uslov za ergodičnost za matematičko očekivanje je da autokovarijaciona funkcija $C_{xx}(\tau) \rightarrow 0$ za $\tau \rightarrow \infty$.

Na sličan način može se izvesti kriterijum za ergodičnost autokorelacione funkcije [17, st. 31] .

Razmatrajući rečni protok kao vektorski slučajni proces koji se odigrava na širој teritoriji, postoji interes da se osobine ergodičnosti opštije iskoriste u hidrološkim analizama.

Hipoteza o ergodičnosti rečnog protoka omogućava modeliranje ovog procesa i simuliranje sintetičkih hidroloških nizova. U slučaju vektorskih hidroloških procesa (protok se razmatra na nizu profila) dosadašnje hidrološke analize potvrdjuju sledeće hipoteze koje proističu iz osobina ergodičnosti.

1. Nizovi proticaja dobijenih opservacijom u raznim tačkama prostora mogu se aproksimirati istim probabilističkim modelima.
2. Srednje vrednosti modulnih koeficijenata vremenskih hidroloških serija, pri dovoljno dugom periodu osmatranja, teže ka jedinici.
3. Pri dovoljno velikoj teritoriji na kojoj se rasmatra vektorski hidrološki proces, srednje vrednosti modulnih koeficijenata, "prostornih" nizova (t - fiksirano, menja se samo tačka osmatranja), takodje teže jedinici. U tom slučaju statistički parametri krivih raspodele verovatnoće modulnih vrednosti prostornih hidroloških nizova (osmatranje po prostoru) i vremenskih nizova (osmatranje u tačci) trebalo bi da budu podudarni.

Za potvrdu ove hipoteze, kojom se dokazuje uslovna ergodičnost vektorskih hidroloških serija, dragoceni koje je publikovao Kalinjin [19] za 73 veća sliva severne polulopte*. Ove podatke je autor dopunio podacima za nekoliko važnijih jugoslovenskih vodotoka i uopštio na dijagramima 1.2.2 i 1.2.3.

Analizirana je raspodela modulnih vrednosti godišnjih protoka $K_i = Q_i/\bar{Q}$, kao funkcija $K_i = f(p, C_v, C_s)$. Pošto se, kao što je već poznato, može usvojiti da je $C_s = a\ C_v$ (a = const), gornja se funkcija može svesti na $K = f(p, C_v)$. Zbog toga je uopšteno razmatranje raspodela bezdimenzionalnih vremenskih i hidroloških serija raznih reka svedena na definisanje veze

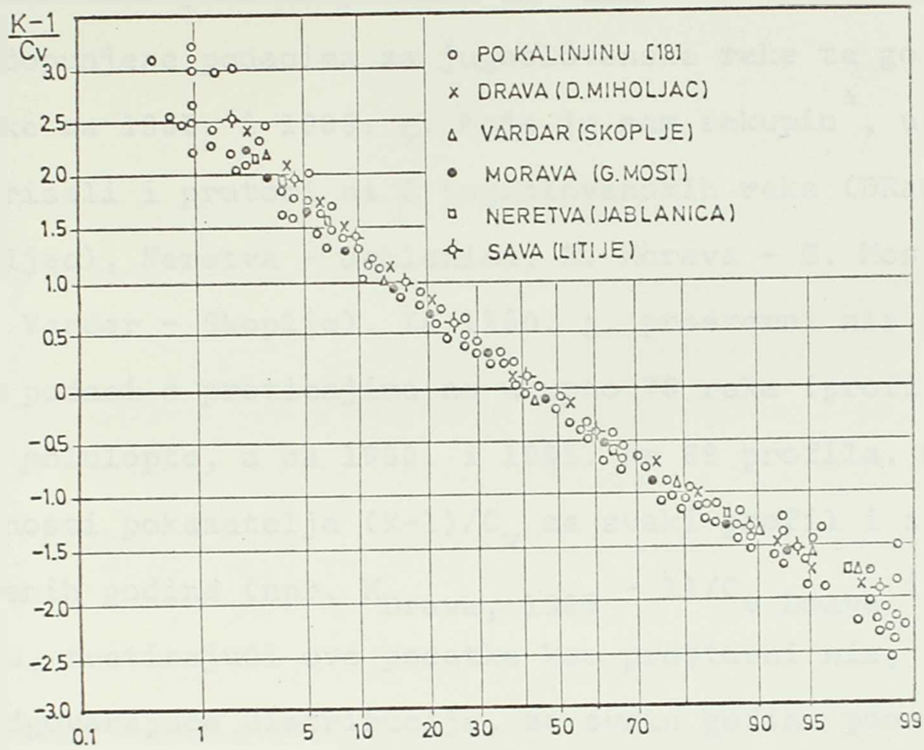
$$(K-1)/C_v = f(p)$$

Na sl. 1.2.2 naneti su ovi empiriski podaci za vodotoke koje je analizirao Kalinjin [19] i za 5 jugoslovenskih reka sa različitim hidrološkim režimima (nanete su samo karakteristične tačke, da ne bi došlo do njihovog preklapanja). Može se konstatovati vrlo dobro slaganje ovih empiriskih distribucija, kojim se potvrdjuju hipoteze 1 i 2 (da bi bila jasnija tvrdnja o dobrom slaganju, treba imati u vidu da su ovde sadržani podaci za reke kao što su Volga, Misisipi, Tigar, naše reke Vardar, Drava itd.). Nešto veće odstupanje u zoni malih verovatnoća posledica je manje tačnosti pri odredjivanju verovatnoće ekstremnih vrednosti i eliminisanja koeficijenata asimetrije C_s.

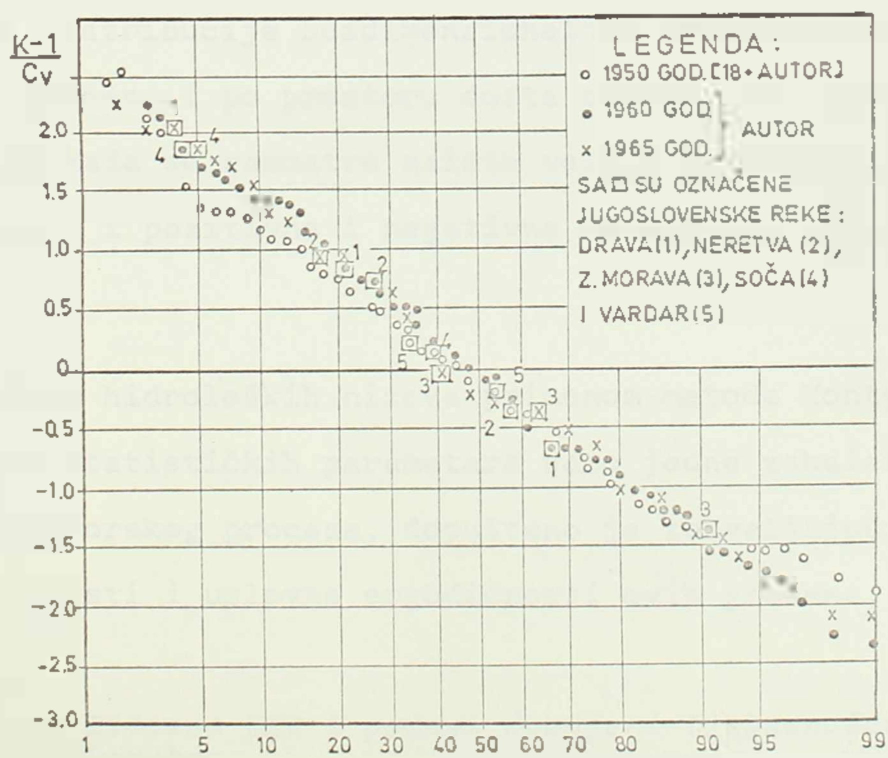
Za potvrdu treće hipoteze razmatrana je raspodela "prostornih" hidroloških serija godišnjih protoka. Autor je iskoristio

---

Autor se sa zadovoljstvom i zahvalnošću seća dragocenih sugestija koje mu je u ličnim kontaktima izneo prof. Kalinjin.



Sl.1.2.2 – DISTRIBUCIJA RELATIVNIH MODULA VREMENSKIH SERIJA GODIŠNJIH PROTOKA ZA REKE SEVERNE POLULOPTE



Sl.1.2.3 – DISTRIBUCIJA RELATIVNIH MODULA PROSTORNIH SERIJA GODIŠNJIH PROTOKA ZA REKE SEVERNE POLULOPTE

podatke Kalinjina za protoke na rekama severne polulopte u 1950. (dopunjene podacima za jugoslovenske reke te godine) i podatke za 1960. i 1965. g. koje je sam sakupio*, u kojima su figurisali i protoci na 5 jugoslovenskih reka (DRava - D. Miholjec), Neretva - Jablanica, Z. Morava - G. Most, Soča-Solkan, Vardar - Skoplje). Za 1950. g. prostorni niz su sačinjavali podaci o proticajima na ukupno 78 reka (profila) severne polulopte, a za 1960. i 1965. na 69 profila. Sračunate su vrednosti pokazatelja $(K-1)/C_v$ za svaki profil i svaku od razmatranih godina (npr. $K_{Drava,\ 1965} - 1)/C_{v\ Drava}$ itd.), a zatim su, tretirajući ove podatke kao prostorni niz, napravljene odgovarajuće distribucije, za svaku godinu ponaosob (Sl. 1.2.3).

Uporedjivanje empiriskih distribucija relativnih modula vremenskih i prostornih serija (Sl. 1.2.2 i 3.) ubedljivo potvrdjuje uslovno uopštavanje hipoteze o ergodičnosti, jer su dobijene distribucije bezdimenzionalnih statističkih parametara i po vremenu i po prostoru dosta bliske. No, ovo važi samo u slučaju kada se razmatra zaista velika teritorija, kod koje se javljaju i pozitivne i negativne korelacije vremenskih nizova.

Simuliranje hidroloških nizova primenom metode Monte Karlo, na osnovu statističkih parametara samo jedne zabeležene realizacije vektorskog procesa, dopušteno je zahvaljujući osobinama stacionarnosti i uslovne ergodičnosti ovih procesa.

Podaci iz Biltena EEK i podaci dobijeni ljubaznošću A.Š. Reznikovskog

1.3 AUTOKORELACIONE I SPEKTRALNE OSOBINE. O CIKLIČNOSTI SERIJA PROTOKA

Dosadašnja hidrološka istraživanja rečnog protoka ukazuju na dvojaku autokorelacionu povezanost ovih procesa: a) jako izraženu sezonsku cikličnost proticaja; b) izvesno grupisanje vodnih i sušnih godina (sa stanovišta ukupnog bilansa godišnjeg proticaja). Za modeliranje rečnog protoka, a naročito za proračune **akumulacionih** basena, od velikog je interesa sagledavanje izvesnih zakonitosti ove pojave. Ovde će biti prikazani neki rezultati istraživanja ove pojave, koja je autor sproveo tokom razrade i verifikacije modela za simulaciju serija proticaja.

Dok je sezonska cikličnost proticaja genetski sasvim jasna, a zakonitost ove pojave je van svake sumnje, to nije slučaj sa pojavom grupisanja sušnih i vodnih godina, ni u pogledu genetskih uzroka, ni u pogledu utvrdjivanja zakonitosti ove pojave. Treba istaći da je ovo pitanje jedno od najkontraverznijih u hidrološkim istraživanjima, najviše zbog toga što su raspoložive hidrološke opservacije, čak i one vremenski najduže, još uvek dosta kratke za pouzdano dokazivanje eventualnih zakonitosti.

Dosadašnje analize ove pojave uglavnom su se odvijale u sledećim pravcima: a) istraživanja promena raspodele verovatnoće protoka u raznim periodima, b) izučavanje ritma višegodišnjih fluktuacija protoka primenom autokorelacione i spektralne analize; c) pokušaji utvrdjivanja determinističkih komponenti u procesu protoka, koje bi bile funkcionalno povezane sa uredjenim skupom vremena. U nedostatku genetskih tumačenja pojave grupisanja godina po vodnosti, implicitno je prihvatana teza da su ove oscilacije slučajnog karaktera, a da se sam proces može opisivati prostim ili složenim markovskim modelima.

Razradjujući modele za simuliranje sintetičkih serija godišnjih i mesečnih proticaja (gl. 2) autor je izvršio ispitivanje autokorelacione povezanosti godišnjih i mesečnih nizova proticaja na svim značajnijim jugoslovenskim vodotocima*. Cilj je bio sledeći: 1. utvrdjivanje čvrstine autokorelacione povezanosti godišnjih i mesečnih serija protoka na jugoslovenskim vodotocima, 2) pokušaj bližeg osvetljavanja problema cikličnosti protoka na jugoslovenskim rekama, 3) utvrdjivanje optimalnog broja članova ("karika") u složenom markovskom lancu kojim se modelira proces protoka, 4) proveravanje modela sa sledećeg stanovišta: da li sintetička serija zadržava iste autokorelacione karakteristike i iste osobine grupisanja sušnih i vodnih perioda. Ovde će se razmotriti problem od 1 i 2, dok se ostala dva detaljnije razmatraju u gl. 2.

S obzirom na periodičku stacionarnost (za proces sa neprekidnim vremenom), odnosno na stacionarnost u širem smislu (za diskretizovan proces), autokorelaciona funkcija protoka X(t) može se pisati kao

$$R_x(t, t_1 + \tau) = R_x(\tau) = M\{[\overset{\circ}{X}(t)\, \overset{\circ}{X}(t+\tau)]\}$$

gde je M ≡ operator matematičkog očekivanja, dok je $\overset{\circ}{X}$ ≡ centrirana funkcija protoka

----

Autor je iskoristio podatke o proticajima na 104 hidroenergetska profila u SFRJ, kao i nizove razmatrane tokom izrade Vodoprivredne osnove Jugoslavije. Pošto su neki profili (a time i nizovi) veoma bliski medjusobno, ukupno je razmatrano oko 70 profila rasporedjenih širom Jugoslavije.

$$\overset{o}{X}(t) = [X(t) - M\{X(t)\}] \qquad 1.3.2$$

Jasno je da je za $\tau = 0$

$$R_x(0) = M\{[\overset{o}{X}(t)]^2\} = D_x(t) \qquad 1.3.3$$

tj. autokorelaciona funkcija R_x pretvara se u disperziju slučajne funkcije protoka $X(t)$. Funkcija $D_x(t)$ ima osobine parne funkcije.

Pri ispitivanju autokorelacione povezanosti procesa mnogo je prikladnija normirana autokorelaciona funkcija

$$r_x(\tau) = \frac{R_x(\tau)}{R_x(0)} = \frac{R_x(\tau)}{D_x} \qquad 1.3.4$$

koja predstavlja funkciju koeficijenta autokorelacije protoka u zavisnosti od koraka (intervala) τ.

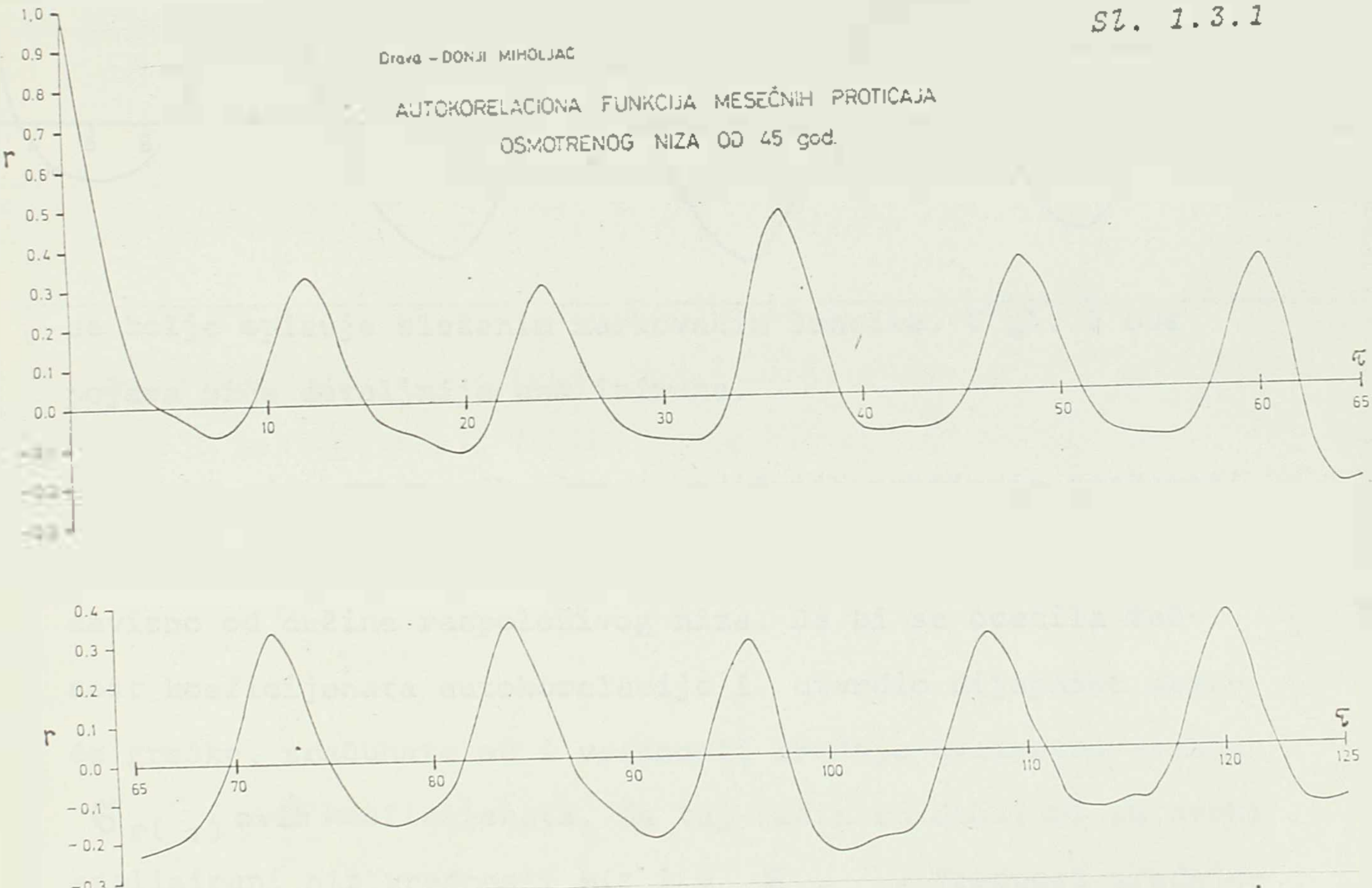
Za razmatrane serije proticaja na jugoslovenskim rekama sračunate su autokorelacione funkcije za mesečnu i godišnju diskretizaciju protoka. Kao što se moglo i očekivati*, dobijene su veoma zakonite normirane funkcije koeficijenta autokorelacije u slučaju mesečnih nizova. Na sl. 1.3.1 i 2 prikazane su, kao ilustracija, dve funkcije koeficijenta autokorelacije za Dravu (Donji Miholjec) i Dunav (Oršava). I vizuelno se može uočiti tendencija cikličnosti ovih serija sa periodom $\tau = 12$ meseci, pošto se na tom rastojanju nalaze maksimumi koeficijenata autokorelacije. Spektralna analiza, prikazana u ovoj glavi, razmatraće pojavu cikličnosti mesečnih nizova proticaja. Detaljnija analiza autokorelacionih i spektralnih karakteristika mesečnih nizova protoka daje se u gl. 2.3.2. Tamo je pokazano da se u slučaju diskretizacije po mesecima mora

* *Ovu pojavu su egzaktno ranije pokazali Jevdjević [30], Homeriki [22] i dr.*

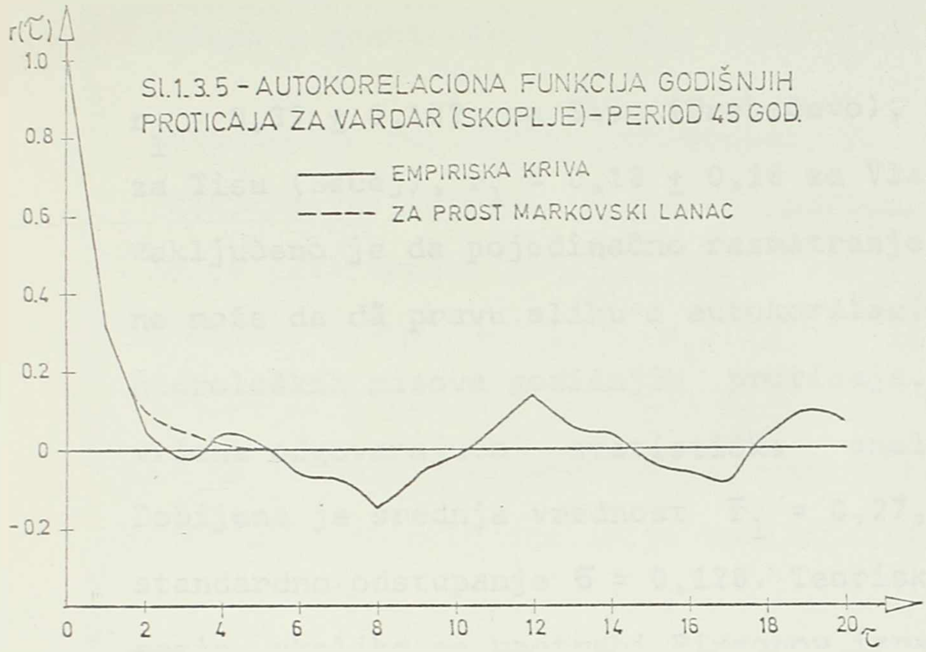
primeni složeni markovski lanac i posebno je analiziran optimalni broj karika (koraka) u složenim markovskim modelima.

Pošto istraživanje autokorelacionih osobina serija proticaja sa korakom diskretizacije od godinu dana ima veliki praktični značaj (naročito za simuliranje sintatičkih nizova za potrebe dimenzionisanja akumulacija velike relativne zapremine), izvr-

Sl. 1.3.1



šena je odgovarajuća analiza ove pojave za sve razmatrane nizove na jugoslovenskim rekama. Na sl. 1.3.3 - 5 prikazane su karakteristične autokorelacione funkcije za nizove godišnjih protoka na Dunavu (Oršava - period od 133 godine), Zapadnoj Moravi (G. Most), Ibar (Lakat) i Vardar (Skoplje). Na sl. 1.3.5 prikazana je, pored empiriske autokorelacione funkcije za Vardar još i odgovarajuća funkcija koeficijenta autokorelacije za slučaj da se pomenuti niz opisuje prostim markovskim modelom. Već i samo ovo grafičko uporedjivanje pokazuje da je takva aproksimacija moguća, ali struktura empiriskih funkcija autokorelacije ipak ukazuje da se radi o procesu koji



Sl.1.3.5 - AUTOKORELACIONA FUNKCIJA GODIŠNJIH PROTICAJA ZA VARDAR (SKOPLJE)-PERIOD 45 GOD.

0,081 za Dunav - Oršava (vrednost greške je mala zahvaljujući velikoj dužini niza od 133 godine), do 0,159 u slučaju nizova za Sanu (Ključ) i Bregalnicu (Kalimanci).

Za ovu detaljnu analizu autokorelacionih karakteristika godišnjih serija broj razmatranih profila je sužen na 40, pri čemu su bile zastupljene i velike reke, kao što su Dunav, Tisa, Sava, ali i neki manji vodotoci, čiji su neki specifični hidrološki fenomeni (npr. uticaj karsta) bili interesantni za sagledavanje.*

Koeficijent autokorelacije r_1 za razmatranih 40 vodotoka kretao se od r_1 = 0,58 u slučaju kraške reke Dobre, pa do r = 0,04 za Bregalnicu (Kalimanci). Najveći broj vrednosti r_1 kretao se u dijapazonu od 0,2 ÷ 0,4.
S obzirom da je u više slučajeva red veličine standardne greške bio blizak vrednosti koeficijenta autokorelacije r_1 (npr.

---

* *Ovde se može postaviti sledeće pitanje: da li je opravdana statistička analiza koeficijenta autokorelacije za grupu vodotoka, s obzirom da oni ne moraju da pripadaju istorodnom uzorku. Analize koje su prvi uradili Jevdjević i Reznikovskij [32] pokazuju da se grupnom analizom upravo mogu izdvojiti skupovi reka koje se mogu tretirati kao da su (po ovom parametru) iz iste populacije.*

Tako je npr. Jevdjević izvršio grupnu analizu za 140 vodotoka u SAD i svetu, odredjujući čak i srednju vrednost r_1, dok je Reznikovskij upravo na osnovu ovakvih analiza sve reke SSSR-a svrstao u dve grupe: 1) reke evropskog dela SSSR-a, 2) reke srednje Azije i Sibira. Krupne jezerske reke (Angara, Neva, Narva, Svir i dr.) nisu ušle ni u jednu od ove dve

Nastavak fusnote na sledećoj strani

$r_1 = 0{,}37 \pm 0{,}102$ za Savu (Prebačevo), $r_1 = 0{,}28 \pm 0{,}097$ za Tisu (Bečej), $r_1 = 0{,}18 \pm 0{,}16$ za Vlasinu (Vlasotince), itd. Zaključeno je da pojedinačno razmatranje funkcija $r(\tau)$ ne može da dā pravu sliku o autokorelacionoj povezanosti hidroloških nizova godišnjih proticaja. Zbog toga je izvršena odgovarajuća statistička analiza ovih koeficijenata. Dobijena je srednja vrednost $\bar{r}_1 = 0{,}27$, dok je empirisko standardno odstupanje $\sigma = 0{,}128$. Teorisko standardno odstupanje, ukoliko se upotrebi Pirsonov izraz $\sigma_t = (1-\bar{r}^2)/\sqrt{n-1}$ iznosi $\sigma_t = 0{,}137$, pri čemu se moguća greška teoriskog standardnog odstupanja može sračunati preko približnog obrasca [21]: $\varepsilon_{\sigma_t} = \sigma/\sqrt{2n} \cong 0{,}014$. Znači, ukoliko bi se predpostavilo da srednji koeficijent autokorelacije odgovara realnoj vrednosti ovog koeficijenta za hidrološke uslove koji vladaju na jugoslovenskim vodotocima, onda se empirisko standardno odstupanje razlikuje od teoriskog za manje od ε_σ, tj. važi $\sigma_t - \varepsilon_\sigma < \sigma < \sigma_t + \varepsilon_\sigma$. Znači, ukoliko bi sve analizirane reke tretirali kao da su iz iste populacije, moglo bi se zaključiti da se najverovatniji koeficijenat autokorelacije r_1

Nastavak fusnote sa sledeće strane

grupe, jer su zbog procesa izravnavanja u jezerima njihovi koeficijenti r_1 bili znatno veći od uobičajenih (npr. $r_1 = 0{,}741$ za Angaru, $r_1 = 0{,}624$ za Nevu itd.).

Autor nije postavio sebi za cilj da razgraniči te skupove reka u SFRJ (to je obiman zadatak koji može da bude predmet posebnog rada), već je hteo da egzaktno pokaže potrebu i mogućnosti analize autokorelacionih karakteristika grupe vodotoka, tretirajući u prvoj aproksimaciji sve jugoslovenske reke kao istorodni skup.

nalazi u granicama $\bar{r}_1 \pm 3\varepsilon_\sigma$, tj. izmedju 0,23 - 0,31.*

Razmatranje regionalnog rasporeda r_1 ukazuje na jedan interesantan fenomen. Najveće vrednosti koeficijenata r_1 imaju neke kraške reke: D. Dobra - r_1 = 0,57; Raška (izvire u obliku kraškog vrela) - r_1 = 0,52; zatim Crni Drim koji ističe iz Ohridskog jezera - r_1 = 0,42 itd. Ovo već ukazuje da se može posebno izdvojiti grupa reka čiji su visoki koeficijenti autokorelacije posledica značajnih akumulisanja vode bilo u podzemlju ili jezerima.

Ukoliko se sa $\bar{r}_1$ = 0,27 udje u formiranje prostog markovskog modela za seriju godišnjih proticaja, onda se dobijaju sledeći koeficijenti autokorelacije

$$r_1 = 0{,}27; \quad r_2 = 0{,}073; \quad r_3 = 0{,}02; \quad r_4 = 0{,}005$$

i dalje asimptotski teži nuli.

Nasuprot tome, prva četiri koeficijenta autokorelacije ($r(\tau)$, $\tau = 1,\ldots,4$) sračunata regionalnom analizom iznose

$$r_1 = 0{,}27; \quad r_2 = 0{,}08; \quad r_3 = -0{,}05, \quad r_4 = -0{,}09$$

što ukazuje da je moguća aproksimacija ovih hidroloških nizova modelom prostog markovskog lanca, ali da se stvarna struktura ovih serija tačnije aproksimira složenim markovskim modelima. Ovaj zaključak biće egzaktnije potvrdjen prilikom razmatranja oblika spektralnih funkcija (u ovoj glavi), dok će o analizi optimalnog broja karika u složenom markovskom modelu biti reči u gl. 2.

---

* *Andersenov test statističke značajnosti* [27], *koji se temelji na odredjivanju 1% i 5%-nog probabilističkog nivoa značajnosti i funkciji dužine razmatranog uzorka, potvrdjuje da je u čitavom ovom intervalu r autokorelacija značajna.*

Iz ovih analiza se može izvući sledeći zaključak: pri formiranju modela za simuliranje sintetičkih serija potrebno je izvršiti pojedinačnu autokorelacionu analizu na većem broju okolnih vodotoka, a zatim obavezno uraditi i regionalnu statističku analizu ovih koeficijenata, kako bi se blagovremeno uočile i eliminisale eventualne slučajne greške, do kojih može doći zbog nedovoljno dugih serija. Dobru orijentaciju u tom pravcu pruža pomenuta regionalna analiza za jugoslovenske vodotoke.

Korak dalje u razmatranju autokorelacione povezanosti hidroloških serija jugoslovenskih reka i u analizi cikličnosti ovog procesa načinjen je analizom funkcija spektralne gustine procesa proticaja.

Spektralna gustina (ili spektar snage) za ovakve procese može se shodno [2,16] prikazati preko autokorelacione funkcije u obliku

$$S(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty R(\tau) \cos \omega\tau \, d\tau \qquad 1.3.5$$

U praktičnim proračunima je pogodnije analizirati normiranu spektralnu gustinu

$$s(\omega) = \frac{S(\omega)}{R(0)} = \frac{S(\omega)}{D_x} \qquad 1.3.6$$

tj. funkciju

$$s(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty r(\tau) \cos \omega\tau \, d\tau \qquad 1.3.7$$

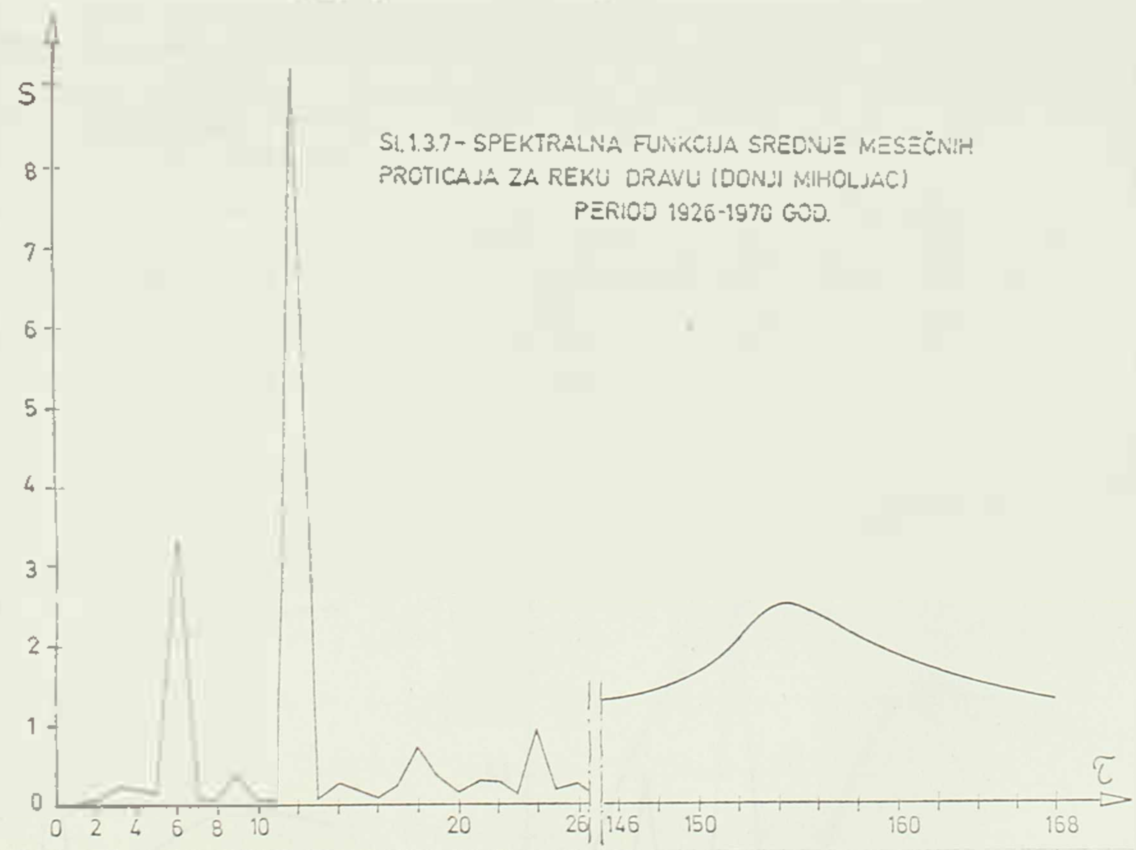
U konačnom intervalu vremena, kada se τ menja od 1 do m, spektralna gustina diskretizovanog procesa X_k ($k = 1,2,\dots$)

može se odrediti preko relacije

$$s = \frac{1}{2\pi}\left[1 + 2\sum_{\tau=1}^{m} r_\tau \cos\frac{2\pi\tau}{T}\right] \qquad 1.3.8$$

Ova jednačina se zasniva na predpostavci da je tačnost svih koeficijenata u autokorelacionoj funkciji $r(\tau)$ podjednaka. No, s obzirom na relativno malu dužinu hidroloških nizova koji se analiziraju, tačnost $r(\tau)$ opada sa porastom τ, što se vidi i iz približne relacije za standardnu grešku pojedinih koeficijenata autokorelacije [20] :

$$\sigma_{r(\tau)} = (1 - r_\tau^2) / \sqrt{n - \tau - 1} \qquad 1.3.9$$



Sl.1.3.7 - SPEKTRALNA FUNKCIJA SREDNJE MESEČNIH PROTICAJA ZA REKU DRAVU (DONJI MIHOLJAC) PERIOD 1926-1970 GOD.

Zbog toga je u izraz za spektralnu gustinu diskretizovanog hidrološkog procesa uveden, shodno preporuči Henana [21], množilac kojim se jače ponderiše uticaj prvih, tačnijih članova autokorelacione funkcije, a umanjuje uticaj manje tačnih članova. Uz takvu korekciju funkcija spektralne gustine dobija oblik

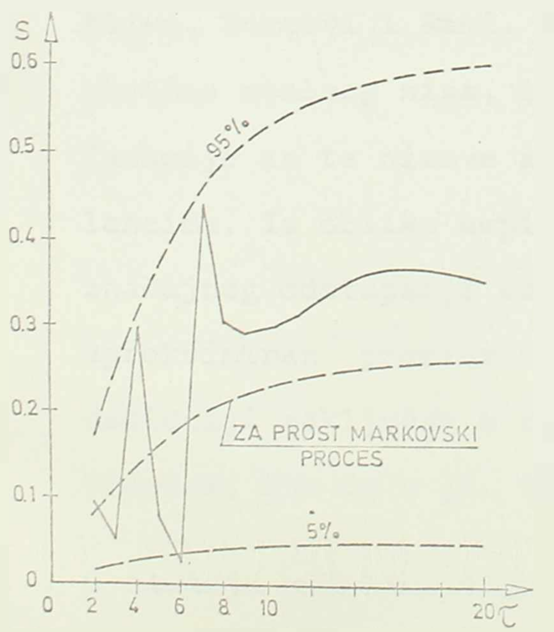
$$s = \frac{1}{2\pi}\left[1 + 2\sum_{\tau=1}^{m}\left(1 - \frac{\tau}{m+1}\right) r_{\tau} \cos\frac{2\pi\tau}{T}\right] \qquad 1.3.10$$

Da bi se izbegle greške koje su neizbežne za veliko τ, bez obzira na korektiv, uvedeno je ograničenje $m \leq n/2$.

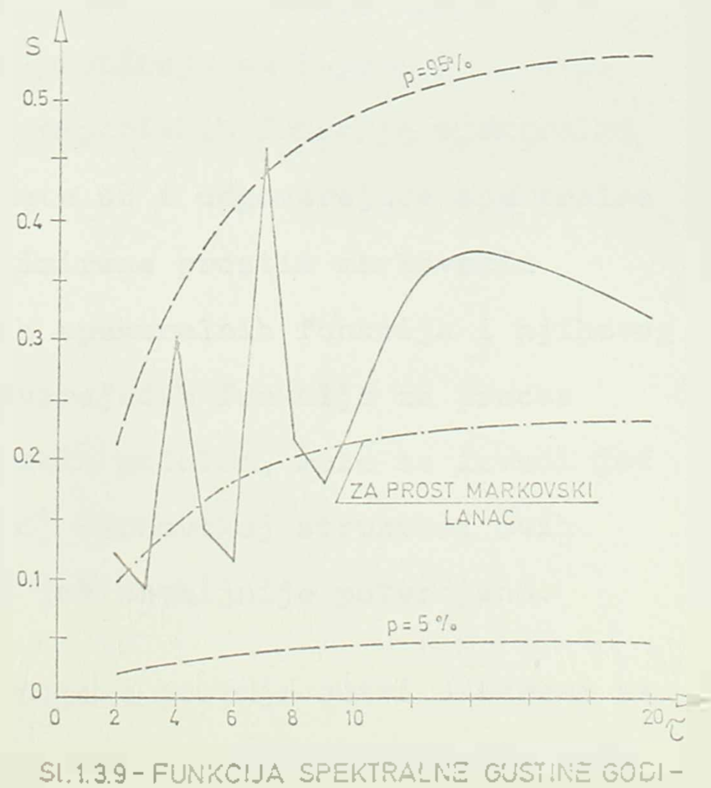
Koristeći relaciju (1.3.10) sračunate su, za analizirane nizove protoka na jugoslovenskim rekama, funkcije spektralne gustine za mesečnu i godišnju diskretizaciju ovog procesa.

Poznate su osobine spektralne funkcije [23], ali ovde navodimo samo one koje su značajne za ovu analizu:

- *Normirani spektar čisto slučajnog procesa je prava linija, paralelna sa apscisom ("beli šum");*
- *Za prost markovski lanac funkcija spektralne gustine ima oblik parabole ("crveni šum"), čiji oblik zavisi od koeficijenta autokorelacije r_1;*
- *Ukoliko u procesu postoji cikličnost sinusoidalnog tipa, u spektru će se pojaviti oštri vrh na odgovarajućoj dužini talasa (periode). U slučaju nesinusoidalne periodičnosti spektar će sadržati više pikova i treba drugim analizama dokazati da li oni ukazuju na skrivene periodičnosti, ili su posledica slučajnih formacija u nizu.*

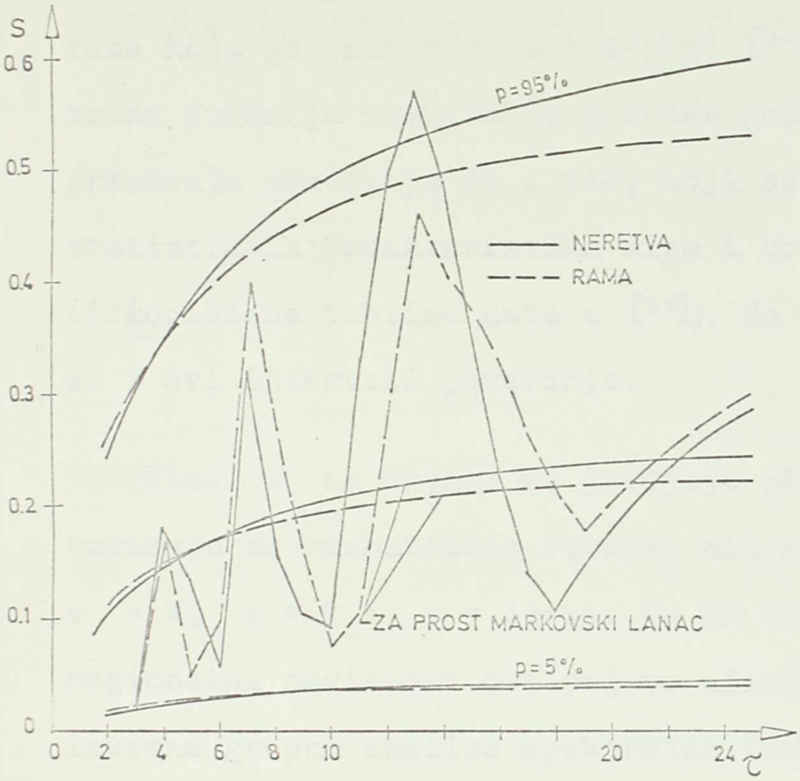


Sl.1.3.8 - FUNKCIJA SPEKTRALNE GUSTINE GODIŠNJIH PROTOKA NA Z.MORAVI (G.MOST)



Sl.1.3.9 - FUNKCIJA SPEKTRALNE GUSTINE GODIŠNJIH PROTICAJA NA PLIVI (JAJCE)

Na sl. 1.3.7 prikazuje se funkcija spektralne gustine za mesečne proticaje reke Drave (D. Miholjac). Veoma je uočljiv ekstremum za τ = 12 meseci, što samo potvrdjuje činjenicu o periodičnosti sezonskih protoka, kao i pik za τ = 6 meseci. Na rastojanju τ = 153-155, tj. za period od oko 13 godina uočava se još jedan nedovoljno izražen ekstremum funkcije spektralne gustine. U ovoj analizi takvi ekstremi nisu imali dovoljni nivo značajnosti.



Sl. 1.3.10 - FUNKCIJE SPEKTRALNE GUSTINE GODIŠNJIH PROTOKA ZA NERETVU (JABLANICA) I RAMU (RAMA)

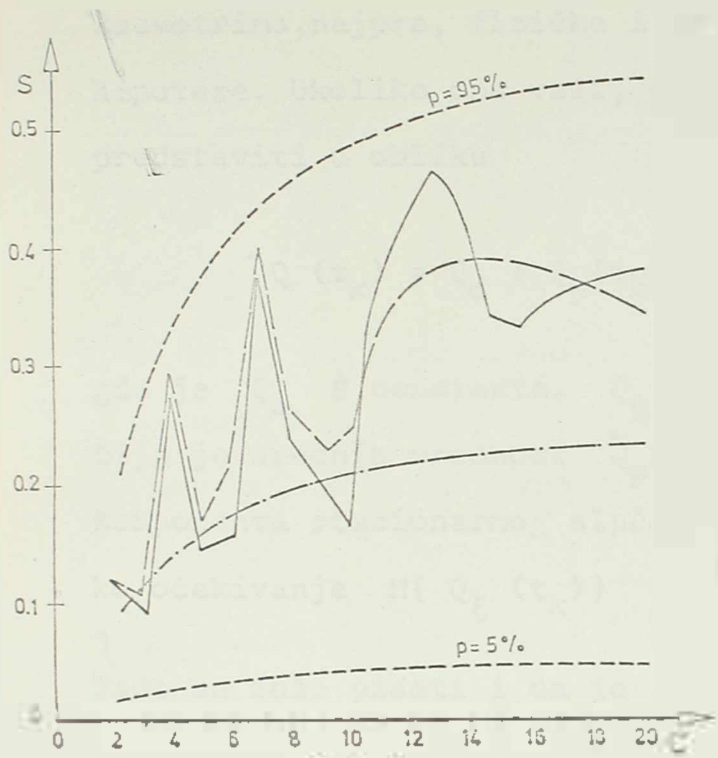
Na sl. 1.3.8 - 10 prikazane su kao ilustracija spektralne funkcije za nizove godišnjih proticaja na Zapadnoj Moravi, Plivi, Neretvi i Rami. Pored empiriskih funkcija spektralne gustine realnog niza, sračunate su i odgovarajuće spektralne funkcije za te nizove aproksimirane prostim markovskim lancima. Iz oblika empiriskih spektralnih funkcija i njihovog značajnog odstupanja od odgovarajućih funkcija za proces aproksimiran prostim markovskim modelom, može se izvući još decidniji zaključak o složenoj markovskoj strukturi ovih procesa, što će u gl. 2 biti još detaljnije potvrdjeno.

U slučaju ovih analiziranih nizova postoje oštri ekstremi za neke vrednosti τ, što ukazuje na pojavu grupisanja sušnih i vodnih godina. Obično ima više pikova, što ukazuje da rije u pitanju zakonita periodičnost sinusoidalnog tipa, ali to dopušta mogućnost postojanja skrivene periodičnosti.

Da bi se ovo pitanje detaljnije razmotrilo, uvedena je hipoteza koju je postavio Jampol'skij [24]. Shodno ovoj hipotezi, ocena funkcije spektralne gustine može se izvršiti preko intervala poverenja 5% i 95%, koji se sračunavaju u funkciji statističkih karakteristika niza i broja stepena sloboda ν (iskorišćene tablice date u [25]). Na sl. 1.3.8 - 10 nacrtani su i ovi intervali poverenja.

Veličine τ na kojima se javljaju pikovi spektralne funkcije variraju na razmatranim rekama, ali su često prisutni za $\tau = 4$, $\tau = 7$ i $\tau = 12$-14. Da bi se sagledala eventualna regionalna zavisnost ove pojave učinjen je pokušaj da se izvrši izvesna grupna analiza spektralne funkcije. Na sl.1.3.11 prikazana su dva karakteristična tipa ovih osrednjenih funkcija spektralne gustine. U oba slučaja se javljaju oštri ekstremi na $\tau = 4$ i 7 godina, dok se u jednoj grupi profila javlja još i ekstrem u zoni $\tau = 12$-14 godina. Ovaj prilog nema pretenziju da uopštava ovu pojavu i dokazuje zakonitost fluktuacija protoka, već samo da ukaže na izvesna grupisanja ovih funkcija.

Da bi se sagledala eventualna skrivena višegodišnja periodičnost procesa protoka, u razmatranje se mogu uvesti dve hipoteze: A - radi se o procesu sa dovoljno brzo opadajućom autokorelacionom funkcijom (prost markovski lanac); B - proces sadrži komponente sa dužim vremenom autokorelacije (složeni Markovski proces), ili, ukoliko je pik spektralne funkcije izrazit i prelazi interval poverenja 5% - 95%



Sl. 1.3.11

prisutna je i izvesna hronološka komponenta u nizanju godišnjih proticaja.

Odredivši granice poverenja od 5% do 95% (slike 1.3.8-10), moglo se zaključiti sledeće:

- na najvećem broju vodotoka pikovi spektralnih funkcija su izraziti, empiriska spektralna funkcija značajno odstupa od funkcije sračunate za prost markovski proces, što ukazuje da je u pitanju složeni markovski proces;

- Neki od ovih **pikova**, najčešće oni za τ = 7 godina, veoma se približavaju, pa u nekim slučajevima i prelaze interval poverenja od 95% (to je slučaj i sa navedenom funkcijom za Plivu). Čvršći zaključak se, medjutim, ne može doneti, jer ne postoji regionalna pravilnost ove pojave, a pojedinačno razmatrani nizovi su dosta kratki.

Bez pretenzija da na primeru jugoslovenskih reka dokazujemo ili odbacujemo postojanje cikličnosti godišnjih proticaja, razmotrimo dve moguće hipoteze: I) slučajni proces definisan nizom srednje godišnjih proticaja $Q\ (t_K)$ sadrži periodičnu, ili približno periodičnu komponentu $Q_p\ (t_K)$; II) slučajni proces $Q\ (t_K)$ ne sadrži nikakvu periodičku komponentu, a zapaženo grupisanje vodnih i sušnih godina je posledica odgovarajuće stohastičke strukture tog procesa.

Rasmotrimo, najpre, fizičke i matematičke implikacije prve hipoteze. Ukoliko ona važi, onda se proces $Q(t_k)$ može predstaviti u obliku

$$Q(t_k) = Q_o + Q_p(t_k) + Q_\xi(t_k) \qquad 1.3.11$$

gde je $Q_o \triangleq$ constanta, $Q_p(t_k) \triangleq$ periodička komponenta čija je srednja vrednost $\overline{Q}_p(t_k) = 0$, $Q_\xi(t_k) \triangleq$ slučajna komponenta stacionarnog slučajnog procesa čije je matematičko očekivanje $M\{Q_\xi(t_k)\} = 0$.*

Tada se može pisati i da je

$$Q_o = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{k=o}^{N} Q(t_k) = \overline{Q}$$

U tom slučaju korelaciona funkcija $R(\tau)$ procesa $Q(t_k)$ bila bi

$$R(\tau) = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{k=o}^{N} [Q(t_k) - Q_o][Q(t_k - \tau) - Q_o] =$$

$$= \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{k=o}^{N} [Q_p(t_k) Q_p(t_k - \tau) + Q_p(t_k) Q_\xi(t_k - \tau) +$$

$$+ Q_p(t_k - \tau) Q_\xi(t_k) + Q_\xi(t_k) Q_\xi(t_k - \tau)]$$

Ako se predpostavi da je periodička komponenta harmonička funkcija tipa

$$Q_p(t_k) = B \cos\left(\frac{2\pi t_k T}{T_o} + \varphi\right)$$

gde je $T = 1$ godina, $T_o \triangleq$ perioda, $\varphi \triangleq$ faza, $B \triangleq$ amplituda ove funkcije, može se pokazati [16] da je u tom slučaju korelaciona funkcija

---

* *U najopštijem slučaju proces $Q(t_k)$ sadržao bi još jednu komponentu - trend: $Q_t(t_k)$, te bi se mogao opisati kao*

$$Q(t_k) = Q_o + Q_t(t_k) + Q_p(t_k) + Q_\xi(t_k)$$

U ovom radu nije razmatrana trend komponenta, jer je ona vezana za procese sa promenama sistema, koji se zasad ne mogu egzaktno utvrdjivati.

$$R(\tau) = \frac{B^2}{2} \cos \frac{2\pi t_k T}{T_o} + r(\tau)$$

Ovde je $r(\tau) \triangleq$ korelaciona funkcija procesa $Q_g(t_k)$. Pošto je taj proces stacionaran, to je i $r(\tau) \rightarrow 0$ za $\tau \rightarrow \infty$. To znači, da se za veliko τ korelaciona funkcija procesa srednje godišnjih proticaja sastoji samo od periodične komponente $\frac{B^2}{2} \cos \frac{2\pi t_k T}{T_o}$

Razmatrajući fizičku stranu prve hipoteze, više autora pojavu grupisanja rečnog proticaja dovodi u vezu sa cikličnom pojavom nekih kosmičkih ili sunčanih fenomena. Tako je zahvaljujući relativno dugom nizu osmatranja sunčeve aktivnosti (222 god.) napravljena spektralna analiza Volfovog broja, kojim se kvantificira intenzitet sunčevih pega [19]. Autokorelaciona funkcija i odgovarajuća spektralna gustina Volfovog broja date su u [20]. Izraziti skok funkcije za t = 11 god. ukazuje na postojanje cikličnosti sunčeve aktivnosti sa periodom od 11 god. Takodje se primećuje manji poluvekovni i izraziti vekovni ciklus ovog fenomena.

Kako se pri analizi cikličnosti godišnjih proticaja sreće i perioda od 11 godina, ova se dva fenomena ponekad dovode u vezu i izvlače zaključci o zakonitosti i povezanosti ovih pojava. Za usvajanje ovakve veze bilo bi, medjutim, nužno:

- da periodičke komponente imaju istu dužinu perioda za sve reke,
- da se ovi periodi poklapaju sa periodima sunčeve aktivnosti,
- da su oscilacije vodnosti reka potpuno sinhrone.

Analize koje smo uradili za jugoslovenske reke pokazuju da prva dva uslova nisu ispunjena, dok je za treći uslov nedovoljno posmatrati samo region Jugoslavije. No, analize koje je uradio Kalinjin[19] pokazuju da ni taj treći uslov nije ispunjen.

Razmotrimo sada smisao druge hipoteze. Predpostavimo da je proces $Q(t_k)$ sastavljen od dva slučajna procesa

$$Q(t_k) = Q'(t_k) + Q''(t_k)$$

gde je: $Q'(t_k)$ - sporo promenljiv slučajni proces, kod koga je vreme autokorelacije reda veličine 15 - 20 godina, $Q''(t_k)$ - brzo promenljiv slučajni proces, sa presecima za autokorelaciju reda veličine godinu - dve.

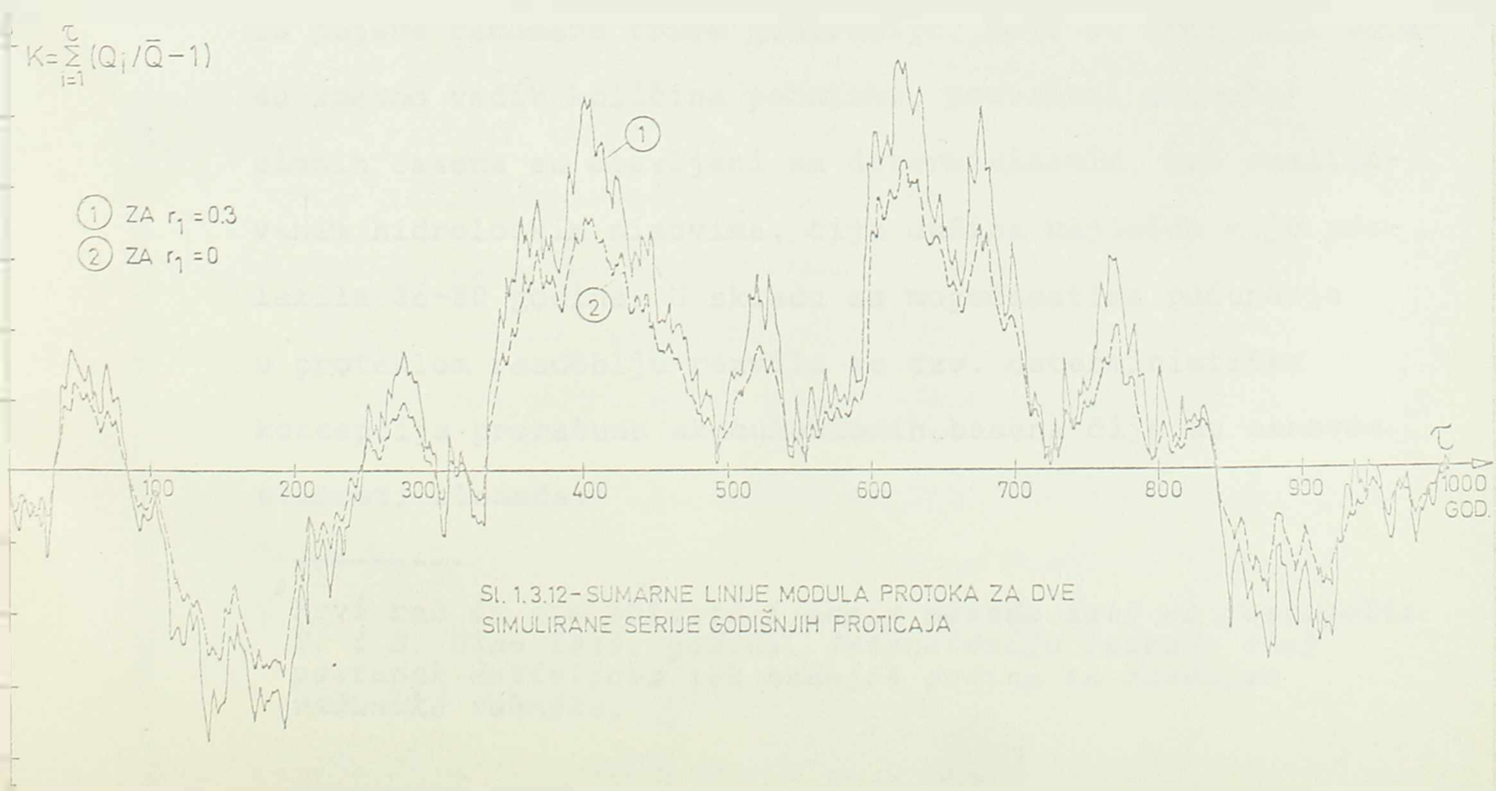
Po ovoj hipotezi se, znači, sa sporo promenljivim procesom $Q'(t_k)$ superponira "brzi proces" $Q''(t_k)$, usled čega se, u procesu superpozicije, stvara iluzija o postojanju neke skrivene periodičnosti. Ukoliko ta sporo promenljiva komponenta procesa postoji, to bi davalo još veći značaj iznetom zaključku da su raspoloživa osmatranja protoka previše kratka da bi se mogla da egzaktno dokaže zakonitost pojave cikličnosti.

Treba imati u vidu, pri razmatranju problema cikličnosti hidroloških serija, da je u teoriji slučajnih procesa poznata pojava da slučajne serije, čak i sasvim nezavisnih slučajnih veličina, mogu da daju ciklične realizacije. Koristeći ovu ideju Komeriki-a [22] autor je, razmatrajući problem modeliranja hidroloških procesa, napravio sledeći numerički eksperiment. Koristeći se modelom za simuliranje serija godišnjih proticaja (gl. 2.3.1) izvršeno je simuliranje dve sintetičke serije za Savu (Moste), dužine od po 1000 godina. U jednom slučaju je upotrebljen prost markovski model, sa $r_1 = 0,3$, a u drugom je predpostavljeno da ne postoji nikakva korelaciona veza ($r_1 = 0$). U oba slučaja je korišćen isti niz slučajnih brojeva. Zatim su za obe sintetičke serije formirane bezdimenzionalne sumarne funkcije

$$K_\tau = \sum_{i=1}^{\tau} (Q_i/\bar{Q} - 1)$$

Na sl. 1.3.12 prikazane su obe ove bezdimenzionalne sume, koje pokazuju da postoji grupisanje protoka ne samo pri simuliranju po prostom markovskom modelu, već i u slučaju nezavisno tretiranih proticaja ($r_1 = 0$). Markovski model je, u stvari, samo potencirao već postojeću fluktuaciju u nizanju nezavisnih proticaja-dogadjaja.

Na kraju ovog razmatranja osobina protoka kao slučajnog procesa treba istaći da su rezultati svih ovih istraživanja iskorišćeni pri formiranju modela za simuliranje sintetičkih serija proticaja, o čemu se govori u narednoj glavi. Razmatranje nekih stohastičkih fenomena hidroloških serija produžava se i tamo.



Sl. 1.3.12 - SUMARNE LINIJE MODULA PROTOKA ZA DVE SIMULIRANE SERIJE GODIŠNJIH PROTICAJA

..."Kako se poigravaju slučajnosti, i kako u čašu stalnih promena nepostojanost uliva različite napitke"...
(Šekspir, Henrih IV)

2. SIMULIRANJE HIDROLOŠKIH PROCESA METODAMA MONTE KARLO

2.1 O POTREBI SIMULIRANJA HIDROLOŠKIH PROCESA

U zadacima optimizacije vodoprivrednih sistema sa akumulacionim basenima kao slučajni vektor ulaza najčešće će se koristite simulirane hidrološke serije, dobijene primenom neke od metoda statističkih ispitivanja, poznatih pod nazivom metode Monte Karlo*. Zato će se ovde najpre razmotriti potreba i mogućnosti simuliranja hidroloških nizova korišćenjem ovih matematičkih metoda.

Do pojave računara treće generacije, koji su omogućili obradu znatno većih količina podataka, proračuni akumulacionih basena su obavljeni sa determinisanim, već realizovanim hidrološkim nizovima, čija dužina najčešće nije prelazila 3o-50 godina. U skladu sa mogućnostima računanja u proteklom razdoblju razvila se tzv. deterministička koncepcija proračuna akumulacionih basena čije su osnovne slabosti sledeće:

Prvi rad iz ove oblasti i naziv metode dali su Metropolis N. i S. Ulam 1949. godine. Intenzivniju razradu ovaj postupak doživljava tek zadnjih godina sa razvojem računske tehnike.

1. Analize su bazirane na kratkim, već realizovanim hidrološkim serijama, tj. na takvoj kombinaciji protoka koja se neće ponoviti u fazi eksploatacije razmatranih vodoprivrednih sistema.

2. Optimizacija se vrši determinističkim metodama, samo sa jednom već realizovanom (unapred poznatom) hidrološkom serijom kao ulazom, čime se dobijaju rezultati na strani nesigurnosti.

Naime, u determinističkim zadacima dobija se znatno povoljnija optimalna vrednost kriterijumske funkcije nego u realnoj računskoj šemi koja predpostavlja da se ulazna serija unapred ne poznaje, već se samo vrši njena estimacija (detaljnije o ovome u glavi III-3.5).

3. Zabeležena serija sa kojom se ulazi u proračune je samo jedna moguća realizacija hidrološkog procesa. Sasvim je izvesno da su moguće i da će se javiti i znatno nepovoljnije kombinacije rečnih proticaja, (npr. znatno nepovoljnija uzastopna nizanja sušnih perioda - ukoliko analiziramo potrebne aktivne korisne zapremine akumulacija, ili znatno opasnije kombinacije velikih voda - ukoliko razmatramo sisteme za odbranu od poplava i zapremine akumulacija rezervisane za tu svrhu.

4. Jedna zabeležena hidrološka serija, čak i najveće dužine još uvek je previše kratka da bi se mogli da sagledaju svi aspekti teoriske obezbedjenosti funkcionisanja razmatranih sistema(ukoliko se dimenzionisanje akumulacije vrši optimizacionim metodama, sa izlazom u vidu vremenskih serija).

Ove slabosti determinističke koncepcije dimenzionisanja akumulacionih basena bile su poznate odavno, ali je tek upotreba najnovijih računara omogućila sušestveno nov pristup ovim proračunima. Ta nova koncepcija podrazumeva sledeće etape proračuna:

a/ simuliranje - produžavanje hidroloških serija na vrlo duge periode primenom raznih matematičkih metoda (najčešće se koristi metoda Monte Karlo);

b/ istraživanje ponašanja sistema akumulacija za čitav niz ovakvih sintetičkih serija koje se koriste kao slučajni vektor ulaza;

c/ probabilistička interpretacija na taj način dobijenih serija izlaza u cilju sagledavanja teorijske obezbedjenosti funkcionisanja sistema, tj. u cilju odredjivanja postignutog kvaliteta upravljanja. S obzirom na ovaj kvalitativno nov pristup, omogućen pre svega napredkom računske tehnike, u svetu se ubrzano istražuju mogućnosti primene metode Monte Karlo, čemu odgovarajući doprinos daje i ovaj rad.

Da bi se izbegli suštinski nesporazumi neophodno je decidno istaći da sintetički hidrološki nizovi, dobijeni primenom metoda tipa Monte Karlo, ne poboljšavaju stepen tačnosti hidrološke informacije, već omogućavaju da se na bazi statističkih karakteristika postojećeg niza (uzorka) izvuče maksimalno podrobna informacija o mogućim hidrološkim režimima. Na taj način se dobijaju veoma korisne informacije o mogućim realizacijama hidroloških serija, naročito u pogledu pojave i znatno nepovoljnijih kombinacija od onih koje su zabeležene u već realizovanom nizu. Kvalitet ove dopunske informacije zavisi od korišćenog matematskog modela za simulaciju (nezavisne slučajne veličine, prosti i složeni lanci Markova itd.) kao i od usvojenih hipoteza o karakteru procesa (stacionarnost, ergodičnost itd.).

Sa gledišta korišćenja pri razmatranju vodoprivrednih sistema sa akumulacijama, simuliranje hidroloških serija ima dvojak značaj, zavisno od tog da li se vrši analiza ili sinteza vodoprivrednih sistema (videti II-2.3).

a/ U zadacima sinteze vodoprivrednih sistema generišu se proizvoljne sintetičke serije, istih statističkih karakteristika kao polazni, osmotreni niz, čime se dobijaju komponente slučajnog vektora ulaza za optimizacione proračune akumulacionih basena.

b/ U zadacima analize, najčešće nije dovoljno poznavati samo dopustivi skup mogućih slučajnih realizacija ulaza, već slučajnom vektoru ulaza treba dati i jedan nov kvalitet - prognozu ulaznih realizacija bar u nekoliko narednih koraka. U tom slučaju, model za simuliranje hidrološke serije, u koji se permanentno unose podaci o već realizovanim hidrološkim veličinama, dobija karakter eksternog estimatora, tako da generisana serija nije proizvoljna, s obzirom da njeni prvi članovi imaju karakter prognoziranih veličina.

U toku rešavanja zadatka optimalne analize vrši se sukcesivna korekcija prognoziranog niza posle svakog realizovanog intervala, kako bi se poboljšao kvalitet upravljanja u narednim koracima.

U narednom izlaganju daće se osvrt na matematičke postavke metode Monte Karlo i izložiće se samo one metode za simuliranje čijem je razvoju ili interpretacijama doprineo autor ovog razmatranja. Te metode su korišćene za generisanje slučajnog vektora ulaza pri rešavanju zadataka optimalne analize i sinteze vodoprivrednih sistema sa akumulacionim basenima.

2.2 MATEMATIČKE OSNOVE METODE STATISTIČKIH ISPITIVANJA (METOD MONTE KARLO)

Potrebno je odrediti neku nepoznatu veličinu m. Pokušajmo da nadjemo neku slučajnu veličinu η, čije je matematičko očekivanje $M\eta = m$, a disperzija $D\eta = b^2$ [1]. Razmotrimo N slučajnih veličina $\eta_1, \eta_2, \ldots, \eta_N$ čija distribucija odgovara distribuciji η. Ako je N dovoljno veliko, tada po centralnoj graničnoj teoremi verovatnoće [2] distribucija sume $\rho_N = \eta_1 + \eta_2 + \ldots + \eta_N$ biće približno normalna, sa parametrima $a = N\,m$ i $\sigma^2 = N\,b^2$.

Uvodjenjem intervala poverenja od 3σ (99,7%) sledi

$$P\{\, N\,m - 3\,b\,\sqrt{N} < \rho_N < N.m + 3b\,\sqrt{N}\,\} = 0,997 \qquad (2.2.1)$$

Deljenjem nejednačine u velikoj zagradi sa N dobija se evivalentna nejednačina koja se može transformisati u oblik

$$P\{\, \left| \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} \rho_j - m \right| < \frac{3b}{N} \} \approx 0,997 \qquad (2.2.2)$$

Iz ove relacije sledi metod odredjivanja m i ocena greške. Potrebno je, znači, naći N vrednosti slučajne veličine η, kako bi se što tačnije odredilo m. Greška će biti manja od $3b/\sqrt{N}$.

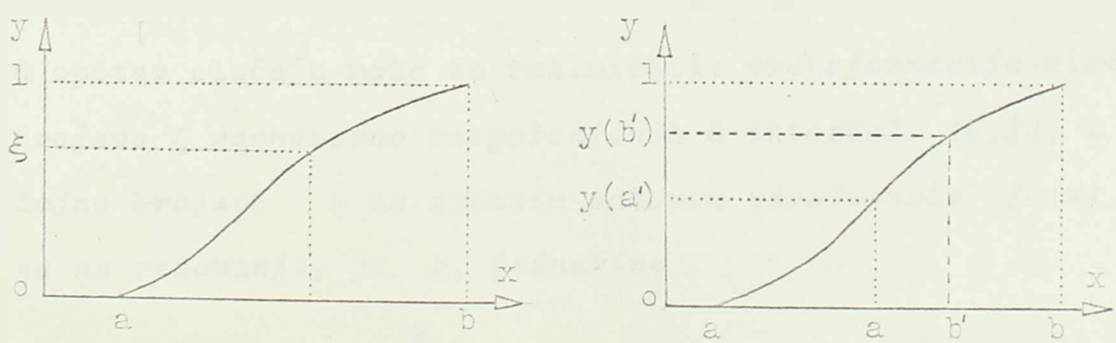
Odredjivanje slučajne veličine η, čija distribucija može biti bilo diskretna ili kontinualna, postiže se generisanjem nekog slučajnog broja ξ, ravnomerno rasporedjenog u (0.1).

Razmotrimo slučaj odredjivanja (simuliranja) slučajne veličine η, kontinualno rasporedjene u intervalu (a, b) sa gustinom verovatnoćom $f(x)$. Treba pokazati da se vrednost η može naći iz jednačine

$$\int_a^{\eta} f(x)\, dx = \xi \qquad (2.2.3)$$

tj. da se biranjem vrednosti ξ može rešiti gornja jednačina i naći odgovarajuće η.

Razmotrimo funkciju $\quad y = \int_a^x f(x)\, dx$



Sl.2.2.2

Iz opštih uslova funkcije gustine verovatnoće sledi

$$y(a) = 0, \qquad y(b) = 1 \quad i \quad y'(x) = f(x) > 0$$

Znači, funkcija y (x) monotono raste od 0 do 1 i za $y = \xi$ $(0<\xi< 1)$ dobija se samo jedna vrednost η.

Izaberimo proizvoljni interval (a', b') unutar koga se nalazi vrednost $x:(a'< x < b')$ kojoj odgovara ordinata krive $y = y(x)$ koja zadovoljava nejednačinu $y(a')< y < y(b')$.

Znači, ako η pripada intervalu $a' < x < b'$, onda ξ pripada intervalu $y(a') < y < y(b')$ i obratno. Otuda

$$P\{a'< \xi <b'\} = P\{ y(a')<\xi< y(b') \} \qquad (2.2.4)$$

Pošto je ξ ravnomerno rasporedjeno u (0, 1), onda je

$$P\{y(a')<\xi < y(b')\} = y(b') - y(a') = \int_{a'}^{b'} f(x)\, dx \qquad (2.2.5)$$

Odatle

$$P\{a' <\eta< b'\} = \int_{a'}^{b'} f(x)\, dx \qquad (2.2.6)$$

što pokazuje da slučajna veličina η, koja predstavlja rešenje jednačine (2.2.3) ima gustinu verovatnoće $f(x)$.

U opštem slučaju može se rezimirati: *transformacija slučajnih brojeva ξ ravnomerno rasporedjenih u intervalu (0,1), u slučajne brojeve x sa zadatim zakonom verovatnoće $f(x)$, svodi se na rešavanje, po x, jednačine*

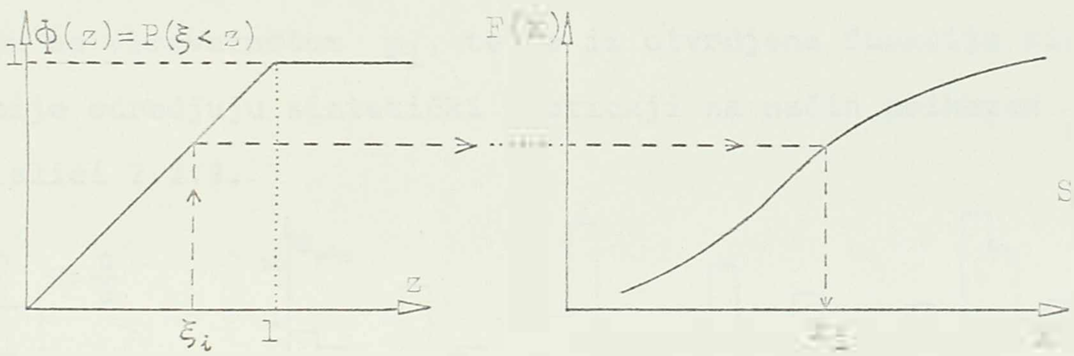
$$\int_{-\infty}^{x} f(x)\, dx = \xi \qquad (2.2.7)$$

Rešavanje jednačine, koja se može napisati u poznatom obliku

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)\,dx \qquad (2.28)$$

vrši se metodom slučajnog izbora.

Postupak: generišu se (na bilo koji način) slučajni brojevi ξ_i ravnomerno raspoređeni u (0,1). Izjednačujući te brojeve sa $F(x)$ odredjuju se direktno odgovarajuće vrednosti x_1, x_2 ... (vidi skicu 2.2.2)



Posle ovog opšteg osvrta na metodu Monte Karlo razmotrimo u najopštijem slučaju način simuliranja realizacija slučajnog procesa - protoka u reci. Ako se pri simuliranju prosečnih vrednosti proticaja (npr. godišnjih prosečnih proticaja) isti tretiraju kao potpuno slučajni proces, sam postupak simuliranja je jako jednostavan. Razmotrimo slučaj kada se raspodela verovatnoće definiše npr. Pirsonovom krivom III tipa

$$f(x \geq x_i) = 1 - \frac{\gamma^{\gamma}}{\Gamma(\gamma)} \int_{0}^{x_i} x^{\gamma-1} e^{-\gamma x}\,dx \qquad (2.2.9)$$

gde je: $\gamma = 1/C_v^2$ a $\Gamma(\gamma)$ - simbol gama funkcije

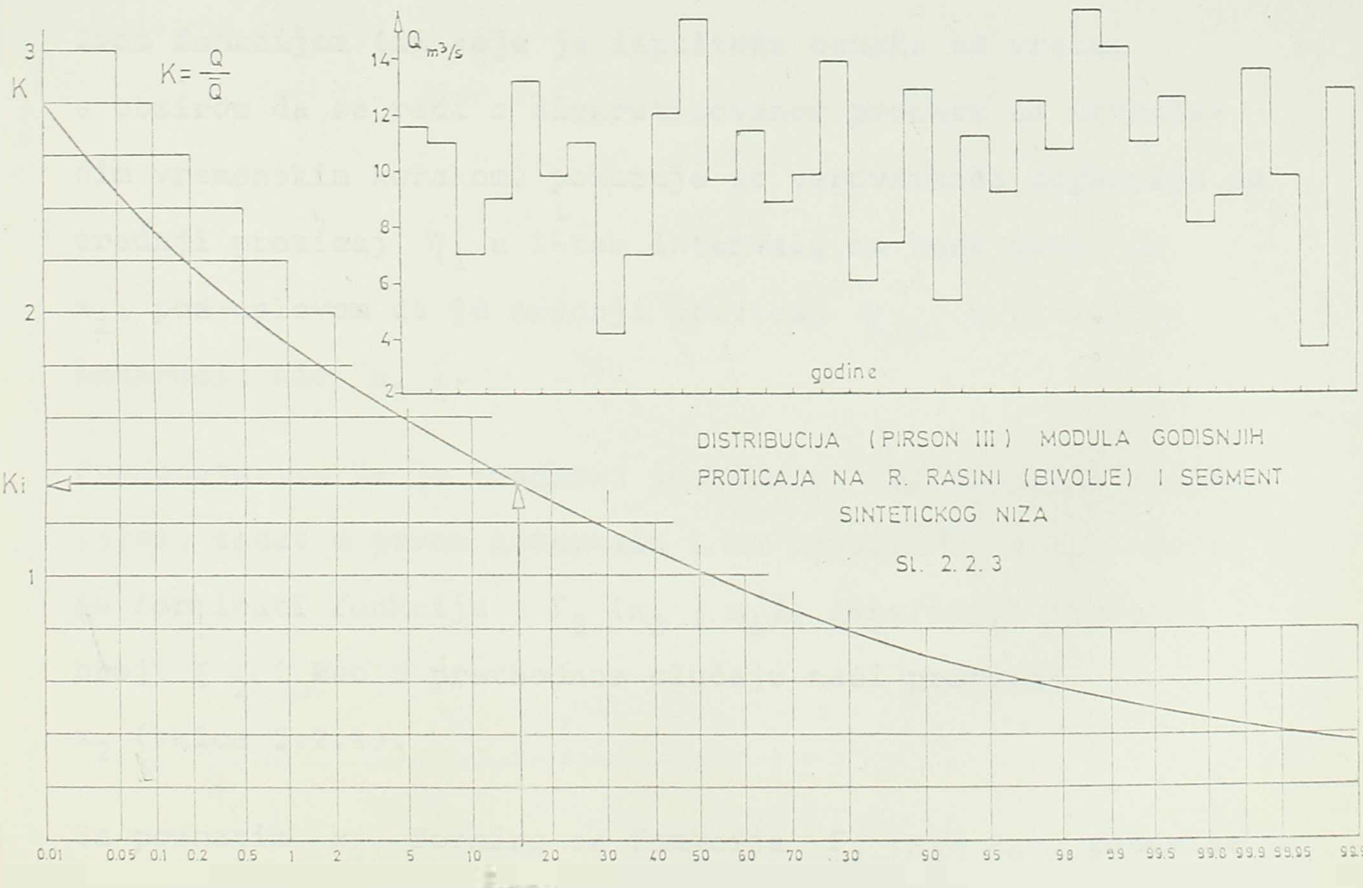
Poznato je da su ordinate K_p Pirson III distribucije funkcija verovatnoće (p) i koeficijenta varijacije proticaja C_v:

$K_p = f\,(p_i,\, C_v)$; za jedan fiksirani odnos C_s/C_v = const

Simuliranje prosečnog godišnjeg proticaja tada se može izvršiti po relaciji

$$Q_i = \bar{Q} \cdot K_{pi}\,(\,\xi_i,\, C_v) \qquad (2.2.10)$$

Na bazi poznatog niza odredjuju se osnovne statističke veličine $\bar{Q}$, C_v i C_s i odredjuje odgovarajuća funkcija raspodele. Zatim se generišu slučajni brojevi ξ_i i izjednačuju sa verovatnoćom p_i, te se iz utvrdjene funkcije distribucije odredjuju sintetički proticaji na način prikazan na slici 2.2.3.



DISTRIBUCIJA (PIRSON III) MODULA GODISNJIH PROTICAJA NA R. RASINI (BIVOLJE) I SEGMENT SINTETICKOG NIZA

Sl. 2.2.3

S obzirom da se distribucija Pirson III češće definiše odstupanjem ordinate krive distribucije od sredine (poznate zavisnosti Foster - Ribkina) simuliranje se može izvršiti preko relacije

$$Q_i = \bar{Q} + \Phi_i\,(p_i,\, C_s)\,\sigma \qquad (2.2.11)$$

gde je: ϕ_i (p_i, C_s) - odstojanje ordinate krive distribucije od sredine, koje zavisi od C_s i p_i. Generisanjem slučajnih brojeva ξ_i i izjednačavanjem $\xi_i = p_i$ može se dobiti sintetički niz neograničene dužine.

Generisanje markovskih lanaca

Razmotrimo sada mogućnosti simuliranja realizacije *prostog markovskog procesa sa diskretnim vremenom, definisanog* funkcijom prelaza

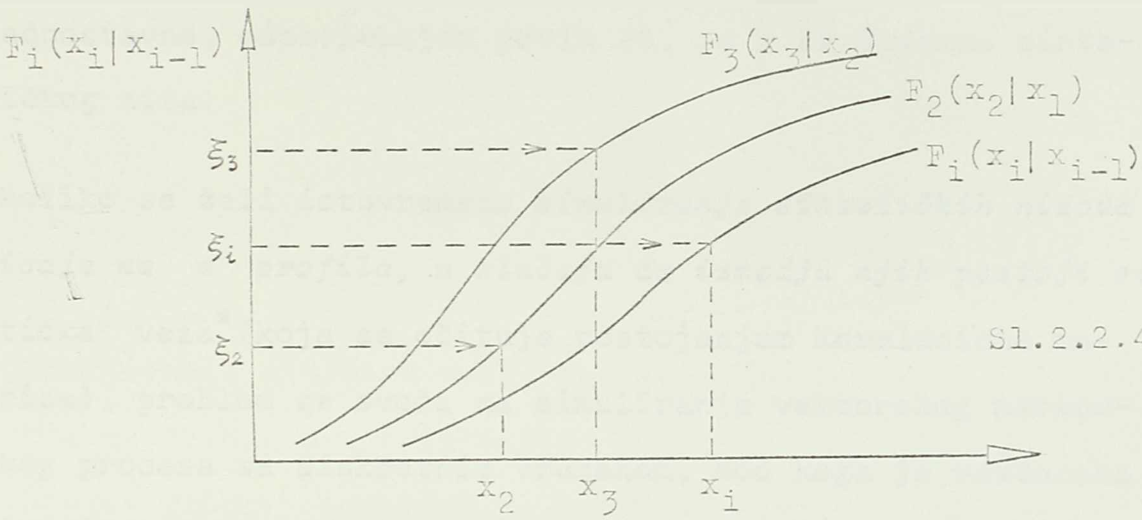
$$F_i (x_i \mid x_{i-1}) = P \{\eta_i < x_i \mid \eta_{i-1} = x_{i-1}\} \quad (2.2.12)$$

Ovom funkcijom (iz koje je ispuštena oznaka za vreme, s obzirom da se radi o diskretizovanom procesu sa utvrdjenim vremenskim korakom) pokazuje se verovatnoća dogadjaja da srednji proticaj η_i u i-tom intervalu ne bude manji od x_i, pod uslovom da je srednji proticaj η_{i-1} u (i-1)-tom intervalu bio x_{i-1}.

Predpostavimo da je vrednost proticaja, kao slučajne promenljive, zadat u prvom intervalu i da iznosi $\eta_1 = x_1$. Može se formirati funkcija $F_2 (x_2 \mid x_1)$, generisati slučajni broj ξ_2 i kao u prethodnom slučaju naći proticaj x_2 (skica 2.2.4).

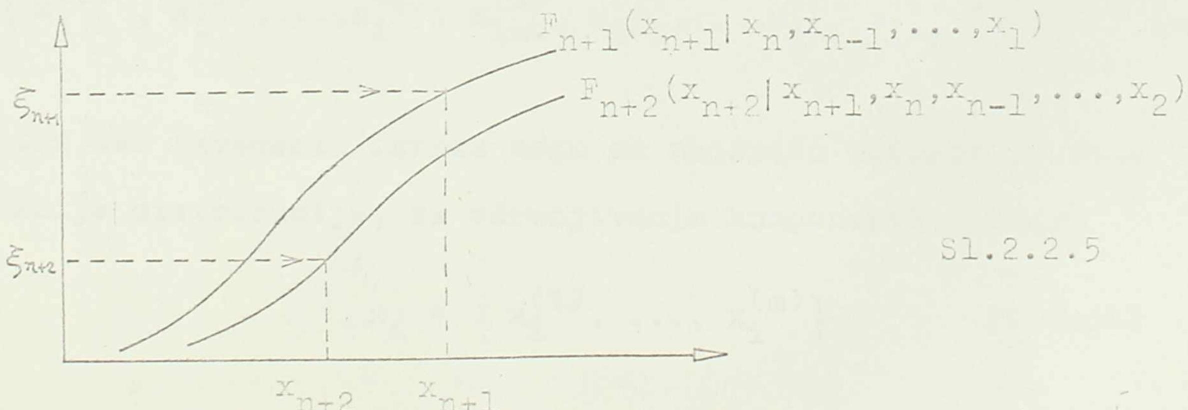
Sa poznatim x_2 formira se funkcija $F_3 (x_3 \mid x_2)$, generiše nov slučajni broj ξ_3 i odredjuje naredna vrednost prosečnog proticaja u trećem intervalu x_3, itd. Na taj način se može dobiti sintetička realizacija slučajnog procesa proticaja, predstavljenog u vidu prostog markovskog procesa sa diskretnim vremenom [29].

Simuliranje realizacija *složenog markovskog lanca*, definisanog



Sl.2.2.4

funkcijom prelaza $F(x_i|x_{i-1}, x_{i-2}, \ldots, x_{i-n})$ vrši se identično već opisanom postupku, samo se mora zadati vrednost x u prvih n polaznih (poznatih) intervala. Zadavši $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ formira se funkcija $F_{n+1}(x_{n+1}|x_n, x_{n-1}, \ldots, x_1)$, generiše slučajni broj ξ_{n+1} i odredjuje x_{n+1} (skica 2.2.5)



Sl.2.2.5

Sa tako odredjenim x_{n+1} formira se funkcija $F_{n+2}(x_{n+2}|x_{n+1}, x_n, \ldots, x_2)$ i pomoću narednog slučajnog broja ξ_{n+2} odredjuje x_{n+2}. Nastavljajući ovaj postupak može se odrediti sintetička realizacija niza neograničene dužine.

Posle dovoljno velikog broja koraka (20-30) potpuno se gubi uticaj proizvoljno odabrane polazne realizacije $x_1, x_2, \ldots, x_n$ na dobijenu sintetičku seriju. Zahvaljujući toj činjenici, potpuna nezavisnost simuliranih realizacija postiže se jednostavno, odbacivanjem prvih 30, pa i 50 članova sintetičkog niza.

Ukoliko se želi istovremeno *simuliranje sintetičkih nizova proticaja na m profila, u slučaju da izmedju njih postoji stohastička* veza (koja se ocituje postojanjem korelacione matrice), problem se svodi na simuliranje vektorskog markovskog procesa sa diskretnim vremenom, kod koga je vektorska slučajna promenljiva

$$x_i = \left\{ x_i^{(1)}, \quad x_i^{(2)}, \ldots\ldots\ldots x_i^{(m)} \right\} \qquad (2.2.13)$$

Ukoliko je proces (n+1)-grani isti se definiše m . (n+1) - dimenzionalnom funkcijom distribucije

$$F_i \left\{ x_i^{(1)}, x_i^{(2)}, \ldots, x_i^{(m)};\ x_{i-1}^{(1)}, x_{i-2}^{(2)}, \ldots, x_{i-2}^{(m)};\ x_{i-n}^{(1)}, x_{i-n}^{(2)} \ldots x_{i-n}^{(m)} \right\}$$

Pomoću već izvedenih izraza mogu se napisati sledeće uslovne funkcije distribucije, za odredjivanje komponenti vektora

$$x_i = \left\{ x_i^{(1)}, \ldots\ldots, x_i^{(m)} \right\} \qquad (2.2.14)$$

kojima se definišu proticaji u trenutku "i" na svih m simulisanih profila:

Stohastička povezanost hidroloških nizova na dva profila veoma se pregledno uočava preko količine dopunske informacije koju o nizu Y sadrži niz X i obratno. Upotrebimo indeks informacije

$$I = 1 - H(Y|X) / H(Y)$$

gde je sa H označena odgovarajuća entropija. Ako su nizovi nezavisni onda je $H(Y) = H(Y|X)$, te je $I=0$; ukoliko je veza stohastička $1 > I > 0$, a ukoliko je veza funkcionalna (npr. veoma bliski profil na istoj reci) onda je $I = 1$.

$$F_i^{(1)}\{x_i^{(1)} \mid x_{i-1}^{(1)}, x_{i-1}^{(2)}, \ldots, x_{i-1}^{(m)}; x_{i-2}^{(1)}, \ldots, x_{i-n}^{(1)}, x_{i-n}^{(2)}, \ldots, x_{i-n}^{(m)}\}$$

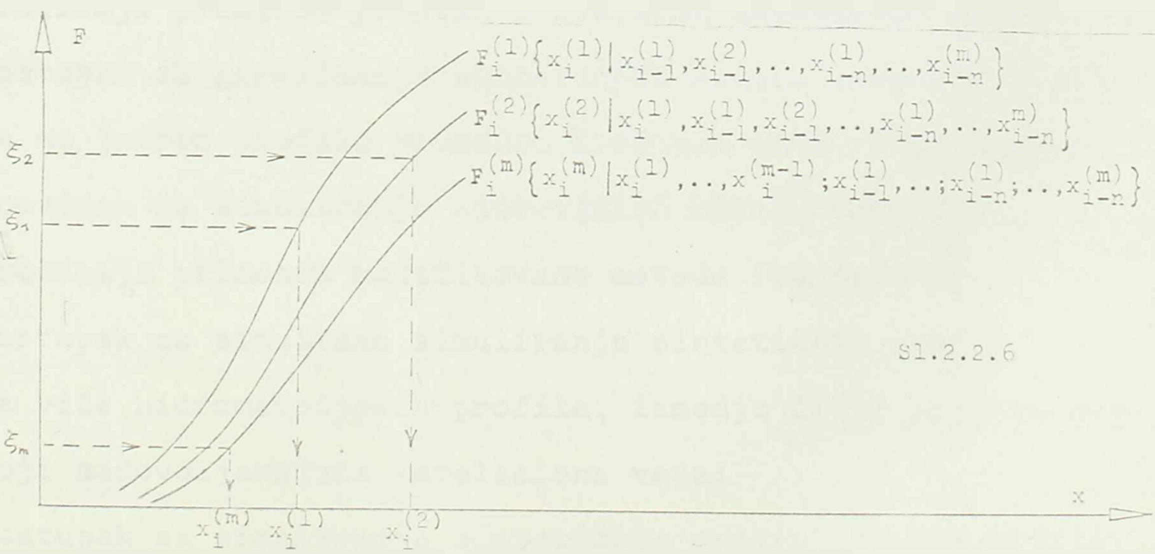
$$F_i^{(2)}\{x_i^{(2)} \mid x_i^{(1)}; x_{i-1}^{(1)}, x_{i-1}^{(2)}, \ldots, x_{i-1}^{(m)}; x_{i-2}^{(1)}, \ldots, x_{i-n}^{(1)}, x_{i-n}^{(2)}, \ldots, x_{i-n}^{(m)}\}$$

$$\vdots$$

$$F_i^{(m)}\{x_i^{(m)} \mid x_i^{(1)}, \ldots, x_i^{(m-1)}; x_{i-1}^{(1)}, x_{i-1}^{(2)}, \ldots, x_{i-1}^{(m)}; \ldots; x_{i-n}^{(1)}, \ldots, x_{i-n}^{(m)}\}$$

Odredjivanje slučajne vektorske veličine $x_i\{x_i^{(1)}, \ldots, x_i^{(m)}\}$ vrši se postupno odredjivanjem pojedinih komponenti. Za početak računa neophodno je predpostaviti deo realizacije procesa u svih m profila i za prvih n vremenskih koraka (poznati svi članovi $x_{i-1}^{(1)}, \ldots, x_{i-n}^{(m)}$, u jednačini za $F_i^{(1)}$. Generišući slučajni broj ξ_1 odredjujemo vrednost $x_i^{(1)}$ iz jednačine (kao na skici):

$$\xi_1 = F_i^{(1)}\{x_i^{(1)} \mid x_{i-1}^{(1)}, x_{i-1}^{(2)}, \ldots, x_{i-1}^{(m)}, x_{i-2}^{(1)}, \ldots; x_{i-n}^{(1)}, x_{i-n}^{(2)}, \ldots x_{i-n}^{(m)}\}$$



Sl.2.2.6

Sa ovako odredjenim $x_i^{(1)}$ pomoću novog slučajnog broja ξ_2 odredjuje se iz jednačine $\xi_2 = F_i^{(2)}\{x_i^{(2)} \mid \ldots\}$ vrednost proticaja u i-tom intervalu u profilu "2" i tako redom, sve dok se ne odrede sve komponente slučajnog vektora $\{x_i\}$

posle čega se postupak nastavlja, dok se ne dobije m-sintetičkih serija proticaja željene dužine, koje se medjusobno na isti način stohastički povezane kao što su povezane i polazne, realne serije.

2.3 RAZVOJ METODA ZA GENERISANJE SINTETIČKIH HIDROLOŠKIH SERIJA PRIMENLJIVIH PRI ISTRAŽIVANJU VODOPRIVREDNIH SISTEMA SA AKUMULACIJAMA

Za rešavanje zadataka analize i sinteze vodoprivrednih sistema sa akumulacionim basenima autor je istraživao i razvio više postupaka za generisanje sintetičkih hidroloških serija. Razradjene su, programirane*, ispitane i korišćene sledeće metode za simulaciju:

1. Postupak za generisanje sintetičkih serija godišnjih proticaja primenom prostih i složenih markovskih modela;
2. postupak za generisanje sintetičkih serija mesečnih proticaja na jednom profilu primenom složenih markovskih lanaca;
3. postupak za simuliranje sintetičkih serija mesečnih proticaja primenom modifikovane metode fragmenata;
4. postupak za simultano simuliranje sintetičkih serija na više hidrometrijskih profila, izmedju čijih protoka postoji zadovoljavajuća korelaciona veza;
5. postupak za simuliranje sintetičkih serija dnevnih proticaja primenom složenih markovskih modela i višedimenzionalne korelacione analize.

---

* *Autor se zahvaljuje drugarici Mari Čabrić dipl.mat. samostalnom programeru Instituta za vodoprivredu "Jaroslav Černi" na dragocenoj pomoći pri rešavanju niza problema koji su se javili pri programiranju ovih metoda.*

Svaka od ovih metoda ima svoj domen upotrebljivosti pri optimizaciji sistema akumulacionih basena o čemu će biti reči pri prikazu svake od njih.

2.3.1 Simuliranje sintetičkih serija godišnjih proticaja

Postojala su dva važna razloga da se razradi metoda za simuliranje sintetičkih serija srednjih godišnjih proticaja.

a/ U vodoprivrednoj praksi se sve češće javljaju zadaci dimenzionisanja akumulacionih basena sa višegodišnjim izravnavanjem. Ovakve akumulacije, često male apsolutne, ali veoma velike relativne zapremine, moraju se analizirati korišćenjem sintetičkih serija velike dužine, s obzirom da na njihovo funkcionisanje odlučujuće utiču kombinacije uzastopnog nizanja sušnih i vlažnih godina. Razmatranje ovakvih akumulacija uopšte ne može biti pouzdano ukoliko se vrši samo na bazi realnih, zabeleženih nizova, jer njihova dužina (30-50 godina) ni izdaleka ne otkriva razne moguće nepovoljne kombinacije godišnjih proticaja.

b/ Ovakve akumulacije najčešće služe za vodosnabdevanje gradova i industrije, Kako je potrebna teoriska obezbedjenost vodosnabdevanja ovih potrošača vrlo visoka (95-97%), to nameće potrebu da se iz postojećih hidroloških nizova izvuče zaista maksimalno podrobna informacija o mogućim hidrološkim režimima u kojima će se akumulacija naći u fazi eksploatacije. Pri tom je, sa stanovišta obezbedjenosti funkcionisanja ovakvih rezervoara, daleko značajna fluktuacija srednje godišnjih proticaja od rasporeda protoka unutar godine.

Imajući ovo u vidu, kao i već uočeno grupisanje godišnjih proticaja (čija zakonitost nije nepobitno dokazana), bilo je neophodno razraditi postupak za simulaciju godišnjih proticaja primenom složenih markovskih modela. Do sada su za simuliranje godišnjih proticaja korišćeni prosti markovski lanci [illegible]. Ovde će se pokazati da su ti postupci samo poseban slučaj opštijih složenih markovskih modela.

Složeni simulacioni model uzima u obzir stohastičke veze ne samo izmedju susednih članova niza, već izmedju više (τ), uzastopnih članova. U diskretizovanom vidu prelazna funkcija time dobija poznati opšti oblik $F\,(Q_i \mid Q_{i-1}, \ldots, Q_{i-j} \ldots Q_{i-\tau})$.

Kao osnova za modeliranje po složenom markovskom lancu može da služi jednačina linearne regresije, sa uzimanje u obzir višestruke auto_korelacije izmedju susednih članova niza.

Uslovno matematičko očekivanje proticaja Q_i^u , kada su poznati prethodni članovi niza $Q_{i-1}, \ldots, Q_{i-\tau}$ izražava se jednačinom

$$Q_i^u = \bar{Q}_i - \sum_{j=1}^{\tau} (Q_{i-j} - \bar{Q}_{i-j}) \frac{\sigma_i}{\sigma_{i-j}} \cdot \frac{D_{i(i-j)}}{D_{ii}} \qquad (3.1.1)$$

Uslovni koeficijent varijacije te veličine i uslovna standardna greška jednaki su

$$C_v^u = \frac{\sigma^u}{Q_i^u} \qquad C_v^u = \frac{\sigma \sqrt{\frac{D}{D_{ii}}}}{Q_i^u}; \text{ jer je: } \sigma^u = \sigma \sqrt{\frac{D}{D_{ii}}} \qquad (3.1.2)$$

Ovde su:

D ≙ determinantna kvadratne simetrične korelacione matrice čiji su prvi red i kolona sastavljeni od τ članova.

D_{ii} i $D_{i(i-j)}$ ≙ algebarske dopune minora determinante D, koje odgovaraju elementima r_{ii} i $r_{i(i-j)}$

$$D = \begin{vmatrix} r_{ii} & r_{i(i-1)} & r_{i(i-2)} \cdots & r_{i(i-j)} \cdots & r_{i(i-\tau)} \\ r_{i(i-1)} & r_{ii} & r_{i(i-1)} \cdots & r_{i(i-j-1)} \cdots & r_{i(i-\tau-1)} \\ \cdots & & & & \cdot \\ \cdots & & & & \cdot \\ \cdots & & & & \cdot \\ r_{i(i-)} & & \cdots & & r_{ii} \end{vmatrix} \qquad (3.1.3)$$

odnosno:

$$D = \begin{vmatrix} 1 & r_1 & r_2 \cdots & r_j \cdots & r_\tau \\ r_1 & 1 & r_1 \cdots & r_{j-1} \cdots & r_{\tau-1} \\ \cdots & & & & \cdot \\ \cdots & & & & \cdot \\ \cdots & & & & \cdot \\ r_\tau & & & & \end{vmatrix} \qquad (3.1.3')$$

Pri modeliranju se može predpostaviti da se razmatrani hidrološki niz aproksimira binomalnim zakonom rasporeda verovatnoće Pirsona III tipa. Uslovni koeficijent asimetrije C_s^u može se uzeti da iznosi približno $C_s^u = 2\, C_v^u$ [[illegible]], mada na dalji račun ne utiče i neki drugi usvojeni odnos.

Simuliranje hidrološkog niza vrši se metodom slučajnog izbora (metod Monte-Karlo). Generisanje niza po usvojenom zakonu rasporeda verovatnoće vrši se transformacijom slučajnih brojeva ξ_i, ravnomerno rasporedjenih u intervalu (0,1), u slučajne brojeve Φ_i sa binominalnim zakonom rasporeda verovatnoće po krivoj Pirsona III tipa. Ova transformacija [8] se u stvari svodi na rešavanje po Φ_i jednačine

$$\int_{-\infty}^{\Phi_i} f(\Phi)\, d\varphi = \xi_i \qquad (3.1.4)$$

Za rešavanje jednačine (3.1.4) koristi se metoda slučajnog izbora iz tablica u kojima je prethodno nadjeno rešenje jednačine (3.1.4) (metod pretraživanja tablica [8]). Koristi se poznata tablica Foster - Ribkina, u kojoj su data odstupanja od sredine ordinata krive verovatnoće Pirsona III tipa pri $\bar{Q} = 1$ i $C_v = 1$.

Koristeći jednačine (3.1.1. i 2) i rešavajući tablično jednačinu (3.1.4) može sa napisati i-ti generisani član sintetičkog hidrološkog niza

$$Q_i = \bar{Q}_i - \sum_{j=1}^{\tau} (Q_{i-j} - \bar{Q}_{i-j}) \frac{\sigma_i}{\sigma_{i-j}} \frac{D_{i(i-j)}}{D_{ii}} + \Phi_i(\xi_i, C^u_{si})\, \sigma_i \sqrt{\frac{D}{D_{ii}}} \qquad (3.1.5)$$

Uzimajući u obzir relacije (3.1.2) i vezu: $C^u_s = 2\, C^u_v$ dobija se

$$C^u_{si} = \frac{2\sigma\sqrt{\frac{D}{D_{ii}}}}{\bar{Q} - \sum_{j=1}^{\tau} (Q_{i-j} - \bar{Q}_{i-j}) \frac{D_{i(i-j)}}{D_{ii}}} \qquad (3.1.6)$$

Kada se simuliraju srednje godišnji proticaji, a za hidrološki proces se predpostavi da ima svojstva stacionarnosti i ergodičnosti, može se napisati da je

$$\bar{Q}_i = \bar{Q}_{i-1} = \ldots\ldots = \bar{Q}_{i-j} = \ldots = \bar{Q}_{i-\tau} = \bar{Q} \qquad (3.1.7)$$

$$\sigma_i = \sigma_{i-1} = \ldots\ldots = \sigma_{i-j} = \ldots = \sigma_{i-\tau} = \sigma \quad \ldots\ldots \qquad (3.1.7")$$

Na taj način se jednačina (3.1.5) uprošćava i dobija oblik*

$$Q_i = \bar{Q} - \sum_{j=1}^{\tau} (Q_{i-j} - \bar{Q}) \frac{D_{i(i-j)}}{D_{ii}} + \Phi_i (\xi_i\ C^u_{si}) \sqrt{\frac{D}{D_{ii}}} \qquad (3.1.8)$$

gde je:

$$C^u_{S_i} = \frac{2\,\sigma \sqrt{\frac{D}{D_{ii}}}}{\bar{Q} - \sum\limits_{j=1}^{\tau} (Q_{i-j} - \bar{Q}) \frac{D_{i(i-j)}}{D_{ii}}} \qquad (3.1.9)$$

Kada se zna τ ranijih realizacija protoka Q_{i-j} pomoću izraza (3.1.9) se odredjuje uslovni koeficijent asimetrije, sa njim se ulazi u Foster-Ribkinove tablice i traži najbliži red. Generišući zatim slučajni broj ξ_i putem interpolacije nalazimo $\Phi_i (\xi_i, C^u_{si})$ i po izrazu (3.1.8) nalazimo traženu veličinu Q_i.

U parcijalnom slučaju, ako se predpostavi da postoji autokorelacija samo izmedju uzastopnih članova niza ($\tau = 1$), tj. hidrološki niz se tretira kao prost Markovski lanac dobija se

$$D_{ii} = 1; \quad D_{i\,(i-1)} = - r, \quad D = 1 - r^2 \quad \text{jer je } D = \begin{vmatrix} 1 & r \\ r & 1 \end{vmatrix}$$

Sa ovim relacijama, za slučaj prostog Markovskog lanca, dobija se

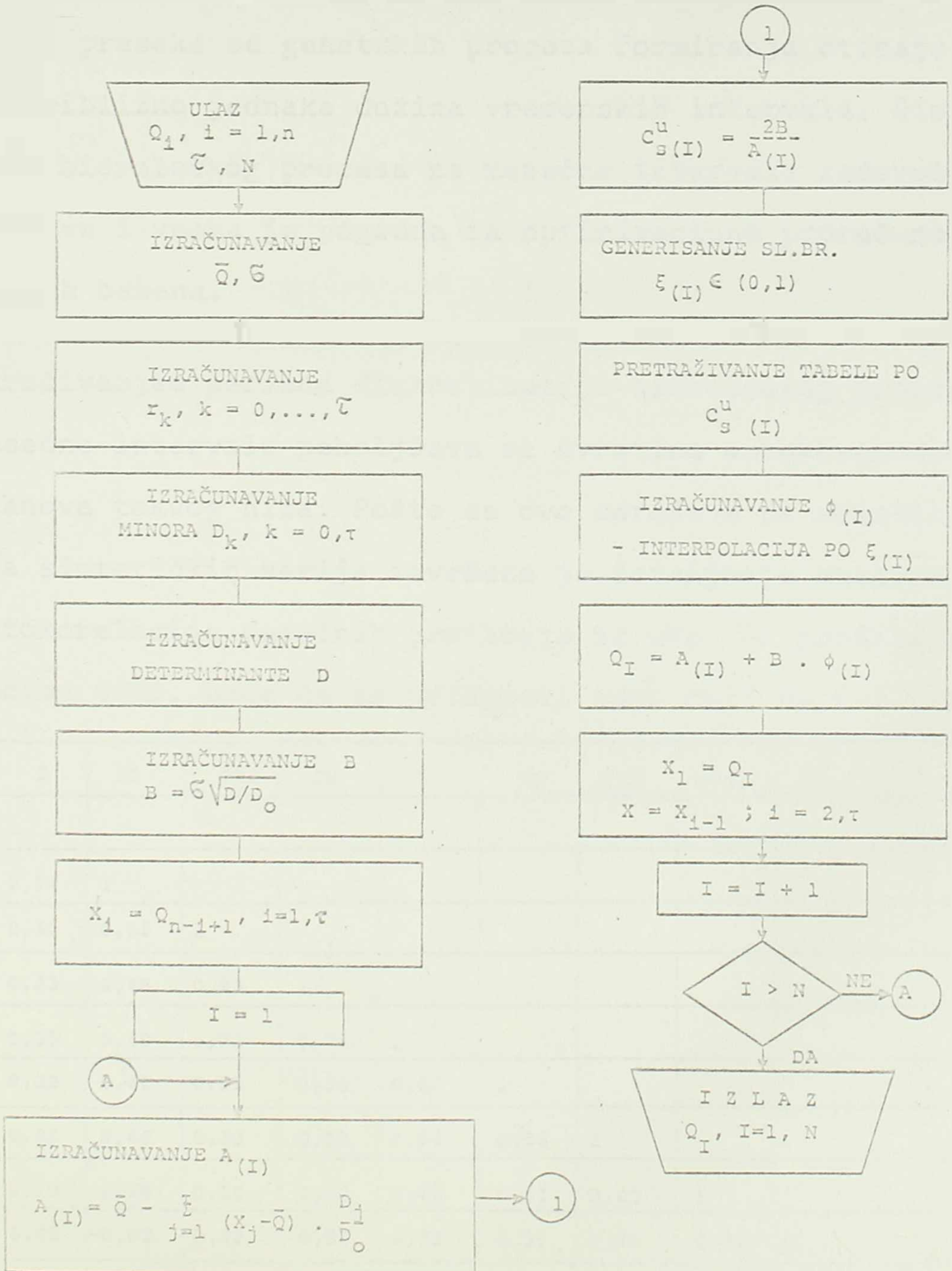
$$Q_i = \bar{Q} + r\,(Q_{i-1} - \bar{Q}) + \Phi_i (\xi_i, C^u_{si}) \sqrt{1 - r^2} \qquad (3.1.10)$$

---

*(fusnota na sledećoj strani)

Ovaj zadnji izraz je potpuno analogan izrazu Thomas-a i Fiering-a [7,8] za simuliranje proticaja primenom prostih markovskih lanaca, odnosno izraza po metodi B. T. Svandzea [3].

Blok dijagram za simulaciju godišnjih proticaja daje se na narednoj slici.



Prva dva člana u jed. 3.1.8 ili 3.1.10 predstavljaju determinističku komponentu, a zadnji član slučajnu komponentu simulacionog modela.

2.3.2 Simuliranje sintetičkih serija mesečnih proticaja

Zadaci analize i sinteze vodoprivrednih sistema sa akumulacionim basenima sezonskog izravnavanja mogu se rešavati samo ukoliko se hidrološke serije tako diskretizuju da dovoljno podrobno opisuju i fluktuacije proticaja unutar godina. Pri ovoj diskretizaciji se obično postavljaju zahtevi: a) nezavisnosti preseka od genetskih procesa formiranja oticaja, i b) približno jednaka dužina vremenskih intervala. Diskretizacija hidrološkog procesa na mesečne intervale zadovoljava ove zahteve i veoma je pogodna za optimizacione proračune akumulacionih basena.

Skraćivanjem perioda diskretizacije hidrološkog procesa na mesečne intervale poboljšava se čvrstina autokorelacione veze članova takvog niza. Pošto se ovo odražava na metodiku simuliranja sintetičkih serija izvršena je detaljnija analiza autokorelacije mesečnih proticaja za oko 7o profila na vodotocima SFRJ. Ovde će se prikazati samo neki delovi ove analize,

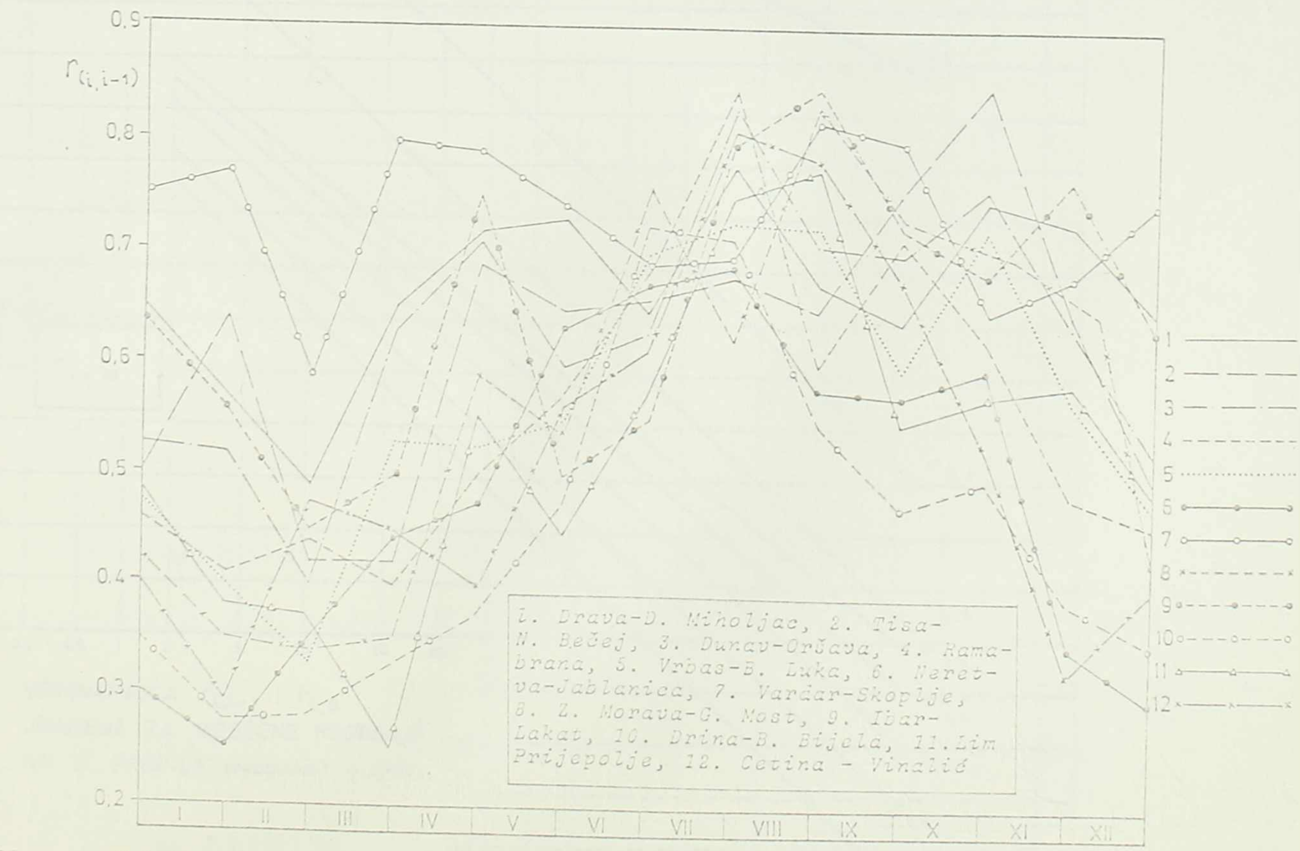
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
I	1											
II	0,74	1										
III	0,40	0,58	1									
IV	0,33	0,45	0,83	1								
V	0,35	0,60	0,72	0,78	1							
VI	0,33	0,61	[illegible]	0,56	0,86	1						
VII	0,20	0,46	0,33	0,27	0,34	0,58	1					
VIII	0,19	0,28	0,38	0,40	[illegible]	0,53	0,60	1				
IX	0,03	-0,03	0,22	0,37	0,33	0,39	0,26	0,70	1			
X	-0,01	0,03	0,0	0,06	-0,04	-0,01	0,01	0,19	0,46	1		
XI	[illegible]	0,3	0,26	0,37	0,36	0,26	0,16	0,35	0,27	0,27	1	
XII	[illegible]	0,1	0,21	0,27	0,23	[illegible]	[illegible]	0,26	0,31	0,43	[illegible]	[illegible]

Tab. 2.3.2.1 Koeficijenti autokorelacije mesečnih proticaja na Savi u profilu Moste

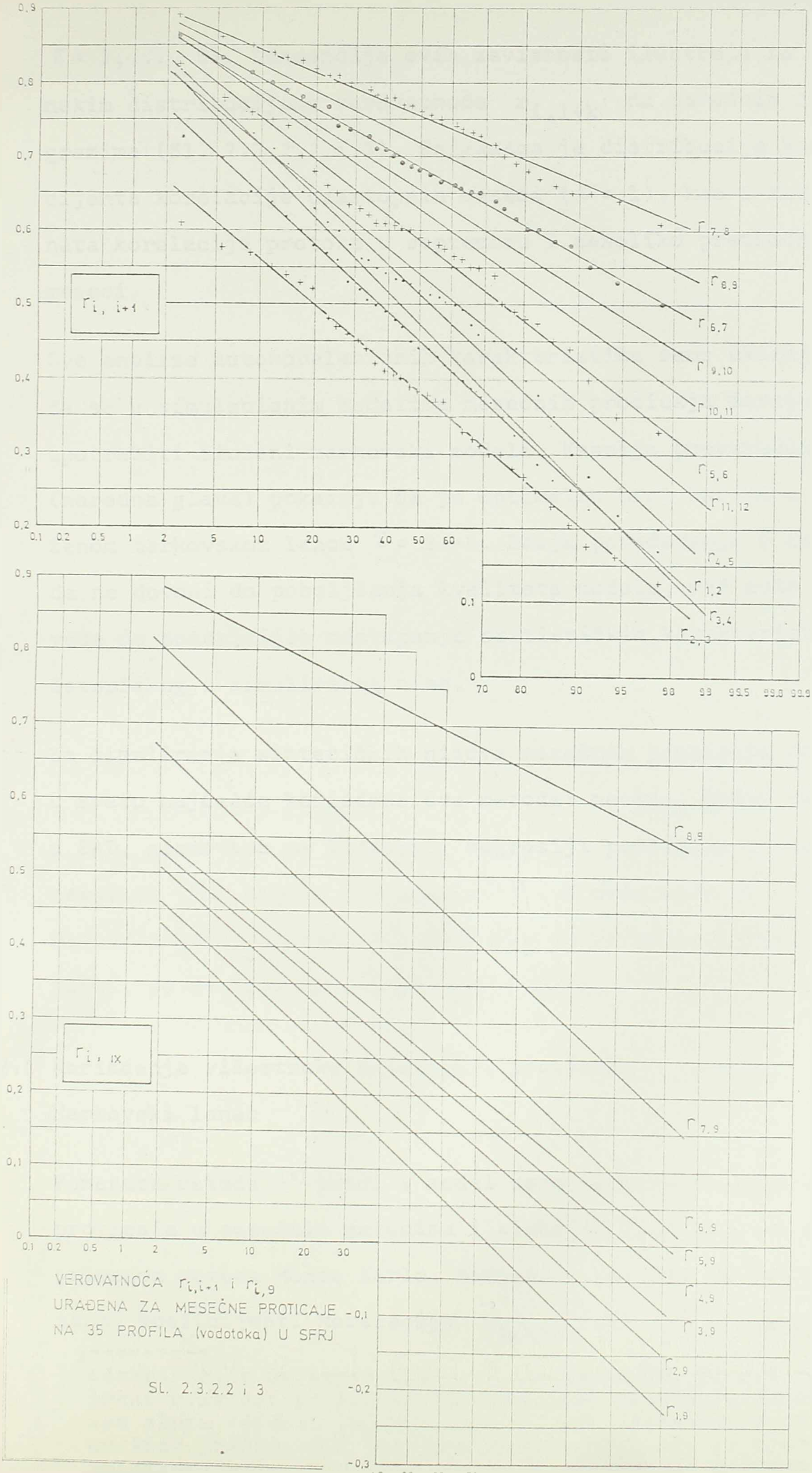
koji podkrepljuju zaključak da je za simuliranje serija mesečnih proticaja nužno koristiti složene markovske modele.

Za svaki od razmatranih profila je napravljena matrica $||r_{ij}||$ koeficijenta korelacije protoka u pojedinim mesecima godine. U tabeli 2.3.2.1 se daje kao ilustracija ova matrica za profil Koste na Savi.

Analiza autokorelacije je pokazala da postoji dosta čvrsta korelaciona veza izmedju proticaja u bliskim mesecima na većini naših reka. Na narednoj slici prikazana je promena koeficijenta korelacije proticaja u uzastopnim mesecima za neke karakteristične hidrometrijske profile. Zapaža se da je u proseku veza čvršća u periodu malih voda, što se i intuitivno moglo očekivati za većinu reka pluvijalnog režima.



Napravljena je i analiza verovatnoće za koeficijente autokorelacije proticaja u pojedinim mesecima $r_{i,i-\tau}$, (i = 1,....,12;



VEROVATNOĆA $r_{i,i+1}$ i $r_{i,9}$
URAĐENA ZA MESEČNE PROTICAJE
NA 35 PROFILA (vodotoka) U SFRJ

Sl. 2.3.2.2 i 3

$\tau = 1,\ldots, 6$). Tendencija ovih zavisnosti ilustruje se samo nekim distribucijama verovatnoće $r_{i,i-k}$ na narednim dijagramima (Sl. 2.3.2.2 i 3). Prikazana je distribucija koeficijenta korelacije uzastopnih meseci ($\tau = 1$), kao i koeficijenata korelacije protoka u septembru i nekoliko prethodnih meseci.*

Ove analize autokorelacionih karakteristika samo ukazuju da se u simulacionim modelima mesečnih proticaja moraju upotrebiti složeni markovski modeli. Kasnija proveravanja (naredna glava) pokazuju da je optimalan broj karika u složenom markovskom lancu $\tau = 2 \div 4$. Dalje povećavanje τ ne samo da ne dovodi do poboljšanja kvaliteta modela, već može da dovede do značajnijih odstupanja statističkih karakteristika istoriskog i simuliranog niza.

Za simuliranje sintetičkih nizova mesečnih proticaja dosad su u svetu najčešće korišćene dve metode: metoda, često korišćena u SAD, zasnovana na linearnoj regresiji proticaja u uzastopnim mesecima [illegible] i metoda fragmenata [illegible]. U ovom radu su obe metode znatno unapredjene, utvrdjen im je domen upotrebljivosti, pa će izdvojeno i biti prikazane.

2.3.2.1 Korišćenje višestruke korelacije proticaja - složeni Markovski lanac

Pomenuta metoda [illegible] uvodi u model samo zavisnost izmedju proticaja u susednim mesecima i slučajni član koji se generiše primenom metode Monte Karlo. Medjutim, kao što je već pokazano, koeficijenti korelacije $r_{m,m-\tau}$ ($\tau = 2,3\ ..$) mogu

----

*) *Distribucije su napravljene uz predpostavku da svi razmatrani vodotoci po ovoj karakteristici pripadaju istorodnom skupu (videti fusnotu na str. 38). Korektnija bi bila analiza frekvencije koeficijenata $r_{i,i-k}$ ali se njom manje pregledno uočava izvesna zakonita postupnost promene koeficijenata autokorelacije tokom godine.*

biti takodje značajni, što znači da se oslanjanjem samo na vezu izmedju uzastopnih članova niza čini izvesna simplifikacija.

Odklanjajući ovo uprošćenje, u novom simulacionom modelu hidrološki niz je tretiran kao složeni markovski lanac, te je po analogiji sa već prikazanim modelom i-ti generisani član sintetičke serije mesečnih proticaja definisan izrazom

$$Q_i = \bar{Q}_m - \sum_{j=1}^{\tau}\{Q_{i-j} - \bar{Q}_{m-j(+12)}\} \frac{\sigma_m}{\sigma_{m-j(+12)}} \cdot \frac{d_{m,j+1}}{d_{m,1}} +$$

$$+\Phi\ (\ \xi_i,\ C^u_{s\ m,1})\ .\ \sigma_m \sqrt{\frac{D_m}{d_{m,1}}} \qquad (3.2.1)$$

Indeks m označava mesec ($m = 1, \ldots, 12$), indeks "i" redni broj generisanog elementa ($i = 1, \ldots$); τ je zadati broj meseci čija se medjusobna autokorelacija uzima u obzir.

Ovde je D_m = determinanta kvadratne simetrične korelacione matrice $\|r_{ij}\|$ kojom su definisane korelacione zavisnosti proticaja u pojedinim mesecima:

$$D_m = \begin{vmatrix} 1 & r_{m,m-1(+12)} & \ldots & r_{m,m-\tau\ (+12)} \\ r_{m,m-1\ (+12)} & 1 & \ldots & r_{m,m-\tau-1(+12)} \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ r_{m,m-\tau(+12)} & & \ldots & 1 \end{vmatrix} \qquad (3.2.2)$$

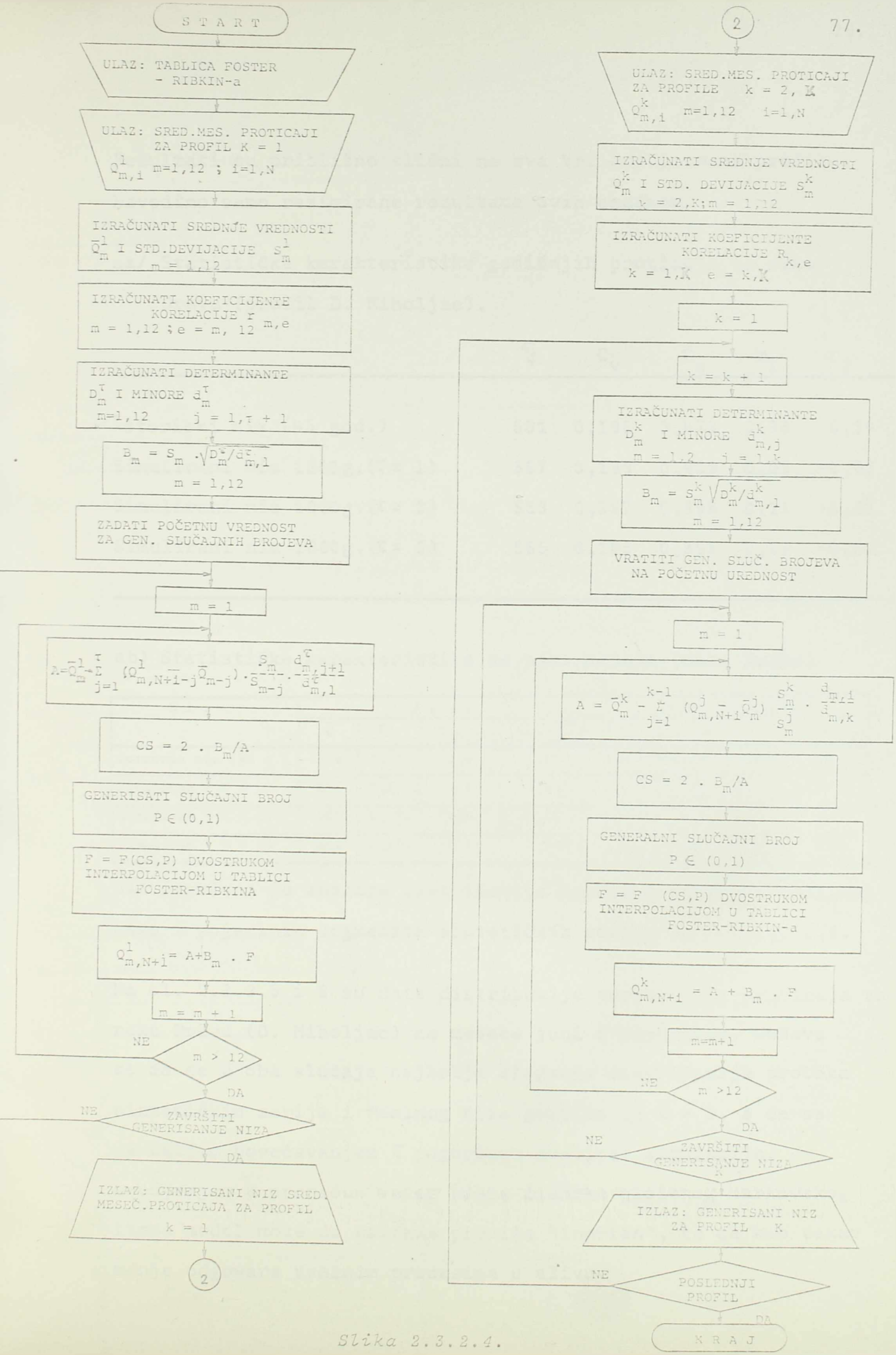
Članovi $d_{m,j}$ predstavljaju kofaktore minora determinante D_m po elementima prve vrste, indeks j označava broj kolone. Indeks m-j označava j-ti prethodni mesec (m-j = 1,..., 12), te se 12 dodaje uvek kada je ova razlika negativna.

Algoritam za simulaciju sintetičkog niza mesečnih proticaja prikazan je i na liniji toka (Sl. 2.3.2.4). Levi deo dijagrama se odnosi na simulaciju mesečnih proticaja na jednom profilu, i može se koristiti nezavisno od celovitog programa za simulaciju na grupi profila, o čemu će biti reči u tački 3.2. Računski aspekti ovog modela detaljnije su prikazani u referatu autora [14].

Izvršena su podrobna ispitivanja ove metode, naročito u pogledu utvrdjivanja optimalne dužine prethodnog perioda koji treba uzeti u obzir pri modeliranju i-tog člana niza (optimalna veličina broja τ).

Izvršeno je simuliranje sintetičkih serija na vodotocima različitih hidroloških karakteristika: Drava (Varaždin), Vardar (Gradac), Dunav (Oršava), Sava (Moste). Ispitivani su slučajevi za τ = 1,2,..., 5. Dobijeni sintetički nizovi su analizirani:

a) uporedjivanjem dobijenih statističkih karakteristika istoriskih i sintetičkih serija, b) utvrdjivanjem distribucije verovatnoća za razne mesece polaznih i sintetičkih serija, c) uporedjivanjem spektralnih funkcija nizova mesečnih i godišnjih prosečnih proticaja.


START
ULAZ: TABLICA FOSTER - RIBKIN-a
ULAZ: SRED.MES. PROTICAJI ZA PROFIL K = 1
$Q^1_{m,i}$ m=1,12 ; i=1,N
IZRAČUNATI SREDNJE VREDNOSTI $\overline{Q}^1_m$ I STD.DEVIJACIJE s^1_m
m = 1,12
IZRAČUNATI KOEFICIJENTE KORELACIJE $r_{m,e}$
m = 1,12 ; e = m, 12
IZRAČUNATI DETERMINANTE D^τ_m I MINORE d^τ_m
m=1,12 j = 1,τ + 1
$B_m = S_m \cdot \sqrt{D^\tau_m / d^\tau_{m,1}}$
m = 1,12
ZADATI POČETNU VREDNOST ZA GEN. SLUČAJNIH BROJEVA
m = 1
$A = \overline{Q}^1_m - \sum_{j=1}^{\tau} (Q^1_{m,N+i-j} - \overline{Q}_{m-j}) \cdot \frac{S_m}{S_{m-j}} \cdot \frac{d^\tau_{m,j+1}}{d^\tau_{m,1}}$
$CS = 2 \cdot B_m / A$
GENERISATI SLUČAJNI BROJ
P ∈ (0,1)
F = F(CS,P) DVOSTRUKOM INTERPOLACIJOM U TABLICI FOSTER-RIBKINA
$Q^1_{m,N+i} = A + B_m \cdot F$
m = m + 1
NE
m > 12
DA
NE
ZAVRŠITI GENERISANJE NIZA
DA
IZLAZ: GENERISANI NIZ SRED. MESEČ.PROTICAJA ZA PROFIL
k = 1
2
2
ULAZ: SRED.MES. PROTICAJI ZA PROFILE k = 2, K
$Q^k_{m,i}$ m=1,12 i=1,N
IZRAČUNATI SREDNJE VREDNOSTI Q^k_m I STD. DEVIJACIJE S^k_m
k = 2,K; m = 1,12
IZRAČUNATI KOEFICIJENTE KORELACIJE $R_{k,e}$
k = 1,K e = k,K
k = 1
k = k + 1
IZRAČUNATI DETERMINANTE D^k_m I MINORE $d^k_{m,j}$
m = 1,2 j = 1,k
$B_m = S^k_m \sqrt{D^k_m / d^k_{m,1}}$
m = 1,12
VRATITI GEN. SLUČ. BROJEVA NA POČETNU UREDNOST
m = 1
$A = \overline{Q}^k_m - \sum_{j=1}^{k-1} (Q^j_{m,N+i} - \overline{Q}^j_m) \frac{S^k_m}{S^j_m} \cdot \frac{d_{m,i}}{d_{m,k}}$
$CS = 2 \cdot B_m / A$
GENERALNI SLUČAJNI BROJ
P ∈ (0,1)
F = F (CS,P) DVOSTRUKOM INTERPOLACIJOM U TABLICI FOSTER-RIBKIN-a
$Q^k_{m,N+i} = A + B_m \cdot F$
m=m+1
NE
m >12
DA
NE
ZAVRŠITI GENERISANJE NIZA
IZLAZ: GENERISANI NIZ ZA PROFIL K
NE
POSLEDNJI PROFIL
DA
K R A J

Slika 2.3.2.4.

Rezultati su približno slični na sva tri analizirana profila. Navodimo samo rezimirane rezultate ovih analiza:

aa/ Statističke karakteristike godišnjih proticaja za reku Dravu (profil D. Miholjac).

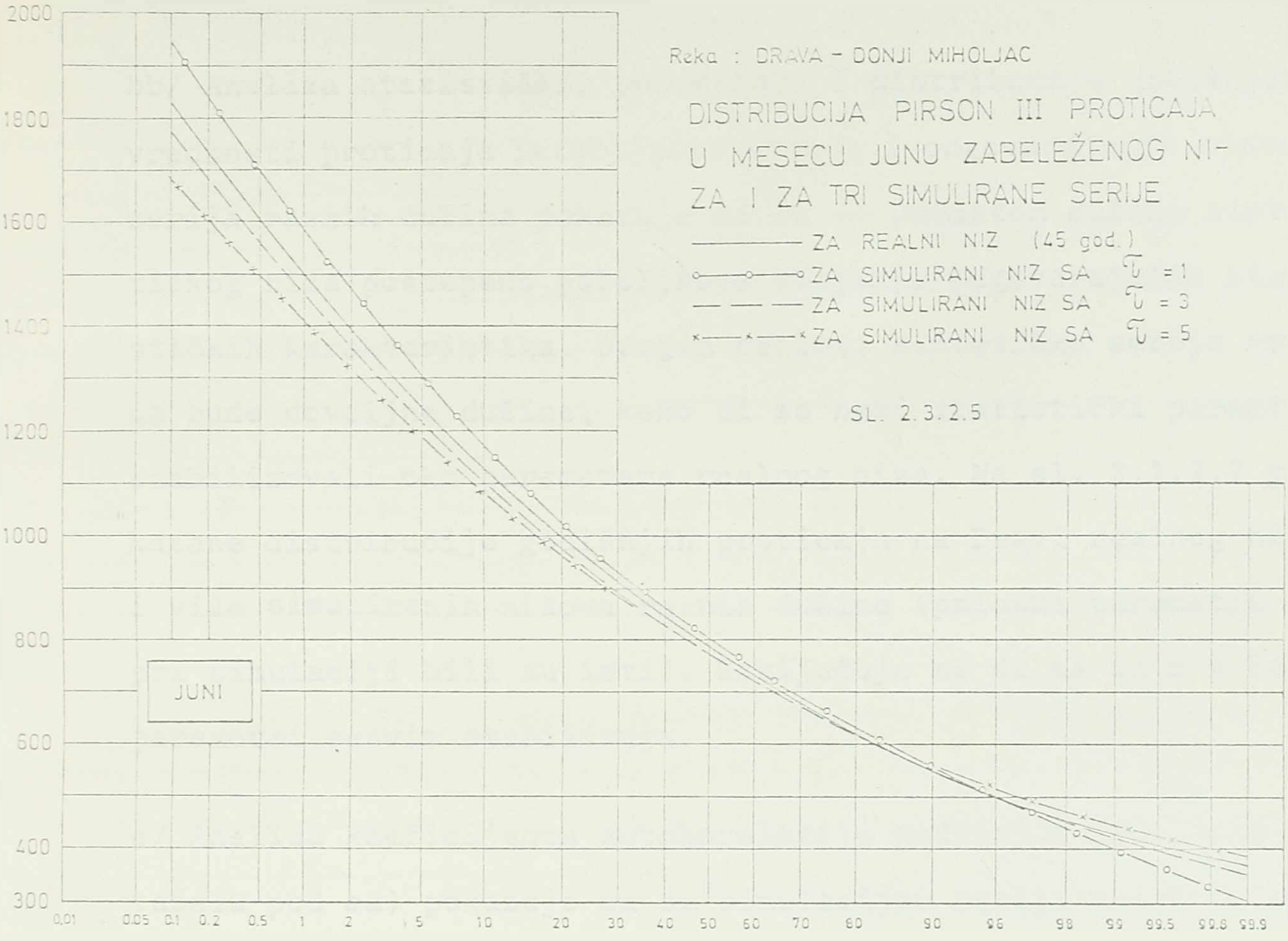
	$\bar{Q}$	C_v	C_s	r_1	r_2
Istoriski niz (45 god.)	561	0,196	0,473	0,36	0,14
Simulirani niz 1000g.(τ = 1)	567	0,199	0,400	0,09	-0,03
Simulirani niz 1000g.(τ = 3)	563	0,197	0,393	0,11	-0,01
Simulirani niz 1000g.(τ = 5)	555	0,185	0,395	0,12	-0,00

ab) Statističke karakteristike za neke mesece (reka Drava)

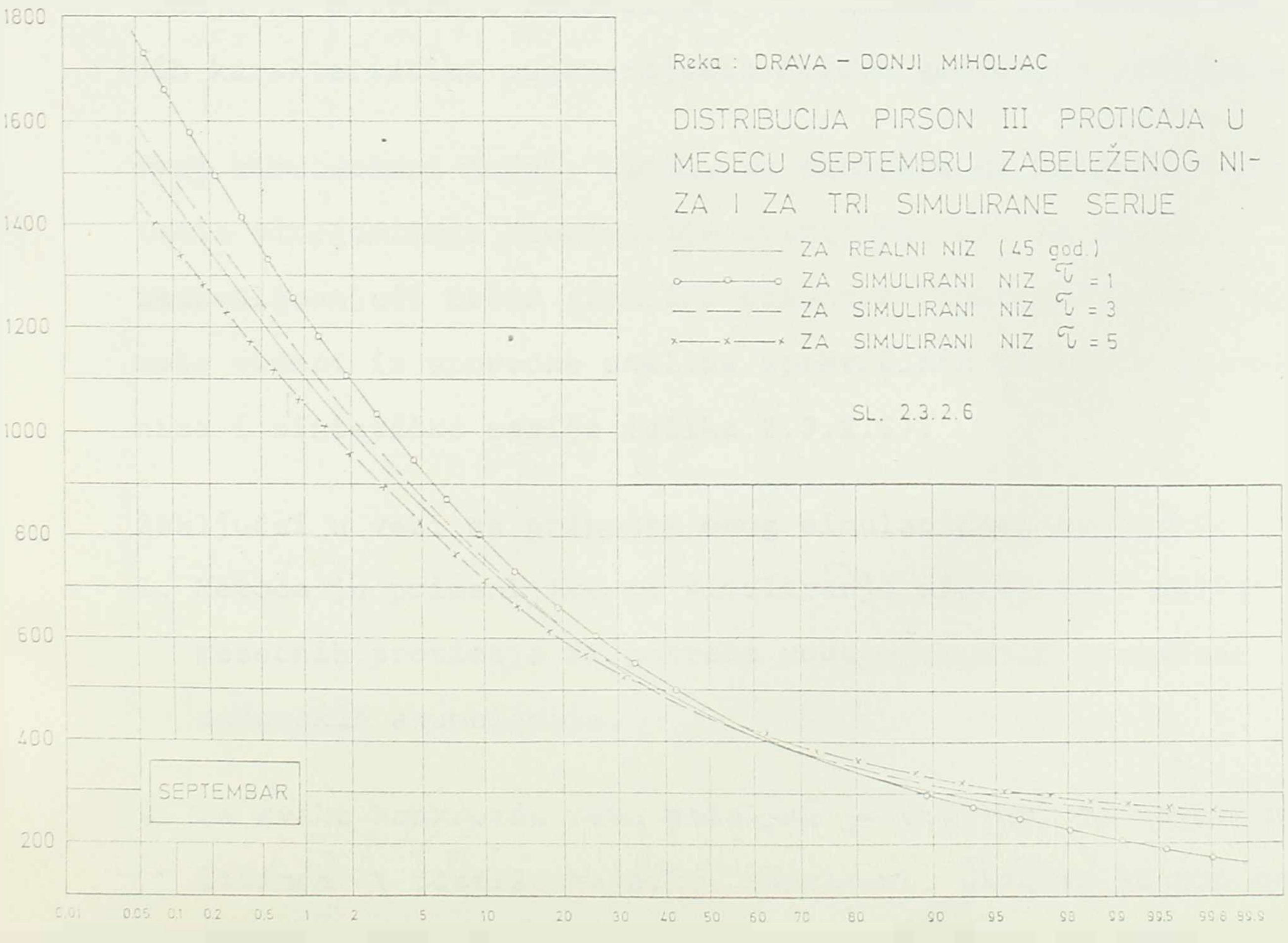
Niz	Juni				Septembar			
	$\bar{Q}$	C_v	$r_{VI,VII}$	$r_{VI,VIII}$	$\bar{Q}$	C_v	$r_{VIII,IX}$	$r_{VIII,X}$
Osmotren niz (45 g.)	618	0,284	0,65	0,43	496	0,377	0,67	0,38
Simuliran (τ = 1)	836	0,313	0,69	0,49	512	0,389	0,71	0,46
Simuliran (τ = 3)	809	0,271	[illegible]	0,45	491	0,370	0,69	0,39
Simuliran (τ = 5)	802	0,252	0,59	0,040	485	0,352	0,69	0,31)

ba/ Izvršena je analiza distribucije mesečnih proticaja realnog niza i pojedinih segmenata sintetičkih serija za τ = 1,...,5.

Na sl. 2.3.2.5 i 6 su date distribucije verovatnoće proticaja za reku Dravu (D. Miholjac) za mesece juni i septembar. Uočava se da se u oba slučaja najbolje slaganje distribucije protoka sintetičkih serija i realnog niza postiže za τ = 3, a da se sa daljim povećavanjem τ pogoršava kvalitet simulacije. Uvodjenjem u proračun većeg broja članaka složenog markovskog lanca model može da postane previše "inertan", te da kao takav manje odgovara realnim procesima u slivu.



SL. 2.3.2.5



SL. 2.3.2.6

bb/ Analiza statističkih parametara i distribucije godišnjih vrednosti proticaja istorijskih nizova i odgovarajućih sintetičkih serija raznih dužina pokazuje da se sa porastom dužine sintetičkog niza postepeno poboljšava slaganje odgovarajućih statističkih karakteristika. Drugim recima, sintetička serija mora da bude dovoljne dužine, kako bi se neki statistički parametri stabilizovali oko parametara realnog niza. Na sl. 2.3.2.7 prikazane distribucije godišnjih proticaja na Dravi realnog niza i više simuliranih nizova raznih dužina (polazni parametri pri simulaciji bili su isti). Zaključuje se da se za n = 500 g. parametri sasvim stabilizuju.

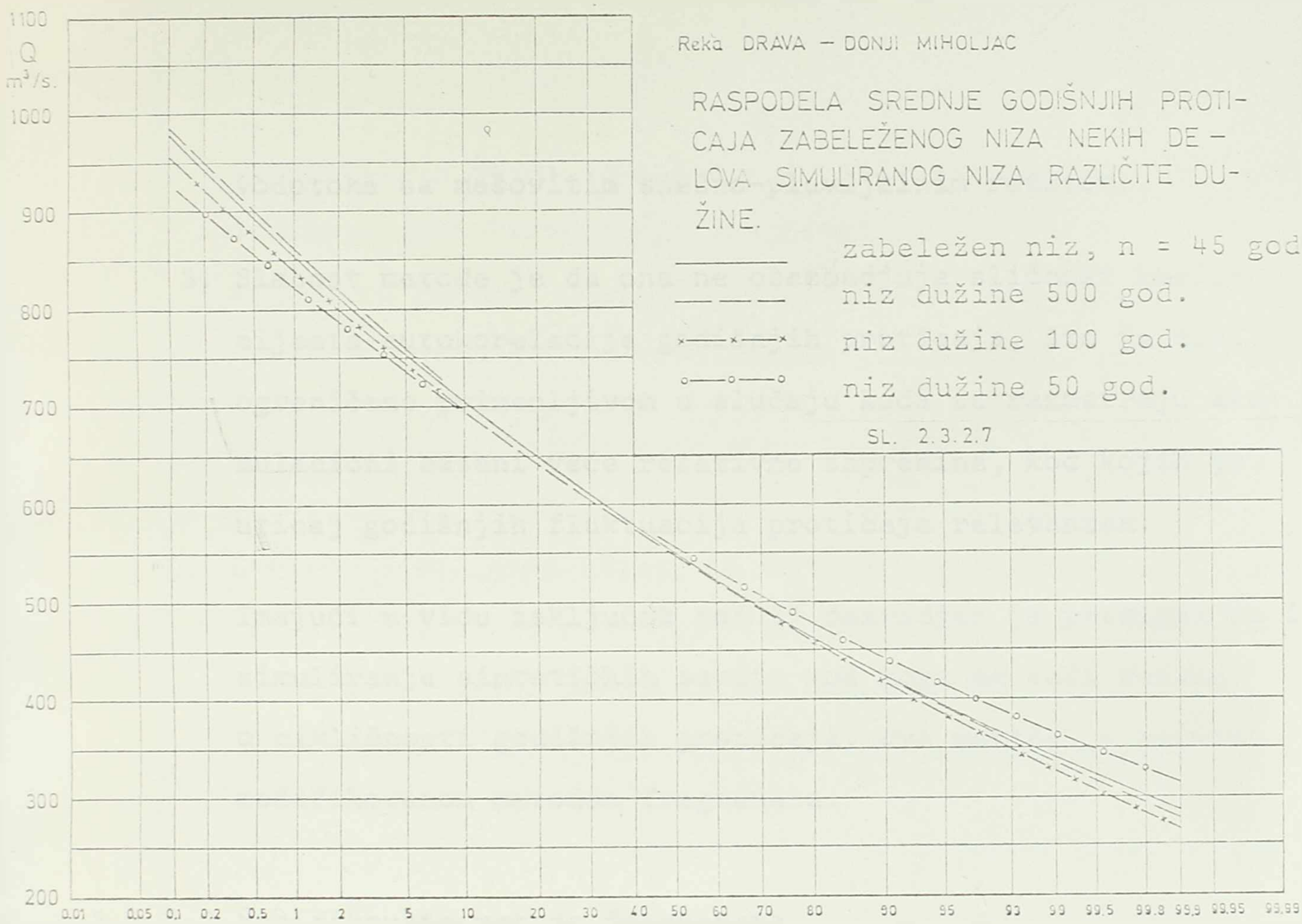
c/ Analiza koeficijenta autokorelacije godišnjih proticaja (vidi tabelu pod aa) pokazuje da se simulacijom serija mesečnih proticaja ne ostvaruje zadovoljavajuća sličnost autokorelacionih karakteristika odgovarajućih nizova godišnjih proticaja.

Ovaj simulacioni model, znači, ne odražava na zadovoljavajući način višegodišnje fluktuacije proticaja, ali na sasvim zadovoljavajući način simulira sezonske fluktuacije, što se može videti iz uporedne analize spektralnih funkcija prirodnog niza i sintetičke serije (slika 2.3.2.8).

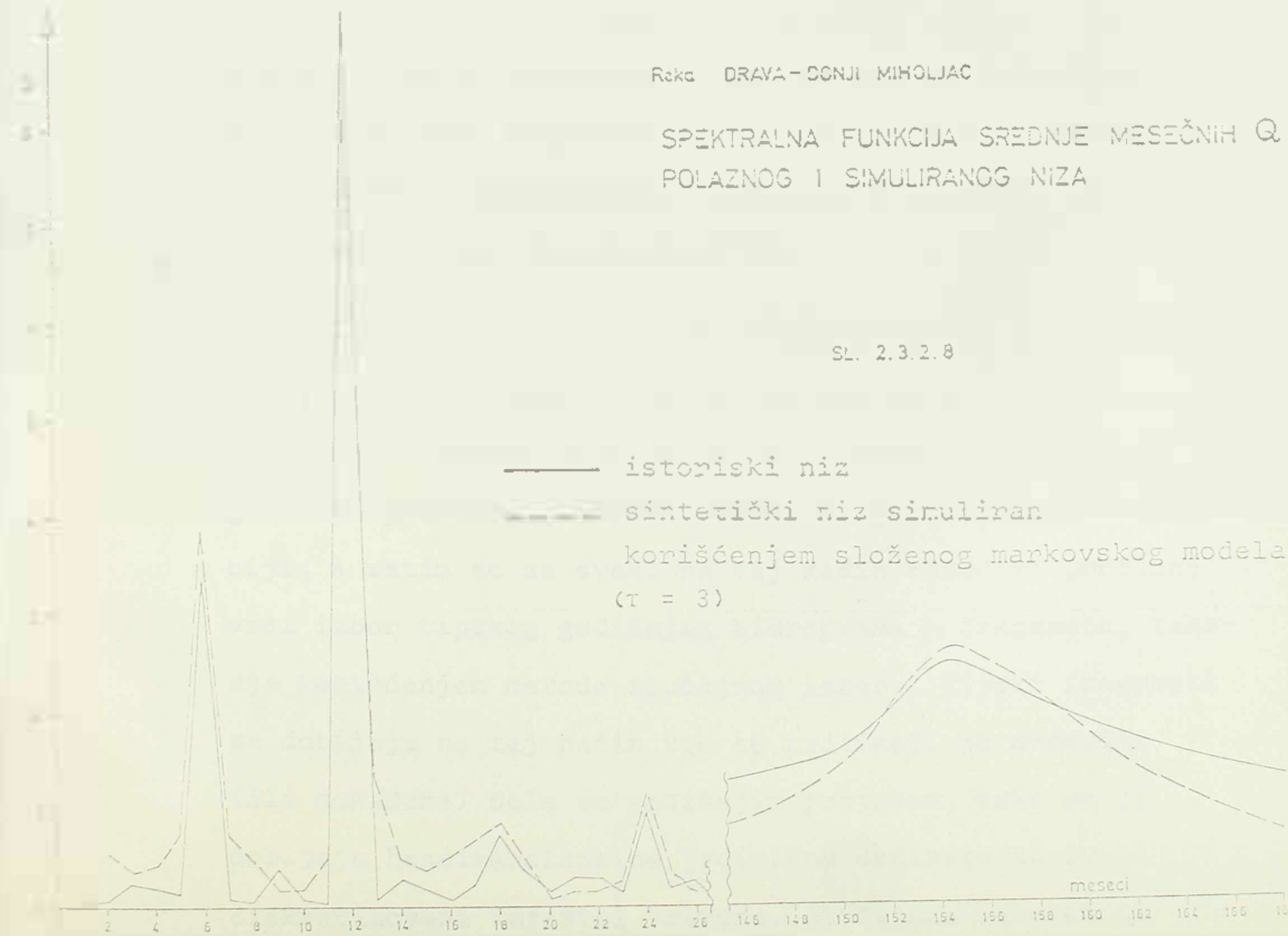
Zaključci u vezi sa primenom ovog simulacionog postupka:

1. Metoda je primenljiva za simuliranje sintetičkih serija mesečnih proticaja za potrebe vodoprivrednih proračuna sezonskih akumulacija.

2. Za svaku konkretnu reku poželjno je ispitati sa kojom veličinom τ postižu najbolji rezultati. Ukoliko se ovo ne ispituje može se preporučiti vrednost $\tau = 5$ za



SL. 2.3.2.7



SL. 2.3.2.8

vodotoke sa mešovitim snežno-pluvijalnim režimom.

3. Slabost metode je da ona ne obezbedjuje sličnost koeficijenta autokorelacije godišnjih proticaja, što je čini ograničeno primenljivom u slučaju kada se razmatraju akumulacioni baseni veće relativne zapremine, kod kojih je uticaj godišnjih fluktuacija proticaja relevantan.

Imajući u vidu zaključak pod 3) razradjen je postupak za simuliranje sintetičkih serija kod koga se vodi računa o cikličnosti godišnjih proticaja. Ova metoda je nazvana modifikovanom metodom fragmenata.

2.2.2 Modifikovana metoda fragmenata

U slučaju da je akumulacija veće relativne zapremine i da je zbog toga neophodno da se uzmu u obzir fluktuacije i cikličnost godišnjih proticaja, za simulaciju je dosad korišćena metoda fragmenata [10].

Autor metode fragmenata je G. Gvanidze i ona se često koristi u SSSR-u. Zasniva se na dvojnom modeliranju. Najpre se nekom od metoda tipa Monte Karlo simuliraju srednji godišnji proticaji, vodeći računa o njihovoj autokorelaciji, a zatim se za svaki na taj način odredjen proticaj vrši izbor tipskog godišnjeg hidrograma - fragmenta, takodje korišćenjem metode slučajnog izbora. Tipski fragmenti se dobijaju na taj način što se proticaji po mesecima (ili dekadama) dele se godišnjim protokom, tako da se dobijaju bezdimenzionalne jedinične ordinate za svaki diskretizovani interval vremena. Slučajnim izborom iz raspoloživog skupa fragmenata i množenjem bezdimenzionalnih ordinata tako "izvučenog" fragmenta sa $\bar{Q}_i$ (za i-tu simularnu godinu) dobijaju se protoci po mesecima (ili dekadama) za svaku od simuliranih godina niza.

Metoda je operativno vecma pogodna, ali je imala dve krupne slabosti: a) fragmenti su bili malobrojni (ima ih koliko i godina istorijskog niza), te se kod dugih sintetičkih serija ponavljaju, b) na spoju dva fragmenta (npr. XII-I) javljali su se često nedozvoljivi skokovi, koji su narušavali logični kontinuitet dobijene sintetičke serije.

Oba ova nedostatka otklonjena su u ovom radu, čime je ova modifikovana metoda postala univerzalnije upotrebljiva za simuliranje serija za potrebe sinteze vodoprivrednih sistema.

Postupak simulacije:

1. Postoji istorijska serija mesečnih proticaja Q_{ij} (i - označava godinu: i = 1,..., N; j - oznaka za mesece: j = 1,..., 12). Ukoliko se svaki prosečni mesečni proticaj Q_{ij} podeli sa prosečnim godišnjim proticajem $\bar{Q}_i$ dobija se skup od N bezdimenzionalnih fragmenata q_{ij}.

2. Da bi se povećao broj fragmenata svaki od njih se može simulirati M puta. Za ovu simulaciju ovde je primenjena relacija

$$q'_{ij} = q_{ij} + q_{ij} \frac{\xi_j - \bar{\xi}_j}{\alpha \sum_{j=1}^{12} \xi_j}$$

Ovde su: ξ_j slučajni generisani brojevi iz skupa (0,1), dok je $\alpha = f(\bar{\xi}_j)$ parametar koji se može uvesti ukoliko se želi uplivisati na domen oscilacija dobijene sintetičke serije. Može se uzeti da je $\alpha = a + b\,\bar{\xi}_j$, gde su a i b pozitivne konstante.

Na ovaj način dobija se N skupova od po M fragmenata.

3. Postupkom opisanim u tački 3.1 simulira se serija prosečnih godišnjih proticaja. Time se dobija sintetički niz željene dužine, koji ima iste statističke karakteristike kao i realizovani niz godišnjih proticaja, uključiv tu i izvesno grupisanje vodnijih i sušnijih epizoda.

4. Za svaku godinu sintetičkog simuliranog niza bira se metodom slučajnog izbora odgovarajući fragment, pri čemu se poštuju dva uslova:

   a/ fragment se bira iz onog od N skupova čiji godišnji protok odgovara prosečnom godišnjem proticaju razmatranog člana sintetičke serije.

   b/ pri izboru jednog fragmenta od M mogućih bira se onaj čiji proticaj u prvom mesecu najbolje korespondira sa protokom u zadnjem mesecu prethodne godine. Ovakav izbor omogućava prethodna korelaciona analiza protoka u prvom i zadnjem mesecu realizovanog niza proticaja (decembar - januar, ukoliko se radi sa kalendarskim godinama, septembar - oktobar, ukoliko se radi sa hidrološkim godinama itd.).

5. Množenjem ordinata ovako odabranih [illegible] sintetickog niza, dobija se tražena sintetička serija mesečnih proticaja.

Blok dijagram ovog simulacionog modela daje se na sl. 2.3.2.9.

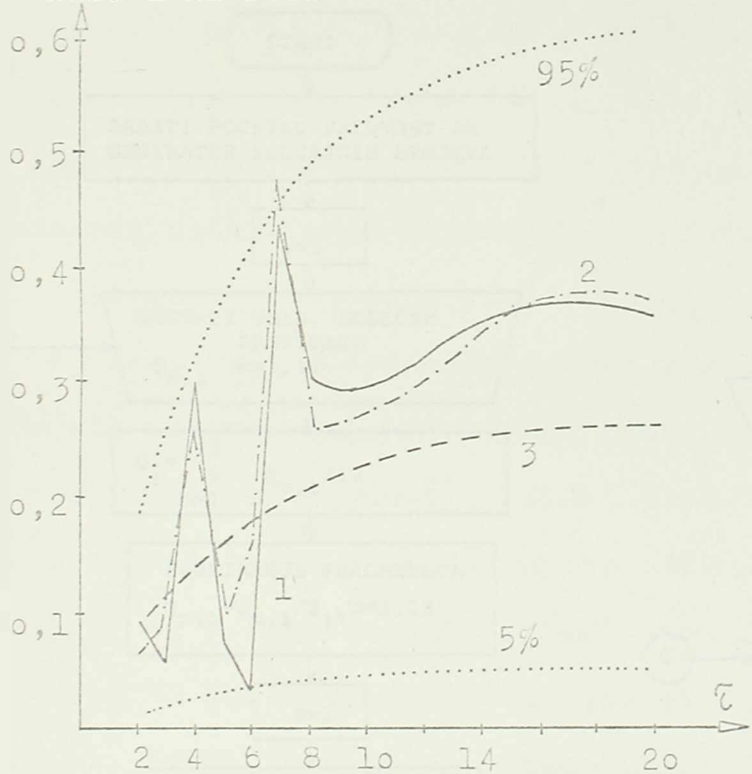
Model je ispitan modeliranjem nizova na više vodotoka. Analiza ovih rezultata pokazuje sledeće:

a/ Sintetičke serije zadržavaju statističke i autokorelacione osobine polaznog niza i u domenu godišnjih proticaja. Time je, znači, odklonjen nedostatak prethodne metode, koja je zbog gubljenja autokorelacionih karakteristika bila neupotreb- ljiva za proračune akumulacija sa višegodišnjim ipravnanjem.

U narednoj tabeli se uporedo prikazuju statističke karakteristike realne i simulirane serije godišnjih proticaja za reku Dravu u Donjem Miholjcu:

	$\bar{Q}$	C_v	C_s	r_1	r_2
Polazni niz	561	0,196	0,473	0,36	0,14
simuliran niz	566	0,199	0,409	0,41	0,12

b/ Sintetičke serije zadržavaju spektralne osobine polaznog [illegible] i za godišnje i za mesečne proticaje. To znači da se simulacijom ne deformiše eventualna cikličnost hidrološkog niza. Na sl. 2.3.2.10 prikazane su spektralne [illegible] serija godišnjih proticaja za reku Z. Moravu (Gugaljski most) za realni niz (45 g.) i sintetički niz dobijen simuliranjem po metodi fragmenata. Podudarnost spektralnih funkcija je veoma dobra. Isti zaključak je dobijen i pri simuliranju nizova na reci Dravi.



Reka: Zapadna Morava
Profil: Gugaljski most
Spektralne funkcije nizova godišnjih proticaja:
1) realnog proticaja;
2) sintetičke serije simulirane metodom fragmenata ;
3) za prost markovski lanac

Sl. 2.3.2.10

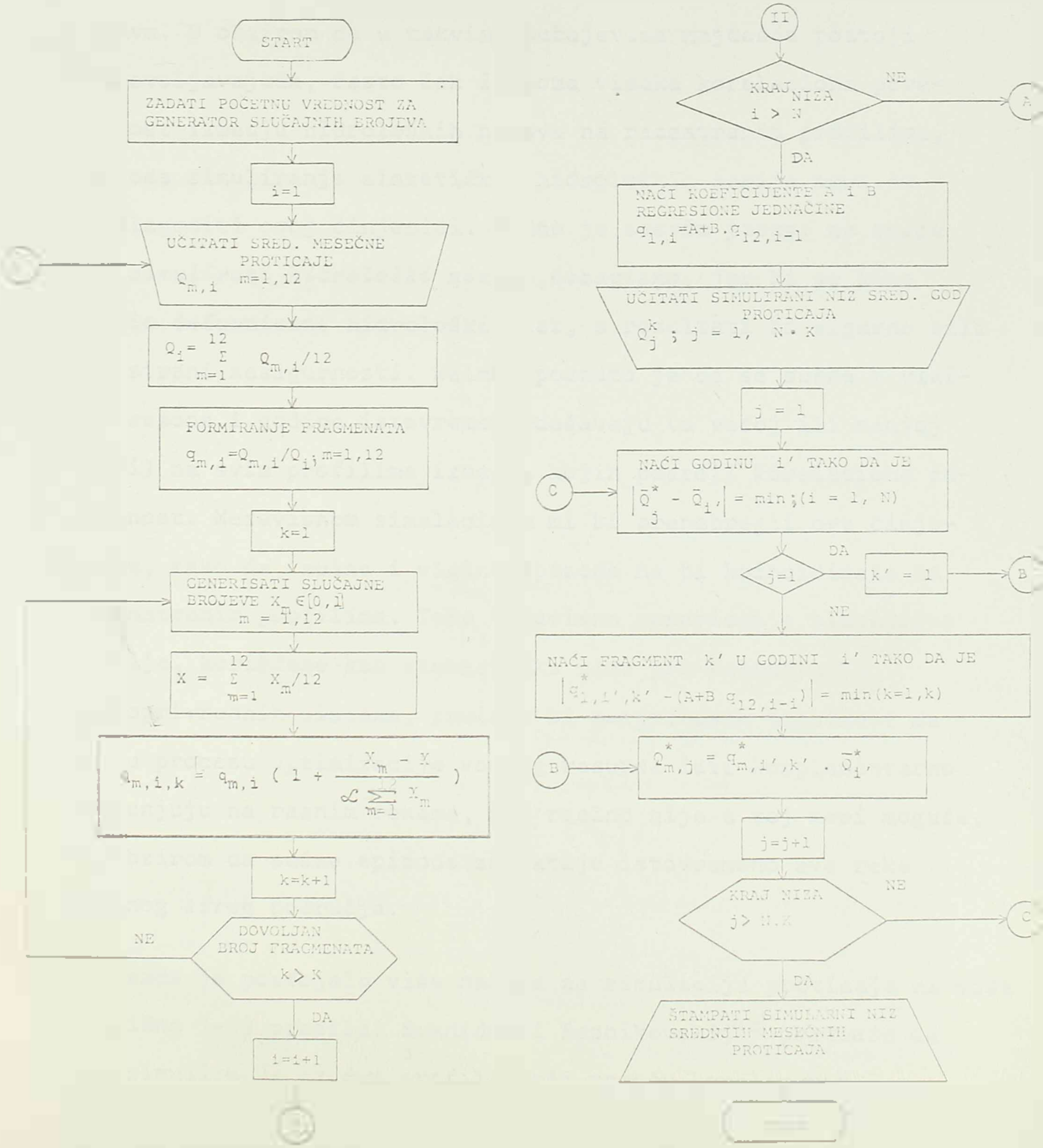
Zaključci u vezi sa primenom metoda za simuliranje mesečnih proticaja:

1. U zadacima sinteze (dimenzionisanja) sistema akumulacija sa sezonskim izravnavanjem, obe razmatrane metode su upotrebljive za simuliranje slučajnog vektora ulaza. Izvesne numeričke prednosti pruža metoda fragmenata.

2. Ukoliko se vrši optimalna sinteza akumulacija sa višegodišnjim izravnavanjem, za generisanje slučajnog vektora ulaza treba koristiti modifikovanu metodu fragmenata

3. Metoda simuliranja serije mesečnih proticaja na bazi neposrednog korišćenja složenog markovskog lanca ima tu

prednost, u odnosu na metodu fragmenata, što se može koristiti i za prognoznu estimaciju hidrološkog ulaza. Zato nju treba koristiti u zadacima optimalne analize sistema akumulacija.



2.3 SIMULIRANJE SINTETIČKIH SERIJA MESEČNIH PROTICAJA NA GRUPI PROFILA

U vodoprivrednim proračunima akumulacionih basena najčešće se javlja potreba da se razmatra sistem akumulacija, naročito ukoliko se one nalaze u kaskadi ili na vodotocima istog sliva. S obzirom da u takvim slučajevima najčešće postoji zadovoljavajuća, često čak i veoma visoka korelaciona povezanost izmedju hidroloških nizova na razmatranim profilima, metoda simuliranja sintetičkih hidroloških serija mora se prilagoditi ovoj činjenici. Jedno je sasvim jasno: *ne smeju se simulirati hidrološki nizovi nezavisno*, jer bi se time dobio deformisani hidrološki ulaz, a rezultati bi sigurno bili na strani nesigurnosti. Naime, poznato je da se sušne i vlažne sezone i godine istovremeno dešavaju (u većoj ili manjoj meri) na svim profilima izmedju kojih postoji korelaciona zavisnost. Nezavisnom simulacijom mi bi prenebregli ovu činjenicu, tako da sušne i vlažne epizode ne bi koincidirale na razmatranim profilima. Tako nezavisno generisanje sintetičke serije, korišćene kao stohastički ulaz pri razmatranju vodoprivrednih sistema, pružale bi neopravdano mogućnost da se u procesu optimizacije vodnog resursa isti komplementarno dopunjuju na raznim rekama, što realno nije u toj meri moguće, s obzirom da sušne epizode zahvataju istovremeno sve reke jednog šireg područja.

Do sada je postojalo više načina za simulaciju proticaja na više (obično 2-3) profila. Svanidze i Raznikovskij [illegible] predlažu da se simuliranje na dva profila vrši pomoću koreliranih slučajnih brojeva: prvi broj ε_i uzima se slučajnim izborom iz intervala (0,1), dok se drugi slučajni broj η_i uzima vodeći računa o koeficijentu korelacije r_{12} proticaja na profilima 1 i 2. Metoda je primenjiva, kao što i sami autori ističu, za simuliranje proticaja na samo 2 ili najviše 3 profila.

U SAD Fiering i Thomas [illegible] predlažu da se simulacija dva niza proticaja obavlja primenom jednačine linearne regresije, uz uvodjenje slučajne komponente. Najpre se prvi niz simulira primenom prostog markovskog modela, a zatim se drugi niz generiše primenom relacije, koja u ovde uvedenom obeležavanju, ima oblik

$$Q_{2i} = \bar{Q}_2 + (Q_{1i} - \bar{Q}_1)\,\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\,r_{12} + \varphi_{2i}\cdot\sigma_2\sqrt{1 - r_{12}^2} \qquad (2.3.1)$$

Indeksi se odnose na polazni (osnovni) profil (1) i neki drugi profil (2) u kome simuliramo proticaje. U slučaju da se simuliraju nizovi na više od dva profila ova metoda uzima u obzir samo korelacionu vezu izmedju osnovnog niza i niza koji se simulira, zapostavljajući ostale korelacione veze definisane korelacionom matricom $\|r_{ij}\|$.

Odklanjajući ovaj nedostatak autor je razradio metodu koja omogućava da se pri simuliranju sintetičkih nizova proticaja na k-tom profilu uzmu u obzir praktično sve medjusobne korelacione veze koje postoje izmedju razmatranih hidroloških nizova.

Najpre se nekom od prikazanih metoda za simuliranje mesečnih proticaja izvrši generisanje sintetičke serije na osnovnom profilu, koji ima karakter repernog profila i na kome se raspolaže sa najpotpunijom hidrološkom informacijom o proticajima.

Koristeći se, zatim, tako dobijenim polaznim sintetičkim nizom, simuliranje mesečnih proticaja na proizvoljnom k-tom profilu vrši se korišćenjem relacije

$$Q_i^k = \bar{Q}_m^k - \sum_{j=1}^{k-1} (Q_i^j - \bar{Q}_m^j) \frac{\sigma_m^k}{\sigma_m^j} \cdot \frac{d_{m,j+1}^k}{d_{m,1}^k} + \phi(\xi_i, CS_{m,i}^{k,u}) \, \sigma_m^k \sqrt{\frac{D_m^k}{d_{m,1}^k}} \qquad 2.3.2$$

Indeks i označava redni broj generisanog elementa ($i = 1, \ldots$), indeks m označava mesec ($m = 1, \ldots, 12$), dok se indeksom k obeležava broj profila na kome se vrši simuliranje.

Determinante matrica koeficijenta korelacije date su u opštem obliku

$$D_m^k = \begin{vmatrix} 1 & r_{1,2} & r_{1,3} & \cdots & r_{1,k} \\ & 1 & r_{2,3} & \cdots & r_{2,k} \\ & & 1 & \cdots & r_{3,k} \\ & & & & \vdots \\ & & & & 1 \end{vmatrix} \qquad (m = 1, \ldots, 12) \qquad (2.3.3)$$

Sa $d_{m,j}^k$ su označeni kofaktori minora determinante D_m^k po elementima prve vrste, dok indeks j označava broj kolone

Član ϕ je funkcija slučajnog broja ξ_i i uslovnog koeficijenta asimetrije koje se odredjuju iz izraza:

$$C_{S_{m,i}}^{k,u} = \frac{2\,\sigma_m^k \cdot \sqrt{\dfrac{D_m^k}{d_{m,1}^k}}}{\bar{Q}_m^k - \sum\limits_{j=1}^{k=1} (Q_i^j - \bar{Q}_m^j)\,\dfrac{\sigma_m^k}{\sigma_m^j} \cdot \dfrac{d_{m,j+1}^k}{d_{m,1}^k}} \qquad 2.3.4$$

Postupak za simulaciju je analog sa već prikazanom metodom za simulaciju mesečnih proticaja (glava 2.3.2.1). Najpre se odredi iz (2.3.4) uslovni koeficijenat asimetrije, zatim se generiše slučajni broj ξ_i, te se pretraživanjem tablice kojom su definisana odstojanja binomne krive raspodele od sredine pri $\bar{x} = 1$, $C_v = 1$ (poznate Foster - Ribkinove tablice) rešava jednačina (3.1.4). To omogućava da se primenom relacija (2.3.2 i 2.3.3) odredi proticaj $\hat{Q_i}$ koji predstavlja i-ti član simulirane sintetičke serije proticaja na k-tom profilu. Dijagram toka ovog algoritma prikazan je na sl. 2.3.2.4 (leva strana dijagrama toka odnosi se na simulaciju proticaja na osnovnom - repernom profilu, dok desna sistematizuje algoritam simulacije na k-tom profilu).

Jasno je da se samo neznatnom adaptacijom ovog modela može izvršiti istovremena simulacija *godišnjih proticaja* na grupi profila, te se ovaj model kao poseban (lakši) slučaj neće ovde ni prikazivati.

Provera ovog modela izvršena je na više grupa profila. Rezultati su bili sasvim zadovoljavajući, pa je ovaj način usvojen za simuliranje slučajnog vektora ulaza u zadacima sinteze i analize vodoprivrednih sistema, koji se sastoje od većeg broja akumulacionih basena.

Dokumentujmo ovo finalnim pokazateljima rezultata istovremena simulacije nizova godišnjih i mesečnih proticaja na profilima u slivu Neretve: (1) Grebovica, (2) Jablanica i (3) Konjic na r. Neretvi i (4) Rama na reci Rami.

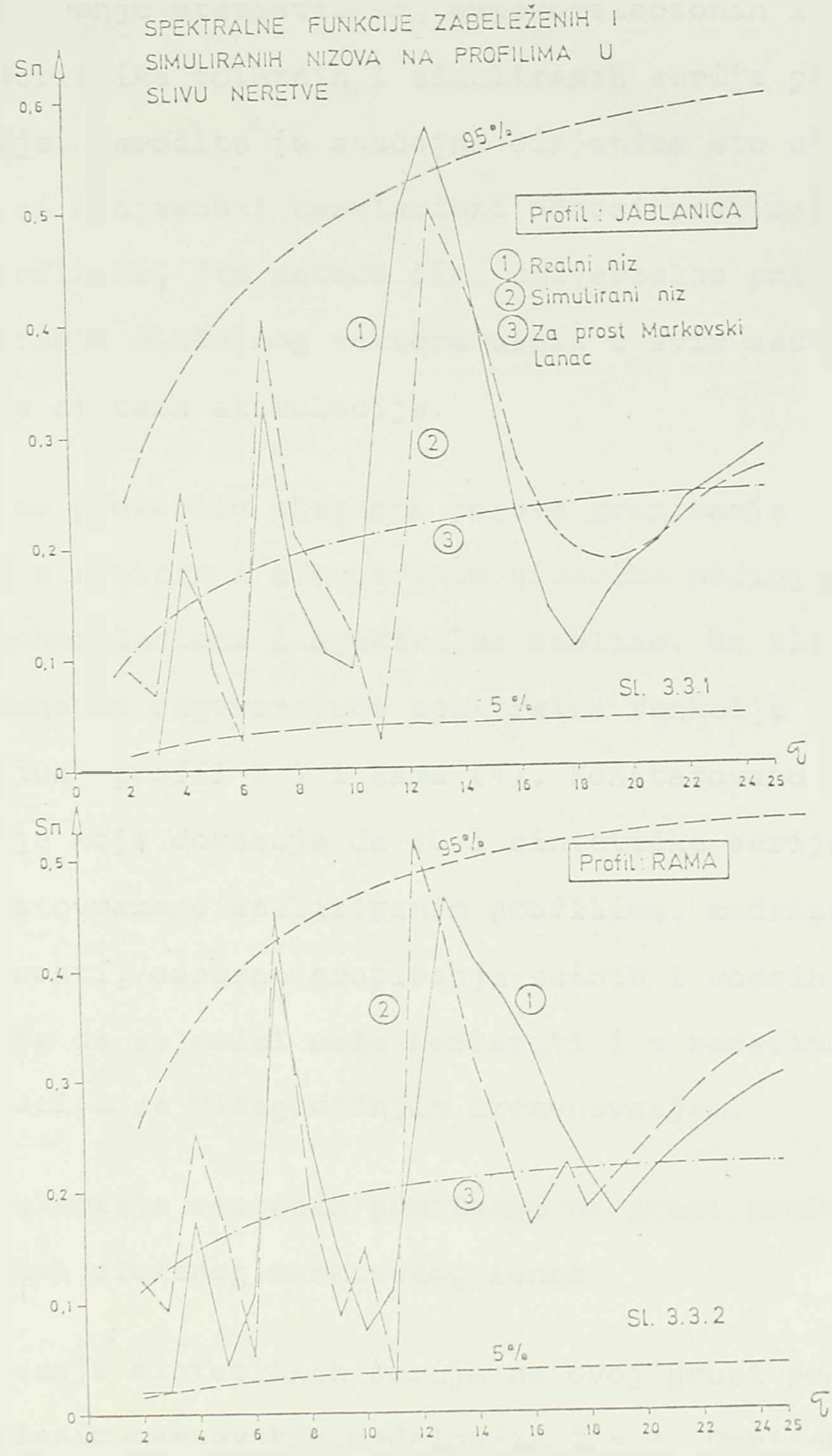
a/ Simuliranje godišnjih proticaja

Osnovne karakteristike polaznih nizova na ova četiri profila:

Prof	$\bar{Q}$	C_v	σ	Autokorel.		Korelacija izmedju profila $i \div j$			
				r_1	r_2	1	2	3	4
1	136,0	0,165	22,5	0,27	[illegible]	1	0,951	0,854	0,774
2	111,[illegible]	0,165	18,5	0,23	0,11		1	0,905	0,801
3	54,0	0,174	9,4	0,22	0,07			1	0,645
4	33,2	0,169	5,6	0,15	0,11				1

Karakteristike simuliranih nizom dužine N = 100 g. na [illegible] četiri profila u slivu Neretve:

Prof	$\bar{Q}$	C_v	σ	Autokorel.		Korelacija izmedju profila $i \div j$: r_{ij}			
				r_1	r_2	1	2	3	4
1	[illegible]	0,169	23,8	0,28	0,13	1	0,931	0,837	0,746
2	[illegible]	0,168	19,3	0,25	0,10		1	0,890	[illegible]
3	56	0,171	9,6	0,20	0,09			1	0,615
4	35	0,170	5,6	0,17	0,10				


SPEKTRALNE FUNKCIJE ZABELEŽENIH I SIMULIRANIH NIZOVA NA PROFILIMA U SLIVU NERETVE
Sn
95%
Profil : JABLANICA
1 Realni niz
2 Simulirani niz
3 Za prost Markovski Lanac
5 %
Sl. 3.3.1
Sn
95%
Profil: RAMA
5%
Sl. 3.3.2

Uporedjivanje statističkih, autokorelacionih i korelacionih karakteristika polaznih i simuliranih serija pokazuje odlično slaganje. Naročito je značajna činjenica što simulacijom nisu narušeni medjusobni korelacioni odnosi proticaja na pojedinim profilima, što metodu čini univerzalno primenljivom za simuliranje slučajnog vektora ulaza u svim zadacima optimalne sinteze sistema akumulacija.

Da bi se proverilo slaganje pojave grupisanja sušnih i vodnih godina u realnim i simuliranim nizovima načinjena je detaljno autokorelaciona i spektralna analiza. Na sl. 3.3.1 i 2 prikazane su odgovarajuće spektralne funkcije za profile Jablanica (profil 2) i Rama (4). Konstatovano je vrlo dobro slaganje koje dokazuje da su i sintetičke serije dobijene na svim istovremeno analiziranim profilima, zadržale iste osobine cikličnosti, odnosno grupisanja sušnih i vodnih epizoda. Ovo dokazuje da se model može koristiti i u zadacima sinteze akumulacija sa višegodišnjim izravnavanjem.

b/ Simuliranje mesečnih proticaja na grupi profila

ba/ model složenog markovskog lanca

Generisanje sintetičkih serija na ovoj grupi profila izvršeno je složenim markovskim modelom za $\tau = 3$. Dobijeni su sasvim zadovoljavajući rezultati, što se može videti uporedjivanjem statističkih karakteristika prirodnih (indeks "p") i sintetičkih serija (indeks "s") na sva četiri profila (naredna tabela 3.3.1).

[illegible]	[illegible]	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
I	Q_p	154	140	173	204	188	103	55	36	45	109	213	210
	[illegible]	149	161	169	208	193	107	[illegible]	35	51	113	220	221
	$C_{v(p)}$	0,45	[illegible]	0,46	0,24	0,33	0,34	0,32	0,21	0,51	0,74	0,43	[illegible]
	[illegible]	[illegible]	0,49	0,40	0,21	0,32	0,35	0,34	0,23	0,49	0,71	0,43	0,56
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	144	171	156	87	46	30	37	85	169	173
	[illegible]	122	128	141	176	163	92	[illegible]	32	41	98	175	185
	[illegible]	0,47	0,51	0,45	0,25	0,35	0,37	0,33	0,21	0,53	0,77	0,44	0,51
	$C_{v(s)}$	0,52	0,48	0,43	0,20	0,38	0,41	0,35	0,23	0,49	0,74	0,46	0,60
[illegible]	[illegible]	57	50	63	86	76	38	19	14	16	41	[illegible]	80
	[illegible]	53	54	65	91	77	41	21	16	17	50	81	84
	[illegible]	0,53	0,63	0,47	0,26	0,38	0,38	0,37	0,37	0,55	0,79	0,48	0,54
	[illegible]	0,57	0,62	0,51	0,28	0,41	0,40	0,45	0,41	0,59	0,82	0,53	0,58
[illegible]	[illegible]	41	35	43	48	41	[illegible]	19	14	14	23	45	[illegible]
	[illegible]	39	35	[illegible]	50	45	[illegible]	[illegible]	[illegible]	16	26	47	43
	[illegible]	0,50	0,37	0,37	0,29	0,32	0,35	0,31	0,26	0,35	0,63	0,43	0,39
	[illegible]	0,54	0,41	0,37	0,31	0,36	0,41	0,30	0,28	0,37	0,61	0,50	0,43

Sl. [illegible]1 Uporedni prikaz statističkih parametara mesečnih proticaja osmotrenih i simuliranih nizova na četiri profila u slivu Neretve.

Sintetičke serije mesečnih proticaja su zadržale i svoje autokorelacione osobine, što se ovde dokumentuje uporednim prikazom koeficijenata autokorelacije mesečnih proticaja za profil Grabovca (tab. 3.3.2).

Analizirani su i koeficijenti korelacije mesečnih proticaja na ova četiri profila za prirodni niz (gornje cifre) i sintetičke nizove (donje cifre) (Tab. 3.3.3).

ZapažA se da su mesečni proticaji sintetičkih nizova na [illegible]atranim profilima zadržali svoje medjusobne korelacione odnose, sto potvrdjuje da metoda zadovoljava taj osnovni uslov.

neophodan za uspešno korišćenje pri sintezi vodoprivrednih sistema.

Da bi se sagledala upotrebljivost metode, realne i sintetičke serije mesečnih proticaja su transformisane u nizove godišnjih protoka, pa su isti podvrgnuti statističkoj, autokorelacionoj i spektralnoj analizi. U sledećoj tabeli (3.3.4) se navode ovi podaci za sva četiri profila za realne nizove (indeks p) i sintetičke nizove (s). Tabela 2.3.4:

Profil	$\bar{Q}_{(p)}$	$\bar{Q}_{(s)}$	$c_{v(p)}$	$c_{v(s)}$	$r_{1(p)}$	$r_{1(s)}$	$r_{2(p)}$	$r_{2(s)}$
(1)	136	140	0,165	0,160	0,27	0,09	0,14	-0,02
(2)	112	116	0,165	0,157	0,23	0,07	0,11	-0,0
(3)	54	56	0,174	0,167	0,22	0,11	0,07	-0,05
(4)	33	34	0,169	0,156	0,15	0,02	0,11	0,04

Zapaža se da se postiže sasvim dobro slaganje osnovnih statističkih karakteristika. To, medjutim, nije slučaj i sa autokorelacionim karakteristikama. Iz razloga koji su već pomenuti u gl. 2.3.2, ovim modelom se verno ne simuliraju i višegodišnje fluktuacije vodnih i sušnih godina, što ga čini neprihvatljivim u slučaju optimalne sinteze sistema višegodišnjih akumulacija.

Tabela 2.3.2: Uporedni prikaz koeficijenata autokorelacije mesečnih proticaja realnog niza (gornje cifre) i simuliranog niza (donje cifre) reka Neretva, profil: Grabovica.

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
I	1	0,20 0,23	-0,13 -0,17	0,16 [illegible]	-0,02 [illegible]	0,29 [illegible]	0,19 [illegible]	0,25 0,12	[illegible] [illegible]	-0,07 [illegible]	[illegible]	[illegible]
II		1	0,31 0,25	0,15 0,13	[illegible] 0,35	[illegible] 0,31	[illegible] [illegible]	0,33 0,27	0,13 0,08	[illegible] [illegible]	-0,14 [illegible]	[illegible] -0,27
III			1	0,44 0,39	[illegible]	0,08 0,04	0,11 0,19	0,06 -0,07	0,30 0,12	0,08 0,09	0,05 0,03	[illegible] [illegible]
IV				[illegible]	[illegible] 0,35	0,19 0,31	0,06 0,04	0,03 -0,03	0,04 -0,02	-0,04 -0,20	[illegible] [illegible]	-0,02 0,0
V					1	0,56 0,50	0,29 0,18	[illegible] 0,06	0,03 -0,09	-0,13 -0,15	-0,27 -0,26	-0,40 -0,28
VI						1	0,64 0,70	0,39 0,55	0,0 0,17	-0,24 -0,11	-0,31 -0,04	-0,38 -0,21
VII							1	0,69 0,83	0,14 0,27	0,02 0,04	[illegible] -0,10	[illegible] -0,11
VIII								1	0,42 0,37	0,17 0,10	0,11 0,25	-0,13 -0,15
IX									1	0,53 0,57	0,27 0,41	0,32 0,27
X										1	0,55 0,70	0,24 0,16
XI											1	0,33 0,24
XII												1

Tabela 2.3.3: Statističke karakteristike godišnjih proticaja realnih nizova (gornje cifre) i simuliranih serija (donje cifre) za četiri profila u slivu Neretve, dobijenih simuliranjem mesečnih proticaja (metoda složenog markovskog lanca)

[illegible]	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
[illegible]	[illegible]	0,99	0,97	0,93	0,97	0,93	0,98	0,93	0,99	0,99	[illegible]	0,96
	[illegible]	[illegible]	0,97	0,91	0,96	[illegible]	[illegible]	0,99	0,99	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	0,96	0,95	0,83	[illegible]	0,92	0,88	0,84	[illegible]	0,96	[illegible]	0,97
	[illegible]	0,96	0,93	0,80	0,92	0,90	0,84	0,86	0,96	0,96	[illegible]	[illegible]
[illegible]	0,78	0,72	0,78	0,75	0,83	0,87	0,81	0,73	0,77	0,91	[illegible]	[illegible]
	[illegible]	0,75	0,73	0,76	0,79	0,90	0,83	0,70	0,75	0,84	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	0,96	0,97	0,91	0,95	0,94	0,88	0,81	0,97	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	0,93	0,96	0,95	0,90	0,91	0,93	0,90	0,83	0,93	0,95	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	0,77	0,81	0,70	0,96	0,85	0,81	0,76	[illegible]	0,91	[illegible]	[illegible]
	0,85	0,72	0,83	0,77	0,85	0,85	0,84	0,74	[illegible]	0,92	[illegible]	0,97
[illegible]	[illegible]	0,65	0,72	0,62	0,76	0,76	0,63	0,61	0,76	0,84	0,84	[illegible]
	0,73	0,60	0,75	0,63	0,72	[illegible]	0,68	0,63	0,80	[illegible]	[illegible]	[illegible]

Da bi se otklonio taj problem ovu metodu treba kombinovati sa već opisanom metodom fragmenata. Izvršena ispitivanja pokazuju da se na taj način dobijaju zadovoljavajući rezultati. Navodimo samo finalne rezultate ispitivanja ovog postupka.

bb/ Kombinovana metoda:

Da bi se modelom obuhvatila i cikličnost godišnjih proticaja, osnovni niz se simulira modifikovanom metodom fragmenata (već je pokazano da se njome ova sličnost spektralnih karakteristika u potpunosti ostvaruje), pa se zatim primenjuje postupak naveden u gl. 3.3. Time se postiže zadovoljavajuće slaganje autokorelacionih i spektralnih karakteristika realnih i sintetičkih serija. To se vidi iz tab. 3.3.5 u kojoj su date statističke i autokorelacione karakteristike serija simuliranih ovakvom kombinovanom metodom na pomenuta 4 profila u slivu Neretve (indeks p se odnosi na prirodni, a s sintetički niz).

Tab. 3.3.5

Profil	$\bar{Q}_{(p)}$	$\bar{Q}_{(s)}$	$C_{v(p)}$	$C_{v(s)}$	$r_{1(p)}$	[illegible]	[illegible]	[illegible]
1	136	132	0,165	0,166	0,27	0,29	[illegible]	[illegible]
2	112	109	0,165	0,169	0,23	0,27	[illegible]	[illegible]
3	54	53	0,174	0,179	0,22	0,19	0,07	[illegible]
4	33	31	0,169	0,175	0,15	0,18	0,11	0,08

Upoređjujući koeficijente autokorelacije godišnjih proticaja vidi se da je ovom kombinovanom metodom ostvareno sasvim zadovoljavajuće slaganje i po ovoj osnovi. To znači da se i u slučaju optimalne sinteze sistema akumulacija sa višegodišnjim izravnavanjem, slučajni vektor ulaza na razmatranim profilima može uspešno simulirati kombinovanom metodom.

[illegible] GENERISANJE SINTETIČKIH SERIJA DNEVNIH PROTICAJA

Za rešavanje nekih klasa zadataka optimizacije vodoprivrednih sistema sa akumulacijama (zadaci analize akumulacija manjih zapremina, optimalna sinteza sistema koji služe i za odbranu od poplava itd.) javlja se potreba da se kao ulaz u sistem generišu sintetičke serije dnevnih proticaja. Razvijajući ideju na koju je prvi ukazao Duban[illegible] autor je zajedno sa S. Jovanovićem i M. Čabrićem razradio postupak za generisanje sintetičkih serija dnevnih proticaja koja omogućava:

a/ Simuliranje kratkoročnih prognoznih serija dnevnih proticaja na nekom profilu (pa i grupi profila) za 10-20 dana unapred, koje se uspešno mogu koristiti u zadacima analize sistema;

b/ simuliranje sintetičkih serija neograničene dužine, koje se mogu koristiti kao stohastički ulaz u zadacima optimalne sinteze sistema akumulacija.

Model za prognozu, odnosno simulaciju zasniva se na analizi interne strukture već realizovanih nizova dnevnih proticaja, pri čemu se isti tretiraju kao složeni markovski lanci. Suština modela je u razgraničavanju dve komponente od kojih zavisi proticaj u nekom vremenskom preseku: autoregresione komponente, koja definiše "inerciju" procesa i stohastičke komponente koja proces čini slučajnim.

U nastavku će se prikazati model i postupak za generisanje nizova dnevnih proticaja ilustrovan primerima simulacije za

Dunav (profil Oršava) i Ibar (profil Lakat). Primeri su odabrani tako da se sagleda opseg upotrebljivosti razradjenog postupka za reke različitog vodnog režima.

Kada se raspolaže sa podacima o već realizovanim dnevnim proticajima na nekom profilu moguće je uspostaviti relaciju izmedju proticaja j-tog dana i proticaja koji su mu prethodili u j-1, j-2, ..., j-N danu.

Ova relacija se može formirati u obliku

$$X_j = a_o + a_1 X_{j-1} + a_2 X_{j-2} + \ldots + a_N X_{j-N} + e_j \quad (3.4.1)$$

gde X_j predstavlja logaritam proticaja Q_j, dok su a_o, a_1,... konstante.

Ovakvom relacijom se modelirani proticaj Q_j (dat preko logaritamske vrednosti x_j) definiše sa dve komponente: (1) sa determinističkom komponentom koja pokazuje "inerciju" hidrološkog fenomena (članovi vezani višedimenzionalnom korelacijom), i 2) sa stohastičkom komponentom e_j, koja je posledica slučajnih poremećaja u sistemu. Na ovu stohastičku komponentu utiče veliki broj geofizičkih pojava (padavine, temperature, prethodne vlažnosti itd.) koje se praktično ne mogu definisati nekim modelom.

U opštem slučaju model (3.4.1) bi se mogao proširiti i sa nekim od tih uticaja (uvodjenjem prethodnih padavina P, vlažnosti tla V itd.) i tada bi imao opšti oblik

$$X_j = a_0 + a_1 X_{j-1} + a_2 X_{j-2} + \dots + b_1 P_{j-1} + b_2 P_{j-2} + \dots + c_1 V_{j-1} + c_2 V_{j-2} + \dots + e_j \qquad (3.4.2)$$

U ovom radu je razmatran samo model koji se zasniva na podacima o dnevnim proticajima, što je sasvim dovoljno i opravdano pri simuliranju proticaja na većim vodotocima.

Po analogiji sa relacijom (3.4.1) može se napisati i relacija koja dovodi u vezu proticaje u (j+k)-tom danu sa protocima u j-1, j-2, ..., j-N-tom danu.

$$X_{j+k} = a_0 + a_1 X_{j-1} + a_2 X_{j-2} + \dots + a_N X_{j-N} + e_{j+k} \qquad (3.4.3)$$

$$k = 0,1,2, \dots, M$$

Koeficijenti a_0, a_1, ..., a_N se dobijaju iz matrice koeficijenta autokorelacije niza, definisane opštom relacijom

$$r_j = \frac{COV\ (X_i,\ X_{i+j})}{Var\ X_i} \qquad (3.4.4)$$

gde:

$$s_j = \frac{1}{n-j} \sum_{i=1}^{n-k} (X_i - \bar{X}_i)(X_{i+j} - \bar{X}_{i+j}) \qquad (3.4.5)$$

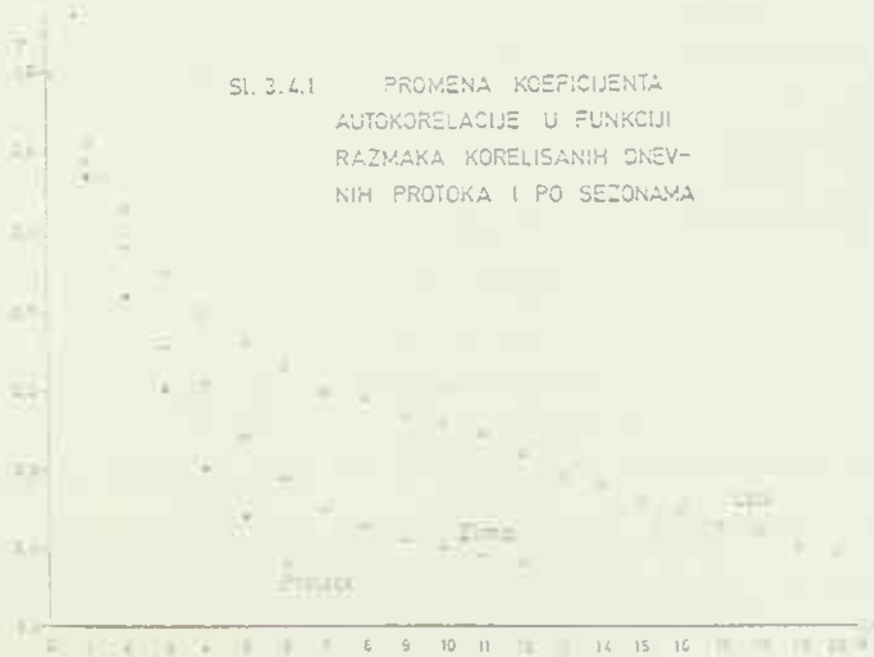
predstavlja ocenu kovarijanse $COV\ (X_i,\ X_{i+k})$, dok se varijansa $Var\ (X_i)$ definiše sa

$$s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X}_i)^2 \qquad (3.4.6)$$

Ovde je sa n označena dužina niza.

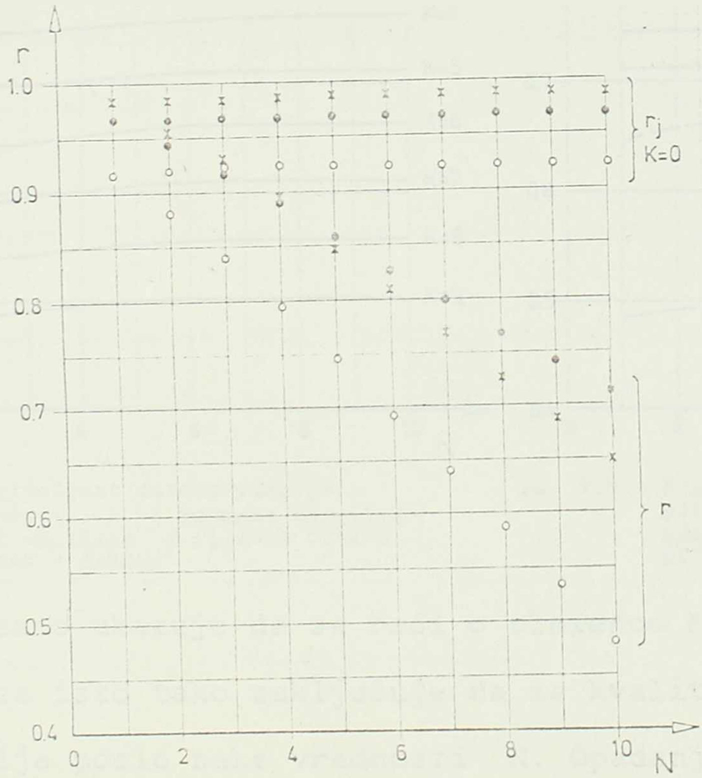
S obzirom da su hidrološki režimi jednog istog vodotoka razli čiti tokom godine, što se odražava kako na autokorelacione zavisnosti dnevnih proticaja, tako i na karakter slučajne komponente e, analize su pokazale da se bolje zavisnosti dobijaju ukoliko se godina podeli na pojedine sezone, pa se za svaku od njih formiraju zasebne autoregresione jednačine i izvrši zasebna analiza distribucija slučajne komponente e.

Opravdanost ovakvog zaključka zapaža se na narednim dijagramima. U slučaju Ibra godina je podeljena na tri perioda: proleće (februar - maj), leto (juni - oktobar) i zimu (novembar - januar). Analiza uredjena sa dnevnim proticajima za 20 godina (6940 podataka) dala je sledeći dijagram promene koeficijenta autokorelacije $r_k = \frac{R_k}{s^2}$ u funkciji koraka N autokorelacije



Sl. 3.4.1 PROMENA KOEFICIJENTA AUTOKORELACIJE U FUNKCIJI RAZMAKA KORELISANIH DNEVNIH PROTOKA I PO SEZONAMA

Zapaža se da je autokorelaciona veza najčvršća leti, a najslabija u proleće, što se moglo i očekivati, s obzirom da je u periodu velikih voda (proleće) slučajna komponenta znatno dominantnija. Do istog se zaključka dolazi i pri analizi dnevnih proticaja na Dunavu. U ovom slučaju je godina podeljena na tri dela: proleće (II-IV), leto (V-IX) i zimu (X-I). Analiza uradjena za dnevne proticaje u periodu 1957-1968. (4383 podataka) daje sličnu zakonitost, samo su u ovom slučaju vrednosti r_k nešto veće, što je i logično, s obzirom da Dunav kao veća reka ima i relativno sporije promene dnevnih proticaja (Sl. 3.4.2).



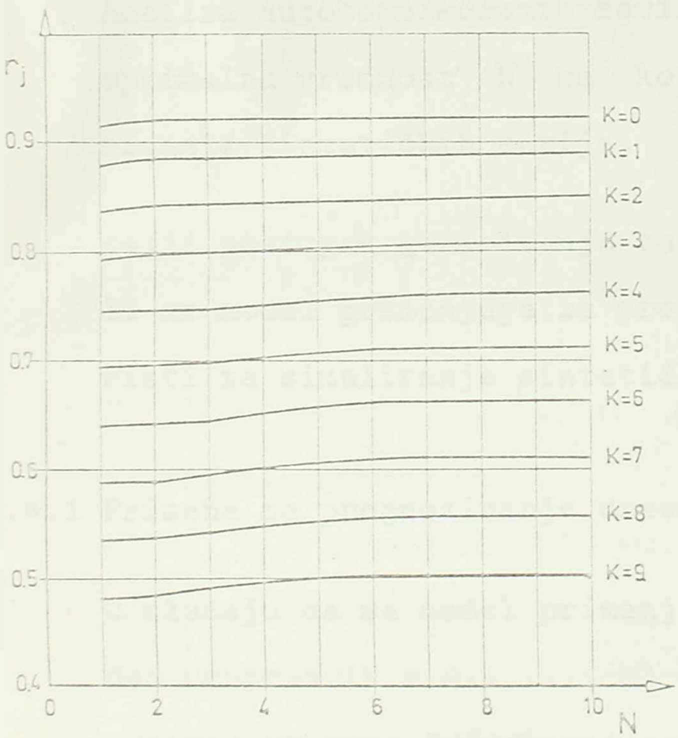
Slika 3.4.2
Koeficijent autokorelacije u funkciji razmaka N korelisanih dnevnih proticaja

- • *leto*
- × *zima*
- ∘ *proleće*

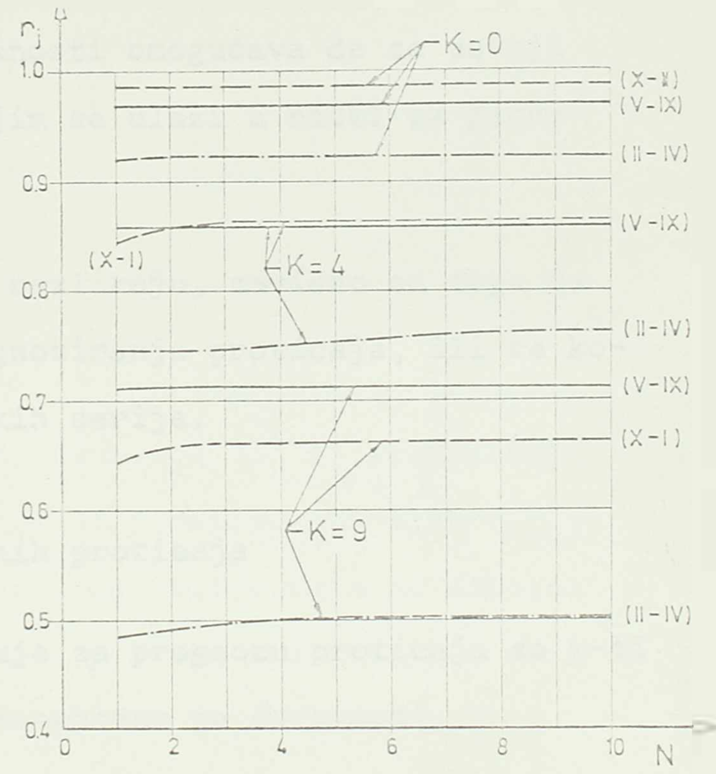
Opravdanost podele godine na pojedine hidrološke periode, u cilju dobijanja boljih autoregresionih zavisnosti pokazuje i analiza koeficijenta višestruke korelacije. U slučaju reke Ibar ovi koeficijenti su sledeći:

proleće	r = 0,95630
leto	r = 0,96122
zima	r = 0,95735

Da bi se odredila optimalna dužina perioda N u autoregresionim modelima tipa (3.4.1) i (3.4.3) izvršena je analiza zavisnosti r_j u funkciji promene N i K i za različite hidrološke perioda. Ova analiza se ilustruje na sl. 3.4.3 i 3.4.4 prikazom rezultata autokorelacione analize za Dunav. Porast vrednosti koeficijenata autokorelacije sa povećanjem



Sl. 3.4.3 Koeficijent autokorelacije u funkciji N i razmaka korelisanih veličina K (sezona II-IV) DUNAV - ORŠAVA



Sl. 3.4.4 Prikaz promene koeficijenta autokorelacije za K = 0; 4 i 9, u zavisnosti od sezone. DUNAV - ORŠAVA

N jasno ukazuje da se radi o složenom Markovskom lancu, ali se isto tako zaključuje da se kvalitet veze ne popravlja bitnije posle neke vrednosti N. Opadanje r_j sa dužinom razmaka autokorelacionih veličina k takodje je evidentno, što je od značaja za sagledavanje moguće tačnosti prognostičkih modela za prognozu proticaja k dana unapred.

Na sl. 3.4.4 prikazana je promena koeficijenta autokorelacije na Dunavu za tri vrednosti k (k = 1;5 i 10) i u zavisnosti od sezone . Iz svih ovih analiza se može uočiti da r_j

raste najpre brže, a zatim sve sporije sa porastom N, da bi za N = 9-10 dostigao maksimum. Posle više varijantnih proračuna, za Dunav je usvojeno N = 10, dok je u slučaju Ibra usvojeno N = 5. Ovo smanjenje je logično, s obzirom da se radi o vodotoku kod koga su promene proticaja znatno naglije.

Analiza autokorelacionih zavisnosti omogućava da se usvoji optimalna vrednost N sa kojim se ulazi u model za generisanje sintetičkih serija.

Dalji postupak generisanja se razlikuju, zavisno od toga da li se model primenjuje za prognoziranje proticaja, ili se koristi za simuliranje sintetičkih serija.

[illegible] Primena za prognoziranje dnevnih proticaja

U slučaju da se model primenjuje za prognozu proticaja za k-ti dan unapred (k = 0,1,..., M) neophodno je formirati M autoregresionih jednačina:

$$
\begin{aligned}
\ln Q_j &= a_{oj} + a_{1j} \ln Q_{j-1} + a_{2j} \ln Q_{j-2} + \dots + a_{Nj} \ln Q_{j-N} + e_j \\
\ln Q_{j+1} &= a_{o(j+1)} + a_{1(j+1)} \ln Q_{j-1} + \dots + a_{N(j+1)} \ln Q_{j-N} + e_{j+1} \\
&\vdots \\
\ln Q_{j+M} &= a_{o(j+M)} + a_{1(j+M)} \ln Q_{j-1} + \dots + a_{N(j+M)} \ln Q_{j-N} + e_{j+M}
\end{aligned}
\qquad \text{[illegible]}
$$

Koeficijenti autoregresije se odredjuju na bazi izračunatih koeficijenata autokorelacije, pri čemu se (j+k)-ti dan (k = 0,1..,M) tretira kao zavisna promenljiva (Y), dok se čani od (j-1) do (j-N) tretiraju kao nezavisne promenljive X_i:

$$a_{NY} = \left(\sum_{i=1}^{N} r_{iY} \cdot r_{in}^{-1} \right) S_Y / S_n \qquad (3.4.8)$$

gde je:

r_{iY} - koeficijent korelacije i-te nezavisne promenljive i Y - zavisne promenljive;

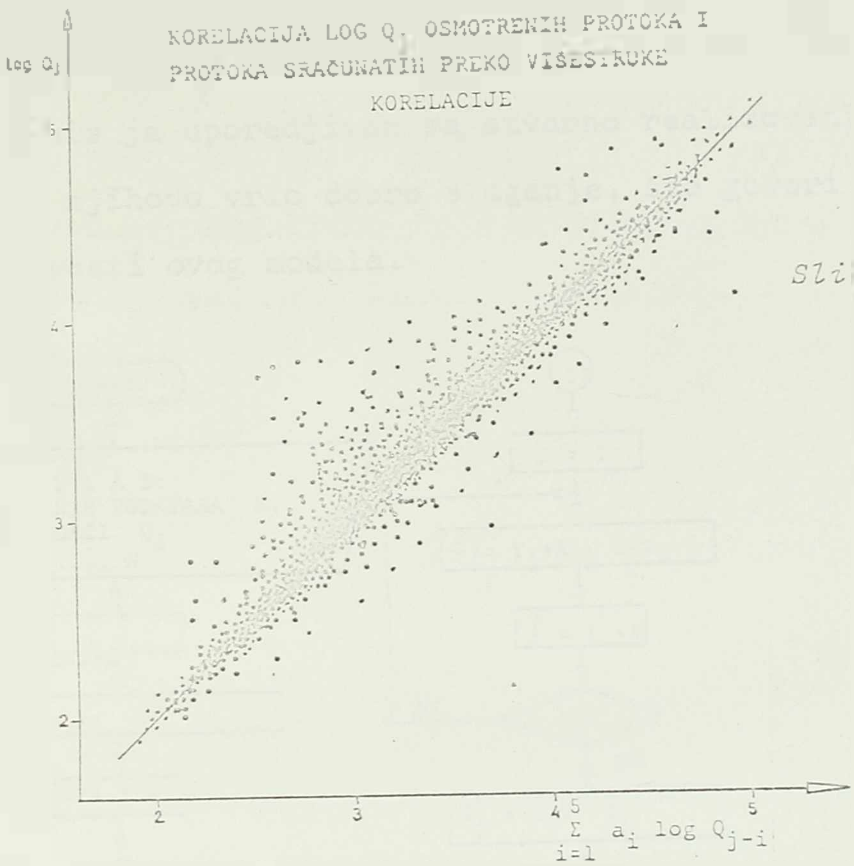
r_{in} - koeficijent korelacije i-te i n-te nezavisne promenljive.

Slobodni član se odredjuje iz relacije

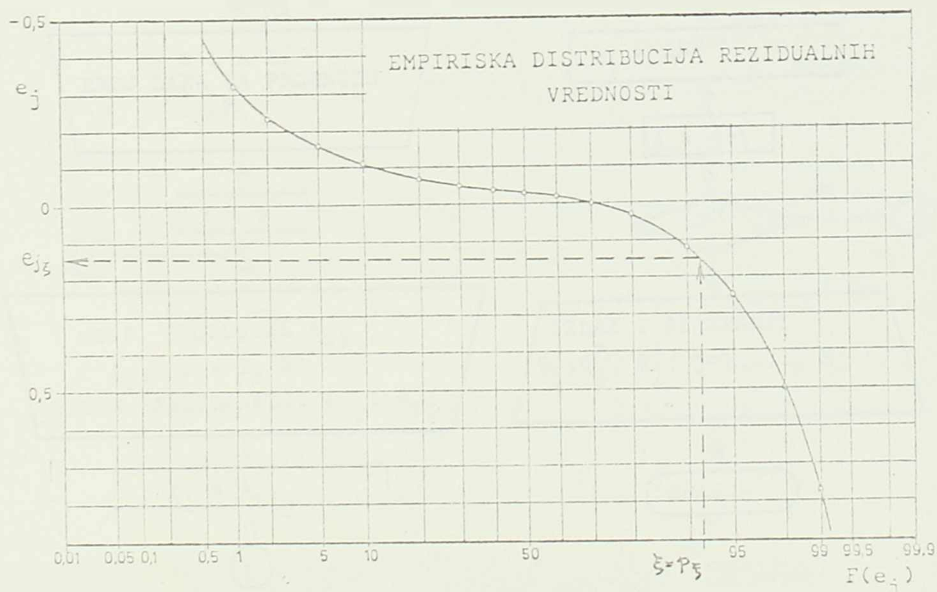
$$a_{0Y} = \bar{Y} - \sum_{i=1}^{N} a_{iY} \bar{X}_i \qquad (3.4.9)$$

Za fiksirano N i za svako k iz skupa [1, M] sračunavaju se regresioni deo jednačine (3.4.3) i rezidualni član e_{j+k}. Na sl. 3.4.5 se prikazuje korelaciono polje koje je dobijeno nanošenjem osmotrenih proticaja i protoka sračunatih po regresionoj relaciji. S obzirom da je porast proticaja po pravilu znatno brži od opadanja, dobijene empiriske distribucije su izrazito asimetrične. Pošto je niz dobijenih reziduala veoma dugačak (po nekoliko hiljada vrednosti) nije potrebno odredjivati teorisku funkciju raspodele, već se mogu uspešno formirati empiriske distribucije koje se koriste za generisanje prognoziranih i sintetičkih nizova. Na sl. 3.4.6 data je jedna od empiriskih distribucija e_j za reku Ibar, pri čemu se jasno uočava njena izrazita asimetrija.

Kada se obrade svi ovi elementi modela, postupak za generisanje prognoznog niza je računski jednostavan. Na sl.3.4.7



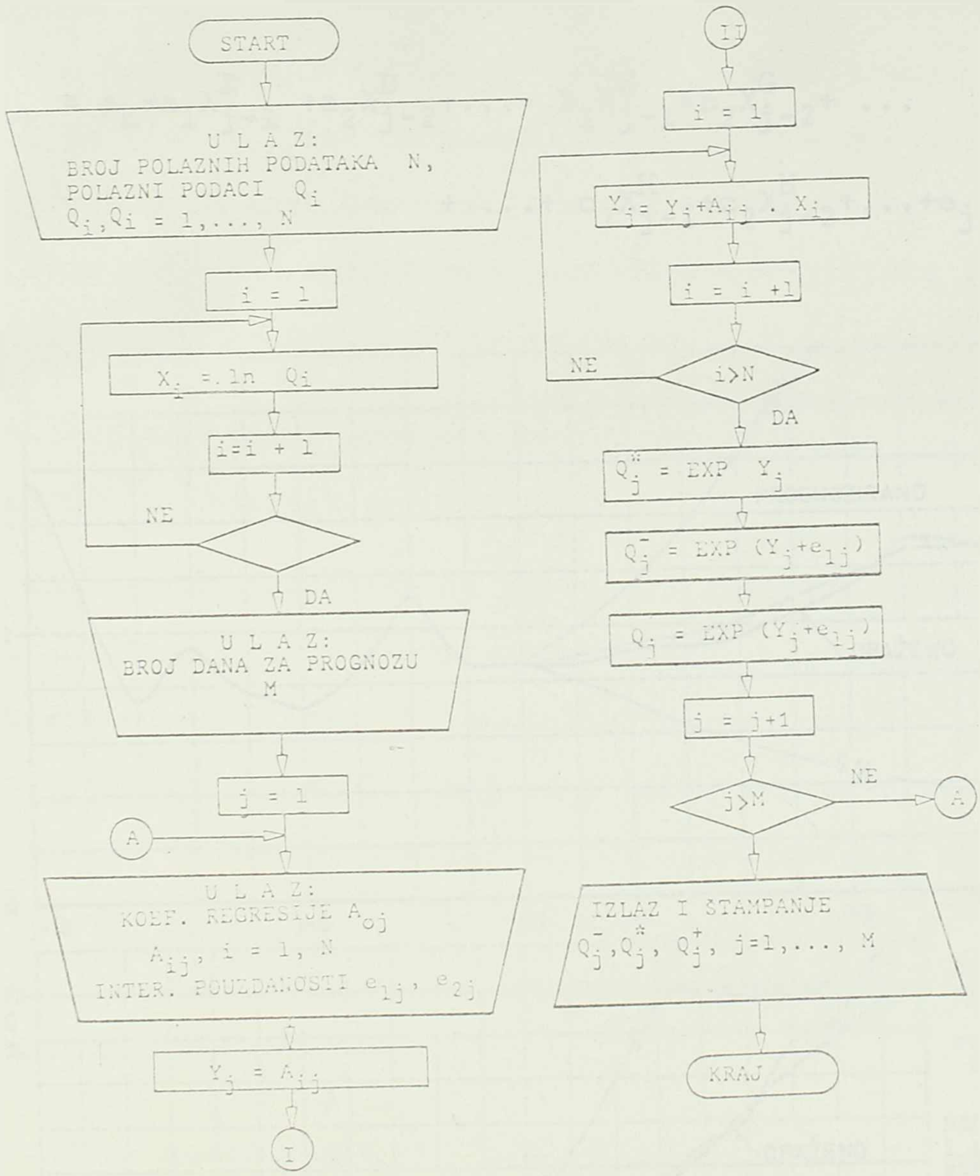
Sli[illegible]



Slika 3.4.6

se daje logički dijagram za generisanje prognoznog niza dnevnih proticaja [illegible]

Na sl. 3.4.8 i 3.4.9 dati su primeri prognoze proticaja za 10 dana unapred na Dunavu (Oršava). Pored prognoziranog niza date su i granice intervala pouzdanosti od 90% (od 5% – 95%). Prognozirani niz je uporedjivan sa stvarno realizovanim i konstatuje se njihovo vrlo dobro slaganje, što govori o uspešnoj primenljivosti ovog modela.



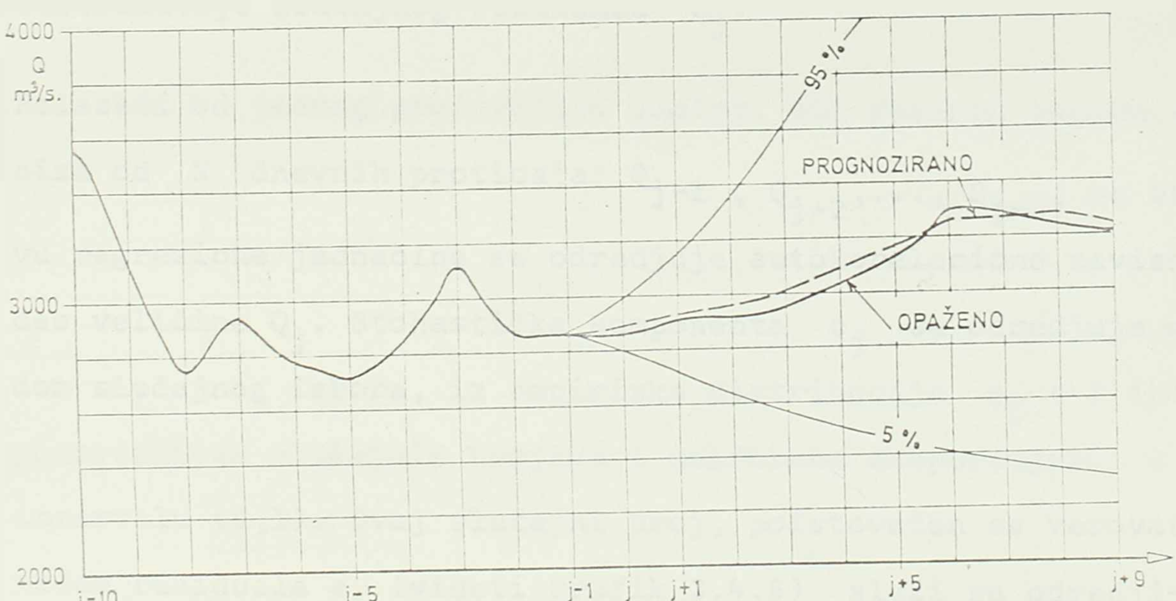
Sl. 3.4.7
DIJAGRAM TOKA PRORAČUNA ZA PROGNOZU

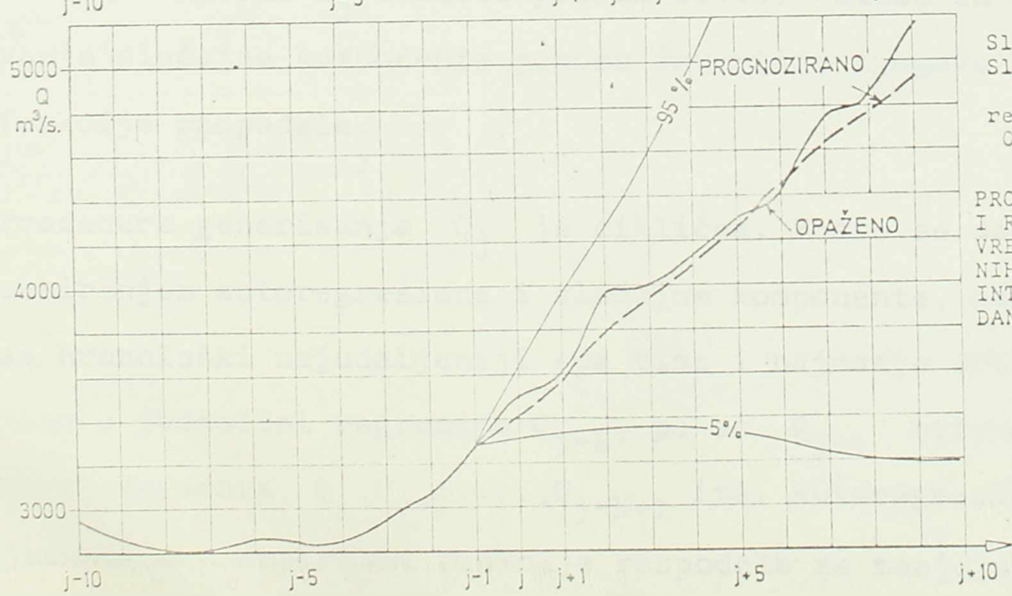
Dalji korak na usavršavanju prognoznog modela bio bi autoregresiona analiza proticaja istovremeno na više profila. Pretpostavimo šemu kao na skici, gde su D, G i K hidrometrijski profili

Ukoliko se prognozira protok (j+k)tog dana na profilu D autoregresioni model može da ima oblik:

$$X^D_{j+k} = a_o + a_1 X^D_{j-1} + a_2 X^D_{j-2} + \ldots + b_1 X^G_{j-1} + b_2 X^G_{j-2} + \ldots$$

$$+ \ldots + c_1 X^H_{j-1} + c_2 X^H_{j-2} + \ldots + e_{j+k} \quad (3.4.10)$$





Sl.3.4.8
Sl.3.4.9

reka DUNAV
ORSAVA

PROGNOZIRANE I REALIZOVANE VREDNOSTI DNEVNIH PROTICAJA SA INTERVALOM POUZDANOSTI OD 90%

Postupak bi bio identičan sa već opisanim, a ovakav model bi davao bolje rezultate, jer bi obuhvatio koincidenciju proticaja na najvećim pritokama, sužavajući na taj način prostor slučajnih uticaja.

3.4.2 Primena za simuliranje sintetičkih serija dnevnih proticaja

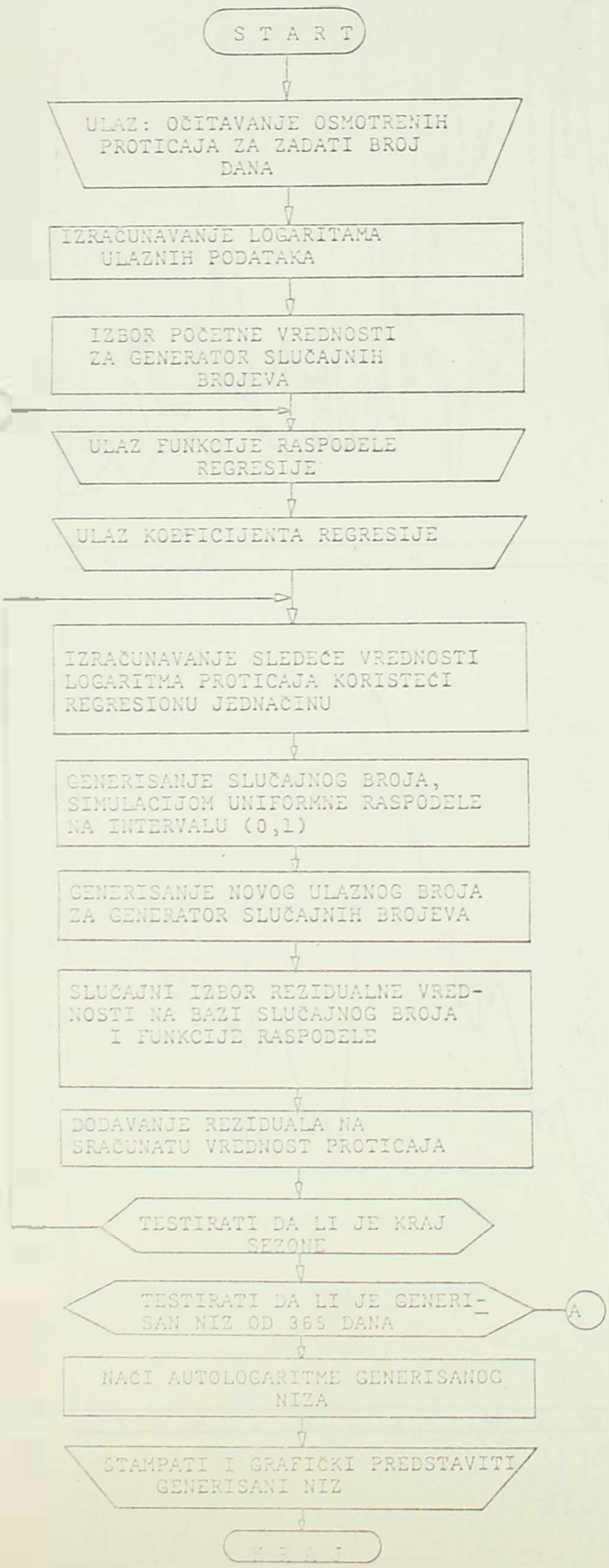
Sintetičke serije dnevnih proticaja, veoma upotrebljive za rešavanje zadataka optimalne sinteze vodoprivrednih sistema, mogu se dobiti primenom modela (3.4.1). Predpostavlja se da je prethodnom analizom usvojena optimalna vrednost N i da su formirane autoregresione jednačine i empiriska funkcija distribucije slučajnog reziduala e_j.

Polazeći od jednog proizvoljno uzetog, ali realnog segmenta niza od N dnevnih proticaja: Q_{j-1}, $Q_{j-2}, \ldots, Q_{j-N}$, na osnovu regresione jednačine se odredjuje autokorelaciono zavisni deo veličine Q_j. Stohastička komponenta e_j se odredjuje metodom slučajnog izbora, iz empiriske distribucije $e_j = f\,(p\%)$, generisanjem slučajnih brojeva ξ uniformno rasporedjenih u intervalu (0,1). Ovaj slučajni broj, poistovećen sa verovatnoćom reziduala e_j (videti grafik 3.4.6) služi za odredjivanje slučajne komponente pomoću inverzije njegove empiriske funkcije raspodele.

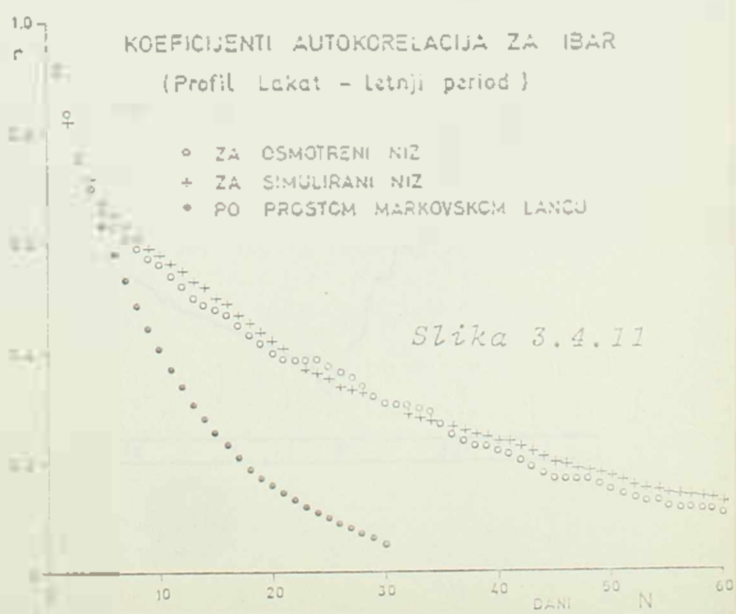
Procedura generisanja Q_j je ciklična. Pošto se dobije Q_j sabiranjem autoregresione i slučajne komponente, odbacuje se hronološki najudaljeniji (pa time i najmanje uticajni član u jednačini regresije Q_{j-N}, pa se Q_{j+1} računa na osnovu novog segmenta $Q_j, Q_{j-1}, \ldots, Q_{j-N+1}$ itd. Autoregresione jednačine i empiriske funkcije raspodele se menjaju pri prelasku iz jedne izdvojeno analizirane sezone u drugu. Pa se na taj način mogu dobiti sintetičke serije neograničene [illegible]

Na sl. 2.4.10 prikazan je dijagram toka za generisanje sintetičke serije dnevnih proticaja, a na sl. 12 i 13 prikazane su takve serije za Ibar (Lakat) i Dunav (Oršava).

Da bi se ispitala stohastička istorodnost generisanih serija sa polaznim nizom, izvršena je autokorelaciona i spektralna analiza ovih serija. Dobijeno je veoma dobro slaganje i autokorelacionih i spektralnih funkcija polaznog i generisanih nizova (ispitivanje izvršeno za reku Ibar), što potvrđuje da su sintetičke serije zadržale odgovarajuće stohastičke karakteristike realnih nizova. Na sl. 2.4.11 prikazani su koeficijenti autokorelacije osmotrenog i sintetičkog niza. Spektralne funkcije dnevnih proticaja takodje pokazuju veoma dobro slaganje.

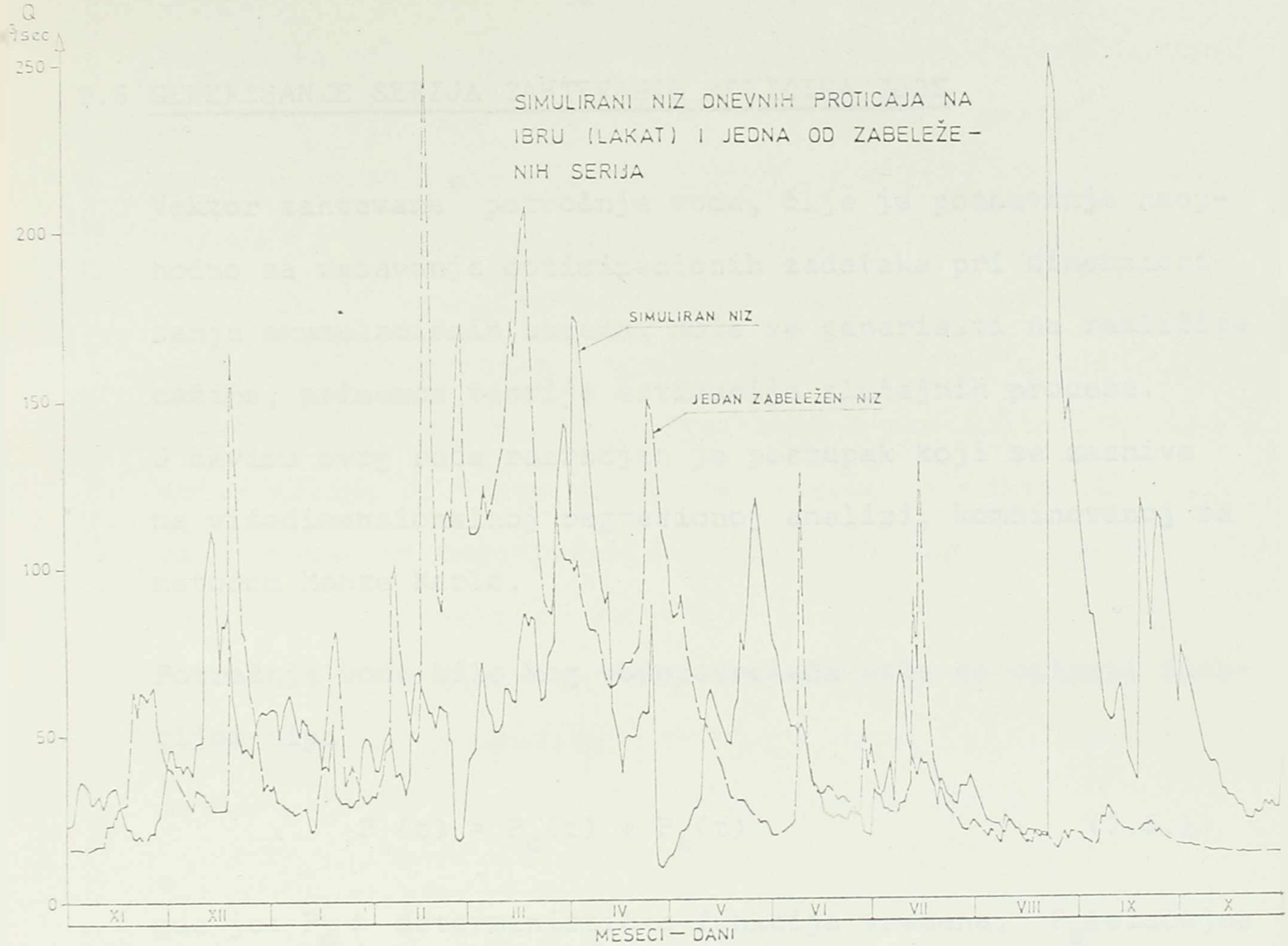


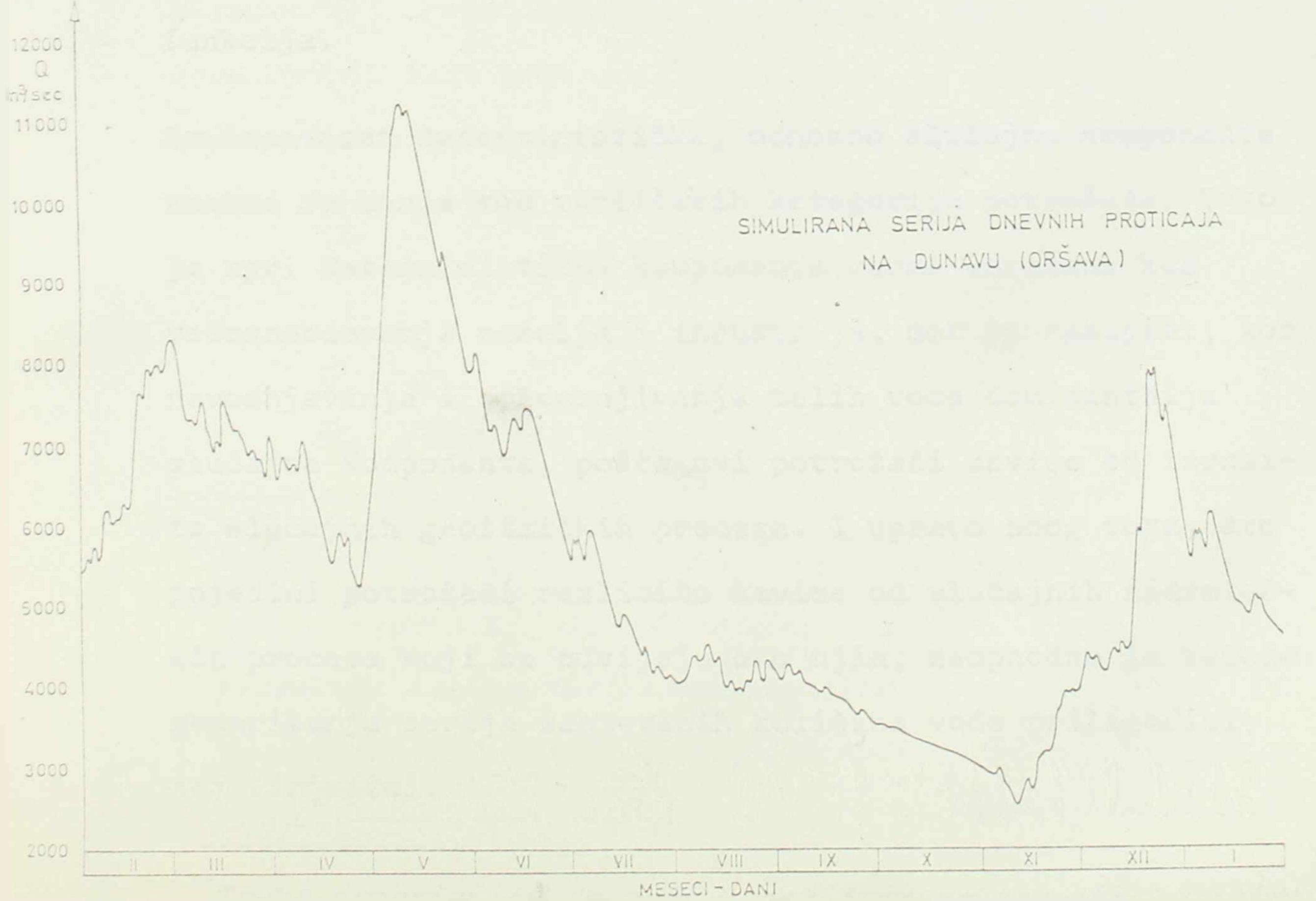
Slika 3.4.10



Slika 3.4.11

Sl. 2.4.11


Q
m³/sec
250
200
150
100
50
0
SIMULIRANI NIZ DNEVNIH PROTICAJA NA IBRU (LAKAT) I JEDNA OD ZABELEŽENIH SERIJA
SIMULIRAN NIZ
JEDAN ZABELEŽEN NIZ
XI
XII
I
II
III
IV
V
VI
VII
VIII
IX
X
MESECI — DANI


12000
Q
m³/sec
11000
10000
9000
8000
7000
6000
5000
4000
3000
2000
SIMULIRANA SERIJA DNEVNIH PROTICAJA NA DUNAVU (ORŠAVA)
II
III
IV
V
VI
VII
VIII
IX
X
XI
XII
I
MESECI - DANI

Sl. 2.[illegible]

2.5 GENERISANJE SERIJA ZAHTEVANIH KOLIČINA VODE

Vektor zahtevane* potrošnje vode, čije je poznavanje neophodno za rešavanje optimizacionih zadataka pri dimenzionisanju akumulacionih basena, može se generisati na različite načine, primenom teorije estimacije slučajnih procesa.
U okviru ovog rada razradjen je postupak koji se zasniva na višedimenzionalnoj regresionoj analizi, kombinovanoj sa metodom Monte Karlo.

Potražnja vode bilo kog vodopotrošača može se opisati funkcijom tipa

$$P(t) = P_d(t) + P_s(t) \qquad (2.5.1)$$

gde je: P_d = deterministička funkcija vremena, P_s = slučajna funkcija.

Dominantnost deterministička, odnosno slučajne komponente znatno se menja kod različitih kategorija potrošača. Tako je npr. deterministička komponenta veoma izražena kod vodosnabdevanja naselja i industrije, dok je nasuprot, kod navodnjavanja i oplemenjivanja malih voda dominantnija slučajna komponenta, pošto ovi potrošači zavise od izrazito slučajnih geofizičkih procesa. I upravo zbog toga, što pojedini potrošači različito zavise od slučajnih hidroloških procesa koji se odvijaju oko njih, neophodno je metode generisanja serija zahtevanih količina vode prilagoditi toj činjenici.

Treba zapaziti da se radi o serijama zahtevanih količina vode. Rešenjem zadataka optimalnog upravljanja odredjuju se količine vode koje se mogu isporučiti potrošačima.

U slučaju vodosnabdevanja naselja i industrije dominantna je deterministička komponenta, tako da se ponekad ova potrošnja tretira kao deterministička funkcija vremena. Npr. potrošnja vode za snabdevanje naselja tokom godine može se predstaviti zvonastom krivom, koja se, zbog sporosti promena, može dosta dobro prognozirati. Slična je situacija i sa vodosnabdevanjem industrije, samo u tom slučaju oblik krive zavisi od vrste potrošnje, karaktera tehnoloških procesa, poslovne organizacije i sl.*. Kod obe ove grupe potrošača slučajni karakter potrošnje je rezultat nepredvidjenih promena u vlastitom sistemu (npr. havarije u podsistemu potrošača ili u podsistemu za transport), ili u širem sistemu unutar koga deluje vodoprivredni sistem**.

S obzirom na gornje činjenice (dominantnost determinističke komponente, nestacionarnost, slučajnost koja nije posledica hidroloških procesa itd.), model za generisanje slučajnog vektora zahtevane potrošnje vode za snabdevanje naselja i industrije formiran je u obliku

$$P_{i,j} = a_0 + a_1 \bar{P}_i + a_2 (\bar{P}_j / \bar{P}_i) + a_3 P_{i,j-1} + a_4 P_{i,j-2} + \ldots +$$
$$+ a_{k+1} P_{i,j-k} + e_j$$

---

* Veoma će se razlikovati dijagrami potrošnje vode npr. u industriji šećera, kod koje je čitava proizvodnja skoncentrisana u kratkotrajnoj kampanji, od dijagrama potrošnje vode u rudnicima, industriji metala i sl. Planski remont postrojenja ili kolektivni odmori takodje utiču da proces potrošnje ima nestacionarni karakter.

** Ubrzavanje ili usporavanje proizvodnje, pa time i promene u potrošnji vode u industriji, najčešće su posledica nekih lančano povezanih promena u znatno složenijim društveno-ekonomskom sistemu.

gde je: $P_{i,j}$ ≙ zahtevana potrošnja u i-toj godini i j-tom mesecu; P_i ≙ planirana potrošnja u i-toj godini (ovo je neophodno zbog veoma često prisutnog trenda porasta potrošnje tokom vremena); $(\bar{P}_j/\bar{P}_i)$ ≙ odnos prosečne potrošnje u j-tom intervalu (mesecu) prema godišnjoj potrošnji; e_j ≙ slučajna komponenta; a ≙ koeficijenti u višedimenzionalnoj regresiji.

Mogući su i drugi modeli za generisanje, ali je ispitivanjem više varijanti višedimenzionalne regresije ova prihvaćena kao najpogodnija. Ujedno je konstatovano da veličina k u jed. 2.5.2 ne treba da predje veličinu k = 3, pošto se sa povećanjem broja članova regresione jednačine ne poboljšava kvalitet regresije, a u nekim slučajevima značajnijih nestacionarnosti procesa taj kvalitet se i pogoršava.

Postupak za estimaciju potrošnje donekle se razlikuje u zadacima analize i sinteze sistema.

U zadacima sinteze postupak je analogan sa već opisanom metodom za generisanje proticaja. Polazeći od prethodnim vodoprivrednim analizama već utvrdjenog niza zahtevane potrošnje za N godina, sprovodi se višedimenzionalna regresiona analiza i odredjuje se regresioni deo jed. 2.5.2 i empiriska (po potrebi i teoriska) distribucija reziduala e_j. Dalji postupak za generisanje sintetičke serije zahtevane potrošnje identičan je sa postupkom koji je opisan u prethodnoj glavi: sračunava se deterministička komponenta sadržana u regresionom članu; bira se slučajni broj ξ_j, i isti se poistovećuje sa verovatnoćte se iz empiriske distribucije $e_j = f(p)$ odredjuje odgovarajuća veličina slučajne komponente e_j, a zatim se superponiranjem obe komponente dobija veličina zahtevane potrošnje u j-tom mesecu. Na taj način se, cikličnim ponavljanjem proračuna, može dobiti serija zahtevane potrošnje za vodosnabdevanje neograničene dužine.

U zadacima analize model treba prilagoditi tako da se omogući prognoza potrošnje za k intervala unapred ($k = 1, \ldots, M$). Po analogiji sa jed. 2.4.7 može se formirati M regresionih jednačina

$$P_{i,j} = a_{oj} + a_{1j}\bar{P}_i + a_{2j}(\bar{P}_j/\bar{P}_i) + a_{3j}(j-1) + a_{4j}P_{i(j-2)} + \ldots + e_j \quad (2.5.3)$$

$$\ldots$$

$$P_{i,j+M} = a_{o(j+M)} + a_{1(j+M)}\bar{P}_i + a_{2(j+M)}(\bar{P}_j/\bar{P}_i) + a_{3(j+M)}P_{i(j-1)} + \ldots$$

$$\ldots + e_{j+M}$$

Primenjujući sistem jed. 2.5.3 i odgovarajuće distribucije slučajnih reziduala $e_j = f(p)$; ...; $e_{j+M} = f(p)$ može se izvršiti prognoza potrošnje za M koraka unapred, što omogućava dalje rešavanje zadataka optimalne analize (planiranje optimalne eksploatacije vodoprivrednog sistema).

U slučaju navodnjavanja i povećavanja malih voda struktura slučajnog procesa zahtevane potrošnje je donekle različita: slučajna komponenta je dominantnija i tesno zavisi od slučajnih hidroloških procesa u slivu. Zbog toga je neophodno da se, pri estimaciji zahtevane potrošnje za ove potrošače, [illegible] proces njihovih potreba tretira kao korelirani proces sa hidrološkim procesima u slivu. S obzirom da se najpre generiše slučajni vektor ulaznih proticaja, za postavku modela se može iskoristiti sledeća fizička shema: količina vode za navodnjavanje zavisi od deficita vlažnosti (DV), DV zavisi od padavina u razmatranom i prethodnim intervalima, a te iste padavine, pak, izazivaju proticaje koji imaju karakter procesa sa kašnjenjem. Polazeći od ovakve fizičke sheme, model za generisanje zahtevane potrošnje za navodnjavanje može se definisati u sledećem opštem obliku

$$P_{i,j}=a_o+a_1\bar{P}_i+a_2(\bar{P}_j/\bar{P}_i)+a_3Q_{i,j-1}+a_4Q_{i,j}+a_5Q_{i,j+1}+$$

$$+ \dots + e_j \qquad 2.5.4$$

gde su, od novih oznaka: $Q_{i,j}$ = proticaj u j-tom intervalu i-te godine na nekom od profila tog dela sistema (moguće je uvodjenje u regresionu analizu proticaja i na više profila u sistemu, što ne menja suštinu modela).

S obzirom na izrazitu nestacionarnost ovog procesa (voda se traži samo u vegetacionom delu godine), analize u okviru ovog rada su pokazale da je poželjno da se serija zahtevane vode za navodnjavanje generiše korišćenjem sistema regresionih jednačina, posebno za svaki mesec vegetacionog perioda. Npr.

Ovo je samo jedan od brojnih mogućih oblika višedimenzionalne regresije. U konkretnim zadacima treba ispitati više mogućih oblika i odabrati onaj koji daje najveći koeficijenat višedimenzionalne korelacije. No, u svim razmatranim oblicima moraju da postoje članovi koji obuhvataju globalni trend potroš neravnomernost potrošnje unutar godine i članovi koji obuhvataju hidrološki uticaj definisan sa $Q_{i,j+k}$, $(k = o, \pm 1, \pm 2, \dots)$

za april:

$$P_{i,4} = a_{o,4}+a_{1,4}\bar{P}_i+a_{2,4}(\bar{P}_j/\bar{P}_i)+a_{3,4}Q_3+a_{4,4}Q_4+a_{5,4}Q_5+e_4$$

... 2.5 .5

za septembar:

$$P_{i,9}=a_{o,9}+a_{1,9}P_i+a_{2,9}(\bar{P}_j/\bar{P}_i) + a_{3,9}Q_8+a_{4,9}Q_9+a_{5,9}Q_{10}+e_9$$

gde je: $Q_3 \hat{=}$ protok u martu itd.

Pošto se odrede koeficijenti sistema regresionih jednačina i ustanove distribucije slučajnog reziduala $e_4 = f(p), \ldots, e_9 = f(p)$, primenom sistema 2.5.5, uz generisanje slučajnih brojeva $\xi_j = p_j$ mogu se simulirati neograničeno dugačke serije potrebnih količina vode za navodnjavanje.

Primenom sličnih višedimenzionalnih regresionih modela mogu se generisati serije zahtevane potrošnje za sve vodopotrošače.

..."Uspešno gazdovanje vodama u budućnosti može se ostvariti samo korenitim menjanjem tradicionalnih metoda upravljanja vodoprivrednim sistemima"...

(Iz dokumenta OUN: ST/ECE/Water/3)

II. PLANIRANJE I OPTIMIZACIJA VODOPRIVREDNIH SISTEMA SA AKUMULACIONIM BASENIMA

1. OPŠTI OSVRT NA VODOPRIVREDNE SISTEME SA AKUMULACIONIM BASENIMA

Već je u uvodu sažeto istaknuto da se vodoprivredni problemi u svetu i kod nas veoma naglo zaoštravaju, razbijajući ranije iluzije čoveka o vodi kao praktično neiscrpnom bogatstvu. Razlozi za ovakav razvoj su poznati: brz, eksplozivni demografski rast i snažan, sa gledišta životne sredine nekontrolisan urbano-tehnološki razvoj, koji, sa jedne strane, zahteva sve veće količine vode, dok s druge strane, otpadnim efluentima upropašćuje i smanjuje kvalitetne vodne resurse.

Poredjenja samo navodimo [1,2] da je pre 70 godina ukupni godišnji priraštaj stanovništva iznosio samo oko 10 miliona, dok sada iznosi preko 100 miliona, sa tendencijom daljeg povećavanja. Do 1800-te godine je bilo potrebno čitavih 170 godina da se broj stanovništva na zemlji poveća za 500 miliona; sada za taj isti priraštaj od 500 miliona ljudi treba samo 5 godina!

Uporedo sa tim specifična potrošnja vode je takodje rapidno rasla. U industrijski razvijenim zemljama potrošnja vode je sa nekoliko desetina m^3 po stanovniku godišnje za samo tri zadnje decenije porasla na 800 - 850 m^3/god. po stanovniku (npr. Francuska), dostižući cifru od preko 2500 m^3/god. po stanovniku u SAD.

Realistički treba primetiti da se u poljoprivredi, koja je jedan od najvećih potrošača vode, dostignuta specifična potrošnja vode ne samo da ne može smanjiti, već se mora stalno povećavati, jer je to jedini način da se intenzifikacijom proizvodnje hrane po jedinici površine u budućnosti obezbede dovoljne količine čoveku neophodnih organskih materija. Ne sme se izgubiti iz vida da se i obradivo zemljište, uostalom kao i svi raspoloživi resursi, rapidno smanjuje, što nagoni na sve intenzivniju proizvodnju, a time i na povećanu specifičnu potrošnju vode.

Čak i ovaj letimični osvrt govori u kojoj se meri zaoštravaju problemi vodosnabdevanja svih vidova. Njih prate još ozbiljnija problemi u oblasti zaštite od voda i zaštite kvaliteta voda. Osvrnimo se samo na procese u sveri zaštite od voda. S jedne strane, zbog uništavanja životne sredine i sve širih površina obuhvaćenih urbanizacijom, vodni režimi postaju sve nepovoljniji: talasi velikih voda su sve veći i opasniji, dok su male vode sve manje i dugotrajnije. Nasuprot tome, površine koje se brane od poplava postaju sve veće i sve naseljenije, sa sve skupljim industrijskim i infrastrukturnim objektima koji se na njima nalaze. To zahteva stalno povišavanje obezbedjenosti zaštite branjenih područja, i to u uslovima sve nepovoljnijih vodnih režima. Slična je stvar i u oblasti zaštite kvaliteta voda.

Zaštita kvaliteta vodnih resursa postaje životno važno pitanje, ali su prirodne okolnosti za realizaciju ovog zadatka sve teže: zbog sve nepovoljnijih režima malih voda, zbog sve većeg zahvatanja voda upravo u hidrološkim kritičnim periodima, zbog sve manje prostornih mogućnosti za smeštaje velikih instalacija za prečišćavanje koje moraju biti udaljene od naselja itd. Ovaj ubrzani proces zaoštravanja vodoprivrednih problema normalno prati i odredjena evolucija u koncepcijama korišćenja voda i u sferi organizovanja gazdovanja sa vodama. Sve dok su se dovoljne količine kvalitetne vode mogle lako naći, i to u blizini onoga kome su bile potrebne, nije postojala neka naročita potreba ni za kompleksnim sistemima sa akumulacionim basenima, ni strogo planskim uskladjivanjem interesa. To je bio period kada su gradjena gotovo isključivo jednonamenska, najčešće izolovana postrojenja, period kada su akumulacije gradjene prevashodno zbog ostvarivanja pada, a ne zbog vremenske preraspodele vodnog resursa.

Nažalost, taj period vodnog izobilja je prošao. Sa iscrpljivanjem vodnih resursa i zaoštravanjem najčešće oprečnih zahteva pojedinih vodopotrošača i korisnika voda na jednom istom slivu, postalo je neophodno da se predje na kompleksno, višenamensko korišćenje voda. Javila se potreba za planiranjem jedinstvenih, kompleksnih vodoprivrednih sistema sa akumulacionim basenima, kojima se istovremeno optimalno podmiruje veći broj korisnika i vrši adekvatna zaštita od velikih voda i zaštita kvaliteta voda. Problemi planiranja ovakvih sistema postaju dosta složeni, jer se javljaju ozbiljni problemi optimalnog razrešavanja sukoba interesa pojedinih korisnika, bilo u fazi planiranja, bilo u fazi eksploatacije. Ovakav tehnološki gledano jedinstveni pristup vodoprivrednim sistemima nužno nameće i shvatanje o vodoprivredi kao samostalnoj privrednoj grani, što je prihvaćeno kao opštepriznata koncepcija u svim privredno ili kulturno razvijenijim zemljama[*].

U daljim fazama razvoja, kada iscrpljivanje vodnih resursa dostigne kritične granice, postaje neophodno da se pojedini kompleksni sistemi akumulacija medjusobno povezuju, kako bi se omogućilo prebacivanje voda iz sliva u sliv i na taj način fleksibilnom distribucijom vode zadovoljila narasla potrošnja. Kompleksni sistemi postaju sve veći, sve složeniji, a njihova eksploatacija postaje praktično neizvodljiva bez korišćenja modernih metoda teorije upravljanja.

Ova tendencija u razvoju vodoprivrednih sistema postavila je niz složenih i teorijski još nerazradjenih zadataka u oblasti teorije modeliranja sistema i teorije upravljanja. Vrlo je umesna ocena OUN [3] da tek „predstoji istinska revolucija u tradicionalnim metodama upravljanja vodoprivrednim sistemima".

Nažalost, ova koncepcija nikako da bude prihvaćena i u Jugoslaviji, bar ne u političko-zakonodavnim krugovima. Uopšte nema sumnje da će se ta logična činjenica kad-tad sama nametnuti, ali se izgubljeno vreme i usputni promašaji ne mogu nadoknaditi.

Čini se celishodnim da se ovde citira preporuka OUN upućena svim vladama zemalja - članica (dokument ST/ECE/WATER/3): "Vodoprivrednim organima na nacionalnom nivou treba obezbediti ingerencije neophodne za efikasno rukovodjenje i koordinaciju vodoprivrednih aktivnosti koje se sprovode na regionalnim nivoima, ili na nivou rečnih slivova".

1.1 OSNOVNE KARAKTERISTIKE VODOPRIVREDNIH SISTEMA

Razmotrimo najvažnije fizičke karakteristike vodoprivrednih sistema.

a/ *Složena namena.* Pod vodoprivrednim sistemom podrazumevaćemo celovit sistem svih objekata i mera na jednom području, direktno ili indirektno medjusobno povezanih ili zavisnih, koji služi za kompleksno korišćenje voda, uredjenje vodnog režima i zaštitu od voda, kao i za zaštitu kvaliteta voda.

Postupnost razvoja ovih sistema najbolje se može pratiti ako se na apstraktnom nivou rasčlane na podsisteme po funkcijskim namenama. U ovom radu je napravljena sledeća podela:

i/ Podsistem za transport (prenos) vode, koji sačinjavaju pre svega hidrografska mreža prirodnih vodotoka, kao i mreža kanala i svih drugih dovoda kojima se voda dovodi do potrošača.

ii/ Podsistem potrošača i korisnika voda definisan lokacijom, količinom i kvalitetom zahtevane vode, kao i u uslovima njenog korišćenja.

iii/ Podsistem za izravnavanje i magazioniranje vodnih zaliha, koji sačinjavaju akumulacioni baseni i eventualno neke druge mere za izravnavanje voda.

iv/ Podsistem za uredjenje vodnog režima i konzervaciju i zaštitu slivnih područja.

v/ Podsistem za kontrolu i zaštitu kvaliteta vodnih resursa.

U odredjenim etapama svog razvoja jedan vodoprivredni sistem ne mora imati sve ove podsisteme. Izvesna shema potrošača i korisnika voda, naročito u početnim fazama razvoja sistema, može se podmirivati neposredno iz podsistema za transport vode, samo izgradnjom vodozahvata i mreže dovoda. U tim početnim fazama razvoja najverovatnije ne postoji potreba ni za sistemom za kontrolu i zaštitu kvaliteta vode. Sa daljim povećavanjem potrošnje i ekspanzijom podsistema potrošača, postaje neophodno da se uvodi i postepeno proširuje podsistem za izravnavanje voda. Kako je povećanje potrošnje automatski praćeno i povećanjem evakuacije otpadnih voda i drugih zagadjujućih efluenata, očigledno je da je paralelno sa tim neophodno razvijati i podsistem za zaštitu kvaliteta voda.

Ova dekompozicija sistema na podsisteme raznih funkciskih namena omogućava praćenje razvoja vodoprivrednog sistema, kao i njegovo egzaktno modeliranje i analiziranje.

b/ *Prostornost i razudjenost.* Vodoprivredni sistemi prostorno spadaju u najveće i najrazudjenije sisteme koje čovek uopšte gradi. Veliki sistemi kao što su na pr. Volga - Don u SSSR, Rajna-Majna-Dunav; Misisipi-Tenesi-Ohajo u SAD, itd. prostiru se na dužini od po više hiljada kilometara, obuhvatajući slivna područja od po više stotina hiljada km^2. Pri tom su ovi sistemi veoma razudjeni. Ponekad je podsistem akumulacija za izravnavanje voda udaljen stotinama kilometara od zona potrošnje.

** U sistemu Colorado River Aquaduct voda se iz akumulacije Parker prebacuje u Južnu Kaliforniju i Los Angeles dovodom dugim preko 1000 km., sa visinom pumpanja od oko 500 m.*

c/ *Oprečnost interesa.* Retko se u kojim sistemima, kao u vodoprivredi, sukobljava tako veliki broj oprečnih interesa pojedinih njegovih korisnika. Može se čak generalno reći da se praktično svi korisnici sistema nalaze u medjusobnoj koliziji, bar po nekom od više mogućih aspekata. Oprečnost interesa može biti po sledećim najvažnijim aspektima:

- pri izboru lokacija i dispozicija pojedinih delova sistema;
- pri distribuciji raspoloživog resursa na pojedine korisnike;
- u pogledu zahtevanog vodnog režima;
- u pogledu načina izravnanja i konzervacije vode;
- u pogledu načina korišćenja zajedničkih objekata, načina transporta vode itd.
- i najzad, što je neminovno, pri raspodeli ulaganja u zajedničke objekte.

Ova oprečnost interesa predstavlja veliku teškoću pri planiranju i eksploataciji vodoprivrednih sistema i ne može se čak ni teoriski razrešiti zadovoljavajuće po sve korisnike. *Rešenja dobijena optimizacijom teže samo da oprečnost ovih interesa svedu na meru koja je najmanja sa gledišta samo jednog usvojenog kriterijuma.*

d/ *Dinamičnost sistema.* Vodoprivredni sistemi su izrazito dinamički, tj. karakteriše ih neprekidna promena svih parametara tokom vremena. Ova dinamičnost, u širem smislu, ima tri bitna aspekta:

- Dinamičnost potpuno determinisanog sistema sa gledišta prirode njegovog funkcionisanja. (Upravljanje u prošlosti utiče na budućnost, ali ne i obratno).

- Dinamičnost sa stanovišta stalnog razvoja vodoprivrednog sistema tokom vremena. Ovu dinamičnost uslovljava stalni porast potreba, praćen neprekidnim dopunjavanjem i proširivanjem postojećeg sistema.

- Dinamičnost u pogledu stalne promene zahtevane teoriske sigurnosti sistema. Ova probabilistička dinamičnost je uslovljena neprekidnim razvojem i proširivanjem podsistema potrošača. Zbog toga ostvarena teoriska obezbedjenost, naročito u pogledu zaštite od voda mora stalno pratiti fizički razvoj podsistema potrošača.

e/ *Stohastički karakter sistema.* Kod vodoprivrednih sistema sa akumulacijama su svi najvažniji parametri ulaza u sistem slučajni procesi (padavine, oticaji itd.). Slučajne funkcije su i zahtevi nekih najvažnijih korisnika (npr. navodnjavanje, oplemenjavanje malih voda itd.), a često su slučajne veličine i neki parametri sistema. Svi ovi slučajni procesi se mogu opisati funkcijama raspodele verovatnoće i nekim drugim stohastičkim karakteristikama. Najčešće se sistemi sa akumulacijama tretiraju kao dinamički sistemi sa stohastičkim ulazom, dok se ostali slučajni parametri izlaza ili sistema dovode u korelacionu vezu sa ulazom.

f/ *Asinhronost.* Vodoprivredne sisteme karakteriše izrazita asinhronost izmedju ulaza i isporuke vodnog resursa. Najveće potrebe za vodom su upravo u periodima kada je dotok najmanji i obratno. Ova asinhronost, kako sezonska, tako i u višegodišnjem smislu, predstavlja jedan od glavnih problema pri planiranju i eksploataciji vodoprivrednih sistema sa akumulacijama.

g/ *Delikatnost problema sigurnosti.* Problem sigurnosti kod vodoprivrednih sistema delikatniji je nego kod drugih velikih sistema. Sigurnost sistema može se posmatrati sa više aspekata, od kojih su najznačajniji sledeći:

i/ statička sigurnost, ili sigurnost konstrukcija objekata sistema;

ii/ funkcionalna sigurnost - sigurnost da će sistem izvršiti planirane funkcije;

iii/ ekonomska sigurnost - sigurnost da će se ostvariti postavljeni ekonomski ciljevi.

U vodoprivrednim sistemima su naročito osetljiva prva dva aspekta, jer su najneposrednije povezani sa bezbednošću i životima velikog broja ljudi. Popuštanje neke visoke brane iznad gusto naseljenih reona, ili slabo funkcionisanje sistema za odbranu od poplava može da životno ugrozi čitava područja. Slična je situacija i sa sistemima za vodosnabdevanje itd.

Pomenute tri kategorije sigurnosti su medjusobno tesno povezane i veoma je delikatno pri planiranju vodoprivrednih sistema opredeliti se za njihove adekvatne odnose. Ovo tim pre što su i zahtevi za pojedinim vidovima sigurnosti oprečni. Npr. povišenje statičke i funkcionalne sigurnosti snižava ekonomsku sigurnost i obratno itd.

h/ *Specifičnosti pojma ekonomičnosti.* Za razliku od niza drugih sistema, kod kojih je pojam ekonomičnosti jasno definisan i egzaktno sasvim merljiv, to nije slučaj sa vodoprivrednim sistemima. Ovo je posledica više specifičnosti vode i vodoprivrednih sistema, od kojih izdvajamo samo dve:

- Voda je nezamenljiva materija za opstanak ljudi, te je i njeno vrednovanje vrlo specifično i delikatno[*].
- Razvoj ili zaostajanje vodoprivrednih sistema ima ogroman, ali ekonomski često i nedovoljno samerljiv uticaj na sve druge aktivnosti ljudskog društva.

i/ *Značaj po ekosferu.* Vodoprivredni sistemi odlučujuće utiču na razvoj i stanje čovekove sredine. Šire gledano, vodoprivredni sistemi su jedan od najvažnijih podsistema opšteg ekosistema i odlučujući na njega utiču, direktno ili indirektno. Napomenimo samo da veliki vodoprivredni zahvati stvaraju novu hidrografiju, menjaju uslove za život i opstanak niza bioloških vrsti, utiču na promenu klimatskih činioca itd.

j/ *Sociološki aspekti.* Pošto su vodoprivredni sistemi jedan od najradikalnijih zahvata u ekosistemu, njihov razvoj prate i veoma značajne sociološke posledice. Zbog vode su se i ranije odvijale velike migracije ljudi, to se i danas ne može izbeći pri izgradnji velikih akumulacionih basena. Inženjeri su skloni da ponekad nedovoljno cene "netehničke i neekonomske" aspekte ovih poduhvata, ali je praksa pokazala da zanemariti ovu činjenicu znači dovesti u pitanje realizaciju i tehničko-ekonomski najopravdanijih projekata.

----

[*] *Pokušaji da se novčano vrednuje ljudski život, mada je to ponekad "post festum" neizbežno, ne slažu se sa etičkim nazorima autora ovog razmatranja.*

Nabrojane su samo one karakteristike vodoprivrednih sistema koje bitno utiču na pristup metodici njihovog analiziranja i planiranja. Neke specifičnosti (npr. one nabrojane od g do j), prisiljavaće nas da pri traženju optimalnih rešenja pored strogo ekonomskih kriterijuma koristimo i druge mere za ostvarivanje ili adekvatno vrednovanje nekih netehničkih ili nemerljivih uslova (uvodjenjem ograničenja po koordinatama stanja i koordinatama upravljanja, uvodjenjem težinskih - "penalty" funkcija itd.).

1.2 OSNOVNI PROBLEMI I ZADACI PLANIRANJA

U svetu se,bez obzira na političko-ekonomski sistem pojedinih država, sve više prihvata i afirmiše princip da su vodoprivredna planiranja ne samo integralni deo društveno-ekonomskih planiranja, već da moraju da im i predhode za izvesnu etapu. Pritom se uočavaju sledeće opšte tendencije:

- Iscrpljivanje vodnih resursa i zaoštravanje vodoprivrednih problema dovodi do promena u vodnom zakonodavstvu *kojima se jačaju kompetencije centralnih organa u oblasti planiranja i upravljanja vodnim resursima**. Ovim se stvara

----

**Ne uzimajući kao primer socijalističke zemlje, kod kojih je centralizacija u oblasti vodoprivrednog planiranja posledica opšte administrativne i upravne strukture, navedimo da je niz zemalja skorašnjim promenama zakona ojačalo ingeneracije centralnih državnih organa u sferi vodoprivrednog planiranja. Švajcarska je 1971. godine zbog toga izmenila svoj ustav, kako bi ojačala ulogu jedinstvenog organa u ovoj sferi planiranja, Francuska je zakonom iz 1966. formirala veoma kompetentne organe uprave u okviru velikih hidrografskih celina. U SAD su zakonom iz 1965. (Public Law 89-90) formirane veoma autoritativne komisije* neophodna osnova da se sve šire teritorije tretiraju integralno, kako u fazi planiranja korišćenja i zaštite voda, tako i u fazi upravljanja velikim i složenim vodoprivrednim sistemima.

- U proces ovih planiranja ubrzano se uvodi nova dimenzija: *ekosistem i njegova zaštita.* Upravo zbog toga vodoprivredna planiranja dobijaju u značaju, prethode drugim planiranjima i postaju odlučujući faktor za donošenje odluka o lokacijama i pravcima širenja pojedinih industrija, pri izboru tehnoloških procesa itd. Danas se smatra [4] da nepoštovanje ovog principa vodi u ekonomsko samouništenje ili ekološko samoubistvo. (Kada lociramo fabriku celuloze u gornjem toku jedne reke unapred je jasno da ona ne može ekonomski rentabilno da radi ukoliko prečišćava svoje otpadne vode u skladu sa visokim zahtevima koji se postavljaju u pogledu kvaliteta voda tih deonica.* Pustiti je da radi bez prečišćavanja znači nepovratno uništiti reku. Zato

---

Nastavak fusnote sa prethodne strane:

za velike slivove, čime je praktično onemogućeno da niže administrativne jedinice mogu kočiti realizaciju velikih vodoprivrednih sistema. Javne interese SAD na polju voda obezbedjuje i Savet za vodne resurse formiran na najvišem državnom nivou. Slična je stvar u Kanadi (Zakon od 1965.) SR Nemačkoj itd. Cilj ovih zakonodavnih promena je isti: stvoriti pravnu osnovu koja će omogućiti jedinstveno planiranje u oblasti voda i ostvarivanje velikih vodoprivrednih sistema.

Autor ovog razmatranja sa žaljenjem konstatuje da sadašnje interpretacije našeg pravnog sistema ne idu na ruku ni jedinstvenom planiranju, ni izgradnji velikih vodoprivrednih sistema. Imamo niz primera da je negativan stav jedne opštine, pa čak i njenog manjeg dela zakočio ili onemogućio realizaciju vodoprivrednih projekata od izvanrednog opšteg značaja.

Čak i kada se učini ozbiljan napor da se hemisko-bakteriološki zagadjena voda prečisti pre upuštanja u recipijent i pre ponovnog korišćenja, ona se vraća kao "prevrnuta voda", dosta različita od prirodne vode. Za sada se još uvek ne zna kakve posledice po ekosferu uopšte, a posebno po čovečiji organizam, mogu da nastanu usled dugoročnog korišćenja takve vode.

je planiranje post festum u ovakvim slučajevima beznadežno: neminovno predstoji ili ekonomski krah, ili kidanje karika u vitalno važnom ekološkom lancu).

- Vodoprivredna planiranja se tretiraju kao *neprekidni dinamički proces u kome su sva rešenja uslovno optimalna* - do ponovne reambulacije plana i promena konfiguracije vodoprivrednog sistema.

Posle ovog globalnog osvrta na probleme planiranja razmotrimo osnovne metodske aspekte istraživanja vodoprivrednih sistema sa akumulacijama.

Uvešćemo najpre opšti izraz *"upravljanje vodoprivrednim sistemom"* koji nema formalni, već suštinski značaj. Njime se ističe jedna bitna činjenica: *sistemom se uvek upravlja,* i u fazi planiranja na svim nivoima, i u fazi eksploatacije. Samo, u fazi planiranja (sinteza sistema, vid. gl.II-2.3) postoji mnogo veći manevarski prostor za upravljanje, jer se mogu varirati i oni parametri koji su već fiksirani kod gotovog sistema, u fazi eksploatacije (npr. visine brana, kapaciteti pojedinih elemenata sistema itd.). Znači, u fazi planiranja mi upravljamo i tim parametrima, birajući njihove optimalne odnose i veličine. Prema tome, upravljanje vodoprivrednim sistemom je jedinstven proces, samo se menja broj upravljačkih koordinata u fazi planiranja i u fazi eksploatacije (u fazi planiranja je broj upravljačkih koordinata znatno veći). O osobinama upravljivih sistema biće reči u narednim glavama.

Rešavanje zadataka upravljanja vodoprivrednim sistemom može se rasčlaniti na četiri globalne etape:

1. Identifikacija (sagledavanje) sistema;
2. Planiranje sistema;
3. Realizacija i organizacija sistema;
4. Korišćenje sistema.

Pri rešavanju problema u bilo kojoj od ove četiri faze služićemo se sistemskom analizom. Pritom, na apstraktnom nivou, razlikujemo sledeće glavne etape:

- Razmatranje vodoprivrednih problema postojećeg sistema i definisanje funkcionalnih ciljeva sistema za koji se sprovodi optimalna sinteza;
- Istraživanje slučajnih procesa koji u optimizacioni zadatak ulaze kao slučajni vektor ulaza;
- Definisanje kriterijuma za optimalnu sintezu;
- Definisanje mogućih alternativa;
- Formiranje modela i postavljanje ograničenja;
- Odabiranje najbolje alternative u smislu kriterijuma* (vid. gl. 6) i provera kvaliteta (efektivnosti) optimalnog sistema.

Treba istaći još jedan načelni stav, koji ima suštinski značaj za sagledavanje metodike istraživanja vodoprivrednih sistema.

Vodoprivredne sisteme možemo analizirati polazeći sa dve načelne pozicije:

----

* *"najbolja" alternativa, ukoliko nije vezana za neki kriterijum ne postoji. Ta se činjenica iznenadjujuća često previdja i mnogo se govori o "optimalnim", "najekonomičnijim", "najboljim" rešenjima, a da se ovi pojmovi ne samo jezički, već ni pojmovno ne povezuju sa nekim kriterijumom. U slučaju vodoprivrednih sistema, upravo zbog njegovih osobina složenosti, suprotnosti interesa itd. nedopustivo je govoriti o optimumu bez povezivanja ovog pojma sa nekim kriterijumom.*

a/ Prilaz od opšteg ka detaljnom (postoji veoma inventivan engleski termin "top down" koji slikovito opisuje suštinu prilaza: "sa vrha naniže). U ovom pristupu najpre se generalno sagledavaju problemi čitavog sistema, a zatim se postupno silazi niže prema podsistemima i dalje niže prema konkretnim problemima i detaljima.

b/ Drugi pristup je suprotan - od detalja ka opštosti (takodje vrlo slikovito "bottom up" - pristup, tj. "od dna na gore"). Ovim prilazom se najpre sagledavaju komponente i detalji, izolovani problemi i podsistemi, i iz tog postupno komponovanog mozaika sagledava se čitav sistem.

U istraživanjima vodoprivrednih sistema sa akumulacijama javljaju se oba pristupa, zavisno od vrste problema i nivoa razmatranja, pa su ne redko i istovremeno prisutna u raznim fazama razmatranja jednog istog sistema.

Upravljanje vodoprivrednim sistemima podrazumeva rešavanje tri glavne grupe zadataka:

i/ Odredjivanje *optimalnog stepena vodoprivrednog razvoja razmatranog područja,* kako u pogledu nivoa mogućeg zadovoljenja iskazanih vodoprivrednih potreba, tako i u pogledu mogućnosti prostornog obuhvatanja svih potencijalnih korisnika*. U okviru ovog zadatka se rešavaju

----

Izmedju željenog i ostvarljivog postoji uvek veliki raskorak ali je on naročito izražen u vodoprivredi, najviše zbog toga što su vodoprivredni sistemi najčešće i najskuplji sistemi koje čovek uopšte gradi. Zbog toga se nivo vodoprivrednog razvoja mora optimalno uskladiti sa opštim ekonomskim mogućnostima, vodeći računa i o prostornim, količinskim i kvalitativnim aspektima razvoja vodoprivrednog sistema. Činioci koji utiču na postavljanje ciljeva u ovakvim optimizacionim sledeći bitni problemi:

- optimalno se razrešavaju sukobi interesa pojedinih vodoprivrednih interesenata, u skladu sa nekim usvojenim kriterijumom;
- definišu se alternative i vrši izbor optimalne konfiguracije (sastava) vodoprivrednog sistema;
- vrši se generalna raspodela investicija i troškova na korisnike, prema nekom usvojenom kriterijumu;
- bira se optimalna etapnost (tehnološka i ekonomska) izgradnje sistema

ii/ Odredjivanje *optimalnih dimenzija glavnih komponenti kompleksnog sistema* (dimenzije akumulacionih basena i kapaciteti pojedinih organa, elementi regulacionih objekata na vodotocima itd.) i optimalno usklađjivanje medjusobnih odnosa pojedinih elemenata sistema itd.

iii/ Utvrdjivanje *optimalne generalne operativne politike* vodoprivrednog sistema na svakom od nivoa njegovog razvoja.

- Odredjuje se optimalna strategija upravljanja sistemom primenom optimizacionih modela koji se baziraju na *dugoročnim, stalno korigovanim hidrološkim prognozama.* Ovim modelima se definiše dugoročna upravljačka politika, kojom se globalno planira raspodela prognoziranog vodnog resursa, poboljšavanje ili održavanje prognoziranih vodnih režima i kvaliteta voda itd.

Nastavak fusnote sa prethodne strane.

razmatranjima su promenljivi i zavise od prirodnih, ekonomskih, socijalnih, političkih i niza drugih faktora. U ovoj fazi na ciljeve i kriterijume za vodoprivredna planiranja prevashodno deluju opštiji strateški ciljevi ekonomskog i društvenog usmeravanja.

- U okviru ovih dugoročnih strategija upravljanja, baziranih na dugoročnim hidrološkim prognotama. Odredjuje se upravljanje sistemom primenom optimizacionih modela baziranih na *kratkoročnim hidrološkim prognozama*. Ovaj vid kratkoročnog prognoziranja i optimiziranja naročito je značajan za efikasno funkcionisanje podsistema za kontrolu vodnog režima (odbrana od poplava) i podsistema za zaštitu kvaliteta voda.

Problem kriterijuma za optimizaciju će se posebno razmatrati, ali je ovde potrebno sagledati njegovu suštinsku strukturu sa gledišta gornje podele.

Ukoliko sa X_1, X_2 i X_3 označimo, respektivno, rešenje gornje tri grupe zadataka (od i do iii), onda se fizički ili ekonomski efekat koji se ostvaruje ovim rešenjima može predstaviti u vidu funkcije

$$D = D\ (X_1,\ X_2,\ X_3) \qquad 1.2.1$$

Inženjerski gledno, problem upravljanja vodoprivrednim sistemom mogao bi se svesti na traženje ekstremale gornje funkcije, vodeći računa o uslovima i ograničenjima. Medjutim, s obzirom na stohastički karakter vodoprivrednih sistema, pored rešenja X_i koja su rezultat upravljanja i koja možemo (ili bar verujemo da možemo) da kontrolišemo, postoji i niz nekontrolabilnih uticaja Y_j koji su van domena našeg uticaja, tako da se efekti svih etapa upravljanja vodoprivrednim sistemom mogu najopštije predstaviti funkcijom

$$D = D\ (X_i,\ Y_j) \qquad 1.2.2$$

koja je baza za sagledavanja svih vidova kriterijuma koji se primenjuju u optimizaciji vodoprivrednih sistema.

"Ukoliko je duh više usmeren praktičnom, utoliko mora da bude i više apstraktan"

(Valéry)

2. DEFINISANJE MATEMATIČKOG MODELA

2.1 GENERALNI PRILAZ

Da bi se olakšalo kasnije teorisko razmatranje vodoprivrednih sistema, daće se njihova opšta egzaktna definicija.

Svi vodni resursi mogu se u najopštijem obliku opisati trojkom V koja se sastoji od tri matrice

$$V = \{L, Q, K\} \tag{2.1.1}$$

gde je:

$L \triangleq$ matrica koja definiše lokacisku (prostornu) rasporedjenost vodnih resursa, odredjena u prostoru preko tri komponente x, y, z. (Koordinata z kod površinskih resursa može da označava i mogući pad dobijen eventualnim usporavanjem vodotoka, dok u slučaju podzemnih voda može da označava dubinu do vode, odnosno visinu potrebnog pumpanja);

$Q \triangleq$ matrica kojom se definišu količine vodnih resursa, tokom vremena;

$K \triangleq$ matrica kojim se definiše kvalitet vodnih resursa.

Ukoliko se na jednom slivu razmatra n profila (na hidrografskoj mreži, odnosno u zonama značajnih zaliha podzemnih voda) matrica L biće definisana na sledeći način:

$$H = \begin{Vmatrix} x_1 & \ldots\ldots & x_n \\ y_1 & \ldots\ldots & y_n \\ z_1 & \ldots\ldots & z_n \end{Vmatrix} \qquad (2.1.2)$$

Matrica Q se može dvojako definisati:

a/ preko srednjih vrednosti dotoka na i-tom profilu, $(i = \overline{1,n})$ u m diskretnih intervala vremenski uredjenog skupa θ_1.

$$Q = \| Q_{ij} \|_{nxm} \qquad (2.1.3)$$

b/ Preko statističkih karakteristika zabeleženih vremenskih serija na n razmatranih profila: srednjih vrednosti $\overline{Q}_i$ $(i = \overline{1,n})$, momenata do momenta trećeg reda $m_{j,i}$ $(j = 1,2,3)$, koeficijenata autokorelacije $r_{\tau,i}$ (τ - korak u autokorelacionoj analizi), itd.:

$$Q = \begin{Vmatrix} \bar{Q}_1 & \ldots\ldots & \bar{Q}_n \\ m_{1,1} & \ldots\ldots & m_{1,n} \\ \vdots & & \vdots \\ r_{\tau,1} & \ldots\ldots & r_{\tau,n} \\ \vdots & & \vdots \end{Vmatrix} \qquad (1.2.4)$$

Matrica K kojom se definiše kvalitet vodnih resursa sastoji se od niza komponenti kojima se kvantificiraju razni aspekti kvaliteta vode u i-tom profilu i j-tom intervalu vremena ($j \in \theta_2$, gde θ_2 može biti neki drugi uredjeni skup vremena): biološki $b_{i,j}$; hemiski (po raznim parametrima) $h_{i,j}$; mutnoća $k_{i,j}$, termički kvalitet $c_{i,j}$ itd. tako da je

$$K = \| b_{i,j};\ h_{i,j};\ k_{i,j},\ c_{i,j};\ \ldots \|_{nxm_1} \qquad (2.1.5)$$

$$j \in \theta_2,\ i = 1,\ldots,n$$

Još sažetije, matrica kvaliteta vodnih resursa može se predstaviti u obliku

$$K = \| k_{ij\ell} \|_{n x m_1 x p} \tag{2.1.5'}$$

gde je: $k_{ijr} \triangleq \ell$-ti pokazatelj kvaliteta vode, na i-tom profilu u j-tom intervalu vremena; $p \triangleq$ broj pokazatelja kvaliteta; $m_1 \in \Theta_2 \triangleq$ broj perioda u kojima se definišu parametri kvaliteta.

Na taj način se pomoću trojke V mogu potpuno definisati raspoloživi vodni resursi po lokaciji, količini i kvalitetu.

Na sličan način se mogu definisati i potrebe za vodom (odnosno zahtevani vodni režimi) u nekom vremenskom periodu, bilo sada ili u budućnosti, u t diskretnih intervala nekog uredjenog vremenskog skupa Θ_2.

Ove potrebe mogu se na sličan način definisati trojkom

$$V_p = \{L_p, Q_p, K_p\} \tag{2.1.6}$$

Ovde je:

$L_p \triangleq$ matrica koja definiše lokacije na kojima se voda zahteva ili na kojima se propisuje neki vodni režim,

$Q_p \triangleq$ matrica koja definiše zahtevane količine vode (odnosno režime)

$K_p \triangleq$ matrica koja opisuje zahtevani kvalitet vode

Ukoliko je na analiziranom području utvrdjeno r mesta (profila, zona) u kojima se voda traži ili na kojima se propisuje neki vodni režimi u j intervala vremena $j = 1, \ldots, T$ ($j \in \Theta_2$), onda je po analogiji sa vektorima stanja vodnih resursa

$$L_p = \begin{Vmatrix} x_1 \ldots\ldots x_r \\ y_1 \ldots\ldots y_r \\ z_1 \ldots\ldots z_r \end{Vmatrix} \tag{2.1.7}$$

$$Q_p = \| q_{ij} \|_{rxT} \qquad (1.1.8)$$

$$K_p = \| \hat{b}_{ij}, \hat{h}_{ij}, \hat{k}_{ij}, c^{*}_{ij}, \dots \|_{rxT} \qquad (2.1.9)$$

odnosno, po analogiji sa 2.1.5'

$$K_p = \| \hat{k}_{ij\ell} \|_{rxTxp}$$

Prva matrica L_p definiše lokacije na kojima se traži voda, druga definiše zahtevane količine vode q_{ij}, dok treća odredjuje zahtevani kvalitet vode na i-tom profilu i u j-tom intervalu vremena, po ℓ-tom pokazatelju kvaliteta.

Kada se na ovaj način, preko navedenih trojki, definišu raspoloživi vodni resursi i potrebe za vodom u nekom vremenskom periodu, opšti problemi upravljanja vodoprivrednim sistemom sa akumulacijama se generalno definiše na sledeći način: *treba odrediti takvu transformacionu funkciju T kojim se V transformiše u V_p, tj. rešiti problem*

$$V_p = T * V \qquad (2.1.10)$$

gde je T - transformaciona funkcija sistema kojim se omogućava gornje preslikavanje.

Generalno gledano, vodoprivredni sistem sa akumulacijama i upravljanje njim definisano je upravo ovom transformacionom funkcijom.

Drugim rečima: *operator T definiše sistem i odgovarajuće upravljanje kojim se vodni resurs iz sfere prirodnog stanja transferiše (u matematičkom smislu - preslikava) u sferu korišćenja, odnosno željenog stanja.*

Analizirajući sistemsku strukturu transformacionog operatora T u njemu razlikujemo dve komponente:

T_1 ≡ komponenta operatora koja definiše fizičke, objektivne aspekte vodoprivrednog sistema. Slikovito, kibernetskim jezikom, ona bi opisivala ono što predstavlja "hardware" jednog sistema sa akumulacijama (konfiguracija sistema, zapremine akumulacija i druge radne karakteristike, dovodi, potrošači itd.).

T_2 ≜ Komponenta operatora kojom se definišu upravljački aspekti vodoprivrednog sistema (opet slikovito, to bi bio "software" vodoprivrednog sistema).

Najopštije egzaktno gledano, *upravljanje vodoprivrednim sistemom* (u onom širem, već objašnjenom smislu), svodi se na *rešavanje jednačine (2.1.10)*. odnosno, na odredjivanje operatora

$$T = \{T_1, T_2\}$$

U kasnijim razmatranjima polaziće se uvek, eksplicitno ili implicitno, od ovih načelnih koncepcija.

2.2 MATEMATIČKI MODEL UPRAVLJANJA SISTEMA SA AKUMULACIJAMA

Vodoprivredni sistemi sa akumulacionim basenima, shodno opštoj teoriji sistema, mogu se definisati kao *dinamički, upravljivi sistemi, za koje važi princip kauzalnosti*.Ovaj princip [8] se najpreglednije može formulisati na sledeći način: *kod upravljivih sistema nepraznom skupu ulaza i/ ili upravljanja mora odgovarati neprazan skup kontrolisanih stanja*. Osobine opservabilnost i kontrolabilnost koje karakterišu ove vodoprivredne sisteme tretiraće se kasnije posebno.

Upravljanje u ovakvim sistemom može se definisati trojkom

$$\{M, J, L\} \rightarrow U \tag{2.2.1}$$

gde je: $M \hat{=}$ matematički model sistema sa upravljanjem,

$J \hat{=}$ kriterijumom upravljanja,

$L \hat{=}$ skup ograničenja.

S obzirom da su vodoprivredni sistemi veliki, prostorno razudjeni, složeni i skupi sa stanovišta prikupljanja i prenosa informacija neophodnih za upravljanje, gornja relacija se može proširiti uvodjenjem dva nova elementa: vreme (Θ) i troškovi (T) odabiranja upravljanja, tako da se upravljanje sistemom akumulacija definiše petorkom

$$\{M, J, L, \Theta, T\} \rightarrow U \tag{2.2.2}$$

Zadatak upravljanja ovakvim sistemom se svodi na odredjivanje optimalne upravljačke odluke,kada se definišu model sistema, kriterijum i ograničenja, odnosno eventualni dodatni zahtevi u pogledu vremena i troškova odabiranja upravljanja.

Najopštije gledano, do modela vodoprivrednih sistema se dolazi istovremenim korišćenjem tri pristupa:

1. Na bazi uopštavanja opservacija o ponašanju prirodnog sistema. Ovaj pristup je veoma čest pri hidrološkim analizama sliva, gde se traži veza: geofizički uticaji (ulaz) → sliv (sistem) → hidrološki izlaz. Čitava parametarska hidrologija počiva na ovakvom pristupu.

2. Izvodjenjem relacija na bazi poznatih zakona o ponašanju sistema (npr. proizvodnja HE se egzaktno opisuje poznatim relacijama iz fizike, prelivanje preko preliva zakonima hidromehanike itd.)

3. Na bazi sinteze medjusobnih zavisnosti raznih promenljivih parametara u sistemu. Rečna hidraulika, statistička hidrologija itd. zasnivaju se delom na ovom pristupu.

S obzirom na složenost vodoprivrednih sistema po pravilu su prisutna sva tri pristupa, kombinovana u jedinstvenom modelu.

Definišimo najpre vodoprivredni sistem, kao dinamički sistem u matematskom smislu.

S obzirom na dinamičnost sistema, uvedimo najpre uredjeni skup vremena T, sa elementima t: $T = \{ t : t \in T \}$.

U svakom trenutku $t \in T$ sistem C prima neki ulaz $x(t)$ i daje neki izlaz $y(t)$, pri čemu x i y pripadaju nekim skupovima X i Y, tj. $x \in X$, $y \in Y$.

U intervalu (t_i, t_{i+k}) segment ulaznih uticaja α nije u opštem slučaju proizvoljna funkcija vremena $(t_i, t_{i+k}) \to X$, već pripada nekom užem skupu Q, te je $\alpha \in Q$. Ovo treba i fizički objasniti. U nekom intervalu (t_i, t_{i+k}) nisu mogući svi proticaji iz opšteg skupa mogućih ulaza X, već se taj ulaz zbog "inercije" geofizičkih fenomena sužava na jedan drugi podskup Q.

U nekom intervalu vremena postoji i segment izlazne funkcije ω, koja je definisana preslikavanjem T u skup Y, i koja takodje pripada nešto užem podskupu R: $R = \{ \omega : T \to Y \}$.

Najzad, u ovakvom sistemu, u kome i fizički postoje akumulacije kao podsistem za "magazioniranje" ulaza, izlaz ne zavisi samo od trenutne vrednosti ulaza, već i od predistorije koja je menjala stanje sistema. Taj kvalitativno nov pojam, stanje sistema $s(t)$ sistema C je izvesna unutrašnja karakteristika sistema čija vrednost u sadašnjem momentu uslovljava tekuću vrednost izlaza, a utiče i na njegove vrednosti u budućnosti [6, 7]. Drugim rečima, stanje sistema u jednom trenutku čini onaj skup brojeva koji sadrži celokupnu informaciju o istoriji sistema neophodnu za odredjivanje budućeg njegovog ponašanja. Veličina $s(t)$ je element skupa S: $s \in S$.

Sa ovako definisanim pojmovima, dinamički vodoprivredni sistem sa akumulacijama (C) možemo u opštem obliku matematički definisati na sledeći način:

1. Zadat je uredjen skup vremena T, skup trenutnih vrednosti ulaza X, skup dopustivih vrednosti ulaznih funkcija Q, skup trenutnih vrednosti izlaza Y, skup dopustivih vrednosti izlazne funkcije R i skup stanja S.

   Razmatra se netrivijalan slučaj kada Q nije prazan skup ($Q \neq \emptyset$).

2. Uvodi se prelazna funkcija stanja ψ koja pokazuje u kojim se stanjima $s(t)$ nalazi sistem u $\tau \in T$, ako je u početnom trenutku $t_o \in T$ bio u početnom stanju $s(t_o) \in S$ i ako je na njega delovala ulazna funkcija $\alpha \in Q$. Zbog toga je ψ dato preslikavanjem

$$\psi : T \times T \times S \times Q \rightarrow S$$

te je

$$s(\tau) = \varphi(t, t_o, s, \alpha) \in S$$

Funkcija φ ima sledeće osobine:

a/ Definisana je za sve $t \geq t_o$

b/ $\varphi(\tau; t, s, \alpha) = s, \forall t \in T; \forall s \in S$ i $\alpha \in Q$

c/ $\varphi(t_3; t_1, s, \alpha) = \varphi(t_3; t_2, \varphi(t_2; t_1, s, \alpha))$

za $t_1 < t_2 < t_3, \forall s \in S, \alpha \in Q$

3. Zadato je i izlazno preslikavanje $\psi : T \times S \rightarrow Y$ kojim se u svakom trenutku vremena odgovarajuće stanje preslikava u neki izlaz: $y(t) = \psi(\tau, s(t))$.

Na ovaj način se, generalno, na apstraktnom nivou, vodoprivredni sistem sa akumulacijama, kao dinamički sistem može prikazati kao osmerka

$$C = \{T, X, Q, Y, R, \varphi, \psi\} \qquad (2.2.3)$$

Dogadjaj (ili faza) sistema je par $\{(t_o, s) : t_o \in T, s \in S\}$ dok skup $T \times X$ označava prostor dogadjaja, ili fazni prostor.

Da bi sagledali suštinu upravljanja u jednom vodoprivrednom sistemu sa akumulacijama raščlanimo na apstraktnom nivou opšti proces upravljanja.

Kod ovih sistema bitno je da se odredjivanje upravljanja vrši na osnovu tekuće informacije o razvoju hidrološke situacije, tako da *upravljanje postaje rezultat primene neposrednog ulaza i praćenja razvoja izlaza.*

Na taj način se sistem sa akumulacijama tretira kao sistem sa povratnom spregom, te se kao takav može opisati sa dva preslikavanja.

Prvo preslikavanje opisuje vodoprivredni sistem kao *objekat upravljanja (A)*. Objekat upravljanja se opisuje preslikavanjem kartezijanskog proizvoda ulaza x i upravljanja u, kao posledice opservacije izlaza y, tj.

$$A : X * U \rightarrow Y \qquad (2.2.4')$$

Skup ulaza X čine nekontrolisani ulazi* (u ovom slučaju dotoci Q (t)), kao i ona upravljanja koja imaju karakter ulaza, jer su definisana unapred, nezavisno od stvarnog izlaza sistema. Skup upravljanja U čine sva upravljanja koja se definišu u funkciji izlaza, čineći na taj način povratnu spregu sistema.

Drugo preslikavanje (obeležimo ga sa B) opisuje upravljanja *(upravljački objekt)* na osnovu povratne sprege

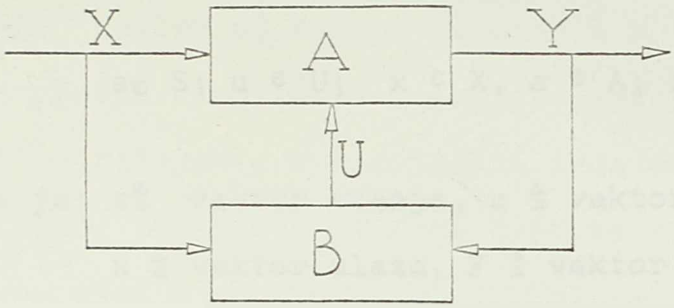
$$B : X * Y \rightarrow U \qquad (2.2.4'')$$

Na taj način se vodoprivredni sistem sa akumulacijama može na apstraktnom nivou definisati opštim modelom sistema C kao skup od dva preslikavanja:

$$C = \{A,B\} \; ; \; A:X * U \rightarrow Y; \quad B: X * Y \rightarrow U \qquad (2.2.5)$$

Razdvajanje nekontrolisanog ulaza od ulaza kojim se upravlja (kontrolisani ulaz) ima sve veći smisao sa razvojem vodoprivrednih sistema i postepenim formiranjem kaskada akumulacija. Nekontrolisani ulaz - prirodni dotok sa medjusliva, imaće sve manji udeo u ukupnom ulazu nizvodnih akumulacija. U slučaju nekih sistema, kao što su gornje, pa i neke donje akumulacije pumpno-akumulacionih HE, najveći deo ulaza može da bude posledica upravljanja složenim sistemom, te je kao takav u potpunosti kontrolisan.

Ova koncepcija se može grafički predstaviti na sledeći način:



Sl. 2.2.1
Shema sistema sa povratnom spregom

Uočava se bitna osobina ovakvog sistema; upravljačka odluka *U je posledica delovanja nekontrolisanog ulaza X i izlaza Y koji deluje u svojstvu povratne sprege.*

Kako vodoprivredni sistem sa akumulacijama kao dinamički sistem menja svoje stanje tokom vremena po nekoj trajektoriji stanja, strategija upravljanja u bilo kom diskretnom intervalu $(\Delta t)_{k+1} \in T$ zavisi od prethodnih izlaza i upravljanja tj.

$$u_{k+1} = u_{k+1} (y_o; y_1, \ldots, y_k; y_{k+1}; u_o, u_1, \ldots, u_k) \quad (2.2.6')$$

ili

$$u_{k+1} = u_{k+1} (y_o, y_1, \ldots, y_{k+1}; u_o, \ldots, u_k; x_o, \ldots, x_{k+1}) \quad (2.2.6'')$$

za akumulacije sa nekompromisnim ulazom x.

Kako je, fizički gledano, promena stanja u vodoprivrednom sistemu jedan kontinualni proces, ovaj se može opisati sistemom vektorskih jednačina

$$\frac{ds}{dt} = f(s, u, x, a, b)$$
$$s(t_o) = s_o \qquad (2.2.7)$$

$$y(t) = g(s, u)$$

$$s \in S;\ u \in U;\ x \in X,\ a \in A;\ b \in B$$

Ovde je: $s \triangleq$ vektor stanja, $u \triangleq$ vektor upravljanja, $x \triangleq$ vektor ulaza, $y \triangleq$ vektor izlaza, $a \triangleq$ parametarski vektor objekta upravljanja, $b \triangleq$ parametarski vektor upravljačkog dela sistema, f i $g \triangleq$ realne vektorske funkcije.

Ako se povratnom spregom mogu otkloniti efekti nekontrolisanog ulaza (slučaj velikih akumulacija i instalisati HE, ispusta itd.) tada se relacija (2.2.7) može napisati i u obliku

$$\frac{ds}{dt} = f(s, u, a, b);\ s(t_o) = s_o,\ y(t) = g(s, u) \qquad (2.2.8)$$

Funkcija f zadovoljava Lipschitz-ove uslove [8], što obezbedjuje jedinstvenost rešenja s i y za svako, u, a, b i s_o.

S obzirom na prirodu vodoprivrednih sistema veoma često je za prikupljanje informacija i njihovu obradu do donošenja upravljačke odluke potrebno neko vreme Δt. Ova činjenica je vrlo relevantna kod podsistema za kontrolu vodnog režima i podsistema za kontrolu kvaliteta voda. Zbog toga se opšta diferencijalna jednačina (2.2.7) pretvara u diferencijalno-diferentnu jednačinu tipa

$$\begin{aligned} \frac{ds}{dt} &= f(s, u(t - \Delta t), x, a, b);\ t > t_o + \Delta t \\ s(t) &= \eta(t),\ t_o < t < t_o + \Delta t \qquad (2.2.9) \\ y(t) &= g(s, u(t - \Delta t)) \end{aligned}$$

Mogućnosti rešavanja sistema sa zakašnjenjem upravljačke odluke zavise od dužine perioda Δt i prirode upravljačkog zadatka. Problem simulacije postaje teži sa porastom Δt, a rešavanje upravljačkih zadataka postaje naročito delikatno kod nekih sistema koji su posebno osetljivi na zakašnjavanje upravljačke odluke. (Očito je da se može tolerisati duže Δt u sistemu za navodnjavanje, dok su ti zahtevi mnogo oštriji u hidroenergetskom sistemu ili sistemu za aktivnu odbranu od poplava).

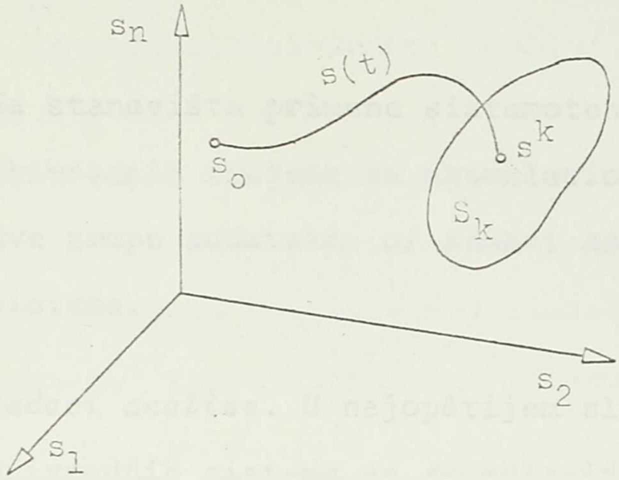
Optimalno upravljanje sistemom akumulacija. S obzirom da se u ovom radu rasmatraju optimalni sistemi akumulacionih basena potrebno je dati opštu definiciju zadatka optimalnog upravljanja (u širem smislu) ovakvim sistemima.

Promena stanja u sistemu od n akumulacija opisuje se vektorskim jednačinama (2.2.7). Neka je u trenutku $t = t_o$ početno stanje zadato vektorom stanja

$$s^o = \{s_1^o, s_2^o, \ldots, s_n^o\} \qquad (2.2.10)$$

definisanim u n - dimenzionalnom prostoru stanja. Primenivši neko upravljanje u (t) na ovakav sistem (u = vektor) ostvaruje se neka trajektorija stanja u n - dimenzionalnim faznom prostoru, te u trenutku $t = t_k$ sistem dostiže stanje s $(t_k) = s^k \in S_k$, gde je $S_k \subset S$ (S_k = podskup skupa dopustivih stanja S).

Zadaci optimizacije sistema akumulacija spadaju po pravilu u klasu zadataka sa slobodnijem krajem trajektorije i fiksiranim vremenom optimizacije [12]. U tom slučaju zadatak



Sl. 2.2.2
Shema trajektorije sistema u n-dimenzionalnom prostoru stanja (slučaj slobodnog kraja trajektorije).

optimalnog upravljanja može se definisati na sledeći način: Treba naći takvo dopustivo upravljanje u (t)(kojim se odredjuju isporuke vode pojedinim potrošačima ili održavanje nekih vodnih režima u hidrografskoj mreži): u ε U, takve parametarske vektore fizičkog i upravljačkog dela sistema a εA i b ε B, i takvu promenu stanja sistema (zapremina akumulacija s (t), definisanu trajektorijom u n-faznom prostoru od s^o do $s^k \in S_k \subset S$, za koje se dobija ekstremum funkcionala kojim se definiše kriterijumska funkcija*

$$J = \int_{t_o}^{t_k} h\,(s,u,a,b,t)\,dt + \gamma\{s\,(t_k),a,b,t_k\} \qquad 2.2.1$$

Ovo se može grafički prikazati kao na prethodnoj skici.

Svi zadaci optimalnog upravljanja razmatrani u delu III polaze od ove generalne postavke optimizacionih zadataka ovakvih sistema.

Član γ(··) u jednačini 2.2.1 definiše efekat od stanja na kraju ukupnog vremena upravljanja. Kada se optimizacija sprovodi za dovoljno duge nizove slučajnog vektora ulaza, kao što je to slučaj u zadacima koji se rešavaju u ovom radu, ovaj član postaje zanemarljivo mali. Zato će on biti izostavljen u praktičnim zadacima, a ovde se prikazuje radi generalizacije ciljne funkcije.

2.3 ANALIZA I SINTEZA VODOPRIVREDNIH SISTEMA

Sa stanovišta primene sistemotehnike pri optimizaciji vodoprivrednih sistema sa akumulacionim basenima razlikuju se dve grupe zadataka: a/ zadaci analize, i b) zadaci sinteze sistema.

Zadaci analize. U najopštijem slučaju zadatak analize vodoprivrednih sistema sa akumulacijama sastoji se u sledećem: poznat je sistem (njegova konfiguracija i parametri), pa je potrebno da se za definisani ulaz odredi upravljanje i odgovarajući izlaz. Zadatak opšte analize može imati više rešenja, s obzirom da najčešće postoji skup mogućih (dopustivih) upravljanja i odgovarajućih izlaza, Medjutim, u vodoprivrednim sistemima sa akumulacijama najčešće je poznat neki željeni - zahtevani izlaz, te se zadatak pretvara u problem optimalne analize. *Optimalna analiza podrazumeva odredjivanje upravljanja koje daje optimalni izlaz u smislu usvojenog kriterijuma.* Zadaci optimalne analize se javljaju pri odredjivanju optimalne upravljačke politike sistema akumulacija sa već determinisanom konfiguracijom i performansama. Tu spadaju sve vrste zadataka optimalnog dispečinga vodoprivrednim sistemima sa akumulacijama.

Zadaci sinteze. Opšti zadaci sinteze vodoprivrednih sistema javljaju se u sledećem vidu: zadat je ulaz (u stohastičkom ili determinističkom smislu) i definisan je željeni izlaz (potrosnja i režim vode i drugi vodoprivredni zahtevi), pa se traži sistem kojim se takav izlaz ostvaruje.

Kako se pri ovakvom razmatranju sistema mora uzeti u obzir i upravljanje sistemom, problem se svodi na zadatak optimalne sinteze. *Optimalna sinteza predstavlja odredjivanje sistema (optimalne konfiguracije i parametara), kojima se za zadati ulaz i optimalno upravljanje (po usvojenom upravljačkom kriterijumu) zadovoljava kriterijum sinteze sistema.* Zadaci optimalne sinteze sistema se javljaju u svim fazama planiranja i projektovanja vodoprivrednih sistema sa akumulacijama.

Kod analize i sinteze vodoprivrednih sistema sa akumulacijama javljaju se razlike u domenu kriterijuma. Kriterijum analize je po pravilu kriterijum upravljanja, koji zahteva ekstrem zadate ciljne funkcije. U slučaju optimalne sinteze, s obzirom na izrazito stohastički karakter zadatka, u razmatranje se mora uvesti nova komponenta - obezbedjenost funkcionisanja svih delova sistema. Zato opšti kriterijum optimalne sinteze vodoprivrednih sistema mora da sadrži dve komponente: 1) upravljački kriterijum, i 2) kriterijum obezbedjenosti funkcionisanja, odnosno efektivnosti sistema.

Bitna razlika izmedju zadataka analize i sinteze ovih sistema postoji i u domenu upravljačkog kriterijuma, jer se u slučaju optimalne sinteze može upravljati i parametrima sistema, što stvara specifične računske probleme pri rešavanju ove grupe zadataka. To se najbolje zapaža ako napišemo opšti oblik kriterijuma za optimizaciju u slučaju optimalne analize i sinteze:

Za analizu: $\max\limits_{\{u\}}$ (ili min) $J\{s, u, t\}$, za $s_o \epsilon S$ (2.3.4)

Za sintezu: $\max\limits_{\{u,A\}}$ (ili min) $J\{s, u, A, t\}$,za $s_o \epsilon S$ (2.3.2)

U drugom slučaju traži se i vektor A koji definiše optimalne parametre sistema sa akumulacijama (konfiguracija, optimalne zapremine itd.). U glavi III bide prikazan postupak za rešavanje ovog zadatka sinteze primenom dvoetapne optimizacije.

Znači, *suština optimalne sinteze je odredjivanje optimalnih parametara sistema uz optimalno upravljanje.* S obzirom na širu strukturu kriterijuma za optimalnu sintezu tako dobijen sistem i upravljanje moraju se proveriti sa gledišta efektivnosti, u ovom slučaju obezbedjenosti funkcionisanja. Ukoliko kvalitet upravljanja, izražen preko probabilističke obezbedjenosti funkcionisanja pojedinih delova sistema nije zadovoljavajući, vrše se promene u domenu modela, ograničenja i kriterijuma kako bi se dobili parametri sistema i upravljanje kojima se ostvaruje zahtevana obezbedjenost funkcionisanja. To je sadržajno nov koncept rešavanja zadataka dimenzionisanja sistema akumulacija u okviru složenog vodoprivrednog sistema.

... Ljudi koji su dobro upoznati sa suštinom savremenih tehničkih koncepcija odlučili bi, verovatno, da period u kome živimo nazovu "epohom sistema" ...."
(Ellis D. i F. Ludwig: "Systems Philosophy")

3. NEKE SISTEMSKE OSOBINE VODOPRIVREDNIH SISTEMA SA AKUMULACIJAMA

U ovom poglavlju razmotriće se neke relevantne osobine vodoprivrednih sistema sa stanovišta teorije sistema. Razmotriće se samo one osobine koje su značajne sa gledišta analiziranja i matematičkog modeliranja ovakvih sistema, pri čemu se kroz osobine kontrolabilnosti i opservabilnosti dokazuje da su akumulacioni baseni osnovni elementi koji vodoprivredne sisteme čine upravljivim.

3.1 KONTROLABILNOST VODOPRIVREDNIH SISTEMA

U dosadašnjim razmatranjima vodoprivredni sistemi sa akumulacijama su opšte definisani kao dinamički upravljivi sistemi. Osobine upravljivosti ili kontrolabilnosti zaslužuje detaljnije razmatranje.

Odmah treba istaći da opštuosobinu kontrolabilnosti vodoprivrednih sistema treba usloviti već pomenutom trojkom (2.2.1) ili petorkom (2.2.2) kojima se definiše upravljanje ovakvim sistemima. Time se ta naizgled opšta osobina znatno sužava i ograničava.

Pored matematičkog modela sistema, kojim se opisuju struktura i fizičke osobine vodoprivrednog sistema,za rešavanje upravljačkih zadataka neophodni su još i kriterijum (izražen preko ciljne funkcije) i ograničenja. Ciljna funkcija i kriterijum, a veoma često i ograničenja opterećeni su subjektivnim željama čoveka, te kao takvi mogu varirati u širokom dijapazonu, zavisno od potreba koje se žele zadovoljiti. Zbog ovoga, to odmah treba eksplicitno istaći, ne može svaki vodoprivredni sistem biti upravljiv - kontrolabilan u nekom proizvoljno postavljenom smislu. Sistem će biti kontrolabilan samo ukoliko su uskladjene fizičke mogućnosti sistema, ciljne funkcije i kriterijumi, kao i ograničenja po koordinatama stanja i upravljanja. Preveliki zahtevi pri formiranju ciljnih funkcija i oštra ograničenja po obe vrste koordinata sužavaju mogućnost za ostvarenje kontrolabilnih sistema. Na primer, ukoliko postavimo oštre zahteve u pogledu zaštite od velikih voda,ili u smislu zahtevane obezbedjenosti vodosnabdevanja, a pri tome postavimo i oštra ograničenja u pogledu lokacija i dimenzija akumulacija kojima se ovi zahtevi mogu zadovoljiti, suzili smo mogućnosti za ostvarivanje kontrolabilnog vodoprivrednog sistema.

S obzirom da upravljanje čini nedeljiva trojka $U \rightarrow \{M,J,L\}$ opštu definiciju kontrolabilnosti na najapstraktnijem nivou dajemo u skladu sa tom činjenicom.

Koristeći opšte definicije modela M, kriterijuma J i ograničenja, može se formulisati sledeća definicija:

Ako svakom broju $d \in D$ kriterijumskog realnog skupa D odgovara bar jedno upravljanje $u \in U$, sistem definisan:

a/ apstraktnim modelom $M: X \xrightarrow{M} Y$, odnosno $U \xrightarrow{M'} S$;

b/ kriterijumom $J : X \times U \times Y \longrightarrow D$, i

c/ skupom ograničenja L

je kontralabilan u D.

Ova najopštija definicija, koja uzima u obzir sva elemente definicije upravljanja, zasniva se na stavu da je kontralabilan samo onaj sistem kod koga se iz skupa dopustivih upravljanja može odabrati najmanje jedno za koje, uz zadata ograničenja, kriterijum ima neku unapred datu vrednost.

Na ovoj matematičkoj definiciji možemo da dokumentujemo izneti stav o uslovljenoj osobini kontralabilnosti vodoprivrednih sistema sa akumulacijama. Subjektivnost pri analizi ovakvih sistema ogleda se u izboru realnog kriterijumskog skupa D i skupa ograničenja L (čak i model kod niza sistema, naročito složenih, zavisi od skupa ograničenja L). Postavljanjem ciljne funkcije, odnosno kriterijuma, kao i fiksiranjem ograničenja mi se odlučujemo za neke skupove D i L. To znači da preambiciozni ciljevi i kriterijumi, kao i prestroga ograničenja mogu da dovedu do toga da se ne može iz dopustivog skupa upravljanja odabrati ni jedno kojim se uz data ograničenja dostiže neka unapred zadata vrednost kriterijuma. Takav vodoprivredni sistem nije kontralabilan.

Analizirajući gornju definiciju možemo doći do zaključka da su akumulacioni baseni osnovni elementi vodoprivrednih sistema koji stvaraju potrebne uslove za njihovu kontralabilnost. Naime, jedino adekvatno definisan podsistem za magacioniranje vode i dovoljno instalisan podsistem za transport mogu omogućiti ostvarivanje zahtevanog preslikavanja ulaza u izlaz, odnosno preslikavanje upravljanja u stanje sistema.

Ovo je još očitije na nešto nižem stepenu apstrakcije, kada se model definiše sistemom vektorskih jednačina

$$\frac{ds}{dt} = f\,(s,\ u,\ x,\ a,\ b),\ u \in U;\ s \in S,\ x \in X$$

$$s\,(t_o) = s_o \qquad (3.1.1)$$

$$y\,(t) = g(s,\ u)$$

dok je ciljna funkcija definisana funkcionalom

$$J = \int_{t_o}^{t_k} h\,(s,u,a,b,t)\,dt + \varphi\{s(t_k),a,b,t_k\} \qquad (3.1.2)$$

a ograničenja su data sistemom algebarskih ili integralnih jednačina.

U svakom slučaju upravljanje se može definisati kao prevodjenje sistema iz početnog stanja s_o u neki zadati podskup P, tako da se kontralabilnost može definisati na sledeći način:

Sistem je kontralabilan ako u intervalu $(t_o,\ t_k)$ postoji takvo upravljanje $u(t) \in U$, $t_o \leq t \leq t_k$, kojim se *sistem prevodi iz početnog stanja* s_o *u neki zadati podskup* P, *tako da uz data ograničenja* L *vrednost funkcionala* J *dobija neku unapred zadatu vrednost* J^z.

Analizom gornjih jednačina možemo zaključiti sledeće: na kontralabilnost vodoprivrednog sistema relevantno utiču definisan skup upravljanja U, skup ulaza X, a posebno ulazni segment $\alpha : (t_o, t_k) \longrightarrow X$, kao i parametarski vektor objekta upravljanja (a) (pre svega veličina akumulacionih basena) i parametarski vektor upravljačkog dela sistema (b). Ovo znači da jedan sistem zadate konfiguracije koji je u normalnim hidrološkim okolnostima kontralabilan (za neko $\alpha_1 : (t_o, t_k) \rightarrow X$) može u nekim drugim nepovoljnijim hidrološkim okolnostima (za neko drugo α_2) da bude nekontrolabilan. Očit primer za ovo su akumulacije sa prostorima za odbranu od poplava koje, u nekim okolnostima, kada su merodavni hidrološki uticaji nepovoljniji od računatih, ne mogu da postignu zahtevane transformacione efekte.

Zapaža se takodje da su parametarski vektori objekta upravljanja (a) i upravljačkog dela sistema (b) veoma značajni faktori koji utiču na kontralabilnost vodoprivrednog sistema. To se može pokazati i primerom: nedovoljno instalisan temeljni ispust sužava opseg kontrolabilnosti jedne akumulacije koja služi i za odbranu od poplava, na isti način deluju i svi propusti u dimenzionisanju upravljačkih elemenata evakuacionih ograna, vodozahvata i sl.

1.2 OPSERVABILNOST KOD VODOPRIVREDNIH SISTEMA

Pored osobine kontralabilnosti za analizu vodoprivrednih sistema sa akumulacijama značajna je i osobina opservabilnosti. Pojam opservabilnosti je dualan pojmu kontralabilnosti, jer se osobina opservabilnosti generalno može opisati kao mogućnost da se na bazi poznatog ulaza u sistem i izlaza, u ograničenom intervalu vremena mogu rekonstruisati prethodna stanja sistema.

Definicija: Stanje sistema s_k je opservabilno za $t = t_k$ ako za neko zadato upravljanje u postoji neko vreme $t_r \geq t_k$ tako da su poznavanje upravljanja sistemom $u(t_k, t_r)$ u tom intervalu, i izlaza

$$y(t_k, t_r) = g\left[s_k, u(t_k, t_r)\right]$$

dovoljni za odredjivanje s_k. Ukoliko je svako stanje s_k opservabilno za proizvoljno t_k u intervalu upravljanja vodoprivrednim sistemom, takav sistem je u celosti opservabilan.

Osobina opservabilnosti se koristi pri postavljanju shema za rešavanje više klase zadataka u vezi sa sistemima akumulacija, posebno onih kada se rasmatra promena stanja i verovatnoća stanja akumulacionih basena.

3.3 ADAPTIVNOST PRI UPRAVLJANJU VODOPRIVREDNIM SISTEMIMA

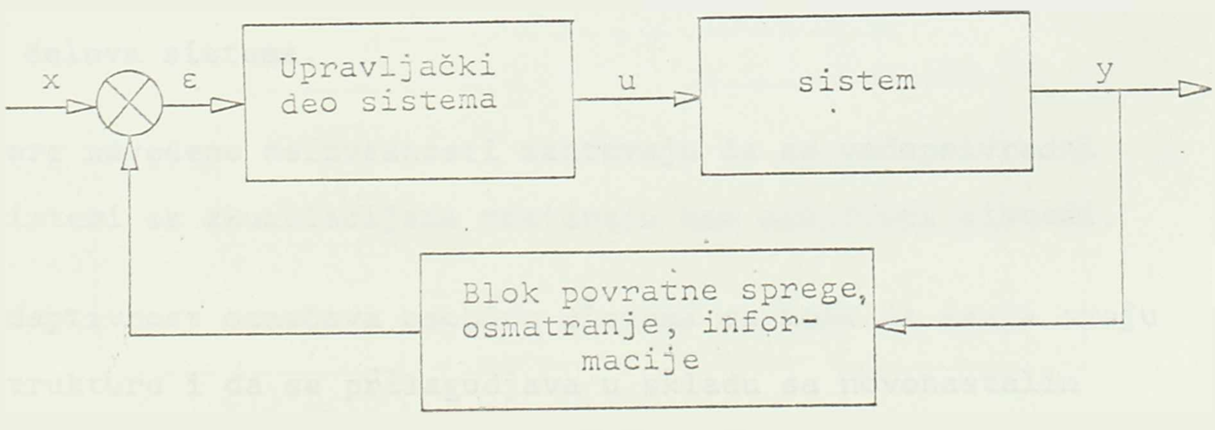
Sa stanovišta količine relevantnih informacija,neophodnih za upravljanje,kod vodoprivrednih sistema razlikovaćemo:

a/ sisteme sa dovoljnom apriornom informacijom;

b/ sisteme sa nedovoljnom apriornom informacijom.

Treća grupa sistema, koja se često javlja u teoriji sistema - sistemi sa suvišnom informacijom, odnosno složeni sistemi, neće se ovde posebno izdvajati, jer su vodoprivredni sistemi sa akumulacijama istovremeno i složeni sistemi. Osnovni problem je upravo u tome, a to ih i čini najsloženijim sistemima, što ima previše informacija, ali su i one nedovoljne za donošenje pouzdanih upravljačkih odluka.

Ovde se neće detaljnije razmatrati sistemi sa dovoljnom apriornom informacijom, pošto se ovakvi sistemi praktično ne sreću medju vodoprivrednim sistemima sa akumulacijama. Radi kasnijih uporedjivanja treba istaći samo da su to sistemi kod kojih su ulaz, model, cilj upravljanja, kriterijum i ograničenja potpuno definisani, pri čemu se struktura i parametri sistema ne menjaju nekontrolisano tokom vremena. Upravljanje ovakvim sistemima je jednostavno, jer upravljački deo sistema u principu može da funkcioniše bez ikakvih informacija o sistemu. Kod ovih sistema se koristi povratna sprega radi kompenziranja poremećaja u unapred utvrdjenom opsegu. Strukturni dijagram ovakvih sistema ima sledeći opšti oblik



Sl. 3.3.1

U ovoj shemi X se može tretirati kao neki referentni ulaz (npr. podaci o zahtevanoj potrošnji, traženom ispuštanju iz akumulacija itd.). Preko bloka povratne sprege prenose se podaci o izlazu Y, uporedjuju se referentnim ulazom kako bi se preko upravljačkog dela sistema iniciralo novo upravljanje.

Za razliku od sistema sa dovoljnom apriornom informacijom, kod koga su svi relevantni elementi definisani i poznati, kod sistema sa nedovoljnom apriornom informacijom postoje neke neizvesnosti koje otežavaju rešavanje upravljačkih zadataka. Kod vodoprivrednih sistema ove neizvesnosti se najčešće javljaju u sledećim domenima:

- postoji neizvesnost u pogledu ulaznih uticaja (ulaz se nikad ne poznaje apriori, već se u najboljem slučaju može prognozirati);
- nedostaje potpuna informacija o modelu,
- nedostaje apriorna informacija o zahtevanom izlazu (potrošnji),
- nedostaje potpuna informacija o poremećajima i promenama u sistemu, kako u fizičkom, tako i u upravljačkom delu;
- postoje neizvesnosti pri postavljanju cilja, kriterijuma ili ograničenja;
- nedostaju neke relevantne informacije o stanju pojedinih delova sistema.

Gore navedene neizvesnosti zahtevaju da se vodoprivredni sistemi sa akumulacijama tretiraju kao adaptivni sistemi.

Adaptivnost označava osobinu sistema da može da menja svoju strukturu i da se prilagodjava u skladu sa novonastalim okolnostima. Kako se kod sistema sa nedovoljnom apriornom informacijom tokom upravljanja postepeno sakupljaju dopunske informacije i postupno popunjavaju ranije neizvesnosti, potrebno je da se i upravljanje postupno adaptira tako da se ostvare što bolje upravljačke performanse.

----

* *Možda najilustrativnije objašnjenje ovih sistema daje sledeće uporedjenje: adaptivni sistemi se toliko razlikuju od običnih sistema sa povratnom spregom, kao što se sistemi sa povratnom spregom razlikuju od otvorenih sistema upravljanja.*

Suština problema adaptivnosti najočiglednije se uočava ako se za diskretizovan proces upravljanja napiše rekurentna jednačina

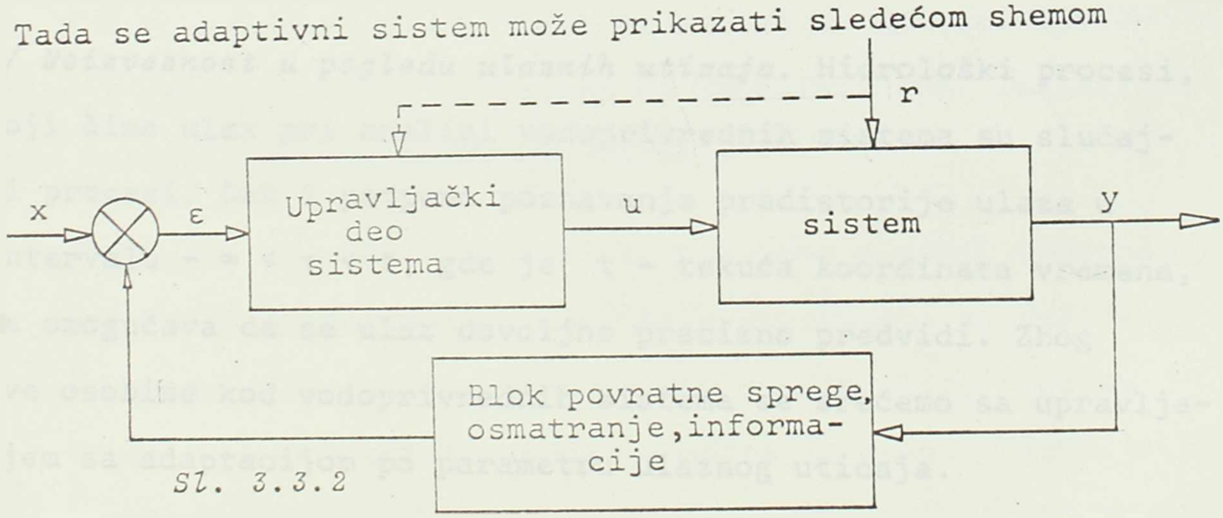
$$s_{k+1} = f(s_k, u_k, r_k) \tag{3.3.1}$$

gde je:

s ≙ vektor stanja, u ≙ vektor upravljanja; r ≙ vektor koji opisuje neke slučajne procese koji relevantno utiču na upravljački zadatak sistema.

U ovoj relaciji je vektoru r dat širi stohastički značaj, te su njime obuhvaćene sve stohastičke neizvesnosti u sistemu, počev od ulaza, pa do parametara fizičkog i upravljačkog dela sistema. Zato je u potpunosti analogan izrazu (2.2.7) kada bi isti bio dat u diskretnoj formi.

Tada se adaptivni sistem može prikazati sledećom shemom



Sl. 3.3.2

Uočava se da se u ovom slučaju javlja dodatna povratna sprega kojom se upravljački deo sistema "obaveštava" o promenama nastalim u sistemu, kako bi se odgovarajućom adaptacijom upravljanja odabrala nova upravljačka politika, adekvatna za novonastale okolnosti u sistemu. Osnovna osobina nove povratne sprege je da su promene r (t) u principu uvek znatno sporije i postupnije od brzine mogućih promena y (t). Ovo će kasnije biti jasno posle razmatranja raznih vrsta neizvesnosti u upravljačkim zadacima u vezi sa vodoprivrednim sistemima sa akumulacijama, a ovde samo da pomenemo sledeći primer: relevantne morfološke deformacije vodotoka ili zasipanje akumulacionog basena, kojima se menjaju sistemske performanse, odvijaju se mnogo puta sporije nego što je to slučaj sa mogućim fluktuacijama izlaza. Sa istog aspekta možemo posmatrati i ulaz: zbog inercije hidroloških fenomena ulaz se, čak i u uslovima velikih voda menja znatno sporije od izlaza, koga manevrom evakuatora možemo praktično trenutno promeniti sa nule na maksimum i obratno.

Razmotrimo neke važnije tipove neizvesnosti kod vodoprivrednih sistema sa akumulacionim basenima.

a/ *Neizvesnost u pogledu ulaznih uticaja*. Hidrološki procesi, koji čine ulaz pri analizi vodoprivrednih sistema su slučajni procesi. Čak i potpuno poznavanje predistorije ulaza u intervalu $-\infty < \tau < t$, gde je t - tekuća koordinata vremena, ne omogućava da se ulaz dovoljno precizno predvidi. Zbog ove osobine kod vodoprivrednih sistema se srećemo sa upravljanjem sa adaptacijom po parametru ulaznog uticaja.

Ova osobina zahteva detaljnije objašnjenje. Kod dugoročnog optimiziranja vodoprivrednih sistema radi se sa stvarno zabeleženim ili simuliranim hidrološkim nizovima, ili sa poznatim zakonima raspodele. Zbog toga se u tim slučajevima radi o eksplicitnim ili implicitnim stohastičkim zadacima upravljanja (glava III.3) kojima se dobija generalna upravljačka strategija. Medjutim, kada se pri odredjivanju operativne upravljačke politike radi sa prognoziranim ulazom, apriorna informacija je nedovoljna, tako da se zadatak pretvara u problem adaptivnog upravljanja. Upravljanje sa adaptacijom razlikuje se od stohastičkog upravljanja po tome što se u prvom slučaju tokom čitavog upravljanja stalno vrši ponovno preispitivanje upravljačke strategije, u skladu sa postupnim sakupljanjem informacija o stvarno realizovanim ulazima.

U kasnijim razmatranjima uzimaće se u obzir ova suštinska razlika izmedju upravljanja u ove dve vrste upravljačkih zadataka.

b/ Neizvesnost u modelu. Nepotpuno, nedovoljno precizno ili neblagovremeno poznavanje operatora preslikavanja $M: X \xrightarrow{M} Y$, odnosno $U \xrightarrow{MP} S$ čest je slučaj u zadacima upravljanja vodoprivrednim sistemima sa akumulacijama. Razlozi za ove neizvesnosti su uglavnom dvojaki:

- previše su složeni modeli za opisivanje nekih procesa, tako da ne postoje ni teorijske mogućnosti za rešavanje strogo definisanih matematičkih modela. Zbog toga se ide na uprošćavanje modela uvodjenjem raznih empirijskih relacija čiji se modelski koeficijenti ne poznaju precizno unapred. Primer za ovo bi bile Franklove jednačine za opisivanje dvofaznog toka (voda + nanos) koje se ne mogu rešavati bez značajnijih uprošćavanja baziranih na empirijskim osmatranjima "in situ". Zbog toga se pri analizi deformacije vodotoka u usporenim uslovima (prognoza zasipanja akumulacija) koriste i empirijske jednačine npr. o kritičnoj koncentraciji (zasićenju), pri čemu se apriori nezna tačna vrednost osnovnih modelskih koeficijenata.

- Osnovni parametri koji figurišu u modelu menjaju se tokom vremena, pri čemu se ove promene ne mogu unapred tačno prognozirati. Primera za ovo ima takodje u dinamici rečnih tokova, gde je neophodno stalno sakupljati nove informacije o stvarnim vrednostima raznih parametara i koeficijenata koji figurišu u modelima (količina i krupnoća nanosa u suspenziji, pokazatelji sastava dna posle neke etape deformacije itd.).

Zbog toga, da bi se omogući optimalno upravljanje vodoprivrednim sistema neophodno je stalno sakupljanje i reambuliranje informacija o parametrima modela sistema, što se svodi na upravljanje sa adaptacijom u skladu sa dopunskom informacijom o sistemu.

c/ *Neizvesnost u pogledu zahtevanog izlaza.* Ova kategorija neizvesnosti nastaje zbog stohastičkog karaktera potrošnje nekih grupa potrošača. Tako npr. potrošnja vode za navodnjavanje predstavlja stohastičku varijabilu i nemože se pouzdano dugoročno prognozirati. Slična je stvar i sa oplemenjavanjem malih voda, kao i u nekim drugim speficičnim vidovima vodopotrošnje. Ova neizvesnost, kao i već razmatrana neizvesnost u pogledu ulaza, na jedan način se odražava u fazi planiranja vodoprivrednih sistema, kada se može uspešno raditi sa simuliranom potrošnjom, korišćenjem stohastičkih modela, a na drugi način u fazi operativnog upravljanja gotovim sistemom, kada se ista mora prognozirati, uz stalnu adaptaciju u skladu sa realizovanim veličinama.

d/ *Neizvesnosti u ciljnoj funkciji, kriterijumu i ograničenjima.* I pored svih teškoća u izboru ciljne funkcije i kriterijuma može se utvrditi tip ciljne funkcije i kriterijuma. Neodredjenost u sferi kriterijuma rezultat je nedovoljno tačnog poznavanja raznih parametara i zavis - nosti u kriterijumskoj funkciji, pri čemu to mogu biti:

- nedovoljno poznate ekonomske zavisnosti koje ulaze u kriterijumsku funkciju (npr. ekonomski gubici u funkciji količine redukovane - neisporučene vode nekom potrošaču, razne funkcije dobiti itd.).

- nedovoljno pouzdano definisani težinski faktori pri linearnim transformacijama kriterijumskih funkcija.

Imajući ovo u vidu neophodno je tokom upravljanja sakupljati dopunske informacije o parametrima i koeficijentima u kriterijumskoj funkciji i vršiti potrebne adaptacije kriterijuma. Upravljanje sa adaptacijom kriterijuma je neophodno vršiti u slučaju da se relevantno menjaju ekonomske funkcije koje ulaze u kriterijum, ili ukoliko se menjaju ekonomski pariteti izmedju pojedinih grana - vodoprivrednih korisnika.

Pojedina ograničenja takodje ne mogu biti fiksna tokom upravljanja. Do promena u skupu ograničenja L dolazi najčešće zbog intenzivnog urbanog razvoja u priobalju vodoprivrednih sistema, usled čega ograničenja postaju najčešće oštrija na oba kraja (sužava se skup dopustivih upravljanja i stanja), ili se pak, menjaju ranija ograničenja zbog dinamike razvoja vodoprivrednih sistema u nizvodnim delovima.

Moguća je shema upravljačkih zadataka po kojima se ograničenja ne pojavljuju u vidu uslova koji moraju biti obavezno zadovoljeni, već se definiše samo verovatnoća ispunjenja pojedinih ograničenja po koordinatama stanja i upravljanja, čime se omogućava rangiranje značaja pojedinih ograničenja. U tom slučaju se tokom vremena može menjati zahtevana verovatnoća ispunjenja pojedinih ograničenja, što predstavlja poseban vid adaptivnosti. Na primer, očito je da će urbani i privredni razvoj nekog područja postavljati sve oštrija probabilistička ograničenja kako u pogledu velikih, tako i u pogledu malih voda.

U računskom pogledu promena dopustivih skupova upravljanja i stanja znači da praktično treba rešavati sasvim novi upravljački zadatak.

e/ *Neodredjenost zbog nepoznavanja ili nedovoljno tačnog poznavanja svih komponenti stanja sistema.* Za ostvarivanje optimalnog upravljanja neophodno je poznavanje mnoštva komponenti kojima se definiše stanje sistema (nivoi, odnosno zapremine vode u akumulacijama, proticaji i nivoi u ključnim profilima podsistema za transport vode itd.). Neizvesnosti u tekućem stanju sistema nastupaju:

a/ ukoliko se ne poznaju sve potrebne komponente stanja sistema, jer nije obezbedjeno njihovo sakupljanje i prenos do upravljačkog centra;

b/ ukoliko pri prenosu podataka o stanju sistema dolazi do relevantne deformacije informacije.

Kod vodoprivrednih sistema je specifičan slučaj akumulacionih basena koji se vremenom zasipaju nanosom. Činjenica da funkcija zapremine $V = V(H)$ nije konstantna tokom vremena predstavlja posebnu neodredjenost koja zahteva adaptaciju po parametru stanja. Sličnu neodredjenost izaziva i dinamička deformacija vodotoka. Empirijske zavisnosti krivih protoka $Q = Q\ (h)$ se menjaju tokom vremena, što ima iste posledice kao u slučaju zasipanja akumulacija: adaptivno upravljanje i po komponenti stanja.

Zaključimo ovo izlaganje: vodoprivredni sistemi su adaptivni po više osnova. U procesu upravljanja je neophodno sakupljati dodatne informacije o ulazu, parametrima modela, zahtevanom izlazu, parametrima kriterijuma, ograničenjima, stanjima itd.

Značaj apriorne informacije kod adaptivnih sistema biće razmatran posebno.

"... U sistemskom pristupu novo je pre svega što se svi elementi upravljanja razmatraju kao jedinstvena dinamička celina. Celina se smatra važnijom nego delovi, ciljevi sistema se predpostavljaju podsistemima. Usaglašavanje medjusobnog delovanja delova postoje važnije od njihovog rada...
... Celina nije prosto kombinacija više podsistema; ona ima nov kvalitet koga nema ni jedan od pojedinačnih delova..."
(Cullitton J.W.: "Vreme sinteze").

4. UPRAVLJANJE SLOŽENIM VODOPRIVREDNIM SISTEMOM SA AKUMULACIJAMA

Već je istaknuto da vodoprivredni sistemi postaju sve složeniji, prostorno razudjeniji i sa sve komplikovanijim odnosima izmedju pojedinih korisnika ili elemenata sistema. Ranije izolovani sistemi se spajaju medjusobnim vezama, kako bi se omogućio prenos vodnih resursa sa suficitarnih na deficitarna područja.

Kod ovakvih sistema teškoće su prevashodno računske prirode. Modeli postaju previše glomazni, broj neophodnih informacija u ulazima i stanju sistema postaje toliko veliki da je neophodno još u fazi modeliranja sistema koristiti i druge pristupe, kao što su dekompozicija i agregacija sistema, hijerarhisko upravljanje itd.

Ove koncepcije tretiranja problema upravljanja omogućavaju postupnost u rešavanju upravljačkih zadataka, čime se problem dimenzija uspešno prevazilazi, a da se pri tom ne naruši i kvalitet samog upravljanja.

Najpre će se na apstraktnom nivou razmotriti problem opisivanja složenog kompleksnog vodoprivrednog sistema dekompozicijom na podsisteme i hijerarhiskom ogranizacijom upravljanja.

Često je i fizički veoma pogodno da se složeni vodoprivredni sistem C predstavi kao skup od N podsistema, $C = \{C_1, \dots, C_n, \dots, C_N\}$. Po analogiji sa izloženom generalizacijom u gl. 2.2 svaki podsistem C_n tretira se kao sistem sa povratnom spregom i opisuje parom preslikavanja $C_n = \{A_n, B_n\}$, $n = 1, \dots, N$. Ovde A_n označava n-ti podsistem kao objekat upravljanja, a B_n definiše upravljanje u tom podsistemu.

Za razliku od izolovanog sistema koji je ranije razmatran podsistemi složenog vodoprivrednog sistema nisu nezavisni, već izmedju njihovih fizičkih i upravljačkih delova postoje medjusobne veze - interakcije. Dajmo ovoj fizički očitoj činjenici opštu matematsku formulaciju.

I u ovom slučaju se podsistem kompleksnog sistema definiše sa dva preslikavanja, preko povratne sprege.

Prvo preslikavanje A_n definiše podsistem kao objekat upravljanja, a drugo B_n opisuje kako se bira upravljanje preko povratne sprege:

$$A_n : X_n * U_n * G_n \rightarrow Y_n * G^n \qquad (4.01)$$

$$B_n : X_n * Y_n * H_n \rightarrow U_n * H^n, \quad n = 1, \dots, N \qquad (4.0.2)$$

Novo uvedeni članovi G_n, G^n, H_n i H^n definišu interakciju n-tog podsistema sa ostalim delom sistema. Drugim rečima, za prvu relaciju se može reći da se kartezijanski proizvodi ulaza u n-ti podsistem, upravljanja ovim podsistemom i fizičko dejstvo ostalog dela sistema na n-ti podsistem preslikavaju u izlaz n-tog podsistema i dejstvo tog podsistema na ostali deo sistema. Analogna je interpretacija drugog preslikavanja, samo su u njemu date interakcije sa upravljačkog aspekta.

U vodoprivrednim sistemima je ova veza više nego očita. Čak i jedan teritorijalno udaljeni podsistem u gornjem delu sliva fizički je povezan, bar preko hidrografske mreže (podsistema za transport) sa nizvodnim podsistemima i fizički utiču na njih. No, važi i obrnut uticaj: upravljanje u gornjem (uzvodnom) podsistemu zavisi od nizvodnih podsistema. To je fizički najočitije u slučaju odbrane od poplave, gde se medjusobne interakcije prenose u oba smera (slikovito: niski tereni u donjem toku reke brane se i akumulacijama najuzvodnijeg podsistema, ali to nije bez posledica i po taj najviši podsistem).

Potpun apstraktni model složenog vodoprivrednog sistema treba da sadrži još po jedan član u relacijama A_n i B_n: novouvedenim članom E_n označava se direktna intervencija preostalog dela sistema na n-ti podsistem kao objekat upravljanja, dok se članom K_n definiše indirektna, upravljačka intervencija na n-ti podsistem. Tako se potpun opšti model složenog sistema može napisati kao

$$C = \{ C_1, \ldots, C_n, \ldots, C_N \} \qquad (4.0.3)$$

$$C_n \{ A_n, B_n \} \qquad (4.0.4)$$

$$A_n : X_n * U_n * G_n * E_n \rightarrow Y_n * G^n \qquad (4.0.5)$$

$$B_n : X_n * Y_n * H_n * K_n \rightarrow U_n * H^n \qquad (4.0.6)$$

S obzirom na primenljivost u analizama složenih vodoprivrednih sistema razmatraće se detaljnije opšti problemi dekompozicije, agregacije i hijerarhiskog upravljanja kod složenih sistema.

4.1 HIJERARHIJSKA STRUKTURA UPRAVLJANJA SLOŽENIM VODOPRIVREDNIM SISTEMIMA

Primena hijerarhijskih principa pri upravljanju vodoprivrednim sistemima proizilazi iz fizičke i upravljačke strukture ovakvih sistema, pri čemu su relevantne sledeće činjenice:

- Vodoprivredni sistemi sa akumulacijama su prostorno tako raspoređjeni i razudjeni da je neophodno da se sa jednog višeg nivoa sagledava globalna problematika celog sistema, odnosno sliva.

- Za upravljanje ovakvim sistemom neophodno je mnoštvo informacija o koordinatama stanja i realizovanim ulazima i upravljanjima. Zbog teškoća u prenosu i obradi ovakvih informacija neophodno je tako organizovati sistem da se višim nivoima upravljanja dostavljaju samo relevantne informacije, neophodne za donošenje glavnih strateških odluka. Ostale informacije se obradjuju na nižim hijerarhiskim nivoima i koriste za detaljniju razradu upravljanja na bazi dobijenih instrukcija sa višeg nivoa upravljanja.

- Sve jedinice i objekti u vodoprivrednom sistemu nemaju isti značaj sa gledišta funkcionisanja celog sistema. Objekti, odnosno pojedini delovi sistema su i po svojoj fizičko-proizvodnoj strukturi na neki način već rangirani po svom uticaju na funkcionisanje čitavog sistema. Ovo rangiranje je naročito izraženo sa stanovišta uticaja na vodni režim.

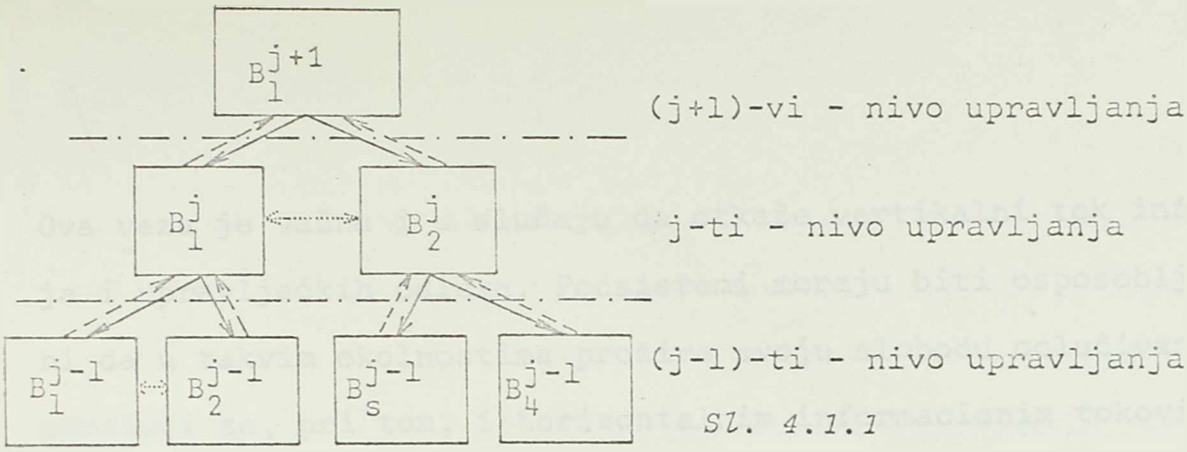
- Medjusobne interakcije pojedinih delova sistema su veoma različite. Postoje podsistemi koji nemaju praktično nikakav direktan uticaj na funkcionisanje celog sistema, ili imaju vrlo slabe interakcije sa drugim podsistemima. Nasuprot tome, postoje podsistemi čije su interakcije sa drugim podsistemima u toj meri značajne da ta činjenica postaje dominantna pri odabiranju upravljačke politike.

Sve ovo zahteva da se u vodoprivrednim sistemima sa akumulacijama upravljačke jedinice grupišu, na osnovu stvarnog fizičkog prioriteta akcije, na bar dva ili više hijerarhijskih nivoa.

Najviši nivo upravljanja, jedan za ceo sistem, ima zadatak da sagledava globalne probleme celog sistema, prati interakcije pojedinih podsistema na nižim hijerarhijskom nivou i donosi odgovarajuće upravljačke odluke kojima obavezuje podsisteme na nižem nivou. Ovi podsistemi mogu biti izdvojeni bilo po teritorijalnom principu ili po funcijskim namenama.

Upravljački organ podsistema razmatra probleme svog podsistema, pojedinih njegovih delova (napr. stanje pojedinih akumulacija itd.), interakcije izmedju pojedinih delova i izvršava odluku dobijenu sa višeg nivoa na taj način što odredjuje odgovarajuća upravljanja jedinicama nižeg hijerarhijskog nivoa.

To se slikovito može prikazati na sledeći način:



Sl. 4.1.1

U ovakvoj shemi prenosa informacija upravljačka jedinica višeg nivoa raspolaže uvek sa znatno više informacija relevantnih za usaglašavanje interakcija sebi podredjenih podsistema. Zbg toga ona upućuje upravljačkom organu nižeg nivoa upravljačke instrukcije, koje najčešće ne odredjuju sve upravljačke akcije ovog podsistema. Znači, podsistem zadržava izvestan stepen slobode u odlučivanju kako da najbolje deluje u uslovima ukupnih ograničenja koja su mu odredjena sa višeg upravljačkog nivoa. Vertikalni tok informacija je dvosmerni, pri čemu je tok informacija nagore posledica povratne sprege sistema, dok tok nadole sačinjavaju instrukcije za upravljanje i zahtevi za informacijama.

Bitno je da to upravljačka jedinica višeg nivoa (napr. B_1^{j+1}) obavezuje jedinicu na neposrednom nižem nivou (npr. B_2^{j}), a ova na nju utiče samo indirektno, preko ponašanja celog sistema. Kaže se da je B_1^{j+1} supremalna u odnosu na B_1^{j}, odnosno da je B_1^{j-1} infimalna u odnosu na B_1^{j}.

U ovakvim sistemima se često predvidja i horizontalni tok informacija, tj. razmena relevantnih informacija izmedju podsistema istog hijerarhijskog nivoa, čime se poboljšava kooperativno delovanje podsistema. Ovo je naročito važno kod sistema veoma razudjene konfiguracije, odnosno ukoliko je vreme kašnjenja upravljačkih instrukcija sa višeg hijerarhijskog nivoa značajno.

Ova veza je važna i u slučaju da otkaže vertikalni tok informacija i upravljačkih odluka. Podsistemi moraju biti osposobljeni da u takvim okolnostima prošire svoju slobodu odlučivanja, pomažući se, pri tom, i horizontalnim informacionim tokovima.

S obzirom na vertikalnu zavisnost upravljačkih jedinica kod hijerarhijskog upravljanja, modifikuje se i opšti model tako organizovanog vodoprivrednog sistema. Naime, pri definisanju upravljanja n-tim podsistemom (ili jedinicom) j-tog nivoa pojavljuje se intervencija i-tog upravljačkog organa (j + 1)-og hijerarhijskog nivoa. U tom slučaju n-ti podsistem na j-tom nivou, kome je na (j + 1)-om nivou supremalni neki i-ti upravljački organ opisuje se na sledeći način

$$C^j_{ni} = \{ A^j_{ni}, B^j_{ni} \} \tag{4.1.1}$$

gde je:

$A^j_{ni} \triangleq$ preslikavanje kojim se definiše kao objekat upravljanja n-ti podsistem na j-tom nivou, sa i-tim supremalnim objektom upravljanja na (j+1)-om hijerarhijskom nivou;

$B^j_{ni} \triangleq$ preslikavanje kojim se definiše upravljanje n-tim podsistemom na j-tom nivou, sa i-tom upravljačkom jedinicom kao supremalnom.

$$A^j_{ni} : X^j_{ni} * U^j_{ni} * G^j_{ni} \rightarrow Y^j_{ni} \tag{4.1.2}$$

$$B^j_{ni} : X^j_{ni} * Y^j_{ni} * H^j_{ni} * K^j_{ni} \rightarrow U^j_{ni} \tag{4.1.3}$$

U ovom slučaju pored članova: X^j_{ni} $\hat{=}$ ulaz u n-ti podsistem na j-tom nivou sa i-tim objektom kao supermalnim, Y^j_{ni} $\hat{=}$ odgovarajući izlaz, i U^j_{ni} $\hat{=}$ odgovarajuće upravljanje, ulaze i članovi G^j_{ni} i H^j_{ni} koji definišu skupove interakcija podsistema samo j-tog nivoa sa C^j_{ni}, a ne čitavog preostalog dela sistema kao što je to slučaj kod sistema bez hijerarhijske organizacije. Medjutim, s obzirom na smer kretanja odlučivanja, član K^j_{ni} definiše intervenciju i-te upravljačke jedinice sa (j + 1) nivoa, tako da se skup upravljanja i-te jedinice može pisati kao

$$U_i = \{ K^j_{ni} : n \in N_k \subset N\} \qquad (4.1.4)$$

gde je:

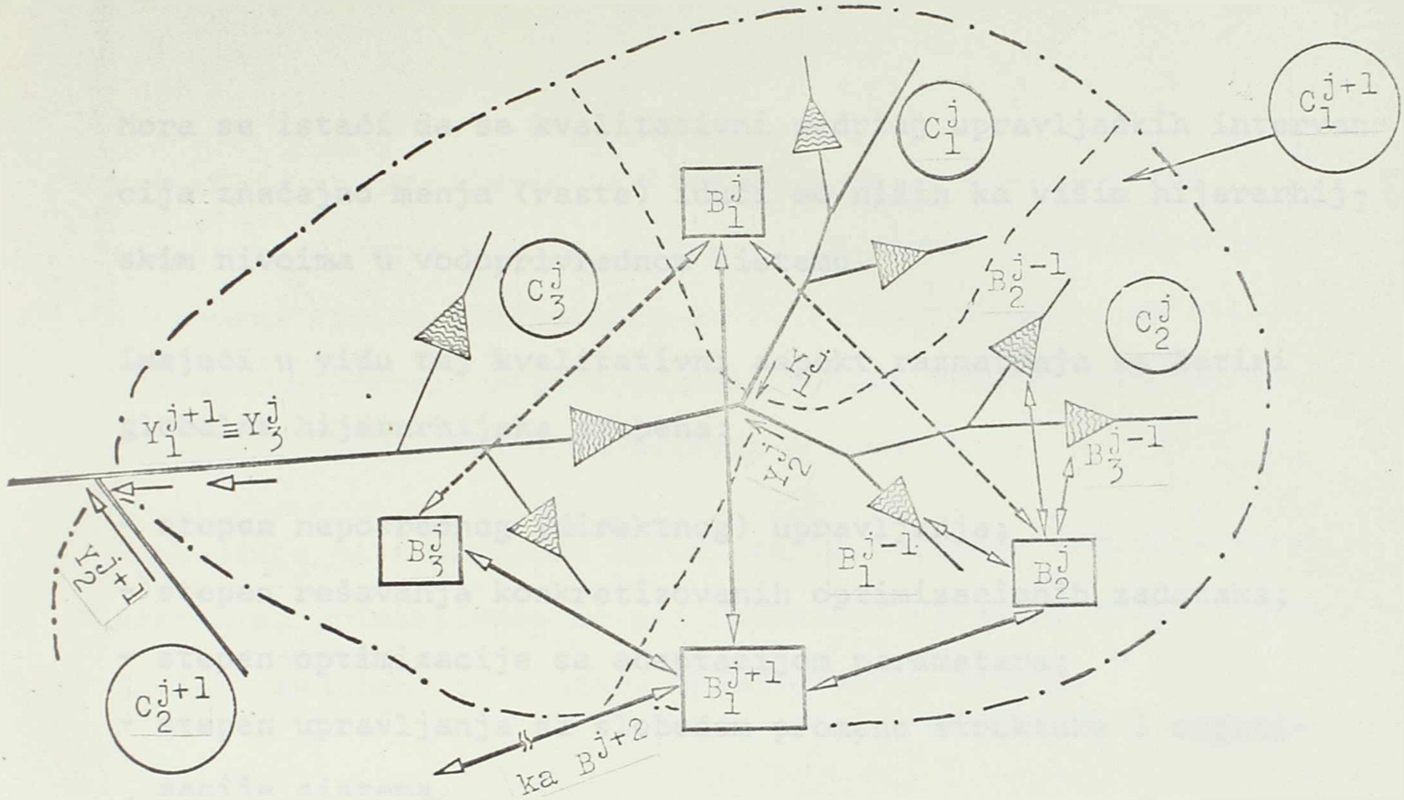
N - skup indeksa svih podsistema j-tog nivoa, a

N_k - podskup indeksa samo onih podsistema j-tog nivoa kojima je supermalna i-ta jedinica na (j + 1)om nivou.

Ovim izrazom, koji definiše povezanost upravljačkih jedinica j-tog i (j+1)og nivoa dopunjava se opšti model složenog sistema dat relacijama (4.1.1-3).

Na taj način se dobija hijerarhijska upravljačka povezanost složenog sistema koja se može ilustrovati skicom 4.1.2

Upravljačke jedinice j-tog nivoa (B^j_i) podsistema C^j_i prenose upravljačkoj jedinici (j+1)og nivoa (B^{j+1}_i) većeg podsistema C^{j+1}_i relevantne informacije, od kojih je obavezna informacija o izlazu iz podsistema (Y^j_i). Upravljačka jedinica B^{j+1}_i sagledava globalnu problematiku većeg podsistema C^{j+1}_i,



analizira fizičke i upravljačke interakcije sebi podredjenih podsistema, dobija zahtev za izlazom iz podsistema (Y_j^{j+1}) od upravljačke jedinice višeg (j+2)-og nivoa, optimizira medjusobno delovanje podsistema C_i^j, te na osnovu toga donosi odluku o koordinaciji rada podsistema, koju odmah prenosi upravljačkim jedinicama B_i^j kao svoju upravljačku intervenciju. U skladu sa ovim zahtevom upravljačke jedinice B_i^j sprovode optimizaciju u okviru svojih podsistema, te dobivši optimalno rešenje (u skladu sa nekim unapred postavljenim kriterijumom) prenose svoje upravljačke intervencije jedinicama (j-1) nivoa (koje u razmatranoj shemi sačinjavaju pojedine akumulacije, videti skicu). Na taj način je svaka od akumulacija dobila tačan zadatak: koliko vode treba da ispušta za potrebe nizvodnih korisnika, kakav režim retenziranja velikih voda mora da ostvari da bi ukupan efekat zaštite na nizvodnom potezu bio najpovoljniji itd.

Mora se istaći da se kvalitativni sadržaj upravljačkih intervencija značajno menja (raste) idući od nižih ka višim hijerarhijskim nivoima u vodoprivrednom sistemu.

Imajući u vidu taj kvalitativni aspekt razmatraju se četiri globalna hijerarhijska stepena:

- stepen neposrednog (direktnog) upravljanja;
- stepen rešavanja konkretizovanih optimizacionih zadataka;
- stepen optimizacije sa adaptacijom parametara;
- stepen upravljanja sa slobodom promene strukture i organizacije sistema.

Na nižem nivou (pojedinačne akumulacije) vrši se *neposredno - direktno upravljanje* , u uslovima koji su dosta detaljno precizirani sa višeg nivoa upravljanja. Sloboda odlučivanja je ovde relativno sužena, mada i ove upravljačke jedinice imaju mogućnosti (i obavezu) optimizacije rada u okviru tako postavljenih ograničenja. Akumulacije optimiziraju distribuciju vode neposrednim korisnicima, manipulaciju ustavama itd.

Viši hijerarhijski nivo rešava *zadatak optimizacije podsistema,* ali u skladu sa jasno preciziranom trojkom (2.2.1) dobijenom od upravljačke jedinice još višeg nivoa.

Naredni viši nivo upravljanja takodje vrši optimizaciju podsistema koje on koordinira, ali ima slobodu i da vrši *adaptaciju parametara* pomenute trojke u skladu sa tekućim razvojem situacije u svom delu sistema. Te adaptirane parametre upućuje nižem upravljačkom nivou kao jednu od svojih koordinacija.

Najvišim hijerarhijskim nivoima daje se sloboda *promene strukture i organizacije sistema,* poverava se definisanje i promena trajke ili petorke (2.2.2). Na tom nivou se nalaze glavni dispečerski centri velikih vodoprivrednih sistema koji obuhvataju jedan ili više velikih slivova.

Koncepcija hijerarhijske strukture upravljanja vodoprivrednim sistemima primenjivaće se pri rešavanju najvećeg broja upravljačkih zadataka za sisteme akumulacionih basena.

4.2 PRINCIPI DEKOMPENZACIJE VODOPRIVREDNOG SISTEMA

Sa stanovišta aplikacije pri rešavanju zadataka upravljanja vodoprivrednim sistemima sa akumulacijama,princip dekompozicije sistema je vrlo blizak hijerarhijskom upravljanju. Cilj je da se računski težak problem modeliranja složenih sistema razloži na veći broj podproblema sa manje dimenzija, koji se kao takvi mogu lakše numerički rešavati. Koordinacijom podproblema i adekvatnom sintezom dobijenih rezultata dobija se opšti rezultat kao da je sistem tretiran integralno.

Dekompozicija vodoprivrednih sistema može se vršiti trojako:

a/ po funkcijskoj nameni sistema,

b/ po teritorijalnom principu,

c/ u vremenskom pogledu.

Dekompozicija po funkcijskoj nameni može se izvršiti na način kako je to prikazano u gl. 1.1, tačka a, gde je podela izvršena na 5 podsistema razne funkcijske namene. Unutar ovih podsistema moguća je i dalja podela. Podsistem potrošača i vodo-korisnika može se deliti dalje prema vrsti potrošača itd. (ovaj problem je autor detaljnije tretirao u [9, 10]).

Dekompenzacija po teritorijalnom principu zavisi od hidrografskih osobenosti sliva, kao i prostorne koncepcije i teritorijalne razudjenosti razmatranih vodoprivrednih shema. Poželjno je odabrati takvu podelu kojom se interakcije pojedinih podsi-stema mogu egzaktno definisati i kontrolisati. Zbog toga je pogodno da podsistemi obuhvate pojedine slivove unutar sistema, a da čvorišta te podele budu veći spojevi ili ušća na hidrograf-skoj mreži integralnog sistema. Ovo je posebno pogodno jer olak-šava praćenje vodnog režima, po parametrima količine i kvaliteta.

Dekompozicija po vremenskoj osnovi podrazumeva sa stanovišta vremena postupno rešavanje upravljačkih zadataka. U prvoj fazi se odredjuje globalna upravljačka strategija za veći vremenski interval (npr. godina ili sezona), sa vremenskim koracima veće dužine (npr. meseci ili dekade). U drugoj fazi se interval za optimizaciju skraćuje, kao i koraci za višestepeno odluči-vanje, te se dobija upravljačka politika za jedan kraći period (npr. po danima jednog meseca ili dekade). U daljoj fazi moguće je još detaljnije optimiziranje (npr. po satima unutar dana itd.).

Jedan isti sistem može biti dekomponovan na više nivoa i po sve tri ove osnove. Tako se sa dekompenzacijom često mora sići sve do podsistema j-tog nivoa koji sadrži izmedju ostalog samo 2-3 akumulacije, pa se i tako dobijen podsistem može posebno razlagati po funkcijskim namenama. Odmah treba istaći da se zadatak optimalnog upravljanja primenom ovakvog principa u suštini ne simlificira; naprotiv, smanjivanje broja upravljačkih koordinata u jednom podsistemu ponekad omogućava i podizanje nivoa matematičkog modeliranja.

Suština problema dekompenzacije je sledeća. Sistem se razlaže na n podsistema (podelom po funkcijskom ili teritorijalnom principu), ili na n podproblema, na taj način što se formalno kidaju fizičke ili matematičke veze sistema i iste zamenjuju dodavanjem veštačkih koordinata-kompenzacionih članova, kojima se definiše interakcija na prekinutim spregama. Problem se olakšava za rešavanje po pojedinim podsistemima, ali je ukupan broj promenljivih u sistemu kao celini povećan. Problem se može rezimirati na apstraktnom nivou na sledeći način:

Jedinstven sistem $C = \{A, B\}$ se opisuje parom preslikavanja A i B i kriterijumom J:

$$
\begin{aligned}
&A: X * U \rightarrow Y \\
&B: X * Y \rightarrow U \\
&J: X * U * Y \rightarrow D
\end{aligned}
\tag{4.2.1}
$$

Ukoliko sistem dekomponujemo na n podsistema (podproblema) prekidanjem nekih veza u sistemu, ove prekide moramo zameniti interakcionim članovima, tako da se parcijalno rešavaju problemi upravljanja podsistema (podproblema) definisani preslikavanjima

$$
\begin{aligned}
&A_n: X_n * U_n * G_n \rightarrow Y_n \\
&B_n: X_n * Y_n * H_n \rightarrow U_n
\end{aligned}
\tag{4.2.2}
$$

sa kriterijumom

$$J_n: X_n * U_n * Y_n * H_n \rightarrow D_n$$

gde su, kao što je ranije već rečeno, G_n i H_n interakcioni članovi fizičkih delova podsistema (G_n) i upravljanja (H_n).

Rešavanje problema upravljanja primenom principa dekompenzacije podrazumeva striktno sprovodjenje principa koordinacije i interativnog približavanja. Koordinacija se sastoji u postupnom poboljšavanju interakcija izmedju pojedinih podsistema sve dok se ne ostvari globalni optimum celog sistema (videti glavu 5.2).

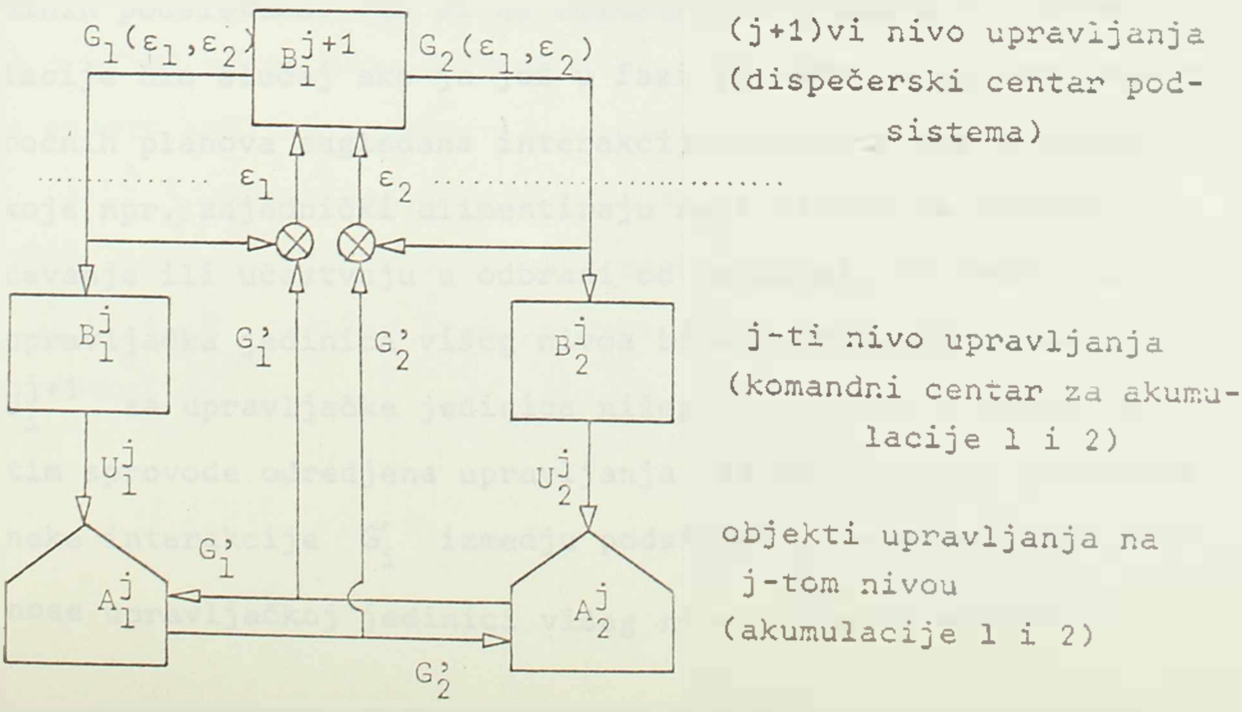
Koordinacione akcije predstavljaju upravljačke intervencije viših nivoa. Ove intervencije mogu biti dvojake: a) supremalna upravljačka jedinica propisuje uslove koje svojim upravljanjem mora da zadovolji infimalna jedinica, b) supremalna jedinica menja odluke upravljačkih jedinica nižih nivoa. Ovo znači da supremalna jedinica odgovarajućeg nivoa može svojom koordinacijom modifikovati modele upravljanja, kriterijume i skup ograničenja koje podsistem na nižem nivou treba da zadovolji.

Pošto je već naglašeno da je rešavanje problema upravljanja putem dekompozicije u sistemskom smislu analogno hijerarhijskom upravljanju, smer koordinacije ide od viših ka nižim nivoima. U vodoprivrednim sistemima su moguća dva generalna vida koordinacije:

i/ *Koordinacija predvidjanjem interakcije.* Postavljen je kriterijum za upravljanje celim sistemom, ali nisu definisane zahtevane interakcije pojedinih podsistema. U skladu sa modelom, kriterijumom i ograničenjima upravljačka jedinica višeg nivoa predvidja interakcije G_i (videti 4.2.2) izmedju pojedinih podsistema nižeg nivoa, analizira razliku izmedju prognoziranih G_i i ostvarenih interakcija G'_i, koriguje prognozu interakcije i tako iterativno teži da otkloni pomenute razlike.

Ovaj princip je prisutan kod svih prognoznih hidroloških modela za potrebe upravljanja, kao i u nekim modelima upravljanja vodoprivrednim sistemima kada se unapred ne poznaje ni fizička ni upravljačka veza izmedju pojedinih podsistema ili objekata upravljanja.

Ovaj princip koordinacije šematski se može prikazati na primeru dve akumulacije na j-tom nivou upravljanja, lociranih na istom vodotoku (ali sa velikim nekontrolisanim medjuslivom), koje učestvuju u odbrani od poplava nizvodnog poteza i čije interakcije nisu zadate.

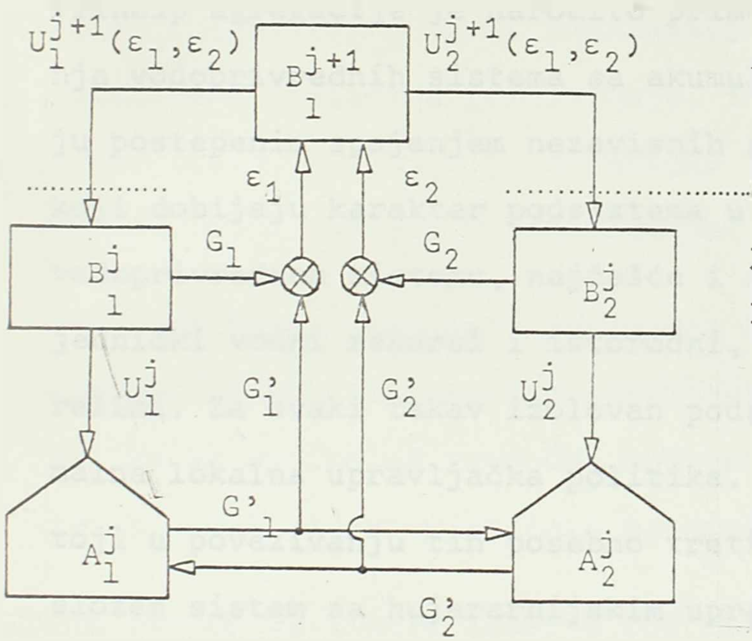


Ovde su: G_1 i G_2 ≙ prognozirane interakcije, G_1' i G_2' ≙ stvarne interakcije podsistema, U_1^j i U_2^j ≙ upravljanja koja su odabrale upravljačke jedinice na j-tom nivou, a na osnovu predvidjenih interakcija dobijenih sa (j + 1)og nivoa, ε_1 i ε_2 - razlika izmedju prognozirane i ostvarene interakcije.

U razmatranom primeru to može da bude sledeći postupak. Upravljački centar podsistema B_1^{j+1} predvidja interakciju G_i (i = 1,2) dve akumulacije (u odbrani od poplava, vodosnabdevanju zajedničkog sistema potrošača i sl.) i u skladu sa tim daje odgovarajuću koordinacionu instrukciju upravljačkim centrima na branama B_i^j (i = 1,2). Ovi realizuju upravljanja U_i^j akumulacijama, što pak izaziva neku stvarnu interakciju G_i' koja se prenosi upravljačkom centru B_1^{j+1}. Ovaj analizira razliku ε_i i u skladu sa tim prognozira novu interakciju, te se postupak iterativno ponavlja.

ii/ *Koordinacija usaglašavanjem interakcija pojedinih podsistema.* Ovaj princip koordinacije je takodje veoma čest pri upravljanju vodoprivrednim sistemima sa akumulacijama i javlja se u svim slučajevima kada je prethodno utvrdjena interakcija izmedju pojedinih podsistema. (To bi na razmatranom primeru dve akumulacije bio slučaj ako je još u fazi planiranja na bazi dugoročnih planova sagledana interakcija pomenute dve akumulacije, koje npr. zajednički alimentiraju neki sistem za vodosnabdevanje ili učestvuju u odbrani od poplava). Po ovom principu upravljačka jedinica višeg nivoa bira koordinacionu instrukciju U_i^{j+1} za upravljačke jedinice nižeg nivoa, ove u skladu sa tim sprovode odredjena upravljanja, ta upravljanja izazivaju neke interakcije G_i' izmedju podsistema, koje se odmah prenose upravljačkoj jedinici višeg nivoa. Ona ih uporedjuje sa zahtevanim interakcijama G_i i odmah u narednoj interakciji koriguje svoju koordinaciju u cilju usaglašavanja, pri čemu se teži da se minizira odstupanje ε_i izmedju zahtevane i realizovane interakcije.

Ovaj princip se šematski prikazuje na sledeći način (za dve akumulacije, kao u prethodnom slučaju):



Dispečerski centar podsistema:
(j+1)vi nivo upravljanja

komandni centri na branama:
j-ti nivo upravljanja

Objekti upravljanja na j-tom nivou
(akumulacije 1 i 2)

Ovde su:

G_1 i G_2 ≙ zahtevane interakcije, G_1' i G_2' ≙ stvarne ninterakcije podsistema, U_1^{j+1} + U_2^{j+1} ≙ koordinacije koje se sa (j + 1)-og nivoa daju upravljačkim jedinicama na j-tom nivou na osnovu analize stvarnih i zahtevanih interakcija;

U_1^j i U_2^j ≙ upravljanja koja realizuju upravljačke jedinice j-tog nivoa na osnovu primljene koordinacije sa višeg nivoa,

ε_1 i ε_2 ≙ razlika izmedju zahtevanih i realizovanih interakcija.

4.3 PRINCIP AGREGACIJE VODOPRIVREDNIH SISTEMA

Agregacija sistema je suprotan postupak u odnosu na dekompoziciju. To je postupak kojim se upravljački nezavisno tretirani podsistemi povezuju u složeni sistem sa jedinstvenom upravljačkom politikom.

Princip agregacije je naročito primenljiv u slučaju planiranja vodoprivrednih sistema sa akumulacijama.koji se oformljuju postepenim spajanjem nezavisnih sistema. Ove sisteme, koji dobijaju karakter podsistema u povezanom kompleksnom vodoprivrednom sistemu, najčešće i fizički objedinjavaju zajednički vodni resursi i istorodni, medjusobno povezani vodni režimi. Za svaki takav izolovan podsistem postoji neka optimalna lokalna upravljačka politika. Zadatak agregacije se sastoji u povezivanju tih posebno tretiranih sistema u jedinstven složen sistem sa hujerarhijskim upravljanjem, čiji će efekti i kvalitet upravljanja biti bolji nego u slučaju nezavisnog upravljanja pojedinim podsistemima.

U matematičkom smislu zadatak agregacije vodoprivrednih sistema se može svesti na problem optimalne raspodele zajedničkih vodnih resursa na podsisteme, odnosno na optimalnu raspodelu intervencija pojedinih podsistema pri poboljšanju vodnog režima.

Na apstraktnom nivou agregacija se može opisati kao traženje optimuma globalnog kriterijuma J celog sistema, datog u funkciji kriterijumskih parametara kojima se kvantificiraju razni efekti rada pojedinih podsistema.

Neka je optimum globalnog kriterijuma n-tog podsistema

$$J_{an}\,(a_{1,n};\ a_{2,n};\ \dots;\ a_{i,n}\dots) = \min_{\{u_n\,\varepsilon\,U_n\}} (\text{ili max})\ J\,(x,u,t) \tag{4.3.1}$$

gde je: x $\hat{=}$ vektor stanja, u $\hat{=}$ vektor upravljanja, dok su $a_{1,n};\ \dots;a_{i,n}$ neki pokazatelji (efekti) rada n-tog podsistema (veličina proizvodnje, troškovi proizvodnje, dobit itd.), n = 1, ..., N (ukupno N - podsistema); i = 1,..., I (ukupno I pokazatelja).

Ovaj optimum se naziva i optimalna karakteristika n-tog podsistema. Znači, optimalnom karakteristikom n-tog podsistema naziva se optimalna vrednost kriterijumske funkcije koja zavisi od I karakterističnih parametara $a_{i,n}$.

Kao što će se videti kasnije pri razmatranju problema izbora kriterijuma, optimum sistema se može postići samo po jednom kriterijumu, u ovom slučaju po jednom kriterijalnom parametru. Zato se izraz za optimalnu karakteristiku svakog podsistema može rešiti po nekom kriterijalnom parametru $a_{k,n}$ koji smatramo najvažnijim ili dominantnim za optimalnu agregaciju sistema:

$$a_{k,n} = J_{a_{k,n}}\,(a_{1,n};\ a_{2,n};\ \dots;\ a_{k-1,n};\ a_{k+1,n}\dots\ a_{i,n}\dots) \tag{4.3.2}$$

Tada pod optimalnom linearnom agregacijom podrazumevamo odredjivanje takvih vrednosti $a^{o}_{1,n}, \dots, a^{o}_{k-1,n};\ a^{o}_{k+1,n}, \dots;\ a^{o}_{i,n}$

kojim se maksimizira ili minimizira funkcional $a_{k,n}$ koji predstavlja linearnu kombinaciju optimalnih karakteristika svih N podsistema ($n = 1, \ldots, N$):

$$\min\ (\text{ili max})\ a_k =$$

$$= \min\ (\text{ili max}) \sum_{n=1}^{N} \alpha_n J_{a_{k,n}} (a_{1,n}; \ldots a_{k-1,n}; a_{k+1,n}; \ldots)$$

gde se maksimizacija ili minimizacija vrši po

$$(a_{1,n}; \ldots, a_{k-1,n}; a_{k+1,n}; \ldots) \in \underline{\Omega} \cap \bar{\Omega}$$

Ovde je $\underline{\Omega}$ skup organičenja kojim se definiše dopustiv opseg kriterijumskih parametara $\{a_{1,n}; \ldots, a_{i,n} \ldots\}$ nezavisno posmatranih, dok je $\bar{\Omega}$ skup ograničenja po istim parametrima nastao kao posledica agregacije.

Delikatan problem pri rešavanju problema agregacije vodoprivrednih sistema je formiranje linearne kombinacije optimalnih karakteristika podsistema. To je ona neizbežna i vrlo delikatna karika u svim optimizacionim zadacima kada se ključne strateške odluke o ciljevima i kriterijumima upravljanja donose primenom heurističkog odlučivanja - uz dominantnu ulogu čoveka koji treba da kvalificira i egzaktno formuliše svoje želje.

..." Kad nameravamo graditi, teren izučimo najpre, pa onda stvaramo plan. I utvrdivši plan te naše gradnje računamo troškove do kojih nas dovodi, i ako su veći od mogućnosti naših, ostaje nam da stvorimo nov, skromniji plan ili odustanemo od takve izgradnje"...

(Šekspir: Henrih IV, II deo)

5. KRITERIJUMI ZA OPTIMALNO UPRAVLJANJE I OGRANIČENJA

5.1. O KRITERIJUMIMA OPTIMALNOG UPRAVLJANJA

U opštim razmatranjima problema upravljanja naglašavane su dve činjenice:

- da kriterijum J predstavlja nerazdvojni element trojke ili petorke kojima se definiše na apstraktnom nivou problem optimalnog upravljanja vodoprivrednim sistemima;

- da se u sve tri grupe zadataka upravljanja kompleksnim sistemima optimizacija sprovodi samo po jednom usvojenom kriterijumu.

Ovo otvara jedno suštinsko pitanje: šta je kriterijum za optimizaciju vodoprivrednih sistema i kako ga odabrati? Treba odmah istaći da je izbor kriterijuma za rešavanje optimizacionih zadataka u stvari najdelikatnija i najvažnija odluka koju treba doneti. Taj izbor predstavlja onaj kritični momenat u rešavanju problema upravljanja kada ključnom subjektivnom odlukom egzaktno definišemo svoja strateška opredeljenja i želje. Ova tvrdnja će biti kasnije adekvatno i obrazložena.

Razmotrimo sistemski i vodoprivredni aspekt problema izbora kriterijuma.

Kriterijumom se definiše kvalitet upravljanja vodoprivrednim sistemom, tako da on predstavlja meru za odabiranje prihvatljivog upravljanja u svim etapama uporedjivanja alternativa i izbora optimalne ("najbolje") upravljačke akcije. (U toj reči "najbolja" krije se suština pojma kriterijuma: definisanjem kriterijuma egzaktno se opredeljujemo za način vrednovanja alternativno mogućih rešenja, kako bi jedno rešenje odabrali kao "najbolje").

Kako je vodoprivredni sistem dinamički sistem, kod koga je na apstraktnom nivou cilj upravljanja dostizanje neke tačke ili hiperravni u prostoru stanja, kriterijum definiše meru kojom ćemo ocenjivati to kretanje u prostoru stanja: treba dostići cilj uz postizanje ekstrema unapred zadate kriterijumske funkcije.

Zato se na apstraktnom nivou kriterijum za neku upravljačku odluku definiše kao preslikavanje ulaza X, upravljanja U i izlaza Y u neki realni skup D, kojim se kvantificirano ocenjuje kvalitet odluke

$$X * U * Y \rightarrow D \qquad (5.1.1)$$

Teorija upravljanja je zasnovana na jednom neizbežnom postulatu: u jednoj etapi upravljanja sistemom možemo odabrati samo jedan kriterijum, samo jednu kriterijumsku funkciju. Ponekad se više kriterijuma sažima u jednu kriterijumsku funkciju formiranjem linearne kombinacije sa težinskim koeficijentima, ali se time najčešće ceo proces optimizacije zamagljuje i opterećuje novim nepotrebnim subjektivizmom koji je neizbežan pri izboru težinskih koeficijenata.

Znatno je celishodnije, i na tome će se insistirati kasnije, da se razni kriterijumi ne sažimaju u jedan, već da se vrši zasebna optimizacija po više raznih kriterijuma, pa da se naknadnom postmodelskom analizom razmatra i ocenjuje kvalitet upravljanja koji se ostvaruje primenom svakog od njih, kako bi se odabralo ono koje najviše odgovara postavljenim ciljevima.

Postoje mnogi tehnički, ekonomski i drugi kriterijumi u odnosu na koje se mogu optimizirati vodoprivredni sistemi sa akumulacijama u bilo kojoj od faza njihovog razvoja.

Da bi problem izbora kriterijuma pri upravljanju* vodoprivrednim sistemima donekle sistematizovali izdvojićemo neke efekte njegovog delovanja: $P \triangleq$ fizički obim proizvodnje, $D \triangleq$ bruto prihodi, $R \triangleq$ bruto rashodi, $D^{*} = (D-R) \triangleq$ čist prihod itd.

Ovi efekti se ostvaruju u vodoprivrednom sistemu utroškom nekih resursa od kojih kao najvažnije izdvajamo [11]:
$W \triangleq$ voda, $K \triangleq$ angažovana sredstva; $I \triangleq$ investicije; $L \triangleq$ ljudski rad; $Z \triangleq$ zemlja itd.

Zavisno od toga kakav se fizički efekat želi ostvariti pri upravljanju vodoprivrednim sistemom i uz kakvo trošenje pojedinih resursa mogu se formulisati različiti kriterijumi za optimizaciju.

---

* *"Upravljanje" u širem smislu, koje podrazumeva i planiranje i eksploataciju.*

Pored opštih kriterijuma kojim se maksimizira čist prihod ili minimiziraju troškovi celokupnog sistema, ne vodeći računa o strukturi utrošenih resursa, moguće su i razne kombinacije kriterijuma, od kojih ćemo dati u najopštijem obliku samo neke tipične:

Kriterijum: $P/W \rightarrow max$, egzaktno definiše našu želju da se maksimizira fizička proizvodnja uz što manji utrošak vode;

Kriterijum: $R/P \rightarrow min$, traži da se ostvare najniži troškovi proizvodnje po jedinici proizvoda;

$P/Z \rightarrow max$, predstavlja kriterijum kojim se traži maksimalni prinos po jedinici površine itd.

Koji će se kriterijum usvojiti za optimizaciju vodoprivrednih sistema zavisi od zahteva i ciljeva postavljenih sistemu, i uslova u kojima će sistem raditi. Ovi uslovi se odnose na vrstu efekata kojima želimo ili moramo da težimo, odnosno na eventualna ograničenja nekih resursa u fazi korišćenja.

Tako, ako je ograničena količina vode onda se izbor kriterijuma vrši izmedju onih koji tu činjenicu uzimaju u obzir, kao npr: $D^*/W \rightarrow max$ označava kriterijum kojim se teži maksimizaciji čistog prihoda sa ograničenom količinom vode; već pomenuti kriterijum $P/W \rightarrow max$ (maksimizacija fizičkog obima proizvodnje uz što manji utrošak vode) itd.

Ukoliko je ograničeno zemljište kriterijum se bira u skladu sa tom činjenicom, pri čemu, pored pomenutog kriterijuma $P/Z \rightarrow max$ na raspolaganju imamo još neke kombinacije, npr.

$D/Z \rightarrow max \hat{=}$ kriterijum za postizanje najvećeg prihoda sa jedinice površine (u uslovima prenaseljenih, ali bogatih reona) itd.

Naglašeno je da ne postoji univerzalni kriterijum za optimizaciju vodoprivrednih sistema, no, treba istaći da se kriterijumi mogu menjati od sistema do sistema, u raznim fazama ekonomskog razvoja, ili zavisno od nekih drugih ciljeva koji se žele ostvariti. U jednim ekonomskim uslovima će se postaviti kriterijum $R/L \rightarrow min$ koji upućuje na korišćenje jeftine radne snage, u drugim će se zahtevati kriterijum maksimalne profitne snage $D^{a}/K \rightarrow max$ itd.

5.2 PROBLEM DEFINISANJA KRITERIJUMA KOD SLOŽENIH SISTEMA

Ionako složen problem izbora kriterijuma za upravljanje vodoprivrednim sistemima postoje još delikatniji u slučaju složenih sistema, prevashodno zbog, po pravilu, oprečnih interesa i konfiktnih odnosa izmedju pojedinih podsistema. Neki C^{j}_{ni} podsistem na j-tom nivou, kome je supremalna neka i-ta upravljačka jedinica na (j+1)-om nivou ima svoj kriterijum koji se može u opštem obliku napisati preslikavanjem

$$X^{j}_{ni} * Y^{j}_{ni} * K^{j}_{ni} \rightarrow R^{j}_{ni} \qquad (5.2.1)$$

gde je pored ranije već objašnjenih izraza sa leve strane, R^{j}_{ni} neki skup realnih brojeva u koji se preslikava ulaz, izlaz i intervencija (j + 1)-tog nivoa.

U slučaju vodoprivrednih sistema kriterijum celog sistema nije zbir pojedinačnih kriterijuma podsistema, niti se globalni optimum čitavog sistema poklapa sa nekim od pojedinačnih optimuma podsistema.

S obzirom na hijerarhijsku strukturu vodoprivrednih sistema kriterijumi podsistema su medjusobno zavisni, pošto se efekti jednog podsistema prenose na ostale. Ova zavisnost može da bude i indirektna.

U slučaju direktne zavisnosti kriterijum i-te supremalne upravljačke jedinice na (j+1)-om nivou je funkcija kriterijuma infimalnih podsistema, tj.

$$R_i^{j+1} = R_i^{j+1} \left(R_{1,i}^{j};\ R_{2,i}^{j};\ \dots \right) \tag{5.2.2}$$

Ovo je najčešći slučaj kod vodoprivrednih sistema, naročito kod onih kod kojih su vodni režimi raznih podsistema čvrsto povezani i medjuzavisni, sa stanovišta geneze oticaja.

Ima, medjutim, slučajeva kada kriterijumi nisu direktno zavisni, kada kažemo da je zavisnost upravljačkih jedinica indirektna. U tom slučaju važi

$$R_i^{j+1} = R_i^{j+1} \left(Y_i^{j+1},\ U_i^{j+1} \right) \tag{5.2.3}$$

što znači da se uticaj kriterijuma nižeg nivoa ne odražava direktno na kriterijum upravljačke jedinice na višem nivou.

Šematska organizacija vodoprivrednih sistema je najčešće takva da jedan podsistem deo svog izlaza "isporučuje" drugom podsistemu jedinica - ukoliko izlaz i k-tog podsistema predstavlja (direktno ili indirektno) ulaz u n-ti podsistem, u protivnom slučaju odgovarajući element matrice G_{nk} je ravan nuli.

S obzirom na osobinu separabilnosti kriterijuma ovakvih sistema isti se mogu napisati u obliku

$$J = \sum_{n=1}^{N} J_n (X_n, U_n)$$

Medjutim, ukoliko se želi nezavisno razmatranje podsistema, lokalni kriterijumi se moraju modifikovati uvodjenjem vektora kojima se ponderišu ulazi u n-ti podsistem i izlazi iz njega. Modifikovani kriterijum n-tog nezavisno tretiranog podsistema ima opšti oblik

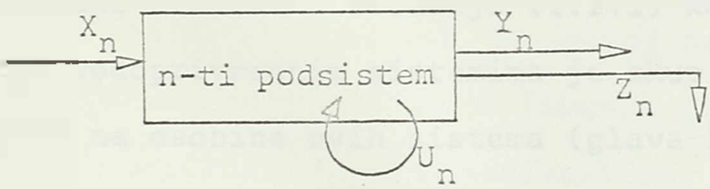
$$J_n^{mod} = J_n + \gamma_{1,n} Z_n - \gamma_{2,n} X_n, \; n = 1, \dots N$$

$\gamma_{1,n}$ i $\gamma_{2,n}$ = vektori - parametri kojima se ponderišu efekti dobijenog ulaza X_n i predatog izlaza Z_n.

Modifikovani kriterijum postaje još jasniji ukoliko se i vrednosno interpretira: n-ti podsistem preuzima ulaz X_n od drugih (najčešće uzvodnih) podsistema po "ceni" $\gamma_{1,n}$, a isporučuje svoj izlaz ostalim (nizvodnim) podsistemima po "ceni" $\gamma_{2,n}$. U takvoj interpretaciji pri maksimizaciji lokalnih kriterijuma dolazi do izražaja težnja svakog podsistema da vrednosno preuzima ("kupuje") što manje, a isporučuje ("prodaje") što više (ne treba poistovećivati isključivo sa novčanim ekvivalentom). Ovakva težnja svih podsistema očigledno stvara disproporciju izmedju ponude izlaza i potražnje ulaza, zbog čega i dolazi do hijerarhijskog ograničavanja i koordinacije (sa višeg upravljačkog nivoa) upravljačkih akcija podsistema.

kome to služi kao ulaz (to je naročito pregledno u slučaju kaskadno rasporedjenih akumulacija). U tom slučaju problem izbora kriterijuma se pojednostavljuje, jer za kriterijum sistema važi princip separabilnosti, što znači da je kriterijum sistema linearna kombinacija lokalnih kriterijuma podsistema. S obzirom na praktičnu primenljivost ovog principa zadržaćemo se na ovom slučaju.

Neka je n-ti podsistem dat šemom



U ovom slučaju se n-ti podsistem kao objekat upravljanja opisuje sa dve transformacije

$$C_n : \left\{ \begin{array}{l} Z_n = T'_n \ (X_n, \ U_n) \\ Y_n = T''_n \ (X_n, \ U_n) \end{array} \right\}$$

gde je: Y_n ≙ nezavisni izlaz iz n-tog podsistema,

Z_n ≙ izlaz iz n-tog podsistema koji je ulaz u (n + 1) podsistem,

T'_n i T''_n ≙ odgovarajuće transformacione matrice.

S obzirom na medjusobnu vezu X_n i Z_{n-1} važi relacija

$$X_n = \sum_{k=1}^{K} G_{nk} \ Z_k; \quad n = 1, \ldots, N$$

gde je G_{nk} matrica sastavljena samo od nula i jedinica:

U ovakvom slučaju koordinacija se sastoji u odredjivanju takvog vektora "cene" $\gamma^{k} = (\gamma^{k}_{1,1}; \ldots; \gamma^{k}_{2,1}; \ldots; \gamma^{k}_{2,N})$ kojim se uskladjuje "ponuda" izlaza iz raznih podsistema kompleksnog vodoprivrednog sistema sa akumulacijama (indeksom "k" se želi naglasiti da je ta "cena" koordinirana sa višeg upravljačkog nivoa).

5.3 OGRANIČENJA U ZADACIMA UPRAVLJANJA VODOPRIVREDNIM SISTEMIMA SA AKUMULACIJAMA

Treći neophodni element u relaciji (2.2.1) kojom se definiše upravljanje vodoprivrednim sistemima je skup ograničenja L. S obzirom na osobine ovih sistema (glava 1.1) fizički se nameću dve vrste ograničenja:

a/ ograničenja upravljačkih akcija (upravljačkih koordinata),
b/ ograničenja u pogledu mogućih stanja sistema (ograničenja po koordinatama stanja).

Ovde ćemo dati opštu interpretaciju ovih ograničenja, dok će u kasnijim zadacima ograničenja biti konkretno analizirana.

Obe vrste ograničenja najčešće su posledica nekih terenskih, urbanih, vodoprivrednih ili fizičkih činjenica, koje uslovljavaju da koordinate stanja i upravljanja ne smeju preći neke zadate granice. To znači da se upravljanja mogu odabrati samo iz jednog zatvorenog skupa U, a isto tako i realizovana stanja takodje moraju pripadati zatvorenom skupu S:

$$u \in U; \qquad s \in S$$

Granice skupova U i S su definisane relacijama iz skupa ograničenja L koje se odnose na prostor upravljanja i prostor stanja.

Razmotrimo najčešće grupe ograničenja u zadacima optimizacije vodoprivrednih sistema sa akumulacijama.

a/ *Ograničenja upravljačkih koordinata* javljaju se najčešće u sledećim vidovima:

- Količina isporučene vode k-tom korisniku je ograničena najčešće sa obe strane. Ograničenje sa gornje strane je posledica logične činjenice da ne treba isporučivati više vode nego što je potrošaču potrebno, a ograničenje sa donje strane nastaje iz već pomenutog postulata da je voda nezamenljiva materija i da se izvesna minimalna količina vode mora isporučiti nekim korisnicima. U slučaju vodosnabdevanja naselja ovo donje ograničenje se postavlja vrlo oštro, a njegova veličina (po stanovniku) zavisi, pored ostalog, i od stepena urbanog i opšteg razvoja.

- Obavezno ispuštanje vode iz akumulacije ograničeno je sa donje strane (minimalno ispuštanje), a može biti ograničeno i sa gornje strane, ukoliko akumulacija služi i za odbranu od poplava, ali u tom slučaju mora biti povezano sa nekom merodavnom hidrološkom situacijom. Apsolutno ograničavanje ispuštanja sa gornje strane (ukoliko se ne vežemo za neki talas, verovatnoću itd.) nije ni teorijski moguće. Ograničenje sa donje strane u slučaju ispuštanja iz akumulacije garantovanog minimuma zavisi od šeme zahvatanja vode za sistem i raznih vodoprivrednih ograničenja. Čak i ukoliko nema vodozahvatanja na nizvodnom potezu,mora se obezbediti ispuštanje biološki neophodnog minimuma za život reke.

- Ograničenja zbog ograničene propusne sposobnosti pojedinih elemenata ili organa sistema. Ova ograničenja postoje i u zadacima sinteze i u zadacima analize (eksploatacija gotovog sistema), ali su u ovom drugom slučaju znatno brojnija. (Kanal je gotov i više se ne može upravljati njegovim dimenzijama. No, ograničenja postoje i kod kanala koga tek definišemo - u zadacima sinteze - samo su u toj fazi upravljanja ona nešta šira).

- Ograničenja zbog specifičnosti funkcionisanja sistema. Npr. sekundni protok kroz turbinu HE može fizički da varira od 0 do Q_{inst}, ali centrala ne može da proizvodi, bilo racionalno ili uopšte, ako se protok spusti ispod nekog Q_{min}.

b/ *Ograničenja po koordinatama stanja.* Ova ograničenja su najčešće vezana za akumulacione basene i postoje sa obe strane. Kod gotovih rezervoara ova ograničenja su više nego očigledna i za r-ti rezervoar se definišu u opštem slučaju

$$V_r^{min} \leq V_r \leq V_r^{max}$$

gde su zapremine V_r^{max} i V_r^{min} definisane konstruktivnim parametrima brane i postrojenja.

No, i kada upravljamo akumulacijom u fazi projektovanja uvode se neophodna ograničenja, naročito sa gornje strane, i ona su posledica topografskih, geoloških, vodoprivrednih i drugih okolnosti.

Znači, obe vrste ograničenja postoje u svim fazama upravljanja, samo je u zadacima analize oblast dopustivih stanja i dopustivih upravljanja znatno uža.

Sa stanovišta matematičkog rešavanja problema ograničavanja po koordinatama upravljanja odražavaju se dvojako:

i/ Ukoliko se upravljanje odredjuje nekom od analitičkih metoda uvedena ograničenja otežavaju proračune.

ii/ Ukoliko se upravljanje odredjuje nekom od numeričkih metoda, koje se zasnivaju na pretraživanju skupa dopustivih upravljanja, ograničenja olakšavaju proračun, jer smanjuju broj alternativa koje treba ispitati. Medjutim, ograničenja po koordinatama stanja obično stvaraju dodatne teškoće pri odredjivanju upravljanja, jer se uvek mora vršiti proveravanje da li odabrano upravljanje zadovoljava i taj uslov.

... Često se smatra da se, izučivši jedan objekat, zna sve i o dva takva ista objekta, pošto je "dva" - jedan i jedan". A pri tom se zaboravlja da je neophodno saznati šta se krije iza toga "i". Suština je, znači, u njihovoj medjusobnoj vezi"...

(Johnson R.A. i dr.: The theory and management of systems")

6. OPŠTI PROBLEMI OPTIMALNE SINTEZE SISTEMA AKUMULACIONIH BASENA

U narednom delu će biti prikazani razni načini rešavanja optimizacionih zadataka za sisteme akumulacionih basena. U cilju uopštavanja problema ovde će se najpre sistematizovati sistemski pristup ovim optimizacionim zadacima, razmotriće se opšte sheme ovakvih sistema i razmotriti kriterijumski probabilistički aspekti izbora optimalne alternative.

Razmotrimo zadatak optimalne sinteze sistema akumulacija, kojim,kao glavni rezultat, dobijamo optimalnu konfiguraciju i optimalne parametre sistema (zapremine akumulacija su najvažniji parametar koga odredjujemo) u uslovima optimalnog upravljanja.

U ovom zadatku optimalne sinteze razlikujemo četiri grupe problema (bloka) koje treba rešiti:

I/ *Definisanje informacija* za sagledavanje sistema koje se planira, *postavljanje ciljeva i uslova rada sistema*. Ovaj blok obuhvata čitavu hidrološku i vodoprivrednu problematiku, zaključno sa definisanjem šta se želi postići (npr. potpuno uredjenje i korišćenje voda, ili samo zaštita od poplava, ili stvaranje energetskog i plovidbenog sistema itd

II/ *Postavljanje mogućih alternativa sistema* i izbor komponenti sistema relevantnih za optimalnu sintezu. Ovde se definišu moguće sheme sistema (sheme mogućih akumulacija u okviru jedne varijante, moguće sheme povezivanja akumulacija i prebacivanja vode, opredeljivanje koji će se parametri iz skupa A (vid relaciju 2.3.2) optimizirati, definisanje ograničenja koje nameću terenske i druge okolnosti itd.). Definišu se sve alternative koje tehnički dolaze u obzir, te ih treba ispitati zadatkom optimalne sinteze.

III *Formalizacija matematičkih modela* sistema i utvrdjivanje skupova svih ograničenja.

IV/ *Blok optimizacije sistema:* Definisanje kriterijuma optimalnog upravljanja i kriterijuma optimalne sinteze; rešavanje optimizacionog zadatka za svaku od postavljenih alternativa; valorizovanje optimalnih varijanti na osnovu kriterijuma optimalne sinteze (uvodjenjem u razmatranje i kvaliteta ostvarenog optimalnog upravljanja, preko teoriske obezbedjenosti funkcionisanja); heurističko odlučivanje za optimalnu alternativu u slučaju teško merljivih veličina u širem kriterijumu sinteze*.

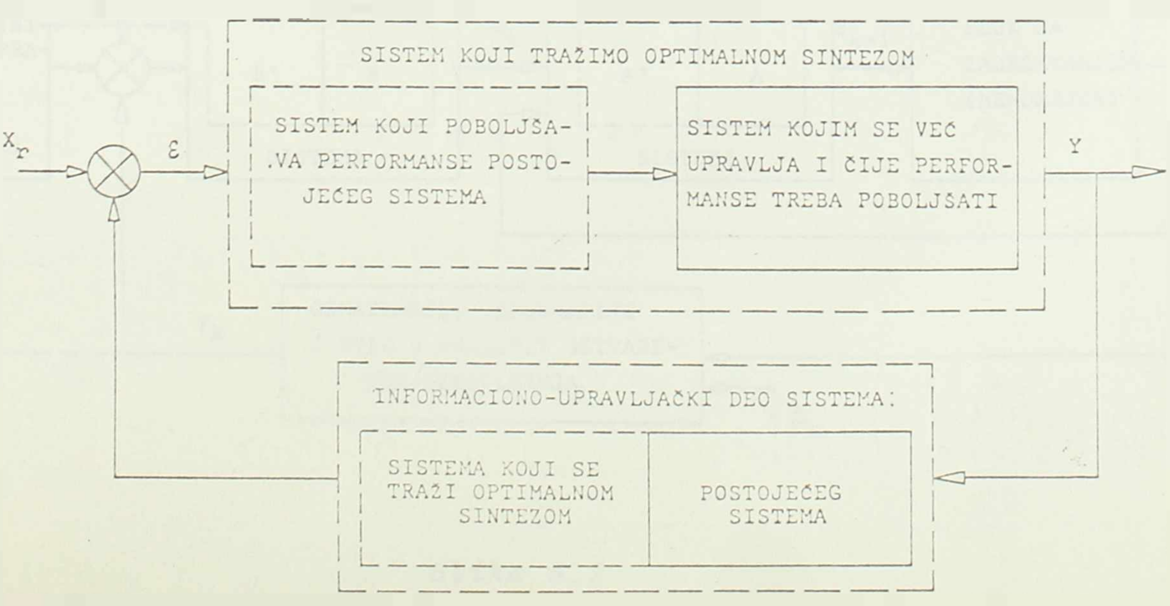
Bez obzira da se predvidja izgradnja čitavog sistema akumulacija ili samo jedne od njih, *uvek je neophodno sprovesti*

----

* *Kod vodoprivrednih sistema se neke varijable u domenu kriterijuma sinteze teško mogu precizno definisati, te spadaju u klasu fuzzy-varijabla, koje u najnovije vreme izučava L. Zadeh sa saradnicima. S obzirom na taj fuzzy-concept u sferi kriterijuma sinteze, često je neophodno heurističko odlučivanje pri izboru optimalne alternative sistema.*

optimalnusintezu za ceo sistem. Optimalni parametri jedne akumulacije (ukupna zapremina i pojedini radni kapaciteti) ukoliko bi bili odredjeni izolovano značili bi samo lokalni optimum, te bi usvojeni kao takvi sigurno predstavljali smetnju za nesmetani optimalni razvoj čitavog sistema. Moguća su, naravno, prelazna rešenja, ali ih uvek treba razmatrati u sklopu čitavog budućeg sistema.

Kako je pak, vodoprivredni sistem dinamički sistem, kod koga se zahtevi i ciljevi menjaju tokom vremena, zadatak optimalne sinteze jednog sistema treba uvek iznova sprovesti, prilikom svakog novog zahvata u sistemu, uvodeći reambulirane ciljeve, uslove i ograničenja. Taj koncept znači sledeće: postoji sistem kojim upravljamo i čije performanse želimo da poboljšamo; treba odrediti fizički i upravljački deo novog sistema koji kompenzira nedostatke postojećeg i poboljšava njegove performanse za neki referentni ulaz X_r i neki zahtevani izlaz Y (Sl. 6.1)

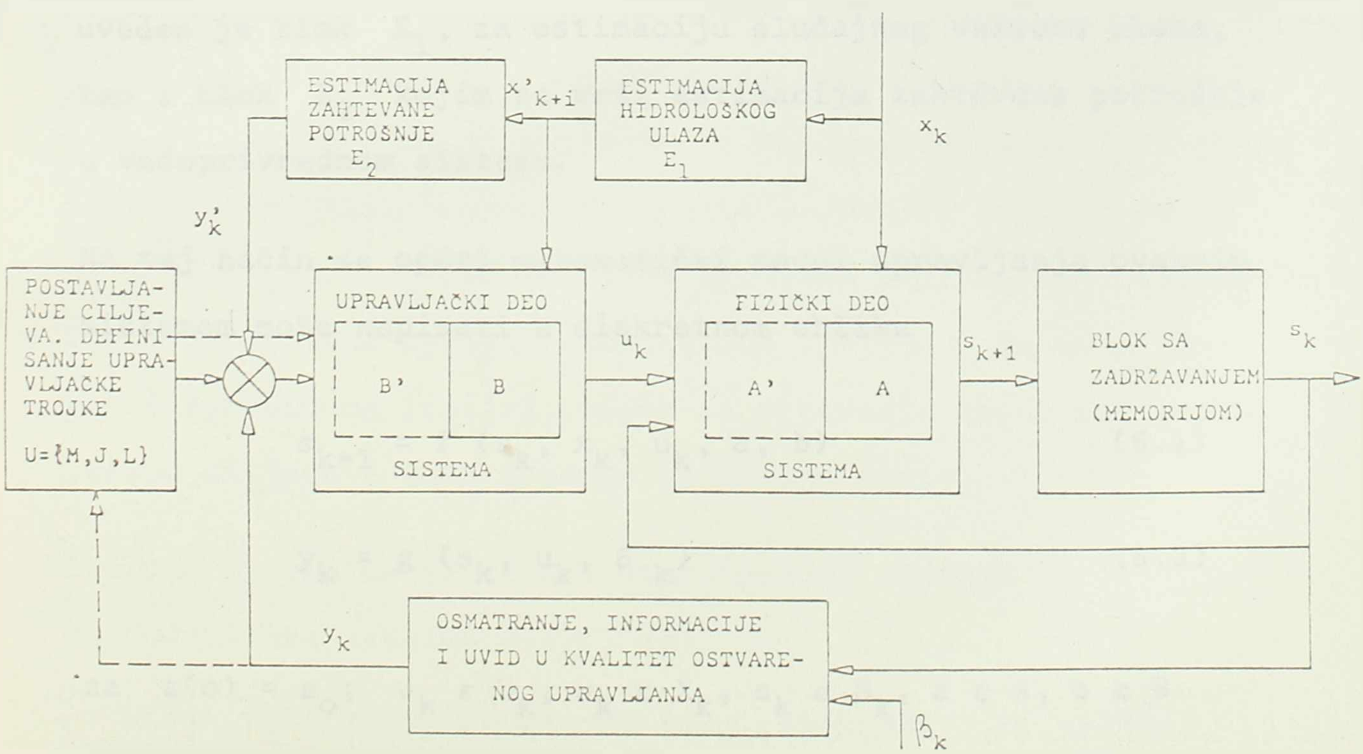


Slika 6.1

Taj koncept važi čak i pri razmatranju dimenzionisanja akumulacija na slivu na kome nema izgradjenih hidrotehničkih objekata: tim sistemom akumulacija poboljšavaju se performanse postojećeg hidrografskog - vodoprivrednog sistema.

Zapaža se da zadatak optimalne sinteze vodoprivrednog sistema obuhvata i fizički i upravljački deo sistema. To je u skladu sa „filozofijom" sistemskog upravljačkog koncepta. Za vodoprivredne sisteme je karakteristično to da često adekvatna modernizacija informaciono-upravljačkog dela sistema značajno (ponekad čak i dovoljno) popravlja ukupne performanse sistema.

Proširimo gornju shemu tako da obuhvati najopštiju problematiku zadatka optimalne sinteze vodoprivrednih sistema sa akumulacionim basenima. Ova shema je data na sl. 6.2.



Slika 6.2

Fizički i upravljački deo sistema su, u skladu sa već iznetom koncepcijom prikazani su po dve komponente: postojeći deo sistema (fizički ≡ A i upravljački ≡ B) i deo koji se optimalnom sintezom odredjuje (A' i B'). Uveden je nov blok: "osmatranje, informacije i uvid u kvalitet upravljanja" koji sakuplja i prenosi podatke o stanju sistema i izlazu. Na ovaj blok u opštem slučaju deluje slučajni vektor poremećaja u informacionom delu sistema (β), koga ovde uzimamo radi opštosti sheme (u optimizacionim zadacima on neće biti uziman u obzir). Blok sa zadržavanjem (memorijom) podrazumeva izvesno magazioniranje podataka o razvoju stanja sistema.

Na fizički deo vodoprivrednog sistema deluje slučajni vektor ulaza x, izazivajući poremećaje koje treba kompenzirati upravljanjem. S obzirom da će u zadacima optimalne sinteze najčešće biti radjeno sa generisanim, sintetičkim ulazom uveden je blok E_1, za estimaciju slučajnog vektora ulaza, kao i blok E_2 kojim se vrši estimacija zahtevane potrošnje u vodoprivrednom sistemu.

Na taj način se opšti matematički model upravljanja ovakvim sistemom može napisati u diskretnom obliku

$$s_{k+1} = f\,(s_k,\ x_k,\ u_k,\ a,\ b) \qquad (6.1)$$

$$y_k = g\,(s_k,\ u_k,\ \beta_k) \qquad (6.2)$$

za $s(o) = s_o$; $u_k \in U_k$; $x_k \in X_k$; $s_k \in S_k$; $a \in \bar{A}$, $b \in \bar{B}$

gde su:

s $\hat{=}$ vektor stanja; u $\hat{=}$ vektor upravljanja, x $\hat{=}$ slučajni vektor ulaza; a $\hat{=}$ parametri fizičkog dela sistema, b $\hat{=}$ parametri upravljačkog dela sistema: β $\hat{=}$ slučajni vektor poremećaja na informaciono-upravljačkom delu sistema.

Tada se u opštem slučaju kvalitet upravljanja definiše ciljnom funkcijom koja ima oblik

$$J = \sum_{k=o}^{M-1} T_1 \left[s_k, u_k, a, k \right] + T_2 \left[s_M, a, M \right] \qquad (6.3)$$

te kriterijum upravljanja u zadatku optimalne sinteze vodoprivrednog sistema sa akumulacijama postaje maksimizacija ili minimizacija ciljne funkcije (6.3).

Treba zapaziti način vezivanja bloka "postavljanje cilja i kriterijuma" i bloka „osmatranje, informacija". Kada je cilj definisan ide se neposredno na upravljanje i optimalnu sintezu (puna linija). Mora se, medjutim, ostaviti mogućnost da se ciljevi, kriterijumi i ograničenja koriguju ukoliko su u prvoj fazi postavljanja zadatka formulisani previše strogo, te se ne mogu ostvariti, ili se njima ugrožava fizibilnost* sistema. Zato je povratna sprega fakultativno spojena i sa ovim blokom (isprekidana linija), kojom se predvidja mogućnost reambulacije ciljeva u toku procesa optimalne sinteze.

Zadatak optimalne sinteze vodoprivrednog sistema sa akumulacijama svodimo u ovoj fazi na:

---

* *Fizička održivost sistema sa tako odredjenim optimalnim upravljanjem.*

a/ Odredjivanje optimalnih parametara a sistema (dimenzije akumulacija i ostalih parametara) za optimalno upravljanje sistemom, shodno relaciji

$$\max_{\{u,\, a\}} \text{(ili min)} \; J \{ s, u, a, t \} \;, \text{ sa } \; s(t_o) = s_o \quad (6.4)$$

i to za svaku od nezavisno ispitivanih polaznih konfiguracionih alternativa sistema.

b/ Ispitivanje efektivnosti, tj. kvaliteta upravljanja za tako odredjene optimalne parametre sistema akumulacija za svaku od optimiziranih alternativa.

c/ Heurističko odabiranje najprihvatljivije alternative.

Zadatak pdd a) svodi se na izbor takvog upravljanja $u(t) \in U$ i takvih parametara sistema akumulacija $a \in A$ kojim se u N dimenzionalnom faznom prostoru stanja S sistem iz tačke definisane vektorom s_o prevodi u tačku s_N na taj način da ciljna funkcija definisana sa (6.3) dobije ekstremnu vrednost. Tada je upravljanje $u(t)$ optimalno upravljanje, parametri akumulacije a optimalni parametri, a realizovana trajektorija stanja $s(t)$ je optimalna trajektorija.

Postignuta ekstremna vrednost ciljne funkcije za optimalno upravljanje $u(t)$ i optimalne parametre "a" sistema predstavlja cenu optimalnog upravljanja (C).

Rešavanju ovog opšteg optimizacionog zadatka primenom raznih metoda i za razne slučajeve sistema akumulacija biće posvećen naredni deo.

Problem izbora optimalne alternative

S obzirom na širi upravljački aspekt zadataka optimalne sinteze (upravlja se i parametrima sistema a, postoje alternative koje se nezavisno optimiziraju itd.) kriterijum J optimalne sinteze se takodje proširuje te se može definisati dvojkom

$$J = \{C, E\} \tag{6.5}$$

gde je: $C \hat{=}$ cena, a $E \hat{=}$ efektivnost (kvalitet) optimalnog upravljanja.

Efektivnost ili kvalitet optimalnog sistema akumulacija definiše se verovatnoćom ostvarivanja zadatih vodoprivrednih ciljeva (podmirivanje zahtevane potrošnje, verovatnoća postizanja nekih propisanih režima malih ili velikih voda itd.).

S obzirom na dvojku (6.5) izbor optimalne alternative može se bazirati na nekom od sledećih kriterijuma:

1. Maksimalna efektivnost za neku ograničenu cenu optimalnog upravljanja ne veću (ili manju) od C^*.
2. Minimalna (ili maksimalna) cena s obzirom na ograničenje da efektivnost ne bude manja od E^*.
3. Maksimalni odnos efektivnosti po ceni, odnosno minimalni odnos cene po efektivnosti.

Ako sa V_i označimo optimalnu zapreminu i-te akumulacije, sa N broj akumulacija u sistemu, sa C - troškove ("cenu" - u smislu kriterijuma upravljanja) sistema, a sa $E_1^*, \dots E_r^*$ probabilističku efektivnost sistema za r relevantnih korisnika vodoprivrednog sistema kriterijum (npr. za slučaj 2) može se formulisati u obliku

$$\min C\,(V_1, V_2, \ldots, V_N)$$

i

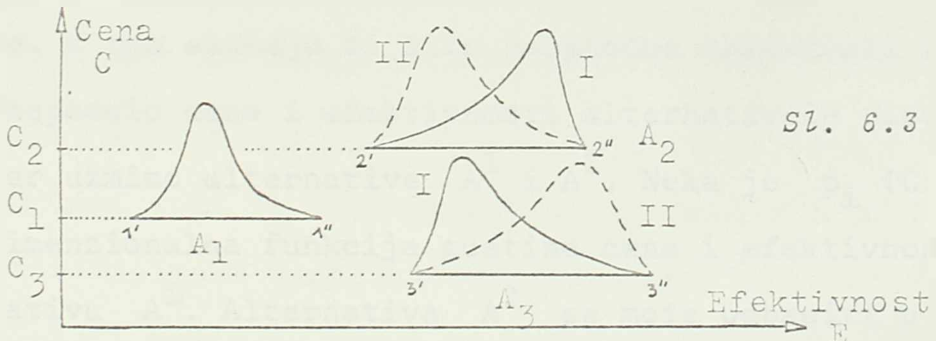
$$E_1\,(V_1, \ldots, V_N) \geqslant E_1^*$$
$$E_2\,(V_1, \ldots, V_N) \geqslant E_2^* \qquad (6.6)$$
$$\vdots \qquad \vdots$$
$$E_r\,(V_1, \ldots, V_N) \geqslant E_r^*$$

Postoji jedna N-torka $(V_1^*, V_2^*, \ldots, V_N^*)$ koja zadovoljava, ili se bar najviše približava zahtevima opšteg kriterijuma optimalne sinteze.

U procesu optimizacije odbacuje se alternativa sa većom cenom i manjom efektivnošću, u poredjenju sa drugom alternativom. Medjutim, u slučaju sistema akumulacija često veću cenu prati i veća efektivnost. Tada se javlja suštinsko pitanje, koje i zahteva heuristički pristup izboru alternative: da li je dodatna efektivnost ekvivalentna dodatnoj ceni? Ovim odmah zadiremo u fuzzy concept: mašina nam takav odgovor teško može da dá. Zbog toga je neophodno, u takvom slučaju,napraviti pregled svih alternativa sa cenama i efektivnostima i heurističkim pristupom odabrati najprihvatljivije rešenje.

Složenost ovog problema ilustrujmo na sledeći način:

Za neke alternative možemo determinisati cene optimalnog upravljanja, dok se efektivnosti dobijaju u vidu nekih funkcija raspodele (zamislimo da je za svaku od više rasmatranih alternativa odredjena optimalna konfiguracija i zapremine akumulacija, pa su ispitivana upravljanja i efektivnosti za k-simuliranih sintetičkih serija ulaza). Dobijene su funkcije raspodele efektivnosti za svaku od rasmatranih alternativa. Uzmimo na primer slučajnog sistema kod koga su ispitivane tri alternative (A_1, A_2, A_3), čije su cene fiksne (C_1, C_2, C_3), dok su efektivnosti date odgovarajućim funkcijama raspodele u opsezima 1' - 1" itd. (Sl. 6.3)



Sl. 6.3

Posmatrajući opsege efektivnosti na prvi pogled je samo jasna prednost A_3 u odnosu na A_1 (manja cena i veća efektivnost). A_1 i A_2 nemaju očiglednu prednost jedna u odnosu na drugu. Slična je stvar i sa A_2 i A_3, jer A_3 ima manju cenu, ali može da ima i manju efektivnost. Tek kada se napravi analiza distribucije efektivnosti za A_2 i A_3 postaje jasnije koja je od njih u prednosti (slučaj II: očigledna prednost A_3, slučaj I: neodredjeno - A_3 ima manju cenu, ali A_2 ima veću verovatnoću efektivnosti).

Označimo sa p_i (E) = verovatnoća da će alternativa A_i imati efektivnost veću od zahtevanog nivoa E^*. Alternativa A_2 može se odbaciti u odnosu na A_3 samo ako je

$$p_3 (E^*) \geq p_2 (E^*)$$

Ako je pak $p_2 (E^*) > p_3 (E^*)$ ne može se odbaciti ni jedna od ove dve alternative bez dodatnih analiza o zahtevima i ciljevima u tom vodoprivrednom sistemu.

Slična bi logika važila i u slučaju da je efektivnost determinisana, a da je cena slučajna veličina.

Znatno bi teži bio problem ukoliko bi se pri razmatranju alternativa i cena i efektivnost tretirale kao slučajno promenljive. U tom slučaju bi bilo neophodno rasmatrati zajedničku raspodelu cene i efektivnosti alternativnih sistema. Kao primer uzmimo alternative A^1 i A^2. Neka je $p_i (C, E)$ dvodimenzionalna funkcija gustine cene i efektivnosti za alternativu A^i. Alternativa A^2 se može odbaciti u odnosu na A^1 samo ako je

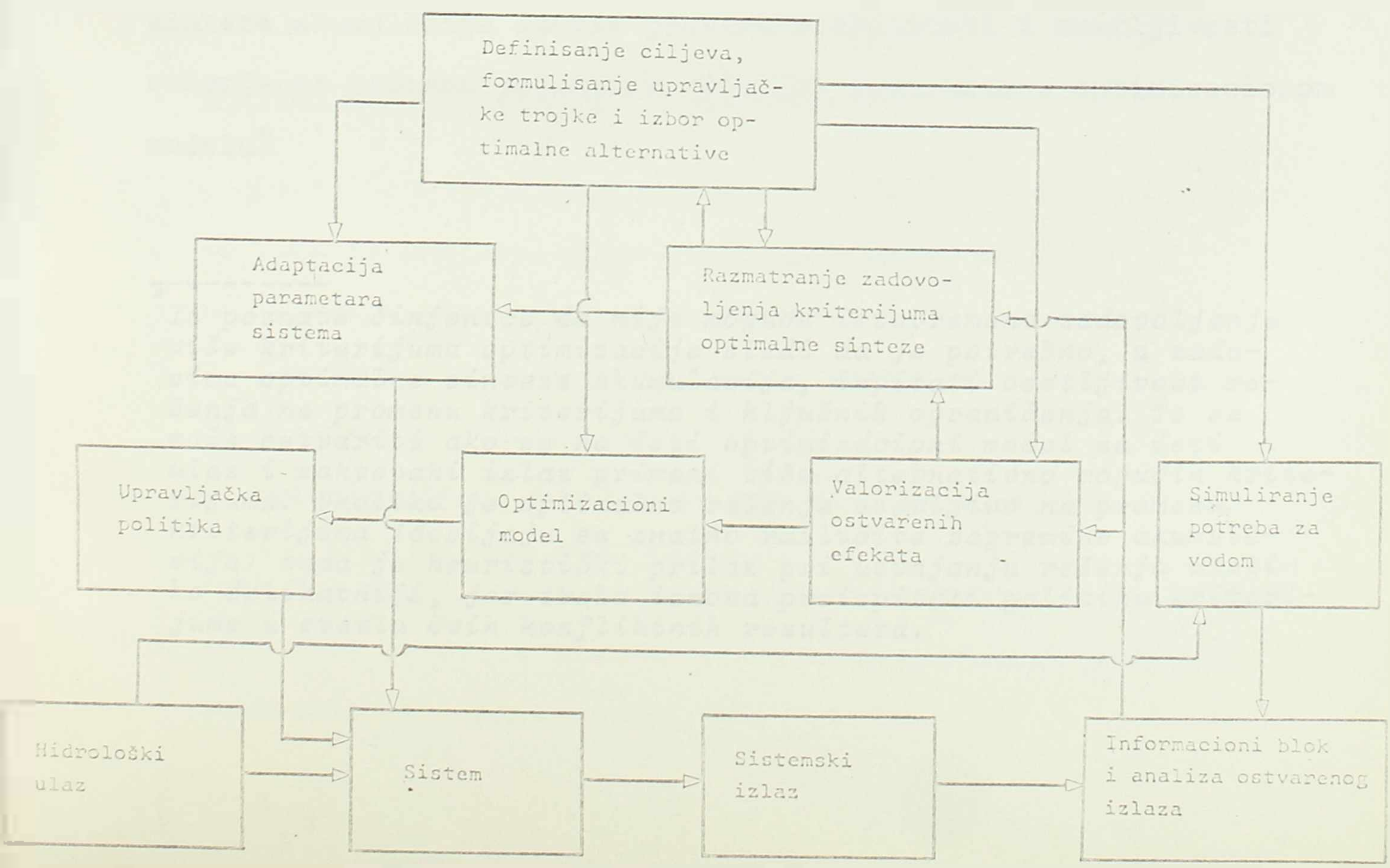
$$\int_{E^*}^{\infty} \int_{0}^{C} p_1 (C, E)\, dC\, dE > \int_{E^*}^{?} \int_{0}^{C} p_2 (C, E)\, dC dE$$

Ovo izlaganje bi trebalo samo da ukaže na složenost problema izbora optimalne alternative u zadacima optimalne sinteze sistema akumulacionih basena. Naše je iskustvo da se, u slučaju da se polazi od više alternativnih polaznih konfiguracija sistema, mašini ne mogu zadati uslovi za direktni izbor optimalne varijante. Zato je usvojen koncept po kome računar odbacuje samo evidentno nepovoljnije varijante (kao A_1 u razmatranom primeru, skica) dok za ostale formira tabelu sa cenama i efektivnostima, što omogućava da se spregom čovek-mašina, uz dodatne analize, može odabrati optimalna alternativa.

Generalna veza pod problema u zadatku optimizacije akumulacija

Imajući u vidu već definisana četiri globalna hijerarhijska nivoa u zadatku upravljanja akumulacijama, kao i čitav sistemski pristup ovom problemu, izvršena je šematizacija veza pojedinih podproblema u ovakvom kompleksnom optimizacionom zadatku. Na sl. 6.4 prikazana je ova generalna shema. Ovaj kompleksni upravljačko-optimizacioni zadatak organizovan je na četiri nivoa: 1) Nivo sistema - nivo realizacije upravljanja, 2) upravljački - optimizacioni nivo, 3) nivo adaptacije parametara i optimalne sinteze, 4) nivo postavljanja ciljeva, definisanja osnovnih elemenata optimizacionog modela (formulisanje upravljačke trojke) i usvajanje optimalne alternative. Upravljački i informacioni tokovi su očigledni. Potrebno je samo dati objašnjenje nekih blokova.

U bloku "hidrološki ulaz" sakupljaju se informacije, statistički obradjuju, vrši se modeliranje i estimacija hidroloških podataka. U optimizacionim zadacima ovaj blok ima karakter esternog estimatora. Isti karakter ima i blok "potrebe za vodom", koji za svoju



estimaciju koristi informacije koje dobija od hidrološkog estimatora i podatke o vodoprivrednim ciljevima koje dobija sa višeg hijerarhiskog nivoa.

Informacioni blok je veoma značajan. On sakuplja podatke o izlazu i potrebama za vodom, obradjuje ih i uporedjuje i prenosi te podatke višim nivoima upravljanja. Blokovi na upravljačko-optimizacionom nivou rešavaju optimizacione zadatke sa tačno definisanom upravljačkom trojkom i sasvim definisanim ekonomskim funkcijama koje ulaze u kriterijumski funcional. Blokovi na nivou adaptacije i sinteze dobijaju rezultate te optimizacije, proveravaju zadovoljenje postavljenih kriterijuma optimalne sinteze i po potrebi vrše adaptaciju parametara sistema. Najzad, sve relevantne informacije se prenose bloku na najvišem nivou koji bira optimalnu alternativu, a ima slobodu i da menja ciljeve i upravljačku trojku, ukoliko su prethodni ciljevi bili preambiciozni, kriterijumi neadekvatni, ili su postavljena ograničenja bila prestroga. Neophodno je da dva najviša nivoa upravljanja u zadacima optimalne sinteze akumulacija izvrše proveru stabilnosti i osetljivosti rešenja na promenu pojedinih važnijih elemenata u optimizacionom modelu*.

Iz poznate činjenice da nije moguće istovremeno zadovoljenje više kriterijuma optimizacije sledi da je potrebno, u zadacima optimalne sinteze akumulacija, ispitati osetljivost rešenja na promenu kriterijuma i ključnih ograničenja. To se može ostvariti ako se na isti optimizacioni model za isti ulaz i zahtevani izlaz primeni više alternativno mogućih kriterijuma. Ukoliko je optimalno rešenje osetljivo na promenu kriterijuma (dobijaju se znatno različite zapremine akumulacija) onda je heuristički prilaz pri usvajanju rešenja utoliko delikatniji, jer treba iznova preispitati politiku kriterijuma u svetlu ovih konfliktnih rezultata.

..."Cilj proračuna je shvatanje procesa, a ne dobijanje cifara"...

(Hamming E.W.: "Numerical methods for Scientists and Engineers").

III. MOGUĆI PRILAZI PRI REŠAVANJU ZADATAKA OPTIMIZACIJE VODOPRIVREDNIH SISTEMA SA AKUMULACIONIM BASENIMA

U prethodnom, II delu ovog rada, problematika optimizacije sistema akumulacija tretirana je na apstraktnom nivou, sa ciljem da se zadatak generališe na postavkama teorije sistema. U ovom, trećem, delu ulazi se u konkretniju razradu načina rešavanja ovih optimizacionih zadataka za sisteme akumulacija, sa ciljem da se izvrši sistematizacija i kritička analiza problematike i domena upotrebljivosti pojedinih metoda.

1 SISTEMATIZACIJA UPRAVLJAČKIH ZADATAKA

U opštem slučaju zadaci upravljanja vodoprivrednim sistemima mogu se rešavati primenom četiri grupe metoda:

1. Primenom eksperimenta na sistemu;
2. Fizičkom simulacijom (primenom raznih fizičkih modela);
3. digitalnom simulacijom;
4. optimizacijom upravljanja primenom matematičkih metoda.

Prve dve grupe metoda neće se ovde rasmatrati, a pominju se samo radi celovite sistematizacije upravljačkih zadataka. Neophodno je, ipak, rezimirati sledeće:

Upravljanje primenom eksperimenta na sistemu predstavlja najprimitivniji oblik upravljanja uopšte: bira se neko upravljanje i analizira se odziv - izlaz sistema, te se u skladu sa tim vrše korekcije upravljanja u narednim fazama*.

Fizička simulacija se veoma često koristi u zadacima sinteze za optimalno definisanje nekih parametara vodoprivrednih sistema (izbor optimalne dispozicije i režima rada evakuacionih organa, istraživanje hidrauličkih fenomena na hidrotehničkim objektima u raznim uslovima eksploatacije itd.). Često se na bazi fizičke simulacije definišu opšta pravila nekih elemenata upravljačke politike (na pr. način manipulisanja ustavama i zatvaračima, režim punjenja i pražnjenja brodskih prevodnica itd.). Ovaj vid upravljanja ne samo da ne isključuje ostale metode, već je sa njima nedeljivo komplementaran. Iole ozbiljnija akumulacija se ne može pouzdano projektovati bez rešavanja čitavog niza upravljačkih zadataka primenom fizičke simulacije.

Digitalna simulacija sistema akumulacija znatno je olakšana zadnjih godina uvodjenjem u masovnu eksploataciju računara treće generacije. Može se veoma uspešno primenjivati i u zadacima optimalne analize i u zadacima sinteze vodoprivrednih sistema sa akumulacionim basenima. Primeni ove metode biće posvećena jedna od narednih glava ovoga rada.

Matematičke metode za optimizaciju upravljanja sistemom akumulacija možemo sistematizovati na više načina, zavisno

----

* *Ovaj vid upravljanja, se, nažalost, još uvek iznenadjujuće često koristi za upravljanje vodoprivrednim sistemima u nas.*

od pravca razmatranja. Ovde je usvojena sledeća sistematizacija.

A. Sa stanovišta računskog postupka:

a/ Analitičke metode

- Diferencijalni i varijacioni račun, metoda Lagranževih multiplikatora, princip maksimuma Pontrjagina, itd.

aa/ Numeričke metode:

- linearno, nelinearno i dinamičko programiranje, gradijentni postupak, metode pretraživanja itd.

B. Sa stanovišta linearnosti:

b/ Linearne metode:

- linearno programiranje,
- transportni problem,

bb/ Nelinearne metode

- nelinearno i kvadratno programiranje,
- gradijentni postupak,
- dinamičko programiranje,
- metode varijacionog računa,
- princip maksimuma,
- metode teorije igara.

Odmah treba istaći da se linearni zadaci mogu rešavati i nelinearnim metodama, ali da to nije moguće i obratno.

C. Prema neizvesnostima u modelu:

c/ Deterministički zadaci;

cc/ Stohastički zadaci

- eksplicitni stohastički zadaci,

- implicitni stohastički zadaci

D. Prema nivou informisanosti i načinu sakupljanja informacija:

d/ Sistemi sa potpunom informacijom,

dd/ Sistemi sa nepotpunom informacijom i nezavisnim (pasivnim) sakupljanjem informacija u procesu upravljanja,

ddd/ sistemi sa nepotpunom informacijom, ali sa aktivnim sakupljanjem i estimacijom informacija u procesu upravljanja*

E. Prema obliku relacija kojima se definiše sistem:

e/ neprekidni (kontinualni) zadaci,

ee/ diskretizovani zadaci.

Moguće su i druge podele, ali su ove relevantne za sistematizaciju razmatranih upravljačkih zadataka za sistem akumulacija.

U nastavku će se prikazati način rešavanja pojedinih upravljačkih problema u zadacima optimalne analize i sinteze vodoprivrednih sistema, daće se domen upotrebljivosti, osvrt na računske aspekte i neki primeri koji su u okviru ovog rada razmatrani.

----

* *Po terminologiji Fel'dbaum-a [1] ovo upravljanje se može nazvati dualnim, jer, s jedne strane, izučava se slučajni vektor ulaza i sve neizvesnosti u sistemu, i s druge strane, odredjuje se upravljanje sa ciljem da se sistem prevede u željeno stanje.*

"..."Ma da to može izgledati paradoksalno - čitava nauka je podčinjena ideji o aproksimaciji..."
(Bertran Rasel)

2. DIGITALNA SIMULACIJA VODOPRIVREDNOG SISTEMA SA AKUMULACIJAMA

Matematsko-digitalna simulacija vodoprivrednih sistema je veoma uspešna metoda rešavanja složenih upravljačkih zadataka sistema sa akumulacijama višestruke namene. Ova metoda je naročito pogodna za simulaciju upravljanja u slučaju velikih, prostorno razudjenih sistema akumulacija koje, pored ostalih namena, imaju i zadatak aktivne odbrane od velikih voda.

Veoma je upotrebljiva i za rešavanje zadataka dimenzionisanja akumulacija sa višegodišnjim izravnavanjem, ukoliko se kriterijum sastoji samo od probabilističkih zahteva obezbedjenosti funkcionisanja sistema (razmatra se u gl. 2.2 ovog dela).

2.1 SIMULACIJA SISTEMA AKUMULACIONIH BASENA

Digitalnom simulacijom se rešavaju i zadaci analize i zadaci sinteze složenih sistema akumulacija. S obzirom na to, formiraju se modeli dvojakog karaktera:

a/ *Modeli za prognoziranje i estimaciju proticaja* u slivu na bazi realnih, sukcesivno dopunjavanih informacija o padavinama i stanju u sistemu, u cilju dobijanja prognoziranog segmenta ulazne funkcije α (str. 142) i praćenja njenog postupnog preslikavanja u sistemu (propagacija i transformacija) u izlaznu funkciju ω . Ovakav model je neophodan za rešavanje zadataka optimalne analize sistema akumulacija koje služe i za odbranu od poplava.

b/ *Modeli za simulaciju proticaja* u slivu na bazi generisanih slučajnih serija ulaznih hidroloških uticaja, sa ciljem dobijanja dopustivog skupa ulaznih funkcija $\alpha \in Q$, neophodnog za rešavanje zadataka optimalne sinteze sistema akumulacija.

Oba modela su matematički vrlo bliska, ali je suštinski različit pristup u definisanju hidrološkog ulaza. U prvom slučaju hidrološki ulaz je realan niz, dok se deo serije u narednim upravljačkim koracima prognozira u eksternom estimatoru (gl. I.2) i sukcesivno koriguje u skladu sa aktivno prikupljenim informacijama o svim neizvesnostima u sistemu i modelu. U drugom slučaju se metodom Monte Karlo vrši generisanje sintetičkih serija hidroloških ulaza, kako bi se dobio skup hipotetičkih fragmenata ulaznih funkcija $\alpha\in Q$, sa kojima se uspešno rešavaju zadaci optimalne sinteze ovakvih sistema.

U postupku simulacije ovih sistema razlikuju se sledeće četiri etape:

i/ formiranje matematičkog modela prirodnog sliva ili postojećeg vodoprivrednog sistema;

ii/ tariranje modela fitovanjem podataka o zabeleženim hidrološkim serijama u slivu ili sistemu postojeće konfiguracije;

iii/ simulacija funkcionisanja vodoprivrednog sistema u uslovima postojanja sistema akumulacije, čija se konfiguracija i performanse izučavaju i optimiziraju. U zadacima sinteze se, u cilju iznalaženja optimalne konfiguracije i parametara izučavanog sistema (a i b u relaciji II-2-27) konfiguracija sistema i glavni parametri variraju i za svaku takvu varijantu se odredjuju stanja na pojedinim ključnim mestima u sistemu.

iv/ Izbor konfiguracije, parametara i upravljanja izučavanog sistema korišćenjem kriterijuma optimalne sinteze ili analize.

Metoda digitalne simulacije složenog vodoprivrednog sistema prikazaće se na primeru simulacije sistema akumulacija u slivu Velike Morave.

Kao polazna konfiguracija za zadatak optimalne sinteze usvojen je sistem od 18 akumulacija kompleksne namene, od kojih svaka ima prostor rezervisan za odbranu od poplava. Zadatak optimalne sinteze postavljen je na sledeći način: dimenzionisati sistem akumulacija tako da se,za optimalno upravljanje sistemom,merodavni talasi velikih voda toliko transformišu u rezervisanim prostorima akumulacija, da na kontrolnim profilima u sistemu maksimalni proticaj transformisanih (sistemom preslikanih) talasa bude ispod neke unapred zadate vrednosti.

Polazna konfiguracija sistema data je na sl. 1.1. U cilju definisanja modela za genezu velikih voda u slivu, sistem je najpre dekomponovan na veće podsisteme: Zapadna, Južna Morava i donji tok Velike Morave* Unutar ovih većih podsistema izvršena je dalja dekompozicija na ukupno 29 pod podsistema, na kojima su mogla da se definišu preslikavanja padavina u odgovarajuće oticaje. Time je stvorena mogućnost za formiranje matematičkog modela čitavog sistema. Osnovni blokovi ovog modela za prirodni sliv, bez akumulacija, su sledeći:

1. Generisanje ulaza (podataka o padavinama) za svaki pd podpodsistema;
2. Preslikavanje: padavine → sliv → hidrogram velikih voda, za svaki od podpodsistema;
3. Propagacija talasa velikih voda u podsistemu za transport: Ova propagacija je takodje definisana preslikavanjem: talas velike vode na uzvodnom profilu → deonica podsistema za transport (rečni tok) →talas na nizvodnom profilu.
4. Superpozicija talasa na ušćima

Za razmatranje delovanja sistema akumulacija uvodi se još jedan, peti, simulacioni blok:

5. Transformacija talasa u akumulaciji, matematički definisana preslikavanjem: talas na ulasku u akumulaciju → akumulacija → talas na izlasku iz akumulacije.

Ne ulazeći u detaljno izlaganje modela prikazaće se samo bitne postavke sistemskog pristupa pri digitalnoj simulaciji ovog sistema akumulacija.

----
* *Na rešavanju problema digitalne simulacije sliva Morave pored prof. Slavoljuba Jovanovića i autora, kao nosilaca zadatka, saradjivali su i M. Brajković, dipl.inž. S. Opricović, dipl.inž. i M. Čabrić, dipl.mat.*

Sl. 1.1: Polazna konfiguracija sistema akumulacija u slivu Velike Morave i dekompozicija na podsisteme.

Generisanje padavina ekstremnih intenziteta obavlja se primenom metode Monte Karlo (detaljnije u [2,3]). Time se u stvari, simulira prostorna raspodela padavina nad slivom, (izohijetska situacija), čime se, metodom slučajnog izbora, generiše slučajni vektor ulaza u sistem.

Talasi velikih voda na izlazu iz svakog od podsistema, dobijaju se primenom prvog preslikavanja: padavine→podpodsistem (deo sliva)→talas na izlazu iz podpodsistema. Kao funkcije preslikavanja služe empiriske funkcije, dobijene fitovanjem podataka osmatranja već realizovanih kiša i oticaja ekstremnih intenziteta. Ukupni oticaj se dobija kao zbir površinskog oticaja Q_p (t) i baznog oticaja Q_b (t):

$$Q(t) = Q_p(t) + Q_b(t)$$

S obzirom na ovu fizičku činjenicu funkcija preslikavanja sastoji se od dve komponente:

a/ funkcija preslikavanja za površinsko oticanje, definisana jediničnim hidrogramom oticanja, i b/ funkcija za preslikavanje baznog dotoka (detaljnije [2,4]) . Ovde se daje samo opšti oblik ovih funkcija preslikavanja.

a/ Ordinata hidrograma površinskog oticanja od efektivne kiše P_j dobija se primenom transformacione funkcije

$$Q_p(t) = \varphi * P_j = \sum_{j=1}^{n} u\left[t-(j-1)T\right] * P_j \qquad (1.1)$$

gde je: $u(t) \triangleq$ ordinata T-časovnog jediničnog hidrograma u trenutku t, $T \triangleq$ trajanje efektivne kiše P_j.

b/ Ordinata hidrograma od podzemnog (baznog) doticanja dobija se primenom funkcije tipa

$$Q_b(t) = Q_b(o) * e^{-\alpha t} \qquad (1.2)$$

gde je: $\alpha \triangleq$ parametar koji zavisi od fizičkih karakteristika sliva (podpodsistema), koji se takodje odredjuje fitovanjem podataka osmatranja [5] .

Primenom gornjih transformacionih funkcija, za jedan generisani ulaz, definisan prostornom padavinskom situacijom nad slivom, dobija se na izlazu iz svakog podpodsistema po jedna izlazna funkcija Q (t).

Propagacija ovako generisanih talasa velikih voda je naredna etapa o ovom modelu koji se sastoji od niza sukcesivnih preslikavanja. Propagacija talasa na deonici reke od profila (1) do profila (2) definisana je poznatim St. Venant-ovim jednačinama [6]. Za inženjerske proračune neophodno je uprošćavanje ovih jednačina[7] i svodjenje dinamičke jednačine sve do oblika

$$W = W\,(Q) \qquad (1.3)$$

kojim se dovodi u vezu zapremina korita sa protokom u reci. Egzaktno gledano relacija (1.3) je opšti oblik transformacione funkcije kojom se hidrogram u profilu (1) preslikava u hidrogram na nizvodnom profilu (2). Transformaciju talasa na potezu vodotoka od (1) do (2) svodi se na rešavanje jednačine

$$\frac{dW}{dt} = Q_1 - Q_2 \qquad (1.4)$$

gde leva strana predstavlja promenu zapremine u prirodnom koritu izmedju dva profila, dok su Q_1 i Q_2 proticaji u tim profilima.

Suština ovog preslikavanja uočava se bolje ako se jednačina (1.4) napiše u diferentnom obliku, uz izvesno sredjivanje

$$\frac{W^{i+1}}{\Delta t} + \frac{Q_2^{i+1}}{2} = \frac{Q_1^{i+1} + Q_1^{i}}{2} - \frac{Q_2^{i}}{2} + \frac{W^{i}}{\Delta t} \qquad (1.5)$$

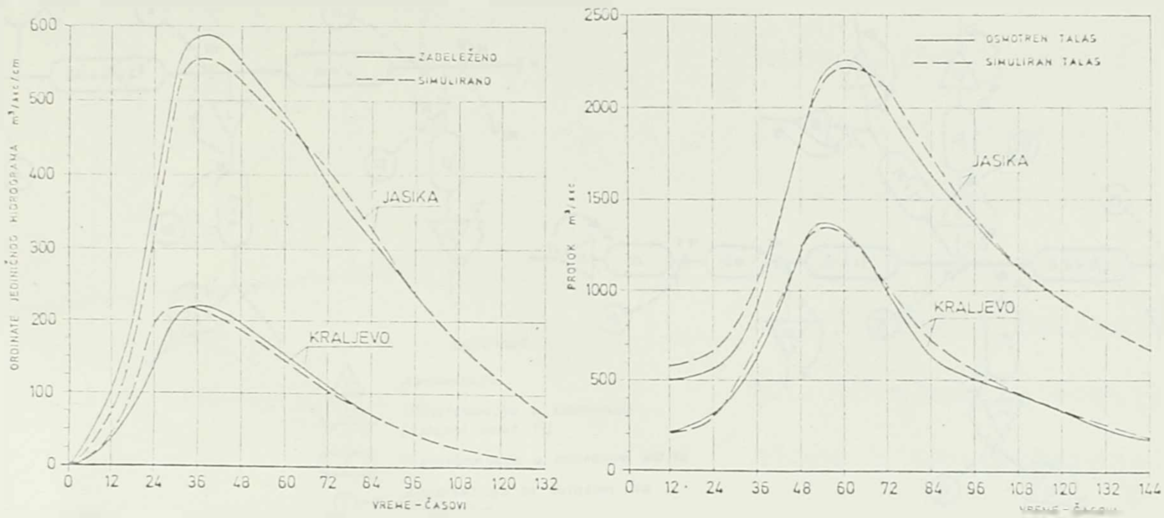
Kao baza za proračun može da služi kriva zapremine korita dobijena fitovanjem podataka o bilansu vode realnih talasa,

$$W = W(Q_2) \qquad (1.6)$$

osmatranih simultano na profilima (1) i (2). Relacija (1.6), kao specifični vid transformacione funkcije, omogućava rešavanje jed. (1.5) tj. definiše preslikavanje $Q_1(t) \rightarrow W(Q_2) \rightarrow Q_2(t)$. Postupak ovog rešavanja prikazan je u radu autora [4] .

Superpozicijom talasa na ušćima(u čvorištima podsistema za transport) i daljom propagacijom na nizvodnim deonicama,dobija se kompletni model geneze proticaja na slivu.

Ovako dobijen model sistema bez akumulacija neophodno je tarirati uporedjivanjem simuliranih sa stvarno realizovanim talasima u slivu. U tom cilju se umesto slučajnih generisanih padavina uzimaju stvarno realizovane padavine iz prošlosti, pa se simulirani talasi, dobijeni posle svih ovih nabrojanih preslikavanja uporedjuju se stvarno zabeleženim talasima na kontrolnim profilima. Na sl. 1.2 je dat uporedni prikaz stvarnog talasa i talasa dobijenog modelom za dva ključna nizvodna profila na Z. Moravi (talas iz maja 1965.). Uočava se vrlo dobro slaganje, što je dokaz da su sve funkcije preslikavanja, dobijene na bazi fitovanja podataka, uspešno definisane.

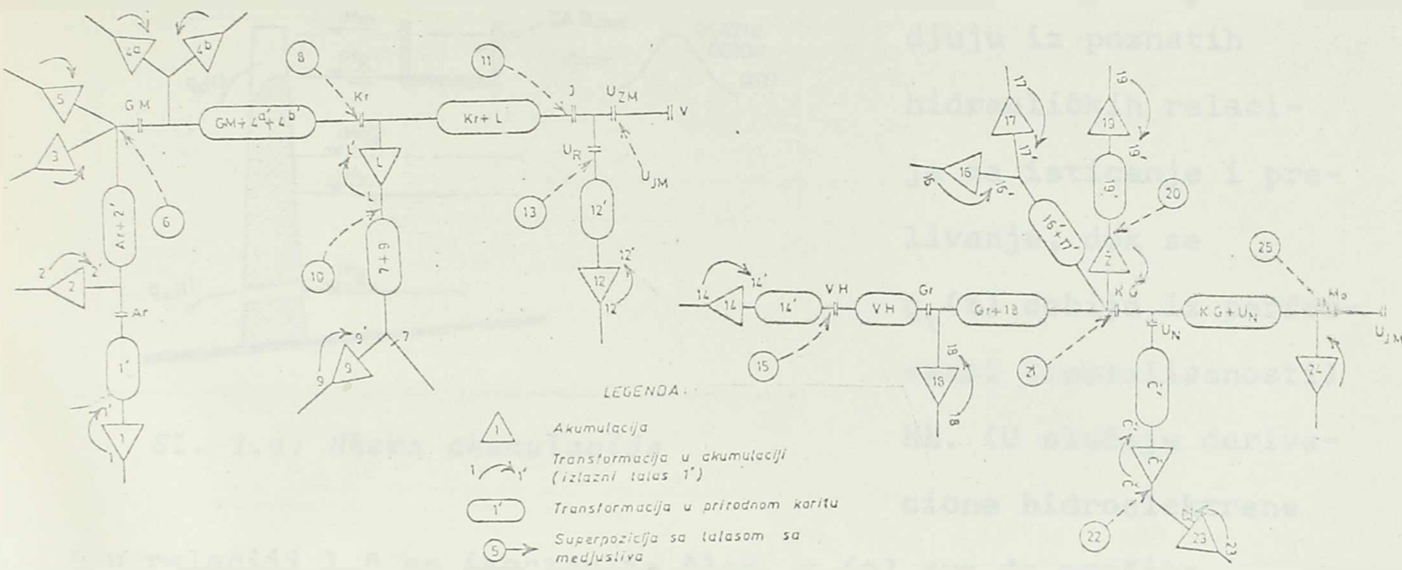


Sl. 1.2: *Tariranje modela za simulaciju geneze velikih voda u slivu (podsistemu) Zapadne i Južne Morave.*

Tariranjem i verifikacijom modela sliva može se preći na glavni zadatak: *identifikaciju parametara sistema akumulacija*, kojim se (sistemom) postiže zahtevano preslikavanje ulaza u izlaz.

Usvaja se neka početna konfiguracija sistema i polazni parametri $a' \in A$. U razmatranom primeru polazna konfiguracija je data sistemom od 18 akumulacija. Šematizacija podsistema Zapadne i Južne Morave data je na sl. 1.3.

Kao parametri fizičkog dela sistema uzeti su: ukupna zapremina svake od akumulacija, prostor rezervisan za odbranu od poplava, kapaciteti temeljnih ispusta u funkciji variranog referentnog nivoa u basenu, širina i kapacitet preliva tip preliva (sa i bez ustava), kota preliva.



Sl.1.3: Usvojena shema za modeliranje sliva zapadne Morave   Usvojena shema za modeliranje sliva južne Morave

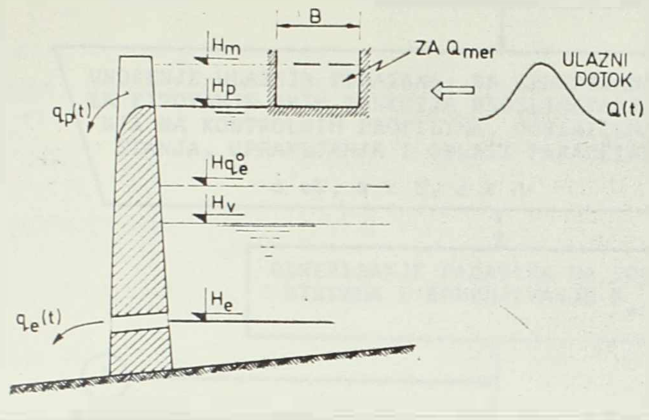
Transformacija proticaja u akumulacijama dobija se preslikavanjem, koje je definisano diferencijalnom jednačinom

$$\frac{dV}{dt} = \begin{cases} Q(t) - q_t(t) - q_z(t) - q_e(t), & \text{za } H \leq H_p \\ Q(t) - q_t(t) - q_z(t) - q_e(t) - q_p(t), & \text{za } H > H_p \end{cases} \tag{1.7}$$

gde leva strana predstavlja promenu zapremine vode u akumulaciji, $Q(t) \triangleq$ dotok u akumulaciju, $q_t(t) \triangleq$ isticanje kroz turbine HE; $q_z(t) \triangleq$ eventualno zahvatanje vode direktno iz akumulacije za potrebe nekih potrošača; $q_e \triangleq$ isticanje kroz ispust, $q_p \triangleq$ prelivanje preko preliva, $H \triangleq$ nivo u akumulaciji, $H_p \triangleq$ kota preliva (videti sliku 1.4).

Izlazni hidrogram, dobijen preslikavanjem $X * U \rightarrow Y$ definisan je relacijom:

$$q(t) = \begin{cases} q_e(t) + q_t(t); & \text{za } H \leq H_p \\ q_e(t) + q_t(t) + q_p(t); & \text{za } H > H_p \end{cases} \tag{1.8}$$



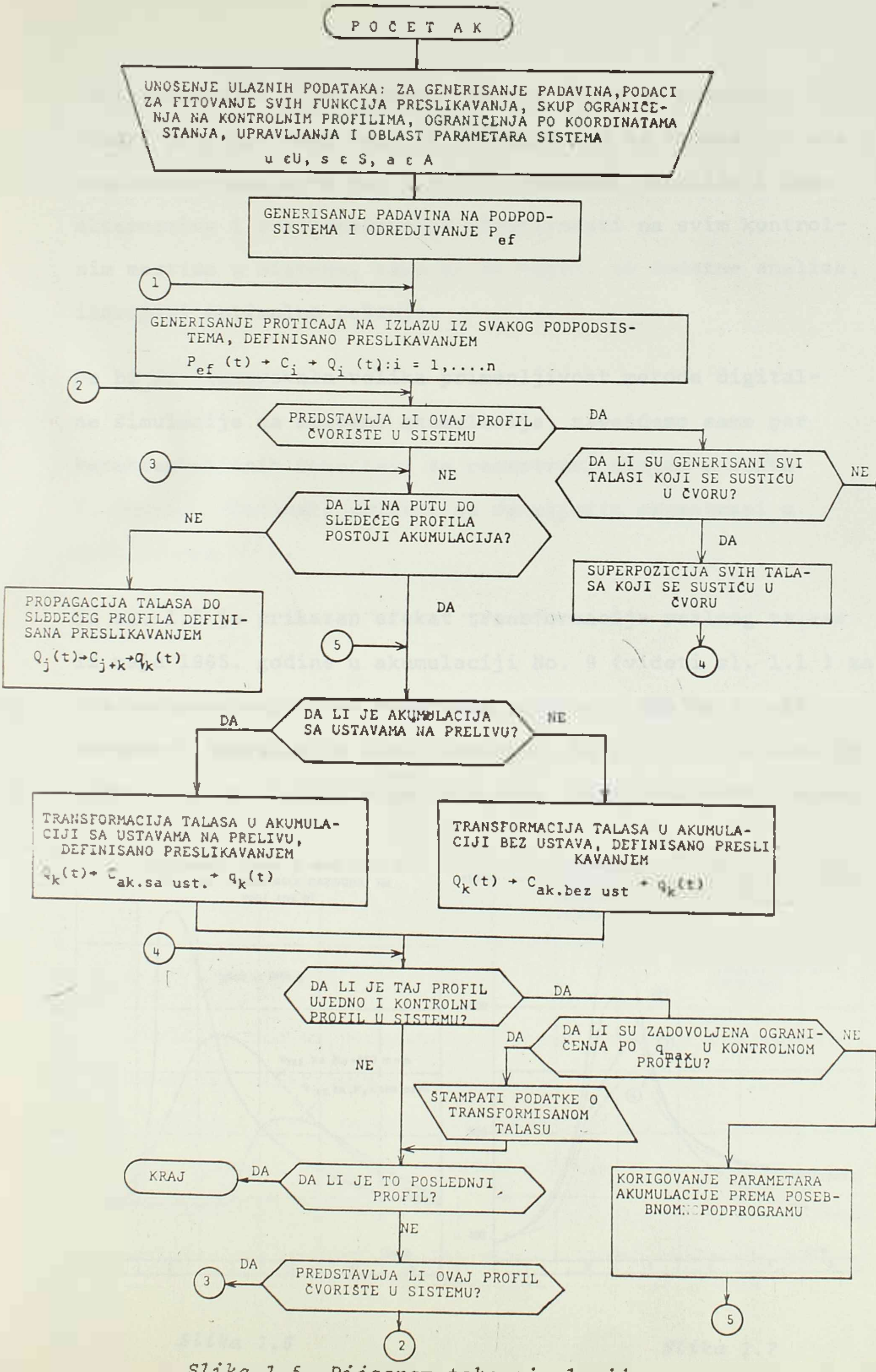
Sl. 1.4: Shema akumulacije

gde se q_e i q_p odredjuju iz poznatih hidrauličkih relacija za isticanje i prelivanje, dok se $q_t(t)$ dobija iz performansi (instalisanosti) HE. (U slučaju derivacione hidroelektrane u relaciji 1.8 se izostavlja član $q_t(t)$ sve do profila nizvodno od mašinske zgrade).

Za neku ulaznu funkciju Q(t), odabrano upravljanje u (t) i usvojenu kombinaciju parametara aϵ A fizičkog dela sistema, dobija se za svaku akumulaciju sistema funkcija stanja u obliku H = H(t) ili V = V(t) i odgovarajući izlaz q (t). Ove se funkcije proticaja, na već opisani način, dalje preslikavaju na nizvodnim deonicama modelom propagacije, superponiraju se u čvorištima podsistema za transport, tako da se za svaki generisani ulaz - kritičnu padavinsku situaciju nad slivom, dobijaju kao izlazi funkcije q (t) na svim kontrolnim profilima sistema.

Na slici 1.5 prikazan je dijagram toka proračuna po ovom simulacionom modelu. Treba zapaziti da se ovakvim postupkom identifikacija sistema sprovodi variranjem svakog parametra a iz odgovarajućeg dopustivog opsega a ϵ A.

Do optimalnog sistema može se doći kada se na identifikovane parametre sistema akumulacija i pokazatelje efektivnosti njihovog rada primeni kriterijum optimalne sinteze. U ovoj

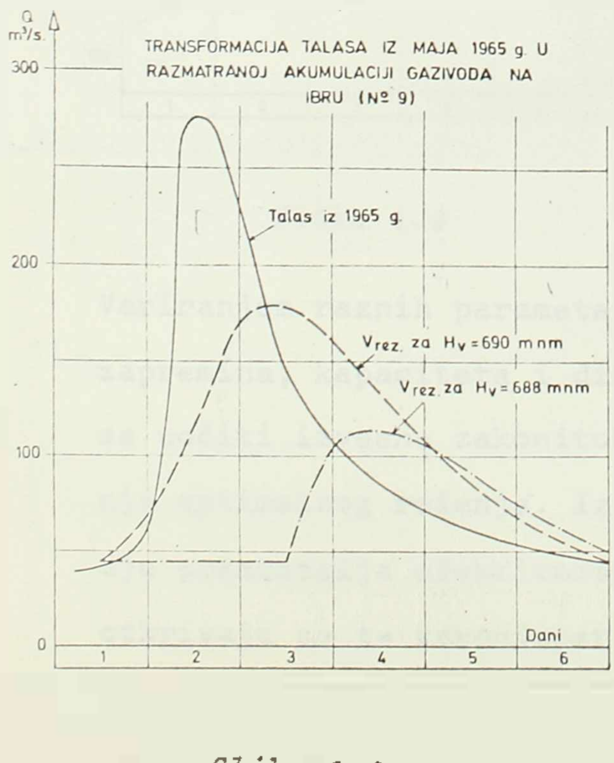


Slika 1.5 Dijagram toka simulacije

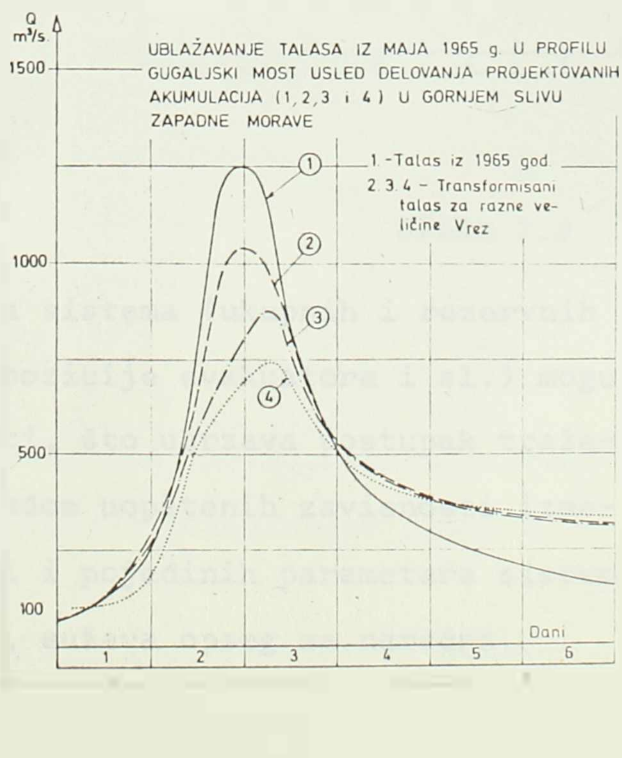
fazi rešavanja upravljačkog zadatka često je neophodan heuristički pristup. Zbog toga je najpogodnije da računar za sve razmatrane varijante kao rezultat uporedno tabuliše i cenu alternative i sve pokazatelje efektivnosti na svim kontrolnim mestima u sistemu, kako bi se moglo, uz dodatne analize, izdvojiti optimalno rešenje.

Da bi se ilustrovala velika primenljivost metode digitalne simulacije za sisteme akumulacija, navešćemo samo par karakterističnih rezultata za razmatrani sistem u slivu V. Morave. (Računski aspekti su detaljnije razmatrani u radu autora [7]).

Na sl. 1.6 je prikazan efekat transformacije realnog talasa iz maja 1965. godine u akumulaciji No. 9 (videti sl. 1.1) za dve varirane zapremine rezervnog prostora, dok su ostali parametri akumulacije biti fiksirani. Na sl. 1.7 prikazan je efekat transformacije u profilu G.M. (Gugaljski most) talasa

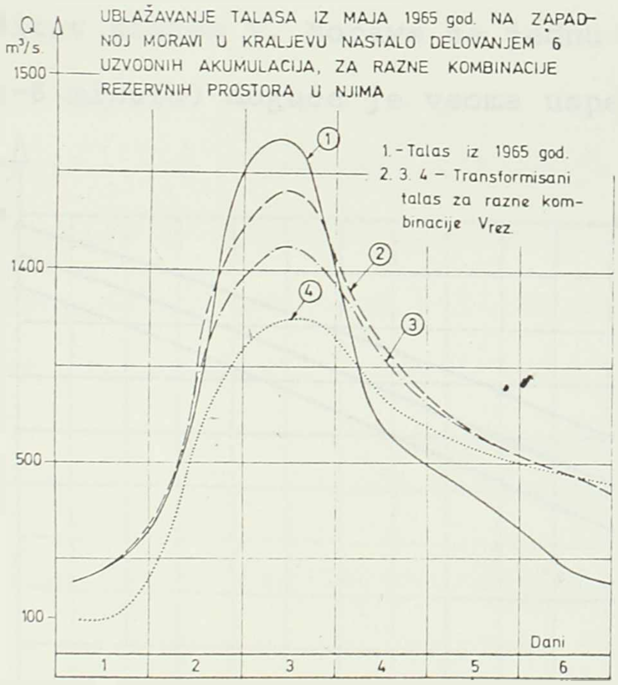


Slika 1.6

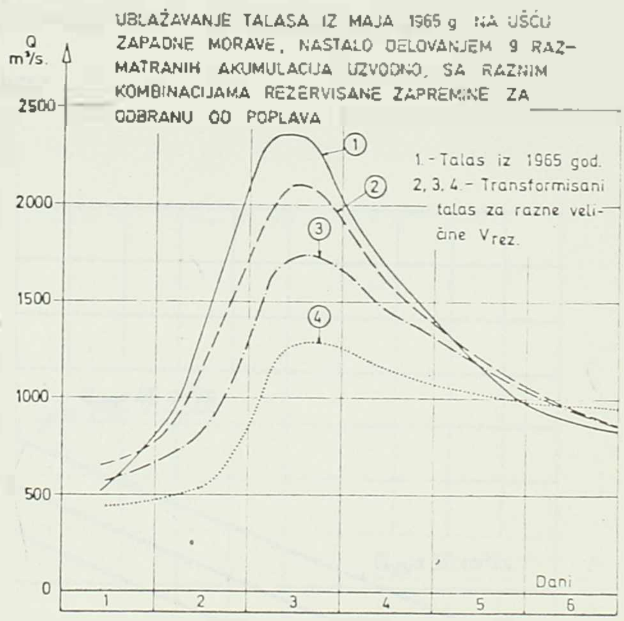


Slika 1.7

iz istog perioda (maj, 1965.) delovanjem četiri projektovane akumulacije(No. 1,2,3, i 4, sl. 1.1 i 1.3) sa različitim kombinacijama rezervne zapremine. Sa povećanjem rezervisanih zapremina za odbranu od poplava na uzvodnim akumulacijama efekat transformacije se znatno povećava. To se isto vidi i na slikama 1.8 i 1.9 na kojima su prikazani efekti transformacije na profilu K_r (Kraljevo) i na ušću Zapadne Morave.



Slika 1.8

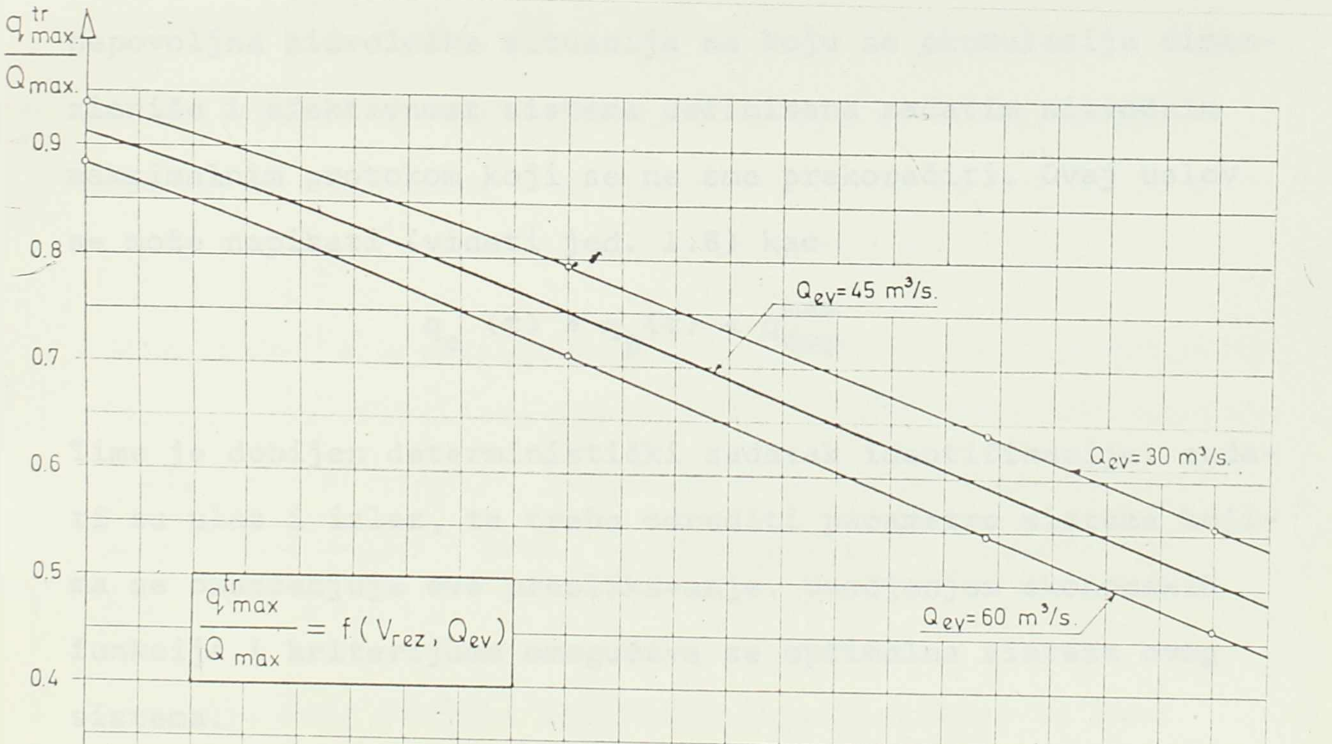


Slika 1.9

Variranjem raznih parametara sistema (ukupnih i rezervnih zapremina, kapaciteta i dispozicije evakuatora i sl.) mogu se uočiti izvesne zakonitosti, što ubrzava postupak traženja optimalnog rešenja. Izradom uopštenih zavisnosti izmedju pokazatelja efektivnosti i pojedinih parametara sistema otkrivaju se te zakonitosti, sužava opseg za naredna

...anja parametara, čime se postupak optimalne sinteze znatno olakšava. Na sl. 1.10 se kao ilustracija prikazuje zavisnost odnosa Q_{max} prirodnog i akumulacijom transformisanog talasa q^{tr}_{max}) u funkciji zapremine rezervnog prostora i kapaciteta donjeg evakuatora, za jedno fiksirano upravljanje tokom transformacije (talas verovatnoće 1% za akumulaciju No. 19).

Kako čitav ovaj simulacioni postupak na modernim računskim sistemima traje vrlo kratko (računar IBM 360/44 simulira čitav sistem V. Morave za jednu hidrološku situaciju za 5-6 minuta) moguće je veoma uspešno:



Slika 1.10

a/ ispitivanje velikog broja varijanti konfiguracije sistema akumulacija i utvrdjivanje njihove pojedinačne uloge u radu sistema,

b/ rešavanje zadataka optimalne sinteze, tj. izbora optimalne kombinacije parametara a ε A sistema kojima se ostvaruje željena efektivnost funkcionisanja;

c/ ispitivanje ponašanja sistema u velikom broju hipotetički nepovoljnih hidroloških situacija;

d/ izbor optimalne upravljačke strategije (rešavanje zadataka analize) u slučaju prognoze ulaznog vektora.

Ukoliko se zadatkom determiniše fizička efektivnost sistema za definisan hidrološki ulaz, dobija se varijanta determinističkog zadatka teorije identifikacije. Tako je rešavan problem dimenzionisanja akumulacije Kozjak na Tresci (rad autora [8]). Pošto ova akumulacija ima vitalni značaj za odbranu od poplava grada Skoplja, zadatkom je utvrdjena nepovoljna hidrološka situacija na koju se akumulacija dimenzioniše i efektivnost sistema definisana zadatim nizvodnim maksimalnim protokom koji se ne sme prekoračiti. Ovaj uslov se može napisati (videti jed. 1.8) kao

$$q_e(t) + q_p(t) < q_{dop}^{max}$$

Time je dobijen deterministički zadatak identifikacije: zadati su ulaz i izlaz, te treba odrediti parametre sistema kojima se obezbedjuje ovo preslikavanje. Uvodjenjem ekonomskih funkcija i kriterijuma omogućava se optimalna sinteza ovog sistema.

U slučaju akumulacije Kozjak varirani su: a/ tip brane (jer se to odražava na merodavnu veliku vodu Q_{max} za dimenzionisanje prelivnih organa) i varijanta korišćenja akumulacije, kao elementi konfiguracije sistema;

b/ parametri sistema: maksimalno dopustiv nivo u rezervoaru H_m, (sl. 1.4), kapacitet temeljnog ispusta q_e^o; referentni nivo $H_{q_e^o}$ u odnosu na koji se postiže merodavni kapacitet temeljnog ispusta; širina B prelivne ivice prelivnog organa;

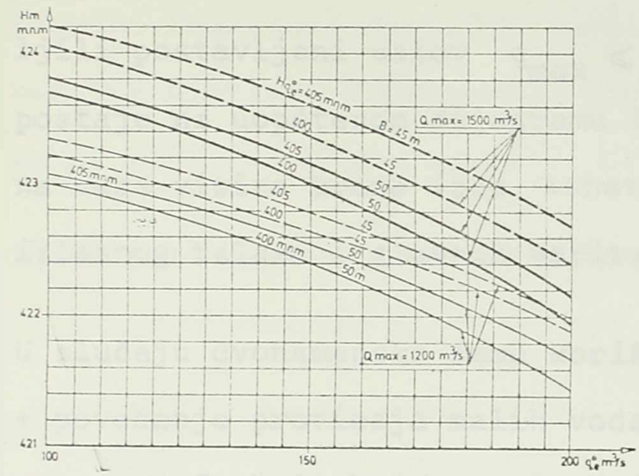
c/ apriorna upravljačka strategija - režim rada temeljnog evakuatora

d/ mada je maksimum izlazne funkcije q_{max} bio zadat, variranjem su ispitivane i druge mogućnosti, zavisno od generisanih nepovoljnih kombinacija hidrološke situacije uzvodno od Skoplja na Tresci, Gornjem Vardaru i Lepencu.

Kao kriterijum optimalne sinteze usvaja se minimizacija rezervisane zapremine u akumulaciji, kojom se ostvaruju postavljeni vodoprivredni uslovi i ograničenja.

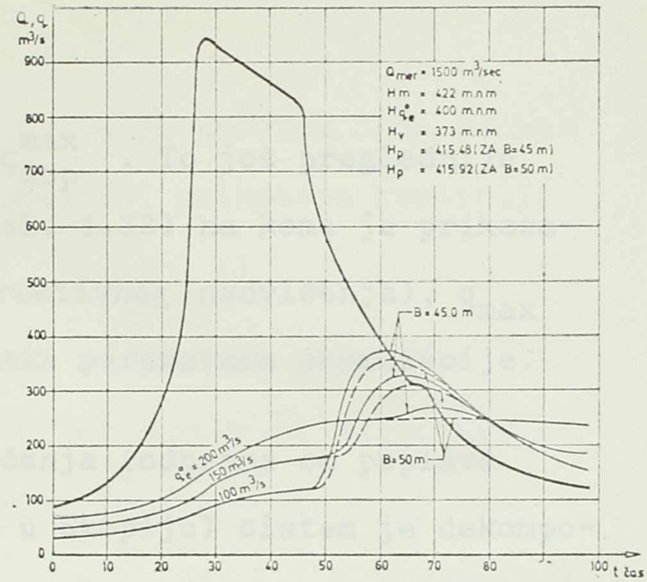
Opšta funkcija preslikavanja (1.7), definisana odgovarajućim hidrauličkim relacijama (detaljnije u radu autora[8]) transformisana je u diferentnu jednačinu koja je rešavana numeričkom metodom Runge - Kuta, sa dovoljno malim korakom $\Delta t = 1 - 2$ časa.

Rešavanje ovog zadatka identifikacija ilustruje se samo interpretacijom nekih finalnih rezultata. Na sl. 1.11 su prikazani parametri akumulacije za odbranu od poplava, kojima se zadovoljava postavljeni uslov za $q_{dop}^{max} = 250\ m^3/s$. Može se odabrati bilo koja kombinacija parametara sa ovog dijagrama uz isti fizički efekat transformacije: $q_{max} < q_{dop}^{max}$. Uočava se sledeća zakonitost: povećanje q_e^o i



Dijagram izolinija parametara akumulacije samo za odbranu od poplave uz striktno zadovoljenje uslova da je izlaz $q_{max} = 250$ m³/s

Sl.1.11



Provera efekata retencione akumulacije na ublažavanje merodavnog talasa velike vode p = 0,33 %

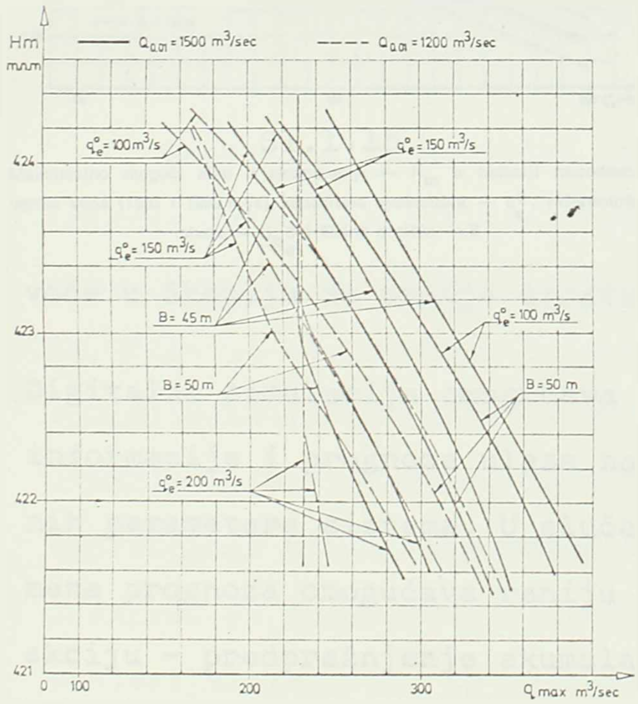
Sl.1.12

i B i smanjenje $H_{q_e^o}$ dovode do smanjivanja potrebne visine brane. Optimalna kombinacija parametara akumulacije (rešenje zadatka optimalne sinteze) može se dobiti za ovako postavljen zadatak ako se u razmatranje uvedu sledeće ekonomske funkcije:

1. Koštanje akumulacije u funkciji visine brane:
   $T_1 = T_1 (H_m)$
2. Koštanje temeljnog ispusta u funkciji q_e^o, $H_{q_e^o}$, H_m
   tj. $T_2 = T_2 (q_e^o, H_{q_e^o}, H_m)$
3. Koštanje preliva u funkciji B, H_p i H_m, tj.
   $T_3 = T_3 (B, H_p, H_m)$.

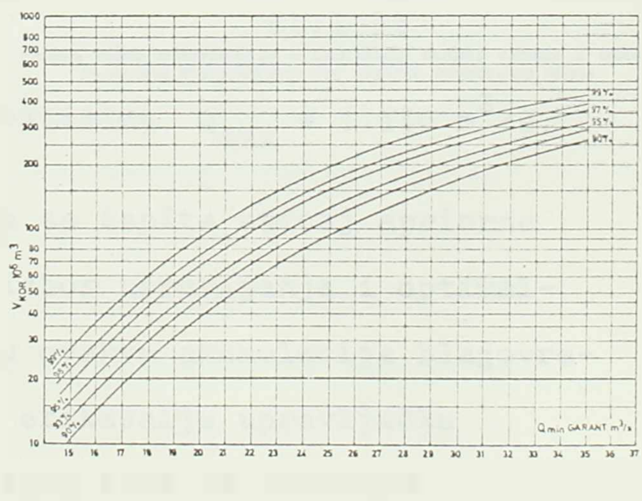
Uticaj parametara q_e^o, B i $H_{q_e^o}$ na transformaciju merodavnog talasa, za jednu kombinaciju ostalih parametara sistema, vidi se na sl. 1.12. Zapaža se da bi samo usvojeni parametri q_e^o = 200 m³/s i B = 50 m, u analiziranoj kombinaciji drugih parametara i usvojenog upravljanja, zadovoljili postavljeni uslov $q_{max} \leqslant q^{max}_{dop}$. To još preglednije postaje na uopštenom dijagramu (sl. 1.13) na kome je prikazana veza visine brane (bez konstruktivnog nadvišenja), q_{max} izlaznog talasa i glavnih variranih parametara akumulacije.

U slučaju dvonamenske šeme korišćenja (odbrana od poplava + povećanje proticaja malih voda u Skoplju) sistem je dekomponovan po funkcijskoj nameni. Najpre je rešavan stohastički zadatak dimenzionisanja podsistema akumulacije za oplemenjavanje malih voda, te je kao finalni rezultat dobijena potrebna korisna zapremina akumulacije u funkciji garantovanog



Analiza visina brane (bez rezervnog nadvišenja) u akumulaciji koji služi samo za odbranu od poplava u periodu pojave velikih voda p = 0,33 %

Sl.1.13

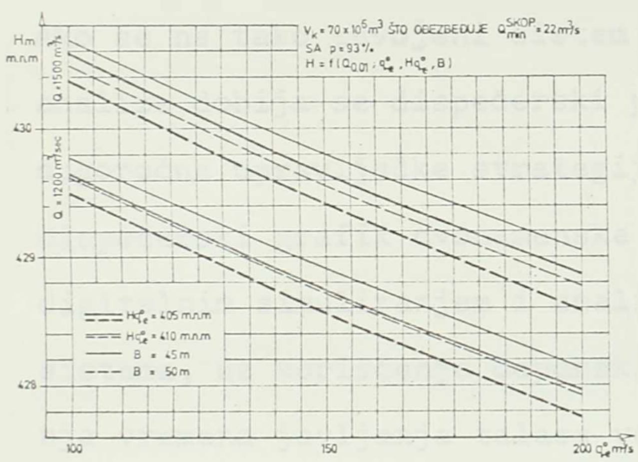


Potrebna zapremina u akumulaciji Kozjak rezervisana za oplemenjivanje malih voda u funkciji minimalno dopustivog protoka u Skoplju (bez Mavrovskih voda) i verovatnoće obezbedjenosti

Sl.1.14

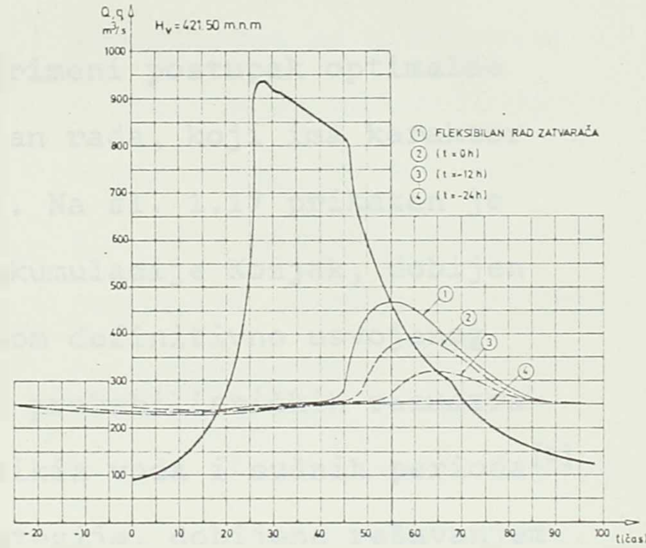
minimalnog protoka u Skoplju i verovatnoće ispunjenja ovog cilja $V_{kor} = f(Q_{min.gar.}, p\%)$ (Sl. 1.14). Zatim je dimenzionisan podsistem za odbranu od poplava, pri čemu je broj razmatranih parametara sistema proširen i sa zapreminom podsistema za akumulisanje. Na sl. 1.15 su interpretirani finalni rezultati za jednu kombinaciju parametara ovog dvonamenskog sistema. Kombinacije parametara, prikazane izolinijama na ovom dijagramu obezbedjuju:

a/ da proticaj Vardara u Skoplju ne spadne ispod 22 m^3/s sa verovatnoćom od p = 93%, b) da merodavni talas velike



Sl.1.15

Maksimalno mogući nivo u akumulaciji — H_m u funkciji merodavne velike vode (1500 i 1200 m³/s) kapaciteta evakuatora — q_e^o, referentnog nivoa — $H_{q_e^o}$ i širine preliva — B



Sl.1.16

Provera efekta transformacije u akumulaciji dvojake namene u slučaju da se vrši predpražnjenje pre nailaska merodavnog talasa.

vode u Skoplju ne predje zadatu veličinu $Q_{max} < 1.150$ m^3/s.

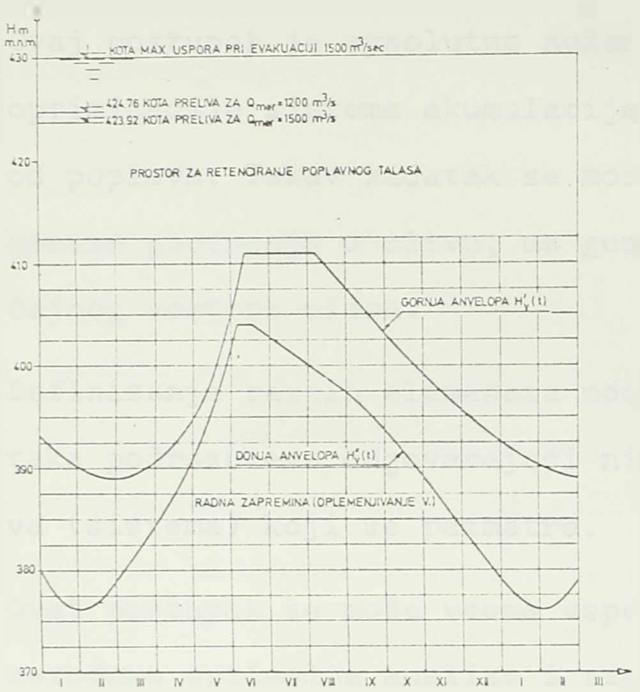
Digitalna simulacija omogućava da se ispita uticaj apriorne informacije i prognoze ulaza na izbor upravljanja i optimalnih parametara sistema. U slučaju ovakve akumulacije blagovremena prognoza omogućava raniju i efikasniju upravljačku akciju - predpražnjenje akumulacije, čime se povećava efektivnost sistema. Na sl. 1.16 prikazane su efektivnosti jedne varijante akumulacije za četiri režima rada temeljnog evakuatora: kada ne postoji prognoza, tako da otvaranje ispusta fleksibilno prati ulazni talas (kriva 1), kada postoji prognoza koja omogućava predpražnjenje akumulacije od trenutka t = 0 (kriva 2), i kada je u skladu sa prognozom padavina moguće otpočeti predpražnjenje 10 i 20 h ranije. Uočava se da pravovremena prognoza i odgovarajuće upravljanje veoma značajno utiču na efektivnost ovakvog sistema.

Prikazanim postupkom digitalne simulacije vrlo uspešno se identifikuju parametri akumulacije (sistema) i vrši njihova optimizacija na bazi kriterijuma optimalne sinteze.

Ako se na tako usvojeni sistem primeni postupak optimalne analize dobija se dispečerski plan rada, koji ima karakter dugoročne upravljačke strategije. Na sl. 1.17 prikazan je dispečerski grafik dvonamenske akumulacije Kozjak, dobijen digitalnim simuliranjem i analizom definitivno usvojenog sistema, uz korišćenje dopunskih probabilističkih razmatranja vremena javljanja talasa velikih voda i sušnih perioda[3].

Generalna upravljačka strategija, dobijena rešavanjem zadatka optimalne analize, sastoji se u održavanju stanja akumulacije u zoni izmedju dve anvelope dispečerskog grafikona. Time se obezbedjuje željena verovatnoća ostvarivanja oba zadatka akumulacije: odbrane od poplava i korišćenja akumulacionog prostora. Medjutim, optimalno operativno upravljanje u fazi eksploatacije akumulacije ostvaruje se u skladu sa dugoročnim i kratkoročnim prognozama slučajnog vektora ulaza, čime se povećava efektivnost sistema. U ovom slučaju time bi se postiglo još uspešnije smanjivanje velikih i povećanje malih voda nizvodno od akumulacije.

Ovaj kratki prikaz mogućnosti rešavanja upravljačkih zadataka za sisteme akumulacija, primenom metode digitalne simulacije, možemo rezimirati sledećim zaključcima:



Dispečerski plan rada predložene dvonamonske akumulacije za usvojene parametre: $H_m = 430$ m.n.m, [illegible] $= 424.76$ (za $Q_{mer} = 1200$ m³/sec); $H_p = 423.92$ (za $Q_{mer} = 1500$ m³/s); $q_e^o = 200$ m³/sec; $H_{ze}^o = 405$ m.n.m; $B = 50$ m

Sl.1.17

- Metoda se veoma uspeno može primenjivati i za rešavanje zadataka optimalne analize i za optimalnu sintezu vodoprivrednih sistema sa akumulacijama. Njenim korišćenjem se u zadacima sinteze može odrediti optimalna alternativa i konfiguracija sistema, optimalni parametri sistema i optimalno upravljanje.

U fazi eksploatacije sistema akumulacija, model za digitalnu simulaciju sliva može se veoma uspešno koristiti za analizu i odabiranje optimalnog upravljanja. U tom slučaju postupak je sledeći: na bazi sakupljenih informacija sa sliva najpre se vrši estimacija slučajnog vektora hidrološkog ulaza, sa njime se variranjem upravljanja odredjuje optimalna upravljačka strategija čitavog sistema, ista se prenosi kao koordinacija upravljačkim jedinicama nižeg hijerarhiskog nivoa i realizuje u intervalu Δt, posle tog intervala se u skladu sa novim informacijama o ulazu, stanju u sistemu i izlazu vrši korekcija vektora ulaza i popravlja upravljanje u narednom periodu. Na taj način se, sukcesivnim korekcijama ulaznog vektora i upravljanja može ostvariti najpovoljnija upravljačka strategija u čitavom periodu korišćenja sistema.

- Ovaj postupak je apsolutno nužan pri rešavanju zadataka optimizacije sistema akumulacija koje služe i za odbranu od poplava. Takav zadatak se mora rešavati posredstvom modela geneze proticaja u slivu, uz generisanje padavina kao slučajnog vektora ulaza.
- Definisanje raznih elemenata modela putem fitovanja podataka podrazumeva odgovarajući nivo hidrološke izučenosti sliva (sistema) koji se razmatra.
- Ovaj postupak se može veoma uspešno kombinovati sa drugim metodama optimalne analize i sinteze.

2.2 SIMULACIJA RADA I SINTEZA AKUMULACIJE SA VIŠEGODIŠNJIM IZRAVNAVANJEM I DETERMINISANOM POTROŠNJOM

Iscrpljivanje vodnih resursa i sve oštriji problemi u vodosnabdevanju dovode do novih tendencija u korišćenju rečnih slivova: sve više se oseća potreba za akumulacijama sa višegodišnjim izravnavanjem, kojima se praktično u celosti iskorišćavaju vodni resursi čitavih manjih slivova. Ove akumulacije, locirane na manjim vodotocima, svojim velikim relativnim zapreminama (β često prelazi vrednost 1)* imaju zadatak da obezbede visoke probabilističke zahteve vodosnabdevanja.

Više autora je razmatralo problem dimenzionisanja ovakvih akumulacija. Pregled tih metoda, koje se ovde neće razmatrati, dat je u monografijama Pleškova [12], Čokina [13], u radu Kricki-Menkelja [14], itd. Već duže vremena su u upotrebi nomogrami Pleškova, kojima je definisana veza $\beta = \beta(\alpha, C_v, p)$. Kasnije su se tim radovima pridružili Svanidze i Reznikovskij [15], koji su prvi dali ideju o korišćenju metode

*) *Videti oznake na sledećoj strani*

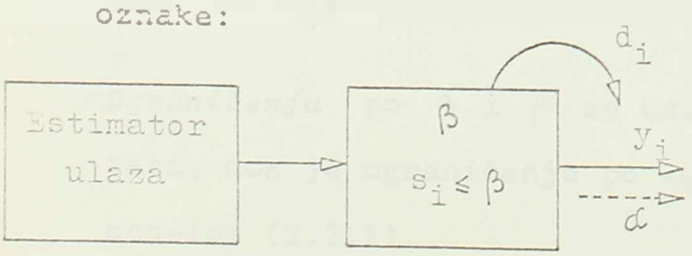
slučajnog izbora za analizu akumulacija sa višegodišnjim izravnavanjem.

Istražujući probleme vodosnabdevanja u nekim malovodnim reonima, sa velikim zahtevima u pogledu vodopotrošnje (sliv Timoka, sliv Vardara, Šumadija), autor ovog razmatranja je prihvatio ovu ideju i dalje je razvio, primenivši model za simuliranje godišnjih proticaja, kao ekstremni estimator, za ispitivanje uticaja statističkih i autokorelacionih karakteristika hidroloških nizova na parametre akumulacije sa višegodišnjim izravnavanjem.

Istraživanjem su razmatrana sledeća pitanja: i) kako se odražava pojava grupisanja sušnih i vodnih godina na veličinu potrebne zapremine za višegodišnje izravnavanje: ii) kakve veze postoje izmedju potrebne zapremine akumulacije β , relativne potrošnje α i zahtevane obezbedjenosti funkcionisanja p, s jedne strane, i statističkih osobina ulazne hidrološke serije, s druge strane.

Problem je rešavan digitalnom simulacijom rada ovakve akumulacije, uz eksternu estimaciju hidrološkog ulaza.

Sistem je definisan kao na sl. 2.2.1, a uvedene su sledeće oznake:



Slika 2.2.1

$x_i \equiv$ ulazni dotok (bezdimenzionalna modulna vrednost); $\alpha \equiv$ zahtevana relativna potrošnja $= P/\bar{Q}_v$

($P \equiv$ zahtevana količina vode, $\bar{Q}_v \equiv$ srednji višegodišnji dotok),

β = relativna zapremina = $W/\bar{Q}_v$ (W ≙ zapremina akumulacije), d_i ≙ preliv, s_i ≙ zalihe vode u akumulaciji na početku i-tog intervala i y_i ≙ isporučena voda (izlaz); $v_i = x_i + s_i$ raspoloživ resurs u i-tom periodu.

Za zahtevanu potrošnju α se podrazumeva da je konstantna, što je sasvim realna shema u slučaju akumulacija koje služe za razne vidove vodosnabdevanja (naselja, industrija).

Model se tada može izvesti iz opšte bilansne jednačine i gornjih uslova u vidu sistema jednačina:

a/ isporuka vode: $$y_i = \begin{cases} \alpha & , \text{pri } x_i + s_i \geq \alpha \\ x_i + s_i & , \text{pri } x_i + s_i < \alpha \end{cases}$$

b/ Prelivanje: $$d_i = \begin{cases} 0, & \text{ako je } x_i + s_i \leq \alpha + \beta \\ x_i + s_i - (\alpha + \beta), & \text{ako je } x_i + s_i > \alpha + \beta \end{cases} \quad (2.2.1)$$

c/ stanje akumulacije: $$s_{i+1} = \begin{cases} 0 & , \text{pri } x_i + s_i \leq \alpha \\ x_i + s_i - \alpha & , \text{pri } \alpha < x_i + s_i < \alpha + \beta \\ \beta & \text{pri } x_i + s_i \geq \alpha + \beta \end{cases}$$

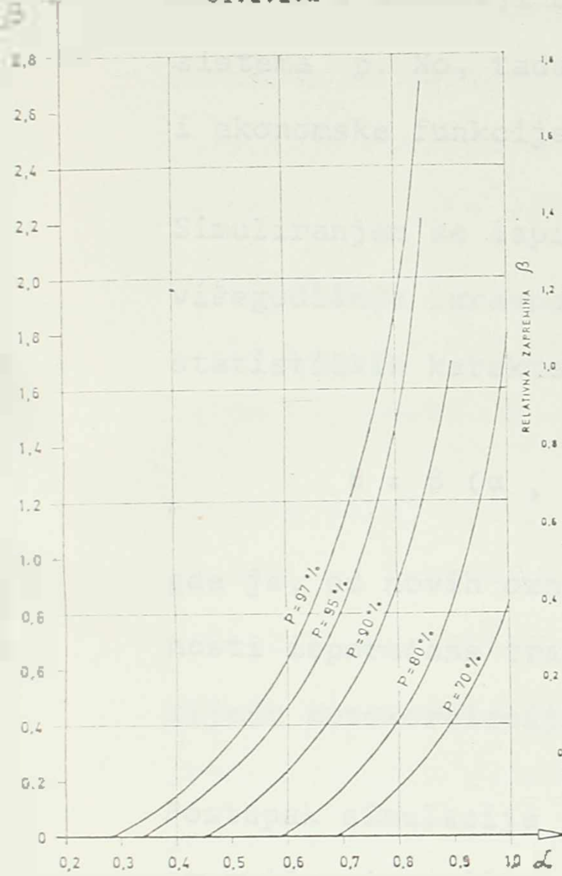
Interni estimator, kojim se simulira ulazna serija proticaja, dat je relacijom (2.3.1, I deo). Ulaz se simulira u vidu serije bezdimenzionalnih, modulnih vrednosti (svi proticaji se dele sa $\bar{Q}_v$).

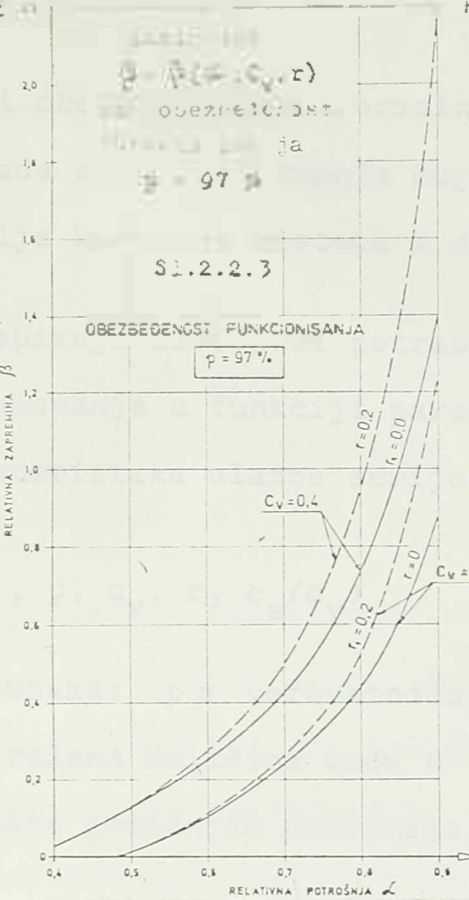
Ograničenja po α i β se uzimaju iz opsega koji se želi ispitati, dok je ograničenje po koordinati stanja već obuhvaćeno modelom (2.2.1).

Kriterijum za izbor dimenzije akumulacije uvodi se u sintezu tek u drugom delu zadatka, kada se na bazi uopštenih rezultata dobijenih simulacijom rada akumulacije, heurističkim putem

ZAVISNOST VIŠEGODIŠNJE RELATIVNE ZAPREMINE β=f(α, p) ZA KOEFICIJENT AUTOKORELACIJE r=0,5 KOEFICIJENT VARIJACIJE C_v=0,5 I ODNOS $C_s = 2\,C_v$

Sl.2.2.2

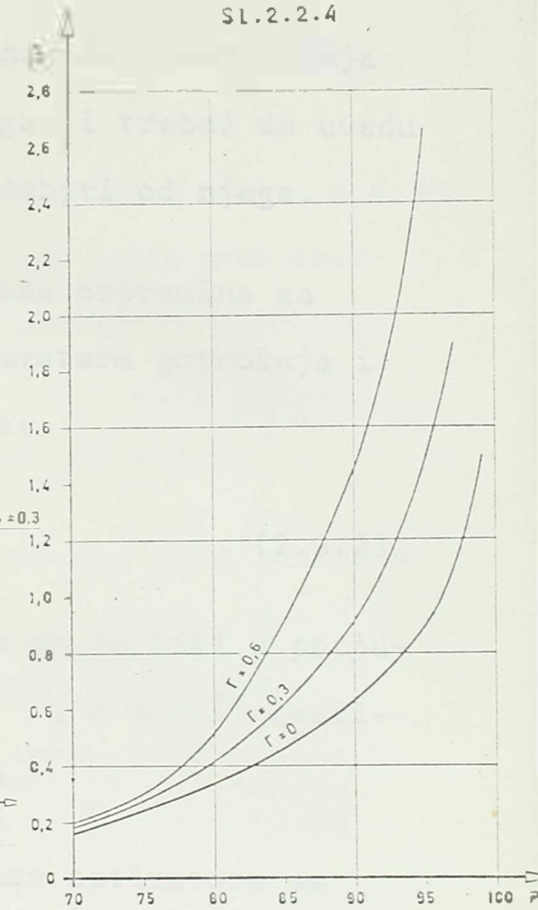




Sl.2.2.3

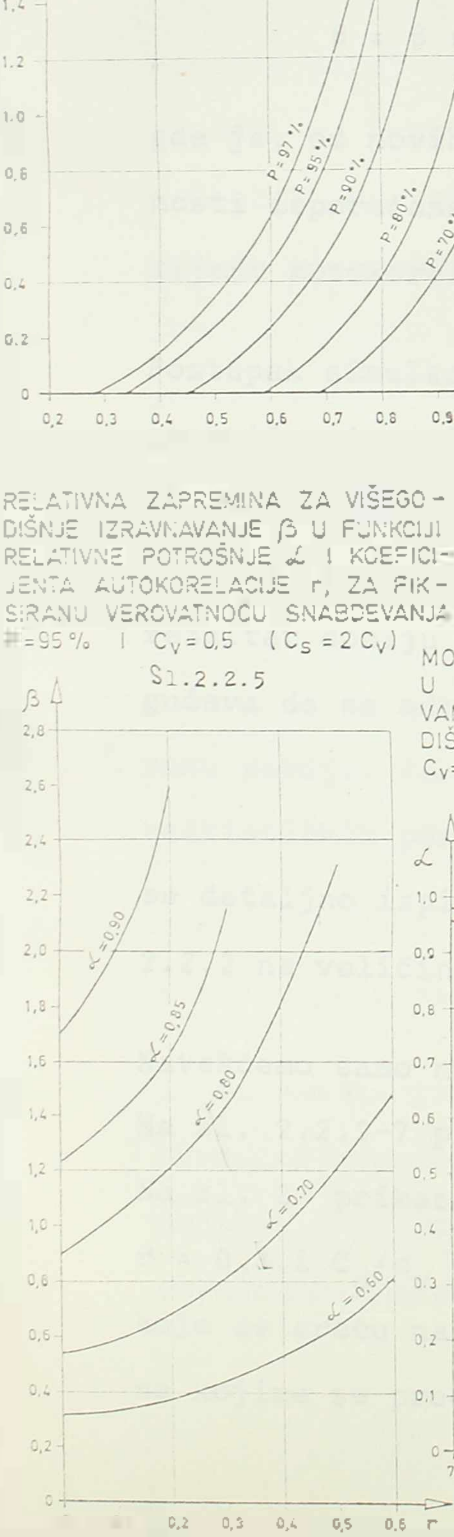
ZAVISNOST β = f(p, r) ZA FIKSIRANU POTROŠNJU α=0,8, C_v=0,5 I ODNOS C_s=2C_v

Sl.2.2.4



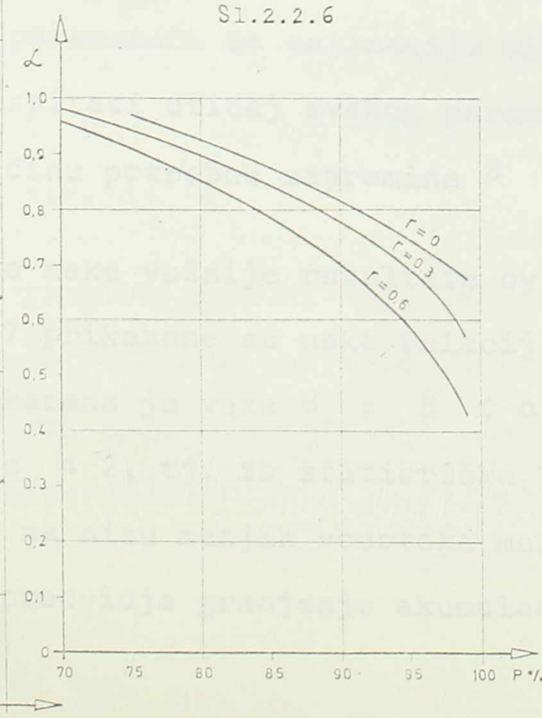
RELATIVNA ZAPREMINA ZA VIŠEGODIŠNJE IZRAVNAVANJE β U FUNKCIJI RELATIVNE POTROŠNJE α I KOEFICIJENTA AUTOKORELACIJE r, ZA FIKSIRANU VEROVATNOĆU SNABDEVANJA P=95 % I C_v=0,5 ($C_s = 2\,C_v$)

Sl.2.2.5



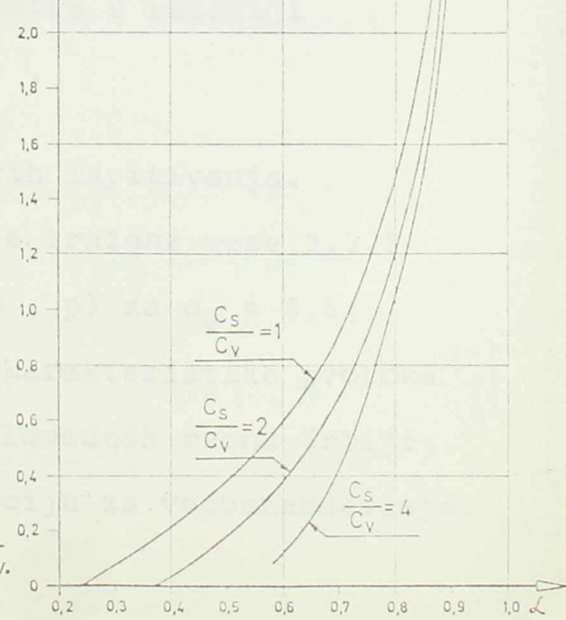
MOGUĆA RELATIVNA POTROŠNJA (α) U FUNKCIJI OBEZBEĐENOSTI SNABDEVANJA (p%) A ZA ZADATU VIŠEGODIŠNJU RELATIVNU ZAPREMINU β=0,8, C_v=0,5 I ODNOS $C_s = 2\,C_v$

Sl.2.2.6



ZAVISNOST RELATIVNE VIŠEGODIŠNJE ZAPREMINE β I RELATIVNE POTROŠNJE α OD ODNOSA C_s/C_v, ZA C_v=0,5, r=0,2 VEROVATNOĆU SNABDEVANJA P=95%

Sl.2.2.7



bira β u funkciji obezbedjenosti normalnog funkcionisanja sistema p. No, tada se u razmatranje mogu (i treba) da uvedu i ekonomske funkcije koštanja sistema i dobiti od njega.

Simuliranjem se ispituje zavisnost potrebne zapremine za višegodišnje izravnavanje u funkciji parametara potrošnje i statističkih karakteristika ulazne serije:

$$\beta = \beta\,(\alpha\ ,\ p,\ c_v,\ r,\ c_s/c_v) \qquad (2.2.2)$$

gde je, od novih oznaka: p ≙ verovatnoća da će biti u potpunosti isporučena tražena količina vode α , $r = r_1$ ≙ koeficijent autokorelacije godišnjih proticaja.

Postupak simulacije je sledeći: u eksternom estimatoru se generišu sintetičke serije za različito c_v, r, c_s/c_v
Za svaku dobijenu seriju rešavaju se bilanske jednačine (2.2.1), za jednu usvojenu kombinaciju α i β , te se kao rezultat dobiju isporučene vode, stanja i prelivanja. To omogućava da se odredi verovatnoća $p\,\{\,y = \alpha\}$ za svaku simuliranu seriju. Variranjem α i β , uz već pomenuto variranje statističkih parametara za estimaciju sintetičkih serija, može se detaljno ispitati uticaj svakog parametra u relaciji 2.2.2 na veličinu potrebne zapremine β .

Navešćemo samo neke važnije rezultate ovih ispitivanja. Na sl. 2.2.2-7 prikazane su neke relacije tražene veze 2.2.2 Na sl. 2 prikazana je veza $\beta = \beta\,(\alpha\ , p)$ za $c_v = 0{,}5$; $r = 0{,}3$ i $C_s/c_v = 2$, tj. za statističke karakteristike protoka koje se sreću na nizu manjih vodotoka malovodnih reona Srbije, na kojima se predvidja gradjenje akumulacija za vodosnabdevanje.

Zapaža se da se povećanje zahtevane obezbedjenosti (p) jako odražava na povećanje relativne zapremine β . Tako npr. povećanje obezbedjenosti p samo sa 80% na 90% (za α = 0,7) zahteva 2,5 puta veću zapreminu β . Za veće zahtevane obezbedjenosti situacija je još drastičnija: podizanje obezbedjenosti sa p = 90% na p = 97% (takodje za α = 0,7) zahteva da se zapremina β poveća sa β = 0,5 na β = 1.1.

Posebna pažnja je posvećena razmatranju uticaja autokorelacione veze na zapreminu β i obezbedjenost p. Na sl. 2.2.3 - 6 prikazani su uopšteni rezultati ove analize. Jasno pada u oči da bi zapostavljanje autokorelacione veze godišnjih proticaja (tj. zanemarivanje činjenice da se sušne i vodne godine nižu u seriji) dovodilo do poddimenzionisanja akumulacije za višegodišnje izravnanje. Ova su odstupanja utoliko veća ukoliko su vodni režimi neravnomerniji (C_v veće), autokorelacione veze čvršće (r veće) i ukoliko je tražena veća obezbedjenost bezredukcionog funkcionisanja akumulacije. Na sl. 2.2.6 je pokazano koliko je manja stvarna obezbedjenost funkcionisanja sistema u odnosu na onu koja se dobija kada se u račun ne uvede i autokorelaciona veza proticaja. Na sl. 2.2.7 prikazan je značaj pravilnog odredjivanja odnosa koeficijenta asimetrije i varijacije.

S obzirom na probabilistički karakter kriterijuma, izbor potrebne zapremine akumulacije za višegodišnje izravnanje može se izvršiti samo heurističkim razmatranjem simulacijom dobijenih i uopštenih rezultata. Na bazi dijagrama tipa kao na sl. 2.2.2 i 3 mogu se tabulisati razne prihvatljiva kombinacije parametara α, β i p (na sledećoj tabeli kao primer se navode samo neke kombinacije za akumulaciju "Krivelj" u slivu Timoka). Za svaku od njih mogu se uvesti i odgovarajući ekonomski pokazatelji, npr. $D(\alpha) \hat{=}$ dobit od isporučene vode, $T(\beta) \hat{=}$ troškovi akumulacije itd.

α	β	p%	$D(\alpha)$	$T(\beta)$
0,7	0,5	90	D_1	T_1
0,7	0,83	95	D_1	T_2
0,7	1,1	97	D_3	T_3
⋮				
0,8	1,9	97	D_4	T[illegible]

Ključni parametri akumulacije i potrošnje (β, α i p) usvajaju se tek posle svestranog razmatranja konkretnih vodoprivrednih, ekonomskih, socijalnih i drugih okolnosti u razmatranom području*. To, naravno, ne isključuje mogućnost naknadnog korišćenja nekih drugih optimizacionih metoda, egzaktnijim definisanjem nekog dodatnog ekonomskog kriterijuma, ali to već spada u grupu zadataka koji će u nastavku biti tretirani.

---

* *U izvesnim inženjerskim krugovima postoji zabluda da se rešenjem mora na kraju dobiti jedna kombinacija optimalnih traženih veličina.*

Pritom se, često, prenebregavaju probabilistički i drugi nemerljivi (npr. socijalni) aspekti koji se takodje moraju uzeti u obzir pri definitivnom usvajanju optimalnih veličina. Da bi se dobilo samo jedno optimalno rešenje ponekad se prave složene kombinacije kriterijumskih funkcija u kojima se subjektivno ponderišu pojedini elementi kriterijuma. Time se samo maskira suština i sva složenost problema kriterijuma. Zato autor ovog razmatranja insistira na sprezi: čovek - mašina - čovek.

..." Polazeći od nepokolebljivih stavova čovek uvek završava sa sumnjama, no, ako bi bio u stanju da otpočne sa sumnjama, na kraju bi istraživanjem došao do nekih čvrstih zaključaka".

(F. Bekon: Uspesi spoznaje)

1. OPTIMIZACIJA SISTEMA AKUMULACIJA PRIMENOM MATEMATIČKIH METODA

Na apstraktnom nivou optimalno upravljanje sistemom akumulacija definisano je trojkom (II.2.2.1). Matematički oblik i način prikazivanja relacija kojima se definiše pomenuta trojka bitno utiču na primenljivost i izbor metoda za rešavanje upravljačkih optimizacionih zadataka. Istaknimo samo suštinske probleme ovih razgraničavanja.

Analitičke ili numeričke metode? Za korišćenje analitičkih optimizacionih metoda neophodno je da sve relacije u modelu, kriterijumu i ograničenjima budu date u obliku funkcija, koje su bar jednom diferencijabilne. Klasične analitičke metode (diferencijalni i varijacioni račun) mogu se upotrebiti samo ukoliko ne postoje ograničenja, čime se opseg njihove upotrebljivosti jako sužava pri rešavanju zadataka optimalne sinteze i analize sistema akumulacija. Znači, postojanje ograničenja znatno otežava analitičko rešavanje optimizacionih zadataka. Nasuprot, kod numeričkih metoda, ograničenja kojima se sužavaju dopustivi skupovi upravljačkih koordinata i koordinata stanja znatno olakšavaju upravljački zadatak, te je primena ovih metoda utoliko efikasnija ukoliko su ove oblasti ograničenije.

O (ne) linearnosti. Najvažnija osobina sistema, koja relevantno utiče na izbor metode za rešavanje optimizacionog zadatka je osobina linearnosti, odnosno nelinearnosti. Ukoliko su sve relacije u modelu, kriterijumu i ograničenjima linearne, ili se mogu sa dovoljno tačnom aproksimacijom linearizovati, optimizacioni zadatak za sistem akumulacije se može veoma uspešno rešavati primenom neke od metoda linearnog programiranja. Nasuprot, ukoliko je nelinearna bilo koja od relacija kojima se definiše trojka optimalnog upravljanja, onda se za rešavanje takvog optimizacionog zadatka mora upotrebiti neka od metoda primenljivih za nelinearne sisteme. Jasno je da je primenljivost metoda za nelinearne sisteme šira: linearni zadaci se mogu po potrebi rešavati i nelinearnim metodama, dok je obratno moguće samo uz odgovarajuću linearnu aproksimaciju.

Uticaj neizvesnosti u modelu. Zadaci optimalne analize i sinteze akumulacionih basena su po pravilu stohastički, jer sadrže razne slučajne ili neodredjene parametre u trojki kojim se definiše optimalno upravljanje. Samo se manji broj problema može dovoljno tačno aproksimirati na postavkama determinističkih koncepcija.

Teskoće koje se javljaju zbog tih neodredjenosti prevazilaze se na razne načine, pri čemu se generalno razlikuju sledeći pristupi.

1. U slučaju čisto stohastičkih sistema (stohastičkih sistema sa punom informacijom, po terminologiji (Fel'dbauma [1]) rešenje upravljačkih zadataka može se zasnovati na

funkcijama raspodele, ili na bar prva dva momenta svih slučajnih veličina;

2. Slučajni elementi se zamenjuju tz. pesimističkim ocenama;
3. Jednoetapni zadaci upravljanja zamenjuju se višeetapnim zadacima, tako da se u narednim etapama kompenziraju posledice nedovoljnog poznavanja slučajnih parametara u prethodnim etapama.
4. Kombinuju se deterministički i probabilistički elementi u okviru jednog istog zadatka.

Uopštavajući ove pristupe, načine rešavanja zadataka stohastičke optimizacije možemo svrstati u dve grupe metoda: eksplicitni i implicitni stohastički upravljački zadaci.

Eksplicitni stohastički zadaci za sisteme akumulacija zasnivaju se na sledećoj koncepciji: umesto slučajnih serija proticaja i potrošnje koriste se odgovarajuće raspodele verovatnoće, te se kao rezultat dobija optimalna bajesovska strategija upravljanja, randomizirana ili nerandomizirana (detaljnije [32]). Ima dosta problema pri rešavanju ovih zadataka, ali su dve teškoće dominantne: 1) algoritam se eksponencijalno širi i numerički veoma otežava sa porastom broja rezervoara koji se analiziraju; 2) s obzirom na markovske osobine ulaza javlja se niz funkcija uslovnih verovatnoća, čije je definisanje često skopčano sa nizom teškoća.

Da bi se rešili upravljački zadaci i za sisteme rezervoara, autor ovoga rada je iskoristio ideju Young-a [11] za kombinovanu optimizaciju za jedan rezervoar, te je razradio koncepciju optimizacije sistema akumulacija primenom tz. implicitnog stohastičkog pristupa.

Implicitni stohastički zadaci, razvijeni u okviru ovog rada, sadrže sledeće faze:

a/ stohastička analiza svih slučajnih varijabli koje se javljaju u zadatku i utvrdjivanje njihovih medjusobnih korelacionih veza;

b/ Generisanje skupa slučajnih vektorskih funkcija za sve ulazne varijable, primenom metode Monte Karlo;

c/ Deterministička optimizacija za svaku ulaznu sličajnu vektorsku funkciju primenom nekog od linearnih ili nelinearnih optimizacionih modela. Ovim postupkom se, u stvari, svaka ulazna vektor funkcija preslikava u odgovarajuće vektorske funkcije stanja i izlaza;

d/ Multivarijantna, regresiona analiza skupa vektorskih funkcija ulaza, stanja i izlaza, sa ciljem da se dobiju probabilističke uopštene zavisnosti, sa kojima se, uvodjenjem i kriterijuma obezbedjenosti funkcionisanja, heurističkim putem odredjuju optimalni parametri sistema.

Prednost implicitnog stohastičkog pristupa u odnosu na eksplicitni je u tome što se pored optimalnih parametara sistema dobija jasna dinamička slika o upravljačkim odlukama za svaki od generisanih ulaza, uključiv tu i veoma interesantne kritične hidrološke periode.

Uticaj načina sakupljanja informacija. Podelom ad. D (str. 216) izvršena je sistematizacija upravljačkih zadataka prema nivou informisanosti i načinu sakupljanja dodatnih informacija u procesu upravljanja. Nažalost, kod vodoprivrednih sistema retko srećemo zadatke sa potpunom informacijom, te u principu ne možemo koristiti prednosti koje ovakvi sistemi pružaju. Kao sistemi sa nepotpunim informacijama, vodoprivredni sistemi mogu biti dvojako organizovani:

- Ukoliko se informacije koje se dobijaju od bloka "osmatranje" neposredno koriste, bez prethodne estimacije, takvi sistemi se tretiraju kao sistemi sa pasivnim (nezavisnim) sakupljanjem informacija.

- Ukoliko se, pak, strategija upravljanja donosi u skladu sa informacijama koja se prethodno uvećavaju estimacijom podataka osmatranja, imamo slučaj sa aktivnim sakupljanjem informacija u procesu upravljanja.

Ovaj pristup se bitno odražava na strukturu i kvalitet optimizacionog zadatka. Prvi slučaj je jednostavniji, ali je i ostvareni kvalitet upravljanja lošiji. Drugi zadatak je složeniji, jer pored modela sistema moramo organizovati i nov blok za generisanja dodatnih informacija na bazi rezultata osmatranja. Ovaj blok, formiran van modela* (to je pogodnije u slučaju sistema akumulacija) nazivaćemo eksterni estimator.

----

* *Estimator se formira van modela sistema prevashodno zbog svoje vlastite složenosti. Poznato je koliko su hidrološke prognoze složen zadatak, skopčan sa obradom i korelacijom mnoštva ulaznih geofizičkih parametara. Ovaj zadatak iziskuje posebne modele, dosta često promenljive. Zbog toga se iz numeričkih razloga estimator ulaza mora da odvoji od modela upravljanja, jer bi ga u protivnom praktično "prigušio" i onemogućio. Ovo razdvajanje modela sistema i estimatora ne utiče na tačnost rešenja optimizacionog zadatka.*

kada otežava optimizacioni proračun, sistem sa eksternim estimatorom znatno popravlja kvalitet ostvarenog optimalnog upravljanja, te će se u principu uvek koristiti u zadacima optimalne analize i sinteze. U glavi 3.5 biće detaljnije rasmotren uticaj apriorne informacije na strukturu optimizacionih zadataka i kvalitet ostvarenog upravljanja.

Diskretizacija zadatka. S obzirom na način definisanja svih funkcija i parametara, zadaci optimizacije sistema akumulacija radiće se po pravilu u diskretizovanom vidu.

3.0 OPŠTI ZADATAK OPTIMALNE SINTEZE SISTEMA AKUMULACIJA

U cilju generalizacije problema rešavanja optimizacionih zadataka za sisteme akumulacija, definišimo matematički problem optimalne sinteze ovakvih sistema. U vodoprivrednom smislu, to je zadatak dimenzionisanja nefiksiranih parametara sistema (zapremine akumulacija, radnih kapaciteta sistema itd.), i odredjivanja optimalne konfiguracije sistema.

Neka je stanje sistema akumulacija definisano n - dimenzionalnim vektorom stanja

$$S(t)=\begin{bmatrix} S_1(t) \\ S_2(t) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ S_n(t) \end{bmatrix} \qquad (3.0.1)$$

S obzirom da se radi o zadatku optimalne sinteze (dimenzionisanje sistema) upravljačke varijabile podelićemo na dve grupe: upravljačke funkcije u (t) i upravljačke parametre A. Definišimo ih u opštem slučaju m i r dimenzionalnim vektorima

$$u(t)=\begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ . \\ . \\ . \\ u_m(t) \end{bmatrix} \quad (3.0.2) \qquad A = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ . \\ . \\ . \\ a_r \end{bmatrix} \quad (3.0.3)$$

Tada se sistem akumulacija, tretiran kao dinamički sistem sa povratnom spregom, može definisati sistemom jednačina stanja datih u vektorskom obliku

$$\frac{ds}{dt} = f(x, s, u, A, t) \qquad (3.04)$$

gde je $f = (f_1, f_2, \ldots, f_n)^T$ vektor - funkcija (sa T je označena operacija transportovanja).

Ciljna funkcija za rešavanje ovog optimizacionog zadatka može se tada definisati u opštem obliku

$$J = \int_{t_o}^{t_k} g\,(x, s, u, A, t)dt + \varphi\left[s(t_k), A, t_k\right] \qquad (3.05)$$

gde su: g i φ skalarne funkcije, a t_o i t_k su početni i krajnji trenutak upravljanja.

Ograničenja mogu biti postavljena i na koordinate stanja $s \in S$, i upravljanja $u \in U$, ili na funkcije i funkcionalne koordinate.

U opštem slučaju ograničenja se mogu postaviti na funkcionale tipa

$$L_k \left[x(t),\ s(t),\ u(t),\ A\right] \leq \Pi_k\ (L) \quad (k=1, \ldots, p) \qquad (3.06)$$

Ova ograničenja se mogu definisati u vidu

$$\int_{t_o}^{t_k} L\left[x\ (t),\ s(t),\ u(t),\ A\right] dt \ + \ K\left[s(t_k),\ A,\ t_k\right] = 0 \qquad (3.07')$$

$$H\left[x\ (t),\ s\ (t),\ u\ (t),\ A\right] \leq 0 \qquad (3.07")$$

gde su: H, K i L neke skalarne ili vektorske funkcije.

Tada se problem optimalne sinteze sistema akumulacija može definisati na sledeći način: Potrebno je odrediti upravljanje $u\ (t),\ t \in \left[t_o,\ t_k\right]$ i parametre sistema A tako da se maksimizira ciljna funkcija (3.05), s obzirom na sistem jednačina (3.04) i ograničenja (3.07' - 7").

Ovaj zadatak se u nekim manje složenim sistemima može i analitički rešavati, ali je mnogo primenljiviji i univerzalniji numerički prilaz. U tom cilju se kontinualni problem diskretizuje uvodjenjem diferentne aproksimacije.

Vremenski interval upravljanja $[t_o,\ t_k]$ deli se na N intervala dužine Δt. Time se uvodi predpostavka da je upravljanje $u\ (i)$ $i = 0,1,\ldots,\ N-1$ konstantno u i-tom intervalu, dok se stanje $s(i)$ vezuje za početak i-tog intervala (stepena, koraka) upravljanja.

U tom slučaju jednačine (3.01 i 2) dobijaju diskretni oblik

$$s(i) = \begin{bmatrix} s_1(i) \\ s_2(i) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ s_n(i) \end{bmatrix} \quad ...(3.02'); \qquad u(i) = \begin{bmatrix} u_1(i) \\ u_2(i) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ u_m(i) \end{bmatrix} \quad (3.03')$$

Za jednu realizaciju ulazne funkcije jednačina stanja u diskretnom obliku svodi se na oblik

$$s(i+1) = s(i) + f\left[s(i), u(i), A, t_i\right]\Delta t \qquad (3.08)$$

odnosno

$$s(i+1) = F\left[s(i), u(i), A', i\right]; \quad i = 0,1,\ldots,M-1 \quad (3.09)$$

gde je:

$F = (F_1, F_2, \ldots, F_n)^T$ = n - dimenzionalna vektor funkcija.

U tom slučaju ciljna funkcija i ograničenja dobijaju oblik

$$J = \sum_{i=o}^{M-1} g\left[s(i), u(i), A, i\right] + \varphi\left[s(M), A, M\right] \qquad (3.09)$$

$$\sum_{i=o}^{M-1} L\left[s(i), u(i), A\right] + K\left[s(M), A, M\right] = 0 \qquad (3.0.11)$$

$$H\left[s(i), u(i), A\right] \leq 0 \qquad (3.0.12)$$

Na ovaj način, u diskretizovanom vidu, problem optimalne sinteze sistema akumulacionih basena, svodi se na odredjivanje niza upravljanja $u(i)$, $i = 0,1,\ldots, M-1$ i upravljivih parametara A sistema (zapremine akumulacija, instalisani kapacitet itd.) za koje ciljna funkcija 3.0.10 dostiže maksimum, s obzirom na jednačine stanja (3.0.9) i ograničenja (3.0.11 i 12).

Ovom diskretizacijom je ovaj u suštini kontinualni sistem prikazan kao sistem sa višestepenim odlučivanjem (višestepeni sistem), na koji se mogu primeniti metode numeričke optimizacije.

Za upravljanje u periodu od 0 do r uvedimo oznaku u^r, a za upravljanje od k-tog stepena uvedimo oznaku $u^{k,r}$, tj.

$$u\left[k,r\right] \equiv u^{k,r} = \left[u(k),\ u(k+1),\ldots,\ u(r-1),\ u(r)\right]$$

Početno stanje sistema $s(o)$, jedna kombinacija parametara A' sistema i niz upravljanja $u^{M-1} \equiv u\left[0,M-1\right]$ jednoznacno odredjuju, preko sistema jednačina (3.0.9) i uz zadata ograničenja (3.0.11 i 12) trajektoriju sistema

$$s^M = s\left[0,M\right] = \left[s(o),\ s(1),\ s(r),\ldots\ldots,\ s(M)\right]$$

Ovo omogućava da se ciljna funkcija može izraziti kao funkcija od $s(o)$, A i u^{M-1}, tj.

$$J = J\left\{s(o),\ u^{M-1},\ A\right\} \qquad (3.0.13)$$

Shodno već definisanom zadatku optimalne sinteze treba odrediti vektore A i u^{M-1}, tako da se, poštujuci ograničenja, dobije ekstremna vrednost kriterijuma J, tj.

$$\max_{\{A,\ u^{M-1}\}} J\ \{s(o),\ u^{M-1},\ A\} \tag{3.0.14}$$

U narednom delu bavićemo se problemima rešavanja ovako postavljenog zadatka optimalne sinteze sistema akumulacija.

Ograničenja u vidu nejednačina (3.0.12) lako se zadovoljavaju u svim numeričkim zadacima. Veće teškoće stvaraju ograničenja tipa (3.0.11). Ukoliko su zadata ograničenja i u takvom vidu, možemo ih primenom Lagranžeovih multiplikatora uključiti neposredno u ciljnu funkciju, čime se ista modifikuje u oblik

$$J_L = [s(M),\ A,\ M] + \lambda^T K\ [s(M),\ A,\ M] +$$

$$+ \sum_{i=o}^{M-1} \{g\ [s(i),\ u(i),\ A, i] + \lambda\ L\ [s(i),\ u(i),\ A]\} \tag{3.0.15}$$

gde je λ = Lagranžeov multiplikator (skalar ili vektor). No, pošto su ograničenja u zadacima sinteze sistema akumulacija najčešće zadata preko dopustivih skupova koordinata stanja i upravljanja, izbegava se ova mala numerička smetnja.

3.1 OPTIMIZACIJA SISTEMA AKUMULACIJA ZA KOJE JE MOGUĆA LINEARIZACIJA UPRAVLJAČKOG ZADATKA

U opštem slučaju složeni vodoprivredni sistemi sa akumulacijama nisu linearni, delom zbog relacija kojima se definišu model, a najvećim delom zbog nelinearnog oblika ekonomskih funkcija koje ulaze u kriterijum upravljanja. Ograničenja po koordinatama stanja i upravljanja su uglavnom linearna.

Medjutim, i pored ove opšte nelinearnosti ovih sistema, čitav niz klasa optimizacionih zadataka se može uspešno rešavati primenom metoda linearnog programiranja, ukoliko su zadovoljeni sledeći uslovi:

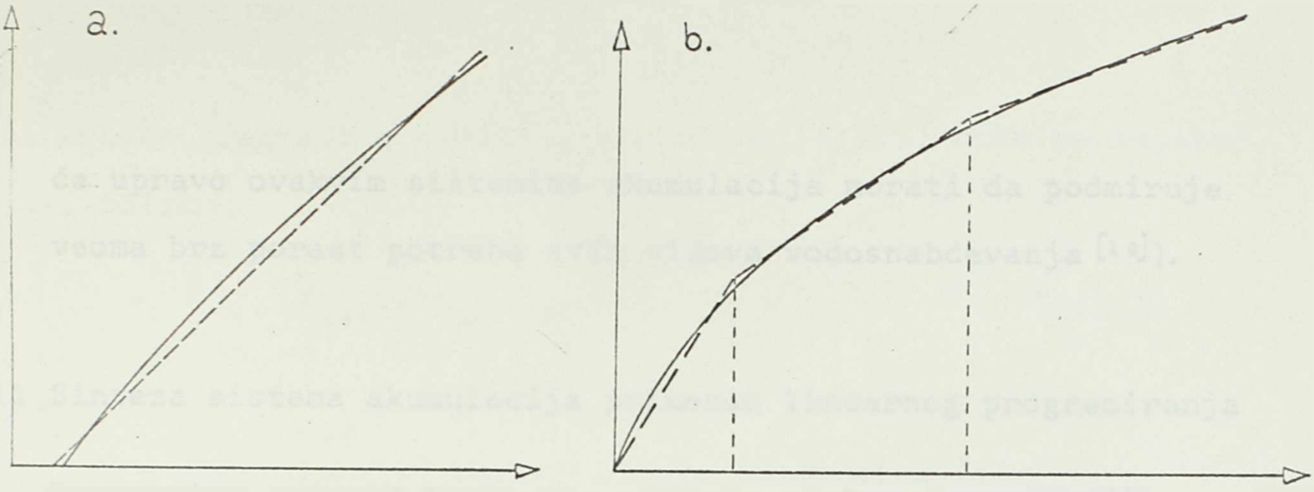
a/ da je model sistema bez nelinearnih funkcija,

b/ da su ekonomske funkcije koje ulaze u kriterijum upravljanja ili linearne, ili je moguća njihova linearna aproksimacija.

Oba ova uslova se mogu zadovoljiti u dve velike klase zadataka:

a/ U zadacima optimalne analize i sinteze sistema akumulacija bez hidroelektrana, kod kojih se ekonomska efektivnost odredjuje na osnovu jediničnog koštanja (cena) isporučene vode ili gubitaka koji nastupaju zbog neisporučene (a zahtevane) vode;

b/ U zadacima optimalne analize i sinteze sistema akumulacija bez hidroelektrana kod kojih se sve ekonomske funkcije koje ulaze u kriterijum mogu linearizovati: 2a) u celosti; 2b) po segmentima (vid. skicu).



U zadacima 1) i 2a) mogu se primeniti standardne metode linearnog programiranja, dok se za klasu zadataka 2b) uspešno primenjuje segmentno linearno programiranje.

Gornja uslovljenost da se linearno programiranje može primeniti kod sistema akumulacija bez hidroelektrana posledica je dve činjenice:

- Modeli za raspodelu vodnog resursa na razne vodopotrošače (bez hidroelektrana) su linearni i dati su opštom bilansnom relacijom:

$$V_{m+1} = V_m + Q_m - \sum_{i=1}^{K} q_{i,m}$$

- Ukoliko se kao korisnik akumulacije pojavi i HE onda se model mora proširiti i energetskom relacijom tipa

$$E_m = C_1 * q_m \cdot \bar{H}_m$$

koja je nelinearna, jer predstavlja proizvod upravljačke koordinate ($q_m \triangleq$ protok vode kroz turbine) i koordinate stanja ($H_m = H(V_m, V_{m+1}) \triangleq$ stanje u akumulaciji).

Kao što se vidi, linearno programiranje se može uspešno primeniti za dosta široku klasu zadataka optimizacije sistema akumulacija koje služe za razne vidove vodosnabdevanja i popravljanja režima vode. (Jugoslavija ulazi u period kada će upravo ovakvim sistemima akumulacija morati da podmiruje veoma brz porast potreba svih vidova vodosnabdevanja [1]).

3.1.1 Sinteza sistema akumulacija primenom linearnog programiranja

Razmotrimo zadatak optimalne sinteze sistema akumulacija za razne vidove vodosnabdevanja i navodnjavanja, definisanog polaznom konfiguracijom podsistema za akumulisanje vode, podsistemom potrošača, podsistemom za transport i podsistemom za zaštitu kvaliteta vode (sistem se može proširiti i podsistemom za odbranu od voda, ali se taj deo zadatka rešava metodama koje će kasnije biti razmatrane). Zadatak optimalne sinteze je: naći optimalne parametre sistema i optimalna upravljanja kojima se slučajni vektor ulaza preslikava u zahtevani izlaz, tako da se zadovolji kriterijum optimalne sinteze. U vodoprivrednom smislu, rešenjem zadatka se određuje optimalno dimenzionisan sistem akumulacija.

Za ovako formulisan zadatak bazu modela sistema čini jednačina stanja sistema, koja se može napisati u opštem diskretizovanom vektorskom obliku

$$s_{m+1} = A * s_m + B*x_m - C * u_m \qquad (3.1.1)$$

Ovde su: s_m, x_m i u_m $\hat{=}$ vektor stanja, slučajni vektor ulaza i vektor upravljanja, dok su A, B i C matrice sistema, stohastičkog ulaza i upravljanja.

Ukoliko stanje sistema označimo sa V $\hat{=}$ zapremina u akumulaciji, a predpostavimo da su zadati slučajni vektori ulaza na svakom pregradnom profilu, jednačina (3.1.1) može se napisati u obliku

$$V_{m+1} = V_m + Q_m - C * c_m \qquad (3.1.2)$$

gde je:

$V_m \hat{=} R$ - dimenzionalni vektor stanja (zapremina vode) na početku m-tog intervala vremena. (U polaznoj konfiguraciji figuriše R akumulacija);

$Q_m \hat{=} R$ - dimenzionalni slučajni vektor ulaza, kojim se definiše prirodni dotok vode u akumulacione basene u m - tom intervalu.

$c_m \hat{=} K$ - dimenzionalni vektor upravljanja, kojim se prikazuju količine vode koje su isporučene pojedinim direktnim potrošačima ili su namenski ispuštene iz akumulacije za nizvodne vodoprivredne potrebe.

$C \hat{=} R * K$ - matrica upravljanja, sastavljena od elemenata o,1 i - 1. Element c_{ij} matrice C ima vrednost o kada ne postoji j-ti izlaz (odnosno dirigovani ulaz) iz i-te akumulacije, $c_{ij} = 1$ kada postoji j-ti izlaz, a $c_{ij} = -1$ kada se u akumulaciju prebacuje voda kojom se upravlja (slučaj pumpanja vode u akumulaciju).

Ova jednačina stanja preglednije se može napisati u obliku:

$$\begin{vmatrix} V^1_{m+1} \\ V^2_{m+1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ V^R_{m+1} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} V^1_m \\ V^2_m \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ V^R_m \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} Q^1_m \\ Q^2_m \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ Q^R_m \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1K} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2K} \\ \cdot & & & \\ \cdot & & & \\ \cdot & & & \\ c_{R1} & c_{R2} & \cdots & c_{RK} \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} q^1_m \\ q^2_m \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ q^K_m \end{vmatrix} \qquad (3.1.3)$$

Da bi se optimizacioni zadatak učinio što opštijim, predpostavljeno je da postoje dve kategorije potrošača: 1) direktni, koji zahvataju vodu neposredno iz jezera, da bi iskoristili i pritisak ostvaren usporom, i 2) nizvodni, za koje se voda namenski ispušta iz akumulacija,te je oni zahvataju na nizvodnim vodozahvatima (Sl. 3.1). Zbog toga se i upravljačka koordinata q razbija na dve komponente: direktnu isporuku (q') i isporuku nizvodnim potrošačima (q''). Zato skalarni oblik jednačine stanja za i-tu akumulaciju dobija oblik

$$V_{i,m+1} = V_{i,m} + Q_{i,m} - \delta_i \; q'_{i,m} - q''_{i,m} \qquad (3.1.4)$$

$$(i = 1,\ldots, R; \;\; m = 1,\ldots, M$$

gde je δ_i operator:δ = 1 ukoliko akumulacija i ima direktne potrošače, δ = o ukoliko akumulacija snabdeva samo nizvodne korisnike.

Ukoliko se kao kriterijum optimizacija usvoji minimizacija troškova i šteta, zadatak se može formulisati: odrediti optimalne korisne zapremine akumulacija predvidjenih polaznom konfiguracijom sistema, tako da se uz optimalno upravljanje postigne zahtevana funkcionalnost sistema, pri čemu se minimiziraju troškovi sistema i gubici koji nastupaju usled eventualno neisporučenih (a traženih) količina vode pojedinim potrošačima. Matematička formulacija ovog kriterijuma svodi se na

$$\min_{\{W_i, q_{i,j,m}\}} \sum_{i=1}^{R} \{ \sum_{m=1}^{M} \sum_{j=1}^{H_i} T_1(d_{i,j,m}; m) + T_2(W_i) + \quad T_3(q_{z,m}; m)\} \quad (3.1.5)$$

gde je:

$W_i \triangleq$ korisna zapremina i-te akumulacije;

$T_1\ (d_{i,j,m}) \triangleq$ gubici (štete) u funkciji neisporučene (a tražene) količine vode direktnih i indirektnih potrošača i-te akumulacije, u m-tom intervalu vremena;

$d_{i,j,m} = p_{i,j,m} - q_{i,j,m}$

$T_2\ (W_i) \triangleq$ troškovi akumulacije u funkciji njene zapremine;

$T_3\ (q_{z,m}) \triangleq$ gubici koje pretrpi u m-tom intervalu vremena zajednički korisnik, podmirivan čitavim sistemom akumulacija, u funkciji isporučene količine vode $q_{z,m}$ (zajednički korisnik traži količinu vode $p_{z,m}$);

$p_{i,j,m} \triangleq$ zahtevana količina vode od j-tog korisnika, i-te akumulacije u m-tom intervalu vremena;

$H_i \triangleq$ broj korisnika (direktnih i indirektnih) koje podmiruje samo i-ta akumulacija.

Ograničenja na koordinate stanja i upravljanja data su sledećim relacijama

$$p_{i,j,m}^{min} \leqslant q_{i,j,m} \leqslant p_{i,j,m} \qquad (3.1.6')$$

$$p_{z,m}^{min} \leqslant q_{z,m} \leqslant p_{z,m} \qquad (3.1.6'')$$

Ova ograničenja označavaju da isporučena količina vode za potrošače koje podmiruje i-ta akumulacija, i za zajedničkog potrošača koga podmiruje sistem, ne može biti veća od tražene količine, ni manja od nekog zahtevanog minimuma koji se mora uvek isporučiti ($p_{i,j,m}^{min}$ i $p_{z,m}^{min}$)

Ograničenje po zapremini akumulacije dato je nejednačinom

$$0 \leqslant W_i \leqslant W_i^{max} \qquad (3.1.7$$

i posledica je vodoprivrednih, konstruktivnih i drugih ograničenja.

Iz njega sledi i ograničenje po zapremini vode u m-tom intervalu

$$V_{i,m}^{min} \leqslant V_{i,m} \leqslant W_i \qquad (3.1.8$$

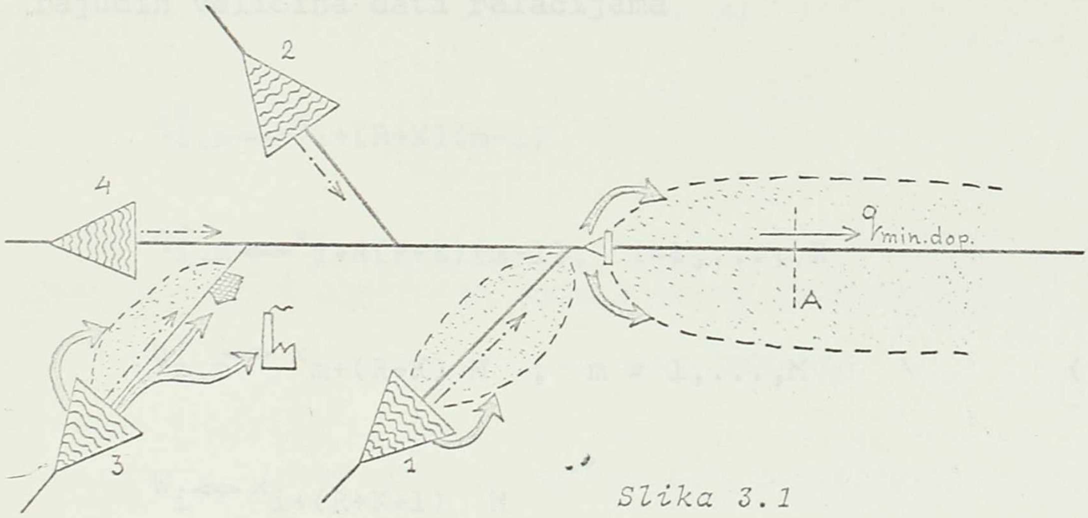
gde je:

$V_{i,m}^{min}$ = zapremina koja se eventualno zahteva da bude raspoloživa u m-tom intervalu vremena u i-toj akumulaciji. I dok se ovo ograničenje na donju stranu ne mora zadati, ograničenje po zapremini na kraju perioda optimizacije se veoma često postavlja, te se izdvaja u obliku

$$W_i \geqslant V_{i,M} \geqslant V_i^{kraj} \qquad (3.1.8')$$

Najzad, zadaje se i ograničenje o minimalnom dopustivom proticaju u vodotoku (na raznim kontrolnim profilima) kojim se uslovljava da protok u reci ne spadne ispod nekog zadatog minimuma posle svih zahvatanja vode iz vodotoka.

Da bi se ilustrovao način rešavanja ovog optimizacionog zadatka razmatran je jedan hipotetičan sistem akumulacija za vodosnabdevanje, čija je početna konfiguracija data na sl.3.1.



Slika 3.1

Da bi ostali na nivou opšteg modela pisaćemo i dalje da sistem ima R-akumulacija, od kojih K ima po jednog direktnog korisnika (model sa principijelno ne menja kada je broj direktnih korisnika jedne akumulacije i veći, samo se povećava dimenzionalnost zadatka). Svi opšti izrazi koji ulaze u trojku kojim se definiše optimalno upravljanje ostaju i dalje u važnosti, samo se ograničenje o minimalno dopustivom protoku u kontrolnom profilu A može pisati u obliku

$$q_{sl} + \sum_{i=1}^{\bar{K}} q''_{i,m} = P_{z,m} + q^{A}_{min} \qquad (31.19$$

gde je: $q_{sl} \triangleq$ dotok sa medjusliva, $q^{A}_{min} \triangleq$ minimalno dopustiv proticaj u profilu A.

Linearizacijom ekonomskih funkcija T_1, T_2 i T_3 koje ulaze u kriterijum, postavljeni zadatak optimalne sinteze - odredjivanje optimalnih korisnih zapremina i optimalne operativne politike - može se rešiti linearnim programiranjem.

Sve upravljačke koordinate (W_i, $q_{i,m}$) označimo zajedničkim simbolom X (vektor), tako da je medjusobna veza odgovarajućih veličina data relacijama

$$q^{H}_{i,m} \Leftrightarrow x_{i+(R+K)(m-1)}$$

$$q'_{i,m} \Leftrightarrow x_{i+R(R+K)(m-1)}, \quad i=1,\dots,R$$

$$q_{z,m} \Leftrightarrow x_{m+(R+K)M} \quad ; \quad m = 1,\dots,M \tag{3.1.10}$$

$$W_i \Leftrightarrow x_{i+(R+K+1)M}$$

Na osnovu jednačine (3.1.4), ograničenja (3.1.6' - 9) i smene (3.1.10) dobija se sledeći sistem linearnih nejednačina

$$p^{min}_{i,m} \leqslant x_{i+(R+K)(m-1)} \leqslant p_{i,m}$$

$$p^{min}_{z,m} \leqslant x_{m+(R+K)M} \leqslant p_{z,m} \tag{3.1.11}$$

$$o \leqslant x_{i+(R+K+1)M} \leqslant w^{max}_{i}$$

$$\sum_{j=1}^{m} x_{i+(R+K)(j-1)} + \delta_i \sum_{j=1}^{m} x_{i+R+(R+K)(j-1)} - \alpha_i \, x_{i+(R+K+1)M} \leqslant \sum_{j=1}^{m} Q_{i,j}$$

$$\beta_i \; x_{i+(R+K+1)M} + \sum_{j=1}^{m} x_{i+(R+K)(j-1)} + \delta \sum_{j=1}^{m} x_{i+R+(R+K)(j-1)} \geqslant \sum_{j=1}^{m} Q_{ij}$$

$$\gamma_i \; x_{i+(R+K+1)M} + \delta_i \sum_{j=1}^{m} x_{i+R(R+K)(j-1)} \leqslant \sum_{j=1}^{m} Q_{ij}$$

$$\sum_{i=1}^{R} x_{i+(R+K)(m-1)} - x_{m+(R+K)M} \geqslant q_{min}^{A} - q_{s1}$$

Indeksi imaju ranija značenja dok su

$$\alpha_i = \frac{V_i^o}{W_i} \; ; \; \beta = 1 - \frac{V_i^o}{W_i} \; ; \quad \gamma_i = \frac{V_i^o - V_i^{kraj}}{W_i} \qquad (3.1.12)$$

gde je: V_i^o = zapremina vode u i-toj akumulaciji na

početku posmatranog perioda

Na osnovu linearizovanih ekonomskih funkcija kriterijum dobija oblik

$$\Phi = \sum_{i=1}^{R} \theta_{3,i} \; x_{i+(I+K+1)M} + \sum_{i=1}^{k} \sum_{m=1}^{M} \theta_{1,i,m} \; x_{i+I+(I+K)(m-1)} +$$

$$+ \sum_{m=1}^{M} \theta_{2,m} \; x_{m+(I+K)M} \qquad 3.1.13$$

gde su:

$\theta_{3,i}$ - koeficijenti pravca linija kojima se definiše koštanje akumulacije u funkciji korisnih zapremina,

$\theta_{1,i,m}$ i $\theta_{2,m}$ - koeficijenti pravaca linija kojima se prikazuju gubici (ili penali) u funkciji neisporučenih količina vode direktnim i zajedničkim korisnicima.

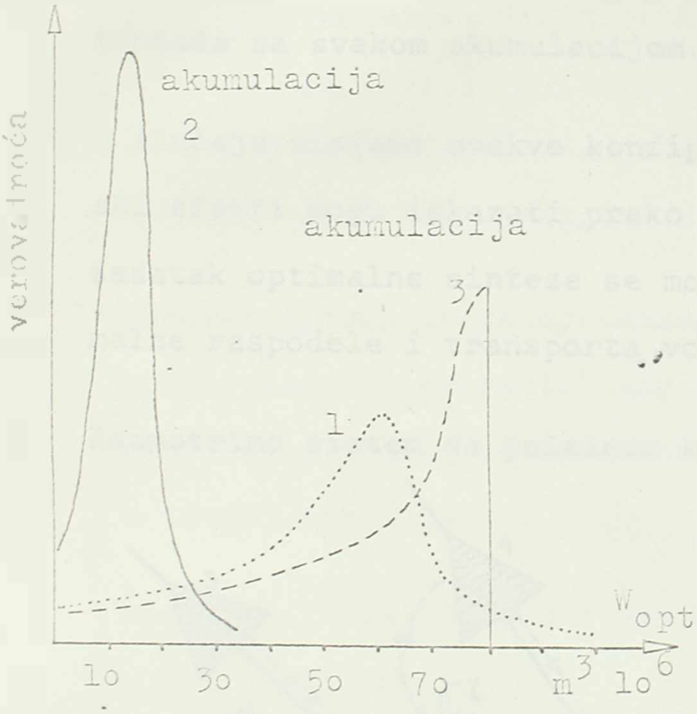
Sa ovako formulisanim zadatkom optimizacija se svodi na minimiziranje kriterijuma (3.1.13):

$$\min_{\{X\}} J \tag{3.1.14}$$

uz sistem ograničenja (3.1.11), što se uspešno rešava primenom linearnog programiranja.

Zadatak se rešava implicitnim stohastičkim pristupom. Kao eksterni estimator koristi se model za generisanje sintetičkih serija na grupi profila (deo I,gl.3.3). Njime se za svaku od akumulacija polazne konfiguracije generišu slučajne funkcije ulaza, čiji se proticaji nalaze u odgovarajućoj korelacionoj vezi. Za svaku takvu kombinaciju slučajnih ulaznih vektor - funkciju primenom gornjeg postupka odredjuje se optimalno upravljanje i odgovarajuća optimalna zapremina, te se kao rezultat optimalne sinteze dobija N kombinacija vrednosti optimalnih zapremina W_i^{opt} za svaku akumulaciju (i = 1,. ..., R). Sa ovim vrednostima mogu se odrediti funkcije gustine verovatnoće W_i^{opt} i naći odgovarajuće distribucije, na osnovu kojih se mogu odabrati kombinacije sa željenom obezbedjenošću optimalnog funkcionisanja $W_i^{opt} = f$ (p%).

Za razmatrani sistem od 4 akumulacije u polaznoj konfiguraciji, optimizacioni proračun je pokazao da je W_4^{opt} (za akumulaciju N° 4) za sve ulazne vektor funkcije ravno nuli. To je posledica činjenice da su specifični troškovi ove akumulacije znatno veći od ostalih, te je model njene vodoprivredne zadatke prebacio na druge tri, ekonomski prihvatljivije akumulacije, koje su, razumljivo, zbog toga dobile odgovarajuće povećano W_i^{opt}. Time je, znači, i polazna konfiguracija sistema revidovana: zahtevane funkcije vodprivrednog sistema mogu se podmiriti samo sa tri akumulacije. Na sl. 3.1.2 prikazane su funkcije gustine verovatnoće za te tri akumulacije. Pomoću ovih funkcija, heurističkim odlučivanjem, mogu se odabrati prihvatljive kombinacije W_i^{opt}, za koje se proverava kvalitet ostvarenog upravljanja, kako bi se definitivno usvojile optimalne zapremine akumulacionih basena.



Slika 3.1.2

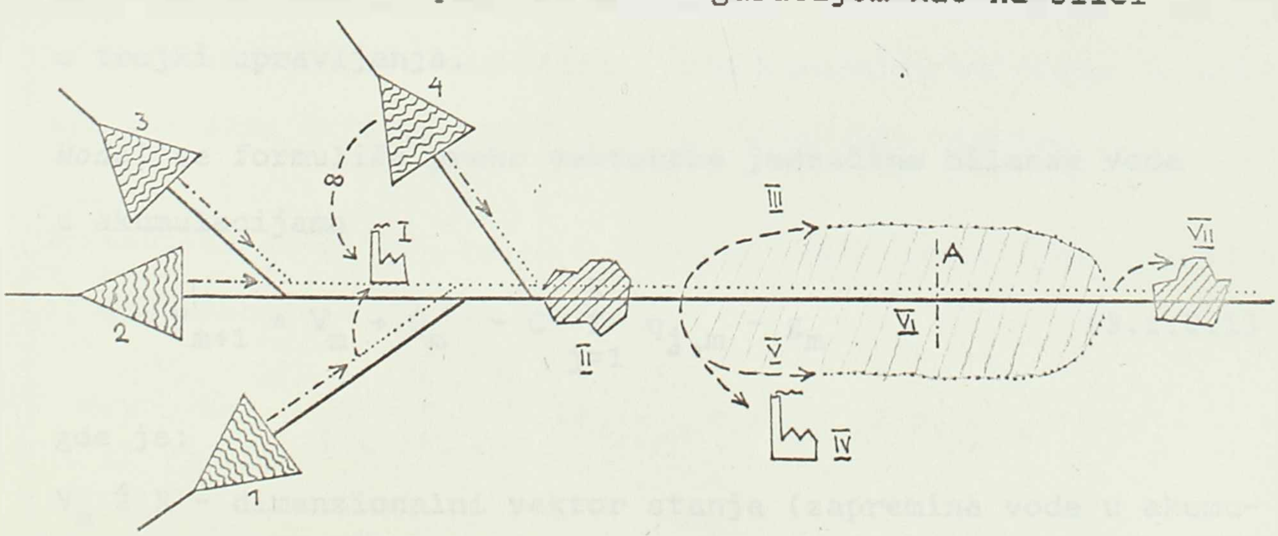
Modeli linearnog programiranja mogu se koristiti i kao prva aproksimacija u drugim optimizacionim proračunima: najpre se pomoću linearizacije ekonomskih funkcija i primenom linearnog programiranja odrede zone optimalnih vrednosti, a zatim se tako sužene zone optimuma tretiraju drugim metodama, pa i ponovnom primenom linearnog programiranja, sada uz lakšu i tačniju linearizaciju ekonomskih funkcija.

3.1.2 Dimenzionisanje sistema akumulacija kao problem optimalne raspodele i transporta resursa

Sa porastom vodopotrošnje sve češće će se javljati potreba da se u cilju što potpunijeg iskorišćavanja voda nekog sliva, veća grupa (podsistem) potrošača raznih vidova može [illegible] snabdevati iz sistema koga sačinjava više akumulacija. Razradjuju se ideje za više takvih sistema, gde se čitavim sistemom jedinstveno povezanih akumulacija podmiruje regionalni podsistem potrošača (neke ideje za vodosnabdevanje Šumadije, zatim gornjeg područja Z. Morave zasnovane su na toj koncepciji). Osnovna koncepcija takvih sistema bazirana je na principu da se svi potrošači (ili bar većina od njih) podmiruju iz svih akumulacija. Da bi se to ostvarilo stvara se jedinstven podsistem za transport, kojim se ostvaruje ta veza svakog potrošača sa svakom akumulacijom.

U slučaju sistema ovakve konfiguracije i uz uslov da se ekonomski efekti mogu iskazati preko jedinične cene isporučene vode, zadatak optimalne sinteze se može razmatrati kao problem optimalne raspodele i transporta vodnog resursa.

Razmotrimo sistem sa polaznom konfiguracijom kao na slici



iz koje se uočava fizička veza svih potrošača sa svakom akumulacijom. Ukoliko je neka veza fizički nemoguća model se principijelno ne menja, samo se uvodi predpostavka da je transport izmedju takve akumulacije i potrošača veoma ili beskonačno skup (npr. akumulacija No.4. i potrošač No.I na slici).

Postavimo zadatak optimalne sinteze sistema čiju polaznu konfiguraciju čini podsistem od R-akumulacija, podsistem od K-potrošača raznih namena, odgovarajući podsistem za transport vode (vodotoci i dovodi sa slobodnim tečenjem i pod sistemom).

Neka je:

$q_{i,j,m} \hat{=}$ količina vode koja se iz i-te akumulacije isporučuje j-tom korisniku u m-tom intervalu vremena;

$c_{i,j,m} \hat{=}$ jedinična dobit od vode isporučene j-tom potrošaču iz i-te akumulacije u n-tom intervalu vremena;

$d_{i,j,m} \hat{=}$ jedinično koštanje transporta vode od i-te akumulacije do j-tog korisnika u m-tom intervalu vremena.

Diskretizujući vreme optimizacije na M intervala ($m = 1,\ldots,M$) možemo zadatak razraditi kao problem optimalne raspodele i transporta vodnog resursa, definišući sledeće relacije u trojki upravljanja.

Model se formuliše preko vektorske jednačine bilansa vode u akumulacijama

$$V_{m+1} = V_m + Q_m - C \sum_{j=1}^{K} q_{j,m} - g_m \qquad (3.1.2.1)$$

gde je:

$V_m \hat{=}$ R - dimenzionalni vektor stanja (zapremina vode u akumulacijama na početku m-tog intervala);

$Q_m \hat{=}$ R - dimenzionalni slučajni vektor ulaza;

$q_m \hat{=}$ K - dimenzionalni vektor upravljanja, kojim se definišu isporučene količine vode;

$\underline{g} \triangleq$ R - dimenzionalni vektor gubitaka vode u akumulacijama i na putu do potrošača vode

$C \triangleq$ $R \times K$ dimenzionalne matrice upravljanja sastavljena od elemenata o i 1.

Skup ograničenja je nešta širi nego u prethodnom zadatku (gl. 3.1.1), te pored tamo već definisanih ograničenja po koordinatama stanja i upravljanja sadrži još i sledeće nejednačine

$$\sum_{j=1}^{K} q_{i,j,m} \leq V_{i,m} + Q_{i,m}; \qquad i = 1,\ldots,R \qquad (3.1.2.2)$$

$$j = 1,\ldots, K$$

$$\sum_{i=1}^{R} q_{i,j,m} \leq p_{j,m} \qquad m = 1,\ldots, M \qquad (3.1.2.3)$$

Fizički smisao ovih dodatnih ograničenja je jasan: isporuka iz i-te akumulacije ne može biti veća od raspoloživih zaliha $V_{i,m}$ i dotoka u tom intervalu vremena; suma isporučene vode iz svih akumulacija namenjena j-tom korisniku ne treba da pre-dje količinu koju on traži u m-tom intervalu vremena ($p_{j,m}$).

Kriterijum za optimizaciju u slučaju ovako postavljenog zadatka:

a/ Maksimizacija ciljne funkcije:

$$\max_{\{W_i\}} \max_{\{q_{i,j,m}\}} \{ \sum_{i=1}^{R} \sum_{j=1}^{K} \sum_{m=1}^{M} (c_{i,j,m} - d_{i,j,m}) q_{i,j,m} - T(W_i)$$

b/ Uslov da je obezbedjenost normalnog funkcionisanja j-tog korisnika veća od neke unapred zadate veličine.

Ovaj se uslov može izraziti preko relacije

$$P_j\{\sum_{i=1}^{R} q_{i,j} = p_j\} \geq P_j^{min} \qquad (3.1.2.5)$$

gde je: P_j - verovatnoća ispunjenja dogadjaja $\{\cdots\}$, dok je P_j^{min} postavljeni prag zahtevane verovatnoće normalnog funkcionisanja sistema.

Optimizacija ovakvog sistema akumulacija može se uspešno rešavati primenom implicitnog stohastičkog pristupa, tj. čemu se zadatak deli na sledeće probleme:

1. Generišu se na eksternom estimatoru, primenom metode Monte Karlo, skupovi slučajnih ulaznih vektor - funkcija Q(t) i odgovarajuće vektorske funkcije zahtevane potrošnje p(t).

2. Za svaku takvu realizaciju ulaznih i odgovarajućih izlaznih funkcija rešava se zadatak optimizacije sistema akumulacija, te se kao rezultat dobijaju optimalne zapremine W_i^{opt} i optimalna upravljanja $q_{i,j,m}$. Zadatak optimizacije se rešava primenom linearnog programiranja.

3. Vrši se probabilistička analiza W_i^{opt} (formiraju se odgovarajuće funkcije raspodele) i ispituje se kvalitet upravljanja po kriterijumu (3.1.2.5) za svaku kombinaciju W_i^{opt}. Formira se tabela raznih kombinacija W_i^{opt} i odgovarajućih P_j i vrednosti ciljne funkcije.

4. Heurističkim putem se odabira najprihvatljivija kombinacija W_i^{opt}, tako da bude zadovoljen kriterijum optimalne sinteze.

3.2 REŠAVANJE NELINEARNIH OPTIMIZACIONIH ZADATAKA DIMENZIONISANJA AKUMULACIONIH BASENA

Opšti zadatak optimalne analize i sinteze sistema akumulacija je po svom karakteru uvek nelinearan. U toj klasi problema najbrojniji su zadaci sa linearnom ciljnom funkcijom i linearnim modelom i ograničenjima (niz zadataka optimizacije sistema akumulacija za vodosnabdevanje), zatim zadaci sa kombinovanim linearnim i nelinearnim modelom, nelinearnom ciljnom funkcijom i linearnim ograničenjima (sistemi akumulacionih HE), a redje se javljaju zadaci kod kojih su sva tri elementa upravljačke trojke (II.2.2.1) nelinearni (neki posebni slučajevi kompleksnih sistema elektroprivredne i vodoprivredne namene).

Nelinearne zadatke karakteriše problem dimenzionalnosti i lokalnih ekstremuma. Dimenzionalnost se meri brojem promenljivih koordinata ulaza, izlaza, upravljanja i stanja. Obim računa eksponencijalno raste sa porastom dimenzija zadatka. Problem lokalnog ekstrema postoji generalno kod svih nelinearnih zadataka: uvek smo u dilemi da li je dostignuti ekstremum ujedno i globalni. Ovaj problem se ne postavlja jedino ukoliko su sve funkcije koje ulaze u kriterijum strogo konveksne. Nažalost, taj slučaj nije uvek ispunjen. Metodom pretraživanja se uvek može pouzdano odrediti globalni optimum.

Zbog toga se i vrši već pomenuta linearizacija problema u svim slučajevima kada je to moguće, pošto se problem dimenzija i lokalnih ekstremuma jedino ne postavlja kod linearnog programiranja: zadatak optimizacije sistema akumulacija sveden na linearno programiranje rešiv je bez obzira na dimenzije. (Tada su jedini problem vreme i troškovi računanja).

Za zadatke koji se ne mogu svesti na linearno programiranje, a takvi su svi zadaci sa HE i sa izrazito nelinearnim ekonomskim funkcijama koje ulaze u kriterijum, da bi se mogle primeniti nelinearne metode optimizacije mora se rešiti problem dimenzionalnosti zadatka.

Problem dimenzionalnosti zadatka rešava se: a) dekompozicijom sistema na podsisteme i dekompozicijom zadatka na podprobleme; b) izborom odgovarajućih metoda koje se zasnivaju na redoslednoj optimizaciji; c) sužavanjem oblasti u kojoj se traži optimum uvodjenjem nekih dodatnih predpostavki. Najčešće se koriste sve ove tri mogućnosti.

Dekompozicija sistema obradjena je u delu II, gl. 4.2. Pri rešavanju zadataka nelinearnih sistema koristiće se svi vidovi dekomponovanja: od dekomponovanja sistema prema nameni (npr. izdvojeno tretiranje podsistema za odbranu od poplava od podsistema za akumulisanje za potrebe vodopotrošača itd.), prostornog dekomponovanja na grupe akumulacija po pojedinim slivovima, do postupnog rešavanja zadatka u više vremenskih etapa (najpre se optimizira upravljanje u toku godine, zatim se skraćuje period u kome se rešava optimizacioni zadatak, dok se ne dodje do optimalnog upravljanja u toku dana).

Neophodno je istaći da se dekompozicijom problema ne vrši simplifikacija zadatka, već je to postupak, kojim se, na željenom nivou tačnosti, omogućava optimizacija i najsloženijih sistema.

Redosledna optimizacija se primenjuje kada je broj promenljivih argumenata u zadatku veliki. Koncepcija dinamičkog programiranja se bazira upravo na tom principu. No, postavimo taj princip šire.

U glavi 3.0 zadatak optimizacije sistema akumulacija je u opštem slučaju sveden na maksimizaciju ciljne funkcije

$$\max_{\{A,\, u^{M-1}\}} J\{ s(o),\, u^{M-1},\, A \} \tag{3.2.1}$$

U nekim slučajevima je moguće vršiti istovremenu maksimizaciju po upravljanju u (o, M-1) i parametrima sistema A (slučaj kada se može primeniti gradijentni postupak ili izvršiti kvazilinearizacija ekonomskih funkcija). Najčešće je, medjutim, neophodno da se zadatak rešava u dve etape.

Relacija 3.2.1 može se predstaviti u obliku

$$\max_{\{A\}} \max_{\{u^{M-1}\}} J\{s(o),\, u^{M-1},\, A\} \tag{3.2.2}$$

Ukoliko uvedemo funkciju R(A)

$$R(A) = \max_{\{u^{M-1}\}} J\{s(o),\, u^{M-1},\, A\} \tag{3.2.3}$$

jasno se razgraničavaju dva koraka optimizacije: prvi - maksimizacija (3.2.3) i drugi - rešavanje problema

$$\max_{(A)} R(A) \tag{3.2.4}$$

Ukoliko bi se maksimizacija (3.2.3) vršila dinamičkim programiranjem, a (3.2.4) pretraživanjem, tada bi broj maksimizacija (3.2.3) bio jednak $\prod_{i=1}^{r} \ell_i$, gde je ℓ_i broj vrednosti parametara a_i za koje se vrši pretraživanje (r = broj komponenti vektora A).

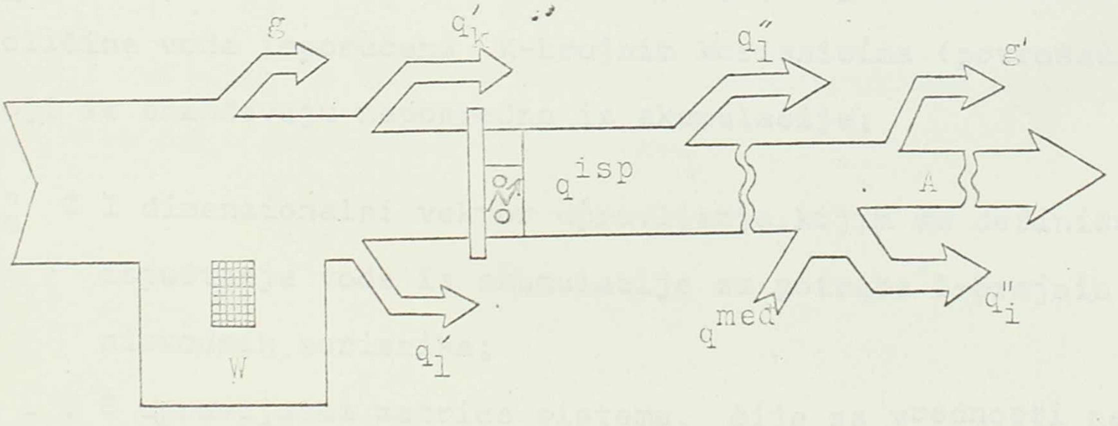
Zbog obima ovog numeričkog zadatka (imajući u vidu sadašnje moderne računare) rešavanje problema optimizacije sistema akumulacija navedenim postupkom ograničeno je nekim brojem dopustivih vrednosti parametara za pretraživanje. Kod problema sa glatkom ciljnom funkcijom maksimizacija (3.2.4) putem pretraživanja može se vršiti sa do pet vrednosti svakog parametra. Ograničenja se odnose i na broj parametara. Imajući iskustva sa računarom IBM 360/44 došli smo do zaključka da se može izvršiti istovremeno optimizacija sistema do 5 akumulacija. Za veće sisteme neophodna je dekompozicija i optimizacija po podsistemima, a zatim postupna optimizacija izlaza iz podsistema.

Sužavanje oblasti u kojoj se traži optimum je uspešan način za rešenje problema dimenzionalnosti zadatka. Diferencijalno dinamičko programiranje, kojim se rešenje traži u okolini probne trajektorije, uz postupno poboljšanje vrednosti kriterijuma, može se svrstati u tu grupu postupaka.

U nastavku će se izložiti neki postupci za rešavanje optimizacionih zadataka za složene vodoprivredne sisteme sa akumulacionim basenima.

3.2.1 Optimizacija akumulacije kompleksne namene primenom implicitnog stohastičkog pristupa

Razmatra se zadatak optimalne sinteze akumulacije kompleksne namene koja služi za podmirivanje raznih vidova vodopotrošnje i za hidroenergetsku proizvodnju. Neka akumulacija podmiruje K neposrednih potrošača (koji zahvataju vodu direktno iz akumulacije) i I indirektnih korisnika nizvodno od akumulacije, za čije potrebe namenski ispušta potrebne količine vode. Raspodela vode u takvom sistemu data je sledećom šemom:



Sl. 3.2.1.1

Zadatak optimalne sinteze ovakve akumulacije obuhvata rešavanje sledećih problema:

1. Odredjivanje optimalne korisne zapremine W akumulacije kompleksne namene;
2. Optimalnu raspodelu vodnog resursa na K+I potrošača i korisnika;

3. Utvrdjivanje obezbedjenosti podmirivanja vodom korisnika akumulacije.

Shodno već ranije izloženom formulišimo odgovarajuće relacije trojke optimalnog upravljanja.

Model upravljanja se bazira, pre svega, na jednačini bilansa vode u akumulaciji i jednačinama bilansa na merodavnim profilima nizvodno od akumulacije. Za diskretizovani zadatak jednačina bilansa akumulacije može se pisati u obliku

$$V_{m+1} = V_m + Q_m - C\, q'_{k,m} - D\, q''_{i,m} - g_m \qquad 3.2.1.1$$

gde su, pored već uobičajenih oznaka vektora stanja V, slučajnog vektora ulaza Q i vektora gubitaka g_m:

$q'_m \triangleq K$ dimenzionalni vektor upravljanja, kojim se definišu količine vode isporučene K-brojnim korisnicima (potrošačima) koji se snabdevaju neposredno iz akumulacije;

$q''_m \triangleq I$ dimenzionalni vektor upravljanja, kojim se definišu ispuštanja vode iz akumulacije za potrebe I-brojnih nizvodnih korisnika;

C i D $\triangleq$ upravljačke matrice sistema, čije se vrednosti nalaze u $[0 \text{ i } 1]$.

Pored jednačine bilansa akumulacije formiraju se i jednačine bilansa na svim merodavnim profilima u podsistemu za transport nizvodno od akumulacije, npr. za profil A (skica raspodele vode):

$$q_m^{[illegible]} = q''_{1,m} + q''_{2,m} + q'_m - q_m^{[illegible]} + q_m^{[illegible]} \qquad [illegible]$$

gde su nove oznake:

g_m^n = gubici nizvodno od akumulacije; q_m^{med} = dotok sa medjusliva;
q_m^{izl} = zahtevana količina vode na izlaznom profilu. Ova se količina vode može tretirati kao interakcija sa susednim nizvodnim sistemom, te se ona optimizira na višem hijerarhiskom nivou, da bi se u vidu koordinacije zahtevala od analizirane akumulacije.

Hidroelektrana se tretira kao neposredni korisnik, koji, u skladu sa ograničenjima u pogledu instalisanosti, energetski preradjuje vodu:

a/ koja se ispušta za indirektne korisnike, b) koja se koristi prevashodno za energetsku proizvodnju, ukoliko su zahtevi za vodom nizvodnih korisnika mali.

Model sačinjavaju i dobro poznate hidroenergetske relacije, koje se mogu napisati u opštem obliku

$$E = E\,(\bar{H},\, q_{e,m}) = E\,(H_m,\, H_{m+1},\, q_{e,m}) = E\,(V_m,\, V_{m+1},\, q_{e,m}) \qquad (3.2.1.3)$$

(zamena H sa V je moguća, s obzirom da je uvek poznata kriva zapremine akumulacije V = V(H)).

Kriterijum za optimalnu sintezu ovog sistema sastoji se iz dva uslova:

1. Uslov maksimizacije ciljne funkcije, kao tehničko-ekonomska komponenta kriterijuma, i 2) uslov zadovoljavajuće obezbedjenosti funkcionisanja svih korisnika i potrošača vode. (U kasnijim zadacima, kada se bude razmatrao sistem

akumulacija, postaviće se i dodatni kriterijum zadovoljenja nekog energetskoh uslova u mešovitom sistemu).

S obzirom da u svakom mešovitom elektroenergetskom sistemu postoje kritični periodi u kojima se, zbog male vodnosti i smanjene proizvodnje protočnih HE, moraju pojačano koristiti akumulacione HE, razradjen je sistem sezonski promenljivih tarifa, kojima se ekonomski valorizuje doprinos hidroelektrana funkcionisanju mešovitog sistema, zavisno od vremena njihovog angažovanja tokom godine, pa i u toku manjih intervala vremena. Ovaj sistem promenljivih (viših i nižih) tarifa dao je napora da se i ekonomskom stimulacijom akumulacione elektrane čuvaju da bi mogle da intervenišu u energetski kritičnim periodima. Tu činjenicu uzimamo u obzir i prilikom formiranja ciljne funkcije za ekonomsku optimizaciju akumulacije.

Ciljnu funkciju za optimizaciju upravljanja možemo pisati u obliku:

$$[\text{illegible}] = \sum_{m=1}^{M} \left[\sum_{k=1}^{K'} D_{k,m} (q'_{k,m}; m) + \sum_{[\text{illegible}]}^{I} D_{i,m} (q''_{i,m}; m) \right] - [\text{illegible}] (W) +$$

$$+ [\text{illegible}] \qquad (3.2\text{-}1.4)$$

[illegible]

$K' \subset$ [illegible] - podskup skupa neposrednih korisnika, iz koga je isključena HE,

$D_{k,m}$ = dobit koja se ostvaruje isporukom količine vode u iznosu $q'_{k,m}$, [illegible] neposrednom korisniku, u m-tom intervalu vremena (u opštem slučaju se podrazumeva da je ova dobit različita tokom sezone, te da zavisi od m).

$D_{i,m}$ = dobit koja se ostvaruje isporukom $q''_{i,m}$ količine vode i-tom nizvodnom korisniku u m-tom intervalu vremena;

$z(W)$ = troškovi akumulacije u funkciji zapremine akumulacije W;

c_v i c_n = viša i niža tarifa električne energije;

M_p = skup intervala u kojima se primenjuje više tarifa.

Postoji mogućnost da se ciljna funkcija proširi uvodjenjem kaznenih funkcija kojima bi se ekonomski "kažnjavalo" upravljanje koje dopušta da isporuka vode $q'_{k,m}$ ili $q''_{i,m}$ bude manja od zahtevanih količina $p'_{k,m}$ i $p''_{i,m}$. Analitički oblik ovih funkcija može biti različit, ali je ovde najpogodnija relacija

$$S(q,m) = a \exp\left[b\,(p(m) - q(m))\right] \qquad (3.2.1.5)$$

Veličine a i b su pozitivne konstante, koje se biraju zavisno od "strogosti" sa kojom se želi da ekonomski kažnjava eventualno neisporučivanje traženih količina vode, ili neispunjenje nekih drugih postavljenih vodoprivrednih uslova. Funkcija zavisi i od m (od intervala unutar perioda koji se optimizira), što omogućava njihovo različito ponderisanje u računu optimizacije (npr. štete zbog redukcije vode navodnjavanju nisu iste tokom godine po jedinici zapremine ili procentu redukcije).

Ukoliko se i kaznene funkcije uvedu u kriterijum ciljna funkcija dobija oblik

$$F = (\text{relacija } 3.2.1.4) - \sum_{m=1}^{M} \{\sum_{k=1}^{K} S_k(q'_{k,m}, m) + \sum_{i=1}^{I} S_i(q''_{i,m}, m) \qquad (3.2.1.6)$$

U oba slučaja ekonomski kriterijum se definiše u obliku

$$\max_{\{W, q', q''\}} J \tag{3.2.1.7}$$

Koristeći princip redosledne optimizacije može se pisati

$$\max_{\{W\}} \max_{\{q\}} J \tag{3.2.1.8}$$

čime se problem svodi na već definisan zadatak optimalne sinteze: *treba naći optimalnu zapreminu akumulacije za optimalno upravljanje (optimalno raspodedjen resurs).*

Kriterijum kvaliteta optimalne sinteze, izražen preko probabilističkog uslova obezbedjenosti funkcionisanja bez redukcija k-tog neposrednog i i-tog nizvodnog korisnika akumulacije, može se definisati relacijama

$$P_k\{ q'_k = p_k \} \geqslant P_k^{min} \quad , \; k = 1,\ldots, K$$

$$P_i\{ q''_i = p_i \} \geqslant P_i^{min} \quad , \; i = 1,\ldots, I \tag{3.2.1.9}$$

gde je: $P_{k(i)} \triangleq$ verovatnoća ispunjenja dogadjaja $\{\cdots\}$;
$P_{k,i}^{min} \triangleq$ zahtevana obezbedjenost normalnog funkcionisanja k-tog i i-tog korisnika.

Ograničenja. Pored ograničenja po koordinatama stanja i upravljanja nabrojanih u glavi 3.1, koja ostaju i ovde u važnosti, u ovom zadatku postoji i dodatni uslov, nastao zbog ograničene instalisanosti hidroelektrane

$$q_{e,m}(t_{m+1} - t_m) \leqslant Q_{inst} \tag{3.2.1.10}$$

gde je: $Q_{inst} \triangleq$ instalisani protok kroz turbine HE.

Rešavanje optimizacionog zadatka

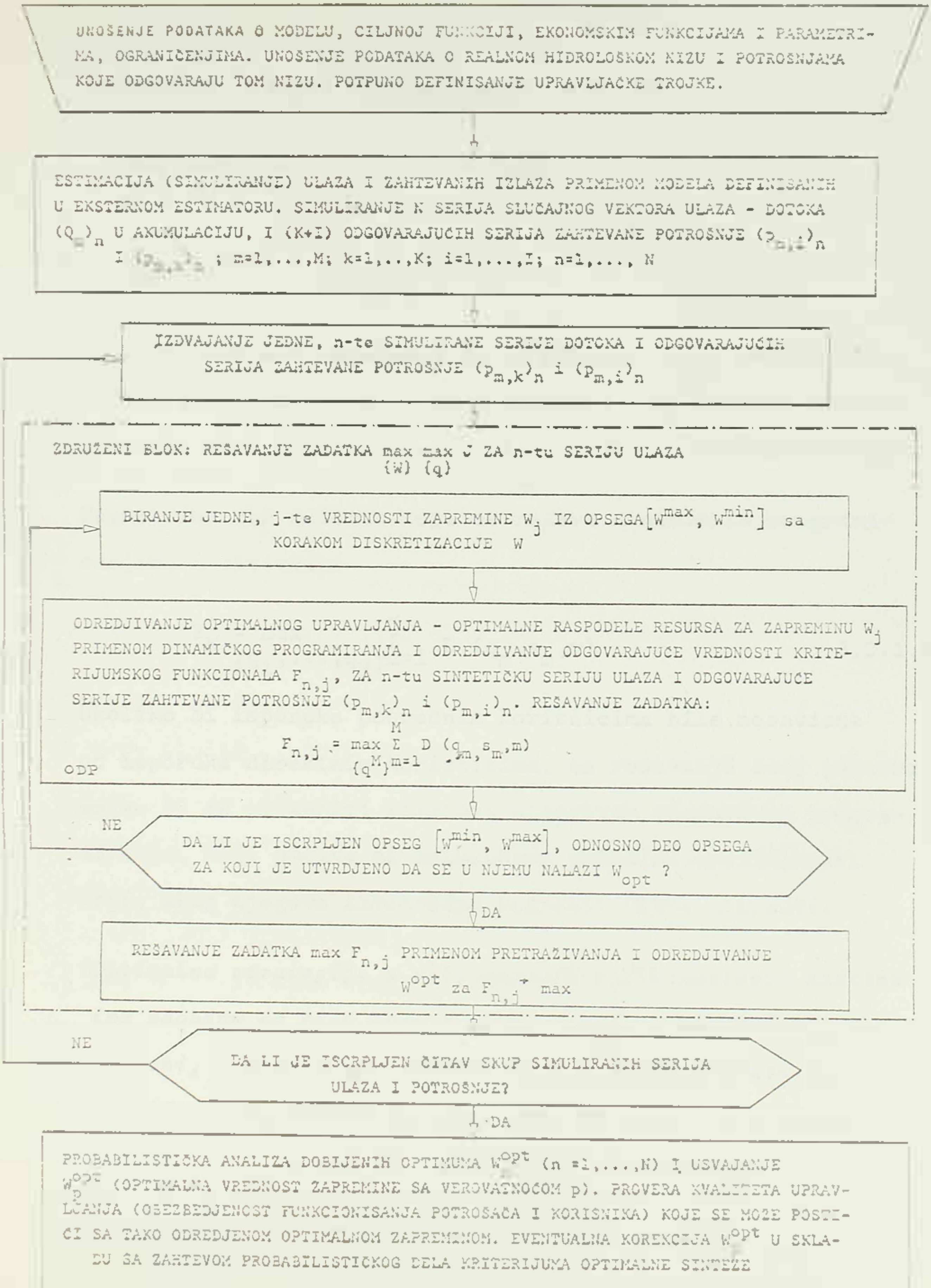
Ovaj zadatak optimizacije akumulacije kompleksne namene rešava se implicitnim stohastičkim pristupom, paralelnim korišćenjem dinamičkog programiranja i metode pretraživanja. Pritom se koristi i eksterni estimator za simuliranje serija slučajnog ulaza - dotoka u akumulaciju i odgovarajućih serija zahtevane potrošnje.

Opšti dijagram toka rešavanja ovog zadatka optimizacije akumulacije daje se na sl. 3.2.1.2.

Blok estimacije ulaza i odgovarajućih zahtevanih izlaza ne izaziva veće računske probleme. Modeli za simulaciju serija dotoka i odgovarajućih serija zahtevane potrošnje svih (K + I) vodopotrošača i vodokorisnika prikazani su u delu I, gl. 2. Najčešće se koriste modeli za simuliranje mesečnih proticaja i mesečne potrošnje, osim u slučajevima akumulacija sa višegodišnjim izravnanjem, koje snabdevaju sisteme za vodosnabdevanje (sa dosta ravnomernom potrošnjom) kada je moguć i duži, pa i godišnji period diskretizacije.

Znatno veće numeričke teškoće izaziva blok optimizacije upravljanja primenom dinamičkog programiranja. Zato će ovaj problem biti rasmotren sa računskog stanovišta.

Ukoliko upravljanje (isporuka vode po vremenu i po potrošačima) $u_m = \underline{u}_m$ tretiramo kao (K + I) dimenzionalni vektor, i ukoliko i dobit od hidroelektrane uključimo u opšti izraz za dobit,



Sl. 3.2.1.2

Dijagram toka optimalne sinteze akumulacije kompleksne namene kriterijum 3.2.1.8 može se pisati u obliku

$$\max_{\{W\}} \max_{\{q\}} \{ \sum_{m=1}^{M} D\,(q_m, s_m;\, m) - T(W) \} \qquad 3.2.1.11$$

$$\max_{\{W\}} \{ - T(W) + \max_{\{q\}} \sum_{m=1}^{M} D\,(q_m;\, s_m;\, m) \} \qquad 3.2.1.12$$

Time je stvorena mogućnost da se problem $\max\limits_{\{q\}}$ rešava dinamičkim programiranjem, a maksimizacija $\max\limits_{\{W\}}$ metodom pretraživanja, čime se značajno olakšava problem dimenzionalnosti.

Razmotrimo deo zadatka koji se rešava dinamičkim programiranjem, i obeležimo

$$F_M = \max_{\{q_1,\ldots,q_M\}} \sum_{m=1}^{M} D\,(q_m, s_m, m) \qquad 3.2.1.13$$

Ukoliko bi isporuke posrednim korisnicima bile nezavisne od isporuka direktnim korisnicima, za rešavanje ovog zadatka mogao bi se primeniti klasični algoritam dinamičkog programiranja, koji počiva na Belmanovom principu optimalnosti koji, zbog njegove izvanredne važnosti treba citirati:

"Optimalna strategija u višestepenom optimizacionom zadatku ima osobinu da bilo koji stepen, stanje i upravljanje su početni, ostala upravljanja moraju predstavljati optimalni niz odluka za ostali deo problema, sa početnim stepenom i stanjem koji su rezultat predhodnih upravljanja".

U tom slučaju kriterijum se može pisati u obliku

$$F_M = \max_{\{q_M\}} \max_{[q_1,\ldots,q_{M-1}]} \{ D(q_M, s_M, M) + \sum_{m=1}^{M-1} D\,(q_m, s_m, m) \}$$

$$F_M = \max_{\{q_M\}} \{ D(q_M, s_M, M) + \max_{\{q_1,\ldots,q_{M-1}\}} \sum_{m=1}^{M-1} D\,(q_m, s_m, m) \}$$

$$\therefore \quad F_M = \max_{\{q_M\}} D\,(q_M,\ s_M, M) + F_{M-1} \qquad 3.2.1.14$$

te se na taj način dobija rekurentna relacija u obliku

$$F_m = \max_{\{q_M\}} \{D\,(q_m,\ s_m,\ m) + F_{m-1}\}\ ,\ m = 2,\dots,M$$

$$F_1 = D\,(q_1, s_1) \qquad 3.2.1.15' \text{ i } 15''$$

Taj zadatak, kada su korisnici nezavisni u pogledu načina korišćenja, rešavao je Hall [30], ističući da je prikazani optimizacioni model primenljiv samo u slučaju "ukoliko se vode korišćene za jednog vodokorisnika ne koriste za neke druge vodopotrošače". Ovo uprošćenje mu je omogućilo da primeni klasičan algoritam dinamičkog programiranja.

U realnim shemama korišćenja višenamenskih akumulacija veoma je čest slučaj, gotovo pravilo, da se vode iskorišćena od strane jednog korisnika (pre svega preradjene kroz HE), nizvodno distribuiraju drugim potrošačima (navodnjavanje, vodosnabdevanje, oplemenjavanje malih voda itd). U tom slučaju u skupu (K+I) dimenzionalnih vektora upravljanja $\{q_1,\dots,q_M\}$ nalaze se i isporuke vode posrednim korisnicima, koje su zavisne od isporuka direktnim korisnicima. Takav slučaj se ne može rešavati klasičnim rekurentnim relacijama dinamičkog programiranja.

Radeći sa autorom ovog rada na dimenzionisanju akumulacija kompleksne namene u slivu Vardara, S. Opricović je razradio numerički postupak kojim se ovakav optimizacioni problem računski rešava preko tri numerička nivoa, tj. dekompozicijom zadatka na tri podproblema[=].

Prvi računski nivo predstavlja raspodelu vodnog resursa po vremenu, pri čemu se vremenski intervali (meseci) tretiraju kao stepeni (koraci) za odlučivanje. Na drugom nivou se vrši optimalna raspodela vode unutar jednog intervala (meseca) na direktne korisnike. Najzad, na trećem nivou se vrši raspodela one vode koju predhodno koristi jedan direktni korisnik (hidroelektrana) na nizvodne posredne korisnike.

Ovakva dekompozicija zadatka na ova tri računska nivoa odražava se na rekurentne relacije po kojima se sprovodi postupak optimizacije.

Napišimo jednačinu stanja akumulacije u nešto izmenjenom vidu

$$V_{m+1} = V_m^+ - \sum_{k=1}^{K} q_{k,m} \qquad 3.2.1.16$$

gde je: $V_m^+ = V_m + Q_m - p_m \hat{=}$ neto količina vode koja stoji na raspolaganju na kraju m-tog intervala vremena, dok su sumom označeni svi izlazi iz akumulacije za potrebe direktnih i indirektnih korisnika (ukupan izlaz iz akumulacije).

Označimo sa $Y_m = \sum_{k=1}^{K} q_{k,m}$ ukupnu količinu vode koja se isporučuje iz akumulacije u m-tom intervalu vremena, i koja se optimalno deli direktnim korisnicima. Bruto dobit od te ukupne isporuke Y_m može se napisati kao

---

[=] *Ovaj numerički postupak S. Opricović detaljnije je razradio u svom magistarskom radu na Elektrotehničkom fakultetu u Beogradu. Čini se da je ovaj timski napor ujedno i prvi pokušaj da se ovaj složeni, praktično veoma često primenljiv zadatak reši tako rigoroznim optimizacionim metodama. Tog mišljenja je bio i prof. Vasilev, iz Vičisl.centra ANSSSR, sa kojim su se S. Opricović i autor konsultovali za vreme njegovog boravka u SAN u Beogradu.*

$$D_m(V_m) = \max_{\{q'_{k,m}; q''_{i,m}\}} \sum_{k=1}^{K} \{D_{k,m}(q'_{k,m}; V_m; V_{m+1}; m) + \sum_{i=1}^{I} D_{i,m}(q''_{i,m}; m)\} \qquad 3.2.1.17$$

Tada se ciljna funkcija (u nešto generalnijem obliku nego što je data u 3.2.1.4) može pisati kao

$$J = \sum_{m=1}^{M} \left[D_m(V_m) - T(M) \right] \qquad 3.2.1.18$$

ili, s obzirom na (16), kao i pošto je $T(M)$ = const za jedno fiksirano M:

$$J = \sum_{m=1}^{M} D_m (V_m^{+} - V_{m+1}) \qquad 3.2.1.19$$

Optimalna vrednost ove kriterijumske funkcije je

$$F = \max_{\{V_1, \ldots, V_M\}} \sum_{m=1}^{M} D_m (V_m^{+} - V_{m+1}) \qquad 3.2.1.20$$

uz $V(o) = V_o$, koje se smatra poznatim (zadatim).

Znači, problem odlučivanja na prvom nivou rešavanja ovog zadatka je odredjivanje optimalnih stanja $\{V_1^{*}, \ldots, V_M^{*}\}$

Tada kriterijumska funkcija za prvi računski nivo glasi:

$$F_M = \max_{\{V_M\}} \{D_M (V_{M-1}^{+} - V_M) + F_{M-1}\} \qquad 3.2.1.21$$

te se rekurentna relacija za prvi nivo može pisati u obliku

$$F_m(v_m) = \max_{\{v_{m-1}\}} \{D_m (v_{m-1}^{+} - v_m) + F_{m-1}(v_{m-1})\} \qquad 3.2.1.22$$

gde v_m označava promenljivu u dopustivom opsegu V_m, dok je v_{m-1} promenljiva iz opsega V_{m-1}. Ove nove promenljive imaju ograničenja koja se mogu izvesti iz jed. 3.1.6',6", 7 i 8.

Iz rekurentne relacije se vidi da se ovde koristi algoritam dinamičkog programiranja unapred. Za $m=1$ rekurentna relacija (22) dobija oblik

$$F_1 (v_1) = D_1 (v_0^* - v_1)$$

Pošto je $v_1 = V_0 =$ const, uz realnu predpostavku da ne postoji neka početna dobit sledi $F_0 = 0$.

Označimo sa $v^*_{m-1} (v_m)$ vrednost promenljive v_{m-1} za koju je u relaciji (22) postignut maksimum. Sve vrednosti $v^*_{m-1} (v_m)$, $m = 1,\dots, M$ pamte se u memoriji računara. Optimalna vrednost V^*_M na kraju uredjenog skupa vremena M je vrednost promenljive v_M koja zadovoljava relaciju

$$F = \max_{\{v_M\}} F_M (v_M)$$

Ostale optimalne vrednosti stanja odredjuju se iz zapamćenih vrednosti $V^*_m = v^*_m (V^*_{m+1})$ za $m = M-1, M-2,\dots, 1.$

Vrednost $D_m (v^*_{m-1} - v_m)$ iz (22) odredjuju se na drugom nivou računara, polazeći od relacije (17). S obzirom da se na drugom nivou optimizira raspodela vodnog resursa u okviru konkretnog intervala m, radi lakšeg pisanja može se ovaj indeks izostaviti, te je kriterijumska funkcija na drugom nivou

$$D (V) = \max_{\{q'_k,\ q''_i\}} \{ \sum_{k=1}^{K} [D_k (q'_k) + \sum_{i=1}^{I_k} D_i (q''_i)]\} \qquad 5.2.1.23$$

U (23) su izostavljene veličine V_m i V_{m-1} jer su njihove vrednosti na drugom nivou računanja poznate. Ovde je sa I_k označen broj posrednih korisnika koji dobijaju vodu od k-tog direktnog korisnika.

Relacija (23) se može pisati u obliku

$$D(Y) = \max_{\{q'_k\}} \sum_{k=1}^{K} D_k(q'_k) + \max_{\{q''_i\}} \sum_{i=1}^{I_k} D_i(q''_i) \qquad 3.2.1.24$$

Potrebno je uvesti novu funkciju $R_k(q'_k)$ kojom se definiše posredna dobit od direktne isporuke $\{q'_k\}$, ukoliko se ona optimalno razdeli na I_k neposrednih korisnika:

$$R_k(q'_k) = \max_{\{q''_i\}} \sum_{i=1}^{I_k} D_i(q''_i) \qquad 3.2.1.25$$

Odredjivanje ove dobiti prepustiće se odlučivanju na trećem nivou računa.

Posle ovih smena relacija (24) dobija sledeći oblik

$$D(Y) = \max_{\{q'_1,\dots,q'_K\}} \sum_{k=1}^{K} \left[D_k(q'_k) + R_k(q'_k) \right] \qquad 3.2.1.26$$

uz ispunjenje uslova $\sum_{k=1}^{K} q'_k = Y$

Vrednost globalne raspodele Y daje prvi nivo računa. Sada se može rezimirati zadatak optimizacije na drugom nivou: treba naći upravljanje $\{q'_1, \dots, q'_K\}$ kojim se maksimizira dobit definisana sa 3.2.1.26.

U cilju izvodjenja rekurentne relacije za optimizaciju na drugom računskom nivou, uvedimo funkciju $D_j(y)$ koja predstavlja maksimalnu dobit koja se postiže raspodelom dela vode y od ukupno raspoložive količine Y na prvih j od ukupno K korisnika, tj.

$$D_j(y) = \max_{\{q'_1,\dots,q'_j\}} \sum_{k=1}^{j} \left[D_k(q'_k) + R_k(q'_k) \right] \qquad 3.2.1.27$$

uz uslov: $\sum_{k=1}^{j} q'_k = y$

Primenom principa optimalnosti i uobičajenim postupkom za formiranje rekurentnih relacija dobija se rekurentna relacija za optimizaciju na drugom optimizacionom nivou.

$$D_j(y) = \max_{\{q_j'\}} \{D_j(q_j') + R_j(q_j') + D_{j-1}(y-q_j')\} \qquad 3.2.1.28$$

iz koje se dobija ukupna dobit na drugom nivou optimizacije

$$D_K(Y) = \max_{\{q_K'\}} \{D_K(q'_K) + R_K(q'_K) + D_{K-1}(Y-q'_K)\} \qquad 3.2.1.29$$

Vrednost funkcije dobiti posrednih korisnika u jed. (28) odredjuje se na trećem nivou optimizacije. Ovaj deo zadatka se može pretvoriti u statički zadatak raspodele resursa q_j' na I_j korisnika. Primenjuje se isti postupak za izvodjenje rekurentne relacije(radi lakšeg pisanja izostavimo indeks j, jer je on bio merodavan na drugom nivou optimizacije) i uvedimo novu oznaku za isporuku vode pojedinim korisnicima $z_i \equiv q''_{ij}$. Tada se (25) može pisati

$$R(u) = \max_{\{z_1,\ldots,z_I\}} \sum_{i=1}^{I} D_i(z_i) \qquad 3.2.1.30$$

Ukoliko sa $\bar{q} = q_j'$ označimo ukupnu količinu vodnog resursa koji možemo podeliti na I_j indirektnih (posrednih) korisnika, može se napisati rekurentna relacija za treći računski nivo kojim se optimizira ova raspodela

$$R_i(Z) = \max_{\{z_i\}} \{D_i(z_i) + R_{i-1}(Z - z_i)\} \qquad 3.2.1.31$$

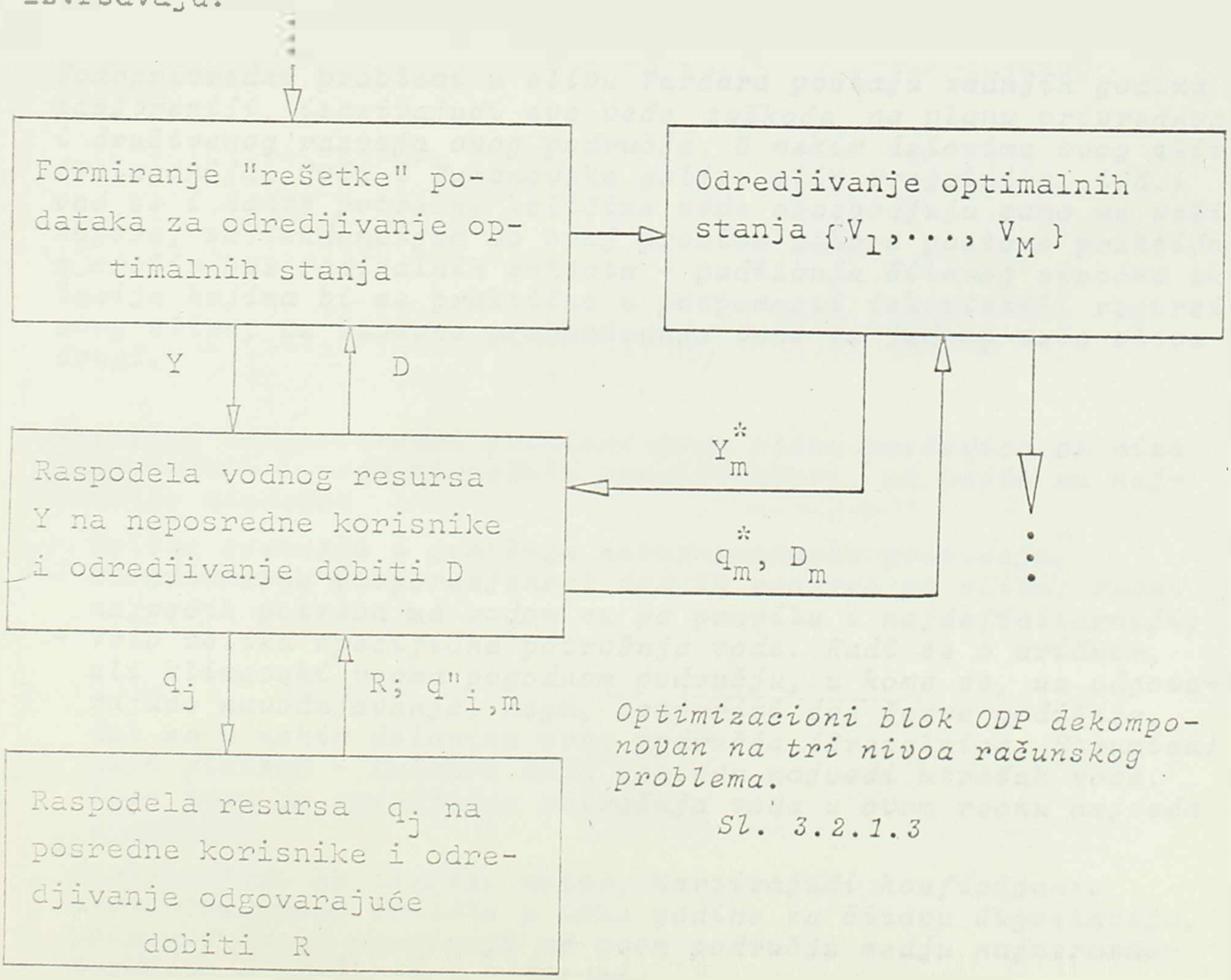
Rešavanjem rekurentne relacije (31) dobija se tražena vrednost funkcije $R_j(q_j')$

$$R_I(\bar{q}) = \max_{\{z_I\}} \{D_I(z_I) + R_{I-1}(\bar{q} - z_I)\} \qquad 3.2.1.32$$

gde je $\bar{q}$ označena ukupna količina vode koja se može raspodeliti nizvodnim korisnicima, tj. mora biti zadovoljen i uslov

$$\sum_{i=1}^{I_j} q_i = \bar{q} \leq q_j'$$

Tok optimizacionog proračuna ovako dekomponovanog zadatka optimalnog upravljanja akumulacijom sa direktnim i indirektnim korisnicima daje se na sl. 3.2.1.3. Ovo je, u stvari detaljnije razrada koraka (bloka) ODP na dijagramu toka 3.2.1.2, i na njemu se jasno uočavaju navedena tri nivoa računanja, kojima se rešava optimizacioni zadatak u slučaju postojanja indirektnih korisnika. Blokovi se simultano izvršavaju.



Optimizacioni blok ODP dekomponovan na tri nivoa računskog problema.

Sl. 3.2.1.3

PRIMER

Primenljivost ove metode za rešavanje zadatka optimalne sinteze akumulacije kompleksne namene ilustrovaće se ovde prikazom finalnih rezultata optimizacije nekih konkretnih akumulacija u slivu Vardara. Ovi rezultati su deo istraživanja u okviru "Studije integralnog razvoja sliva reke Vardara (studija se radi u Institutu "Jaroslav Černi"),u kojoj autor, u saradnji sa S. Opricovićem, rešava problem dimenzionisanja akumulacija kompleksne namene, koristeći već prikazani postupak optimalne sinteze ovakvih akumulacija. Da bi se sagledala realnost i praktična primenljivost ovog zadatka daće se ovde najkraći prikaz problema.

Vodoprivredni problemi u slivu Vardara postaju zadnjih godina sve zaoštreniji, izazivajući sve veće teškoće na planu privrednog i društvenog razvoja ovog područja. U nekim delovima ovog sliva (Pelagonija, Ovče i Kumanovsko polje, sliv Bregalnice, itd.) već se i danas potrebne količine vode obezbedjuju samo uz velike napore, sa tendencijom da ovaj problem uskoro postane praktično nerešiv bez radikalnih zahvata - podizanja čitavog sistema akumulacija kojima bi se praktično u potpunosti iskoristili resursi ovog sliva, uz izvesna prebacivanja vode iz jednog dela sliva u drugi.

Izuzetni vodoprivredni problemi ovog sliva posledica su niza hidroloških i vodoprivrednih specifičnosti, od kojih su najvažnije sledeće:

- *Velika sezonska i godišnja neravnomernost proticaja;**
- *Neravnomerna raspodedjenost vodnih resursa po slivu; reoni najvećih potreba za vodom su po pravilu i najdeficitarniji;*
- *Vrlo velika specifična potrošnja vode. Radi se o aridnom, ali klimatski veoma pogodnom području, u kome se, uz odgovarajuće navodnjavanje, mogu ostvariti dve žetve godišnje, dok se u nekim delovima ovog područja (Bregalnica, Strumica) gaji pirinač - kultura koja zahteva najveći utrošak vode. Zbog toga je specifična potrošnja vode u ovom reonu najveća u zemlji.*

----

* *Analiza koju je izvršio autor, kartirajući koeficijente neravnomernosti protoka u toku godine za čitavu Jugoslaviju, pokazuje da su proticaji na ovom području medju najneravnomernijim u SFRJ, pa i u Evropi.*

Slične, samo znatno zaoštrenije probleme ima i područje u slivu Vardara u Grčkoj. Već sada je dalji razvoj Soluna i okoline praktično zakočen zbog nedostatka vode. To područje će praktično zavisiti od vodoprivrednih zahvata na jugoslovenskom delu sliva.

Imajući sve ovo u vidu, pod pokroviteljstvom OUN je započeta izrada studije integralnog razvoja sliva Vardara, koja treba da dâ predlog optimalnog rešenja vodoprivrednog sistema u ovom slivu. Poseban problem ove studije je dimenzionisanje sistema akumulacija kompleksne namene. Razmatra se mogućnost izgradnje preko 20 akumulacija, uglavnom vrlo velikih relativnih zapremina, kojima bi se u potpunosti obezbedila kontrola voda u ovom slivu i ostvarilo njihovo kompleksno korišćenje.

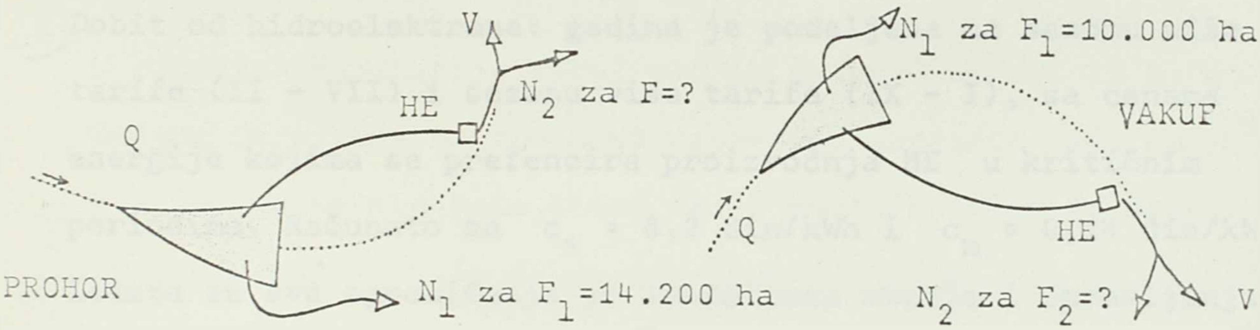
S obzirom na delikatnost ovog problema (preuzimanje odgovarajućih medjudržavnih obaveza), optimizacija ovog vodoprivrednog sistema je podeljena u dve faze:

- *u prvoj se vrši optimizacija svake akumulacije pojedinačno- ukoliko su izolovane, ili izolovanih kaskada - ukoliko iste čine tehnološki jedinstvenu celinu, i ispituju se maksimalne vodoprivredne mogućnosti i lokalni optimumi ovako izolovano tretiranih akumulacija.*
- *U drugoj fazi će se izvršiti optimalna sinteza čitavog sistema.*

Za jugoslovensku stranu je od velikog interesa da pored globalnog optimuma čitavog sistema zna i kakve su mogućnosti i lokalni optimumi pojedinih akumulacija, jer će i to uticati na njen stav u bilateralnim dogovorima sa grčkom stranom.

Iz studije koja se odnosi na prvu etapu optimizacije ovde će se prikazai finalni rezultati dimenzionisanja akumulacija Prohor na Pčinji i Vakuf na Krivoj reci.

Obe razmatrane akumulacije su višenamenske: služe za navodnjavanje (N), vodosnabdevanje (V) i hidroenergetiku (E). Problem čini složenijim za optimizaciju sledeća dispozicija (šema korišćenja): jedan deo vode za navodnjavanje (N_1) fiksiranih površina F_1 zahvata se direktno iz akumulacije, zbog zahteva dovoda. Voda za vodosnabdevanje zasad još nedefinisanih (ali procenjenih) potrošača i voda za navodnjavanje sistema (N_2) najpre se hidroenergetski koristi u HE, a zatim se negde nizvodno zahvata i distribuira. Površina F_2 sistema N_2 nije zadata, već se mora odrediti iz uslova da se postignu sledeće obezbedjenosti funkcionisanja: vodosnabdevanje - 97%, navodnjavanje - 75%. Hidroelektrana je prateći korisnik akumulacije, i njene su performanse (instalisanost) odredjene drugim analizama (u ovom zadatku su zadate, ali je moguće i njihovo uključivanje u optimizacioni zadatak).



Dati su ulazni nizovi dotoka i odgovarajući nizovi ukupne ili specifične potrošnje vode, koji služe kao osnova za simuliranje ulaza i zahtevanog izlaza.

S obzirom na činjenicu da ukupne potrebe vode za navodnjavanje N_2 nisu date, već se traži da se odredi max F_2 koje se može navodnjavati sa p = 75% i sa zadatom specifičnom potrošnjom (dat je odgovarajući niz), zadatak je podeljen u dva dela:

- u prvom se probanjem traži funkcija $F_2 = f(W)$;
- u drugom se rešava zadatak optimalne sinteze akumulacije, usvaja njena optimalna zapremina i vrši kontrola postignutog kvaliteta upravljanja,

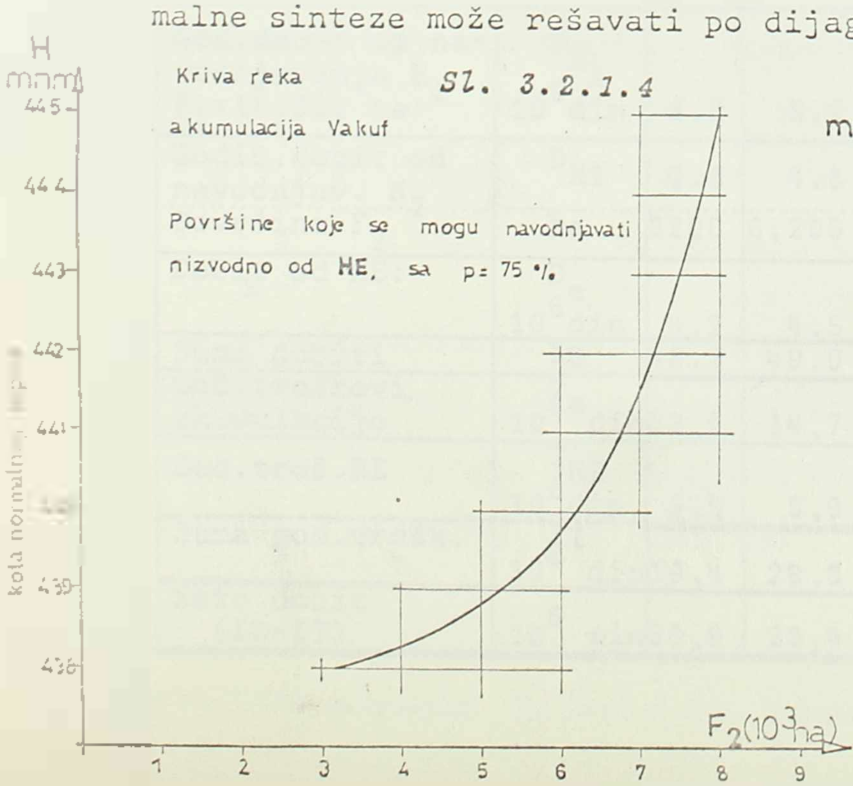
Ekonomski parametri za analizu. U oba slučaja su usvojene linearizovane ekonomske funkcije dobiti. (Linearizacija ovih funkcija nije posledica uprošćavanja zadatka, već je rezultat odgovarajućih logičnih ekonomskih predpostavki, definisanih studiskim zadatkom. Zadatak se uspešno rešava i ako su ove funkcije nelinearne, pošto se koristi aparat dinamičkog programiranja). Tip funkcija dobiti bio je sledeći:

Dobit od vodosnabdevanja: $D_v = a.q_v$; varirano
$a = 0,5;\ 1;\ 1,5\ din/m^3$

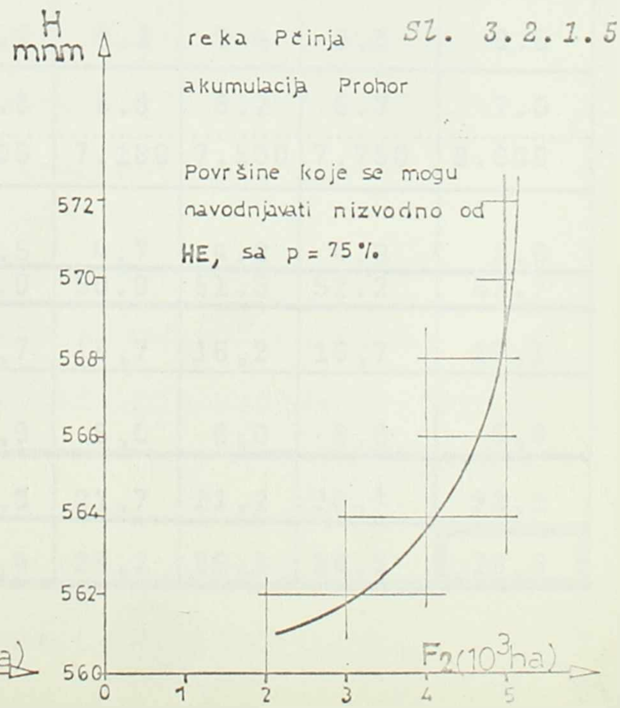
Dobit od navodnjavanja: $D_N = b\ q_N$; varirano $b = 0,2; 0,3\ din/m^3$

Dobit od hidroelektrane: godina je podeljena na sezonu niže tarife (II - VII) i sezonu više tarife (IX - I), sa cenama energije kojima se prefencira proizvodnja HE u kritičnim periodima. Računato sa $c_v = 0,2$ din/kWh i $c_n = 0,14$ din/kWh. Zadata su sva ograničenja po koordinata stanja i upravljanja. Date su i odgovarajuće funkcije troškova akumulacije $T_a = T(W)$ i hidroelektrane $T_{HE} = T(W)$, dobijene razmatranjem varijanti tri visine brane (sve do W^{max}).

Prvi deo zadatka - odredjivanje max F_2, koje zadovoljava obezbedjenost $p = 75\%$ rešen je za obe akumulacije probanjem, sa 10, odnosno 11 probanja (varira se W i F_2), te su dobijene zavisnosti $F_2 = f(W)$, date na sl. 3.2.1.4 i 5. Time su definisani svi potrošači, pa se dalji zadatak optimalne sinteze može rešavati po dijagramu toka prikazanom na



Sl. 3.2.1.4



Sl. 3.2.1.5

Sl. 3.2.1.2. Rezultati se donekle razlikuju, zbog čega su ova dva primera upravo i odabrana za ilustraciju.

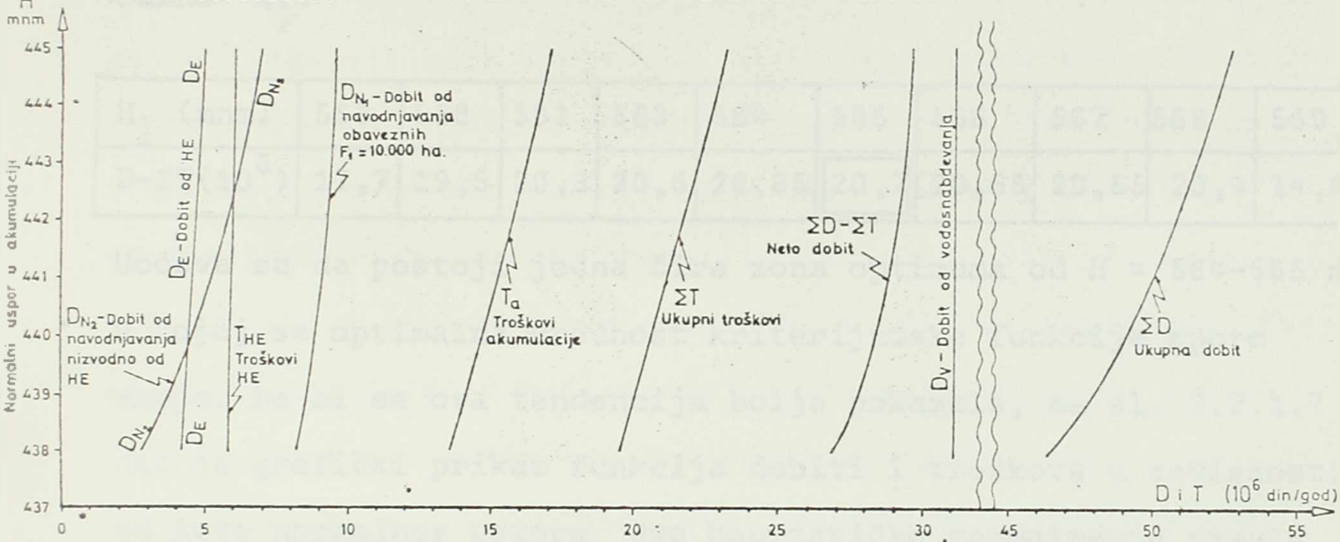
Broj zapremina W_j za koje se odredjuje optimalno upravljanje i pretraživanjem odredjuje W^{opt} može se znatno smanjiti ukoliko se prati tendencija zavisnosti $(\Sigma D - \Sigma T) = f(W)$.

U slučaju akumulacije Vakuf već je za prvi niz od 20 godina uočeno da optimalna vrednost zapremine izrazito teži ka W^{max}. Ovo je znatno olakšalo čitav dalji proračun, jer je opseg pretraživanja W_j za druge simulirane realizacije ulaza sužen oko te vrednosti. Na tabeli 3.2.1.1 date su vrednosti ukupne bruto i neto dobiti, pojedinačnih dobiti i troškova za prvu (realnu) seriju (n = 1), radjenu sa većim i promenljivim korakom $\Delta H = f(\Delta W)$

Tab. 3.2.1.1	Oznaka	Normalni radni uspor H (mnm)					
		438	440	442	443	444	445
Godišnja dobit od vodosnabdevanja	D_v 10^6 din	31.1	31.1	31.1	31.1	31.1	31.1
God.dobit od navodnjavanja N_1 F_1=10.000 ha	D_{N_1} 10^6 din	8.2	8.8	9.3	9.4	9.5	9.6
Godiš.dobit od navodnjav. N_2	D_{N2}	2.8	4.6	5.8	6.2	6.7	7.0
Površina F_2	ha	3200	6.200	7.180	7.500	7.750	8.000
Dobit od HE:	D_e 10^6 din	4.2	4.5	4.7	4.8	4.9	5.0
Suma dobiti	ΣD	46.3	49.0	50.9	51.5	52.2	52.7
God.troškovi akumulacije	T_a 10^6 din	13,6	14,7	15,7	16,2	16,7	17,1
God.troš.HE	T_{HE} 10^6 din	5,8	5,9	6,0	6,0	6,0	6,0
Suma god.trošk.	ΣT 10^6 din	19,4	20,6	21,7	22,2	22,7	23,1
Neto dobit $(\Sigma D-\Sigma T)$	10^6 din	26,9	28,4	29,2	29,3	29,5	29,6

Radi jasnije ilustracije tendencija ovih funkcija, za ovaj prikaz je napravljen i odgovarajući dijagram, prikazan na sl. 3.2.1.6.

Sl.3.2.1.6 AKUMULACIJA VAKUF: KRIVE DOBITI I TROŠKOVA



Optimizacioni proračun je ponovljen za 5 novih sintetičkih realizacija ulazne serije i odgovarajućih serija zahtevane potrošnje, i u svim slučajevima je dobijeno da je optimalna kota uspora ujedno i H^{max} = 445 mnm, te je, zbog ove izrazite tendencije, prekinuto dalje generisanje sintetičkih serija i ponavljanje optimizacionog proračuna.

Izvršeno je i ispitivanje osetljivosti rešenja na promenu ekonomskih funkcija dobiti (u funkciji za D_V koeficijent a je variran od 0,5 - 2 din/m^3, a u funkciji D_N koeficijent b = 0,2 - 0,3 din/m^3). U svim slučajevima je dobijeno da je $H^{opt} = H_{max} = 445$, samo se menjala vrednost neto dobiti.

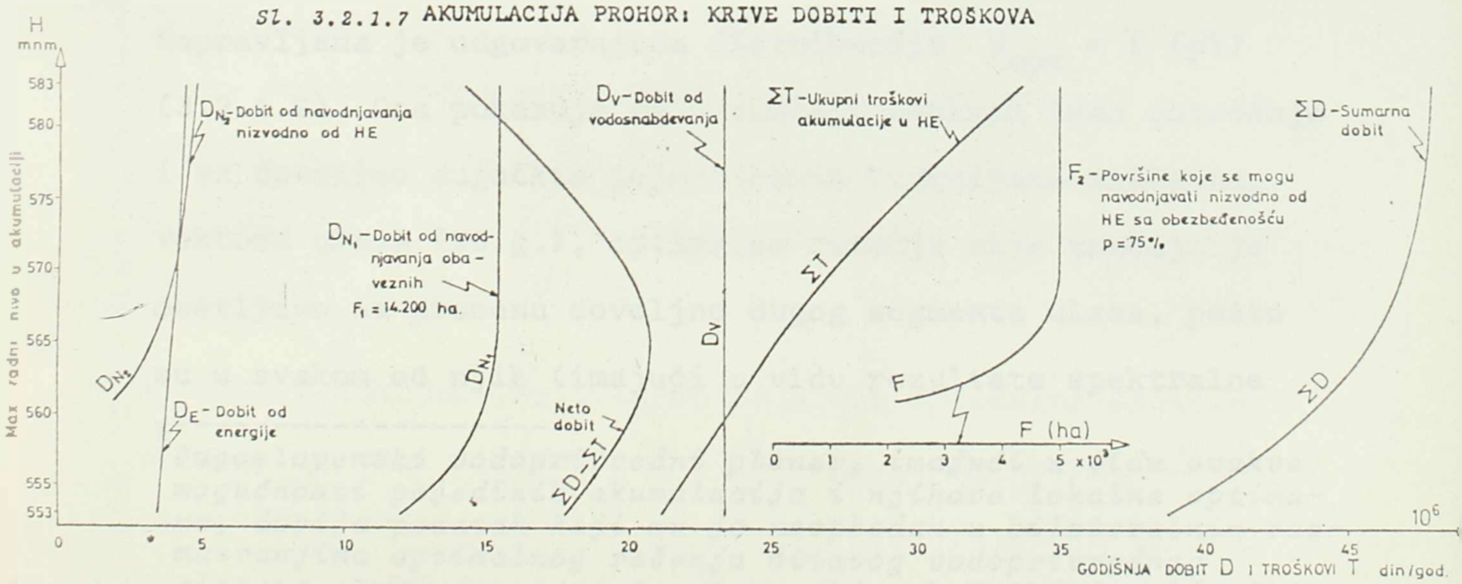
U slučaju akumulacije Prohor na Pčinji, kod koje ne postoje oštra ograničenja u pogledu zapremine akumulacije, te su ispitivani i slučaji vrlo velikih relativnih zapremina, dobijeni su nešto drukčiji rezultati.

Već je optimizacija za prvi niz (n = 1) i sa krupnim i promenljivim korakom $\Delta H = f(\Delta W)$ pokazala da postoji zona optimuma zapremine oko kote normalnog uspora 565 mnm (ispitivan je opseg H : [553,583] mnm. Ovo se vidi i iz tabele 3.2.1.2 u kojoj su prikazane samo ukupne neto dobiti za razne H_j:

H_j (mnm)	553	558	561	563	564	565	566	567	568	569
$D-\Sigma T(10^6)$	17,7	19,5	20,3	20,6	20,65	$\boxed{20,7}$	20,65	20,55	20,4	14,4

Uočava se da postoji jedna šira zona optimuma od H = 564-566 mnm u kojoj se optimalna vrednost kriterijumske funkcije sporo menja. Da bi se ova tendencija bolje pokazala, na sl. 3.2.1.7 dat je grafički prikaz funkcija dobiti i troškova u zavisnosti od kote normalnog uspora. Ovo heurističko razmatranje rezultata optimizacije za prvu ulaznu seriju (n = 1), omogućilo je da se pri daljem biranju $H_j \rightarrow W_j$ opseg H_j suzi na skup [562,567] mnm , što je veoma olakšalo optimizacioni proračun za n = 2,..., 20.

Sl. 3.2.1.7 AKUMULACIJA PROHOR: KRIVE DOBITI I TROŠKOVA



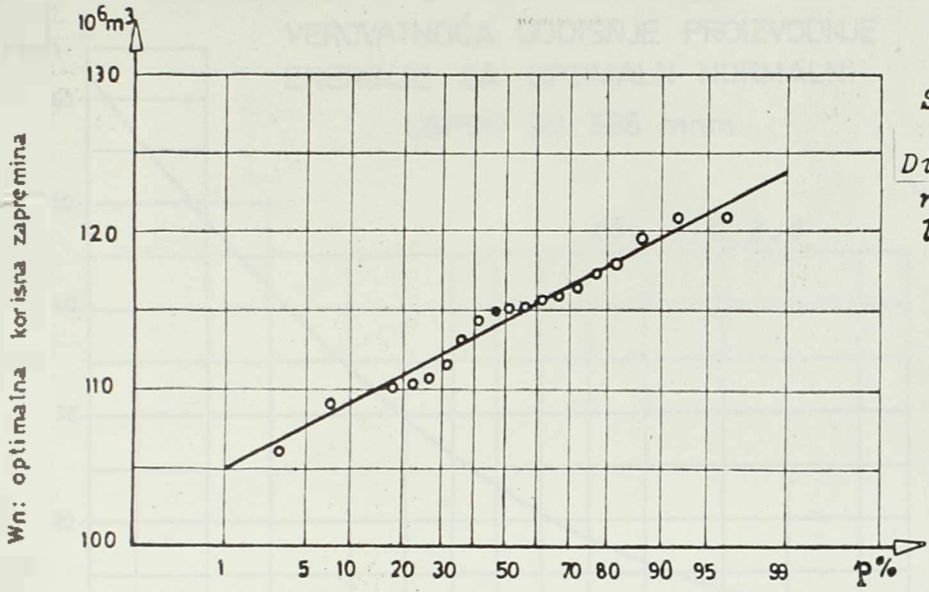
Iz ovih dijagrama uočljiva je i jedna vrlo značajna tendencija. Površina koja se može navodnjavati nizvodno od HE (navodnjavanje kao posredni korisnik), sa porastom normalnog uspora H, asimptotski teži vrednosti od F ≅ 5.000 ha. To znači da se posle odredjene veličine zapremine praktično utroši sav raspoloživi vodni resurs, tako da se iznad toga, bez obzira na visinu brane, za veće površine ne može ostvariti zahtevana obezbedjenost navodnjavanja od p = 75%. Preko te granične kote od oko 568 mnm nema više nikakvog fizičkog smisla povećavati visinu brane (zapreminu) pošto je efekat višegodišnjeg izravnavanja praktično u celosti iscrpljen. Možda ovaj zaključak i najilustrativnije pokazuje kako veliki smisao ima i ova optimizaciona analiza u prvoj fazi - odredjivanje maksimalnih vodoprivrednih mogućnosti pregradnog profila i utvrdjivanje lokalnog optimuma akumulacije*.

Sa ovako suženim dijapazonom pretraživanja $W_j \rightarrow H_j$, odredjena su optimalna upravljanja za 20 sintetičkih realizacija hidrološkog ulaza i odgovarajućih serija zahtevanog izlaza.

Napravljena je odgovarajuća distribucija $W_{opt} = f\,(p\%)$ (3.2.1.8). Ona pokazuje da u slučaju ovakvih šema potrošnje i sa dovoljno dugačkim pojedinačnim funkcijama slučajnog vektora ulaza (20 g.), optimalno rešenje nije značajnije osetljivo na promenu dovoljno dugog segmenta ulaza, pošto su u svakom od njih (imajući u vidu rezultate spektralne

---

* *Jugoslovenski vodoprivredni planer, imajući u vidu ovakve mogućnosti pojedinih akumulacija i njihove lokalne optimume, dobija podatak koji mu je neophodan u bilateralnim razmatranjima optimalnog rešenja čitavog vodoprivrednog sistema. Neki drugi socio-ekonomski, ekološki i politički razlozi, koje model čitavog sistema nije uzeo u obzir, mogu da utiču da on ne prihvati rešenja kojima se, u ime nekog zajedničkog optimuma značajno smenjuju zapremine pojedinih akumulacija, a time i njihove vodoprivredne mogućnosti na jugoslovenskom području.*



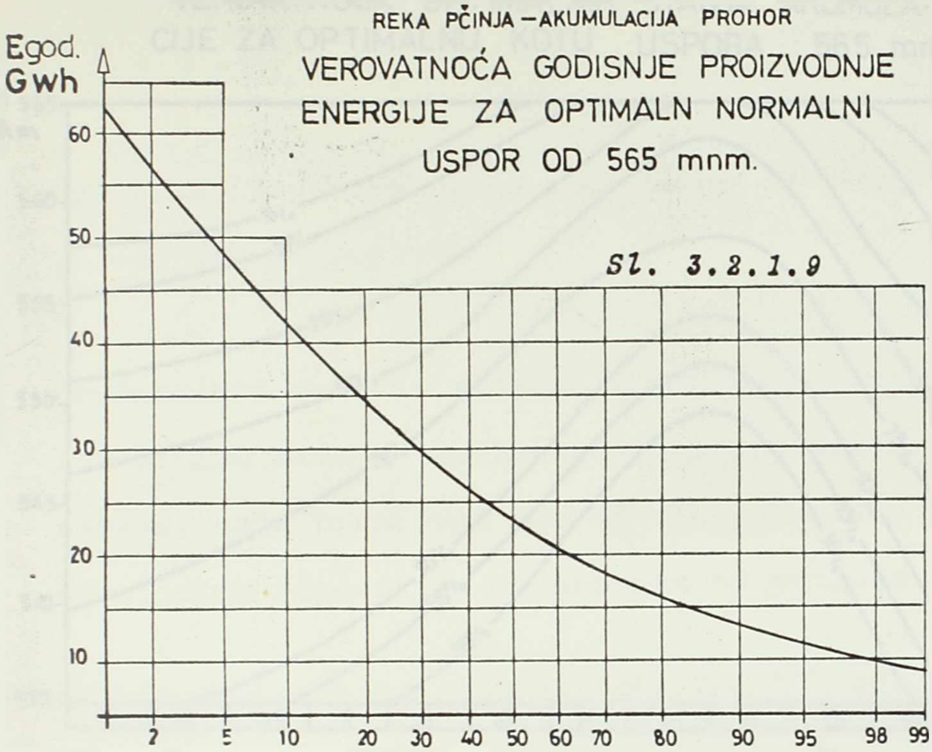
Sl. 3.2.1.8

Distribucija optimalnih zapremina akumulacije Prohor

analize) sadrže 4-5 grupacija sušnijih i vodnijih godina.

Kao optimalna korisna zapremina akumulacije Prohor usvojeno je W_{opt} (p = 75%) = 117. 10^6 m^3, kojoj odgovara kota uspora od 565 mnm. Ponovnom proverom obezbedjenosti funkcionisanja svih korisnika sistema za ovu veličinu korisne zapremine dobija se sledeća probabilistička obezbedjenost normalnog funkcionisanja: vodosnabdevanje V: $p \approx 99\%$; navodnjavanje N_1 : p = 81%, navodnjavanje N_2: p = 77%. Pošto se obezbedjenost hidroenergetske proizvodnje u ovom slučaju ne može tako formulisati, napravljena je analiza verovatnoće godišnje proizvodnje energije E (GWh) = f (p), prikazana na sl. 3.2.1.9.

Rezultati dobijeni rešavanjem zadataka optimalne sinteze uspešno se mogu koristiti i u rešavanju operativnih zadataka eksploatacije akumulacija. U tu svrhu je napravljena analiza verovatnoće optimalnih stanja akumulacije, za usvojenu kotu normalnog uspora. Takva analiza za akumulaciju Prohor data je na sl. 3.2.1.10. Ovakav dijagram je od velikog značaja u fazi eksploatacije akumulacije, jer omogućava planeru



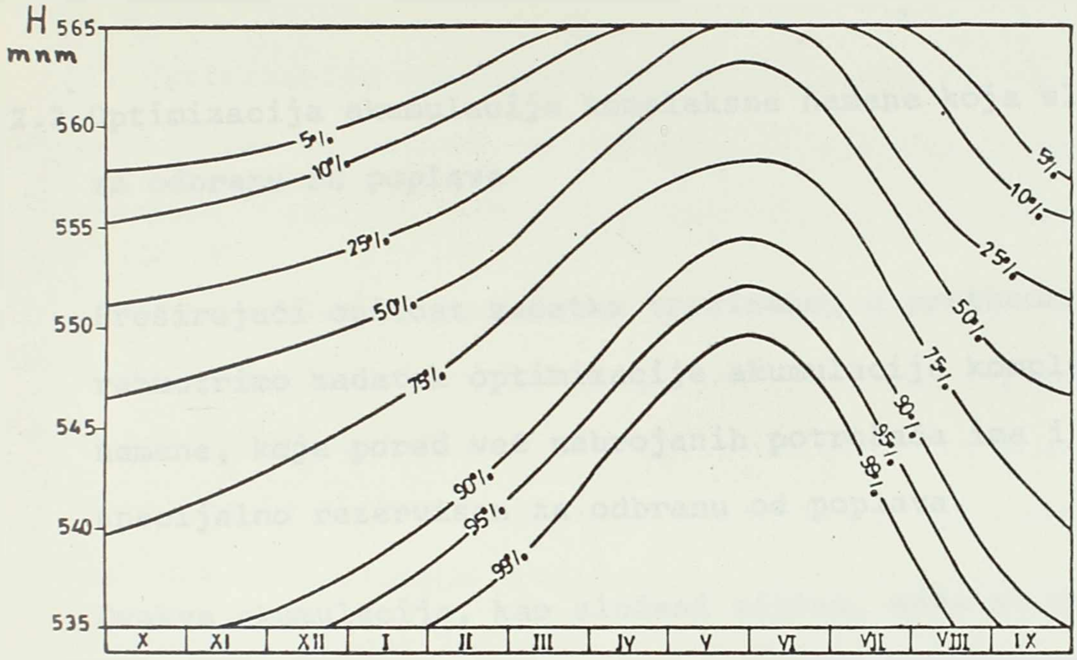
Sl. 3.2.1.9

da prateći dinamiku punjenja i pražnjenja akumulacije na vreme uočava eventualna odstupanja od optimalnih trajektorija nekog usvojenog probabilističkog nivoa. I najzad, rezultati optimalne sinteze (za W_{opt}) omogućavaju da se blagovremeno napravi višedimenzionalna regresiona analiza optimalnih upravljanja, koja bi omogućila optimalnu eksploataciju sistema, uz odgovarajuću prognozu dotoka za jedan ili više upravljačkih koraka unapred. Mogu se napraviti regresione zavisnosti tipa

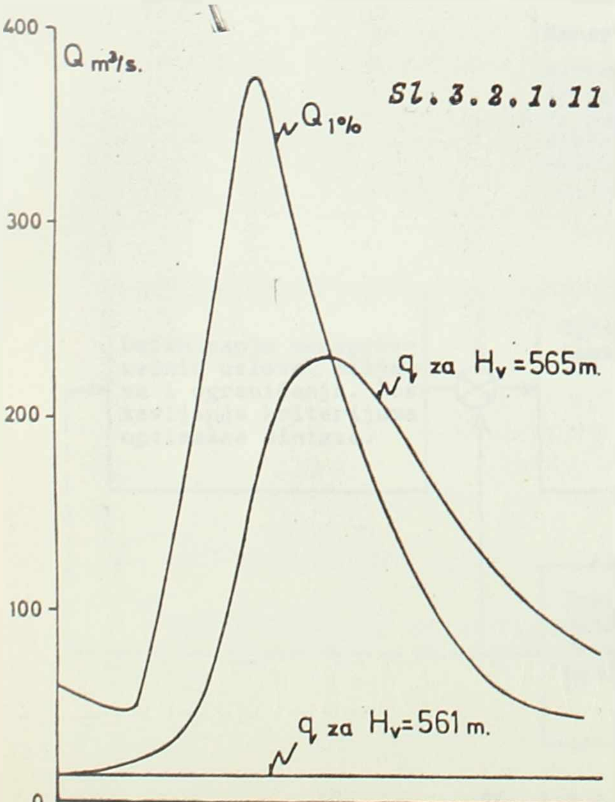
$$\tilde{q}_{k,m} = q\,(x_{m-2},\ x_{m-1},\ s_{m-2};\ s_{m-1};\ q_{k,m-1};\ \tilde{x}_m, \tilde{x}_{m+1}, m)$$

gde su sa x, s i q označeni dotoci; stanja i isporuke u prethodnim intervalima, a sa x prognozirani dotoci u m-tom intervalu upravljanja i eventualno i (m+1) intervalu. Odgovarajućom prognozom x_m i x_{m+1} mogle bi se već na početku m-tog intervala odrediti isporuke $q_{k,m} = \tilde{q}_{k,m}$, koje su, shodno regresionoj analizi, najbliže optimalnim.

Sl. 3.2.1.10



Pošto su razmatrane akumulacije vrlo velikih relativnih zapremina (β = 0,72 i 0,78), sa verovatnoćom da budu potpuno ispunjene u toku godine ispod 50% (videti sl.10), nisu predvidjani rezervisani prostori za transformaciju talasa velikih voda. I bez toga će njihova transformaciona uloga biti veoma velika. Da bi se to dokumentovalo sračunate su transformacije pojedinih teorijskih talasa za razne ispunjenosti



Sl. 3.2.1.11

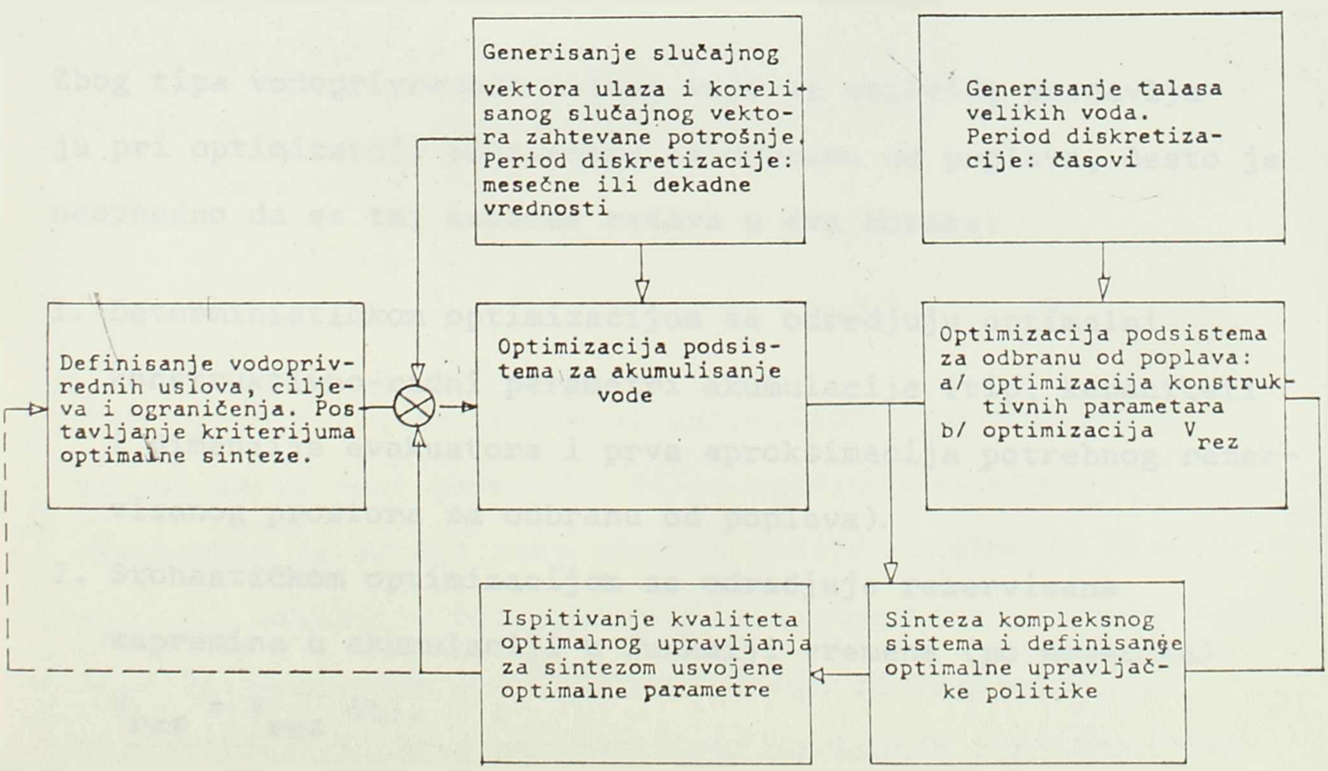
akumulacije. Na sl. 11 prikazan je efekat transformacije talasa p=1% za dve kote ispunjenosti akumulacije: H_v = 565 mnm (talas nailazi na punu akumulaciju) i H_v = 561 mnm. Vidi se da čak i puna akumulacija značajno transformiše talas (q^{max}/Q^{max}=0,65), a ukoliko ovaj talas naidje na kotu 561 mnm isti se u potpunosti transformiše na turbinski proticaj. Treba zapaziti na sl.10 da je verovatnoća da će nivo u akumulaciji biti iznad kote 561 m u većem delu godine manja od 5%.

3.2.2 Optimizacija akumulacije kompleksne namene koja služi i za odbranu od poplava

Proširujući opštost zadatka tretiranog u prethodnoj glavi, razmotrimo zadatak optimizacije akumulacije kompleksne namene, koja pored već nabrojanih potrošača ima i prostor specijalno rezervisan za odbranu od poplava.

Ovakva akumulacija, kao složeni sistem, može se dekomponovati prema funkcijskoj nameni na sledeće podsisteme:
(a) podsistem za akumulisanje vode za potrebe svih potrošača i korisnika vode; b) podsistem za odbranu od poplava.

Ovakva dekompozicija omogućava optimizaciju akumulacije u sledećim etapama:



Sl. 3.2.2.1 Shema optimizacionog zadatka za kompleksnu akumulaciju

1. Optimizacija podsistema za akumulisanje, 2) optimizacija podsistema za odbranu od poplava, 3) sinteza sistema; 4) ispitivanje kvaliteta ostvarenog upravljanja kompleksnog sistema.

Osnovni razlog za ovakvu dekompoziciju problema je različit nivo diskretizacije slučajnog vektora ulaza pri rešavanju jednog i drugog zadatka: u slučaju podsistema za akumulisanje dovoljna je diskretizacija po mesecima, eventualno po dekadama, dok su u slučaju optimizacije podsistema za odbranu od poplava ulazne funkcije talasi velikih voda, za koje je neophodna diskretizacija sa korakom reda veličine nekoliko časova.

Šema ovog optimizacionog proračuna data je na sl. 3.2.2.1.

Prvi deo zadatka se rešava na već opisan način, te neće biti ponovo obradjivan u slučaju jedne akumulacije.

Zbog tipa vodoprivrednih uslova koji se najčešće postavljaju pri optimizaciji podsistema za odbranu od poplava, često je neophodno da se taj zadatak rešava u dva koraka:

1. Determinističkom optimizacijom se odredjuju optimalni konstruktivno-radni parametri akumulacije (tip, kapaciteti i dimenzije evakuatora i prva aproksimacija potrebnog rezervisanog prostora za odbranu od poplava).
2. Stohastičkom optimizacijom se odredjuje rezervisana zapremina u akumulaciji u funkciji vremena (po mesecima) $V_{rez} = V_{rez}(t)$.

1. Optimizacija radno-konstruktivnih parametara akumulacije

Deterministički pristup u ovom delu zadatka rezultat je najčešće sasvim decidno fiksiranih hidroloških uslova (merodavnih talasa) na koje treba dimenzionisati evakuacione organe i rezervni prostor.

Skup parametara po kojima vršimo optimizaciju $A = \{a_1,..,a_r\}$ predstavljaju konstruktivni parametri brane i hidraulički parametri koji ih uslovljavaju (vid. sl. 1.4): $A = \{q_e^o, b, H_v, H_m, H_p\}$. S obzirom da postoji veza $H_m = f(Q_{mer}, b)$ ovim se optimizira i visina brane $H_b = H_m + \Delta h$, gde je Δh zahtevan zazor iznad maksimalnog mogućeg nivoa u akumulaciji (H_m). Model je definisan sistemom diferencijalnih jednačina 1.7 i poznatim hidrauličkim relacijama za isticanje i prelivanje (detaljnije u radu autora [8]).

Ograničenja koja se uvode u proračun proističu iz vodoprivrednih zahteva i hidrauličkih i prirodnih uslova u zoni akumulacije, npr.:

$$q_{max} = q_{max.dop};\ b_{min} \leq b \leq b_{max};\ H_v^o \leq H_v \leq H_m \quad \text{itd.}$$

Prvo ograničenje proističe iz hidrauličko-vodoprivrednog uslova da za neki merodavni talas maksimum izlaznog hidrograma ne predje neku unapred zadatu maksimalnu vrednost $q_{max.dop}$ (takav je bio slučaj sa već pomenutim primerom zaštite Skoplja od poplava); drugo ograničenje je posledica hidrauličkih i terenskih okolnosti da dužina prelivne ivice

----

* $Q_{mer} \triangleq$ *merodavna velika voda za dimenzionisanje evakuacionih organa na branama. Najčešće se definiše teoriskim talasom velike vode (neke zahtevane verovatnoće javljanja) za koga treba obezbediti potpuno kontrolisanu evakuaciju.*

takodje ima ograničenje na obe strane, treće ograničenje znači da kota rezervnog prostora ne može biti niža od radnog nivoa H_v^o (dobijenog optimizacijom podsistema za akumulisanje),ni viša od dopustivog maksimalnog nivoa u rezervoaru itd.

Kriterijum za optimizaciju se može definisati na više načina, ali se ovde ističu dva:

a/ Ekonomski kriterijum, kojim se minimizira funkcija troškova: brane i akumulacije - T_1 (H_m), opreme donjeg evakuatora - T_2 (q_e^o, H_v) i opreme preliva - T_3 (b, H_p, H_m). Tada se ciljna funkcija može definisati sa

$$J = T_1 (H_m) + T_2 (q_e^o, H_v) + T_3 (b, H_p, H_m) \qquad (3.2.2.1)$$

te je kriterijum za optimizaciju

$$\min_{\{A\}} J \quad ; \text{gde je } A = \{ q_e^o, b, H_v, H_p, H_m \} \qquad (3.2.2.2)$$

uz postizanje uslova

$$q_{max} = q_{max.dop.}$$

b/ Kriterijum se može postaviti i u vidu nekih fizičkih zahteva: minimizacija rezervne zapremine uz istovremenu maksimizaciju ostvarene transformacije (spljoštenja) ulaznog talasa (rad autora [33]).

Ovaj prvi deo zadatka rešava se kao deterministički problem, primenom metode pretraživanja. U skladu sa ograničenjima bira se korak za variranje parametara Δq_e^o, Δ b,..., vrši se proračun transformacije, sračunava se vrednost kriterijuma i formira višedimenzionalna matrica privremeno optimalnih vrednosti parametara, unutar koje se, pretraživanjem,odredjuju parametri A koji daju globalni optimum.

Odredivši na taj način optimalne radno-konstruktivne parametre akumulacije može se rešavati drugi deo zadatka: stohastička optimizacija rezervnog prostora za odbranu od poplava.

2. *Optimizacija rezervnog prostora*

S obzirom na promenljivost hidroloških uslova formiranja velikih voda tokom godine, veličina rezervnog prostora u akumulaciji može se tretirati kao dinamička kategorija. Optimizacija tog dela zapremine $V_{rez} = V(t)$ može se rešavati kao stohastički zadatak, pri čemu je ulaz - niz talasa velikih voda različite verovatnoće javljanja (za svaki mesec koji se rasmatra).

Model i ograničenja su identična kao u već postavljenom determinističkom zadatku.

Što se tiče kriterijuma problem je bitno različit, jer se primenjuje eksplicitni stohastički model, te se rešenje traži u vidu nerandomizirane strategije (nerandomizirane zbog toga što se ekonomske funkcije koje ulaze u kriterijalnu funkciju zadaju u determinističkom vidu).

U opštem slučaju kriterijum za optimizaciju može se izraziti u vidu matematičkog očekivanja:

$$J(C) = \int_{X_v} L(X,C)\, P(X)\, dX \qquad (3.2.2.3)$$

gde je: $C \triangleq$ vektor po čijim se koordinatama vrši optimizacija, u ovom slučaju vektor stanja; $C = (c_1, \ldots, c_r)$

$X \triangleq$ slučajni vektor u oblasti X_ν sa zajedničkom funkcijom raspodele $P(X)$.

Stanje po kome se optimizacija vrši je maksimalni radni nivo H_v, dok su ciljevi: veći prihodi od akumulacije, manji troškovi sistema, manje štete od plavljenja nizvodnih područja.

Uvode se determinističke ekonomske funkcije po mesecima:

a/ prihodi od akumulacija $D = D(H_{v,i};\ i)$

b/ troškovi akumulacije $T = T\,(H_{v,i};\ i)$

c/ štete o d poplava kao funkcija maksimuma izlaznog talasa $\check{S} = \check{S}\,(q_{i,}^{max}\ i)$

Tada se kriterijumska funkcija može napisati za svaki i-ti mesec posebno u obliku

$$J_i = D(H_{v,i};\ i) - T\,(H_{v,i};\ i) - M\,\{\check{S}\,(q_{i,}^{max}\ i)\} \qquad (3.2.2.4)$$

gde je:

$$M\,\{\,\check{S}\,(q_{i,}^{max}\ i)\} = \int_R \check{S}\,(q_{i,}^{max}\ i)\ p\,(q_i^{max})\ d\,q_i^{max}\} \qquad (3.2.2.5)$$

Ovde je:

$p\,(q_i^{max}\ ) \triangleq$ funkcija gustine raspodele maksimuma izlaznog talasa $q_i\ (Q_i,\ H_v,\ i)$; $R \triangleq$ skup mogućih vrednosti q_i^{max}.

Tada je zadatak optimizacije odredjivanje optimalnih vrednosti $H_{v,i}$ tako da se maksimizira kriterijum

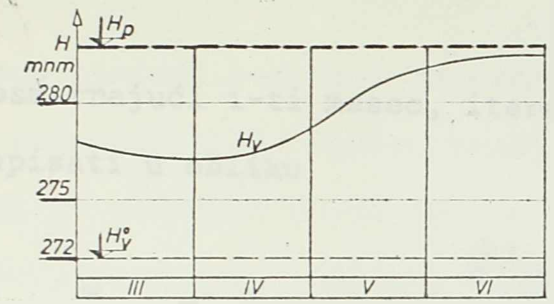
$$\max_{\{H_{v,i}\}} J_i \qquad (3.2.2.6)$$

čime se dobija optimalni rezervisani prostor u svakom (i-tom) mesecu unutar godine .

U ovom radu razradjena su dva postupka za rešavanje ovog stohastičkog optimizacionog zadatka: a) metoda pretraživanja, b) gradijentni postupak.

Metoda pretraživanja: Parametar H_v se varira unutar dopustivog opsega, sa korakom ΔH_v, i za svaku takvu njegovu vrednost sračunava se odgovarajuća vrednost kriterijuma J^j, J^{j+1},.... U skladu sa kriterijumom optimizacije (3.2.2.6) za svake dve uzastopne vrednosti H_v^j, H_v^{j+1} utvrdjuje se privremeni optimum H_v, te se samo on pamti u računaru. Postupak se iterativno ponavlja sve dok se ne pokrije čitav interval parametara ΔH_v, čime se dobija H_v^{opt} za svaki mesec. Ispitivanjem osetljivosti kriterijuma J na veličinu usvojenog koraka H_v utvrdjuje se da li treba navedeni iterativni postupak ponoviti u zoni optimuma sa manjim korakom.

Kao ilustracija rešenja ovog optimizacionog zadatka na sl. 3.2.2.2 se daje dijagram $H_v^{opt} = H(t)$ za kritične prolećne mesece, za jednu od više ispitivanih varijanti akumulacije Ćelija na Rasini. Uočava se da zbog promenljivih hidroloških karakteristika talasa u pojedinim mesecima optimalna re-



Optimalni nivoi iznad kojih se rezerviše prostor za odbranu od poplava (jedna varijanta akumulacije Čelija)

Sl. 3.2.2.2.

zervisana zapremina varira tokom vremena, što treba uzeti u obzir pri sintezi oba podsistema.

Gradijentni postupak.

Ukoliko je funkcija (3.2.2.3) diferencijabilna, potrebni uslov za ekstremum je

$$\frac{\partial J(C)}{\partial c_j} = 0 ;(j = 1,\ldots, r) \qquad (3.2.2.7)$$

Traži se optimalni vektor C+ koji daje globalni ekstremum ciljne funkcije, tj. rešava se zadatak

$$\nabla J(C) = 0 \qquad (3.2.2.8)$$

Zadnja jednačina se rešava iterativnim gradijentnim postupkom, korišćenjem relacije [14]:

$$C_{[i]} = C_{[i-1]} - G_{[i]} \nabla J(C_{[i-1]}) \qquad (3.2.2.9)$$

gde je $G_{[i]}$ vrednost veličine G u i-toj iteraciji. Početna vrednost $C_{[o]} = (c_{1[o]}, \ldots, c_{r[o]})$ za iterativni postupak (3.2.2.9) bira se proizvoljno iz dopustive oblasti. Da bi se uverili da se radi zaista o globalnom optimumu račun se može sprovesti za više različitih početnih vrednosti $C_{[o]}$.

Posmatrajući i-ti mesec, iterativna relacija (9) može se napisati u obliku

$$H_{v\,[n]} = H_{v[n-1]} - \left(\frac{\partial^2 J_{[n-1]}}{\partial H_v^2} \right)^{-1} \frac{\partial J_{[n-1]}}{\partial H_v} \tag{3.2.2.10}$$

$$\frac{\partial J_{[n-1]}}{\partial H_v} = \frac{\partial D(H_{v[n-1]})}{\partial H_v} - \frac{\partial T(H_{v[n-1]})}{\partial H_v} - \sum_j P_j \frac{\partial Š}{\partial q_{max}} \frac{\partial q_{max(j)}}{\partial H_v}$$

$$\frac{\partial^2 J_{[n-1]}}{\partial H_v^2} = \frac{\partial^2 D_{[n-1]}}{\partial H_v^2} - \frac{\partial^2 T_{[n-1]}}{\partial H_v^2} - \sum_j P_j \left[\frac{\partial^2 Š}{\partial q_{max}^2} \left(\frac{\partial q_{max(j)}}{\partial H_v} \right)^2 + \frac{\partial Š}{\partial q_{max}} \frac{\partial^2 q_{max(j)}}{\partial H_v^2} \right]$$

gde je n - broj iteracija.

Iterativni postupak se prekida kada razlika $H_{v[n]} - H_{v[n-1]}$ postane manja od unapred zadate granice.

Računski postupak: Jednačina (1.7)* se rešava metodom Runge-Kutta, te se dobija upravljanje i odgovarajući izlazni talas q (t), iz koga se odredjuje q_{max}. Za jedno j odredjuje se $q_{max}(H_{v[n-1]} - \Delta H_v)$, $q_{max}(H_{v[n-1]})$ i $q_{max}(H_{v[n-1]} + \Delta H_v)$, gde je ΔH_v proizvoljan korak, a zatim se pomoću polinoma odredjuju izvodi

$$\frac{\partial q_{max}(j)}{\partial H_v} \quad \text{i} \quad \frac{\partial^2 q_{max}(j)}{\partial H_v^2}$$

---

* *Bilansna jednačina akumulacije definisana na str. 226, koja je univerzalna u svim zadacima transformacije proticaja u akumulacijama.*

Ponavljajući postupak za svako j odredjuju se vrednosti u relaciji (10). Posle odredjivanje vrednosti $H_{v[n]}$ postupak se ponavlja da se dobije nova vrednost $H_{v\ [n+1]}$, sve dok se razlika vrednosti dve iteracije ne postane dovoljno mala.

Da bi se pokazala brzina konvergencije ka optimalnom rešenju navodimo rezultate za dva polazna $H_{v[o]}$, za već pomenutu akumulaciju ćelija na Rasini (mesec maj, jedna od varijanti korišćenja akumulacije):

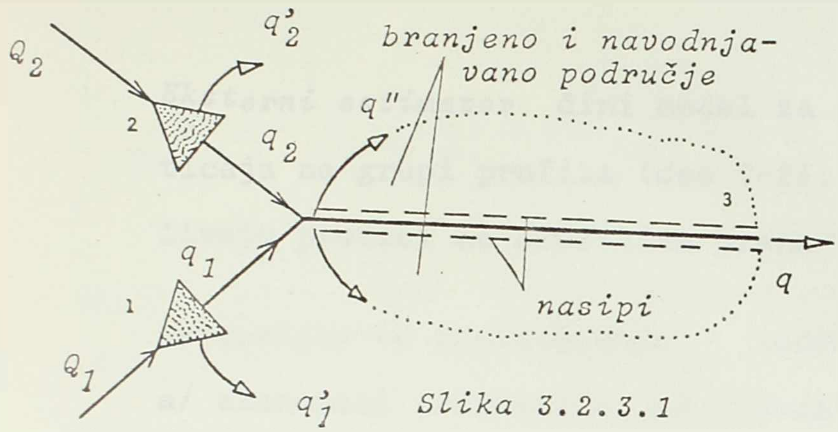
$H_{v\ [o]}$	n					
	1	2	3	4	5	6
275	278,88	278,99	278,88	278,94	278,97	$\boxed{278,98}$
280,5	279,5	278,95	278,97	$\boxed{278,98}$		

Polazeći sa dva kraja dopustivog opsega za H_v dobija se ista vrednost za H_v^{opt}, što je dokaz da je dosegnut globalni optimum.

3.2.3 Optimizacija vodoprivrednog sistema kompleksne namene, u okviru koga se preduzimaju aktivne i pasivne mere zaštite od poplava.

Problematika kompleksnih sistema koji služe i za odbranu od poplava detaljno je izložena u radu autora [illegible] . U njemu je izvršena i odgovarajuća sistematizacija mera zaštite od velikih voda. Za potrebe ovog izlaganja dovoljno je reći da su glavna mera aktivne zaštite rezervni prostori u akumulacionim basenima, dok glavnu meru pasivne zaštite predstavljaju odbrambeni nasipi u nizvodnim, ugroženim područjima. Obe ove grupe mera su nužne, te već iz same ove dualnosti sledi i nov optimizacioni problem: kako optimalno dimenzionisati takav složeni sistem, kako optimalno uskladiti aktivne i pasivne mere zaštite, u sklopu integralnog korišćenja i uredjenja voda jednog sliva? Ovu složenu problematiku dokumentujemo jednim primerom.

Razmotrimo vodoprivredni sistem (sl. 3.2.3.1) koga sačinjavaju sledeći podsistemi (shodno gl. II, 4.2): a) podsistem za akumulisanje vode, sastavljen od dve akumulacije kompleksne namene, b) podsistem za transport (samo korita vodotoka), c) podsistem potrošača, sastavljen od po jednog direktnog potrošača iz svake akumulacije i jednog zajedničkog korisnika (navodnjavanje nizvodnog područja); d) podsistem za odbranu od poplava, koji sačinjavaju rezervni prostori u akumulacijama i regulacioni radovi i nasipi duž ugroženog područja. Postavlja se sledeći upravljački zadatak: izvršiti



Slika 3.2.3.1

optimalno dimenzionisanje podsistema za akumulisanje vode i podsistema za odbranu od poplava, pri čemu u ovom drugom slučaju, treba optimizirati mere aktivne i pasivne zaštite.

I u ovom slučaju u celosti važi shema proračuna data na sl. 3.2.2.1. Formulišimo egzaktno ovako dekomponovan problem.

a/ Optimizacija podsistema za akumulisanje vode

Model sistema, po analogiji sa jedn. 3.2.1.1 može se prikazati jednačinama bilansa akumulacija

$$V_{i,m+1} = V_{i,m}+Q_{i,m}-q'_{i,m}-q_{i,m}-g_{i,m}; \quad i=1,2; \; m = 1,\ldots, M \qquad 3.2.3.1$$

i jednačinom bilansa na izlazu iz sistema (3):

$$\sum_{i=1}^{2} q_{i,m} + Q_m^{međ} - q''_m - q_m = 0 \qquad 3.2.3.2$$

gde je od novih oznaka: Q^{medj} ≙ dotok sa medjusliva, nizvodno od akumulacija, g_i ≙ gubici iz i-te akumulacije, q ≙ izlazni protok na krajnjem profilu sistema, koji treba tretirati kao interakcionu vezu sa susednim sistemom (ili podsistemom nekog šireg sistema). Zahtevana količina ovog protoka p_m odredjuje se sa višeg hijerarhiskog nivoa upravljanja.

Ograničenja po koordinatama stanja i upravljanja su identična kao u prethodnim zadacima.

Eksterni estimator čini model za simuliranje mesečnih proticaja na grupi profila (deo I-2). U ovom slučaju se simuliraju protoci na profilima brana i na medjuslivu.

Kriterijum za optimizaciju sadrži dva uslova:

a/ ekonomski kriterijum, b) probabilistički kriterijum obezbedjenosti funkcionisanja.

Ciljna funkcija, potrebna za definisanje ekonomskog kriterijuma, može se napisati u obliku

$$J = \sum_{m=1}^{M} \left\{ \sum_{i=1}^{2} D_i' (q_{i,m}'; m) + D'' (q_m'', m) \right\} - \sum_{i=1}^{2} T_i(W_i) - \sum_{m=1}^{M} K (q_m) \qquad (3.2.3.3)$$

gde su:

$D_i' (q_{i,m}; m) \triangleq$ dobit od isporučene vode i-tom potrošaču u m-tom intervalu vremena, $D'' (\cdots) \triangleq$ to isto samo za zajedničkog korisnika, $T_i (W_i) \triangleq$ troškovi i-te akumulacije u periodu M; $K (q_m) \triangleq$ kaznena funkcija kojom se ekonomski kažnjava upravljanje koje dopušta da realizovana interakcija q_m u m-tom intervalu bude manja od zahtevane veličine p_m (ova funkcija se definiše relacijom tipa 3.2.1.5)*.

Tada se ekonomski kriterijum za optimizaciju upravljanja može pisati u obliku

$$\max_{\{W_i,\, q_{i,m}' \,;\, q_m''\}} J \qquad (3.2.3.4)$$

Da bi se problem mogao da dekomponuje i u računskom pogledu može se pisati na osnovu (3.2.3.2 i 3):

* *Izlaz q_m iz podsistema ima karakter interakcije sa nizvodnim vodoprivrednim podsistemima.*

$$\max_{\{W_i\}} \{- \sum_{i=1}^{2} T_i(W_i) + \max_{\{q'_{i,m}; q''_m\}} \left[\sum_{m=1}^{M} (\sum_{i=1}^{2} D'_i (\cdots) + D''(\cdots) - K (\cdots)) \right] \} \quad 3.2.3.5$$

Kako se akumulacije nalaze u paralelnoj vezi, mora se imati u vidu da se isporuka q" i nizvodni proticaj q mogu realizovati raznim kombinacijama isticanja q_1 i q_2. To zahteva da se u analizu uvede nova promenljiva $x = [0,1]$.

$$q_1 = (q'' + q - Q^{medj})\, x \qquad (3.2.3.6')$$

$$q_2 = (q'' + q - Q^{med})(1-x) \qquad (3.2.3.6'')$$

Smisao ove nove nepoznate je sledeći: nizvodne potrebe (q" + q) mogu se zadovoljiti ispuštanjem ukupnog potrebnog proticaja samo iz jedne ili samo iz druge akumulacije, ili istovremenim ispuštanjem i dopunjavanjem protoka iz oba rezervoara. Kombinaciju ispuštanja takodje odredjujemo optimizacionim računom, zbog čega je nova nepoznata i uvedena. (Vrednosti $x = 0$, $x = 1$ označavaju slučaj ako se nizvodni potez snabdeva vodom samo iz jedne od ovih akumulacija).

Uvodjenjem nove nepoznate jednačine (3.2.3.1) se mogu pisati (član g se ili odbacuje, ako je mali, ili se spaja sa Q tako da se računa sa neto dotokom):

$$V_{1,m+1} = V_{1,m} + Q_{1,m} - q'_{1,m} - (q''_m + q_m - Q^{med}_m)\, x_m$$

$$V_{2,m+1} = V_{2,m} + Q_{2,m} - q'_{2,m} - (q''_m + q_m - Q^{med}_m)(1 - x_m) \qquad (3.2.3.7)$$

Uvodjenjem x kriterijumska funkcija 3.2.3.5 se može pisati u obliku

$$F = \max_{\{W_i\}} \{ -\sum_{i=1}^{2} T_i (W_i) + \max_{\{q'_{i,m}; q''_m; x_m\}} [\text{drugi deo jed. } 3.2.3.5] \} \quad (3.2.3.8$$

Slično već iznetom u gl. 3.2.1 druga maksimizacija se rešava dinamičkim programiranjem, dok se $\max_{\{W_i\}}$ rešava metodom pretraživanja.

Da bi se ograničio opseg pretraživanja uvodi se još jedno, sumarno ograničenje

$$\sum_{i=1}^{2} W_i^{min} \equiv C^{min} \leqslant \sum_{i=1}^{2} W_i \equiv C \leqslant \sum_{i=1}^{2} W_i^{max} \equiv C^{max} \quad (3.2.3.9$$

Optimizacija se sprovodi po već opisanom implicitnom stohastičkom pristupu, analogno slučaju sa jednom akumulacijom.

U eksternom estimatoru ulaza generiše se niz sintetičkih serija ulaza $Q_1(t)$, $Q_2(t)$ i $Q^{medj}(t)$, a u estimatoru potrošnje generiše se zahtevana potrošnja $p''(t)$. Zatim se kombinacijom dinamičkog programiranja i metode pretraživanja za niz takvih ulaza odredjuje optimalno upravljanje rezervoarima, definisano sa $q'_i(t)$, $q''(t)$, $q_1(t)$ i $q_2(t)$ i odgovarajuća kombinacija W_1^{opt} i W_2^{opt}. Pretraživanjem se pokriva čitav opseg $[C^{min}, C^{max}]$.

Za svaku tako odredjenu kombinaciju W_1^{opt}, W_2^{opt} odredjuje se obezbedjenost vodosnabdevanja svakog od vodopotrošača, odredjivanjem verovatnoće $P_i \{q'_i = p'_i\}$ $(i = 1,2)$; $P_3 = \{q'' = p''\}$ i $P_4 \{q = p\}$ Ova se analiza može sprovesti i za neke konkretne merodavne ili kritične periode ili mesece tokom godine, Tako sračunate kombinacije W_1^{opt} i W_2^{opt} i odgovarajuće obezbedjenosti P_j $(j = 1,4)$, odnosno i P_j^* ($P^* \triangleq$ obezbedjenost funkcionisanja sistema u nekom konkretnom razdoblju u toku godine) mogu se tabulisati u nekoj tablici tipa

W_1	W_2	T	D	P_1	...	P_4	P_1^*	....	P_4^*
:									

Analiziranjem ovih pokazatelja (T i D su troškovi akumulacija i dobit od njih za tu kombinaciju W_1 i W_2 i odgovarajuće optimalno upravljanje) može se usvojiti ona kombinacija koja zadovoljava i probabilistički deo kriterijuma. Time je, u prvoj aproksimaciji dimenzionisan podsistem za akumulisanje vode.

Autor ovog razmatranja čvrsto stoji na stanovištu da jedino ovakav heuristički pristup pri odredjivanju zapremina akumulacija, uz uvodjenje probabilističkog dela kriterijuma, može da da pouzdane rezultate.

b/ Optimizacija podsistema za odbranu od poplava

Pošto se zaštita od poplava na ugroženom području vrši ublažavanjem talasa velikih voda u akumulacionim basenima (aktivna odbrana) i regulacionim merama i nasipima duž ugroženog dela (pasivne mere zaštite), problem optimizacije podsistema za odbranu od poplava svodi se na iznalaženje optimalnog odnosa ovih grupa mera. Drugim rečima, treba naći optimalni odnos izmedju zapremine rezervisane za ublažavanje talasa u akumulacijama, s jedne strane, i visine i položaja nasipa i obima regulacionih radova, s druge strane.

Pri rešavanju ovog optimizacionog zadatka moguća su dva prilaza: 1) deterministička optimizacija, kada su zadati nepovoljni hidrološki uslovi (talasi velikih voda) za koje se zahteve zaštita branjenog područja; 2) stohastička optimizacija, kada se merodavni hidrološki uslovi ne zadaju, već se samo traži ekonomski najprihvatljivije rešenje. Ukoliko se na branjenom području nalaze veća naselja ili vitalni infrastrukturni i privredni objekti, dominantan je prvi prilaz, jer se egzistencija ljudi ne može [illegible]vati samo za ekonomski optimalno rešenje, ukoliko ono nije uslovljeno i nekom verovatnoćom zaštite. Zadatak stohastičke optimizacije bi se moglo iskoristiti i u slučaju zaštite naselja, ukoliko bi se postavila oštra ograničenja u vidu kota koje se ne smeju prekoračiti, ili ukoliko bi se uvele stroge „penalty" funkcije.

U ovom slučaju zadatak je rešavan prvim prilazom (stohastički zadatak je razmatran u prethodnoj glavi, te bi ovde bio analogan).

Kao eksterni estimator ulaza služe hidrološki modeli za genezu velikih voda u slivu, kao i njihovu propagaciju do akumulacija (gl. II-2). Ovi modeli se uglavnom zasnivaju na digitalnoj simulaciji sliva uz estimaciju padavina ekstremnog intenziteta.

Model upravljanja sačinjavaju poznate hidrauličke i bilansne relacije kojima se opisuje transformacija talasa u akumulacijama i njihova dalja propagacija, superpozicija i transformacija duž vodotoka (u podsistemu za transport).

Ograničenja su identična kao u gl. 3.2.2 , s tim što se uvodi i dodatno ograničenje

$$\max \{ q_1 (t) + q_2 (t) + Q^{medj} (t) \} < q^{max}_{p.s} \qquad 3.2.3.10$$

tj. maksimum superponiranih izlaznih talasa iz akumulacija i talasa sa medjusliva mora da bude manji od maksimalne propusne sposobnosti korita na branjenom području.

Ciljna funkcija za optimizaciju podsistema za odbranu od poplava može se pisati u obliku

$$J = \sum_{i=1}^{2} T_i \, (W_i^{rez}) + T_3 \, (q_{p.s}^{max} \, , L) - D \, (L) \qquad 3.2.3.11$$

gde su: $T_i \, (W_i^{rez}) \triangleq$ troškovi koji nastaju zbog povećanja i-te akumulacije (u odnosu na optimalan prostor za akumulisanje vode) da bi se ostvario rezervni prostor W_i^{rez} ;

$T \, (q_{p.s}^{max}, L) \triangleq$ troškovi regulacije korita i izgradnje nasipa, u funkciji maksimalno ostvarene propusne sposobnosti korita q_{ps}^{max} i rastojanja izmedju nasipa L;

$D \, (L) \triangleq$ dobit koja bi se ostvarila kada bi se od plavljenja branio i žrtvovani prostor unutar nasipa.

Tada se kriterijum za rešavanje ovog optimizacionog zadatka može definisati u obliku

$$\min_{\{W_i^{rez}, \, q_{p.s}^{max}; \; L\}} J \qquad (3.2.3.12$$

uz striktno poštovanje ograničenja 3.2.3.10.

S obzirom da su ulazne funkcije determinisane, problem (12) se rešava kao deterministički zadatak primenom dinamičkog programiranja. Kao rezultat se dobijaju neophodne rezervne zapremine i elementi kojima se u potpunosti odredjuje obim regulacionih mera na branjenoj deonici reke: razmak nasipa i maksimalni merodavni proticaj na koji se dimenzioniše major korito. To omogućava da se, postupkom uhodanim u rečnoj hidraulici, odrede visina nasipa i potrebne regulacione intervencije u koritu.

Sinteza većih sistema

I u slučaju da je razmatrani sistem sastavljen od više akumulacija i većih i složenijih podsistema potrošača,podsistema za zaštitu od poplava itd.,problem bi mogao da bude rešavan na sličan način, ukoliko se prethodno dekomponuje po teritorijalnom principu na manje podsisteme. Tada se, shodno već iznetom principu hijerarhiske koordinacije,može vršiti iterativna optimizacija po podsistemima, uz optimizaciju i koordinaciju zahtevanih izlaza $q(t)$ iz takvih podsistema. Tu koordinaciju i optimizaciju izlaza iz podsistema vrši upravljačka jedinica višeg hijerarhiskog nivoa. U ovom slučaju to su proticaji $q(t)$ u profilu 3 (sl. 3.2.3.1) u obe faze rešavanja ovog upravljačkog zadatka: u prvom, pri optimizaciji podsistema za akumulisanje, to je zahtevani protok q_m koji je potreban korisnicima nizvodno od tog podsistema; u drugom, pri optimizaciji podsistema za odbranu od poplava,to bi bilo zahtevano ublažavanje talasa na izlazu iz podsistema, dato ili preko $q(t)$ ili preko uslovljenog $\max\{q(t)\}$. U oba slučaja takvi proticaji bi imali karakter referentnog - dirigovanog ulaza u složen sistem koji optimizira upravljačka jedinica višeg hijerarhiskog nivoa.

3.2.4 Optimizacija sistema kompleksne vodoprivredne i elektroprivredne namene

Vodoprivredni sistemi sa hidroelektranama veoma su tesno povezani sa elektroenergetskim sistemom, pošto hidroelektrane proizvode energiju za potrebe mešovitog elektroenergetskog sistema, a svojim radom bitno utiču na vodoprivredni sistem. S obzirom da će akumulacije HE u buduće biti po pravilu višenamenske, pri čemu vodoprivreda i elektroprivreda imaju najčešće suprotno usmerene zahteve po nizu parametara, neophodno je optimalno (u smislu nekog kriterijuma) razrešavanje sukoba njihovih interesa u procesu integralnog korišćenja slivova.

Sistemski gledano, vodoprivredni i elektroprivredni sistemi bi se mogli tretirati kao jedinstven sistem, ukoliko je uloga HE u njima značajna(a takav je slučaj u SFRJ). Ukoliko bi se išlo i dalje došlo bi se do još složenijih kombinacija privrednih, pa i privredno-društvenih sistema. Ovaj rad, očigledno ne može da se upušta u probleme optimizacije takvih sistema. No, pri dimenzionisanju vodoprivrednih sistema sa akumulacijama koje ujedno služe i za HE, nužno je da se uspostavi veza sa mešovitim elektroenergetskim sistemom, uvodjenjem interakcija koje se koordiniraju sa višeg hijerarhiskog nivoa.

Metode dimenzionisanja HE kao elektroprivrednih objekata razvio je prof. Požar [56] , pa se time ovde nećemo baviti. Ovo razmatranje će pokušati da tom problemu da jednu novu komplementarnu dimenziju: kako dimenzionisati višenamenske akumulacije, vodeći računa o interakcionim vezama vodoprivrednih i elektroprivrednih sistema?

Želeći da problem najšire postavimo, razmatraćemo složeni sistem vodoprivredne i elektroprivredne namene, u kome deluju i pumpno-akumulacione HE (u buduće: PA HE).

Potreba uvodjenja u naše sisteme i PA HE razmatrana je u radu [II·10]. Ovde bi naveli samo razloge relevantne za sagledavanje problematike planiranja ovakvih složenih sistema.

Dnevni dijagram opterećenja našeg elektroenergetskog sistema je dosta neravnomeran, što stvara posebne teškoće u podmirivanju energijom vršenih perioda opterećenja. Odnos min i max opterećenja u radnom danu iznosi oko 0,51 dok je faktor opterećenja ($E_{dan}/24\ N_{max}$) oko 0,74, što ukazuje na značajnu neravnomernost potrošnje. Nasuprot tome, brzina podizanja opterećenja u periodima najbržeg porasta prelazi 25.000 KW/min, što izaziva posebne teškoće u pogonu.

Stepen izravnavanja voda u postojećim akumulacijama HE je nedovoljan. Većina HE ima akumulacije sa manjim izravnavanjem (dnevna, nedeljna, nepotpuna sezonska), usled čega je njihova proizvodnja u dužim intervalima vremena veoma zavisna od trenutnih hidroloških uslova. To otežava optimalno korišćenje i ostalih elektrana u sistemu naročito u periodima ekstremnih opterećenja (i visokih i niskih).

Veoma neravnomerni vodni režimi naših vodotoka i niski stepen izravnavanja u akumulacijama dovode do toga da imamo periode kada se vrhovi potrošnje podmiruju uz velike napore, uz uvodjenje restrikcija, i nasuprot tome, periode (u toku sezone, pa i dana) kada se voda preliva energetski neiskorišćena .

Struktura elektroenergetskog sistema je izmenjena. Značajno povećanje snage agregata novijih elektrana (neki već dostižu 200 MW) stvorilo je posebne uslove za eksploataciju sistema, kako sa gledišta zahtevane snage rotirajuće rezerve, tako i u pogledu mogućnosti naglog skidanja ili povećavanja opterećenja velikih energetskih jedinica. Noćni rad TE znatno je ekonomičniji od kratkotrajnog zaustavljanja ili velikog rasterećenja ovih postrojenja. Isto tako je daleko ekonomičnije ne snižavati opterećenja niza HE u periodu male potrošnje, kako bi se time izbeglo neiskorišćeno prelivanje vode.

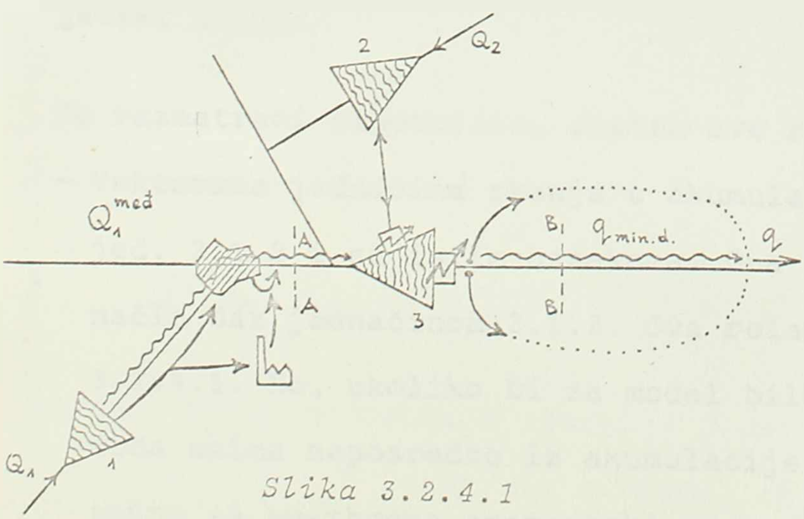
Ovi razlozi stvaraju potrebu da se u sistem postepeno uvode PA HE kao specifični, visoko manevarski vršni objekti. Pumpno-akumulacione HE bi imale veoma značajne funkcije: učestvovale bi u pokrivanju najviših vrhova aktivnog opterećenja, služile bi kao visoko sposobna manevarska rezerva snage, učestvovale bi u regulisanju frekvencije u vreme vrhova opterećenja i u periodu naglog porasta opterećenja sistema, proiz-

vodile bi i reaktivnu energiju, podizale bi korisno opterećenje u periodu noćnih dolja na dijagramu opterećenja, čime se olakšava rad TE u ovom kritičnom periodu i otklanjanju neiskorišćeni prelivi na HE sa malim stepenima izravnanja, i najzad, služile bi za kompenzaciju nedostatka energije u sušnom delu godine (rezerva energije).

Da bi se ostvarili gornji zadaci u sistem se moraju uvoditi i PA HE sa dužim ciklusima regulisanja, sa većim akumulacijama kojima se voda izravnava i preraspodeljuje i u dužim vremenskim intervalima. Kako u tom slučaju takvi objekti imaju i širi vodoprivredni značaj, u zadacima analize i sinteze ih treba tretirati kao objekte kompleksne vodoprivredne i elektroprivredne namene.

Razmotrićemo problem optimizacije sistema koji se sastoji od R višenamenskih akumulacija, sa i bez elektrana, u okviru koga postoji G - hidro i L - pumpno-akumulacionih HE. Elektroenergetski sistem sačinjava i još T termoelektrana*, sa zadatim energetskim i ekonomskim karakteristikama.

Dekompozicija ovakvih sistema obuhvata sve vidove dekomponovanja: od prostornog razlaganja na podsisteme u kojima se mogu zaokruženo posmatrati vodni režimi i bilansi vode i energije, preko daljeg razlaganja takvih podsistema po funkcijskoj nameni i najzad, do dekomponovanja problema po vremenskim



Slika 3.2.4.1

---

* *Zadatak se principijelno ne menja ukoliko se umesto zadavanja konkretnih TE zada veza sa preostalim elektroenergetskim sistemom u vidu bilansa, režima rada i ekonomskih pokazatelja tog dela sistema.*

intervalima za koje se sprovodi optimizacija . (Tu je zastupljen princip optimizacije od šireg intervala ka užem: najpre se sprovodi optimizacija unutar godine, da bi se, kroz više etapa, došlo do optimizacije rada u toku dana - po časovima).

Na sl. 3.2.4.1 prikazana je shema jednog takvog teritorijalno dekomponovanog hipotetičkog podsistema. Dekomponovanje po funkcijskoj nameni izvršeno je na način opisan u delu II.1.1, uz sledeću dopunu: 1) podsistem potrošača je podeljen na dva nova podsistema: 1.1 vodoprivredni potrošači, 1.2 elektroprivredni potrošači (ovaj drugi podsistem biće uzet u obzir samo preko bilansa zahtevane energije), 2. uveden je podsistem elektrana, koji sadrži: 2.1 HE, 2.2 PA HE, 2.3 TE.

Model sistema se sastoji od vektorske jednačine stanja akumulacija, bilansnih jednačina za protoke vode u kontrolnim profilima, bilansnih energetskih jednačina i relacija za proizvodnju energije (preslikavanje upravljanja i stanja u energetski izlaz).

Za razmatrani hipotetički sistem ove relacije bi bile sledeće:

- Vektorska jednačina stanja u akumulacijama identična je sa jed. 3.1.2 i sa istim oznakama. Ona se može prikazati i na način dat jednačinom 3.1.3. Ova relacija odgovara shemi 3.2.4.1. No, ukoliko bi za model bilo relevantno da li se voda uzima neposredno iz akumulacije ili nizvodno od nje, pošto se prethodno energetski preradi, onda bi se jednačina stanja mogla definisati u vidu jed. 3.2.1.1 .

- Jednačina bilansa vode na pojedinim profilima su očigledne, kada se znaju šeme podsistema za transport, podsistema akumulacija i podsistema za zaštitu voda (za sada samo kvalitativni aspekt: koliko se vode vraća u vodotok iz naselja i industrije). Tako bi bilans u profilu A bio: $Q_A = q_1 + Q_1^{medj} + \sum_{i=1}^{2} q_i^{\Delta}$, gde je od novih oznaka : q_i^{Δ} $(i = 1,2) \hat{=}$ količina vode koju vraćaju u vodotok grad i industrija.

- Opšta relacija za energiju, proizvedenu u i-toj HE ili PA HE u m-tom intervalu vremena,ili utrošena na pumpanje vode u gornju akumulaciju PAHE može se dati u obliku

$$E_{i,m} = q_{i,m} \cdot \bar{H}_{i,m}(V_{i,m};\ V_{i,m+1})\ C_i\ (q_{i,m};\ \bar{H}) \qquad (3.2.4.1)$$

gde je: $\bar{H} \hat{=}$ srednji pad, dok je $C \hat{=}$ operator koji ima sledeći oblik:

$$C_t = C\left[\eta_t\ (q_m,\ \bar{H})\right] \text{ za } q > 0, \text{ tj. za turbinski režim rada;}$$

$$C_p = C\left[\eta_p\ (q_m,\ \bar{H})\right] \text{ za } q < 0, \text{ tj. za pumpni režim rada PA HE.}$$

pri čemu je η_t i $\eta_p \hat{=}$ koef. korisnog dejstva turbina ili pumpi.

- Jednačina energetskog bilansa data je u sledećem obliku:

$$E_m^{PP} = \sum_{g=1}^{G} E_{g,m} + \sum_{\ell=1}^{L} E_{l,m} + \sum_{t=1}^{T} E_{t,m} \qquad (3.2.4.3$$

gde je: $E_m^{PP} \hat{=}$ isporučena energija podsistemu energetskih potrošača u m-tom intervalu vremena, E_g, E_l i $E_t \hat{=}$ proizvedena energija u HE, PAHE i TE. Kada PA HE radi kao elektrana,veličine E_l ima pozitivnu vrednost , a kada radi u pumpnom režimu E_ℓ je negativno (energija se uzima iz sistema).

Eksterni estimator hidrološkog ulaza i zahtevane potrošnje opisani su modelima za generisanje sintetičkih serija na grupi profila i za simuliranje zahtevane potrošnje vode (I-2).

Ograničenja po koordinatama stanja i koordinatama upravljanja su ista kao u već razmatranim slučajevima, samo se uvode još dodatna ograničenja u pogledu dopustivog protoka na kontrolnim profilima i po q, ukoliko je isto zahtevano koordinacijom sa višeg hijerarhiskog nivoa. To su ograničenja u obliku $q_A \geq q_{A,min}$; $q_B \geq q_{B,\,min}$; $q \geq q_{zaht.}$ itd.

Ograničenje po energiji formuliše se očiglednom relacijom $E_m^{pp} \leq E_m^{tr}$, gde je E_m^{tr} = tražena energija u intervalu m.

Kriterijum za optimizaciju ovakvog sistema može se formulisati na razne načine, pri čemu se zadržavamo na dva.

a/ Ukoliko se postavlja zahtev da se u potpunosti zadovolji podsistem elektroenergetskih potrošača, tj. ukoliko važi uslov $E_m^{pp} = E_m^{tr}$ ciljna funkcija optimalne analize sistema može se pisati u obliku

$$J = \sum_{m=1}^{M} \left\{ \sum_{k=1}^{K'} D_{k,m} \left(q_{k,m};\, m\right) - \sum_{t=1}^{T} T_{t,m}^{T} \left(E_{t,m}^{T};\, m\right) \right\} \qquad (3.2.4.4)$$

gde je: $D_{k,m} \triangleq$ dobit koja se postiže isporukom vode k-tom vodoprivrednom korisniku, u m-tom intervalu vremena;

$K' \subset K \triangleq$ podskup skupa korisnika, iz koga su isključene HE,

$T_{t,m}^{T} \triangleq$ promenljivi troškovi TE za proizvodnju $E_{t,m}^{T}$ energije u m-tom intervalu vremena.

U tom slučaju se kriterijum optimalne analize može pisati u obliku

$$\max_{\{q_m,\, E_m^T\}} J \quad \text{uz uslov} \quad E_m^{pp} = E_m^{tr} \qquad (3.2.4.5)$$

b) Drugi kriterijum polazi od načela da treba naći takvu upravljačku politiku kojom se maksimizira ukupni ekonomski efekat u integralnom sistemu, pri čemu se dopušta i redukcija električne energije isporučene podsistemu e.e. potrošača, tj. dopušta se da važi

$$E_m^{pp} \leq E_m^{tr}$$

Tada ciljna funkcija dobija oblik

$$J = \sum_{m=1}^{M} \{ \sum_{k=1}^{K} D_{k,m} (q_{k,m}; m) - \sum_{t=1}^{\bar{T}} T_{t,m}^{-} (E_{t,m}^{T}; m)\} +$$

$$+ \sum_{m \in M_p} c_v E_m^{pp} + \sum_{m \notin M_p} c_n E_m^{pp} \qquad (3.2.4.6)$$

gde su od novih oznaka c_v i c_n cena energije u periodu više i niže tarife (sa uračunatim korektivom za valorizaciju snage); $M_p \triangleq$ skup intervala u kojima se primenjuje viša tarifa.

Da bi se postavljeni zadatak mogao da reši primenom dinamičkog programiranja uvodimo smenu promenljivih. Sa x označimo opšti vektor upravljanja, čije će komponente biti sve upravljačke koordinate. Prelaz na opšti vektor upravljanja obavlja se smenom

$$u_{i,m} \Leftrightarrow x_{i+(m-1)I}, \quad i = 1, \dots, I \qquad (3.2.4.7)$$

gde je sa $u_{i,m}$ obeležena i-ta upravljačka koordinata, dok je I broj svih upravljačkih koordinata u sistemu.

Posle gornje smene i odgovarajućih transformacija, ciljna funkcija se može svesti na opšti oblik

$$J = \sum_{n=1}^{N} Z_n (x_n) \qquad (3.2.4.8)$$

gde je Z_n ekonomski efekat odgovarajućeg upravljačkog elementa x_n, $x_n \in U^n \subset U$: $U^n \triangleq$ dopustiv skup upravljanja za upravljački element x_n, $U \triangleq$ skup svih dopustivih upravljanja; $N = I.M \triangleq$ ukupan broj upravljačkih elemenata.

Ovom smenom kriterijum se svodi na oblik

$$\max_{\{x_n\}} J \qquad (3.2.4.9)$$

Ako uvedemo veličinu F_n

$$F_n = \max_{\{x_n\}} \sum_{n=1}^{n} Z_n (x_n)$$

na bazi Belmanovog principa optimalnosti dobija se rekurentna relacija

$$F_N = \max_{\{x_N\}} \left[F_N(x_N) + F_{N-1} \right], \qquad N = 2,3, \dots .$$

$$F_1 = Z_1 (x_1) \qquad 3.2.4.10$$

Dalji postupak je sličan već opisanim zadacima: vrši se estimacija slučajnog vektora ulaza i zahtevane potrošnje, te se primenom rekurentnih relacija, uz zadovoljenje zadatih ograničenja dobijaju optimalne vrednosti upravljačkih elemenata x_n, odakle se, primenom smene (7) dolazi do optimalne [illegible] strategije integralnog sistema.

U zadacima optimalne analize ovakvih sistema neophodna je vremenska dekompozicija problema, te se traženje optimalnog upravljanja može sprovesti u tri faze.

U prvoj fazi se dugoročno, globalno planira rad integralnog sistema. U ovoj fazi je vremenski period planiranja godina ili sezona, a intervali po kojima se optimizacija vrši mogu biti meseci, dekade ili nedelje. Kao rezultat se dobija optimalna raspodela vode po potrošačima i intervalima tokom godine za svaku razmatranju kombinaciju generisanog ulaza, globalna raspodela proizvodnje električne energije po elektranama, čime se, u stvari, optimizira generalna strategija punjenja i pražnjenja akumulacija.

U drugoj etapi vremenski tako dekomponovanog zadatka,kao period za optimizaciju se uzima vremenski interval iz prve faze, pa se optimizacija vrši po još kraćim intervalima, po danima. Ovim se već ulazi u sferu neposrednog operativnog upravljanja ovakvim sistemima.

Najzad, u trećoj fazi se kao period za optimizaciju uzima dan , a intervali po kojima se optimizira mogu biti sati.Kvalitet estimacije svih ulaznih parametara je dosta visok, zbog kratkog intervala koji se razmatra, tako da se ovaj deo problema rešava kao deterministički optimizacioni problem.

Zavisno od karaktera generisanog ulaznog vektora ovaj optimizacioni problem ima dva vida:

1. Ukoliko se ulazni vektor prognozira u čitavom periodu optimizacije (po svim intervalima) zadatak je deterministički, te se kao rezultat dobija jedna operativna strategija

zasnovana na navedenoj prognozi. Ova strategija se tokom upravljanja koriguje, posle svakog realizovanog koraka i svake popravke u estimaciji ulaznog vektora.

2. U slučajevima kada se ne mogu praviti pouzdane prognoze ulaznog vektora za čitav period koji se optimizira (a to je najčešće slučaj sa zadacima prve etape) generiše se skup kombinacija sintetičkih ulaznih serija. Za svaku od njih se sprovodi optimizacija, a zatim se dobijeni izlazi podvrgavaju probabilističkoj analizi, što omogućava da se dobiju optimalna upravljanja kao probabilistička kategorija (npr. optimalna stanja svakog rezervoara u funkciji verovatnoće javljanja itd.). Ukoliko se sada u razmatranje uvedu i drugi, dodatni kriterijumi (npr. verovatnoća optimalnog funkcionisanja sistema, zahtevana rezerva sistema u pojedinim kritičkim periodima itd.) može se predložiti jedna generalno upravljačka strategija. Po njoj se sprovodi upravljanje u prvom koraku (mesecu, dekadi), pošto se prethodno sprovede optimizacija unutar tog koraka optimizacijom druge i treće faze, dok se upravljanje u narednim koracima koriguje u skladu sa adaptacijom vektora ulaza i drugih adaptivnih parametara sistema.

3.2.5 Mogućnosti primene diferencijalnog dinamičkog programiranja (DDP) za optimizaciju sistema akumulacija

Primena standardne metode dinamičkog programiranja u zadacima analize i sinteze sistema akumulacionih basena limitirana je čisto tehničko-numeričkim razlozima: zahtevanom memorijom računara i obimom računanja. Osnovni problem je u tome što je neophodno da se numerički ispituje cela rešetka mnogodimenzionalnog hiperparalelopipeda, čije su granice definisane celokupnim opsezima dopustivih stanja i upravljanja. Kako obim računanja eksponencijalno raste sa porastom broja akumulacija u sistemu, pri sadašnjem stanju računske tehnike ne mogu se istovremeno razmatrati sistemi veći od 3-5 akumulacija (zavisno od njihove kompleksnosti). Zbog ovog ograničenja veći i složeniji sistemi se dekomponuju po raznim osnovama, optimizacioni zadaci se razlažu na pojedine podprobleme, sistem se organizuje po hijerarhiskom principu kako bi se sa višeg hijerarhiskog nivoa optimizirale interakcije pojedinih podsistema. Na ovaj način se uspešno mogu savladjivati numeričke teškoće optimizacionih zadataka za sisteme akumulacija.

Problem dimenzionalnosti ovih zadataka može se znatno olakšati ukoliko se umesto klasičnog primeni diferencijalno dinamičko programiranje (ubuduće samo DDP). Primena DDP u opštoj teoriji upravljanja intenzivno je razvijana tek u zadnje 3-4 godine. Velike doprinose u ovoj oblasti učinili su Jakobson i Mayne [26], a prvi pokušaj primene u vodoprivrednim sistemima učinio je Heidari sa saradnicima [27]

Metoda DDP je iterativna: polazi se od jedne probne strategije upravljanja ili probne trajektorije optimalnih stanja, pa se Belmanova rekurzivna jednačina u jednoj iteraciji primeni samo u jednom uzanom koridoru oko ove predpostavljene trajektorije (ili strategije). Posle jednog iterativnog koraka dobija se poboljšanje ove trajektorije u okviru usvojenog koridora, a u skladu sa zadatim kriterijumom optimizacije, a zatim se sa tako lokalno poboljšanom trajektorijom startuje kao sa probnom u sledećoj iteraciji. Postupak se ponavlja sve dok razlika u vrednosti kriterijuma u dve uzastopne iteracije ne postane manja od neke zadate vrednosti ε .

Formulišimo zadatak DDP za sistem akumulacija čija je vektorska jednačina stanja (zapremina vode u akumulacijama) data u opštem diskretizovanom obliku

$$s_{m+1} = f\,(s_m,\ u_m,\ x_m,\ m);\ m = 1, \ldots, M \qquad 3.2.5.1$$

Ograničenja po koordinatama stanja s_m i koordinatama upravljanja u_m data su u obliku

$$s_m \in S_m \subset S\ ; \quad u_m \in U_m \subset U \qquad 3.2.5.2'$$

gde su S i U $\hat{=}$ ukupne oblasti stanja i upravljanja, dok su S_m i U_m $\hat{=}$ podskupovi dopustivih stanja i upravljanja u stepenu m. Takodje uvodimo vektore stanja u početnom i krajnjem stepenu

$$s\,(o) = s_o\ ; \quad s\,(M) = s_M \qquad 3.2.5.2''$$

Ciljna funkcija, za valorizaciju upravljanja, može se formulisati u opštem diskretizovanom obliku

$$J = \sum_{m=1}^{M} D\,(s_m,\ u_m,\ m) \qquad 3.2.5.3$$

Tada se optimizacija upravljanja, sprovedena dinamičkim programiranjem unapred, može izvršiti preko rekurzivne relacije

$$F\,(s_{m+1},\ m+1) = \max_{\{u_m\}} \{\, D\,(s_m,\ u_m,\ m) + F\,(s_m, m)\,\} \qquad 3.2.5.4$$

Vrednost $F\,(s_{m+1},\ m+1)$ je maksimum kriterijumskog funkcionala od stanja s_o do s_{m+1}.

Ukoliko se (3.2.5.1) reši po s_m: $s_m = \bar{\Phi}\,(s_{m+1}, u_m, x_m, m)$ i zameni u (4), dobija se opšta rekurentna relacija za rešavanje zadatka optimizacije upravljanja

$$F\,(s_{m+1}, m+1) = \max_{\{u_m\}} \{D\,(\Phi\,,\ u_m, m) + F\,(s_m, m)\} \qquad 3.2.5.5$$

čijim se rešavanjem, uz poštovanje ograničenja (2') dobija optimalno upravljanje $\{u_m\}$, a postupno i čitava strategija $\{u^M\}$.

Kod višedimenzionalnih problema formiranje i pretraživanje čitave rešetke podataka dinamičkog programiranja, za relativno širok dopustivi opseg, izaziva velike računske teškoće (problem prevelike dimenzionalnosti zadataka). U cilju smanjenja dimenzionalnosti problema modifikacijom dinamičkog programiranja nastalo je DDP, čija se mogućnost primene u optimizaciji vodoprivrednih sistema sa akumulacijama ovde prikazuje.

Usvaja se neka probna upravljačka politika $\{u'_m\}$ $(m = 1,\dots,M)$, koja zadovoljava ograničenja (2') po U_m. Iz $\{u'_m\}$ sledi odgovarajuća probna trajektorija optimalnih stanja s'_m. Za klasu sistema koji se nazivaju inverzibilnim sistemima*, a u koje spadaju i razmatrani sistemi akumulacija, moguć je i lakši, inverzni pristup: najpre se bira probna trajektorija s'_m, pa se na osnovu nje odredjuje optimalna operativna politika.

U slučaju sistema akumulacija i-ta jednačina bilansa ima oblik

$$s_{i(m+1)} = s_{i(m)} + x_{i(m)} - u_{i(m)} - \varepsilon_{i(m)} \qquad 3.2.5.8$$

gde je: x = dotok, u = isporuka (upravljanje), ε = gubitci (u nizu slučajeva se mogu zanemariti).

Može se lako pokazati da u ovom slučaju determinanta matrice sistema 3.2.5.6 različita od nule, što znači da sistemi akumulacija spadaju u klasu inverzibilnih sistema, što ih čini veoma pogodnim za optimizaciju primenom DDP.

Uvodjenjem probne trajektorije s'_m i probne upravljačke politike u'_m ciljna funkcija dobija oblik

---

*Sistem je inverzibilan [illegible] ukoliko je red vektora stanja jednak redu vektora odluke $(r=g)$, a matrica $\partial\varphi_i/\partial u_j$ $(i,j = 1,\dots,r)$ sistema

$$\begin{aligned} s_{1(m+1)} &= \varphi_1(s_m,u_m,x_m,m) \\ &\dots\dots \\ s_{i(m+1)} &= \varphi_i(s_m,u_m,x_m,m) \quad i = 1,\dots,r \qquad 3.2.5.6 \\ &\dots\dots \\ s_{r(m+1)} &= \varphi_r(s_m,u_m,x_m,m) \end{aligned}$$

je nesingularna za svako m.

Ukoliko je sistem 3.2.5.6 inverzibilan može se rešiti po koordinatama upravljanja

$$u_{i(m)} = \Psi_i(s_{m+1},s_m,x_m,m); \quad i = 1,\dots,r \qquad 3.2.5.7$$

$$J' = \sum_{m=1}^{M} D\,(s'_m,\ u'_m,\ m) \qquad 3.2.5.9$$

gde je J' - vrednost ciljne funkcije koja odgovara probnoj trajektoriji stanja i probnoj upravljačkoj politici.

Da bi se omogućilo rešavanje zadatka optimizacije, u okolini probne trajektorije s'_m uvodi se ograničeni višedimenzionalni koridor, unutar koga se, u jednoj iteraciji, vrši optimizacija upravljanja. Koridor se može definisati na sledeći način.

Uvedimo skup r - dimenzionalnih vektorskih priraštaja

$$\Delta s_{m,i} = \begin{bmatrix} \delta s_{m,i,1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \delta s_{m,i,j} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \delta s_{m,i,r} \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} m = 1,\ldots, M \\ \\ j = 1,\ldots, r \\ \\ i = 1,\ldots, N^r \end{array} \qquad 3.2.5.10$$

pri čemu j-ta komponenta $\delta s_{m,i,j}$ može dobiti bilo koju diskretnu vrednost a_n $(n = 1,\ldots, N)$ iz niza usvojenih vrednosti priraštaja stanja, tako da je ukupan broj vektora priraštaja $\Delta s_{m,i}$ u n-tom stepenu N^r. Dodati probnoj trajektoriji oni formiraju r-dimenzionalni podskup

$$s'_m + \Delta s_{m,i} \rightarrow R \qquad 3.2.5.11$$

Svi podskupovi R_m $(m = 1,\ldots, M)$ formiraju jedan višedimenzionalni koridor oko probne trajektorije stanja, unutar koga se traži upravljanje koje u jednom iterativnom koraku daje ekstrem ciljne funkcije (9). Numerička prednost je u tome što se ne formira i ne pretražuje odjednom čitava mnogodimenzionalna rešetka iz opsega S_m i U_m, već se optimizacija vrši, u jednom iterativnom koraku, dinamičkim programiranjem u znatno užem koridoru R_m. To se najbolje vidi ukoliko se napiše rekurzivna relacija za sistem akumulacija u opštem obliku

$$F(s_{m+1}, m+1) = \max_{\{s_m \varepsilon R_m\}} \{D[s_m, \Psi_m(s_m, s_{m+1}, x_m), m] + F(s_m, m)\} \qquad 3.2.5.12$$

gde se vidi da se oblast u kojoj se vrši optimizacija sužava na podskup R_m: $s_m \varepsilon R_m \subset R$.

Optimalna trajektorija $(s_m^o)_k$ i optimalno upravljanje $(u_m^o)_k$ odredjeni u k-toj iteraciji, usvajaju se kao probna trajektorija i probno upravljanje za narednu (k+1) iteraciju, tj. važi

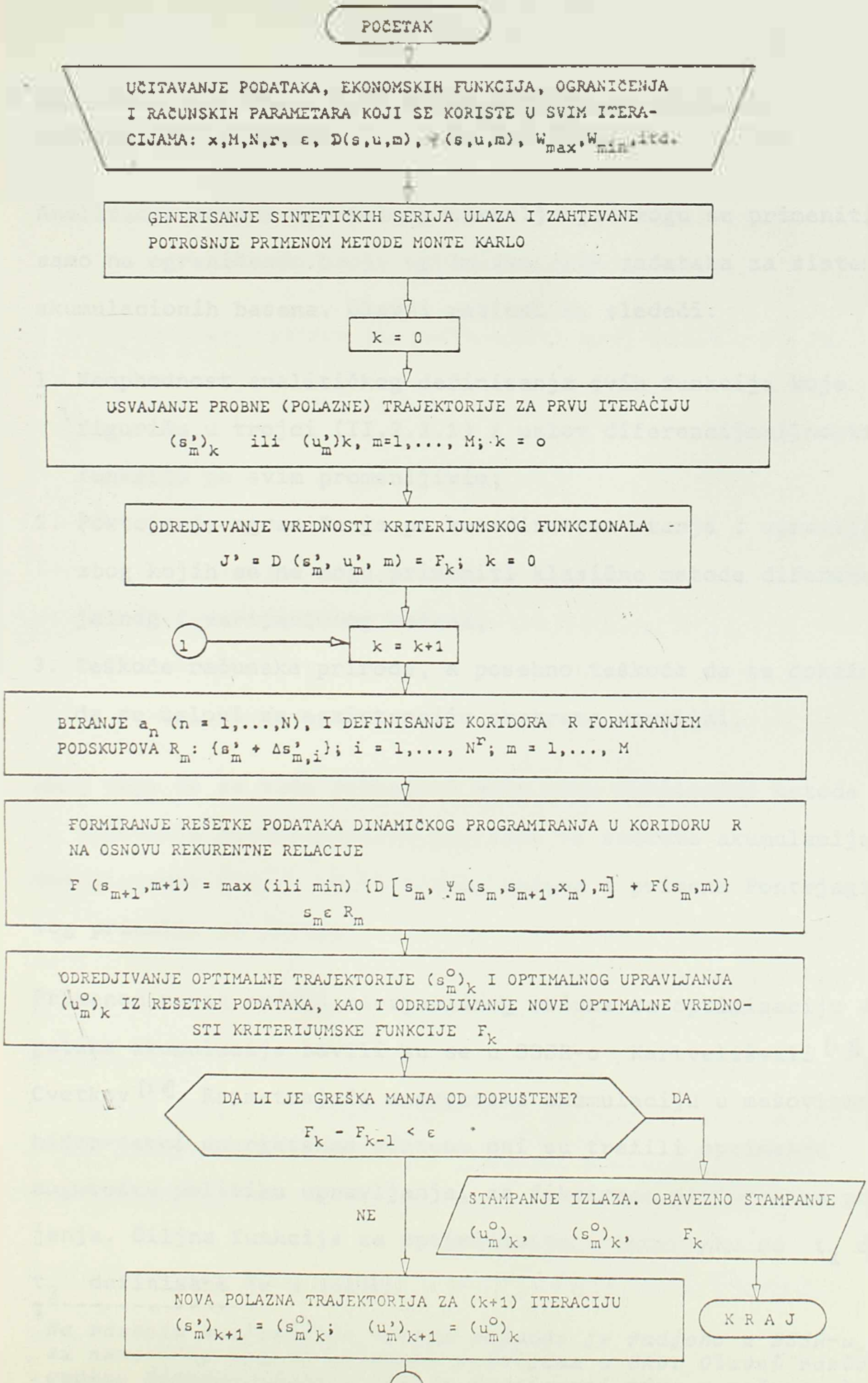
$$(s_m')_{k+1} = (s_m^o)_k \; ; \qquad (u_m')_{k+1} = (u_m^o)_k$$

Oko te nove probne trajektorije, biranjem novih vrednosti $(a_n)_{k+1}$ $(n = 1, \ldots, N)$ formira se nov koridor, unutar koga se traži optimalna trajektorija $(s_m^o)_{k+1}$ i upravljačka politika $(u_m^o)_{k+1}$ u (k+1) iteraciji. Postupak se ponavlja sve dok se ne postigne da je razlika maksimalne vrednosti kriterijumskog funkcionala u dve uzastopne iteracije (k i k+1) manji od neke unapred zadate vrednosti ε, tj. $F_{k+1} - F_k < \varepsilon$.

Primena DDP predstavlja u suštini novu numeričku dekompoziciju optimizacionog problema. Ova metoda je naročito primenljiva za rešavanje zadatka optimizacije sistema od više akumulacija. Prednost postupka je i u tome što se u nizu slučajeva početna trajektorija stanja ne mora birati sasvim proizvoljno, pošto se opšte zakonitosti režima punjenja i pražnjenja akumulacija (naročito onih sa sezonskim izravnanjem) unapred znaju. To omogućava da se zadaju logične početne trajektorije, što smanjuje broj iteracija, odnosno omogućava da se suze koridori za optimizaciju i poveća tačnost proračuna.

Generišući familije sintetičkih serija na profilima razmatranog sistema akumulacija, i sprovodeći optimizaciju za svaku od njih, dobija se niz optimalnih upravljanja i trajektorija optimalnih stanja, što omogućava postoptimizaciono razmatranje tih rezultata.

Dijagram toka optimizacije, primenom DDP daje se na sl. 3.2.5.1.



Sl. 3.2.S.1 Tok optimizacije primenom DDP

3.3 REŠAVANJE ZADATAKA OPTIMIZACIJE SISTEMA AKUMULACIJA KOMBINOVANOM PRIMENOM ANALITIČKIH I NUMERIČKIH METODA

Analitičke metode optimalnog upravljanja* mogu se primeniti samo na ograničenom broju optimizacionih zadataka za sisteme akumulacionih basena. Glavni razlozi su sledeći:

1. Neophodnost analitičkog definisanja svih funkcija koje figurišu u trojci (II.2.2.1) i uslov diferencijabilnosti tih funkcija po svim promenljivim;
2. Postojanje ograničenja po koordinatama stanja i upravljanja, zbog kojih se ne mogu primeniti klasične metode diferencijalnog i varijacionog računa;
3. Teškoće računske prirode, a posebno teškoća da se dokaže da su uslovi za egzistenciju ekstrema dovoljni.

Zbog toga će se ovde prikazati samo neke neklasične metode za rešavanje optimizacionih zadataka za sisteme akumulacija: modifikovane metode varijacionog računa i primena Pontrjaginovog principa maksimuma.

Primenom novih metoda varijacionog računa za optimizaciju energetske akumulacije bavili su se u SSSR-u Kartvelišvili [17], Cvetkov [18]. Razmatrajući energetsku akumulaciju u mešovitom hidro-termo energetskom sistemu oni su tražili optimalnu dugoročnu politiku upravljanja, za fiksirane performanse postrojenja. Ciljna funkcija za optimizaciju u intervalu od t_1 do t_2 definisana je u obliku

---

* *Na razvoju analitičkih metoda najviše je radjeno u SSSR-u, dok su numeričke metode uglavnom razvijane u SAD. Glavni razlog ovakve diferencijacije bio je dostignuti nivo u računarskoj tehnici.*

$$T = \int_{t_1}^{t_2} e^{-p(t-t_1)} B\{S(t) - N(Q - V', V, t)\} dt \quad (3.3.1)$$

gde je: $p = \frac{1}{\tau}$ ($\tau \triangleq$ period amortizacije postrojenja);

$B \triangleq$ troškovi mešovitog sistema u funckiji opterećenja termoelektrana; $S(t) \triangleq$ ukupno opterećenja sistema, $N(Q-V', V, t) \triangleq$ snaga razmatrane hidroelektrane.

Pod optimalnim režimom se podrazumeva onaj režim rada HE za koji se dobija da je matematičko očekivanje troškova minimalno

$$M\{T\} \rightarrow \min \quad (3.3.2)$$

Da bi se otklonile teškoće zbog ograničenja po koordinatama stanja Kartvelšvili uvodi analitičku kaznenu funkciju $\Psi(V,t)$ kojom se ekonomski kažnjava svako narušavanje postavljenih ograničenja, tako da se ciljna funkcija koriguje u oblik

$$T = \int_{t_1}^{t_2} e^{-p(t-t_1)} . B\{S(t) - N(Q-V', V, t)\} dt + \Psi(V,t) \quad (3.3.3)$$

Varijacijom ciljne funkcije dobija se uslov za ekstremum, te se uvodjenjem ekonomskih funkcija može kao konačni rezultat dobiti funkcija $N_{opt}(t) = N(V,t)$, koja predstavlja optimalnu operativnu politiku za akumulaciju sa definisanim performansama. Znači, ovaj postupak se koristi za rešavanje zadataka optimalne analize sistema od jedne akumulacije. Za sistem akumulacija dobijaju se veoma glomazni sistemi jednačina, što upućuje na druge računske postupke.

Primena modifikovane metode Lagranžeovog multiplikatora

Baveći se na početku ovog rada pretežno analitičkim mogućnostima rešavanja ovih optimizacionih zadataka*, autor je primenio

---

**Na ovo je uticao tadašnji nivo raspoložive računarske tehnike u Jugoslaviji* neke modifikacije varijacionog računa [18] za rešavanje zadataka optimalne analize i sinteze sistema akumulacija*.

Razmatra se kaskadni sistem akumulacija sezonskog regulisanja sa pribranskim HE, u okviru mešovitog hidro-termo energetskog sistema.

Model sistema se može definisati na sledeći način:

- Za najuzvodniju akumulaciju (No. 1)

$$\frac{dV_1}{dt} \equiv \dot{V}_1(t) = Q_1(t) - q_1(t) \qquad (3.3.4')$$

- za sledeću akumulaciju (No. 2) u kaskadi

$$\frac{dV_2}{dt} \equiv \dot{V}_2(t) = q_1(t) + Q^{(1-2)}_{medj.}(t) - q_2(t) \qquad (3.3.4'')$$

.....
.....

Kako je: $Q^{(1-2)}_{medj}(t) = Q_2(t) - Q_1(t) = Q_2(t) - \dot{V}_1(t) - q_1(t)$ itd.

protoci kroz pojedina postrojenja se mogu definisati relacijama

$$q_1(t) = Q_1(t) - \dot{V}_1(t)$$

$$q_2(t) = Q_2(t) - \dot{V}_1(t) - \dot{V}_2(t) \qquad (3.3.5)$$

.....

$$q_L(t) = Q_L(t) - \sum_{\ell=1}^{L} \dot{V}_\ell(t)$$

gde su: $Q_i(t)$ ≙ slučajni vektor ulaza (prirodni dotok u i-tu akumulaciju);

---

* Za autora su bili dragoceni razgovori koje je vodio sa prof. N.A. Kartvelišvili-em, za vreme njegovog boravka u Jugoslaviji 1970. g.

$q_i(t) \hat{=}$ ispuštanje (izlaz); i $\dot{V}_i(t) \hat{=}$ promena zapremine i-te akumulacije ($i = 1, \ldots, L$)

Ciljna funkcija se može definisati u obliku

$$J = \int_{t_o}^{t_k} T\,(V_1(t), \ldots, V_L(t); \dot{V}_1(t), \ldots, \dot{V}_L(t), t)\,dt \qquad (3.3.6)$$

gde je: $T \hat{=}$ eksploatacioni troškovi mešovitog sistema,

$t_k \hat{=}$ period za koji se traži optimalno upravljanje, pa je kriterijum za optimizaciju

$$\min_{\{q_i(t)\}} J$$

Ograničenja po koordinatama stanja i upravljanja

$$V_i^{min} \leq V_i(t) \leq V_i^{max} \;; \quad i = 1, \ldots, L$$

$$q_i^{min} \leq q_i(t) \leq q_i^{max} \;; \quad t \in [t_o, t_k] \qquad (3.3.7)$$

Predpostavlja se da $V(t)$ ima prvi i drugi izvod, što je i logično, s obzirom da se promene zapremine u akumulaciji ne vrše naglo. Funkcional (3.3.6) je neprekidan i ima parcijalne izvode.

Da nema ograničenja, zadatak odredjivanja ekstrema funkcionala formulisao bi se u vidu Ojlerove jednačine II reda, koja bi u ovom slučaju imala oblik

$$\frac{\partial T}{\partial V_i} - \frac{d}{dt}\,\frac{\partial T}{\partial \dot{V}_i} = 0; \quad i = 1, \ldots, L \qquad (3.3.8)$$

S obzirom na ograničenja (3.3.7) za rešavanje zadataka nije pogodna ni metoda Lagranžeovih množioca. Zato se ovde koristi modifikovana metoda Lagranžeovih multiplikatora kojom se mogu odrediti lokalni minimumi. Ostaje otvoren problem proveravanja da li minimum predstavlja ujedno i globalni minimum.

Minimizacija funkcionala (3.3.6) pri zadatim, donekle transformisanim ograničenjima

$$
\begin{aligned}
F_{i\,1} &= V_i(t) - V_i^{max} \leq 0 \\
F_{i\,2} &= V_i^{min}(t) - V_i(t) \leq 0 \quad i=1,\dots,L \\
F_{i\,3} &= q_i(t) - q_i^{max} \leq 0 \\
F_{i\,4} &= q_i^{min} - q_i(t) \leq 0
\end{aligned}
\tag{3.3.9}
$$

ekvivalentna je odredjivanju sedlaste tačke funkcionala tipa

$$\int_{t_o}^{t_k} T^* \, dt = \int_{t_o}^{t_k} \left[T + \sum_i \sum_j \lambda_{ij}(t)\, F_{ij}(t)\right] dt \tag{3.3.10}$$

gde su $\lambda_{ij}(t)$ - Lagranževi množioci, koji su u ovom slučaju nenegativne funkcije vremena.

Zadatak se znači, svodi na minimizaciju funkcionala (3.3.10) po promenljivim V_i, $\dot{V}_i$, uz istovremenu njegovu maksimizaciju po λ_{ij}. Dobijen je problem minimaksa.

S obzirom da se ovaj u suštini analitički problem rešava primenom računara, bilo bi pogodnije ukoliko bi se, umesto graničnih uslova u vidu nejednačina, uvele kaznene nenegativne funkcije $F(d) \geq 0$, gde je d - stepen narušavanja graničnih uslova. U tom slučaju bi se problem optimizacije sveo na minimizaciju funkcionala, uz uslov da je kaznena funkcija ravna nuli, tako da se zadržava ista matematička formulacija, sem što se ukida uslov $\lambda_{ij} \geq 0$.

U slučaju energetskih akumulacija kaznene funkcije se moraju uvesti po dva parametra: za narušavanje graničnih uslova za proticaj i pad (izražen preko zapremine). U ovom slučaju je pogodno da se ove funkcije predstave u opštem vidu : $F(d) = |d| + d^c$ ($c \geq 2$ - pozitivna konstanta).

Razmotrimo slučaj dve akumulacije. U tom slučaju se moraju uvesti 4 kaznene funkcije: po dve za narušavanje ograničenja po padu i po proticaju (F_{hi}; F_{qi} ; $i = 1,2$). Odgovarajući Lagranžeovi množioci su λ_{hi}; λ_{qi}, $i = 1,2$; tako da se zadatak svodi na minimizaciju funkcionala (3.3.10) po V_1 i V_2 i njegovu maksimizaciju po λ , pri čemu je

$$T^* = T + \sum_{i=1}^{2} \lambda_{hi}(t)\, F_{hi}(t) + \sum_{i=1}^{2} \lambda_{qi}(t) \cdot F_{qi}(t) \qquad (3.3.11)$$

Sada se može primeniti Stein-ov iterativni postupak [14]

po kome je

$$V_i^{k+1}(t) = V_i^k(t) - \alpha^k\, T_i^k$$

$$\lambda_{hi}^{k+1}(t) = \lambda_{hi}^{k}(t) - \beta^k\, F_{hi}(t), \quad i = 1,2 \qquad (3.3.12)$$

$$\lambda_{qi}^{k+1}(t) = \lambda_{qi}^{k}(t) + \beta^k\, F_{qi}(t)$$

gde su α^k i β^k pozitivne konstante koje odredjuju veličinu koraka u k-toj iteraciji, dok je

$$T_i = \int_0^{t_k} \left[\frac{\partial T^*}{\partial V_i} - \int_0^x \frac{\partial T^*}{\partial V_i}\, dy\right] dx = \frac{1}{tk} \int_0^{t_k} \left[\frac{\partial T^*}{\partial V_i} - \int_0^x \frac{\partial T^*}{\partial V_i}\, dy\right] dx \qquad (3.3.13)$$

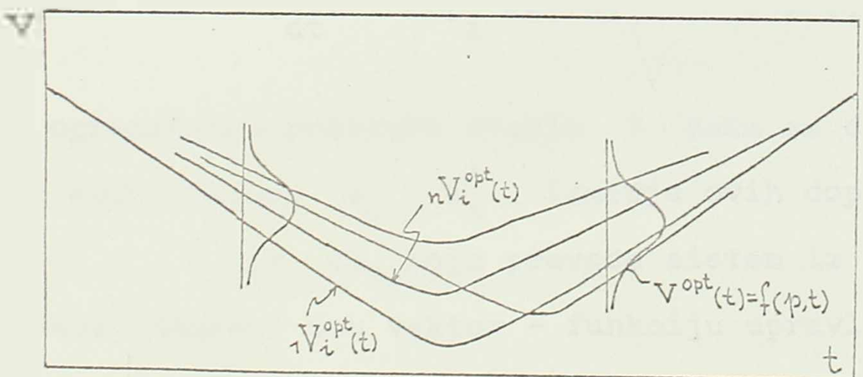
x i y su pomoćne promenljive

Primenivši Stein-ov postupak na rešavanje ovako formulisanog zadatka optimalne analize akumulacija, proračun se može započeti sa $\lambda = 0$, dok se α i β tako postupno biraju da se postigne maksimalno smanjenje sumarnih troškova, uz minimalno narušavanje graničnih uslova.

Pri rešavanju zadataka optimalne analize proračun se obavlja na sledeći način:

- predpostave se krive $\vec{V}_i(t)$ (kriva punjenja i pražnjenja akumulacije), pa se za jedan deterministički ulazni niz i jednu predpostavljenu zapreminu iterativnim postupkom odredjuju stvarne funkcije $V_i(t)$. Postupak se ponavlja sve dok popravke ne postanu manje od neke zadate veličine.

- Ukoliko se van modela formira eksterni estimator za generisanje slučajnog vektora ulaza, može se postupak odredjivanja $V_i^{opt}(t)$ ponoviti n puta. U tom slučaju se probabilističkom analizom tako dobijenih realizacija $V_i(t)$ može odrediti verovatnoća optimalnog stanja a time i optimalnog izlaza (Sl. 3.3.1).



Sl. 3.3.1

Zadatak optimalne sinteze sistema akumulacija se rešava na isti način, samo se računski postupak proširuje variranjem korisne zapremine akumulisanja. Za svaku predpostavljenu zapreminu W_i dobija se matematičko očekivanje optimalne strategije $M\{V_i^{opt}(t)\}$ ili optimalno upravljanje za neku verovatnoću obezbedjenosti $V_i^{opt}(t) = V(p, t)$ i odgovarajuća "cena" (troskovi) takve alternative, te se heurističkim putem može usvojiti ona kombinacija W_i koja zadovoljava kriterijum optimalne sinteze.

Primena Pontrjaginovog principa maksimuma

Za rešavanje optimizacionih zadataka za sisteme akumulacija može se u izvesnim slučajevima uspešno iskoristiti poznat Pontrjagin-ov princip maksimuma [20, 21] , koji definiše potrebne uslove optimalnosti za klasu upravljačkih zadataka kada je: model - obična diferencijalna jednačina, kriterijum - odredjen integral, ograničenja - algebarske relacije.

Ne ulazeći detaljnije u teoriske postavke ove metode, ovde će se dati samo oni principi koji doprinose sagledavanju primenljivosti ovog postupka u rešavanju zadataka optimizacije sistema akumulacija.

S obzirom da su parametri sistema fiksirani, sistem se opisuje sistemom jednačina

$$\frac{ds_i}{dt} = f_i\,(s,\, u); \qquad i = 1, \ldots, R \qquad 3.3.15$$

U ograničenom prostoru stanja S date su dve fazne tačke sa koordinatama s_o i s_k . Izmedju ovih dopustivih upravljanja $u = u\,(t)\ \varepsilon U$, koja prevode sistem iz stanja s_o u s_k treba odabrati onu vektor - funkciju upravljanja $u^*\,(t)$ kojom se prevodi fazna tačka iz stanja s_o u stanje s_k (ili u prostor $S\,(t_k)$ ukoliko desni kraj nije fiksiran)*, tako da se minimizira funkcional kriterijuma

$$J = \int_{t_o}^{t_k} g\left[s(t),\, u\,(t)\right] dt \;\rightarrow\; \min \qquad (3.3.16)$$

Zadatak se rešava i ukoliko se ne fiksira tačka s_k, već se zada samo oblast $S\,(t_k)$. To je onda verzija optimizacionog zadatka sa fiksiranim levim i nefiksiranim desnim krajem.

Za korišćenje principa maksimuma neophodno je formirati pomoćnu funkciju Hamiltonovog tipa

$$H(\psi, s, u) = \sum_{i=1}^{R} \psi_i f_i (s,u) + \psi_o g_o (s, u) \qquad (3.3..17)$$

gde je: $\psi = (\psi_o, \psi_1, \dots, \psi_R) \triangleq$ pomoćni (R+1) dimenzionalni vektor, dok je

$$\frac{ds_o}{dt} = g_o (s,u) \qquad (3.3.17')$$

Tada se može formirati Hamiltonov sistem jednačina

$$\frac{ds_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial \Psi_i} \qquad (3.3.18')$$

$$i = 0,1,\dots, R$$

$$\frac{d \psi_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial s_i} \qquad (3.3.18")$$

pa se dobija adjungovani sistem u obliku

$$\frac{\partial \psi_i}{\partial t} = - \sum_{i=o}^{R} \frac{\partial f_i}{\partial s_i} \Psi_i ; i = 0,1,\dots R, (3.3.19)$$

Saglasno principu maksimumu [**] da bi upravljanje u (t) i trajektorija s (t) bili optimalni (u smislu minimizacije funkcionala J), neophodno je da postoji neka nenulta neprekidna vektor funkcija $\Psi(t)$, koja odgovara shodno (3.3.18) vektor funkcijama u (t) i s(t) tako da:

a) za proizvoljno $t \in [t_o, t_k]$ funkcija $H\{\psi(t), s(t), u(t)\}$ promenljive $u \in U$ dostiže u tački $u = u^*(t)$ maksimum

$$H\{\Psi^*(t), s^*(t), u^*(t)\} = M\{\Psi(t), s(t)\} \qquad 3.3.20$$

gde je:

$$M\{\psi(t), s(t)\} = \sup_{u \subset U} H(\psi, s, u) \qquad (3.3.21)$$

b) u $t = t_k$ zadovoljava relacije

$$\psi_o(t_k) \leqslant 0, \quad M\{\psi(t_k), s(t_k)\} = 0 \qquad (3.3.22)$$

Mogućnost primene principa maksimuma pri rešavanju zadataka akumulacionih basena ilustrujemo postavkom zadatka optimizacije mešovitog sistema koji se sastoji od R akumulacija sa G - hidro i L - pumpno akumulacionih elektrana(PA HE). U okviru ovog mešovitog sistema postoji još i P - termoelektrana sa zadatim energetskim i ekonomskim karakteristikama. (Rešavanje ovog zadatka, u nešto široj postavci razmatrano je i primenom numeričkih metoda).

Ukoliko bi se sistem razmatrao samo kao energetski, ciljna funkcija bi se mogla formulisati u obliku

$$J = \int_{t_o}^{t_k} \left\{ \sum_{i=1}^{P} T_{p,i}\left[N_{p,i}(t)\right] + \sum_{j=1}^{L} T_{L,j}\left[N_{L,j}(t)\right]\right\} dt \qquad (3.3.23)$$

gde su: $T_{p,i}(\cdots) \mathrel{\hat{=}}$ pogonski troškovi i-te TE;

$T_{L,j}(\cdots) \mathrel{\hat{=}}$ troškovi pumpanja j-te PA HE,

$N_{p,i}$ i $N_{L,j} \mathrel{\hat{=}}$ snaga TE i PA HE, respektivno.

Tada se kao kriterijum optimalnog upravljanja može usvojiti

$$\min_{\{N_{p,i};\, N_{L,j}\}} J \qquad (3.3.23')$$

uz kriterijalni uslov bilansa snage

$$\sum_{i=1}^{P} N_{P,i}(t) + \sum_{r=1}^{G} N_{G,r}(t) + \sum_{j=1}^{L} N_{L,j}(t) = N_{sis}(t) \quad (3.3.24)$$

Nove oznake su ovde: $N_{G,r}(t) \hat{=}$ snaga r-te HE ;

$N_{sis}(t) \hat{=}$ bruto snaga (sa gubicima na prenosu) koju sistem traži i koju možemo prognozirati dosta precizno, te je možemo smatrati determinističkom funkcijom u intervalu optimizacije $t_o - t_k$.

Treba napomenuti da je $N_{L,j}$ specifično u odnosu na druge elektrane: ovde je snaga (i energija) sa pozitivnim znakom ukoliko PA HE radi u turbinskom režimu, dok je negativno ukoliko radi u pumpnom režimu (uzima energiju iz sistema).

Kao koordinate stanja mogu se uzeti: a) raspoložive zapremine vode u akumulacijama HE: $V_{G,r}$ $(r = 1, \ldots, R)$, b) zapremine u gornjim akumulacijama PA HE: $V_{L,j}$ $(j = 1, \ldots, L)$. Ograničenja po koordinatama stanja mogu se definisati sistemom nejednačina:

$$W_{G.r} \geq V_{G,r}(t_o) \geq V^{o}_{G.r} \qquad W_{G.r} \geq V_{G,r}(t_k) \geq V^{k}_{G,r}$$

$$\text{i} \qquad (3.3.25)$$

$$W_{L,j} \geq V_{L,j}(t_o) \geq V^{o}_{L,j} \qquad W_{L,j} \geq V_{L,j}(t_k) \geq V^{k}_{L,j}$$

gde je sa $W_{G.r}$ i $W_{L,j}$ označena ukupna zapremina r-te HE i j-te PA HE, dok su sa indeksom o i k označene minimalne zapremine u akumulacijama HE i PA HE, definisane nekim vodoprivrednim razlozima ili predvidjene dispečerskim grafikonima.

Kao koordinate upravljanja u ovom slučaju se mogu usvojiti realizovane snage HE, PA HE i TE u m-tom diskretizovanom vremenskom intervalu

$$N_P(m) = \{ N_{P,1}(m), N_{P,2}(m); \ldots, N_{P,P}(m)\}$$

$$N_G(m) = \{ N_{G,1}(m), N_{G,2}(m), \ldots, N_{G,G}(m)\} \quad (3.3.26)$$

$$N_L(m) = \{N_{L,1}(m); N_{L,2}(m); \ldots, N_{L,L}(m)\}$$

Tada je oblast upravljanja definisana konkretnim energetskim performansama elektrana sistema

$$N_{P,i}^{min} \leq N_{P,i}(t) \leq N_{P,i}^{inst} \; ; \; i = 1, \ldots, P$$

$$N_{G,r}^{min} \leq N_{G,i}(t) \leq N_{G,r}^{inst} \, , \quad r = 1, \ldots, G \qquad (3.3.27)$$

$$N_{L,j,tur}^{min} \leq N_{L,j,tur}(t) \leq N_{L,j,tur}^{inst}$$

$$j = 1, \ldots, L$$

$$N_{L,j,pum}^{min} \leq N_{L,j,pum}(t) \leq N_{L,j,pum}^{inst}$$

U zadnja dva ograničenja sa indeksima "tur" i "pum" su označene granične snage PA HE u turbinskom i pumpnom radu.

Matematički model sistema se definiše sistemom vektorskih diferencijalnih jednačina bilansa akumulacija i odgovarajućim hidroenergetskim relacijama, te se može pisati u obliku

$$\frac{dV_{G,r}}{dt} = Q_{G,r}(t) - q_{G,r}(N_{G,r}; \overline{V}_{G,r}; t) - g_r(\overline{V}_{G,r}; t)$$

(3.3.28)

$$\frac{dV_{L,j}}{dt} = Q_{L,j}(t) - q_{L,j}(N_{L,j}; \overline{V}_{L,j}; t) - g_j(\overline{V}_{L,j}; t)$$

gde su: $Q \triangleq$ dotoci u akumulacije HE i PA HE;

$q(N, \overline{V}) \triangleq$ protoci vode kroz turbine elektrana, kao funkcija snaga N i srednjeg pada, odnosno srednje zapremine akumulacije u razmatranom intervalu vremena. U slučaju PA HE znak uz q je minus (izlaz iz akumulacije) ukoliko postrojenje radi u turbinskom režimu, u pumpnom režimu znak se menja u plus (dirigovani ulaz u akumulaciju).

$g(\bar{V}, t) \hat{=}$ gubici u akumulaciji (isparavanje, infiltracija i sl.)

$\bar{V} \hat{=}$ srednja zapremina u akumulaciji, kojom se definiše srednji pad u razmatranom intervalu vremena.

Period $t_o - t_k$ u kome se sprovodi optimizacija deli se na M diskretnih intervala, te se zadatak optimalne analize može formulisati na sledeći način: u $(G + L) * M$ dimenzionalnom prostoru stanja V_m $(V_{G,1,m}; \ldots; V_{G,G,m}; V_{L,1,m}; \ldots; V_{L,L,m})$ zadate su dve tačke, početna V_o $(V_{G,1,o}; \ldots V_{G,G,o}; V_{L,1,o}; \ldots, V_{L,L,o})$ i krajnja V_M $(V_{G,1,M}; \ldots; V_{G,G,M}; V_{L,1,M}; \ldots; V_{L,L,M})$. Potrebno je, vodeći računa o ograničenjima po koordinatama stanja i upravljanja, odabrati takvo upravljanje sistemom $\{N_{P,i,m}; N_{G,r,m}; N_{L,j,m}\}$ $(i = 1, \ldots, P;\ r = 1, \ldots, G;\ j = 1, \ldots, L;\ m = 1, \ldots, M)$ kojim se fazna koordinata stanja V_m prevodi iz položaja V_o u položaj V_m po trajektoriji koja daje najmanju vrednost funkcionalu (3.3.23).

Shodno principu maksimuma formira se Hamiltonova funkcija, koja u ovom slučaju ima oblik

$$H = \sum_{r=1}^{G} \psi_{G,r} * (Q_{G,r} - q_{G,r} - g_r) + \sum_{j=1}^{L} \psi_{L,j} * (Q_{L,j} - q_{L,j} - g_j) +$$

$$\psi_o * \{ \sum_{i=1}^{P} T_{P,i} + \sum_{j=1}^{L} T_{L,j} \} \qquad (3.3.29)$$

Komponente pomoćnog vektora ψ tada se, shodno (3.3.18") opisuju jednačinama dobijenim diferenciranjem Hamiltonove funkcije

$$\frac{d\psi_{G,r}}{dt} = - \frac{\partial H}{\partial V_{G,r}} = - \sum_{r=1}^{G} \psi_{G,r} \cdot \frac{\partial}{\partial V_{G,r}} (Q_{G,r} - q_{G,r} - E_r) -$$

$$- \sum_{j=1}^{L} \psi_{L,j} \cdot \frac{\partial}{\partial V_{L,j}} (Q_{L,j} - q_{L,j} - E_j) \qquad (3.3.30')$$

$$\frac{d\,\psi_{L,j}}{dt} = - \frac{\partial H}{\partial V_{L,j}} = - \sum_{j=1}^{L} \psi_{L,j} \frac{\partial}{\partial V_{L,j}} (Q_{L,j} - q_{L,j} - E_j) -$$

$$- \sum_{j=1}^{L} \psi_{L,j} \frac{\partial}{\partial V_{L,j}} (Q_{L,j} - q_{L,j} - E_j) \qquad (3.3.30")$$

jer je

$$\frac{\partial}{\partial V} \left(\sum_i E_{G,i} + \sum_j E_{L,j} \right) = 0; \quad \forall i,j$$

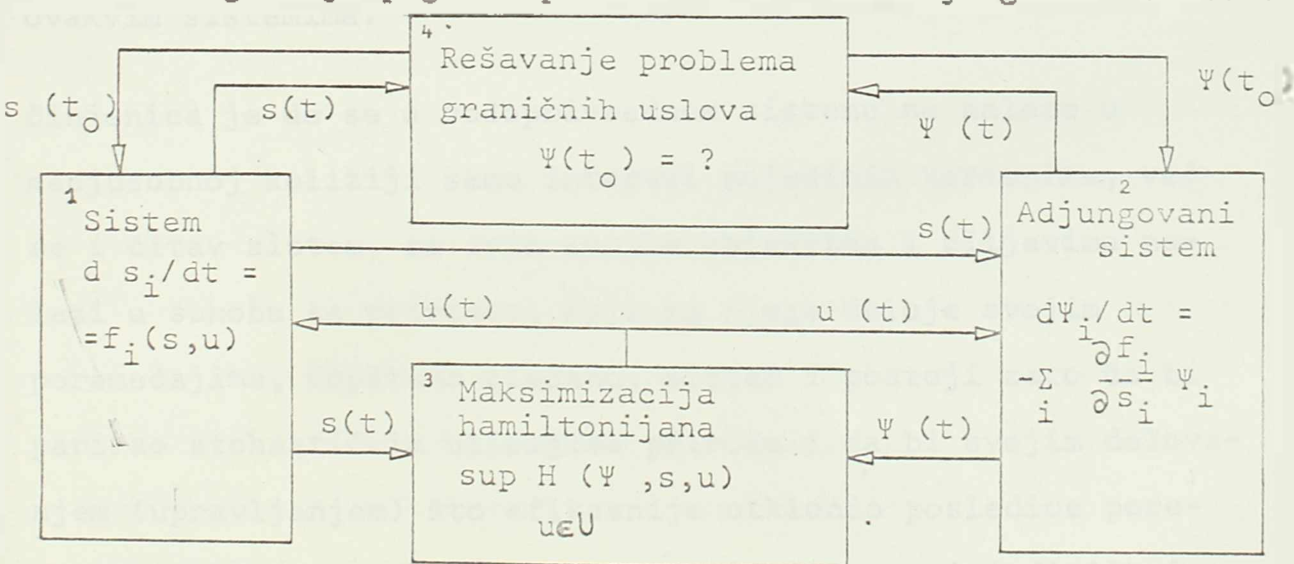
Izrazi za Hamiltonovu funkciju i pomoćnu vektorsku funkciju Ψ mogu se znatno uprostiti prelaskom na neku konkretnu konfiguraciju akumulacija. Tada se mogu članovi $Q_{G,r}$ i $Q_{L,j}$ koji pokazuju dotok u r-tu i j-tu akumulaciju HE i PA HE dekomponovati na upravljiv dotok - ispuštanje iz uzvodne (r-k) te i(j-ℓ) te akumulacije, respektivno (ukoliko iste postoje) i na nekontrolisani dotok sa sliva $Q'_{G,r}$ i $Q'_{L,j}$.. U tom slučaju se bilans jedne takve, npr. r-te akumulacije može pisati u obliku

$$\frac{d\,V_r}{dt} = Q'_r + q_{r-k} - q_r - E$$

U takvom slučaju se jednačine (3.3.30' i 30") mogu znatno uprostiti, jer je $\partial Q'/\partial V = 0$, čime se olakšava proces odredjivanja Hamiltonove funkcije i pomoćne vektor funkcije ψ.

Mada ova metoda spada u grupu analitičiih metoda, dalje rešavanje zadatka se najčešće može obaviti samo diskretizacijom i numeričkim rešavanjem putem postupnog približavanja.

Ovaj numerički problem se može dekomponovati na četiri podproblema, koji se mogu šematizovati u sledećim blokovima (sl. 3.3.2 [22]): 1) model sistema koji se definiše običnom vektorskom diferencijalnom jednačinom sa poznatim početnim uslovima, 2) adjungovani model sistema sa rešavanjem linearnih vektorskih jednačina sa nepoznatim početnim uslovima, 3) blok u kome se odabira takvo upravljanje koje u svakom trenutku daje maksimalnu vrednost funkciji hamiltonijanu, 4) blok koji rešava problem graničnih uslova i na osnovu toga daje pogodne početne uslove za adjungovani sistem.



Blok (1) i (2) ne stvaraju računske teškoće bez obzira na dimenzije. Glavni problem predstavlja maksimizacija hamiltonijana u bloku (3), s obzirom da u opštem slučaju predstavlja kompleks zadataka nelinearnog programiranja. Granični problem u bloku (4) rešava se metodom "probaj i greši" ukoliko je broj početnih uslova mali, ili se rešava iterativnim verzijama gradijentne tehnike [22].

Zadatak je formulisan i postavljen na način koji je dalje rešiv primenom savremenih računara.

3.4 MOGUĆNOSTI PRIMENE TEORIJE IGARA NA REŠAVANJE KONFLIKTNIH UPRAVLJAČKIH PROBLEMA VODOPRIVREDNIH SISTEMA

U gl. II-1.1 je kao bitna osobina vodoprivrednih sistema istaknuta velika oprečnost interesa pojedinih korisnika sistema. Rezimirano je da se praktično svi korisnici nalaze u medjusobnoj koliziji bar po jednom od više mogućih aspekata.

U ovom delu razmatraće se mogućnosti formalističkog definisanja i rešavanja problema konflikata u vodoprivrednim sistemima primenom metoda teorije igara. Najpre će se izvršiti izvesno uopštavanje i sistematizacija pojma konflikta u ovakvim sistemima.

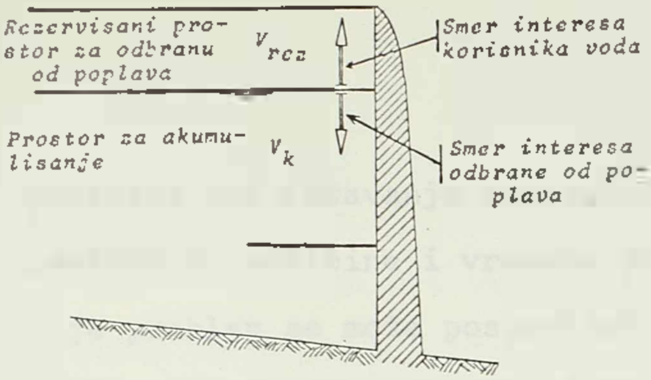
Činjenica je da se u vodoprivrednom sistemu ne nalaze u medjusobnoj koliziji samo interesi pojedinih korisnika, već se i čitav sistem, sa svim svojim objektima i ciljevima nalazi u sukobu sa prirodom, koja na njega deluje svojim poremećajima, Uopšteno gledano, sistem i postoji zato da bi parirao stohastičkim uticajima prirode i da bi svojim delovanjem (upravljanjem) što efikasnije otklonio posledice poremećaja koje "generiše" priroda. To je i po svojoj fizičkoj strukturi analogno igri dvaju antagonista: jedan "igrač" - - priroda "bira" poremećaje, dok drugi "igrač" - vodoprivredni sistem traži takva upravljanja kojima teži da na optimalan način otkloni negativne posledice tih poremećaja (optimalno sa stanovišta nekog postavljenog kriterijuma). Tipičan primer ove antagonističke igre sa prirodom je odbrana od poplava:

priroda izaziva poremećaje (talase velikih voda) koje ne poznajemo a priori, a sistem se tome suprostavlja upravljanjem akumulacionim basenima i retenzijama. Potpuna analogija, samo sa igrom po nešto sporijoj vremenskoj skali, važi i u slučaju upravljanja akumulacijama raznih namena: priroda stvara (generiše) deficite vode, čije se veličine i rasporedi unapred ne poznaju, a akumulacijama se dugoročno upravlja tako da se najuspešnije parira ovim poremećajima koje stvara priroda. Kod vodoprivrednih sistema razlikujemo sledeće klase konfliktnih upravljačkih zadataka:

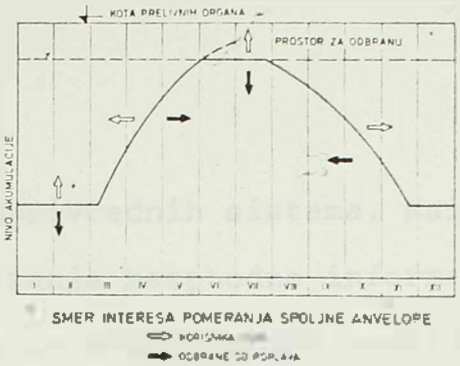
i) Konflikt na relaciji priroda - vodoprivredni sistem. Spoljni stohastički uticaj prirode i upravljanje sistemom nalaze se u potpunoj koliziji, pri čemu se ne poznaju sve probabilističke karakteristike stohastičkog uticaja prirode.

ii) Sistem ili pojedini njegovi delovi podvrgavaju se dvojakom upravljanju, pri čemu korisnici ("igrači") imaju suprotne zahteve u odnosu na postavljeni kriterijum. Kao primer može se navesti višenamenska akumulacija koja služi i za odbranu od poplava. Odbrana od poplava traži što veći rezervisani prazni prostor za prihvatanje i transformaciju talasa velikih voda, dok ostali korisnici žele da taj prostor minimiziraju (skica 3.4.1).

Ova oprečnost interesa se još bolje uočava na dispečerskom dijagramu neke višenamenske akumulacije kod koje se stalno rezerviše neka promenljiva zapremina $V_{rez}(t)$ za odbranu od poplava. Na sl. 3.4.2 su prikazani smerovi interesa jednog i drugog korisnika pri odredjivanju dugoročne upravljačke strategije, definisane dispečerskom anvelopom ispunjenosti akumulacije.



Slika 3.4.1



Shematski prikaz smera interesa odbrane od poplava i korisnika voda pri izradi dispečerskog plana korišćenja akumulacije

Slika 3.4.2

iii) Parametri fizičkog i upravljačkog dela sistema su u opoziciji u odnosu na kriterijum upravljanja. I ovi zadaci se često sreću pri planiranju optimalnih vodoprivrednih sistema. Npr. neki ekonomski kriterijum, kao pokazatelj cene igre zahteva niske (jeftinije) nasipe ili kote akumulacija, dok zahtevano upravljanje ima suprotne zahteve itd.

S obzirom da se pri upravljanju vodoprivrednim sistemima i rešavanju konfliktnih problema raspolaže sa apriornim informacijama različitog nivoa (u pogledu potpunosti i vremena dobijanja) razlikujemo sledeće grupe problema:

a/ Konfliktni problemi sa punom informacijom, kojima se rešavaju zadaci upravljanja kada obe strane raspolažu svim relevantnim informacijama o stanju;

b/ Konfliktni problemi sa nepotpunom informacijom - kada oba angagonista nemaju neophodne informacije o stanju;

c/ Konfliktni problemi sa diskriminacijom - kada jedan od antagonista raspolaže sa podacima o stanju i upravljačkim potezima "protivnika".

Ova podela je samo naizgled apstraktna sa gledišta vodoprivrednih sistema. Kada u razmatranje optimizacionih problema uvedemo problem prognoze - estimacije slučajnog vektora ulaza, videćemo da su sva ova tri kvalitativno različita pristupa prisutna pri rešavanju zadataka vodoprivrednih sistema. Naime, zavisno od količine i vremena pristizanja neophodne informacije problem se može postavljati kao deterministički zadatak, maxmin ili minimax prilaz, čisto stohastički zadatak i zadatak sa estimacijom slučajnog ulaza.

i/ Rezimirajmo na opštem nivou upravljački problem vodoprivrednog sistema u konfliktnoj situaciji ad 1). Ovakav problem se opisuje vektorskom jednačinom

$$\frac{ds}{dt} = f\ (s,\ u,\ x)\ ;\quad s\ (t_o) = s_o \qquad 3.4.1$$

gde su: $s \hat{=} N_1$ - dimenzionalni vektor stanja, $u \hat{=} N_2$ - dimenzionalni vektor upravljanja, $x \hat{=} N_3$ dimenzionalni vektor stohastičkog poremećaja, pri čemu važi

$$s \in S,\ u \in U,\ x \in X$$

Ovde su S, U i X ograničene oblasti u N_1, N_2 i N_3 dimenzionalnom Euklidovom prostoru, a f - realna vektorska funkcija definisana na $S * U * X$.

Ako se ne poznaju karakteristike stohastičkog ulaza, koncepcija upravljanja se mora bazirati na predpostavci potpune opozicije stohastičkog poremećaja u odnosu na upravljanje. Teoriski to znači da priroda "bira" poremećaj (odnosno ulaz), x, a drugi igrač - vodoprivredni sistem bira upravljačku akciju u.

Ciljna funkcija za izbor upravljanja može se u opštem slučaju napisati u obliku

$$J(s_o, u, x) = \int_{t_o}^{t_k} h(s, u, x)\, dt + \varphi\left[s(t_k)\right] \qquad 3.4.2$$

Ne poznajući a priori vektor x najčešće se mora predpostaviti da priroda "bira" najgore moguće poremećaje iz skupa X, čemu treba parirati izborom odgovarajućeg upravljanja u. U ovakvom slučaju problem se svodi na minimax zadatak.

$$\min_{\{u\}} \max_{\{x\}} J(s, u, x) \; ; \; s(t_o) = s_o \qquad (3.4.3$$

Pri rešavanju ovih zadataka osnovno je da li se najpre bira poremećaj x, pa upravljanje u ili obratno. Zavisno od toga biće i tip zadatka: pri redosledu biranja: 1) upravljanje 2) poremećaj, problem se razvija kao min max zadatak (upravljač bira prvi potez), dok u slučaju suprotnog redosleda biranja operatori min i max menjaju mesta, te imamo slučaj max min zadatka, a to je slučaj igre "protiv" prirode u kojoj priroda vuče prvi potez izazivajući slučajni poremećaj. Ova razlika nije formalna, već ima suštinski značaj, jer pri upravljanju vodoprivrednim sistemima mi uvek težimo da steknemo prednost da donosimo upravljačke odluke na bazi što potpunije informacije o stohastičkom ulazu,zbog čega i činimo napore da prognoziramo "igru" prirode. Ovaj suštinski značaj poznavanja ili prognoziranja prvog poteza je možda najočitija u eksploataciji višenamenskih akumulacija koja služe i za odbranu od poplava: ukoliko zahvaljujući prognozi ulaza x sistem stekne prednost da može da vuče prvi potez upravljanjem u, gde je $u = u(x)$, moguće je izvršiti predpražnjenje akumulacija i osigurati veću efikasnost vodoprivrednog sistema u periodu odbrane od poplava. Slično je i sa svim drugim zadacima u vezi sa akumulacionim basenima.

ii/ U slučaju konflikta dva upravljanja problem se opisuje jednačinom čiji je opšti oblik

$$\frac{ds}{dt} = f\ (s,\ u,\ v), \qquad s\ (t_o) = s_o \qquad (3.4.4)$$

gde su pored već objašnjenih oznaka u i v $\hat{=}$ N_2 i N_3 dimenzionalni vektori antagonističkih upravljanja, pri čemu važi

$$s\ \varepsilon\ S,\ u\ \varepsilon\ U,\ v\ \varepsilon\ V$$

Kao što se iz izraza 3.4.2 vidi, kriterijum je u opštem slučaju aditivna funkcija svih odabranih upravljanja i svih stanja kroz koja je sistem prošao, uključiv tu, eventualno, i krajnje stanje u kome se sistem našao posle svih koraka upravljanja. Sa stanovišta interesa pojedinih antagonista u diferencijalnoj igri, bitno je ko i sa kakvom informacijom bira prvo upravljanje. Ako se bira najpre upravljanje (u), tada se upravljanje (v) može birati na osnovu poznavanja upravljanja (u) i obratno . Igrač koji ne zna stanje igre prinudjen je da bira upravljanje iz skupa U: u_1, u_2,..:; dok drugi igrač ukoliko raspolaže tom informacijom može da bira upravljanje kao funkcije $v_1\ (u_1)$, $v_2\ (u_2)$,...

Tretiramo li na primer rezervni prostor u akumulaciji (kojoj je fiksirana maksimalna kota uspora) kao veličinu koja se optimizira, onda upravljanje (u) koje biraju korisnici voda iz akumulacije teži da minimizira ovaj prazan prostor, dok upravljanje v zaštite od poplava teži da ga maksimizira. Upravljanja u^* (s) ε U i v^* (s) ε V kojima se postiže minimalna, odnosno maksimalna vrednost nekog kriterijuma predstavljaju optimalne strategije, dok odgovarajuća vrednost kriterijuma predstavlja "cenu" ove konfliktne igre. Ukoliko postoji par optimalnih strategija u^* i v^* one formiraju sedlastu tačku konfliktne igre, pri čemu kriterijum ima sledeće osobine

$$J(s_o, u, v^*) \geq \min_{u \in U} J(s_o, u, v^*) = J(s_o, u^*, v^*) = \hat{J}(s_o)$$

$$J(s_o, u^*, v) \leq \max_{u \in U} J(s_o, u^*, v) = J(s_o, u^*, v^*) = \hat{J}(s_o) \tag{3.4.5}$$

Ukoliko u konfliktnom problemu postoji sedlasta tačka, vrednosti kriterijuma po minimax-u i maxmin-u se poklapaju, usled čega redosled poteza ne utiče na dobijene upravljačke strategije.

Kod rešavanja ovih zadataka uspešno se može primeniti dinamičko programiranje, u različito formulisanim zadacima koji će se razmatrati u narednoj glavi.

iii/ Pri rešavanju zadataka dimenzionisanja vodoprivrednih sistema po pravilu se javljaju problemi opozicije pojedinih parametara sistema. Ovaj konflikt se najčešće ogleda u opoziciji parametara fizičkog i upravljačkog dela sistema medjusobno, i njih zajedno u odnosu na postavljen kriterijum upravljanja.

Na pr. smanjivanje dimenzija evakuacionih organa ili rezervnog prostora akumulacije (ovo su parametri fizičkog dela sistema, definisani vektorom, "a" u jed. II-3.1.1) zahtevali bi usavršavanje sistema za prikupljanje i prenos informacija i poboljšanje mogućnosti za prognozu slučajnog vektora ulaza, čime bi se poskupljavali parametri b upravljačkog dela sistema. Nasuprot, ukoliko upravljački deo sistema ne omogućava blagovremenu estimaciju - prognozu hidrološkog ulaza (bilo zbog neadekvatnog sistema za prikupljanje i prenos informacija, bilo zbog nedovoljnih mogućnosti upravljačkog bloka sistema), to stvara potrebu da se povećaju potrebne zapremine akumulacija, ukoliko se želi postići ista obezbedjenost funkcionisanja. Znači, ušteda na fizičkom delu sistema dovodi do poskupljenja upravljačkog dela sistema i obratno.

3.5 SISTEMATIZACIJA UPRAVLJAČKIH ZADATAKA ZA SISTEME AKUMULACIJA U SVETLU KOLIČINE I KVALITETA INFORMACIJE O SLUČAJNOM VEKTORU ULAZA

Pri rešavanju zadataka optimalnog upravljanja vodoprivrednim sistemima veliki uticaj na postavku problema i kvalitet postignutog optimalnog upravljanja ima količina i kvalitet apriorne informacije o stohastičkim komponentama sistema. Zato će ovde biti razmotrena, na opštem nivou, sledeća pitanja:

a/ postavka zadatka (osnovne rekurentne relacije) optimalnog upravljanja vodoprivrednim sistemima u zavisnosti od vrste i kvaliteta apriorne informacije o stohastičkom ulazu;

b/ uticaj apriorne informacije na kvalitet ostvarenog optimalnog upravljanja.

Razmatrajmo vodoprivredni sistem od R akumulacionih basena čije se upravljanje može opisati vektorskom jednačinom

$$s_{m+1} = A\, s_m + B\, x_m - C\, u_m;\ s(o) = s_o;\ m = 1, \ldots, M \quad (3.5.1)$$

Ovde je:

$s_m \triangleq R$ - dimenzionalni vektor stanja u akumulacijama;

$x_m \triangleq R'$ - dimenzionalni slučajni vektor ulaza (prirodni dotok u akumulaciju u m-tom intervalu vremena);

$u_m \triangleq K$ - dimenzionalni vektor upravljanja, kojim se definiše namensko ispuštanje vode za potrebe raznih korisnika;

$A \triangleq R*R$ matrica sistema sa elementima u $[0,1]$;

$B \triangleq R*R'$ matrica stohastičkog ulaza, sa elementima 0 i 1

$C \triangleq R*K$ matrica upravljanja sa elementima iz intervala $[-1,1]$.

Rešava se zadatak optimalnog upravljanja sistemom u M vremenskih intervala, tj. traži se optimalno upravljanje $u^M \triangleq \{u_1, \ldots, u_M\}$* kojim se postiže ekstremum ciljne funkcije.

Koristićemo sledeće obeležavanje:
$u^m \triangleq \{u_1; \ldots, u_m\}$ - *upravljanje od početnog do m-tog koraka;*
$x^m \triangleq \{x_1; \ldots, x_m\}$ - *ulaz od početnog do m-tog koraka.*
$u^{m,M} \triangleq \{u_m; \ldots, u_M\}$ - *upravljanje od m-tog do M-tog (krajnjeg) koraka i odgovarajući izraz* $x^{m,M} \triangleq$ *ulaz od m-tog do M-tog koraka. Na isti način biće obeleženi i kartezijanski proizvodi skupova:* $X^m = X * X * \ldots * X$ *(m - puta);*
$U^{m,M} = U * U * \ldots * U$ *(M - m puta), itd.*

Predpostavimo u ovom razmatranju da ciljnu funkciju definišemo troškovima rada sistema, odnosno gubicima koji nastaju zbog neispunjavanja postavljenih vodoprivrednih zadataka (neisporučivanje traženih količina vode, nedovoljno retenziranje poplavnih voda i sl.). Za diskretizovan zadatak ciljna funkcija se može pisati u obliku

$$J\,(s_o,\, x^M,\, u^M) = \sum_{i=1}^{M} T_1(s_i,\, u_i, i) + T_2\,(s_m, M) \qquad (3.5.2)$$

gde su: T_1 i T_2 funkcije troškova (ili gubitaka) u i-tom i zadnjem M-tom koraku upravljanja.

Ograničenja su $s \in S$; $x \in X$ i $u \in U$

Razmotrimo najpre problem naveden pod a): kako se količina i kvalitet apriorne informacije o stohastičkom ulazu odražavaju na postavku zadatka i rekurentne relacije za optimizaciju vodoprivrednog sistema.

Količina i vreme pristizanja relevantnih apriornih informacija o stohastičkom ulazu bitno utiču na formulaciju zadataka i formiranje rekurentnih relacija. Razmotrimo sledeće slučajeve:

1. *Deterministički prilaz*. Podjimo od najoptimističkije (neodržive) predpostavke da je apriori poznata čitava realizacija hidrološkog ulaza $x^M \triangleq (x_1, \ldots, x_M)$. Shodno svemu dosad iznetom, tada se problem pretvara u deterministički optimizacioni zadatak, za koga se kriterijum za izbor optimalnog upravljanja svodi na minimizaciju ciljne funkcije

$$F_1(s_o,o) = \min_{\{u^M\}} F_1(s_o, x^M, u^M) \qquad (3.5.3)$$

Shodno 3.5.2 možemo formirati kriterijalnu funkciju za upravljanje od m-tog do krajnjeg M-tog koraka upravljanja

$$F_1^m(s_m, m) = \min_{\{u^{m,M}\}} \{\sum_{i=m}^{M} T_1(s_i,u_i,i) + T_2(s_M,M)\} \qquad (3.5.4)$$

Ovde(i analogno u kasnijim rekurentnim relacijama) važi

$$u^M \in U^M; \quad u^{m,M} \in U^{m,M}$$

što će se kasnije implicitno podrazumevati, bez pisanja.

Razvijmo (3.5.4) primenjujući Belmanov princip optimalnosti (videti na strani 285).

$$F_1^m(s_m,m) = \min_{\{u_m\}} \min_{\{u^{m+1,M}\}} \{T_1(s_m,u_m,m) + \sum_{i=m+1}^{M} T_1(s_i,u_i,i) + T_2(s_m,M)\}$$

$$= \min_{\{u_m\}} \{T_1(s_m,u_m,m) + \min_{\{u^{m+1,M}\}} \sum_{i=m+1}^{M} T_1(s_i,u_i,i) + T_2(s_M,M)\}$$

$$F_1^m(s_m,m) = \min_{\{u_m\}} \{T_1(s_m,u_m,m) + F_1^{m+1}(s_{m+1}, m+1)\} \qquad (3.5.5.)$$

s tim što važi i $F_1^M(s_M,M) = T_2(s_M,M)$ (3.5.5')

Zadnji izrazi predstavljaju rekurentne relacije kojima se traži optimalno rešenje determinističkog zadatka za sistem akumulacionih basena.

Mada se vektor x^M nikada a priori ne zna, deterministički pristup se može koristiti za rešavanje nekih klasa zadataka akumulacionih basena. Deterministička struktura ovih zadataka je najčešće posledica nekih zadatih hidroloških ulaza za koje se traži optimalna sinteza sistema. Npr. često se zadaju teoriski talasi velikih voda i fiksni vodoprivredni uslovi koje treba zadovoljiti, te se za tako zadati ulaz i uslove traže optimalne dimenzije akumulacija za odbranu od poplava.

No, s obzirom da se u realnosti slučajni vektor ulaza ne poznaje, već se samo može prognozirati, realnije su druge klase zadataka, koje sistematizujemo na sledeći način.

2. *Minimax prilaz*. Razmotrimo problem optimizacije sistema akumulacija u slučaju kada je apriorna informacija o slučajnom vektoru ulaza sasvim oskudna. Predpostavimo da se jedino poznata oblast X_m mogućih realizacija hidrološkog ulaza ($m = 1, \ldots, M$). U tom slučaju se optimizacioni zadatak za takav sistem svodi na minimizaciju zadatog kriterijuma za najnepovoljniji hidrološki ulaz. U pitanju je minimax zadatak, u kome je upravljač hendikepiran činjenicom da mora da donosi upravljačke odluke u ovoj antagonističkoj igri sa prirodom, ne poznajući "potez" koji će ona povući. Zbog toga se kriterijum, kao vrednost ove diferencijalne igre sa prirodom, mora definisati preko pesimističke ocene da priroda može da generiše najnepovoljnije poremećaje - hidrološke ulaze, što vodi ka minimax zadatku, čija je kriterijumska relacija

$$F_2\,(s_o, o) = \min_{\{u^M\}} \; \max_{\{x^M\}} \; J\,(s_o,\, u^M,\, x^M) \qquad 3.5.6$$

Za upravljanje od m-tog koraka do kraja rekurentna relacija se formuliše u obliku:

$$F_2^m (s_m,m)= \min_{\{u^{m,M}\}} \max_{\{x^{m,M}\}} \{ \sum_{i=m}^{M} T_1(s_i,u_i,i) + T_2 (s_M,M)\} \quad 3.5.7$$

te se na isti način kao u prethodnom slučaju može izvesti da je

$$F_2^m (s_m,m) = \min_{\{u_m\}} \max_{\{x_m\}} \{ T_1 (s_m,u_m,m) + F_2^{m+1}(s_{m+1},m+1)\} \quad 3.5.8$$

$$F_2^M (s_M,M) = T_2 (s_M,M) \quad 3.5.8'$$

Ova klasa zadataka se može javiti pri optimizaciji vodoprivrednih sistema sa veoma loše izučenim hidrološkim ulazom. No, treba istaći da se uz odredjena istraživanja može i mora doći do bolje apriorne informacije o slučajnom vektoru ulaza, čime se problem odmah pretvara u neki drugi, optimizaciono povoljniji tip zadatka.

3. *Maximin zadaci*. Razmotrimo novu klasu zadataka, sa nešto boljom apriornom informacijom o hidrološkom ulazu. Neka je poznat skup dopustivih realizacija X_m, ali se isto tako zna da će u trenutku izbora upravljanja biti poznata i realizacija x_m. Ovakav zadatak se javlja kod vodoprivrednih sistema kod kojih se još uvek ne poznaje funkcija raspodele hidroloških veličina, ali su iste sporo promenljive, te se može vršiti estimacija za jedan korak unapred. Shodno teoriji igara ovaj problem se pretvara u zadatak igre protiv prirode u kojoj priroda "vuče" prvi potez, ali upravljač ima informaciju

o tome i odgovarajuće prednosti koje iz toga slede.

Problem se rešava kao maximin zadatak, pri čemu se rekurentna relacija kriterijuma optimalnosti od n-tog do zadnjeg koraka može formulisati u obliku

$$F_3^m (s_m, m) = \max_{\{x^{m,M}\}} \min_{\{u^{m,M}\}} \{\sum_{i=m}^{M} T_1(s_i, u_i, i) + T_2 (s_M, M)\} \quad 3.5.9$$

Primenjujući i ovde Belmanov princip optimalnosti, po analogiji sa prethodnim slučajevima dobija se rekurentna relacija za optimizaciju

$$F_3^m (s_m, m) = \max_{\{x_m\}} \min_{\{u_m\}} \{T_1(s_m, u_m, m) + F_3^{m+1}(s_{m+1}, m+1)\} \quad 3.5.10$$

$$F_3^M (s_M, M) = T_2 (s_M, M) \quad 3.5.10'$$

Ova grupa zadataka se može javljati češće pri razmatranju sistema sa nedovoljno probabilistički izučenim slučajnim vektorom ulaza.

4. *Stohaatički zadatak*. *Veoma* čest je slučaj, pri optimizaciji sistema akumulacija, da se pored skupa X_m dopustivih ulaza poznaje i funkcija raspodele $f(x_m, m)$ ulaznog vektora. U tom slučaju se zadatak pretvara u klasičan problem optimizacije stohastičkog sistema, pri čemu se zahteva minimizacija matematičkog očekivanja vrednosti kriterijuma. Tada se može pisati da je vrednost kriterijuma za upravljanje od m-tog koraka do kraja

$$F_4^m(s_m, m) = \min_{\{u^{m,M}\}\{x^{m,M}\}} M\{\sum_{i=m}^{M} T_1(s_i, u_i, i) + T_2(s_M, M)\} \qquad 3.5.11$$

gde je M u izrazu min M operator matematičkog očekivanja.

Na analogan način kao u prethodnim slučajevima dobija se rekurentna relacija u obliku

$$F_4^m(s_m, m) = \min_{\{u_m\}} \underset{\{x_m\}}{M}\{T_1(s_m, u_m, m) + F_4(s_{m+1}, m+1)\} \qquad 3.5.12$$

$$F_4^M(s_M, M) = T_2(s_M, M) \qquad 3.5.12'$$

Ova klasa zadataka je veoma česta i rešava se primenom metoda stohastičke optimizacije.

5. *Zadatak sa estimacijom stohastičkog ulaza.* Ova klasa zadataka je najinteresantnija sa gledišta optimizacije sistema akumulacija. Zato ćemo ovde detaljnije razmotriti kvalitet ovako dobijenog optimalnog upravljanja.

Više puta je naglašeno, a i intuitivno je jasno, da se kvalitet upravljanja sistemom akumulacija poboljšava ukoliko se tokom upravljanja posle svake realizovane etape permanentno sakupljaju dopunske informacije o sistemu, pre svega o stohastičkom ulazu. Zadaci ovog tipa se najčešće sreću pri optimalnoj analizi i sintezi vodoprivrednih sistema i njih karakteriše da se paralelno sa odredjivanjem optimalnog upravljanja odvija sukcesivni proces sve tačnije estimacije svih neopservabilnih veličina. Ova estimacija može biti unutar ili van sistema, te razlikujemo interne estimatore (uključene u model sistema) i eksterne estimatore (van sistema), od kojih upravljački deo sistema blagovremeno dobija sukcesivno korigovane prognoze o vektoru ulaza. U slučaju vodoprivrednih sistema znatno je pogodnije korišćenje spoljnog estimatora, prevashodno zbog toga što su modeli za estimaciju hidroloških veličina dosta složeni, te bi njihovo uključivanje u opšti model sistema otežalo proračun bez ikakvih drugih pozitivnih efekata. Usled ovog razdvajanja modela i estimatora zadatak se bazira na sledećoj postavci: upravljački deo sistema ne generiše sam podatak o ulazu, ali zna da će ih dobiti blagovremeno od eksternog estimatora (ovo je prikazano i na sl. II-6.2).

Razmotrimo kriterijumske aspekte korišćenja eksternog estimatora pri analizi vodoprivrednih sistema.

Neka je na početku upravljanja ($i = 0$) poznata samo raspodela verovatnoće slučajnog ulaza u m-tom intervalu $f\,(x_m, m)$, ali se isto tako zna da će se na kraju (m - 1)-og intervala dobiti pouzdanija prognoza o ulazu koji se očekuje u m-tom intervalu, tj. predpostavlja se da će upravljački deo sistema dobiti prognoziranu veličinu $\hat{x}_m$. Ovaj slučajni vektor (ukoliko razmatramo sistem akumulacija) generiše eksterni estimator, čime se količina informacije o slučajnom vektoru ulaza povećava od trenutka $i = o$ do $i = m$ za

$$I_{[o,m]} = H\,(x_m) - H\,(x_m | \hat{x}_m) \geq 0 \qquad 3.5.13$$

gde je H entropija veličine date u zagradi.

Sažeto, upravljački deo sistema u trenutku $i = 0$ raspolaže samo sa informacijom (o slučajnom vektoru ulaza) koja je sadržana u raspodelama verovatnoće $f\,(x_m, m)$, ali zna i to da će se do kraja (m - 1)og intervala ova informacija uvećati za ΔI. To znači da generirani ulaz i vektor stanja s_m postaju opservabilni u m-tom koraku odlučivanja. Optimalna vrednost kriterijuma može se tada definisati u obliku

$$F_5^m (s_m, m) = \underset{\{\hat{x}^{m,M}\}}{M} \; \underset{\{u^{m,M}\}}{\min} \; \underset{\{x^{m,M} | \hat{x}^{m,M}\}}{M} \; J \qquad 3.5.14$$

gde ciljna funkcija J ima oblik:

$$J = \sum_{i=1}^{M} T_1 (s_i, u_i, i) + T_2 (s_m, M) \qquad 3.5.14'$$

Već uobičajenom primenom principa optimalnosti dobija se sledeća najopštija rekurentna relacija za klasu zadataka optimizacije uz korišćenje eksternog estimatora

$$F_5^m (s_m, m) = \underset{\{\hat{x}_m\}}{M} \; \underset{\{u_m\}}{\min} \; \underset{\{x_m | \hat{x}_m\}}{M} \{ T_1 (s_m, u_m, m) + F_5^{m+1} (s_{m+1}, m+1)\} \qquad 3.5.15$$

$$F_5^M (s_M, M) = T_2 (s_M, M) \qquad 3.5.15'$$

Ovaj složeni vid rekurentne relacije znatno se uprošćava u sledećim slučajevima:

a/ Ukoliko se predpostavi nezavisnast slučajnih veličina x_m i $\hat{x}_m$ problem se svodi na stohastički zadatak, tretiran u prethodnom slučaju. Naime, operator

$$\underset{\{x^{m,M} | \hat{x}^{m,M}\}}{M} \quad \text{pretvara se u} \quad \underset{\{x^{m,M}\}}{M}$$

dok se operator M po $\hat{x}^{m,M}$ može ukinuti, jer u tom slučaju ciljna funkcija ne zavisi od $\hat{x}^{m,M}$, tako da važi:

$$\underset{\{x_m\}}{M} = \underset{\{x_m\}}{M} \; \underset{\{x_m | \hat{x}_m\}}{M} \qquad 3.5.16''$$

Na taj način se gornji izraz svodi na već izvedenu rekurentnu relaciju za stohastičku optimizaciju $J_5^a \equiv J_4$.

b/ Može se predpostaviti da je u slučaju kvalitetne prognoze veličina x_m funkcija $\hat{x}_m$. Ne umanjujući opštost zadatka predpostavimo da je $x_m = a\,\hat{x}_m$ (a-pozitivna konstanta koja može biti ravna i jedinici, u slučaju idealne prognoze).
To znači da x_m postaje opservabilno na kraju (m - 1) og intervala, tako da se $x_m | \hat{x}_m$ pretvara u determinističku veličinu, što omogućava transformaciju (3.5.14) u izraz

$$F_5^b(s_m, m) = \underset{\{x^{m,M}\}}{M} \; \underset{\{u^{m,M}\}}{\min} \{\sum_{i=m}^{M} T_1(s_i, u_i, i) + T_2(s_M, M)\} \qquad 3.5.16$$

Primenom principa optimalnosti i separacijom izraza za vrednost kriterijuma dobija se rekurentna relacija za zadatak sa eksternim estimatorom i funkcionalnom vezom x_m i $\hat{x}_m$:

$$F_5^b(s_m, m) = \underset{\{x_m\}}{M} \; \underset{\{u_m\}}{\min} \{T_1(s_m, u_m, m) + F_5^b(s_{m+1}, m+1)\} \qquad .3.5.17$$

Ovim je pokazan i sistematizovan uticaj količina apriorne informacije na formalizaciju zadataka i definisanje rekurentnih relacija pri optimizaciji sistema akumulacija. Razmotrimo sada problem (b) postavljen na početku ove glave: kako se odražava količina apriorne informacije na kvalitet optimalnog upravljanja, izraženog optimalnom vrednošću kriterijuma?

U svim gore razmotrenim zadacima kriterijum je bio istog tipa: minimizacija troškova (ili šteta) upravljanja, definisanih ciljnom funkcijom (3.5.2). Da bi se sagledalo kakav se kvalitet optimalnog upravljanja postiže zavisno od količine raspoložive apriorne informacije, uporedimo optimalne vrednosti kriterijuma (koji predstavljaju objektivni pokazatelj "cene igre") za razmatrane slučajeve.

Može se dokazati primenom poznatih relacija teorije igara da važe sledeće nejednakosti:

$$F_1 < F_5^b < F_5 < F_5^a = F_4 < F_2 \qquad 3.5.17$$

$$F_5 < F_3 < F_2 \qquad 3.5.17'$$

Položaj optimalne vrednosti kriterijuma F_1 u prvoj nejednačini je sasvim jasno odredjen i ne treba ga ni dokazivati, jer se radi o determinističkoj optimizaciji, tokom koje uvek tačno poznajemo i prošle i buduće vrednosti realizacije vektora ulaza i tačno stanje igre u svakom trenutku. Dokažimo samo nejednakost $F_5 < F_5^a$ pošto se ostale vrednosti dokazuju ili slično, ili su evidentne iz osnovnih relacija teorije igara*

**Koristićemo bez dokazivanja sledeće poznate relacije iz teorije igara:* [23]

$$\max_u \min_v J(u,v) \leq \min_v \max_u J(u,v)$$

$$\min_u \underset{v}{M} J(u,v) \geq \underset{v}{M} \min_u J(u,v)$$

$$\min_u \underset{v/u}{M} J(u,v) \geq \underset{v/u}{M} \min_u J(u,v)$$

Primenom matematičke indukcije može se dokazati da važi nejednakost .

$$F_5\,(s_m,m) \leqslant F_5^a\,(s_m,m) \qquad 3.5.17''$$

Pokažimo najpre da važi za $m = M-1$. Iz 2.5.15 sledi

$$F_5(s_{M-1},M-1) = \underset{\{\hat{x}_{M-1}\}}{M}\ \underset{\{u_{M-1}\}}{\min}\ \underset{\{x_{M-1}|\hat{x}_{M-1}\}}{M}\ \{T_1(s_{M-1},u_{M-1},M-1) + F_5\,(s_M,M)\} \qquad 3.5.18$$

Iz 3.5.12 i relacije $F_5^a \equiv F_4$ sledi

$$F_5^a\,(s_{M-1},M-1) = \underset{\{u_{M-1}\}}{\min}\ \underset{\{x_{M-1}\}}{M}\ \{T_1(s_{M-1},u_{M-1},M-1) + F_5^a\,(s_M,M)\} \qquad 3.5.19$$

S obzirom na 3.5.15 i komentar ad a) transformišemo zadnji izraz u

$$F_5^a\,(s_{M-1},M-1) = \underset{\{u_{M-1}\}}{\min}\ \underset{\{\hat{x}_{M-1}\}}{M}\ \underset{\{x_{M-1}|\hat{x}_{M-1}\}}{M}\ \{\text{detto}\} \qquad 3.5.19'$$

i uvedemo funkciju

$$\psi_{M-1} = \underset{\{x_{M-1}|\hat{x}_{M-1}\}}{M}\ \{T_1(s_{M-1},u_{M-1},M-1) + F_5^a\,(s_M,M)\} \qquad 3.5.20$$

Iz 3.5.18 -20 i nejednačina navedenih u fusnoti sledi da za svako $m = M-1$ važi

$$\underset{\{u_{M-1}\}}{\min}\ \underset{\{\hat{x}_{M-1}\}}{M}\ \psi_{M-1} \geqslant \underset{\{\hat{x}_{M-1}\}}{M}\ \underset{\{u_{M-1}\}}{\min}\ \psi_{M-1},\ \forall\, s_{M-1} \qquad 3.5.21$$

što potvrdjuje nejednakost 3.5.17" za $m = M-1$. Opštost ove nejednačine za druge vrednosti m može se dokazati ukoliko se funkcija Ψ definiše u opštijem obliku

$$\psi_m = \underset{\{x_m | \hat{x}_m\}}{M} \{T_1(s_m, u_m, m) + F_5^a (s_{m+1}, m+1)\} \qquad 3.5.20$$

Iz relacija teorije igara (fusnota) tada sledi:

$$\underset{\{u_m\}}{\min} \underset{\{\hat{x}_m\}}{M} \psi_m \geqslant \underset{\{\hat{x}_m\}}{M} \underset{\{u_m\}}{\min} \psi_m; \ \forall s_m \qquad 3.5.21'$$

Iz 3.5.21', (16") i već dokazanog stava (21) sledi

$$\underset{\{u_m\}}{\min} \underset{\{x_m\}}{M} \{T_1(s_m, u_m, m) + F_5^a (s_{m+1}, m+1)\} \geqslant \qquad 3.5.22$$

$$\geqslant \underset{\{\hat{x}_n\}}{M} \underset{\{u_m\}}{\min} \underset{\{x_m | \hat{x}_m\}}{M} \{T_1(s_m, u_m, m) + F_5 (s_{m+1})^{m+1}\}$$

čime je opštost nejednačine $F_5 < F_5^a \equiv F_4$ dokazana. Fizički ovo znači da se u slučaju zadatka sa estimacijom slučajnog vektora ulaza postiže bolji kvalitet upravljanja, pošto je vrednost ostvarene "cene igre" izražene preko kriterijumske funkcije troškova (F_5) manja od odgovarajuće vrednosti kriterijumske funkcije koja se može postići u slučaju stohastičkog zadatka, kada se poznaje samo funkcija gustine verovatnoće slučajnog vektora ulaza.

Na sličan način se dokazuju i ostali delovi nejednačina (17) i (17'). Shodno teoriji igara jedino se ne može pouzdano ustanoviti uzajamni odnos F_3 i $F_4 \equiv F_5^a$. Ova neodredjenost je i intuitivno razumljiva: teško je reći da li je bolje u svakom trenutku poznavati tadašnji ulaz, ili imati neodredjene (probabilističke) predstave o tadašnjem i budućem ulazu u sistem.

Intuitivno je jasno, ali se može i egzaktno dokazati, da se sa povećanjem apriorne informacije proširuje skup dopustivih stanja S_m na pojedinim etapama (koracima) diferencijalne igre. Ovo u stvari znači da *znajući više o ulazu, dobijamo veći manevarski prostor za donošenje optimalnih upravljačkih odluka.* Pokažimo ovo na primeru min max i maxmin zadatka i za skup početnog kontralabilnog stanja S^o. Koristeći raniju numeraciju grupa zadataka označimo sa S_2^o i S_3^o skupove početnih kontralabilnih stanja za minmax i maxmin prilaz. Dokažimo da je $S_2^o \subset S_3^o$.

Ako $s_o \varepsilon\ S_2^o$ definisana je u tački s_o i vrednost kriterijuma F_2:

$$F_2\ (s_o, 0) = \min_{\{u^M\}}\ \max_{\{x^M\}}\ J\ (s_o,\ u^M,\ x^M) \qquad 3.5.23$$

Korišćenjem poznate relacije teorije igara sledi da je

$$\min_{\{u^M\}}\ \max_{\{x^M\}}\ J \geqslant \max_{\{x^M\}}\ \min_{\{u^M\}}\ J \qquad 3.5.24$$

Iz ovoga je očigledno da je u s_o definisana i vrednost F_3, što znači da važi i $s_o \varepsilon\ S_3^o$, čime je dokazano $S_2^o \subset S_2^o$.
Na sličan način se može dokazati da je $S_4^o \subset S_5^o$. Ovim se potvrdjuje intuitivni zaključak da se povećanje apriorne informacije odražava na proširivanje skupova dopustivih stanja.

Iz izlaganja u ovom poglavlju može se izvući decidan zaključak da količina apriorne informacije o stohastičkom ulazu bitno utiče na formalizaciju upravljačkog zadatka i na ostvareni kvalitet optimalnog upravljanja. To se jasno zapaža u nejednačinama (3.5.17 i 17'). Optimalna vrednost kriterijuma kao "cena igre" je najmanja u determinističkom zadatku, tj. u slučaju kada u celosti poznajemo sadašnje stanje i budući ulaz, a najveća (slikovito: postignuto upravljanje je najskuplje, ili izaziva najveće gubitke) u situaciji maksimalne neodredjenosti (minmax zadatak), kada je upravljački organ prinudjen da bira upravljanje ne znajući "koji potez vuče priroda".

Ovo ima sledeće reperkusije na upravljanje akumulacionim basenima.

U zadacima sinteze, pri izboru parametara sistema, klasična deterministička optimizacija davala bi "optimističko" rešenje problema. Ukoliko bi radili samo sa jednom determinističkom serijom (a takav je bio najčešći slučaj pri dosadašnjim vodoprivrednim proračunima u nas, u kojima su, po pravilu, korišćeni samo već realizovani hidrološki nizovi) dobila bi se nerealna (povoljnija) vrednost kriterijuma, a posledice bi bile poddimenzionisani parametri sistema za neku zadatu obezbedjenost funkcionisanja. Zato je u ovom radu i korišćen implicitni stohastički pristup, koji se zasniva na simuliranje skupa slučajnih vektora ulaza i probabilističkoj analizi za njih dobijenih optimalnih rešenja.

Korišćenje minimax zadataka, bilo pri analizi ili sintezi sistema, daje, pak, "pesimističko" rešenje: u realnim okolnostima upravljanja sistem će raspolagati sa boljom informacijom o slučajnom vektoru ulaza, usled čega je moguće ostvariti bolji kvalitet upravljanja od onog koji se dobija po ovako postavljenom zadatku.

U zadacima analize najbliži realnosti je zadatak sa eksternim estimatorom. Ulogu estimatora ima služba prognoze (kako hidrološkog ulaza, tako i zahtevane potrošnje), koja će morati da postoji u svim savremenim vodoprivrednim sistemima. Dostavljajući upravljačkim jedinicama vodoprivrednog sistema prognozirane veličine ulaza, estimator ima vlastiti kriterijum za optimizaciju svog dela zadatka. Ovaj kriterijum uvek formuliše težnju estimatora da se smanji razlika između prognoziranih i stvarno realizovanih veličina $\hat{x}(t)$ i $x(t)$. To su na pr. kriterijumi

$$J = \int_{t_o}^{t_k} (x(t) - \hat{x}(t))^2 \rightarrow \min$$

i njegov odgovarajući diskretizovani oblik, zatim

$$J = \int_{t_o}^{t_k} |x(t) - x(t)| \rightarrow \min, \text{ itd.}$$

Kriterijumi kvaliteta hidroloških prognoza tretiraju se u radovima Nash-a, Kučment-a [24,25] te ovde neće biti razmatrani detaljnije.

4. OPTIMIZACIONI MODELI - DILEME, ZNAČAJ, TENDENCIJE

Na kraju ovog razmatranja čini se neophodnim da se rezimiraju neki stavovi o optimizacionim modelima, da se ukaže na izvesne nesporazume koji se sreću na tom planu i da se rekapituliraju neke važnije tendencije daljih istraživanja.

Još uvek postoji izvesno nerazumevanje prave uloge i mesta sistemske tehnike i optimizacionih modela u istraživanju složenih vodoprivrednih sistema, pa i sistema uopšte. Ovo nerazumevanje osciluje izmedju dve krajnosti: jedni su skloni da optimizacionim modelima dodele ulogu isključivog objektivnog arbitra, od koga očekuju gotova i jednoznačna rešenja u zadacima planiranja; drugi, zaobilazeći ovu tehniku i držeći se tradicionalnih metoda planiranja, pravdaju to neophodnošću da se taj proces mora držati pod stalnom kreativnom kontrolom ("delikatan posao planiranja ne sme se poveravati mašini, koja ume da računa, ali ne i da misli").

Pošto ovakvi nesporazumi koče pravilan razvoj i primenu sistemske tehnike pokušajmo na kraju da sagledamo njihove uzroke i da sistematizujemo stvarne mogućnosti optimizacionih modela u procesu planiranja vodoprivrednih sistema.

Prelaz na masovno korišćenje računara treće generacije pružio je nauci jednu novu, radikalnu mogućnost: da sa egzaktnog izučavanja dobro organizovanih sistema predje na šire izučavanje loše organizovanih sistema*. Svi složeni vodoprivredni sistemi

---

Po terminologiji Newman-a [8] dobro organizovani sistemi su oni kod kojih se mogu izdvojeno posmatrati pojave i procesi koji zavise od manjeg broja promenljivih parametara, te se kao takvi mogu egzaktno definisati fizičkim zakonima. Ostali-veliki sistemi, sa mnoštvom parametara, sistemi kod kojih se ne mogu jasno izdvojiti svi procesi i čvrsto formulisati sve njihove medjusobne veze spadaju u klasu loše organizovanih sistema.

spadaju u ovu drugu klasu sistema.

Ovaj prelazak na egzaktno ispitivanja velikih sistema izmenio je, pre svega, neke gnoseološke predstave o istinitosti i pouzdanosti postavki i zaključaka istraživanja.

Najvažnija promena na tom gnoseološkom planu poimanja i postavljanja numeričkog eksperimenta je u tome što se umesto zakona (koji je ljudima blizak, jer se njegova istinitost, ako je jednom dokazana, više ne dovodi u pitanje), za izučavanje velikih sistema uvodi sasvim nov pojam - model. Time se bitno menja odnos prema tome što je dopustivo, a šta nedopustivo u naučnom eksperimentu,menjaju se zahtevi postavljeni fundamentalnim naukama*.

**Uvodjenjem pojma modela počinje sve više da se suštinski menja odnos prema matematici. Uvek se polazilo od toga da je prednost matematike upravo u tome što je njen jezik strogo jednoznačan. No, zamenjivanje zakona modelima i prelaz na kibernetske metode izučavanja loše organizovanih sistema, dovode do toga da se sve više oseća potreba za izvesnim polimorfnim širenjem matematičkog jezika. Sada se želi da se ublaži ranije oštra granica izmedju matematičkog i verbalnog opisivanja nekih pojava. Pokušaji Zadeh-a na tom planu još uvek su daleko od nekih primenljivih rezultata, ali ukazuju na suštinski najznačajniji gnoseološki problem u procesu primanja mogućnosti kibernetike: problem neodredjenosti, interpolacije i apstrakcije. Naime, sa povećanjem kompleksnosti sistema smanjuje se mogućnost da se isti opisuju jasno definisanim skupovima, javlja se potreba za uvodjenjem neodredjenih skupova (fuzzy-set, po terminologiji Zadeh-a) i operacijama sa njima. Za sada je to "zid" pred kojim se nalazi kibernetika: za raliku od čoveka mašina nema sposobnost apstrakcije, zbog čega ne može ni da upravlja neodredjenim skupovima. Zbog toga je neophodna tesna sprega na relaciji čovek - mašina tokom čitavog procesa postavljanja i rešavanja optimizacionog zadatka, a naročito u fazi izbora optimalnog rešenja.*

Znači, pri konačnom izboru rešenja u zadacima vodoprivrednog planiranja primenjuje se kombinovani heuristički pristup: planer svojom sposobnošću interpolacije i apstrakcije nadoknadjuje upravo te nedostatke mašine, u procesu šireg vrednovanja alternativa, koje je mašina valorizovala samo sa stanovišta postavljenog modela i egzaktnog kriterijuma optimalne sinteze.

Izvesni sporovi na temu stvarnih mogućnosti egzaktnih istraživanja veoma složenih sistema rezultat su razlika u gnoseološkom poimanju suštine modelske tehnike. Oni koji tvrde da je nemoguće i neoportuno matematičko opisivanje i istraživanje veoma složenih sistema imaju u vidu matematičko opisivanje u tradicionalnom smislu, sa stanovišta matematičko-fizičkih zakona. Oni koji se zalažu za ovakav pristup pri istraživanju takvih sistema imaju u vidu formiranje modela sa oslabljenim matematičkim zahtevima.

Svi smo tradicionalno vaspitavani da, razmatrajući uglavnom dobro organizovane sisteme, u pojavama i procesima tražimo zakone. Zakon je u nauci dobio karakter apsolutne kategorije, na odredjenom nivou znanja. Dopušta se postojanje više hipoteza, ali se uvek predpostavlja da će na kraju biti dokazana samo jedna iz koje se izvodi ili kojom se potvrdjuje neki zakon. Zakon može biti ili bezuslovno tačan, ili bezuslovno netačan, a tada se odbacuje. Za jedan dokazan zakon besmisleno je govoriti da je dobar ili loš.

Nasuprot ovome i za razliku od konkurentnih hipoteza, modeli jednog istog velikog sistema ne moraju da budu u medjusobnoj opoziciji. Čak šta više, oni najčešće i nisu medjusobno oponentni, već se može samo govoriti o dobrim, manje dobrim, potpunijim i lošijim modelima, istovremeno prihvatljivim za opisivanje jednog istog velikog sistema. Upravo u tome treba tražiti tu krupnu, gnoseološki često nedovoljno sagledanu razdeonu crtu u logici shvatanja problema modeliranja velikih sistema. U tome je i koren već pomenutih nesporazuma na planu shvatanja upotrebljivosti pojedinih modela.

Osnovna razlika je, pre svega u tome, što se o modelu ne sme govoriti kao o nekoj apsolutnoj kategoriji. On može davati samo neku predstavu o ponašanju loše organizovanog sistema. Tačnije: model (ma kako detaljan) je samo jedna od mogućih matematičkih aproksimacija realnog sistema. Stepen njegove detaljnosti zavisi od postavljenih ciljeva i optimizacionih metoda koje će se koristiti . Rezultati dobijeni optimizacijom predstavljaju optimalno rešenje samo za tako formulisan model, a ne i za stvarni sistem.

Čak i isti aspekti izučavanog sistema mogu se opisivati različitim modelima, od kojih svaki ima neki dopustivi opseg upotrebljivosti. I upravo od tog domena upotrebljivosti zavisiće da li će jedan model biti ocenjen kao više ili manje dobar.

Jednom modelu se ne može postaviti zadatak da dâ kompletan odgovor na sva pitanja koja se postavljaju u fazi planiranja. On planeru treba da pruži relevantne informacije koje su potrebne u pojedinim fazama, ili za pojedine aspekte izučavanja problema; da pojedinačno valorizuje široku lepezu mogućih varijanti, kako bi se sagledala njihova primenljivost, da pruži kvantitativne odgovore na pitanja o nekim aspektima ponašanja sistema, pojedinim vezama unutar njega, fizičkim i ekonomskim posledicama pojedinih upravljačkih odluka.

Brojne funkcije modela za istraživanje sistema akumulacionih basena možemo sistematizovati na sledeći način:

a/ Informaciona uloga. Model ne može da proizvodi novu informaciju o sistemu, ali on omogućava da se iz postojećih podataka izvuče maksimalno podrobna informacija o procesima u sistemu. Ovu ulogu imaju i svi modeli za estimaciju i prognozu raznih prirodnih, tehničkih, ekonomskih i socijalnih procesa na području razmatranih vodoprivrednih sistema.

b/ Simulaciona uloga. Model omogućava da se sagleda organizacija složenog vodoprivrednog sistema, da se definišu veze različitih procesa i identifikuju parametri sistema. Simulacija je veoma pogodna za rešavanje problema eksploatacije ("ukoliko se realizuje prognoza da je ...., u sistemu će se desiti....")。 Primenom ovakvih modela upravljački organ može blagovremeno - kvantificirano da oceni svoje upravljačke odluke i sagleda posledice njihovog izvršenja.

c/ Valorizaciono-optimizaciona uloga. Korišćenjem optimizacionih modela kvantitativno se valorizuje i optimizira svaki pojedini parametar, pa i ukupne performanse sistema akumulacija. Ovo omogućava uporedjivanje performansi pojedinih alternativa ovakvih sistema. Ova uloga je prisutna u svim zadacima analize i sinteze ovih sistema.

Da bi uspešno odgovorili ovim zadacima modele treba formirati tako da se dobro mogu ispitivati samo one veze, procesi ili parametri vodoprivrednog sistema koji imaju suštinski značaj za postavljena pitanja u odredjenoj etapi planiranja. Zbog toga su u čitavom ovom radu svi modeli bili formulisani samo za potrebe rešavanja zadatka optimalnog dimenzionisanja i eksploatacije kompleksnih akumulacionih basena. Zato su u njih uključivane samo relevantne veze i procesi. Uvek smo imali na umu da uključivanje i drugih parametara, pri postupnom širenju istraživanja ovih sistema, treba ostvariti kroz postepenu dekompoziciju zadatka, pri čemu je optimizacija zapremine akumulacije samo jedan od podproblema. *Rešavanje širih problema vodoprivrednih sistema mora se ostvariti povezanim lancem medjusobno komplementarnih modela, pogodnih za rešavanje pojedinih podproblema jednog složenog, velikog sistema.*

Predpostavke i pojednostavljenja, sa kojima se ušlo u formiranje modela, vodoprivredni planer mora imati stalno na umu. Ne sme se zaboraviti da je jedan model upotrebljiv samo u jednom specifičnom opsegu koji je odabran usvojenim početnim predpostavkama i ograničenjima. Zbog toga je neophodno rezimirati: zadatak optimizacionih modela je samo da pomažu planeru vodoprivrednog sistema, a nikako da ga zamene, naročito ne da ga liše odgovornosti u donošenju odluke. Zato njih treba tretirati samo kao neophodno orudje u procesu donošenja odluke, kao "sistem za navodjenje, u složenom zadatku planiranja.

ZAHVALNOST

Sada, pišući ove zadnje redove, postadoh svestan koliko mi je mnogo ljudi pomoglo da okončam ovaj rad. I eto dileme: kako da im se zahvalim, kako da za sve njih nadjem reči prave.

Rad je nastao za vreme mog službovanja u Institutu za vodoprivredu "Jaroslav Černi" i na Gradjevinskom fakultetu u Beogradu. Obe ove institucije su odigrale odlučujuću ulogu u mom stručnom formiranju, obe su imale izvanredno razumevanje za napore ovakve vrste. Radna, konstruktivna i drugarska atmosfera koja vlada u ovim kućama, prožeta duhom stalne istraživačke usmerenosti, stvorila je neophodnu potku za realizaciju ovakvog posla.

Zahvaljujem se prof. Milanu Verčonu, rukovodiocu ove teze, koji mi je svojim brižnim staranjem i pomaganjem tokom čitavog rada pružao snažnu podršku da istrajem u ovim naporima. Zahvaljujući razgovorima koje smo često vodili o širim, suštinskim problemima vodoprivrednih planiranja rad je dobio odgovarajući ton i dimenziju. Veliki uticaj u tom pravcu imao je na mene i prof. Živko Vladisavljević od prvih dana mog inženjerskog rada. Veliku zahvalnost dugujem i svim članovima Katedre za hidrotehniku Gradjevinskog fakulteta, na čelu sa šefom Katedre prof. Georgijem Hajdinom, koji su mi sa puno razumevanja pomagali u ovim nastojanjima. Duh saradnje i kolegijalne predusretljivosti koji vlada u ovom kolektivu izvanredno stimuliše na ovakve napore. Posebno se zahvaljujem prof. Slavoljubu Jovanoviću, sa kojim sam imao zadovoljstvo i čast da svakodnevno saradjujem već blizu deceniju. Niz mojih dilema je razrešavano u lagodnom, drugarskom časkanju za njegovim radnim stolom.

Veliku zahvalnost dugujem svom starom prijatelju i saradniku Serafimu Opricoviću, samostalnom programeru RC MI koji je mnogo sati otkinuo od svog porodičnog mira da bi mi, za mašinom ili u diskusijama, pomagao u ovim nastojanjima. Posebno sam zahvalan što je pažljivo pročitao rukopis ovog rada i pružio mi više dragocenih sugestija.

Veliku korist sam imao od predavanja koja sam slušao na poslediplomskim studijama na Elektrotehničkom fakultetu (na odseku za Teoriju upravljanja sistemima), te osećam potrebu da to sa zahvalnošću istaknem. Posebno dugujem prof. Rajku Tomoviću i prof. M. Rakiću, na čijim sam predavanjima sistematizovao niz problema i shvatio značaj (pa i lepotu) apstraktizacije pri definisanju egzaktnih problema sistema.

Veliku zahvalnost dugujem čitavom kolektivu Instituta za vodoprivredu "Jaroslav Černi", a posebno Odeljenju za uredjenje vodnih tokova, koji su mi na ovom poslu pružili radnu i materijalnu pomoć i drugarsku podršku. Njihova pomoć je bila mnogo dublja od uobičajenih odnosa poslovne saradnje: pomagali su mi od srca, znajući šta mi ovaj rad znači. Moji prijatelji Vera i Milorad Miloradov, M. Božinović, Z. Volf, M. Baošić, M. Čabrić i svi ljudi ovog Odeljenja znaju da je moja zahvalnost mnogo dublja od onoga što se može iskazati u jednom ovakvom tekstu.

A kako da se zahvalim i odužim čitavom nizu ljudi i izvanrednih saradnika, koji su, koncentrisani nad tastaturom bušača kartica, nad mašinom i radnim stolovima, obavili ogroman pripremni, računski i tehnički posao koji je ostao iza ovog rada? Želim da se posebno zahvalim drugarici Ilinki Kuzmanović, koja je, uz izvanrednu predusretljivost i umešnost, učestvovala u svim fazama ovog posla, dajući mu, najzad, i ovu konačnu formu.

Najzad, moje misli hrle i mojim najbližim, mojoj supruzi, pre svega, koji su u ovaj moj rad utkali svoju ljubav, strpljenje i mnogo, mnogo samoodricanja.

Beograd, novembra 1973. g.

CITIRANA LITERATURA

UVOD

1. Zbornici radova i diskusija sa medjunarodnih konferencija "Nauka i društvo", 1969; Herceg Novi.
2. Tendencije u kompleksnom korišćenju, osvajanju i zaštiti vodnih resursa u zemljama - članicama EEK; Dokument OUN: Water/WP 9, Ženeva, 1971.
3. Dokumenti Komiteta za vodne probleme EEK - OUN, Ženeva, tokom perioda 1968 - 1973.
4. Finalni dokumenti Konferencije o životnoj sredini, Stokholm, 1972.
5. Biswas A: Mathematical Modelling and Operations Management, XV Congress AIHR, Istanbul 1973.

Deo I

1. Sobolev I.M.: Metod Monte Karlo, Nauka, 1968.
2. Papoulis A: Probability, Random Variables and Stochastic Processes, Mc Graw Hill, 1965.
3. Svanidze G.G: Modelirovanie gidrologičeskogo rjada metodom Monte Karlo, Soob. ANGSSR, XVII, 1965
4. Thomas H.A. i M.B. Fiering: u knjizi "Design of Water resource systems", 1966.
5. Fisher R: Statistical methods for research, London, 1968.
6. Krickij - Menkel': O nekotoryh priemah statističeskogo analiza gidrologičeskih rjadov, GGI, 143, 1968.
7. Blohinov E.G.: Trudy GGI, 1968.
8. Buslenko N.P. i Ju.A. Šrejder: Metod statističeskih ispitanij, Fizmatizdat, 1961.

9. Maas A i dr: Design of water resource systems, 1966.

10. Svanidze G.G: Trudy IE GSSR, 1965; 17

11. Djordjević B. i M. Čabrić: Simulation of series of discharge on a grup of river sections by application of complex markov model and correlation analysis, VII Conf. on the Inform. Processing, 1972.

12. Svanidze G. i A. Reznikovskij: Opit primenenija metoda Monte Karlo, Gidrot. Stroit. 1964, 1

13. Duban D: La correlation en chaine des debits journaliers, EDF, DTG, 1968.

14. Jovanović S, Djordjević B i M. Čabrić: Application of an autoregressive model for forecasting and simulating daily discharge, VIth Conf. on Hydrolog. forecasting, Kiev, 1971.

15. Čabrić M. i B. Djordjević: A statistical model applicable to a hydrological phenomenon; 1970; Yugoslav International Symposium on the Information Processing, 6th.

16. Gnedenko B.V: Kurs teorii verojatnostej, 1969, V. izd.

17. Solodovnikov V.V.: Tehničeskaja Kibernetika, II, 1967.

18. Kartvelišvili N.A: O verojatnostnoj modeli rečnogo stoka, PGVH, Alma Ata, vyp. 6, 1968.

19. Kalinin G.P.: Problemy global'noj gidrologii, 1968.

20. Monin A.S.: Izv. ANSSSR, ser. geof. 1966, No. 4

21. Henan E: Analiz vremennyh rjadov, Nauka, 1964.

22. Homeriki I: Soob. AN Gruz. SSR, 59, 1970

23. Jenkins G. i D. Watts: Spectral analysis and its applications, Holden - Day, 1969.

24. Jampol'skoj A.D: Izv. AN SSS, 1965. 5

25. Climatic change, WMO, Teh. note 79, 195, Tp. 100, 1966

26. Pleškov Ja. F.: Regulirovanie rečnogo stoka, 1971.

27. Ezekiel M, K. Foks: Metody analiza korreljacij i regressij, "Statistika", 1966.

28. Bagrov N.A.: Statističeskaja entropija kak mera neopredelennosti slučajnyh javlenij, Gidrometizdat, 1967.

29. Kartvelišvili N.A.: Teorija verojatnostnyh processov, Gidrometevizdat, 1967.

3o. Yevjevich V.:Stochastic processes in hydrology,WRP 1972

31. Yevjevich V.:Fluctuations of wet and dry years,pt.II,1964

32. Reznikovskij A.Š.:O svjaznosti gidrologičeskih rjadov, Sb.Problemy gidroènergetiki,5,1967

Deo II

1 do 4: kao u uvodnom delu

5. Tomović R. i R. Petrović: Moderni pogledi na upravljanje sistemima, INIDI, 1970.

6. Athans M. i P. Falb: Optimal control, Mc Grow - Hill, 1968.

7. Kalman R. i dr. Topics in mathematical system theory, Mc Graw - Hill, 1969.

8. Kašanin P: Viša matematika II/2, 1950.

9. Djordjević B. i S. Opricović: Optimal design of a water supply reservoir system, Symp. „Problems of water resources systems", Karlovy Vary, 1972.

10. Verčon M., B. Djordjević i S. Opricović: Optimal'noe upravlenie kompleksnoj sistemoj èlektrohozjajstvennogo i vodohozjajstvennogo naznačenija, Simp. OUN, Atina, 1972. g.

11. Vladisavljević Ž.: O vodoprivredi - pogledi i metode, 1969.

12. Fel'dbaum A.A.: i A.G. Butkovskij: Metody teorii avtomatičeskogo upravlenija, "Nauka", 1971.

Deo III

1. Kao II-12 (Fel'dbaum A.A)
2. Jovanović S., Brajković M. i P. Dakkak: A mathematical model for flood waves simulation using synthetic rainfall data for a vast watershed, Symp. AIHS, Warsaw, 1971/4-18.
3. Jovanović S. i M. Brajković: Mathematical model of a river basin and flood waves simulations problems, V th confer. on hydrological forecasting, 1969.
4. Djordjević B. i S. Opricović: Neki problemi planiranja i upravljanja vodoprivrednim sistemom sa akumulacionim basenima, Zbornik radova II SKUPS - 1969.
5. Jovanović S: Parametarska hidrologija, Skripta, 1968.
6. Bata G.: Opšte numeričko rešenje propagacije talasa u slobodnim vodotocima, Pos. izd. 1962.
7. Djordjević B.: Vozdejstvie sistemy vodohranilišč v bassejne reki na umen'šenie pavodkovyh voln, Trudy V konf. po gidrolog. prognozam, 1970.
8. Djordjević B. i dr.: Dimenzionisanje akumulacije koja služi i za odbranu od poplava, tretirano kao deterministički zadatak teorije identifikacije, Vodoprivreda, 17-18, 1972.
9. Jovanović S., B. Djordjević i M. Brajković: Amenagement complexe de bassins versants, specialement on ce qui concerne la protection contre les inondations, Comp. rend X Journee de l'Hydraulique SHF, Paris, 1968.
10. Referati (uključujući i referat B. Djordjevića) na simpozijumu o snabdevanju vodom Šumadije i Pomoravlja, Kragujevac, 1973. g.
11. Young G.: Finding reservoir operating rules, J. of the Hydraulics division, nov. 1967.

12. Pleškov Ja. F: Regulirovanie rečnogo stoka, 1971.

13. Čokin Š.Č: Rasčetnaja obespečenost raboti GES, 1968.

14. Krickij - Menkel': Ob osnovah teorii regulirovanija rečnogo stoka, GGI, 160, 1968.

15. Svanidze G.G. i A.Š. Reznikovskij: Rasčet vodohraniliść mnogoletnogo regulirovanija, Trudy IE ANGSSR, XVII, 1968

16. Kartvelišvili N: K opšćej postanovke problemy optimizacii režimov energetičeskih sistem, Izv. AN SSSR, OTN, 1, 1967.

17. Cvetkov E.V: Optimizacija sezonnyh režimov GES; NTOEP, 1, 1969.

18. Dem'janov V.F: Približnnye metody rešenija ekstremal'nyh zadač, Izv. LU, 1968.

19. Stein M.L: On methods of obtaining solutions to fixed and point problems in the calculus of variations, Nat. Bur. of Standards, V.50, 1963.

20. Pontrjagin L. i dr. Matematičeskaja teorija optimal'nyh processov, M. "Fizmatgiz", 1961.

21. Boltjanskij V: Matematičeskie metody optimal'nogo upravlenija, M. "Nauka", 1969.

22. Kao i II ad 5 (Tomović - Petrović)

23. Gavrilov V.M: Optimal'nye processy v konfliktnyh situacijah, M. 1969.

24. Nash J.E. and Sutcliff J.: članak u J. Hydrologi,10,1970.

25. Kučment L, Koren'V, članak u Meteor. i gidrol. 11,1971.

26. Jacobson D. and Mayne D: Differential Dynamic Programming, Am. Elsevier, 1970.

27. Heidari M. i dr.: članak u WRR, 7.2.1971.

28. Sb. Vyčislitel'nye mašiny i myšlenie", Izd. Mur, 1967.

29. Bellman R: Adaptive Control Prosses, 1967.

30. Hall W. Optimum design of multiple - purpose reservoir, J. of the Hydraulics division, 90, 1969. juli

31. Hedli Dž: Nelinejnoe i dinamičeskoe programmirovanie, Mir, 1967.

32. Aoki M: Optimization of stochastic systems, Academic press, 1967.

33. Djordjević B. i S. Opricović: Optimization of the operation of a multipurpose reservoir, Conf. on water storage control, Gyor, 1971.

34. Fletcher R and C.M. Reeves: Function minimization by conjugate gradients, Comp. J. Vol. 7, No. 2,1964.

35. Djordjević B. i dr. Zaštita od poplava, I Kongres o vodama, I, 1969.

36. Požar X.: Snaga i energija u elektroenergetskim sistemima, ZJE, 1966.

KORIŠĆENA LITERATURA KOJA NIJE CITIRANA U TEKSTU

1. Kaufmann A: Methodes de modeles de la recherche operationnelle, tom 2, Dunod, 1968.

2. Koks D. i P.L'juis: Statističeskij analiz posledovatel'nostej sobytij, Mir, 1969.

3. Aris R: Diskretnoe dinamičeskoe programmirovanie, Mir, 1969.

4. Isaacs R: Differential Games, J. Wiley 1965.

5. Simakova E.I: Differencial'nye igry, Avt i Tel. t. 27, 11, 1966.

6. Arrow K.J. i L. Hurwicz: Gradient methods for constrained maxima, Operations Reserch, 1967.

7. Nahi N.E. : Estimation Theory and Applications, J. Wiley, 1969.

8. Dynkin E.B: Markovskie processy, Fizmatgiz, 1963.

9. James L.D. i R. Lee: Economics of water resources planning, Mc. Graw Hill, 1971.

10. Demjanov V.F. i V.N. Malozemov: Vvedenie v minimaks, Nauka, 1972.

11. Kemeni Dz. i Dz. Snell: Konečnye cepi Markova, Nauka, 1970.

12. Moiseev N.N: Čislennye metody v teorii optimal'nyh sistem, nauka, 1971.

13. Hall W. i J. Dracup: Water resaurces systems engineering; Mc Graw - Hill, 1970.

14. Douglas J. i R. Lee: Economics of water resources planning, Mc Graw - Hill, 1971.

15. Johnson R: The theory and management of systems, Mc Graw - Hill, 1971.

16. Golenko D.I: Statističeskie metody v ekonomičeskih sistemah, Statistika, 1970.

17. Emel'janov S.V. i dr. Teorija sistem s peremennoj strukturoj, Nauka, 1970.

18. Tou J: Modern control theory, Mc Graw-Hill, 1964.

19. Girsanov I.V: Lekcii po matematičeskoj teorii ekstremal'nyh zadač, MGU, 1970.

20. Buslenko N.P. i dr: Lekcii po teorii složnyh sistem, Sov, Radio, 1973.

21. Li E.B. i L.Markus: Osnovy teorii optimal'nogo upravlenija, Nauka, 1972.

22. Pugačev V.F: Optimizacija planirovanija, M. 1969.