

PD 14419



003096965

COBISS •



**Univerzitet u Beogradu
Geografski fakultet-Beograd
Institut za geodeziju**

mr Ivan Đ. Nestorov, dipl. inž.

**METODE KARTOGRAFSKOG
OBLIKOVANJA U SAVREMENIM
USLOVIMA**

(doktorska disertacija)

**Beograd
1991**

PD 14419

UNIVERZITET U BEOGRADU
GRAĐEVINSKI FAKULTET - BEOGRAD
INSTITUT ZA GEODEZIJU

mr Ivan Đ. Nestorov, dipl.inž.
METODE KARTOGRAFSKOG OBLIKOVANJA
U SAVREMENIM USLOVIMA
(doktorska disertacija)

B e o g r a d
1991

И. № 96965



Ovaj rad je raden u okviru strateškog projekta "Savremeni problemi građevinskih konstrukcija, materijala i sredina u građevinarstvu", a u okviru teme "Najbolja konformna preslikavanja obrtnog elipsoida na ravan" koja je finansirana od strane Republičke zajednice nauke Srbije.

Za dragocenu pomoć u izradi ovog rada dugujem zahvalnost mentoru Prof. dr Vojislavu Milovanoviću za to što me je uputio u problematiku kartografskih projekcija kao i za korisne diskusije i nesebičnu podršku u toku ovog istraživanja.

Posebno se zahvaljujem komentoru Prof. dr Vladimiru Mičiću koji me je inspirisao na izbor ove teme i koji je pratio moj rad, Prof. dr Aleksandru Živkoviću koji je detaljno pregledao rad i dao mi korisne savete i sugestije, kao i Prof. dr Nedeljku Franculi za pomoć u izboru stručne literature.

Zahvalnost izražavam i kolegama sa Građevinskog fakulteta u Beogradu i iz Instituta za geodeziju za podršku i pomoć tokom izrade rada kao i svim onima koji su učestvovali u njegovoj tehničkoj obradi.

Beograd, Novembra 1991.

Autor

Posvećeno mojoj kćerki
Ružici

S a d r ž a j:

	Strana
UVOD SA CILJEVIMA I SADRŽAJEM ISTRAŽIVANJA	1
I OPŠTE-TEORIJSKA RAZMATRANJA KARTOGRAFSKOG PRESLIKAVANJA	
1. Elementi teorije površi	7
2. Funkcije preslikavanja jedne površi na drugu	15
3. Parametrizacija površi preslikavanja	17
4. Metrički elementi površi koje srećemo u matematičkoj kartografiji	21
5. Preslikavanje obrtnog elipsoida na ravan	28
6. Elementi teorije deformacija	32
7. Karakteristike kartografskog preslikavanja	40
8. Diferencijalne jednačine matematičke kartografije	44
9. Osnovni sistem diferencijalnih jednačina kojima se opisuje konformno preslikavanje obrtnog elipsoida na ravan	60
II KRITERIJUMI OCENE KVALITETA PROJEKCIJE	
1. U v o d	65
2. Mere lokalnih linearnih deformacija u zadanom pravcu	70
3. Mere ukupnih lokalnih linearnih deformacija za sve pravce	74
4. Mere srednje linearne deformacije područja preslikavanja	77
5. Kriterijum Čebiševa	82

III OPTIMIZACIJA ADAPTABILNIH KONFORMNIH PROJEKCIJA		
1. Uvod	85	
2. Urmajeve adaptabilna konformna projekcija simetričnog sfernog područja na ravan	90	
3. Izvođenje Poasonove i Laplasove jednačine kojima se opisuje konformno preslikavanje obrtnog elipsoida na ravan	94	
4. Uopštenje Urmajeve adaptabilne konformne projekcije	101	
5. Nalaženje simetrične adaptabilne konformne projekcije obrtnog elipsoida na ravan	103	
6. Nalaženje nesimetrične adaptabilne konformne projekcije obrtnog elipsoida na ravan	116	
7. Računanje konvergencije meridijana za predloženu projekciju	120	
8. Računanje pravougljih koordinata za predloženu projekciju	124	
IV PRAKTIČNA REALIZACIJA I REZULTATI DOBIJENI PRI ODREĐIVANJU PREDLOŽENE ADAPTABILNE KONFORMNE PROJEKCIJE		128
ZAKLJUČAK I PREDLOZI DALJIH PRAVACA ISTRAŽIVANJA		141
REFERENCE		144
PRILOZI		151

UVOD SA CILJEVIMA I SADRŽAJEM ISTRAŽIVANJA

Realna fizička površ Zemlje je u geometrijskom smislu izuzetno složena i nepravilna. Zbog toga se u geodeziji i kartografiji u cilju predstavljanja fizičke površi Zemlje koriste jednostavnije, pravilnije, takozvane matematičke površi kojima se Zemljina površ aproksimira, a to su: obrtni elipsoid i sfera, odnosno Zemljin obrtni elipsoid i Zemljina sfera. Međutim, za većinu praktičnih primena prikazati površ Zemlje na ovako pravilnim krivim površima i dalje je nefunkcionalno, te se sa ovih površi prelazi na još jednostavniju površ - na ravan.

Načine preslikavanja obrtnog elipsoida i sfere, ili delove ovih površi, na ravan nazivamo kartografskim projekcijama, a naučnu disciplinu koja se ovom problematikom bavi matematičkom kartografijom.

Kartografskih projekcija ima mnogo, a sve one imaju različite osobine i karakteristike. U matematičkoj kartografiji pak izučavamo one kartografske projekcije ili one zakone preslikavanja kojima se uspostavlja funkcionalna bijektivna veza između tačaka na Zemljinom elipsoidu i njihovih slika u ravni. Pritom su za nas interesantne one projekcije koje realizuju takvo preslikavanje obrtnog elipsoida na ravan kod kojih svakoj tački na površi elipsoida odgovara samo jedna, potpuno određena tačka u ravni i obrnuto. Kartografske projekcije, ili zakone preslikavanja obrtnog elipsoida na ravan, možemo posmatrati i kao transformaciju obrtnog elipsoida u ravan. Obrtni elipsoid i ravan nemaju istu Gausovu krivinu, te elipsoid nije moguće preslikati na ravan, a da pritom sve korespondentne linearne veličine na ovim dvema površima ostanu nepromenjene (nedeformisane). Kako je važno da slika Zemljine



površi u ravni bude što vernija njena predstava, glavni zadatak matematičke kartografije je da otkrije (definiše) i prouči one projekcije na osnovu kojih će se kartografsana teritorija posle transformacije prikazati najmanje deformisana.

U tom cilju su kartografi do danas otkrili i proučili veliki broj projekcija. Osnovni kriterijumi izbora projekcije bili su: geometrijski oblik i polažaj kartografsane teritorije kao i buduća namena karte.

Otkriti projekciju u klasičnom smislu značilo je rešiti dva glavna kartografska zadatka - pravi i obrnuti. Pritom se pod pravim (direktnim) kartografskim zadatkom podrazumevalo: ustanoviti eksplicitne oblike funkcija preslikavanja (transformacije) elipsoida na ravan, kao i izraze na osnovu kojih se računaju i sve relevantne karakteristike projekcije. Pod obrnutim kartografskim zadatkom podrazumevalo se da se na osnovu poznatih oblika funkcija preslikavanja obrtnog elipsoida na ravan ustanove izrazi za inverzno preslikavanje - sa ravni na obrtni elipsoid.

Savremena kartografska misao razlikuje dva osnovna puta (metode) pronalaženja kartografskih projekcija:

1) Putem (metodom) rešavanja pravog zadatka matematičke kartografije, gde podrazumevamo takav način određivanja kartografske projekcije da se na osnovu zadatih početnih uslova dobijaju funkcije preslikavanja i to kako direktnog tako i inverznog preslikavanja, a zatim da se u zavisnosti od tih funkcija određuju i sve neophodne karakteristike projekcije.

2) Putem (metodom) rešavanja obrnutog zadatka matematičke kartografije, gde podrazumevamo takav način određivanja kartografskih projekcija da se u početku zadaju karakteristike projekcije (ili samo neke od njih), a zatim da se u zavisnosti od njih nalaze funkcije direktnog i inverznog preslikavanja i funkcije nepoznatih karakteristika projekcije.

Pronalaženje kartografskih projekcija putem rešavanja pravog kartografskog zadatka odlikuje se:

- relativno jednostavnim matematičkim aparatom koji se pritom koristi,
- time što se svojstva (karakteristike) ovako dobijene projekcije mogu ustanoviti tek pošto se odrede funkcije preslikavanja i funkcije karakteristika,
- ograničenjem u mogućnostima pronalaženja novih projekcija koje zadovoljavaju različite uslove.

Prilikom pronalaženja kartografskih projekcija metodom rešavanja obrnutog kartografskog zadatka projekcije se definišu na osnovu njihovih datih karakteristika (svojstava), pa se u procesu određivanja nove projekcije moraju rešavati parcijalne diferencijalne jednačine drugog reda. U mnogim slučajevima, međutim, ne mogu se izraziti odgovarajući integrali ni elementarnim niti specijalnim funkcijama, pa se moraju koristiti numeričke metode integracije diferencijalnih jednačina. Stoga su odlike ovog načina pronalaženja kartografskih projekcija:

- najčešće složen numerički aparat i glomazna računanja,
- mogućnost da se funkcije karakteristika projekcija unapred zadaju ("projektuju"),
- mogućnost pronalaženja velikog broja novih kartografskih projekcija koje zadovoljavaju najrazličitije uslove.

Treba istaći i to da se prilikom pronalaženja kartografskih projekcija metodom rešavanja obrnutog zadatka matematičke kartografije koristi složeniji matematički aparat, i da se ovim metodom mogu dobiti opštija rešenja razmatranog problema. Pritom, koristeći se metodama numeričke analize i njihove realizacije pomoću savremenih računskih sredstava, moramo ponekad odreći tradicionalnog shvatanja - da je neophodno znati funkcije preslikavanja i funkcije karakteristika u analitičkom obliku. Dovoljno je imati i numeričke vrednosti ovih funkcija na celom

području preslikavanja sa zahtevano visokom tačnošću.

Pored pronalaženja i izučavanja kartografskih projekcija, zadatak matematičke kartografije je i da ustanovi kriterijume izbora i kvaliteta projekcija. Osnovni kriterijumi izbora kartografske projekcije su, svakako, geometrijski oblik i položaj kartografisane teritorije, kao i buduća namena karte. No, ovi kriterijumi često nisu dovoljni, a pogotovo kada je potrebno ustanoviti koja je varijanta izabrane projekcija najbolja.

U ovom radu cilj nam je bio da pronađemo jednu novu konformnu projekciju (u više njenih varijanti) koja bi po nekim svojim osobinama i za razmatrano područje preslikavanja bila bolja od do sada korišćenih projekcija. Za pronalaženje ove nove projekcije koristili smo metodu obrnutog zadatka matematičke kartografije, prvo zbog prethodno pomenutih prednosti koje ova metoda daje, i drugo, jer je ova metoda u našoj stručnoj literaturi veoma malo zastupljena.

U cilju rešavanja ovako postavljenog zadatka u radu su izloženi kako matematički aparat, tako i praktična metodologija neophodna za nalazjenje optimalne (najbolje) kartografske projekcije i u minimaksnom i u varijacionom smislu. S tim u vezi u teorijskom delu rada izveli smo Poasonovu (Poisson) diferencijalnu jednačinu koja opisuje konformno preslikavanje obrtnog elipsoida na ravan. Ova jednačina ima veliki teorijski značaj, jer se njenom integracijom može dobiti većina poznatih konformnih projekcija. Stoga se može očekivati da se uopštenjem njenog rešenja mogu dobiti nove interesantne projekcije. Kako nam nije poznato da je pomenuta jednačina za slučaj preslikavanja obrtnog elipsoida na ravan do sada igde objavljena, to se njeno izvođenje može smatrati doprinosom ovog rada. U daljem toku iznalaženja nove projekcije predložili smo uopštenja Urmajeve (Урмаев) i Frankićeve čebiševske projekcije datih za slučaj preslikavanje sfernog područja za

slučaj preslikavanja područja datog na obrtnom elipsoidu. Shodno tome formulisali smo odgovarajuće granične uslove, a zatim smo izložili i odgovarajuće metode računanja pravougljih koordinata i konvergencije meridijana. Za potrebe nalaženja najbolje varijante naše projekcije formulisali smo i obrazložili kriterijume za ocenu kvaliteta projekcije.

Kartografske projekcije u opštem slučaju izazivaju neizbežne deformacije dužina, uglova i površina originalne površi. Moguće je ostvariti preslikavanja kod kojih su eliminisane uglovne deformacije (konformne projekcije), deformacije površina (ekvivalentne projekcije) ili linearne deformacije samo u određenom pravcu (ekvidistantne projekcije), no linearne deformacije moraju uvek biti prisutne. Prema tome, opšta mera kvaliteta projekcije mora sadržati linearne deformacije i to linearne deformacije na celom području preslikavanja. Drugim rečima, osnovni faktor pri definisanju kriterijuma izbora i kvaliteta projekcije mora biti raspored linearnih deformacija na celokupnom području preslikavanja. Imajući ovo u vidu i smatrajući da je potrebno da se uvedu kriterijumi na osnovu kojih bi se iz jedne klase projekcija izabrala najbolja, uveli smo i obrazložili više kriterijuma na osnovu kojih bi bilo moguće definisati minimum deformacija kao što su: kriterijum Ajrija (Airy), kriterijum Jordana (Jordan), kriterijum Ajri-Kavrajskog (Каврайский), kriterijum Jordana-Kavrajskog i kriterijum Čebiševa (Чебышев). Pored navedenih kriterijuma smatrali smo da je pri definisanju minimuma deformacija za neku projekciju neophodno uzeti u obzir i kriterijume kao što su: minimum apsolutne promene (opseg promene) linearne deformacije, minimum relativne promene linearne deformacije i minimum relativne promene logaritma linearne razmere, te smo dali i odgovarajuće formule za njihovo računanje.

U praktičnom delu rada predložili smo metodologiju numeričkog postupka za nalaženje adaptabilne konformne projekcije najbolje i

u minimaksnom i u varijacionom smislu. Na osnovu ovog predloga sastavili smo kompjuterski program pomoću koga se dobija optimalna varijanta tražene projekcije. U ovom delu rada takođe smo za područje Jugoslavije uporedili nekoliko varijanti naše projekcije sa Gaus-Kriggerovom (Gauss, Krüger) i Lambertovom (Lambert) konusnom konformnom projekcijom, te smo na osnovu odgovarajućih pokazatelja kvaliteta projekcije utvrdili da naša projekcija daje bolje rezultate. Da bismo utvrdili da li se naša projekcija može primeniti i za veća područja preslikavanja izvršili smo upoređenja i sa srodnim optimalnim projekcijama: Urmajevom za evropski deo SSSR-a, Frankićevom za Kanadu, i Snajderovom (Snyder) za SAD. Ova poređenja su po našem mišljenju dala pozitivne rezultate.

I OPŠTE-TEORIJSKA RAZMATRANJA KARTOGRAFSKOG PRESLIKAVANJA

1. ELEMENTI TEORIJE POVRŠI

Neka je površ S zadata neprekidnom vektorskom funkcijom $\vec{r}(u,v)$ skalarnih parametara u i v u oblasti D u ravni uOv :

$$\vec{r} = \vec{r}(u,v), \quad (u,v) \in D. \quad (\text{I-1-1})$$

Ovom vektorskom jednačinom određen je vektor položaja tačaka $M(x,y,z)$ površi S u Dekartovom pravouglom koordinatnom sistemu, pa možemo pisati:

$$\vec{r} = \vec{r}(u,v) = \left[x(u,v), y(u,v), z(u,v) \right], \quad (u,v) \in D \quad (\text{I-1-2})$$

ili,

$$x = x(u,v), \quad y = y(u,v), \quad z = z(u,v), \quad (u,v) \in D. \quad (\text{I-1-3})$$

Poslednja dva sistema predstavljaju parametarske jednačine površi S . Realne parametre u i v zovemo Gausovim parametrima.

Za površ S kažemo da pripada klasi regularnosti $C^{(n)}$, $n \geq 1$, ako su svi parcijalni izvodi vektor funkcije $\vec{r}(u,v)$ po u i v do reda n , uključivši i red n , neprekidni i pri tom je:

$$\vec{r}_u \times \vec{r}_v \neq 0. \quad (\text{I-1-4})$$

gde su \vec{r}_u i \vec{r}_v parcijalni izvodi:



$$\dot{\vec{r}}_u = \frac{\partial \vec{r}}{\partial u} = \left[x_u, y_u, z_u \right] \cdot \left[\frac{\partial x}{\partial u}, \frac{\partial y}{\partial u}, \frac{\partial z}{\partial u} \right]$$

$$\dot{\vec{r}}_v = \frac{\partial \vec{r}}{\partial v} = \left[x_v, y_v, z_v \right] \cdot \left[\frac{\partial x}{\partial v}, \frac{\partial y}{\partial v}, \frac{\partial z}{\partial v} \right]$$

Površ koja pripada klasi regularnosti $C^{(1)}$ zove se glatka površ.

Ako je površ S zadata jednačinom (I-1-1), linija na ovoj površi u intervalu $[\alpha, \beta]$ biće zadata parametarskim jednačinama:

$$u = u(t), v = v(t), \quad t \in [\alpha, \beta], \quad (\text{I-1-5})$$

odnosno vektorskom jednačinom:

$$\vec{r}_L = \vec{r} [u(t), v(t)], \quad t \in [\alpha, \beta]. \quad (\text{I-1-6})$$

Linije na površi S duž kojih jedan parametar ima konstantnu vrednost zovu se koordinatne linije površi S . Vektorske jednačine koordinatnih u -linija ($v = v_0$) i v -linija ($u = u_0$) respektivno su:

$$\begin{aligned} \vec{r} &= \vec{r} [u(t), v_0], & v_0 &= \text{const.}, & t &\in [\alpha, \beta] \\ \vec{r} &= \vec{r} [u_0, v(t)], & u_0 &= \text{const.}, & t &\in [\alpha, \beta]. \end{aligned} \quad (\text{I-1-7})$$

Parametri u i v su koordinate na površi S i ako je na površi S dat sistem koordinata u i v , kaže se da je površ parametrizovana. Koordinatne linije na površi S obrazuju mrežu koordinatnih linija, koje se sastoje iz familije koordinatnih linija L_u i familije koordinatnih linija L_v . Mreža koordinatnih linija je regularna ako kroz svaku tačku površi S prolazi po jedna

linija iz svake familije mreže i ako svaka linija jedne familije seče svaku liniju iz druge familije u jednoj jedinoj tački. Tačka u kojoj nije ispunjen uslov (I-1-5) zove se singularna tačka parametrizacije (u,v) . Singularne tačke možemo isključiti iz oblasti D .

Jednačina površi S u Dekartovim koordinatama u implicitnom obliku može se napisati:

$$F(x,y,z) = 0. \quad (I-1-8)$$

Ako u cilju dobijanja parametarskih jednačina površi (I-1-3) izrazimo Dekartove koordinate površi S , na primer x i y , u zavisnosti od dva međusobno nezavisna parametra u i v , a treću koordinatu z odredimo na osnovu jednačine (I-1-8), jasno je da na taj način možemo dobiti beskonačno mnogo trojki jednačina (I-1-3). Svaka od tih trojki jednačina predstavljaće jednačine površi S u parametarskom obliku, odnosno, jednu od parametrizacija površi S . Svaka glatka površ S ima neograničen broj parametrizacija. Izbor parametrizacije zavisi od geometrijskog oblika površi S , kao i od praktičnih problema u vezi sa kojima se pomenuta površ posmatra.

Kvadrat diferencijalno malog linijskog elementa na površi S može se napisati u obliku:

$$ds^2 = g_{11} du^2 + 2 g_{12} du dv + g_{22} dv^2, \quad (I-1-9)$$

gde su g_{11} , g_{12} , g_{22} odgovarajući skalarni proizvodi tangentskih vektora:

$$\begin{aligned}
 g_{11} &= \dot{\vec{r}}_u \cdot \dot{\vec{r}}_u = x_u^2 + y_u^2 + z_u^2 \\
 g_{12} &= \dot{\vec{r}}_u \cdot \dot{\vec{r}}_v = x_u x_v + y_u y_v + z_u z_v \\
 g_{22} &= \dot{\vec{r}}_v \cdot \dot{\vec{r}}_v = x_v^2 + y_v^2 + z_v^2
 \end{aligned}
 \tag{I-1-10}$$

Dužina luka linije L u intervalu $[\alpha, t]$ data je izrazom:

$$S(t) = \int_{\alpha}^t \sqrt{g_{11} du^2 + 2 g_{12} du dv + g_{22} dv^2} = \int_{\alpha}^t f(x) dx \tag{I-1-11}$$

Izraz

$$g_{11} du^2 + 2 g_{12} du dv + g_{22} dv^2 \tag{I-1-12}$$

nazivamo prvom osnovnom kvadratnom formom površi S, a veličine g_{11} , g_{12} , g_{22} koeficijentima prve osnovne kvadratne forme površi.

Tenzor sa komponentama:

$$g_{ij} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \tag{I-1-13}$$

nazivamo metričkim tenzorom površi, a detriminantu:

$$g = \begin{vmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{vmatrix} = g_{11} g_{22} - g_{12}^2 \tag{I-1-14}$$

diskriminantom prve osnovne kvadratne forme površi.

Ugao ϕ između dveju linija L_1 i L_2 na površi S zadatih vektorskim jednačinama:

$$\begin{aligned} \vec{r}_1(t) &= \vec{r} [u_1(t), v_1(t)] \\ \vec{r}_2(t) &= \vec{r} [u_2(t), v_2(t)], \quad t \in [\alpha, \beta] \end{aligned}$$

u tački njihovog preseka dat je izrazom:

$$\cos(\phi) = \frac{\vec{r}_1(t) \cdot \vec{r}_2(t)}{|\vec{r}_1(t)| |\vec{r}_2(t)|}, \quad (\text{I-1-15})$$

odnosno izrazom u skalarnom obliku:

$$\cos(\phi) = \frac{g_{11} du_1 du_1 + g_{12} (du_1 dv_2 + du_2 dv_1) + g_{22} dv_1 dv_2}{\sqrt{g_{11} du_1^2 + 2g_{12} du_1 dv_1 + g_{22} dv_1^2} \sqrt{g_{11} du_2^2 + 2g_{12} du_2 dv_2 + g_{22} dv_2^2}}$$

Ugao između koordinatnih linija se izvodi kao specijalan slučaj iz prethodne formule:

$$\cos(\phi) = \frac{g_{12}}{\sqrt{g_{11} g_{22}}}, \quad (\text{I-1-16})$$

Na osnovu poslednje relacije izvodi se uslov ortogonalnosti parametarskih koordinatnih linija. Ovaj uslov biće ispunjen kada u svakoj tački površi S izraz (I-1-16) bude jednak nuli, odnosno kada je:

$$g_{12} = 0. \quad (\text{I-1-17})$$

Odgovarajući oblik prve osnovne kvadratne forme tada postaje:

$$g_{11} du^2 + g_{22} dv^2. \quad (\text{I-1-18})$$

Diferencijalno mali elemenat površine površi S dat je izrazom:

$$d\sigma = \sqrt{g_{11} g_{22} - g_{12}^2} \quad (\text{I-1-19})$$

a ukupna površina površi S izrazom:

$$\sigma = \iint_D \sqrt{g_{11} g_{22} - g_{12}^2} du dv. \quad (\text{I-1-20})$$

Posmatrajući izraze (I-1-9), (I-1-10), (I-1-15) i (I-1-20) može se reći da se na osnovu koeficijenata prve kvadratne forme određuju značajni metrički elementi površi: dužina luka linije na površi, površina površi i ugao između dveju linija na površi. Zato kažemo da prva kvadratna forma površi određuje metriku površi. Treba primetiti da su pomenuti metrički elementi površi invarijantni u odnosu na izbor parametrizacije.

Poseban značaj prve osnovne kvadratne forme površi u matematičkoj kartografiji ima činjenica: dve površi S_1 i S_2 su izometrične ako se među njima može uspostaviti bijektivno preslikavanje, pri kojem korespondentne linije površi imaju jednake dužine. Takvo preslikavanje nazivamo izometrijom. Za postojanje izometrije dovoljno je da se pri odgovarajućem izboru koordinatnih linija (parametrizacije) površi podudare njihove prve osnovne

kvadratne forme.

Pored razmatranih osnovnih metričkih elementa površi - dužine luka linije na površi, površine površi i ugla između dveju linija na površi, još jedan metrički element u izučavanju površi ima veliki značaj, a to je Gausova krivina površi. Ova veličina data je izrazom:

$$K_G = \frac{g_{11} g_{22} - g_{12}^2}{b_{11} b_{22} - b_{12}^2} \quad (I-1-21)$$

gde su b_{11} , b_{12} i b_{22} koeficijenti druge osnovne kvadratne forme površi dati jednačinama:

$$\begin{aligned} b_{11} &= \frac{\vec{r}_{uu} \cdot (\vec{r}_u \times \vec{r}_v)}{\sqrt{g_{11} g_{22} - g_{12}^2}} \\ b_{12} &= \frac{\vec{r}_{uv} \cdot (\vec{r}_u \times \vec{r}_v)}{\sqrt{g_{11} g_{22} - g_{12}^2}} \\ b_{22} &= \frac{\vec{r}_{vv} \cdot (\vec{r}_u \times \vec{r}_v)}{\sqrt{g_{11} g_{22} - g_{12}^2}} \end{aligned} \quad (I-1-22)$$

Sama druga osnovna kvadratna forma površi glasi:

$$b_{11} du^2 + 2 b_{12} du dv + b_{22} dv^2 \quad (I-1-23)$$

Istaknimo ovde sledeću činjenicu: ako se površi S_1 i S_2 mogu

parametrizovati koordinatama u_1, v_1 i u_2, v_2 , respektivno, i ako se u svim tačkama u kojima je $u_1 = u_2$ i $v_1 = v_2$ podudaraju odgovarajuće kvadratne forme (prva i druga) ovih dveju površi, odnosno, ako za njihove koeficijente važi:

$$\begin{aligned} g_{11}^1 &= g_{11}^2, & g_{12}^1 &= g_{12}^2, & g_{22}^1 &= g_{22}^2, \\ b_{11}^1 &= b_{11}^2, & b_{12}^1 &= b_{12}^2, & b_{22}^1 &= b_{22}^2, \end{aligned} \quad (\text{I-1-24})$$

tada su površi S_1 i S_2 kongruentne. To znači da se mogu razlikovati samo do položaja u prostoru. Na osnovu ovoga kaže se da prva i druga osnovna kvadratna forma površi obrazuju potpun sistem invarijanata površi, kojim se površ određuje sa tačnošću do položaja u prostoru.

2. FUNKCIJE PRESLIKAVANJA JEDNE POVRŠI NA DRUGU

Posmatrajmo dve regularne površi, S_1 i S_2 . Neka su na svakoj od njih izdvojene zatvorene oblasti D_1 i D_2 ($D_1 \subset S_1$ i $D_2 \subset S_2$). Neka su na obema površima izabrane krivolinijske koordinate: na površi S_1 - u, v i na površi S_2 - x, y . Neka funkcije

$$x = x(u, v), \quad y = y(u, v), \quad (I-2-1)$$

definisane u oblasti D_1 , ostvaruju određeni odnos između tačaka površi S_1 i tačaka površi S_2 . Neka je pritom oblast D_2 oblast promene funkcija (I-2-1). Tada se opisani odnos između tačaka površi S_1 i tačaka površi S_2 koji je ostvaren funkcijama (I-2-1), naziva preslikavanjem površi S_1 na površ S_2 . Drugim rečima, oblast D_1 površi S_1 se transformiše u oblast D_2 površi S_2 ili oblast D_1 površi S_1 se projektuje na oblast D_2 površi S_2 .

Ispitivanje ili pronalaženje preslikavanja (I-2-1) zadanog funkcijama, koje ga realizuju, kao i ispitivanje preslikane oblasti D_2 predstavlja takozvani pravi zadatak teorije preslikavanja površi (u užem smislu). Često se, takođe, zahteva rešavanje obrnutog zadatka ove teorije (u užem smislu), kada su zadate oblasti D_1 i D_2 , a zahteva se oblik funkcija preslikavanja (I-2-1), znajući da one zadovoljavaju neke ranije pretpostavljene uslove.

Razmatrajući realizaciju ova dva zadatka, odnosno imajući u vidu mogućnosti praktičnog korišćenja preslikavanja (I-2-1), ograničićemo se na klasu funkcija pomoću kojih je pomenuto preslikavanje moguće ostvariti. S tim u vezi izbor funkcija (I-2-1) je ograničen samo na one koje ispunjavajau sledeće uslove:

- I. Funkcije (I-2-1) su obostrano jednoznačne.
- II. Funkcije (I-2-1) su neprekidne zajedno sa svojim parcijalnim izvodima prvog i drugog reda, ili kraće, dva puta neprekidno diferencijabilne.
- III. U svim tačkama oblasti D_1 funkcije (I-2-1) imaju Jakobijan različit od nule, odnosno:

$$H = \frac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)} \neq 0. \quad (\text{I-2-2})$$

Jakobijan je funkcionalna determinanta:

$$H = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial x}{\partial v} \\ \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial v} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_u & x_v \\ y_u & y_v \end{vmatrix} = x_u y_v - x_v y_u \quad (\text{I-2-3})$$

Preslikavanje oblasti D_1 na oblast D_2 realizovano funkcijama (I-2-1), koje ispunjavaju uslove jednoznačnosti i uslove neprekidnosti, nazivamo uzajamno jednoznačnim i uzajamno neprekidnim ili homeomorfnim preslikavanjem.

Napomenimo ovde da ukoliko preslikavanje (I-2-1) zadovoljava prethodno navedene uslove I-III, tada postoji i odgovarajuće inverzno preslikavanje. Ovo inverzno preslikavanje može se izraziti preko inverznih funkcija preslikavanja:

$$u = u(x,y), \quad x = x(u,v) \quad (\text{I-2-4})$$

3. PARAMETRIZACIJA POVRŠI PRESLIKAVANJA

Za izučavanje površi i izučavanje osobina preslikavanja jedne površi na drugu dovoljno je zadati ih njihovim kvadratnim metričkim formama. Kako su za nas, međutim, u daljem razmatranju interesantni samo metrički elementi površi koji se određuju koeficijentima prve kvadratne forme površi, to će za uzajamno preslikavanje površi biti dovoljno zadati ih njihovim prvim kvadratnim formama:

$$ds^2 = g_{11} du^2 + 2 g_{12} du dv + g_{22} dv^2, \quad (I-3-1)$$

gde se, kao i uvek u teoriji površi, za koeficijente prve kvadratne forme površi, g_{11} , g_{12} , g_{22} pretpostavlja da su dva puta neprekidno diferencijabilne funkcije krivolinijskih koordinata u, v . Ovako izloženi osnov opšte teorije preslikavanja površi dat je za proizvoljne krivolinijske koordinate u, v pomenutih površi. Za izučavanje različitih teorijskih pitanja i za razmatranje specifičnih oblika projekcija, konkretizovaćemo sistem krivolinijskih koordinata na površi, odnosno izabraćemo određenu parametrizaciju površi koje se preslikavaju. Pritom tražimo takav sistem krivolinijskih koordinata (takvu parametrizaciju) da ona s obzirom na suštinu razmatranog pitanja (sa geometrijske ili neke druge tačke gledišta) bude najprirodnija ili da dovodi do najjednostavnijih formula za računanje u završnim postupcima.

Često je pogodno izabrati takvu parametrizaciju površi u kojoj linearni elemenat ds u prvoj kvadratnoj formi (I-3-1) ima najmanji broj koeficijenata. Takve parametrizacije površi mogu biti realizovane nekim od sledećih sistema krivolinijskih

koordinata:

- polugeodetskim, gde je:

$$ds^2 = du^2 + G(u, v) dv^2, \quad (I-3-2)$$

- čebiševskim, gde je:

$$ds^2 = du^2 + 2 \cos(\omega) du dv + dv^2, \quad \omega = \omega(u, v), \quad (I-3-3)$$

- izometrijskim, gde je:

$$ds^2 = k^2(u, v) [du^2 + dv^2], \quad (I-3-4)$$

- rimanovim, gde je:

$$ds^2 = du^2 + dv^2. \quad (I-3-5)$$

U teoriji površi se dokazuje da se na regularnoj površi, u okolini njene proizvoljne tačke može uvesti bilo koji od gore navedenih sistema (parametrizacija).

Svaki od navedenih sistema krivolinijskih koordinata ima prednosti i nedostataka, no ne upuštajući se u njihovo pojedinačno procenjivanje, recimo da su za nas od najvećeg interesa izometrijske koordinate.

Primetimo, da se za ove krivolinijske koordinate u literaturi susreću različiti nazivi: izotermičke, izometrijske i kartografske. Mi ćemo u daljem tekstu koristiti termin "izometrijske koordinate", jer je on odomaćen u našoj i stranoj kartografskoj i geodetskoj terminologiji. Napomenimo, međutim, da bi njihov prirodni naziv bio "kartografske", kako ih je još u

prošlom veku nazivao akademik D. A. Grave (Grave).

Pogodnost korišćenja izometrijskih koordinata u teoriji preslikavanja površi proizilazi iz dve njihove osobine. Prvo, konformno preslikavanje površi na ravan kod koje je uveden izometrijski sistem koordinata jednostavno se izvodi, i drugo, primenom ovog sistema koordinata dobijaju se najjednostavniji izrazi koji karakterišu unutrašnju geometriju površi. Tako, na primer, ako se azimut α zadanog pravca u proizvoljnom ortogonalnom sistemu krivolinijskih koordinata daje formulom:

$$\operatorname{tg}(\alpha) = \sqrt{\frac{g_{22}}{g_{11}}} \frac{dv}{du} \quad (\text{I-3-6})$$

onda će kod izometrijskih koordinata gde je $g_{11} = g_{22} = k^2$ biti:

$$\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{dv}{du} \quad (\text{I-3-7})$$

odnosno dobijena je ista formula kao formula koja važi u ravni za pravouglo Dekartove koordinate.

Uočimo da je svojstvo izometrijskih koordinata i to da se za jednake priraštaje koordinata ($du = dv$) dobijaju jednake dužine lukova koordinatnih linija tj.

$$ds_u = ds_v, \quad (\text{I-3-8})$$

jer je $g_{11} = g_{22} = k^2$.

Očigledno je da mreža parametarskih koordinatnih linija pri izometrijskoj parametrizaciji "razbija" parametrizovanu površ na beskonačno male kvadrate, jer su stranice kvadrata mreže ds_u i ds_v jednake, a koordinatne linije su ortogonalne, jer je $g_{12} = 0$. Na osnovu ovog svojstva ustvari i potiče naziv *izometrijske*.

Korisno je istaći da se problem generisanja konformnog preslikavanja proizvoljne regularne površi na ravan svodi na utvrđivanje izometrijske parametrizacije na površi preslikavanja. U odeljku ovog rada koji govori o konformnim projekcijama prethodno rečeno ćemo pokazati za slučaj preslikavanja obrtnog elipsoida na ravan.

Iskoristimo priliku da ovde dodamo i to da se primenom izometrijskih koordinata daje mogućnost da se na najjednostavniji način razmatraju proizvoljna preslikavanja jedne površi na drugu kao kvazikonformne transformacije ravnih oblasti. Ova konstatacija se ovde samo navodi, iako se kvazikonformnim preslikavanjima u okviru ovog rada nećemo baviti. Međutim, smatra se (Mičić, 1989) da kvazikonformna preslikavanja primenjena u matematičkoj kartografiji mogu dati veoma interesantne interpretacije.

4. METRIČKI ELEMENTI POVRŠI KOJE SREĆEMO U MATEMATIČKOJ KARTOGRAFIJI

U matematičkoj kartografiji najčešće se susrećemo sa površima: ravan, sfera i obrtni elipsoid. Stoga ćemo ovde za njih dati izraze za prethodno pomenute metričke elemente površi kao i za koeficijente osnovnih kvadratnih formi ovih površi.

Ako usvojimo Dekartov pravougli koordinatni sistem u ravni, prva osnovna kvadratna forma za ravan glasi:

$$ds^2 = dx^2 + dy^2, \quad (\text{I-4-1})$$

odnosno koeficijenti prve kvadratne forme za ravan su:

$$E_{11} = 1, \quad E_{12} = 0, \quad E_{22} = 1. \quad (\text{I-4-2})$$

Koeficijenti druge kvadratne forme za ravan su:

$$b_{11} = 0, \quad b_{12} = 0, \quad b_{22} = 0. \quad (\text{I-4-3})$$

Gausova krivina za ravan jednaka je:

$$K_c = 0 \quad (\text{I-4-4})$$

Obrtni elipsoid može biti dat sledećim parametarskim jednačinama:

$$\begin{aligned} x &= N \cos(u) \cos(v) \\ y &= N \cos(u) \sin(v) \\ z &= N (1-e^2) \sin(u) \end{aligned} \quad (\text{I-4-5})$$

Odgovarajuća vektorska jednačina obrtnog elipsoida je:

$$\vec{r} = \left[N \cos(u) \cos(v), N \cos(u) \sin(v), N (1-e^2) \sin(u) \right] \quad (I-4-6)$$

gde je N dato izrazom:

$$N = \frac{a}{[1-e^2 \sin^2(u)]^{1/2}} \quad (I-4-7)$$

Sa a se označava velika poluosa obrtnog elipsoida, dok je e prvi brojni ekscentricitet obrtnog elipsoida koji sa malom i velikom poluosom stoji u sledećem odnosu:

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} \quad (I-4-8)$$

Parcijalni izvodi prvog reda vektorske funkcije (I-4-6) po argumentima u i v respektivno su:

$$\begin{aligned} x_u &= -M \sin(u) \cos(v) \\ y_u &= -M \sin(u) \sin(v) \\ z_u &= M \cos(u), \end{aligned} \quad (I-4-9)$$

$$\begin{aligned} x_v &= -N \cos(u) \sin(v) \\ y_v &= N \cos(u) \cos(v) \\ z_v &= 0, \end{aligned} \quad (I-4-10)$$

odnosno u vektorskom obliku:

$$\begin{aligned} \vec{r}_{uu} &= \left[-M \sin(u) \cos(v), -M \sin(u) \sin(v), M \cos(u) \right] \\ \vec{r}_{vv} &= \left[-N \cos(u) \sin(v), N \cos(u) \cos(v), 0 \right] \end{aligned} \quad (\text{I-4-11})$$

Parcijalni izvodi drugog reda vektorske funkcije (I-4-6) su:

$$\begin{aligned} x_{uu} &= \frac{M \cos(u) \cos(v) [2e^2 \sin^2(u) + 1]}{1 - e^2 \sin^2(u)} \\ y_{uu} &= \frac{M \cos(u) \sin(v) [2e^2 \sin^2(u) + 1]}{1 - e^2 \sin^2(u)} \\ z_{uu} &= \frac{M \sin(u) [2e^2 \sin^2(u) - 3e^2 + 1]}{1 - e^2 \sin^2(u)} \end{aligned} \quad (\text{I-4-12})$$

$$\begin{aligned} x_{uv} &= M \sin(u) \sin(v) \\ y_{uv} &= -M \sin(u) \cos(v) \\ z_{uv} &= 0, \end{aligned} \quad (\text{I-4-13})$$

$$\begin{aligned} x_{vv} &= -N \cos(u) \cos(v) \\ y_{vv} &= N \cos(u) \sin(v) \\ z_{vv} &= 0, \end{aligned} \quad (\text{I-4-14})$$

odnosno u vektorskom obliku:

$$\vec{r}_{uu} = \left[\begin{array}{l} -\frac{M \cos(u) \cos(v) [2e^2 \sin^2(u) + 1]}{1 - e^2 \sin^2(u)} \\ -\frac{M \cos(u) \sin(v) [2e^2 \sin^2(u) + 1]}{1 - e^2 \sin^2(u)} \\ -\frac{M \sin(u) [2e^2 \sin^2(u) - 3e^2 + 1]}{1 - e^2 \sin^2(u)} \end{array} \right] \quad (I-4-15)$$

$$\vec{r}_{uv} = \left[\begin{array}{l} M \sin(u) \sin(v), -M \sin(u) \cos(v), 0 \end{array} \right]$$

$$\vec{r}_{vv} = \left[\begin{array}{l} -N \cos(u) \cos(v), -N \cos(u) \sin(v), 0 \end{array} \right]$$

Koeficijenti prve kvadratne forme, na osnovu dosad izloženog za obrtni elipsoid biće:

$$\begin{aligned} g_{11} &= \vec{r}_u \cdot \vec{r}_u = M^2 \\ g_{12} &= \vec{r}_u \cdot \vec{r}_v = 0 \\ g_{22} &= \vec{r}_v \cdot \vec{r}_v = N^2 \cos^2(u), \end{aligned} \quad (I-4-16)$$

a diskriminanta prve osnovne kvadratne forme jednaka:

$$g = M^2 N^2 \cos^2(u). \quad (I-4-17)$$

Vektorski proizvod prvih izvoda vektor funkcije (I-4-6) jednak je:

$$\vec{r}_u \times \vec{r}_v = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_u & y_u & z_u \\ x_v & y_v & z_v \end{vmatrix} =$$

$$= \left[(y_{uv} z_u - y_v z_u), -(x_u z_u - x_v z_u), (x_u y_v - x_v y_u) \right] =$$

$$\left[-M N \cos^2(u) \cos(v), -M N \cos^2(u) \sin(v), -M N \cos(u) \sin(u) \right]$$

Koeficijenti druge osnovne kvadratne forme za obrtni elipsoid dati su, prema tome, sa:

$$b_{11} = \frac{\vec{r}_{uu} (\vec{r}_u \times \vec{r}_v)}{\sqrt{g_{11}g_{22} - g_{12}^2}} = \frac{M^2 N \cos(u)}{M N \cos(u)} = M$$

$$b_{12} = \frac{\vec{r}_{uv} (\vec{r}_u \times \vec{r}_v)}{\sqrt{g_{11}g_{22} - g_{12}^2}} = \frac{0}{M N \cos(u)} = 0 \quad (\text{I-4-18})$$

$$b_{22} = \frac{\vec{r}_{vv} (\vec{r}_u \times \vec{r}_v)}{\sqrt{g_{11}g_{22} - g_{12}^2}} = \frac{M/\cos(u)}{M N \cos(u)} = N \cos^2(u)$$

Diferencijalno mali linearni element na elipsoidu na osnovu (I-4-16) je dat sa:

$$ds^2 = M^2 du^2 + N^2 \cos^2(u) dv^2 \quad (\text{I-4-19})$$

Dužina luka linije L na elipsoidu u intervalu $[\alpha, t]$ data je izrazom:

$$S(t) = \int_{\alpha}^t \sqrt{M^2 du^2 + N^2 \cos^2(u) dv^2} \equiv \int_{\alpha}^t f(t) dt. \quad (\text{I-4-20})$$

Kako je $g_{12} = 0$ za datu parametrizaciju, parametarske koordinatne linije na obrtnom elipsoidu su ortogonalne.

Diferencijalno mali element površine obrtnog elipsoida na osnovu (I-4-16) dat je izrazom:

$$dP = M N \cos(u) \quad (\text{I-4-21})$$

a ukupna površina površi izrazom:

$$P = \iint_D M N \cos(u) \, du \, dv. \quad (\text{I-4-22})$$

Gausova krivina za obrtni elipsoid na osnovu (I-4-18) biće data izrazom:

$$K_0 = \frac{b_{11} b_{22} - b_{12}^2}{g_{11} g_{22} - g_{12}^2} = \frac{M N \cos^2(u)}{M^2 N^2 \cos^2(u)} = \frac{1}{M N} \quad (\text{I-4-23})$$

Odgovarajući izrazi za dosad pomenute veličine za sferu biće:

koeficijenti prve kvadratne forme:

$$\begin{aligned} g_{11} &= R^2 \\ g_{12} &= 0 \\ g_{22} &= R^2 \cos^2(u), \end{aligned} \quad (\text{I-4-24})$$

koeficijenti druge kvadratne forme:

$$\begin{aligned} b_{11} &= R \\ b_{12} &= 0 \\ b_{22} &= R \cos^2(u), \end{aligned} \tag{I-4-25}$$

diskriminanta prve osnovne kvadratne forme za sferu:

$$g = R^4 \cos^2(u), \tag{I-4-26}$$

diferencijalno mali linearni element na sferi:

$$ds^2 = R^2 du^2 + R^2 \cos^2(u) dv^2, \tag{I-4-27}$$

diferencijalno mali element sferne površine:

$$dP = R^2 \cos(u), \tag{I-4-28}$$

Gausova krivina:

$$K_G = \frac{1}{R^2}, \tag{I-4-29}$$

5. PRESLIKAVANJE OBRITNOG ELIPSOIDA NA RAVAN

Predmet našeg interesovanja ovde usmeren je ka iznalaženju jedne nove kartografske projekcije. Potrebne početne opšte formule za projekciju obrtnog Zemljinog elipsoida na ravan daćemo kao specijalan slučaj preslikavanja jedne površi na drugu.

Razmatranja i formule za preslikavanja sfere na ravan mogu se dalje izvoditi kao specijalan slučaj preslikavanja obrtnog elipsoida. Mi ćemo zato neke od ovih formula navoditi samo kada budemo smatrali da su posebno interesantne.

Prvi korak u cilju nalaženja željenog preslikavanja je izbor krivolinijskog koordinatnog sistema (parametrizacija) površi koje se preslikavaju, u ovom slučaju obrtnog elipsoida i ravni.

Najčešće korišćen krivolinijski koordinatni sistem na obrtnom elipsoidu je sistem geografskih koordinata koji se sastoji od geografske širine ϕ , i geografske dužine λ , a mreža koordinatnih linija koja se pritom uspostavlja je mreža paralela i meridijana. Ove koordinate smo već koristili u poglavlju I.4 i podsetićemo da su parametrske jednačine obrtnog elipsoida u ovim koordinatama date sa (I-4-5).

Početni ili centralni meridijan kartografsane teritorije se obično ne poklapa sa početnim meridijanom (Griničkim), pa umesto geografske dužine posmatrane tačke često koristimo razliku geografskih dužina l , odnosno:

$$l = \lambda - \lambda_0. \quad (I-5-1)$$

Ovde je λ geografska dužina posmatrane tačke, a λ_0 geografska dužina centralnog meridijana kartografsane teritorije.

Na elipsoidu veoma često, umesto geografske širine, koristimo

izometrijsku širinu q , koja se definiše na osnovu prve osnovne kvadratne forme obrtnog elipsoida (u geografskim koordinatama):

$$ds^2 = M^2 d\phi^2 + N^2 \cos^2(\phi) dl^2, \quad (\text{I-5-2})$$

odnosno,

$$ds^2 = N^2 \cos^2(\phi) \left[\frac{M^2}{N^2 \cos^2(\phi)} d\phi^2 + dl^2 \right], \quad (\text{I-5-3})$$

ili,

$$ds^2 = N^2 \cos^2(\phi) (dq^2 + dl^2), \quad (\text{I-5-4})$$

Diferencijal izometrijske širine definisan je sa:

$$dq = \frac{M}{N \cos(\phi)} d\phi. \quad (\text{I-5-5})$$

Rešavanjem poslednje diferencijalne jednačine dobijamo da je:

$$q = \ln \left[tq(\pi/4 + \phi/2) \left[\frac{1 - e \sin(\phi)}{1 + e \sin(\phi)} \right]^{\frac{1}{2} e} \right]. \quad (\text{I-5-6})$$

Uočimo da pri ovoj parametrizaciji važi:

$$g_{11} = g_{22} = N^2 \cos^2(\phi) \quad \text{i} \quad g_{12} = 0, \quad (\text{I-5-7})$$

odnosno da je koeficijent metričke forme obrtnog elipsoida na osnovu (I-5-4):

$$k^2(\phi) = N^2 \cos^2(\phi) \quad (\text{I-5-8})$$

Geografska dužina λ (ili razlika geografskih dužina l) i izometrijska širina q čine izometrijski koordinatni sistem na elipsoidu (i sferi), odnosno čine konkretizaciju izometrijskih koordinata na proizvoljnoj površi S definisanu sa (I-3-4).

Podsetimo da je i ovde prisutno svojstvo izometrijskih koordinata da izometrijska parametarska koordinatna mreža "razbija" površ obrtnog elipsoida na beskonačno male kvadrate, jer su stranice kvadrata:

$$ds_p = ds_q \quad (I-5-9)$$

i da je parametrska koordinatna mreža ortogonalna jer je $g_{12} = 0$.

U projekcionoj ravni obično se koriste ili pravougla Dekartove koordinate (x,y) ili polarne koordinate (ρ,δ) . No, s obzirom na to da se prelazak sa pravouglah koordinata u ravni na odgovarajuće polarne (i obrnuto) uspostavlja jednostavnom vezom, mi ćemo se u daljim razmatranjima zadržati samo na pravouglim koordinatama, smatrajući da time nećemo narušiti opštost razmatranja.

Kartografsko preslikavanje ili preslikavanje obrtnog elipsoida na ravan uspostavlja se zakonom preslikavanja ili transformacijom elipsoidnih krivolinijskih koordinata (q,l) na ravanske pravougla koordinate (x,y) . Svakoј tački na elipsoidu odgovaraće jedinstvena tačka u ravni i obrnuto. Opšte jednačine preslikavanja površi (I-2-1) i (I-2-4) za slučaj preslikavanja obrtnog elipsoida na ravan mogu se sada pisati za direktno preslikavanje:

$$x = x(q,l), \quad y = y(q,l) \quad (I-5-10)$$

i za inverzno preslikavanje:

$$\bar{q} = q(x,y), \quad \bar{l} = l(x,y). \quad (\text{I-5-11})$$

Funkcije preslikavanja \bar{q} i \bar{l} ovde moraju zadovoljiti uslove I-III navedene u odeljku I.2, odnosno da budu jednoznačne, dva puta neprekidno diferencijabilne i da u svim tačkama oblasti definisanosti imaju Jakobijan različit od nule.

6. ELEMENTI TEORIJE DEFORMACIJA

U diferencijalnoj geometriji se pokazuje da je za postojanje izometrijskog preslikavanja jedne površi na drugu dovoljno da se pri odgovarajućem izboru koordinatnih linija (parametrizaciji) površi podudare njihove prve osnovne kvadratne forme. Takođe se pokazuje da je potreban i dovoljan uslov izometrijskog preslikavanja jedne površi na drugu to da su Gausove krivine tih površi identične.

Očigledno je da ovaj uslov ne može biti ispunjen za slučaj preslikavanja obrtnog elipsoida na ravan. Dakle, kartografsko preslikavanje će uvek izazivati deformacije originalnih metričkih elemenata obrtnog elipsoida. Istina, pritom neki metrički elementi ne moraju biti deformisani.

Jedan od osnovnih zadataka matematičke kartografije je da ustanovi takve zakone preslikavanja kartografsane teritorije da željene rezultujuće deformacije budu minimizirane ili, najopštije gledano, da s obzirom na geometrijski oblik i položaj kartografsane teritorije, kao i s obzirom na buduću namenu karte, odnos dobijenih deformacija bude najpovoljniji.

U cilju proučavanja i "projektovanja" ovih deformacija izvešćemo ovde najpre formule na osnovu kojih se one definišu i računaju.

Odnos diferencijalno malog linearnog elementa na elipsoidu i njegove projekcije u ravni zovemo linearnom razmerom (modulom):

$$\epsilon = \frac{d\sigma}{ds} \quad (I-6-1)$$

a veličinu definisanu sa:

$$d_c = c - 1 \quad (\text{I-6-2})$$

nazivamo linearnom deformacijom.

Na osnovu (I-6-1), (I-4-1) i (I-5-4) možemo pisati:

$$c^2 = \frac{dx^2 + dy^2}{N^2 \cos^2(\phi) (dq^2 + dl^2)} \quad (\text{I-6-3})$$

Polazeći od totalnih diferencijala funkcija (I-5-10):

$$dx = x_q dq + x_l dl \quad \text{i} \quad dy = y_q dq + y_l dl \quad (\text{I-6-4})$$

i koristeći se opšteprihvaćenim oznakama za Gausove fundamentalne veličine, odnosno za koeficijente prve kvadratne forme površi određene jednačinama (I-5-10):

$$\begin{aligned} E &:= g_{11}^* = x_q^2 + y_q^2, \\ F &:= g_{12}^* = x_q x_l + y_q y_l, \\ G &:= g_{22}^* = x_l^2 + y_l^2 \\ H &= x_q y_l - x_l y_q \end{aligned} \quad (\text{I-6-5})$$

a, zatim uvodeći ih u (I-4-1), dobijamo kvadratnu formu projekcione ravni u izometrijskim koordinatama obrtnog elipsoida:

$$d\sigma^2 = E dq^2 + 2F dq dl + G dl^2. \quad (\text{I-6-6})$$

Dalje je linearna razmera izražena sa:

$$c^2 = \frac{E dq^2 + 2F dq dl + G dl^2}{N^2 \cos^2(\phi) (dq^2 + dl^2)} \quad (\text{I-6-7})$$

Neka je α azimut linearnog elementa ds na površi obrtnog elipsoida meren od koordinatne linije L_1 . Znajući da u slučaju kada je površ zadata metričkom formom oblika (I-3-4) važi:

$$\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{dl}{dq} \quad (\text{I-6-8})$$

Na osnovu prethodnog razmatranja linearna razmera preslikavanja u azimutu α bice:

$$c^2 = \frac{1}{N^2 \cos^2(\phi)} \left[E \cos^2(\alpha) + F \sin(2\alpha) + G \sin^2(\alpha) \right] \quad (\text{I-6-9})$$

Na osnovu ove formule moguće je dobiti ekstremne (glavne) linearne razmere i glavne pravce preslikavanja, koje karakteriše azimut α_0 , i u kome je $c = c_{\text{ext}}$.

Nadimo diferencijal izraza (I-6-9) po azimutu α i izjednačimo ga sa 0. Rešavanjem tako dobijene jednačine po α lako se dobija da je:

$$\operatorname{tg}(2\alpha_0) = \frac{2F}{E - G} \quad (\text{I-6-10})$$

Oдавde sledi da je:

$$\sin(2\alpha_0) = \frac{2F}{\sqrt{(E - G)^2 + 4F^2}} \quad (\text{I-6-11})$$

$$\cos(2\alpha_0) = \frac{E - G}{\sqrt{(E - G)^2 + 4F^2}}$$

Na osnovu poznatog identiteta da je:

$$EG - F^2 = H^2, \quad (I-6-12)$$

može se dobiti i drugačiji izraz potkorenih veličina u prethodnim izrazima jer je:

$$(E - G)^2 + 4F^2 = (E + G)^2 - 4H^2, \quad (I-6-13)$$

koji nekad mogu biti pogodniji.

S obzirom da je period tangensa jednak π , i s obzirom da je $0 \leq \alpha < 2\pi$, zaključujemo da jednačina (I-6-10) ima dva rešenja i to: jedno je $2\alpha_0$, a drugo $2\alpha_0 + \pi$. Znači, jednačina (I-6-10) određuje na površi obrtnog elipsoida dva glavna pravca, i to jedan u azimutu $\alpha = \alpha_0$ i drugi u azimutu $\alpha = \alpha_0 + \pi/2$. Neka su odgovarajuće ekstremne vrednosti linearnih razmera u ovim pravcima $c_{\max} = a$ i $c_{\min} = b$. Ne zadržavajući se na razmatranju pitanja kako dobijamo glavne pravce, setimo se samo da su i oni, prema Tissovoj (Tissot) teoremi, uzajamno normalni, odnosno njihovi azimuti u projekciji će biti $A = A_0$ i $A = A_0 + \pi/2$. Pritom se, naravno, ovi azimuti računaju od slike koordinatne linije L_1 u projekcionoj ravni.

Nademo li iz izraza (I-6-9) linearnu razmeru c u azimutima $\alpha = \alpha_0$ i $\alpha = \alpha_0 + \pi/2$, dobićemo:

$$\begin{aligned} a^2 &= \frac{1}{2} \frac{1}{N^2 \cos^2(\phi)} \left[E + G + \sqrt{(E - G)^2 + 4F^2} \right] \\ b^2 &= \frac{1}{2} \frac{1}{N^2 \cos^2(\phi)} \left[E + G - \sqrt{(E - G)^2 + 4F^2} \right] \end{aligned} \quad (I-6-14)$$

Interesantno je primetiti da se ekstremne vrednosti linearnih razmera, c_{ext} iz formula (I-6-14) mogu izraziti kao koreni

kvadratne jednačine:

$$(c^2)^2 - \frac{1}{N^2 \cos^2(\phi)} (E + G) c^2 + \frac{1}{N^4 \cos^4(\phi)} H^4 = 0. \quad (\text{I-6-15})$$

Odredimo sada linearne razmere u pravcima koordinatnih linija površi obrtnog elipsoida. Iz formula (I-6-9) sledi:

- Za $\alpha = 0$ linerna razmera $c = m$ u pravcu koordinatne linije L_1 ($q = \text{const.}$)

$$m = \frac{1}{N \cos(\phi)} \sqrt{E} \quad (\text{I-6-16})$$

- Za $\alpha = \pi/2$ linearna razmera $c = n$ u pravcu koordinatne linije L_q ($l = \text{const.}$)

$$n = \frac{1}{N \cos(\phi)} \sqrt{G}. \quad (\text{I-6-17})$$

Neka se koordinatna linija L_q površi obrtnog elipsoida, t.j. linija $l = \text{const}$, preslikava na ravan u neku liniju čiji ćemo direkcioni ugao označiti sa ψ . Za ovaj ugao važi:

$$\text{tg}(\psi) = \left. \frac{dy}{dx} \right|_{l=\text{const.}} \quad (\text{I-6-18})$$

S obzirom na (I-6-4) imaćemo:

$$\text{tg}(\psi) = \frac{y_q}{x_q} \quad (\text{I-6-19})$$

Analogno možemo dobiti direkcioni ugao χ slike koordinatne linije L_l u ravni preslikavanja, odnosno liniju $q = \text{const}$, pa imamo:

$$\operatorname{tg}(\chi) = \frac{y_1}{x_1} \quad (\text{I-6-20})$$

Sada je lako naći ugao između slika koordinatnih linija obrtnog elipsoida u ravni preslikavanja. Ovaj ugao nalazimo kao:

$$\theta = \chi - \psi. \quad (\text{I-6-21})$$

Koristeći formule (I-6-19) i (I-6-20) dobijamo:

$$\operatorname{tg}(\theta) = \frac{\frac{x_1 y_1}{q_1} - \frac{x_2 y_2}{q_1}}{\frac{x_1 x_1}{q_1} + \frac{y_1 y_1}{q_1}}, \quad (\text{I-6-22})$$

ili kraće:

$$\operatorname{tg}(\theta) = \frac{H}{F} \quad (\text{I-6-23})$$

Umesto ugla θ možemo uvesti u razmatranje i ugao $\varepsilon = \theta - \pi/2$. Tada će biti:

$$\operatorname{tg}(\varepsilon) = -\frac{F}{H} \quad (\text{I-6-24})$$

Na osnovu jednakosti (I-6-12) iz prethodne formule dobićemo izraze:

$$H = \sqrt{EG} \sin(\theta), \quad F = \sqrt{EG} \cos(\theta), \quad (\text{I-6-25})$$

Iz ovih izraza i izraza (I-6-16) i (I-6-17), formule (I-6-8) lako se dobija oblik:

$$c^2 = m^2 \cos^2(\alpha) + mn \cos(\theta) \sin(2\alpha) + n^2 \sin^2(\alpha). \quad (\text{I-6-26})$$

Izrazimo još $c = c(\alpha)$ preko ekstremnih linearnih razmera i azimuta jednog od glavnih pravaca. Pomnožimo prvu od formula (I-6-14) sa $\cos^2(\alpha - \alpha_0)$, drugu sa $\sin^2(\alpha - \alpha_0)$. Posle sabiranja tako dobijenih izraza, i zatim sređivanja dobijamo konačno:

$$c^2(\alpha) = a^2 \cos^2(\alpha - \alpha_0) + b^2 \sin^2(\alpha - \alpha_0) \quad (\text{I-6-27})$$

Nadimo, dalje, razmeru površina:

$$p = \frac{d\Pi}{dP}, \quad (\text{I-6-28})$$

gde su dP i $d\Pi$ diferencijalno mali elementi površina na površima respektivno obrtnog elipsoida i u ravni. Pri opšteprihvaćenim oznakama prve kvadratne forme elemenat površine ima oblik:

$$dP = \sqrt{eg - f^2} du dv, \quad (\text{I-6-29})$$

odnosno kada je diskriminanta kvadratne forme površi obrtnog elipsoida jednaka $N^4 \cos^4(\phi)$ imaćemo:

$$dP = N^2 \cos^2(\phi) dq dl. \quad (\text{I-6-30})$$

U projekcionoj ravni u koordinatama x, y biće:

$$d\Pi = dx dy. \quad (\text{I-6-31})$$

Predimo sa projekcione ravni, odnosno od koordinata x, y na

koordinate l, q na osnovu jednačina preslikavanja (I-5-10), odnosno izračunajmo $d\Pi$ s obzirom na kvadratnu formu (I-6-6). Tada je:

$$d\Pi = \sqrt{EG - F^2} dq dl = H dq dl. \quad (\text{I-6-32})$$

Prema tome, definitivno ćemo imati da je:

$$p = \frac{1}{N^2 \cos^2(\phi)} H. \quad (\text{I-6-33})$$

Nadimo sada na osnovu formula (I-6-14) izraze za $a^2 + b^2$ i za ab , uzimajući u obzir formule (I-6-16), (I-6-17), (I-6-25), (I-6-32):

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= m^2 + n^2 \\ p = ab &= mn \sin(\theta), \end{aligned} \quad (\text{I-6-34})$$

što predstavlja dobro poznate odnose, kako u teoriji preslikavanja površi, tako i u matematičkoj kartografiji. Naime, poslednje formule izražavaju Apolonijeve teoreme primenjene na elipsu deformacija.

Ugaona deformacija definiše se kao razlika azimuta na elipsoidu i njegove projekcije u ravni:

$$\omega = \alpha - A \quad (\text{I-6-35})$$

Navedimo na kraju poznatu formulu za maksimalnu vrednost ugaone deformacije:

$$\sin \omega_{\max} = \frac{a - b}{a + b} \quad (\text{I-6-36})$$

7. KARAKTERISTIKE KARTOGRAFSKOG PRESLIKAVANJA

U prethodnom odeljku na osnovu jednačina preslikavanja obrtnog elipsoida na ravan (I-5-10) date su formule kojima se mogu izraziti različite veličine koje karakterišu deformacije nastale prilikom preslikavanja. Ove veličine su: linearna razmera u proizvoljnom pravcu, ekstremne vrednosti linearne razmere, glavni pravci, linearne razmere u pravcu koordinatnih linija obrtnog elipsoida, azimuti slika koordinatnih linija u projekcionoj ravni, ugao između slika koordinatnih linija, razmera površina, ugaona deformacija, maksimalna vrednost ugaone deformacije itd. Ove veličine zovemo karakteristikama preslikavanja, jer one opisuju svojstva razmatranog preslikavanja.

Uočimo da je od navedenih karakteristika (a , b , m , n , p , ϵ , θ ...) moguće izabrati nekoliko međusobno nezavisnih karakteristika na osnovu kojih se mogu izraziti ostale. Pritom ovaj izbor nije jedinstven. Primeri nezavisnih grupa karakteristika mogu biti sledeći:

$$[a, b, \alpha_0, \psi]; [m, n, \psi, \chi]; [m, n, \psi, \theta]; [m, n, \psi, \epsilon].$$

Analizirajući formule teorije preslikavanja, možemo utvrditi da su karakteristike iz navedenih grupa stvarno nezavisne, a takođe da je na osnovu ovih karakteristika moguće izraziti ostale karakteristike projekcije.

Stoga, ukoliko se pri razmatranju neke konkretne projekcije ili grupe projekcija pojavi potreba da se izrazi neko svojstvo koje se neposredno ne izražava prethodno datim formulama, ove formule će omogućiti da se pomoću njih opiše bilo koje svojstvo ili veličina, koje karakteriše datu projekciju.

Pokažimo dalje da je preslikavanje, definisano jednačinama (I-5-10), u potpunosti određeno pomoću njegove četiri nezavisne karakteristike.

Svaka od karakteristika preslikavanja je u opštem slučaju funkcija osam promenljivih:

$$X_i = \phi_i(u, v, x, y, x_q, x_1, y_q, y_1). \quad (I-7-1)$$

Prilikom rešavanja obrnutog zadatka teorije preslikavanja površi, kada treba odrediti funkcije preslikavanja (I-5-10) na osnovu zadatih karakteristika (I-7-1), neophodno je znati četiri parcijalna izvoda x_q, x_1, y_q, y_1 da bi se formirali totalni diferencijali (I-6-4). Ovi parcijalni izvodi tada moraju biti izraženi preko karakteristika X_i . Znači, za rešenje ovog zadatka neophodno je imati četiri nezavisne karakteristike X_1, X_2, X_3, X_4 . S obzirom da na osnovu ovih veličina treba naći četiri neophodna parcijalna izvoda, jasno je da izrazi za x_q, x_1, y_q, y_1 koji se dobijaju iz izraza (I-7-1), moraju biti nezavisni. Uslov nezavisnosti karakteristika (I-7-1) preslikavanja (I-5-10) za izabranu grupu karakteristika može se dati u obliku:

$$\frac{\partial(X_1, X_2, X_3, X_4)}{\partial(x, x, y, y)} \neq 0. \quad (I-7-2)$$

Da četiri nezavisne karakteristike u potpunosti određuju preslikavanje možemo ilustrovati pomoću elipse deformacija ("Tisoove indikatriše"). Naime, poznato je da svojstva i veličine koje karakterišu određeno preslikavanje mogu biti ustanovljena iz razmatranja elipse deformacija, odnosno za potpuno poznavanje preslikavanja dovoljno je znati elipsu deformacija u svakoj tački preslikavanja, tj. njene dimenzije i orijentaciju. Dimenzije i

oblik elipse su određeni njenim poluosama a i b , koje u stvari predstavljaju ekstremne linearne razmere u posmatranoj tački. Preostaje da se odredi njena orijentacija. Orijetaciju možemo odrediti na osnovu azimuta, α_0 (merenog od koordinatne linije L_1) prvog glavnog pravca na površi obrtnog elipsoida ili njegove slike, azimuta A_0 koji se meri od projekcije odgovarajuće koordinatne linije, jer je veza između njih veoma jednostavna:

$$\operatorname{tg}(A_0) = \frac{b}{a} \operatorname{tg}(\alpha_0). \quad (\text{I-7-3})$$

Međutim, za potpunu orijentaciju neophodno je još znati pravac slike koordinatne linije L_1 , koji se može odrediti uglom koji ona zaklapa sa koordinatnom linijom L_x u ravni, odnosno uglom ψ . Prema tome, orijentacija elipse deformacija je određena veličinama A_0 i ψ . Na taj način, elipsa deformacija, koja karakteriše posmatranu projekciju u okolini date tačke, može biti opisana sa četiri veličine: a , b , A_0 , ψ . Umesto ugla A_0 može se uzeti ugao α_0 ili azimut drugog glavnog pravca. Takođe umesto ugla ψ možemo uzeti ugao χ . Dakle, određivanjem elipse deformacija pomoću njena četiri elementa, odnosno četiri karakteristike preslikavanja, na primer $[a, b, \alpha_0, \psi]$ ili $[m, n, \psi, \epsilon]$, u potpunosti se određuje preslikavanje i daje mogućnost da se izračuna, ako je to potrebno, bilo koja veličina koja karakteriše projekciju.

Razmotrimo sada, posle uvođenja karakteristika preslikavanja, uslove I-III, koji se zadaju za funkcije (I-5-10), odnosno i za funkcije (I-2-1). Kako sa teorijskog stanovišta posmatranja, tako i sa stanovišta posmatranja prakse, ima smisla razmatrati samo preslikavanja koja su uzajamno jednoznačna i neprekidna, i kod kojih su svi oblici razmera ograničene funkcije. U oblasti preslikavanja isključujemo prisustvo onih tačaka kod kojih razmera

u bilo kom pravcu dostiže vrednost nule ili beskonačnosti, jer se u njihovoj okolini narušava karakter uzajamno jednoznačnog preslikavanja, na primer, kada konačnom odsečku na površi obrtnog elipsoida odgovara jedna tačka u projekciji (ili obrnuto). Uslovom III se isključuje prisustvo takvih tačaka. Zaista, Jakobijan H će biti jednak nuli, ukoliko je nuli jednak jedan od njegovih redova ili kolona, i tada će se prema formulama (I-6-16) ili (I-6-17) dobiti da je $m = 0$ ili da je $n = 0$. Odavde sledi da je $i p = 0$.

Formula (I-6-32) pokazuje da znak razmere površina ima isti znak kao i Jakobijan H . U geodeziji i kartografiji imaju smisla samo one projekcije, kod kojih je $p > 0$. Prema tome možemo pojačati uslov III, sužavajući izbor na one funkcije (I-5-10) kod kojih je Jakobijan H pozitivan u oblasti definisanosti funkcija (I-5-10). Dodajmo ovde da je pozitivnim Jakobijanom definisano preslikavanje prve vrste (govoreći o opštem slučaju preslikavanja jedne površi na drugu), kada se pravac obilaska konture preslikavanja na površi S_2 podudara s pravcem obilaska konture originala na površi S_1 , a negativnim Jakobijanom definisano je preslikavanje druge vrste, kada su pravci obilaska dotičnih kontura suprotni. U praksi, primetimo, ima smisla razmatrati samo preslikavanja prve vrste, te prema tome, ne gubeći na opštosti, smatraćemo funkcije (I-5-10) takvim da je Jakobijan H svuda u oblasti definisanosti pozitivan. Napomenimo da je od preslikavanja druge vrste lako preći na preslikavanje prve vrste promenom znaka jedne od funkcija (I-5-10).

8. DIFERENCIJALNE JEDNAČINE MATEMATIČKE KARTOGRAFIJE

U dosadašnjem izlaganju smo izveli, ili samo naveli, formule koje sadrže aparat neophodan za rešavanje obrnutog zadatka preslikavanja površi obrtnog elipsoida na ravan. Ovde se misli na formule teorije deformacija i njihove modifikacije. Pristup ovoj problematici i razmatranje navedenih formula dati su po analogiji (možemo reći i kao specijalan slučaj) sa opštim slučajem preslikavanja proizvoljnih površi jedne na drugu. Otuda je od početka uveden izometrijski koordinatni sistem na obrtnom elipsoidu kao najsvrsishodniji za pomenuti opšti slučaj. Za ovakav pristup odlučili smo se i zato što se on ne sreće tako često u domaćoj i stranoj kartografskoj literaturi pa ovde koristimo priliku da ga učinimo bližim našoj stručnoj javnosti.

Pored toga u prethodnom odeljku pokazali smo da bilo koja kombinacija nezavisnih karakteristika X_i ($i=1,2,3,4$) može služiti kao osnova za prikaz deformacionih parametra kartografskog preslikavanja. Prema tome, izborom četiri karakteristike koje su funkcije od promenljivih q i l u svakoj tački područja preslikavanja u potpunosti se određuje kartografsko preslikavanje. Drugim rečima, teorijski mora biti moguće da se na osnovu specificiranog rasporeda deformacija definisanog pomoću četiri nezavisne karakteristike direktno dobiju funkcije preslikavanja (I-5-10).

Da bismo ovo razjasnili posmatrajmo, na primer, grupu od šest karakteristika direktnog kartografskog preslikavanja m , n , ψ , χ , p , Θ i formule kojima su one date u teoriji deformacija:

$$\begin{aligned}
 1) \quad m^2 &= \frac{x_q^2 + y_q^2}{N^2 \cos^2(\phi)}, & 2) \quad n^2 &= \frac{x_1^2 + y_1^2}{N^2 \cos^2(\phi)}, \\
 3) \quad \operatorname{tg}(\psi) &= \frac{y_q}{x_q}, & 4) \quad \operatorname{tg}(\chi) &= \frac{y_1}{x_1}, & (I-8-1) \\
 5) \quad p &= \frac{x_q y_1 - x_1 y_q}{N^2 \cos^2(\phi)}, & 6) \quad \operatorname{tg}(\theta) &= \frac{x_q y_1 - x_1 y_q}{x_q x_1 + y_q y_1}
 \end{aligned}$$

Izrazimo dalje parcijalne izvode x_q, x_1, y_q, y_1 preko parcijalnih izvoda q_x, q_y, l_x, l_y . Iskoristimo za to poznate formule koje u našim označavanjima glase:

$$\begin{aligned}
 x_q &= \frac{1}{J} l_y, & y_q &= -\frac{1}{J} l_x, \\
 x_1 &= -\frac{1}{J} q_y, & y_1 &= \frac{1}{J} q_x,
 \end{aligned} \tag{I-8-2}$$

gde je,

$$J = \frac{1}{H} = \frac{\partial(q, l)}{\partial(x, y)} = q_x l_y - q_y l_x \tag{I-8-3}$$

Kada se u formulama (I-8-1) zamene parcijalni izvodi na osnovu jednakosti datih sa (I-8-2) dobija se:

$$1) \quad m = \frac{1}{N \cos(\phi)} \frac{1}{q_x l_y - q_y l_x} (l_x^2 + l_y^2)^{1/2}$$

$$2) \quad n = \frac{1}{N \cos(\phi)} \frac{1}{q_x l_y - q_y l_x} (q_x^2 + q_y^2)^{1/2}$$

$$3) \quad \operatorname{tg}(\psi) = -\frac{l_x}{l_y}, \quad 4) \quad \operatorname{tg}(\chi) = -\frac{q_x}{q_y}$$

(I-8-4)

$$5) \quad p = \frac{1}{N^2 \cos^2(\phi)} \frac{1}{q_x l_y - q_y l_x}$$

$$6) \quad \operatorname{tg}(\theta) = \frac{q_y l_x - q_x l_y}{q_x l_x + q_y l_y}$$

Formule (I-8-4) su formule teorije deformacija kada se preslikavanje zadaje jednačinama inverznog preslikavanja.

Kako četiri nezavisne karakteristike u potpunosti određuju preslikavanje (direktno ili inverzno, svejedno), to se četiri nezavisne diferencijalne jednačine bilo iz grupe (I-8-1) ili iz grupe (I-8-4) mogu smatrati sistemom diferencijalnih jednačina koje opisuju razmatrano preslikavanje. Koje ćemo od četiri jednačine pritom uzeti zavisi od specifičnosti zadatka kojim se bavimo. To, na primer, mogu biti jednačine 1),2),3),4) ili jednačine 1),2),5),6) bilo iz grupe (I-8-1) ili iz grupe (I-8-4). Ovde ispisujemo njih šest da bismo u narednim razmatranjima izabrali najbolje kombinacije.

Napomenimo ovde da jednačine (I-8-4) neki autori nazivaju Tiso-Urmajevim jednačinama, jer ih je prvi za slučaj preslikavanja sfere izveo Tiso, a detaljnije izvođenje i njihovu širu primenu za dobijanje i ispitivanje niza novih kartografskih projekcija je dao

Urmajev 1953. godine .

Obe razmatrane grupe formula mogu se teorijski koristiti i pri rešavanju obrnutog problema matematičke kartografije. Mnogi autori su rešavali specijalne slučajeve ovog problema polazeći od formula teorije deformacija. Međutim, formule teorije deformacija i jednačine Tiso-Urmajeva imaju ograničenu upotrebnu vrednost za rešavanje obrnutog problema matematičke kartografije, jer su ovo nelinearne parcijalne diferencijalne jednačine prvog reda. U tom smislu pojavila se potreba da se formulišu podesnije jednačine na osnovu kojih bi se generalno rešio problem nalaženja kartografskih projekcija putem rešavanja obrnutog zadatka matematičke kartografije. Pritom se imalo u vidu da ukoliko se odgovarajući integrali ne mogu izraziti ni elementarnim niti specijalnim funkcijama, mogu koristiti numeričke metode integracije diferencijalnih jednačina i njihova realizacija pomoću savremenih računskih sredstava. Ovo, međutim, povlači da je neophodno odrediti se tradicionalnog shvatanja - da je nužno znati funkcije preslikavanja i funkcije karakteristika u analitičkom obliku, već da je dovoljno imati i numeričke vrednosti ovih funkcija na celom području preslikavanja sa zahtevano visokom tačnošću. S druge strane, na ovaj način (uvodenjem ovakvih jednačina) dobila bi se opštija rešenja razmatranog problema, odnosno mogućnost pronalaženje velikog broja novih kartografskih projekcija koje zadovoljavaju najrazličitije uslove. Otuda su u razmatranje uvedene jednačine koje mnogi autori nazivaju osnovnim sistemom diferencijalnih jednačina matematičke kartografije. Njihovo izvođenje najobuhvatnije je izložio Meščerjakov (Мещеряков) 1968. godine, te smatrajući ga suštinskim za naše istraživanje, i mi ga ovde dajemo u najopštijim crtama i uz izvesne modifikacije.

Zamenimo u tom cilju u prve dve formule iz grupe (I-8-1) parcijalne izvode y_q i y_1 izrazima:

$$y_q = x_q \operatorname{tg}(\psi) \quad \text{i} \quad y_1 = x_1 \operatorname{tg}(\chi)$$

koji slede iz poslednje dve formule ove grupe. Sada ćemo moći da izrazimo sva četiri parcijalna izvoda prvog reda funkcije (I-5-10) pomoću karakteristika $[m, n, \psi, \chi]$:

$$\begin{aligned} x_q &= N \cos(\phi) m \cos(\psi), & x_1 &= N \cos(\phi) n \cos(\chi), \\ y_q &= N \cos(\phi) m \sin(\psi), & y_1 &= N \cos(\phi) n \sin(\chi). \end{aligned} \quad (\text{I-8-5})$$

Nadimo funkcije (I-5-10), smatrajući da su nam karakteristike preslikavanja $[m, n, \psi, \chi]$ poznate kao zadate funkcije od koordinata na obrtnom elipsoidu q i 1 . Parcijalni izvodi traženih funkcija dati su izrazima (I-8-5), te se mogu tražiti funkcije x i y na osnovu njihovih totalnih diferencijala. Ovo je moguće realizovati samo ako su ispunjeni uslovi integrabilnosti:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial 1} (x_q) &= \frac{\partial}{\partial q} (x_1), \\ \frac{\partial}{\partial 1} (y_q) &= \frac{\partial}{\partial q} (y_1) \end{aligned} \quad (\text{I-8-6})$$

Pre nalaženja ovih uslova za funkcije x i y , uvedimo oznake:

$$m^* = N \cos(\phi) m, \quad n^* = N \cos(\phi) n, \quad (\text{I-8-7})$$

pa posle diferenciranja, uslovi (I-8-6) postaju:

$$\begin{aligned} m_1^* \cos(\psi) - \psi_1 m^* \sin(\psi) &= n_q^* \cos(\chi) - \chi_q n^* \sin(\chi) \\ m_1^* \sin(\psi) + \psi_1 m^* \cos(\psi) &= n_q^* \sin(\chi) + \chi_q n^* \cos(\chi) \end{aligned} \quad (\text{I-8-8})$$

Dobijeni sistem parcijalnih diferencijalnih jednačina je simetričan po obliku, i, s obzirom na zamenu (I-8-7), sadrži karakteristike preslikavanja $[m, n, \psi, \chi]$. Pređimo u izrazima (I-8-8) od karakteristike χ , to jest od azimuta slike koordinatne linije L_1 u ravni projekcije, na drugu karakteristiku Θ , to jest na ugao između slike koordinatnih linija u ravni, i to na osnovu poznate formule:

$$\chi = \psi + \Theta. \quad (\text{I-8-9})$$

Posle ove zamene dobijamo nesimetrični sistem diferencijalnih jednačina:

$$\begin{aligned} & m_1^* \cos(\psi) - \psi_1 m_1^* \sin(\psi) = \\ & - n_q^* \cos(\psi) \cos(\Theta) - n_q^* \sin(\psi) \sin(\Theta) - \psi_q n_q^* \sin(\psi) \cos(\Theta) - \\ & \psi_q n_q^* \cos(\psi) \sin(\Theta) - \Theta_q n_q^* \sin(\psi) \cos(\Theta) - \Theta_q n_q^* \cos(\psi) \sin(\Theta) \end{aligned} \quad (\text{I-8-10})$$

$$\begin{aligned} & m_1^* \sin(\psi) + \psi_1 m_1^* \cos(\psi) = \\ & = n_q^* \sin(\psi) \cos(\Theta) + n_q^* \cos(\psi) \sin(\Theta) + \psi_q n_q^* \cos(\psi) \cos(\Theta) - \\ & \psi_q n_q^* \sin(\psi) \sin(\Theta) + \Theta_q n_q^* \cos(\psi) \cos(\Theta) - \Theta_q n_q^* \sin(\psi) \sin(\Theta). \end{aligned}$$

Isključimo iz ovako dobijenog sistema diferencijalnih jednačina trigonometrijske funkcije ugla ψ uvodeći sledeće oznake:

$$\begin{aligned} \Omega &= m_1^* - n_q^* \cos(\Theta) + \psi_q n_q^* \sin(\Theta) + \Theta_q n_q^* \sin(\Theta) \\ \omega &= \psi_1 m_1^* - n_q^* \sin(\Theta) - \psi_q n_q^* \cos(\Theta) - \Theta_q n_q^* \cos(\Theta), \end{aligned}$$

pa dalje dobijamo:

$$\begin{aligned}\Omega \cos(\psi) &= \omega \sin(\psi) \\ \omega \cos(\psi) &= -\Omega \sin(\psi).\end{aligned}\tag{I-8-12}$$

Uslovi izraženi sistemom poslednjih dveju jednačina za proizvoljnu vrednost ugla ψ biće ispunjeni kada je:

$$\Omega = \omega = 0\tag{I-8-13}$$

Shodno tome razmatrani sistem dobija oblik:

$$\begin{aligned}m_1^* - n_q^* \cos(\theta) + \psi_q n^* \sin(\theta) + \theta_q n^* \sin(\theta) &= 0 \\ \psi_l m^* - n_q^* \sin(\theta) - \psi_q n^* \cos(\theta) - \theta_q n^* \cos(\theta) &= 0\end{aligned}\tag{I-8-14}$$

Dobijeni sistem diferencijalnih jednačina (I-8-14) nazivamo osnovnim sistemom diferencijalnih jednačina preslikavanja obrtnog elipsoida na ravan ili u daljem tekstu, kraće osnovnim sistemom jednačina.

Podsetimo se da su u sistemu (I-8-1) promenljive m^* i n^* povezane sa karakteristikama preslikavanja m i n odnosima datim sa (I-8-4). Znači, sistem (I-8-14) se sastoji od dve jednačine, koje u sebi sadrže nezavisne karakteristike preslikavanja $[m, n, \psi, \theta]$ i njihove parcijalne izvode prvoga reda po koordinatama q i l .

Radi potpunosti poželjno je navesti osnovni sistem diferencijalnih jednačina, sastavljen za karakteristike $[m, n, \psi, \theta]$, kod koga ne figurišu pomoćne promenljive m^* i n^* . Bez izvođenja navedimo ovde najpre osnovni sistem diferencijalnih jednačina u razvijenom (konačnom) obliku za opšti slučaj preslikavanja proizvoljne površi S na ravan. Pri tome u i v predstavljaju izometrijske koordinate na površi S , a k koeficijent

metričke forme izabrane parametrizacije.

$$\begin{aligned} \psi_v m - n_u \sin(\Theta) - \psi_u n \cos(\Theta) - \Theta_u n \cos(\Theta) &= (\ln k)_u n \sin(\Theta) \\ m_v - n_u \cos(\Theta) + \psi_u n \sin(\Theta) + \Theta_u n \sin(\Theta) &= (\ln k)_u n \cos(\Theta) - m (\ln k)_v \end{aligned} \quad (I-8-15)$$

Poslednji sistem jednačina sadrži nezavisne karakteristike preslikavanja $[m, n, \psi, \Theta]$, njihove parcijalne izvode prvoga reda po izometrijskim koordinatama u i v , koeficijent metričke forme k preslikavane površi S , kao i njegove parcijalne izvode.

Sada je, znajući da koeficijent metričke forme obrtnog elipsoida iznosi $k = N \cos(\phi)$, na osnovu poslednjeg sistema jednačina, kao specijalan slučaj, lako dati odgovarajući osnovni sistem diferencijalnih jednačina za preslikavanja obrtnog elipsoida na ravan u razvijenom obliku:

$$\begin{aligned} \psi_1 m - n_q \sin(\Theta) - \psi_q n \cos(\Theta) - \Theta_q n \cos(\Theta) &= \left[\ln \left(N \cos(\phi) \right) \right]_q n \sin(\Theta) \\ m_1 - n_q \cos(\Theta) + \psi_q n \sin(\Theta) + \Theta_q n \sin(\Theta) &= \left[\ln \left(N \cos(\phi) \right) \right]_q n \cos(\Theta) \end{aligned} \quad (I-8-16)$$

Kako pri razmatranju preslikavanja površi, tako i pri preslikavanju obrtnog elipsoida na ravan, ovaj sistem igra izuzetno značajnu ulogu. Radi boljeg shvatanja njegovog značaja navedimo, bez dokaza, dve Meščerjakovljeve teoreme za slučaj preslikavanja proizvoljne površi na ravan.

TEOREMA 1. Karakteristike preslikavanja $[m, n, \psi, \Theta]$ nastale pri preslikavanju oblasti D_1 proizvoljne jednoliske površi S_1 na neku oblast D_2 u ravni, a koje se realizuje (preslikavanje) jednoznačnim dvaput diferencijabilnim funkcijama, sa Jakobijanom

koji zadržava isti znak u oblasti preslikavanja, zadovoljavaju (karakteristike) u svim tačkama te oblasti osnovni sistem diferencijalnih jednačina.

TEOREMA 2: Neka je izdvojena jednolisna oblast D_1 date regularne površi S_1 . Neka su u oblasti D_1 zadate četiri funkcije $f_i = f_i(u, v)$ ($i = 1, 2, 3, 4$), neprekidne zajedno sa svojim prvim parcijalnim izvodima, i neka ove funkcije dobijaju proizvoljne vrednosti iz četvorodimenzione oblasti $\Pi \subset \Pi_4$. Ako funkcije f_i , tretirane kao karakteristike nekog preslikavanja oblasti D_1 na ravan

$$f_1 = m, \quad f_2 = n, \quad f_3 = \psi, \quad f_4 = \theta, \quad (I-8-17)$$

zadovoljavaju u oblasti D_1 osnovni sistem jednačina, tada je preslikavanje oblasti D_1 na neku oblast D_2 ravni xy , uspostavljeno ovim funkcijama uzajamno neprekidno, dva puta neprekidno diferencijabilno, ima pozitivan Jakobijan i prevodi proizvoljno izabranu tačku (u_0, v_0) oblasti D_1 u zadatu tačku (x_0, y_0) površi x, y .

Uz navedene teoreme daju se sledeće napomene:

Napomena 1. Teoreme zahtevaju prethodno zadavanje karakteristika preslikavanja, što se može ostvariti na razne načine. Izbor karakteristika treba izvršiti tako da je na osnovu njih moguće jednoznačno dobiti grupu nezavisnih karakteristika $[m, n, \psi, \theta]$.

Napomena 2. Teoremom 2 daju se uslovi egzistencije preslikavanja (pri zatom izboru i rasporedu karakteristika) oblasti $D_1 \subset S_1$ na neku oblast D_2 ravni, uključujući i zadatu tačku $M(x_0, y_0)$ (iz oblasti D_2). U klasičnoj teoriji konformnog preslikavanja ravnih oblasti teoreme egzistencije preslikavanja daju uslove pri kojima se ostvaruje preslikavanje jedne zadate oblasti D_1 na drugu zadatu oblast D_2 . Ovde je ovo pitanje

formulisano na drugi način: data je oblast $D_1 \subset S_1$ i u njoj je zadat raspored karakteristika preslikavanja ove oblasti na neku oblast u ravni. Zadavanje ove oblasti u ravni često nije neophodno, ali je važno znati da je moguće ostvariti preslikavanje sa zadatim karakteristikama.

Napomena 3. U geodeziji i kartografiji oblast u ravni preslikavanja određuje se posle formiranja preslikavanja ili paralelno sa njim na osnovu dopunskih zahteva koji dovode do poboljšanja osobina preslikavanja.

Napomena 4. Sistemi diferencijalnih jednačina (I-8-14) i (I-8-16) daju neophodan i dovoljan uslov egzistencije preslikavanja oblasti D_1 površi S_1 (odnosno, što je za nas ovde značajno, na površi obrtnog elipsoida) na neku oblast u ravni pri zadatim karakteristikama preslikavanja.

Uočimo dalje dve značajne osobine sistema diferencijalnih jednačina (I-8-14):

1) Sistem je neodređen jer su dvema jednačinama povezane četiri karakteristike preslikavanja. Značaj ove činjenice je očigledan, jer se dodatnim definisavanjem sistema daju široke mogućnosti njegove primene.

2) Osnovni sistem jednačina je kvazilinearan u odnosu na bilo koji par karakteristika preslikavanja. Ovakva struktura sistema je značajna za njegovu praktičnu primenu, jer pri njegovom korišćenju u rešavanju praktičnih zadataka ne treba koristiti matematički aparat opštih nelinearnih jednačina s parcijalnim izvodima.

Na osnovu prethodnog možemo konstatovati da, kako je osnovni sistem jednačina neodređen, neophodno ga je pri njegovom konkretnom korišćenju dopuniti ili dvema jednačinama kojima se daju vrednosti dveju karakteristika u svim tačkama oblasti preslikavanja ili dvema jednačinama kojima se zadaju odnosi među karakteristikama. Nakon dodatnog definisanja sistema (I-8-8) može

biti ustanovljen tip sistema, a zatim mogu biti formulisani dopunski uslovi, neophodni za njegovu integraciju. Posle integracije sistema biće poznate sve četiri nezavisne karakteristike preslikavanja, a to znači, i parcijalni izvodi x , x , y , y . Formule (I-8-5) tada daju mogućnost formiranja preslikavanja, odnosno nalaženja funkcija (I-5-10) na osnovu njihovog totalnog diferencijala. Dakle, možemo zaključiti: osnovni sistem diferencijalnih jednačina (I-8-8) nas prirodno dovodi do opšteg načina formiranja preslikavanja obrtnog elipsoida na ravan na osnovu zadatih karakteristika.

Korisno je, međutim, dati takođe i diferencijalne jednačine preslikavanja obrtnog elipsoida na ravan kada je ovaj posmatran u geografskom koordinatnom sistemu ϕ , λ , a ravan projekcije, kao i ranije, u Dekartovom pravouglom koordinatnom sistemu x , y . U tom cilju podimo od odgovarajućih jednačina direktnog i inverznog preslikavanja:

$$x = x(\phi, \lambda), \quad y = y(\phi, \lambda) \quad (\text{I-8-18})$$

i

$$\phi = \phi(x, y), \quad \lambda = \lambda(x, y), \quad (\text{I-8-19})$$

smatrajući da ove funkcije zadovoljavaju predhodno navedene uslove I - III.

Kako prva osnovna kvadratna forma površi obrtnog elipsoida ima oblik:

$$ds^2 = r^2(d\phi^2 + d\lambda^2), \quad (\text{I-8-20})$$

i kako je izometrijska širina uvedena na osnovu diferencijalnog odnosa

$$dq = \frac{M}{r} d\phi, \quad (I-8-21)$$

gde su M i r poluprečnici krivina respektivno meridijana i paralela, to će važiti:

$$x_q = \frac{r}{M} x_\phi, \quad y_q = \frac{r}{M} y_\phi \quad (I-8-22)$$

Opštepoznate formule teorije deformacija za slučaj preslikavanja (I-8-18) dalje slede na osnovu relacija (I-8-22), (I-6-16), (I-6-17), (I-6-19), (I-6-20), (I-6-23) i (I-6-24):

$$\begin{aligned} 1) \quad m^2 &= \frac{1}{M^2} (x_\psi^2 + y_\phi^2), & 2) \quad n^2 &= \frac{1}{r^2} (x_\lambda^2 + y_\lambda^2), \\ 3) \quad \operatorname{tg}(\psi) &= \frac{y_\phi}{x_\phi}, & 4) \quad \operatorname{tg}(\chi) &= \frac{y_\lambda}{x_\lambda}, \\ 5) \quad \operatorname{tg}(\gamma) &= -\frac{y_\phi}{x_\phi}, & 6) \quad \operatorname{tg}(\theta) &= \frac{x_\phi y_\lambda - x_\lambda y_\phi}{x_\phi x_\lambda + y_\phi y_\lambda}, \\ 7) \quad \operatorname{tg}(\varepsilon) &= \frac{x_\phi x_\lambda + y_\phi y_\lambda}{x_\lambda y_\phi - x_\phi y_\lambda}, & 8) \quad p &= \frac{1}{M r} (x_\phi y_\lambda - x_\lambda y_\phi). \end{aligned} \quad (I-8-23)$$

Ovde se karakteristike preslikavanja m i n sada mogu smatrati razmerama u pravcu meridijana i paralela, karakteristike ψ i χ azimutima (u ravni) slika meridijana i paralela, ugao γ konvergencijom meridijana u ravni, uglovi θ i ε uglovima između meridijana i paralele u projekciji i p razmerom površina.

Za nezavisne grupe poslednjih karakteristika mogu se uzeti sledeće grupe:

$$[m, n, \psi, \chi]; \quad [m, n, \gamma, \Theta]; \quad [m, n, \gamma, \epsilon].$$

Na osnovu jedne od nezavisnih grupa karakteristika treba formulirati sistemom diferencijalnih jednačina koji omogućuju da se na osnovu zadatog rasporeda deformacija dobiju jednačine projekcija (I-8-18) i (I-8-19). Pomoću ovog sistema može se rešavati, kako je to već ranije rečeno, obrnuti problem matematičke kartografije.

Dakle, posmatrajmo osnovni sistem diferencijalnih jednačina (I-8-15), koji opisuje preslikavanje proizvoljne regularne površi na ravan.

$$\begin{aligned} \psi_v m - n_u \sin(\Theta) - \psi_u n \cos(\Theta) - \Theta_u n \cos(\Theta) &= (\ln k)_u n \sin(\Theta) \\ m_v - n_u \cos(\Theta) + \psi_u n \sin(\Theta) + \Theta_u n \sin(\Theta) &= (\ln k)_u n \cos(\Theta) - m (\ln k)_v \end{aligned}$$

Ako za površ preslikavanja izaberemo obrtni elipsoid, onda se posle odgovarajuće zamene promenljivih, posle niza transformacija dobija iz sistema (I-8-15) osnovni sistem diferencijalnih jednačina u sledećem obliku:

$$\begin{aligned} r n \gamma_\phi &= M m_\lambda \sec(\epsilon) + r n_\epsilon \phi + r n_\phi \operatorname{tg}(\epsilon) + n r_\phi \operatorname{tg}(\epsilon) \\ - M m \gamma_\lambda &= M m_\lambda \operatorname{tg}(\epsilon) + r n_\phi \sec(\epsilon) + n r_\phi \sec(\epsilon) \end{aligned} \tag{I-8-24}$$

Ako uvedemo oznake

$$\mu = m M, \quad \nu = n r, \tag{I-8-25}$$

sistem (I-8-24) će biti zapisan u nešto kraćem obliku.

$$\begin{aligned} v \gamma_{\phi} &= \mu_{\lambda} \sec(\epsilon) + v_{\phi} \operatorname{tg}(\epsilon) + \epsilon_{\phi} v \\ -\mu \gamma_{\lambda} &= \mu_{\lambda} \operatorname{tg}(\epsilon) + v_{\phi} \sec(\epsilon). \end{aligned} \quad (I-8-26)$$

Iako osnovni sistem diferencijalnih jednačina (I-8-26) sastavljen za grupu nezavisnih karakteristika $[m, n, \gamma, \epsilon]$ funkcioniše i u slučaju preslikavanja proizvoljnih obrtnih površi na ravan, nas u ovom trenutku interesuje slučaj preslikavanje obrtnog elipsoida na ravan. Tada M i r imaju vrednost:

$$M = \frac{a(1-e^2)}{[1-e^2 \sin^2(\phi)]^{3/2}} \quad \text{i} \quad r = \frac{a \cos(\phi)}{[1-e^2 \sin^2(\phi)]^{1/2}}. \quad (I-8-27)$$

Sistem diferencijalnih jednačina (I-8-26) se sada može pisati u obliku:

$$\begin{aligned} n \gamma_{\phi} &= \frac{M}{r} m_{\lambda} \sec(\epsilon) + n_{\phi} \operatorname{tg}(\epsilon) + n \epsilon_{\phi} - \frac{M}{r} n \sin(\phi) \operatorname{tg}(\epsilon) \\ -m \gamma_{\lambda} &= m_{\lambda} \operatorname{tg}(\epsilon) + \frac{r}{M} n_{\phi} \sec(\epsilon) - n \sin(\phi) \sec(\epsilon). \end{aligned} \quad (I-8-28)$$

Poslednjim sistemom diferencijalnih jednačina se opisuje preslikavanje obrtnog elipsoida na ravan. Ovaj sistem nazivamo osnovnim sistemom diferencijalnih jednačina preslikavanja obrtnog elipsoida na ravan u geografskim koordinatama ili prema nekim autorima sistemom Ojler-Urmajeva.

Ovaj sistem ima svojstva osnovnog sistema (I-8-14), i to prvo, neodređenost (četiri karakteristike vezane su dvema jednačinama) i drugo, kvazilinearanoš s obzirom na dve proizvoljne karakteristike (pri zadavanju dveju drugih). Pri pronalaženju novih projekcija svojstvo kvazilinearanoš ovog

sistema predstavlja posebnu vrednost u odnosu na formule teorije deformacija i jednačina Tiso-Urmajeva koje su, kako smo već naglasili, nelinearne.

Sistem Ojler-Urmajeva daje neophodne i dovoljne uslove egzistencije projekcije sa zadatim rasporedom deformacija, što za matematičku kartografiju ima fundamentalni značaj. Ovaj sistem stoga ima važne primene, a mi ćemo pomenuti one koje su nam ovde od značaja. Dakle, ovaj sistem

- 1) rešava obrnuti kartografski zadatak, dajući opštost u metodima pronalaženja novih kartografskih projekcija;
- 2) opisuje prirodne granice u prethodno zadatom rasporedu deformacija;
- 3) olakšava rešenje problema pronalaženja najboljih projekcija.

U prethodnom razmatranju date su osnovne jednačine matematičke kartografije. Pritom imamo na umu sledeće dve grupe formula:

- 1) formule teorije deformacija i njihovu modifikaciju - jednačine Tiso-Urmajeva, koje izražavaju svojstva preslikavanja na osnovu njihovih definitivnih jednačina preslikavanja (I-8-18) ili (I-8-19) i;
- 2) osnovni sistem diferencijalnih jednačina matematičke kartografije i sistem Ojler-Urmajeva koji daju uslove egzistencije projekcije sa zadatim rasporedom deformacija.

U vezi pomenutih jednačina daćemo sledeću napomenu. Zbog mogućnosti nejednoznačnog izbora nezavisnih karakteristika preslikavanja možemo menjati strukturu jednačina prve grupe koje mogu da se odnose na ovde razmatrane ili neke druge karakteristike, no ovakav izbor jednačina prve grupe ne menja njihovu suštinu, pri proizvoljnom izboru i njihovom kombinovanju u nepohodnom broju one daju svojstva projekcije prema njenim

definitivnim jednačinama preslikavanja.

Analogno svojstvo imaju i jednačine druge grupe. Umesto osnovnog sistema jednačina ili sistema Ojler-Urmajeva mogu se izvesti drugi sistemi koji odgovaraju drugim nezavisnim karakteristikama. No, broj analognih sistema ne menja njihovu suštinu. Takvi sistemi izražavaju neophodan i dovoljan uslov egzistencije preslikavanja (u klasi dva puta neprekidno diferencijabilnih preslikavanja sa pozitivnim Jakobijanom) sa prethodno zadatim rasporedom deformacija, te je na taj način moguće da se udaljimo od konkretnog izbora karakteristika preslikavanja prihvaćenih za osnovne. Ipak, usvajanje karakteristika $[m, n, \psi, \chi]$ i $[m, n, \gamma, \varepsilon]$ za osnovne smatramo najpogodnijim kako sa teorijskog, tako i sa praktičnog stanovišta što će se u narednim odeljcima i jasnije pokazati.

9. OSNOVNI SISTEM DIFERENCIJALNIH JEDNAČINA
KOJIMA SE OPISUJE KONFORMNO PRESLIKAVANJE
OBRTNOG ELIPSOIDA NA RAVAN

Konformnim projekcijama nazivamo one projekcije kod kojih u posmatranoj tački linearna razmera ne zavisi od azimuta pravaca linearnog elementa. Iz ove definicije sledi svojstvo konformnih projekcija: da kod njih nema deformacija uglovnih veličina. Stoga se konformne projekcije nekada definišu i kao projekcije kod kojih se zadržava jednakost uglova na originalnoj i projekcionoj površi. Iz ove definicije sada sledi njihovo svojstvo nezavisnosti linearne razmere od azimuta linearnog elementa.

Razmotrimo jednačine koje opisuju konformna kartografska preslikavanja, a koje slede iz navedenih definicija.

Opšte svojstvo konformnog preslikavanja na osnovu prve definicije može se izraziti na sledeći način:

$$c = a = b = m = n. \quad (I-9-1)$$

Na osnovu svojstva da je $a = b$ i formule (I-6-36) očigledno je da je maksimalna uglovna deformacija kod konformnih projekcija jednaka nuli, odnosno da nema uglovnih deformacija tj.

$$\omega = \omega_{\max} = 0. \quad (I-9-2)$$

Iz druge definicije konformnog preslikavanja (preslikavanje kod kojeg nema deformacije uglova) i formule (I-6-36) sledi da je i maksimalna uglovna deformacija jednaka nuli, tj. da je $a = b$. Dalje je očigledno da su svojstva konformnog preslikavanja i na osnovu ove definicije izraženi pomoću (I-9-1).

Opšti izraz za linearnu razmeru (I-6-7) može se napisati u obliku:

$$c^2 = \frac{E + 2F \left[\frac{dl}{dq} \right] + G \left[\frac{dl}{dq} \right]^2}{N^2 \cos^2(\phi) \left[1 + \left[\frac{dl}{dq} \right]^2 \right]} \quad (I-9-3)$$

Posmatrajući ovaj izraz i imajući u vidu da je azimut linearnog elementa na površi obrtnog elipsoida dat sa:

$$\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{dl}{dq},$$

očigledno je da linearna razmera neće zavisiti od azimuta linearnog elementa ukoliko ne zavisi od $\left(\frac{dl}{dq} \right)$, odnosno ako i samo ako je ispunjen uslov da je:

$$\frac{E}{N^2 \cos^2(\phi)} = \frac{G}{N^2 \cos^2(\phi)} = t^2(q, l) \quad (I-9-4)$$
$$F = 0.$$

Uslovi (I-9-4) mogu se napisati i u obliku:

$$\begin{aligned} E &= t^2(q, l) N^2 \cos^2(\phi) \\ F &= 0 \\ G &= t^2(q, l) N^2 \cos^2(\phi). \end{aligned} \quad (I-9-5)$$

Na osnovu poslednjih izraza formula za linearnu razmeru (I-9-3) se sada može pisati u obliku:

$$c^2 = \frac{t^2(q, l) N^2 \cos^2(\phi) \left[1 + \left(\frac{dl}{dq} \right)^2 \right]}{N^2 \cos^2(\phi) \left[1 + \left(\frac{dl}{dq} \right)^2 \right]} = t^2(q, l)$$

odakle se vidi da on isključivo zavisi od položaja posmatrane tačke na obrtnom elipsoidu, odnosno od njenih koordinata q i l .

Na osnovu drugog uslova iz (I-9-5) i na osnovu formule (I-6-23) proističe da se kod konformnih projekcija ugao između koordinatnih linija na obrtnom elipsoidu preslikava kao prav ugao, odnosno da je slika parametarskih linija obrtnog elipsoida ortogonalna. Ova činjenica se zapisuje kao:

$$\theta = \pi/2 \quad (I-9-6)$$

S druge strane, na osnovu formula (I-6-34) mogu se dobiti uslovi konformnosti preslikavanja i kao:

$$\theta = \pi/2, \quad m = n \quad (I-9-7)$$

Korisno uočiti i sledeće: generisanje konformnog preslikavanja obrtnog elipsoida na ravan istovetno je uvođenju izometrijske parametrizacije na obrtnom elipsoidu. Ovo možemo pokazati ako dovedemo prvu osnovnu kvadratnu formu obrtnog elipsoida na oblik:

$$ds^2 = k^2(\phi, l) (dq^2 + dl^2) \quad (I-9-8)$$

i uzmemo da u ravni važi:

$$dS^2 = dx^2 + dy^2, \quad (I-9-9)$$

a zatim ćemo, pretpostavljajući da funkcije preslikavanja glase:

$$x = q, \quad y = l, \quad (I-9-10)$$

dobiti preslikavanje obrtnog elipsoida sa linearnom razmerom:

$$c^2 = \frac{dx^2 + dy^2}{k^2(\phi, l) (dq^2 + dl^2)} = \frac{dq^2 + dl^2}{k^2(\phi, l) (dq^2 + dl^2)} = \frac{1}{k^2(\phi, l)}$$

koja ne zavisi od azimuta pravca linearnog elementa, odnosno dobićemo konformno preslikavanje.

Sagledajmo dalje kako glasi osnovni sistem diferencijalnih jednačina koji opisuje preslikavanje obrtnog elipsoida na ravan za konformne projekcije.

Prepišimo sistem (I-8-26), odnosno osnovni sistem diferencijalnih jednačina matematičke kartografije, dat za slučaj preslikavanja proizvoljne obrtne površi na ravan,

$$\begin{aligned} \nu \gamma_{\phi} &= \mu_{\lambda} \sec(\varepsilon) + \nu_{\phi} \operatorname{tg}(\varepsilon) + \varepsilon_{\phi} \nu \\ -\mu \gamma_{\lambda} &= \mu_{\lambda} \operatorname{tg}(\varepsilon) + \nu_{\phi} \sec(\varepsilon) \end{aligned}$$

podsecajući na označavanja data sa (I-8-25)

$$\mu = m M, \quad \nu = n r.$$

Ukoliko na sistem (I-8-26) primenimo uslove konformnosti preslikavanja (I-9-7), videćemo da će osnovni sistem diferencijalnih jednačina za slučaj konformnog preslikavanja proizvoljne obrtne površi na ravan dobiti oblik:

$$\tau_{\phi} = \frac{\mu_{\lambda}}{\nu}$$

(I-9-11)

$$\tau_{\lambda} = \frac{\nu_{\phi}}{\mu}$$

II KRITERIJUMI OCENE KVALITETA PROJEKCIJE

1. U V O D

Bilo koje dve porodice krivih u ravni koje se uzajamno seku, proglašene za projekcije parametarskih linija obrtnog elipsoida, mogu određivati neku kartografsku projekciju. Na sličan način bilo koje dve jednačine oblika (I-5-10) ili u opštijem slučaju jednačina oblika (I-2-1) takođe određuju neku projekciju. Dakle, jasno je da je pronalaženje novih projekcija relativno jednostavan zadatak. Teškoće nailaze onda kada želimo da definišemo projekciju koja je bolja od svih dosad pronađenih ili kada želimo da optimiziramo poznate projekcije. Ovaj problem je u kartografiji inače poznat kao "pronalaženje optimalnih projekcija". Prema tome, svako ko bi imao ambicije da realizuje ovakav zadatak trebalo bi da eksplicitno navede koje kriterijume ocene kvaliteta projekcije pritom koristi (Kavrajski, 1959).

Pre nego što se upustimo u dublja razmrtanja ove problematike neophodno je konstatovati neke činjenice vezane kako za opšte uslove izbora projekcije, tako i za sredstva savremene tehnologije izrade karte. Stoga, kao osnovno, navedimo najpre da je kriterijum izbora projekcije (a takođe i izbor tipa projekcije) direktno zavisano od geometrijskog oblika i položaja kartografsane teritorije, razmere i namene buduće karte. Pored toga, u stranoj i domaćoj literaturi kao značajni kriterijumi izbora projekcije često se navode jednostavnost konstrukcije mreže meridijana i paralela i jednostavnost formula za računanje pravouglanih koordinata i karakteristika projekcije. Svakako da poslednje kriterijume ne treba prenebreći, no s obzirom na danas evidentno veliku rasprostranjenost računara i računarski orijentisanih

grafičkih dizajn sistema, kao i na sve češće prisutan savremeni koncept karte (kao „digitalnog grafičkog dokumenta“), jasno je da pomenuti kriterijumi dobijaju drugostepeni značaj.

Savremena kartografska misao prihvatila je dve definicije optimalnih projekcija: idealne i najbolje projekcije.

Koncept idealne kartografske projekcije prvi je formulisao sovjetski kartograf Kavrajski 1959. godine na sledeći način: *„Moguće je tražiti projekciju pod takvim jedinstvenim uslovom da najveće linearne deformacije u celoj oblasti preslikavanja budu minimalne“*.

Iako zvuči prirodno smatramo da je ova formulacija nepotpuna, jer uz nju nije data definicija minimalnosti deformacija. Stoga nije čudno što za ovakvu formulaciju optimalne projekcije još uvek u opštem slučaju nije data interpretacija jezikom matematike niti je do danas poznata i jedna idealna projekcija.

S druge strane, dokazano je [Milnor (Milnor), 1969] da, ako se kao mera kvaliteta projekcije (odnosno minimuma deformacija za posmatrano područje preslikavanja) uzme logaritam odnosa maksimalne i minimalne linearne razmere, onda za svako područje na sferi¹ postoji kartografska projekcija sa minimumom deformacija. Međutim, iako je dokaz poslednje tvrdnje relativno jednostavan, na osnovu njega ne sledi jasno odgovor na mnoga bitna pitanja kao što su: Da li je ova projekcija jedinstvena? Da li su funkcije preslikavanja ove projekcije diferencijabilne? Kako je uopšte moguće odrediti ovu projekciju ili barem njenu blisku aproksimaciju? Kako odrediti meru kvaliteta ove projekcije?

Zbog ovakvih teškoća, ima smisla usvojiti predlog Mešcerjakova, gde umesto da tražimo jedinstvenu idealnu projekciju

¹ Verovatno je moguće izvesti i analogan dokaz za slučaj preslikavanja obrtnog elipsoida na ravan.

posmatranog područja preslikavanja možemo potražiti najbolju projekciju iz unapred izabrane klase (familije) projekcija. Pritom ćemo klasu projekcija birati na osnovu opštih kriterijuma izbora projekcije kao što su oblik, položaj, razmera i namena buduće karte.

Dakle, upoređujući više projekcija iz jedne klase koje dolaze u obzir, izabraćemo onu najbolju. Na ovaj način problem izbora projekcije se unekoliko pojednostavljuje, no još uvek treba definisati kriterijume upoređenja kvaliteta projekcija koje su ušle u "uži izbor". Naime, prirodno je da se najboljom projekcijom iz izabrane klase smatra ona kod koje su deformacije svedene na minimum. S druge strane, definicija "minimuma deformacija" za posmatrano područje preslikavanja može se dati na različite načine. Stoga, mnogi autori (Kavrajski, 1959; Meščerjakov, 1968 ili Frankić, 1982), razmatraju više opštih kriterijuma ocene kvaliteta projekcije s obzirom na minimum deformacija kao što su: kriterijum Ajrija, kriterijum Jordana, kriterijum Ajri-Kavrajskog ili kriterijum Jordana-Kavrajskog.

Pored navedenih kriterijuma mi smatramo da je pri definisanju minimuma deformacija za neku projekciju neophodno uzeti u obzir i kriterijume kao što su: minimum apsolutne promene (opsega promene) linearne deformacije, minimum relativne promene linearne deformacije ili minimum relativne promene logaritma linearne razmere. Objašnjenja ovih kriterijuma daćemo u narednim odeljcima.

Interesantno je primetiti da navedeni kriterijumi mogu uspešno da se primene kako pri upoređenju, tako i pronalaženju projekcija iz proizvoljnih klasa. Pronalaženje projekcija koje zadovoljavaju bilo koji od ovih kriterijuma svodi se na rešavanje varijacionog zadatka sa uslovnim ekstremumom. Stoga ovako definisane numeričke kriterijume ocene kvaliteta projekcija nazivamo kriterijumima varijacionog tipa, a kartografske projekcije koje nastaju zadovoljavanjem ovog kriterijuma nazivamo

najboljim projekcijama varijacionog tipa.

Za istraživanje konformnih projekcija poseban značaj ima kriterijum Čebiševa koji je formulisan Čebiševljevom teoremom. Suština ovog kriterijuma je u tome da se traži projekcija kod koje maksimum modula logaritma linearne razmere ima minimalnu vrednost što predstavlja tipičan minimakсни zadatak. Otuda ovaj kriterijum nazivamo i kriterijumom minimaksa, a kartografske projekcije koje se generišu na osnovu zadovoljavanja ovog kriterijuma nazivamo najboljim projekcijama minimaksnog tipa.

Dakle, prirodno bi bilo da sve numeričke kriterijume ocene kvaliteta projekcije sa aspekta minimalnosti deformacija podelimo na kriterijume varijacionog tipa i kriterijum minimaksnog tipa.

Prilikom definisanja kriterijuma kvaliteta projekcije treba imati u vidu da kartografske projekcije u opštem slučaju izazivaju neizbežne deformacije dužina, uglova i površina originalne površi, ali i da je moguće ostvariti preslikavanja kod kojih su eliminisane ili uglovne deformacije (konformne projekcije) ili deformacije površina (ekvivalentne projekcije). Međutim, linearne deformacije su uvek prisutne. Prema tome, opšta mera kvaliteta projekcije mora sadržati linearne deformacije, i to linearne deformacije na celom području preslikavanja. Drugim rečima, osnovni faktor pri definisanju kriterijuma izbora i kvaliteta projekcije mora biti raspored linearnih deformacija na celokupnom području preslikavanja.

Dalje, pri formulisanju ovih kriterijuma treba imati u vidu dva principa:

- 1) da se kvalitet projekcije ocenjuje prema srednjoj linearnoj deformaciji na celom području preslikavanja. Pritom se pod srednjom deformacijom može podrazumevati ili srednjkvadratska deformacija ili srednja aritmetička deformacija (računata sa apsolutnim vrednostima deformacija).

- 2) da se najveće apsolutne vrednosti linearnih deformacija za

posmatranu projekciju učine minimalnim.

Na osnovu ovih preliminarnih formulacija, iako očigledno još nepotpunih, jasno je da su pri oceni kvaliteta projekcija pozitivne i negativne veličine linearnih deformacija istog značaja, pa je za precizniju formulaciju i prevođenje na jezik matematike neophodno da se:

- odredi mera apsolutnih linearnih deformacija u zadanom pravcu u jednoj posmatranoj tački,
- odredi mera ukupnih linearnih deformacija u datoj tački za sve pravce (i nezavisno od pravaca) i
- odredi mera srednje linearne deformacije na celom području preslikavanja.

2. MERE LOKALNIH LINEARNIH DEFORMACIJA U ZADATOM PRAVCU

Posmatrajmo u nekoj tački na karti dovoljno malu dužinu s u pravcu α . Neka je lokalna linearna razmera u ovoj tački i u pravcu α jednaka c_α . Ne gubeći na opštosti, smatramo da je glavna razmera karte jednaka jedinici. Tada će deformacija dužine s ili apsolutna greška ove dužine nastala usled "nesavršenosti" karte (odnosno kartografske projekcije) biti:

$$d_\alpha = s - \frac{s}{c_\alpha} \quad (\text{II-2-1})$$

Na osnovu relativne greške ove dužine u odnosu na njenu pravu vrednost

$$d_\alpha = \frac{s - \frac{s}{c_\alpha}}{\frac{s}{c_\alpha}} = c_\alpha - 1 \quad (\text{II-2-2})$$

biće definisana velična linearne deformacije kojom se najčešće izražava mera deformacija dužina u datoj tački i u datom pravcu.

U matematičkoj kartografiji, međutim, služimo se i drugim veličinama koje izražavaju meru lokalnih deformacija. Tako nam, na primer, može poslužiti veličina

$$d_\alpha = \frac{s - \frac{s}{c_\alpha}}{s} = 1 - 1/c_\alpha \quad (\text{II-2-3})$$

koja predstavlja relativni odnos apsolutne greške dužine i

deformisane dužine.

Mnogi autori, kao što su Čebišev, Markov (Markov), Veber (Weber) koristili su za lokalnu meru deformacija dužina prirodni logaritam linearne razmere:

$$d_{\alpha} = \ln(c_{\alpha}). \quad (\text{II-2-4})$$

Linearna deformacija se može izraziti i veličinom:

$$d_{\alpha} = \frac{1}{2} (c_{\alpha}^2 - 1). \quad (\text{II-2-5})$$

Očigledno je da veličine d_{α} , d'_{α} , d''_{α} i d'''_{α} mogu biti izražene jedna preko druge na osnovu relacije:

$$c_{\alpha} = 1 + d_{\alpha} = \frac{1}{1 - d'_{\alpha}} = e^{d''_{\alpha}} = \sqrt{1 + 2 d'''_{\alpha}} \quad (\text{II-2-6})$$

i da se one međusobno razlikuju samo malim veličinama drugog i viših redova u odnosu na same te veličine. Prema tome irelevantno je koju ćemo od njih koristiti kao meru deformacija, te možemo izabrati onu koja će nas dovesti do najjednostavnijih izvođenja i formulacija u procesu iznalaženja optimalne projekcije.

Međutim, u mnogim slučajevima najbolje odgovara veličina izražena pomoću (II-2-4), jer je na osnovu osobine logaritamske funkcije kod koje važi da je:

$$|\ln(c_{\alpha})| \cong |\ln(1/c_{\alpha})| \quad (\text{II-2-7})$$

izražena podjednaka važnost (nepoželjnost) pojave razmera koje su

manje i razmera koje su veće od jedinice. S druge strane, u tačkama, gde je $c_\alpha = 0$ i gde je $c_\alpha = \infty$ i gde kartu apsolutno ne treba koristiti, logaritamska funkcija $\ln(c_\alpha)$ teži beskonačnosti. Nasuprot razmatranoj meri linearne deformacije izraženoj pomoću (II-2-4) mere izražene pomoću (II-2-2) i (II-2-3) i (II-2-5) nemaju navedenu osobinu, jer sve dobijaju konačnu vrednost, bilo kada je $c_\alpha = 0$, ili kada je $c_\alpha = \infty$.

U prilog izboru veličine (II-2-4) za meru deformacija kao najprirodnije, a ne ostalih navedenih, govori i to da će kod konformnih i ekvidistantnih projekcija pri minimizaciji veličine (II-2-4) biti minimizovana i vrednost logaritma razmere površina. Prethodni iskaz je tačan jer za konformne projekcije važi:

$$p = c^2, \quad (\text{II-2-8})$$

pa kada je

$$\ln(c) = \min, \quad (\text{II-2-9})$$

biće i

$$\ln(p) = 2 \ln(c) = \min. \quad (\text{II-2-10})$$

Za ekvidistantne projekcije se analogno, ne gubeći na opštosti, može pisati:

$$b = 1, p = a, \quad (\text{II-2-11})$$

pa kada je

$$\ln(a) = \min, \quad (\text{II-2-12})$$

biće i

$$\ln(p) = \min. \quad (\text{II-2-13})$$

Sličnim razmatranjem može se ustanoviti da će kod ekvivalentnih i ekvidistantnih projekcija pri minimizaciji veličine (II-2-4) biti minimizovana i vrednost deformacije uglova, jer kod ekvivalentnih projekcija važi:

$$\operatorname{tg}(\pi/4 + \omega/4) = \sqrt{a}, \quad (\text{II-2-14})$$

a kod ekvidistantnih projekcija važi:

$$\operatorname{tg}(\pi/4 + \omega/4) = a. \quad (\text{II-2-15})$$

Pri minimizovanju mera deformacija određenih veličinama (II-2-2), (II-2-3), (II-2-5) razmatrana osobina u opštem slučaju, međutim, ne mora biti ispunjena.

3. MERE UKUPNIH LOKALNIH LINEARNIH DEFORMACIJA ZA SVE PRAVCE

Britanski astronom Džordž Ajri je 1861. godine prvi uveo u matematičku kartografiju, po analogiji sa teorijom grešaka, pojam linearne srednjekvadratske deformacije u celoj oblasti preslikavanja. Pritom je za meru linearne deformacije u posmatranoj tački, odnosno za linearnu srednjekvadratsku deformaciju po glavnim pravcima definisao veličine:

$$(\epsilon_A^1)^2 = \left[\frac{a}{b} - 1 \right]^2 + [ab - 1]^2 \quad (\text{II-3-1})$$

1

$$(\epsilon_A^2)^2 = \frac{1}{2} \left[(a - 1)^2 + (b - 1)^2 \right] \quad (\text{II-3-2})$$

Uvedemo li veličine

$$d_a = a - 1, \quad d_b = b - 1 \quad (\text{II-3-3})$$

koje predstavljaju deformacije ekstremnih linearnih razmera, onda izraz (II-3-2) možemo pisati u obliku:

$$(\epsilon_A^2)^2 = d_a^2 + d_b^2, \quad (\text{II-3-4})$$

Lako je pokazati dalje da važi:

$$(\epsilon_A^1)^2 = 4 \left[(\epsilon_A^2)^2 + 0(d_a^3 + d_b^3) \right], \quad (\text{II-3-6})$$

gde smo pomoću $O(d_a^3 + d_b^3)$ označili članove trećeg i viših redova.

S druge strane, iz opšte teorije deformacija poznato je da je maksimalna deformacija ugla data pomoću:

$$\sin(\omega_0) = \frac{a - b}{a + b} = \frac{\frac{a}{b} - 1}{\frac{a}{b} + 1} \quad (\text{II-3-6})$$

ili da je u radijanima približno:

$$\omega_0 = \frac{a}{b} - 1. \quad (\text{II-3-7})$$

Takođe znamo da se deformacija površina definiše pomoću:

$$d_p = ab - 1. \quad (\text{II-3-8})$$

Stoga je očigledno da se u izrazima (II-3-1) i (II-3-2) sadrže približne vrednosti maksimalne deformacije ugla, a takođe i deformacije površine.

Uopštavajući formulu za linearnu srednjekvadratsku deformaciju (II-3-1), nemački kartograf Klingač (Klingatsch) je 1897. godine uveo težine za deformacije uglova i deformacije površina, što je izrazio formulom:

$$\varepsilon_k^2 = \frac{p_\omega \left[\frac{a}{b} - 1 \right]^2 + p_p \left[ab - 1 \right]^2}{p_\omega + p_p} \quad (\text{II-3-9})$$

Na taj način, u procesu optimizacije kartografskih projekcija možemo davati različite vrednosti težinama za deformaciju uglova ili deformaciju dužina prema zahtevima koji se pred nas za buduću

kartu postavljaju. Ukoliko se pretpostavi podjednaki stepen važnosti deformacija uglova i površina, odnosno, kada je $p_u = p_p$, linearna srednjekvadratska deformacija po Klingaču (II-3-9) biće jednaka linearnoj srednjekvadratskoj deformaciji po Ajriju (II-3-2).

Ako za meru deformacija dužina u datoj tački i u pravcu α uzmemo deformaciju dužina (II-2-1), onda će srednjekvadratska linearna deformacija, uzimajući u obzir sve pravce, biti izražena formulom:

$$\epsilon_J^2 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (c - 1)^2 d\alpha, \quad (\text{II-3-10})$$

koju je predložio nemački geodeta Jordan 1896. godine.

Kavrajski je 1958. godine predložio modifikaciju prethodne formule Jordana i formule Ajrija (II-3-2) uvodeći logaritamsku meru linearne deformacije (II-2-4):

$$\epsilon_{AK}^2 = \frac{1}{2} \left[\ln^2(a) + \ln^2(b) \right], \quad (\text{II-3-11})$$

odnosno

$$\epsilon_{JK}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \ln^2(c) d\alpha. \quad (\text{II-3-12})$$

Poslednje dve formule za srednjekvadratsku deformaciju nose naziv respektivno Ajri-Kavrajskog i Jordan-Kavrajskog.

4. MERE SREDNJE LINEARNE DEFORMACIJE PODRUČJA PRESLIKAVANJA

Da bismo ocenili meru srednje deformacije neke kartografske projekcije na celom području preslikavanja podelimo ovo područje na male figure jednakih površina. Prihvatimo li jednu od prethodno definisanih mera lokalnih linearnih deformacija definisanih pomoću (II-3-2), (II-3-10), (II-3-11) ili (II-3-12) u centrima tih malih figura, možemo obrazovati ukupnu meru srednjekvadratske deformacije za celu površinu E , kao sumu svih lokalnih mera deformacija:

$$E_i^2 = \frac{1}{P} \int_P \epsilon_i^2 dP, \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{II-4-1})$$

gde P predstavlja ukupnu površinu posmatranog područja preslikavanja, a dP površinu elementarne figure.

Veličine dobijene ovakvim sumiranjem predstavljaće meru ukupne deformacije na celom području preslikavanja i možemo ih zvati totalnim deformacijama. Ove veličine mogu se koristiti kako kao kriterijumi poredenja kvaliteta projekcija, tako i kao uslovi pri definisanju i pronalaženju novih optimalnih projekcija.

Ako za meru srednje linearne deformacije u maloj okolini posmatrane tačke usvojimo srednjekvadratsku deformaciju po Ajriju, može se formulisati Ajrijev kriterijum ocene kvaliteta projekcije ili totalna linearna deformacija po Ajriju:

$$E_A^2 = \frac{1}{2P} \int_P \left[(a - 1)^2 + (b - 1)^2 \right] dP. \quad (\text{II-4-2})$$

Ako prihvatimo za meru lokalne srednje linearne deformacije logaritamsku modifikaciju Ajrijeve mere po Kavrajskom, dobićemo kriterijum ocene kvaliteta projekcije poznat kao kriterijum Ajri-Kavrajskog ili totalnu deformaciju Ajri-Kavrajskog:

$$E_{Ak}^2 = \frac{1}{2P} \int_P \left[\ln^2(a) + \ln^2(b) \right] dP. \quad (II-4-3)$$

Ako, međutim, uzimemo umesto Ajrijeve verzije lokalne srednje linearne deformacije odgovarajuću Jordanovu i uz odgovarajuću logaritamsku modifikaciju Kavrajskog primenimo ih na celo područje preslikavanja u cilju formulisanja kriterijuma za ocenu kvaliteta projekcije, dobićemo Jordanov kriterijum, odnosno kriterijum Jordana-Kavrajskog:

$$E_J^2 = \frac{1}{2\pi P} \int_P \int_0^{2\pi} (c - 1)^2 d\alpha dP, \quad (II-4-4)$$

odnosno

$$E_{JK}^2 = \frac{1}{2\pi P} \int_P \int_0^{2\pi} \ln^2(c) d\alpha dP. \quad (II-4-5)$$

Na osnovu prethodnog razmatranja, gde smo konstatovali da se logaritmi linearnih razmera malo razlikuju (malim veličinama drugog i viših redova) od odgovarajućih linearnih deformacija, ovde se može konstatovati da će se i rezultati u oceni kvaliteta projekcija ili optimizaciji projekcija dobijeni na osnovu

logaritamskih kriterijuma (Ajri-Kavrajskog i Jordana-Kavrajskog) malo razlikovati od odgovarajućih nelogaritamskih (Ajrija i Jordana).

Posmatrano sa teorijske tačke gledišta kriterijum Jordana-Kavrajskog je svakako bolji od kriterijuma Ajri-Kavrajskog, jer on za posmatranu tačku tretira deformacije u svim pravcima, a ne samo deformacije u glavnim pravcima.

U praksi, međutim, najčešće je komplikovano ili čak nemoguće analitički odrediti vrednost integrala (II-3-12) te smo prinuđeni da se poslužimo njegovom aproksimacijom na osnovu numeričkih metoda integracije. Problem analitičke integracije se u praksi komplikuje i zbog toga što je konturnu liniju područja preslikavanja najčešće nemoguće dati jednostavnim analitičkim izrazom.

U slučaju konformnih projekcija kriterijum Ajrija i kriterijum Jordana su identični, jer oba izraza (II-4-2) i (II-4-4) postaju:

$$E_{AJ}^2 = \frac{1}{\pi} \int_P (c - 1)^2 dP, \quad (\text{II-4-6})$$

Slično, kod konformnih projekcija kriterijum Ajri-Kavrajskog i kriterijum Jordana-Kavrajskog postaju identični izrazi:

$$E_{AJK}^2 = \frac{1}{\pi} \int_P \ln^2 |z| dP. \quad (\text{II-4-7})$$

Da bismo bolje rasvetlili odnos između kriterijuma Ajrija i kriterijuma Jordana, u opštem slučaju, navešćemo bez dokaza dva stava Kavrajskog, gde on razmatra primenu ovih kriterijumima za

pronalaženje najboljih kartografskih projekcija.

Prvi stav se odnosi na slučaj kada se unapred ne zahteva da projekcija bude određenog tipa (konformna ili ekvivalentna) te se kaže: "Jasno je da ćemo pri pronalaženju najboljih projekcija u smislu kriterijuma Ajrija dobiti, u opštem slučaju, projekcije koje su bliže konformnim, dok ćemo u slučaju, kada budemo koristili kriterijum Jordana dobijati projekcije koje su bliže ekvivalentnim."

Drugi stav se odnosi na slučaj kada se zahteva da projekcija bude određenog tipa: "Kada je za projekciju unapred uslovljeno da bude konformna, ekvivalentna ili ekvidistantna, kriterijum Ajrija i kriterijum Jordana se pokazuju približno ekvivalentnim, tj. najbolje projekcije u smislu ova dva kriterijuma biće skoro identične".

Radi potpunosti treba navesti opšti kriterijum Hamera (Hammer, 1899) koji je za meru srednje deformacije dužina, uglova ili površina uzeo aritmetičku sredinu apsolutnih vrednosti odgovarajućih deformacija. Na osnovu pomenutog principa mera srednje deformacije za celo područje preslikavanja glasiće:

$$E_H = \frac{1}{P} \int_P |v| dP, \quad (\text{II-4-8})$$

gde sa $|v|$ označavamo aritmetičku sredinu apsolutnih vrednosti dužina, uglova ili površina u jednoj tački. Ovaj kriterijum ima više teorijski nego praktični značaj, jer se još od vremena Gausa koristimo kao opšteprihvaćenim principom minimuma sume kvadrata, a ne apsolutnih vrednosti grešaka.

U praktičnom delu ovog rada koristićemo još neke veličine, čiji minimum karakteriše kvalitet projekcije kao što su:

- Apsolutna vrednost promene (širina opsega promene) linearne razmere (deformacije):

$$\delta_m = \| m_{\max} - m_{\min} \| \quad (\text{II-4-9})$$

- Apsolutna vrednost promene apsolutnih vrednosti linearne deformacije:

$$\delta_d = \| |d_{\max}| - |d_{\min}| \| \quad (\text{II-4-10})$$

- Relativna promena linearne razmere:

$$p(\%) = \frac{m_{\max} - m_{\min}}{m_{\max}} 100 \% \quad (\text{II-4-11})$$

- Relativna promena logaritma linearne razmere:

$$p_1(\%) = \frac{\ln(m_{\max}) - \ln(m_{\min})}{\ln(m_{\max})} 100 \% \quad (\text{II-4-12})$$

5. KRITERIJUM ČEBIŠEVA

Kriterijum Čebiševa je kriterijum minimaksa na osnovu kog se traži najbolja konformna projekcija kao projekcija kod koje maksimum modula logaritma linearne razmere ima minimalnu vrednost. Ovaj kriterijum formulisan je teoremom Čebišev-Gravea.

1856 akademik P.L. Čebišev je formulisao teoremu koja kaže da će se pri konformnom preslikavanju neke oblasti ograničene zatvorenom konturom, logaritama linearnih razmera u tačkama ove oblasti najmanje razlikovati od nule, ukoliko se na konturi oblasti preslikavanja logaritama linearne razmere održava konstantnim.

Često se sreće i drugačija formulacija ove teoreme:

U klasi svih konformnih projekcija odnos maksimalne i minimalne linearne razmere biće na celom području preslikavanja najmanji kod one konformne projekcije kod koje se logaritama linearne razmere održava konstantnim na konturi oblasti preslikavanja.

Na osnovu kriterijuma Čebiševa daje se definicija čebiševske projekcije kao konformne projekcije kod koje su promene linearne razmere minimalizovane. Posle uvođenja ove definicije teorema Čebišev-Gravea može se formulisati i ovako:

Potreban i dovoljan uslov da bi konformna projekcija bila čebiševsaka je da se duž konture oblasti preslikavanja logaritama linearne razmere održava konstantnim.

Navedenu teoremu Čebišev je formulisao, ali nije dokazao. Dokaz teoreme dao je za slučaj algebarskih krivih kontura 1896. godine akademik D.A. Grave u svojoj doktorskoj disertaciji "O osnovnim zadacima matematičke teorije izrade geografskih karata". Zato ova teorema i nosi naziv teorema Čebišev-Gravea². Često se, međutim, ova teorema naziva i teoremom konformnog preslikavanja.

Interesantno je primetiti (Urmajev, 1947) da ni sam Grave, niti je iko čak i 50 godina posle dokazivanja ove teoreme, pokušao da je primeni u praksi. Ipak, ona ukazuje da obično primenjivane konformne kartografske projekcije mogu biti značajno bolje.

Za praktičnu primenu teoreme Čebišev-Gravea treba imati u vidu da granice područja preslikavanja najčešće nemaju oblik algebarski krivih kontura te da, u opštem slučaju, bez primene numeričkih metoda, nije moguće dobiti čebiševsku projekciju proizvoljnog područja preslikavanja. U tom smislu sam Čebišev u svom univerzitetskom izlaganju 8. februara 1856. godine kaže: "Da bi se postiglo najvernije preslikavanje neophodno je odrediti projekciju, na prethodno opisan način, intergišući karakteristične jednačine. Kako ova integracija treba da se izvrši pod uslovima koji zavise od oblika granica, a ove granice predstavljaju veoma složene krive, to, razume se, tačna integracija nije uvek moguća. No, praksa to i ne zahteva. Za nju je dovoljno da se ograničimo na tačnost razmere od nekoliko desetihiljaditih delova, a u tom slučaju se sve svodi na određivanje nekoliko koeficijenta koji, sa tačnošću dovoljnom za praksu, mogu biti lako izračunati prema obliku granica, ma kako one složene bile."

Što se tiče kvaliteta čebiševske projekcije treba dati i

² Graveov dokaz ove teoreme odlikuje se izuzetnom složnošću, pa zainteresovanog čitaoca upućujemo na dokaz koji je dao Milnor 1969. godine.

sledeću napomenu. Razmera površina kod konformnih projekcija računa se na osnovu poznate formule:

$$p = m^2 \quad (\text{II-5-1})$$

Kako se kod Čebiševskih projekcija optimizira logaritam linearne razmere, $\ln m$, automatski je optimiziran i logaritam razmere površina jer je tada:

$$\ln p = 2 \ln m \quad (\text{II-5-2})$$

Prema tome, od svih konformnih projekcija, Čebiševske projekcije su najbliže ekvivalentnim projekcijama.

Ovde treba reći da je značaj teoreme Čebišev-Gravea izuzetno velik, jer se na osnovu nje definiše kriterijum minimaksa za konformne projekcije. Analogni kriterijum (analogna teorema) za druge klase projekcija (na primer, za ekvivalentne projekcije), iako bi bio poželjan, do danas nije poznat. Neki autori (Kavrajski, Cinger) su pokušali da pomenuti kriterijum prošire za klasu ekvivalentnih projekcija, no ovi napori nisu dali pozitivne rezultate (Meščerjakov, 1968)

III OPTIMIZACIJA ADAPTABILNIH KONFORMNIH PROJEKCIJA

1. U V O D

Konformne projekcije čine specifičnu klasu projekcija sa nizom izuzetno dobrih osobina. Stoga je, iako konformne projekcije spadaju u najjednostavnije projekcije, njihova teorija u matematičkoj kartografiji najviše izučavana.

Opštu teoriju konformnog preslikavanja jedne površi na drugu razvio je Gaus (1777-1855) još pre više od sto šezdest godina (1825), iako su konformno preslikavanje sfere na ravan nezavisno razradili Ojler (Euler, 1707-1783) i Lambert (Lambert, 1728-1777), dok je konformno preslikavanje proizvoljnih obrtnih površi dao Lagranž (Lagrange, 1736-1813). Značaj radova ovih autora za geodeziju i kartografiju je velik, posmatrano kako sa teorijskog aspekta, tako i sa aspekta praktične primene. Međutim, treba reći da je u poslednjih sto godina teorija konformnih preslikavanja doživela višestruke modifikacije.

U ovom radu naša dalja razmatranja usmerićemo ka konformnim projekcijama, zato što se one zbog svojih dobrih osobina gotovo isključivo koriste kako u geodeziji za potrebe projekcija državnih mreža, tako i pri izradi topografskih karata.

Adaptabilnim kartografskim projekcijama nazivamo one kartografske projekcije kod kojih jedna izokola linearne razmere ima približno isti oblik kao granica oblasti preslikavanja. Adaptabilne konformne projekcije, u skladu sa teoremom Čebisev-Gravea, spadaju prema tome u grupu najboljih konformnih projekcija u čebisevskom smislu, odnosno u grupu čebisevskih projekcija.

S obzirom da za područja ograničena "nepravilnim" krivama

nije moguće tačno naći čebiševske projekcije, praktičan zadatak svodi se na iznalaženje takve konformne projekcije, kod koje jedna izokola prolazi kroz niz tačaka zadatih na granici zadanog područja preslikavanja.

Za rešenje ovog zadatka u literaturi su poznata dva pristupa:

a) Izražavanje parametara tražene projekcije preko elemenata eliptične izokole, koja je najbliža granici područja preslikavanja;

b) Rešavanje Poasonove ili Laplasove diferencijalne jednačine uz zadovoljenje graničnog uslova u nizu zadatih graničnih tačaka.

Prvi pristup iznalaženja adaptabilnih konformnih projekcija može biti efikasan za područja preslikavanja koja nisu velika, na primer, za male države. On se zasniva na tome da se kod konformne projekcije koja ima centralnu tačku u kojoj je linearna razmera jednaka jedinici i u kojoj se nalazi koordinatni početak Dekartovog pravouglog koordinatnog sistema, jednačina beskonačno male izokole izražava formulom:

$$d = m - 1 = Ax^2 - 2Bxy + \left[\frac{1}{2R_0^2} - A \right] = Ax^2 - 2Bxy + A'y^2, \quad (\text{III-1-1})$$

gde veličine A , B i A' zavise od položaja, razmera i orijentacije beskonačno male izokole, a jednake su:

$$A = \frac{1 - C \cos(2\alpha)}{4 R_0^2}, \quad B = \frac{C \cos(2\alpha)}{4 R_0^2}, \quad A' = \frac{1 + C \cos(2\alpha)}{4 R_0^2} \quad (\text{III-1-2})$$

gde su

$$C = \frac{1 - n^2}{1 + n^2}, \quad n = \frac{a}{b}, \quad R_0 = \sqrt{M_0 N_0} \quad (\text{III-1-3})$$

Ovde a i b predstavljaju poluose eliptične izokole izražene u stepenima luka velikog kruga, α je direkcionni ugao njene velike poluose, dok R_0 predstavlja poluprečnik srednje krivine Zemljinog elipsoida u centralnoj tački (ϕ_0, λ_0) .

Ako pomoću D označimo prečnik eliptične izokole, koji polovi ugao čiji su kraci njene poluose, možemo dobiti drugu približnu formulu za računanje deformacije dužina u okolini centralne tačke:

$$d = m - 1 = \left(\frac{D}{4 \mu_0 R_0} \right)^2 \quad (\text{III-1-4})$$

Ova formula se može koristiti za računanje prethodno očekivane linearne deformacije na izokoli koja ograničava oblast preslikavanja.

Na osnovu prethodno datih formula koje se odnose na beskonačnu malu izokolu može se ustanoviti sledeći postupak za određivanja ove projekcije:

a) Na karti na kojoj oblik oblasti preslikavanja nije mnogo deformisan (na primer u Gaus-Krugerovoj projekciji) konstruišemo elipsu koja je bliska oblasti preslikavanja, i čiji je dijametar D manji od dijametara drugih elipsi:

b) odredimo elemente ove elipse: $a, b, \alpha, \phi_0, \lambda_0$;

c) odredimo po formulama (III-1-2) veličine $A, B, i A'$;

d) sračunamo po formuli (III-1-4) približnu vrednost deformacija dužina na graničnoj izokoli.

Opisanu ideju nalaženja adaptabilnih konformnih projekcija, koja proizilazi iz oblika i orijentacije eliptične izokole i koja se opisuje oko područja preslikavanja koristili su različiti

autori, od kojih kao najznačajnije treba pomenuti: Lagranža, Sholsa (Sholz), Kavrajskog, Vahramejevu (Важрамејева) i dr.

Kavrajski je, na primer, opšte formule za računanje pravougljih koordinata za razmatranu projekciju dao na sledeći način:

$$\begin{aligned} Y &= y + \frac{1}{3} B x^3 - A x^2 y - B x y^2 + \frac{1}{3} A y^3 \\ X &= x + \frac{1}{3} A x^3 - B x^2 y - A x y^2 + \frac{1}{3} B y^3 \end{aligned} \quad (\text{III-1-5})$$

gde su x i y Gaus-Krigerove koordinate koje se odnose na koordinatni početak u centralnoj tački (ϕ_0, λ_0) , a A i B koeficijenti koji se određuju na osnovu formula (III-1-2) u zavisnosti od elemenata elipse a , b , α , ϕ_0 , λ_0 opisane oko područja preslikavanja.

Vahramejeva je 1971. godine razvijajući dalje ideju Kavrajskog za računanje pravougljih koordinata adaptabilne konformne projekcije predložila formule:

$$\begin{aligned} y &= a_1 Q_1 + a_2 Q_2 + a_3 Q_3 + b_3 P_3 \\ x &= a_1 P_1 + a_2 P_2 + a_3 P_3 - b_3 Q_3 \end{aligned} \quad (\text{III-1-6})$$

gde P_i i Q_i ($i=1,2,3$) predstavljaju harmonijske polinome, a koeficijenti a_i i b_i se računaju na osnovu veličina A i B iz (III-1-2).

Treba konstatovati, međutim, da, iako razmatrana metoda daje relativno jednostavan način određivanja najbolje konformne projekcije (jer je i prilagođena računanju pomoću računarskih sredstava skromnijih mogućnosti), ona ima ograničenu upotrebnu vrednost i iz sledećih razloga:

- zasniva se na grafički konstruisanoj elipsi i tačnosti

daljeg računanja koja je ovim ograničena,

- zasniva se na preslikavanju područja oblika elipse, a ne područja proizvoljnog oblika,

- može se primeniti samo za manja područja preslikavanja.

2. URMAJEVA ADAPTABILNA KONFORMNA PROJEKCIJA SIMETRIČNOG SFERNOG PODRUČJA NA RAVAN

S obzirom na ukazane nedostatke prethodno opisane metode, u ovom radu ćemo više pažnje posvetiti metodi Urmajeva koja se zasniva na rešavanju Laplasove ili Poasonove parcijalne diferencijalne jednačine uz zadovoljenje graničnog uslova u nizu zadatih graničnih tačaka. Ovu metodu Urmajev je objavio 1947. godine za slučaj projekcije simetričnog sfernog trapezoida na ravan. Pritom je dao i sračunate vrednosti linearne razmere za projekciju evropskog dela Sovjetskog Saveza ograničenog paralelama $\phi_1 = 40^\circ$ i $\phi_2 = 70^\circ$ i meridijanima čija je razlika geografskih dužina $\Delta\lambda = 40^\circ$ sa 17 graničnih tačaka uzetih na odgovarajućim meridijanima i paralelama. Ovo se može smatrati prvim praktičnim rezultatima koji su proizašli iz teoreme Čebišev-Gravea.

Naime, suština metode Urmajeva zasniva se na nalaženju harmonijske funkcije linearne razmere m koja zadovoljava dva uslova i to:

a) uslov konformnog preslikavanja iz koga sledi Laplasova parcijalna diferencijalna jednačina

$$\frac{\partial^2[\ln(\nu)]}{\partial q^2} + \frac{\partial^2[\ln(\nu)]}{\partial l^2} = 0, \quad (\text{III-2-1})$$

gde je

$$\nu = m \cos(\phi) \quad (\text{III-2-2})$$

i

b) uslov najbolje konformne projekcije koji je dat teoremom Čebišev-Gravea, a može se izraziti sa:

$$m_{\Gamma} = 1.0000 \quad (\text{III-2-3})$$

gde pomoću m_{Γ} označavamo vrednost funkcije m na granici područja preslikavanja Γ .

Na taj način, po Urmajevu, najbolja konformna projekcija za preslikavanje sfere na ravan u čebiševskom smislu svodi se na rešavanje Laplasove diferencijalne jednačine (III-2-1) sa graničnim uslovom:

$$\ln(\nu)|_{\Gamma} = \ln [\operatorname{sech}(q)] \quad (\text{III-2-4})$$

jer, kako za sferu važi:

$$q = \ln [\operatorname{tg}(\pi/4 + \phi/2)],$$

biće

$$\begin{aligned} \sec(\phi) = \operatorname{ch}(q) &= \frac{e^q + e^{-q}}{2} = \frac{\operatorname{tg}(\pi/4 + \phi/2) + \frac{1}{\operatorname{tg}(\pi/4 + \phi/2)}}{2} = \\ &= \frac{\sin^2(\pi/4 + \phi/2) + \cos^2(\pi/4 + \phi/2)}{2 \sin(\pi/4 + \phi/2) \cos(\pi/4 + \phi/2)} = \frac{1}{\sin(\pi/2 + \phi)} = \frac{1}{\cos(\phi)}. \end{aligned}$$

pa umesto (III-2-2) možemo pisati:

$$\nu = m \operatorname{sech}(q). \quad (\text{III-2-5})$$

Tako će na graničnoj krivoj gde je $m = 1$ važiti uslov (III-2-4).

Dakle, tražena projekcija dobija se nalaženjem harmonijske funkcije $\ln(v)$ koja zadovoljava granični uslov (III-2-3).

Urmajev je takođe pokazao da umesto Laplasove diferencijalne jednačine možemo rešavati Poasonovu diferencijalnu jednačinu sa nultim graničnim uslovom:

$$\frac{\partial^2 [\ln(m)]}{\partial q^2} + \frac{\partial^2 [\ln(m)]}{\partial l^2} = \operatorname{sech}^2(q) \quad (\text{III-2-6})$$
$$\ln(m)|_{\Gamma} = 0.$$

Ovako dobijena najbolja konformna kartografska projekcija daje izuzetno povoljne rezultate u smislu rasporeda i odnosa ekstremnih vrednosti deformacija.

Treba podvući izuzetno značajne osobine ovako definisane adaptabilne konformne kartografske projekcije, jer se ona razlikuje, ne samo po boljem kavalitetu od drugih projekcija, (što ćemo mi u praktičnom delu ovog rada i pokazati), već i po sveobuhvatnijem shvatanju pronalaženja kartografskih projekcija. Možemo uočiti stoga sledeće: U procesu iznalazjenja projekcije ovde se koncentrišemo na nalaženje funkcije linearne razmere i na taj način smo u mogućnosti da na izabranom području preslikavanja unapred kontrolišemo raspored i ekstremne vrednosti deformacija. Danas se komplikovano numeričko rešavanje parcijalne diferencijalne jednačine Laplase ili Poasona sa proizvoljno visokom tačnošću za potrebe praktičnog izračunavanja može efikasno realizovati pomoću približnih numeričkih metoda i uz primenu digitalnih računarskih sredstava. Funkcije preslikavanja i druge karakteristike preslikavanja mogu se naći kasnije i nije neophodno znati formule za njihovo određivanje u eksplicitnom obliku. Stoga smo mišljenja da u novije vreme, pojavom sve šire rasprostranjenih

digitalnih računara, metoda Urmajeva, i naravno njene modifikacije, dobijaju sve veći značaj.

3. IZVOĐENJE POASONOVE I LAPLASOVE JEDNAČINE
KOJIMA SE OPISUJE KONFORMNO PRESLIKAVANJE
OBRTNOG ELIPSOIDA NA RAVAN

Napišimo u razvijenom obliku sistem (I-9-11) uzimajući da je centralni meridijan kartografsane teritorije početni meridijan.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \gamma}{\partial \phi} &= \frac{\partial(m M)}{\partial \phi} \frac{1}{m r} \\ \frac{\partial \gamma'}{\partial l} &= \frac{\partial(m r)}{\partial \phi} \frac{1}{m M} \end{aligned} \quad (\text{III-3-1})$$

Nas dalje interesuje specijalni slučaj ovog sistema kada je površ sa koje se vrši preslikavanje obrtni elipsoid i kada M i r imaju vrednosti date pomoću (I-8-27):

$$M = \frac{a(1 - e^2)}{[1 - e^2 \sin^2(\phi)]^{3/2}}, \quad r = \frac{a \cos(\phi)}{[1 - e^2 \sin^2(\phi)]^{1/2}}$$

Sada će umesto (I-8-25) važiti:

$$u = m \frac{a(1 - e^2)}{[1 - e^2 \sin^2(\phi)]^{3/2}}, \quad v = m \frac{a \cos(\phi)}{[1 - e^2 \sin^2(\phi)]^{1/2}}. \quad (\text{III-3-2})$$

Napišimo sistem (III-3-1) u izometrijskim koordinatama imajući u vidu (I-8-25) i (I-8-21):

$$\frac{\partial \gamma}{\partial q} = \frac{\partial \gamma}{\partial \phi} \frac{d\phi}{dq} = \frac{\partial \gamma}{\partial \phi} \frac{r}{M} = \frac{\partial(m M)}{\partial l} \frac{1}{m r} \frac{r}{M} = \frac{\partial(m M)}{\partial l} \frac{1}{m M}$$

$$-\frac{\partial \gamma}{\partial l} = \frac{\partial(m r)}{\partial q} \frac{dq}{d\phi} \frac{1}{m M} = \frac{\partial(m r)}{\partial q} \frac{M}{r} \frac{1}{m M} = \frac{\partial(m r)}{\partial q} \frac{1}{m r}$$

Poslednji sistem možemo napisati i u obliku:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \gamma}{\partial q} &= \frac{\partial [\ln(m M)]}{\partial l} = \frac{\partial [\ln(m)]}{\partial l} + \frac{\partial [\ln(M)]}{\partial l} \\ -\frac{\partial \gamma}{\partial l} &= \frac{\partial [\ln(m r)]}{\partial q} = \frac{\partial [\ln(m)]}{\partial q} + \frac{\partial [\ln(r)]}{\partial q} \end{aligned}$$

No, kako je:

$$\frac{\partial [\ln(M)]}{\partial l} = 0,$$

jer M ne zavisi od l, imaćemo da je:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \gamma}{\partial q} &= \frac{\partial [\ln(m)]}{\partial l} \\ -\frac{\partial \gamma}{\partial l} &= \frac{\partial [\ln(m)]}{\partial q} + \frac{\partial [\ln(r)]}{\partial q} \end{aligned} \quad (\text{III-3-3})$$

Ako iskoristimo uslov integrabilnosti koji u ovom slučaju glasi

$$\frac{\partial^2 \gamma}{\partial q \partial l} - \frac{\partial^2 \gamma}{\partial l \partial q} = 0$$

i primenimo ga na naš slučaj, dobićemo:

$$\frac{\partial^2[\ln(m)]}{\partial q^2} + \frac{\partial^2[\ln(m)]}{\partial l^2} + \frac{\partial^2[\ln(r)]}{\partial q^2} = 0$$

iii.

$$\frac{\partial^2[\ln(m)]}{\partial q^2} + \frac{\partial^2[\ln(m)]}{\partial l^2} = - \frac{d^2[\ln(r)]}{dq^2} \quad (\text{III-3-4})$$

Dobijena parcijalna diferencijalna jednačina drugog reda je Poasonova parcijalna diferencijalna jednačina. Napišimo u razvijenom obliku njenu desnu stranu:

$$\begin{aligned} \frac{d^2[\ln(r)]}{dq^2} &= \frac{d}{dq} \frac{d[\ln(r)]}{dq} = \frac{d}{dq} \left(\frac{1}{r} r_q \right) = \frac{d}{dq} \left(\frac{1}{r} r_\phi \frac{d\phi}{dq} \right) = \\ &= \frac{d}{dq} \left\{ \frac{1}{r} \left[-M \sin(\phi) \right] \frac{r}{M} \right\} = \frac{d}{dq} [\sin(\phi)] = \frac{d}{d\phi} [\sin(\phi)] \frac{d\phi}{dq} = \\ &= \frac{r}{M} \cos(\phi) = \frac{\frac{a \cos(\phi)}{[1-e^2 \sin^2(\phi)]^{1/2}}}{\frac{a(1-e^2)}{[1-e^2 \sin^2(\phi)]^{3/2}}} \cos(\phi) = \frac{[1-e^2 \sin^2(\phi)]}{1-e^2} \cos^2(\phi) \end{aligned}$$

Sada jednačina (III-3-4) dobija oblik:

$$\boxed{\frac{\partial^2[\ln(m)]}{\partial q^2} + \frac{\partial^2[\ln(m)]}{\partial l^2} = \frac{[1-e^2 \sin^2(\phi)]}{1-e^2} \cos^2(\phi)} \quad (\text{III-3-5})$$

Dobijena Poasonova jednačina opisuje konformno preslikavanje obrtnog elipsoida na ravan i može biti polazište za iznalaženje

novih konformnih kartografskih projekcija ustanovljenih na osnovu karaktera i rasporeda linearnih deformacija. U stručnoj literaturi je poznat oblik Poasonove jednačine za slučaj konformnog preslikavanja sfere na ravan. Za slučaj preslikavanja obrtnog elipsoida na ravan, međutim, nije nam poznato da je izvedena jednačina igde objavljena. Stoga se jednačine (III-3-4) i (III-3-5) mogu smatrati doprinosom ovog rada.

Pokažimo dalje da se iz sistema (I-9-11) može izvesti i Laplasova (Laplace) diferencijalna jednačina koja takođe opisuje konformno preslikavanje obrtnog elipsoida na ravan. Pritom ćemo Laplasovu jednačinu izvesti u obliku pogodnom za njeno dalje rešavanje približnim numeričkim metodama. U tom cilju treba uočiti da sistem (I-9-11) važi i ako je:

$$\mu = \frac{m M}{a}, \quad \nu = \frac{m r}{a} \quad (\text{III-3-6})$$

Izrazi (III-3-2) u razvijenom obliku glase:

$$\mu = m \frac{[1 - e^2]^2}{[1 - e^2 \sin^2(\phi)]^{3/2}}, \quad \nu = m \frac{\cos(\phi)}{[1 - e^2 \sin^2(\phi)]^{1/2}} \quad (\text{III-3-7})$$

Napišimo dalje sistem (I-9-11) u izometrijskim koordinatama imajući u vidu (I-8-21) i (III-3-6):

$$\frac{\partial \gamma}{\partial q} = \frac{\partial \gamma}{\partial \phi} \frac{d\phi}{dq} = \frac{\partial \gamma}{\partial \phi} \frac{r}{M} = \frac{\partial \left[\ln \left(\frac{m M}{a} \right) \right]}{\partial l} \frac{1}{\left[\frac{m r}{a} \right]} \frac{r}{M} = \frac{\partial \left[\ln \left(\frac{m M}{a} \right) \right]}{\partial l} \frac{1}{\left[\frac{m M}{a} \right]}$$

$$- \frac{\partial \gamma}{\partial l} = \frac{\partial \left[\ln \left(\frac{m r}{a} \right) \right]}{\partial q} \frac{dq}{d\phi} \frac{1}{\left[\frac{m M}{a} \right]} = \frac{\partial \left[\ln \left(\frac{m r}{a} \right) \right]}{\partial q} \frac{M}{r} \frac{1}{\left[\frac{m M}{a} \right]} = \frac{\partial \left[\ln \left(\frac{m r}{a} \right) \right]}{\partial q} \frac{1}{\left[\frac{m r}{a} \right]}$$

Stoga prethodni sistem možemo napisati i u obliku:

$$\frac{\partial \gamma}{\partial q} = \frac{\partial \left[\ln \left(\frac{m M}{a} \right) \right]}{\partial l} \tag{III-3-8}$$

$$- \frac{\partial \gamma}{\partial l} = \frac{\partial \left[\ln \left(\frac{m r}{a} \right) \right]}{\partial q}$$

Ako dodamo prvoj od jednačina (III-3-8) izraz:

$$\frac{\partial \left[\ln \frac{r}{M} \right]}{\partial l} = 0$$

jer r i M ne zavise od l , imaćemo da je:

$$\frac{\partial \gamma}{\partial q} = \frac{\partial \left[\ln \left(\frac{m M}{a} \right) \right]}{\partial l} + \frac{\partial \left[\ln \frac{r}{M} \right]}{\partial l} = \frac{\partial \left[\ln \left(\frac{m r}{a} \right) \right]}{\partial l} = \frac{\partial [\ln(v)]}{\partial l}$$

$$- \frac{\partial \gamma}{\partial l} = \frac{\partial \left[\ln \left(\frac{m r}{a} \right) \right]}{\partial q} = \frac{\partial [\ln(v)]}{\partial q}$$

Primenom uslova integrabilnosti dalje dobijamo jednačinu:

$$\frac{\partial^2[\ln(\nu)]}{\partial q^2} + \frac{\partial^2[\ln(\nu)]}{\partial l^2} = 0. \quad (\text{III-3-9})$$

Dobijena parcijalna diferencijalna jednačina predstavlja Laplasovu parcijalnu diferencijalnu jednačinu.

Poasonova i Laplasova diferencijalna jednačina imaju veliki značaj u izučavanju konformnih projekcija, jer se njihovom integracijom može dobiti veliki broj, kako poznatih, tako i zasad još, nepoznatih konformnih projekcija. Tako na primer, trivijalno rešenje jednačine (III-3-9)

$$\nu = C = \text{const.} \quad (\text{III-3-10})$$

daće nam pravu cilindričnu konformnu projekciju, jer je na osnovu (III-3-6):

$$m = \frac{C a}{r} \quad (\text{III-3-11})$$

Očigledno je da ćemo za $C = 1$ dobiti Merkatorovu projekciju. Slično, ako uzmemom da je funkcija $\ln(\nu)$ funkcija samo izometrijske širine q , tada jednačina (III-3-9) postaje:

$$\frac{d^2[\ln(\nu)]}{dq^2} = 0. \quad (\text{III-3-12})$$

Opšti integral poslednje jednačine možemo pisati u obliku:

$$\ln(\nu) = \ln(\alpha C) - k q, \quad (\text{III-3-13})$$

gde su k i C konstante integracije.

Dalje na osnovu (III-3-13) sledi:

$$\ln\left(\frac{m r}{a}\right) = \ln(k C) - k q$$

odnosno:

$$m = \frac{a}{r} k C e^{-k q} \quad (\text{III-3-14})$$

ili

$$m = \frac{k K}{r e^{k q}} \quad (\text{III-3-15})$$

što predstavlja jednačinu linearne razmere pravih konusnih konformnih projekcija.

Može se, dakle očekivati da uopštenje rešenja Poasonove i Laplasove jednačine da interesantne rezultate, čeme ćemo mi u daljem izlaganju posvetiti posebnu pažnju.

4. UOPŠTENJE URMAJEVE ADAPTABILNE KONFORMNE PROJEKCIJE

Centar našeg interesovanja je da ustanovimo najbolju konformnu projekciju obrtnog elipsoida na ravan. Pri tom nam se čini da je pogodno koristiti oblik Poasonove i Laplasove diferencijalne jednačine koje smo izveli u prethodnom odeljaku, odnosno Laplasovu jednačinu u obliku:

$$\frac{\partial^2 [\ln(\rho)]}{\partial q^2} + \frac{\partial^2 [\ln(\rho)]}{\partial l^2} = 0, \quad (\text{III-4-1})$$

sa graničnim uslovom:

$$\ln(\rho) \Big|_{\Gamma} = \ln \left[K \frac{\cos(\phi)}{[1-e^2 \sin^2(\phi)]^{1/2}} \right], \quad (\text{III-4-2})$$

koji mi ovde predlažemo.

Za odgovarajući oblik Poasonovu jednačine predlažemo:

$$\frac{\partial^2 [\ln(m)]}{\partial q^2} + \frac{\partial^2 [\ln(m)]}{\partial l^2} = \frac{[1-e^2 \sin^2(\phi)]}{1-e^2} \cos^2(\phi). \quad (\text{III-4-3})$$

sa graničnim uslovom:

$$\ln(m) \Big|_{\Gamma} = \ln(K), \quad (\text{III-4-4})$$

gde je K proizvoljna realna konstanta koja se zadaje.

U cilju rešavanja ovako definisanog konformnog preslikavanja simetričnog elipsoidnog područja na ravan mogu se primeniti nekoliko približnih numeričkih metoda za rešavanje Laplasove diferencijalne jednačine. Ove metode mogu se podeliti u dve osnovne grupe. U prvu grupu spadaju one metode kod kojih se tražena harmonijska funkcija aproksimira, a granični uslov je tačno zadovoljen u svim tačkama. Pošto je ovako dobijeno rešenje samo aproksimacija harmonijske funkcije, rešavana diferencijalna jednačina neće biti tačno zadovoljena u svim tačkama područja preslikavanja, odnosno dobićemo približno konformno preslikavanje. Najpoznatiji iz ove grupe metoda su Ricov (Ritz) metod i metod konačnih razlika. Druga grupa metoda daje tačnu vrednost harmonijske funkcije, pa je diferencijalna jednačina zadovoljena u svim tačkama područja preslikavanja, no granični uslov nije tačno zadovoljen, te je dobijeno preslikavanje konformno, ali je ono samo približno najbolje u Čebiševskom smislu. Iz ove grupe metoda najpoznatija je metoda najmanjih kvadrata.

Analizirajući navedene numeričke metode, a u težnji da problem najbolje konformne projekcije rešimo za opštije slučajeve od onog koji je dao Urmajev, mi smo konstatovali da je za to najpogodnija metoda najmanjih kvadrata. Pritom smo generalizaciju našeg rešenja usmerili na sledeće:

- 1) Preslikavanje obrtnog elipsoida, a ne sfere;
- 2) Preslikavanje proizvoljnog, nesimetričnog područja preslikavanja.

5. NALAŽENJE SIMETRIČNE ADAPTABILNE KONFORMNE PROJEKCIJE OBRTNOG ELIPSOIDA NA RAVAN

U prethodnom odeljku konstatovali smo da se metoda najmanjih kvadrata može najefikasnije upotrebiti za rešavanje Laplasove jednačine sa graničnim uslovom u cilju nalaženja adaptabilne konformne projekcije na takav način da dobijeno preslikavanje bude konformno, a da granični uslov bude samo približno zadovoljen. U praktičnom delu ovog rada ćemo pokazati da stepen "približnosti" može biti za praktične potrebe dovoljno visok.

Rešenja Laplasove diferencijalne jednačine po definiciji predstavljaju harmonijske funkcije, jer za funkciju $u(q, l)$ kažemo da je harmonijska unutar neke oblasti ako ona zadovoljava dva uslova:

1) U svim tačkama koje leže unutar zadate oblasti funkcija $u(q, l)$ je neprekidna zajedno sa svim svojim parcijalnim izvodima do drugog reda zaključno;

2) Funkcija $u(q, l)$ u ovoj oblasti zadovoljava Laplasovu diferencijalnu jednačinu.

Među harmonijskim funkcijama za nas poseban zanačaj imaju harmonijski polinomi. Mi ih možemo dobiti na sledeći način.

Posmatrajmo Laplasovu jednačinu:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial q^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial l^2} = 0, \quad (III-5-11)$$

i neka je njeno rešenje harmonijska funkcija koja ima oblik:

$$u = f(q + il). \quad (\text{III-5-2})$$

Posmatrajmo funkciju:

$$u = (q + il)^n, \quad n \in \mathbb{N}. \quad (\text{III-5-3})$$

Napišimo ovu funkciju u razvijenom obliku kada n uzima konkretne vrednosti:

$$\begin{aligned} \text{za } n = 0 & \quad u = 1 \\ \text{za } n = 1 & \quad u = q + il \\ \text{za } n = 2 & \quad u = q^2 + 2 iql - l^2 \\ \text{za } n = 3 & \quad u = q^3 + 3 iql^2 - 3 ql^3 - il^3 \\ \text{za } n = 4 & \quad u = q^4 + 4 iql^3 - 6 q^2 l^2 - 4 iql^4 + l^4 \\ \text{za } n = 5 & \quad u = q^5 + 5 iql^4 - 10 q^3 l^2 - 10 iq^2 l^3 + 5 ql^4 + l^5 \end{aligned} \quad (\text{III-5-4})$$

Formirajmo sada dve grupe realnih polinoma izdvajajući realne i imaginarne članove iz prethodnih izraza.

$$\begin{aligned} P_0 &= 1 & Q_0 &= 0 \\ P_1 &= q & Q_1 &= 1 \\ P_2 &= q^2 - l^2 & Q_2 &= 2 q l \\ P_3 &= q^3 - 3 q^2 l & Q_3 &= 3 q^2 l - l^3 \\ P_4 &= q^4 - 6 q^2 l^2 + l^4 & Q_4 &= 4 q l^3 - 4 ql^3 \\ P_5 &= q^5 - 10 q^3 l^2 + 5 q^4 l & Q_5 &= 5 q^4 l - 10 q l^2 + l^3. \end{aligned} \quad (\text{III-5-5})$$

Izraze za proizvoljni stepen harmonijskih polinoma P_i i Q_i možemo dobiti na osnovu sledeće rekurentne formule sa zadatim nultim članovima:

$$\begin{aligned}
 P_0 &= 1 \\
 Q_0 &= 0 \\
 P_{i+1} &= q_i P_i - l_i Q_i \\
 Q_{i+1} &= q_i Q_i + l_i P_i
 \end{aligned}
 \tag{III-5-6}$$

Poslednje formule nazivamo formulama Morozova (Морозов).
Njihova tačnost može se dokazati indukcijom jer je očigledno da:

- 1) za $i = 0$ formule (III-5-6) važe,
- 2) uz pretpostavku da formule (III-5-6) važe za $i = n$,
- 3) važe i za $i = n + 1$, jer je:

$$\begin{aligned}
 P_{n+1} + i Q_{n+1} &= (q + il)^n (q + il) = (q + il) (P_n + i Q_n) \\
 &= q P_n + i l P_n + i q Q_n - l Q_n.
 \end{aligned}$$

Oдавде je, izdvajajući realne i imaginarne delove, očigledno da za svako $n \in \mathbb{N}$ važi:

$$\begin{aligned}
 P_{i+1} &= q P_i - l Q_i \\
 Q_{i+1} &= q Q_i + l P_i
 \end{aligned}$$

Svaki od harmonijskih polinoma P_i i Q_i predstavlja takođe rešenje Laplasove jednačine kao i njihova proizvoljna linearna kombinacija:

$$u_i = \sum_{j=0}^i (a_j P_j + b_j Q_j)
 \tag{III-5-7}$$

Tako, na primer, za

$$u = a_0 + a_1 l \quad (\text{III-5-9})$$

dobićemo konusnu konformnu projekciju, što smo pokazali u odeljku I-9. Može se, dakle očekivati da uopštenje rešenja Laplasove jednačine u obliku (III-5-7) da veoma interesantne rezultate, čime ćemo se ovde dalje i pozabaviti.

Stoga sagledajmo najpre, kako se dobija simetrična, adaptabilna, čebiševska projekcija.

Uzmimo rešenje Laplasove diferencijalne jednačine u obliku simetričnog harmonijskog polinoma

$$u_k = \sum_{i=0}^k a_i P_i \quad (\text{III-5-10})$$

Njega možemo koristiti ako znamo da je granica oblasti preslikavanja simetrična u odnosu na srednji meridijan, odnosno ako želimo da izokole budu simetrične u odnosu na srednji meridijan.

Rešenje jednačine (III-5-3) biće prema tome:

$$\ln(\nu) = \ln\left(\frac{m r}{a}\right) = a_0 P_0 + a_1 P_1 + a_2 P_2 + \dots + a_k P_k \quad (\text{III-5-11})$$

što se na osnovu (I-9-18) može pisati:

$$\ln(m) = a_0 P_0 + a_1 P_1 + a_2 P_2 + \dots + a_k P_k = \ln \left\{ \frac{\cos(\phi)}{[1 - e^2 \sin^2(\phi)]^{1/2}} \right\} \quad (\text{III-5-12})$$

Izaberemo li n diskretnih tačaka na elipsoidu, koje će reprezentovati krivu liniju koja ograničava područje

preslikavanja, u svim tim tačkama važiće jednačina (III-5-12), te ćemo na taj način dobiti sistem od n linearnih jednačina sa k+1 nepoznatih:

$$\ln(m^1) = a_0 P_0^1 + a_1 P_1^1 + a_2 P_2^1 + \dots + a_k P_k^1 = \ln \left\{ \frac{\cos(\phi^1)}{[1-e^2 \sin^2(\phi^1)]^{1/2}} \right\}$$

$$\ln(m^2) = a_0 P_0^2 + a_1 P_1^2 + a_2 P_2^2 + \dots + a_k P_k^2 = \ln \left\{ \frac{\cos(\phi^2)}{[1-e^2 \sin^2(\phi^2)]^{1/2}} \right\}$$

.....

$$\ln(m^n) = a_0 P_0^n + a_1 P_1^n + a_2 P_2^n + \dots + a_k P_k^n = \ln \left\{ \frac{\cos(\phi^n)}{[1-e^2 \sin^2(\phi^n)]^{1/2}} \right\} \quad \text{(III-5-13)}$$

U skladu sa teoremom Čebišev-Gravea u svim tačkama graničnelinije važiće uslov

$$\ln(m^i) = \ln(K), \quad i = 1, 2, 3, \dots, n, \quad \text{(III-5-14)}$$

a shodno tome i granični uslov:

$$\ln(v^i) = \ln \left\{ K \frac{\cos(\phi^i)}{[1-e^2 \sin^2(\phi^i)]^{1/2}} \right\}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n. \quad \text{(III-5-15)}$$

U sistemu linearnih jednačina (III-5-13) nepoznate su koficijenti a_i ($i=0, 1, 2, \dots, k$) koje ćemo ovde zvati koficijentima adaptabilne čebiševske projekcije ili kraće Čebiševljevim koficijenata. Da bi sistem (III-5-13) bio određen, broj nepoznatih mora biti manji ili jednak broju jednačina, odnosno

mora biti ispunjen uslov:

$$n \geq k + 1 \quad (\text{III-5-16})$$

Drugim rečima, broj tačaka na granici područja preslikavanja mora biti veći ili jednak stepenu izabranog harmonijskog polinoma. Znajući ovo poslednje, možemo izabrati tačno $n=k+1$ tačaka na graničnoj krivoj, rešiti pomenuti sistem i na osnovu poznatih vrednosti koeficijenata a_i biti u mogućnosti da sračunamo vrednost linearne razmere u proizvoljnoj tački područja preslikavanja (na granici i unutar granice) čime bi projekcija u potpunosti bila određena. Jasno je da možemo izabrati i veći broj graničnih tačaka nego što je neophodno i tako povećati tačnost dobijenih rezultata. Ovim se uvodi i novi problem - problem izbora optimalnog rešenja i to kako izbora metode optimizacije, tako i izbora stepena harmonijskog polinoma i broja graničnih tačaka.

Kod matematičkih modela koji imaju oblik linearnih sistema, kao što je sistem (III-5-13), kao rešenje metoda optimizacije obavezno se nameće metod najmanjih kvadrata. U našem slučaju ova metoda se svodi na to da odredimo koeficijente a_i ($i=0,1,2,\dots,k$) tako da u posmatranim graničnim tačkama bude ispunjen uslov:

$$\sum_{i=1}^n (v^i)^2 = \sum_{i=1}^n [\ln(m^i) - \ln(K)]^2 = \min, \quad (\text{III-5-17})$$

odnosno pod uslovom da u graničnim tačkama suma kvadrata popravaka (odstupanja) logaritma linearne razmere od logaritma zadate konstantne linearne razmere bude minimalna.

Polazeći stoga od sistema (III-5-17), formirajmo sistem koji

bi u posrednom izravnanju odgovarao sistemu jednačina grešaka:

$$v^1 = a_0 P_0^1 + a_1 P_1^1 + a_2 P_2^1 + \dots + a_k P_k^1 - \ln \left\{ K \frac{\cos(\phi^1)}{[1 - e^2 \sin^2(\phi^1)]^{1/2}} \right\}$$

$$v^2 = a_0 P_0^2 + a_1 P_1^2 + a_2 P_2^2 + \dots + a_k P_k^2 - \ln \left\{ K \frac{\cos(\phi^2)}{[1 - e^2 \sin^2(\phi^2)]^{1/2}} \right\}$$

$$v^n = a_0 P_0^n + a_1 P_1^n + a_2 P_2^n + \dots + a_k P_k^n - \ln \left\{ K \frac{\cos(\phi^n)}{[1 - e^2 \sin^2(\phi^n)]^{1/2}} \right\}$$

(III-5-18)

Uvedimo dalje približne vrednosti traženih koeficijenata a_{i0} i njihove popravke Δa_i ($i = 0, 1, 2, \dots, k$) i pređimo na kraći oblik zapisivanja.

$$v^1 = \sum_{i=0}^k (a_{i0} + \Delta a_i) P_i^1 - \ln \left(K \frac{r^1}{a^1} \right)$$

$$v^2 = \sum_{i=0}^k (a_{i0} + \Delta a_i) P_i^2 - \ln \left(K \frac{r^2}{a^2} \right)$$

(III-5-19)

$$v^n = \sum_{i=0}^k (a_{i0} + \Delta a_i) P_i^n - \ln \left(K \frac{r^n}{a^n} \right)$$

Formirajmo, dalje, slobodne članove kao:

$$f^j = \sum_{i=0}^k (a_{i0} P_i^j) - \ln \left(K \frac{f^j}{a} \right) \quad (j=1,2,3,\dots,n) \quad (\text{III-5-20})$$

Kada uvedemo nove oznake u sistem (III-5-19) dobijamo:

$$\begin{aligned} v^1 &= \sum_{i=0}^k (\Delta a_i) P_i^1 + f^1 \\ v^2 &= \sum_{i=0}^k (\Delta a_i) P_i^2 + f^2 \\ &\dots\dots\dots \\ v^3 &= \sum_{i=0}^k (\Delta a_i) P_i^n + f^n \end{aligned} \quad (\text{III-5-21})$$

U matričnom zapisu poslednji sistem glasi:

$$V = X * A + F \quad (\text{III-5-22})$$

gde su:

$$V = \begin{pmatrix} v^1 \\ v^2 \\ \dots \\ v^n \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} P_0^1 & P_1^1 & \dots & P_k^1 \\ P_0^2 & P_1^2 & \dots & P_k^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_0^n & P_1^n & \dots & P_k^n \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} \Delta a_0 \\ \Delta a_1 \\ \dots \\ \Delta a_n \end{pmatrix} \quad F = \begin{pmatrix} f^1 \\ f^2 \\ \dots \\ f^n \end{pmatrix} \quad (\text{III-5-23})$$

Uslov minimuma (III-5-17) sada će glasiti:

$$V^T * V = \min \quad (\text{III-5-24})$$

i biće ispunjen kada je:

$$\frac{d(V^T * V)}{dA} = 0. \quad (\text{III-5-25})$$

Uslov minimuma (III-5-24) u razvijenom obliku glasi:

$$\begin{aligned} V^T * V &= (X * A + F)^T (X * A + F) = \\ &= A^T * X^T * X * A + A^T * X^T * F + F^T * X * A + F^T * F = \min, \end{aligned}$$

odnosno:

$$V^T * V = A^T * X^T * X * A + 2 * A^T * X^T * F + F^T * F = \min. \quad (\text{III-5-26})$$

Traženi uslov će biti ispunjen kada se izvod prethodnog izraza izjednači sa 0:

$$\frac{d(V^T * V)}{dA} = V * \frac{dV^T}{dA} + V^T * \frac{dV}{dA} = 2 * V^T * \frac{dV}{dA} = 0 \quad (\text{III-5-28})$$

Nađimo sada $\frac{dV}{dA}$ diferencirajući jednačinu (III-5-22):

$$\frac{dV}{dA} = \frac{d(X * A + F)}{dA} = X. \quad (\text{III-5-28})$$

Kada dobijeni izraz unesemo u (III-5-27), imaćemo da je:

$$V^T * X = 0 \quad (\text{III-5-29})$$

odnosno, transponovano:

$$X^T * V = 0 \quad (\text{III-5-30})$$

ili, uvrštavajući u (III-5-30), jednačinu (III-5-22):

$$X^T * (X * A + F) = X^T * X * A + X^T * F = 0. \quad (\text{III-5-31})$$

odnosno:

$$N * A + n = 0, \quad (\text{III-5-32})$$

gde su:

$$N = X^T * X \quad (\text{III-5-33})$$

$$n = X^T * F. \quad (\text{III-5-34})$$

Vektor nepoznatih veličina A dobićemo iz (III-5-32):

$$A = - N^{-1} * n. \quad (\text{III-5-35})$$

Uvrstimo li (III-5-33) i (III-5-34) u (III-5-35), dobićemo:

$$A = - (X^T * X)^{-1} * X^T * F \quad (\text{III-5-36})$$

ili,

$$A = C * F, \quad (\text{III-5-37})$$

gde je:

$$C = - (X^T * X)^{-1} * X^T. \quad (\text{III-5-38})$$

Kako su približne vrednosti traženih koeficijenata nepoznate, primenićemo iterativni postupak na prethodno opisani numerički model. U prvoj iteraciji za približne vrednosti traženih koeficijenata uzećemo da je:

$$a_{i0}^1 = 0, \quad (i = 0, 1, 2, \dots, k). \quad (\text{III-5-39})$$

Zatim ćemo u opisanom procesu računanja iz jednačine (III-5-37) dobiti popravke traženih koeficijenata, a njihove definitivne vrednosti u prvoj iteraciji dobićemo kao:

$$a_i^1 = a_{i0}^1 + \Delta a_i^1, \quad (i = 0, 1, 2, \dots, k). \quad (\text{III-5-40})$$

U svakoj sledećoj iteraciji za približne vrednosti koeficijenata uzećemo vrednosti sračunatih koeficijenata iz prethodne iteracije, odnosno:

$$a_{i0}^l = a_i^{l-1}, \quad (i = 0, 1, 2, \dots, k), \quad (\text{III-5-41})$$

pa ćemo njihove definitivne vrednosti dobiti kao:

$$a_i^l = a_i^{l-1} + \Delta a_i^l, \quad (i = 0, 1, 2, \dots, k). \quad (\text{III-5-42})$$

Ovako opisan proces računanja ponavljaće se iterativno sve dok se ne ispuni uslov da je:

$$a_i^l - a_i^{l-1} < \epsilon, \quad (i = 0, 1, 2, \dots, k), \quad (\text{III-5-43})$$

odnosno:

$$\Delta a_i^l < \epsilon, \quad (i = 0, 1, 2, \dots, k), \quad (\text{III-5-44})$$

gde je ϵ unapred zadata mala vrednost. Za definitivne vrednosti traženih koeficijenata usvojicemo tada njihovu vrednost iz l-te iteracije.

Kao mera dobijenih optimiziranih rezultata, odnosno kao pokazatelj "stepena približnosti" zadovoljenja graničnog uslova, može se uzeti varijansa gore opisanog stohastičkog modela:

$$s^2 = \frac{V^T * V}{n - (k+1)} \quad (\text{III-5-45})$$

Posle određivanja koeficijenata a_i ($i = 0, 1, 2, \dots, k$) kroz prethodno opisani proces možemo u svakoj tački područja preslikavanja odrediti vrednost linearne razmere kao:

$$m = e^{-\left[a_0 P_0 + a_1 P_1 + a_2 P_2 + \dots + a_k P_k \right]} = \ln \left\{ \frac{\cos(\phi)}{[1 - e^2 \sin^2(\phi)]^{1/2}} \right\} \quad (\text{III-5-46})$$

Ovde se kao i u, na primer, izrazima (III-5-20), gde se računaju slobodni članovi u "jednačinama grešaka", javlja jedan numerički problem: prelazak sa izometrijske širine na geografsku širinu. On se može rešiti primenom numeričkih metoda nalaženja nula jednačina. Mi smo u praktičnom delu rada za ovu svrhu koristili Brentov (Brent) algoritam rešavajući transcendentnu jednačinu oblika:

$$\phi = \ln \left[\operatorname{tg}(\pi/4 + \phi/2) \left(\frac{1 - e \sin(\phi)}{1 + e \sin(\phi)} \right)^{\frac{1}{2} e} \right] - q. \quad (\text{III-5-47})$$

6. NALAŽENJE NESIMETRIČNE ADAPTABILNE KONFORMNE PROJEKCIJE OBRTNOG ELIPSOIDA NA RAVAN

Primena rešenja za nalaženje adaptabilne konformne projekcije opisanog u prethodnom odeljku ograničena je na područja preslikavanja čija granica može da se aproksimira izokolom simetričnom u odnosu na srednji meridijan područja preslikavanja. Za nesimetrična područja preslikavanja primena simetrične adaptabilne projekcije može dovesti do prevelikog odstupanja od vrednosti zadate konstante duž posmatrane granice, te proces optimizacije može biti besmislen.

Rešenje problema nalaženja adaptabilne konformne nesimetrične projekcije za slučaj preslikavanja sfernog područja čija je granica aproksimirana nizom diskretenih tačaka, predožio je Frankić 1982. godine u svojoj doktorskoj disertaciji "*Optimizacija geografskih projekcija za teritoriju Kanade*". Ovaj autor je pritom granicu područja preslikavanja aproksimirao sa 31 tačkom na granici Kanade.

Mi ćemo uopštavajući Frankićevu ideju ovde dati rešenje za nalaženje adaptabilne konformne projekcije za slučaj preslikavanja područja sa obrtnog elipsoida na ravan. U tom smislu umesto da uzmemo rešenje Lapalove diferencijalne jednačine (III-4-1) u obliku simetričnog harmonijskog polinoma datog sa (III-5-10) uzećmo nesimetrični harmonijski polinom:

$$u_k = \sum_{i=0}^k (a_i P_i + b_i Q_i). \quad (\text{III-6-1})$$

Harmonijsku funkciju $\ln(v)$ možemo stoga uzeti u obliku odgovarajućeg harmonijskog polinoma k -tog stepena,

$$\ln(\nu) = \ln\left(\frac{\tilde{m} r}{\Xi}\right) = a_0 P_0 + a_1 P_1 + a_2 P_2 + \dots + a_k P_k +$$

$$+ b_0 Q_0 + b_1 Q_1 + b_2 Q_2 + \dots + b_k Q_k. \quad (\text{III-6-2})$$

Na osnovu definicije funkcije ν (I-9-18) formula za funkciju $\ln(m)$, koja je takođe harmonijska, može se pisati u obliku:

$$\ln(m) = a_0 P_0 + a_1 P_1 + a_2 P_2 + \dots + a_k P_k +$$

$$b_0 Q_0 + b_1 Q_1 + b_2 Q_2 + \dots + b_k Q_k - \ln\left\{ \frac{\cos(\phi)}{[1 - e^2 \sin^2(\phi)]^{1/2}} \right\} \quad (\text{III-6-3})$$

Granični uslov će u n diskretenih tačaka glasiti identično kao i (III-6-15)

$$\ln(\nu^i) = \ln\left\{ K \frac{\cos(\phi^i)}{[1 - e^2 \sin^2(\phi^i)]^{1/2}} \right\}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n. \quad (\text{III-6-4})$$

Jer se prema teoremi Čebisev-Gravena:

$$\ln(m^i) = \ln(K), \quad i = 1, 2, 3, \dots, n, \quad (\text{III-6-5})$$

gde je n broj tačaka koje aproksimiraju granicu područja preslikavanja. Da bismo pristupili optimizaciji metodom najmanjih kvadrata, broj n mora biti veći od broja nepoznatih koeficijenata, odnosno

$$n > 2(k + 1). \quad (\text{III-6-6})$$

Uslov minimuma će glasiti:

$$\sum_{i=1}^n (v^i)^2 = \sum_{i=1}^n [\ln(m^i) - \ln(K)]^2 = \min \quad (\text{III-6-7})$$

ili,

$$\sum_{i=1}^n (v^i)^2 = \sum_{i=1}^n \left[\sum_{j=0}^k a_j P_j^i + \sum_{j=0}^k b_j Q_j^i - \ln\left(K \frac{r^i}{a}\right) \right]^2 = \min. \quad (\text{III-6-8})$$

Ako formiramo slobodne članove kao:

$$f^i = \sum_{j=0}^k a_j P_j^i + \sum_{j=0}^k b_j Q_j^i - \ln\left(K \frac{r^i}{a}\right), \quad (i=1,2,3,\dots,n) \quad (\text{III-6-9})$$

gde su a_{j0} i b_{j0} približne vrednosti traženih koeficijenata, a njihove popravke Δa_j i Δb_j ($j = 0,1,2,\dots,k$) i ako usvojimo notaciju

$$V^T = | v^1 \ v^2 \ \dots \ v^n | \quad (\text{III-6-10})$$

$$A^T = | \Delta a_0 \ \Delta a_1 \ \dots \ \Delta a_k \ \Delta b_1 \ \Delta b_2 \ \dots \ \Delta b_p | \quad (\text{III-6-11})$$

$$F^T = | f^1 \ f^2 \ \dots \ f^n | \quad (\text{III-6-12})$$

$$X = \begin{pmatrix} P_0^1 & P_1^1 & \dots & P_k^1 & Q_0^1 & Q_1^1 & \dots & Q_k^1 \\ P_0^2 & P_1^2 & \dots & P_k^2 & Q_0^2 & Q_1^2 & \dots & Q_k^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_0^n & P_1^n & \dots & P_k^n & Q_0^n & Q_1^n & \dots & Q_k^n \end{pmatrix} \quad (III-6-13)$$

vektor nepoznatih veličina A dobićemo kao:

$$A = -N^{-1} * n, \quad (III-6-14)$$

gde su

$$N = X^T * X \quad (III-6-15)$$

$$n = X^T * F. \quad (III-6-16)$$

Kao pokazatelj "stepena približnosti" zadovoljenja graničnog uslova može se uzeti:

$$\sigma^2 = \frac{V^T * V}{n - 2(k + 1)}. \quad (III-6-17)$$

7. RAČUNANJE KONVERGENCIJE MERIDIJANA ZA PREDLOŽENU PROJEKCIJU

Posle sračunatih traženih koeficijenata a_j i b_j ($j = 0, 1, 2, \dots, k$) u svakoj tački područja preslikavanja možemo izračunati vrednost funkcije $\ln(\nu)$

$$\ln(\nu) = \sum_{j=0}^k (a_j P_j + b_j Q_j) \quad (\text{III-7-1})$$

odnosno funkcije ν

$$\nu = e^{\sum_{j=0}^k a_j P_j + b_j Q_j} \quad (\text{III-7-2})$$

Takode možemo sračunati vrednost funkcije logaritma linearne razmere u svakoj tački područja preslikavanja kao

$$\ln(m) = \sum_{j=0}^k (a_j P_j + b_j Q_j) - \ln \left[\frac{\cos(\phi)}{[1 - e^2 \sin^2(\phi)]^{1/2}} \right] \quad (\text{III-7-3})$$

I funkciju linearne razmere:

$$m = e^{\left\{ \sum_{j=0}^k (a_j P_j + b_j Q_j) - \ln \left[\frac{\cos(\phi)}{[1 - e^2 \sin^2(\phi)]^{1/2}} \right] \right\}} \quad (\text{III-7-4})$$

ili

$$m = \left[\frac{[1 - e^2 \sin^2(\phi)]^{1/2}}{\cos(\phi)} \right] e^{\left(\sum_{j=0}^k [a_j P_{j,j} + b_j Q_{j,j}] \right)} \quad (\text{III-7-5})$$

Znajući da je na osnovu (I-9-19)

$$\frac{\partial \gamma}{\partial q} = \frac{\partial [\ln(v)]}{\partial l} \quad (\text{III-7-6})$$

$$-\frac{\partial \gamma}{\partial l} = \frac{\partial [\ln(v)]}{\partial q}$$

dalje možemo pisati:

$$\gamma = \int \frac{\partial [\ln(v)]}{\partial l} dq + C_1(l) \quad (\text{III-7-7})$$

$$\gamma = - \int \frac{\partial [\ln(v)]}{\partial q} dl + C_2(q)$$

Imajući u vidu (III-7-1), poslednje dve jednačine mogu postati:

$$\gamma = \int \frac{\partial}{\partial l} \left[\sum_{j=0}^k (a_j P_{j,j} + b_j Q_{j,j}) \right] dq + C_1(l) \quad (\text{III-7-8})$$

$$\gamma = - \int \frac{\partial}{\partial q} \left[\sum_{j=0}^k (a_j P_{j,j} + b_j Q_{j,j}) \right] dl + C_2(q)$$

$$\gamma = \int \left[\sum_{j=0}^k \left(a_j \frac{\partial}{\partial l} P_j + b_j \frac{\partial}{\partial l} Q_j \right) \right] dq + C_1(l) \quad (\text{III-7-9})$$

$$\gamma = - \int \left[\sum_{j=0}^k \left(a_j \frac{\partial}{\partial q} P_j + b_j \frac{\partial}{\partial q} Q_j \right) \right] dl + C_2(q)$$

Znajući da su P_j i Q_j ($j = 0, 1, 2, \dots, k$) respektivno realni i imaginarni delovi funkcije kompleksne promenljive, odnosno konjugovani harmonijski polinomi za koje važe Koši-Rimanove (Cauchy-Riemann) diferencijalne jednačine:

$$\frac{\partial}{\partial q} P_j = \frac{\partial}{\partial l} Q_j \quad \text{i} \quad \frac{\partial}{\partial q} Q_j = - \frac{\partial}{\partial l} P_j, \quad (\text{III-7-10})$$

izrazi (III-7-9) dobijaju oblik:

$$\gamma = \int \left[- \sum_{j=0}^k \left(a_j \frac{\partial}{\partial q} Q_j + b_j \frac{\partial}{\partial q} P_j \right) \right] dq + C_1(l) \quad (\text{III-7-11})$$

$$\gamma = \int \left[- \sum_{j=0}^k \left(a_j \frac{\partial}{\partial l} Q_j + b_j \frac{\partial}{\partial l} P_j \right) \right] dl + C_2(q)$$

ili

$$\gamma = \sum_{j=0}^k (- a_j Q_j + b_j P_j) + C_1(l) \quad (\text{III-7-12})$$

$$\gamma = \sum_{j=0}^k (- a_j Q_j + b_j P_j) + C_2(q),$$

te je očigledno da je:

$$\gamma = \sum_{j=0}^k (-a_j Q_j + b_j P_j) + C, \quad (\text{III-7-14})$$

gde je C realna konstanta. Ovoj konstanti možemo dodeliti vrednost nule ukoliko želimo da konvergencija meridijana ima vrednost nule u koordinatnom početku, odnosno za $q = 0, l = 0$, te je definitivno:

$$\gamma = \sum_{j=0}^k (-a_j Q_j + b_j P_j). \quad (\text{III-7-15})$$

8. RAČUNANJE PRAVOUGLIH KOORDINATA ZA PREDLOŽENU PROJEKCIJU

Da bismo rešili problem računanja pravouglih koordinata u ravni podsetimo se da za konformne projekcije zadate jednačinama preslikavanja (I-5-10) važe Laplasove jednačine:

$$\frac{\partial^2 x}{\partial q^2} + \frac{\partial^2 x}{\partial l^2} = 0 \quad ; \quad \frac{\partial^2 y}{\partial q^2} + \frac{\partial^2 y}{\partial l^2} = 0. \quad (\text{III-8-1})$$

Jednačine (III-8-1) slede iz uslova konformnosti preslikavanja izraženog Koši-Rimanovim diferencijalnim jednačinama u izometrijskim koordinatama:

$$\begin{aligned} x_l &= -y_q \\ y_l &= +x_q \end{aligned} \quad (\text{III-8-2})$$

Jer diferencirajući prvu od jednačina iz sistema (III-8-2) po l , a drugu po q , a zatim oduzimanjem dobijenih rezultata nalazimo prvu od jednačina (III-8-1). Na sličan način, diferencirajući prvu jednačinu iz sistema (III-8-2) po q , a drugu po l i sabirajući rezultate dobićemo drugu od jednačina (III-8-1).

Dakle, s obzirom da su tražene pravougla koordinate u ravni x i y konjugovane harmonijske funkcije izometrijskih koordinata možemo uzeti analitičku funkciju koja određuje ovo konformno preslikavanja u obliku harmonijskog polinoma. Pravougla koordinate u ravni će se tada računati kao:

$$\begin{aligned}
 y &= \sum_{i=1}^n (A_i P_i + B_i Q_i) \\
 x &= \sum_{i=1}^n (A_i P_i - B_i Q_i)
 \end{aligned}
 \tag{III-8-3}$$

gde su A_i i B_i nepoznati realni koeficijenti, a P_i i Q_i respektivno realni i imaginarni delovi harmonijskog polinoma (III-7-3).

U cilju odredivanja nepoznatih koeficijenata A_i i B_i nađimo parcijalne izvode izraza (III-8-3) po izometrijskoj koordinati q .

$$\begin{aligned}
 y_q &= \sum_{i=1}^n \left[A_i (P_i)_q + B_i (Q_i)_q \right] \\
 x_q &= \sum_{i=1}^n \left[A_i (P_i)_q - B_i (Q_i)_q \right]
 \end{aligned}
 \tag{III-8-4}$$

Parcijalne izvode $(P_i)_q$ i $(Q_i)_q$ naći ćemo na sledeći način: Kako je po definiciji

$$P_n + i Q_n = (q + il)^n, \quad n \in N,$$

to će parcijalni izvod po q biti

$$\left[P_n + i Q_n \right]_q = n (q + il)^{n-1} = n \left(P_{n-1} + i Q_{n-1} \right)$$

Izjednačavajući realne i imaginarne delove u poslednjoj jednačini može se pisati:

$$\begin{aligned} \left[P_n \right]_q &= n P_{n-1} \\ \left[Q_n \right]_q &= n Q_{n-1} \end{aligned} \quad (\text{III-8-5})$$

Stoga dalje, izrazi (III-8-4) postaju:

$$\begin{aligned} y_q &= \sum_{i=1}^n i (A_i P_{i-1} + B_i Q_{i-1}) \\ x_q &= \sum_{i=1}^n i (A_i P_{i-1} - B_i Q_{i-1}). \end{aligned} \quad (\text{III-8-6})$$

S druge strane, pošto znamo da važi:

$$\begin{aligned} x_q &= v \cos(\gamma); & x_1 &= -v \sin(\gamma) \\ y_q &= v \sin(\gamma); & y_1 &= v \cos(\gamma), \end{aligned} \quad (\text{III-8-7})$$

u svakoj tački područja preslikavanja mogu se izračunati brojne vrednosti veličina x_q i y_q na sledeći način:

$$\begin{aligned} y_q &= e^{\sum_{j=0}^k (a_j P_j + b_j Q_j)} \sin \sum_{j=0}^k (-a_j Q_j + b_j P_j) = T_y \\ x_q &= e^{\sum_{j=0}^k (a_j P_j + b_j Q_j)} \cos \sum_{j=0}^k (-a_j Q_j + b_j P_j) = T_x \end{aligned} \quad (\text{III-8-8})$$

Ako označimo brojne vrednosti veličina y_q i x_q respektivno sa T_y i T_x , možemo u svakoj tački područja preslikavanja napisati

sistem od dve linearne jednačine sa $2n$ nepozantih.

$$\sum_{i=1}^n i (A_i P_{i-1} + B_i Q_{i-1}) = T_y \quad (\text{III-8-9})$$

$$\sum_{i=1}^n i (A_i P_{i-1} - B_i Q_{i-1}) = T_x$$

gde su nepoznate traženi koeficijenti A_i i B_i ($i=1,2,3,\dots,n$).

Da bismo našli nepoznate koeficijente A_i i B_i ($i=1,2,3,\dots,n$), neophodno je u najmanje n različitih tačaka napisati po dve jednačine oblika (III-8-9) i rešiti tako dobijen sistem od $2n$ linearnih jednačina sa $2n$ nepoznatih. Na osnovu ovakvog sistema mogu se odrediti tražene vrednosti nepoznatih koeficijenata. Jasno je, međutim, da možemo uzeti i veći broj tačaka nego što je neophodno, i tako povećati tačnost dobijenih rezultata. Očigledno je da stepen harmonijskog polinoma kojim se aproksimiraju funkcije preslikavanja (III-8-3) mora biti manji ili jednak broju tačaka na osnovu kojih se određuju traženi koeficijenti. Uvođenjem većeg broja jednačina nego što je neophodno javlja se problem izbora optimalnog rešenja. U skladu sa dosadašnjim razmišljanjima, kao metoda optimizacije nameće se metoda najmanjih kvadrata koja se ovde može efikasno primeniti, no u okviru ovog rada nećemo se upuštati u detaljno izvođenje pomenutog modela optimizacije. Naglasimo samo da će tačnost pravouglanih koordinata zavisiti od broja tačaka i stepena harmonijskih polinoma na osnovu kojih se određuju koeficijenti a_j , b_j ($j=0,1,2,\dots,k$) i A_i , B_i ($i=1,2,3,\dots,n$) i da je ona, s druge strane, svakako, u funkciji buduće namene karte.

IV PRAKTIČNA REALIZACIJA I REZULTATI DOBIJENI PRI ODREĐIVANJU PREDLOŽENE ADAPTABILNE KONFORMNE PROJEKCIJE

Kao matematička osnova za izradu planova i karata najkrupnijih razmera (do razmere 1:10.000), a takođe i za izradu topografskih karata (do razmere 1: 1.000.000) danas se isključivo koriste konformne projekcije. Stoga se automatski nameće pitanje izbora optimalne konformne projekcije. U našoj zemlji, a i u velikom broju drugih zemalja sveta, već se skoro 70 godina za potrebe državnog premera koristi Gaus-Kriggerova projekcija (ili njena verzija na engleskom govornom područja - UTM projekcija), dok se za potrebe izrade topografskih karata koriste uglavnom cilindrične, konusne ili stereografske konformne projekcije. Izbor ovih projekcija bio je uslovljen tadašnjim nivoom znanja i tehničkim mogućnostima praktičnih računanja (koja su se uglavnom obavljala pomoću logaritamskih tablica). Stoga, iako ove projekcije poseduje niz dobrih osobina (na primer, Gaus-Kriggerova projekcija obezbeđuje kartografski kontinuitet u pravcu sever-jug), može se u svetlu savremenog nivoa znanja i tehničke opremljenosti postaviti pitanje da li su one i danas optimalne. Uzmimo primer izbora projekcije za izradu topografskih karata.

S obzirom da je u prošlosti vojna delatnost bila najviše vezana za korišćenje topografskih karata, to su zahtevi koji su bili postavljeni pred projekcije za potrebe izrade topografskih karata bili diktirani uglavnom vojnim potrebama (Francula, 1974). Ovi zahtevi su u svetu opšteprihvaćeni i izraženi su sledećim formulacijama:

- a) Uz zadatu tačnost projekcije treba sa što manjim brojem koordinatnih sistema obuhvatiti zadato područje.

- b) Projekcija treba da bude pogodna za kontinuirano prostiranje preko velikih delova Zemljine površine.
- c) Tačnost projekcije treba da je 1:1.000.
- d) Projekcija treba da je konformna, jer tačnost gađanja artiljeriskim oruđima mnogo više zavisi od greške ugla nego od greške dužine.
- e) Projekcija treba da je pogodna za jedinstveno označavanje pravougljih koordinata u svim sistemima (zonama).
- f) Formule, odnosno tablice za transformaciju koordinata između koordinatnih sistema treba da su nezavisne od koordinatnog sistema.
- g) Konvergencija meridijana ne sme biti veća od 5° .
- h) Izabrana projekcija treba da omogući lako otklanjanje uticaja deformacija iz rezultata merenja na kartama.

Na osnovu izloženih zahteva vidi se da je, sa jedne strane, tražena konformna projekcija koja se u granicama zadate tačnosti prostire na što većem području, a sa druge strane, da su formule za računanje za tu projekciju što je moguće jednostavnije. Dalje je očigledno da je rešenja trebalo tražiti na osnovu kompromisa između poslednja dva zahteva.

U savremenim uslovima života, gde je rasprostranjenost digitalnih računara veoma visoka, drugi od poslednja dva zahteva dobija drugostepeni značaj, te ako bi se danas birala konformna kartografska projekcija, najvažnije zahtev bi bio da to bude projekcija koja se u granicama zadate tačnosti prostire na što je moguće većem području.

Prethodno razmatranje za sada je ipak samo teorijskog karaktera, jer bi eventualno uvođenje novih projekcija svakako bilo vezano i za velike investicije. No, odgovor na pitanje koliko bi one bile opravdane svakako bi predstavljao predmet posebnog istraživanja.

U toku ovog eksperimenta mi smo pronalazanjem nove konformne projekcije, koja je najbolja i u minimaksnom i u varijacionom smislu, pokušali da odgovorimo na sledeća pitanja:

- 1) U kojoj meri bi, sa aspekta veličine i rasporeda linearnih deformacija, za područje naše zemlje ova novoiznađena, najbolja konformna projekcija bila bolja od najčešće korišćenih projekcija kod nas, Gaus-Kriggerove projekcije i od Lambertove konusne konformne projekcije sa dve standardne paralele ?
- 2) Sa kojom minimalnom linearnom deformacijom bi se područje Jugoslavije pomoću najbolje varijante novoiznađene projekcije moglo konformno preslikati na ravan ?

Imajući u vidu ovaj zadatak najpre smo ustanovili geometrijski model na bazi koga smo dalje vodili naš eksperiment. U tom smislu formirali smo mrežu od 134 elipsoidna trapeza koja prekriva područje Jugoslavije. Stranice trapeza su duž koordinatnih linija geografskog koordinatnog sistema gustine 30' (prilog 1). U centrima ovih trapeza računali smo vrednosti reprezentativnih linearnih razmera za razmatrane kartografske projekcije. Tabela vrednosti linearnih razmera u ovim tačkama za Gaus-Kriggerovu projekciju sa tri meridijanske zone preslikavanja širine 3° , za Gaus-Kriggerovu projekciju sa jednom zonom preslikavanja i za Lambertovu projekciju date su u tabelama (respektivno prilozi 2, 3 i 4). Za razmatrene projekcije određeni su i sledeći pokazatelji kvaliteta projekcije:

- minimalna linearna razmera (deformacija),
- maksimalna linearna razmera (deformacija),
- maksimalna relativna promena linearne razmere,
- totalna linearna deformacija po Jordanu

Pored toga, da bismo bolje sagledali raspored linearne razmere na celom području Jugoslavije za ove projekcije, izradili

smo odgovarajuće karte izokola (prilozi 5 i 6).

Analizom dobijenih rezultata vidimo da se linearne deformacije kod Gaus-Krigerove projekcija sa tri meridijanske zone kreću od -0.000095 do 0.000165 , te zahtev za tačnost državne projekcije da maksimum modula linearne deformacije ne prevazilazi vrednost 0.0001 nije u potpunosti ispunjen. Totalna deformacija po Jordanu iznosi 0.79290795 , a maksimalna relativna promena linearne razmere 0.026% . S obzirom da su područja preslikavanja kod ove projekcije više nego trostruko manja nego kod druge dve, jasno je da su nam dobijeni pokazatelji mogli poslužiti samo za poređenja.

Upoređenjem Gaus-Krigerove projekcije sa jednom meridijanskom zonom i Lambertove projekcije vidimo da Lambertova projekcija daje bolje pokazatelje kvaliteta projekcije, jer se kod prve linearne deformacije kreću od -0.000095 do 0.001851 sa maksimalnom relativnom promenom razmere od 0.1943% i totalnom deformacijom po Jordanu od 7.37259020 , dok kod druge ove vrednosti respektivno iznose -0.000598 , 0.000550 , 0.1148% i 5.08387649 . Gaus-Krigerova projekcija bi dala nešto bolje rezultate ukoliko bi se na srednjem meridijnu usvojila vrednost linearne razmere od 0.9990 , a ne 0.9999 kao u našem slučaju, no i tada bi Lambertova projekcija bila bolja.

Dakle, nova konformna projekcija morala bi dati bolje pokazatelje kvaliteta od onih koje smo dobili kod Lambertove projekcije. U cilju otkrivanja tražene projekcije razvili smo računarski program na osnovu numeričkog modela izloženog u poglavljima III.5 i III.6 za dobijanje adaptabilnih konformnih simetričnih i adaptabilnih konformnih nesimetričnih projekcija metodom najmanjih kvadrata.

Ovaj računarski program napisan je u programskom jeziku FORTRAN (po standardu ANSI X3.9-1978, poznatom takode i kao FORTRAN 77), a razvijen je na IBM/AT kompatibilnom personalnom računaru u okruženju operativnog sistema DOS 3.30 i FORTRAN-a Ryan

Mc Farland. Pored pomenutog softvera u toku ovog rada koristili smo programski paket za algebarska računanja REDUCE, programski paket za interaktivni grafički dizajn AutoCAD, programski paket SURFER, programski paket MathCAD, CALCOMP-ove fortranske rutine za crtanje, i programski paket za formiranje i održavanje bazi podataka dBASE III plus.

U verzije našeg programa za nalaženje simetričnih projekcija pretpostavlja se da je područje preslikavanja simetrično i da je ograničeno sa dva meridijana i dve paralele. Koordinate tačaka u kojima se formiraju "jednačine grešaka" određuju se automatski, tako da tačke leže na graničnim krivama, i da je međusobno rastojanje susednih tačaka jednako.

Ulazni podaci su:

- geografske širine graničnih paralela,
- geografska dužina graničnih meridijana,
- broj graničnih tačaka na krivim kojim se aproksimira granica područja preslikavanja,
- stepen harmonijskog polinoma na osnovu kog je određena funkcija linearne razmere date sa (III-5-12), i
- vrednost konstantne linearne razmere duž granice područja preslikavanja. (S obzirom da se pogodnim izborom ove konstante može diktirati opseg promene linearne razmere na celom području preslikavanja mi ćemo je u daljem tekstu zvati faktorom ujednačenja razmere.)

Za područje Jugoslavije ograničeno paralelrama 40.75 i $47^{\circ}00$ severne geografske širine i meridijanima 13.25 i $23^{\circ}25$ istočne geografske dužine, a na osnovu 42 granične tačke (njihov raspored je prikazan u prilogu 7), stepena harmonijskog polinoma 7 i faktora ujednačenja razmere 1.0003 dobili smo jednu varijantu konformne projekcije. Tražena funkcija linearne razmere (III-5-46) simetrična je u odnosu na centralni meridijan, te je dovoljno

uzeti granične tačke na jednoj polovini područja preslikavanja. U prilogu 8 date su vrednosti Čebiševljevih koeficijenata dobijenih u poslednjoj (drugojoj) iteraciji rešavanja normalnih jednačina, a u prilogima 9, 10, i 11 respektivno date su tabele linearne razmere, logaritma linearne razmere i linearne deformacije. Radi potpunijeg sagledavanja rasporeda deformacija u prilogu 12 prikazana je odgovarajuća karta izokola. Na osnovu pokazatelja kvaliteta projekcije (prilog 8) vidi se da je dobijena bolja konformna projekcija od Lambertove. Ovde se linearne deformacije kreću od -0.000441 do 0.000434 sa maksimalnom relativnom promenom razmere od 0.0875% i totalnom deformacijom po Jordanu od 2.8806004 .

U verziji programa za nalaženje nesimetričnih projekcija moraju se pored gore navedenih ulaznih podataka učitati i koordinate graničnih tačaka nesimetričnog područja preslikavanja. Varijantu nesimetrične konformne projekcije tražili smo najpre na osnovu 36 tačaka kojima smo aproksimirali granicu Jugoslavije (prilog 13), 6-og stepena harmonijskog polinoma i faktora ujednačenja razmere 0.99998 . Pomoću "jednačine grešaka" (datih u prilogima 14 i 15) se linearnom metodom najmanjih kvadrata u daljem procesu računanja dobija konformna nesimetrična projekcija. Ovde se (prilog 16) linearne deformacije kreću u granicama od -0.000510 do 0.000529 , maksimalna promena linearne razmere iznosi 0.1042% , a pokazatelj kvaliteta projekcije po Jordanu je 3.57512922 . Ovi rezultati, odgovarjuće tabele linearnih razmera i deformacija datih u prilogima 17, 18 i 19, kao i karta izokola (u prilogu 20), govore da je dobijena projekcija nešto slabija od prethodne simetrične. S druge strane, ona je, ipak još uvek bolja od Lambertove projekcije.

Na taj način smo dobili dve konformne projekcije bolje od Lambertove projekcije koja je za nas bila referentna, jer je poznata. Naše projekcije ne samo da su bolje u smislu veličine maksimalnih deformacija, nego i u smislu rasporeda deformacija,

što potvrđuju odgovarjuće totalne deformacije. Na kartama izokola kod naših projekcija treba uočiti da je prostiranje linearnih deformacija izraženo u svim pravcima od centra ka periferiji područja preslikavanja, odnosno deformacije su "raspoređene" u svim pravcima, što je pogodnije nego da su one izražene samo u jednom pravcu na račun drugih pravaca. Ovo je slučaj i kod Gaus-Krugerove projekcije (gde se deformacije prostiru samo u pravcu istok-zapad) i kod Lambertove projekcije (gde je prostiranje deformacija izraženo samo u pravcu sever-jug). S druge strane treba reći da iako smo tražili konformne projekcije koje su prema unapred postavljenim uslovima, a na osnovu kriterijuma Čebiševa, trebalo da budu najbolje u minimaksnom smislu, uslov da se duž granice područja preslikavanja linearna razmera održava konstantnom samo je približno zadovoljen. Ovo se vidi i na kartama izokola, jer se na granici područja preslikavanja vrednost linearne razmere menja. Zato su dobijene projekcije samo približno najbolje u minimaksnom smislu. Prema tome, može se očekivati da postoje još bolje konformne projekcije razmatranog područja od onih koje smo mi ovde dobili. Na ovaj zaključak nas navodi i činjenica da zatvorena izokola 1.0003 (prilog 12) zahvata veću površinu od površine granične linije područja Jugoslavije. Kako oblik i položaj izokola zavisi od izabrane harmonijske funkcije linearne razmere jasno je da bi pronalaženje boljih konformnih projekcija bilo vezano za eksperimentisanje sa modifikacijama harmonijskih funkcija (III-5-7) odnosno sa drugim metodama rešavanja Laplasove diferencijalne jednačine (III-4-1) sa graničnim uslovom.

Dalje nas je interesovalo da li bi bilo moguće optimizovati rezultate na osnovu modela koji smo ovde postavili. Stoga je imalo smisla razmotriti pitanje u kojoj meri bi variranje broja tačaka na graničnoj krivoj, stepena harmonijskog polinoma i faktora ujednačenja razmere uticalo na poboljšanje tražene konformne

projekcije. Da bismo to ustanovili, sastavili smo računarski program pomoću koga se određuje serija različitih varijanti konformnih projekcija. Na osnovu ovog programa računaju se Čebiševljevi koeficijenti funkcija linearne razmere (III-5-46) i (III-7-4) za različite varijante konformnih projekcija. Pritom se varira stepen harmonijskog polinoma, broj tačaka pomoću kojih se aproksimira područja preslikavanja i faktor ujednačenja razmere. Za svaku varijantu izlazne veličine (pokazatelji kvaliteta projekcije) su:

- minimalna linearna deformacija,
- maksimalna linearna deformacija,
- širina opsega deformacija,
- apsolutna promena ekstremnih vrednosti linearne deformacije,
- relativna promena linearne ramere,
- totalna linearna deformacija po Jordanu,
- totalna linearna deformacija po Jordan-Kavrajskom,
- varijansa zadovoljenja graničnog uslova.

Za praktično računanje totalnih deformacija umesto formula (II-4-6) i (II-4-7) koristili formule za njihove nešto modifikovane aproksimacije:

$$E_J = 1000 \sqrt{\sum_{i=1}^M (m_i - 1)^2} \quad (IV-1)$$

1

$$E_{JK} = 1000 \sqrt{\sum_{i=1}^M (\ln m_i)^2} \quad (IV-2)$$

Varirajući stepen simetričnog harmonijskog polinoma od 1 do 10, broj graničnih tačaka od 24 do 60 i faktor ujednačenja razmere

od 1.00020 do 1.00050 sa korakom od 0.00002 dobili smo 1120 varijanti adaptabilne simetrične konformne projekcije. Da bismo od dobijenih projekcija pronašli najbolju tražili smo one kod kojih pokazatelji kvaliteta imaju optimalne vrednosti. U tom smislu posle izvršenog sortiranja po pokazateljima kvaliteta projekcije u različitim kombinacijama (u priložima 21-30 daju se samo po prvih 50 varijanti) dobijamo varijante projekcija sa optimalnim vrednostima prethodno navedenih pokazatelja. Tako dobijamo vrednosti:

- maksimuma minimalne linearne deformacije od -0.000240,
- minimuma maksimalne linearne deformacije od 0.000326,
- minimuma širine opsega deformacija od 0.000872,
- minimuma apsolutne promene ekstremnih vrednosti linearne deformacije od 0.000000
- minimuma relativne promene linearne ramere od 0.087 %,
- minimuma totalne linearne deformacije po Jordanu od 2.524440,
- minimuma totalne linearne deformacije po Jordan-Kavrajskom od 2.524271,
- minimuma varijanse zadovoljenja graničnog uslova od 0.000355.

Zanimljivo je bilo zatim utvrditi kada su pokazatelji kvaliteta projekcije optimalni s obzirom na vrednosti ulaznih promenljivih. Tako je varijansa zadovoljenja graničnog uslova najmanja (prilozi 29, 30) kada je broj uzetih graničnih tačaka najveći (60) i kada je stepen polinoma 4. Slično, totalna linearna deformacija je najmanja kada je vrednost faktora ujednačenja razmere 1.00042 (prilog 28). S druge strane, širina opsega deformacija najmanja je kada je broj uzetih graničnih tačaka najmanji (24) i stepen polinoma 4 ili 5. Na žalost, oblik istovremene zavisnosti (odnosno istovremeni optimum) navedenih sedam pokazatelja kvaliteta projekcije (totalna deformacija po

Jordanu i totalna deformacija po Jordan-Kavrajskom se ponašaju identično) od tri ulazne promenljive nismo mogli da ustanovimo. (Ovaj problem optimizacije bi mogao da bude predmet nekih budućih istraživanja). Zato smo se zadovoljili da projekcije koje izabremo kao referentne imaju pokazatelje kvaliteta vrlo bliske minimalnim.

Tako na primer, izdvajamo projekciju (prilozi 31-36) kod koje se linearana deformacija kreće u minimalnim simetričnim granicama, od - 0.00044 do 0.00044 ili projekciju (prilozi 37-42) kod je varijansa zadovoljenja graničnog uslova najmanja (0.000355), a ostali pokazatelji kvaliteta projekcije su minimizovani "koliko god je to moguće".

Dalje nas je interesovalo da li nesimetrične adaptabilne konformne projekcije za područje naše zemlje mogu da daju bolje rezultate od rezultata dobijenih kod simetričnih projekcija. U tom smislu smo primenjujući istu, prethodno opisanu, metodu za 100 koturnih tačaka kojima se aproksimira granica Jugoslavije (prilog 43), varirali stepen nesimetričnog harmonijskog polinoma od 1 do 10 i faktor ujednačenja razmere od 0.99990 do 1.00050 sa korakom od 0.00002. Izlazne rezultate, pokazatelje kvaliteta projekcije, smo za 310 varijanti sortirali i dobili sledeće:

- maksimum minimalne linearne deformacije od 0.000069,
- minimum maksimalne linearne deformacije od 0.000376,
- minimum širine opsega deformacija od 0.000931,
- minimum apsolutne promene ekstremnih vrednosti linearne deformacije od 0.000012
- minimum relativne promene linearne razmere od 0.093 %,
- minimum totalne linearne deformacije po Jordanu od 2.747435,
- minimum totalne linearne deformacije po Jordan-Kavrajskom od 2.747165,
- minimum varijanse zadovoljenja graničnog uslova od 0.000273.

Na osnovu ovih rezultata vidi se da su svi pokazatelji sem varijanse zadovoljenja graničnog uslova i minimalne linearne deformacije, lošiji nego kod simetričnih projekcija. Zato od dobijenih varijanti projekcije nije bilo moguće izdvojiti nijednu koja bi bila bolja od najboljih varijanti simetričnih projekcija. Ipak, radi ilustracije, u priložima 44-48 dajemo pokazatelje kvaliteta, tabele razmera i deformacija i kartu izokola za projekciju kod koje je širina opsega deformacija najmanja (0.000931), a granice promene linearne deformacije su relativno simetrične (od -0.000456 do 0.000476) kao i odgovarajuće priloge (49-53) za varijantu projekcije kod koje su totalne deformacije i varijansa zadovoljenja graničnog uslova od svih varijanti najmanje.

Dakle, izloženom metodologijom mogu se pronaći projekcije koje su istovremeno približno najbolje u minimaksnom smislu i u varijacionom smislu. Da bismo utvrdili u kojoj meri je ova metodologija uspešna, želeli smo da uporedimo objavljene rezultate dobijene za srodne adaptabilne konformne projekcije. Stoga nam je najpre kao referentna poslužila Urmajeva adaptabilna simetrična projekcija evropskog dela Sovjetskog Saveza (Urmajev, 1947). Iz tabele logaritma linearne razmere kod ove projekcije gde je korišćen 4-ti stepen harmonijskog polinoma i 17 koturnih tačaka pri konformnom preslikavanju sfere, može se ustanoviti sledeće:

- minimalna linearna deformacija je -0.014908,
- maksimalna linearna deformacija je 0.002734,
- širina opsega promene linearne deformacije je 0.017642,
- relativna promena linearne razmere je 1.758 %,
- varijansa zadovoljenja graničnog uslova je 0.00125324

Našim metodom jednostavno se nalazi bolja konformna projekcija (za isto područje preslikavanja na elipsoidu) kod koje se linearne deformacije kreću u približno simetričnom intervalu od -0.008532 do 0.008723 (prilozi 54 i 55).

Kao druga referentana projekcija poslužila nam je Frankićeva (Frankić, 1982) konformna projekcija Kanade. Na osnovu rezultata koje je objavio ovaj autor do kojih je došao upoređenjem velikog broja optimiziranih kartografskih projekcija sfere za područje Kanade može se videti da se ovo područje prema kriterijumu Jordan-Kavrajskog i na osnovu 75 referentnih tačaka najbolje može preslikati pomoću adaptabilne nesimetrične konformne projekcije sa harmonijskim polinomom stepena 7. Vrednost totalne deformacije po Jordan-Kavrajskom računata po formuli (IV-2) za ovu projekciju iznosi 84.593144. (U prilogu 56 data je karta izokola za ovu projekciju, ali za slučaj preslikavanja obrtnog elipsoida). Optimizacijom našim metodom po istom kriterijumu dolazimo do varijante projekcije kod koje totalna deformacija po Jordan-Kavrajskom iznosi 79.90407387 (prilog 57). Pored toga, u težnji da pronađemo najbolje rešenje, utvrdili smo da simetrična adaptabilna projekcija za područje ograničeno paralelama 42° i 83° severne geografske širine i meridijanima 51° i 141° zapadne geografske dužine, u koje pada područje Kanade i zahvata znatno veću površinu od površine kod prethodnih projekcija, daje još bolje rezultate. Tako, koristeći sve vreme isti kriterijum Jordan-Kavrajskog, dolazimo do simetrične projekcije kod koje odgovarajuća totalna deformacija iznosi 72.520917 (prilog 58). Međutim, kod poslednje tri varijante projekcije vidimo da se linearna deformacija kreće u nesimetričnim granicama (kod Frankićeve projekcije, na primer, od -0.017396 do 0.026947) što sa aspekta praktične primene ne bi bilo povoljno. Stoga, kada se u optimizaciju uključi i razlika apsolutnih vrednosti ekstremnih deformacija dolazimo, po našem mišljenju, do najprihvatljivije varijante projekcije (prilozi 59 i 60) kod koje odgovarajuća totalna deformacija ima još uvek prilično malu vrednost (78.255679), ali se linearna deformacija kreću u granicama od -0.015545 do 0.016343 .

Kao poslednja referenta projekciju ovde poslužila nam je Snajderova "minimum-error" konformna projekcija za područje SAD (bez Aljaske i Havaja). Na osnovu karte izokola odgovarajuće čebiševske projekcije koju je ovaj autor objavio 1984. godine može se zaključiti da se pomenuto sferno područje može preslikati na ravan sa linearnim defomacijama koja se kreće u granicama od 0.989 do 1.011. Mi smo za područje SAD, odnosno za područje obrtnog elipsoida ograničeno paralelama sa geografskim širinama 25° i 49° i meridijanima 125° i 65° zapadne geografske dužine, gore izloženom metodologijom dobili projekciju kod koje se linearna deformacija kreće u simetričnim granicama od 0.988 do 1.012. (prilozi 61 i 62). Iako pomenuta Snajderova karta izokola samo grubo prikazuje raspored linearne razmere kod njegove projekcije, te je teško ustanoviti vrednost linearne razmere na celom području preslikavanja koje smo mi razmatrali, a s druge strane ne želeći da se upuštamo u komplikovana računanje vrednosti totalne deformacije kod Snajderove projekcije, možemo samo konstatovati da naša projekcija daje svakako povoljne rezultate.

ZAKLJUČAK I PREDLOZI DALJIH PRAVACA ISTRAŽIVANJA

Posle završenog eksperimenta u toku ovog rada u zaključku najpre treba konstatovati da posle dobijanja nove konformne projekcije koja je približno najbolje i u minimaksnom i u varijacionom smislu možemo tvrditi da je područje Jugoslavije moguće konformno preslikati bolje nego što se to čini primenom najčešće korišćenih projekcija kod nas: Gaus-Kriggerove projekcije i Lambertove projekcije sa dve standardne paralele. Pritom je bolje preslikavanje izraženo ne samo manjom apsolutnom vrednošću maksimalne linearne deformacije i manjom širinom opsega linearne deformacije, nego i boljim rasporedom linearnih deformacija na celom području preslikavanja. Pritom pod boljim rasporedom deformacija mislimo na to da je prostiranje deformacija izraženo u svim pravcima od centra ka periferiji područja preslikavanja, odnosno da su deformacije "rasporedene" u svim pravcima, što je pogodnije nego da su one izražene samo u jednom pravcu na račun drugih pravaca. O tome da su deformacije kod naše projekcije rasporedene bolje govore i odgovarajuće vrednosti totalnih deformacija. Pritom je postignuto da u najboljem slučaju maksimalna vrednost linearne razmere u centrima reprezentivnih elipsoidnih trapeza ne prelazi vrednost od $\pm 4.4 \cdot 10^{-4}$. Međutim, činjenica da granični uslov samo približno zadovoljen kao i činjenica da izokola 1.0003 (prilog 12) zahvata veću površinu od površine granične linije područja Jugoslavije navodi nas na zaključak da je moguće pronaći konformno preslikavanje kod koga maksimalna vrednost linearne razmere ima još manju vrednost. U prilog poslednjoj tvrdnji može se dati i rezultat Fašingove

(Fasching) rasprave¹ iz 1922. godine po pitanju sa kojom se minimalnom linearnom deformacijom može Kraljevina SHS konformno projektovati na jednu ravan i gde se kaže da se ova vrednost ne može biti manja od $\pm 3.0 \cdot 10^{-4}$. Stoga bi, po našem mišljenju, buduća istraživanja u cilju pronalaženja boljih konformnih projekcija bila vezano za eksperimentisanje sa modifikacijama harmonijskih funkcija (III-5-7) odnosno sa drugim metodama rešavanja Poasonove ili Laplasove diferencijalne jednačine sa graničnim uslovom. Verovatno da bi se dobili interesantni rezultati kod projekcije kod koje bi jedna izokola (na primer izokola 1.0003) strogo prolazila kroz određeni broj tačaka na granici područja preslikavanja, odnosno kada bi granični uslov bio strogo zadovoljen. Takode smatramo da ima smisla razmotriti ideju "kosih" adaptabilnih konformnih projekcija kod kojih bi izokole bile zakošene u odnosu na mrežu parametarskih linija.

Pored toga, može se konstatovati na osnovu razmatranog konformnog preslikavanja područja Jugoslavije i Kanade, da je ovim slučajevima nesimetrična harmonijska funkcija (III-6-1) dala slabije rezultate nego simetrična (III-5-10), te da bi njeno korišćenje moglo biti opravdano samo uz odgovarajuće modifikacije.

Pozitivni rezultati drugog dela eksperimenta u ovom radu u kome smo konformnu projekciju dobijenu predloženom metodologijom uporedili sa srodnim projekcijama većih geografskih područja (Urmajevom za evropski deo SSSR-a, Frankicevom za Kanadu, i Snajderovom za SAD) dovode nas do zaključka da dobijena adaptabilna konformna kartografske projekcije daje izuzetno povoljne rezultate u smislu rasporeda i odnosa ekstremnih vrednosti deformacija i da se ista može koristiti kako za manja područja prikazivanja, tako i za prikazivanje većih zemalja, celih

¹ "Osnovni geodetski radovi u F.N.R. Jugoslaviji", Beograd, 1953

kontinenata i okeana.

R E F E R E N C E:

- Баева, Е. Ю. 1987. Критерии оценки достоинства картографических проекций, используемых для составления карт мира.
Известия высших учебных заведений - Геодезия и аэрофотосъемка, выпуск 3.
- Borčić, B. 1955. Matematička kartografija (kartografske projekcije).
Tehnička knjiga, Zagreb.
- Borčić, B. 1976. Gauss-Krugerova projekcija meridijanskih zona.
Sveučilište u Zagrebu, Geodetski fakultet,
Zagreb.
- Бугаевский, Л. М. 1967. Вычисление равноугольных проекций на электронно
- вычислительной машине.
Геодезия и картография, но. 9.
- Бугаевский, Л. М. 1982. Критерии оценке при выборе картографических
проекций.
Известия высших учебных заведений - Геодезия и
аэрофотосъемка, но. 3.
- Canters, F. 1899. New Projections for World Maps / A Quantitative
- Perceptive Approach.
Cartographica Vol.26, No.2.

- Carnahan, B.
Luther, H. A.
Wilkes, J. O. 1969. Applied Numerical Methods.
John Wiley & sons, Inc., New York.
- Čurlin, A. 1990. Programski alati u matematici.
Institut za nuklearne nauke "Boris Kidrič",
Vinča, Beograd.
- Deakin, R. E.
Snyder, J. P. 1990. A Minimum-Error Equal-Area Pseudocylindrical Map
Projection.
Cartography and Geographic Information Systems,
Vol.17, No.2.
- Dyer, J. A. 1989. Minimum-Error Equal-Area Map Projections
The American Cartographer, Vol.16, No.1.
- Frankić, K. 1982. Optimization of Geographic Map Projections for
Canadian Territory.
Ph.D. Thesis, Simon Fraser University.
- Frančula, N. 1974. Izbor projekcije.
Geodetski fakultet sveučilišta u Zagrebu,
Zagreb.
- Гинзбург, Г. А.
Саламанова, Т. Д. 1964. Пособие по математической картографии.
труды ЦНИИГАИК, выпуск 160, Недра, Москва.

- Гинзбург, Г. А. 1976. Вопросы изыскания наилучших картографических проекций.
Известия высших учебных заведений - Геодезия и аэрофотосъемка, но. 4.
- Jovanović, V. 1983. Matematička kartografija.
Vojnogeografski institut, Beograd.
- Каврайский, В. В. 1958. Избранные труды, том I, II, III. Математическая картография.
Гидрографическая служба ВМФ, Москва
- Каврайский, В. В. 1934. Математическая картография.
Редбза Госкартотреста, Москва.
- Конусова, Г. И. 1975. К вопросу о наилучших картографических проекциях.
Известия высших учебных заведений - Геодезия и аэрофотосъемка, но. 4.
- Козакова, З. Л. 1971. К вопросу о критериях оценки достоинства картографических проекций.
Известия высших учебных заведений - Геодезия и аэрофотосъемка, выпуск 5.
- Мещеряков, Г. А. 1965. К проблеме наивыгоднейших картографических проекций.
Известия высших учебных заведений - Геодезия и аэрофотосъемка, выпуск 4.
- Мещеряков, г. а. 1968. Теоретические основы математической картографии.
Недра, Москва.
-

- Mićić, V.
Čukić, Lj.
Milin, L.
Četković, G.
Jevremović, V. 1989. Nove metode matematičke kartografije.
Građevinski fakultet - Beograd.
- Milnor, J. 1969. A Problem in Cartography.
The American Mathematical Monthly, No.10.
- Mitrinović, D.S. 1989. Kompleksna analiza.
IRO "Građevinska knjiga", Beograd.
- Mihajlović, K. 1981. Račun izravnanja I.
Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu,
Beograd
- Норден, А. П. 1956. Теория поверхностей.
Государственное издательство
технико-теоретической литературы, Москва.
- Павлов, А. А. 1974. Практическое пособие по математической
картографии.
Ленинградский Университет, Ленинград.
- Press, W. H.
Flanery, B. P.
Teukolsky, S. A.
Vetterling, W. T. 1986. Numerical Recipes, The Art of Scientific
Computing.
Cambridge University Press, Cambridge.
-

- Rayna, G. 1987. REDUCE - Software for Algebraic Computation.
Springer-Verlag, New York.
- Reilly, W.I. 1973. A Conformal Mapping Projection with Minimum
Scale Error.
Survey Review, Vol.22. No.168.
- Snyder, J.P. 1984. Minimum-Error Map Projections Bounded by
Polygons.
The Cartographic Journal, Vol.22.
- Snyder, J.P. 1984. A Low-Error Conformal Map for the 50 States.
The American Cartographer, Vol.11, No.1.
- Snyder, J.P. 1984. Map-Projection Graphics from a Personal
Computer.
The American Cartographer, Vol.11, No.2.
- Snyder, J.P. 1988. New Equal-Area Map Projections for Noncircular
Regions.
The American Cartographer, Vol.15, No.4.
- Соловь ев, М. Д. 1969. Математическая картография.
Недра, Москва.
- Stipanić, E.
Trifunović, M. 1988. Matematika II.
Naučna knjiga, Građevinski fakultet, Beograd.
- Tobler, W.R. 1986. Measuring the Similarity of Map Projections.
The American Cartographer, Vol.13, No.2.
-

- Урмаев, Н. А. 1941. Математическая картография.
Военно-инженерная академия ка им. В.В.
Куйбышева, Москва.
- Урмаев, Н. А. 1947. Методы изыскания новых картографических
проекций.
Военно-топографическое управление генерального
штаба вооруженных сил совза ССР, Москва.
- Урмаев, Н. А. 1953. Исследования по математической картографии.
труды ЦНИИГАиК, выпуск 98, Издательство
геодезической литературы, Москва.
- Урмаев, Н. А. 1962. Основы математической картографии.
труды ЦНИИГАиК, выпуск 144, Издательство
геодезической литературы, Москва.
- Вахрамеева, Л. А. 1971. Конформные проекции с асимметричными изоколами.
Известия высших учебных заведений - Геодезия и
аэрофотосъемка, выпуск 1.
- Вахрамеева, Л. А. 1969. Конформные проекции, полученные с помощью
гармонических полиномов.
Известия высших учебных заведений - Геодезия и
аэрофотосъемка, выпуск 1.
- Вахрамеева, Л. А.
Бугаевский, Л. М.
Казакова, З. Л. 1986. Математическая картография.
Недра, Москва.
-

- Živković, A. 1972. Viša geodezija, I. deo.
Izdavačko preduzeće "Građevinska knjiga",
Beograd.
- _____ 1953. Osnovni geodetski radovi u F.N.R. Jugoslaviji.
Savezna geodetska uprava, Beograd.
- _____ 1986. The AutoCAD - Drafting Package.
Reference Manual.
Autodesk Inc.
- _____ 1980. CALCOMP - Host Computer Basic Software Manual.
California Computer Products, Inc., Anaheim.
- _____ 1988. ChiWriter - The Scientific Word Processor for
the IBM P.C. (and compatibles).
Horstman Software Design, Ann Arbor
- _____ 1987. dBASE III plus - Reference Manual.
Ashton Tate.
- _____ 1978 IMSL - User's Manual.
- _____ 1987. MS-DOS 3.30, Operating System. User's Reference.
Microsoft.
- _____ 1987. Ryan Mc Farland/Fortran, User's Guide.
- _____ 1988. SURFER - Information Manual.
Golden Software, Inc., Golden.
-

PRILOZI



GAUS-KRIGEROVA PROJEKCIJA - 3 KOORDINATNA SISTEMA

POKAZATELJI KVALITETA PROJEKCIJE

TOTALNA DEFORMACIJA PO JORDANU (EJ): 0.79290795

MINIMALNA LINEARNA RAZMERA (DEFORAMACIJA): 0.999905 (-0.000095)

MAKSIMALNA LINEARNA RAZMERA (DEFORAMACIJA): 1.000165 (0.000165)

MAKSIMALNA RELATIVNA PROMENA RAZMERE (μ %): 0.0260 %

TABELA RASPOREDA LINEARNE RAZMERE

G.Duz./G.Sir.	46.75°	46.25°	45.75°	45.25°	44.75°	44.25°	43.75°	43.25°	42.75°	42.25°	41.75°	41.25°
22.75°								1.00015			1.00016	1.00016
22.25°						1.00002	1.00002	1.00003	1.00003	1.00003	1.00003	1.00004
21.75°						0.99994	0.99994	0.99995	0.99995	0.99995	0.99995	0.99995
21.25°				0.99990	0.99990	0.99990	0.99990	0.99991	0.99991	0.99991	0.99991	0.99991
20.75°			0.99990	0.99990	0.99990	0.99990	0.99990	0.99991	0.99991	0.99991	0.99991	0.99991
20.25°			0.99994	0.99994	0.99994	0.99994	0.99994	0.99995	0.99995			
19.75°			1.00002	1.00002	1.00002	1.00002	1.00002	1.00003	1.00003			
19.25°			1.00002	1.00002	1.00002	1.00002	1.00002	1.00003	1.00003	1.00003		
18.75°			0.99994	0.99994	0.99994	0.99994	0.99994	0.99995	0.99995	0.99995		
18.25°			0.99990	0.99990	0.99990	0.99990	0.99990	0.99991	0.99991	0.99991		
17.75°			0.99990	0.99990	0.99990	0.99990	0.99990	0.99991	0.99991			
17.25°			0.99994	0.99994	0.99994	0.99994	0.99994	0.99995	0.99995			
16.75°		1.00001	1.00002	1.00002	1.00002	1.00002	1.00002	1.00003	1.00003			
16.25°	1.00001	1.00001	1.00002	1.00002	1.00002	1.00002	1.00002	1.00003				
15.75°		0.99994	0.99994	0.99994	0.99994	0.99994	0.99994	0.99995				
15.25°		0.99990	0.99990	0.99990	0.99990	0.99990	0.99990					
14.75°		0.99990	0.99990	0.99990	0.99990	0.99990						
14.25°		0.99994	0.99994	0.99994	0.99994							
13.75°		1.00001	1.00002	1.00002	1.00002							

GAUS-KRIGEROVA PROJEKCIJA - 1 KOORDINATNI SISTEM

POKAZATELJI KVALITETA PROJEKCIJE

TOTALNA DEFORMACIJA PO JORDANU (EJ): 7.37259020

MINIMALNA LINEARNA RAZMERA (DEFORAMACIJA): 0.999905 (-0.000095)
 MAKSIMALNA LINEARNA RAZMERA (DEFORAMACIJA): 1.001851 (0.001851)
 MAKSIMALNA RELATIVNA PROMENA RAZMERE (u %): 0.1943 %

TABELA RASPOREDA LINEARNE RAZMERE

G.Duz./G.Sir.	46.75°	46.25°	45.75°	45.25°	44.75°	44.25°	43.75°	43.25°	42.75°	42.25°	41.75°	41.25°
22.75°								1.00173			1.00182	1.00185
22.25°						1.00132	1.00134	1.00137	1.00139	1.00141	1.00144	1.00146
21.75°						1.00100	1.00102	1.00104	1.00106	1.00108	1.00110	1.00112
21.25°				1.00070	1.00071	1.00073	1.00074	1.00076	1.00077	1.00078	1.00080	1.00081
20.75°			1.00046	1.00047	1.00048	1.00049	1.00050	1.00051	1.00052	1.00053	1.00054	1.00055
20.25°			1.00028	1.00028	1.00029	1.00030	1.00030	1.00031	1.00032			
19.75°			1.00013	1.00013	1.00014	1.00014	1.00014	1.00015	1.00015			
19.25°			1.00002	1.00002	1.00002	1.00002	1.00002	1.00003	1.00003	1.00003		
18.75°			0.99994	0.99994	0.99994	0.99994	0.99994	0.99995	0.99995	0.99995		
18.25°			0.99990	0.99990	0.99990	0.99990	0.99990	0.99991	0.99991	0.99991		
17.75°			0.99990	0.99990	0.99990	0.99990	0.99990	0.99991	0.99991			
17.25°			0.99994	0.99994	0.99994	0.99994	0.99994	0.99995	0.99995			
16.75°		1.00001	1.00002	1.00002	1.00002	1.00002	1.00002	1.00003	1.00003			
16.25°	1.00012	1.00012	1.00013	1.00013	1.00014	1.00014	1.00014	1.00015				
15.75°		1.00027	1.00028	1.00028	1.00029	1.00030	1.00030	1.00031				
15.25°		1.00045	1.00046	1.00047	1.00048	1.00049	1.00050					
14.75°		1.00067	1.00069	1.00070	1.00071	1.00073						
14.25°		1.00093	1.00095	1.00097	1.00098							
13.75°		1.00122	1.00124	1.00127	1.00129							

LAMBERTOVA PROJEKCIJA

=====

POKAZATELJI KVALITETA PROJEKCIJE

TOTALNA DEFORMACIJA PO JORDANU (EJ): 5.08387649

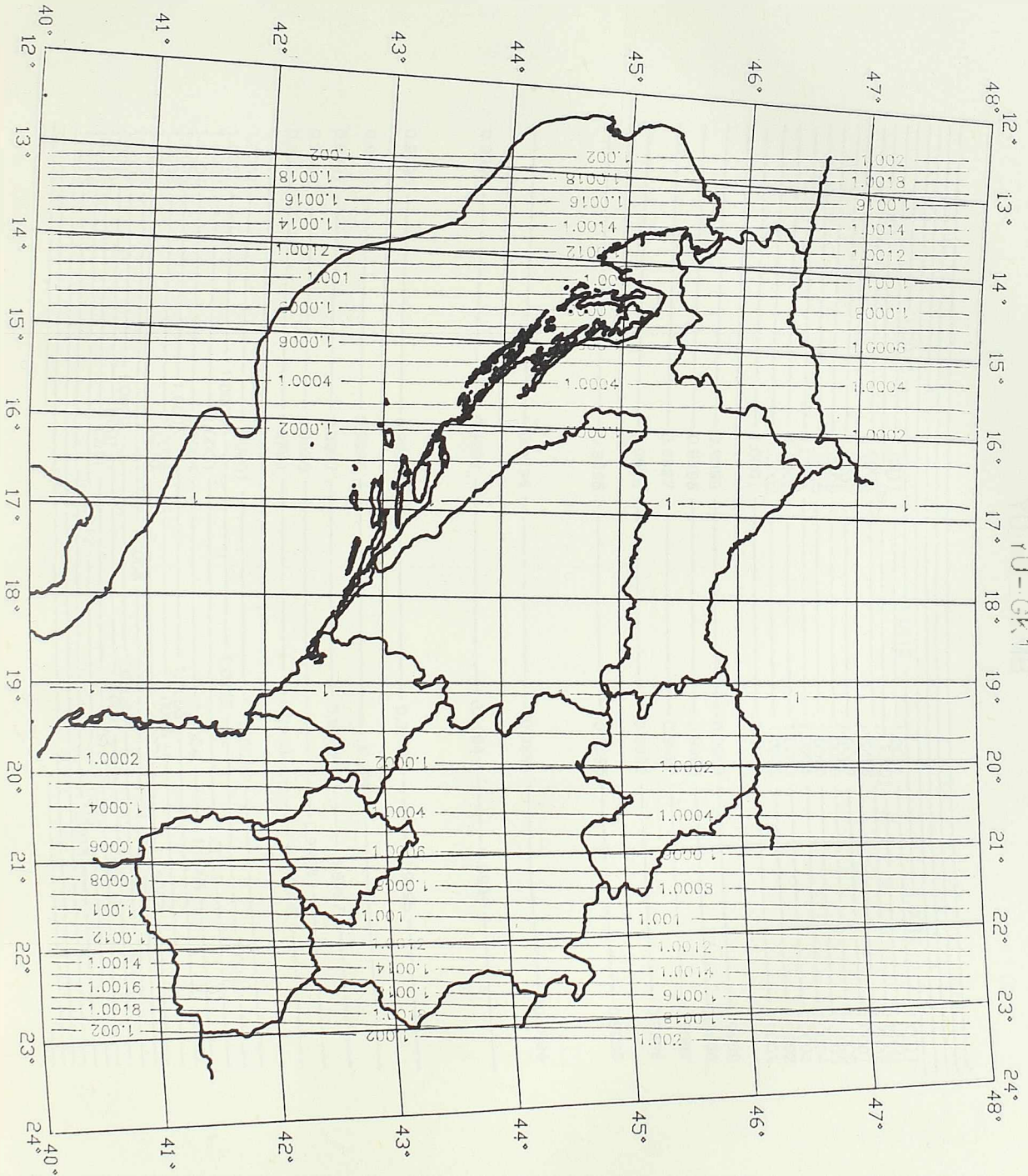
MINIMALNA LINEARNA RAZMERA (DEFORAMACIJA): 0.999402 (-0.000598)

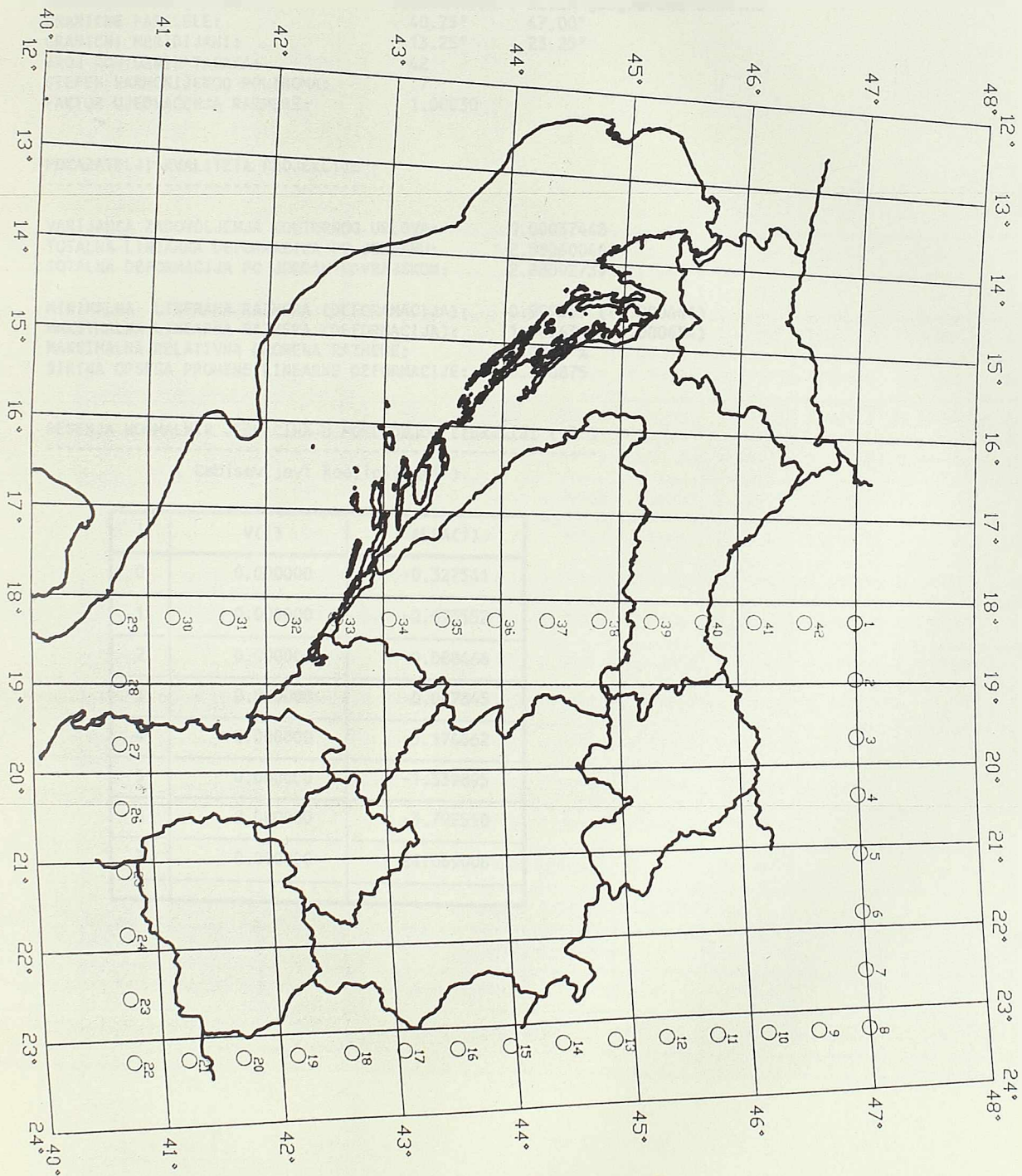
MAKSIMALNA LINEARNA RAZMERA (DEFORAMACIJA): 1.000550 (0.000550)

MAKSIMALNA RELATIVNA PROMENA RAZMERE (u %): 0.1148 %

TABELA RASPOREDA LINEARNE RAZMERE

G.Duz./G.Sir.	46.75°	46.25°	45.75°	45.25°	44.75°	44.25°	43.75°	43.25°	42.75°	42.25°	41.75°	41.25°
22.75°								0.99948			1.00016	1.00053
22.25°						0.99940	0.99940	0.99948	0.99963	0.99986	1.00016	1.00053
21.75°						0.99940	0.99940	0.99948	0.99963	0.99986	1.00016	1.00053
21.25°				0.99963	0.99948	0.99940	0.99940	0.99948	0.99963	0.99986	1.00016	1.00053
20.75°			0.99986	0.99963	0.99948	0.99940	0.99940	0.99948	0.99963	0.99986	1.00016	1.00053
20.25°			0.99986	0.99963	0.99948	0.99940	0.99940	0.99948	0.99963			
19.75°			0.99986	0.99963	0.99948	0.99940	0.99940	0.99948	0.99963			
19.25°			0.99986	0.99963	0.99948	0.99940	0.99940	0.99948	0.99963	0.99986		
18.75°			0.99986	0.99963	0.99948	0.99940	0.99940	0.99948	0.99963	0.99986		
18.25°			0.99986	0.99963	0.99948	0.99940	0.99940	0.99948	0.99963	0.99986		
17.75°			0.99986	0.99963	0.99948	0.99940	0.99940	0.99948	0.99963			
17.25°			0.99986	0.99963	0.99948	0.99940	0.99940	0.99948	0.99963			
16.75°		1.00016	0.99986	0.99963	0.99948	0.99940	0.99940	0.99948	0.99963			
16.25°	1.00055	1.00016	0.99986	0.99963	0.99948	0.99940	0.99940	0.99948				
15.75°		1.00016	0.99986	0.99963	0.99948	0.99940	0.99940	0.99948				
15.25°		1.00016	0.99986	0.99963	0.99948	0.99940	0.99940					
14.75°		1.00016	0.99986	0.99963	0.99948	0.99940						
14.25°		1.00016	0.99986	0.99963	0.99948							
13.75°		1.00016	0.99986	0.99963	0.99948							





ADAPTABILNA SIMETRICNA KONFORMNA PROJEKCIJA

PARAMETRI PROJEKCIJE

PODRUCJE PRESLIKAVANJA: JUGOSLAVIJA i BLIZA geografska okolina
 GRANICNE PARALELE: 40.75° 47.00°
 GRANICNI MERIDIJANI: 13.25° 23.25°
 BROJ KONTURNIH TACAKA: 42
 STEPEN HARMONIJSKOG POLINOMA: 7
 FAKTOR UJEDNACENJA RAZMERE: 1.00030

POKAZATELJI KVALITETA PROJEKCIJE

VARIJANSA ZADOVOLJENJA KONTURNOG USLOVA: 0.00037448
 TOTALNA LINEARNA DEFORMACIJA PO JORDANU: 2.88060040
 TOTALNA DEFORMACIJA PO JORDAN-KAVRAJSKOM: 2.88092739
 MINIMALNA LINEARNA RAZMERA (DEFORAMACIJA): 0.999559 (-0.000441)
 MAKSIMALNA LINEARNA RAZMERA (DEFORAMACIJA): 1.000434 (0.000434)
 MAKSIMALNA RELATIVNA PROMENA RAZMERE: 0.0875 %
 SIRINA OPSEGA PROMENE LINEARNE DEFORMACIJE: 0.000875

RESENJA NORMALNIH JEDNACINA U POSLEDNJOJ ITERACIJI (2)

(Cebisevljevi koeficijenti)

i	V(i)	ALFA(i)
0	0.000000	-0.327541
1	0.000000	-0.693552
2	0.000000	-0.088466
3	0.000000	0.007845
4	0.000000	5.174062
5	0.000000	-1.339895
6	0.000000	-3.792550
7	0.000000	24.069008

ADAPTABILNA SIMETRICNA KONFORMNA PROJEKCIJA

PARAMETRI PROJEKCIJE

PODRUCJE PRESLIKAVANJA: JUGOSLAVIJA i BLIZA geografska okolina
 GRANICNE PARALELE: 40.75° 47.00°
 GRANICNI MERIDIJANI: 13.25° 23.25°
 BROJ KONTURNIH TACAKA: 42
 STEPEN HARMONIJSKOG POLINOMA: 7
 FAKTOR UJEDNACENJA RAZMERE: 1.00030

TABELA RASPOREDA LINEARNE RAZMERE

G.Duz./G.Sir.	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°
22.75°									1.00029			1.00028 1.00030
22.25°							1.00011	1.00011	1.00011	1.00012	1.00015	1.00020 1.00027
21.75°							0.99996	0.99996	0.99997	1.00000	1.00005	1.00014 1.00027
21.25°				0.99994	0.99988	0.99985	0.99984	0.99986	0.99990	0.99998	1.00010	1.00027
20.75°			1.00000	0.99987	0.99980	0.99975	0.99974	0.99977	0.99983	0.99993	1.00008	1.00028
20.25°			0.99997	0.99982	0.99973	0.99968	0.99967	0.99970	0.99977			
19.75°			0.99995	0.99979	0.99969	0.99963	0.99962	0.99966	0.99974			
19.25°			0.99993	0.99977	0.99966	0.99960	0.99959	0.99962	0.99971	0.99985		
18.75°			0.99993	0.99975	0.99964	0.99958	0.99957	0.99960	0.99969	0.99984		
18.25°			0.99992	0.99975	0.99963	0.99957	0.99956	0.99960	0.99969	0.99984		
17.75°			0.99993	0.99975	0.99964	0.99958	0.99957	0.99960	0.99969			
17.25°			0.99993	0.99977	0.99966	0.99960	0.99959	0.99962	0.99971			
16.75°		1.00016	0.99995	0.99979	0.99969	0.99963	0.99962	0.99966	0.99974			
16.25°	1.00043	1.00016	0.99997	0.99982	0.99973	0.99968	0.99967	0.99970				
15.75°		1.00017	1.00000	0.99987	0.99980	0.99975	0.99974	0.99977				
15.25°		1.00018	1.00004	0.99994	0.99988	0.99985	0.99984					
14.75°		1.00020	1.00010	1.00003	0.99999	0.99996						
14.25°		1.00024	1.00018	1.00014	1.00012							
13.75°		1.00029	1.00028	1.00029	1.00030							

ADAPTABILNA SIMETRICNA KONFORMNA PROJEKCIJA

PARAMETRI PROJEKCIJE

PODRUCJE PRESLIKAVANJA: JUGOSLAVIJA i BLIZA geografska okolina
 GRANICNE PARALELE: 40.75° 47.00°
 GRANICNI MERIDIJANI: 13.25° 23.25°
 BROJ KONTURNIH TACAKA: 42
 STEPEN HARMONIJSKOG POLINOMA: 7
 FAKTOR UJEDNACENJA RAZMERE: 1.00030

TABELA RASPOREDA LOGARITMA LINEARNE RAZMERE

G.Duz./G.Sir.	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°
22.75°								0.00029			0.00028	0.00030
22.25°						0.00011	0.00011	0.00011	0.00012	0.00015	0.00020	0.00027
21.75°						-0.00004	-0.00004	-0.00003	0.00000	0.00005	0.00014	0.00027
21.25°				-0.00006	-0.00012	-0.00015	-0.00016	-0.00014	-0.00010	-0.00002	0.00010	0.00027
20.75°		0.00000	-0.00013	-0.00020	-0.00025	-0.00026	-0.00023	-0.00017	-0.00007	0.00008	0.00028	
20.25°		-0.00003	-0.00018	-0.00027	-0.00032	-0.00033	-0.00030	-0.00023				
19.75°		-0.00005	-0.00021	-0.00031	-0.00037	-0.00038	-0.00034	-0.00026				
19.25°		-0.00007	-0.00023	-0.00034	-0.00040	-0.00041	-0.00038	-0.00029	-0.00015			
18.75°		-0.00007	-0.00025	-0.00036	-0.00042	-0.00043	-0.00040	-0.00031	-0.00016			
18.25°		-0.00008	-0.00025	-0.00037	-0.00043	-0.00044	-0.00040	-0.00031	-0.00016			
17.75°		-0.00007	-0.00025	-0.00036	-0.00042	-0.00043	-0.00040	-0.00031				
17.25°		-0.00007	-0.00023	-0.00034	-0.00040	-0.00041	-0.00038	-0.00029				
16.75°		0.00016	-0.00005	-0.00021	-0.00031	-0.00037	-0.00038	-0.00034	-0.00026			
16.25°	0.00043	0.00016	-0.00003	-0.00018	-0.00027	-0.00032	-0.00033	-0.00030				
15.75°		0.00017	0.00000	-0.00013	-0.00020	-0.00025	-0.00026	-0.00023				
15.25°		0.00018	0.00004	-0.00006	-0.00012	-0.00015	-0.00016					
14.75°		0.00020	0.00010	0.00003	-0.00001	-0.00004						
14.25°		0.00024	0.00018	0.00014	0.00012							
13.75°		0.00029	0.00028	0.00029	0.00030							

ADAPTABILNA SIMETRICNA KONFORMNA PROJEKCIJA
=====

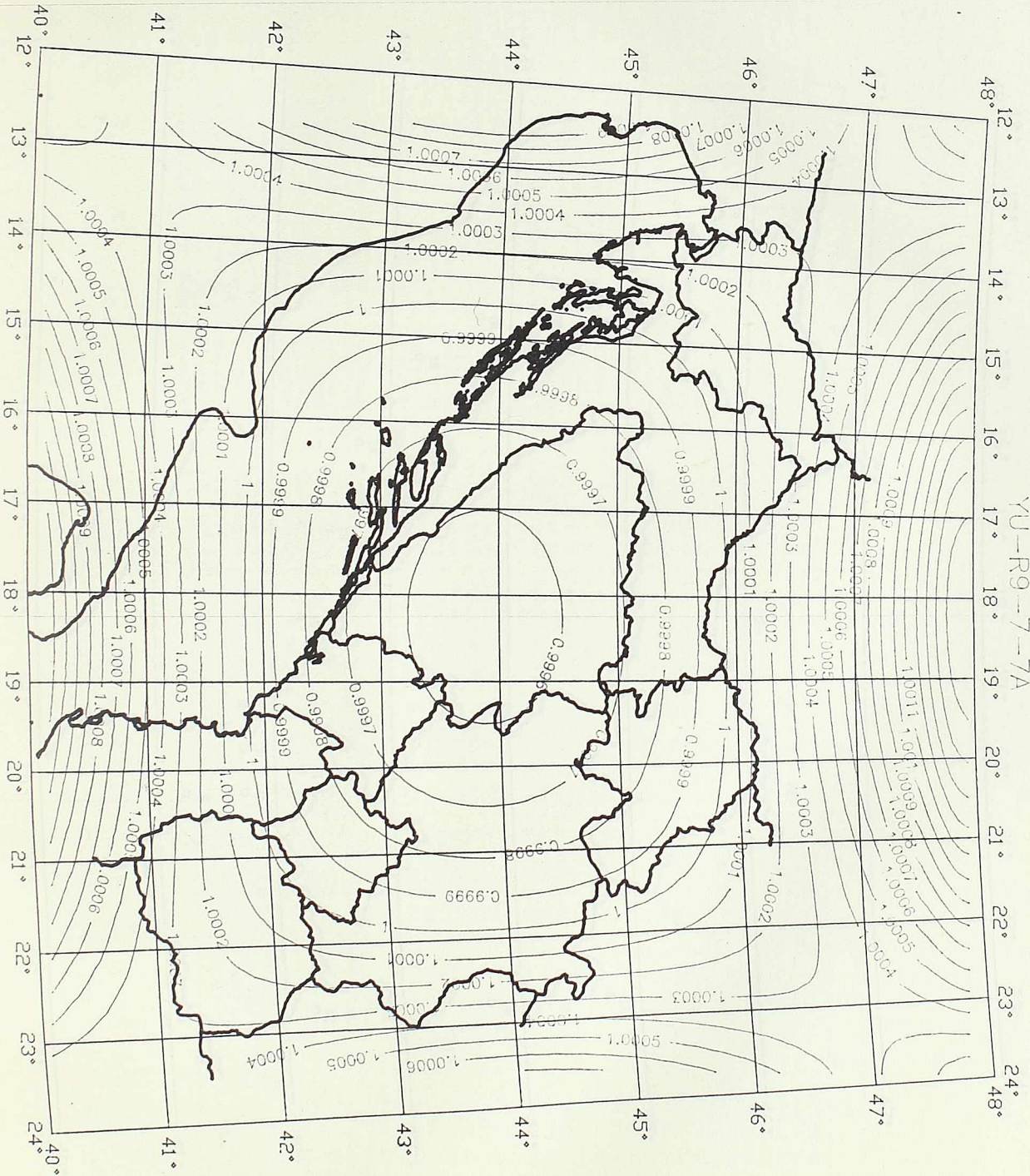
PARAMETRI PROJEKCIJE

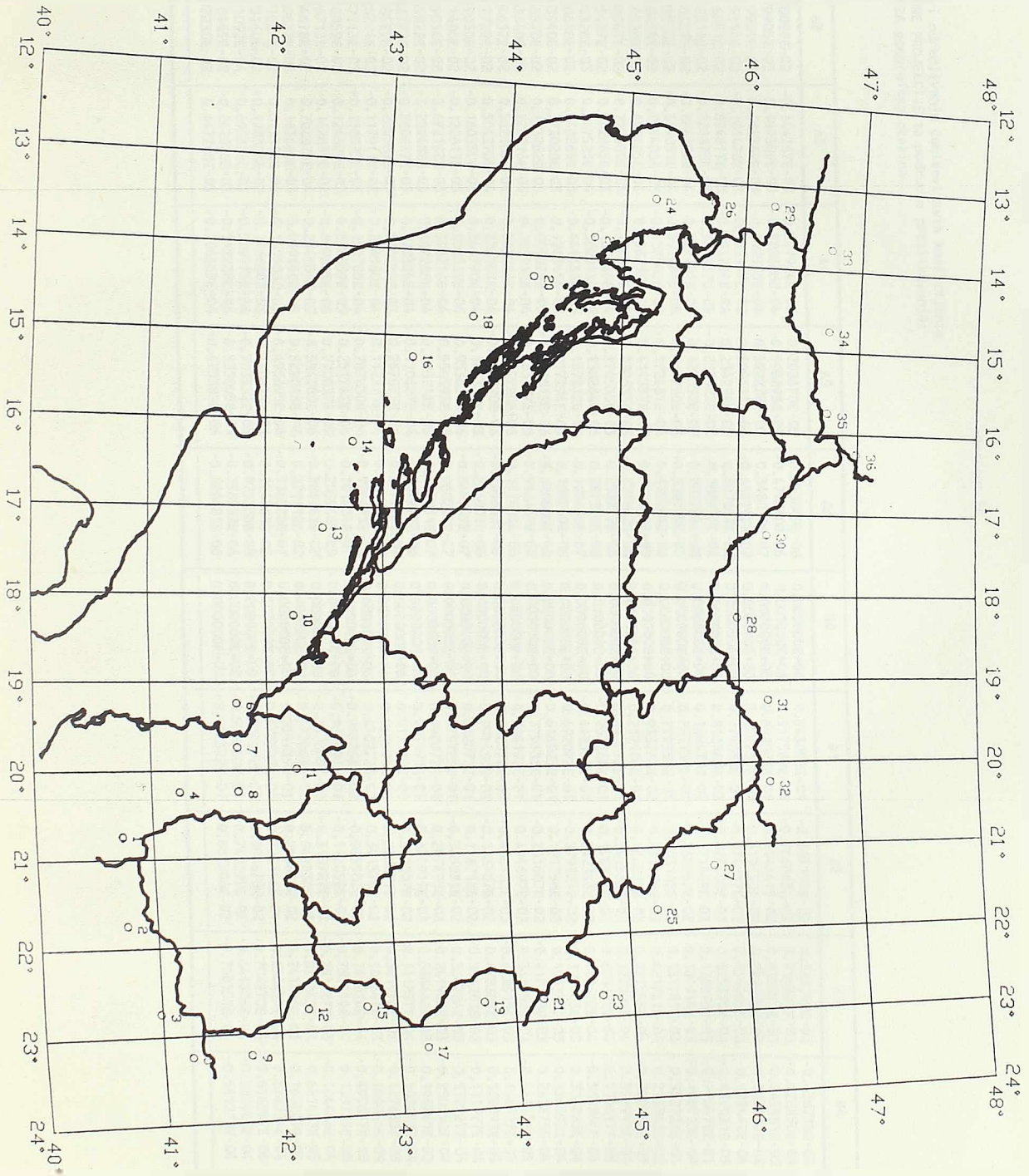
PODRUCJE PRESLIKAVANJA: JUGOSLAVIJA i BLIZA geografska okolina
GRANICNE PARALELE: 40.75° 47.00°
GRANICNI MERIDIJANI: 13.25° 23.25°
BROJ KONTURNIH TACAKA: 42
STEPEN HARMONIJSKOG POLINOMA: 7
FAKTOR UJEDNACENJA RAZMERE: 1.00030

TABELA RASPOREDA LINEARNE DEFORMACIJE

G.Duz./G.Sir.	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°
22.75°								0.00029			0.00028	0.00030
22.25°						0.00011	0.00011	0.00011	0.00012	0.00015	0.00020	0.00027
21.75°						-0.00004	-0.00004	-0.00003	0.00000	0.00005	0.00014	0.00027
21.25°				-0.00006	-0.00012	-0.00015	-0.00016	-0.00014	-0.00010	-0.00002	0.00010	0.00027
20.75°			0.00000	-0.00013	-0.00020	-0.00025	-0.00026	-0.00023	-0.00017	-0.00007	0.00008	0.00028
20.25°			-0.00003	-0.00018	-0.00027	-0.00032	-0.00033	-0.00030	-0.00023			
19.75°			-0.00005	-0.00021	-0.00031	-0.00037	-0.00038	-0.00034	-0.00026			
19.25°			-0.00007	-0.00023	-0.00034	-0.00040	-0.00041	-0.00038	-0.00029	-0.00015		
18.75°			-0.00007	-0.00025	-0.00036	-0.00042	-0.00043	-0.00040	-0.00031	-0.00016		
18.25°			-0.00008	-0.00025	-0.00037	-0.00043	-0.00044	-0.00040	-0.00031	-0.00016		
17.75°			-0.00007	-0.00025	-0.00036	-0.00042	-0.00043	-0.00040	-0.00031			
17.25°			-0.00007	-0.00023	-0.00034	-0.00040	-0.00041	-0.00038	-0.00029			
16.75°		0.00016	-0.00005	-0.00021	-0.00031	-0.00037	-0.00038	-0.00034	-0.00026			
16.25°	0.00043	0.00016	-0.00003	-0.00018	-0.00027	-0.00032	-0.00033	-0.00030				
15.75°		0.00017	0.00000	-0.00013	-0.00020	-0.00025	-0.00026	-0.00023				
15.25°		0.00018	0.00004	-0.00006	-0.00012	-0.00015	-0.00016					
14.75°		0.00020	0.00010	0.00003	-0.00001	-0.00004						
14.25°		0.00024	0.00018	0.00014	0.00012							
13.75°		0.00029	0.00028	0.00029	0.00030							

YU-R9-7-7A





ITERACIJA BR.: 1

i	A0	A1	A2	A3	A4	A5	A6	B0	B1	B2	B3	B4	B5	B6	F
1	0.10000E+01	-0.740102E-01	0.430099E-02	-0.144167E 03	-0.727974E 04	0.203678E 05	-0.253049E 06	0.000000E+00	0.343006E-01	-0.5077719E 02	-0.5232390E 07	-0.436738E 04	0.298784E 05	-0.150883E-06	-0.276082E+02
2	0.10000E+01	-0.740102E-01	0.279905E-02	0.189309E 03	-0.706559E 04	0.598398E 05	-0.470840E 06	0.000000E+00	0.517539E-01	-0.766063E 02	0.711827E 03	-0.428850E 04	0.342219E 05	-0.269910E-06	-0.277804E+02
3	0.10000E+01	-0.682618E-01	0.662769E-02	0.662769E 03	0.353397E 06	0.352770E 05	0.348030E-07	0.000000E+00	0.692072E-01	-0.944841E 02	-0.944841E 02	0.245581E 05	0.454447E 06	0.643030E-06	-0.279648E+02
4	0.10000E+01	-0.624913E-01	0.325114E-02	-0.121426E 03	0.333397E 06	0.509817E 06	0.652797E-07	0.000000E+00	0.255739E-01	-0.974630E 02	-0.974630E 02	-0.2078332E 04	0.130701E-05	-0.686993E-07	-0.283639E+02
5	0.10000E+01	-0.624913E-01	0.252316E-02	0.894617E 03	0.309817E 06	0.254274E-05	0.607014E-06	0.000000E+00	0.779333E-01	-0.874037E 02	-0.874037E 02	0.422442E 04	0.986071E-05	-0.786705E-06	-0.291331E+02
6	0.10000E+01	-0.508833E-01	0.230527E-02	-0.121673E 03	0.366833E 05	0.355135E-05	0.108937E-07	0.000000E+00	0.812063E-02	-0.826440E 03	-0.826440E 03	-0.417031E 05	0.380153E-04	-0.152191E-07	-0.291331E+02
7	0.10000E+01	-0.508833E-01	0.193508E-02	-0.884152E 04	0.237817E 05	0.131310E-07	-0.807796E-08	0.000000E+00	0.168473E-06	-0.170449E 02	-0.170449E 02	-0.790472E 04	0.444227E 04	-0.116080E-07	-0.291331E+02
8	0.10000E+01	-0.508833E-01	0.148547E 02	0.795403E 03	-0.507992E 04	0.411706E-06	0.320749E-07	0.000000E+00	0.255739E-01	-0.260257E 02	-0.260257E 02	0.552726E 04	0.433054E-06	-0.209972E-06	-0.291331E+02
9	0.10000E+01	-0.391837E-01	0.108547E 02	-0.692923E 04	0.158229E 05	0.162541E-07	0.713601E-09	0.000000E+00	0.779333E-01	-0.793105E 02	-0.793105E 02	0.311845E-05	0.131914E 03	0.421088E-08	-0.299159E+02
10	0.10000E+01	-0.391837E-01	0.325427E 02	0.502865E 03	0.158472E 05	0.136633E 06	-0.232712E-08	0.000000E+00	0.212106E-01	-0.166222E 02	-0.166222E 02	-0.352896E 04	0.881553E 04	-0.485722E-08	-0.303126E+02
11	0.10000E+01	-0.391837E-01	0.325427E 02	0.347523E 04	0.180250E 04	0.138204E-05	0.367598E-08	0.000000E+00	0.692072E-01	-0.542358E 02	-0.542358E 02	0.139617E 05	0.127029E 04	-0.364353E-08	-0.307127E+02
12	0.10000E+01	-0.332989E-01	0.373020E 03	0.140269E 03	0.190436E 05	0.138204E-05	-0.195066E-07	0.000000E+00	0.195066E-01	-0.191256E 02	-0.191256E 02	0.306285E 04	0.147288E 06	-0.131089E-06	-0.315236E+02
13	0.10000E+01	-0.273903E-01	-0.120688E 02	0.173362E 03	0.190436E 05	0.144166E 05	0.108269E-06	0.000000E+00	0.620662E-01	-0.442392E-01	-0.442392E-01	-0.136392E 04	0.164728E 06	-0.232543E-06	-0.315236E+02
14	0.10000E+01	-0.155008E-01	-0.356570E 02	0.278716E 03	0.142231E 04	0.217794E 05	-0.620662E-08	0.000000E+00	0.704192E-01	-0.704192E-01	-0.704192E-01	0.136392E 04	0.164728E 06	-0.361918E-07	-0.323488E 02
15	0.10000E+01	-0.155008E-01	-0.583340E 02	0.532109E 03	0.142231E 04	0.217794E 05	-0.620662E-08	0.000000E+00	0.692072E-01	-0.692072E-01	-0.692072E-01	0.175713E 03	0.190331E 03	-0.315236E+02	-0.315236E+02
16	0.10000E+01	-0.155008E-01	-0.583340E 02	0.278716E 03	0.142231E 04	0.217794E 05	-0.620662E-08	0.000000E+00	0.692072E-01	-0.692072E-01	-0.692072E-01	0.175713E 03	0.190331E 03	-0.315236E+02	-0.315236E+02
17	0.10000E+01	-0.351251E-02	-0.4964652E 02	0.504276E 04	0.142231E 04	0.217794E 05	-0.620662E-08	0.000000E+00	0.692072E-01	-0.692072E-01	-0.692072E-01	0.175713E 03	0.190331E 03	-0.315236E+02	-0.315236E+02
18	0.10000E+01	-0.351251E-02	-0.619050E 02	-0.160550E 03	0.364790E 04	0.181819E 06	-0.203001E-06	0.000000E+00	0.105642E-06	-0.105642E-06	-0.105642E-06	0.136392E 04	0.164728E 06	-0.489406E 05	-0.331886E 02
19	0.10000E+01	-0.8577703E-02	-0.471906E 02	-0.122611E 03	0.398216E 04	0.193717E 05	-0.252851E-07	0.000000E+00	0.252851E-01	-0.252851E-01	-0.252851E-01	0.365031E 02	0.241906E 03	-0.108265E 03	-0.340432E+02
20	0.10000E+01	0.8577703E-02	-0.471906E 02	-0.122611E 03	0.398216E 04	0.193717E 05	-0.252851E-07	0.000000E+00	0.692072E-01	-0.692072E-01	-0.692072E-01	0.175713E 03	0.190331E 03	-0.315236E+02	-0.315236E+02
21	0.10000E+01	0.207705E-01	-0.453822E 02	-0.889617E 03	0.107288E 04	0.193717E 05	-0.252851E-07	0.000000E+00	0.517539E-01	-0.517539E-01	-0.517539E-01	0.187341E 03	0.187341E 03	-0.143175E-07	-0.357981E+02
22	0.10000E+01	0.207705E-01	-0.823772E 02	-0.229267E 03	0.110627E 04	0.110627E 04	-0.101064E-07	0.000000E+00	0.965991E-01	-0.965991E-01	-0.965991E-01	0.584462E 03	0.584462E 03	-0.143175E-07	-0.357981E+02
23	0.10000E+01	0.330706E-01	-0.158479E 02	-0.229267E 03	0.110627E 04	0.110627E 04	-0.101064E-07	0.000000E+00	0.965991E-01	-0.965991E-01	-0.965991E-01	0.584462E 03	0.584462E 03	-0.143175E-07	-0.357981E+02
24	0.10000E+01	0.330706E-01	-0.158479E 02	-0.229267E 03	0.110627E 04	0.110627E 04	-0.101064E-07	0.000000E+00	0.965991E-01	-0.965991E-01	-0.965991E-01	0.584462E 03	0.584462E 03	-0.143175E-07	-0.357981E+02
25	0.10000E+01	0.454803E-01	0.217113E 03	-0.158325E 03	0.574846E 05	0.291737E 06	-0.203546E-05	0.000000E+00	0.267860E-01	-0.267860E-01	-0.267860E-01	0.812063E 02	0.812063E 02	-0.165486E 04	-0.356265E+02
26	0.10000E+01	0.454803E-01	0.258895E 02	-0.142859E 04	0.344046E 05	0.291737E 06	-0.203546E-05	0.000000E+00	0.267860E-01	-0.267860E-01	-0.267860E-01	0.812063E 02	0.812063E 02	-0.165486E 04	-0.356265E+02
27	0.10000E+01	0.517270E-01	-0.596713E 02	-0.596713E 02	0.596713E 02	0.596713E 02	-0.101064E-07	0.000000E+00	0.267860E-01	-0.267860E-01	-0.267860E-01	0.812063E 02	0.812063E 02	-0.165486E 04	-0.356265E+02
28	0.10000E+01	0.580023E-01	0.266467E 02	0.183630E 03	0.999170E 05	0.596664E 06	-0.516528E-07	0.000000E+00	0.267860E-01	-0.267860E-01	-0.267860E-01	0.812063E 02	0.812063E 02	-0.165486E 04	-0.356265E+02
29	0.10000E+01	0.580023E-01	0.266467E 02	0.183630E 03	0.999170E 05	0.596664E 06	-0.516528E-07	0.000000E+00	0.267860E-01	-0.267860E-01	-0.267860E-01	0.812063E 02	0.812063E 02	-0.165486E 04	-0.356265E+02
30	0.10000E+01	0.580023E-01	0.266467E 02	0.183630E 03	0.999170E 05	0.596664E 06	-0.516528E-07	0.000000E+00	0.267860E-01	-0.267860E-01	-0.267860E-01	0.812063E 02	0.812063E 02	-0.165486E 04	-0.356265E+02
31	0.10000E+01	0.580023E-01	0.266467E 02	0.183630E 03	0.999170E 05	0.596664E 06	-0.516528E-07	0.000000E+00	0.267860E-01	-0.267860E-01	-0.267860E-01	0.812063E 02	0.812063E 02	-0.165486E 04	-0.356265E+02
32	0.10000E+01	0.706397E-01	-0.273160E 02	-0.128386E 03	0.146466E 05	0.496466E 06	-0.124261E-08	0.000000E+00	0.704192E-01	-0.704192E-01	-0.704192E-01	0.644305E 03	0.644305E 03	-0.618997E-06	-0.376155E+02
33	0.10000E+01	0.706397E-01	-0.273160E 02	-0.128386E 03	0.146466E 05	0.496466E 06	-0.124261E-08	0.000000E+00	0.704192E-01	-0.704192E-01	-0.704192E-01	0.644305E 03	0.644305E 03	-0.618997E-06	-0.376155E+02
34	0.10000E+01	0.706397E-01	-0.273160E 02	-0.128386E 03	0.146466E 05	0.496466E 06	-0.124261E-08	0.000000E+00	0.704192E-01	-0.704192E-01	-0.704192E-01	0.644305E 03	0.644305E 03	-0.618997E-06	-0.376155E+02
35	0.10000E+01	0.770021E-01	0.397230E 02	-0.447248E 05	0.106638E 04	0.457338E 05	-0.490481E-06	0.000000E+00	0.442392E-01	-0.442392E-01	-0.442392E-01	0.700338E 03	0.700338E 03	-0.541273E 04	-0.380800E+02

"Jednacinne gresaka" formirane pri odredjivanju Cebnislevljevih koeficijenata
ADAPTABILNE NESIMETRICNE KONFORMNE PROJEKCIJE ZA PODRUCLJE PRESTIKAVANJA:
JUGOSLAVIJA I BLIZA geografska okolina

ITERACIJA BR.: 2

i	A0	A1	A2	A3	A4	A5	A6	B0	B1	B2	B3	B4	B5	B6	F
1	0.100000E+01	-0.740102E-01	0.430099E-02	-0.144167E-03	-0.727934E-05	0.203678E-05	-0.253409E-06	0.000000E+00	0.343006E-01	-0.507719E-02	0.523290E-03	-0.436738E-04	0.298263E-05	-0.150892E-06	-0.126428E-01
2	0.100000E+01	-0.740102E-01	0.279930E-02	0.189309E-03	-0.508506E-04	0.598293E-05	-0.470860E-06	0.000000E+00	0.517539E-01	-0.766063E-02	0.718272E-03	-0.428850E-04	0.542219E-06	0.269510E-06	0.555016E-02
3	0.100000E+01	-0.682618E-01	-0.129959E-03	0.662769E-03	-0.892555E-04	-0.592278E-05	0.348030E-07	0.000000E+00	0.620272E-01	-0.944841E-02	0.635971E-03	0.245581E-05	0.634476E-05	-0.883003E-06	0.211469E-02
4	0.100000E+01	-0.624913E-01	0.325114E-02	-0.121426E-03	-0.535397E-06	0.509411E-06	-0.352797E-07	0.000000E+00	0.255739E-01	-0.319630E-02	0.282885E-03	-0.207832E-04	-0.966737E-06	-0.686993E-07	0.446494E-02
5	0.100000E+01	-0.624913E-01	-0.216851E-02	0.894617E-03	-0.901724E-04	0.234274E-05	0.607014E-06	0.000000E+00	0.779338E-01	-0.974037E-02	0.439689E-03	-0.417031E-05	0.424244E-06	-0.786705E-06	0.258352E-06
6	0.100000E+01	-0.508833E-01	0.252316E-02	-0.121675E-04	-0.568337E-05	-0.253532E-06	0.108937E-07	0.000000E+00	0.812063E-02	-0.826408E-03	0.625399E-04	-0.790472E-05	0.442227E-06	-0.152191E-07	0.435054E-06
7	0.100000E+01	-0.508833E-01	0.230527E-02	-0.884152E-04	-0.302883E-05	-0.123350E-07	-0.807796E-08	0.000000E+00	0.168473E-01	-0.260257E-02	0.126076E-03	-0.100723E-04	0.424227E-06	-0.209972E-06	0.676831E-05
8	0.100000E+01	-0.508833E-01	0.193508E-02	-0.319051E-04	-0.507592E-04	-0.172481E-05	-0.411706E-06	0.000000E+00	0.320749E-07	-0.320749E-07	0.131991E-03	-0.552726E-04	-0.975913E-07	0.421088E-08	0.498292E-02
9	0.100000E+01	-0.391837E-01	0.144826E-02	-0.499225E-06	-0.156255E-06	-0.141455E-07	-0.713601E-09	0.000000E+00	0.615244E-06	0.713601E-09	-0.421741E-04	-0.360858E-05	-0.107784E-06	-0.128285E-08	0.227157E-01
10	0.100000E+01	-0.391837E-01	0.108547E-02	-0.727609E-03	-0.158472E-05	-0.138635E-06	-0.771842E-08	0.000000E+00	0.252712E-06	-0.166222E-02	-0.127029E-04	-0.584964E-05	-0.268599E-07	-0.127757E-07	0.303549E-02
11	0.100000E+01	-0.391837E-01	0.325427E-02	0.502865E-03	-0.188250E-04	-0.138264E-06	-0.138264E-06	0.000000E+00	0.195066E-07	0.195066E-07	-0.442392E-01	-0.352996E-04	0.364647E-07	-0.485722E-08	0.500966E-02
12	0.100000E+01	-0.332939E-01	0.391328E-03	0.347523E-04	0.302911E-05	-0.138264E-06	-0.217294E-05	0.000000E+00	0.367598E-08	-0.178826E-02	-0.692072E-01	-0.584964E-05	0.355610E-06	-0.354355E-08	0.841524E-02
13	0.100000E+01	-0.273903E-01	-0.120688E-02	0.140269E-03	0.373020E-03	-0.173262E-03	-0.138264E-06	0.000000E+00	0.195066E-07	0.195066E-07	0.692072E-01	-0.442392E-01	0.704423E-06	-0.131089E-06	-0.171799E-02
14	0.100000E+01	-0.155008E-01	-0.403940E-02	0.140269E-03	0.373020E-03	-0.173262E-03	-0.138264E-06	0.000000E+00	0.195066E-07	0.195066E-07	-0.442392E-01	-0.442392E-01	-0.347286E-06	-0.659541E-07	0.934174E-02
15	0.100000E+01	-0.155008E-01	-0.3556570E-02	0.522109E-04	0.905628E-05	-0.263377E-05	-0.117400E-06	0.000000E+00	0.704192E-01	-0.486182E-03	0.346593E-03	-0.464527E-05	-0.176801E-05	-0.331728E-07	0.241403E-02
16	0.100000E+01	-0.155008E-01	-0.494652E-02	0.522109E-04	0.225861E-04	-0.429720E-06	-0.105642E-06	0.000000E+00	-0.117400E-06	-0.117400E-06	0.692072E-01	-0.486182E-03	-0.154681E-05	-0.153585E-06	0.162605E-02
17	0.100000E+01	-0.351251E-02	-0.477729E-02	0.504276E-04	0.364790E-04	0.95634E-06	-0.203001E-06	0.000000E+00	0.203001E-06	0.203001E-06	-0.365031E-02	-0.564786E-03	0.134367E-05	-0.775402E-07	0.982882E-03
18	0.100000E+01	-0.857703E-02	-0.619050E-02	-0.122611E-03	0.398216E-04	0.550393E-05	-0.849507E-07	0.000000E+00	0.517286E-07	-0.960267E-07	-0.692072E-01	-0.878725E-01	-0.250592E-06	-0.103990E-05	0.378404E-02
19	0.100000E+01	0.857703E-02	-0.471606E-02	-0.472182E-03	0.270384E-04	0.110632E-04	-0.129911E-05	0.000000E+00	0.965991E-01	-0.638919E-02	-0.544626E-03	-0.241906E-03	0.866929E-06	-0.143175E-07	0.925680E-02
20	0.100000E+01	0.207705E-01	-0.435822E-02	-0.269488E-03	0.270384E-04	0.110632E-04	-0.129911E-05	0.000000E+00	0.965991E-01	-0.638919E-02	-0.544626E-03	-0.241906E-03	0.866929E-06	-0.143175E-07	0.925680E-02
21	0.100000E+01	0.207705E-01	-0.823772E-02	-0.229567E-03	0.398216E-04	0.195712E-05	-0.252851E-07	0.000000E+00	0.692072E-01	-0.638919E-02	0.430272E-01	0.517539E-01	0.311837E-04	-0.103990E-05	0.378404E-02
22	0.100000E+01	0.207705E-01	-0.454803E-01	-0.158525E-03	-0.889671E-03	0.112171E-04	0.129911E-05	0.000000E+00	0.965991E-01	-0.638919E-02	-0.544626E-03	-0.241906E-03	0.866929E-06	-0.143175E-07	0.925680E-02
23	0.100000E+01	0.330706E-01	-0.76294E-02	-0.158525E-03	-0.889671E-03	0.112171E-04	0.129911E-05	0.000000E+00	0.965991E-01	-0.638919E-02	-0.544626E-03	-0.241906E-03	0.866929E-06	-0.143175E-07	0.925680E-02
24	0.100000E+01	0.454803E-01	-0.158479E-02	-0.158525E-03	-0.889671E-03	0.112171E-04	0.129911E-05	0.000000E+00	0.965991E-01	-0.638919E-02	-0.544626E-03	-0.241906E-03	0.866929E-06	-0.143175E-07	0.925680E-02
25	0.100000E+01	0.454803E-01	-0.258859E-02	-0.124889E-03	-0.89665E-05	0.257073E-06	0.129911E-05	0.000000E+00	0.965991E-01	-0.638919E-02	-0.544626E-03	-0.241906E-03	0.866929E-06	-0.143175E-07	0.925680E-02
26	0.100000E+01	0.454803E-01	-0.5966713E-02	-0.142859E-02	-0.89665E-05	0.257073E-06	0.129911E-05	0.000000E+00	0.965991E-01	-0.638919E-02	-0.544626E-03	-0.241906E-03	0.866929E-06	-0.143175E-07	0.925680E-02
27	0.100000E+01	0.517270E-01	-0.264678E-02	-0.702873E-04	-0.145586E-05	0.440022E-05	-0.495666E-06	0.000000E+00	0.812063E-02	-0.826408E-03	0.625399E-04	-0.790472E-05	0.442227E-06	-0.152191E-07	0.435054E-06
28	0.100000E+01	0.580023E-01	0.264678E-02	0.136660E-04	-0.145586E-05	0.440022E-05	-0.495666E-06	0.000000E+00	0.812063E-02	-0.826408E-03	0.625399E-04	-0.790472E-05	0.442227E-06	-0.152191E-07	0.435054E-06
29	0.100000E+01	0.580023E-01	0.329832E-02	0.813302E-04	-0.145586E-05	0.440022E-05	-0.495666E-06	0.000000E+00	0.812063E-02	-0.826408E-03	0.625399E-04	-0.790472E-05	0.442227E-06	-0.152191E-07	0.435054E-06
30	0.100000E+01	0.580023E-01	0.271024E-02	0.813302E-04	-0.145586E-05	0.440022E-05	-0.495666E-06	0.000000E+00	0.812063E-02	-0.826408E-03	0.625399E-04	-0.790472E-05	0.442227E-06	-0.152191E-07	0.435054E-06
31	0.100000E+01	0.580023E-01	0.271024E-02	0.813302E-04	-0.145586E-05	0.440022E-05	-0.495666E-06	0.000000E+00	0.812063E-02	-0.826408E-03	0.625399E-04	-0.790472E-05	0.442227E-06	-0.152191E-07	0.435054E-06
32	0.100000E+01	0.580023E-01	0.271024E-02	0.813302E-04	-0.145586E-05	0.440022E-05	-0.495666E-06	0.000000E+00	0.812063E-02	-0.826408E-03	0.625399E-04	-0.790472E-05	0.442227E-06	-0.152191E-07	0.435054E-06
33	0.100000E+01	0.706337E-01	0.311092E-04	-0.698388E-03	-0.989773E-04	-0.535005E-05	-0.535005E-05	0.000000E+00	0.923753E-08	-0.923753E-08	-0.529659E-01	-0.644305E-03	0.6652618E-05	0.311876E-06	0.403531E-06
34	0.100000E+01	0.706337E-01	0.218459E-02	-0.447248E-05	-0.535005E-05	-0.535005E-05	-0.535005E-05	0.000000E+00	0.923753E-08	-0.923753E-08	-0.529659E-01	-0.644305E-03	0.6652618E-05	0.311876E-06	0.403531E-06
35	0.100000E+01	0.706337E-01	0.218459E-02	-0.447248E-05	-0.535005E-05	-0.535005E-05	-0.535005E-05	0.000000E+00	0.923753E-08	-0.923753E-08	-0.529659E-01	-0.644305E-03	0.6652618E-05	0.311876E-06	0.403531E-06
36	0.100000E+01	0.770027E-01	0.3972230E-02	-0.24248E-05	-0.306389E-04	-0.475383E-05	-0.490481E-06	0.000000E+00	0.442392E-01	-0.681308E-02	-0.700358E-03	-0.541273E-04	-0.281250E-05	-0.626646E-08	-0.124375E-01

ADAPTABILNA NESIMETRICNA KONFORMNA PROJEKCIJA

PARAMETRI PROJEKCIJE

PODRUČJE PRESLIKAVANJA: JUGOSLAVIJA i BLIZA geografska okolina
 GRANICNE PARALELE: 40.75° 47.00°
 GRANICNI MERIDIJANI: 13.25° 23.25°
 BROJ KONTURNIH TACAKA: 36
 STEPEN HARMONIJSKOG POLINOMA: 6
 FAKTOR UJEDNACENJA RAZMERE: 0.99998

POKAZATELJI KVALITETA PROJEKCIJE

VARIJANSA ZADOVOLJENJA KONTURNOG USLOVA: 0.00034452
 TOTALNA LINEARNA DEFORMACIJA PO JORDANU: 3.57033483
 TOTALNA DEFORMACIJA PO JORDAN-KAVRAJSKOM: 3.57082639
 MINIMALNA LINEARNA RAZMERA (DEFORAMACIJA): 0.999490 (-0.000510)
 MAKSIMALNA LINEARNA RAZMERA (DEFORAMACIJA): 1.000529 (0.000529)
 MAKSIMALNA RELATIVNA PROMENA RAZMERE: 0.1039 %
 SIRINA OPSEGA PROMENE LINEARNE DEFORMACIJE: 0.001039

RESENJA NORMALNIH JEDNACINA U POSLEDNJOJ ITERACIJI (2)

(Cebisevljevi koeficijenti)

i	ALFA(i)	BETA(i)
0	-0.326561	0.000000
1	-0.695981	-0.001104
2	-0.073519	0.062463
3	0.036482	-0.368051
4	3.921009	2.706834
5	4.874652	-9.439628
6	13.506272	175.768297

ADAPTABILNA NESIMETRICNA KONFORMNA PROJEKCIJA

PARAMETRI PROJEKCIJE

PODRUCJE PRESLIKAVANJA:	JUGOSLAVIJA i BLIZA geografska okolina	
GRANICNE PARALELE:	40.75°	47.00°
GRANICNI MERIDIJANI:	13.25°	23.25°
BROJ KONTURNIH TACAKA:	36	
STEPEN HARMONIJSKOG POLINOMA:	6	
FAKTOR UJEDNACENJA RAZMERE:	0.99998	

TABELA RASPOREDA LINEARNE RAZMERE

G.Duz./G.Sir.	46.75°	46.25°	45.75°	45.25°	44.75°	44.25°	43.75°	43.25°	42.75°	42.25°	41.75°	41.25°
22.75°								1.00000			1.00034	1.00053
22.25°						0.99980	0.99983	0.99989	0.99998	1.00011	1.00028	1.00050
21.75°						0.99971	0.99973	0.99980	0.99990	1.00004	1.00024	1.00049
21.25°				0.99971	0.99965	0.99964	0.99966	0.99973	0.99984	1.00000	1.00021	1.00048
20.75°			0.99980	0.99967	0.99960	0.99958	0.99960	0.99967	0.99979	0.99996	1.00018	1.00047
20.25°			0.99979	0.99965	0.99957	0.99954	0.99956	0.99963	0.99976			
19.75°			0.99978	0.99963	0.99954	0.99951	0.99953	0.99961	0.99973			
19.25°			0.99978	0.99962	0.99953	0.99949	0.99952	0.99959	0.99972	0.99991		
18.75°			0.99978	0.99962	0.99952	0.99949	0.99951	0.99959	0.99972	0.99990		
18.25°			0.99978	0.99962	0.99953	0.99950	0.99952	0.99959	0.99972	0.99991		
17.75°			0.99978	0.99963	0.99955	0.99951	0.99953	0.99961	0.99973			
17.25°			0.99979	0.99965	0.99957	0.99954	0.99957	0.99964	0.99976			
16.75°		0.99999	0.99980	0.99968	0.99961	0.99959	0.99961	0.99968	0.99980			
16.25°	1.00021	0.99998	0.99982	0.99972	0.99966	0.99964	0.99967	0.99974				
15.75°		0.99999	0.99986	0.99978	0.99973	0.99972	0.99975	0.99981				
15.25°		1.00000	0.99991	0.99985	0.99982	0.99982	0.99985					
14.75°		1.00004	0.99998	0.99995	0.99993	0.99994						
14.25°		1.00009	1.00008	1.00007	1.00008							
13.75°		1.00018	1.00021	1.00023	1.00026							

ADAPTABILNA NESIMETRICNA KONFORMNA PROJEKCIJA

PARAMETRI PROJEKCIJE

PODRUCJE PRESLIKAVANJA: JUGOSLAVIJA I BLIZA geografska okolina
 GRANICNE PARALELE: 40.75° 47.00°
 GRANICNI MERIDIJANI: 13.25° 23.25°
 BROJ KONTURNIH TACAKA: 36
 STEPEN HARMONIJSKOG POLINOMA: 6
 FAKTOR UJEDNACENJA RAZMERE: 0.99998

TABELA RASPOREDA LOGARITMA LINEARNE RAZMERE

G.Duz./G.Sir.	46.75°	46.25°	45.75°	45.25°	44.75°	44.25°	43.75°	43.25°	42.75°	42.25°	41.75°	41.25°
22.75°								0.00000			0.00034	0.00053
22.25°						-0.00020	-0.00017	-0.00011	-0.00002	0.00011	0.00028	0.00050
21.75°						-0.00029	-0.00027	-0.00020	-0.00010	0.00004	0.00024	0.00049
21.25°				-0.00029	-0.00035	-0.00036	-0.00034	-0.00027	-0.00016	0.00000	0.00021	0.00048
20.75°			-0.00020	-0.00033	-0.00040	-0.00042	-0.00040	-0.00033	-0.00021	-0.00004	0.00018	0.00047
20.25°			-0.00021	-0.00035	-0.00043	-0.00046	-0.00044	-0.00037	-0.00024			
19.75°			-0.00022	-0.00037	-0.00046	-0.00049	-0.00047	-0.00039	-0.00027			
19.25°			-0.00022	-0.00038	-0.00047	-0.00051	-0.00048	-0.00041	-0.00028	-0.00009		
18.75°			-0.00022	-0.00038	-0.00048	-0.00051	-0.00049	-0.00041	-0.00028	-0.00010		
18.25°			-0.00022	-0.00038	-0.00047	-0.00050	-0.00048	-0.00041	-0.00028	-0.00009		
17.75°			-0.00022	-0.00037	-0.00046	-0.00049	-0.00047	-0.00039	-0.00027			
17.25°			-0.00021	-0.00035	-0.00043	-0.00046	-0.00043	-0.00036	-0.00024			
16.75°		-0.00001	-0.00020	-0.00032	-0.00039	-0.00041	-0.00039	-0.00032	-0.00020			
16.25°	0.00021	-0.00002	-0.00018	-0.00028	-0.00034	-0.00036	-0.00033	-0.00026				
15.75°		-0.00001	-0.00014	-0.00023	-0.00027	-0.00028	-0.00025	-0.00019				
15.25°		0.00000	-0.00009	-0.00015	-0.00018	-0.00018	-0.00015					
14.75°		0.00004	-0.00002	-0.00005	-0.00007	-0.00006						
14.25°		0.00009	0.00008	0.00007	0.00008							
13.75°		0.00018	0.00021	0.00023	0.00026							

ADAPTABILNA NESIMETRICNA KONFORMNA PROJEKCIJA

PARAMETRI PROJEKCIJE

PODRUCJE PRESLIKAVANJA: JUGOSLAVIJA i BLIZA geografska okolina
 GRANICNE PARALELE: 40.75° 47.00°
 GRANICNI MERIDIJANI: 13.25° 23.25°
 BROJ KONTURNIH TACAKA: 36
 STEPEN HARMONIJSKOG POLINOMA: 6
 FAKTOR UJEDNACENJA RAZMERE: 0.99998

TABELA RASPOREDA LINEARNE DEFORMACIJE

G.Duz./G.Sir.	46.75°	46.25°	45.75°	45.25°	44.75°	44.25°	43.75°	43.25°	42.75°	42.25°	41.75°	41.25°
22.75°								0.00000			0.00034	0.00053
22.25°						-0.00020	-0.00017	-0.00011	-0.00002	0.00011	0.00028	0.00050
21.75°						-0.00029	-0.00027	-0.00020	-0.00010	0.00004	0.00024	0.00049
21.25°				-0.00029	-0.00035	-0.00036	-0.00034	-0.00027	-0.00016	0.00000	0.00021	0.00048
20.75°			-0.00020	-0.00033	-0.00040	-0.00042	-0.00040	-0.00033	-0.00021	-0.00004	0.00018	0.00047
20.25°			-0.00021	-0.00035	-0.00043	-0.00046	-0.00044	-0.00037	-0.00024			
19.75°			-0.00022	-0.00037	-0.00046	-0.00049	-0.00047	-0.00039	-0.00027			
19.25°			-0.00022	-0.00038	-0.00047	-0.00051	-0.00048	-0.00041	-0.00028	-0.00009		
18.75°			-0.00022	-0.00038	-0.00048	-0.00051	-0.00049	-0.00041	-0.00028	-0.00010		
18.25°			-0.00022	-0.00038	-0.00047	-0.00050	-0.00048	-0.00041	-0.00028	-0.00009		
17.75°			-0.00022	-0.00037	-0.00045	-0.00049	-0.00047	-0.00039	-0.00027			
17.25°			-0.00021	-0.00035	-0.00043	-0.00046	-0.00043	-0.00036	-0.00024			
16.75°		-0.00001	-0.00020	-0.00032	-0.00039	-0.00041	-0.00039	-0.00032	-0.00020			
16.25°	0.00021	-0.00002	-0.00018	-0.00028	-0.00034	-0.00036	-0.00033	-0.00026				
15.75°		-0.00001	-0.00014	-0.00022	-0.00027	-0.00028	-0.00025	-0.00019				
15.25°		0.00000	-0.00009	-0.00015	-0.00018	-0.00018	-0.00015					
14.75°		0.00004	-0.00002	-0.00005	-0.00007	-0.00006						
14.25°		0.00009	0.00008	0.00007	0.00008							
13.75°		0.00018	0.00021	0.00023	0.00026							

YU-53-6-98A

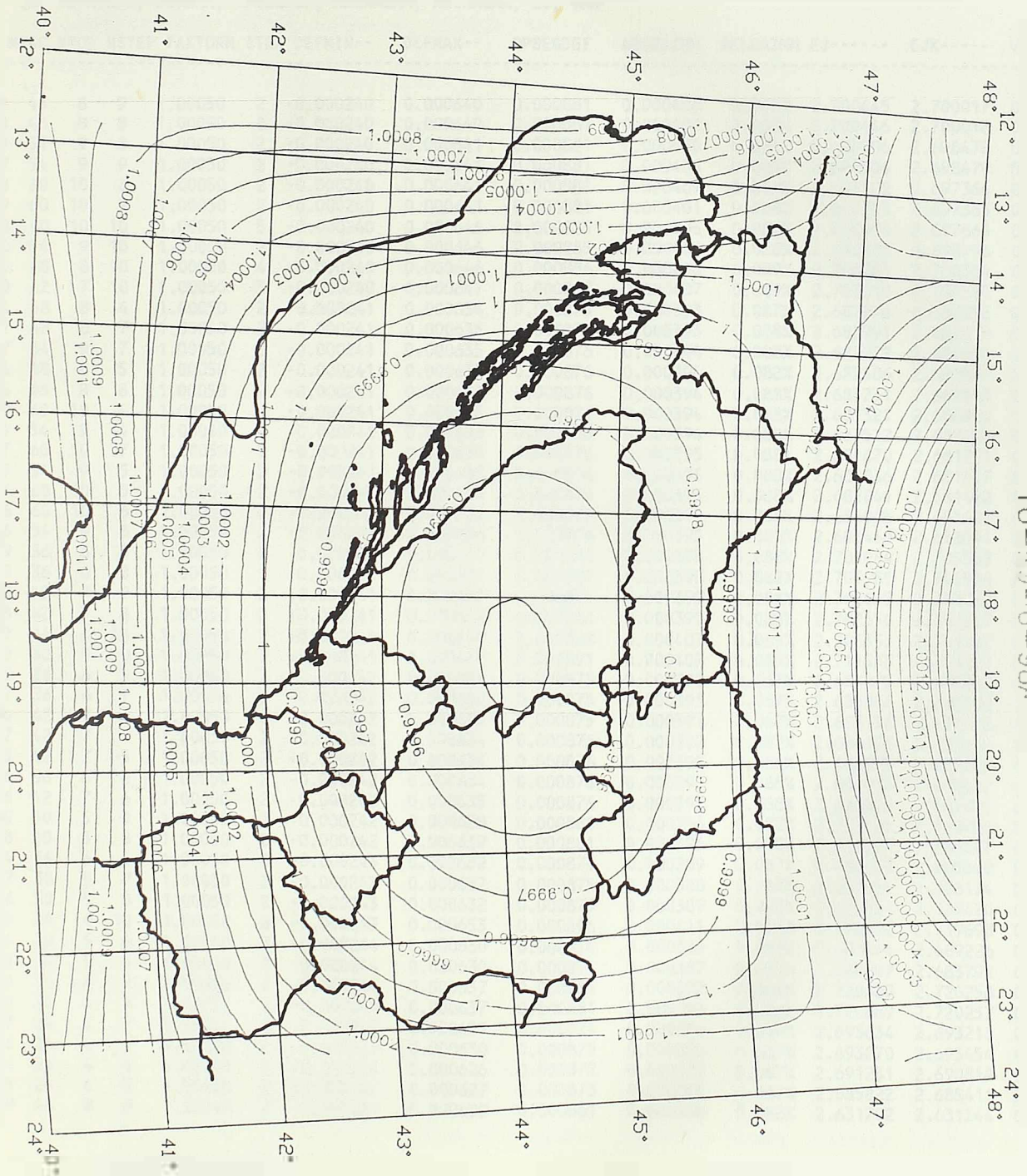


TABELA SORTIRANIH VARIJANTI TRAZENE

 ADAPTABILNE SIMETRICNE KONFORMNE POJEKCIJE

 na osnovu njenih pokazatelja kvaliteta
 ZA PODRUCJE: JUGOSLAVIJA i bliza geografska okolina

SORT ON DEFMIN/D, DEFMAX, OPSEGDEF, ABSRAZMM, RELRAZMM, EJ, VAR

K---	NTAC	NPOD	NSTEP	FAKTORM	ITER	DEFMIN--	DEFMAX--	OPSEGDEF	ABSRAZMM	RELRAZMM	EJ-----	EJK-----	VAR-----
1099	48	8	9	1.00050	2	-0.000240	0.000640	0.000881	0.000400	0.088%	2.700445	2.700017	0.000379
1098	48	8	8	1.00050	2	-0.000240	0.000640	0.000881	0.000400	0.088%	2.700446	2.700018	0.000375
1108	54	9	8	1.00050	2	-0.000240	0.000641	0.000881	0.000400	0.088%	2.698906	2.698478	0.000371
1109	54	9	9	1.00050	2	-0.000240	0.000641	0.000881	0.000400	0.088%	2.698906	2.698479	0.000375
1118	60	10	8	1.00050	2	-0.000240	0.000641	0.000881	0.000401	0.088%	2.697792	2.697364	0.000368
1119	60	10	9	1.00050	2	-0.000240	0.000641	0.000881	0.000401	0.088%	2.697793	2.697365	0.000371
1120	60	10	10	1.00050	5	-0.000240	0.000646	0.000885	0.000406	0.088%	2.698094	2.697665	0.000375
1110	54	9	10	1.00050	2	-0.000240	0.000646	0.000885	0.000406	0.088%	2.699225	2.698796	0.000379
1100	48	8	10	1.00050	4	-0.000240	0.000646	0.000886	0.000406	0.089%	2.700783	2.700354	0.000384
1090	42	7	10	1.00050	3	-0.000240	0.000647	0.000887	0.000407	0.089%	2.703010	2.702580	0.000391
1094	48	8	4	1.00050	2	-0.000241	0.000634	0.000875	0.000393	0.087%	2.687776	2.687356	0.000358
1097	48	8	7	1.00050	2	-0.000241	0.000635	0.000876	0.000393	0.088%	2.682991	2.682572	0.000370
1107	54	9	7	1.00050	2	-0.000241	0.000635	0.000876	0.000394	0.088%	2.682222	2.681804	0.000367
1095	48	8	5	1.00050	2	-0.000241	0.000635	0.000876	0.000394	0.088%	2.682306	2.681887	0.000362
1096	48	8	6	1.00050	2	-0.000241	0.000635	0.000876	0.000394	0.088%	2.683231	2.682813	0.000366
1114	60	10	4	1.00050	2	-0.000241	0.000635	0.000876	0.000394	0.088%	2.687321	2.686899	0.000355
1104	54	9	4	1.00050	2	-0.000241	0.000635	0.000876	0.000394	0.088%	2.687512	2.687091	0.000356
1117	60	10	7	1.00050	2	-0.000241	0.000635	0.000876	0.000395	0.088%	2.681670	2.681251	0.000365
1105	54	9	5	1.00050	2	-0.000241	0.000635	0.000876	0.000395	0.088%	2.682036	2.681617	0.000360
1115	60	10	5	1.00050	2	-0.000241	0.000636	0.000876	0.000395	0.088%	2.681841	2.681422	0.000358
1116	60	10	6	1.00050	2	-0.000241	0.000636	0.000876	0.000395	0.088%	2.681906	2.681487	0.000361
1106	54	9	6	1.00050	2	-0.000241	0.000636	0.000876	0.000395	0.088%	2.682460	2.682041	0.000363
1079	36	6	9	1.00050	2	-0.000241	0.000639	0.000881	0.000398	0.088%	2.705984	2.705555	0.000394
1078	36	6	8	1.00050	2	-0.000241	0.000639	0.000881	0.000398	0.088%	2.705985	2.705556	0.000387
1089	42	7	9	1.00050	2	-0.000241	0.000640	0.000881	0.000399	0.088%	2.702655	2.702227	0.000385
1088	42	7	8	1.00050	2	-0.000241	0.000640	0.000881	0.000399	0.088%	2.702656	2.702227	0.000380
1080	36	6	10	1.00050	7	-0.000241	0.000648	0.000888	0.000407	0.089%	2.706333	2.705902	0.000401
1070	30	5	10	1.00050	3	-0.000241	0.000649	0.000891	0.000408	0.089%	2.711553	2.711121	0.000416
1075	36	6	5	1.00050	2	-0.000242	0.000633	0.000875	0.000390	0.087%	2.683275	2.682859	0.000368
1077	36	6	7	1.00050	2	-0.000242	0.000633	0.000875	0.000391	0.087%	2.685806	2.685388	0.000381
1084	42	7	4	1.00050	2	-0.000242	0.000633	0.000875	0.000391	0.087%	2.688156	2.687736	0.000360
1087	42	7	7	1.00050	2	-0.000242	0.000634	0.000875	0.000392	0.087%	2.684105	2.683686	0.000375
1085	42	7	5	1.00050	2	-0.000242	0.000634	0.000876	0.000392	0.088%	2.682693	2.682275	0.000365
1076	36	6	6	1.00050	2	-0.000242	0.000634	0.000876	0.000392	0.088%	2.686051	2.685633	0.000374
1086	42	7	6	1.00050	2	-0.000242	0.000635	0.000876	0.000393	0.088%	2.684348	2.683929	0.000369
1069	30	5	9	1.00050	2	-0.000242	0.000638	0.000881	0.000396	0.088%	2.711326	2.710896	0.000407
1068	30	5	8	1.00050	2	-0.000242	0.000639	0.000881	0.000396	0.088%	2.711327	2.710897	0.000398
1074	36	6	4	1.00050	2	-0.000243	0.000632	0.000874	0.000389	0.087%	2.688728	2.688309	0.000363
1067	30	5	7	1.00050	2	-0.000243	0.000632	0.000875	0.000388	0.087%	2.688591	2.688174	0.000389
1066	30	5	6	1.00050	2	-0.000243	0.000632	0.000875	0.000389	0.087%	2.688837	2.688420	0.000382
1060	24	4	10	1.00050	6	-0.000243	0.000653	0.000896	0.000411	0.090%	2.720132	2.719698	0.000442
1064	30	5	4	1.00050	2	-0.000244	0.000630	0.000874	0.000386	0.087%	2.689644	2.689226	0.000367
1065	30	5	5	1.00050	2	-0.000244	0.000630	0.000874	0.000387	0.087%	2.684207	2.683792	0.000374
1059	24	4	9	1.00050	2	-0.000244	0.000637	0.000881	0.000392	0.088%	2.720689	2.720257	0.000428
1058	24	4	8	1.00050	2	-0.000244	0.000637	0.000881	0.000393	0.088%	2.720689	2.720257	0.000416
1057	24	4	7	1.00050	2	-0.000245	0.000629	0.000874	0.000384	0.087%	2.693634	2.693218	0.000404
1056	24	4	6	1.00050	2	-0.000245	0.000630	0.000875	0.000385	0.087%	2.693870	2.693454	0.000393
1054	24	4	4	1.00050	2	-0.000246	0.000626	0.000872	0.000379	0.087%	2.691231	2.690818	0.000374
1055	24	4	5	1.00050	2	-0.000246	0.000627	0.000873	0.000381	0.087%	2.685822	2.685411	0.000384
1029	48	8	9	1.00048	2	-0.000260	0.000620	0.000881	0.000360	0.088%	2.631702	2.631344	0.000379

ARGUMENTI SORTIRNJA:

 DEFMIN - minimalna linearna deformacija
 DEFMAX - maksimalna linearna deformacija
 OPSEGDEF - sirina opsega linearnih deformacija
 ABSRAZMM - promena ekstremnih apsolutnih vrednosti linearne deformacije
 RELRAZMM - relativna promena ekstremnih vrednosti linearne deformacije
 EJ - totalna deformacija po Jordanu
 VAR - varijansa nezadovoljenja granicnog uslova

TABELA SORTIRANIH VARIJANTI TRAZENE

ADAPTABILNE SIMETRICNE KONFORMNE POJEKCIJE

na osnovu njenih pokazatelja kvaliteta
ZA PODRUČJE: JUGOSLAVIJA i bliza geografska okolina

SORT ON DEFMAX, DEFMIN/D, OPSEGDEF, ABSRAZMM, RELRAZMM, EJ, VAR

K---	NTAC	NPOD	NSTEP	FAKTORM	ITER	DEFMIN--	DEFMAX--	OPSEGDEF	ABSRAZMM	RELRAZMM	EJ-----	EJK-----	VAR-----
4	24	4	4	1.00020	2	-0.000546	0.000326	0.000872	0.000220	0.087%	3.605624	3.606335	0.000374
5	24	4	5	1.00020	2	-0.000546	0.000327	0.000872	0.000219	0.087%	3.604739	3.605450	0.000383
7	24	4	7	1.00020	2	-0.000545	0.000329	0.000874	0.000216	0.087%	3.595520	3.596227	0.000404
14	30	5	4	1.00020	2	-0.000544	0.000330	0.000873	0.000214	0.087%	3.587945	3.588649	0.000367
15	30	5	5	1.00020	2	-0.000544	0.000330	0.000874	0.000213	0.087%	3.587050	3.587754	0.000374
6	24	4	6	1.00020	2	-0.000545	0.000330	0.000875	0.000215	0.087%	3.595405	3.596112	0.000393
17	30	5	7	1.00020	2	-0.000543	0.000331	0.000874	0.000212	0.087%	3.581799	3.582501	0.000389
24	36	6	4	1.00020	2	-0.000542	0.000332	0.000874	0.000211	0.087%	3.578183	3.578883	0.000363
16	30	5	6	1.00020	2	-0.000543	0.000332	0.000875	0.000211	0.087%	3.581713	3.582414	0.000381
34	42	7	4	1.00020	2	-0.000542	0.000333	0.000875	0.000209	0.087%	3.572239	3.572936	0.000360
27	36	6	7	1.00020	2	-0.000542	0.000333	0.000875	0.000209	0.087%	3.574160	3.574859	0.000380
25	36	6	5	1.00020	2	-0.000542	0.000333	0.000875	0.000210	0.087%	3.577282	3.577982	0.000368
47	48	8	7	1.00020	2	-0.000541	0.000334	0.000875	0.000206	0.088%	3.566445	3.567140	0.000370
44	48	8	4	1.00020	2	-0.000541	0.000334	0.000875	0.000207	0.088%	3.568357	3.569053	0.000358
37	42	7	7	1.00020	2	-0.000541	0.000334	0.000875	0.000207	0.087%	3.569495	3.570192	0.000374
35	42	7	5	1.00020	2	-0.000541	0.000334	0.000875	0.000208	0.088%	3.571335	3.572033	0.000364
26	36	6	6	1.00020	2	-0.000542	0.000334	0.000876	0.000208	0.088%	3.574088	3.574787	0.000374
67	60	10	7	1.00020	2	-0.000540	0.000335	0.000876	0.000205	0.088%	3.562835	3.563529	0.000364
57	54	9	7	1.00020	2	-0.000541	0.000335	0.000875	0.000206	0.088%	3.564343	3.565038	0.000367
54	54	9	4	1.00020	2	-0.000541	0.000335	0.000875	0.000206	0.088%	3.565685	3.566379	0.000356
55	54	9	5	1.00020	2	-0.000541	0.000335	0.000876	0.000205	0.088%	3.564776	3.565471	0.000360
64	60	10	4	1.00020	2	-0.000541	0.000335	0.000876	0.000206	0.088%	3.563767	3.564461	0.000355
46	48	8	6	1.00020	2	-0.000541	0.000335	0.000876	0.000206	0.088%	3.566386	3.567082	0.000366
45	48	8	5	1.00020	2	-0.000541	0.000335	0.000876	0.000206	0.088%	3.567451	3.568147	0.000362
36	42	7	6	1.00020	2	-0.000541	0.000335	0.000876	0.000207	0.088%	3.569432	3.570128	0.000369
66	60	10	6	1.00020	2	-0.000540	0.000336	0.000876	0.000205	0.088%	3.562783	3.563477	0.000361
65	60	10	5	1.00020	2	-0.000540	0.000336	0.000876	0.000205	0.088%	3.562857	3.563551	0.000358
56	54	9	6	1.00020	2	-0.000541	0.000336	0.000876	0.000205	0.088%	3.564288	3.564983	0.000363
8	24	4	8	1.00020	2	-0.000544	0.000337	0.000881	0.000207	0.088%	3.594000	3.594701	0.000415
9	24	4	9	1.00020	2	-0.000544	0.000337	0.000881	0.000207	0.088%	3.594009	3.594710	0.000428
19	30	5	9	1.00020	2	-0.000542	0.000338	0.000881	0.000204	0.088%	3.579961	3.580657	0.000406
28	36	6	8	1.00020	2	-0.000541	0.000339	0.000881	0.000202	0.088%	3.572190	3.572884	0.000387
29	36	6	9	1.00020	2	-0.000541	0.000339	0.000881	0.000202	0.088%	3.572193	3.572887	0.000394
18	30	5	8	1.00020	2	-0.000542	0.000339	0.000881	0.000204	0.088%	3.579955	3.580652	0.000398
58	54	9	8	1.00020	2	-0.000540	0.000340	0.000880	0.000200	0.088%	3.562304	3.562995	0.000371
59	54	9	9	1.00020	2	-0.000540	0.000340	0.000880	0.000200	0.088%	3.562304	3.562995	0.000375
48	48	8	8	1.00020	2	-0.000540	0.000340	0.000881	0.000200	0.088%	3.564409	3.565101	0.000375
49	48	8	9	1.00020	2	-0.000540	0.000340	0.000881	0.000200	0.088%	3.564410	3.565101	0.000379
38	42	7	8	1.00020	2	-0.000541	0.000340	0.000881	0.000201	0.088%	3.567477	3.568169	0.000380
39	42	7	9	1.00020	2	-0.000541	0.000340	0.000881	0.000201	0.088%	3.567478	3.568171	0.000385
69	60	10	9	1.00020	2	-0.000540	0.000341	0.000880	0.000199	0.088%	3.560797	3.561488	0.000371
68	60	10	8	1.00020	2	-0.000540	0.000341	0.000880	0.000199	0.088%	3.560798	3.561488	0.000368
70	60	10	10	1.00020	3	-0.000539	0.000345	0.000885	0.000194	0.088%	3.556703	3.557391	0.000375
74	24	4	4	1.00022	2	-0.000526	0.000346	0.000872	0.000180	0.087%	3.448085	3.448720	0.000374
60	54	9	10	1.00020	3	-0.000539	0.000346	0.000885	0.000194	0.088%	3.557811	3.558500	0.000379
50	48	8	10	1.00020	3	-0.000540	0.000346	0.000886	0.000194	0.089%	3.559350	3.560039	0.000384
75	24	4	5	1.00022	2	-0.000526	0.000347	0.000872	0.000179	0.087%	3.446940	3.447575	0.000383
40	42	7	10	1.00020	3	-0.000540	0.000347	0.000887	0.000193	0.089%	3.561573	3.562263	0.000391
30	36	6	10	1.00020	8	-0.000540	0.000348	0.000888	0.000193	0.089%	3.564939	3.565630	0.000401
77	24	4	7	1.00022	2	-0.000525	0.000349	0.000874	0.000176	0.087%	3.438349	3.438980	0.000404

ARGUMENTI SORTIRNJA:

DEFMIN - minimalna linearna deformacija
DEFMAX - maksimalna linearna deformacija
OPSEGDEF - sirina opsega linearnih deformacija
ABSRAZMM - promena ekstremnih apsolutnih vrednosti linearne deformacije
RELRAZMM - relativna promena ekstremnih vrednosti linearne deformacije
EJ - totalna deformacija po Jordanu
VAR - varijansa nezadovoljenja granicnog uslova

TABELA SORTIRANIH VARIJANTI TRAZENE

ADAPTABILNE SIMETRICNE KONFORMNE POJEKCIJE

na osnovu njenih pokazatelja kvaliteta

ZA PODRUCJE: JUGOSLAVIJA i bliza geografska okolina

SORT ON OPSEGDEF, ABSRAZMM, VAR, RELRAZMM, DEFMIN/D, DEFMAX, EJ

K---	NTAC	NPOD	NSTEP	FAKTORM	ITER	DEFMIN--	DEFMAX--	OPSEGDEF	ABSRAZMM	RELRAZMM	EJ-----	EJK-----	VAR-----
355	24	4	5	1.00030	2	-0.000446	0.000427	0.000872	0.000019	0.087%	2.910243	2.910582	0.000383
424	24	4	4	1.00032	2	-0.000426	0.000446	0.000872	0.000020	0.087%	2.809232	2.809495	0.000374
354	24	4	4	1.00030	2	-0.000446	0.000426	0.000872	0.000020	0.087%	2.912639	2.912977	0.000374
425	24	4	5	1.00032	2	-0.000426	0.000447	0.000872	0.000021	0.087%	2.806479	2.806743	0.000383
285	24	4	5	1.00028	2	-0.000466	0.000407	0.000872	0.000059	0.087%	3.027642	3.028055	0.000383
494	24	4	4	1.00034	2	-0.000406	0.000466	0.000872	0.000060	0.087%	2.721033	2.721221	0.000374
284	24	4	4	1.00028	2	-0.000466	0.000406	0.000872	0.000060	0.087%	3.029695	3.030107	0.000374
495	24	4	5	1.00034	2	-0.000406	0.000467	0.000872	0.000061	0.087%	2.717912	2.718101	0.000383
215	24	4	5	1.00026	2	-0.000486	0.000387	0.000872	0.000099	0.087%	3.157155	3.157642	0.000383
564	24	4	4	1.00036	2	-0.000386	0.000486	0.000872	0.000100	0.087%	2.649560	2.649671	0.000374
214	24	4	4	1.00026	2	-0.000486	0.000386	0.000872	0.000100	0.087%	3.158885	3.159371	0.000374
565	24	4	5	1.00036	2	-0.000386	0.000487	0.000872	0.000101	0.087%	2.646068	2.646181	0.000383
145	24	4	5	1.00024	2	-0.000506	0.000367	0.000872	0.000139	0.087%	3.297356	3.297917	0.000383
634	24	4	4	1.00038	2	-0.000366	0.000506	0.000872	0.000140	0.087%	2.596195	2.596228	0.000374
144	24	4	4	1.00024	2	-0.000506	0.000366	0.000872	0.000140	0.087%	3.298783	3.299343	0.000374
75	24	4	5	1.00022	2	-0.000526	0.000347	0.000872	0.000179	0.087%	3.446940	3.447575	0.000383
704	24	4	4	1.00040	2	-0.000346	0.000526	0.000872	0.000180	0.087%	2.562069	2.562025	0.000374
74	24	4	4	1.00022	2	-0.000526	0.000346	0.000872	0.000180	0.087%	3.448085	3.448720	0.000374
5	24	4	5	1.00020	2	-0.000546	0.000327	0.000872	0.000219	0.087%	3.604739	3.605450	0.000383
774	24	4	4	1.00042	2	-0.000326	0.000546	0.000872	0.000220	0.087%	2.547956	2.547835	0.000374
4	24	4	4	1.00020	2	-0.000546	0.000326	0.000872	0.000220	0.087%	3.605624	3.606335	0.000374
844	24	4	4	1.00044	2	-0.000306	0.000566	0.000872	0.000260	0.087%	2.554187	2.553991	0.000374
914	24	4	4	1.00046	2	-0.000286	0.000586	0.000872	0.000300	0.087%	2.580616	2.580345	0.000374
984	24	4	4	1.00048	2	-0.000266	0.000606	0.000872	0.000339	0.087%	2.626632	2.626289	0.000374
1054	24	4	4	1.00050	2	-0.000246	0.000626	0.000872	0.000379	0.087%	2.691231	2.690818	0.000374
364	30	5	4	1.00030	2	-0.000444	0.000430	0.000873	0.000014	0.087%	2.897555	2.897887	0.000367
434	30	5	4	1.00032	2	-0.000424	0.000450	0.000873	0.000026	0.087%	2.795005	2.795262	0.000367
294	30	5	4	1.00028	2	-0.000464	0.000410	0.000873	0.000054	0.087%	3.013885	3.014291	0.000367
504	30	5	4	1.00034	2	-0.000404	0.000470	0.000873	0.000066	0.087%	2.707803	2.707985	0.000367
224	30	5	4	1.00026	2	-0.000484	0.000390	0.000873	0.000094	0.087%	3.142467	3.142946	0.000367
574	30	5	4	1.00036	2	-0.000384	0.000490	0.000873	0.000106	0.087%	2.637471	2.637576	0.000367
154	30	5	4	1.00024	2	-0.000504	0.000370	0.000873	0.000134	0.087%	3.281860	3.282413	0.000367
635	24	4	5	1.00038	2	-0.000366	0.000507	0.000873	0.000141	0.087%	2.592339	2.592375	0.000383
644	30	5	4	1.00038	2	-0.000364	0.000510	0.000873	0.000146	0.087%	2.585386	2.585415	0.000367
84	30	5	4	1.00022	2	-0.000524	0.000350	0.000873	0.000174	0.087%	3.430746	3.431374	0.000367
705	24	4	5	1.00040	2	-0.000346	0.000527	0.000873	0.000181	0.087%	2.557866	2.557825	0.000384
714	30	5	4	1.00040	2	-0.000344	0.000530	0.000873	0.000186	0.087%	2.552665	2.552617	0.000367
14	30	5	4	1.00020	2	-0.000544	0.000330	0.000873	0.000214	0.087%	3.587945	3.588649	0.000367
775	24	4	5	1.00042	2	-0.000326	0.000547	0.000873	0.000221	0.087%	2.543432	2.543314	0.000384
784	30	5	4	1.00042	2	-0.000324	0.000550	0.000873	0.000226	0.087%	2.540058	2.539932	0.000367
845	24	4	5	1.00044	2	-0.000306	0.000567	0.000873	0.000261	0.087%	2.549378	2.549184	0.000384
854	30	5	4	1.00044	2	-0.000304	0.000570	0.000873	0.000266	0.087%	2.547861	2.547660	0.000367
915	24	4	5	1.00046	2	-0.000286	0.000587	0.000873	0.000301	0.087%	2.575562	2.575294	0.000384
924	30	5	4	1.00046	2	-0.000284	0.000590	0.000873	0.000306	0.087%	2.575891	2.575616	0.000367
985	24	4	5	1.00048	2	-0.000266	0.000607	0.000873	0.000341	0.087%	2.621378	2.621037	0.000384
1055	24	4	5	1.00050	2	-0.000246	0.000627	0.000873	0.000381	0.087%	2.685822	2.685411	0.000384
374	36	6	4	1.00030	2	-0.000442	0.000432	0.000874	0.000011	0.087%	2.889211	2.889540	0.000363
365	30	5	5	1.00030	2	-0.000444	0.000430	0.000874	0.000013	0.087%	2.895134	2.895468	0.000374
357	24	4	7	1.00030	2	-0.000445	0.000429	0.000874	0.000016	0.087%	2.905041	2.905376	0.000404
427	24	4	7	1.00032	2	-0.000425	0.000449	0.000874	0.000024	0.087%	2.802374	2.802634	0.000404

ARGUMENTI SORTIRNJA:

DEFMIN - minimalna linearna deformacija

DEFMAX - maksimalna linearna deformacija

OPSEGDEF - sirina opsega linearnih deformacija

ABSRAZMM - promena ekstremnih apsolutnih vrednosti linearne deformacije

RELRAZMM - relativna promena ekstremnih vrednosti linearne deformacije

EJ - totalna deformacija po Jordanu

VAR - varijansa nezadovoljenja granicnog uslova

TABELA SORTIRANIH VARIJANTI TRAZENE

ADAPTABILNE SIMETRICNE KONFORMNE POJEKCIJE

na osnovu njenih pokazatelja kvaliteta
ZA PODRUČJE: JUGOSLAVIJA i bliza geografska okolina

SORT ON OPSEGDEF, EJ, ABSRAZMM, VAR, RELRAZMM, DEFMIN/D, DEFMAX

K	NTAC	NPOD	NSTEP	FAKTORM	ITER	DEFMIN--	DEFMAX--	OPSEGDEF	ABSRAZMM	RELRAZMM	EJ-----	EJK-----	VAR-----
774	24	4	4	1.00042	2	-0.000326	0.000546	0.000872	0.000220	0.087%	2.547956	2.547835	0.000374
844	24	4	4	1.00044	2	-0.000306	0.000566	0.000872	0.000260	0.087%	2.554187	2.553991	0.000374
704	24	4	4	1.00040	2	-0.000346	0.000526	0.000872	0.000180	0.087%	2.562069	2.562025	0.000374
914	24	4	4	1.00046	2	-0.000286	0.000586	0.000872	0.000300	0.087%	2.580616	2.580345	0.000374
634	24	4	4	1.00038	2	-0.000366	0.000506	0.000872	0.000140	0.087%	2.596195	2.596228	0.000374
984	24	4	4	1.00048	2	-0.000266	0.000606	0.000872	0.000339	0.087%	2.626632	2.626289	0.000374
565	24	4	5	1.00036	2	-0.000386	0.000487	0.000872	0.000101	0.087%	2.646068	2.646181	0.000383
564	24	4	4	1.00036	2	-0.000386	0.000486	0.000872	0.000100	0.087%	2.649560	2.649671	0.000374
1054	24	4	4	1.00050	2	-0.000246	0.000626	0.000872	0.000379	0.087%	2.691231	2.690818	0.000374
495	24	4	5	1.00034	2	-0.000406	0.000467	0.000872	0.000061	0.087%	2.717912	2.718101	0.000383
494	24	4	4	1.00034	2	-0.000406	0.000466	0.000872	0.000060	0.087%	2.721033	2.721221	0.000374
425	24	4	5	1.00032	2	-0.000426	0.000447	0.000872	0.000021	0.087%	2.806479	2.806743	0.000383
424	24	4	4	1.00032	2	-0.000426	0.000446	0.000872	0.000020	0.087%	2.809232	2.809495	0.000374
355	24	4	5	1.00030	2	-0.000446	0.000427	0.000872	0.000019	0.087%	2.910243	2.910582	0.000383
354	24	4	4	1.00030	2	-0.000446	0.000426	0.000872	0.000020	0.087%	2.912639	2.912977	0.000374
285	24	4	5	1.00028	2	-0.000466	0.000407	0.000872	0.000059	0.087%	3.027642	3.028055	0.000383
284	24	4	4	1.00028	2	-0.000466	0.000406	0.000872	0.000060	0.087%	3.029695	3.030107	0.000374
215	24	4	5	1.00026	2	-0.000486	0.000387	0.000872	0.000099	0.087%	3.157155	3.157642	0.000383
214	24	4	4	1.00026	2	-0.000486	0.000386	0.000872	0.000100	0.087%	3.158885	3.159371	0.000374
145	24	4	5	1.00024	2	-0.000506	0.000367	0.000872	0.000139	0.087%	3.297356	3.297917	0.000383
144	24	4	4	1.00024	2	-0.000506	0.000366	0.000872	0.000140	0.087%	3.298783	3.299343	0.000374
75	24	4	5	1.00022	2	-0.000526	0.000347	0.000872	0.000179	0.087%	3.446940	3.447575	0.000383
74	24	4	4	1.00022	2	-0.000526	0.000346	0.000872	0.000180	0.087%	3.448085	3.448720	0.000374
5	24	4	5	1.00020	2	-0.000546	0.000327	0.000872	0.000219	0.087%	3.604739	3.605450	0.000383
4	24	4	4	1.00020	2	-0.000546	0.000326	0.000872	0.000220	0.087%	3.605624	3.606335	0.000374
784	30	5	4	1.00042	2	-0.000324	0.000550	0.000873	0.000226	0.087%	2.540058	2.539932	0.000367
775	24	4	5	1.00042	2	-0.000326	0.000547	0.000873	0.000221	0.087%	2.543432	2.543314	0.000384
854	30	5	4	1.00044	2	-0.000304	0.000570	0.000873	0.000266	0.087%	2.547861	2.547660	0.000367
845	24	4	5	1.00044	2	-0.000306	0.000567	0.000873	0.000261	0.087%	2.549378	2.549184	0.000384
714	30	5	4	1.00040	2	-0.000344	0.000530	0.000873	0.000186	0.087%	2.552665	2.552617	0.000367
705	24	4	5	1.00040	2	-0.000346	0.000527	0.000873	0.000181	0.087%	2.557866	2.557825	0.000384
915	24	4	5	1.00046	2	-0.000286	0.000587	0.000873	0.000301	0.087%	2.575562	2.575294	0.000384
924	30	5	4	1.00046	2	-0.000284	0.000590	0.000873	0.000306	0.087%	2.575891	2.575616	0.000367
644	30	5	4	1.00038	2	-0.000364	0.000510	0.000873	0.000146	0.087%	2.585386	2.585415	0.000367
635	24	4	5	1.00038	2	-0.000366	0.000507	0.000873	0.000141	0.087%	2.592339	2.592375	0.000383
985	24	4	5	1.00048	2	-0.000266	0.000607	0.000873	0.000341	0.087%	2.621378	2.621037	0.000384
574	30	5	4	1.00036	2	-0.000384	0.000490	0.000873	0.000106	0.087%	2.637471	2.637576	0.000367
1055	24	4	5	1.00050	2	-0.000246	0.000627	0.000873	0.000381	0.087%	2.685822	2.685411	0.000384
504	30	5	4	1.00034	2	-0.000404	0.000470	0.000873	0.000066	0.087%	2.707803	2.707985	0.000367
434	30	5	4	1.00032	2	-0.000424	0.000450	0.000873	0.000026	0.087%	2.795005	2.795262	0.000367
364	30	5	4	1.00030	2	-0.000444	0.000430	0.000873	0.000014	0.087%	2.897555	2.897887	0.000367
294	30	5	4	1.00028	2	-0.000464	0.000410	0.000873	0.000054	0.087%	3.013885	3.014291	0.000367
224	30	5	4	1.00026	2	-0.000484	0.000390	0.000873	0.000094	0.087%	3.142467	3.142946	0.000367
154	30	5	4	1.00024	2	-0.000504	0.000370	0.000873	0.000134	0.087%	3.281860	3.282413	0.000367
84	30	5	4	1.00022	2	-0.000524	0.000350	0.000873	0.000174	0.087%	3.430746	3.431374	0.000367
14	30	5	4	1.00020	2	-0.000544	0.000330	0.000873	0.000214	0.087%	3.587945	3.588649	0.000367
785	30	5	5	1.00042	2	-0.000324	0.000550	0.000874	0.000227	0.087%	2.535499	2.535376	0.000374
794	36	6	4	1.00042	2	-0.000323	0.000552	0.000874	0.000229	0.087%	2.535670	2.535543	0.000363
855	30	5	5	1.00044	2	-0.000304	0.000570	0.000874	0.000267	0.087%	2.543018	2.542819	0.000374
864	36	6	4	1.00044	2	-0.000303	0.000572	0.000874	0.000269	0.087%	2.544340	2.544136	0.000363

ARGUMENTI SORTIRNJA:

DEFMIN - minimalna linearna deformacija
DEFMAX - maksimalna linearna deformacija
OPSEGDEF - sirina opsega linearnih deformacija
ABSRAZMM - promena ekstremnih apsolutnih vrednosti linearne deformacije
RELRAZMM - relativna promena ekstremnih vrednosti linearne deformacije
EJ - totalna deformacija po Jordanu
VAR - varijansa nezadovoljenja granicnog uslova

TABELA SORTIRANIH VARIJANTI TRAZENE

Prilog: 25

ADAPTABILNE SIMETRICNE KONFORMNE POJEKCIJE

na osnovu njenih pokazatelja kvaliteta
ZA PODRUCJE: JUGOSLAVIJA i bliza geografska okolina

SORT ON OPSEGDEF, VAR, EJ, ABSRAZMM, RELRAZMM, DEFMIN/D,DEFMAX

K---	NTAC	NPOD	NSTEP	FAKTORM	ITER	DEFMIN--	DEFMAX--	OPSEGDEF	ABSRAZMM	RELRAZMM	EJ----	EJK-----	VAR----
774	24	4	4	1.00042	2	-0.000326	0.000546	0.000872	0.000220	0.087%	2.547956	2.547835	0.000374
844	24	4	4	1.00044	2	-0.000306	0.000566	0.000872	0.000260	0.087%	2.554187	2.553991	0.000374
704	24	4	4	1.00040	2	-0.000346	0.000526	0.000872	0.000180	0.087%	2.562069	2.562025	0.000374
914	24	4	4	1.00046	2	-0.000286	0.000586	0.000872	0.000300	0.087%	2.580616	2.580345	0.000374
634	24	4	4	1.00038	2	-0.000366	0.000506	0.000872	0.000140	0.087%	2.596195	2.596228	0.000374
984	24	4	4	1.00048	2	-0.000266	0.000606	0.000872	0.000339	0.087%	2.626632	2.626289	0.000374
564	24	4	4	1.00036	2	-0.000386	0.000486	0.000872	0.000100	0.087%	2.649560	2.649671	0.000374
1054	24	4	4	1.00050	2	-0.000246	0.000626	0.000872	0.000379	0.087%	2.691231	2.690818	0.000374
494	24	4	4	1.00034	2	-0.000406	0.000466	0.000872	0.000060	0.087%	2.721033	2.721221	0.000374
424	24	4	4	1.00032	2	-0.000426	0.000446	0.000872	0.000020	0.087%	2.809232	2.809495	0.000374
354	24	4	4	1.00030	2	-0.000446	0.000426	0.000872	0.000000	0.087%	2.912639	2.912977	0.000374
284	24	4	4	1.00028	2	-0.000466	0.000406	0.000872	0.000060	0.087%	3.029695	3.030107	0.000374
214	24	4	4	1.00026	2	-0.000486	0.000386	0.000872	0.000100	0.087%	3.158885	3.159371	0.000374
144	24	4	4	1.00024	2	-0.000506	0.000366	0.000872	0.000140	0.087%	3.298783	3.299343	0.000374
74	24	4	4	1.00022	2	-0.000526	0.000346	0.000872	0.000180	0.087%	3.448085	3.448720	0.000374
4	24	4	4	1.00020	2	-0.000546	0.000326	0.000872	0.000220	0.087%	3.605624	3.606335	0.000374
565	24	4	5	1.00036	2	-0.000386	0.000487	0.000872	0.000101	0.087%	2.646068	2.646181	0.000383
495	24	4	5	1.00034	2	-0.000406	0.000467	0.000872	0.000061	0.087%	2.717912	2.718101	0.000383
425	24	4	5	1.00032	2	-0.000426	0.000447	0.000872	0.000021	0.087%	2.806479	2.806743	0.000383
355	24	4	5	1.00030	2	-0.000446	0.000427	0.000872	0.000019	0.087%	2.910243	2.910582	0.000383
285	24	4	5	1.00028	2	-0.000466	0.000407	0.000872	0.000059	0.087%	3.027642	3.028055	0.000383
215	24	4	5	1.00026	2	-0.000486	0.000387	0.000872	0.000099	0.087%	3.157155	3.157642	0.000383
145	24	4	5	1.00024	2	-0.000506	0.000367	0.000872	0.000139	0.087%	3.297356	3.297917	0.000383
75	24	4	5	1.00022	2	-0.000526	0.000347	0.000872	0.000179	0.087%	3.446940	3.447575	0.000383
5	24	4	5	1.00020	2	-0.000546	0.000327	0.000872	0.000219	0.087%	3.604739	3.605450	0.000383
784	30	5	4	1.00042	2	-0.000324	0.000550	0.000873	0.000226	0.087%	2.540058	2.539932	0.000367
854	30	5	4	1.00044	2	-0.000304	0.000570	0.000873	0.000186	0.087%	2.547861	2.547660	0.000367
714	30	5	4	1.00040	2	-0.000344	0.000530	0.000873	0.000146	0.087%	2.552665	2.552617	0.000367
924	30	5	4	1.00046	2	-0.000284	0.000590	0.000873	0.000106	0.087%	2.575891	2.575616	0.000367
644	30	5	4	1.00038	2	-0.000364	0.000510	0.000873	0.000066	0.087%	2.585386	2.585415	0.000367
574	30	5	4	1.00036	2	-0.000384	0.000490	0.000873	0.000026	0.087%	2.707803	2.707985	0.000367
504	30	5	4	1.00034	2	-0.000404	0.000470	0.000873	0.000014	0.087%	2.795005	2.795262	0.000367
434	30	5	4	1.00032	2	-0.000424	0.000450	0.000873	0.000004	0.087%	2.897555	2.897887	0.000367
364	30	5	4	1.00030	2	-0.000444	0.000430	0.000873	0.000054	0.087%	3.013885	3.014291	0.000367
294	30	5	4	1.00028	2	-0.000464	0.000410	0.000873	0.000094	0.087%	3.142467	3.142946	0.000367
224	30	5	4	1.00026	2	-0.000484	0.000390	0.000873	0.000134	0.087%	3.281860	3.282413	0.000367
154	30	5	4	1.00024	2	-0.000504	0.000370	0.000873	0.000174	0.087%	3.430746	3.431374	0.000367
84	30	5	4	1.00022	2	-0.000524	0.000350	0.000873	0.000214	0.087%	3.587945	3.588649	0.000367
14	30	5	4	1.00020	2	-0.000544	0.000330	0.000873	0.000254	0.087%	2.592339	2.592375	0.000383
635	24	4	5	1.00038	2	-0.000366	0.000507	0.000873	0.000141	0.087%	2.543432	2.543314	0.000384
775	24	4	5	1.00042	2	-0.000326	0.000547	0.000873	0.000181	0.087%	2.549378	2.549184	0.000384
845	24	4	5	1.00044	2	-0.000306	0.000567	0.000873	0.000221	0.087%	2.557866	2.557825	0.000384
705	24	4	5	1.00040	2	-0.000346	0.000527	0.000873	0.000301	0.087%	2.575562	2.575294	0.000384
915	24	4	5	1.00046	2	-0.000286	0.000587	0.000873	0.000341	0.087%	2.621378	2.621037	0.000384
985	24	4	5	1.00048	2	-0.000266	0.000607	0.000873	0.000381	0.087%	2.685822	2.685411	0.000384
1055	24	4	5	1.00050	2	-0.000246	0.000627	0.000873	0.000421	0.087%	2.535670	2.535543	0.000363
794	36	6	4	1.00042	2	-0.000323	0.000552	0.000874	0.000229	0.087%	2.544340	2.544136	0.000363
864	36	6	4	1.00044	2	-0.000303	0.000572	0.000874	0.000269	0.087%	2.547449	2.547398	0.000363
724	36	6	4	1.00040	2	-0.000343	0.000532	0.000874	0.000309	0.087%	2.573250	2.572973	0.000363
934	36	6	4	1.00046	2	-0.000283	0.000592	0.000874					

ARGUMENTI SORTIRNJA:

- DEFMIN - minimalna linearna deformacija
- DEFMAX - maksimalna linearna deformacija
- OPSEGDEF - sirina opsega linearnih deformacija
- ABSRAZMM - promena ekstremnih apsolutnih vrednosti linearne deformacije
- RELRAZMM - relativna promena ekstremnih vrednosti linearne deformacije
- EJ - totalna deformacija po Jordanu
- VAR - varijansa nezadovoljenja granicnog uslova

TABELA SORTIRANIH VARIJANTI TRAZENE

 ADAPTABILNE SIMETRICNE KONFORMNE POJEKCIJE

 na osnovu njenih pokazatelja kvaliteta
 ZA PODRUCLJE JUGOSLAVIJA i bliza geografska okolina

SORT ON ABSRAZMM, OPSEGDEF, DEFMIN/D, DEFMAX, RELRAZMM, EJ, VAR

K---	NTAC	NPOD	NSTEP	FAKTORM	ITER	DEFMIN--	DEFMAX--	OPSEGDEF	ABSRAZMM	RELRAZMM	EJ-----	EJK-----	VAR-----
408	54	9	8	1.00030	2	-0.000440	0.000440	0.000881	0.000000	0.088%	2.879274	2.879594	0.000371
409	54	9	9	1.00030	2	-0.000440	0.000440	0.000881	0.000000	0.088%	2.879274	2.879594	0.000375
398	48	8	8	1.00030	2	-0.000440	0.000440	0.000881	0.000000	0.088%	2.881491	2.881812	0.000375
399	48	8	9	1.00030	2	-0.000440	0.000440	0.000881	0.000000	0.088%	2.881491	2.881812	0.000379
418	60	10	8	1.00030	2	-0.000440	0.000441	0.000880	0.000001	0.088%	2.877683	2.878003	0.000368
419	60	10	9	1.00030	2	-0.000440	0.000441	0.000881	0.000001	0.088%	2.877683	2.878002	0.000371
388	42	7	8	1.00030	2	-0.000441	0.000440	0.000881	0.000001	0.088%	2.884711	2.885032	0.000380
389	42	7	9	1.00030	2	-0.000441	0.000440	0.000881	0.000001	0.088%	2.884712	2.885033	0.000385
378	36	6	8	1.00030	2	-0.000441	0.000439	0.000881	0.000002	0.088%	2.889636	2.889958	0.000387
379	36	6	9	1.00030	2	-0.000441	0.000439	0.000881	0.000002	0.088%	2.889638	2.889959	0.000394
61	60	10	1	1.00020	2	-0.000622	0.000618	0.001240	0.000003	0.124%	5.195160	5.196414	0.000592
369	30	5	9	1.00030	2	-0.000442	0.000438	0.000881	0.000004	0.088%	2.897704	2.898028	0.000406
368	30	5	8	1.00030	2	-0.000442	0.000439	0.000881	0.000004	0.088%	2.897701	2.898024	0.000398
51	54	9	1	1.00020	2	-0.000622	0.000618	0.001240	0.000004	0.124%	5.198489	5.199745	0.000592
417	60	10	7	1.00030	2	-0.000440	0.000435	0.000876	0.000005	0.088%	2.874340	2.874665	0.000365
416	60	10	6	1.00030	2	-0.000440	0.000436	0.000876	0.000005	0.088%	2.874371	2.874696	0.000361
415	60	10	5	1.00030	2	-0.000440	0.000436	0.000876	0.000005	0.088%	2.874412	2.874737	0.000358
405	54	9	5	1.00030	2	-0.000441	0.000435	0.000876	0.000005	0.088%	2.876058	2.876384	0.000360
406	54	9	6	1.00030	2	-0.000441	0.000436	0.000876	0.000005	0.088%	2.875787	2.876113	0.000363
41	48	8	1	1.00020	2	-0.000623	0.000617	0.001240	0.000005	0.124%	5.203144	5.204404	0.000593
397	48	8	7	1.00030	2	-0.000441	0.000434	0.000875	0.000006	0.088%	2.877734	2.878060	0.000370
404	54	9	4	1.00030	2	-0.000441	0.000435	0.000875	0.000006	0.088%	2.878512	2.878836	0.000356
407	54	9	7	1.00030	2	-0.000441	0.000435	0.000876	0.000006	0.088%	2.875758	2.876084	0.000367
414	60	10	4	1.00030	2	-0.000441	0.000435	0.000876	0.000006	0.088%	2.876868	2.877192	0.000355
396	48	8	6	1.00030	2	-0.000441	0.000435	0.000876	0.000006	0.088%	2.877760	2.878086	0.000366
395	48	8	5	1.00030	2	-0.000441	0.000435	0.000876	0.000006	0.088%	2.878352	2.878679	0.000362
420	60	10	10	1.00030	4	-0.000439	0.000445	0.000885	0.000006	0.088%	2.874399	2.874717	0.000375
410	54	9	10	1.00030	6	-0.000440	0.000446	0.000885	0.000006	0.088%	2.875667	2.875985	0.000379
400	48	8	10	1.00030	3	-0.000440	0.000446	0.000886	0.000006	0.089%	2.877424	2.877742	0.000384
387	42	7	7	1.00030	2	-0.000441	0.000434	0.000875	0.000007	0.087%	2.880600	2.880927	0.000374
394	48	8	4	1.00030	2	-0.000441	0.000434	0.000875	0.000007	0.087%	2.880801	2.881127	0.000358
386	42	7	6	1.00030	2	-0.000441	0.000435	0.000876	0.000007	0.088%	2.880623	2.880950	0.000369
358	24	4	8	1.00030	2	-0.000444	0.000437	0.000881	0.000007	0.088%	2.912180	2.912506	0.000416
390	42	7	10	1.00030	3	-0.000440	0.000447	0.000887	0.000007	0.089%	2.879953	2.880272	0.000391
380	36	6	10	1.00030	2	-0.000440	0.000448	0.000888	0.000007	0.089%	2.883768	2.884087	0.000401
133	60	10	3	1.00022	2	-0.000622	0.000616	0.001238	0.000007	0.124%	4.479424	4.480324	0.000469
123	54	9	3	1.00022	2	-0.000623	0.000615	0.001238	0.000007	0.124%	4.482088	4.482990	0.000470
31	42	7	1	1.00020	2	-0.000623	0.000617	0.001240	0.000007	0.124%	5.209941	5.211205	0.000593
385	42	7	5	1.00030	2	-0.000442	0.000434	0.000875	0.000008	0.088%	2.881682	2.882010	0.000364
376	36	6	6	1.00030	2	-0.000442	0.000434	0.000876	0.000008	0.088%	2.884999	2.885327	0.000374
359	24	4	9	1.00030	2	-0.000444	0.000437	0.000881	0.000008	0.088%	2.912187	2.912513	0.000428
370	30	5	10	1.00030	3	-0.000441	0.000449	0.000891	0.000008	0.089%	2.889850	2.890169	0.000416
113	48	8	3	1.00022	2	-0.000623	0.000615	0.001238	0.000008	0.124%	4.485816	4.486720	0.000472
384	42	7	4	1.00030	2	-0.000442	0.000433	0.000875	0.000009	0.087%	2.884125	2.884452	0.000360
377	36	6	7	1.00030	2	-0.000442	0.000433	0.000875	0.000009	0.087%	2.884982	2.885311	0.000380
21	36	6	1	1.00020	2	-0.000625	0.000616	0.001240	0.000009	0.124%	5.220425	5.221696	0.000595
375	36	6	5	1.00030	2	-0.000442	0.000433	0.000875	0.000010	0.087%	2.886777	2.887107	0.000368
132	60	10	2	1.00022	2	-0.000622	0.000612	0.001234	0.000010	0.123%	4.479242	4.480143	0.000465
103	42	7	3	1.00022	2	-0.000624	0.000614	0.001238	0.000010	0.124%	4.491259	4.492167	0.000474
374	36	6	4	1.00030	2	-0.000442	0.000432	0.000874	0.000011	0.087%	2.889211	2.889540	0.000363

ARGUMENTI SORTIRNJA:

 DEFMIN - minimalna linearna deformacija
 DEFMAX - maksimalna linearna deformacija
 OPSEGDEF - sirina opsega linearnih deformacija
 ABSRAZMM - promena ekstremnih apsolutnih vrednosti linearne deformacije
 RELRAZMM - relativna promena ekstremnih vrednosti linearne deformacije
 EJ - totalna deformacija po Jordanu
 VAR - varijansa nezadovoljenja granicnog uslova

TABELA SORTIRANIH VARIJANTI TRAZENE

 ADAPTABILNE SIMETRICNE KONFORMNE POJEKCIJE

 na osnovu njenih pokazatelja kvaliteta
 ZA PODRUCJE: JUGOSLAVIJA i bliza geografska okolina

SORT ON RELRAZMM, ABSRAZMM, OPSEGDEF, DEFMIN/D, DEFMAX, EJ, VAR

K---	NTAC	NPOD	NSTEP	FAKTORM	ITER	DEFMIN--	DEFMAX--	OPSEGDEF	ABSRAZMM	RELRAZMM	EJ-----	EJK-----	VAR-----
387	42	7	7	1.00030	2	-0.000441	0.000434	0.000875	0.000007	0.087%	2.880600	2.880927	0.000374
394	48	8	4	1.00030	2	-0.000441	0.000434	0.000875	0.000007	0.087%	2.880801	2.881127	0.000358
384	42	7	4	1.00030	2	-0.000442	0.000433	0.000875	0.000009	0.087%	2.884125	2.884452	0.000360
377	36	6	7	1.00030	2	-0.000442	0.000433	0.000875	0.000009	0.087%	2.884982	2.885311	0.000380
375	36	6	5	1.00030	2	-0.000442	0.000433	0.000875	0.000010	0.087%	2.886777	2.887107	0.000368
374	36	6	4	1.00030	2	-0.000442	0.000432	0.000874	0.000011	0.087%	2.889211	2.889540	0.000363
366	30	5	6	1.00030	2	-0.000443	0.000432	0.000875	0.000011	0.087%	2.892159	2.892490	0.000382
367	30	5	7	1.00030	2	-0.000443	0.000431	0.000875	0.000012	0.087%	2.892154	2.892485	0.000389
365	30	5	5	1.00030	2	-0.000444	0.000430	0.000874	0.000013	0.087%	2.895134	2.895468	0.000374
364	30	5	4	1.00030	2	-0.000444	0.000430	0.000873	0.000014	0.087%	2.897555	2.897887	0.000367
356	24	4	6	1.00030	2	-0.000445	0.000430	0.000875	0.000015	0.087%	2.905019	2.905354	0.000393
357	24	4	7	1.00030	2	-0.000445	0.000429	0.000874	0.000016	0.087%	2.905041	2.905376	0.000404
355	24	4	5	1.00030	2	-0.000446	0.000427	0.000872	0.000019	0.087%	2.910243	2.910582	0.000383
424	24	4	4	1.00032	2	-0.000426	0.000446	0.000872	0.000020	0.087%	2.809232	2.809495	0.000374
354	24	4	4	1.00030	2	-0.000446	0.000426	0.000872	0.000020	0.087%	2.912639	2.912977	0.000374
425	24	4	5	1.00032	2	-0.000426	0.000447	0.000872	0.000021	0.087%	2.806479	2.806743	0.000383
427	24	4	7	1.00032	2	-0.000425	0.000449	0.000874	0.000024	0.087%	2.802374	2.802634	0.000404
426	24	4	6	1.00032	2	-0.000425	0.000450	0.000875	0.000025	0.087%	2.802376	2.802636	0.000393
434	30	5	4	1.00032	2	-0.000424	0.000450	0.000873	0.000026	0.087%	2.795005	2.795262	0.000367
435	30	5	5	1.00032	2	-0.000424	0.000450	0.000874	0.000027	0.087%	2.792224	2.792483	0.000374
437	30	5	7	1.00032	2	-0.000423	0.000451	0.000875	0.000028	0.087%	2.789865	2.790121	0.000389
444	36	6	4	1.00032	2	-0.000422	0.000452	0.000874	0.000029	0.087%	2.787132	2.787386	0.000363
436	30	5	6	1.00032	2	-0.000423	0.000452	0.000875	0.000029	0.087%	2.789893	2.790149	0.000382
445	36	6	5	1.00032	2	-0.000422	0.000453	0.000875	0.000030	0.087%	2.784335	2.784591	0.000368
454	42	7	4	1.00032	2	-0.000422	0.000453	0.000875	0.000031	0.087%	2.782332	2.782585	0.000360
447	36	6	7	1.00032	2	-0.000422	0.000453	0.000875	0.000031	0.087%	2.782905	2.783159	0.000380
457	42	7	7	1.00032	2	-0.000421	0.000454	0.000875	0.000033	0.087%	2.778652	2.778905	0.000374
464	48	8	4	1.00032	2	-0.000421	0.000454	0.000875	0.000033	0.087%	2.779195	2.779446	0.000358
324	48	8	4	1.00028	2	-0.000461	0.000414	0.000875	0.000047	0.087%	2.996335	2.996734	0.000358
317	42	7	7	1.00028	2	-0.000461	0.000414	0.000875	0.000047	0.087%	2.996451	2.996852	0.000374
314	42	7	4	1.00028	2	-0.000462	0.000413	0.000875	0.000049	0.087%	2.999816	3.000217	0.000360
307	36	6	7	1.00028	2	-0.000462	0.000413	0.000875	0.000049	0.087%	3.000933	3.001335	0.000380
305	36	6	5	1.00028	2	-0.000462	0.000413	0.000875	0.000050	0.087%	3.003057	3.003460	0.000368
304	36	6	4	1.00028	2	-0.000462	0.000412	0.000874	0.000051	0.087%	3.005143	3.005546	0.000363
296	30	5	6	1.00028	2	-0.000463	0.000412	0.000875	0.000051	0.087%	3.008251	3.008656	0.000382
297	30	5	7	1.00028	2	-0.000463	0.000411	0.000875	0.000052	0.087%	3.008268	3.008673	0.000389
295	30	5	5	1.00028	2	-0.000464	0.000410	0.000874	0.000053	0.087%	3.011811	3.012218	0.000374
294	30	5	4	1.00028	2	-0.000464	0.000410	0.000873	0.000054	0.087%	3.013885	3.014291	0.000367
286	24	4	6	1.00028	2	-0.000465	0.000410	0.000875	0.000055	0.087%	3.021402	3.021811	0.000393
287	24	4	7	1.00028	2	-0.000465	0.000409	0.000874	0.000056	0.087%	3.021447	3.021855	0.000404
285	24	4	5	1.00028	2	-0.000466	0.000407	0.000872	0.000059	0.087%	3.027642	3.028055	0.000383
494	24	4	4	1.00034	2	-0.000406	0.000466	0.000872	0.000060	0.087%	2.721033	2.721221	0.000374
284	24	4	4	1.00028	2	-0.000466	0.000406	0.000872	0.000060	0.087%	3.029695	3.030107	0.000374
495	24	4	5	1.00034	2	-0.000406	0.000467	0.000872	0.000061	0.087%	2.717912	2.718101	0.000383
497	24	4	7	1.00034	2	-0.000405	0.000469	0.000874	0.000064	0.087%	2.715004	2.715188	0.000404
496	24	4	6	1.00034	2	-0.000405	0.000470	0.000875	0.000065	0.087%	2.715032	2.715216	0.000393
504	30	5	4	1.00034	2	-0.000404	0.000470	0.000873	0.000066	0.087%	2.707803	2.707985	0.000367
505	30	5	5	1.00034	2	-0.000404	0.000470	0.000874	0.000067	0.087%	2.704651	2.704835	0.000374
507	30	5	7	1.00034	2	-0.000403	0.000471	0.000875	0.000068	0.087%	2.702971	2.703152	0.000389
514	36	6	4	1.00034	2	-0.000403	0.000472	0.000874	0.000069	0.087%	2.700479	2.700657	0.000363

ARGUMENTI SORTIRNJA:

 DEFMIN - minimalna linearna deformacija
 DEFMAX - maksimalna linearna deformacija
 OPSEGDEF - sirina opsega linearnih deformacija
 ABSRAZMM - promena ekstremnih apsolutnih vrednosti linearne deformacije
 RELRAZMM - relativna promena ekstremnih vrednosti linearne deformacije
 EJ - totalna deformacija po Jordanu
 VAR - varijansa nezadovoljenja granicnog uslova

TABELA SORTIRANIH VARIJANTI TRAZENE

ADAPTABILNE SIMETRICNE KONFORMNE POJEKCIJE

na osnovu njenih pokazatelja kvaliteta
ZA PODRUCJE: JUGOSLAVIJA i bliza geografska okolina

SORT ON EJ, RELRAZMM, ABSRAZMM, OPSEGDEF, DEFMIN/D, DEFMAX, VAR

K---	NTAC	NPOD	NSTEP	FAKTORM	ITER	DEFMIN--	DEFMAX--	OPSEGDEF	ABSRAZMM	RELRAZMM	EJ-----	EJK-----	VAR-----
837	60	10	7	1.00042	2	-0.000321	0.000555	0.000876	0.000235	0.088%	2.524400	2.524271	0.000365
835	60	10	5	1.00042	2	-0.000321	0.000556	0.000876	0.000235	0.088%	2.524541	2.524412	0.000358
836	60	10	6	1.00042	2	-0.000321	0.000556	0.000876	0.000235	0.088%	2.524564	2.524435	0.000361
827	54	9	7	1.00042	2	-0.000321	0.000555	0.000876	0.000234	0.088%	2.525398	2.525269	0.000367
825	54	9	5	1.00042	2	-0.000321	0.000555	0.000876	0.000235	0.088%	2.525416	2.525287	0.000360
826	54	9	6	1.00042	2	-0.000321	0.000556	0.000876	0.000235	0.088%	2.525562	2.525433	0.000363
815	48	8	5	1.00042	2	-0.000321	0.000555	0.000876	0.000234	0.088%	2.526633	2.526505	0.000362
817	48	8	7	1.00042	2	-0.000321	0.000555	0.000876	0.000233	0.088%	2.526787	2.526659	0.000370
816	48	8	6	1.00042	2	-0.000321	0.000555	0.000876	0.000234	0.088%	2.526953	2.526824	0.000366
805	42	7	5	1.00042	2	-0.000322	0.000554	0.000876	0.000232	0.088%	2.528397	2.528270	0.000365
807	42	7	7	1.00042	2	-0.000321	0.000554	0.000875	0.000232	0.087%	2.528803	2.528675	0.000375
806	42	7	6	1.00042	2	-0.000321	0.000555	0.000876	0.000233	0.088%	2.528968	2.528840	0.000369
834	60	10	4	1.00042	2	-0.000321	0.000555	0.000876	0.000234	0.088%	2.529153	2.529021	0.000355
824	54	9	4	1.00042	2	-0.000321	0.000555	0.000876	0.000234	0.088%	2.530022	2.529891	0.000356
795	36	6	5	1.00042	2	-0.000322	0.000553	0.000875	0.000230	0.087%	2.531091	2.530966	0.000368
814	48	8	4	1.00042	2	-0.000321	0.000554	0.000875	0.000233	0.087%	2.531233	2.531103	0.000358
797	36	6	7	1.00042	2	-0.000322	0.000553	0.000875	0.000231	0.087%	2.531883	2.531756	0.000380
796	36	6	6	1.00042	2	-0.000322	0.000554	0.000876	0.000232	0.088%	2.532047	2.531920	0.000374
804	42	7	4	1.00042	2	-0.000322	0.000553	0.000875	0.000231	0.087%	2.532989	2.532860	0.000360
907	60	10	7	1.00044	2	-0.000301	0.000575	0.000876	0.000275	0.088%	2.534051	2.533847	0.000365
905	60	10	5	1.00044	2	-0.000301	0.000576	0.000876	0.000275	0.088%	2.534202	2.533998	0.000358
906	60	10	6	1.00044	2	-0.000301	0.000576	0.000876	0.000275	0.088%	2.534236	2.534032	0.000361
840	60	10	10	1.00042	5	-0.000319	0.000566	0.000885	0.000246	0.088%	2.534904	2.534765	0.000375
895	54	9	5	1.00044	2	-0.000301	0.000575	0.000876	0.000275	0.088%	2.534907	2.534703	0.000360
897	54	9	7	1.00044	2	-0.000301	0.000575	0.000876	0.000274	0.088%	2.534943	2.534739	0.000367
896	54	9	6	1.00044	2	-0.000301	0.000576	0.000876	0.000275	0.088%	2.535129	2.534925	0.000363
767	60	10	7	1.00040	2	-0.000341	0.000535	0.000876	0.000195	0.088%	2.535288	2.535235	0.000365
765	60	10	5	1.00040	2	-0.000341	0.000536	0.000876	0.000195	0.088%	2.535419	2.535366	0.000358
766	60	10	6	1.00040	2	-0.000341	0.000536	0.000876	0.000195	0.088%	2.535430	2.535377	0.000361
785	30	5	5	1.00042	2	-0.000324	0.000550	0.000874	0.000227	0.087%	2.535499	2.535376	0.000374
794	36	6	4	1.00042	2	-0.000323	0.000552	0.000874	0.000229	0.087%	2.535670	2.535543	0.000363
885	48	8	5	1.00044	2	-0.000301	0.000575	0.000876	0.000274	0.088%	2.535888	2.535684	0.000362
887	48	8	7	1.00044	2	-0.000301	0.000575	0.000876	0.000273	0.088%	2.536185	2.535981	0.000370
830	54	9	10	1.00042	9	-0.000320	0.000566	0.000885	0.000246	0.088%	2.536201	2.536063	0.000379
838	60	10	8	1.00042	2	-0.000320	0.000561	0.000881	0.000241	0.088%	2.536202	2.536065	0.000368
839	60	10	9	1.00042	2	-0.000320	0.000561	0.000881	0.000241	0.088%	2.536202	2.536065	0.000371
886	48	8	6	1.00044	2	-0.000301	0.000575	0.000876	0.000274	0.088%	2.536372	2.536168	0.000366
757	54	9	7	1.00040	2	-0.000341	0.000535	0.000876	0.000194	0.088%	2.536384	2.536331	0.000367
755	54	9	5	1.00040	2	-0.000341	0.000535	0.000876	0.000195	0.088%	2.536456	2.536403	0.000360
756	54	9	6	1.00040	2	-0.000341	0.000536	0.000876	0.000195	0.088%	2.536526	2.536473	0.000363
787	30	5	7	1.00042	2	-0.000323	0.000551	0.000875	0.000228	0.087%	2.536925	2.536799	0.000389
786	30	5	6	1.00042	2	-0.000323	0.000552	0.000875	0.000229	0.087%	2.537084	2.536958	0.000382
875	42	7	5	1.00044	2	-0.000302	0.000574	0.000876	0.000272	0.088%	2.537309	2.537106	0.000365
828	54	9	8	1.00042	2	-0.000320	0.000560	0.000881	0.000240	0.088%	2.537635	2.537498	0.000371
829	54	9	9	1.00042	2	-0.000320	0.000560	0.000881	0.000240	0.088%	2.537635	2.537498	0.000375
745	48	8	5	1.00040	2	-0.000341	0.000535	0.000876	0.000194	0.088%	2.537899	2.537847	0.000362
747	48	8	7	1.00040	2	-0.000341	0.000535	0.000876	0.000193	0.088%	2.537910	2.537858	0.000370
877	42	7	7	1.00044	2	-0.000301	0.000574	0.000875	0.000272	0.087%	2.537985	2.537782	0.000375
820	48	8	10	1.00042	3	-0.000320	0.000566	0.000886	0.000246	0.089%	2.537994	2.537855	0.000384
746	48	8	6	1.00040	2	-0.000341	0.000535	0.000876	0.000194	0.088%	2.538053	2.538000	0.000366

ARGUMENTI SORTIRNJA:

DEFMIN - minimalna linearna deformacija
DEFMAX - maksimalna linearna deformacija
OPSEGDEF - sirina opsega linearnih deformacija
ABSRAZMM - promena ekstremnih apsolutnih vrednosti linearne deformacije
RELRAZMM - relativna promena ekstremnih vrednosti linearne deformacije
EJ - totalna deformacija po Jordanu
VAR - varijansa nezadovoljenja granicnog ustava

TABELA SORTIRANIH VARIJANTI TRAZENE

ADAPTABILNE SIMETRICNE KONFORMNE POJEKCIJE

na osnovu njenih pokazatelja kvaliteta
ZA PODRUCJE: JUGOSLAVIJA i bliza geografska okolina

SORT ON VAR, EJ, OPSEGDEF, ABSRAZMM, RELRAZMM, DEFMIN/D, DEFMAX

K---	NTAC	NPOD	NSTEP	FAKTORM	ITER	DEFMIN--	DEFMAX--	OPSEGDEF	ABSRAZMM	RELRAZMM	EJ-----	EJK-----	VAR-----
414	60	10	4	1.00030	2	-0.000441	0.000435	0.000876	0.000006	0.088%	2.876868	2.877192	0.000355
484	60	10	4	1.00032	2	-0.000421	0.000455	0.000876	0.000034	0.088%	2.775481	2.775731	0.000355
344	60	10	4	1.00028	2	-0.000461	0.000415	0.000876	0.000046	0.088%	2.992217	2.992614	0.000355
554	60	10	4	1.00034	2	-0.000401	0.000475	0.000876	0.000074	0.088%	2.689635	2.689809	0.000355
274	60	10	4	1.00026	2	-0.000481	0.000395	0.000876	0.000086	0.088%	3.119978	3.120449	0.000355
624	60	10	4	1.00036	2	-0.000381	0.000495	0.000876	0.000114	0.088%	2.620856	2.620954	0.000355
204	60	10	4	1.00024	2	-0.000501	0.000375	0.000876	0.000126	0.088%	3.258692	3.259236	0.000355
694	60	10	4	1.00038	2	-0.000361	0.000515	0.000876	0.000154	0.088%	2.570515	2.570537	0.000355
134	60	10	4	1.00022	2	-0.000521	0.000355	0.000876	0.000166	0.088%	3.407022	3.407640	0.000355
764	60	10	4	1.00040	2	-0.000341	0.000535	0.000876	0.000194	0.088%	2.539709	2.539654	0.000355
64	60	10	4	1.00020	2	-0.000541	0.000335	0.000876	0.000206	0.088%	3.563767	3.564461	0.000355
834	60	10	4	1.00042	2	-0.000321	0.000555	0.000876	0.000234	0.088%	2.529153	2.529021	0.000355
904	60	10	4	1.00044	2	-0.000301	0.000575	0.000876	0.000274	0.088%	2.539097	2.538890	0.000355
974	60	10	4	1.00046	2	-0.000281	0.000595	0.000876	0.000314	0.088%	2.569305	2.569024	0.000355
1044	60	10	4	1.00048	2	-0.000261	0.000615	0.000876	0.000354	0.088%	2.619075	2.618723	0.000355
1114	60	10	4	1.00050	2	-0.000241	0.000635	0.000876	0.000394	0.088%	2.687321	2.686899	0.000355
404	54	9	4	1.00030	2	-0.000441	0.000435	0.000875	0.000006	0.088%	2.878512	2.878836	0.000356
474	54	9	4	1.00032	2	-0.000421	0.000455	0.000875	0.000034	0.088%	2.777033	2.777283	0.000356
334	54	9	4	1.00028	2	-0.000461	0.000415	0.000875	0.000046	0.088%	2.993937	2.994335	0.000356
544	54	9	4	1.00034	2	-0.000401	0.000475	0.000875	0.000074	0.088%	2.691079	2.691254	0.000356
264	54	9	4	1.00026	2	-0.000481	0.000395	0.000875	0.000086	0.088%	3.121763	3.122234	0.000356
194	54	9	4	1.00024	2	-0.000501	0.000375	0.000875	0.000126	0.088%	3.260530	3.261076	0.000356
124	54	9	4	1.00022	2	-0.000521	0.000355	0.000875	0.000166	0.088%	3.408904	3.409523	0.000356
54	54	9	4	1.00020	2	-0.000541	0.000335	0.000875	0.000206	0.088%	3.565685	3.566379	0.000356
614	54	9	4	1.00036	2	-0.000381	0.000495	0.000876	0.000114	0.088%	2.622178	2.622276	0.000356
684	54	9	4	1.00038	2	-0.000361	0.000515	0.000876	0.000154	0.088%	2.571699	2.571721	0.000356
754	54	9	4	1.00040	2	-0.000341	0.000535	0.000876	0.000194	0.088%	2.540742	2.540687	0.000356
824	54	9	4	1.00042	2	-0.000321	0.000555	0.000876	0.000234	0.088%	2.530022	2.529891	0.000356
894	54	9	4	1.00044	2	-0.000301	0.000575	0.000876	0.000274	0.088%	2.539797	2.539591	0.000356
964	54	9	4	1.00046	2	-0.000281	0.000595	0.000876	0.000314	0.088%	2.569833	2.569553	0.000356
1034	54	9	4	1.00048	2	-0.000261	0.000615	0.000876	0.000354	0.088%	2.619432	2.619080	0.000356
1104	54	9	4	1.00050	2	-0.000241	0.000635	0.000876	0.000394	0.088%	2.687512	2.687091	0.000356
394	48	8	4	1.00030	2	-0.000441	0.000434	0.000875	0.000007	0.087%	2.880801	2.881127	0.000358
464	48	8	4	1.00032	2	-0.000421	0.000454	0.000875	0.000033	0.087%	2.779195	2.779446	0.000358
324	48	8	4	1.00028	2	-0.000461	0.000414	0.000875	0.000047	0.087%	2.996335	2.996734	0.000358
534	48	8	4	1.00034	2	-0.000401	0.000474	0.000875	0.000073	0.087%	2.693092	2.693267	0.000358
254	48	8	4	1.00026	2	-0.000481	0.000394	0.000875	0.000087	0.087%	3.124251	3.124723	0.000358
604	48	8	4	1.00036	2	-0.000381	0.000494	0.000875	0.000113	0.087%	2.624018	2.624118	0.000358
184	48	8	4	1.00024	2	-0.000501	0.000374	0.000875	0.000127	0.087%	3.263093	3.263639	0.000358
674	48	8	4	1.00038	2	-0.000361	0.000514	0.000875	0.000153	0.087%	2.573347	2.573370	0.000358
114	48	8	4	1.00022	2	-0.000521	0.000354	0.000875	0.000167	0.087%	3.411527	3.412148	0.000358
744	48	8	4	1.00040	2	-0.000341	0.000534	0.000875	0.000193	0.087%	2.542179	2.542125	0.000358
44	48	8	4	1.00020	2	-0.000541	0.000334	0.000875	0.000207	0.087%	3.568357	3.569053	0.000358
814	48	8	4	1.00042	2	-0.000321	0.000554	0.000875	0.000233	0.087%	2.531233	2.531103	0.000358
884	48	8	4	1.00044	2	-0.000301	0.000574	0.000875	0.000273	0.087%	2.540772	2.540566	0.000358
954	48	8	4	1.00046	2	-0.000281	0.000594	0.000875	0.000313	0.087%	2.570567	2.570288	0.000358
1024	48	8	4	1.00048	2	-0.000261	0.000614	0.000875	0.000353	0.087%	2.619928	2.619577	0.000358
1094	48	8	4	1.00050	2	-0.000241	0.000634	0.000875	0.000393	0.087%	2.687776	2.687356	0.000358
415	60	10	5	1.00030	2	-0.000440	0.000436	0.000876	0.000005	0.088%	2.874412	2.874737	0.000358
485	60	10	5	1.00032	2	-0.000420	0.000456	0.000876	0.000035	0.088%	2.772659	2.772910	0.000358

ARGUMENTI SORTIRNJA:

DEFMIN - minimalna linearna deformacija
DEFMAX - maksimalna linearna deformacija
OPSEGDEF - sirina opsega linearnih deformacija
ABSRAZMM - promena ekstremnih apsolutnih vrednosti linearne deformacije
RELRAZMM - relativna promena ekstremnih vrednosti linearne deformacije
EJ - totalna deformacija po Jordanu
VAR - varijansa nezadovoljenja granicnog uslova

TABELA SORTIRANIH VARIJANTI TRAZENE

ADAPTABILNE SIMETRICNE KONFORMNE POJEKCIJE

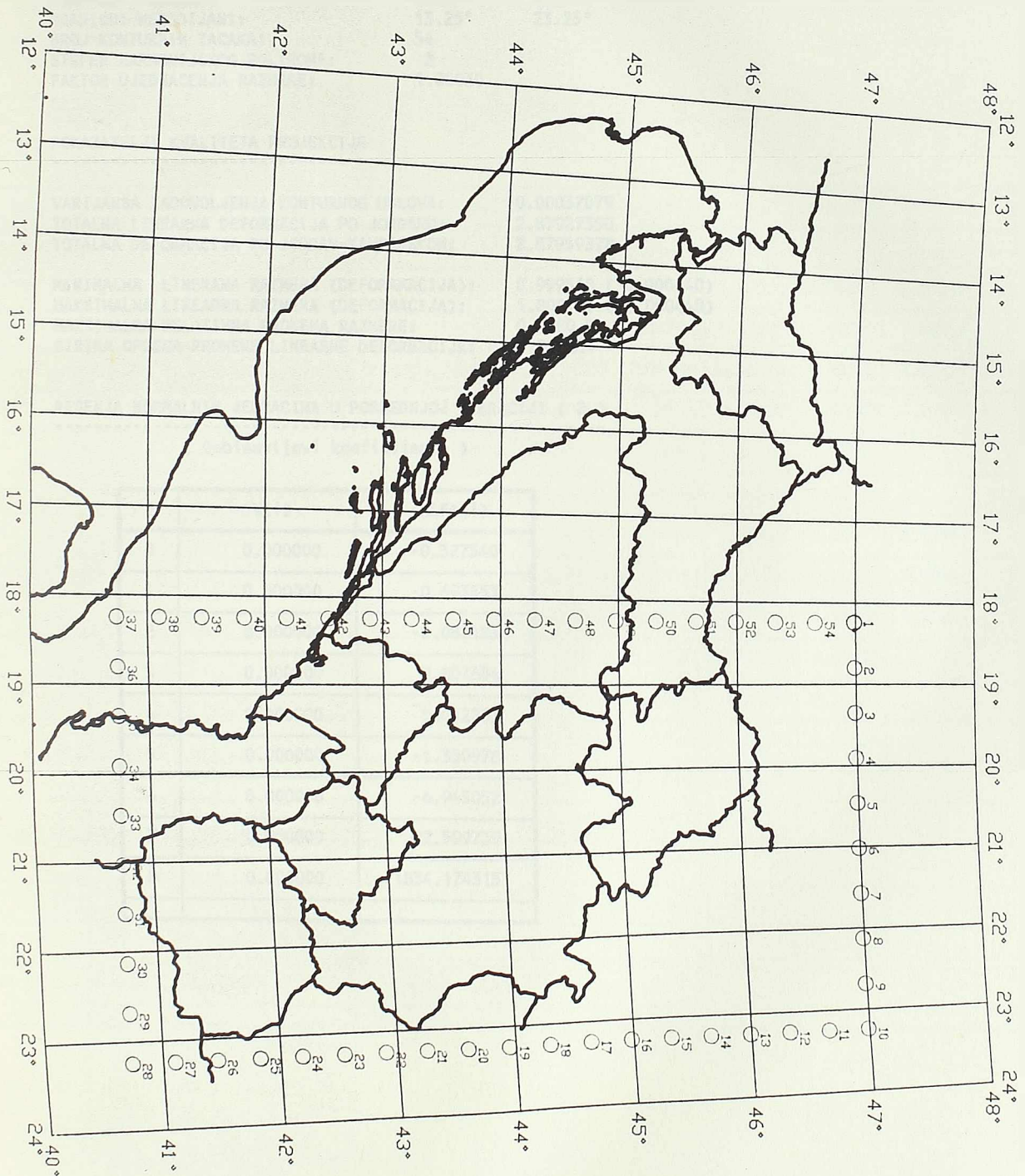
na osnovu njenih pokazatelja kvaliteta
ZA PODRUCJE: JUGOSLAVIJA i bliza geografska okolina

SORT ON VAR, ABSRAZMM, OPSEGDEF, EJ, RELRAZMM, DEFMIN/D,DEFMAX

K---	NTAC	NPOD	NSTEP	FAKTORM	ITER	DEFMIN--	DEFMAX--	OPSEGDEF	ABSRAZMM	RELRAZMM	EJ-----	EJK-----	VAR-----
414	60	10	4	1.00030	2	-0.000441	0.000435	0.000876	0.000006	0.088%	2.876868	2.877192	0.000355
484	60	10	4	1.00032	2	-0.000421	0.000455	0.000876	0.000034	0.088%	2.775481	2.775731	0.000355
344	60	10	4	1.00028	2	-0.000461	0.000415	0.000876	0.000046	0.088%	2.992217	2.992614	0.000355
554	60	10	4	1.00034	2	-0.000401	0.000475	0.000876	0.000074	0.088%	2.689635	2.689809	0.000355
274	60	10	4	1.00026	2	-0.000481	0.000395	0.000876	0.000086	0.088%	3.119978	3.120449	0.000355
624	60	10	4	1.00036	2	-0.000381	0.000495	0.000876	0.000114	0.088%	2.620856	2.620954	0.000355
204	60	10	4	1.00024	2	-0.000501	0.000375	0.000876	0.000126	0.088%	3.258692	3.259236	0.000355
694	60	10	4	1.00038	2	-0.000361	0.000515	0.000876	0.000154	0.088%	2.570515	2.570537	0.000355
134	60	10	4	1.00022	2	-0.000521	0.000355	0.000876	0.000166	0.088%	3.407022	3.407640	0.000355
764	60	10	4	1.00040	2	-0.000341	0.000535	0.000876	0.000194	0.088%	2.539709	2.539654	0.000355
64	60	10	4	1.00020	2	-0.000541	0.000335	0.000876	0.000206	0.088%	3.563767	3.564461	0.000355
834	60	10	4	1.00042	2	-0.000321	0.000555	0.000876	0.000234	0.088%	2.529153	2.529021	0.000355
904	60	10	4	1.00044	2	-0.000301	0.000575	0.000876	0.000274	0.088%	2.539097	2.538890	0.000355
974	60	10	4	1.00046	2	-0.000281	0.000595	0.000876	0.000314	0.088%	2.569305	2.569024	0.000355
1044	60	10	4	1.00048	2	-0.000261	0.000615	0.000876	0.000354	0.088%	2.619075	2.618723	0.000355
1114	60	10	4	1.00050	2	-0.000241	0.000635	0.000876	0.000394	0.088%	2.687321	2.686899	0.000355
404	54	9	4	1.00030	2	-0.000441	0.000435	0.000875	0.000006	0.088%	2.878512	2.878836	0.000356
474	54	9	4	1.00032	2	-0.000421	0.000455	0.000875	0.000034	0.088%	2.777033	2.777283	0.000356
334	54	9	4	1.00028	2	-0.000461	0.000415	0.000875	0.000046	0.088%	2.993937	2.994335	0.000356
544	54	9	4	1.00034	2	-0.000401	0.000475	0.000875	0.000074	0.088%	2.691079	2.691254	0.000356
264	54	9	4	1.00026	2	-0.000481	0.000395	0.000875	0.000086	0.088%	3.121763	3.122234	0.000356
614	54	9	4	1.00036	2	-0.000381	0.000495	0.000876	0.000114	0.088%	2.622178	2.622276	0.000356
194	54	9	4	1.00024	2	-0.000501	0.000375	0.000875	0.000126	0.088%	3.260530	3.261076	0.000356
684	54	9	4	1.00038	2	-0.000361	0.000515	0.000876	0.000154	0.088%	2.571699	2.571721	0.000356
124	54	9	4	1.00022	2	-0.000521	0.000355	0.000875	0.000166	0.088%	3.408904	3.409523	0.000356
754	54	9	4	1.00040	2	-0.000341	0.000535	0.000876	0.000194	0.088%	2.540742	2.540687	0.000356
54	54	9	4	1.00020	2	-0.000541	0.000335	0.000875	0.000206	0.088%	3.565685	3.566379	0.000356
824	54	9	4	1.00042	2	-0.000321	0.000555	0.000876	0.000234	0.088%	2.530022	2.529891	0.000356
894	54	9	4	1.00044	2	-0.000301	0.000575	0.000876	0.000274	0.088%	2.539797	2.539591	0.000356
964	54	9	4	1.00046	2	-0.000281	0.000595	0.000876	0.000314	0.088%	2.569833	2.569553	0.000356
1034	54	9	4	1.00048	2	-0.000261	0.000615	0.000876	0.000354	0.088%	2.619432	2.619080	0.000356
1104	54	9	4	1.00050	2	-0.000241	0.000635	0.000876	0.000394	0.088%	2.687512	2.687091	0.000356
415	60	10	5	1.00030	2	-0.000440	0.000436	0.000876	0.000005	0.088%	2.874412	2.874737	0.000358
394	48	8	4	1.00030	2	-0.000441	0.000434	0.000875	0.000007	0.087%	2.880801	2.881127	0.000358
464	48	8	4	1.00032	2	-0.000421	0.000454	0.000875	0.000033	0.087%	2.779195	2.779446	0.000358
485	60	10	5	1.00032	2	-0.000420	0.000456	0.000876	0.000035	0.088%	2.772659	2.772910	0.000358
345	60	10	5	1.00028	2	-0.000460	0.000416	0.000876	0.000045	0.088%	2.990111	2.990509	0.000358
324	48	8	4	1.00028	2	-0.000461	0.000414	0.000875	0.000047	0.087%	2.996335	2.996734	0.000358
534	48	8	4	1.00034	2	-0.000401	0.000474	0.000875	0.000073	0.087%	2.693092	2.693267	0.000358
555	60	10	5	1.00034	2	-0.000400	0.000476	0.000876	0.000075	0.088%	2.686438	2.686614	0.000358
275	60	10	5	1.00026	2	-0.000480	0.000396	0.000876	0.000085	0.088%	3.118203	3.118675	0.000358
254	48	8	4	1.00026	2	-0.000481	0.000394	0.000875	0.000087	0.087%	3.124251	3.124723	0.000358
604	48	8	4	1.00036	2	-0.000381	0.000494	0.000875	0.000113	0.087%	2.624018	2.624118	0.000358
625	60	10	5	1.00036	2	-0.000381	0.000496	0.000876	0.000115	0.088%	2.617283	2.617383	0.000358
205	60	10	5	1.00024	2	-0.000500	0.000376	0.000876	0.000125	0.088%	3.257228	3.257773	0.000358
184	48	8	4	1.00024	2	-0.000501	0.000374	0.000875	0.000127	0.087%	3.263093	3.263639	0.000358
674	48	8	4	1.00038	2	-0.000361	0.000514	0.000875	0.000153	0.087%	2.573347	2.573370	0.000358
695	60	10	5	1.00038	2	-0.000361	0.000516	0.000876	0.000155	0.088%	2.566574	2.566598	0.000358
135	60	10	5	1.00022	2	-0.000520	0.000356	0.000876	0.000165	0.088%	3.405846	3.406465	0.000358
114	48	8	4	1.00022	2	-0.000521	0.000354	0.000875	0.000167	0.087%	3.411527	3.412148	0.000358

ARGUMENTI SORTIRNJA:

DEFMIN - minimalna linearna deformacija
 DEFMAX - maksimalna linearna deformacija
 OPSEGDEF - sirina opsega linearnih deformacija
 ABSRAZMM - promena ekstremnih apsolutnih vrednosti linearne deformacije
 RELRAZMM - relativna promena ekstremnih vrednosti linearne deformacije
 EJ - totalna deformacija po Jordanu
 VAR - varijansa nezadovoljenja granicnog uslova



ADAPTABILNA SIMETRICNA KONFORMNA PROJEKCIJA
 =====

PARAMETRI PROJEKCIJE

PODRUCJE PRESLIKAVANJA: JUGOSLAVIJA i BLIZA geografska okolina
 GRANICNE PARALELE: 40.75° 47.00°
 GRANICNI MERIDIJANI: 13.25° 23.25°
 BROJ KONTURNIH TAGAKA: 54
 STEPEN HARMONIJSKOG POLINOMA: 8
 FAKTOR UJEDNACENJA RAZMERE: 1.00030

POKAZATELJI KVALITETA PROJEKCIJE

VARIJANSA ZADOVOLJENJA KONTURNOG USLOVA: 0.00037079
 TOTALNA LINEARNA DEFORMACIJA PO JORDANU: 2.87927390
 TOTALNA DEFORMACIJA PO JORDAN-KAVRAJSKOM: 2.87959378
 MINIMALNA LINEARNA RAZMERA (DEFORAMACIJA): 0.999560 (-0.000440)
 MAKSIMALNA LINEARNA RAZMERA (DEFORAMACIJA): 1.000440 (0.000440)
 MAKSIMALNA RELATIVNA PROMENA RAZMERE: 0.0880 %
 SIRINA OPSEGA PROMENE LINEARNE DEFORMACIJE: 0.000881

RESENJA NORMALNIH JEDNACINA U POSLEDNJOJ ITERACIJI (2)

(Cebisevljevi koeficijenti)

i	V(i)	ALFA(i)
0	0.000000	-0.327540
1	0.000000	-0.693553
2	0.000000	-0.088183
3	0.000000	0.007684
4	0.000000	5.012287
5	0.000000	-1.350978
6	0.000000	-6.945052
7	0.000000	22.599730
8	0.000000	-1834.174315

ADAPTABILNA SIMETRICNA KONFORMNA PROJEKCIJA

PARAMETRI PROJEKCIJE

PODRUCJE PRESLIKAVANJA:	JUGOSLAVIJA	BLIZA geografska okolina
GRANICNE PARALELE:	40.75°	47.00°
GRANICNI MERIDIJANI:	13.25°	23.25°
BROJ KONTURNIH TACAKA:	54	
STEPEN HARMONIJSKOG POLINOMA:	8	
FAKTOR UJEDNACENJA RAZMERE:	1.00030	

TABELA RASPOREDA LOGARITMA LINEARNE RAZMERE

G.Duz./G.Sir.	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°
22.75°								0.00029			0.00028	0.00030
22.25°						0.00011	0.00011	0.00011	0.00013	0.00015	0.00020	0.00028
21.75°						-0.00004	-0.00004	-0.00003	0.00000	0.00006	0.00014	0.00027
21.25°				-0.00006	-0.00012	-0.00015	-0.00016	-0.00014	-0.00010	-0.00001	0.00011	0.00028
20.75°			0.00000	-0.00012	-0.00020	-0.00025	-0.00026	-0.00023	-0.00017	-0.00007	0.00008	0.00029
20.25°			-0.00003	-0.00017	-0.00027	-0.00032	-0.00033	-0.00030	-0.00022			
19.75°			-0.00005	-0.00021	-0.00031	-0.00037	-0.00038	-0.00034	-0.00026			
19.25°			-0.00007	-0.00023	-0.00034	-0.00040	-0.00041	-0.00038	-0.00029	-0.00015		
18.75°			-0.00007	-0.00025	-0.00036	-0.00042	-0.00043	-0.00039	-0.00030	-0.00016		
18.25°			-0.00008	-0.00025	-0.00037	-0.00043	-0.00044	-0.00040	-0.00031	-0.00016		
17.75°			-0.00007	-0.00025	-0.00036	-0.00042	-0.00043	-0.00039	-0.00030			
17.25°			-0.00007	-0.00023	-0.00034	-0.00040	-0.00041	-0.00038	-0.00029			
16.75°		0.00017	-0.00005	-0.00021	-0.00031	-0.00037	-0.00038	-0.00034	-0.00026			
16.25°	0.00044	0.00017	-0.00003	-0.00017	-0.00027	-0.00032	-0.00033	-0.00030				
15.75°		0.00017	0.00000	-0.00012	-0.00020	-0.00025	-0.00026	-0.00023				
15.25°		0.00018	0.00004	-0.00006	-0.00012	-0.00015	-0.00016					
14.75°		0.00020	0.00010	0.00003	-0.00001	-0.00004						
14.25°		0.00024	0.00018	0.00015	0.00012							
13.75°		0.00030	0.00029	0.00029	0.00029							

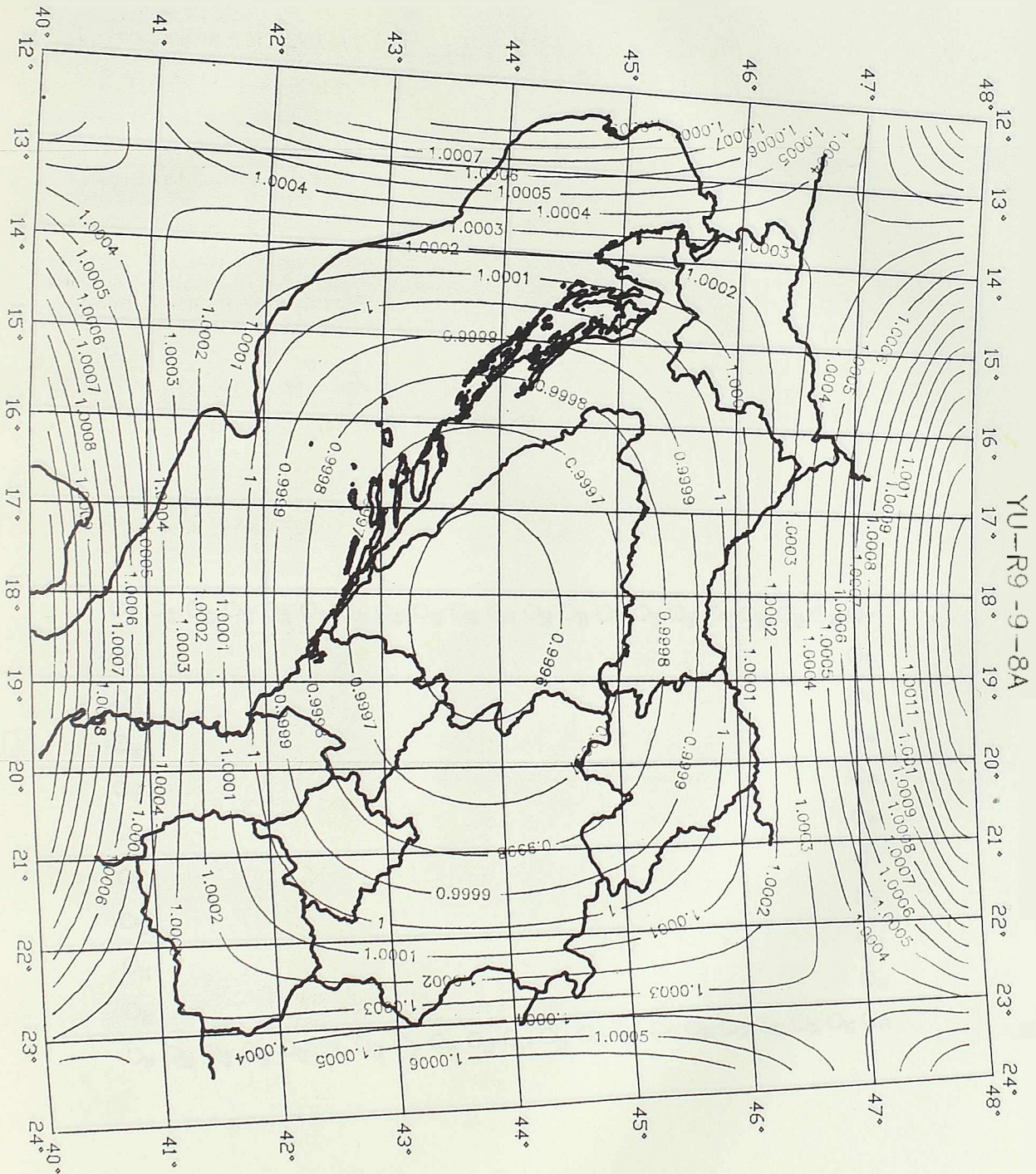
ADAPTABILNA SIMETRICNA KONFORMNA PROJEKCIJA

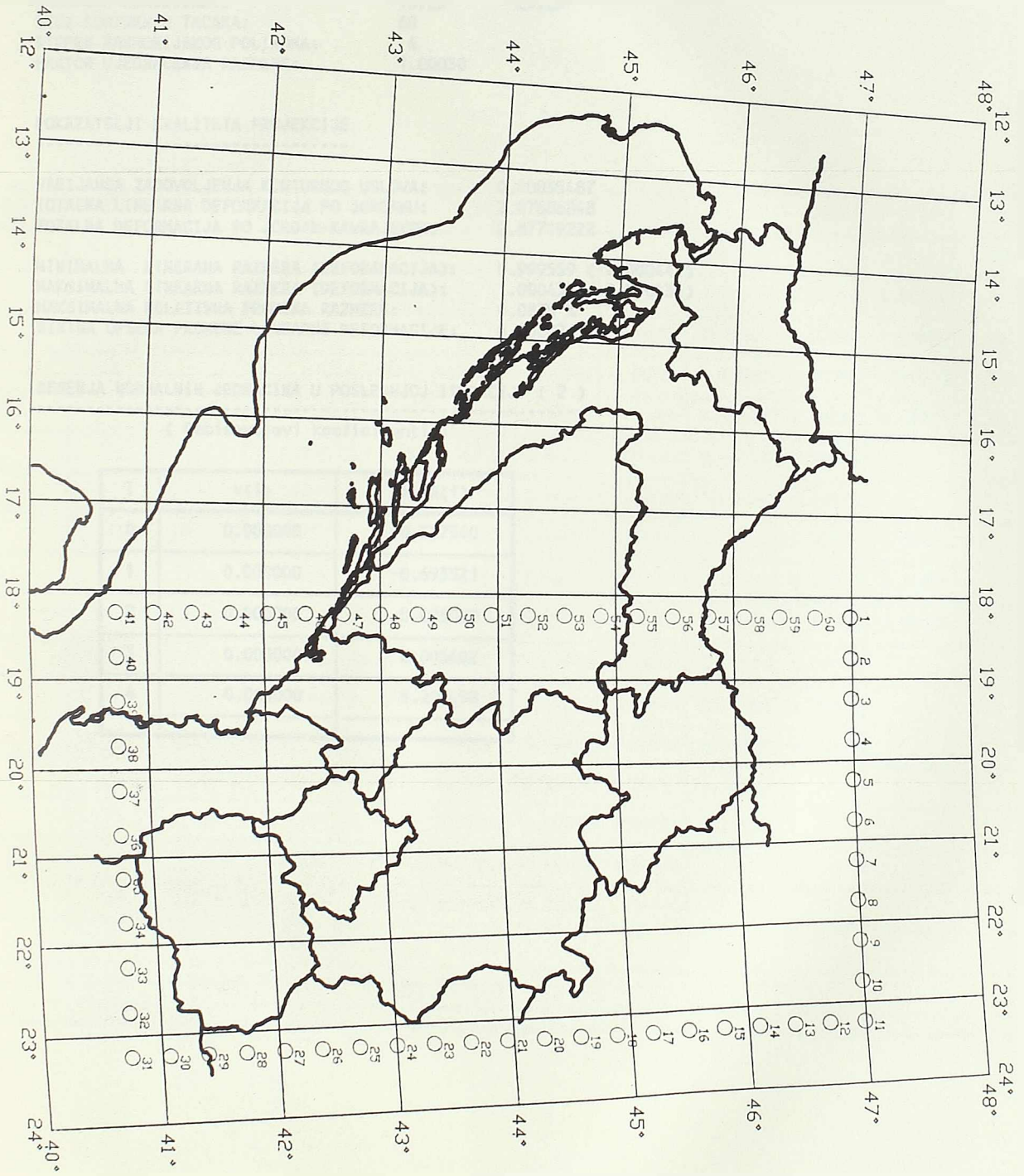
PARAMETRI PROJEKCIJE

PODRUCJE PRESLIKAVANJA: JUGOSLAVIJA i BLIZA geografska okolina
 GRANICNE PARALELE: 40.75° 47.00°
 GRANICNI MERIDIJANI: 13.25° 23.25°
 BROJ KONTURNIH TACAKA: 54
 STEPEN HARMONIJSKOG POLINOMA: 8
 FAKTOR UJEDNACENJA RAZMERE: 1.00030

TABELA RASPOREDA LINEARNE DEFORMACIJE

G.Duz./G.Sir.	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°
22.75°								0.00029			0.00028	0.00030
22.25°						0.00011	0.00011	0.00011	0.00013	0.00015	0.00020	0.00028
21.75°						-0.00004	-0.00004	-0.00003	0.00000	0.00006	0.00014	0.00027
21.25°				-0.00006	-0.00012	-0.00015	-0.00016	-0.00014	-0.00010	-0.00001	0.00011	0.00028
20.75°			0.00000	-0.00012	-0.00020	-0.00025	-0.00026	-0.00023	-0.00017	-0.00007	0.00008	0.00029
20.25°			-0.00003	-0.00017	-0.00027	-0.00032	-0.00033	-0.00030	-0.00022			
19.75°			-0.00005	-0.00021	-0.00031	-0.00037	-0.00038	-0.00034	-0.00026			
19.25°			-0.00007	-0.00023	-0.00034	-0.00040	-0.00041	-0.00038	-0.00029	-0.00015		
18.75°			-0.00007	-0.00025	-0.00036	-0.00042	-0.00043	-0.00039	-0.00030	-0.00016		
18.25°			-0.00008	-0.00025	-0.00037	-0.00043	-0.00044	-0.00040	-0.00031	-0.00016		
17.75°			-0.00007	-0.00025	-0.00036	-0.00042	-0.00043	-0.00039	-0.00030			
17.25°			-0.00007	-0.00023	-0.00034	-0.00040	-0.00041	-0.00038	-0.00029			
16.75°		0.00017	-0.00005	-0.00021	-0.00031	-0.00037	-0.00038	-0.00034	-0.00026			
16.25°	0.00044	0.00017	-0.00003	-0.00017	-0.00027	-0.00032	-0.00033	-0.00030				
15.75°		0.00017	0.00000	-0.00012	-0.00020	-0.00025	-0.00026	-0.00023				
15.25°		0.00018	0.00004	-0.00006	-0.00012	-0.00015	-0.00016					
14.75°		0.00020	0.00010	0.00003	-0.00001	-0.00004						
14.25°		0.00024	0.00018	0.00015	0.00012							
13.75°		0.00030	0.00029	0.00029	0.00029							





ADAPTABILNA SIMETRICNA KONFORMNA PROJEKCIJA

PARAMETRI PROJEKCIJE

PODRUČJE PRESLIKAVANJA: JUGOSLAVIJA i BLIZA geografska okolina
 GRANICNE PARALELE: 40.75° 47.00°
 GRANICNI MERIDIJANI: 13.25° 23.25°
 BROJ KONTURNIH TACAKA: 60
 STEPEN HARMONIJSKOG POLINOMA: 4
 FAKTOR UJEDNACENJA RAZMERE: 1.00030

POKAZATELJI KVALITETA PROJEKCIJE

VARIJANSA ZADOVOLJENJA KONTURNOG USLOVA: 0.00035487
 TOTALNA LINEARNA DEFORMACIJA PO JORDANU: 2.87686848
 TOTALNA DEFORMACIJA PO JORDAN-KAVRAJSKOM: 2.87719222
 MINIMALNA LINEARNA RAZMERA (DEFORAMACIJA): 0.999559 (-0.000441)
 MAKSIMALNA LINEARNA RAZMERA (DEFORMACIJA): 1.000435 (0.000435)
 MAKSIMALNA RELATIVNA PROMENA RAZMERE: 0.0875 %
 SIRINA OPSEGA PROMENE LINEARNE DEFORMACIJE: 0.000876

RESENJA NORMALNIH JEDNACINA U POSLEDNJOJ ITERACIJI (2)

(Cebisevljevi koeficijenti)

i	V(i)	ALFA(i)
0	0.000000	-0.327540
1	0.000000	-0.693521
2	0.000000	-0.088029
3	0.000000	0.005602
4	0.000000	5.205458

ADAPTABILNA SIMETRICNA KONFORMNA PROJEKCIJA

PARAMETRI PROJEKCIJE

PODRUCJE PRESLIKAVANJA: JUGOSLAVIJA i BLIZA geografska okolina
 GRANICNE PARALELE: 40.75° 47.00°
 GRANICNI MERIDIJANI: 13.25° 23.25°
 BROJ KONTURNIH TACAKA: 60
 STEPEN HARMONIJSKOG POLINOMA: 4
 FAKTOR UJEDNACENJA RAZMERE: 1.00030

TABELA RASPOREDA LINEARNE RAZMERE

G.Duz./G.Sir.	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°
22.75°									1.00029			1.00027 1.00030
22.25°							1.00012	1.00011	1.00011	1.00012	1.00014	1.00019 1.00028
21.75°							0.99997	0.99996	0.99997	1.00000	1.00005	1.00014 1.00027
21.25°				0.99994	0.99988	0.99985	0.99984	0.99985	0.99990	0.99998	1.00010	1.00027
20.75°			1.00000	0.99988	0.99980	0.99975	0.99974	0.99977	0.99983	0.99993	1.00008	1.00029
20.25°			0.99997	0.99983	0.99973	0.99968	0.99967	0.99970	0.99977			
19.75°			0.99995	0.99979	0.99969	0.99963	0.99962	0.99966	0.99974			
19.25°			0.99994	0.99977	0.99966	0.99960	0.99959	0.99962	0.99971	0.99985		
18.75°			0.99993	0.99975	0.99964	0.99958	0.99957	0.99960	0.99970	0.99984		
18.25°			0.99993	0.99975	0.99963	0.99957	0.99956	0.99960	0.99969	0.99984		
17.75°			0.99993	0.99975	0.99964	0.99958	0.99957	0.99960	0.99970			
17.25°			0.99994	0.99977	0.99966	0.99960	0.99959	0.99962	0.99971			
16.75°		1.00017	0.99995	0.99979	0.99969	0.99963	0.99962	0.99966	0.99974			
16.25°	1.00044	1.00017	0.99997	0.99983	0.99973	0.99968	0.99967	0.99970				
15.75°		1.00017	1.00000	0.99988	0.99980	0.99975	0.99974	0.99977				
15.25°		1.00018	1.00004	0.99994	0.99988	0.99985	0.99984					
14.75°		1.00020	1.00010	1.00003	0.99999	0.99997						
14.25°		1.00024	1.00018	1.00015	1.00013							
13.75°		1.00029	1.00029	1.00030	1.00030							

ADAPTABILNA SIMETRICNA KONFORMNA PROJEKCIJA

PARAMETRI PROJEKCIJE

PODRUCJE PRESLIKAVANJA: JUGOSLAVIJA i BLIZA geografska okolina
 GRANICNE PARALELE: 40.75° 47.00°
 GRANICNI MERIDIJANI: 13.25° 23.25°
 BROJ KONTURNIH TACAKA: 60
 STEPEN HARMONIJSKOG POLINOMA: 4
 FAKTOR UJEDNACENJA RAZMERE: 1.00030

TABELA RASPOREDA LOGARITMA LINEARNE RAZMERE

G.Duz./G.Sir.	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°
22.75°								0.00029			0.00027	0.00030
22.25°						0.00012	0.00011	0.00011	0.00012	0.00014	0.00019	0.00028
21.75°						-0.00003	-0.00004	-0.00003	0.00000	0.00005	0.00014	0.00027
21.25°				-0.00006	-0.00012	-0.00015	-0.00016	-0.00015	-0.00010	-0.00002	0.00010	0.00027
20.75°			0.00000	-0.00012	-0.00020	-0.00025	-0.00026	-0.00023	-0.00017	-0.00007	0.00008	0.00029
20.25°			-0.00003	-0.00017	-0.00027	-0.00032	-0.00033	-0.00030	-0.00023			
19.75°			-0.00005	-0.00021	-0.00031	-0.00037	-0.00038	-0.00034	-0.00026			
19.25°			-0.00006	-0.00023	-0.00034	-0.00040	-0.00041	-0.00038	-0.00029	-0.00015		
18.75°			-0.00007	-0.00025	-0.00036	-0.00042	-0.00043	-0.00040	-0.00030	-0.00016		
18.25°			-0.00007	-0.00025	-0.00037	-0.00043	-0.00044	-0.00040	-0.00031	-0.00016		
17.75°			-0.00007	-0.00025	-0.00036	-0.00042	-0.00043	-0.00040	-0.00030			
17.25°			-0.00006	-0.00023	-0.00034	-0.00040	-0.00041	-0.00038	-0.00029			
16.75°		0.00017	-0.00005	-0.00021	-0.00031	-0.00037	-0.00038	-0.00034	-0.00026			
16.25°	0.00043	0.00017	-0.00003	-0.00017	-0.00027	-0.00032	-0.00033	-0.00030				
15.75°		0.00017	0.00000	-0.00012	-0.00020	-0.00025	-0.00026	-0.00023				
15.25°		0.00018	0.00004	-0.00006	-0.00012	-0.00015	-0.00016					
14.75°		0.00020	0.00010	0.00003	-0.00001	-0.00003						
14.25°		0.00024	0.00018	0.00015	0.00013							
13.75°		0.00029	0.00029	0.00030	0.00030							

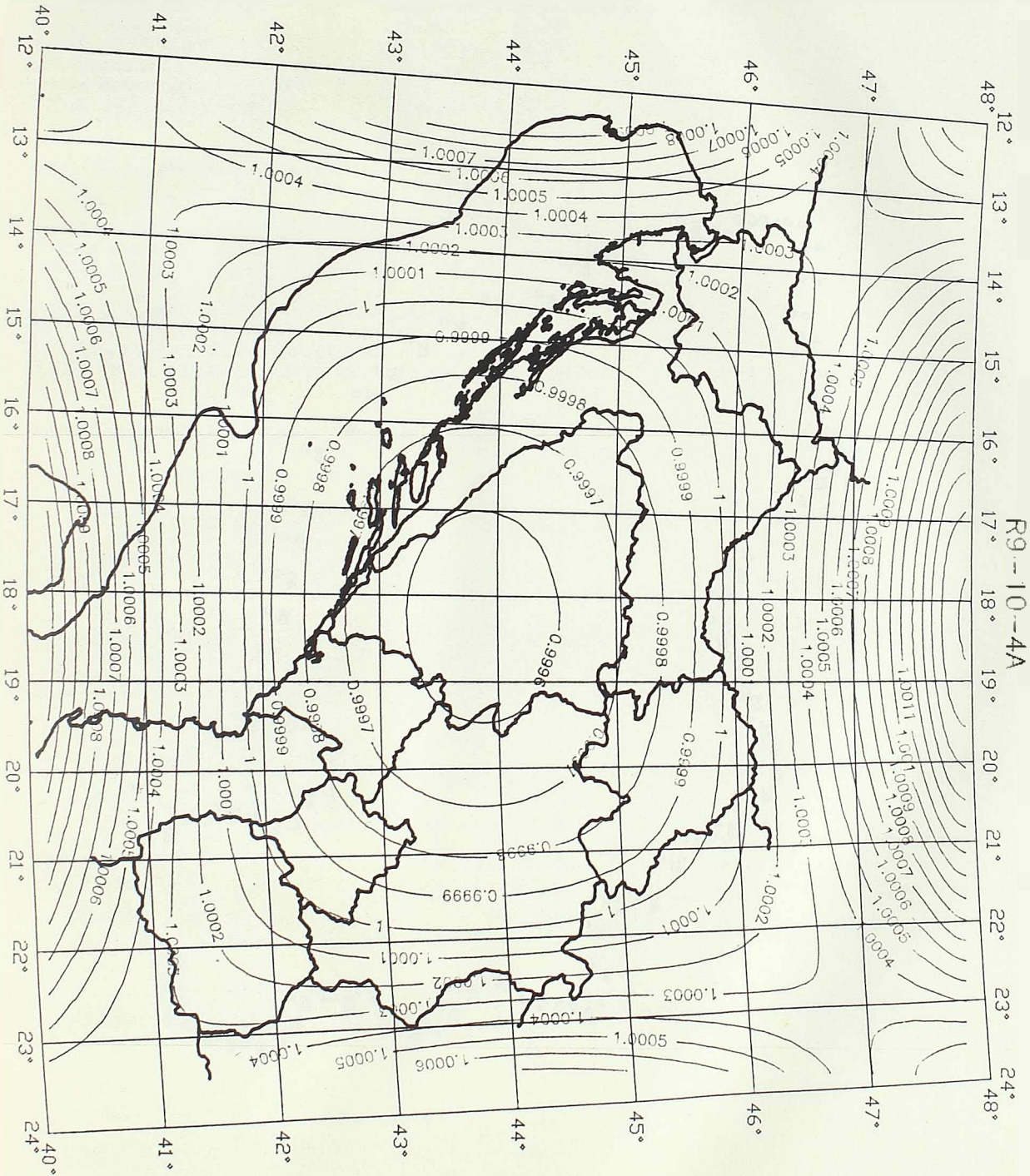
ADAPTABILNA SIMETRICNA KONFORMNA PROJEKCIJA

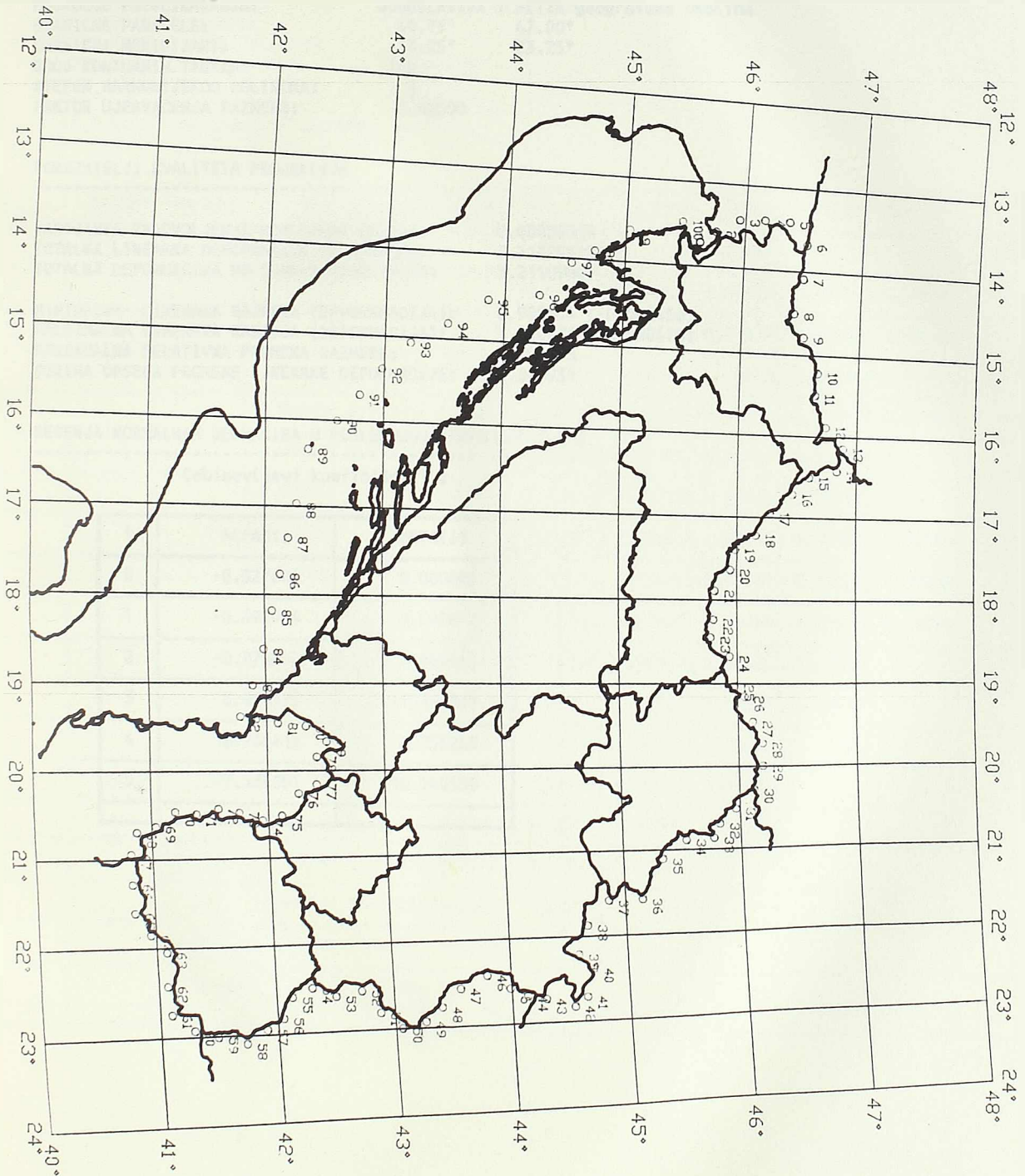
PARAMETRI PROJEKCIJE

PODRUCJE PRESLIKAVANJA: JUGOSLAVIJA i BLIZA geografska okolina
 GRANICNE PARALELE: 40.75° 47.00°
 GRANICNI MERIDIJANI: 13.25° 23.25°
 BROJ KONTURNIH TACAKA: 60
 STEPEN HARMONIJSKOG POLINOMA: 4
 FAKTOR UJEDNACENJA RAZMERE: 1.00030

TABELA RASPOREDA LINEARNE DEFORMACIJE

G.Duz./G.Sir.	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°
22.75°								0.00029			0.00027	0.00030
22.25°						0.00012	0.00011	0.00011	0.00012	0.00014	0.00019	0.00028
21.75°						-0.00003	-0.00004	-0.00003	0.00000	0.00005	0.00014	0.00027
21.25°				-0.00006	-0.00012	-0.00015	-0.00016	-0.00015	-0.00010	-0.00002	0.00010	0.00027
20.75°			0.00000	-0.00012	-0.00020	-0.00025	-0.00026	-0.00023	-0.00017	-0.00007	0.00008	0.00029
20.25°			-0.00003	-0.00017	-0.00027	-0.00032	-0.00033	-0.00030	-0.00023			
19.75°			-0.00005	-0.00021	-0.00031	-0.00037	-0.00038	-0.00034	-0.00026			
19.25°			-0.00006	-0.00023	-0.00034	-0.00040	-0.00041	-0.00038	-0.00029	-0.00015		
18.75°			-0.00007	-0.00025	-0.00036	-0.00042	-0.00043	-0.00040	-0.00030	-0.00016		
18.25°			-0.00007	-0.00025	-0.00037	-0.00043	-0.00044	-0.00040	-0.00031	-0.00016		
17.75°			-0.00007	-0.00025	-0.00036	-0.00042	-0.00043	-0.00040	-0.00030			
17.25°			-0.00006	-0.00023	-0.00034	-0.00040	-0.00041	-0.00038	-0.00029			
16.75°		0.00017	-0.00005	-0.00021	-0.00031	-0.00037	-0.00038	-0.00034	-0.00026			
16.25°	0.00044	0.00017	-0.00003	-0.00017	-0.00027	-0.00032	-0.00033	-0.00030				
15.75°		0.00017	0.00000	-0.00012	-0.00020	-0.00025	-0.00026	-0.00023				
15.25°		0.00018	0.00004	-0.00006	-0.00012	-0.00015	-0.00016					
14.75°		0.00020	0.00010	0.00003	-0.00001	-0.00003						
14.25°		0.00024	0.00018	0.00015	0.00013							
13.75°		0.00029	0.00029	0.00030	0.00030							





ADAPTABILNA NESIMETRICNA KONFORMNA PROJEKCIJA
 =====

PARAMETRI PROJEKCIJE

PODRUCJE PRESLIKAVANJA: JUGOSLAVIJA i BLIZA geografska okolina
 GRANICNE PARALELE: 40.75° 47.00°
 GRANICNI MERIDIJANI: 13.25° 23.25°
 BROJ KONTURNIH TACAKA: 100
 STEPEN HARMONIJSKOG POLINOMA: 5
 FAKTOR UJEDNACENJA RAZMERE: 1.00000

POKAZATELJI KVALITETA PROJEKCIJE

VARIJANSA ZADOVOLJENJA KONTURNOG USLOVA: 0.00029005
 TOTALNA LINEARNA DEFORMACIJA PO JORDANU: 3.21079819
 TOTALNA DEFORMACIJA PO JORDAN-KAVRAJSKOM: 3.21109849
 MINIMALNA LINEARNA RAZMERA (DEFORAMACIJA): 0.999544 (-0.000456)
 MAKSIMALNA LINEARNA RAZMERA (DEFORAMACIJA): 1.000476 (0.000476)
 MAKSIMALNA RELATIVNA PROMENA RAZMERE: 0.0931 %
 SIRINA OPSEGA PROMENE LINEARNE DEFORMACIJE: 0.000931

RESENJA NORMALNIH JEDNACINA U POSLEDNJOJ ITERACIJI (2)

(Cebisevljevi koeficijenti)

i	ALFA(i)	BETA(i)
0	-0.327604	0.000000
1	-0.694904	0.000849
2	-0.078042	0.052461
3	0.038175	-0.316891
4	2.954416	2.758247
5	-7.564091	-10.540539

ADAPTABILNA NESIMETRICNA KONFORMNA PROJEKCIJA

PARAMETRI PROJEKCIJE

PODRUCJE PRESLIKAVANJA: JUGOSLAVIJA i BLIZA geografska okolina
 GRANICNE PARALELE: 40.75° 47.00°
 GRANICNI MERIDIJANI: 13.25° 23.25°
 BROJ KONTURNIH TACAKA: 100
 STEPEN HARMONIJSKOG POLINOMA: 5
 FAKTOR UJEDNACENJA RAZMERE: 1.00000

TABELA RASPOREDA LINEARNE RAZMERE

G.Duz./G.Sir.	46.75°	46.25°	45.75°	45.25°	44.75°	44.25°	43.75°	43.25°	42.75°	42.25°	41.75°	41.25°
22.75°								0.99997			1.00030	1.00048
22.25°						0.99980	0.99982	0.99987	0.99996	1.00008	1.00024	1.00044
21.75°						0.99972	0.99973	0.99979	0.99988	1.00001	1.00019	1.00042
21.25°				0.99979	0.99970	0.99966	0.99967	0.99972	0.99982	0.99997	1.00016	1.00041
20.75°			0.99990	0.99975	0.99965	0.99961	0.99962	0.99967	0.99978	0.99993	1.00014	1.00041
20.25°			0.99988	0.99972	0.99962	0.99958	0.99958	0.99964	0.99975			
19.75°			0.99987	0.99971	0.99960	0.99955	0.99956	0.99962	0.99973			
19.25°			0.99986	0.99970	0.99959	0.99954	0.99955	0.99961	0.99972	0.99989		
18.75°			0.99986	0.99970	0.99959	0.99955	0.99955	0.99961	0.99972	0.99989		
18.25°			0.99987	0.99971	0.99961	0.99956	0.99956	0.99962	0.99973	0.99990		
17.75°			0.99989	0.99973	0.99963	0.99958	0.99959	0.99965	0.99975			
17.25°			0.99991	0.99976	0.99967	0.99962	0.99963	0.99968	0.99979			
16.75°		1.00014	0.99994	0.99980	0.99971	0.99968	0.99968	0.99974	0.99983			
16.25°	1.00041	1.00016	0.99998	0.99985	0.99977	0.99974	0.99976	0.99981				
15.75°		1.00019	1.00003	0.99992	0.99985	0.99983	0.99985	0.99990				
15.25°		1.00023	1.00009	0.99999	0.99995	0.99994	0.99996					
14.75°		1.00028	1.00016	1.00009	1.00006	1.00006						
14.25°		1.00033	1.00025	1.00020	1.00020							
13.75°		1.00040	1.00035	1.00034	1.00036							

ADAPTABILNA NESIMETRICNA KONFORMNA PROJEKCIJA

PARAMETRI PROJEKCIJE

PODRUCJE PRESLIKAVANJA: JUGOSLAVIJA i BLIZA geografska okolina
 GRANICNE PARALELE: 40.75° 47.00°
 GRANICNI MERIDIJANI: 13.25° 23.25°
 BROJ KONTURNIH TACAKA: 100
 STEPEN HARMONIJSKOG POLINOMA: 5
 FAKTOR UJEDNACENJA RAZMERE: 1.00000

TABELA RASPOREDA LOGARITMA LINEARNE RAZMERE

G.Duz./G.Sir.	46.75°	46.25°	45.75°	45.25°	44.75°	44.25°	43.75°	43.25°	42.75°	42.25°	41.75°	41.25°
22.75°								-0.00003			0.00030	0.00048
22.25°						-0.00020	-0.00018	-0.00013	-0.00004	0.00008	0.00024	0.00044
21.75°						-0.00028	-0.00027	-0.00021	-0.00012	0.00001	0.00019	0.00042
21.25°				-0.00021	-0.00030	-0.00034	-0.00033	-0.00028	-0.00018	-0.00003	0.00016	0.00041
20.75°			-0.00010	-0.00025	-0.00035	-0.00039	-0.00038	-0.00033	-0.00022	-0.00007	0.00014	0.00041
20.25°			-0.00012	-0.00028	-0.00038	-0.00042	-0.00042	-0.00036	-0.00025			
19.75°			-0.00013	-0.00029	-0.00040	-0.00045	-0.00044	-0.00038	-0.00027			
19.25°			-0.00014	-0.00030	-0.00041	-0.00046	-0.00045	-0.00039	-0.00028	-0.00011		
18.75°			-0.00014	-0.00030	-0.00041	-0.00045	-0.00045	-0.00039	-0.00028	-0.00011		
18.25°			-0.00013	-0.00029	-0.00039	-0.00044	-0.00044	-0.00038	-0.00027	-0.00010		
17.75°			-0.00011	-0.00027	-0.00037	-0.00042	-0.00041	-0.00035	-0.00025			
17.25°			-0.00009	-0.00024	-0.00033	-0.00038	-0.00037	-0.00032	-0.00021			
16.75°		0.00014	-0.00006	-0.00020	-0.00029	-0.00032	-0.00032	-0.00026	-0.00017			
16.25°	0.00041	0.00016	-0.00002	-0.00015	-0.00023	-0.00026	-0.00024	-0.00019				
15.75°		0.00019	0.00003	-0.00008	-0.00015	-0.00017	-0.00015	-0.00010				
15.25°		0.00023	0.00009	-0.00001	-0.00005	-0.00006	-0.00004					
14.75°		0.00028	0.00016	0.00009	0.00006	0.00006						
14.25°		0.00033	0.00025	0.00020	0.00020							
13.75°		0.00040	0.00035	0.00034	0.00036							

ADAPTABILNA NESIMETRICNA KONFORMNA PROJEKCIJA

PARAMETRI PROJEKCIJE

PODRUCJE PRESLIKAVANJA: JUGOSLAVIJA I BLIZA geografska okolina
 GRANICNE PARALELE: 40.75° 47.00°
 GRANICNI MERIDIJANI: 13.25° 23.25°
 BROJ KONTURNIH TACAKA: 100
 STEPEN HARMONIJSKOG POLINOMA: 5
 FAKTOR UJEDNACENJA RAZMERE: 1.00000

TABELA RASPOREDA LINEARNE DEFORMACIJE

G.Duz./G.Sir.	46.75°	46.25°	45.75°	45.25°	44.75°	44.25°	43.75°	43.25°	42.75°	42.25°	41.75°	41.25°
22.75°								-0.00003			0.00030	0.00048
22.25°						-0.00020	-0.00018	-0.00013	-0.00004	0.00008	0.00024	0.00044
21.75°						-0.00028	-0.00027	-0.00021	-0.00012	0.00001	0.00019	0.00042
21.25°				-0.00021	-0.00030	-0.00034	-0.00033	-0.00028	-0.00018	-0.00003	0.00016	0.00041
20.75°			-0.00010	-0.00025	-0.00035	-0.00039	-0.00038	-0.00033	-0.00022	-0.00007	0.00014	0.00041
20.25°			-0.00012	-0.00028	-0.00038	-0.00042	-0.00042	-0.00036	-0.00025			
19.75°			-0.00013	-0.00029	-0.00040	-0.00045	-0.00044	-0.00038	-0.00027			
19.25°			-0.00014	-0.00030	-0.00041	-0.00046	-0.00045	-0.00039	-0.00028	-0.00011		
18.75°			-0.00014	-0.00030	-0.00041	-0.00045	-0.00045	-0.00039	-0.00028	-0.00011		
18.25°			-0.00013	-0.00029	-0.00039	-0.00044	-0.00044	-0.00038	-0.00027	-0.00010		
17.75°			-0.00011	-0.00027	-0.00037	-0.00042	-0.00041	-0.00035	-0.00025			
17.25°			-0.00009	-0.00024	-0.00033	-0.00038	-0.00037	-0.00032	-0.00021			
16.75°		0.00014	-0.00006	-0.00020	-0.00029	-0.00032	-0.00032	-0.00026	-0.00017			
16.25°	0.00041	0.00016	-0.00002	-0.00015	-0.00023	-0.00026	-0.00024	-0.00019				
15.75°		0.00019	0.00003	-0.00008	-0.00015	-0.00017	-0.00015	-0.00010				
15.25°		0.00023	0.00009	-0.00001	-0.00005	-0.00006	-0.00004					
14.75°		0.00028	0.00016	0.00009	0.00006	0.00006						
14.25°		0.00033	0.00025	0.00020	0.00020							
13.75°		0.00040	0.00035	0.00034	0.00036							

ADAPTABILNA NESIMETRICNA KONFORMNA PROJEKCIJA

=====

PARAMETRI PROJEKCIJE

PODRUCJE PRESLIKAVANJA: JUGOSLAVIJA i BLIZA geografska okolina
 GRANICNE PARALELE: 40.75° 47.00°
 GRANICNI MERIDIJANI: 13.25° 23.25°
 BROJ KONTURNIH TACAKA: 100
 STEPEN HARMONIJSKOG POLINOMA: 4
 FAKTOR UJEDNACENJA RAZMERE: 1.00014

POKAZATELJI KVALITETA PROJEKCIJE

VARIJANSA ZADOVOLJENJA KONTURNOG USLOVA: 0.00027307
 TOTALNA LINEARNA DEFORMACIJA PO JORDANU: 2.74743518
 TOTALNA DEFORMACIJA PO JORDAN-KAVRAJSKOM: 2.74716502

MINIMALNA LINERANA RAZMERA (DEFORAMACIJA): 0.999683 (-0.000317)
 MAKSIMALNA LINEARNA RAZMERA (DEFORMACIJA): 1.000660 (0.000660)
 MAKSIMALNA RELATIVNA PROMENA RAZMERE: 0.0976 %
 SIRINA OPSEGA PROMENE LINEARNE DEFORMACIJE: 0.000976

RESENJA NORMALNIH JEDNACINA U POSLEDNJOJ ITERACIJI (2)

(Cebisevljevi koeficijenti)

i	ALFA(i)	BETA(i)
0	-0.327465	0.000000
1	-0.694763	0.000715
2	-0.079176	0.049903
3	0.145412	-0.349910
4	3.465244	2.294708

ADAPTABILNA NESIMETRICNA KONFORMNA PROJEKCIJA

PARAMETRI PROJEKCIJE

PODRUCJE PRESLIKAVANJA: JUGOSLAVIJA | BLIZA geografska okolina
 GRANICNE PARALELE: 40.75° 47.00°
 GRANICNI MERIDIJANI: 13.25° 23.25°
 BROJ KONTURNIH TACAKA: 100
 STEPEN HARMONIJSKOG POLINOMA: 4
 FAKTOR UJEDNACENJA RAZMERE: 1.00014

TABELA RASPOREDA LINEARNE RAZMERE

G.Duz./G.Sir.	46.75°	46.25°	45.75°	45.25°	44.75°	44.25°	43.75°	43.25°	42.75°	42.25°	41.75°	41.25°
22.75°								1.00013			1.00047	1.00066
22.25°						0.99995	0.99997	1.00002	1.00011	1.00024	1.00040	1.00061
21.75°						0.99986	0.99988	0.99993	1.00003	1.00016	1.00034	1.00058
21.25°				0.99991	0.99983	0.99980	0.99981	0.99987	0.99996	1.00011	1.00030	1.00055
20.75°			1.00003	0.99988	0.99979	0.99975	0.99976	0.99981	0.99992	1.00007	1.00027	1.00053
20.25°			1.00002	0.99986	0.99976	0.99972	0.99972	0.99978	0.99988			
19.75°			1.00002	0.99985	0.99974	0.99969	0.99970	0.99975	0.99986			
19.25°			1.00002	0.99984	0.99973	0.99968	0.99969	0.99974	0.99985	1.00001		
18.75°			1.00002	0.99984	0.99974	0.99968	0.99969	0.99974	0.99985	1.00001		
18.25°			1.00002	0.99985	0.99975	0.99970	0.99970	0.99976	0.99986	1.00002		
17.75°			1.00003	0.99987	0.99977	0.99972	0.99973	0.99978	0.99989			
17.25°			1.00004	0.99989	0.99980	0.99976	0.99977	0.99983	0.99993			
16.75°		1.00025	1.00006	0.99993	0.99985	0.99981	0.99983	0.99988	0.99998			
16.25°	1.00049	1.00025	1.00008	0.99997	0.99991	0.99988	0.99990	0.99996				
15.75°		1.00026	1.00012	1.00003	0.99998	0.99997	1.00000	1.00005				
15.25°		1.00028	1.00017	1.00011	1.00008	1.00008	1.00011					
14.75°		1.00031	1.00024	1.00021	1.00020	1.00022						
14.25°		1.00035	1.00033	1.00033	1.00035							
13.75°		1.00042	1.00044	1.00049	1.00053							

ADAPTABILNA NESIMETRICNA KONFORMNA PROJEKCIJA

PARAMETRI PROJEKCIJE

PODRUCJE PRESLIKAVANJA: JUGOSLAVIJA | BLIZA geografska okolina
 GRANICNE PARALELE: 40.75° 47.00°
 GRANICNI MERIDIJANI: 13.25° 23.25°
 BROJ KONTURNIH TACAKA: 100
 STEPEN HARMONIJSKOG POLINOMA: 4
 FAKTOR UJEDNACENJA RAZMERE: 1.00014

TABELA RASPOREDA LOGARITMA LINEARNE RAZMERE

G.Duz./G.Sir.	46.75°	46.25°	45.75°	45.25°	44.75°	44.25°	43.75°	43.25°	42.75°	42.25°	41.75°	41.25°
22.75°								0.00013			0.00047	0.00066
22.25°						-0.00005	-0.00003	0.00002	0.00011	0.00024	0.00040	0.00061
21.75°						-0.00014	-0.00012	-0.00007	0.00003	0.00016	0.00034	0.00057
21.25°				-0.00009	-0.00017	-0.00020	-0.00019	-0.00013	-0.00004	0.00011	0.00030	0.00055
20.75°			0.00003	-0.00012	-0.00021	-0.00025	-0.00024	-0.00019	-0.00008	0.00007	0.00027	0.00053
20.25°			0.00002	-0.00014	-0.00024	-0.00028	-0.00028	-0.00022	-0.00012			
19.75°			0.00002	-0.00015	-0.00026	-0.00031	-0.00030	-0.00025	-0.00014			
19.25°			0.00002	-0.00016	-0.00027	-0.00032	-0.00031	-0.00026	-0.00015	0.00001		
18.75°			0.00002	-0.00016	-0.00026	-0.00032	-0.00031	-0.00026	-0.00015	0.00001		
18.25°			0.00002	-0.00015	-0.00025	-0.00030	-0.00030	-0.00024	-0.00014	0.00002		
17.75°			0.00003	-0.00013	-0.00023	-0.00028	-0.00027	-0.00022	-0.00011			
17.25°			0.00004	-0.00011	-0.00020	-0.00024	-0.00023	-0.00017	-0.00007			
16.75°		0.00025	0.00006	-0.00007	-0.00015	-0.00019	-0.00017	-0.00012	-0.00002			
16.25°	0.00049	0.00025	0.00008	-0.00003	-0.00009	-0.00012	-0.00010	-0.00004				
15.75°		0.00026	0.00012	0.00003	-0.00002	-0.00003	0.00000	0.00005				
15.25°		0.00028	0.00017	0.00011	0.00008	0.00008	0.00011					
14.75°		0.00031	0.00024	0.00021	0.00020	0.00022						
14.25°		0.00035	0.00033	0.00033	0.00035							
13.75°		0.00042	0.00044	0.00049	0.00053							

ADAPTABILNA NESIMETRICNA KONFORMNA PROJEKCIJA

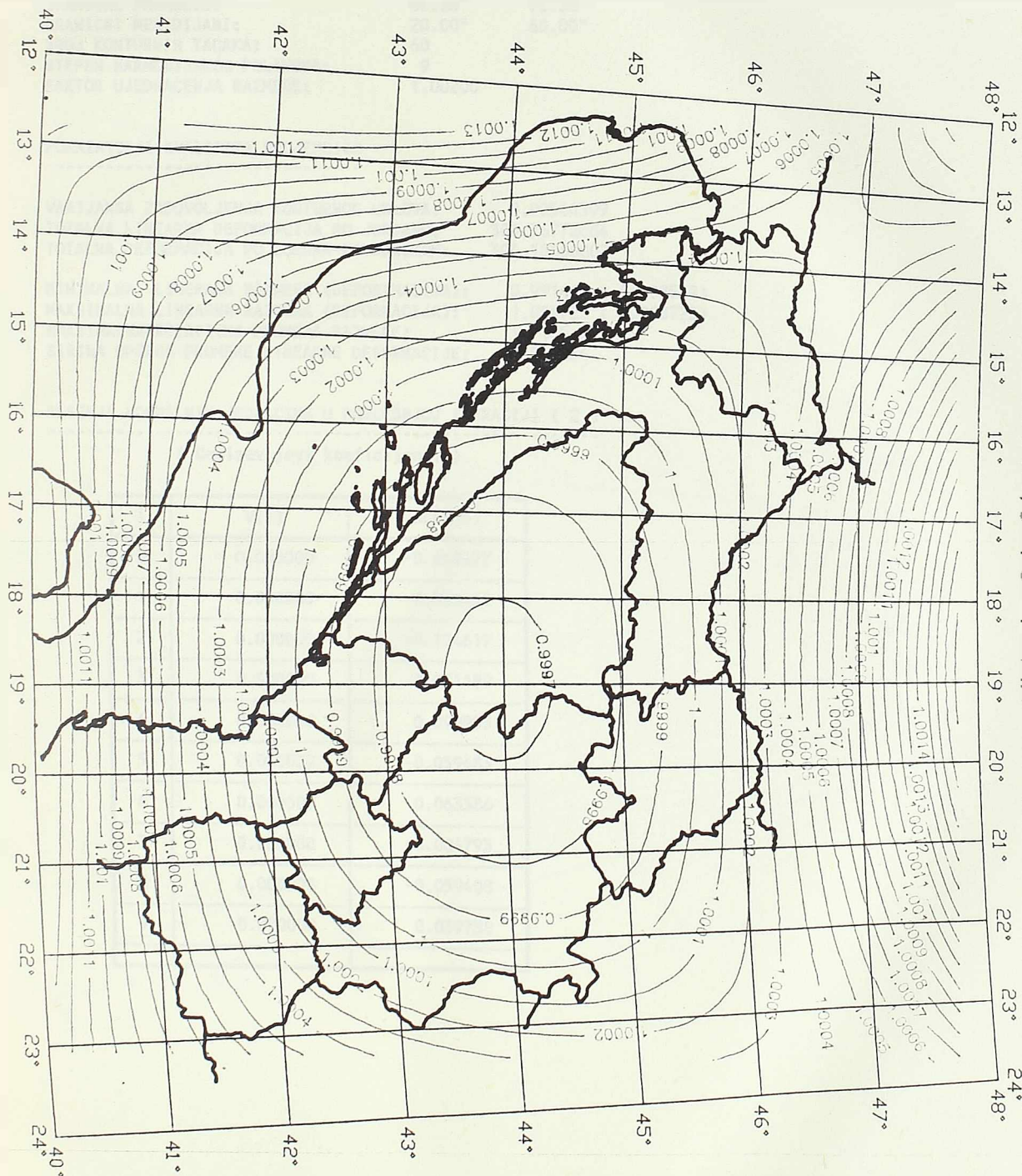
PARAMETRI PROJEKCIJE

PODRUČJE PRESLIKAVANJA: JUGOSLAVIJA i BLIZA geografska okolina
 GRANICNE PARALELE: 40.75° 47.00°
 GRANICNI MERIDIJANI: 13.25° 23.25°
 BROJ KONTURNIH TACAKA: 100
 STEPEN HARMONIJSKOG POLINOMA: 4
 FAKTOR UJEDNACENJA RAZMERE: 1.00014

TABELA RASPOREDA LINEARNE DEFORMACIJE

G.Duz./G.Sir.	46.75°	46.25°	45.75°	45.25°	44.75°	44.25°	43.75°	43.25°	42.75°	42.25°	41.75°	41.25°
22.75°								0.00013			0.00047	0.00066
22.25°						-0.00005	-0.00003	0.00002	0.00011	0.00024	0.00040	0.00061
21.75°						-0.00014	-0.00012	-0.00007	0.00003	0.00016	0.00034	0.00058
21.25°				-0.00009	-0.00017	-0.00020	-0.00019	-0.00013	-0.00004	0.00011	0.00030	0.00055
20.75°			0.00003	-0.00012	-0.00021	-0.00025	-0.00024	-0.00019	-0.00008	0.00007	0.00027	0.00053
20.25°			0.00002	-0.00014	-0.00024	-0.00028	-0.00028	-0.00022	-0.00012			
19.75°			0.00002	-0.00015	-0.00026	-0.00031	-0.00030	-0.00025	-0.00014			
19.25°			0.00002	-0.00016	-0.00027	-0.00032	-0.00031	-0.00026	-0.00015	0.00001		
18.75°			0.00002	-0.00016	-0.00026	-0.00032	-0.00031	-0.00026	-0.00015	0.00001		
18.25°			0.00002	-0.00015	-0.00025	-0.00030	-0.00030	-0.00024	-0.00014	0.00002		
17.75°			0.00003	-0.00013	-0.00023	-0.00028	-0.00027	-0.00022	-0.00011			
17.25°			0.00004	-0.00011	-0.00020	-0.00024	-0.00023	-0.00017	-0.00007			
16.75°		0.00025	0.00006	-0.00007	-0.00015	-0.00019	-0.00017	-0.00012	-0.00002			
16.25°	0.00049	0.00025	0.00008	-0.00003	-0.00009	-0.00012	-0.00010	-0.00004				
15.75°		0.00026	0.00012	0.00003	-0.00002	-0.00003	0.00000	0.00005				
15.25°		0.00028	0.00017	0.00011	0.00008	0.00008	0.00011					
14.75°		0.00031	0.00024	0.00021	0.00020	0.00022						
14.25°		0.00035	0.00033	0.00033	0.00035							
13.75°		0.00042	0.00044	0.00049	0.00053							

YU-R9-4-14A



ADAPTABILNA SIMETRICNA KONFORMNA PROJEKCIJA

PARAMETRI PROJEKCIJE

PODRUCJE PRESLIKAVANJA: Evropski deo SSSR-a
 GRANICNE PARALELE: 40.00° 70.00°
 GRANICNI MERIDIJANI: 20.00° 60.00°
 BROJ KONTURNIH TACAKA: 60
 STEPEN HARMONIJSKOG POLINOMA: 9
 FAKTOR UJEDNACENJA RAZMERE: 1.00200

POKAZATELJI KVALITETA PROJEKCIJE

VARIJANSA ZADOVOLJENJA KONTURNOG USLOVA: 0.00544399
 TOTALNA LINEARNA DEFORMACIJA PO JORDANU: 303.76772884
 TOTALNA DEFORMACIJA PO JORDAN-KAVRAJSKOM: 304.18660802

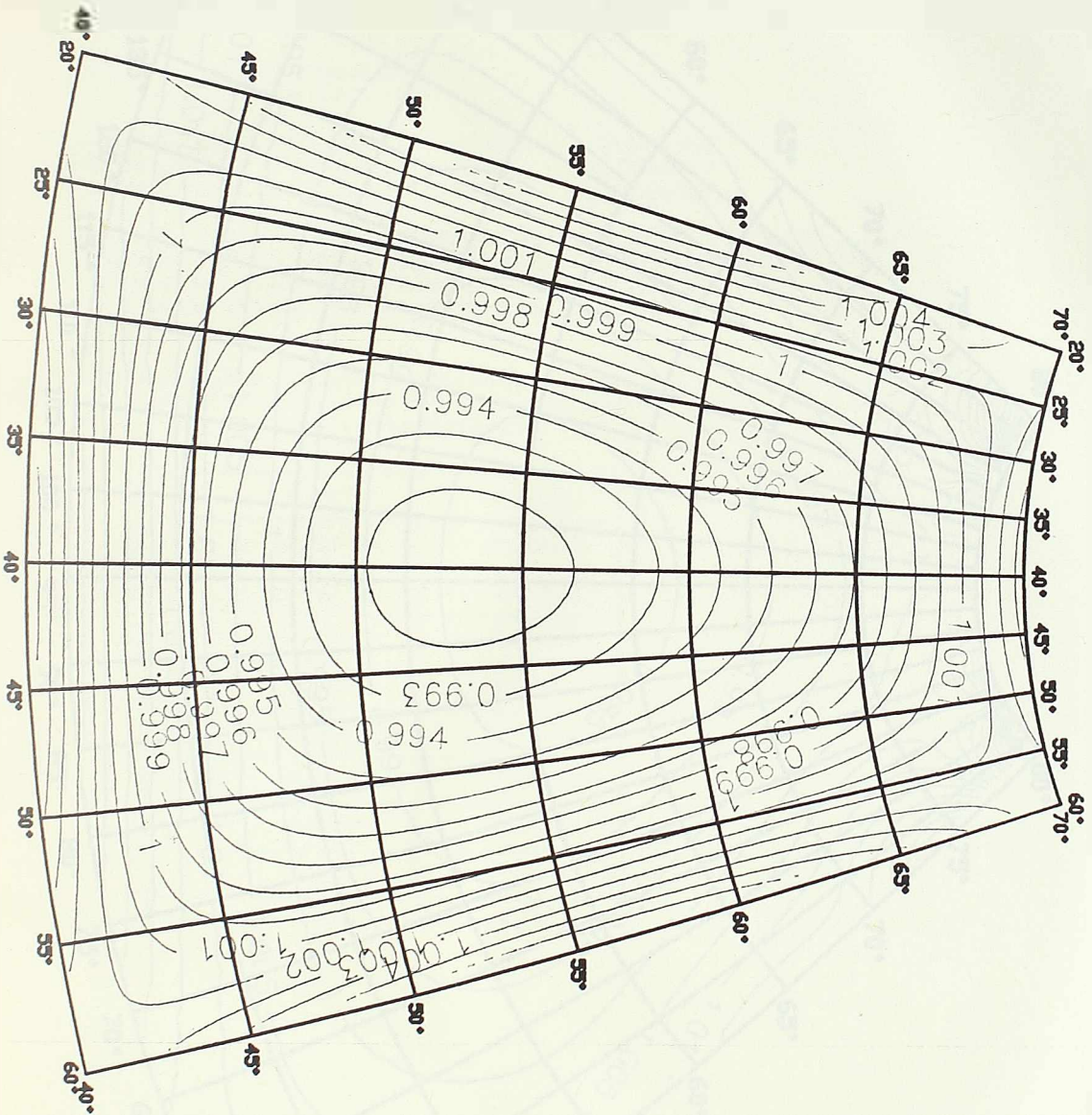
MINIMALNA LINEARNA RAZMERA (DEFORAMACIJA): 0.991468 (-0.008532)
 MAKSIMALNA LINEARNA RAZMERA (DEFORAMACIJA): 1.008723 (0.008723)
 MAKSIMALNA RELATIVNA PROMENA RAZMERE: 1.7105 %
 SIRINA OPSEGA PROMENE LINEARNE DEFORMACIJE: 0.017254

RESENJA NORMALNIH JEDNACINA U POSLEDNJOJ ITERACIJI (2)

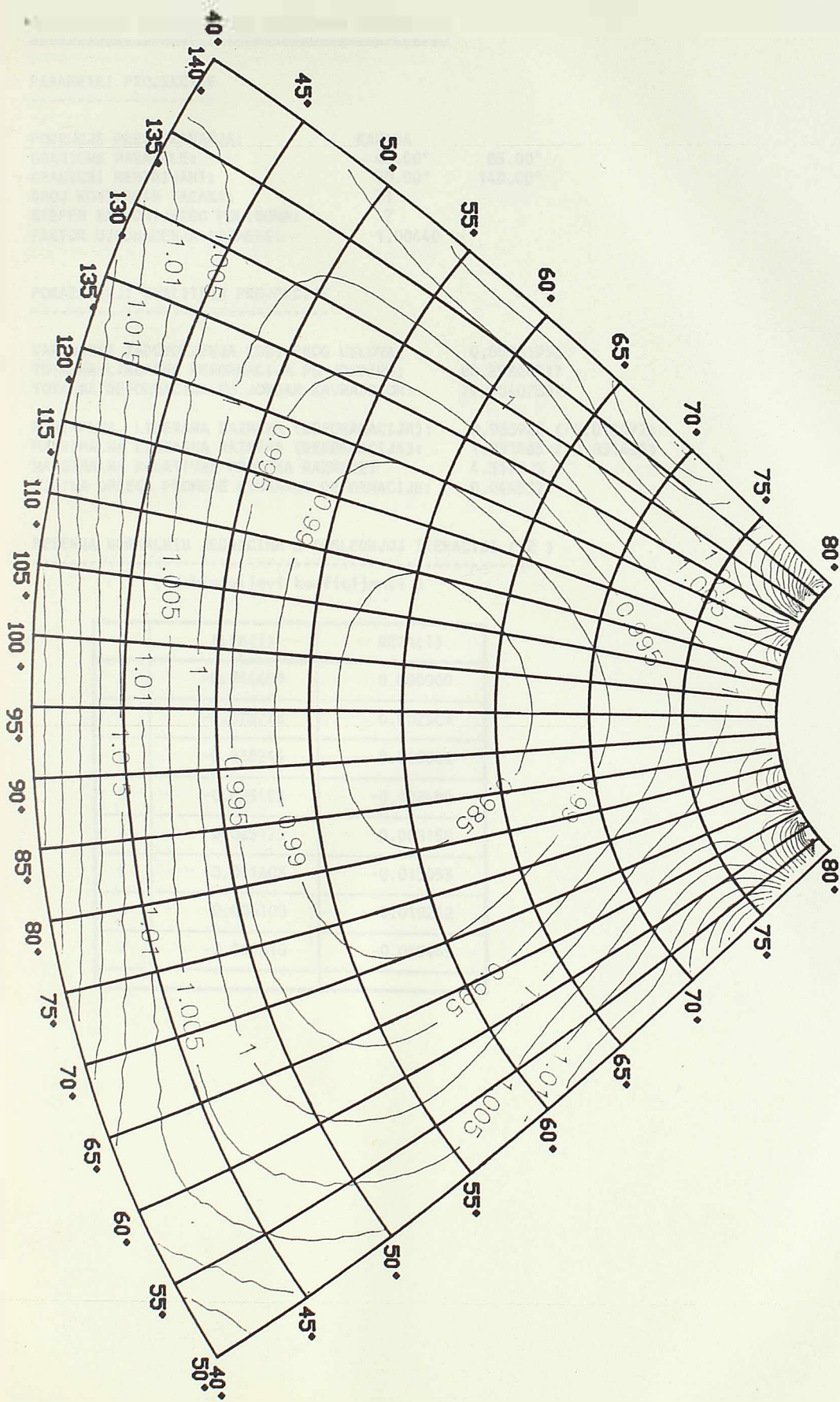
(Cebisevljevi koeficijenti)

i	V(i)	ALFA(i)
0	0.000000	-0.640427
1	0.000000	-0.835451
2	0.000000	-0.114619
3	0.000000	0.031189
4	0.000000	0.090995
5	0.000000	-0.059483
6	0.000000	0.063386
7	0.000000	-0.004793
8	0.000000	-0.059408
9	0.000000	0.039738

EVROPSKI DEO SSSR-A



Kanada—F



ADAPTABILNA NESIMETRICNA KONFORMNA PROJEKCIJA

PARAMETRI PROJEKCIJE

PODRUCJE PRESLIKAVANJA:	KANADA	
GRANICNE PARALELE:	40.00°	85.00°
GRANICNI MERIDIJANI:	50.00°	140.00°
BROJ KONTURNIH TACAKA:	31	
STEPEN HARMONIJSKOG POLINOMA:	7	
FAKTOR UJEDNACENJA RAZMERE:	1.00440	

POKAZATELJI KVALITETA PROJEKCIJE

VARIJANSA ZADOVOLJENJA KONTURNOG USLOVA:	0.00981956
TOTALNA LINEARNA DEFORMACIJA PO JORDANU:	80.25844517
TOTALNA DEFORMACIJA PO JORDAN-KAVRAJSKOM:	79.90407387
MINIMALNA LINEARNA RAZMERA (DEFORAMACIJA):	0.986928 (-0.013072)
MAKSIMALNA LINEARNA RAZMERA (DEFORAMACIJA):	1.031465 (0.031465)
MAKSIMALNA RELATIVNA PROMENA RAZMERE:	4.3179 %
SIRINA OPSEGA PROMENE LINEARNE DEFORMACIJE:	0.044537

RESENJA NORMALNIH JEDNACINA U POSLEDNJOJ ITERACIJI (2)

(Cebisevljevi koeficijenti)

i	ALFA(i)	BETA(i)
0	-0.744409	0.000000
1	-0.878773	0.002567
2	-0.038244	0.018004
3	-0.025405	-0.022480
4	0.025125	0.008150
5	-0.011603	-0.015053
6	0.006100	0.019252
7	-0.001310	-0.009945

ADAPTABILNA SIMETRICNA KONFORMNA PROJEKCIJA

PARAMETRI PROJEKCIJE

PODRUCJE PRESLIKAVANJA: KANADA
 GRANICNE PARALELE: 42.00° 83.00°
 GRANICNI MERIDIJANI: 51.00° 141.00°
 BROJ KONTURNIH TACAKA: 60
 STEPEN HARMONIJSKOG POLINOMA: 6
 FAKTOR UJEDNACENJA RAZMERE: 1.01400

POKAZATELJI KVALITETA PROJEKCIJE

VARIJANSA ZADOVOLJENJA KONTURNOG USLOVA: 0.01238853
 TOTALNA LINEARNA DEFORMACIJA PO JORDANU: 72.64040402
 TOTALNA DEFORMACIJA PO JORDAN-KAVRAJSKOM: 72.52091657
 MINIMALNA LINEARNA RAZMERA (DEFORAMACIJA): 0.986882 (-0.013118)
 MAKSIMALNA LINEARNA RAZMERA (DEFORAMACIJA): 1.021647 (0.021647)
 MAKSIMALNA RELATIVNA PROMENA RAZMERE: 3.4029 %
 SIRINA OPSEGA PROMENE LINEARNE DEFORMACIJE: 0.034765

RESENJA NORMALNIH JEDNACINA U POSLEDNJOJ ITERACIJI (2)

(Cebisevljevi koeficijenti)

i	V(i)	ALFA(i)
0	0.000000	-1.139119
1	0.000000	-0.921298
2	0.000000	-0.046587
3	0.000000	0.011240
4	0.000000	0.009349
5	0.000000	-0.005914
6	0.000000	0.001942

ADAPTABILNA SIMETRICNA KONFORMNA PROJEKCIJA

PARAMETRI PROJEKCIJE

PODRUCJE PRESLIKAVANJA: KANADA
 GRANICNE PARALELE: 42.00° 83.00°
 GRANICNI MERIDIJANI: 51.00° 141.00°
 BROJ KONTURNIH TACAKA: 60
 STEPEN HARMONIJSKOG POLINOMA: 4
 FAKTOR UJEDNACENJA RAZMERE: 1.01300

POKAZATELJI KVALITETA PROJEKCIJE

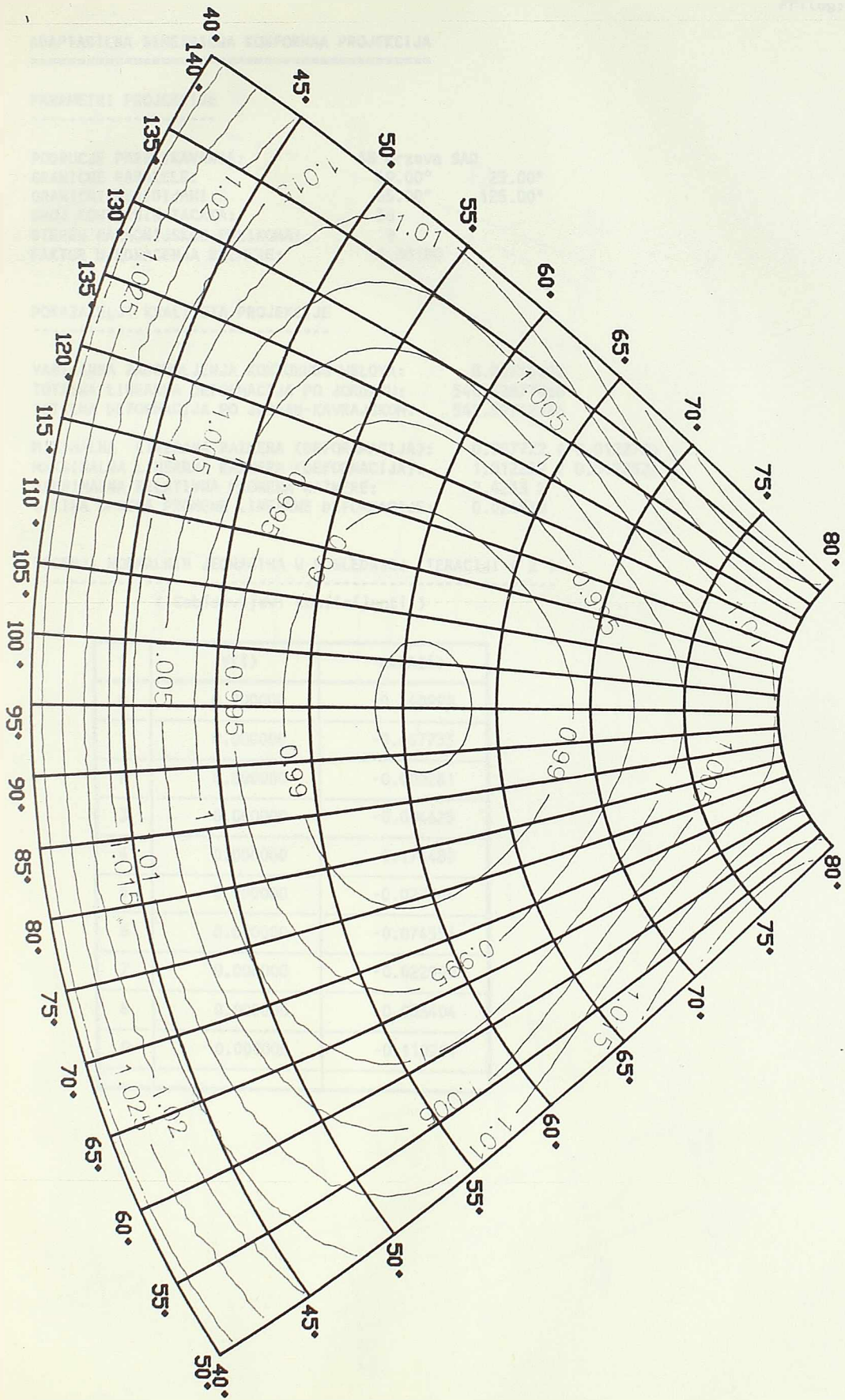
VARIJANSA ZADOVOLJENJA KONTURNOG USLOVA: 0.01311657
 TOTALNA LINEARNA DEFORMACIJA PO JORDANU: 78.14711730
 TOTALNA DEFORMACIJA PO JORDAN-KAVRAJSKOM: 78.25567920
 MINIMALNA LINEARNA RAZMERA (DEFORAMACIJA): 0.984455 (-0.015545)
 MAKSIMALNA LINEARNA RAZMERA (DEFORAMACIJA): 1.016343 (0.016343)
 MAKSIMALNA RELATIVNA PROMENA RAZMERE: 3.1375 %
 SIRINA OPSEGA PROMENE LINEARNE DEFORMACIJE: 0.031888

RESENJA NORMALNIH JEDNACINA U POSLEDNJOJ ITERACIJI (2)

(Cebisevljevi koeficijenti)

i	V(i)	ALFA(i)
0	0.000000	-1.139913
1	0.000000	-0.917286
2	0.000000	-0.047943
3	0.000000	0.005244
4	0.000000	0.011097

Kanada-N



ADAPTABILNA SIMETRICNA KONFORMNA PROJEKCIJA

PARAMETRI PROJEKCIJE

PODRUCJE PRESLIKAVANJA: 48 drzava SAD
 GRANICNE PARALELE: 49.00° 25.00°
 GRANICNI MERIDIJANI: 65.00° 125.00°
 BROJ KONTURNIH TACAKA: 36
 STEPEN HARMONIJSKOG POLINOMA: 9
 FAKTOR UJEDNACENJA RAZMERE: 1.00100

POKAZATELJI KVALITETA PROJEKCIJE

VARIJANSA ZADOVOLJENJA KONTURNOG USLOVA: 0.00713803
 TOTALNA LINEARNA DEFORMACIJA PO JORDANU: 540.52877068
 TOTALNA DEFORMACIJA PO JORDAN-KAVRAJSKOM: 542.59742436

MINIMALNA LINEARNA RAZMERA (DEFORAMACIJA): 0.987722 (-0.012278)
 MAKSIMALNA LINEARNA RAZMERA (DEFORAMACIJA): 1.012252 (0.012252)
 MAKSIMALNA RELATIVNA PROMENA RAZMERE: 2.4233 %
 SIRINA OPSEGA PROMENE LINEARNE DEFORMACIJE: 0.024530

RESENJA NORMALNIH JEDNACINA U POSLEDNJOJ ITERACIJI (2)

(Cebisevljevi koeficijenti)

i	V(i)	ALFA(i)
0	0.000000	-0.248998
1	0.000000	-0.607733
2	0.000000	-0.000281
3	0.000000	-0.004625
4	0.000000	0.174489
5	0.000000	-0.027364
6	0.000000	-0.074556
7	0.000000	-0.022999
8	0.000000	-0.056404
9	0.000000	-0.110261

48 drzava SAD

