

**Univerzitet u Beogradu  
Građevinski fakultet  
Katedra za geodeziju i geoinformatiku**

**mr Vukan Ogrizović, dipl. geod. Ing.**

**KONSTRUKCIJA SAVREMENOG MERNOG  
SISTEMA ZA ASTROGEODETSKA ODREĐIVANJE**

**- doktorska disertacija -**

**Beograd, 2007.**

PB 19446  
ug 012-083210

UNIVERZITET U BEOGRADU  
GRAĐEVINSKI FAKULTET  
KATEDRA ZA GEODEZIJU I GEOINFORMATIKU

mr Vukan Ogrizović, dipl. geod. inž.

KONSTRUKCIJA SAVREMENOG MERNOG SISTEMA  
ZA ASTROGEODETSKA ODREĐIVANJA

- doktorska disertacija -

Beograd, 2007.



Komisija: Doc. dr Dragan Blagojević, dipl. geod. inž, Građevinski fakultet u Beogradu  
Doc. dr Siniša Delčev, dipl. geod. inž, Građevinski fakultet u Beogradu  
dr Miodrag Dačić, dipl. astr, naučni saradnik, Astronomска opservatorija

Datum odbrane: \_\_\_\_\_  
Datum promocije: \_\_\_\_\_

# Konstrukcija savremenog mernog sistema za astrogeodetska određivanja

## Apstrakt

Merni sistem, razvijen u okviru ove disertacije, namenjen je brzom i kvalitetnom izvođenju astrogeodetskih merenja i čine ga sledeće komponente:

- optički instrument za precizno uspostavljanje pravca tangente lokalne vertikale (zenitlot),
- profesionalna CCD kamera za registraciju snimka neba u okolini zenita,
- posebno konstruisani sistem za održavanje vremena, baziran na GPS kontroleru,
- prenosni računar za upravljanje kamerom i snimcima i
- prenosni računar sa instaliranim upravljačkim programom za održavanje vremena.

Implementacijom heterogenih savremenih mernih uređaja u sistem i njihovom softverskom integracijom omogućice se obrada rezultata merenja neposredno po završetku merne sesije, čime se značajno ubrzava postupak određivanja komponenti vertikalnih otklona. Glavni doprinos metode je u potpunom isključenju opažačke greške iz procesa merenja.

Ključne reči: otklon vertikale, GPS, CCD, zenithlot

## A Construction of An Advanced Measuring System For Astro-Geodetic Determinations

## Abstract

The measuring system, developed within this dissertation, is dedicated to fast and efficient performing of astro-geodetic determinations. It consists of the following components:

- an optical instrument for precise determination of the local vertical tangent (zenitlot),
- professional CCD camera for aquiring a sky picture near zenith,
- specially contructed system for time-keeping purposes, based on a GPS controller,
- a laptop for maintaining the camera, and
- a laptop with a driver program for time registration.

Measured data can be processed soon after a measuring session, by assembling heterogenous advanced measuring devices into a system, as well as a special software integration. This will speed up the procedure of vertical deflection components determination. The main contribution of the method is the elimination of the observer error from the measuring process.

Keywords: vertical deflection, GPS, CCD, zenithlot

# Predgovor

Astrogeodetski određeni otkloni vertikale dobijaju se bez usvajanja hipoteza o sastavu Zemljine kore, kao i bez potrebe za uzimanjem u obzir udaljenih masa. Geoid centimetarske rezolucije (tačnosti  $\pm 5$  cm) može se aproksimirati iz izmerenih 5-15 astrogeodetskih otklona vertikale na površini od  $1000 \text{ km}^2$ . Pogušćenje je moguće ostvariti GPS (Global Positioning System) nivelmanom, odnosno, direktnim opažanjem undulacija geoida (uz uslov da su poznate ortometrijske visine tačaka uključene u GPS nivelman).

Nacionalni geoidi u Evropi su, uglavnom, gravimetrijski. Razlog za to je komplikovana procedura i instrumentalna tehnika za astrogeodetska merenja. Merenja dugo traju i, stoga, nisu rentabilna. Usavršavanjem mernih astrometrijskih postupaka, odnosno, dobijanjem na brzini, otvara se mogućnost određivanja astrogeodetskog geoida visoke rezolucije. Primer je geoid Švajcarske (CHGEO98), sa oko 600 astrogeodetskih otklona vertikale, 2500 upotrebljenih gravimetrijskih stanica i 80 GPS stanica povezanih za nivelmansku mrežu prvog reda [Marti, 1997]. Istraživanja na usavršavanju astrogeodetskih rešenja geoida vršena su u Švajcarskoj i Nemačkoj [Hirt et al., 2005], kao i u Austriji [Gerstbach, 1997], [Gerstbach, 2003].

Razlog sporadične primene astrogeodetskih metoda određivanja geoida je, pored komplikovane i spore procedure merenja i njihove obrade, i nepostojanje savremenih astrometrijskih instrumenata.

Merni sistem koji je predmet ove disertacije treba da omogući brza i kvalitetna astrogeodetska merenja, sa znatno kraćom mernom sesijom u odnosu na klasične merne sisteme. Implementacijom heterogenih savremenih mernih uređaja u sistem i njihovom softverskom integracijom omogućuje se obrada rezultata merenja neposredno po završetku merne sesije, čime se značajno ubrzava postupak određivanja komponenti vertikalnih otklona.

Ovim bi se otvorila mogućnost za ekonomično i kvalitetno prikupljanje astrogeodetskih podataka za određivanje geoida visoke rezolucije.

Problem koji se tretira u ovoj disertaciji odnosi se na generalno preovlađujući stav da su astrogeodetska određivanja otklona vertikale spora i neekonomična. Takav stav je imao određeno opravdanje u poređenju sa postupcima dobijanja ostalih tipova podataka o Zemljinom gravitacionom polju. S druge strane, astrogeodetski određeni vertikalni otkloni čine važnu komponentu mernog materijala na osnovu kojeg se određuje oblik geoida, zato što kvantitativno izražavaju pravac i smer vektora ubrzanja sile teže. Na taj način vertikalni otkloni geometrijski ojačavaju rešenje geoidne površi i kontrolišu prostiranje sistematskih grešaka geoida čije je poreklo u drugim tipovima podataka, kao što su anomalije sile teže ili GPS nivelman.

Iz tih razloga, svako metodološko unapređeno rešenje astrogeodetskog određivanja otklona vertikale istovremeno otvara značajne mogućnosti za dobijanje površi geoida centimetarske tačnosti i visoke rezolucije.



# Sadržaj

<b>1 Uvod</b>	<b>1</b>
<b>2 Osnovni teorijski elementi</b>	<b>3</b>
2.1 Osnovni sistemi koordinata u Geodetskoj astronomiji . . . . .	3
2.1.1 Horizontski koordinatni sistem . . . . .	3
2.1.2 Ekvatorski koordinatni sistemi . . . . .	4
2.1.3 Ekliptički koordinatni sistem . . . . .	5
2.1.4 Krivolinijske i pravougle koordinate . . . . .	5
2.2 Vreme i merenje vremena . . . . .	6
2.2.1 Prirodne, statističke i teorijske vremenske skale . . . . .	6
2.2.2 Održavanje vremena . . . . .	7
2.2.3 GPS vremenska skala . . . . .	10
2.3 Promena koordinata nebeskih tela . . . . .	11
2.3.1 Promene usled dnevnog i godišnjeg kretanja Zemlje . . . . .	11
2.3.2 Promene usled promene koordinatnog sistema . . . . .	17
2.3.3 Zvezdano kretanje . . . . .	26
2.3.4 Astronomska refrakcija . . . . .	30
2.4 Fundamentalni katalozi . . . . .	36
2.4.1 Uvod . . . . .	36
2.4.2 FK5 . . . . .	37
2.4.3 Hipparcos . . . . .	37
2.4.4 Tycho-2 . . . . .	38
<b>3 Tehnološka rešenja</b>	<b>41</b>
3.1 Zenitlot Zeiss PZL-100 . . . . .	41
3.1.1 Osnovne karakteristike . . . . .	41
3.1.2 Uloga u sistemu . . . . .	41

3.2 GPS kontroler . . . . .	41
3.2.1 Prethodna ocena tačnosti merenja vremena u astrogeodetskim određivanjima . . . . .	41
3.2.2 Konverzija GPS vremena u UTC . . . . .	43
3.2.3 Fizičke karakteristike kontrolera . . . . .	45
3.2.4 Komunikacija i protokoli . . . . .	48
3.2.5 Način upotrebe GPS ploče $\mu$ -blox MS1 . . . . .	49
3.3 CCD kamera . . . . .	50
3.3.1 Geometrijske karakteristike CCD kamere . . . . .	50
3.3.2 Princip rada CCD kamere . . . . .	51
3.3.3 Performanse CCD čipa . . . . .	52
3.3.4 Osnovne karakteristike korišćene CCD kamere . . . . .	54
3.3.5 Arhitektura kamere ST-2000XMC . . . . .	54
3.4 Softversko-hardverska integracija . . . . .	55
3.4.1 Povezivanje kamere na optički sistem . . . . .	55
3.4.2 Održavanje vremena . . . . .	56
3.4.3 Upravljanje različitim klasama signala . . . . .	58
3.4.4 Integracija mernog sistema . . . . .	59
<b>4 Metode astrogeodetskih određivanja</b>	<b>61</b>
4.1 Koordinate tačke na Zemlji . . . . .	61
4.1.1 Prirodne koordinate . . . . .	61
4.1.2 Geodetske koordinate . . . . .	61
4.1.3 Otklon vertikale . . . . .	62
4.2 Određivanje astronomskih koordinata mesta opažanja . . . . .	62
4.2.1 Potreba za određivanjem astronomskih koordinata u geodeziji . . . . .	62
4.2.2 Metoda jednakih zenitnih odstojanja . . . . .	63
4.2.3 Istoriski pregled fotografске astrometrije . . . . .	65
4.3 Fotografsko određivanje položaja . . . . .	66
4.3.1 Osnovne postavke metode . . . . .	66
4.3.2 Tangencijalne koordinate . . . . .	68
4.3.3 Slikovne koordinate centroida zvezde . . . . .	70
4.3.4 Računanje transformacionih parametara . . . . .	71
4.3.5 Interpolacija mesta zenita . . . . .	73

<b>5 Eksperiment i numerički rezultati</b>	<b>77</b>
5.1 Terenska procedura . . . . .	77
5.1.1 Granični uslovi za upotrebu mernog sistema . . . . .	77
5.1.2 Priprema opažačkog programa . . . . .	77
5.1.3 Povezivanje modula u merni sistem . . . . .	80
5.1.4 Uključivanje i priprema CCD kamere . . . . .	82
5.1.5 Registracija . . . . .	82
5.2 Obrada rezultata merenja . . . . .	82
5.2.1 Priprema prikupljenih podataka . . . . .	82
5.2.2 Merenje centroida slike zvezde . . . . .	83
5.2.3 Upoređenje časovnika . . . . .	84
5.2.4 Računanje prividnih mesta zvezda . . . . .	86
5.3 Numerički rezultati . . . . .	90
5.3.1 Testiranje kvaliteta rezultata merenja . . . . .	90
5.3.2 Rezultati obrade merenja . . . . .	91
5.3.3 Komentar ostvarenih rezultata . . . . .	95
<b>6 Zaključna razmatranja</b>	<b>97</b>
<b>A Priprema ulaznih podataka</b>	<b>99</b>
A.1 Struktura tabele „hipparcos“ . . . . .	99
A.2 Separat kataloga Hipparcos . . . . .	100
<b>B Skript za računanje centroida zvezde</b>	<b>103</b>
<b>C Spisak skraćenica</b>	<b>105</b>
<b>Literatura</b>	<b>107</b>



# Spisak slika

2.1	Mesni horizontski sistem . . . . .	3
2.2	Nebeski ekvatorski koordinatni sistem . . . . .	4
2.3	Nebeski ekliptički sistem . . . . .	5
2.4	Krivolinijske i pravougle koordinate . . . . .	6
2.5	Računanje vremena . . . . .	7
2.6	Distribucija vremena . . . . .	8
2.7	Geocentrična paralaksa . . . . .	12
2.8	Godišnja paralaksa . . . . .	13
2.9	Aberacija svetlosti . . . . .	15
2.10	Precesija, nutacija i sopstveno kretanje . . . . .	17
2.11	Uticaj privlačne sile Sunca na Zemlju . . . . .	18
2.12	Lunisolarna precesija . . . . .	19
2.13	Planetna precesija . . . . .	19
2.14	Precesioni uglovi . . . . .	20
2.15	Nutaciono kretanje . . . . .	23
2.16	Uticaj nutacije na ekvatorske koordinate . . . . .	25
2.17	Zvezdano kretanje u pravcu Sunca . . . . .	27
2.18	Komponente sopstvenog kretanja . . . . .	28
2.19	Radijalna brzina zvezde . . . . .	29
2.20	Planparalelni model atmosfere . . . . .	31
2.21	Sferno-simetrična atmosfera . . . . .	33
2.22	Prelamanje svetlosti u sferno-simetričnom modelu . . . . .	34
3.1	Osnovni sferni trougao . . . . .	42
3.2	Standardna devijacija registracije vremena . . . . .	43
3.3	GPS prijemnik $\mu$ -blok MS1 . . . . .	45
3.4	Shema komponenti GPS prijemnika $\mu$ -blok MS1 . . . . .	46

3.5	Dimenziije i raspored kontakata GPS prijemnika $\mu$ -blok MS1 . . . . .	47
3.6	Kašnjenje informacije o UTC sekundi . . . . .	50
3.7	Princip rada CCD čipa . . . . .	53
3.8	Shema CCD kamere ST-2000XMC . . . . .	55
3.9	Komunikacioni portovi kamere ST-2000XMC . . . . .	55
3.10	Shematski prikaz modula za održavanje vremena . . . . .	57
3.11	Shema konektora DB9 . . . . .	58
4.1	Koordinate zvezde u zenitu . . . . .	66
4.2	Tangencijalne koordinate . . . . .	68
5.1	Zvezda u blizini zenita . . . . .	78
5.2	Povezivanje modula . . . . .	81
5.3	Zumirana slika zvezde u vidnom polju . . . . .	83

# Spisak tabela

2.1 Karakteristike kataloga Tycho-2 . . . . .	38
3.1 UTC parametri . . . . .	44
3.2 Raspored kontakata na GPS prijemniku $\mu$ -blox MS1 . . . . .	47
3.3 Opis poruke 98, prema proširenju SiRF specifikacije . . . . .	49
3.4 Karakteristike CCD čipa . . . . .	54
5.1 Upoređenje časovnika pre merenja . . . . .	84
5.2 Upoređenje časovnika posle merenja . . . . .	85

# Poglavlje 1

## Uvod

Istraživanja na polju automatizovanih digitalnih zenitnih kamera obavljaju se u Švajcarskoj, Nemačkoj i Austriji. Po pravilu je reč o eksperimentima podržanim od strane univerziteta i državnih geodetskih organizacija.

Usavršavanjem instrumentarija, astrogeodetski određeni otkloni vertikale ponovo postaju aktuelni, s obzirom na činjenicu da je značajno ubrzana procedura njihovog određivanja, kao i to da je njihova tačnost viša od gravimetrijski određenih vertikalnih otklona. Najnovija istraživanja pokazuju da se astrogeodetski otkloni vertikale mogu izmeriti sa tačnošću od  $0,10'' - 0,15''$ , što, uz dovoljno gusto određene otklone (350 m) dovodi do tačnosti određenih geoidnih undulacija reda milimetara [Hirt and Reese, 2005].

Da bi se postigli ovi rezultati, razvijeni su specijalizovani merni sistemi bazirani na upotrebi CCD kamere, specijalizovanih optičkih sistema i integrisane obrade podataka.

Osnovna ideja brzog određivanja prirodnih koordinata (a, posledično, određivanja vertikalnih otklona) zasniva se na snimanju zenitnih zvezda. Biranjem uskog pojasa oko zenita značajno se umanjuje uticaj refrakcije, pošto se merenja vrše u blizini zenita refrakcije, tako da i relativno jednostavni modeli atmosfere mogu dati dobre rezultate. Korišćenje CCD kamere omogućava kraće ekspozicije, s obzirom na veliku kvantnu efikasnost CCD integrisanih kola (0,5). Konačno, shodno primenjenim matematičkim modelima, umanjuje se uticaj opažača u mernom procesu, čime metoda merenja dobija na pouzdanosti. Bitan momenat, kao posledica opažanja vrlo uskog polja oko zenita, predstavlja i činjenica da nije potrebno potpuno otvoreno nebo (kao, na primer, kod metode jednakih zenitnih odstojanja), već se merenja mogu obavljati praktično svuda gde se može videti pojas od oko  $1^\circ$  u okolini zenita. Time su znatno proširene mogućnosti astrogeodetskih određivanja vertikalnih otklona na tačkama geodetske osnove svih redova, pa i onih nastalih pre pojave GPS tehnologije, u vreme kad optička vidljivost ka nebu nije bila jedan od preduslova za uspešno rekognosciranje.

Bitan problem održavanja vremena tokom merne sesije rešava se upotrebom jeftinih GPS kontrolera, čijom upotrebom se vreme može u prenosnom računaru registrovati sa mikrosekundnom rezolucijom, u zavisnosti od frekvencije oscilatora prenosnog računara.





## Poglavlje 2

# Osnovni teorijski elementi

### 2.1 Osnovni sistemi koordinata u Geodetskoj astronomiji

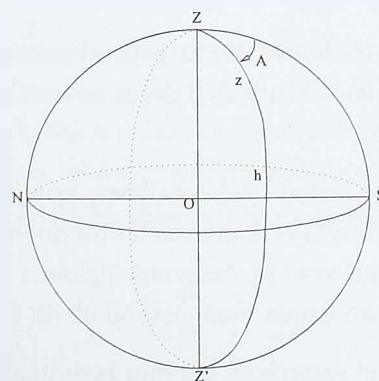
#### 2.1.1 Horizontski koordinatni sistem

Mesni horizontski koordinatni sistem formiraju ravni pravog horizonta i mesnog meridijana (određenog pravcima lokalnog zenita i Zemljine polarne ose). To su, istovremeno, pravci koje je i najlakše materijalizovati, odnosno, uočiti (slika 2.1).

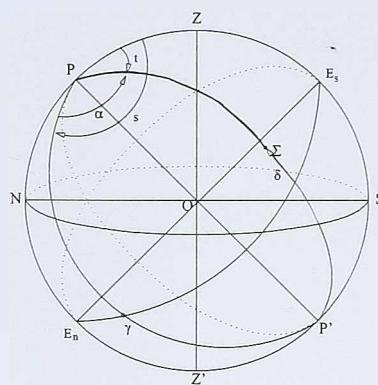
Koordinate u mesnom horizontskom sistemu su azimut i zenitno odstojanje. **Azimut  $A$**  je ugao koji ravan mesnog meridijana zaklapa sa ravni vertikala zvezde i meri se u retrogradnom smeru (u smeru kazaljke na satu). U geodetskoj astronomiji se koristi **južni azimut**, koji se meri počev od južne tačke horizonta. Azimut uzima vrednosti od  $0^\circ$  do  $360^\circ$ . **Zenitno odstojanje  $z$**  je ugao u ravni vertikala između zenita i nebeskog tela i može imati vrednosti od  $0^\circ$  (mesto zenita) do  $180^\circ$  (nadir). Umesto zenitnog odstojanja može se koristiti i **visina  $h$** , koja predstavlja komplement zenitnog odstojanja [Sevarlić and Brkić, 1963, s. 7], odnosno:

$$h = 90^\circ - z. \quad (2.1)$$

Zbog Zemljine rotacije, obe koordinate mesnog horizontskog sistema se menjaju tokom vremena, što ih čini nepodobnim za tabličenje.



Slika 2.1: Mesni horizontski sistem



Slika 2.2: Nebeski ekvatorski koordinatni sistem

### 2.1.2 Ekvatorski koordinatni sistemi

**Deklinacija**  $\delta$  je ugao koji se meri u ravni deklinacijskog kruga, od ekvatora na sever i jug. Uzima vrednosti od  $-90^\circ$  do  $+90^\circ$ .

Deklinacija je koordinata koja se ne menja tokom vremena onim tempom kao koordinate u mesnom horizontskom sistemu. Svođenjem deklinacije na određenu referentnu epohu, moguće je vršiti tabličenje ove veličine za svaku zvezdu.

#### Mesni ekvatorski sistem

Koordinate u mesnom ekvatorskom sistemu su deklinacija  $\delta$  i časovni ugao  $t$ . Časovni ugao je ugao koji se, u osnovnom paralaktičkom trouglu, meri između mesnog meridijana i deklinacijskog kruga nebeskog tela, u retrogradnom smeru. Pošto se vrednost časovnog ugla u svakom trenutku menja sa rotacijom Zemlje, ovu veličinu nije moguće iskoristiti u sastavljanju tablica položaja zvezda, pa time mesni ekvatorski sistem, takođe, nije pogodan za sastavljanje kataloga nebeskih tela.

#### Nebeski ekvatorski sistem

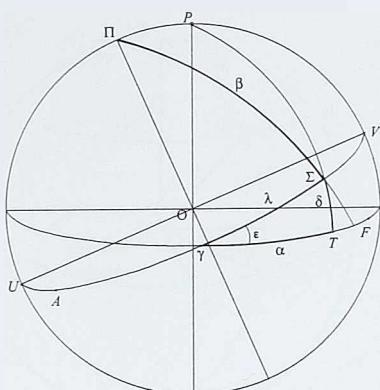
Međutim, ako bi se ugao, umesto od mesnog meridijana, merio počev od uvek istog deklinacijskog kruga koji bi se pomerao zajedno sa prividnim pomeranjem cele nebeske sfere, očuvala bi se njegova nepromenljivost tokom vremena.

Kao tačka čiji se deklinacijski krug može usvojiti za početni izabrana je tačka prolećne ravnodnevnice  $\gamma$ , kao presečna tačka ekvatora i ekliptike (slika 2.2). Iako se ne radi o objektu vidljivim golim okom, pravac prema  $\gamma$  tački se uvek može odrediti.

Tako se dobija **rektascenzija**, ugao između deklinacijskog kruga  $\gamma$  tačke i deklinacijskog kruga zvezde. Rektascenzija se obeležava grčkim slovom  $\alpha$ , a meri se u direktnom smeru, pri čemu može uzeti vrednosti od  $0^\circ$  do  $360^\circ$ . Zbog svoje linearne veze sa časovnim uglom i zvezdanim vremenom, ova veličina se najčešće izražava u časovima, pa tako uzima vrednosti od  $0^h$  do  $24^h$ .

Pošto obe koordinate u nebeskom ekvatorskom sistemu koordinata održavaju svoju stalnost, upravo se one koriste u katalozima i godišnjacima. Zvezdano vreme je, prema definiciji, časovni ugao  $\gamma$  tačke i računa se prema izrazu:

$$s = \alpha + t. \quad (2.2)$$



Slika 2.3: Nebeski ekliptički sistem

Ova jednostavna linearna veza je i grafički prikazana na slici 2.2. Koordinate u nebeskom ekvatorskom sistemu  $(\alpha, \delta)$  se, zbog opisanih karakteristika, koriste za sastavljanje fundamentalnih kataloga i astronomskih godišnjaka.

### 2.1.3 Ekliptički koordinatni sistem

Koordinate u ekliptičkom sistemu koordinata su nebeska latituda i nebeska longituda (slika 2.3). **Nebeska latituda**  $\beta$  je ugao koji se meri u ravni ekliptičkog meridijana, od ekliptike do ekliptičke normale nebeskog tela, pri čemu može uzeti vrednosti od  $-90^\circ$  do  $90^\circ$ . **Nebeska longituda**  $\lambda$  se meri u ravni ekliptike, od ekliptičkog meridijana tačke prolećne ravnodnevnice  $\gamma$  do ekliptičkog meridijana nebeskog tela i može imati vrednosti od  $0^\circ$  do  $360^\circ$ .

Umesto nebeske latitude, može se koristiti i **nebeska kolatituda**  $\kappa$ , koja se računa kao komplement nebeske latitude, odnosno:

$$\kappa = 90^\circ - \beta. \quad (2.3)$$

### 2.1.4 Krivolinijske i pravougle koordinate

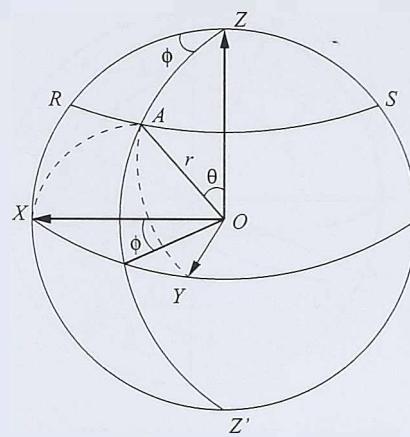
Svakom krivolinijskom koordinatnom sistemu moguće je pridružiti odgovarajući Dekartov pravugli koordinatni sistem. Mada se u Geodetskoj astronomiji veliki broj proračuna vrši unutar osnovnog paralaktičkog sfernog trougla pa su, samim tim, krivolinijske koordinate pogodne za korišćenje, ipak, postoji veliko polje u kome je mnogo pogodnije koristiti Dekartove koordinate, na primer, svodenje položaja nebeskih tela sa srednjeg na prividni položaj [Murray, 1983], izvođenje jednačina za precesiju i nutaciju [Green, 1998] i sl.

Za uspostavljanje veze između krivolinijskih i Dekartovih koordinata, potrebno je postaviti, na jediničnoj sferi, desni pravugli Dekartov koordinatni sistem, gde su tačke X, Y, Z, redom, presečne tačke osovinu koordinatnog sistema i sfere. Neka se tačka A nalazi na površi sfere i neka su njene koordinate  $A(x, y, z)$ . Radikalna koordinata tačke A je radijus vektor  $r$ , polarna koordinata  $\theta$  je ugao  $ZOA$ , a azimutna koordinata  $\phi$  je ugao između ravni  $ZXZ'$  i  $ZAZ'$ . Sa slike se vidi da polarna i azimutna koordinata moraju biti u opsegu:

$$\begin{aligned} 0 & \leq \theta \leq \pi \\ 0 & \leq \phi \leq 2\pi. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Ako se jedinični vektori u pravcu osa  $x$ ,  $y$ , i  $z$  obeleže, redom, sa  $\hat{i}$ ,  $\hat{j}$  i  $\hat{k}$ , tada se vektor položaja tačke A može napisati kao:

$$\vec{r}_A = x \hat{i} + y \hat{j} + z \hat{k}, \quad (2.5)$$



Slika 2.4: Krivolinijske i pravougle koordinate

koji je, takođe, jedinični vektor, s obzirom na sferu jediničnog poluprečnika. Pošto su pravougle koordinate, izražene preko lukova velikih krugova:

$$\begin{aligned} x &= \cos X A \\ y &= \cos Y A \\ z &= \cos Z A, \end{aligned} \tag{2.6}$$

uvodenjem sfernih polarnih koordinata dobija se:

$$\begin{aligned} x &= \sin \theta \cos \phi \\ y &= \sin \theta \sin \phi \\ z &= \cos \theta. \end{aligned} \tag{2.7}$$

Dekartove koordinate su zgodan način predstavljanja položaja tačke na nebeskoj sferi, pošto pružaju mogućnost upotrebe matričnog računa, čime se dobija na preglednosti i jednostavnosti računanja.

Svi sferni koordinatni sistemi koji se koriste u astronomiji mogu se predstaviti Dekartovim koordinatama. Razlike su jedino u izboru početnog pravca i smeru računanja uglova.

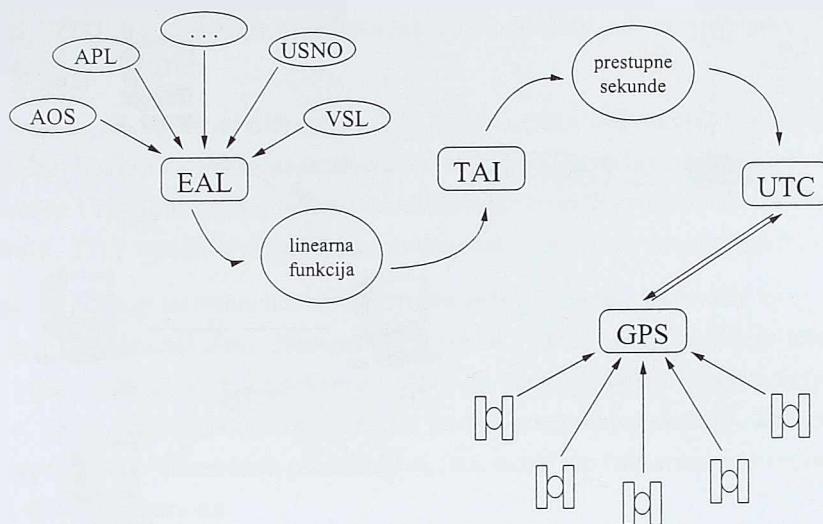
## 2.2 Vreme i merenje vremena

### 2.2.1 Prirodne, statističke i teorijske vremenske skale

Generalno, vremenske skale koje se koriste u Astronomiji mogu se podeliti u tri grupe:

- prirodne,
- teorijske (dinamičke) i
- statističke (atomske).

**Prirodnim** vremenskim skalama se nazivaju one koje se mogu dobiti iz direktnih astronomskih merenja. To su, istovremeno, skale koje su prve i nastale i koje su se prve koristile za merenje vremena. Napredak ljudske zajednice je zahtevao veću tačnost merenja vremena, što prirodne vremenske skale nisu mogle da



Slika 2.5: Računanje vremena

zadovolje, pa su uvedene **teorijske** skale vremena, uvodeći dinamičke teorije. Problem koji se pojavio bila je činjenica da se dinamičko vreme nije moglo dobiti u realnom vremenu, već samo a posteriori. Konačno, problemi su prevaziđeni uvođenjem **statističkih** vremenskih skala, koje su, uvodeći dužinu sekunde jednaku trajanju sekunde dinamičkog vremena, problem merenja prenele na subatomski nivo, što je drastično povećalo ukupnu tačnost merenja i održavanja vremena.

### 2.2.2 Održavanje vremena

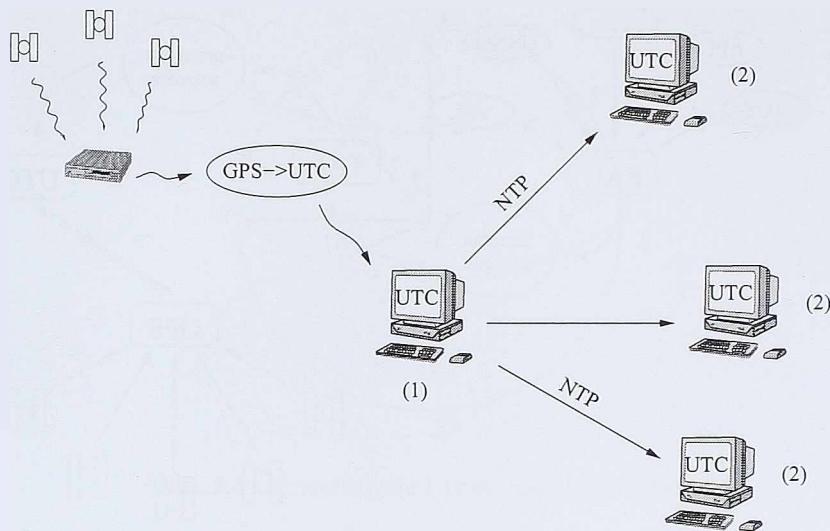
Opisane atomske vremenske skale održava oko 260 atomskih časovnika u 60 laboratorija širom sveta. Sva merenja se skupljaju u zajedničkom centru, Međunarodnom birou za mere i tegove (*Bureau International des Poids et Mesures* - BIPM) gde se, ocenom svih merenja, dobija plivajuća vremenska skala EAL. Primenom linearne funkcije na dobijeni model izračunava se vreme TAI, na koje se, konačno, dodaje aktuelan broj prestupnih sekundi. Na taj način izračunato vreme se publikuje nacionalnim službama za održavanje vremena. Shema računanje vremena UTC je data na slici 2.5.

Osim navedenih vremenskih skala, postoje još dva sistema atomskog vremena u praktičnoj upotrebi: TGPS i TGLONASS. Ova dva sistema vremena nastaju po sličnom principu kao i TAI, osim što se za njihovo računanje koriste atomski časovnici na satelitima sistema GPS i GLONASS, respektivno. Mada su, po svojoj prirodi, atomske vremenske skale, njihova vremena se, zbog relativističkih efekata, malo razlikuju od TAI. Međutim, njihova veza sa TAI je poznata, publikuje se na dnevnoj osnovi i veoma lako je preći sa jednog na drugi sistem. Na primer, za početak TGPS vremena usvaja se ponoć između subote i nedelje, 6. januara 1980. godine. Tada, na početku prve GPS nedelje, razlika između skala TGPS i TAI je bila  $19^s$ . Pošto se u skale TGPS i TGLONASS ne uvide prestupne sekunde, i one se udaljavaju od UTC.

Distribucija vremena zainteresovanim korisnicima se vrši na razne načine:

- putem radio signala,
- emitovanjem sa posebnih geostacionarnih satelita,
- preuzimanjem sekundnih impulsa sa GPS prijemnika,
- preko računarskih mreža primenom NTP itd.





Slika 2.6: Distribucija vremena

Veći broj opservatorija emituje, po određenom algoritmu, signale atomskog vremena na posebnim talasnim dužinama, uglavnom u opsegu kratkih talasa. Da bi se prihvatali i koristili ovi signali, potrebno je, pre svega, poznavati algoritam kojim se emituju, a tu se misli na identifikovanje sekundnih impulsa kojima se označavaju: ceo minut, deseti i stoti delovi sekunde razlike UT1-UTC. Osim toga, potrebno je uz sebe imati i časovnik kojim će se vršiti upoređivanje vremena.

Jedan savremeniji način prihvatanja atomskog vremena je korišćenje poruka sa geostacionarnih satelita, na primer, nemačkog DCF77. Časovnici sa ugrađenim prijemnicima za ovu vrstu signala se proizvode u raznim formatima, uključujući i ISA, PCI i PCMCIA za ugradnju u stone i prenosne računare. Upotreba signala sa geostacionarnih satelita je ograničena na područje iznad koga se sateliti nalaze.

Nakon ekspanzije jeftinjih GPS prijemnika, otvorila se i mogućnost veoma preciznog prihvatanja atomskog vremena svuda gde je moguće primati GPS signale. Za ovaku sinhronizaciju časovnika potrebno je imati GPS prijemnik sa izvedenim izlazom za 1PPS (*1 Pulse Per Second*). On se izvodi, obično, u vidu BNC priključka, mada se u prodaji nalaze i razvojni GPS sistemi u formi čipa, gde se 1PPS izvodi kroz jednu od nožica mikrokontrolera. U zavisnosti od tačnosti GPS prijemnika, impulsi 1PPS su tačnosti 60-100 ns.

Ako se bilo koji od navedenih izvora atomskog vremena prikači na računar, dobija se sistem za distribuciju tačnog vremena preko računarskih mreža, preko protokola za distribuciju vremena (*Network Time Protocol - NTP*). U jednoj NTP mreži razlikuju se (1) serveri i (2) klijenti. Server je uređaj na koji je povezan referentni vremenski etalon, a klijenti su računari koji svoje kvarcne časovnike sinhronizuju na osnovu korekcija koje dobijaju preko NTP. Primenom NTP se vreme u računarskoj mreži može sinhronizovati sa tačnošću od 0,02 s, za računare najudaljenije od NTP servera [Mills, 2001a] i [Mills, 2001b]. Vreme se na NTP serveru meri sa tačnošću reda  $\mu\text{s}$ . Jedan jednostavni sistem za distribuciju tačnog vremena upotrebom GPS i NTP je prikazan na slici 2.6.

### Savremene dinamičke vremenske skale

Efemeridsko vreme ET je zasnovano na Newtonovoj predrelativističkoj teoriji. Uz tu činjenicu, bitno je napomenuti da se efemeridsko vreme dobija aposteriori, odnosno, nije trenutno dostupno. Iz tih razloga, od 1984. godine se više ne koristi kao osnovna astronomска skala vremena u godišnjacima. Zamenjuje je skala **terestričkog dinamičkog vremena (TDT)**, određena tako da se očuva kontinuitet sa dotadašnjom

referentnom skalom. TDT je, formalno, uvedeno još 1977. godine, ali se ova skala nije u godišnjacima koristila sve do 1984.

Dužina sekunde skale TDT se ne razlikuje od ET, ali je njena teorija osavremenjena relativističkim aspektima. TDT se implementira preko atomske skale TAI, koja se dobija, praktično, u realnom vremenu sa visokom preciznošću i ravnomernošću. Pošto se određuje na osnovu merenja na Zemlji i odnosi se na posmatrača na Zemlji, TDT spada u **sopstvena vremena** i koristi se za geocentrične efemeride.

Kako se baricentar Sunčevog sistema koristi kao referentni početak za veliki broj različitih merenja, potrebno je definisati i **baricentrično dinamičko vreme** (TDB), radi svođenja vremenskih trenutaka na vreme koje bi imao posmatrač u baricentru. TDB je **koordinatno vreme** koje se, za razliku od sopstvenih vremena, može koristiti za bilo koju tačku na heliocentričnoj putanji. Iako se ne može direktno izmeriti, može se koristiti kao nezavisna promenljiva, što znači da odgovara zahtevima koji se traže od jednog dinamičkog sistema vremena.

Veza između terestičkog i baricentričnog dinamičkog vremena izvodi se iz jednačina Keplerovog kretanja, modifikovanog tako da prati relativističke postulate [Green, 1998, 190]:

$$TDB = TDT + 0^s,001\,658 \sin E, \quad (2.8)$$

gde je  $E$  ekscentrična anomalija Zemljine putanje oko Sunca. Kompletno izvođenje jednačine (2.8) dato je u [Green, 1998, 191]. Eliminisanje ekscentrične anomalije iz (2.8) može se sprovesti primenom izraza:

$$\epsilon \sin E = e \sin(M + e \sin M) \simeq e \sin M + \frac{1}{2}e^2 2M, \quad (2.9)$$

posle čega se dobija:

$$TDB = TDT + 0^s,001\,658 \sin M + 0^s,001\,014 \sin 2M, \quad (2.10)$$

gde je  $M$  srednja anomalija.

### Statističke vremenske skale

Jedinica za merenje vremena u SI sistemu je SI sekunda koja je, na 13. Opštoj konferenciji za tegove i mere (CGPM), 1967. godine, definisana kao vremenski interval tokom kojeg se izvrši  $9\,192\,631\,770$  prelazaka elektrona sa jednog hiperfinog energetskog nivoa na drugi u pobuđenom stanju atoma cezijuma 133 [BIPM, 1998]. Osnovna atomska vremenska skala se naziva **međunarodnim atomskim vremenom** (*International Atomic Time - TAI*) i vezana je za skalu efemeridskog vremena izrazom:

$$ET = TAI + 32^s,184. \quad (2.11)$$

S obzirom na identitet skala ET i TDT, u formuli (2.11) se, umesto, ET može koristiti i TDT. Osim ove male razlike, između sistema TDT i TAI nisu ustanovljene sistematske razlike. Naime, dužina SI sekunde je određena, upravo, prema dinamičkom vremenu. Time je merenje i održavanje vremena prešlo na subatomski nivo. Početak skale TAI je tako određen da je razlika UT1-TAI 1. januara 1958. godine bila jednaka nuli. Nestabilnost skale TAI je za 6 redova manja od nestabilnosti UT1.

S obzirom na pojavu usporenja Zemljine rotacije i na veliku postojanost atomskog vremena, vremenom dolazi do udaljavanja skala svetskog vremena UT od atomskog vremena TAI. Da se ova razlika ne bi

nagomilavala, uvodi se skala **svetskog koordiniranog vremena** (*Coordinated Universal Time - UTC*). UTC predstavlja varijantu atomskog vremena i razlikuje se od TAI za ceo broj sekundi. U skalu UTC se uvođe prestupne sekunde tako da razlika između skala UT1 i UTC bude uvek manja od 0,9<sup>s</sup>. Dogovorom je ustanovljeno da se prestupne sekunde uvođe, po potrebi, 30. juna i 31. decembra, pri čemu se unapred publikuje datum kada će prestupna sekunda biti uvedena. Odluku o uvođenju prestupne sekunde donosi Međunarodni servis za Zemljinu rotaciju i referentne sisteme (*International Earth Rotation and Reference System Service - IERS*) i publikuje je u svom Biltenu C.

### 2.2.3 GPS vremenska skala

Posebno će biti opisana GPS vremenska skala, zbog činjenice da će se ona koristiti u postupku održavanja vremena kod metode opisane u disertaciji.

GPS vremensku skalu održava Kontrolni segment Globalnog sistema za pozicioniranje i ona predstavlja osnovu za sve GPS operacije. Za početak GPS vremena je izabrana ponoć između 5. i 6. januara 1980. godine [NAVSTAR, 1995]. GPS vreme se meri u okviru jedne GPS nedelje, koju čini 604800 sekundi. Sličnost GPS i UTC skala je u tome što su obe atomske prirode, a razlikuju se po tome što se GPS skali, za razliku od UTC, ne dodaju prestupne sekunde, što znači da između ovih skala postoji razlika u celom broju sekundi i da se ova razlika vremenom povećava (usled novouvedenih prestupnih sekundi). U okviru navigacione poruke emituju se podaci potrebni za konverziju GPS vremena u UTC. Svaki satelit emituje vreme u obliku 29-bitnog binarnog broja, pri čemu su epohe dužine 1,5 sekunde. Ovaj broj se naziva Z-brojem. Z-broj se sastoji iz dva dela:

1. Prvi deo je predstavljen sa 19 najmanje značajnih bitova Z-broja i naziva se vremenom u nedelji<sup>1</sup> i
2. Drugi deo, predstavljen sa deset najznačajnijih bitova Z-broja, služi za označavanje binarnog broja tekuće GPS nedelje (po modulu 1024). Dana 11. avgusta 1999. godine završila se 1023. GPS nedelja, što je uzrokovalo pojavu koja je nazvana „prevrtanjem”<sup>2</sup>. Mnogo tekstova je napisano na tu temu; kako će prijemnici shvatati 1024. nedelju, da li će programi raditi itd. Probleme su iskusili jedino prijemnici i programi starije generacije, dok svi novijeg datuma, na osnovu tekućeg datuma, znaju da dodaju 1024 na broj tekuće nedelje i da izračunaju stvarni datum.

### Korekcija stanja satelitskog časovnika

Koefficijenti koji se emituju u okviru prvog podokvira navigacione poruke mogu se upotrebiti za korigovanje primljenog vremena za relativističke efekte. Ova korekcija se vrši tako što se, najpre, primljeno vreme popravi prema jednačini [NAVSTAR, 1995]:

$$t = t_{SV} - (\Delta t_{SV})_{L1}, \quad (2.12)$$

gde je:

- $t$  - GPS sistemsko vreme (u sekundama);
- $t_{SV}$  - Efektivno kodno vreme satelita u trenutku prenosa poruke (u sekundama) i
- $(\Delta t_{SV})_{L1}$  - Razlika vremena satelita u sekundama.

<sup>1</sup>Engl. Time of Week (TOW)

<sup>2</sup>Engl. rollover

Ova razlika je data formulom:

$$(\Delta t_{ST})_{L1} = a_{10} + a_{11}(t - t_{0c}) + a_{12}(t - t_{0c})^2 + \Delta t_r - T_{GD}, \quad (2.13)$$

gde su:  $a_{10}$ ,  $a_{11}$  i  $a_{12}$  koeficijenti polinoma dati u podokviru 1,  $t_{0c}$  je referentno vreme časovnika u sekundama, a  $\Delta t_r$  relativistički korektivni član, dat kao:

$$\Delta t_r = Fe(A)^{\frac{1}{2}} \sin E_k. \quad (2.14)$$

U jednačini (2.14)  $e$ ,  $A$  i  $E_k$  su orbitalni parametri satelita, a  $F$  je konstanta koja se računa kao:

$$F = -\frac{2(\mu)^{\frac{1}{2}}}{c^2} = -4,442807633 \cdot 10^{-10} \left[ \frac{s}{m^{\frac{1}{2}}} \right] \quad (2.15)$$

## 2.3 Promena koordinata nebeskih tela

### 2.3.1 Promene usled dnevnog i godišnjeg kretanja Zemlje

#### Paralaksa

Posmatranja nebeskih tela se vrše iz topocentra, koji se kreće usled dnevnog kretanja Zemlje. Da bi se merenja izvršena na različitim mestima na Zemlji mogla upoređivati, vrše se svodenja na geocentar. Međutim, zbog kretanja geocentra, usvaja se baricentar Sunčevog sistema kao početak inercijalnog koordinatnog sistema.

Paralaksa se definiše kao ugao pod kojim se vidi neki objekat. Iz prethodnog paragrafa, zaključuje se da se uticaj paralakse može podeliti na dva dela: (1) geocentričnu paralaksu, koja se obračunava tokom svodenja merenja sa topocentra na geocentar i (2) godišnju paralaksu, kojom se merenja sa geocentra svode na baricentar.

Za geocentričnu paralaksu se u literaturi često sreće i naziv **dnevna paralaksa**.

**Geocentrična paralaksa** Neka je topocentar postavljen u tački  $O$  (slika 2.7). Ako je  $C$  geocentar, tada je poluprava  $CZ'$  pravac geocentričnog zenita. Geocentrični radijus vektor topocentra je  $r_0$ . Udaljeni izvor se nalazi u tački  $S$ , čiji je geocentrični radijus vektor  $r$ . Posmatrač u topocentru meri zenitno odstojanje  $z'$  u odnosu na geocentrični zenit  $Z'$ . Topocentrični radijus vektor  $OS$  je na slici 2.7 označen sa  $r'$ . Ugao  $z$  se formalno naziva **geocentričnim zenitnim odstojanjem**. Tada se ugao  $p$  naziva **geocentričnom paralaksom**, pa se topocentrično zenitno odstojanje može izraziti kao:

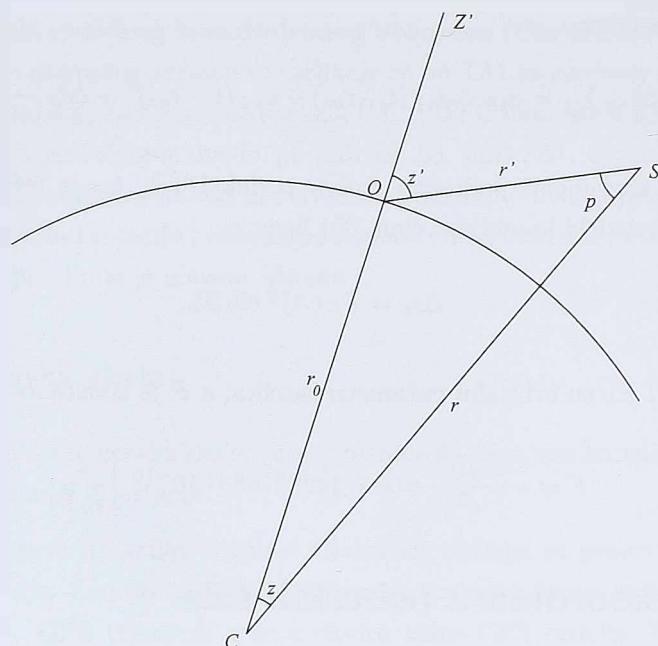
$$z' = z + p. \quad (2.16)$$

Tačke  $O$ ,  $C$  i  $S$  se nalaze u istoj ravni, koja ne predstavlja ravan mesnog meridijana. Primenjujući sinusnu jednačinu za ravanski trougao na trougao  $OCS$ :

$$\frac{\sin p}{r_0} = \frac{\sin(\pi - z')}{r} = \frac{\sin z}{r'}, \quad (2.17)$$

posle sređivanja, sleduje:

$$\sin p = \frac{r_0}{r} \sin z' = \frac{r_0}{r'} \sin z. \quad (2.18)$$



Slika 2.7: Geocentrična paralaksa

Analizom jednačine (2.18) može se zaključiti da paralaksa  $p$  raste sa povećanjem geocentričnog zenitnog odstojanja  $z$ , kao i da je za udaljenje izvora iznos paralakse manji. Takođe, pošto je trougao  $OCS$  ravanski, geocentrična paralaksa ne utiče na azimut izvora. Za izvor koji se nalazi na horizontu ( $z' = \frac{\pi}{2}$ ) i posmatrača na ekvatoru ( $r_0 = a$ ), paralaksa ima iznos:

$$\sin P = \frac{a}{r} \quad (2.19)$$

i naziva se **ekvatorskom horizontskom paralaksom**, ili skraćeno, horizontskom paralaksom. Sada se geocentrična paralaksa izvora u proizvoljnom položaju može izraziti preko horizontske paralakse kao:

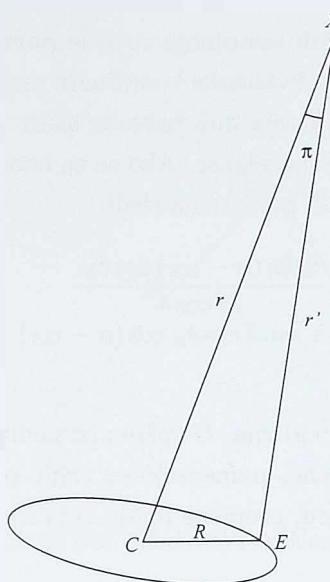
$$\sin p = \frac{r_0}{a} \sin P \sin z'. \quad (2.20)$$

Treba napomenuti da se geocentrična paralaksa ne obračunava za izvore izvan Sunčevog sistema, pošto ima zanemarljiv iznos (0,"00003) u odnosu na tačnost merenja (0,"5 - 0,"01). S druge strane, za izvore u Sunčevom sistemu, geocentrična paralaksa ima znatan uticaj i obavezno se uzima u obzir. Zbog kretanja Zemlje i objekata Sunčevog sistema, iznos horizontske paralakse se menja. Tako, na primer, horizontska paralaksa Meseca, zbog ekscentričnosti njegove putanje, varira od 54' do 61'.

**Uticaj geocentrične paralakse na ekvatorske koordinate** Ako se prepostavi da je geocentrična paralaksa dovoljno mala, tada se jednačina (2.18) može napisati kao:

$$dz = \frac{r_0}{r} \sin z. \quad (2.21)$$

Ako se primene opšte formule za mala pomeranja duž nebeske sfere, usvojimo za koeficijent  $k = r_0/r$  i identifikujemo geocentar kao tačku  $O(\alpha_0, \delta_0)$ , tada je  $\delta_0 = \phi'$  geocentrična širina mesta opažanja, a  $\alpha_0 = s$ , mesno zvezdano vreme. Odatle je  $t = \alpha_0 - \alpha$  časovni ugao izvora. Primenom jednačina za mala



Slika 2.8: Godišnja paralaksa

pomeranja, dobija se:

$$d\alpha = -\frac{r_0 \cos \phi' \sin t}{r \cos \delta} \quad (2.22)$$

$$d\delta = \frac{r_0}{r} (\cos \phi' \cos t \sin \delta - \sin \phi' \cos \delta). \quad (2.23)$$

Ove formule su tačne do prvog reda ( $r_0/r$ ), pa se ne mogu koristiti za računanje paralakse Meseca, već samo za računanje paralakse objekata na heliocentričnim putanjama dalje od Zemlje.

**Godišnja paralaksa** Neka je (slika 2.8) tačkom  $C$  označen baricentar Sunčevog sistema, tačkom  $E$  proizvoljni položaj Zemlje na putu oko Sunca i tačkom  $X$  udaljeni izvor čiju godišnju paralaksu treba izračunati. Ako se baricentrični radijus-vektor Zemlje označi sa  $R$ , baricentrični radijus-vektor udaljenog izvora sa  $r$ , a njegov geocentrični radijus-vektor sa  $r'$ , tada se iznos godišnje paralakse dobija iz jednostavne vektorske jednačine:

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}' + \mathbf{R}. \quad (2.24)$$

Za tela Sunčevog sistema ova jednačina će se koristiti u tačnom obliku, dok su za udaljene izvore dovoljene izvesne aproksimacije. Elongacija izvora u odnosu na Sunce je ugao kod temena  $E$  u ravnom trouglu  $CEX$ . Primenjujući sinusnu jednačinu, sledi:

$$\frac{\sin \pi}{R} = \frac{\sin E}{\sin r} \quad (2.25)$$

Matematička interpretacija godišnje paralakse data je sledećom jednačinom:

$$\sin \pi = \frac{1}{r}, \quad (2.26)$$

gde se baricentrični radijus-vektor izvora  $r$  izražava u astronomskim jedinicama, što odgovara godišnjoj paralaksi za  $R = 1$  i  $E = 90^\circ$ . Pošto su paralakse zvezda veoma male, sa dovoljnom tačnošću se može napisati:

$$r = \pi^{-1}. \quad (2.27)$$

Praktična jedinica za iskazivanje velikih rastojanja zove se **parsek** i odgovara paralaksi od jedne lučne sekunde. Uticaj paralakse na nebeske ekvatorske koordinate može se izvesti direktnom primenom izraza za male promene koordinata nebeskih tela duž nebeske sfere. Tačka  $O$ , u ovom slučaju, predstavlja Sunce, a koeficijent  $k$  je iznos godišnje paralakse. Ako se za koordinate Sunca usvoje vrednosti  $(\alpha_S, \delta_S)$ , primenom obrazaca za računanje malih pomeranja sledi:

$$d\alpha^S = -\frac{\pi \sin(\alpha - \alpha_S) \cos \delta_S}{15 \cos \delta} \quad (2.28)$$

$$d\delta'' = -\pi [\sin \delta \cos \delta_S \cos(\alpha - \alpha_S) - \cos \delta \sin \delta_S], \quad (2.29)$$

gde je paralaksa izražena u lučnim sekundama. U opštim izrazima za mala pomeranja formule su izvedene za pozitivne vrednosti  $d\alpha$  i  $d\delta$ , odnosno, pomeranje se vršilo od tačke  $O$ . Kako se u slučaju godišnje paralakse pomeranje vrši **prema** Suncu, promene imaju suprotan znak.

### Aberacija

Otkrivanje pojave aberacije vezuje se za britanskog astronoma Jamesa Bradleyja, koji je, istraživajući uočenu promenu deklinacije zvezde  $\gamma$  Draconis od oko  $20''$ , primetio da je promena deklinacije usmerena ne u pravcu Sunca, kako bi se očekivalo da promena dolazi usled paralakse, već u pravcu čija se longituda razlikuje za  $90^\circ$  u odnosu na longitudu Sunca. Proučavajući pojavu, pronašao je njen uzrok i obrazložio ga.

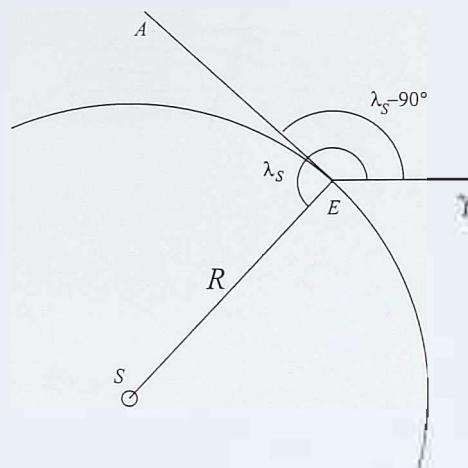
Do pojave aberacije dovodi kretanje Zemlje, čija je brzina reda  $30 \text{ km/s}$ , što iznosi  $10^{-4}$  od brzine svetlosti, pa se ne može zanemariti. Kada bi se Zemlja kretala u pravcu posmatranog izvora, pojava aberacije se ne bi mogla uočiti. Međutim, kako se Zemlja kreće u proizvoljnom smeru u odnosu na izvor, svetlosni zrak koji iz durbina stigne do izvora, u povratku ne pada u žižnu ravan objektiva, već je pomeren za odgovarajući iznos. Tačka na nebeskoj sferi prema kojoj se kreće Zemlja zove se **apeks**. Skretanje pristiglog zraka u odnosu na žižnu ravan objektiva zavisi od pravca kretanja Zemlje. Ako je ovo kretanje upravno na izvor koji se posmatra, iznos aberacije je najveći, a ugao skretanja zraka se, u tom slučaju, naziva **konstantom aberacije**. Konstanta aberacije se može izvesti posmatranjem kretanja Zemlje u odnosu na neku zvezdu. Za razliku od geocentrične paralakse, koja se mogla zanemariti za udaljene izvore, svako Zemljino kretanje prouzrokuje aberaciono pomeranje svetlosnog zraka izvora, pa se zato uračunava za sva nebeska tela. Dnevno Zemljino kretanje oko svoje ose prouzrokuje **dnevnu aberaciju**, dok se **godишnjom aberacijom** naziva pojava koja nastaje usled Zemljinog godišnjeg kretanja oko Sunca.

**Godišnja aberacija** Da bismo izveli formulu za godišnju aberaciju, usvaja se pretpostavka da se posmatrač nalazi u tački  $E$ , pri čemu se, za ilustraciju, može, takođe, koristiti slika 2.8. Označimo njegov pravac ka udaljenom izvoru  $X$  sa  $\vec{s}^*$ . Primena formulu za aberacionu korekciju prvog reda [Green, 1998, (8.16)], zamenjujući, pri tome, brzinu Zemlje sa  $R$ , dovodi do jednačine:

$$ds = \vec{s}^* - \vec{s}' = c^{-1} \vec{s}' \times (\vec{s}' \times \vec{R}). \quad (2.30)$$

Ukoliko jedinični vektor  $\vec{s}'$  zamenimo sa  $\vec{s}$ , sledi:

$$ds = c^{-1} \left[ \vec{R} - (\vec{R} \cdot \vec{s}) \vec{s} \right]. \quad (2.31)$$



Slika 2.9: Aberacija svetlosti

Iz prethodnih jednačina se mogu izvesti promene ekvatorskih koordinata usled godišnje aberacije:

$$d\alpha = \frac{Y \cos \alpha - X \sin \alpha}{c \cos \delta} \quad (2.32)$$

$$d\delta = c^{-1} (\dot{Z} \cos \delta - X \cos \alpha \sin \delta - Y \sin \alpha \sin \delta) \quad (2.33)$$

Ovde je brzina svetlosti izražena u astronomskim jedinicama po danu, da bi bila u skladu sa ostalim elementima jednačine (2.32):

$$c = 173,14 \text{ AJ/d.} \quad (2.34)$$

Približni vektor položaja Zemlje u ekliptičkom sistemu koordinata se može izraziti kao [Green, 1998, (8.19)]:

$$\vec{R} = (-\cos \lambda_S, \sin \lambda_S, 0), \quad (2.35)$$

gde je  $\lambda_S$  prava ekliptička longituda Sunca. Ako se brzina Zemlje napiše vektorski kao:

$$\vec{R} = \vec{V}_0 + \vec{V}_1, \quad (2.36)$$

gde je:

- $V_0 = \sqrt{\frac{GM}{r(1-e^2)}}$  - transverzalna komponenta brzine Zemlje
- $V_1 = eV_0$  - konstantna brzina paralelna maloj osi Zemljine eliptične putanje

tada se vektori  $V_0$  i  $V_1$  mogu napisati kao:

$$\begin{aligned} \vec{V}_0 &= V_0 (\sin \lambda_S, -\cos \lambda_S, 0) \\ \vec{V}_1 &= eV_0 (-\sin \omega, \cos \omega, 0). \end{aligned} \quad (2.37)$$

Koristeći se rezultatima (2.32) i prelaskom na ekliptičke koordinate sledi:

$$d\lambda = -\chi \frac{\cos(\lambda - \lambda_S)}{\cos \beta} \quad (2.38)$$

$$d\beta = \chi \sin \beta \sin(\lambda - \lambda_S). \quad (2.39)$$

Konstanta aberacije je, odatle:

$$\chi = \frac{V_0}{c} = \frac{k}{c} \sqrt{\frac{1+m}{a(1-e^2)}}, \quad (2.40)$$

gde je:

- $k$  - Gausova konstanta;
- $m$  - masa Zemlje;
- $c$  - brzina svetlosti;
- $a$  - velika poluosa Zemljine putanje i
- $e$  - prvi brojni ekscentricitet putanje Zemlje.

Konstanta aberacije se dobija kao bezdimenzionalni broj. Primenjujući sistem konstanti Međunarodne astronomске unije, sledi da je:

$$\chi = 20'', 49552. \quad (2.41)$$

Zamenom vrednosti za komponente brzine vektora Zemlje u (2.32) i uvođenjem konstante aberacije dobijaju se konačni izrazi za uticaj godišnje aberacije na nebeske ekvatorske koordinate:

$$d\alpha = -\chi \frac{\sin \lambda_S \sin \alpha + \cos \lambda_S \cos \alpha \cos \epsilon}{\cos \delta} \quad (2.42)$$

$$d\delta = -\chi [\sin \lambda_S \cos \alpha \sin \delta - \cos \lambda_S \cos \epsilon (\tan \epsilon \cos \delta - \sin \alpha \sin \delta)]. \quad (2.43)$$

Kako je napred rečeno, pravac apeksa je, u slučaju godišnje aberacije, uvek tačka čija je longituda za  $90^\circ$  manja od longitude Sunca. Grafički je položaj apeksa prikazan na slici (2.9) tačkom  $A$ , dok je pravac prema tački prolećne ravnodnevnice označen sa  $\gamma$ . Longitude Sunca (tačka  $S$ ) je  $\lambda_S$ , a pravac ka apeksu ima longitudu  $\lambda_s - 90^\circ$ .

**Dnevna aberacija** Dnevna aberacija nastaje usled Zemljinog dnevnog kretanja oko svoje ose. Zbog ekvatorske brzine rotacije Zemlje od  $1,6 \cdot 10^{-6}$ , ovaj uticaj nikad ne prelazi  $0,3''$ . Stoga se relativistički efekti mogu zanemariti i dozvoliti klasičan pristup.

Ako za vektor promene položaja izvora u pravcu  $\vec{s}$  usvojimo [Green, 1998, (4.65)]:

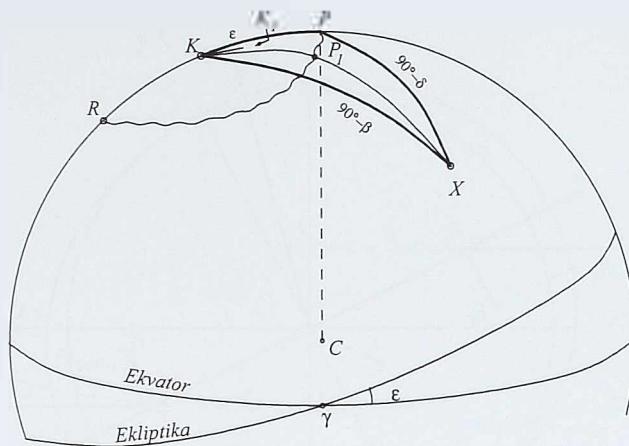
$$ds = -\vec{V} \times (\vec{s} \times \vec{n}), \quad (2.44)$$

gde je brzina posmatrača  $V\vec{n}$  ( $\vec{n}$  - jedinični vektor u pravcu kretanja posmatrača), a za promene nebeskih ekvatorskih koordinata primenimo izraze za mala pomeranja po nebeskoj sferi, sledi:

$$d\alpha = \frac{V \cos \delta_0 \sin (\alpha_0 - \alpha)}{c \cos \delta} \quad (2.45)$$

$$d\delta = \frac{V}{c} [\cos \delta \sin \delta_0 - \sin \delta \cos \delta_0 \cos (\alpha_0 - \alpha)], \quad (2.46)$$

gde su  $\alpha_0$  i  $\delta_0$  koordinate apeksa koji se nalazi u pravcu jediničnog vektora  $\vec{n}$ .



Slika 2.10: Precesija, nutacija i sopstveno kretanje

Ako se sa  $\omega$  označi ugaona brzina Zemlje, a posmatrač se nalazi na geografskoj širini  $\phi'$  i geocentričnom rastojanju  $R$ , tada je brzina posmatrača u odnosu na centar Zemlje:

$$V = R\omega \cos \phi'. \quad (2.47)$$

Brzina posmatrača je uvek usmerena ka istoku, što znači da je vektor  $\vec{n}$  usmeren ka istočnoj tački horizonta, pa je:

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= s + 6^h \\ \delta_0 &= 0. \end{aligned} \quad (2.48)$$

Primjenjujući (2.48) na (2.45) i zamenjujući  $t = s - \alpha$ , izrazi za promenu ekvatorskih koordinata su:

$$d\alpha = \frac{R\omega \cos \phi' \cos t}{c \cos \delta} \quad (2.49)$$

$$d\delta = \frac{R\omega \cos \phi' \sin \delta \sin t}{c} \quad (2.50)$$

S obzirom na malu vrednost ovog uticaja, mogu se uvesti i dodatne aproksimacije, ne narušavajući, pritom, tačnost. Zamenom geocentrične širine  $\phi'$  astronomskom  $\Phi$  i zamenom vrednosti ugaone brzine Zemlje:

$$\omega = 7,292115 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}, \quad (2.51)$$

mogu se napisati finalne izraze za uticaj dnevne aberacije na nebeske ekvatorske koordinate:

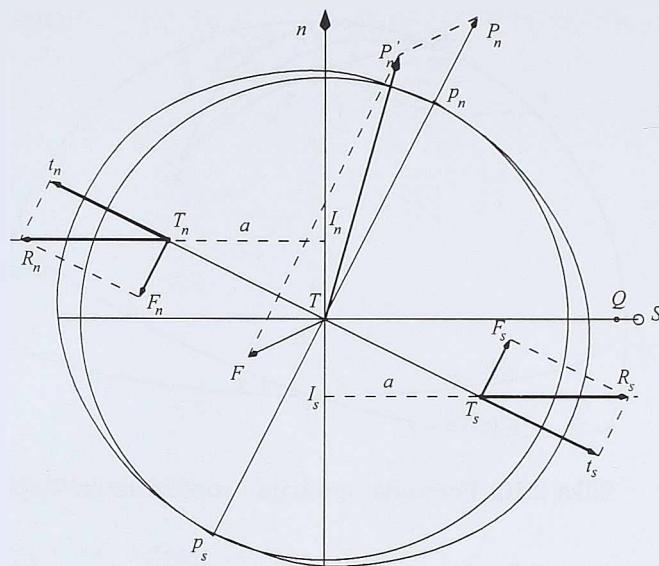
$$d\alpha = \frac{0^s,0213 \cos \Phi \cos t}{\cos \delta} \quad (2.52)$$

$$d\delta = 0'',320 \cos \Phi \sin \delta \sin t. \quad (2.53)$$

### 2.3.2 Promene usled promene koordinatnog sistema

#### Precesija

Precesija je pojava do koje dolazi usled promene položaja polova ekvatora i ekliptike. Pojava je bila poznata još u staroj Grčkoj, otkrio je astronom Hiparh, mereći dužinu tropske godine i upoređujući je sa podacima od pre 150 godina. Na osnovu izmerenih položaja zvezda, primetio je da se oni razlikuju od prethodnih. Iz toga je izveo zaključak da se tačka prolećne ravnodnevnice pomera po ekliptici prema



Slika 2.11: Uticaj privlačne sile Sunca na Zemlju

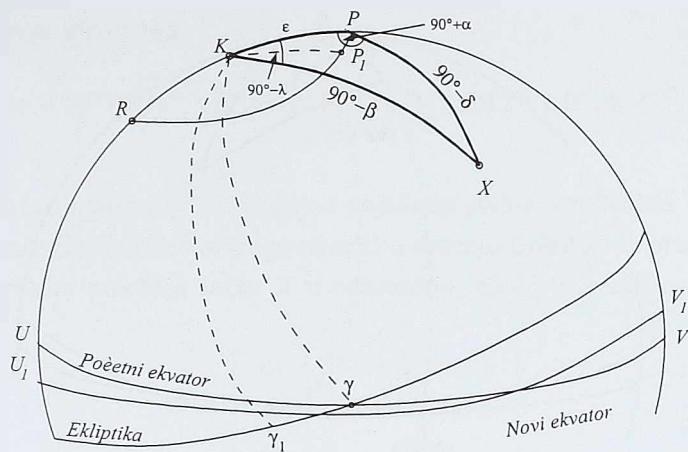
Suncu, zbog čega je pojavu i nazvao **precesijom**, što znači prednjačenje. Trajanje potpunog obilaska Zemlje oko Sunca je za  $22^{\text{min}}$  duže od tropске godine, što odgovara precesiji od oko  $50''$ .

Zajedničko razmatranje precesije, nutacije i sopstvenog kretanja se može izvesti sa slike 2.10. Neka je severni nebeski pol obeležen sa  $P$ , severni pol ekliptike sa  $K$  i sa  $X$  nebesko telo u proizvoljnom položaju. Tada su: ugao  $PK = \epsilon$ ,  $PX = \frac{\pi}{2} - \delta$  i  $KX = \frac{\pi}{2} - \beta$  uglovi u sfernom trouglu  $PKX$ . Severni nebeski pol se, od ove tri tačke, najviše pomera i to usled lunisolarne precesije i nutacije. Pol ekliptike se pomera usled planetne precesije, dok se sama tačka  $X$  pomera usled sopstvenog kretanja zvezde. Uopšte, precesija i nutacija su dva vezana efekta, gde se precesija odnosi na ravnomerno kretanje nebeskog pola, a nutacija na periodično kretanje pravog oko srednjeg pola.

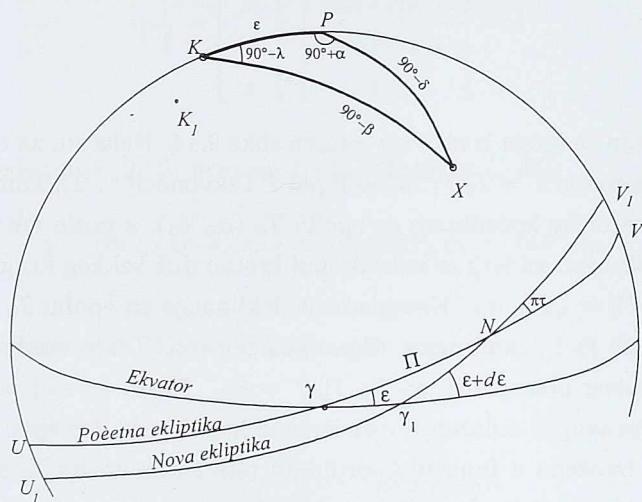
**Lunisolarna precesija** Mehanički posmatrano, do lunisolarne precesije dolazi usled torzionog privlačenja Zemlje od strane Meseca i Sunca. Da je Zemlja homogena sfera, do torzije ne bi dolazilo. Međutim, usled Zemljinog ekvatorijalnog ispuštenja i spljoštenosti na polovima, privlačne sile Meseca i Sunca stvaraju spreg sila.

Mehanika ove pojave se može objasniti zamišljanjem Zemlje kao sfere kojoj su dodata ispuštenja na ekvatoru (slika 2.11). Neka je Sunce u tački  $S$ , a tačka  $Q$  neka predstavlja centar mase sistema Zemlja-Sunce. Težišta ekvatorijalnih ispuštenja su, tada, u tačkama  $T_n$  i  $T_s$ . Zemljina polarna osa je  $p_n p_s$ . Centrifugalna sila Zemlje i privlačna sila Sunca, koje su uvek u ravnoteži, stvaraju spreg sila čije rezultante u težišnim tačkama ispuštenja iznose  $R_s$  i  $R_n$ . Ove rezultante su prikazane paralelnim sa pravcem  $TS$  zbog velike udaljenosti Sunca. U stvari, pravac sila  $R_s$  i  $R_n$  vodi ka Suncu, dok im je smer međusobno suprotan, kao što je i prikazano na slici 2.11. Rastavljanjem rezultanti na dve komponente, od kojih je jedna upravna, a druga paralelna Zemljinoj osi rotacije, anuliranjem upravnih komponenti, ostaje samo spreg sila paralelnih Zemljinoj osi rotacije, koji teži da Zemlju obrne oko ose u tački  $T$  i doveđe ekvator do poklapanja s ekliptikom. Ovde je prikazano samo dejstvo Sunca. Na isti način se može tretirati i privlačno dejstvo Meseca, koje se od Sunčevog, praktično, razlikuje samo u intenzitetu, s obzirom na položaj Mesečeve putanje oko Zemlje, koja je nagnuta za svega  $5^\circ$  u odnosu na ravan ekliptike. Staviše, zbog svoje blizine Zemlji,  $2/3$  ukupnog iznosa lunisolarne precesije otpada na Mesec.

Ukoliko se zajednički uticaj Sunca i Meseca predstavi silom  $F$ , imajući u vidu da se Zemljina osa po inerciji već kreće oko svoje ose, torzija se može smatrati poremećajem osnovnog sprega sila. Ako se



Slika 2.12: Lunisolarna precesija



Slika 2.13: Planetna precesija

sprem Zemljine rotacije prikaze vektorom  $P_n$ , slaganjem sa silom  $F$ , dobija se rezultantni vektor Zemljine rotacije,  $\bar{P}'_n$ .

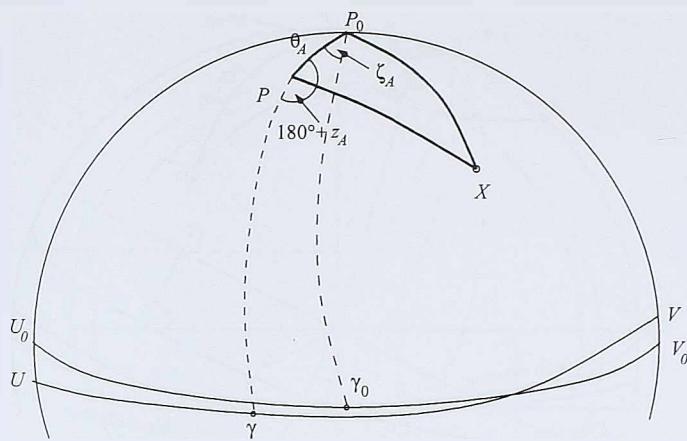
Posledica lunisolarne precesije je promena izgleda zvezdanog neba. Usled promene položaja nebeske polarne osovine, pomera se i položaj svetskog pola (slika 2.12) i to u pravcu zvezde Vege, gde će se i naći za nekih 12.000 godina.

### Planetna precesija

Ekliptika se definiše kao srednja ravan putanja baricentra Zemlja-Mesec. Osim lunisolarne precesije, postoji još jedan efekat koji menja položaj ekliptike, a koji dolazi usled privlačnih sila planeta Sunčevog sistema. Menjujući, donekle, nagib ekliptike u odnosu na ekvator (slika 2.13), u precesionom kretanju deluje u direktnom smeru. Ova posledica promene koordinatnog sistema se označava kao **planetna precesija**. Promena položaja pola ekliptike usled planetne precesije kreće se u granicama od  $\pm 4^\circ$ . Pomeranje  $\gamma$  tačke po ekliptici, kao posledica ovog efekta, iznosi oko  $\theta = 0'', 13$  na godišnjem nivou.

### Opšta precesija

Superponovanje lunisolarne i planetne precesije naziva se **opštom precesijom**. Ona proizlazi iz kombinovanog kretanja ekvatora i ekliptike.



Slika 2.14: Precesioni uglovi

### Precesiona matrica

Stroge formule za precesiju se mogu izvesti na osnovu slike 2.14. Neka su, za epohu  $T_0$ , definisani nebeski pol  $P_0$  i ekvinocij  $\gamma_0$ , a za epohu  $T = T_0 + \tau$  nebeski pol  $P$  i ekvonocij  $\gamma$ . Tačkom  $X$  je prikazano proizvoljno nebesko telo, čije su ekvatorske koordinate za epohu  $T_0$   $(\alpha_0, \delta_0)$ , a posle vremenskog intervala  $\tau$ ,  $(\alpha, \delta)$ . Ugao  $\zeta_A = PP_0\gamma_0$  je mali ugao za koji se nebeski pol kretao duž velikog kruga  $P_0\gamma_0$ . Ugao  $\gamma_0 P_0 X = \alpha_0$ , pa je ugao kod temena  $P_0 = \zeta_A + \alpha_0$ . Komplement deklinacije za epohu  $T_0$  je  $\frac{\pi}{2} - \delta_0 = P_0 X$ . Neka je ugao  $\gamma P P_0 = \pi + z_A$ , gde je  $z_A$  mali ugao. Ugao kod temena  $P$  ima vrednost  $P_0 P X = \pi - (\alpha - z_A)$ , dok je luk između nebeskog pola u dve epohe  $P_0 P = \theta_A$ . Pošto su sad poznati svi elementi sfernog trougla  $P_0 P X$ , može se pristupiti nalaženju veze između koordinata dve epohe. Veza između ekvatorskih koordinata za epohu  $T$  izražena u funkciji koordinata referentne epohе  $T_0$  se može napisati primenom sledeće dve sinusno-kosinusne i jedne kosinusne jednačine:

$$\begin{aligned}\cos \delta \cos(\alpha - z_A) &= \cos \theta_A \cos \delta_0 \cos(\alpha_0 - \zeta_A) - \sin \theta_A \sin \delta_0, \\ \cos \delta \sin(\alpha - z_A) &= \cos \delta_0 \sin(\alpha_0 + \zeta_A), \\ \sin \delta &= \sin \theta_A \cos \delta_0 \cos(\alpha_0 + \zeta_A) + \cos \theta_A \sin \delta_0.\end{aligned}\quad (2.54)$$

Obrnuta transformacija se može dobiti iz izraza:

$$\begin{aligned}\cos \delta_0 \cos(\alpha_0 + \zeta_A) &= \cos \theta_A \cos \delta \cos(\alpha - z_A) + \sin \theta_A \sin \delta, \\ \cos \delta_0 \sin(\alpha_0 + \zeta_A) &= \cos \delta \sin(\alpha - z_A), \\ \sin \delta_0 &= -\sin \theta_A \cos \delta \cos(\alpha - z_A) + \cos \theta_A \sin \delta.\end{aligned}\quad (2.55)$$

Koefficijenti  $\zeta_A$ ,  $z_A$  i  $\theta_A$  se računaju iz teorije precesije, kao stepeni razvoji redova vremenskog intervala  $\tau$  do trećeg reda. Ako se vreme proteklo od početne epohе J2000,0 označi sa  $T$ , sledi:

$$\begin{aligned}\zeta_A &= 0^\circ, 640\,616\,1T + 0^\circ, 000\,083\,9T^2 + 0^\circ, 000\,005\,0T^3, \\ z_A &= 0^\circ, 640\,616\,1T + 0^\circ, 000\,304\,1T^2 + 0^\circ, 000\,005\,1T^3, \\ \theta_A &= 0^\circ, 556\,753\,0T - 0^\circ, 000\,118\,5T^2 - 0^\circ, 000\,011\,6T^3.\end{aligned}\quad (2.56)$$

Koefficijenti  $\zeta_A$ ,  $z_A$  i  $\theta_A$  definišu položaj trenutne epohе ekvinocija  $\gamma$  u odnosu na referentni ekvinocij  $\gamma_0$ . Položaj nebeskog pola za referentnu epohu se može definisati preko nagiba ekliptike, koji se, iz teorije

precesije, računa primenom identiteta:

$$\varepsilon = 23^\circ 26' 21'', 448 - 46'', 815T - 0'', 001T^2 + 0'', 002T^3. \quad (2.57)$$

Primena formula za računanje precesije se značajno pojednostavljuje uvođenjem matričnog računa, čijom primenom se sferne ekvatorske koordinate mogu izraziti u sistemu Dekartovih pravougljih koordinata. Ako se vektorom  $\vec{s}_0$  označi vektor položaja tačke  $X$  u referentnoj epohi, a vektorom  $\vec{s}$  položaj iste tačke za epohu  $T$ , sledi:

$$\vec{s}_0 = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \delta_0 \cos \alpha_0 \\ \cos \delta_0 \sin \alpha_0 \\ \sin \delta_0 \end{bmatrix} \quad (2.58)$$

Za epohu  $T$  važi:

$$\vec{s} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \delta \cos \alpha \\ \cos \delta \sin \alpha \\ \sin \delta \end{bmatrix} \quad (2.59)$$

Ako se na  $z$  koordinatu jednačine (2.59) primeni treća jednačina (2.54):

$$z = \cos \zeta_A \sin \theta_A x_0 - \sin \zeta_A \sin \theta_A y_0 + \cos \theta_A z_0. \quad (2.60)$$

Kombinovanjem prve dve jednačine (2.54) i njihovim sređivanjem dobijaju se i preostale dve Dekartove koordinate:

$$\begin{aligned} x &= (\cos \zeta_A \cos z_A \cos \theta_A - \sin \zeta_A \sin z_A) x_0 - \\ &\quad - (\cos \zeta_A \sin z_A + \sin \zeta_A \cos z_A \cos \theta_A) y_0 - \cos z_A \sin \theta_A z_0, \\ y &= (\sin \zeta_A \cos z_A + \cos \zeta_A \sin z_A \cos \theta_A) x_0 + \\ &\quad + (\cos \zeta_A \cos z_A - \sin \zeta_A \sin z_A \cos \theta_A) y_0 - \sin z_A \sin \theta_A z_0. \end{aligned} \quad (2.61)$$

Precesiona matrica je, tada, oblika:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} \end{bmatrix} \quad (2.62)$$

gde se odgovarajući elementi računaju primenom sledećih jednačina:

$$\begin{aligned} P_{11} &= -\sin \zeta_A \sin z_A + \cos \zeta_A \cos z_A \cos \theta_A, \\ P_{12} &= -\cos \zeta_A \sin z_A - \sin \zeta_A \cos z_A \cos \theta_A, \\ P_{13} &= -\cos z_A \sin \theta_A, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{21} &= \sin \zeta_A \cos z_A + \cos \zeta_A \sin z_A \cos \theta_A, \\ P_{22} &= \cos \zeta_A \cos z_A - \sin \zeta_A \sin z_A \cos \theta_A, \\ P_{23} &= -\sin z_A \sin \theta_A, \end{aligned} \quad (2.63)$$

$$\begin{aligned} P_{31} &= \cos \zeta_A \sin \theta_A, \\ P_{32} &= -\sin \zeta_A \sin \theta_A, \\ p_{33} &= \cos \theta_A. \end{aligned}$$

Matrično, obračun uticaja precesije između referentne epohe  $s_0$  i epohe  $s$  se vrši jednostavnom jednačinom:

$$\bar{s} = \mathbf{P} s_0, \quad (2.64)$$

gde je **P precesiona matrica**.

### Nutacija

Precesija i nutacija su deo istog kretanja nebeske polarne osovine. Razdvajanje ova dva kretanja je izvršeno u prošlosti, nakon što je astronom Bredli uočio periodičnu promenu u opštoj precesiji  $\Delta\psi$ , kao i u nagibu ekliptike  $\Delta\epsilon$ . Pojava je nazvana **astronomskom nutacijom**. Kao i u slučaju precesije, i ovde se radi o promenama ekvatorskih koordinata nebeskih tela usled promene koordinatnog sistema. Kasnije je nutacija definisana kao periodično kretanje pravog oko srednjeg pola.

Kretanje tela u Sunčevom sistemu je složeno. Zbog nagiba Zemljinog ekvatora u odnosu na ekliptiku, Sunce menja svoj položaj u odnosu na ekvator. Mesec, takođe, svojim kretanjem, menja svoj položaj u odnosu na Zemlju. Osim toga, Sunce i Mesec menjaju svoj međusobni položaj, kao i položaj u odnosu na Zemlju. Usled toga, dolazi do torzionog privlačenja Sunca i Meseca u odnosu na Zemlju.

Primenjujući model čvrste Zemlje, ovo torzino kretanje je proporcionalno sa  $\sin 2\delta_\odot$ , što znači da nestaje u tačkama ekvinocija, pošto je, tada,  $\sin 2\delta_\odot = 0$ . Vektor torzionog kretanja, koji se može obeležiti sa  $\mathbf{R}$ , leži u ravni ekvatora, u pravcu  $\alpha_\odot - \frac{\pi}{2}$ . Napisan u funkciji pravouglih ekvatorskih koordinata, vektor  $\mathbf{R}$  je:

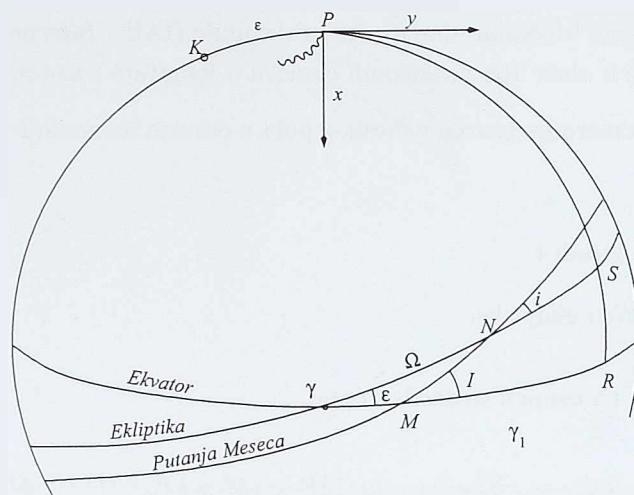
$$\mathbf{R} = K_0 \sin 2\delta_\odot \left[ \cos \left( \alpha_\odot - \frac{\pi}{2} \right), \sin \left( \alpha_\odot - \frac{\pi}{2} \right), 0 \right] \quad (2.65)$$

gde je  $K_0$  proizvoljna konstanta. Primenjujući osnovne trigonometrijske identitete, jednačina (2.65) se može napisati i u obliku:

$$\mathbf{R} = 2K_0 \sin \delta_\odot [\sin \alpha_\odot \cos \delta_\odot, -\cos \alpha_\odot \cos \delta_\odot, 0]. \quad (2.66)$$

Jednačina (2.66) se može pojednostaviti prevođenjem ekvatorskih u ekliptičke koordinate. Pri tome ćemo koristiti sliku 2.15, na kojoj je talasastom linijom prikazano nutaciono kretanje Zemljinog pola. Osim ravnini ekvatora i ekliptike, na slici je prikazana i putanja Meseca, koji u značajnoj meri utiče na prirodu kretanja Zemljinog pola. Nagib ekliptike je i ovde označen sa  $\epsilon$ . Uzlazni čvorovi Mesečeve putanje u odnosu na ekvator i ekliptiku su obeleženi sa  $M$  i  $N$ , respektivno, dok su odgovarajući nagibi putanje označeni, redom, sa  $I$  i  $i$ . Longituda uzlaznog čvora Mesečeve putanje na ekliptici iznosi  $\Omega$ .

Nutaciono kretanje se može podeliti na veći broj članova različitog perioda. Neki su čisto solarni, drugi, pak, zavise od vrlo složenog Mesečevog kretanja. Ovde će biti prikazano izvođenje samo solarnih članova.



Slika 2.15: Nutaciono kretanje

Koristeći se jednačinama sferne trigonometrije za transformaciju ekvatorskih u ekliptičke koordinate, dolazi se do sledećih izraza:

$$\begin{aligned}\cos \alpha_{\odot} \cos \delta_{\odot} &= \cos L \\ \sin \delta_{\odot} &= \sin L \sin \epsilon \\ \sin \alpha_{\odot} \cos \delta_{\odot} &= \sin L \cos \epsilon.\end{aligned}\tag{2.67}$$

Uvodeći (2.67) u (2.66), sledi:

$$\mathbf{R} = K_0 \sin \epsilon [\cos \epsilon (1 - \cos 2L), -\sin 2L, 0]\tag{2.68}$$

Kretanje pola se može dobiti integraljenjem jednačine (2.68). Neka je početak koordinatnog sistema u srednji pol i neka je:

$$\mathbf{s} = (x, y, z)\tag{2.69}$$

vektor položaja nebeskog tela u odnosu na srednji pol. Tada su komponente vektora kretanja pola usled solarne nutacije:

$$\frac{x}{\sin \epsilon} = \psi_1 \left[ t - \frac{1}{2} \left( \frac{dL}{dt} \right)^{-1} \sin 2L \right]\tag{2.70}$$

$$y = \frac{1}{2} \psi_1 \left( \frac{dL}{dt} \right)^{-1} \tan \epsilon \cos 2L\tag{2.71}$$

$$z = 1.\tag{2.72}$$

Faktor  $\psi_1$  u jednačinama (2.70) i (2.71) je konstanta, koja odražava uticaj Sunca u lunisolarnoj precesiji, na koji otpada, otprilike,  $1/3$  ukupnog iznosa. Osim ovog uticaja, postoje još dva člana, nutacija u longitudi i nutacija u nagibu ekliptike, čiji periodi iznose šest meseci.

Precesioni član sa najdužim periodom ima period od 18,6 godina, zbog retrogradnog pomeranja linije čvorova Mesečeve putanje.

Po važećoj nutacionoj teoriji Međunarodne astronomiske unije (IAU - International Astronomical Union) iz 2000. godine, uzima se u obzir 108 nutacionih članova u longitudi i nagibu.

Uopšteno posmatrano, pomeranje pravog nebeskog pola u odnosu na srednji usled nutacije deli se na dve komponente:

- $\Delta\psi$  - nutaciju u longitudi i
- $\Delta\epsilon$  - nutaciju u nagibu ekliptike.

Ovi elementi se računaju na osnovu sledećih izraza:

$$\begin{aligned}\Delta\psi &= \sum a_{ijklm} \sin(iM' + jM + kF + lD + m\Omega) \\ \Delta\epsilon &= \sum b_{ijklm} \cos(iM' + jM + kF + lD + m\Omega),\end{aligned}\quad (2.73)$$

gde su:

- $M'$  - srednja Mesečeva anomalija,
- $M$  - srednja anomalija Sunca,
- $F$  - srednji argument Mesečeve latitude,
- $D$  - srednja elongacija Meseca računata u odnosu na Sunce i
- $\Omega$  - srednja longituda uzlaznog čvora Mesečeve putanje,

parametri Mesečeve putanje. Celobrojne konstante  $i, j, k, l$  i  $m$  su definisane IAU konstantama prema nutacionoj teoriji 2000. Njihovim uvođenjem u (2.73) izrazi za nutacione elemente glase:

$$\begin{aligned}\Delta\psi &= -17'',1996 \sin\Omega - 1'',3187 \sin(2F - 2D + 2\Omega) - 0'',2274 \sin(2F - 2\Omega) \\ \Delta\epsilon &= 9'',2025 \cos\Omega + 0'',5736 \cos(2F - 2D + 2\Omega) + 0'',0927 \cos(2F - 2\Omega)\end{aligned}\quad (2.74)$$

Putanja kretanja pravog oko srednjeg pola usled nutacije je elipsa, sa konkavnim delom uvek okrenutim ka polu ekliptike.

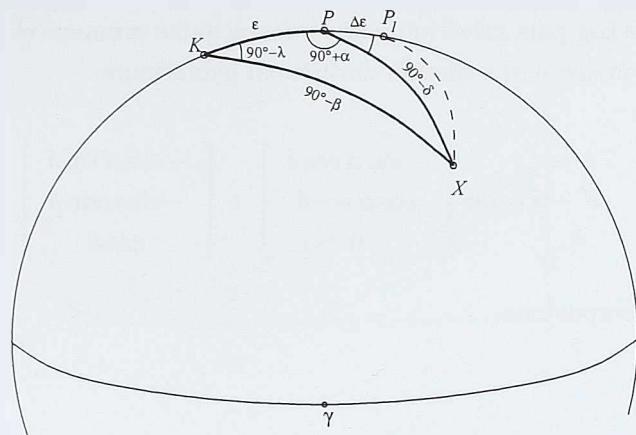
### Uticaj nutacije na ekvatorske koordinate

Izvođenje jednačina za uticaj nutacije na ekvatorske koordinate kreće od jednačina za lunisolarnu precesiju. Ako je  $\Delta\psi = \psi\tau$ , onde je [Green, 1998]:

$$\begin{aligned}d\alpha &= \Delta\psi (\cos\epsilon + \sin\epsilon \sin\alpha \tan\delta) \\ d\delta &= \Delta\psi \sin\epsilon \cos\alpha\end{aligned}\quad (2.75)$$

Neka je, na slici 2.16 srednji pol u tački  $P$ , pravi pol, pomeren za iznos nutacije u nagibu  $\Delta\epsilon$  u tačku  $P_1$  i nebesko telo  $X$ . Ekliptički pol je u tački  $K$ . Tačke  $K, P$  i  $X$  čine sferski trougao koji je predmet daljeg razmatranja. Pomeranje pola do tačke  $P'$  ne utiče na ekliptičke koordinate, ali će zato ekvatorske koordinate biti promenjene. Sinusna jednačina za stranu  $90^\circ - \delta$  glasi:

$$\sin\delta = \sin\beta \cos\epsilon + \cos\beta \sin\epsilon \sin\lambda,\quad (2.76)$$



Slika 2.16: Uticaj nutacije na ekvatorske koordinate

pa je njen totalni diferencijal:

$$\cos \delta d\delta = (-\sin \beta \sin \epsilon + \cos \beta \cos \epsilon \sin \lambda) d\epsilon. \quad (2.77)$$

Diferenciranje se vrši samo po  $\delta$  i  $\epsilon$ , pošto se ekliptičke koordinate ne menjaju usled pomeranja pola. Sinusno-kosinusna jednačina koja daje vezu između ekvatorskih i ekliptičkih koordinata je oblika:

$$\sin(90^\circ - \delta) \cos(90^\circ + \alpha) = \sin \epsilon \cos(90^\circ - \beta) - \cos \epsilon \sin(90^\circ - \beta) \cos(90^\circ - \lambda). \quad (2.78)$$

Njenim sređivanjem i uvođenjem u (2.77) sledi:

$$d\delta = \Delta \epsilon \sin \alpha. \quad (2.79)$$

Sinusna jednačina za elemente sfernog trougla glasi:

$$\cos \alpha \cos \delta = \cos \lambda \cos \beta, \quad (2.80)$$

a njen totalni diferencijal je:

$$\sin \alpha \cos \delta d\alpha + \cos \alpha \sin \delta d\delta = 0. \quad (2.81)$$

Rešavanjem sistema jednačina (2.79) i (2.81) dobijaju se definitivni izrazi za priraštaje u rektascenziji i deklinaciji:

$$\begin{aligned} d\alpha &= -\Delta \epsilon \cos \alpha \tan \delta \\ d\delta &= \Delta \epsilon \sin \alpha \end{aligned} \quad (2.82)$$

Za računanje su pogodnije vektorske jednačine. Neka je  $\vec{s}' = (x', y', z')$  vektor pravog, a  $\vec{s} = (x, y, z)$  vektor srednjeg položaja nebeskog pola. Tada je:

$$\vec{s}' - \vec{s} - ds = (dx, dy, dz) \quad (2.83)$$

pomeranje srednjeg nebeskog pola usled nutacije. Diferencijalne promene ekvatorskih koordinata u vektorskom obliku se mogu predstaviti sledećom matričnom jednačinom:

$$\vec{s} - \vec{s} = d\alpha \begin{bmatrix} -\sin \alpha \cos \delta \\ \cos \alpha \cos \delta \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\cos \alpha \sin \delta \\ -\sin \alpha \sin \delta \\ \cos \delta \end{bmatrix}, \quad (2.84)$$

odakle slede pravougle komponente:

$$dx = -(y \cos \epsilon + z \sin \epsilon) \Delta\psi \quad (2.85)$$

$$dy = x \cos \epsilon \Delta\psi - y \Delta\epsilon \quad (2.86)$$

$$dz = y \sin \epsilon \Delta\psi + z \Delta\epsilon. \quad (2.87)$$

Uticaj nutacije se, tada, može napisati vektorski, kao:

$$\vec{s} = \mathbf{N} \vec{s}, \quad (2.88)$$

gde je  $\mathbf{N}$  matrica nutacije, koja se računa na sledeći način:

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} 1 & -\Delta\psi \cos \epsilon & -\Delta\psi \sin \epsilon \\ \Delta\psi \cos \epsilon & 1 & -\Delta\epsilon \\ \Delta\psi \sin \epsilon & \Delta\epsilon & 1 \end{bmatrix} \quad (2.89)$$

Ovako izražen uticaj nutacije može se vrlo jednostavno kombinovati sa primenom precesije. Zajedno izražena ova dva uticaja glase:

$$\vec{s} = \mathbf{N} \mathbf{P} \vec{s}_0 \quad (2.90)$$

gde je  $\mathbf{P}$  matrica precesije izračunata iz jednačine (2.64).

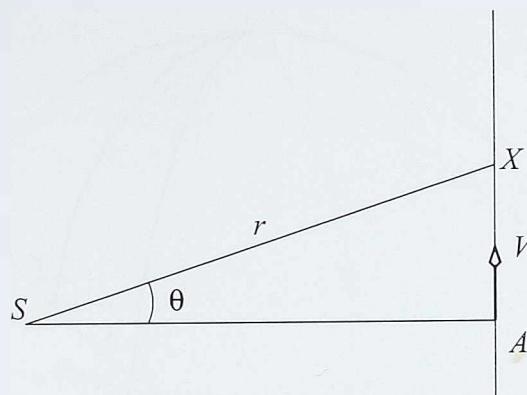
### 2.3.3 Zvezdano kretanje

#### Komponente zvezdanog kretanja

Pored svih uticaja na ekvatorske koordinate do kojih dolazi usled promene koordinatnog početka, ostaje još jedan efekt, čiji je uzrok relativna promena položaja nebeskih tela u odnosu na koordinatni početak. Posmatranjem prostorne komponente četvorodimenzionog prostorno-vremenskog kontinuma, promena položaja nebeskog tela se uvek može razložiti na dve komponente:

- $V_r s$ , radijalnu i
- $V_T$ , transverzalnu komponentu.

U Geodetskoj astronomiji, koja se bavi merenjem relativnih uglovnih položaja nebeskih tela projektovanih na nebesku sferu jediničnog poluprečnika, može se uočiti samo transverzalna komponenta. Baricentrična



Slika 2.17: Zvezdano kretanje u pravcu Sunca

radijalna brzina nebeskog tela se može izmeriti iz Dopplerovog pomaka, merenjem spektralne slike zvezde. Zvezde koje se udaljavaju imaju spektralnu sliku pomerenu ka crvenom delu spektra (otuda i naziv **crveni pomak**), dok će izvori koji se približavaju baricentru Sunčevog sistema pokazivati plavi pomak, odnosno, pomeranje spektralne slike ka plavom delu spektra.

Ukupno zvezdano kretanje se, vektorski, može prikazati jednačinom:

$$\vec{V} = V_r \vec{s} + \vec{V}_T, \quad (2.91)$$

gde je  $\vec{s}$  jedinični vektor pravca prema nebeskom telu čije se zvezdano kretanje posmatra. Odavde se mogu komponente izraziti prema jednačinama:

$$V_r = \vec{V} \cdot \vec{s} \quad (2.92)$$

$$\vec{V}_T = \vec{s} \times (\vec{V} \times \vec{s}) \quad (2.93)$$

Komponente zvezdanog kretanja se mogu izračunati posmatrajući sliku 2.17. Neka je sa  $S$  označeno Sunce, u tački  $X$  se nalazi zvezda, a tačka  $A$  se nalazi u presečnoj tački putanje zvezde i normale na njenu putanju povučenu iz Sunca. Neka se zvezda duž putanje  $AX$  kreće brzinom  $V$ , pri tome opisujući ugao  $\vartheta$  u trouglu  $SAX$ . Zvezda se od Sunca nalazi na rastojanju  $r$ . Tada će se, primenom trinogonometrijskih izraza na pravougli trougao  $SAX$  dobiti:

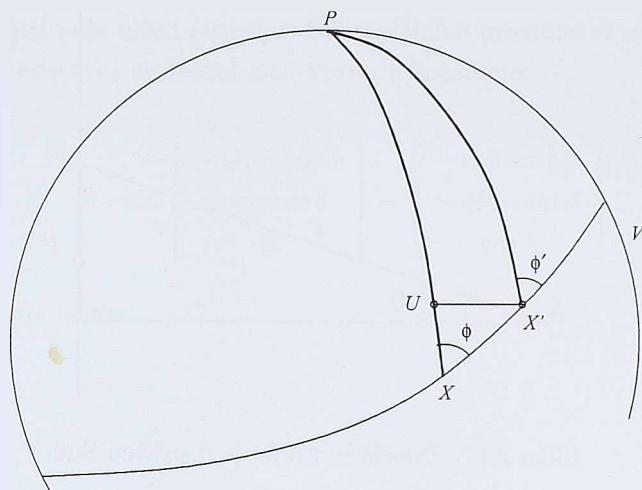
$$V_r = V \sin \vartheta = \frac{1}{n} \frac{dt}{dt} \quad (2.94)$$

$$V_T = V \cos \vartheta = \frac{1}{n} r \frac{d\vartheta}{dt}, \quad (2.95)$$

gde je  $n$  broj sekundi u jednoj godini, čime su komponente zvezdanog kretanja dobijene u km/s, pod uslovom da je  $r$  izraženo u km, a  $\vartheta$  u radijanima.

### Sopstveno kretanje

Prvi pojam koji je potrebno definisati u vezi sa sopstvenim kretanjem je **godišnje sopstveno kretanje**. Pod ovim pojmom se podrazumeva ukupno pomeranje nebeskog tela u odnosu na nepokretni ekvator i tačku prolećne ravnodnevnice. Izraženo u lučnim sekundama po godini, iznosi:



Slika 2.18: Komponente sopstvenog kretanja

$$\mu = \frac{1}{\sin 1''} \frac{d\vartheta}{dt} \quad (2.96)$$

Ako se rastojanje zvezde izrazi preko njene godišnje paralakse  $\pi$ :

$$r = \frac{1}{a\pi \sin 1''} \quad (2.97)$$

Astronomска единица  $a$  iznosi  $1,496 \cdot 10^8$  i predstavlja srednje rastojanje Zemlja-Sunce. Uvođenjem (2.97) i (2.96) u (2.95) dobija se definitivan izraz za transverzalnu komponentu zvezdanog kretanja:

$$V_T = \frac{a \mu}{n \pi} \quad (2.98)$$

Uvođenjem numeričkih vrednosti, sledi:

$$V_T = 4,74 \frac{\mu}{\pi} \left[ \frac{\text{km}}{\text{s}} \right] \quad (2.99)$$

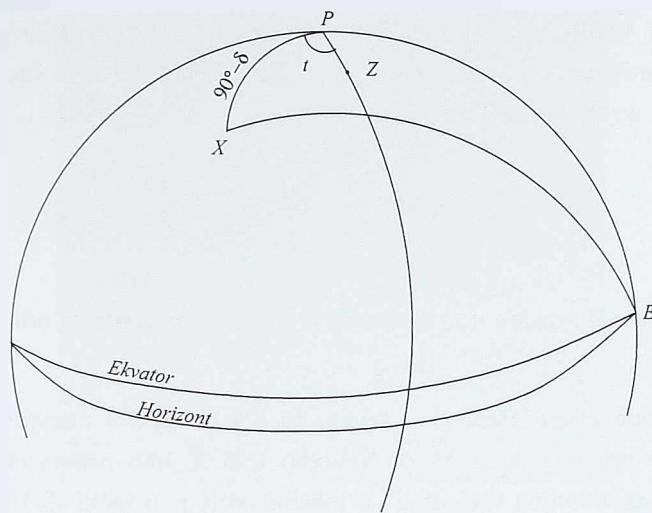
Sopstveno kretanje se, dalje, može razdvojiti na dve komponente (slika 2.18):

- $\mu_\alpha$  - komponentu po rektascenziji i
- $\mu_\delta$  - komponentu po deklinaciji.

Neka se zvezda brzinom  $V$  kreće od tačke  $X(\alpha, \delta)$  prema tački  $X'(\alpha + d\alpha, \delta + d\delta)$ . Neka je u sfernom trouglu  $PXX'$  srednji pol postavljen u tački  $P$  i neka je ugao kod temena  $X$  obeležen sa  $\phi$ . Taj ugao se naziva **polozajnim uglom sopstvenog kretanja**. Pod pretpostavkom da je zvezdi potrebno  $dt$  godina da iz tačke  $X$  stigne u tačku  $X'$ , tada je  $XX' = \mu dt$ . Povlačenjem visine iz tačke  $X'$  na stranu  $PX$  dobija se nova presečna tačka koja se može obeležiti sa  $U$ . Strana  $UX'$  je luk malog kruga na nebeskoj sferi, ali zbog svojih diferencijalnih karakteristika, bez gubitka u tačnosti, trougao  $UX'$  se može smatrati pravouglim trouglom u ravni.

Tada je:

$$UX' = d\alpha \cos(\delta + d\delta), \quad (2.100)$$



Slika 2.19: Radijalna brzina zvezde

odnosno,

$$\begin{aligned} d\alpha \cos \delta &= \mu dt \sin \phi \\ d\delta &= \mu dt \cos \phi \end{aligned} \quad (2.101)$$

Komponente sopstvenog kretanja su prvi izvodi ekvatorskih koordinata po vremenu, pa je:

$$\mu_\alpha = \frac{d\alpha}{dt} = \frac{1}{15} \mu \frac{\sin \phi}{\cos \delta} \quad (2.102)$$

$$\mu_\delta = \frac{d\delta}{dt} = \mu \cos \phi \quad (2.103)$$

### Baricentrična radijalna brzina

Radijalna brzina predstavlja veličinu koja označava brzinu kretanja izvora u pravcu neke referentne tačke. Zbog toga se razlikuju:

- $V''_r$ , topocentrična,
- $V'_r$ , geocentrična i
- $V_r$ , baricentrična

radijalna brzina, u zavisnosti od toga koja se referentna tačka posmatra Doplerov efekt  $z$  se može izraziti jednačinom:

$$1 + z = \frac{\nu}{\nu_0}, \quad (2.104)$$

gde je  $\nu_0$  frekvencija laboratorijskog, a  $\nu$  frekvencija merenog izvora [Green, 1998, (11.30)]. Pošto direktno možemo meriti samo topocentričnu radijalnu brzinu, Doplerov pomak se izražava kao:

$$z = \frac{V''_r}{c}, \quad (2.105)$$

gde je  $c$  brzina svetlosti. Međutim, merenje treba svesti na baricentar Sunčevog sistema. Ako se nebesko telo kreće u pravcu jediničnog vektora  $\vec{s}$ , onda se, redom, geocentrična i baricentrična radijalna brzina tog nebeskog tela mogu izraziti jednačinama:

$$\begin{aligned} V_r' &= V_r'' + \vec{v}' \cdot \vec{s} \\ V_r &= V_r' + \vec{v} \cdot \vec{s}, \end{aligned} \quad (2.106)$$

gde je  $\vec{v}'$  brzina posmatrača u odnosu na geocentar, a  $\vec{v}$  brzina geocentra u odnosu na baricentar Sunčevog sistema.

Izrazi za računanje brzine  $\vec{v}'$  su izvedeni u poglavlju 2.3.1. Apeks dnevne aberacije je istočna tačka horizonta, na slici 2.19 prikazan u tački  $E$ . Nebesko telo  $X$  ima mesne ekvatorske koordinate  $(t, \delta)$ . Severni nebeski pol je predstavljen tačkom  $P$ , a lokalni zenit je u tački  $Z$ . Ugao  $XPZ = t$ , dok je ugao  $XPE = 90^\circ + t$ . Konačno, komplement deklinacije nebeskog tela  $X$  je  $90^\circ - \delta = \phi$ . Ako se u formulu za radijalnu topocentričnu brzinu (2.47) uvede vrednost ugaone brzine i geocentrični poluprečnik Zemlje, sledi da je:

$$v' \left[ \frac{\text{km}}{\text{s}} \right] = 0,465 \cos \phi', \quad (2.107)$$

gde je  $\phi'$  geocentrična širina posmatrača. Iz trougla  $XPE$ , posle primene kosinusne teoreme, sledi:

$$\vec{v}' \cdot \vec{s} = v' \cos XE = -v' \cos \delta \sin t, \quad (2.108)$$

pa se geocentrična radijalna brzina može izraziti u funkciji topocentrične radijalne brzine kao:

$$V_r' \left[ \frac{\text{km}}{\text{s}} \right] = V_r'' - 0,465 \cos \phi' \cos \delta \sin t. \quad (2.109)$$

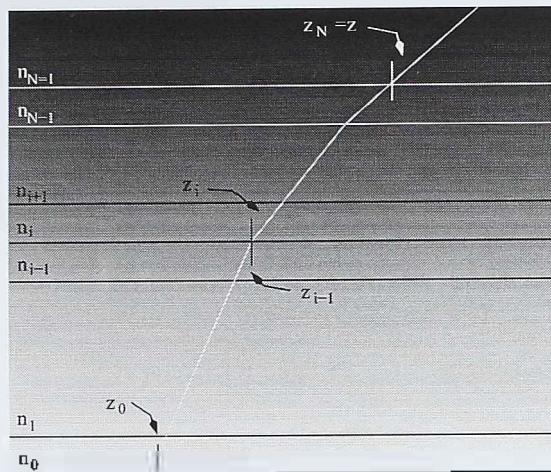
Konačno, baricentrična radijalna brzina se računa iz jednačine:

$$V = V_r' + 1731,5 \begin{bmatrix} X & Y & Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}, \quad (2.110)$$

gde su, redom,  $X$ ,  $Y$  i  $Z$  komponente brzine kretanja Zemlje, dok su:  $X$ ,  $Y$  i  $Z$  pravougle baricentrične koordinate Zemlje. Ovi podaci se preuzimaju iz JPL (Jet Propulsion Laboratory) efemerida DE405/LE405.

### 2.3.4 Astronomski refrakcija

Zemljina atmosfera je sastavljena od slojeva različitih gustina. Pri prolasku elektromagnetskog talasa kroz takvu sredinu, dolazi do zakriviljenja njegove putanje. Pojava skretanja elektromagnetskog talasa kroz atmosferu zove se **astronomski refrakcija**. Pojava postoji, kako u vidljivom delu spektra, tako i u opsegu radio-talasa. Razlika u tretiranju refrakcije u vidljivom i radio delu spektra je u tome što, kod proučavanja refrakcije optičkih pravaca, najveći uticaj ima troposfera, najgušći atmosferski sloj koji se prostire do visine od svega nekoliko kilometara iznad površi Zemlje. Putanja radio-talasa se, međutim, menja prilikom prolaska kroz ionizujući sloj atmosfere (jonosferu), pa je izvođenje izraza za uticaj refrakcije radio-talasa, donekle, drugačije.



Slika 2.20: Planparalelni model atmosfere

U zavisnosti od potreba za koje se vrši obračun uticaja refrakcije, razmatraju se dva modela atmosfere. U prvoj aproksimaciji, pretpostavlja se da su atmosferski slojevi raspoređeni u vidu planparalelnih pojaseva, čime se zanemaruje uticaj zakrivljenosti Zemlje. U preciznijem tumačenju ove pojave, atmosfera se modelira po principu sfenosimetričnih slojeva, čime formule postaju komplikovane, ali se tačnost tako izračunatih refrakcija poboljšava. Konačno, s obzirom na lokalne atmosferske i gravitacione uticaje, za radove najviše tačnosti koriste se tablice refrakcija, čiji su elementi dobijeni eksperimentalnim putem.

### Ravanski model refrakcije

Aproksimirajući atmosferu modelom planparalelnih slojeva (slika 2.20), može se primeniti Snellov zakon koji povezuje indekse prelamanja različitih slojeva sa sinusima upadnih uglova zraka:

$$n_i \sin z_i = n_{i-1} \sin z_{i-1}, \quad (2.111)$$

gde je:

$n_i$  indeks prelamanja  $i$ -tog sloja atmosfere, a

$z_i$  zenitno odstojanje svetlosnog zraka koji dolazi na površ sloja  $i$ .

Indeks prelamanja opada sa povećanjem visine iznad površi Zemlje. Ako se indeks prelamanja atmosferskog sloja na površi Zemlje označi sa  $n_0$ , a indeks prelamanja najvišeg sloja sa  $n$ , uz prepostavku da postoji  $N$  slojeva, onda važi relacija:

$$n_0 > n_1 > n_2 > \dots > n_{N-1} > n = 1. \quad (2.112)$$

Razvojem (2.111) sledi:

$$n_0 \sin z_0 = n_1 \sin z_1 = \dots = n_{N-1} \sin z_{N-1} = \sin z. \quad (2.113)$$

Kao što se može videti iz jednačine (2.113), prostiranje zraka kroz planparalelne slojeve atmosfere ne zavisi od načina podele slojeva, pa se može napisati:

$$n_0 \sin z_0 = \sin z. \quad (2.114)$$

Zenitno odstojanje  $z$  iz izraza (2.114) se naziva **topocentričnim zenitnim odstojanjem**, što predstavlja zenitno odstojanje na kome bi se pojavio (svetlosni ili radio) izvor u odsustvu atmosfere.

Neka je ugao refrakcije:

$$R = z - z_0. \quad (2.115)$$

Zamenom (2.115) u (2.114), sledi:

$$\sin(z_0 + R) = n_0 \sin z_0. \quad (2.116)$$

Razvijanjem (2.116) dobija se konačni izraz za ugao refrakcije  $R$ :

$$R = (n_0 - 1) \tan z_0, \quad (2.117)$$

gde se  $R$  dobija u radijanima. Jednačina (2.117) dobro aproksimira uticaj refrakcije za izvore bliske zenitu. U slučaju većih zenitnih odstojanja, pretpostavljanje planparalelnih slojeva atmosfere dovodi do greške u računanju refrakcije, pa se u tim slučajevima mora uzeti u obzir zakrivljenost Zemlje. Kao što se iz izraza (2.117) može zaključiti, refrakcija zavisi samo od vrednosti indeksa prelamanja i zenitnog odstojanja, oba merena na fizičkoj površi Zemlje. Za standardne uslove atmosfere, koji pretpostavljaju atmosferski pritisak od 1013,24 mBar (760 mmHg) i temperaturu od 0°C, indeks prelamanja je:

$$n_0 = 1,0002927. \quad (2.118)$$

Usvajanjem ove vrednosti indeksa prelamanja, iz (2.117) sledi:

$$K = n_0 - 1 = 0,0002927 \text{ rad} = 60'', 4, \quad (2.119)$$

vrednost koja se naziva **konstantom refrakcije**. Prema Dale-Gladstoneovom zakonu o proporcionalnosti indeksa prelamanja sa gustinom vazduha, može se napisati formula za refrakciju za nestandardne uslove atmosfere:

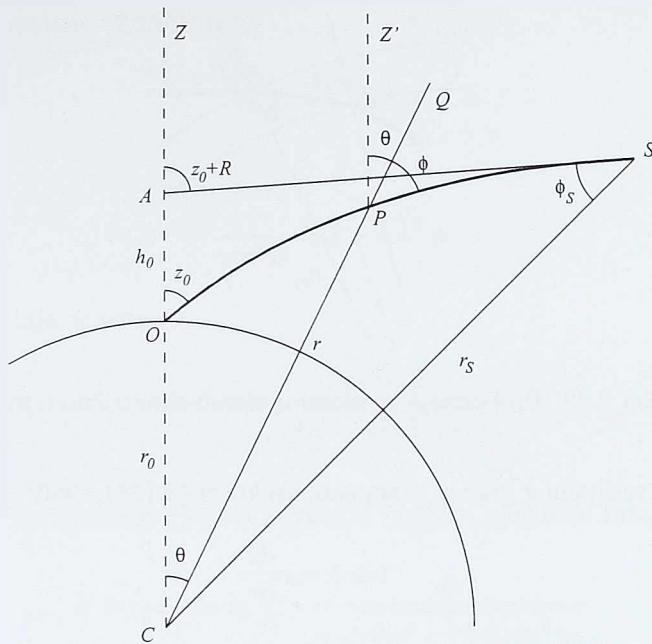
$$R = K \frac{P/1013.24}{1 + t/273} \tan z_0, \quad (2.120)$$

gde je:

- $K$  - konstanta refrakcije
- $P$  - atmosferski pritisak, izražen u mbar
- $t$  - temperatura, izražena u °C
- $z_0$  - zenitno odstojanje.

Refrakcija se dobija u lučnim sekundama, ako se konstanta refrakcije izrazi, takođe, u lučnim sekundama.

S obzirom na kompleksnu prirodu svetlosti, dodatno poboljšanje jednačine za refrakciju može se ostvariti uvođenjem talasne dužine opažanog izvora. Prelamajući se kroz Zemljinu atmosferu, složena svetlost tačkastog lika izvora se rasipa duž linije lokalne vertikale. Zato se uvodi sledeći izraz za računanje promene indeksa prelamanja:



Slika 2.21: Sferno-simetrična atmosfera

$$n_0 - 1 = 2,871 \cdot 10^{-4} \left( a + \frac{0,00567}{\lambda^2} \right) \quad (2.121)$$

gde je  $\lambda$  talasna dužina izražena u  $\mu\text{m}$ . Uvođenjem (2.121) u (2.120) dobija se približna formula za refrakciju popravljena za talasnu dužinu:

$$R = 21'', 3 \frac{P (1 + 0,00567/\lambda^2)}{273 + t} \tan z_0. \quad (2.122)$$

### Sferno-simetrični model atmosfere

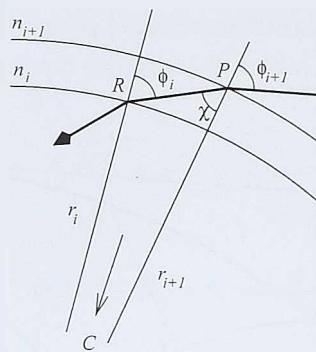
U slučaju kada se posmatrani izvor nalazi na većim zenitnim odstojanjima, primena približne formule za refrakciju ne daje dovoljno tačne rezultate. Stoga se uvodi model sferno-simetrične atmosfere (slika 2.21). Opažač se nalazi u tački  $O$  na fizičkoj površi Zemlje, na geocentričnoj udaljenosti  $r_0$  od centra  $C$ . Pravac lokalnog zenita definisan je polupravom  $COZ$ . Udaljeni izvor koji je predmet posmatranja nalazi se u tački  $S$ , na geocentričnoj udaljenosti  $r_s$ . Putanja zraka definisana je krivom  $OPS$ , gde je tačka  $P$  proizvoljna tačka izlomljene putanje zraka. Povucimo kroz tačku  $P$  geocentrični vektor i produžimo ga do tačke  $Q$  u produžetku putanje. U tački  $P$  povucimo polupravu  $PZ'$ , paralelnu sa pravcem lokalnog zenita. Ako je ugao  $\vartheta = OCP$ , tada je i ugao  $Z'PQ$  takođe jednak  $\vartheta$ , kao ugao sa paralelnim kracima. Konstruišimo, dalje, asymptotu na putanju zraka, koja seče pravac lokalne vertikale u tački  $A$ , a ugao  $ASC$  obeležimo sa  $\phi_S$ . Posmatrač u tački  $O$  udaljeni izvor vidi pod uglom  $z_0$ . Zenitno odstojanje oslobođeno uticaja refrakcije je  $z = z_0 + R$ , a to je ono zenitno odstojanje koje bi izmerio posmatrač u tački  $A$ , koja se nalazi na pravcu lokalne vertikale, na visini  $h_0$  iznad tačke  $O$ . Obeležimo, na kraju, ugao  $QPS$  sa  $\phi$ .

Polarne koordinate tačke  $P$  su, tada  $(r, \vartheta)$ . Zadatak se svodi na rešavanje jednačine:

$$\vartheta = \vartheta(r). \quad (2.123)$$

Zenitno odstojanje je, prema slici 2.21:

$$z = \vartheta + \phi \quad (2.124)$$



Slika 2.22: Prelamanje svetlosti u sferno-simetričnom modelu

Pošto je  $\phi$  ugao između radijalnog pravca i tangente na krivu (2.123), sledi:

$$\tan \phi = r \frac{d\vartheta}{dr}. \quad (2.125)$$

Izvođenje zakona refrakcije u slučaju atmosfere aproksimirane sferno-simetričnim slojevima sprovodi se na osnovu slike 2.22, na kojoj su prikazana dva proizvoljna paralelna sloja atmosfere  $i$  i  $i+1$ , sa indeksima prelamanja  $n_i$  i  $n_{i+1}$ , geocentričnim poluprečnicima  $r_i$  i  $r_{i+1}$  i upadnim uglovima  $\phi_i$  i  $\phi_{i+1}$ , respektivno. Ako prelomni ugao kroz sloj  $i+1$  obeležimo sa  $\chi = RPC$ , iz zakona prelamanja svetlosti sledi:

$$n_{i+1} \sin \phi_{i+1} = n_i \sin \chi. \quad (2.126)$$

Pošto se prelamanje svetlosti vrši u ravni vertikale, trougao  $RPC$  je ravanski, pa se iz njega ugao  $\chi$  može eliminisati primenom sinusne teoreme:

$$\frac{\sin r_{i+1}}{\sin(\pi - \phi_i)} = \frac{\sin r}{\sin \chi} \quad (2.127)$$

Sređivanjem jednačine (2.127), izražavanjem u funkciji  $\chi$  i zamenom u (2.126), sledi:

$$r_{i+1} n_{i+1} \sin \phi_{i+1} = r_i n_i \sin \phi_i, \quad (2.128)$$

odakle se zaključuje da proizvod  $rn \sin \phi$  ostaje očuvan sve do granice kontinualne promene indeksa prelamanja. Zato se, za indeks prelamanja na površi Zemlje, može napisati:

$$rn \sin \phi = r_0 n_0 \sin z_0, \quad (2.129)$$

s obzirom na to da je na fizičkoj površi Zemlje (u tački  $O$ , na slici 2.21),  $\vartheta = 0$  i  $\phi = z_0$ .

Da bi se izvela formula za diferencijalnu promenu refrakcije, potrebno je naći totalni diferencijal funkcije (2.125), pri tome uvodeći smenu (2.124):

$$dz = d\phi + \frac{dr}{r} \tan \phi. \quad (2.130)$$

Totalni diferencijal funkcije (2.129) je:

$$n \sin \phi dr + r \sin \phi dn - rn \cos \phi d\phi = 0. \quad (2.131)$$

Razvijanjem (2.131) i primenom (2.130) sledi:

$$dz = -\frac{dn}{n} \tan \phi. \quad (2.132)$$

Primenjujući identitet:

$$\frac{1}{\sin^2 \phi} = 1 + \cot^2 \phi \quad (2.133)$$

i uvodeći ga u (2.129), dobija se izraz:

$$\tan \phi = \frac{r_0 n_0 \sin z_0}{\sqrt{r^2 n^2 - r_0^2 n_0^2 \sin^2 z_0}} \quad (2.134)$$

Ukoliko se izraz za  $\tan \phi$  iz jednačine (2.134) zameni u (2.132), njegovim integraljenjem dobija se izraz za računanje refrakcije:

$$R = r_0 n_0 \sin z_0 \int \frac{dn}{n \sqrt{r^2 n^2 - r_0^2 n_0^2 \sin^2 z_0}}. \quad (2.135)$$

Računanje refrakcije je, takođe, moguće izvesti i integraljenjem putanje zraka, što se vrši integraljenjem jednačine (2.125), rezultujući sledećim integralom:

$$\vartheta = r_0 n_0 \sin z_0 \int_{r_0}^r \frac{dr}{r \sqrt{r^2 n^2 - r_0^2 n_0^2 \sin^2 z_0}} \quad (2.136)$$

Kada je putanja zraka udaljenog izvora određena, ostaje još problem određivanja visine  $h_0$ , koja je zanemarljiva za mala zenitna odstojanja. Za izvore bliskim zenitu, međutim, vrednost ove veličine se značajno povećava, da bi za izvore na samom horizontu imala vrednost od  $h_0 \approx 1,5$  km. Korekcije za  $h_0$  se uvođe samo pri opažanju Meseca na malim visinama, kao i kod opažanja veštačkih Zemljinih satelita, gde se njen uticaj ne može zanemariti.

Preciznije razmatranje refrakcije u sferno-simetričnom modelu predviđa uvođenje i analizu promene gustine atmosfere sa udaljavanjem od fizičke površi Zemlje. Postoje različiti modeli promene gustine sa povećanjem  $r$ . Na primer, hipoteza Simpsona i Bougera predlaže opadanje gustine s visinom u aritmetičkoj progresiji. Geometrijsku progresiju objašnjava hipoteza Newtona i Bessela, dok model Laplacea i Guldina prepostavlja kombinaciju aritmetičke i geometrijske progresije.

### Tablice refrakcije

Ipak, sve pomenute hipoteze ne nude dovoljno dobra rešenja za izvore koji se nalaze blizu horizonta. Za tretiranje izvora koji se nalaze tačno na horizontu, mada je nepoznata, obično se usvaja standardna vrednost od  $R = 34'$ , koja se naziva **horizontskom refrakcijom**. Sledeća aproksimacija se odnosi na Sunce: s obzirom da je prividna veličina Sunčevog diska oko  $16'$ , izlazak Sunca se računa za gornji rub Sunčevog diska. Ako se uzme u obzir vrednost horizontske refrakcije, centar Sunca se u trenutku izlaska, u stvari, nalazi na  $50'$  ispod horizonta.

Tablice refrakcije se koriste u najpreciznijim radovima. Na primer, tablice Pulkovske opservatorije [Abalakin, 1985] su izračunate prema složenoj Guldinovoj teoriji. Za srednje vrednosti zenitnih odstojanja vrednosti u tablicama predstavljaju kombinaciju razvoja indeksa prelamanja i lokalnih uslova dobijenih iz merenja. Za velika zenitna odstojanja, uslovi prelamanja svetlosti su nepoznati i promenljivi, pa su vrednosti u tablicama skoro isključivo rezultat merenja.

Refrakcija se, prema [Abalakin, 1985], računa sledećom formulom:

$$\log r = \log r_0 + \lambda\gamma + AB + C + D + F + H, \quad (2.137)$$

gde je  $r_0$  vrednost **normalne (srednje) refrakcije**, koja je jednaka refrakciji pri temperaturi od  $0^{\circ}\text{C}$  i  $1013,24 \text{ mBar}$ . Uzimanjem u obzir merene temperature i pritiska na stanicu, govori se o **pravoj refrakciji**. Objasnjenja ostalih parametara jednačine (2.137) data su u [Abalakin, 1985, 8-9].

Najveći problem u astrogeodetskim određivanjima predstavljaju **anomalije refrakcije**, kao rezultat odstupanja od teorijskog modela refrakcije. Posmatrajući, kako približnu, tako i formulu refrakcije u sferno-simetričnom modelu, refrakcija se smanjuje sa približavanjem zenitu. Ipak, refrakcija nema vrednost 0 u samom zenitu, već u tački bliskoj lokalnom zenitu koja se naziva **zenitom refrakcije**. Sama pojava se naziva **zenitskom refrakcijom**, a uzrokovana je nagibom atmosferskih slojeva.

## 2.4 Fundamentalni katalozi

### 2.4.1 Uvod

Fundamentalni katalozi predstavljaju izvor za preuzimanje nebeskih ekvatorskih koordinata nebeskih tela. U opštem slučaju, dele se na:

- opažačke i
- sastavljačke.

Podela je izvršena prema tome da li je katalog dobijen originalnim merenjima (opažački) ili je izведен iz već postojećih kataloga, svođenjem na jedinstvenu referentnu epohu i parametre (sastavljački). Katalozi se između sebe razlikuju po:

- broju katalogiziranih nebeskih tela,
- tačnosti publikovanih koordinata,
- parametrima pridruženim publikovanom nebeskom telu i
- referentnoj epohi.

Noviji katalozi imaju, generalno, prednost u smislu značajno većeg broja podataka u odnosu na pretходne. Osim toga, u novijim katalozima su ispravljene razne sistematske greške do kojih je dolazio prilikom sastavljanja kataloga. Izvor ovih grešaka leži, pre svega, u matematičkim modelima i teorijskim postavkama aktuelnim u vreme sastavljanja kataloga. Takođe, značajnom poboljšanju preciznosti kataloga doprinelo je i lansiranje Hubblovog teleskopa koji je umnogome doprineo boljem poimanju svemira, pošto su njegova opažanja oslobođena uticaja refrakcije Zemljine atmosfere.

S druge strane, povećana preciznost kataloga novije generacije ne doprinosi, automatski, njihovom povećanju tačnosti. Kako su kretanja u svemiru vekovnog i milenijumskog karaktera, o tačnosti kataloga se može govoriti samo njegovim upoređivanjem sa svim (pa i najstarijim, ma koliko neprecizna bila) merenjima u ljudskoj istoriji.

### 2.4.2 FK5

Fundamentalni katalog, verzija 5, do nedavno je predstavljao osnovu nebeskog referentnog sistema. Ovaj katalog nastao je poboljšanjem fundamentalnih kataloga 3 i 4 (FK3 i FK4). U njemu je katalogizirano ukupno 4652 objekata, 1535 u originalnoj verziji i 3117 u delu II. Prosečna gustina kataloga iznosi jedna zvezda na  $8,9^{\circ}$ . Posebna pažnja je obraćena na ravnomernu raspoređenost objekata po nebeskom svodu zvezdama do 9. magnitudo. Referentna epoha kataloga je J2000,0, a od podataka za nebesko telo publikovani su:

- broj zvezde,
- nebeske ekvatorske koordinate za epohu J2000,0,
- sopstveno kretanje zvezde,
- nebeske ekvatorske koordinate za epohu B1950,0 (Beselova epoha - podatak publikovan radi veze sa prethodnim verzijama kataloga),
- paralaksa,
- spektralni tip i dr.

Loša strana ovog kataloga je mali broj katalogiziranih nebeskih tela. Ipak, upotreba kataloga za potrebe geodetske astronomije je velika, s obzirom na činjenicu da su u njemu katalogizirane sve „geodetske“ zvezde, odnosno, zvezde magnitudo do 9, koje se koriste u astrolabiji. Zvanična upotreba kataloga prestala je sa uvođenjem kataloga Hipparcos.

### 2.4.3 Hipparcos

Katalog Hipparcos je referentni katalog za zvezde u vidljivom delu spektra i predstavlja naslednika FK5 od 1. januara 1998. godine. Katalog je sastavljačkog tipa. Publikovani su isti podaci kao u katalogu FK5, osim koordinata za Beselovu eohu B1950,0 i uz dodatak nomenklature za nekoliko različitih kataloga, radi kompatibilnosti i upoređenja.

Hipparcos je formiran kao opažački program astrometrijske misije Evropske svemirske agencije (ESA). Magnituda nebeskih tela katalogiziranih ovih katalogom varira od 7,3 do 9, u zavisnosti od galaktičke latitude i spektralnog tipa zvezde, pri čemu nisu ubeležene zvezde čija je magnituda manja od 13 [Turon et al., 1992]. Cilj projekta Hipparcos je merenje astrometrijskih parametara oko 100 000 zvezda glavne misije sa tačnošću, u zavisnosti od magnitudo, od  $0,002''$  do  $0,004''$ , kao i merenje astrometrijskih parametara i fotometrijskih karakteristika još oko 400 000 zvezda u okviru misije Tycho, sa nešto nižom tačnošću.

Satelic Hippacros je lansiran 8.8.1989. sa šatla Ariane 4.

U Hipparcosu je zabeleženo 118218 zvezda i prosečna merna nesigurnost ovog kataloga je  $0,001''$ .

Podaci koji se nalaze u katalogu su:

- Broj zvezde
- Položaj za epohu J2000,0 (rekstascenzija i deklinacija)
- Epoha položaja

Srednja satelitska epoha merenja	$\sim$ J1991,5
Epoha kataloga	J2000,0
Referentni sistem	ICRS
Saglasnost sa ICRS	$\pm 0,6$ mas
devijacija u odnosu na inercijalni	$\pm 0,25$ mas
Broj unosa	2 539 913
Astrometrijske standardne greške	
$V_T < 9$ mag	7 mas
položaji za sve zvezde	60 mas
sopstvena kretanja za sve zvezde	2,5 mas/god
Fotometrijske standardne greške za $V_T$	
$V_T < 9$ mag	0,013 mag
za sve zvezde	0,10 mag
Gustina zvezda	
$b = 0^\circ$	150 <u>zvezda</u>
$b = \pm 30^\circ$	50 <u>zvezda</u>
$b = \pm 90^\circ$	25 <u>zvezda</u>
Popunjeno do $\sim 90\%$	$V \sim 11,5$
Popunjeno do $\sim 99\%$	$V \sim 11,0$
Broj Tycho-2 opažanja	$\sim 300 \cdot 10^6$

Tabela 2.1: Karakteristike kataloga Tycho-2

- Srednja greška rektascenzije i deklinacije
- Izvor podataka
- Galaktičke koordinate
- Ekliptičke koordinate
- Položaj za epohu B1950.0
- Sopstveno kretanje za epohu J2000.0
- Srednja greška sopstvenog kretanja za epohu J2000.0
- Izvor podataka sopstvenog kretanja
- Fotometrijski podaci o zvezdi
- Spektralni tip zvezde
- Paralaksa
- Baricentrična radijalna brzina
- Ostali podaci u vezi s promenljivošću zvezde
- Broj zvezde u drugim katalozima: FK5, AGK3/CPC i SAO
- Drugi podaci

#### 2.4.4 Tycho-2

Tycho-2 je astrometrijski referentni katalog koji sadrži položaje i sopstvena kretanja, kao i dvobojne fotometrijske podatke, za 2,5 miliona najsjajnijih zvezda na nebu. Zasnovan je na istim podacima kao

i njegov prethodnik, Tycho-1, originalni katalog nastao na osnovu merenja satelita astrometrijske misije Hipparcos. Uključeni su podaci o dvojnim zvezdama razdvojenim do 0,8 lučnih sekundi. Preciznost sopstvenih kretanja iznosi oko 2,5 mililučnih sekundi / godini, a ona su izvedena iz upoređenja sa Astrografskim katalogom, kao i sa još 143 drugih kataloga sa podacima merenja sa Zemlje. Sva merenja su redukovana na Hipparcos nebeski referentni sistem [Høg et al., 1997].

Katalogom su pokrivena nebeska tela do prividne veličine 11,5, pri čemu ima katalogiziranih i objekata manjeg sjaja u pojedinim delovima neba.

Osnovne karakteristike kataloga su date u tabeli 2.1 [Høg et al., 1997].



## Poglavlje 3

# Tehnološka rešenja

### 3.1 Zenitlot Zeiss PZL-100

#### 3.1.1 Osnovne karakteristike

PZL-100 je instrument namenjen, pre svega, radovima na preciznom uspostavljanju lokalne vertikale, što se primenjuje u inženjerskoj geodeziji, prilikom kontrole vertikalnosti objekata. Po svojoj unutrašnjoj konstrukciji sličan je automatskom niveleru Zeiss Koni 007, od koga se razlikuje u položaju objektiva koji se, kod PZL-100, nalazi na gornjoj strani kućišta. Koristeći kompenzatorski sistem identičan onom u nivelleru Koni 007, ovaj instrument omogućava uspostavljanje pravca lokalne vertikale sa mernom nesigurnošću od 1 mm / 100 m, odnosno, oko  $2''$ .

Optika instrumenta daje ugaono uvećanje od  $30\times$ , sa objektivom prečnika 40 mm. Minimalno rastojanje do cilja iznosi 2,2 m.

#### 3.1.2 Uloga u sistemu

U modularnom mernom sistemu, predmetu ove disertacije, PZL-100 igra ulogu teleskopa. Instrument je izabran zbog svojih karakteristika u pogledu uspostavljanja pravca lokalne vertikale, kao i činjenice da poseduje četiri specifična graničnika koji mu omogućavaju pozicioniranje u koracima od  $90^\circ$ .

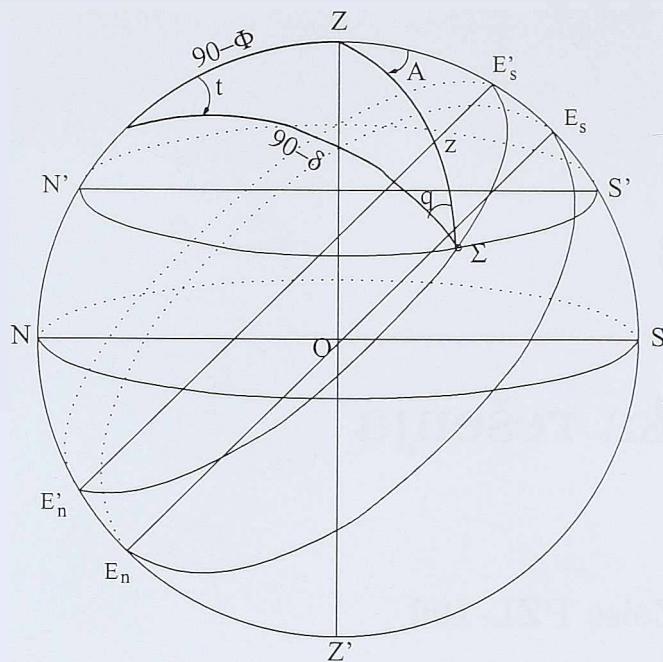
Na objektiv instrumenta je urezan žljeb u koji se montira rosna kapa koja, osim što sprečava osvetljavanje vidnog polja ambijentalnom svetlošću, služi i za sprečavanje pojave orošavanja objektiva.

Prilikom postavljanja instrumenta, treba obratiti pažnju da se položaj graničnika namesti tako da što bolje reprezentuju strane sveta, kako bi se slike tragova opažanih zvezda na snimku videle kao horizontalne linije.

### 3.2 GPS kontroler

#### 3.2.1 Prethodna ocena tačnosti merenja vremena u astrogeodetskim određivanjima

Formula za prethodnu ocenu tačnosti merenja vremena može se izvesti iz kosinusne jednačine za zenitno odstojanje (slika 3.1):



Slika 3.1: Osnovni sferni trougao

$$\cos z = \cos(90^\circ - \Phi) \cos(90^\circ - \delta) + \sin(90^\circ - \Phi) \sin(90^\circ - \delta) \cos t \quad (3.1)$$

Časovni ugao se računa iz mesnog zvezdanog vremena  $s$  i rektascenzije  $\alpha$  prema:

$$t = s - \alpha, \quad (3.2)$$

dok se svetsko vreme  $UT1^1$  računa se preko izraza:

$$UT1 = \frac{s - \Lambda - S_0}{1 + \mu}. \quad (3.3)$$

Razlika između vremenskih skala svetskog i koordiniranog vremena

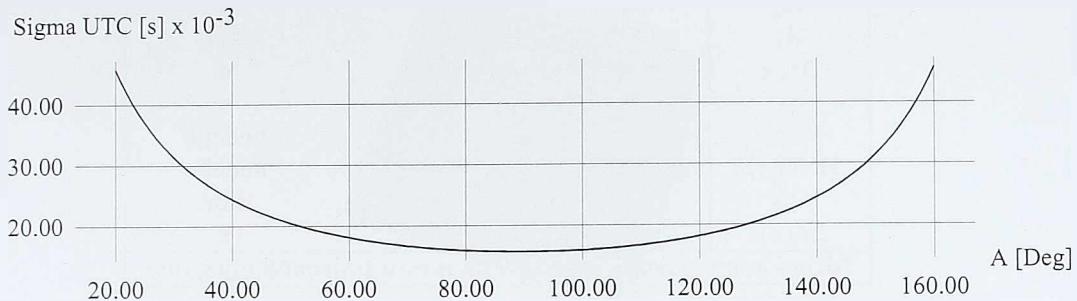
$$DUT1 = UT1 - UTC \quad (3.4)$$

ocenjuje se i publikuje na dnevnoj osnovi. Uvođenjem (3.4), (3.3) i (3.2) u (3.1), dobija se konačni oblik kosinusne jednačine za  $z$ , koji će poslužiti kao osnova za diferenciranje:

$$\cos z = \sin \Phi \sin \delta + \cos \Phi \cos \delta \cos [S_0 + (1 + \mu)(UTC + DUT1) + \Lambda - \alpha]. \quad (3.5)$$

U jednačini (3.5), srednje greške ekvatorskih koordinata  $\delta$  i  $\alpha$  će se smatrati zanemarljivim u odnosu na ostale članove. Takođe, za potrebe izvođenja prethodne ocene tačnosti,  $S_0$  će se smatrati konstantom.

<sup>1</sup>Ako se govori o svetskom vremenu UT, misli se na varijantu UT1.



Slika 3.2: Standardna devijacija registracije vremena

Totalni diferencijal jednačine (3.5) je, tada, jednak:

$$\begin{aligned} -\sin z dz &= \{\cos \Phi \sin \delta - \sin \Phi \cos \delta \cos [S_0 + (1 + \mu)(UTC + DUT1) + \Lambda - \alpha]\} d\Phi \\ &\quad - (1 + \mu) \cos \Phi \cos \delta \sin [S_0 + (1 + \mu)(UTC + DUT1) + \Lambda - \alpha] dUT1 \\ &\quad - \cos \Phi \cos \delta \sin [S_0 + (1 + \mu)(UTC + DUT1) + \Lambda - \alpha] d\Lambda. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Prelaskom na varijansu, jednačina (3.6) se transformiše u:

$$\sigma^2 = A \sigma_\Phi^2 + B^2 \sigma_{UTC}^2 + C^2 \sigma_\Lambda^2. \quad (3.7)$$

Sređivanjem jednačine (3.6) dobijaju se odgovarajući parcijalni izvodi:

$$\begin{aligned} A &= \sin z \cos A \\ B &= (1 + \mu) \cos \Phi \sin A \\ C &= \cos \Phi \sin A. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Iz jednačine (3.7) se  $\sigma_{UTC}$  izračunava primenom princip zanemarljivosti. Na slici 3.2 su prikazani uslovi zanemarljivosti standardne devijacije merenja vremena, s obzirom na azimut u kome se vrše merenja. Za standardnu devijaciju zenitnog odstojanja korišćena je vrednost  $\sigma_z = 0,5''$ , a za položajnu standardnu devijaciju upotrebljena je vrednost  $\sigma_p = 0,001''$ . Sa slike 3.2 se zaključuje da je najoštlijiji zahtev po pitanju tačnosti merenja vremena postavljen u prvom vertikalnu. Ova vrednost iznosi  $\sigma_{UTC} = 0,016$  s. Zahtev se ublažava sa udaljenjem od 1. vertikala, da bi najveća dozvoljena vrednost, 0,046 s bila dostignuta na 20 stepeni istočno i zapadno od meridijana. Dalje približenje meridijanu se ne preporučuje, pošto se u meridijanu zvezda kreće po horizontalnom koncu, pa registracija prolaska nije sigurna. Iz ove analize može se zaključiti da je upotreba GPS prijemnika kao uređaja za registraciju vremena potpuno opravdana, s obzirom da je najrigorozniji kriterijum tačnosti merenja vremena reda milisekundi, što GPS prijemnik bez problema postiže.

### 3.2.2 Konverzija GPS vremena u UTC

U okviru 18. strane četvrtog podokvira navigacione poruke emituju se parametri za konverziju iz GPS u skalu UTC, zajedno sa jonosferskim parametrima. Parametri koji se emituju u ovom delu poruke dati su u tabeli 3.1, a njihovo značenje je sledeće :

- $A_0, A_1$  - Članovi polinoma za računanje stanja časovnika na satelitu;

Parametar	Broj bitova	Faktor razmire	Jedinica
$A_0$	32*	$2^{-30}$	s
$A_1$	24*	$2^{-50}$	s/s
$\Delta t_{LS}$	8	1	s
$t_{0t}$	8	$2^{12}$	s
$WN_t$	8	1	nedelje
$WN_{LSF}$	8	1	nedelje
$DN$	8	1	dani
$\Delta t_{LSF}$	8*	1	s

\*drugi komplement, sa + ili - na mestu najznačajnijeg bita

Tabela 3.1: UTC parametri

- $\Delta t_{LS}$  - Trenutni broj prestupnih sekundi;
- $t_{0t}$  - Referentno vreme za računanje UTC;
- $WN_t$  - UTC referentni broj nedelje;
- $WN_{LSF}$  - Prvi sledeći ili poslednji broj nedelje usled prestupnih sekundi;
- $DN$  - Dan u nedelji i
- $\Delta t_{LSF}$  - Planirana ili poslednja vrednost vremenske razlike, relativno u odnosu na ažuriranje navigacione poruke, usled prestupnih sekundi.

Računanje odnosa između GPS i UTC vremena zavisi od veze efektivnog datuma tekućeg vremena GPS korisnika. Moguća su tri slučaja:

1. efektivno vreme  $WN_{LSF}$  i  $DN$  nisu u prošlosti (u odnosu na trenutno vreme korisnika) i korisnikovo trenutno vreme se ne nalazi u intervalu  $[DN + \frac{3}{4}, DN + \frac{5}{4}]$ ,
2. korisnikovo trenutno vreme je u intervalu  $[DN + \frac{3}{4}, DN + \frac{5}{4}]$  ili
3. efektivno vreme događaja prestupne sekunde je „u prošlosti“ (u odnosu na korisnikovo trenutno vreme).

U prvom slučaju, računanje vremena prema skali UTC vrši se primenom formule:

$$t_{UTC} = (t_E - \Delta t_{UTC}) \{ \text{Modul } 86400 \text{ [s]} \}, \quad (3.9)$$

gde je:

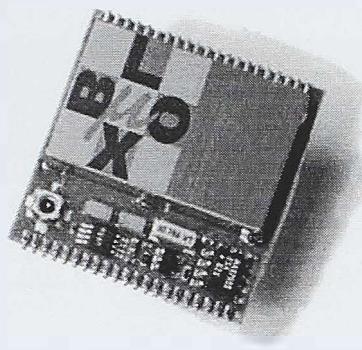
$t_E$  GPS vreme ocenjeno od strane korisnika na osnovu vrednosti  $t_{SV}$  (??) popravljene za faktore opisane u 2.2.3, kao i za efekte jonosfere;

Vreme  $t_{UTC}$  se dobija u sekundama. Parametar  $\Delta t_{UTC}$  se računa prema formuli:

$$\Delta t_{UTC} = \Delta t_{LS} + A_0 + A_1 (t_E - t_{0t} + 604800 (WN - WN_t)) \text{ [s]}, \quad (3.10)$$

gde je:

$\Delta t_{LS}$  Proteklo vreme usled prestupnih sekundi;

Slika 3.3: GPS prijemnik  $\mu$ -blox MS1

$A_0$  i  $A_1$  Konstantni i član prvog reda polinoma;

$t_{0t}$  Referentno vreme za UTC podatke;

$WN$  Broj tekuće nedelje (izведен iz podokvira 1);

$WN_t$  Broj UTC referentne nedelje

U drugom slučaju, važi sledeći izraz:

$$t_{\text{UTC}} = W [\text{Modul} (86400 + \Delta t_{LSF} - \Delta t_{LS})] [\text{s}], \quad (3.11)$$

gde je:

$$W = (t_E - \Delta t_{\text{UTC}} - 43200) [\text{Modul } 86400] + 43200. \quad (3.12)$$

Veličina  $\Delta t_{\text{UTC}}$  se računa prema (3.10), tokom celog perioda.

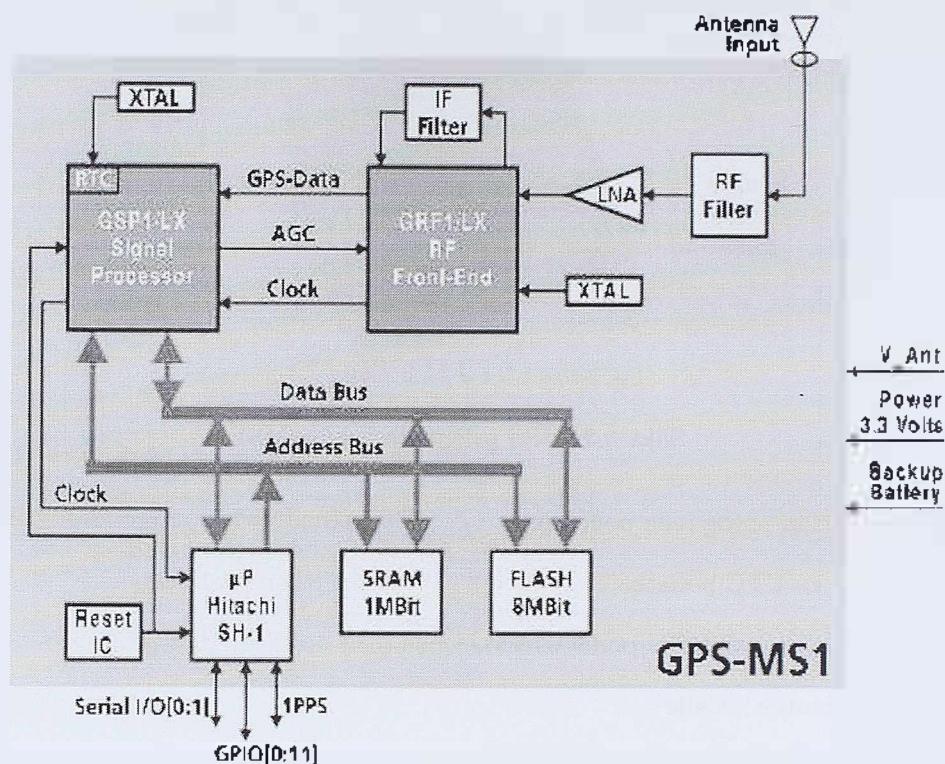
U trećem slučaju, važe izrazi kao za prvi slučaj, osim što se vrednost  $\Delta t_{LSF}$  zamenjuje sa  $\Delta t_{LS}$ .

### 3.2.3 Fizičke karakteristike kontrolera

Za potrebe održavanja vremena prema skali UTC koristi se GPS ploča  $\mu$ -blox MS1 (slika 3.3). Ovaj prijemnik se proizvodi u standardnom formatu PLCC-84 kao instrument za dalju ugradnju (OEM<sup>2</sup>) u složenije sisteme. Prema specifikaciji, MS1 je 12-kanalni L1 GPS prijemnik, sa mogućnošću generisanja kodnih, faznih i doplerskih merenja. GPS integralno kolo ugrađeno u MS1 je SiRF LX/1, a antenski priključak u formatu SSMT. Shema prijemnika sa rasporedom osnovnih komponenti i vezama među njima prikazana je na slici 3.4. Razvijen je kao mikrokontrolerski sistem kojim upravlja Hitachijev mikrokontroler serije SH-1 sa ugrađenim 32-bitnim RISC procesorom SH-7020. Ploča na sebi sadrži još i:

- 256 kb ROM-a;
- 1 Mb FLASH RAM-a;
- 4 serijska RS232 porta, od kojih prvi služi za komunikaciju sa eksternim kontrolerom (u ovom slučaju, prenosnim računarom), a drugi za promenu sopstvenog upravljačkog programa (firmware) i komunikaciju sa sistemima za emitovanje diferencijalnih GPS (DGPS) poruka, prema standardu NMEA-0183. Treći i četvrti su programabilni.

<sup>2</sup>OEM (engl): Original Equipment Manufactured



Slika 3.4: Shema komponenti GPS prijemnika  $\mu$ -blok MS1

- Pristup svim iglicama procesora SH-7020, za eksterno programiranje kontrolera;
- 1PPS signal koji generiše impuls svake UTC sekunde sa tačnošću od 60 ns i
- Priključak za L1 aktivnu ili pasivnu antenu.

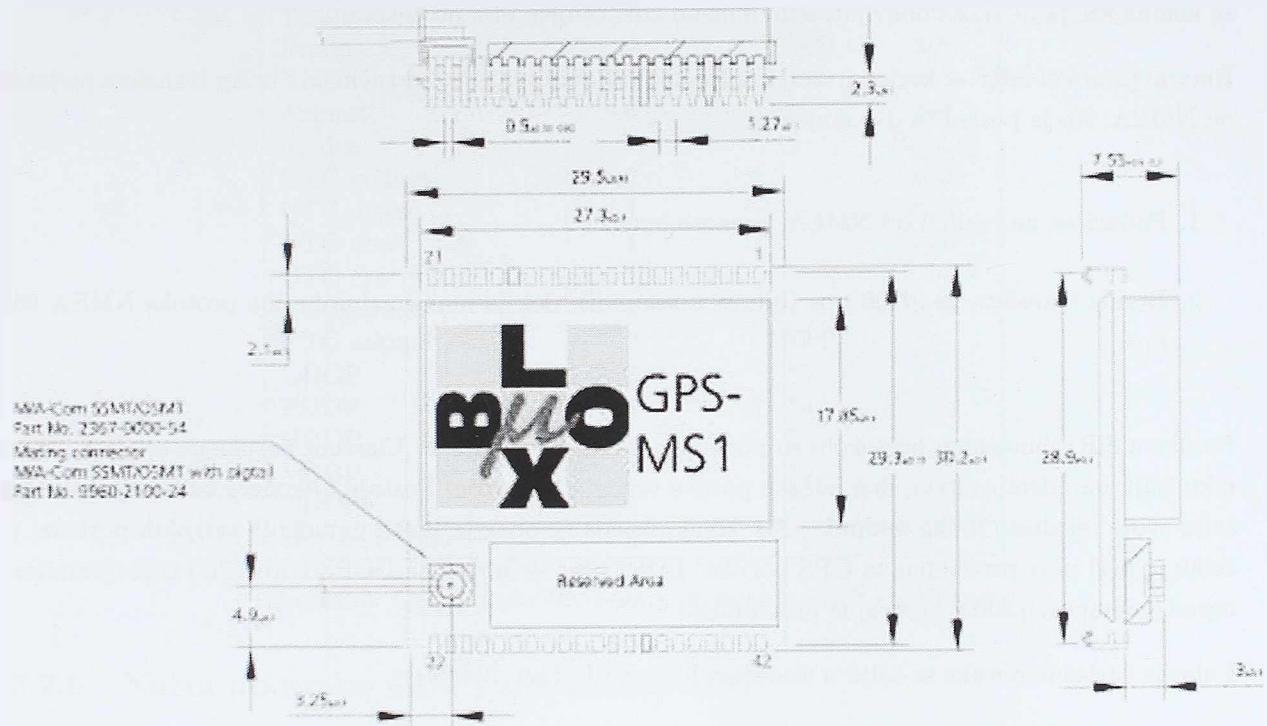
Ploča se napaja jednosmernom strujom napona 3,3 V i jačine 500 mA. Dimenzije čipa i numeracija kontakata prikazani su na slici 3.5, a tabelarni pregled kontakata pregledno je dat u tabeli 3.2. Tip kontakta može biti:

- I: ulazni (input);
- O: izlazni (output) ili
- I/O: ulazno-izlazni.

Za komunikaciju sa prenosnim računarom (prema protokolu RS232), korišćeni su kontakti RX\_0 (prijem) i TX\_0 (slanje). Nula označava prvi od dva porta. Serijski izvodi nisu TTL kompatibilni, s obzirom na činjenicu da generišu napon od +3.3 V, a ne +5 V. Stoga je, za potrebe uspostavljanja kompatibilnosti sa RS232, konstruisano kolo za konverziju napona sa +3.3 na +5 V, korišćenjem MAX 3232 integriranog ispravljača. Na kontaktu 1PPS svake UTC sekunde generiše se napon od +3.3 V, što se koristi u integracionom programu za zaokruživanje vremena na sistenskom satu računara na celu UTC sekundu. Ovde konverzija napona nije bila potrebna, pošto se kontrola signala vrši posebnim postupcima.

Na kontakt Vcc se dovodi napon od +3.3V, a koristi se za napajanje čipa. Napajanje aktivne GPS antene se vrši preko kontakta Vant. Kontakti GND su uzemljjenje.

Kontakti GPIO\_0 do GPIO\_11 predstavljaju izvode direktno sa mikrokontrolera SH-1 i mogu se iskoristiti za preprogramiranje ugrađenog upravljačkog programa. Kako je ovde kontrola vršena pomoću eksternog kontrolera (prenosnog računara), nije bilo potrebe za dodatnim programiranjem SH-1.

Slika 3.5: Dimenziije i raspored kontakata GPS prijemnika  $\mu$ -blox MS1

Br.	Tip	Naziv	Br.	Tip	Naziv	Br.	Tip	Naziv
1	I	Vcc	15	I	RX_3	29	I	RX_1
2	I	GND	16	O	TX_2	30	O	TX_0
3	I/O	GPIO_11	17	I	RX_2	31	I	RX_0
4	I/O	GPIO_10	18	I	LP_A	32	I/O	GPIO_7
5	I/O	GPIO_9	19	I	Vcc	33	I/O	GPIO_6
6	I/O	GPIO_8	20	I	Vant	34	I/O	GPIO_5
7	I	NMI	21	I	GND	35	I/O	GPIO_4
8	I/O	RESET_N	22	I	GND	36	I/O	GPIO_3
9	I	TEST_I	23	I	Vcc	37	I/O	GPIO_2
10	O	TEST_O	24	I	TEST_D	38	I/O	GPIO_1
11	O	WAKEUP_N	25	I	Vbat	39	I/O	GPIO_0
12	O	WAKEUP	26	I/O	SCK1	40	O	CPU_CLK
13	I/O	1PPS	27	I/O	SCK0	41	I	GND
14	O	TX_3	28	O	TX_1	42	I	Vcc

Tabela 3.2: Raspored kontakata na GPS prijemniku  $\mu$ -blox MS1

### 3.2.4 Komunikacija i protokoli

Protokoli preko kojih se komunicira sa MS1 su SiRF binarni protokol ili NMEA ASCII protokol, pri čemu se komunikacija ne može obavljati istovremeno korišćenjem oba protokola.

Binarni protokol SiRF se koristi u ovoj implementaciji radi svoje jednostavnosti i bržeg transfera podataka od NMEA, što je posledica dve činjenice:

1. Podaci se, za razliku od NMEA, prenose binarno i
2. Brzina transfera je 19200 bps (bitova u sekundi), dok je maksimalna brzina protoka NMEA 9600 bps.

Poruke u SiRF binarnom protokolu su podeljene na ulazne i izlazne. Ulažnim porukama se GPS prijemniku šalju određeni zahtevi, dok izlazne poruke vraćaju odgovore. Postoje, takođe, i izlazne poruke koje šalju svoje rezultate svake sekunde. Sva komunikacija se obavlja preko ugrađenih serijskih portova, pri čemu je prvi port predviđen za GPS poruke. Drugi port se koristi za DGPS korekcije i reprogramiranje ugrađenog upravljačkog programa prijemnika.

I ulazne i izlazne poruke se šalju u sledećem formatu [u-blox, 1999]:

Startna sekvenca	Dužina poruke	Poruka	Kontrolna suma	Završna sekvenca
0xA0 0xA2	dva bajta (15 bitova)	Do $2^{10}-1$ (<1023)	Dva bajta (15 bitova)	0xB0 0xB3

Početna i završna sekvenca su izabrane tako da imaju vrednosti koje se retko (ili uopšte ne) pojavljuju u poruci, pa program za obradu može lako da razgraniči dve poruke. Dužina poruke je 15-bitni broj koji se razlikuje od poruke do poruke. Sama poruka može biti dužine do jednog kilobajta. Kontrolna suma se računa kao suma po modulu 15 i koristi se za kontrolu ispravnosti primljene poruke. Završna sekvenca služi za detekciju završetka poruke.

U radu sa MS1 koristi se samo jedna izlazna poruka koja nije deo originalne SiRF specifikacije, već je proširenje koje je  $\mu$ -blox dodao ugrađenom upravljačkom programu. Poruka nosi broj 98 i sadrži podatke prikazane u tabeli 3.3.

Za određivanje približnih koordinata mesta posmatranja koriste se podaci: (1) Latitude i (2) Longitude, koji daju vrednosti geodetske latitude i longitude, respektivno, sa tačnošću boljom od 20 m. Kao što je pokazano u analizi upotrebe ovako određenih koordinata, tačnost je dovoljna za potrebe orientacije horizontalnog limba teodolita u astrolabiji, kao i za usvajanje približnih koordinata položaja mesta zenita, kod fotografске metode određivanja astronomskih koordinata mesta opažanja.

UTC vremenska skala se ovde održava korišćenjem polja sa prefiksom UTC. Ovako dobijeno vreme je tačnost reda  $\mu$ s, što je dovoljno za inicijalno uspostavljanje veze između časovnika na prenosnom računaru i GPS izvora UTC vremena. Tokom rada će se koristiti signal 1PPS koji je poravnat sa UTC sa tačnošću od 60 ns.

Naziv	Dužina [byte]	Razmara	Jedinica
Identifikator poruke	1		
Latituda	4	*10 <sup>8</sup>	rad
Longituda	4	*10 <sup>8</sup>	rad
Visina	4	*1000	m
Brzina	4	*1000	m/s
Nagib	4	*1000	m/s
Azimut	4	*10 <sup>8</sup>	rad
Modus	1		Bitmap
UTC godina	2		god.
UTC mesec	1		mes.
UTC dan	1		dan
UTC čas	1		h
UTC minut	1		min
UTC sekund	2	*1000	s
GDOP	1	*5	
PDOP	1	*5	
HDOP	1	*5	
VDOP	1	*5	
TDOP	1	*5	
Dužina poruke	39	*5	

Tabela 3.3: Opis poruke 98, prema proširenju SiRF specifikacije

### 3.2.5 Način upotrebe GPS ploče $\mu$ -blox MS1

#### Inicijalizacija GPS prijemnika

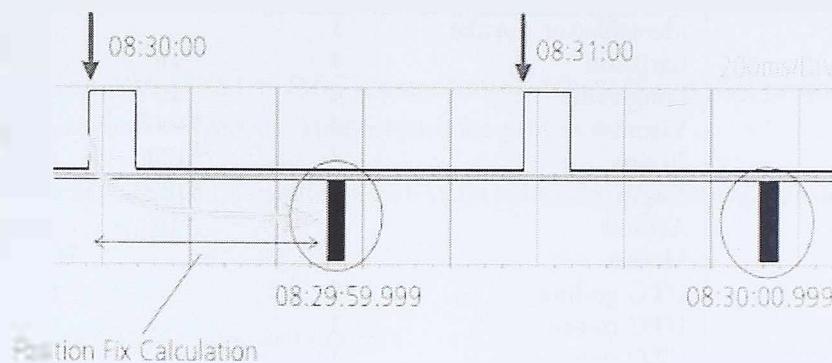
Po uključenju GPS prijemnika, potrebno je sačekati određeno vreme, kako bi prijemnik uspostavio parametre časovnika, satelitske konstelacije i približnog položaja. Kod prijemnika MS1 moguće su četiri varijante inicijalizacije:

1. Hladni start (*Cold Start*): Prijemnik nema rezervnu (*backup*) bateriju pa, prilikom svakog isključenja, nema informaciju o poslednjem položaju antene, stanju časovnika i satelitskoj konstelaciji;
2. Topli start (*Warm Start*): Ako je rezervna baterija u funkciji, prijemnik može, iz poslednjih registrovanih podataka pre isključenja, rekonstruisati satelitsku konstelaciju i približni položaj, zbog čega mu je potrebno manje vremena za dovođenje u operativni modus;
3. Vrući start (*Hot Start*): Ako je prijemnik bio isključen manje od dva časa, na osnovu emitovanih efemerida računa svoj položaj i
4. Reaktivizacija (*Reacquisition*): Ovaj slučaj se dešava u urbanim sredinama, gde se signal sa satelita na kratko izgubi zbog blizine visokih zgrada.

U zavisnosti od broja raspoloživih satelita, u najgorem slučaju je potrebno oko 60 s za hladni start. U konkretnom slučaju (astrogeodetka opažanja), pretpostavlja se da se merenja vrše na adekvatno uređenim prostorima (bez optičkih prepreka prema nebu), vreme potrebno za inicijalizaciju GPS prijemnika je reda nekoliko sekundi.

#### Metodologija rada

Upotreba prijemnika MS1 se, u ovom slučaju, svodi na dve operacije:



Slika 3.6: Kašnjenje informacije o UTC sekundi

1. Pre početka merenja, GPS prijemnik se priključuje na serijski port prenosnog računara koji, preko integracionog programa, prihvata SiRF binarnu poruku br. 98, iz koje preuzima geodetsku širinu i dužinu, kao i vreme prema UTC skali, koju prenosi u datoteku merenja, uspostavljajući vezu sa sistemskim časovnikom u računaru. Koordinate se određuju, s obzirom na metodu (autonomni režim), sa tačnošću od 15 m do 20 m, što je dovoljno precizno, pošto razlika geodetskih i astronomskih koordinata, usled otklona vertikale, može iznositi i do desetak sekundi, odnosno, preko 300 m i
2. Tokom merenja, poruke iz GPS prijemnika se ne koriste, već samo dopunske iglice porta, 5 i 6, koje su povezane sa 1PPS signalom na MS1. Integracioni program registruje trenutak generisanja signala između iglica 5 i 6 i pokreće posebno napisanu prekidnu funkciju koja upisuje stanje broja ciklusa procesora u datoteku merenja. Na taj način, sistemsko vreme prenosnog računara je usklađeno sa skalom UTC reda  $\mu$ s, čime greška merenja vremena postaje beznačajna u odnosu na ostale greške, posebno ličnu grešku operatora.

Razlog ovako implementirane funkcije održavanja vremena sihronizovano sa skalom UTC leži u načinu distribucije vremena putem prijemnika MS1 i sistema emitovanja poruka. Prema specifikaciji SiRF, poruke se emituju svake sekunde. Verzija upravljačkog programa koja će se koristiti u eksperimentu emituje vreme sinhronizovano sa skalom UTC [u-blox, 2000]. Svake cele UTC sekunde, na kontaktu 1PPS (kontakt br. 13, slika 3.4 i tabela 3.2) generiše se pozitivan napon. U tom trenutku počinje emitovanje poruka koje su izabrane za prihvatanje od strane eksternog kontrolera. Poruka o vremenu se, preko serijskog porta prijemnika, emituje 200 do 400 ms posle iniciranja kontakta 1PPS (slika 3.6).

Programski je problem rešen tako što, na početku merne sesije, integracioni program sačeka pojavljivanje poruke br. 98 (preko serijskog porta), pročita UTC vreme. U trenutku pristizanja signala 1PPS, inicira se prekidna funkcija koja pročita broj ciklusa procesora i, zajedno sa UTC vremenom dobijenim iz poruke br. 98, upiše ga u datoteku merenja. Na taj način je sistemski sat na računaru doveden u vezu sa UTC vremenom u apsolutnom smislu. Kod narednih registrovanja logičke jedinice na 1PPS, prekidna funkcija u datoteku merenje upisuje samo trenutan broj ciklusa procesora.

### 3.3 CCD kamera

#### 3.3.1 Geometrijske karakteristike CCD kamere

U karakteristike CCD integralnog kola (čipa), koje su ključne prilikom upotrebe CCD kamere u astrogeodetskim određivanjima, ubraju se [Martinez and Klotz, 1998]:

- 1D ili 2D CCD čip;
- Veličina tačke;
- Osetljiva površina i tamna zona (*dead zone*) tačke;
- Crno-beli ili kolor čip i
- Broj tačaka i veličina čipa.

U zavisnosti od načina rasporeda fotoosetljivih elemenata (ćelija) po površi CCD čipa, razlikuju se **1D** ili **2D** CCD čipovi. Kod 1D čipova, fotoosetljivi elementi su raspoređeni linearno, jedan pored drugog, u jednom redu. Ova vrsta kamere koristi se za praćenje veštačkih Zemljinih satelita, pri čemu se čip postavlja upravno u odnosu na putanje satelita koji se prati. Drugu grupu čipova čine 2D CCD čipovi, kod kojih su fotoosetljivi elementi raspoređeni u vidu pravougaone matrice. Ova vrsta čipova je dominantna.

Veličina tačke (*pixel*) je druga bitna geometrijska karakteristika CCD čipa. Veličina jedne tačke je reda mikrometra ( $6\text{-}30 \mu\text{m}$ ). Što je veličina tačke manja, slika dobijena CCD kamerom je preciznija. Posmatrano u kontekstu astronomskih određivanja, manja tačka ima manju zasićenost fotonima, što omogućava uočavanje manje svetlih objekata na noćnom nebu.

Podatak o veličini tačke koji daju proizvođači odgovara rastojanju između centara susednih tačaka, što ne odgovara i fizičkoj veličini fotoosetljivog elementa. Naime, između susednih elemenata ćelije postoji određeno rastojanje koje nije osetljivo na fotone svetlosti. To rastojanje se naziva tamnom zonom.

U početku su se pravile isključivo crno-bele CCD kamere. Svaka tačka na dobijenoj slici bila je predstavljena određenim nivoom sive boje, u zavisnosti od primenjene analogno-digitalne konverzije. Slike u boji su simulirane snimanjem istog dela neba primenom, redom, crvenog, zelenog i plavog filtera. Kombinacijom tri slike dobijana je slika u boji. Kasnije su se pojavili kolor CCD čipovi, kod kojih se jedna tačka u finalnoj slici dobija kao RGB vrednost tri susedne tačke na CCD čipu. Svaka od tri susedne tačke sadrži odgovarajući filter, radi propuštanja samo određene talasne dužine svetlosti.

Od broja tačaka CCD čipa zavisi i kvalitet dobijene slike u smislu nivoa detalja. Veći broj tačaka znači i bolju rezoluciju (moć razdvajanja) slike, čime se na slici mogu uočiti i objekti manje prividne veličine. Sto se tiče astrometrije, na čipu veće rezolucije moguće je preciznije pozicioniranje centra zvezde, čime se povećava tačnost merenja.

### 3.3.2 Princip rada CCD kamere

Funkcionisanje CCD čipa odvija se kroz tri faze:

- Ekspozicija;
- Iščitavanje i
- Integracija slike.

**Ekspozicija** je postupak u toku kojeg se u fotoosetljivim ćelijama, pod kontrolisanim uslovima raspodele napona, stvara određena količina nanelektrisanja koja je proporcionalna fluksu zračenja (ili osvetljenosti) i vremenu ekspozicije. Iznad određene količine zračenja, proporcionalnost se postepeno pretvara u konstantnost, odnosno, dolazi do zasićenosti.

**Iščitavanje** je postupak premeštanja napona između fotoosetljivih elemenata. CCD čip je integralno kolo sa iglicima različitih funkcija. Prva grupa iglica prima (od strane elektronike kamere) konstantne napone koji se koriste za napajanje strujom različitih delova čipa. Druga grupa iglica prima, takođe od kamere, napone koji variraju između osnovne i pobuđene vrednosti. Ovi signali se nazivaju vremenskim signalima. Konačno, izlazna iglica se koristi za očitavanje napona na konkretnoj CCD ćeliji. Iščitavanje se vrši red po red ili kolona po kolona, prelivanjem količine naelektrisanja iz jedne u susednu ćeliju sukcesivno.

**Integracija slike** je postupak kojim se naponi u CCD ćelijama, dobijeni dejstvom fotona svetlosti, pretvaraju u digitalne vrednosti, čime se kompletira formiranje slike. Postoje dve grupe vremenskih signala:

- vertikalni i
- horizontalni.

Pored matrice fotoosetljivih elemenata, CCD čip sadrži još jedan niz ćelija koji odgovara broju ćelija u jednom redu čipa. Ovaj red ćelija, koji se naziva horizontalnim registrom, zaštićen je od dejstva svetlosti i služi da se u njegove ćelije prenesu naelektrisanja iz poslednjeg reda fotoosetljivih elemenata. Kad je završeno izlaganje CCD čipa svetlosti, aktivira se vertikalni vremenski signal, kojim se vrši premeštanje naelektrisanja iz prvog reda ćelija u drugi red, drugog u treći i tako dalje, dok se naelektrisanja iz poslednjeg reda premeštaju u horizontalni registar. U međuvremenu se primenjuju horizontalni vremenski signali onoliko puta koliko ima CCD ćelija u jednom redu čipa. Horizontalnim vremenskim signalima naelektrisanje iz prve ćelije horizontalnog registra se premešta u drugi, drugi u treći i tako dalje, dok se sadržaj poslednje ćelije horizontalnog registra šalje na izlaznu iglicu CCD čipa, preko koje se napon dovodi do A/D pretvarača, radi dobijanja digitalne predstave stanja napona CCD ćelije u  $i$ -toj vrsti i  $j$ -toj koloni. Postupak se ponavlja dok se ne prenese vrednost svih ćelija čipa.

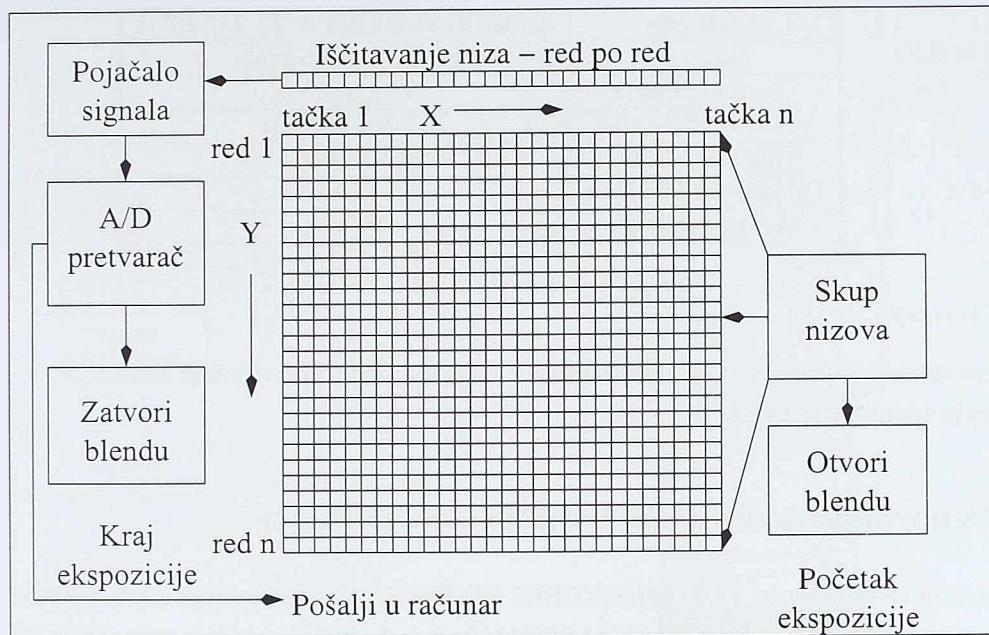
Način na koji će se tačno vršiti premeštanje naelektrisanja, kojom brzinom će se otvarati i zatvarati blenda i sa kojim kvalitetom će se vršiti A/D konverzija napona, zavisi od konkretne implementacije CCD čipa i, takozvanog, vremenskog dijagrama koji precizno definiše postupak iščitavanja i integracije slike.

Shematski prikaz rada CCD čipa prikazan je na slici 3.7.

### 3.3.3 Performanse CCD čipa

Performanse CCD čipa karakterišu sledeći parametri:

- osetljivost CCD ćelije,
- kapacitet tačke,
- linearnost,
- efikasnost transfera i
- nulta tačka („tamna struja”).



Slika 3.7: Princip rada CCD čipa

**Osetljivost** CCD čipa se izražava u količini nanelektrisanja po jedinici primljene svetlosne energije, otuda je jedinica osetljivosti kulon po džulu, odnosno, amper po vatu. Osetljivost se meri odnosom broja nastalih elektrona i količine svetlosti izražene brojem fotona palih na CCD čip. Kvantna efikasnost (QE) CCD ćelije je između 50% i 90%. Poređenja radi, klasičan fotografski film ima QE od 4% do 5%.

**Kapacitet tačke** zavisi od veličine CCD ćelije. Što je veća ćelija, veći je i njen kapacitet. Sa stanovišta astronomskih opažanja, veći kapacitet ćelije znači da će se ćelija sporije puniti elektronima, pa su moguće duže eksponacije svetlijih objekata. S druge strane, ćelija malog kapaciteta će se brzo napuniti elektronima, nakon čega počinje njihovo prelivanje u susedne ćelije, što uzrokuje efekt nazvan **zasićenjem**.

**Linearnost** je karakteristika CCD čipa da nakon dvostruko duže eksponacije generiše (skoro) dvostruko veći broj elektrona. CCD je skoro savršeni linearni detektor. Ova karakteristika nema značaja u astrometrijskim primenama koji se razmatraju u ovom radu, s obzirom na to da se ovde radi o vrlo kratkim eksponacijama i određivanju položaja, a ne o merenju intenziteta.

**Efikasnost transfera** je podatak kojim se definiše broj elektrona koji su izgubljeni u postupku iščitanja i integracije, tokom premeštanja napona iz fotoosetljivih ćelija u horizontalni registar. Ovaj broj je vrlo mali, pa je efikasnost transfera reda 0,99999, što znači da se gubi, otprilike, jedan elektron od 100000.

**Tamna struja** je pojava generisanja elektrona u fotoosetljivim elementima i bez izlaganja CCD čipa dejstvu svetlosti. Ova pojava nastaje usled procesa unutar fotosenzora i učestvuje u svakoj kreiranoj slici. Bitne osobine tamne struje su:

- pod jednakim temperaturnim uslovima, fotosenzor generiše u proseku uvek isti broj elektrona u jedinici vremena
- generisan električni napon je kvaziproporcionalan vremenu integracije i

CCD čip	Kodak KAI-2020M + TI TC-237H
Matrica	$1600 \times 1200$ piksela,
Ukupno piksela	1,92 miliona
Veličina CCD čipa	$11,8 \times 8,9$ mm
Veličina piksela	$7,4 \times 7,4$ $\mu\text{m}$
Dijagonala CD čipa	14,8 mm
A/D pretvarač	16 bita

Tabela 3.4: Karakteristike CCD čipa

- tamna struja veoma zavisi od temperature CCD čipa; njen intenzitet se smanjuje za faktor dva pri sniženju temperature za  $6^\circ$ .

### 3.3.4 Osnovne karakteristike korišćene CCD kamere

U eksperimentu će se koristiti CCD kamera SBIG ST-2000XMC, proizvedena 2005. godine. Ova kamera sadrži u sebi dva CCD čipa: Kodakov KAI-2001M, koji se koristi za prihvatanje slike i TI TC237, koji služi za autonavodenje. Veličina pojedinačnog piksela ove kamere je  $7,4 \mu\text{m} \times 7,4 \mu\text{m}$ , što znači da je, uz ukupnu rezoluciju čipa od  $1600 \times 1200$  piksela (1,92 megapiksela), veličina CCD čipa  $11,8 \times 8,9$  mm. Čip je namenjen za ugradnju u profesionalne kamere. Karakterišu ga slaba tamna struja i zanemarljivo kašnjenje. S obzirom na USB 2.0 vezu sa računarcem, prosečno vreme prihvatanja punog snimka je 4,5 s. Osnovne karakteristike kamere su prikazane u tabeli 3.4 [SBIG, 2002].

### 3.3.5 Arhitektura kamere ST-2000XMC

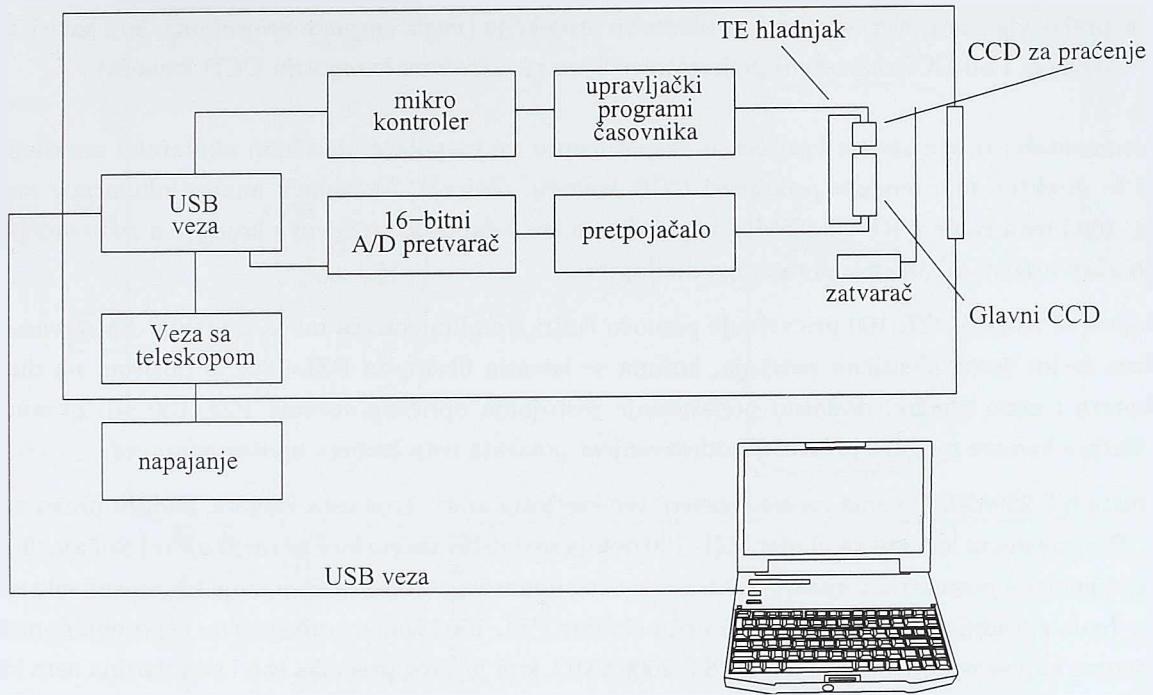
Za razliku od starijih SBIGovih modela kamera, gde je logika kamere izdvojena u eksternom kućištu, kod modela ST-2000XMC u glavi kamere se nalazi kompletan elektronika. Shema ST-2000XMC je prikazana na slici 3.8.

Kamera se hlađi ugrađenim termoelektričnim (TE) hladnjakom, koji ispumpava toplotu iz CCDA i odvodi je u sakupljač toplote, koji je deo glave metalnog kućišta. Višak toplote se izdvaja izmenjivačem toplote i malim ventilatorom. U izmenjivač toplote je, takođe, moguće ugraditi i sistem za vodeno hlađenje, što je korisno kod upotrebe kamere u toplijim predelima. Pošto se kamera hlađi do temperaturu ispod  $0^\circ$  C, radi sprečavanja stvaranja leda, hladnjak je ugrađen u hermetički zatvorenu komoru zapečaćenu O-prstenom. Posebni sistem za održavanje niske vlažnosti unutar komore omogućava održavanje tačke roze ispod temperaturu postignute hlađenjem kamere.

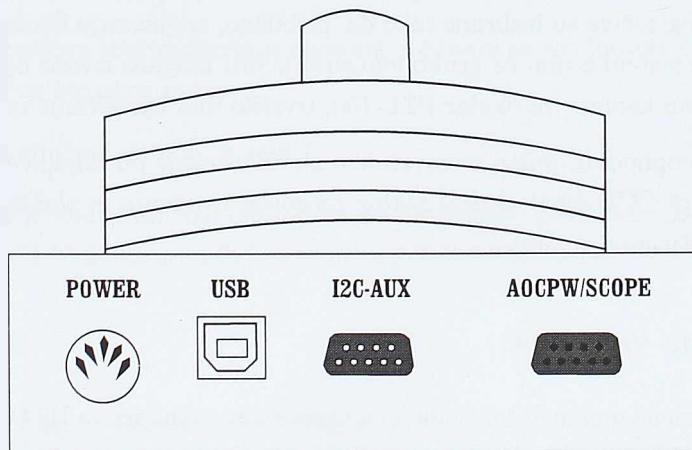
Uloga mikrokontrolera u kameri je regulisanje temperature CCD čipa. Analogno-digitalni pretvarač digitalizuje podatke u CCD-u i prosleđuje ih kompjuteru koji ih skladišti. Preko USB kontrolera i odgovarajućeg kabla, slika se skladišti u kompjuteru.

Problem tamne struje egzistira kod svih CCD kamera. Na sobnoj temperaturi, čak i u potpunom odsustvu svetlosti, CCD će vrlo brzo generisati veliki broj elektrona. Zbog toga se mnogo pažnje posvećuje problemu hlađenja CCD čipa. Sistem za hlađenje kamere ST-2000XMC obezbeđuje vrlo kvalitetnu tamnu sliku (sliku sa zatvorenom blendom), tako da, na temperaturi od  $0^\circ$  C, tamna struja kamere iznosi svega 60 elektrona po minuti. Ovim su omogućene vrlo dugačke eksponicije (nekoliko sati), pa se mogu snimati i objekti slabog sjaja.

Shema komunikacionih portova kamere ST-2000XMC prikazana je na slici 3.9. Napajanje od 220 V obezbeđuje se putem priključka *Power*. Priključak *USB* je namenjen brzoj USB 2.0 vezi sa računarcem,



Slika 3.8: Shema CCD kamere ST-2000XMC



Slika 3.9: Komunikacioni portovi kamere ST-2000XMC

na kome je pokrenut upravljački program CCDOps koji se koristi za komunikaciju i upravljanje kamerom. Prikључci I2C-AUX i AO/CFW/Scope su namenjen naprednoj komunikaciji. Oba su u formi serijskih priključaka DB9. Princip njihovog korišćenja je opisan u poglavlju 5.1.3.

## 3.4 Softversko-hardverska integracija

### 3.4.1 Povezivanje kamere na optički sistem

CCD kamera SBIG ST-2000XMC je, originalno, namenjena upotrebi u klasičnim astrometrijskim aplikacijama i stoga se isporučuje zajedno sa adapterima standardnim za teleskope koji se nude na tržištu. Generalno, CCD kamera se na teleskop može namontirati na dva načina:

- preko odgovarajućeg T-adaptera za povezivanje klasičnog fotoaparata ili CCD kamere ili

- preko odgovarajućeg adaptera za okularnu projekciju (*engl. eyepiece projection*), koji zavisi, između ostalog, i od CCD kamere (opcija je specifična za određenu kategoriju CCD kamera).

Instrumentalni merni sistem korišćen u eksperimentu ne raspolaže klasičnim okularnim završetkom na koji bi direktno bilo moguće priključiti CCD kameru. Zato je, na osnovu analize okularnog završetka PZL-100 i usta kamere ST-2000XMC, napravljen nacrt adaptera, na osnovu kojeg je u radionici precizne mehanike urađen odgovarajući mesingani adapter.

Adapter se za telo PZL-100 pričvršćuje pomoću četiri tromilimetarska inbus zavrtnja. Sa strane kamere nalaze se još četiri identična zavrtnja, kojima se kamera fiksira za PZL-100. S obzirom na dimenzije adaptera i usta kamere, dodatno podešavanje rastojanja optičkog sistema PZL-100 od fokusne ravni CCD čipa kamere moguće je izvesti podešavanjem položaja usta kamere unutar adaptera.

Kamera ST-2000XMC nema na sebi sočivo, već svetlosni zraci, kroz usta kamere, padaju pravo na CCD čip. Povezivanjem kamere na okular PZL-100 dobija se optički sistem koji se razlikuje od slučaja direktnog opažanja okom posmatrača upravo u odsustvu ovog dodatnog, trećeg, sočiva, koje bi zamenjivalo sočivo u oku. Ipak, ugradnja dodatnog sočiva između okulara PZL-100 i kamere omogućena je posebnim metalnim prstenom koji se isporučuje uz kameru ST-2000XMC, koji je istog prečnika kao i standardna usta kamere, sa standardnim navojem. Zamenom originalnih usta kamere prstenom sa ugrađenim sočivom mogu se dodatno podesiti karakteristike složenog optičkog sistema.

Karakteristike dodatnog sočiva su izabrane tako da, približno, odgovaraju karakteristikama ljudskog oka. Time se dobija optički sistem kojim će grubo fokusiranje biti moguće izvesti optičkim putem, dok bi se, naknadnim montiranjem kamere na okular PZL-100, izvršilo fino fokusiranje nebeskog tela.

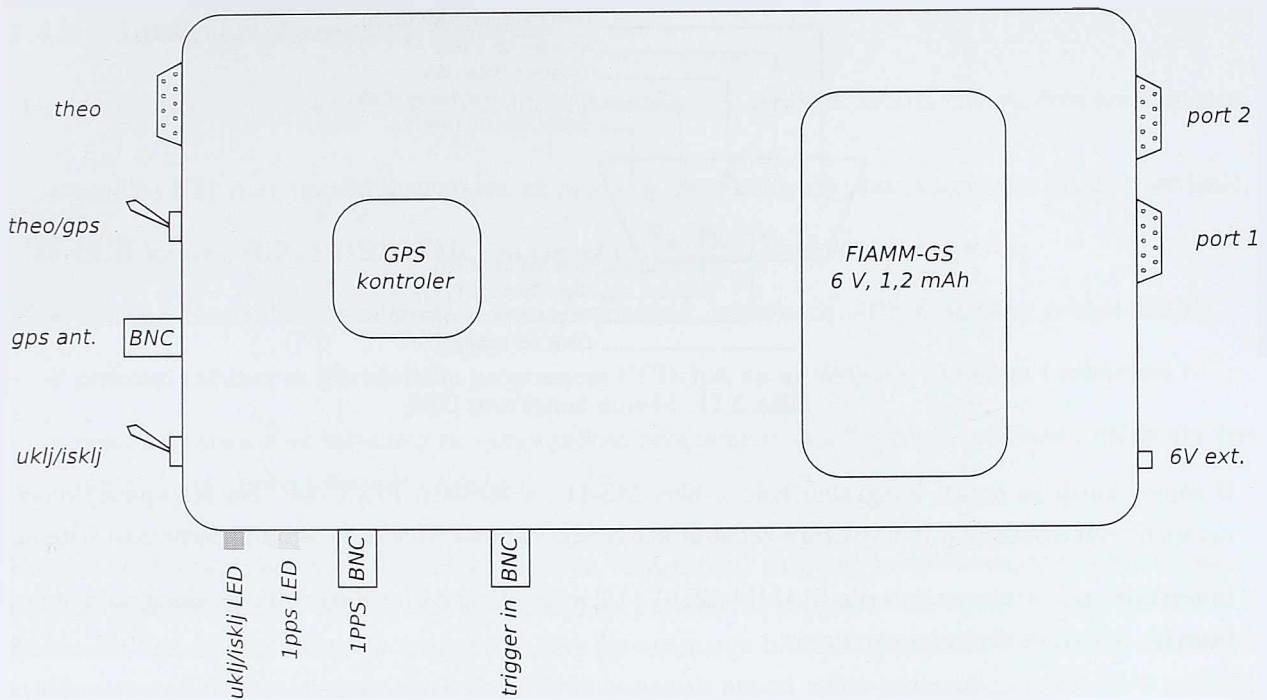
Dodatno sočivo nije neophodno, pošto se zavrtnjem za fokusiranje putanja svetlosnog zraka može fokusirati direktno na površ CCD čipa. Jedini razlog njegovog uvođenja je olakšano približno izoštravanje željenog cilja, pre montiranja kamere.

### 3.4.2 Održavanje vremena

Permanentna veza vremena merenog časovnikom u prenosnom računaru sa UTC skalom održava se putem GPS mikrokontrolera. Konstrukcija modula za održavanje vremena je izvedena tako da se može koristiti u različitim kombinacijama mernih sistema za potrebe astrogeodetskih određivanja [Ogrizović, 2002].

Elektronika je upakovana u metalno kućište sa poklopcom. Dimenzije kućišta znatno prevazilaze veličinu štampane ploče sa elektronikom. Ovakav pristup je izabran da bi u kućište mogla da se smesti i olovna baterija 1,2 mAh, za napajanje GPS prijemnika u uslovima odsustva spoljnog izvora napajanja. Shematski prikaz modula za održavanje vremena prikazan je na slici 3.10. Na levoj strani kutije se nalaze sledeće priključnice i prekidači:

- ulazni serijski port namenjen je povezivanju sa elektronskim teodolitom, prilikom upotrebe mernog sistema u astrolabiji;
- prekidač *theo/gps* određuje da li će se na izlazne portove (*out1* i *out2*) prosleđivati poruke sa elektronskog teodolita ili GPS kontrolera. Ovakvo rešenje je izabранo zbog toga što laptop računari, uglavnom, ne poseduju dva serijska porta, pa se signali sa GPS prijemnika i teodolita primaju odvojeno, a prilikom upotrebe GPS kontrolera za metodu jednakih odstojanja i elektronske teodolite,



Slika 3.10: Shematski prikaz modula za održavanje vremena

potrebna je naizmenična komunikacija prenosnog računara sa teodolitom i GPS prijemnikom, koja se odvija preko istog serijskog porta;

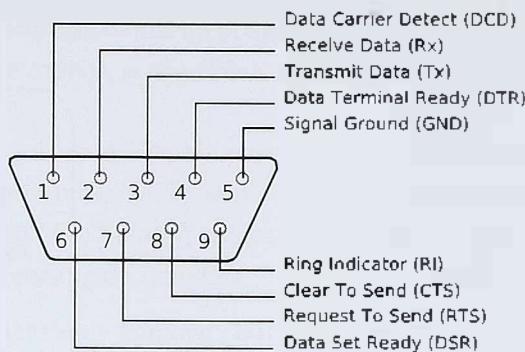
- GPS antena se priključuje na ulaz *gpsant* i
- prekidač *uklj/isklj* je realizovan kao trostepeni, sa centralnim položajem „isključeno“, dok se jednim od krajnjih položaja bira eksterno ili interno (baterijsko) napajanje.

Sa prednje strane se nalaze:

- crvena LED *on*, indikator aktivnosti kontrolera;
- BNC konektor *1PPS*, za povezivanje 1PPS na eksterni kontroler. Ovaj priključak je korišćen u postupku ispitivanja stabilnosti oscilatora GPS prijemnika;
- zelena LED *1pps*, indikator emitovanja 1PPS. Pošto na samom prijemniku ne postoji ekran na kome bi se očitavalo stanje aktivnosti, kontrolu prisutnosti dovoljnog broja satelita predstavlja treptanje ove lampice u intervalima od 1 UTC sekunde i trajanju od 100 ms i
- BNC priključak *trigger in*, koji se koristi za registraciju prolaska zvezde.

Desna strana kutije sadrži:

- dva serijska DB9 porta, namenjena emitovanju poruka koje se prosleđuju upravljačkom programu na prenosnom računaru. Sadržaj poruka i implementacija programskog rešenja se razlikuju u zavisnosti od upotrebljene metode merenja i primjenjenog instrumentarija. Na oba porta se prosleđuju identični signalni, pri čemu se port 2 može koristiti i kao ulazni, za potrebe preprogramiranja interne memorije GPS kontrolera i
- priključak za eksterno napajanje.



Slika 3.11: Shema konektora DB9

U samoj kutiji se nalazi integralno kolo  $\mu$ -blok MS-1E, u formatu PLCC-84. Na štampanoj ploči je ugradena elektronika čiji je najvažniji zadatak konverzija napona između pojedinih elemenata sistema.

Interna baterija je olovna baterija FIAMM-GS 6V, 1,2 mAh. U slučaju potrebe dugotrajnog rada, umesto baterije, koristi se eksterno napajanje.

### 3.4.3 Upravljanje različitim klasama signala

Ograničavajući faktor kod upotrebe modula za održavanje vremena i rukovanje sistemom je prisutnost svega jednog serijskog ulaznog porta na prenosnom računaru. Iz tog razloga su, osim standardnih signala RX, TX i GND, koji se koriste u serijskoj komunikaciji, za potrebe registracije vremena iskorišćeni i ostali priključci standardnog serijskog porta u formatu DB9.

Ukoliko se modul koristi za astrolabiju, upravljački program komunicira sa:

- GPS prijemnikom (jednosmerna komunikacija) i
- elektronskim teodolitom (dvosmerna komunikacija).

Komunikacija sa GPS prijemnikom se, u delu standardnog serijskog protokola SiRF ili NMEA, obavlja u pripremnom delu terenskog rada, prilikom usvajanja približnih koordinata mesta opažanja, a za potrebe izrade opažačkog programa. Tokom merne sesije, serijska komunikacija sa GPS prijemnikom nije potrebna, pa se iglice Rx i Tx mogu koristiti za komunikaciju sa teodolitom. Raspored iglica na klasičnom DB9 konektoru prikazan je na slici 3.11.

Pošto su iglice Rx i Tx zauzete tokom merne sesije, održavanje vremena (upoređenje časovnika) i registracije prolazaka nebeskih tela se vrše preko dopunskih iglica konektora DB9.

Prihvatanje sekundnih impulsa preko izvoda 1PPS izvedeno je preko iglice DCD. Ova iglica je izabrana zbog mogućnosti permanentnog održavanja vremena na računaru preko NTP protokola. Upravo se, izborom 1PPS discipline časovnika, ova iglica koristi za sinhronizaciju NTP servera sa klijentima.

Za registraciju prolaska zvezde rezervisane su iglice DTR i DSR, čije kratko spajanje upravljačkom programu daje signal da je izvršena registracija. Kako na ovim iglicama, u ovakvoj konfiguraciji, nema napona, potrebno je na jednu od dve iglice dovesti napon TTL nivoa, kako bi se signal preneo do serijskog porta računara koji vrši upravljanje sistemom.

### 3.4.4 Integracija mernog sistema

Merni sistem za merenje astronomskih koordinata opažanjem zenitnih zvezda čine sledeće komponente:

- zenitlot PZL-100, optički instrument za precizno uspostavljanje pravca tangente lokalne vertikale,
- CCD kamera SBIG ST-2000XMC, za registraciju snimka neba u okolini zenita,
- posebno konstruisani sistem za održavanje vremena, baziran na GPS kontroleru  $\mu$ -blox MS-1E,
- prenosni računar sa instaliranim programom CCDOps, za upravljanje kamerom i snimcima i
- prenosni računar sa instaliranim upravljačkim programom za održavanje vremena i beleženja vremenskih trenutaka kreiranja snimaka.

Kao što se iz spiska komponenti mernog sistema vidi, u ovoj varijanti je održavanje vremena izvedeno na posebnom računaru. Razlog za ovu odluku je potreba za programskim upravljanjem prekidima i prekidnim funkcijama. Kako je integracija slike (preuzimanje binarnih podataka sa kamere) vremenski kritična operacija, postoji mogućnost da se ovaj postupak uspori usled generisanja korisničkih prekida, što bi rezultovalo pogrešno prenetom slikom, a to znači i nepravilno registrovanim položajem zvezde na snimku.

Upravljački program je realizovan kroz dva potpuno nezavisna izvršna modula; jedan je namenjen isključivo upoređenju časovnika pre i posle merne sesije, dok je drugi aktivan tokom merenja i služi za registrovanje trenutaka kreiranja snimka. Prekidne instrukcije za prihvatanje 1PPS impulsa su realizovane u assembleru, uz istovremeno ukidanje pristupa ostalim rezidentnim programima, kako bi se maksimalno skratilo vreme odziva sistema za merenje vremena.



## Poglavlje 4

# Metode astrogeodetskih određivanja

### 4.1 Koordinate tačke na Zemlji

U geodeziji se u pozicioniranju koriste različite referentne površi i sistemi koordinata, u zavisnosti od toga koja vrsta merenja se koristi za njihovo određivanje. Na primer, rezultati GPS (Globalni sistem za pozicioniranje) merenja se odnose na geocentrični elipsoid WGS-84 (Svetски geodetski sistem). Elipsoid kao aproksimacija Zemljinog oblika se koristi i u postupku redukovanja dužina i uglova merenih na fizičkoj površi Zemlje. U zavisnosti od upotrebljenog sistema visina, kao datum se koriste geoid, kvazigeoid ili sferoid.

#### 4.1.1 Prirodne koordinate

Rezultati merenja u geodetskoj astronomiji se vezuju za geoid, odakle se i dobija sistem prirodnih koordinata. Astronomske ili geografske, kako se još nazivaju, koordinate su:

- Astronomska (geografska) latituda (širina)  $\Phi$ , ugao između ekvatora i normale na realnu nivosku površ (vertikala) i
- Astronomska (geografska) longituda (dužina)  $\Lambda$ , ugao između početnog meridijana i meridijana tačke na koju se longituda odnosi.

Meridijan je ravan koja sadrži Zemljinu osu rotacije. Ekvator je ravan upravna na Zemljinu osu rotacije. Vertikala je dvostruko zakrivljena linija u prostoru. Ona je u svakoj svojoj tački upravna na geopotencijalnu površ. Usled nehomogenosti gustina Zemljine kore sledi i nepravilna zakrivljenost linija lokalnih vertikalata.

#### 4.1.2 Geodetske koordinate

Datumska površ za linearne, uglovne i GPS merenja je obrtni elipsoid. Na Zemljinom obrtnom elipsoidu definišu se koordinate:

- Geodetska latituda (širina)  $\phi$ , ugao između ekvatora i normale na normalnu nivosku površ;
- Geodetska longituda (dužina)  $\lambda$ , ugao između početnog meridijana i meridijana tačke i

- Elipsoidna visina  $h$ , odsečak normale od površi elipsoida do tačke.

Normala je linija zakrivljena prema severu u ravni meridijana obrtnog elipsoida. Bitno je napomenuti da je elipsoidna visina geometrijskog karaktera i da u njeno određivanje nisu uključena fizička svojstva Zemlje. Veza između elipsoidne visine i fizičkih sistema visina proučava se detaljno u fizičkoj geodeziji.

#### 4.1.3 Otklon vertikale

Nehomogenost gustine unutrašnjosti Zemlje dovodi do postojanja nepravilne mreže astronomskih meridijana i paralela. Za razliku od mreže astronomskih latituda i longituda, pošto je sledeće matematičko približenje obliku Zemlje obrtni elipsoid, svi geodetski meridijani su elipse, a paralele krugovi.

Usled različitosti vertikale i normale, u svakoj tački fizičke površi Zemlje može se određivati **otklon vertikale**, što spada među najvažnije zadatke geodetske astronomije a, posledično, i geodezije, pošto se ovaj podatak koristi u postupku aproksimacije polja ubrzanja sile Zemljine teže.

## 4.2 Određivanje astronomskih koordinata mesta opažanja

### 4.2.1 Potreba za određivanjem astronomskih koordinata u geodeziji

Istorijski posmatrano, u prošlosti je određivanje astronomskih koordinata imalo daleko širi značaj. Astrogeodetskim metodama određene astronomska širina i dužina stanica koristile su se:

- u postupku pozicioniranja osnovnih državnih trigonometskih mreža,
- pri redukciji terestričkih merenja (dužina, horizontalnih i vertikalnih uglova),
- kao deo međunarodne permanentne kampanje određivanja položaja Zemljine ose rotacije i
- za određivanje geoida.

Napretkom tehnologije i usavršavanjem satelitskih i radio-astronomskih instrumenata i metoda merenja (GPS, VLBI, SLR, LLR itd.), uloga astrogeodetskih merenja u prve tri navedene primene je postala beznačajna, s obzirom na ekonomičnost i postignutu tačnost, dok je, s druge strane, razvojem gravimetrijskih metoda određivanja, kao i gradiometrijskih satelitskih misija, određivanje geoida postao daleko isplativije vršiti primenom ovih novih tehnika. Naime, astrometrijska određivanja su bila vezana za teško prenosive instrumente, koji su, uz to, bili analognog karaktera i uglavnom vezani za postupak klasične fotografije (u slučaju opažanja zenitnih zvezda) ili vremenski zahtevni i naporni za opažaća, u slučaju metode jednakih zenitnih odstojanja i upotrebe astrolaba, astronomskog univerzala ili nekog instrumenta drugog reda, na primer teodolita. Pored svega toga, održavanje vremena je vršeno preko radio-stanica, a obrada merenja je suviše dugo trajala. Sve ovo je rezultovalo skoro potpunim zamiranjem astrogeodetskog određivanja otklona vertikale i, sledstveno, određivanjem astrogeodetskog geoida.

Istraživanja na polju astrometrijskih određivanja su, ipak, nastavljena na pojedinim evropskim univerzitetima (Hanover, Bern, Grac i dr.) i to, prvenstveno, eksperimentalnim projektovanjem savremenih astrometrijskih instrumenata, baziranih, mahom, na foto-zenitnoj cevi, gde se, umesto klasične fotoosetljive ploče, koristi moderna CCD kamera. Veza sa UTC vremenskom skalom se, kod ovih instrumenata, po pravilu vrši primenom nekog od jeftinjih GPS kontrolera, dok se kompletna obrada prikupljenih slika vrši u računaru, opremljenom originalno napisanim programom, prilagođenom ovoj metodi merenja.

Druга грана истраживања се врши у правцу модернизације неке од зенитних метода одређивања ширине и дужине, на пример, методе jednakih zeničkih odstojanja, где се акценат ставља на употребу моторизованих теодолита и, eventualно, употребу CCD камере за регистрацију пролaska небеског тела, како би се минимизирала опаžачка грешка (грешка регистрације времена), која се у пуној мери искажује у оцененој вредности longitude.

У наставку ће бити описан главни представници савремених истраживања на пољу astrogeodetskog određivanja vertikalnih отклона, метода jednakih zeničkih odstojanja и метода опаžања zeničkih звезда применом зенитне камере.

#### 4.2.2 Metoda jednakih zeničkih odstojanja

Osnovna једначина Gausove методе jednakih zeničkih odstojanja је косинусна једначина за зенитно odstojanje  $z$ :

$$\cos z = \cos(90 - \Phi) \cos(90 - \delta) + \sin(90 - \Phi) \sin(90 - \delta) \cos t. \quad (4.1)$$

Мерене величине су зенитско одстojanje  $z$  и временски тренутак  $t$  пролaska звезде кроз almukantarat  $z$ . Величине које се оценjuju су:

- Astronomска латитуда  $\Phi$  и
- Astronomска longituda  $\Lambda$ .

Уколико се меренја обављају само у датом almukантару, на пример, употребом astrolaba с призмом, као допунски ефект, може се оценити и зенитно одстojanje almukантара у коме су вршена меренја.

Веза између часовног угла  $t$  и longitude  $\Lambda$  се налази преко зvezданог и svetskog времена. Веза између зvezданог времена  $s$  и часовног угла  $t$  data је једначином:

$$t = s - \alpha. \quad (4.2)$$

Зvezдано време  $s$ , израžено у функцији svetskog времена  $UT$  и longitude места посматрана  $\Lambda$ , добија се преко израза:

$$s = S_0 + (1 + \mu) UT + \Lambda. \quad (4.3)$$

где је  $\mu = \frac{1}{232}$  константа која дaje однос дужина зvezданог и sunčevog дана, а  $S_0$  mesno зvezдано време у поноћ у Greenwichu, које се računa u функцији времена израžеног u julijanskim vekovima  $T_0$ , u односу на standardnu epohu J2000.0:

$$S_0 = 6^{\text{h}} 41^{\text{min}} 50.54841^{\text{s}} + 8640184.^{\circ}812866 T_0 + 0.^{\circ}093104 T_0^2 - 6.^{\circ}2 \cdot 10^{-6} T_0^3. \quad (4.4)$$

Увodenjem (4.3) u (4.2), добија се израз:

$$t = S_0 + (1 + \mu) UT + \Lambda - \alpha, \quad (4.5)$$

одакле се уочава linearna веза часовног угла  $t$  и longitude  $\Lambda$ , па је, отуда,  $dt = d\Lambda$ . Jednačine поправака за Gausovу методу налазе се razvijanjem funkcije (4.1) u Taylorov red:

Ako se usvoji:

$$\begin{aligned} z &= z_0 + dz - \varepsilon_z \\ \Phi &= \Phi_0 + d\Phi \\ \Lambda &= \Lambda_0 + d\Lambda, \end{aligned} \quad (4.6)$$

gde su:  $\Phi_0$  i  $\Lambda_0$  približne koordinate mesta opažanja,  $d\Phi$  i  $d\Lambda$  njihovi priraštaji,  $z$  almukantar u kome se vrše merenja,  $dz$  ukupni sistematski uticaji i  $\varepsilon_z$  prava greška merenja zenitnog odstojanja. Ako je  $\varepsilon_t$  prava greška merenja vremena, funkcija (4.1) dobija oblik:

$$\begin{aligned} F : \cos(z_0 + dz - \varepsilon_z) &= \sin(\Phi_0 + d\Phi) \sin \delta + \\ &+ \cos(\Phi_0 + d\Phi) \cos \delta \cos [S_0 + (1 + \mu) UT - \varepsilon_t + \Lambda_0 + d\Lambda - \alpha] \end{aligned}$$

Linearizacijom funkcije (4.7) u okolini  $(\Phi_0, \Lambda_0, z_0)$  dobija se:

$$dF = \frac{\partial F}{\partial z} dz + \frac{\partial F}{\partial \Phi} d\Phi + \frac{\partial F}{\partial \Lambda} d\Lambda. \quad (4.8)$$

Odgovarajući parcijalni izvodi su:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial z} &= \sin z_0 \\ \frac{\partial F}{\partial \Phi} &= \cos \Phi_0 \sin \delta - \sin \Phi_0 \cos \delta \cos [S_0 + (1 + \mu) UT + \Lambda_0 - \alpha] \\ \frac{\partial F}{\partial \Lambda} &= -\cos \Phi_0 \cos \delta \sin [S_0 + (1 + \mu) UT + \Lambda_0 - \alpha]. \end{aligned} \quad (4.9)$$

Da bi se izvodi pojednostavili, uvođe se odgovarajuće smene. Sinusno-kosinusna jednačina za osnovni sferni trougao sa slike 3.1 glasi:

$$\begin{aligned} \sin z_0 \cos(180 - A_0) &= \sin(90 - \Phi_0) \cos(90 - \delta) - \\ &- \cos(90 - \Phi_0) \sin(90 - \delta) \cos[S_0 + (1 + \mu) UT + \Lambda_0 - \alpha] \end{aligned} \quad (4.10)$$

odnosno:

$$-\sin z_0 \cos A_0 = \cos \Phi_0 \sin \delta - \sin \Phi_0 \cos \delta \cos [S_0 + (1 + \mu) UT + \Lambda_0 - \alpha]. \quad (4.11)$$

Sinusna jednačina je oblika:

$$\frac{\sin [S_0 + (1 + \mu) UT + \Lambda_0 - \alpha]}{\sin z} = \frac{\sin(180 - A_0)}{\cos \delta} \quad (4.12)$$

Posle sređivanja dobija se:

$$\cos \delta \sin [S_0 + (1 + \mu) UT + \Lambda_0 - \alpha] = \sin A_0 \sin z_0. \quad (4.13)$$

Zamenom (4.11) i (4.13) u parcijalne izvode (4.9), uvođenjem u jednačinu totalnog diferencijala (4.8), njegovim izjednačavanjem sa nulom i skraćivanjem sa  $\sin Z$ , dobija se diferencijalna jednačina oblika:

$$dF = dz + \cos A_0 d\Phi + \cos \Phi_0 \sin A_0 d\Lambda = 0. \quad (4.14)$$

Jednačine popravaka su, prema tome:

$$v_i = \frac{\partial F}{\partial z} dz_i + \frac{\partial F}{\partial \Phi} d\Phi_i + \frac{\partial F}{\partial \Lambda} d\Lambda_i + f_i \quad (4.15)$$

odnosno:

$$v_i = dz_i + \cos A_0 d\Phi_i - \cos \Phi_0 \sin A_0 d\Lambda_i + f_i. \quad (4.16)$$

Matrica dizajna je, otuda, oblika:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & \cos A_1 & \cos \Phi \sin A_1 \\ 1 & \cos A_2 & \cos \Phi \sin A_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \cos A_n & \cos \Phi \sin A_n \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

a vektor slobodnih članova:

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} z_{01} - z_1 \\ z_{02} - z_2 \\ \vdots \\ z_{0n} - z_n \end{bmatrix}, \quad (4.18)$$

gde je  $n$  broj merenja.

Ako je matrica težina  $\mathbf{P}$ , vektor nepoznatih priraštaja  $dz$ ,  $d\Phi$  i  $d\Lambda$  se računa preko vektorske jednačine:

$$\begin{bmatrix} dz \\ d\Phi \\ d\Lambda \end{bmatrix} = -\mathbf{Q}_x \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{f}, \quad (4.19)$$

gde je:

$$\mathbf{Q}_x = (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \quad (4.20)$$

kofaktorska matrica. Popravke merenih veličina su:

$$\hat{\mathbf{v}} = \mathbf{A} \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{f}, \quad (4.21)$$

a ocene nepoznatih parametara se računaju primenom jednačine:

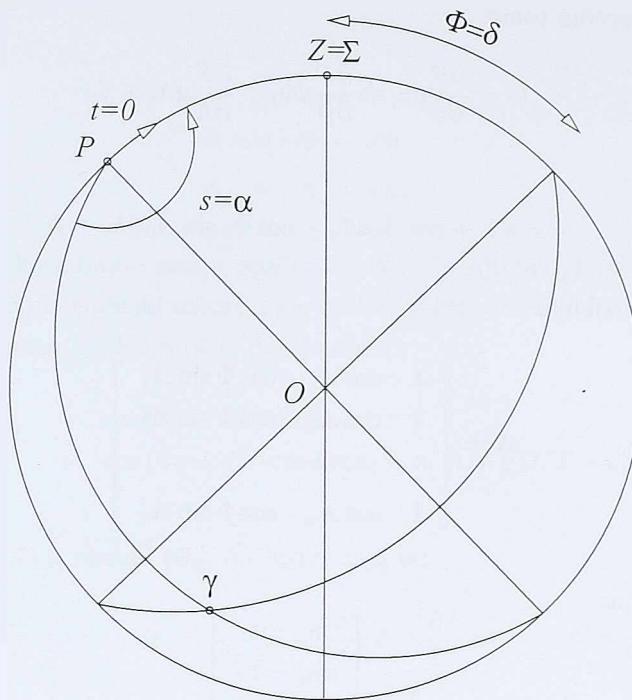
$$\hat{\sigma}_i = \sigma_0 \mathbf{Q}_{ii}, \quad (4.22)$$

gde je standardna devijacija jedinice težine:

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v}}{n-3}} \quad (4.23)$$

#### 4.2.3 Istorijski pregled fotografске astrometrije

Prve metrički upotrebljive fotografije zvezdanog neba vezuju se za 1857. godinu i merenja Bonda i Delarija, dok su prva fotografска merenja Sunca izvršena 60-tih godina 19. veka fotoheliografom.



Slika 4.1: Koordinate zvezde u zenitu

U početku su problemi nastajali u delu obrade fotoosetljive emulzije, s obzirom na tadašnju tehnologiju izrade slika. Poboljšanje kvaliteta izrađenih slika zvezdanog neba došlo je s pronalaskom, takozvanih, suvih brom-želatinskih ploča [Blažko, 1952]. Tada su izvršena i prva snimanja celog neba, u cilju dobijanja slika zvezda do 11. magnitуде, da bi se sa negativa izmerile njihove ekvatorske koordinate.

Pošto se slike zvezda, usled njihovog različitog hemijskog sastava, pojavljuju u različitim delovima spektra, izrada objektiva treba da bude takva da maksimalno umanjuje efekte različitih uglova prelamanja pojedinih delova spektra zračenja.

Osveljavanjem filma završava se prvi korak u izradi slike zvezdanog neba. Nakon toga sledilo je razvijanje filma, a tek tada obrada i merenja snimka.

Poslednjih godina uočljiva je ekspanzija CCD kamera koje, umesto fotoosetljive emulzije, za proizvodnju slike koriste foto-diode, proizvodeći direktno digitalnu sliku. Time je procedura u izradi slike ubrzana, pošto je preskočeno razvijanje filma, što, takođe, povoljno utiče i na metričke karakteristike (tačnost) snimka, pošto se merenje može direktno vršiti u računaru, bez uvođenja izvora grešaka koji potiču od instrumentalne obrade. Pored toga, CCD kamera ima daleko veću kvantnu efikasnost od klasičnog snimka (0,5 prema 0,1) što otvara mogućnosti opažanja manje sjajnih objekata na nebu.

Ipak, klasična fotografija zadržava određenu prednost u odnosu na digitalnu, a ona se odnosi na širokougaone snimke. CCD kamere, po pravilu, zbog veličine čipa, daju snimke uskog ugla, pa nisu pogodne za snimanje većih delova neba.

## 4.3 Fotografsko određivanje položaja

### 4.3.1 Osnovne postavke metode

Princip određivanja astronomskih koordinata primenom zenitne kamere se sastoji u određivanju nebeskih ekvatorskih koordinata zvezde u zenitu (slika 4.1). Naime, zvezda koja se nalazi u pravcu lokalne vertikale

je, istovremeno, u kulminaciji, pa se njen deklinacijski krug poklapa sa mesnim meridijanom. Odatle posmatrana zvezda ima deklinaciju jednaku astronomskoj širini stanice, pošto se obe vrednosti mere od ekvatora. Pošto je časovni ugao zvezde u kulminaciji jednak nuli, njena rektascenzija je jednak mesnom zvezdanom vremenu. Odatle je mesno zvezdano vreme:

$$LAST = \alpha + t == \alpha + 0 = \alpha. \quad (4.24)$$

Kako je zvezdano vreme u Greenwichu:

$$GAST = LAST - \Lambda, \quad (4.25)$$

gde je:

- $GAST$  - pravo zvezdano vreme u Greenwichu i
- $LAST$  - pravo mesno zvezdano vreme.

sledi veza između astronomskih koordinata mesta ojačanja i ekvatorskih koordinata zvezde u zenitu:

$$\begin{aligned} \Phi &= \delta_z \\ \Lambda &= \alpha_z - GAST \end{aligned} \quad (4.26)$$

gde je:

- $\alpha_z$  - rektascenzija zvezde u zenitu i
- $\delta_z$  - deklinacija zvezde u zenitu..

Veza između zvezdanog i atomskog vremena lako se uspostavlja preko relacije:

$$GAST = S_0 + (1 + \mu) (DUT1 + UTC), \quad (4.27)$$

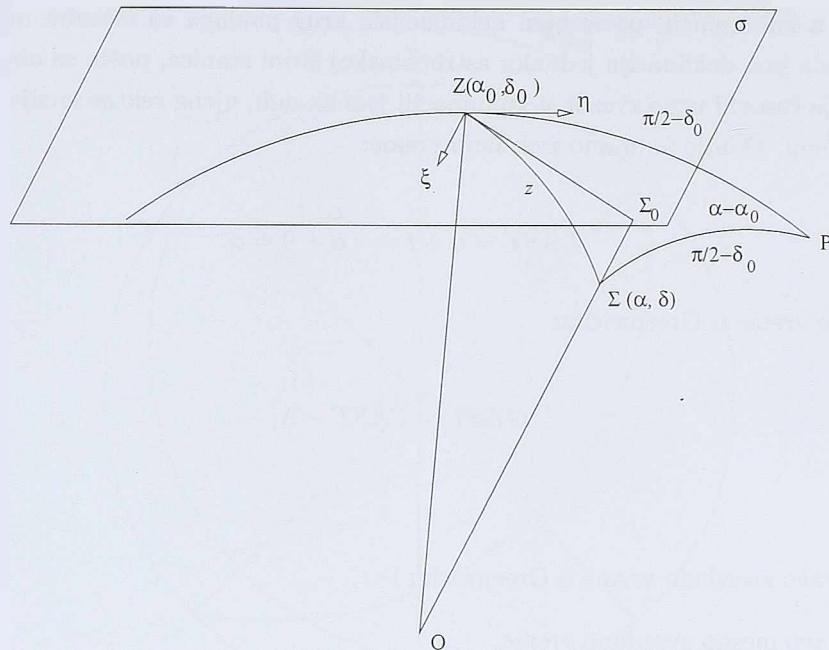
gde je:

- $S_0$  - Mesno zvezdano vreme u ponoć u Greenwichu, računa se prema formuli (4.4)
- $\mu = \frac{1}{365,2422}$ ,
- $DUT1$  - razlika svetskog i svetskog koordiniranog vremena, preuzima se iz Biltena A IERS i
- $UTC$  - svetsko koordinirano vreme, koje se dobija direktno, očitavanjem časovnika.

Pošto se zvezde, obično, ne nalaze tačno u zenitu, pravac zenita se određuje interpolacijom polja zvezda u njegovoj okolini.

Na broj zvezda koje će merni sistem registrovati utiče više faktora:

- optika primjenjenog instrumenta,
- rezolucija, veličina piksela i kvalitet sistema za hlađenje CCD kamere,



Slika 4.2: Tangencijalne koordinate

- prozirnost i svetlosno zagadenje neba tokom merne sesije i dr.

Problem identifikacije snimljenih zvezda se rešava upotrebom nekog od fundamentalnih kataloga, na osnovu čijih podataka se vrši uparivanje utabličenih podataka sa onima dobijenim iz snimka.

Metoda predviđa pravljenje dva snimka neba, u dva položaja durbina, međusobno pomerena za  $180^\circ$ . Interpolacijom ekvatorskih koordinata iz dva položaja durbina i njihovim osrednjavanjem dobija se nova, bolja približna vrednost za narednu iteraciju.

### 4.3.2 Tangencijalne koordinate

Neka je pravac lokalnog zenita u tački  $Z$  i neka su ekvatorske koordinate projekcionog centra  $z(\alpha_0, \delta_0)$ . Postavimo tangentnu ravan na nebesku sferu u tački  $Z$  i, u ravni  $\sigma$ , Neka je lokalni pravougli koordinatni sistem dat koordinatama  $(\xi, \eta)$ . Tangencijalne koordinate  $(\xi, \eta)$  treba razlikovati od komponenti vertikal-skog otklona koje se obeležavaju na isti način, ali imaju sasvim drugi značaj i smisao. Ova nomenklatura je zadržana iz razloga kompatibilnosti sa postojećom literaturom. Neka zvezda ima ekvatorske koordinate  $\Sigma(\alpha, \delta)$ . Projekcioni centar, odnosno, mesto opažanja se nalazi u tački  $O$ . Ako se pravac  $OS$  produži do preseka sa tangetnom ravnim  $\sigma$  i presečna tačka (projekcija slike zvezde  $\Sigma$ ) obeleži sa  $\Sigma_0$ , pri čemu se severni nebeski pol nalazi u tački  $P$ , tada se na slici 4.2 može uočiti osnovni paralaktički trougao  $ZP\Sigma$ . Ovaj sferni trougao ima sledeće elemente:

- strane:  $ZP = \frac{\pi}{2} - \delta_0$ ,  $P\Sigma = \frac{\pi}{2} - \delta$  i  $Z\Sigma = z$  i
- uglove:  $PZ\Sigma = A$ ,  $ZP\Sigma = \alpha - \alpha_0$  i  $Z\Sigma P = q$ .

Centralni ugao kod temena  $O$  je jednak zenitnom odstojanju zvezde, pa je, zbog jediničnog poluprečnika nebeske sfere, strana  $Z\Sigma_0$  u tangentnoj ravni tada:

$$Z\Sigma_0 = \tan z. \quad (4.28)$$

Položajni ugao strane  $Z\Sigma_0$  u tangentnoj ravni jednak je azimutu vertikala zvezde  $\Sigma$ , pa se položajni vektor pravca  $Z\Sigma_0$  može razložiti na komponente po meridijanu i prvom vertikalnu:

$$\begin{aligned}\xi &= z\Sigma_0 \sin A \\ \eta &= z\Sigma_0 \cos A,\end{aligned}\tag{4.29}$$

što, uzimajući u obzir (4.28), daje:

$$\begin{aligned}\xi &= \tan z \sin A \\ \eta &= \tan z \cos A.\end{aligned}\tag{4.30}$$

Relacija (4.30) daje vezu između Dekartovih pravouglih tangencijalnih i sfernih horizontskih koordinata. Da bi se tangencijalne koordinate izrazile u funkciji ekvatorskih, potrebno je napisati jednačinu (4.30) u obliku:

$$\begin{aligned}\xi \cos z &= \sin z \sin A \\ \eta \cos z &= \sin z \cos A.\end{aligned}\tag{4.31}$$

Veza između horizontskih i ekvatorskih koordinata u paralaktičkom trougulu  $PZ\Sigma$  se izražava primenom sledećih identiteta:

$$\begin{aligned}\sin z \sin A &= \cos \delta \sin (\alpha - \alpha_0) \\ \sin z \cos A &= \sin \delta \cos \delta_0 - \cos \delta \sin \delta_0 \cos (\alpha - \alpha_0) \\ \cos z &= \sin \delta \sin \delta_0 + \cos \delta \cos \delta_0 \cos (\alpha - \alpha_0).\end{aligned}\tag{4.32}$$

Uvođenjem jednačina (4.31) u (4.32) i deljenjem prve i druge jednačine (4.32) trećom, dobijaju se definativni izrazi za vezu između tangencijalnih i ekvatorskih koordinata zvezde  $\Sigma$  [Zakić, 1988]:

$$\xi = \frac{\cos \delta \sin (\alpha - \alpha_0)}{\sin \delta \sin \delta_0 \cos \delta \cos \delta_0 \cos (\alpha - \alpha_0)}\tag{4.33}$$

$$\eta = \frac{\sin \delta \cos \delta_0 - \cos \delta \sin \delta_0 \cos (\alpha - \alpha_0)}{\sin \delta \sin \delta_0 + \cos \delta \cos \delta_0 \cos (\alpha - \alpha_0)}\tag{4.34}$$

Jednačine (4.33) i (4.34) se mogu, elementarnim transformacijama, preuređiti, čime se dobija veza [Seeber, 1993]:

$$\xi = \frac{\tan (\alpha - \alpha_0) \cos q}{\cos (q - \delta_0)}\tag{4.35}$$

$$\eta = \tan (q - \delta_0),\tag{4.36}$$

gde je:

$$\cot q = \cot \delta \cos (\alpha - \alpha_0).\tag{4.37}$$

Usvajajući približne koordinate stanice, odnosno, projekcionog centra ( $\Phi, \Lambda$ ), primenom formula (4.26) mogu se, za trenutak merenja, izračunati približne ekvatorske koordinate projekcionog centra. Uvodeći rezultat u (4.33) i (4.34) ili (4.35) i (4.36) za svaku zvezdu iz kataloga, koja se nalazi u vidnom polju kamere, računaju se tangencijalne koordinate ( $\xi, \eta$ ).

### 4.3.3 Slikovne koordinate centroida zvezde

Slika generisana mernim sistemom se prihvata u vidu binarne datoteke, gde je svaki piksel slike predstavljen numeričkom vrednošću u opsegu 0-255, gde 0 predstavlja ćeliju CCD čipa u kojoj nije bilo prihvaćenih fotona svetlosti, odnosno, generisanih elektrona, do maksimalno popunjene ćelije, koja je predstavljena numeričkom vrednošću 255.

U zavisnosti od veličine traga koji je u datoteci ostavila zvezda, jedan ili više susednih piksela će imati vrednosti veće od nule. Problem koji se postavlja je ocena položaja centroida slike zvezde u lokalnom koordinatnom sistemu slike.

Kako je slika, u stvari, pravougaona matrica celobrojnih brojeva, znajući dimenzije CCD čipa, može se jednoznačno definisati položaj svakog piksela u dvodimenzionalnoj matrici formata  $M \times N$ , gde je  $M$  broj kolona, a  $N$  broj vrsta matrice. Tako će svaka tačka  $S$  snimka dobiti koordinate  $S(x, y)$ , gde je  $x$  broj kolone, a  $y$  broj reda u kome se dotična tačka nalazi.

Ocena položaja centroida slike zvezde se vrši manuelno ili automatski. Manuelni način daje manju tačnost i sprovodi se ručnom digitalizacijom traga zvezde.

Da bi se minimalizovala greška registracije položaja zvezde, koristi se postupak automatske digitalizacije. Umesto manuelne ocene centralne tačke slike zvezde, formira se cursor dimenzija  $m \times n$ , takav da može potpuno prekriti sliku zvezde. Pomoćna veličina  $S_{\text{ADU}}$  [Ewalt, 1999]:

$$S_{\text{ADU}} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \text{ADU}_{ij} \quad (4.38)$$

predstavlja zbir ADU vrednosti svih tačaka unutar cursora. Pomoćna veličina  $X_j$ :

$$X_j = \sum_{i=1}^m i \cdot \text{ADU}_{ij} \quad (4.39)$$

predstavlja težinsku vrednost ADU za red  $j$ . Ukupna težinska vrednost svih redova  $X$  dobija se kao:

$$X = \sum_{j=1}^n X_j \quad (4.40)$$

Težinska vrednost ADU za kolonu  $i$ ,  $Y_i$ , računa se primenom izraza:

$$Y_i = \sum_{j=1}^n j \cdot \text{ADU}_{ij}, \quad (4.41)$$

pa je zbirna vrednost za sve kolone:

$$Y = \sum_{i=1}^m Y_i \quad (4.42)$$

Konačno,  $x$  i  $y$  koordinate centroida kursora se računaju kao:

$$\frac{x_c}{S_{\text{ADU}}} = \frac{X}{S_{\text{ADU}}} \quad (4.43)$$

$$\frac{y_c}{S_{\text{ADU}}} = \frac{Y}{S_{\text{ADU}}} \quad (4.44)$$

Tako se slikovne koordinate  $x_s$  i  $y_s$  centra zvezde dobijaju kao:

$$\begin{aligned} x_s &= x_0 + x_c \\ y_s &= y_0 + y_c, \end{aligned} \quad (4.45)$$

gde su  $x_0$  i  $y_0$  slikovne koordinate gornjeg levog ugla kursora. Standardna devijacija određivanja slikovnih koordinata  $x_s$  i  $y_s$  može se dobiti iz jednačina:

$$\sigma_{x_s} = \frac{1}{S_{\text{ADU}} - 1} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m (i - x_s) \text{ADU}_{ij} \quad (4.46)$$

$$\sigma_{y_s} = \frac{1}{S_{\text{ADU}} - 1} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (j - y_s) \text{ADU}_{ij}. \quad (4.47)$$

Problem određivanja transformacionih parametara između slikovnog i tangencijalnog koordinatnog sistema se ogleda u nepostojanju 1-1 veze između prihvaćene slike i podataka iz fundamentalnog kataloga. Naime, usled primjenjenog instrumentarija, dužine ekspozicije i magnitudo pojedinih zvezda, na slici se neće registrirati sve zvezde u datom području preuzete iz kataloga. Takođe, zbog nepotpunog sadržaja kataloga, sve zvezde registrirane na snimku neće biti registrovane u katalogu.

Da bi se problem resio, potrebno je identifikovati **zajedničke zvezde**, odnosno, zvezde registrovane na snimku i prisutne u katalogu. Za sve identifikovane zajedničke zvezde formira se par koordinata u slikovnom sistemu  $(x, y)$ , dobijen digitalizacijom snimka, kao i tangencijalnih koordinata  $(\xi, \eta)$ , dobijen preuzimanjem ekvatorskih koordinata iz kataloga i njihovom transformacijom u tangencijalne primenom formula (4.33) i (4.35). Između slikovnih i tangencijalnih koordinata zajedničkih zvezda uspostavlja se četvoroparametarska transformaciona veza (translacije po  $x$  i  $y$  osi, rotacija i razmera), pod uslovom da postoje bar četiri zajedničke zvezde. U slučaju postojanja većeg broja zajedničkih zvezda, transformacioni parametri se određuju metodom najmanjih kvadrata.

Kada su parametri transformacije izračunati, njihovom primenom na slikovne koordinate svih zajedničkih zvezda računaju se transformisane tangencijalne koordinate  $(\xi', \eta')$ , koje se mogu uporediti sa tangencijalnim koordinatama dobijenih iz zvezdanog kataloga. Ako je za zvezdu  $i$  ispunjeno:

$$\sqrt{(\xi_i - \xi'_i)^2 + (\eta_i - \eta'_i)^2} < \epsilon, \quad (4.48)$$

gde je  $\epsilon < 2''$ , može se usvojiti da je zvezda  $i$  pravilno identifikovana. Sve tačke koje ne ispunjavaju relaciju (4.48) isključuju se iz dalje obrade.

#### 4.3.4 Računanje transformacionih parametara

Interpolacija pravca lokalne vertikale vrši se uspostavljanjem funkcionalnog modela zavisnosti slikovnih i tangencijalnih koordinata zvezde. Model koji najbolje opisuje ovu vezu su formule projektivne transformacije:

$$\xi = \frac{Ax + By + C}{Kx + Ly + 1} \quad (4.49)$$

$$\eta = \frac{Dx + Ey + F}{Kx + Ly + 1} \quad (4.50)$$

Parametri  $A, B, C, D, E, F, K$  i  $L$  određuju se iz najmanje četiri zajedničke zvezde. Veći broj zvezda daje mogućnost upotrebe metode najmanjih kvadrata za ocenu projektivnih parametara.

U cilju formiranja matrice dizajna, radi primene metode najmanjih kvadrata, potrebno je naći parcijalne izvode funkcija (4.49) i (4.50) po svim parametrima. Da bi se izrazi pojednostavili, napišimo jednačine (4.49) i (4.50) u implicitnom obliku:

$$f : Ax + By + C - \xi Kx - \xi Ly - \xi = 0 \quad (4.51)$$

$$g : Dx + Ey + F - \eta Kx - \eta Ly - \eta = 0 \quad (4.52)$$

Parcijalni izvodi po nepoznatim parametrima u (4.51) i (4.52) se računaju prema sledećim izrazima:

$$\frac{\partial f}{\partial A} = x \quad (4.53)$$

$$\frac{\partial f}{\partial B} = y \quad (4.54)$$

$$\frac{\partial f}{\partial C} = 1 \quad (4.55)$$

$$\frac{\partial f}{\partial K} = -\xi \quad (4.56)$$

$$\frac{\partial f}{\partial L} = -\xi y \quad (4.57)$$

$$\frac{\partial g}{\partial D} = x \quad (4.58)$$

$$\frac{\partial g}{\partial E} = y \quad (4.59)$$

$$\frac{\partial g}{\partial F} = 1 \quad (4.60)$$

$$\frac{\partial g}{\partial K} = -\eta x \quad (4.61)$$

$$\frac{\partial g}{\partial L} = -\eta y \quad (4.62)$$

$$\frac{\partial f}{\partial D} = \frac{\partial f}{\partial E} = \frac{\partial f}{\partial F} = \frac{\partial g}{\partial A} = \frac{\partial g}{\partial B} = \frac{\partial g}{\partial C} = 0 \quad (4.63)$$

Matrica dizajna će, stoga, biti oblika:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial A} & \frac{\partial f_1}{\partial B} & \frac{\partial f_1}{\partial C} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial f_1}{\partial K} & \frac{\partial f_1}{\partial L} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial g_1}{\partial D} & \frac{\partial g_1}{\partial E} & \frac{\partial g_1}{\partial F} & \frac{\partial g_1}{\partial K} & \frac{\partial g_1}{\partial L} \\ \frac{\partial f_2}{\partial A} & \frac{\partial f_2}{\partial B} & \frac{\partial f_2}{\partial C} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial f_2}{\partial K} & \frac{\partial f_2}{\partial L} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial g_2}{\partial D} & \frac{\partial g_2}{\partial E} & \frac{\partial g_2}{\partial F} & \frac{\partial g_2}{\partial K} & \frac{\partial g_2}{\partial L} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial A} & \frac{\partial f_n}{\partial B} & \frac{\partial f_n}{\partial C} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial f_n}{\partial K} & \frac{\partial f_n}{\partial L} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial g_n}{\partial D} & \frac{\partial g_n}{\partial E} & \frac{\partial g_n}{\partial F} & \frac{\partial g_n}{\partial K} & \frac{\partial g_n}{\partial L} \end{bmatrix} \quad (4.64)$$

gde je  $n$  broj zvezda koje učestvuju u određivanju transformacionih parametara. Težine svih merenja su jednake, pa je i matrica težina jedinična. Vektor slobodnih članova se računa kao:

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} \xi_{10} - \xi_1 \\ \eta_{10} - \eta_1 \\ \xi_{20} - \xi_2 \\ \eta_{20} - \eta_2 \\ \vdots \\ \xi_{n0} - \xi_n \\ \eta_{n0} - \eta_n \end{bmatrix} \quad (4.65)$$

Približne vrednosti parova tangencijalnih koordinata  $(\xi_{i0}, \eta_{i0})$ ,  $i = 1, n$  računaju se iz (4.33). Rešavanjem sistema normalnih jednačina, dobija se rešenje za osam transformacionih parametara projektivne transformacije.

Definitivni rezultat izravnjanja je vektor transformacionih parametara:

$$\mathbf{X}^i = \mathbf{X}_0^i + \hat{\mathbf{x}}^i = \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \\ E \\ F \end{bmatrix} \quad (4.66)$$

gde je  $\hat{\mathbf{x}}^i$  vektor priraštaja nepoznatih parametara u  $i$ -toj iteraciji, a  $\mathbf{X}_0^i$  vektor njihovih približnih vrednosti. Za svaku narednu iteraciju, važi:

$$\mathbf{X}_0^{i+1} = \mathbf{X}^{i+1}. \quad (4.67)$$

#### 4.3.5 Interpolacija mesta zenita

Slikovne koordinate svake zvezde se registruju direktno sa snimka. S druge strane, za računanje tangencijalnih koordinata zvezde potrebno je poznavati ekvatorske koordinate projekcionog centra, odnosno, pravca lokalnog zenita, što je, istovremeno, parametar koji treba oceniti. U tom slučaju, pristupa se iterativnom rešenju.

Za početne ekvatorske koordinate projekcionog centra  $(\alpha_0, \delta_0)$  usvajaju se vrednosti sračunate primenom jednačina (4.26). Za približne astronomске koordinate stanice mesta opažanja mogu se usvojiti njene geodetske koordinate. Čak i u slučaju da se opažanja vrše na mestu na kome prethodno nije bilo

GPS merenja pa, stoga, precizne geodetske koordinate nisu ni određene, iz autonomnog pozicioniranja ručnim GPS prijemnikom dobijaju se koordinate koje svojom tačnošću, 15-20 m ili, u slučaju prisustva WAAS/EGNOS satelita, 2-5 m, potpuno zadovoljavaju potrebe, s obzirom da su vrednosti otklona vertikale 5-15".

Pošto se radi o mestu zenita, časovni ugao biće jednak nuli, pa je  $\alpha = GAST$ . Primenom (4.25) i (4.27) i izjednačavanjem astronomskih koordinata stanice sa geodetskim, dolazi se do početnih vrednosti ekvatorskih koordinata zvezde koje bi imala zvezda u zenitu:

$$\begin{aligned}\alpha_0 &= S_0 + (1 + \mu)(UTC + DUT1) + \Lambda \\ \delta_0 &= \Phi\end{aligned}\quad (4.68)$$

Sada se za svaku zvezdu mogu sračunati tangencijalne koordinate, u oba položaja durbina, upotreboom izraza (4.33). Iz slikovnih i tangencijalnih koordinata zajedničkih tačaka računaju se, primenom metode najmanjih kvadrata, parametri projektivne transformacije. Kada su izračunati transformacioni parametri, nove tangencijalne koordinate mesta zenita se računaju primenom formula:

$$\frac{Ax_Z + By_Z + C}{Kx_Z + Ly_Z + 1} \quad (4.69)$$

$$\frac{Dx_Z + Ey_Z + F}{Kx_Z + Ly_Z + 1} \quad (4.70)$$

Slikovne koordinate mesta zenita ( $x_Z, y_Z$ ) su potrebne za računanje tangencijalnih koordinata u formulama (4.69) i (4.70). Određivanje slikovnih koordinata ( $x_Z, y_Z$ ) se razlikuje, u zavisnosti od primjenjenog instrumentarija. Kako je u ovoj disertaciji kao optički instrument korišćen zenitlot, iskorišćena je pogodnost prisustva dva upravna konca končanice, u čijem se preseku nalazi mesto lokalnog zenita. Ovo mesto zenita je određeno sa tačnošću od  $2''$ , koliko iznosi nazivna tačnost instrumenta.

Time se dobijaju dva skupa projektivnih parametara (za oba položaja durbina). Njihovim uvođenjem u projektivne formule (4.49) i (4.50) dobijaju se nove tangencijalne koordinate svake zvezde. Inverzijom formule (4.33) i (4.35), preuzimajući ekvatorske koordinate svake zvezde ponaosob, računa se interpolovana vrednost projekcionog centra, odnosno, pravca lokalne vertikale:

$$\alpha_z = \alpha_0 + \arctan \frac{\eta_Z}{\cos \delta_0 - \eta_Z \sin \delta_0} \quad (4.71)$$

$$\delta_z = \arctan \frac{(\eta_Z + \tan \delta_0) \cos (\alpha - \alpha_0)}{1 - \eta_Z \tan \delta_0} \quad (4.72)$$

Za svaki položaj durbina određen je jedan par koordinata ( $\alpha_z, \delta_z$ ), čijim se osrednjavanjem dobija poboljšan položaj projekcionog centra u tekućoj iteraciji. Dobijen rezultat se koristi kao ulazni podatak za narednu iteraciju, usvajanjem:

$$\alpha_0 = \alpha_z \quad (4.73)$$

$$\delta_0 = \delta_z. \quad (4.74)$$

Konačni rezultat se dobija posle dve do tri iteracije [Hirt, 2001], kada će razlika ekvatorskih koordinata između dve susedne iteracije biti reda milisekundi.

Definitivne astronomске координате станице се рачунају према већ наведеним формулама:

$$\begin{aligned}\Phi &= \delta_z \\ \Lambda &= \alpha_z - GAST.\end{aligned}\tag{4.75}$$



## Poglavlje 5

# Eksperiment i numerički rezultati

### 5.1 Terenska procedura

#### 5.1.1 Granični uslovi za upotrebu mernog sistema

Zenitlot PZL-100 je instrument namenjen, pre svega, geodetskim poslovima u inženjerskoj geodeziji, pa je i njegova optika prilagođena ovoj vrsti upotrebe (vidno polje od  $1^\circ 30'$  i uvećanje  $30\times$ ).

Mada CCD kamera SBIG ST-2000XMC ima maksimalnu rezoluciju  $1600 \times 1200$ , za upotrebu u geodetskoj astronomiji i instrumente optičkih karakteristika sličnim PZL-100, preporučuje se smanjenje rezolucije, kako bi se omogućilo snimanje zvezda slabijeg sjaja. U eksperimentu je korišćena rezolucija  $533 \times 400$ , čime je omogućeno uočavanje na snimku zvezda prividne veličine 10.

Za dužinu ekspozicije izabrana je vrednost  $10^8$ , takođe iz razloga lakše identifikacije slabije sjajnih zvezda. Merenja su se odnosila na centroid traga zvezde. Centroid zvezde je računat na način opisan u poglavlju 4.3.3.

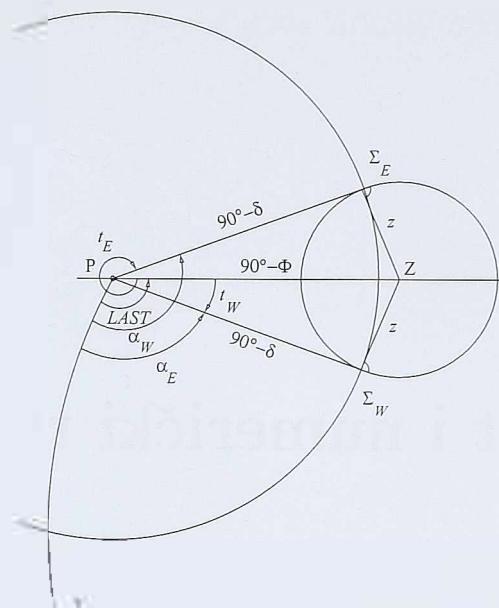
Vremenski trenuci odgovarajućih snimaka mereni su u jedinicama ciklusa mikroprocesora prenosnog računara, a veza sa UTC vremenskom skalom je permanentno vršena preko 1PPS impulsa GPS kontrolera, koji su dovedeni na serijski port računara.

#### 5.1.2 Priprema opažačkog programa

Plan merenja, u slučaju primene metode opažanja zenitnih zvezda, svodi se na izbor okvirnog vremenskog intervala u toku kojeg bi se izvodila opažanja, u zavisnosti od zahtevanog približnog položaja stanice i broja zvezda u okolini lokalnog zenita. Tačan vremenski trenutak registracije slike okoline zenita nije neophodno tačno predvideti, s obzirom na brzinu kretanja nebeskih tela.

Ipak, u slučaju korišćenja kataloga sa velikim brojem zvezda (Tycho-2, GSC ili USAC) kreiranje upita sa izborom zvezda zahteva izvesno procesorsko vreme. Stoga se predlaže prethodna priprema separata kataloga sa podacima onih zvezda koje će se koristiti tokom opažačke večeri.

S obzirom na mogućnosti optičkog sistema korišćenog u eksperimentu, za referentni katalog je izabran Hipparcos. Radi efikasnijeg pristupa elementima kataloga i mogućnosti ekstrakcije potrebnih podataka, kreirana je MySQL baza podataka i u nju su prebačeni podaci iz originalnog formata Hipparcosa (u formatu ASCII datoteke).



Slika 5.1: Zvezda u blizini zenita

Za izradu separata kataloga, korišćeni su srednji položaji nebeskih tela i geodetske koordinate mesta opažanja, kao dovoljno približenje astronomskim koordinatama. Vremenski interval je izabran tako da pokriva trajanje mjerne sesije.

Ulagni podaci upita za izradu separata kataloga su:

- približne koordinate mesta opažanja,
- MJD dana opažanja, potreban za računanje zvezdanog vremena i
- vremenski okvir za izradu separata (UTC početka i UTC kraja mjerne sesije).

Širina korisnog prostora vidnog polja mernog sistema korišćenog u eksperimentu iznosi  $40'$ , što je manje od širine vidnog polja zenitlota, a uslovljeno je veličinom CCD čipa. Stoga je potrebno pronaći sve zvezde u katalogu Hipparcos koje prolaze u blizini lokalne vertikale ( $\Phi, \Lambda$ ) na zenitnom odstojanju do  $20'$  (slika 5.1). Almukantar  $z$  na slici 5.1 je karikiran, da bi se bolje uočili sferni trouglovi  $P\Sigma_E Z$  i  $P\Sigma_W Z$ , koji ograničavaju područja u kojima treba tražiti zvezde koje će biti opažane. Pošto su deklinacijski krugovi  $P\Sigma_E$  i  $P\Sigma_W$  upravljeni, redom, na vertikale  $Z\Sigma_E$  i  $Z\Sigma_W$ , granične vrednosti časovnih uglova  $t_E$  i  $t_W$  treba naći rešavanjem pravouglih sfernih trouglova  $P\Sigma_E Z$  i  $P\Sigma_W Z$ , sa pravim uglovima u tačkama preseka deklinacijskih krugova i njima korespondentnim vertikalima, kod temena  $\Sigma_E$  i  $\Sigma_W$ .

Primenom Neperovih pravila na trougao  $P\Sigma_W Z$ , sledi:

$$\cos(90^\circ - z) = \sin(90^\circ - \Phi) \sin t_W. \quad (5.1)$$

Što, posle sređivanja i izražavanja  $t_W$  dovodi do:

$$\sin t_W = \frac{\sin z}{\cos \Phi} \quad (5.2)$$

Istočni prolazak se računa prema formuli:

$$t_E = 24^{\text{h}} - t_W. \quad (5.3)$$

Primenom jednačina (5.3) i (5.2) se računaju časovni uglovi, redom, ulazaka i izlazaka zvezda iz separata kataloga u vidno polje durbina PZL-100.

Granične vrednosti rektascenzija zvezda se računaju prema poznatim formulama:

$$\alpha_E = LAST - t_E \quad (5.4)$$

$$\alpha_W = LAST - t_W \quad (5.5)$$

gde je  $LAST$  mesno zvezdano vreme prolaska zvezde.

Deklinacije zvezda treba tražiti u opsegu:

$$\Phi - \frac{d}{2} = \delta_S < \delta < \delta_N = \Phi + \frac{d}{2}, \quad (5.6)$$

gde je  $d = 40'$ , širina korisnog prostora vidnog polja durbina.

MySQL baza podataka „podaci“, formirana za potrebu ove disertacije, sadrži sledeće tabele:

- fk5,
- hipparcos i
- tycho2.

U odgovarajućim tabelama nalaze se kompletni podaci iz pobrojanih kataloga. Iz napred nevedenih razloga, za potrebe eksperimenta korišćen je katalog Hipparcos. Struktura tabele „hipparcos“, sa svim uvezenim poljima, priložena je, kao rezultat MySQL komande `describe`, u dodatku A.1.

Za početne uslove:

$$\begin{aligned} \Phi_0 &= 45^{\circ} 06' 56'' \\ \Lambda_0 &= 21^{\circ} 17' 43'' \\ MJD &= 54219 \\ UTC_p &= 19^{\text{h}} 08^{\text{min}} \\ UTC_k &= 19^{\text{h}} 57^{\text{min}}, \end{aligned} \quad (5.7)$$

gde  $UTC_p$  i  $UTC_k$  definišu vremenski okvir trajanja merne sesije, dobijene su sledeće granične vrednosti ekvatorskih koordinata:

$$\alpha_E = 11^{\text{h}} 04^{\text{min}} 31^{\text{s}} \quad (5.8)$$

$$\alpha_W = 11^{\text{h}} 49^{\text{min}} 52^{\text{s}} \quad (5.9)$$

$$\delta_S = 44^{\circ} 46' 56'' \quad (5.10)$$

$$\delta_N = 44^{\circ} 26' 56''. \quad (5.11)$$

Korišćenjem sračunatih podataka (5.8) do (5.11), ekstrakcija zvezda, odnosno, izrada separata kataloga samo onih zvezda koje se mogu naći u vidnom polju durbina, izvršena je komandom:

```
$ mysql -s -N -e "select HIC, Vmag, RAh, RAM, RA s, DEd, DEM, DEs, pmRA, pmDE,
RV, Plx from hipparcos where RAh + RAM / 60 + RAs / 3600 between $ae and $aw
and DEd + DEM / 60 + DEs / 3600 between $ds and $dn" podaci
```

Promenljive \$ae, \$aw, \$dn i \$ds su promenljive okruženja, sračunate korišćenjem komandnog kalkulatora dc, standardne aplikacije operativnih sistema klase UNIX, a njihove vrednosti odgovaraju graničnim vrednostima ekvatorskih koordinata. Izlazni rezultat gornje komande dat je u dodatku A.2.

### 5.1.3 Povezivanje modula u merni sistem

Redosled povezivanja elemenata mernog sistema je proizvoljan. Jedina stvar na koju treba obratiti pažnju je maksimalna zaštita usta CCD kamere. Poklopac koji pokriva usta kamere treba skinuti tek onda kad je PZL-100 montiran i učvršćen na stativ, mesingani adapter pričvršćen na okular, a svi kablovi povezani na kameru. Tada kameru treba montirati na adapter i pričvrstiti sva četiri zavrtinja kojima se kamera fiksira za optički instrument.

Pošto PZL-100 ima ugrađene graničnike na  $90^\circ$ , predlaže se njihova orijentacija takva da budu orijentisani što približnije stranama sveta. Pošto se opažanja vrše u okolini zenita, a to znači u blizini meridijana, ako je instrument orijentisan prema severu, tragovi zvezda će se na snimku očitavati u vidu horizontalnih linija.

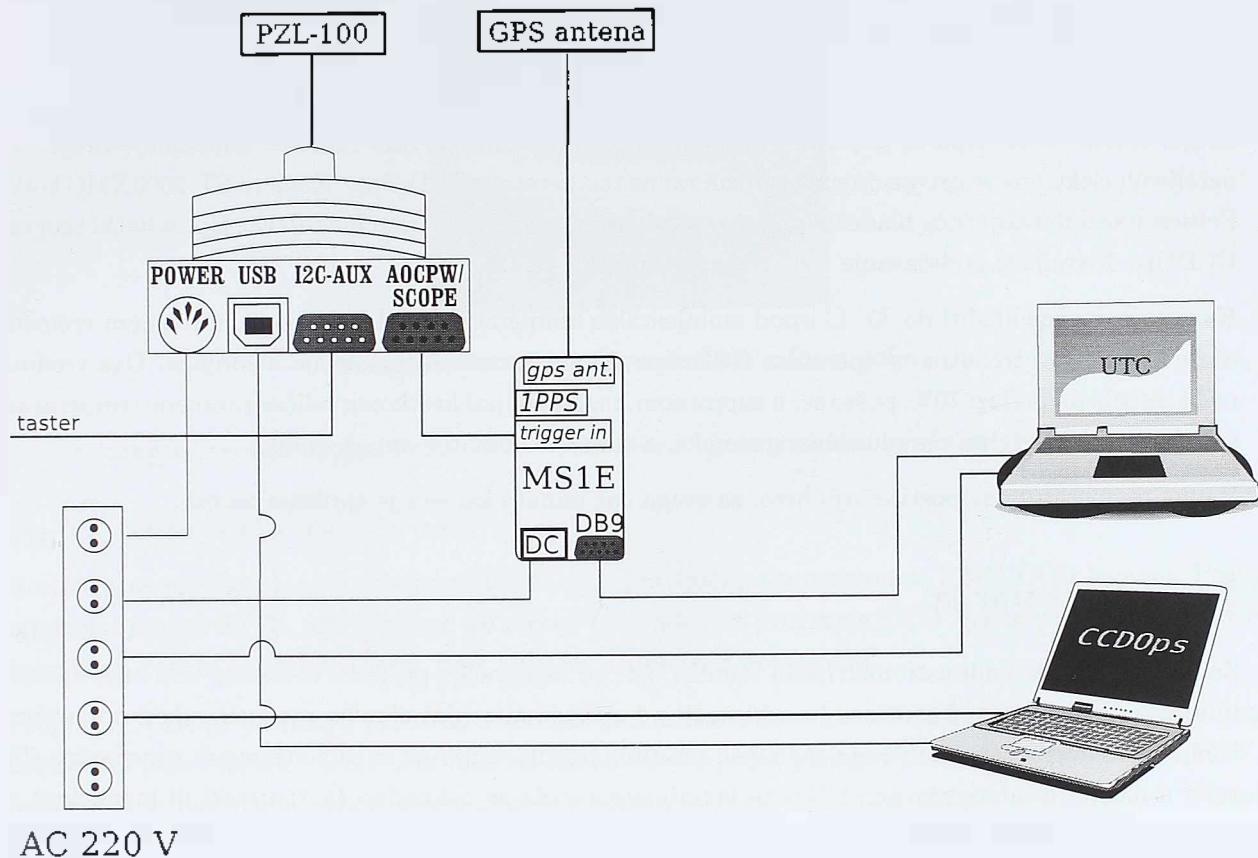
Shema povezivanja modula u merni sistem prikazana je na slici 5.2.

Kamera, GPS prijemnik i dva prenosna računara su povezana na naizmenični izvor napajanja 220V. Prijem signala tačnog vremena (od kosmičkog segmenta GPS) obezbeđen je GPS kontrolerom, koji je preko priključka *gpsant* vezan za geodetsku L1 GPS antenu Micropulse 13700. Preko jednog od izlaznih serijskih portova (DB9) povezan je sa prenosnim računarom na kome je pokrenut upravljački program za održavanje vremena. Drugi prenosni računar služi kao upravljačka jedinica kamere ST-2000XMC. Na njemu je pokrenut program CCDOps koji obavlja svu potrebnu komunikaciju sa kamerom, podešavanje hlađenja, prihvatanje slika i sl. Ova veza se ostvaruje putem USB 2.0 priključka, pošto se radi o prenosu velike količine podataka, a operacija je vremenski kritična.

Obezbeđivanje preciznosti u merenju vremena izvršeno je prilagodavanjem eksternih komunikacionih priključaka na kameri. Oba priključka su u formi DB9, pri čemu je I2C-AUX sa izvedenim muškim, a AO/CFW/Scope ženskim DB9 priključkom. Korišćenjem posebnih iglica na ovim konektorima i aktiviranjem odgovarajuće opcije u programu CCDOps moguća je precizna kontrola trenutka otvaranja blende na kameri što, u kombinaciji sa održavanjem vremena preko GPS prijemnika, pozitivno utiče na nivo tačnosti mernog postupka. Ove posebne opcije, u nomenklaturi SBIG, nazivaju se izlaznim (*trigger out*) i ulaznim (*trigger in*) okidačem [SBIG, 2004].

#### Izlazni okidač

Komunikacioni port I2C-AUX je u formi muškog DB9 serijskog priključka. Izlazni okidač je izведен na iglici 7 (RTS, slika 3.11). Kako okidač daje signal sa otvorenim kolektorom, putem otpornika od  $1\text{ k}\Omega$ , povezan je sa iglicom 1 (DCD), na kojoj kamera obezbeđuje  $+5\text{ V}$  napona. Masa je na iglici 5 (GND).



Slika 5.2: Povezivanje modula

Iniciranjem izlaznog okidača, počinje otvaranje blende na kameri. Vreme od trenutka otvaranja do potpuno otvorene blende iznosi oko 120 ms. U trenutku kad se blenda potpuno otvorí, generiše se izlazni okidač, koji ostaje na nivou 1 sve do završetka zahtevanog trajanja ekspozicije, odnosno, do početka zatvaranja blende.

#### Ulagani okidač

Povezivanje ulaganih okidača je jednostavnije. Na komunikacionom portu AO/CFW/Scope treba kratko spojiti DCD i GND, što je signal kameri da započne otvaranje blende i akviziciju snimka.

Da bi CCDOps mogao da prepozna ulagani okidač, program je potrebno pokrenuti dodajući odgovarajući argument:

```
ccdops /trigger
```

Ako je aplikacija pokrenuta na opisani način, aktiviranjem opcije *Grab picture*, neće automatski biti započet postupak akvizicije slike, već će program čekati na ulagani okidač. Da bi se ova opcija aktivirala u programu CCDOps, potrebno je još čekirati okidač u dijalogu *Camera Setup*.

Na ulagani okidač povezan je taster, namenjem ostvarivanju kratkog spoja između DCD i GND na portu AO/CFW/Scope. Izlazni okidač je povezan sa priključkom *trigger in* na GPS kontroleru. Ovaj signal prenosi se preko izlaznog porta GPS kontrolera, pri čemu se kratki spoj registruje između iglica 4 (DTR) i 6 (DSR). Upravljanje različitim klasama signala opisano je u poglavljju 3.4.3.

### 5.1.4 Uključivanje i priprema CCD kamere

Priprema CCD kamere se odnosi na uspostavljanje optimalne radne temperature. Zbog pojave tamne struje, unutar CCD čipa se generišu elektroni, stvarajući, pritom, šum na slici. Smanjenje broja ovih neželjenih elektrona se ostvaruje snižavanjem radne temperature CCD čipa. Kamera ST-2000XMC koristi Peltierov sistem vazdušnog hlađenja pomoću ventilatora na zadnjoj strani hladnjaka. Upravljački program CCDOps dozvoljava podešavanje radne temperature.

Kamera se može ohladiti do  $30^{\circ}$  C ispod ambijentalne temperature. Tokom rada se, u realnom vremenu, može kontrolisati trenutna temperatura CCD čipa, kao i procenat angažovanja hladnjaka. Ova vrednost ne bi trebalo da prelazi 70%, pošto se, u suprotnom, mogu javljati kratkoperiodične promene temperature, što nepovoljno utiče na obradu tamnog snimka, a time i na kvalitet samog snimka.

Radna temperatura se postiže vrlo brzo, za svega par minuta kamera je spremna za rad.

### 5.1.5 Registracija

Za razliku od klasičnih astrometrijskih tehnika, gde se registracija prolaska nebeskog tela kroz horizontalni i vertikalni konac končanice (u zavisnosti od metode merenja) obavlja manuelno, kod određivanja komponenti vertikalnog otklona opažanjem zenitnih zvezda registruje se samo trenutak generisanja slike neba u okolini lokalnog zenita. Slikovne koordinate zvezda se naknadno (automatski ili manuelno) digitalizuju sa snimka. Trenutak registracije se beleži u vidu impulsa procesora upotrebljenog prenosnog računara i ne zavisi od lične greške operatora ni na koji način.

Rezolucija registrovanog broja impulsa zavisi od frekvencije osnovnog oscilatora prenosnog računara i upravo je srazmerna snazi procesora. Svi računari klase Pentium I i bolji, frekvencije 100 MHz ili više, potpuno zadovoljavaju potrebe registracije vremena kod astrometrijskih opažanja za potrebe izrade fine strukture geoida.

## 5.2 Obrada rezultata merenja

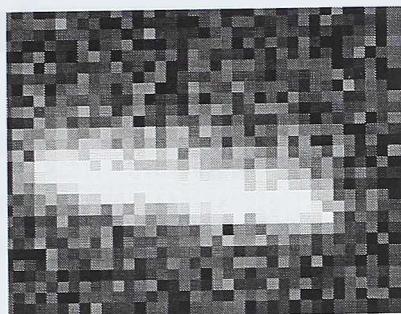
### 5.2.1 Priprema prikupljenih podataka

Za obradu podataka merenja iskorišćen je programski paket GRASS GIS v6. GRASS je hibridni GIS programski paket, razvijen od strane američke vojske. Softver je predat u javno vlasništvo, posle čega su održavanje i unapredovanje sistema preuzeli ITC iz Italije i Univerzitet u Hanoveru, Nemačka. Program se besplatno distribuira preko Interneta kao program otvorenog koda, što omogućava njegovo slobodno korišćenje od strane svih korisnika.

Za potrebe ove disertacije, iz skupa GRASSovih komandi korišćeni su moduli za obradu rasterskih datoteka i slika, kao i moduli za prikaz datoteka (r.\*., i.\* i d.\* moduli). GRASS je instaliran uz podršku biblioteke gdal, koja daje pristup uvozu i izvozu velikog broja bitmapiranih formata datoteka.

Pre uvoza slika, formirana je lokacija **slike** i skup karata (**mapset**) pod nazivom **sbig**. Za koordinatni sistem lokacije slike izabran je koordinatni sistem ( $x, y$ ) kojim se ne definiše datum i čija je namena, upravo, manipulacija slikama.

Slike neba, prikupljene mernim sistemom, učitavane su u GRASS okruženje kao bitmapirane slike, korišćenjem modula **r.in.gdal**. Kako se bitmapirane slike, prilikom uvoza u GRASS, po pravilu, raščlanjuju na RGB komponente, kompozitna slika je formirana primenom komande:



Slika 5.3: Zumirana slika zvezde u vidnom polju

```
r.composite red=slika.red, blue=slika.blue, green=slika.green out=slika
```

gde je **slika** naziv slike koja se uvozi.

Korišćene su slike kreirane u programu CCDOps, upravljačkom programu za SBIG CCD kamere. Pošto originalni format ST2K nije podržan od strane GRASS-a, iz programa CCDOps izvezene su slike svih snimljenih zvezda u formatu TIFF, koje GRASS podržava u potpunosti.

Program CCDOps podržava promenu vrednosti **pozadine i opsega**. Pozadina je vrednost koju ima najtamniji piksel na slici, a opseg je interval između najsjajnijeg piksela i pozadine. Pre izvoza u TIFF, napravljen je optimalan balans crnog piksela i opsega piksela, radi lakše obrade u GRASS-u. Tamni snimak je obrađivan automatski, s obzirom na kratke intervale registracije (u kontekstu astrofotografije), kao i relativno kratku mernu kampanju (manje od jednog časa). Pošto su ovi uslovi ispunjeni, nije bilo potrebe za kreiranjem većeg broja tamnih snimaka, već je snimak, napravljen na početku merne sesije, korišćen tokom kompletног merenja.

### 5.2.2 Merenje centroida slike zvezde

Na slici neba u okolini zenita, u zavisnosti od optike koja se koristi i njene širine vidnog polja, može se naći veći broj zvezda, pa se postupak merenja centroida sprovodi za trag svake zvezde posebno.

Zenitlot PZL-100 sa kamerom SBIG ST-2000XMC raspolaže veoma uskim vidnim poljem, prečnika oko  $40'$ . Osim toga, optika ne dozvoljava mogućnost uočavanja nebeskih tela magnitudo veće od 10. Zbog navedenih razloga, s obzirom na vreme očažanja, u vidnom polju će se, uglavnom, nalaziti samo po jedna zvezda. Maksimalno uočeni broj zvezda tokom eksperimentalne upotrebe mernog sistema bio je tri.

Pošto nije bilo potrebe za baratanje velikim brojem nebeskih tela, za potrebe disertacije nije ni razvijan poseban softverski alat za automatsko rekognosciranje snimljenih zvezda, već je postupak merenja izведен poluautomatski.

Da bi se smanjilo područje slike za obradu, ručno je vršeno njeno zumiranje u okolini zvezde čiji se centroid meri, tako da bude obuhvaćen kompletan snimljeni trag zvezde. Zumiranje se vrši komandom `d.zoom`. Primer jedne od slika čiji je centroid meren dat je na slici 5.3. Slika je uvećana  $4\times$ , te se na njoj uočava granulacija.

Za potrebe automatskog merenja centroida zvezde napisan je poseban skript čiji rad se može opisati sledećim algoritmom:

1. pročitaj tekuci region (GRASS komanda `g.region -g`)
2. za sve piksele u regionu očitaj ADU (GRASS komanda `r.what input=naziv-slike`)

red. br.	lokalno vreme			dužina 1 <sup>s</sup> cycle	UTC		
	LB	HB	T		h	min	s
1	56	1681177479	242199346055		19	8	57
2	56	1806024231	242324192807	124846752	19	8	58
3	56	1939780999	242457949575	133756768	19	8	59
4	56	2073454887	242591623463	133673888	19	9	0
5	56	2210361095	242728529671	136906208	19	9	1
6	56	2346180919	242864349495	135819824	19	9	2
7	56	2477249111	242995417687	131068192	19	9	3
8	56	2607947799	243126116375	130698688	19	9	4
9	56	2741726423	243259894999	133778624	19	9	5

Tabela 5.1: Upoređenje časovnika pre merenja

3. izračunaj težinske zbirove za vrste i kolone primenom formula (4.40) i (4.42), respektivno, kao i ukupnu vrednost ADU za sve piksele na slici (4.38)
4. izračunaj centroid zvezde prema formulama (4.43).

Skript je napisan u Bourne Shell skriptu. Da bi radio ispravno, potrebno je da bude pokrenuta i jedna pripremljena instanca GRASS-a. Pripremljena, u ovom kontekstu, znači da je, osim korisničkog interfejsa, otvoren i jedan grafički prozor (komandom `d.mon start=x0`), a u njemu zumiran deo slike sa zvezdom čiji se centroid računa. Kao interfejs se može koristiti Tcl/Tk grafički interfejs, dok je ovde korišćen konzolni interfejs, zbog efikasnije interakcije sa ostalim programskim alatima UNIX okruženja. Tekst opisanog skripta dat je u prilogu B.

### 5.2.3 Upoređenje časovnika

Upoređenje časovnika je neophodna operacija u astrogeodetskim radovima. Pošto je greška merenja vremena, zbog lične greške operatora, dominantna u budžetu grešaka, posebnu pažnju treba posvetiti njenoj minimalizaciji.

Konstrukcija mernog sistema za potrebe ove disertacije izvedena je tako da se greška opažača potpuno eliminiše. Mogućnost za isključenje lične greške opažača je stvorena upotrebom fotografске metode i, pre svega, direktnoj vezi lokalnog vremena sa UTC.

Upoređenje časovnika se, u konkretnom slučaju, izvodi određenim brojem uzastopnih prihvatanja 1PPS impulsa pre i posle merne sesije, uz paralelnu registraciju, s jedne strane, stanja ciklusa mikroprocesora prenosnog računara korišćenog za merenje vremena, kao i UTC vremenskih trenutaka dobijenih iz GPS kontrolera, s druge strane.

Podaci merenja vremena izraženog u ciklusima mikroprocesora pre i posle merenja dati su, redom, u tabelama 5.1 i 5.2.

Lokalno vreme je, u tabelama 5.1 i 5.2 označeno sa  $T$  i računa se preko izraza:

$$T = LB \cdot 2^b + HB. \quad (5.12)$$

gde je  $b$  baza, što odgovara klasi mikroprocesora. U eksperimentu je korišćen računar klase Pentium I (32-bitni procesor), pa je  $b = 32$ . Dužina sekunde, dobijena iz susednih registracija 1PPS, prikazana je u koloni 5. UTC trenuci svih registracija su dati poslednjim trima kolonama i ovaj podatak je očitavan iz

red. br.	lokalno vreme			dužina 1 <sup>s</sup> cycle	UTC		
	LB	HB	T		h	min	s
1	145	1340935271	624111193191		19	56	34
2	145	1474579623	624244837543	133644352	19	56	35
3	145	1610928823	624381186743	136349200	19	56	36
4	145	1741746087	624512004007	130817264	19	56	37
5	145	1876262647	624646520567	134516560	19	56	38
6	145	2009198215	624779456135	132935568	19	56	39
7	145	2147156599	624917414519	137958384	19	56	40
8	145	2276545159	625046803079	129388560	19	56	41
9	145	2410560375	625180818295	134015216	19	56	42

Tabela 5.2: Upoređenje časovnika posle merenja

SiRF poruke 98. Letimičnim pregledom kolone 5 može se uočiti da je u eksperimentu korišćen procesor čija je frekvencija 133 MHz.

Trenutak prihvatanja SiRF poruka nije strogo određen, a dužina poruka varira, u zavisnosti od broja uočenih satelita. Takođe, određene poruke, kao što je, na primer, poruka sa efemeridama, emituju se u intervalima ređim od jedne sekunde, a s vremena na vreme se, od strane GPS prijemnika, emituju i druge sistemske poruke, usled čega se dodatno menja dužina i vremenski interval prihvatanja poruke. Zbog toga su registrovani 1PPS impulsi koji su, prema specifikaciji proizvođača, poravnati sa UTC skalom do na 60 ns.

Pošto su merenja trajala manje od jednog sata ( $19^{\text{h}} 56^{\text{min}} 42^{\text{s}} - 19^{\text{h}} 08^{\text{min}} 57^{\text{s}} = 47^{\text{min}} 45^{\text{s}}$ ), usvojen je linearni model karakteristike oscilatora u računaru korišćenom za održavanje vremena, pa je:

$$UTC_i = T_0 + (1 + h) T_i, \quad (5.13)$$

gde je:

- $T_0$  - popravka časovnika,
- $h$  - hod časovnika,
- $T$  - registrovano vreme izraženo u ciklusima (cycles) i
- $UTC$  - trenutak registracije u sistemu UTC.

Linearni model 5.13 dovodi do matrice dizajna oblika:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & T_1 \\ 1 & T_2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & T_n \end{bmatrix}, \quad (5.14)$$

Linearizacijom modela i rešavanjem sistema jednačina, uz upotrebu metode najmanjih kvadrata, izračunati su sledeći parametri linearne regresije:

$$T_0 = 18^{\text{h}} 38^{\text{min}} 45^{\text{s}}, 2430 \pm 0^{\text{s}}, 0110 \quad (5.15)$$

$$h = 2,07 \cdot 10^{-12} \frac{\text{cycle}}{\text{s}} \pm 6,427 \cdot 10^{-18} \frac{\text{cycle}}{\text{s}} \quad (5.16)$$

čijom primenom će se svi mereni trenuci (registracije slika) izraziti u sistemu UTC.

### 5.2.4 Računanje prividnih mesta zvezda

Za računanje prividnih mesta korišćeni su sledeći podaci:

- baricentrične efemeride DE405/LE405, odakle su računati baricentrični ( $\mathbf{E}_B$ ) i heliocentrični ( $\mathbf{E}_T$ ) vektor položaja Zemlje, baricentrični vektor brzine kretanja ( $\mathbf{E}$ ), kao i parametri nutacije ( $\Delta\Psi, \Delta\epsilon$ )
- podaci o opažanim nebeskim telima iz separata kataloga Hipparcos (dodatak A.2): srednji položaj ( $\alpha_0, \delta_0$ ), sopstveno kretanje ( $\mu_\alpha, \mu_\delta$ ), paralaksa ( $\pi$ ) i baricentrična radijalna brzina ( $r_v$ ).

Magnituda je korišćena samo u postupku identifikacije. Prividna mesta zvezda za registrovane trenutke kreiranja snimaka sračunata su na osnovu vektorskih formula. Postupak je u osnovnim crtama opisan u nastavku, dok je detaljna razrada data u [Dačić, 1998].

Za svođenje srednjeg položaja zvezde na prividni položaj za datu epohu potrebno je posedovati sledeće izvore:

- Fundamentalni katalog FK5 i
- JPL efemeride sa oznakom DE405.

Iz fundamentalnog kataloga, za datu zvezdu, potrebno je izvući sledeće podatke:

- Nebeske ekvatorske koordinate ( $\alpha_0, \delta_0$ );
- Komponente sopstvenog kretanja po rektascenziji i deklinaciji ( $\mu_\alpha, \mu_\delta$ );
- Paralaksu  $\pi$  i
- Radijalnu brzinu  $v$ .

Iz JPL efemerida koriste se sledeći podaci:

- Vektor baricentričnog položaja Zemlje  $\mathbf{E}_B = [ E_{B_x} \quad E_{B_y} \quad E_{B_z} ]$ ;
- Vektor brzine Zemlje  $\mathbf{E}_B^T = [ E_{B_x} \quad E_{B_y} \quad E_{B_z} ]$ ;
- Vektor heliocentričnog položaja Zemlje  $\mathbf{E}^T = [ E_x \quad E_y \quad E_z ]$  i
- Elementi matrice nutacije ( $\Delta\Psi, \Delta\epsilon$ ).

Za računanje potrebnih podataka iz JPL efemerida korišćene su funkcije u javnom vlasništvu publikovane na Internet prezentaciji JPL.

U katalogu Hipparcos dati su srednji položaji zvezda u nebeskom ekvatorskom koordinatnom sistemu, koordinatama  $\alpha_0$  i  $\delta_0$ . Najpre je potrebno iz nebeskih ekvatorskih koordinata sračunati baricentrični vektor položaja  $\mathbf{q}$  prema jednačini:

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_0 \cos \delta_0 \\ \sin \alpha_0 \cos \delta_0 \\ \sin \delta_0 \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

Vektor sopstvenog kretanja zvezde računa se preko izraza:

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mu_\alpha \sin \alpha_0 \cos \delta_0 - \mu_\delta \cos \alpha_0 \sin \delta_0 + v\pi \cos \alpha_0 \cos \delta_0 \\ \mu_\alpha \cos \alpha_0 \cos \delta_0 - \mu_\delta \sin \alpha_0 \sin \delta_0 + v\pi \sin \alpha_0 \cos \delta_0 \\ \mu_\delta \cos \delta_0 + v\pi \sin \delta_0 \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

gde je:

- $v$  - radijalna brzina zvezde, izražena u AJ/100 god. Pošto je  $v$  dato u km/s, potrebno je ovu veličinu transformisati u AJ/100 god, imajući u vidu da je  $1\text{km/s} = 21,09495 \text{ AJ/100 g}$ ,
- $\pi$  - paralaksa,
- $v\pi$  - radijalna brzina zvezde svedena na jedinično rastojanje,
- $\mu_\alpha$  - sopstveno kretanje po rektascenziji i
- $\mu_\delta$  - sopstveno kretanje po deklinaciji.

Svi ovi podaci su dati u katalogu FK5, odakle se mogu preuzeti. Konačno, geocentrični vektor položaja zvezde za trenutak  $t$  računa se primenom sledeće matrične jednačine:

$$\mathbf{P}_0 = \mathbf{q} + T\mathbf{m} - \pi\mathbf{E}_B, \quad (5.19)$$

gde je:

$$T = \frac{JD - 2\,451\,545.0}{36\,525} \quad (5.20)$$

vremenski interval između trenutka za koji se računa položaj i referentne epohe J2000,0, izražen u julijanskim vekovima. Jedinični vektor položaja  $\mathbf{p}$  se dobija deljenjem geocentričnog vektora položaja (5.19) sa njegovim intenzitetom. Jednačina glasi:

$$\mathbf{p} = \frac{\mathbf{P}_0}{|\mathbf{P}_0|}, \quad (5.21)$$

gde se intenzitet računa primenom formule:

$$|\mathbf{P}_0| = \sqrt{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2}, \quad (5.22)$$

a  $P_x$ ,  $P_y$  i  $P_z$  komponente geocentričnog vektora položaja. Jedinični vektor heliocentričnog položaja Zemlje se dobija iz jednačine:

$$\mathbf{e} = \frac{\mathbf{E}}{|\mathbf{E}|}, \quad (5.23)$$

a njegov intenzitet se računa kao:

$$|\mathbf{E}| = \sqrt{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2}. \quad (5.24)$$

Uvođenjem popravke za gravitaciono odstupanje svetlosti dobija se popravljeni izraz za jedinični vektor geocentričnog položaja zvezde:

$$\mathbf{p}_1 = \mathbf{p} + \frac{2\mu [\mathbf{e} - (\mathbf{p} \cdot \mathbf{e}) \mathbf{p}]}{c^2 |\mathbf{E}| (1 + \mathbf{p}^T \mathbf{e})}, \quad (5.25)$$

gde je:

$$\frac{\mu}{c^2} = 9,87 \cdot 10^{-9} \text{ AJ}. \quad (5.26)$$

Proizvod ( $\mathbf{p} \cdot \mathbf{e}$ ) računa se kao skalarani proizvod vektora  $\mathbf{p}$  i  $\mathbf{e}$ :

$$(\mathbf{p} \cdot \mathbf{e}) = p_x e_x + p_y e_y + p_z e_z. \quad (5.27)$$

Uvođenjem aberacije sledi:

$$\mathbf{p}_2 = \frac{\beta^{-1} \mathbf{p}_1 + \mathbf{V} + \frac{(\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{V}) \mathbf{V}}{c}}{1 + \mathbf{p}_1^T \mathbf{V}} \quad (5.28)$$

gde se  $\beta^{-1}$  računa primenom jednačine:

$$\beta^{-1} = \sqrt{1 - \mathbf{V}^T \mathbf{V}}, \quad (5.29)$$

a proizvod ( $\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{V}$ ) kao skalarni proizvod:

$$(\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{V}) = p_{1x} V_x + p_{1y} V_y + p_{1z} V_z. \quad (5.30)$$

Vektor  $\mathbf{V}$  predstavlja vektor brzine Zemlje i dobija se iz jednačine:

$$\mathbf{V} = \frac{\mathbf{E_B}}{c} = 0,005\,775\,5 \mathbf{E_B}. \quad (5.31)$$

Precesiona matrica je oblika:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \cos z & -\sin z & 0 \\ \sin z & \cos z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \zeta_0 & -\sin \zeta_0 & 0 \\ \sin \zeta_0 & \cos \zeta_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos z \cos \theta \cos \zeta_0 & -\sin z \sin \zeta_0 & -\cos z \cos \theta \sin \zeta_0 - \sin z \cos \zeta_0 & -\cos z \sin \theta \\ \sin z \cos \theta \cos \zeta_0 + \cos z \sin \zeta_0 & -\sin z \cos \theta \sin \zeta_0 + \cos z \cos \zeta_0 & -\sin z \sin \theta & \cos \theta \\ \sin \theta \cos \zeta_0 & -\sin \theta \sin \zeta_0 & \cos \theta & 0 \end{bmatrix} \quad (5.32)$$

gde se uglovi rotacije  $\zeta_0$ ,  $z$  i  $\theta$  računaju prema formulama:

$$\begin{aligned} \zeta_0 &= 2306, " 2181T + 0, " 30188T^2 + 0, " 017998T^3 \\ z &= 2306, " 2181T + 1, " 09468T^2 + 0, " 018203T^3 \\ \theta &= 2004, " 3109T - 0, " 42665T^2 - 0, " 041833T^3 \end{aligned} \quad (5.33)$$

Trenutak  $t$  se računa prema (5.20). Nutaciona matrica se dobija kao proizvod tri matrice rotacije:

$$\mathbf{N} = \mathbf{p}(-\varepsilon - \Delta\varepsilon) \mathbf{r}(-\Delta\psi) \mathbf{p}(\varepsilon), \quad (5.34)$$

što u razvijenom obliku glasi:

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varepsilon + \Delta\varepsilon) & -\sin(\varepsilon + \Delta\varepsilon) \\ 0 & \sin(\varepsilon + \Delta\varepsilon) & \cos(\varepsilon + \Delta\varepsilon) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \Delta\psi & -\sin \Delta\psi & 0 \\ \sin \Delta\psi & \cos \Delta\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varepsilon & \sin \varepsilon \\ 0 & -\sin \varepsilon & \cos \varepsilon \end{bmatrix} \quad (5.35)$$

Množenjem ove tri matrice rotacije dobija se definitivni oblik matrice nutacije:

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} n_{11} & n_{12} & n_{13} \\ n_{21} & n_{22} & n_{23} \\ n_{31} & n_{32} & n_{33} \end{bmatrix} \quad (5.36)$$

gde pojedini elementi uzimaju sledeće vrednosti:

$$\begin{aligned} n_{11} &= \cos \Delta\psi \\ n_{12} &= -\sin \Delta\psi \cos \varepsilon \\ n_{13} &= -\sin \Delta\psi \sin \varepsilon \\ n_{21} &= \cos(\varepsilon + \Delta\varepsilon) \sin \Delta\psi \\ n_{22} &= \cos(\varepsilon + \Delta\varepsilon) \cos \Delta\psi \cos \varepsilon + \sin(\varepsilon + \Delta\varepsilon) \sin \varepsilon \\ n_{23} &= \cos(\varepsilon + \Delta\varepsilon) \cos \Delta\psi \sin \varepsilon - \sin(\varepsilon + \Delta\varepsilon) \cos \varepsilon \\ n_{31} &= \sin(\varepsilon + \Delta\varepsilon) \sin \Delta\psi \\ n_{32} &= \sin(\varepsilon + \Delta\varepsilon) \cos \Delta\psi \cos \varepsilon - \cos(\varepsilon + \Delta\varepsilon) \sin \varepsilon \\ n_{33} &= \sin(\varepsilon + \Delta\varepsilon) \cos \Delta\psi \sin \varepsilon + \cos(\varepsilon + \Delta\varepsilon) \cos \varepsilon. \end{aligned} \quad (5.37)$$

Pošto su vrednosti  $\Delta\varepsilon$  vrlo male, zanemarivanjem članova drugog reda, moguće je uvesti određene aproksimacije, posle čega se dobija pojednostavljen oblik matrice nutacije:

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} 1 & -\Delta\psi \cos \varepsilon & -\Delta\psi \sin \varepsilon \\ \Delta\psi \cos \varepsilon & 1 & -\Delta\varepsilon \\ \Delta\psi \sin \varepsilon & \Delta\varepsilon & 1 \end{bmatrix} \quad (5.38)$$

Uglovi  $\Delta\psi$  i  $\Delta\varepsilon$  se izražavaju u radijanima i moguće ih je dobiti iz JPL efemerida DE405. Srednji nagib ekliptike  $\varepsilon$  se dobija iz reda:

$$\varepsilon = 84^{\circ}381.^{\prime\prime}448 - 46.^{\prime\prime}8150T - 0.^{\prime\prime}00059T^2 + 0.^{\prime\prime}001813T^3. \quad (5.39)$$

Uvođenjem uticaja precesije i nutacije dobija se prividni geocentrični položaj zvezde kao:

$$\mathbf{p}_3 = \begin{bmatrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{bmatrix} = \mathbf{NPp}_2. \quad (5.40)$$

Konačno, prividne ekvatorske koordinate se izračunavaju preko izraza:

$$\alpha = \arctan \frac{y_3}{x_3} \quad (5.41)$$

$$\delta = \arctan \frac{z_3}{\sqrt{x_3^2 + y_3^2}}. \quad (5.42)$$

Interpolacija pravca zenita se svodi na računanje prividnog položaja zvezde koja bi prolazila tačno kroz lokalni zenit. Razlika između originalne fotografске metode i modifikovane metode primenjene u disertaciji se svodi, praktično, na činjenicu da je, zbog upotrebljenog instrumentarija, opažan znatno manji broj zvezda. Pošto se u vidnom polju, najčešće, vidi samo po jedna zvezda, bilo je potrebno izvršiti veći broj

registracija, odnosno, kreirati veći broj snimaka. Svaka zvezda je opažana bar po četiri puta (dva puta u I i dva puta u II položaju durbina). Ukupno je bilo 12 snimaka po jednom položaju durbina.

Kada se izračunaju tangencijalne koordinate pravca zenita ( $\xi_z, \eta_z$ ), transformacija tangencijalnih u ekvatorske koordinate se vrši primenom formula (4.71) i (4.72). Pošto je deklinacija zvezde koja prolazi kroz zenit jednaka astronomskoj širini mesta opažanja, za  $i$ -tu iteraciju važi:

$$\Phi^i = \delta_z^i. \quad (5.43)$$

Širina se direktno dobija kao srednja vrednost iz interpolovanih vrednosti svakog snimka:

$$\Phi = \sum_{i=1}^{12} \Phi^i \quad (5.44)$$

Longitude se, s druge strane, računa u funkciji zvezdanog vremena u Greenwichu:

$$\Lambda^i = \alpha_z^i - GAST^i, \quad (5.45)$$

pa je, pre njenog računanja, potrebno izračunati i  $GAST$  za svaki snimak. Konačna vrednost se, slično kao u (5.46), računa preko formule:

$$\Lambda = \sum_{i=1}^{12} \Lambda^i. \quad (5.46)$$

## 5.3 Numerički rezultati

### 5.3.1 Testiranje kvaliteta rezultata merenja

Za proveravanje adekvatnosti upotrebljenog modela koristi se globalni test, testiranjem nulte hipoteze:

$$H_0 : M(\hat{\sigma}_0^2) = \sigma_0^2 \quad (5.47)$$

protiv alternativne hipoteze:

$$H_1 : M(\hat{\sigma}_0^2) \neq \sigma_0^2. \quad (5.48)$$

Za testiranje ove hipoteze koristi se Fišerova test statistiku:

$$F = \frac{\hat{\sigma}^2}{\sigma_0^2} \sim F(n-u, \infty). \quad (5.49)$$

Radi automatskog računanja test statistika, iskorišćen je identitet:

$$F(n-u, \infty) = \frac{\chi^2(n-u)}{(n-u)}. \quad (5.50)$$

U oba položaja durbina bilo je po 24 merenja. Kako se ocenjuje 8 transformacionih parametara, to je:

$$n = 24 \quad (5.51)$$

$$u = 8 \quad (5.52)$$

$$r = n - u = 16, \quad (5.53)$$

gde je:

- $n$  - broj merenja za svaki položaj durbina,
- $u$  - broj nepoznatih transformacionih parametara,
- $r$  - broj stepeni slobode, korišćen u test statistikama.

U slučaju da test adekvatnosti modela pokaže neadekvatnost, odnosno, ako bude usvojena test statistika (5.48), potrebno je izvršiti testiranje pojedinačnih merenja na grube greške. Jedan od načina je primena metode *Data Snooping*, pri čemu se testira nulta hipoteza:

$$H_0 : G_H = 0, \quad (5.54)$$

protiv alternativne:

$$H_1 : G_H \neq 0. \quad (5.55)$$

U ovom slučaju, test statistika glasi:

$$t_i = \frac{\bar{v}_i}{\sigma_i} \sim N(0, 1). \quad (5.56)$$

### 5.3.2 Rezultati obrade merenja

U periodu od februara do maja 2007. godine izvršen je veći broj terenskih određivanja, u cilju testiranja mernog sistema. U okviru ove disertacije, prikazani su rezultati merne sesije izvedene 29. aprila 2007. godine. Rezultati dobijeni izravnanjem, imali su, po iteracijama, sledeće numeričke vrednosti:

#### I položaj durbina

##### Iteracija

```

ksi0 = -0,39193
eta0 = 0,30169
FI = 0,7874369 45 7 0,5252
LAMBDA = 0,3716323 21 17 34,6688
DF[""] = 4,525
DL[""] = -8,331
A = -0,41076
B = 0,08253

```

C = 119,31582  
D = 0,06542  
E = 0,39273  
F = -77,33344  
K = -0,00004  
L = 0,00062  
m0 = 0,90136  
F = 1,23

Iteracija 2

-----  
ksi0 = -0,09498  
eta0 = -0,07087  
FI = 0,7874318 45 6 59,4623  
LAMBDA = 0,3716225 21 17 32,6498  
DF[""] = -1,063  
DL[""] = -2,019  
A = -0,27311  
B = 0,05657  
C = 78,13306  
D = 0,04319  
E = 0,26261  
F = -52,03102  
K = 0,00001  
L = 0,00011  
m0 = 0,98135  
F = 1,04

Iteracija 3

-----  
ksi0 = -0,00094  
eta0 = -0,00532  
FI = 0,7874314 45 6 59,3824  
LAMBDA = 0,3716224 21 17 32,6299  
DF[""] = -0,080  
DL[""] = -0,020  
A = -0,27300  
B = 0,05616  
C = 78,45706  
D = 0,04308  
E = 0,26190  
F = -52,27364  
K = 0,00000  
L = 0,00038  
m0 = 0,95443  
F = 1,10

Iteracija 4

```
ksi0 = 0,00481
eta0 = 0,00315
FI = 0,7874316 45 6 59,4297
LAMBDA = 0,3716229 21 17 32,7322
DF[""] = 0,047
DL[""] = 0,102
A = -0,27300
B = 0,05609
C = 78,56605
D = 0,04310
E = 0,26195
F = -52,21987
K = 0,00000
L = 0,00039
m0 = 0,95383
F = 1,10
```

Iteracija 5

```
ksi0 = 0,00054
eta0 = 0,00062
FI = 0,7874317 45 6 59,4389
LAMBDA = 0,3716230 21 17 32,7436
DF[""] = 0,009
DL[""] = 0,011
A = -0,27300
B = 0,05612
C = 78,56783
D = 0,04311
E = 0,26198
F = -52,21525
K = -0,00001
L = 0,00039
m0 = 0,95380
F = 1,10
```

## II položaj durbina

Iteracija 1

```
ksi0 = -0,43461
eta0 = 0,26652
FI = 0,7874344 45 6 59,9977
LAMBDA = 0,3716279 21 17 33,7616
DF[""] = 3,998
```

```

DL[""] =      -9,238
A =       0,23148
B =      -0,04566
C =     -73,05891
D =      -0,04266
E =      -0,21906
F =      46,75433
K =      -0,00007
L =      -0,00046
m0 =     1,10100
F =       1,21

```

Iteracija 2

```

ksi0 =      0,08852
eta0 =     -0,05651
FI =    0,7874303 45 6 59,1500
LAMBDA =  0,3716370 21 17 35,6433
DF[""] =      -0,848
DL[""] =      1,882
A =       0,23162
B =      -0,04545
C =     -72,66272
D =      -0,04270
E =      -0,21932
F =      46,51308
K =      -0,00007
L =      -0,00046
m0 =     1,10448
F =       1,22

```

Iteracija 3

```

ksi0 =     -0,06188
eta0 =      0,03846
FI =    0,7874331 45 6 59,7269
LAMBDA =  0,3716307 21 17 34,3280
DF[""] =      0,577
DL[""] =     -1,315
A =       0,23156
B =      -0,04577
C =     -72,73164
D =      -0,04267
E =      -0,21912
F =      46,55888
K =      -0,00007
L =      -0,00046

```

$m_0 = 1,10355$   
 $F = 1,22$

Iteracija 4

---

$\xi_0 = 0,02116$   
 $\eta_0 = -0,01341$   
 $FI = 0,7874321\ 45\ 6\ 59,5257$   
 $LAMBDA = 0,3716328\ 21\ 17\ 34,7777$   
 $DF["] = -0,201$   
 $DL["] = 0,450$   
 $A = 0,23157$   
 $B = -0,04563$   
 $C = -72,68102$   
 $D = -0,04268$   
 $E = -0,21919$   
 $F = 46,52518$   
 $K = -0,00007$   
 $L = -0,00046$   
 $m_0 = 1,10380$   
 $F = 1,22$

Iteracija 5

---

$\xi_0 = -0,01040$   
 $\eta_0 = 0,00658$   
 $FI = 0,7874326\ 45\ 6\ 59,6243$   
 $LAMBDA = 0,3716318\ 21\ 17\ 34,5567$   
 $DF["] = 0,099$   
 $DL["] = -0,021$   
 $A = 0,23157$   
 $B = -0,04570$   
 $C = -72,69794$   
 $D = -0,04267$   
 $E = -0,21916$   
 $F = 46,53720$   
 $K = -0,00007$   
 $L = -0,00046$   
 $m_0 = 1,10378$   
 $F = 1,22$

### 5.3.3 Komentar ostvarenih rezultata

Veličine izračunate u 5.3.2 imaju sledeće značenje:

- $\xi_0, \eta_0$ :  $(\xi_0, \eta_0)$ , približne tangencijalne koordinate prodora lokalnog zenita. Konačne vrednosti tekuće iteracije korišćene su kao približne vrednosti za narednu iteraciju,

- FI, LAMBDA:  $(\Phi, \Lambda)$ , astronomske koordinate interpolovanog pravca lokalne vertikale. Vrednost data, redom, u radijanima i stepenima, minutima i sekundama,
- DF[""], DL[""]]:  $(\Delta\Phi, \Delta\Lambda)$ , razlika vrednosti izračunatih koordinata između tekuće i prethodne iteracije, izraženo u lučnim sekundama,
- A, B, C, D, E, F, K, L: vrednosti izravnatih transformacionih parametara projektivne transformacije za tekuću iteraciju,
- m0:  $\hat{\sigma}_0$ , ocenjena vrednost jediničnog standarda i
- F: Vrednost globalnog Fišerovog testa, korišćena u testiranju adekvatnosti modela.

Za  $n = 24$  merenja i  $u = 8$  nepoznatih, vrednost sa kojom je statistika upoređivana je  $F(24 - 8, \infty) = 1,64$ . Kako je, u svim slučajevima:

$$F_i^j < F(24 - 8, \infty) = 1,64, \quad (5.57)$$

gde je:

- $i$  - iteracija (1, 2, ..., 5) i
- $j$  - položaj durbina (1 ili 2),

zaključuje se da je, u svim iteracijama i oba položaja durbina, ispunjena hipoteza  $H_0$ , odnosno, da je korišćeni model adekvatan. Iz tog razloga nije vršena kontrola na grube greške.

Interpolacija položaja zenita rađena je posebno za I i II položaj durbina, prema ranije opisanom mernom i računskom postupku. Zadovoljavajući rezultati, posmatrano sa stanovišta tačnosti određivanja komponenti vertikalnih otklona, ostvareni su, u I položaju durbina, već posle 3. iteracije, dok je potrebni uslov razlike astronomskih koordinata između dve iteracije, za II položaj durbina, ostvaren posle četvrte iteracije. U oba slučaja rađena je, kontrole radi, i 5. iteracija koja je pokazala dalje približavanje finalnih rezultata između susednih iteracija.

Ostvareni standardi su bili takvi da zadovoljavaju test adekvatnosti upotrebljenog modela, gde je kao apriorna vrednost standardne devijacije usvojena vrednost 1.

Razlika između konačnih vrednosti astronomskih koordinata u I i II položaju durbina dolazi usled tehničkih karakteristika zenitha PZL-100. Dalje poboljšanje tačnosti, odnosno, smanjenje razlike između dva položaja durbina, moguće je ostvariti uz upotrebu dve elektronske libele, koje bi bile postavljene pod uglom od  $90^\circ$  [Hirt and Bürke, 2002]. Inklinacije treba meriti u oba položaja durbina, a njihove vrednosti ulaze u prošireni model izravnjanja.

## Poglavlje 6

# Zaključna razmatranja

Metoda merenja i merni sistem konstruisan u okviru ove disertacije su pogodni za primenu digitalne tehnologije. Glavni doprinos metode je u potpunom isključenju opažačke greške iz procesa merenja. Opažač može proizvesti jedino grube greške u postupku identifikacije zvezda tokom obrade snimka, pa je posebna pažnja posvećena njihovom otkrivanju i eliminaciji.

Stepen korisnog dejstva CCD kamere je daleko veći nego kod klasičnog filma i iznosi oko 50%, što znači da se generiše po jedan elektron za svaka dva fotona svetlosti. Uz odgovarajući optički sistem i primenu adekvatnog zvezdanog kataloga, sa prihvaćene slike neba u blizini zenita može se identifikovati dovoljan broj zvezda za interpolaciju pravca lokalne vertikale sa potrebnom tačnošću ( $0,5''$ ).

Merenje vremena se može izvesti upotrebom jeftinog GPS kontrolera. Situaciju pojednostavljuje činjenica da kod ove metode merenja trenutak početka i završetka izlaganja CCD čipa svetlosti zvezda nije zavisan od opažačke greške. Registracija vremena se vrši mikrosekundnom rezolucijom automatski, bez uticaja opažača.

Dalja istraživanja na polju usavršavanja instrumentarija i metode merenja kretaće se u nekoliko pravaca. Prvi korak je integracija modularnog sistema. Radi poboljšanja usmerenosti CCD kamere u pravcu lokalne vertikale, predviđa se implementacija elektronskih libela za uspostavljanje vertikalnosti. Umesto kamere prikačene na okularni sistem PZL-100, integrисани sistem bi u istom kućištu sadržavao i optiku i CCD čip, što iziskuje izradu specijalizovanog instrumenta. Drugi razlog izrade posebnog instrumenta je poboljšanje optičkih karakteristika mernog sistema zbog potrebe za opažanjem u uslovima smanjene vidljivosti (u prisustvu jačih izvora svetlosnog zagadenja). Konačno, integrисani sistem treba da sadrži i GPS prijemnik za registraciju vremena i, po potrebi, približnih koordinata mesta opažanja. Umesto prenosnog računara, predlaže se ugradnja industrijskog kompjutera sa ugrađenim opažačkim programom.

Na polju obrade podataka, umesto poluautomatske obrade u GIS alatima, potrebno je razviti specijalizovanu aplikaciju koja bi rezultate davala u bliskom realnom vremenu, odmah po završetku merne sesije. Ovde se posebno ističe algoritam za prepoznavanje zvezda, odnosno, program za unakrsnu korelaciju snimljenog polja zvezda sa onim iz kataloga za približne koordinate i trenutak opažanja.

Kritični momenat u mernoj kampanji, merenje vremena, za potrebe ove disertacije je rešeno upotrebom namenskog računara i posebno napisane aplikacije sa asemblerskim instrukcijama u prekidnom režimu rada. Sva ostala obrada vršena je na drugom računaru.

Pri konstrukciji integrisanog mernog sistema, ovaj problem potrebno je rešiti tako da intenzivna obrada prikupljenih slika, u uslovima određivanja u blisko realnom vremenu, ne opterećuje procesor industrijskog

kompjutera u tolikoj meri da izazove kašnjenje registracije 1PPS signala tačnog vremena. Jedna mogućnost je upotreba NTP protokola, kojim bi se sinhronizacija lokalnog vremena, merenog u industrijskom računaru, vršila automatski, korišćenjem GPS kontrolera kao izvora tačnog vremena.

Primena navedenih rešenja dovela bi do konstrukcije portabilnog mernog sistema, kojim bi se astrogeodetski otkloni vertikale određivali u blisko realnom vremenu, što bi otvorilo mogućnosti za značajno povećanje količine opažačkog materijala za potrebe izrade geoida visoke rezolucije na području Srbije.

## Dodatak A

# Priprema ulaznih podataka

### A.1 Struktura tabele „hipparcos“

```
mysql> describe hipparcos;
+-----+-----+-----+-----+-----+-----+
| Field | Type   | Null | Key  | Default | Extra |
+-----+-----+-----+-----+-----+-----+
| HIC   | int(11) | NO   | PRI  | 0       |       |
| Comp  | char(4)  | YES  |       | NULL    |       |
| Target | char(1)  | YES  |       | NULL    |       |
| RAh   | int(11)  | YES  |       | NULL    |       |
| RAm   | int(11)  | YES  |       | NULL    |       |
| RAs   | double   | YES  |       | NULL    |       |
| DEd   | int(11)  | YES  |       | NULL    |       |
| DEm   | int(11)  | YES  |       | NULL    |       |
| DEs   | double   | YES  |       | NULL    |       |
| Epoch | int(11)  | YES  |       | NULL    |       |
| e_RAs | float   | YES  |       | NULL    |       |
| e_DEs | float   | YES  |       | NULL    |       |
| r_RAs | char(1)  | YES  |       | NULL    |       |
| RADeg | double   | YES  |       | NULL    |       |
| DEDeg | double   | YES  |       | NULL    |       |
| GLON  | double   | YES  |       | NULL    |       |
| GLAT  | double   | YES  |       | NULL    |       |
| ELON  | double   | YES  |       | NULL    |       |
| ELAT  | double   | YES  |       | NULL    |       |
| RA1950h | double  | YES  |       | NULL    |       |
| RA1950m | double  | YES  |       | NULL    |       |
| RA1950s | double  | YES  |       | NULL    |       |
| DE1950d | double  | YES  |       | NULL    |       |
| DE1950m | double  | YES  |       | NULL    |       |
| DE1950s | double  | YES  |       | NULL    |       |
| RA1950deg | double | YES  |       | NULL    |       |
| DE1950deg | double  | YES  |       | NULL    |       |
| pmRA   | double   | YES  |       | NULL    |       |
| pmDE   | double   | YES  |       | NULL    |       |
| e_pmRA | double   | YES  |       | NULL    |       |
| e_pmDE | double   | YES  |       | NULL    |       |
| r_pmRA | char(1)  | YES  |       | NULL    |       |
| Hp    | double   | YES  |       | NULL    |       |
| Var   | char(1)  | YES  |       | NULL    |       |
+-----+-----+-----+-----+-----+-----+
```

Std	char(1)	YES		NULL		
Vmag	double	YES		NULL		
e_Vmag	double	YES		NULL		
B_V	double	YES		NULL		
e_B_V	double	YES		NULL		
r_B_V	char(1)	YES		NULL		
Sp	char(11)	YES		NULL		
r_Sp	char(1)	YES		NULL		
Plx	int(11)	YES		NULL		
e_Plx	tinyint(4)	YES		NULL		
n_Plx	char(1)	YES		NULL		
RV	double	YES		NULL		
q_RV	char(1)	YES		NULL		
r_RV	char(1)	YES		NULL		
Vname	char(9)	YES		NULL		
VarType	char(3)	YES		NULL		
Period	double	YES		NULL		
Vmax	double	YES		NULL		
Vmin	double	YES		NULL		
q_Vmax	char(1)	YES		NULL		
MagCode	char(1)	YES		NULL		
CCDM	char(10)	YES		NULL		
CCDMcomp	char(2)	YES		NULL		
PA	char(3)	YES		NULL		
Sep	double	YES		NULL		
Dmag	double	YES		NULL		
n_CCDM	char(1)	YES		NULL		
BD	char(13)	YES		NULL		
CD	char(13)	YES		NULL		
CPD	char(13)	YES		NULL		
HD	int(11)	YES		NULL		
FK	char(7)	YES	MUL	NULL		
AG	char(10)	YES		NULL		
SAO	int(11)	YES		NULL		
Ident1	char(9)	YES		NULL		
Ident2	char(11)	YES		NULL		
Ident3	char(13)	YES		NULL		
Status	char(1)	YES		NULL		
Notes	char(1)	YES		NULL		

+-----+-----+-----+-----+-----+

73 rows in set (0.02 sec)

mysql&gt; note;

## A.2 Separat kataloga Hipparcos

54500	9.6	11	9	0.19	44	54	59.05	0.027	0.003	NULL	NULL
54512	10.3	11	9	12.191	44	54	1.57	0.008	-0.002	NULL	NULL
54939	10.7	11	15	2.672	45	6	58.12	-0.034	0.066	NULL	NULL
54947	7.638	11	15	7.123	45	3	41.34	-0.049	-0.051	NULL	NULL
54959	9.64	11	15	17.166	45	15	3.75	-0.044	-0.043	NULL	NULL
55265	9.4	11	19	7.68	45	32	59.15	-0.017	0.001	NULL	NULL
55307	10.1	11	19	36.267	44	40	44.5	0.002	0.021	NULL	NULL
55391	6.741	11	20	31.994	44	59	53.83	-0.062	-0.025	NULL	NULL
55490	8.087	11	21	50.794	45	19	56.63	-0.052	-0.002	NULL	NULL

55565	8.061	11	22	51.98	44	49	28.11	-0.027	-0.016	NULL	NULL
55648	11.93	11	23	59.94	45	32	34.5	0.225	-0.211	NULL	NULL
55929	10.5	11	27	43.527	45	25	43.5	-0.005	-0.025	NULL	NULL
55936	7.07	11	27	50.376	45	11	6.18	-0.009	-0.024	-16.7	NULL
55950	6.8	11	27	56.926	44	52	42.39	0.005	-0.021	NULL	NULL
56017	8.7	11	28	49.659	45	9	53.16	-0.086	0.07	NULL	NULL
56230	8.877	11	31	37.271	44	49	4.22	0.021	-0.01	NULL	NULL
56582	9.9	11	36	2.11	45	36	46.18	0.045	-0.021	NULL	NULL
56708	6.843	11	37	36.734	44	42	58.42	-0.021	-0.008	17	NULL
56809	6.459	11	38	44.77	45	6	30.4	-0.597	0.019	-17.5	48
56919	9.6	11	40	7.518	45	33	31.98	-0.037	-0.043	NULL	NULL
57346	11.17	11	45	28.24	44	41	1.76	-0.264	0.179	NULL	NULL
57353	8.811	11	45	32.06	45	36	14.7	-0.007	0.024	NULL	NULL
57355	9.63	11	45	32.85	45	36	21.9	-0.007	0.024	NULL	NULL
57652	9.22	11	49	24.293	44	44	24.78	0.013	-0.016	NULL	NULL
57780	8.9	11	50	55.611	45	6	22.84	-0.015	0.04	NULL	NULL
57845	8.1	11	51	43.47	44	47	57.9	-0.032	0.059	NULL	NULL
57904	10.1	11	52	36.786	44	41	44.03	-0.054	-0.015	NULL	NULL
58013	9.36	11	53	57.404	44	44	6.36	0.011	0.014	NULL	NULL
120082	7.51	11	39	49.882	45	9	23.61	0.019	-0.009	NULL	NULL



## Dodatak B

### Skript za računanje centroida zvezde

```
#!/bin/sh
# Skript za računanje centroida zvezde
#
# Argument:
#   - naziv GRASS rasterske datoteke sa zumiranom okolinom zvezde
#
# Skript radi u okruženju GRASSa. Potrebno je da se, pre pokretanja
# skripta, otvari grafički prozor i zumira onaj deo slike u kome se
# nalazi zvezda.
#
# Skript kreira tri privremene datoteke:
#   - tmp.1, sa tekstom drugog skripta koji odrađuje ceo posao
#   - tmp.2, ulaznu datoteku za r.what
#   - tmp.3, izlaznu datoteku iz r.what
#
# Po završetku rada, skript briše tmp.1 i tmp.2
if test $# -ne 2
then
    echo Upotreba:
    echo centroid.sh naziv-GRASS-rasterske-datoteke naziv_izlazne_datoteke
    exit
fi
d.erase
g.region rast=$1
d.rast $1
d.zoom -f
# Preuzima granice tekućeg regiona
export 'g.region -g'
# Kreiranje skripta za pravljenje ulazne datoteke za r.what
xADU=0
yADU=0
sADU=0
hor=$w
```

```

while test $hor -le $e
do
    ver=$n
    while test $ver -ge $s
    do
        # Centralni segment skripta:
        # Ispisuje trenutne koordinate, prosleđuje ih r.what, očekuje izlaz i,
        # pomocu awk, ispisuje samo četvrta kolonu.
        # rezultat (a to je ADU za tekuću celiju), dodaje promenljivoj $adu
        adu='echo $hor $ver | r.what input=$1 | awk -F " "| '{print $4}''
        # Na težinske zbirove kolona i vrsta dodaje
        # težinsku vrednost ADU tekuće celije. Takođe, ADU dodaje i ukupnom
        # zbiru
        xADU=$((xADU + $hor * $adu))
        yADU=$((yADU + $ver * $adu))
        sADU=$((sADU + $adu))
        ver=$((ver-1))
    done
    hor=$((hor+1))
done
# Pošto sh radi samo celobrojno, pokreće dc i u njemu izračunava
# koordinate centroida sa preciznošću od 0.01 piksela
x='dc -e "2 k $xADU $sADU / p"'
y='dc -e "2 k $yADU $sADU / p"'
echo $1 $x $y >> $2

```

## Dodatak C

### Spisak skraćenica

1PPS	(One Pulse Per Second) Jedan impuls u sekundi
ADU	(Analog to Digital Unit) Pokazatelj kvaliteta digitalizacije slike
CIO	(Conventional International Origin) Konvencionalni međunarodni početak
CCD	(Charged Coupled Device) Integralno kolo za generisanje digitalne slike
ESA	(European Space Agency) Evropska svemirska agencija
FK5	(Fundamental Catalogue 5) Fundamentalni katalog 5
FM	(Frequency Modulation) Frekventna modulacija
GPS	(Global Positioning System) Globalni sistem za pozicioniranje
GSC	(Guide Star Catalogue) Katalog zvezda vodilja
IAU	(International Astronomic Union) Međunarodna astronomска unija
ICRF	(International Celestial Reference Frame) Međunarodni nebeski referentni okvir
ICRS	(International Celestial Reference System) Međunarodni nebeski referentni sistem
IERS	(International Earth Rotation Service) Međunarodna služba za Zemljinu rotaciju
ITRF	(The International Terrestrial Reference Frame) Međunarodni terestrički referentni okvir
ITRS	(The International Terrestrial Reference System) Međunarodni terestrički referentni sistem
IUGG	(International Union of Geodesy and Geophysics) Međunarodna unija za geodeziju i geofiziku
JD	Julijanski dan
MJD	Modifikovani julijanski dan
NMEA	(National Marine Electronics Association)
NTP	(Network Time Protocol) Mrežni protokol za prenos tačnog vremena
QE	(Quantum Efficiency) Kvantna efikasnost. Odnos broja primljenih fotona i generisanih elektrona

---

RGB	(Red-Green-Blue) Tri osnovne boje (crvena-zelena-plava) iz kojih se dobijaju ostale boje iz vidljivog dela spektra
RPC	(Remote Protocol Call) Protokol za upravljanje uređajima preko spoljnih poziva
USAC	(U.S. Naval Observatory CCD Astrograph Catalogue) CCD astrografski katalog Američke mornarice
UT	(Universal Time) Svetsko vreme; vremenska skala bazirana na dužini srednjeg sunčevog dana
UTC	(Universal Coordinated Time) Svetsko koordinirano vreme; atomska vremenska skala
WGS	(World Geodetic System) Svetski geodetski sistem

# Literatura

- [Abalakin, 1985] Abalakin, V. K., editor (1985). *Refraction Tables of Pulkovo Observatory*. Nauka, St. Petersburg.
- [BIPM, 1998] BIPM (1998). *The International System of Units (SI)*. Bureau International des Poids et Mesures, France, 7th edition.
- [Blažko, 1952] Blažko, S. N. (1952). *Praktična astronomija*. Naučna knjiga, Beograd.
- [Dačić, 1998] Dačić, M. (1998). *Analiza uticaja grešaka koordinata zvezda na rezultate odredivanja geodetske astronomije*. Doktorska disertacija, Građevinski fakultet, Beograd.
- [Ewalt, 1999] Ewalt, F. (1999). *Introduction to CCD Astrophotography*. Skyscrapers Inc., USA.
- [Gerstbach, 1997] Gerstbach, G. (1997). The astro-geodetic use of CCD for gravity field refinement. *Phys. Chem. Earth*, 21(4):347–351.
- [Gerstbach, 2003] Gerstbach, G. (2003). Geoid monitoring by zenith camera and geology. In *Conference Proceedings "The Role of Space Methods for Present Day Geodesy"*, pages 43–51, Bratislava.
- [Green, 1998] Green, M. R. (1998). *Astronomija, klasika u novom rahu*. Vesta company, Beograd.
- [Hirt, 2001] Hirt, C. (2001). Automatic determination of vertical deflections in real-time by combining GPS and digital zenith camera for solving the GPS-height problem. In *Proceed. 14th International Technical Meeting of The Satellite Division of the Institute of Navigation*, Alexandria, VA.
- [Hirt and Bürke, 2002] Hirt, C. and Bürke, B. (2002). A new high-precision and economic astrogeodetic observation system for real-time measurement of vertical deflections. In *Proceed. of the 3rd Meeting of the International Gravity and Geoid Commission of the International Association of Geodesy*, Thessaloniki, Greece.
- [Hirt and Reese, 2005] Hirt, C. and Reese, B. (2005). High-precision astrogeodetic determination of a local geoid profile using the digital zenith camera system tzk2-d. In *Proceed.*
- [Hirt et al., 2005] Hirt, C., Seeber, G., Bürki, B., and Müller, A. (2005). Die digitalen zenitkamerasysteme TZK2-D und DIADEM zur hochpräzisen geoidbestimmung. In *Proceed. Internationale geodätische Woche Obergurgl 2005*.
- [Høg et al., 1997] Høg, E., Fabricius, C., Makarov, V., Urban, S., Corbin, T., Wycoff, G., Bastian, U., Schmekendiek, P., and Wicenec, A. (1997). The Tycho-2 catalogue of the 2.5 million brightest stars. *Astronomy and Astrophysics*, 355(2):27–30.
- [Marti, 1997] Marti, U. (1997). Geoid der Schweiz 1997. Technical report, Schweizerischen Geodätische Kommission.

- [Martinez and Klotz, 1998] Martinez, P. and Klotz, A. (1998). *A Practical Guide to CCD Astronomy*. Cambridge University Press, Cambridge, UK.
- [Mills, 2001a] Mills, D. (2001a). *Executive Summary - Computer Network Time Synchronization*. University of Delaware.
- [Mills, 2001b] Mills, D. (2001b). *The Network Time Protocol (NTP) Distribution*. University of Delaware.
- [Murray, 1983] Murray, C. A. (1983). *Vectorial Astrometry*. Adam Hilger Ltd, Bristol.
- [NAVSTAR, 1995] NAVSTAR (1995). *Global Positioning System Standard Positioning Service Signal Specification*, 2nd edition.
- [Ogrizović, 2002] Ogrizović, V. (2002). Prilog primeni novih mernih sistema u astrogeodetskim određivanjima. magistarska teza, Građevinski fakultet, Beograd.
- [SBIG, 2002] SBIG (2002). *SBIG Operating Manual*. Santa Barbara Instrument Group, Santa Barbara, USA.
- [SBIG, 2004] SBIG (2004). *Application note: Trigger Signals on the USB Cameras*. Santa Barbara Instrument Group, Santa Barbara, USA.
- [Seeber, 1993] Seeber, G. (1993). *Satellite Geodesy, Foundations, Methods and Applications*. De Gruyter, Berlin, New York.
- [Ševarlić and Brkić, 1963] Ševarlić, B. and Brkić, Z. (1963). *Geodeska astronomija*. Građevinska knjiga, Beograd.
- [Turon et al., 1992] Turon, C., Crèze, M., and Grenon, M. (1992). *The Hipparcos Input Catalogue*. European Space Agency, Paris, France.
- [u-blox, 1999] u-blox (1999). *Protocol Specification: μ-blox GPS-MS1 and GPS-PS1*. μ-blox ag, Switzerland.
- [u-blox, 2000] u-blox (2000). *μ-blox Extensions to SiRF Binary Protocol Application Note*. μ-blox ag, Switzerland.
- [Zakić, 1988] Zakić, N. (1988). Mogućnosti i primene kamere UMK 10/1318 u astrogeodetskim određivanjima. diplomski rad, Građevinski fakultet, Beograd.

# Biografija

**Ime i prezime:** Vukan Ogrizović

**Datum i mesto rođenja:** 8.7.1970. Vršac.

**Obrazovanje:** Osnovnu i srednju školu (matematičku gimnaziju) završio u Vršcu sa odličnim uspehom. Na odsek za geodeziju Građevinskog fakulteta u Beogradu upisao se 1989. godine, a studije započeo 1990, posle odsluženog vojnog roka. Diplomirao je u januaru 1996. sa prosečnom ocenom tokom studija 8,64. Diplomski rad pod naslovom: SOFTVERSKO REŠENJE SIMULACIJE UTICAJA NEKIH IZVORA GREŠAKA NA TAČNOST GPS FAZNIH MERENJA na diplomskom ispitу ocenjen je ocenom 10. Poslediplomske studije, Odsek za geodeziju, smer REFERENTNE GEODETSKE MREŽE, upisao je školske 1996/97. godine i ispiti predviđene programom položio sa prosečnom ocenom 10. Magistarsku tezu pod naslovom „PRILOG PRIMENI NOVIH MERNIH SISTEMA U ASTROGEODETSKIM ODREĐIVANJIMA“ odbranio je u martu 2002. godine.

**Kretanje u službi:** Od 1.2.1996. do 1.5.1997. zaposlen je u Republičkom geodetskom zavodu, u Sektoru za planiranje i razvoj, na radnom mestu izvršioca za razvoj novih tehnologija. Posle toga prelazi na Građevinski fakultet u Beogradu, gde dobija mesto asistenta-pripravnika za grupu predmeta Viša geodezija. Za asistenta za uže naučne oblasti Referentne geodetske mreže i Aproximacija gravitacionog polja Zemlje izabran je 2003. godine.



ЗАР МАРИОВИЋ У БЕ

РД 19476



300147530

COBISS