

Бранислав Бајат*
Sebastian Rath**

ОДРЕЂИВАЊЕ НАГИБА ТЕРЕНА У РАСТЕРСКИМ ГИС И ДМТ АПЛИКАЦИЈАМА

РЕЗИМЕ

У раду су приказане методе рачунања нагиба терена које се користе у ДМТ који имају гридну структуру. Приказани су неки резултати досадашњих истраживања у свету на пољу ефикасности примене ових метода.

ABSTRACT

Various methods for the calculation of the terrain slope used in the gridded DTMs are presented in this work. Some of the results obtained from research based on the efficiency of the application of these methods are also reported.

1. УВОД

Прикупљање, одржавање и визуализација података о рељефу су међу најкоришћенијим ГИС (Географски Информациони Системи) функцијама. Овај сегмент ГИС апликација познат је као Дигитални Модел Терена (ДМТ).

У литератури на енглеском језику користи се велики број термина који се одnose на ову област (Digital Terrain Elevation Data, Digital Height Model, Digital Ground Model итд.). Термини који су најчешће у употреби су Digital Terrain Model (DTM) и Digital Elevation Model (DEM). Иако их корисници често поистовећују, треба истаћи да се ради о стриктно дефинисаним терминима који са собом носе и одређене особености.

Наиме, термин DEM се односи на дигиталну представу непрекидних варијација рељефа у простору и као такав подразумева податке о висинама терена на одређеним локацијама. DTM поред података о висини терена садржи и друге податке о рељефу терена (структурне линије, податке о хидрографији итд.). Треба поменути и термин Digital Surface Model (DSM) који се односи на висине површи терена, као и свих објеката на њему (зграде, комуникације, вегетација итд.). Овај термин је у употреби последњих неколико година, и настао је са развојем ласерске технологије прикупљања података.

ДМТ И ГИС апликације

У почетку ДМТ и ГИС су се развијали одвојено. Прве ДМТ апликације и алгоритми су развијани за потребе пројектовања у инжењерству. Истовремено ГИС апликације су развијане у дводимензионалном (x,y) координатном систему уз визуелизацију података у облику тематских

* Грађевински факултет Универзитета у Београду – Институт за геодезију

** Technical University Hamburg-Harburg / Department for River and Coastal Engineering

карата. Главни разлог за овакав приступ одржавања и представљања података лежао је у томе што је извор прикупљања података у ГИС-у био дигитализација постојећих карата и планова. Овакав приступ представљања података назива се 2D (дво димензионални) ГИС.

ГИС апликације које су посебно намењене коришћењу у инжењерству данас, податке о висинама третирају као засебну класу података. Подаци о терену су дати као класе објеката са висинама као атрибутима (тачке, изохипсе, структурне линије итд.). Овакав приступ организације података о терену се назива 2.5D ГИС. Термин 3D ГИС односи се на апликације које поред података о висинским представама терена садрже и висинске податке осталих ентитета, односно класа података (објекти, комуникациони правци итд.).

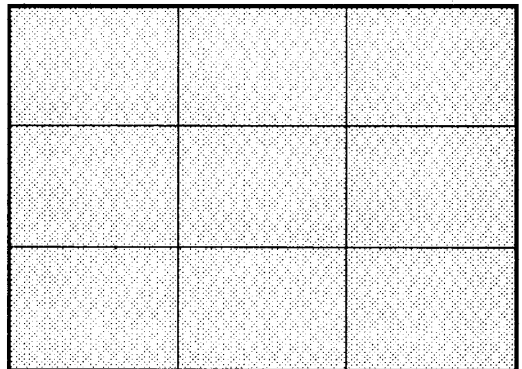
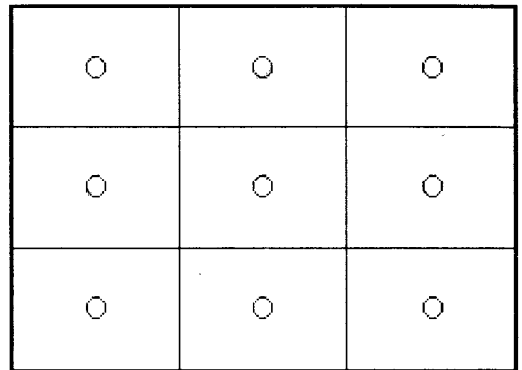
Типови ДМТ-а

Површи, без обзира да ли се ради само о терену или неким другим просторним феноменима, могу се приказати на следеће начине:

- полигонима,
- изолинијама,
- висинским тачкама,
- ТИН (мрежом неправилних троуглова),
- пикселима,
- гридом (правилна решеткаста мрежа тачака).

Задња два начина висинске организације тачака преовлађују у ГИС апликацијама, посебно у растерском ГИС-у, где су и остали просторни подаци у растерском формату. Врло је битно разликовати ова два приступа висинске представе терена, јер енглески термин *pixel* и *grid* могу код

корисника изазвати забуну да се ради о истом начину чувања, презентовања и интерпретације висинских података. Презентовање података у виду пиксела се посебно појављује у ГИС апликацијама код којих је даљинска детекција доминантан начин прикупљања података. У оба случаја подаци су организовани у матричној форми што доводи до забуне да је у питању исти приступ. У оквиру пиксела вредност атрибута је истог интезитета на целој површи коју пиксел обухвата, што је случај и са висинским подацима. Код грида висински податак је смештен у тачно позиционирану тачку, најчешће средиште грида (слика 1). У даљем излагању фокусираћемо се на ДМТ у облику правилног грида.



Слика 1. Гридна и пиксел структура података у ДМТ-у

Топографски параметри терена

Свака непрекидна тродименционална површ, па самим тим и терен може се окарактерисати прско пет примарних параметара (Wood 1996).

- Висине,
- Нагиба,
- Аспекта¹,
- Вертикалне закривљености,
- Хоризонталне закривљености.

Нагиб и аспект терена дефинишу градијент терена који представља вектор који показује правац највећег раста скаларне функције $z = f(x,y)$, чије су компоненте једнаке парцијалним изводима у правцу x и y у координатних оса. Нагиб терена представља магнитуду овог вектора, или интензитет промене висине у правцу највеће косине, а аспект терена је оријентациони угао (мери се од правца севера у смеру кретања казаљке на сату) хоризонталне пројекције овог вектора односно линије највеће косине терена (Hunter & Goodchild (1997)). Нагиб терена може се математички представити формулом:

$$S = \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2} \quad (1)$$

где је:

$\partial z / \partial x$ = парцијални извод површи у правцу x координатне осе,

$\partial z / \partial y$ = парцијални извод површи у правцу y координатне осе.

Закривљеност (конвексност) површи терена представља брзину промене нагиба и аспекта терена у одређеним правцима. Закривљеност профила терена је вертикална компонента закривљености терена и представља брзину промене нагиба дуж појачаног профила, док је закривљеност хоризонталне пројекције терена брзина промене аспекта дуж изохипсе терена.

Висина представља извод нултог реда површи, нагиб и аспект извод првог реда, док закривљеност терена представља извод другог реда. Аналитички је могуће извести и изводе вишег реда али они немају никакво геоморфолошко значење.

Нагиб терена S , се изражава у степенима ($^{\circ}$) или у процентима (%):

$$S^{\circ} = \arctan \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2}$$

$$S\% = 100\% \times \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2} \quad (2)$$

У хидрологији се користе и још неки други топографски индикатори, као што су сливне површине или топографски индекс, који је дефинисан као природни логаритам сливне површи по јединици изохипсе подељен са нагибом.

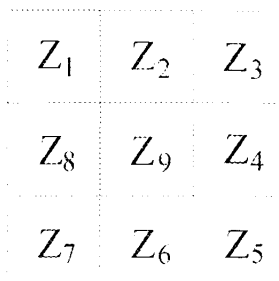
Нагиб терена као примарни топографски параметар

Нагиб представља најбитнији геоморфометријски параметар терена. Развој геоморфометрије као геоморфолошке дисциплине уследио је из потреба да се дескриптивни карактер геоморфолошких истраживања замени квантитативном анализом, која омогућује успостављање модела процеса који се одвијају у природи (хидролошко моделирање, ерозивни процеси итд). Нагиб терена је средство уз помоћ којег гравитациона сила индукује проток

¹ aspect (engl.) - у нашој литератури из геоморфологије користи се и назив експозиција терена

воде и других материјала и због тога је врло битан у геоморфологији и хидрологији. Он утиче на проток како површинских, тако и подземних вода, на засићеност земљишта влагом, ерозионе и многе друге процесе који се одвијају у природи.

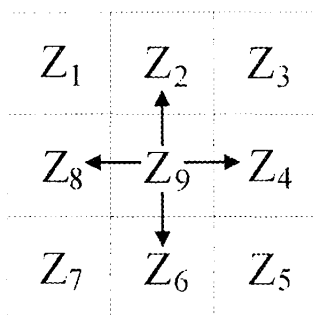
Матрична структура података у гريدном ДТМ-у омогућује неколико различитих приступа рачунања нагиба терена. Заједничко за све алгоритме који се користе за рачунање је да се срачунате вредности увек односе на површину захваћену гريدном ћелијом. Улазни подаци за рачунање нагиба су висине тачака у ћелији за коју се рачуна нагиб као и у суседним ћелијама које је окружују. Шематски они се могу приказати матрицом димензије 3×3 (слика 2.) где величине z_i представљају висине терена у гريدним ћелијама (централно поље матрице z_9 је ћелија за коју се рачуна нагиб).



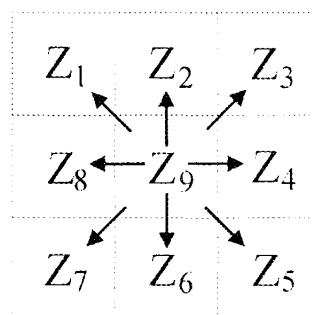
Слика 2. Шематски приказ распореда висина у матрици

Нагиб у централној гريدној ћелији се рачуна на основу висина у матрици. Различита правила за рачунање, која ће бити изложена, могу се поделити у три групе:

- Правило кретања топа²,
- Правило кретања краљице³,
- Метода максималног градијента.



Rook's case



Queen's case

Слика 3. Правило кретања топа и правило кретања краљице.

Правило кретања топа као улазне податке користи висине само четири суседне ћелије (кардинални правци), док се правило кретања краљице односи на алгоритме који приликом рачунице узимају у обзир свих осам суседних ћелија (слика 3.). У оба случаја висина централне ћелије се не користи у формулама. Висина централне гريدне ћелије се користи код метода максималног градијента

Придржавајући се приложене шеме у Табели 1., дате су различите формуле за рачунање нагиба терена ДМТ-а са гريدном структуром података.

² Rooks case (енгл.) - шаховски термин који описује правце кретања топа.

³ Queens case (енгл.) - шаховски термин који описује правце кретања краљице

Табела 1.

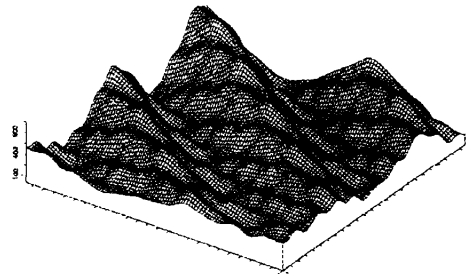
Бр	Назив методе, напомене	Формуле за рачунање нагиба
1	Модификована метода коначних разлика трећег реда, у литератури позната и као модификована Sharpnack&Akin (имена аутора) метода. Примењена је код програмских пакета као што су ArcInfo и GRASS. (queen's case)	$S = \sqrt{S_{e-w}^2 + S_{n-s}^2} \times 100$ $S_{e-w} = \frac{(z_3 + 2z_4 + z_5) - (z_1 + 2z_8 + z_7)}{8 \times d}$ $S_{n-s} = \frac{(z_1 + 2z_2 + z_3) - (z_7 + 2z_6 + z_5)}{8 \times d}$ $d = \text{димензије грида}$
2	Метода квадратне површи (rook's case), примењена код Surfer-a; Метода коначних разлика другог реда. Ова метода даје добре резултате код модела са великим димензијама гридних ћелија	$S = \sqrt{S_{e-w}^2 + S_{n-s}^2} \times 100$ $S_{e-w} = \frac{z_4 - z_8}{2 \times d}$ $S_{n-s} = \frac{z_2 - z_6}{2 \times d}$
3	Метода максималног нагиба. Примењена код програмског пакета IDRISI. Основни недостатак ове методе је да практично два пута користи исту срачунату вредност за суседне ћелије грида где је висинска разлика највећа по апсолутној вредности.	$S = \max \left(\frac{ z_9 - z_i }{d_c} \right) \times 100$ <p>d_c = растојање између централне ћелије и суседних ћелија, у случају кардиналних праваца то је d, а у случају дијагоналних $d \times \sqrt{2}$</p>
4	Метода максималног падног градијента. Ова метода даје добре оцене градијента код терена код којих је присутна појава земљишних облика мањих димензија.	$S = \max \left(\frac{z_9 - z_i}{d_c} \right) \times 100$ <p>d_c = растојање између централне ћелије и суседних ћелија, у случају кардиналних праваца то је d, а у случају дијагоналних $d \times \sqrt{2}$</p>
5	Метода базирана на тежишима сразмерним са растојањима суседних тачака, модификована Sharpnack & Akin метода.	$S = \sqrt{S_{e-w}^2 + S_{n-s}^2} \times 100$ $S_{e-w} = \frac{(z_3 + \sqrt{2}z_4 + z_5) - (z_1 + \sqrt{2}z_8 + z_7)}{(4 + 2\sqrt{2}) \times d}$ $S_{n-s} = \frac{(z_1 + \sqrt{2}z_2 + z_3) - (z_7 + \sqrt{2}z_6 + z_5)}{(4 + 2\sqrt{2}) \times d}$

6	Метода коначних разлика трећег реда, Sharpnack & Akin метода, примењена код ERDAS IMAGINE програмског пакета.	$S = \sqrt{S_{e-w}^2 + S_{n-s}^2} \times 100$ $S_{e-w} = \frac{(z_3 + z_4 + z_5) - (z_1 + z_8 + z_7)}{6 \times d}$ $S_{n-s} = \frac{(z_1 + z_2 + z_3) - (z_7 + z_6 + z_5)}{6 \times d}$
7	Дијагона метода квадратне површи.	$S = \sqrt{S_i^2 + S_j^2} \times 100$ $S_i = \frac{z_5 - z_1}{2\sqrt{2} \times d}$ $S_j = \frac{z_3 - z_7}{2\sqrt{2} \times d}$
8	Проста метода, врло добра на теренима са малим флукуацијама.	$S = \sqrt{S_{e-w}^2 + S_{n-s}^2} \times 100$ $S_{e-w} = \frac{z_8 - z_9}{2 \times d}$ $S_{n-s} = \frac{z_6 - z_9}{2 \times d}$

Истраживања на пољу верификације метода за рачунање нагиба терена

Примена различитих формула за рачунање нагиба терена захтевала је и оцену ефикасности, односно вредновања њихове употребе.

Свеобухватну анализу изложених метода дао је Jones (1998), који је користио вештачки генерисану површ на којој је аналитичким путем дошао до вредности тражених нагиба које је усвојио као референтне величине. Тест подручје је чинила генерисана Morrison-ова површ, добијена из 49-то члане тригонометриске функције са гридом димензија 100 × 100 ћелија (слика 4.)



Слика 4. Изглед Morrison-ове вештачки генерисана површ

За сваку гридну ћелију је срачуната вредност нагиба терена применом различитих метода рачунања и потом су од тих вредности одузете аналитички срачунате вредности нагиба. Добијене разлике су потом коришћене за рачунање средње ква-

дратне грешке сваке од примењених метода, а на основу тога је и извршено рангирање тачности метода. Интересантно је да су најбољи резултати добијени за методу 2 (rook's case).

Значајан је рад (Skidmore (1989)) у којем су за тест подручје коришћени подаци добијени дигитализацијом изохипси и хидролошког садржаја са карте размере 1:25000, а уз помоћ прикупљених података потом је генерисан грид димензије 30 метара⁴. За референтне величине нагиба узете су вредности нагиба мануелно одређене са карата. Из разлике вредности нагиба добијених применом различитих метода и усвојених референтних вредности такође је извршено рангирање метода. Резултати спроведене анализе су довели до помало опречних резултата са претходним радом тако да се као најбоља показала метода бр.1 (queen's case).

Свакако је интересантно и истраживање које је спровео U.S. Army Topographic Engineering Center (Ryder & Voyadgis (1996)). Нагиби терена су категорисани у шест различитих нивоа:

- A: до 3%,
- B: од 3% до 10%,
- C: преко 10% до 20%,
- D: преко 20% до 30%,
- E: преко 30 до 45%,
- F: преко 45%.

За референтне вредности нагиба узети су директно мерени нагиби на терену (уз примену најсавременије GPS и ласерске технологије). Улазни подаци за формирање ДМТ су такође добијени директним мерењима на терену (GPS технологија). Уз примену метода за рачунање нагиба оцењивана

је и тачност мануелно одређених нагиба (са подлога размера 1:24 000 и 1: 50 000). ДМТ је урађен у три различите резолуције (5, 30 и 100 метара). Срачунате су вредности нагиба у свакој од ћелија, а потом је урађена класификација према претходној шеми. Класификоване вредности нагиба су упоређиване са мереним "тачним" вредностима за сваку ћелију грида. Слагање резултата је изражено у процентима (број ћелија у којима су се резултати поклопили са "тачним" подељен са укупним бројем ћелија у гриду), резултати су варирали унутар класа. Мањи нагиби су срачунати са великим процентом слагања са референтним вредностима, око 90%, док код већих нагиба (између 30% и 45 %) тај проценат пада на око 50% (за грид резолуције 100 метара и на 10%).

За сва наведена истраживања карактеристична је различита методологија која је примењена код валоризације алгоритама за рачунање нагиба терена. За доношење закључака употребљени су стандардни статистички апарати, али главни проблем је успостављање "тачних" вредности нагиба тако да су за референтне вредности коришћени или нагиби вештачки генерисаних површи или мануелно срачунати нагиби са топографских подлога или директно мерени нагиби на терену. То је и довело да различитих закључака о ефикасности ових алгоритама.

Без обзира на све недостатке ових приступа могу се извући генерални закључци који могу да буду од значаја код коришћења различитих ГИС апликација код којих се рачунање нагиба изводи у оквиру гридне структуре ДМТ:

- ДМТ високе резолуције резултирају високом тачношћу срачунаних нагиба.
- Средња вредност и дисперзија срачунаних нагиба опадају са повећањем растојања (димензије гридне ћелије) ДМТ-а.

⁴ Интересантно је да је ова резолуција врло често коришћена у разним анализама јер одговара резолуцији 7.5 минутног DEM-а који дистрибуира USGS (United States Geological Survey)

- Ефскат резолуције ДМТ-а је очигледнији дуж истакнутих земљишних облика (долине, вододелнице итд.)
- Утицај неодређености⁵ ДМТ-а има много већи утицај на тачност срачунаних нагиба него на тачност интерполованих висина.
- Постоји значајна корелисаност између срачунаних и “правих” нагиба.

Оно што је потребно посебно истакнути је релација између димензије гريدних ћелија и величине срачунаних вредности нагиба. Корисници који поред примарних топографских параметара користе и секундарне параметре (у принципу се добијају као комбинација срачунаних примарних параметара и одговарајућих физичких величина) о овоме посебно морају водити рачуна. ДМТ ниске резолуције (веће димензије гريدних ћелија) у оваквим случајевима често не могу одговорити захтевима тачности рачунања нагиба. Као једна могућност превазилажења овог проблема примењена је фрактална теорија самосличности⁶. Одређивањем фракталне димензије D за терен који се анализира, омогућено је да се из ДМТ ниске резолуције добију резултати нагиба који би одговарали ДМТ високе резолуције (Zhang, Drake, Wainwright, Mulligan (1999)).

Примена нагиба терена у анализи квалитета ДМТ

Аналитички модели који су развијени за анализу квалитета ДМТ-а, односно за оптимизацију “*a priori*” тачности, базирани су различитим математичким приступима од примене функција преноса интерполационих метода, преко оцене одређивања спек

тра снаге терена применом Фуријеових трансформација, до метода које се базирају на оцни коваријационе функције, односно вариограма терена. Основна идеја њихове примене је да се спроведе претходна оцена тачности квалитета ДМТ-а, а самим тим поставе пројектни параметри израде ДМТ-а.

Оно што је карактеристично за све наведене методе је прилично компликовани математички апарат. Зато се појавила потреба да се дође до модела који ће понудити једноставније формуле у којима ће фигурисати неки од примарних топографских параметара, тако да је развијен општи модел оцене тачности ДМТ-а (Li Z. 1993), чија формула гласи:

$$\sigma_{DEM}^2 = K_1 \sigma_z^2 + K_2 \left(1 + \frac{4d}{W}\right) d \tan \alpha$$

где је:

σ_{DEM}^2 = средња квадратна грешка висина у гريدном ДМТ-а,

σ_z^2 = средња квадратна грешка мерених висина тачака (улазни подаци),

K_1 = константа чија вредност зависи од примењене интерполационе методе,

K_2 = константа чија вредност зависи од топографских карактеристика терена.

d = димензија странице грида,

α = вредност нагибног угла,

W = таласна дужина терена која је дата формулом:

$$W = (H_{\max} - H_{\min}) \cot \alpha$$

где је H_{\max} , односно H_{\min} максимална, односно минимална, висина терена. Разлика ових величина често се назива “енергија” рељефа и она представља параметар вертикалног рашчлањења рељефа, односно

⁵ Uncertainty (engl.)-термин који се све више користи у GIS терминологији уместо термина тачност

⁶ self-similarity(engl.)

потенцијалну енергију одређеног терена дефинисану разликом највише и најниже тачке унутар посматране површине терена (Манојловић П., Драгићевић С. (2002)).

Ова метода је верификована на тест подручјима (Upland у Шведској и Sohnstetten и Spritze у Немачкој) које је Радна Група 3 Комисије III *ISPRS*⁷ установила као еталон за испитивање метода за оцену тачности ДМТ. У поређењу са другим познатим методама она је дала најбоље резултате (Li Z.(1993)).

Закључак

Приликом коришћења ДМТ софтверских пакета који се базирају на GRID-структури података о висинама терена, корисник мора водити рачуна о томе да постоје различити алгоритми за рачунања нагиба терена. Поред информација које формуле се примењују у софтверу, битно је такође имати и информације о извору података о висинама у ДМТ-у, односно *metadata* базе података о висинама. Као трећи, врло битан параметар, намеће се резолуција ГРИДА, односно димензије ГРИД-них ћелија која има велики утицај на добијене вредности срачунатих величина нагиба.

РЕФЕРЕНЦЕ:

1. Burrough, P., (1986). Principles of Geographical Information Systems for Land Resource Assessment. Oxford University Press, New York, NY:194 pp.
2. Chang, K. & Tsai, B. (1991): The effect of DEM resolution on slope and aspect mapping. - Cartography and Geographic Information Systems, 18 (1): 69-77;

3. Hunter, G. and Goodchild, M., (1997). Modeling the Uncertainty of Slope and Aspect Estimates Derived From Spatial Databases. *Geographical Analysis*, Vol. 29, No. 1, 35-49.
4. Jones, K.H. (1998). A comparison of algorithms used to compute hill slope as a property of the DEM. *Computers & Geo science*, 24: 315-323.
5. Kraus K. (1995) From Digital Elevation Model to Topographic Information System. *Photogrammetric Week*: 277 - 285.
6. Li, Z. (1993). Theoretical models of the accuracy of digital terrain models: An evaluation and some observations, *Photogrammetric Record* 14 (82); 651-659.
7. Манојловић П. Драгићевић С. (2002) Практикум из Геоморфологије, Географски факултет Универзитета у Београду
8. Skidmore, A., (1989). A Comparison of techniques for Calculating Gradient and Aspect From A Gridded Digital Elevation Model. *International Journal of GIS*, Vol. 3, No. 4, : 323-334.
9. Ryder W., Voyadgis D. (1996). Measuring the Performance of Algorithms for Generating Ground Slope. Spatial Accuracy Assessment. in Natural Resources and Environmental Sciences: Second International Symposium, USDA-Forest Service, Ft. Collins, CO: 208-216
10. Zevenbergen, L., and Thorne, C. (1987). Quantitative Analysis of Land Surface Topography, *Earth Surface Processes and Landforms*, Vol. 12,: 47-56.
11. Wise S.(2000). GIS data modelling-lessons from the analysis of DTMs. *International Journal of GIS*, Vol. 14, No. 4,:313-318.
12. Zhang X., Drake N., Wainwright J., and Mulligan M. (1999). Comparison of Slope Estimates from Low resolution DEMs: Scaling Issues and a Fractal Method for their Solution. *Earth Surface Processes and Landforms* Vol.24:763-779

⁷ ISPRS-International Society of Photogrammetry and Remote Sensing