

ПРОРАЧУН СЕИЗМИЧКИХ ХИДРОДИНАМИЧКИХ ОПТЕРЕЋЕЊА

Bojan MILOVANOVIĆ, Anna Ingaita MUGANDA,
Vladan KUZMANOVIĆ, Ljubodrag SAVIĆ
Универзитет у Београду, Грађевински факултет

РЕЗИМЕ

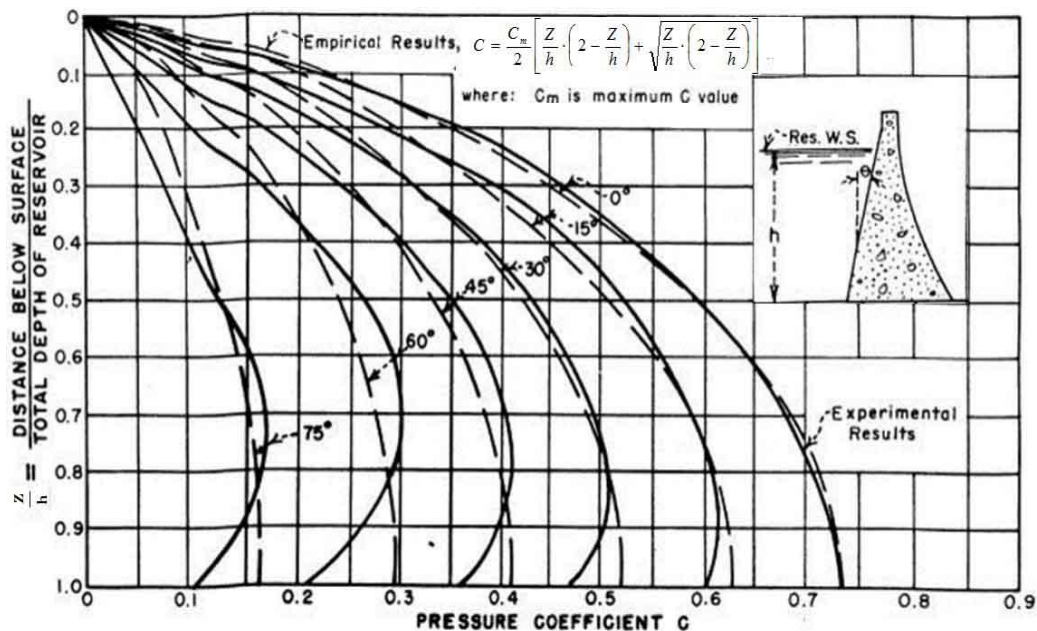
Анализирана је Зангарова метода за прорачун сеизмичких хидродинамичких оптерећења на вертикалну и косу контуру бетонске гравитационе бране. Уочена су знатна одступања конвенционалног Зангаровог поступка од тачног решења добијеног аналитичком интеграцијом Зангарових експерименталних кривих. Предложени су јеноставни регресиони изрази за прорачун сеизмичке силе и момената савијања, који веома добро апроксимирају аналитичко решење.

1. УВОД

Мерењима на електричном аналогу Зангар [1] је одредио хидродинамичке притиске услед

сеизмичких утицаја на вертикалну и косу контуру бетонске гравитационе бране. Истраживање је уређено коришћењем истих претпоставки као код Вестергарда [2]: брана се понаша као круто тело, померања су мала, важи равно стање деформација, акумулација је бесконачно велика, а стишљивост воде занемарљива.

Зангар је анализирао бране са глатким узводним косинама константног нагиба, под углом θ , са вредностима од: 0, 15, 30, 45, 60 и 75 степени (Слика 1). Резултати су приказани фамилијама кривих линија, преко бездимензионалног коефицијента притиска у функцији бездимензионалне дубине.



Слика 1. Резултати Зангаровог истраживања [1]

Зангар је уочио да је распоред притисака скоро параболички и да се притисак може изразити у зависности од дубине, Z , помоћу израза:

$$p_z(Z) = C \cdot \alpha \cdot \gamma_w \cdot h \quad (1)$$

где су:

h – укупна дубина воде испред конструкције,
 C – бездимензионални коефицијент, којим се дефинише распоред притисака по дубини:

$$C = \frac{C_m}{2} \left[\frac{Z}{h} \cdot \left(2 - \frac{Z}{h} \right) + \sqrt{\frac{Z}{h} \cdot \left(2 - \frac{Z}{h} \right)} \right] \quad (2)$$

где су:

C_m – максимална вредност коефицијента C (Таб. 1),
 γ_w – специфична тежина воде,

Табела 1. Коефицијент C_m у функцији нагиба узводног лица бране

Угао θ (°)	0	15	30	45	60	75	90
Коефицијент C_m	0.735	0.630	0.520	0.410	0.295	0.160	0.000

Зангар [1] је предложио да се хоризонтална сила, P_{ZZ} , која делује на површину изнад произвољне дубине, Z , рачуна као:

$$P_{ZZ}(Z) = 0.726 \cdot p_z(Z) \cdot Z \quad (3)$$

У инжењерској пракси, као и литератури ([1] и [2]), сила се рачуна на основу једначина (3) са константним коефицијентом (0.726), који је добијен интеграцијом оптерећења по целој дубини испред бране, када је $Z = h$. Међутим, овај коефицијент није константан, с обзиром да зависи управо од дубине, Z . Зато ни једначина (3) не даје коректну вредност силе.

Аналогно, изразу за силу, Зангар је моменат савијања услед ове силе дефинисао (такође са константним коефицијентом) као:

$$M_{z,z}(Z) = 0.299 \cdot p_z(Z) \cdot Z^2 \quad (4)$$

У случају хоризонталног земљотреса, сеизмички притисак је управан на узводно лице бране, услед чега се јављају хоризонталне и вертикална компоненте оптерећења. У посматраној тачки, на дубини Z , вертикална и хоризонтална компонента притиска су једнаке:

$$p_{z,v}(Z) = p_z(Z) \quad (5)$$

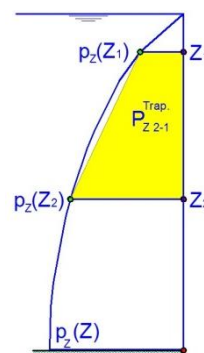
α – коефицијент сеизмичности, дефинисан као однос између максималног хоризонталног убрзања и убрзања земљине теже.

Зангар је, такође, анализирао бране код којих се нагиб узводног лица мења по висини бране, па су једним делом са вертикалним, а другим делом са косим лицем (броне са „комбинованим“ нагибом). Ако је вертикални део оквашеног узводног лица дужи од половине дубине воде испред бране, рачуна се као да је брана са вертикалним лицем. У супротном, брана се рачуна са косином, при чему се угао нагиба косине, θ , (Слика 1.) добија повезивањем тачке пресека нивоа воде са узводним лицем бране и тачке пресека бране и терена (на узводном лицу).

Вертикална сила притиска и одговарајући вертикални моменат савијања добијају се множењем једначина (3) и (4) са тангенсом угла нагиба, θ :

$$P_{z,z}(Z) = 0.726 \cdot p_z(Z) \cdot Z \cdot \tan(\theta) \quad (6)$$

Крива сеизмичког хидродинамичког притиска између тачака (дубина) Z_1 и Z_2 приказана је на Сlici 2. Парабола је добијена Зангаровим експериментом, док осечена површина представља трапезну апроксимацију. Вредност силе између тачака Z_1 и Z_2 добијене према изразу (3) може бити мања од вредности која се добија интеграцијом трапезним правилом, што са Сликe 2 није могуће закључити.



Слика 2. Поређење параболичне и трапезне расподеле притисака

Пошто ни у оригиналном истраживању, као ни у постојећој литератури, Зангаров поступак није потврђен, очигледна је потреба да се помоћу тачног аналитичког поступка провери вредност приказаног сеизмичког хидродинамичког оптерећења.

2. АНАЛИТИЧКО РЕШЕЊЕ

Директном интеграцијом Зангарове параболе хидродинамичког притиска, једначине (1) и (2), дуж Z осе добија се сила на произвољној дубини:

$$P_z(Z) = \int p_z(Z) \cdot dZ \quad (7)$$

$$P_z(Z) = \int \frac{C_m}{2} \left[\frac{Z}{h} \cdot \left(2 - \frac{Z}{h} \right) + \sqrt{\frac{Z}{h} \cdot \left(2 - \frac{Z}{h} \right)} \right] \cdot \alpha \cdot \gamma_w \cdot h \cdot dZ \quad (8)$$

Уводи се бездимензионална координата:

$$X = \frac{Z}{h}, \quad (9)$$

при чему је $0 \leq X \leq 1$.

Једначина (8) постаје:

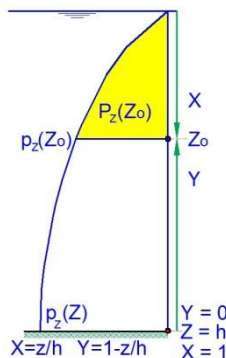
$$P_z(Z) = K \cdot \int \left[1 - (1 - X)^2 + \sqrt{1 - (1 - X)^2} \right] \cdot h \cdot dX \quad (10)$$

где је:

$$K = \frac{C_m}{2} \cdot \alpha \cdot \gamma_w \cdot h = const \quad (11)$$

Даље се уводи смена:

$$Y = 1 - X \quad (12)$$



Слика 3. Бездимензионалне координате X и Y

На тај начин добија се:

$$P_z(Y) = -K \cdot h \cdot \int \left(1 - Y^2 + \sqrt{1 - Y^2} \right) \cdot dY \quad (13)$$

После интеграције је:

$$P_z(Y) = -K \cdot h \cdot \left[\frac{Y}{3} \cdot (3 - Y^2) - \frac{1}{2} \cdot \arccos(Y) + \frac{1}{2} \cdot Y \cdot \sqrt{1 - Y^2} + C \right] \quad (14)$$

Интеграциона константа добија се из услова на граници:

$$P_z(Y=1) = 0 \Rightarrow C = -\frac{2}{3} \quad (15)$$

На овај начин, уместо Зангарове хидродинамичке силе приказане једначином (3) добија се:

$$P_z(Y) = p_z(Y) \cdot h \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{3 \cdot \arccos(Y) - 2 \cdot Y \cdot (3 - Y^2) - 3 \cdot Y \cdot \sqrt{1 - Y^2} + 4}{1 - Y^2 + \sqrt{1 - Y^2}} \quad (16)$$

Једначина (16) изражена у функцији од X постаје:

$$P_z(X) = p_z(X) \cdot h \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{3 \cdot \arccos(1 - X) - 2 \cdot (1 - X) \cdot (2 + X \cdot (2 - X))}{X \cdot (2 - X) + \sqrt{X \cdot (2 - X)}} - \frac{3 \cdot (1 - X) \cdot \sqrt{X \cdot (2 - X)} + 4}{X \cdot (2 - X) + \sqrt{X \cdot (2 - X)}} \right) \quad (17)$$

На исти начин, тачна аналитичка зависност момената савијања услед хоризонталне хидродинамичке силе добија се преко израза:

$$M_z(Z) = \int p_z(Z) \cdot (h - Z) \cdot dZ \quad (18)$$

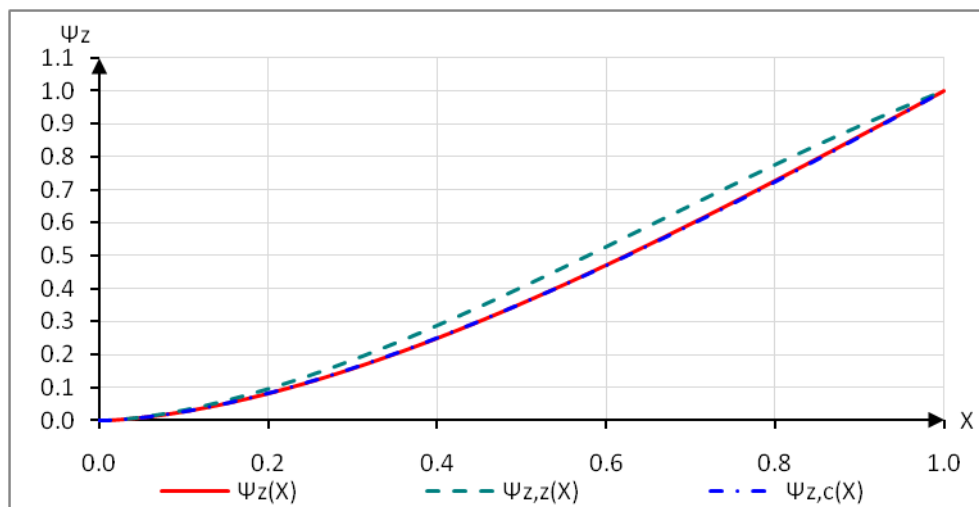
$$M_z(Z) = \int \frac{C_m}{2} \left[\frac{Z}{h} \cdot \left(2 - \frac{Z}{h} \right) + \sqrt{\frac{Z}{h} \cdot \left(2 - \frac{Z}{h} \right)} \right] \cdot (h - z) \cdot \alpha \cdot \gamma_w \cdot h \cdot dZ \quad (19)$$

Слично као за хидродинамичку силу, моменат на произвољној дубини, Z , биће:

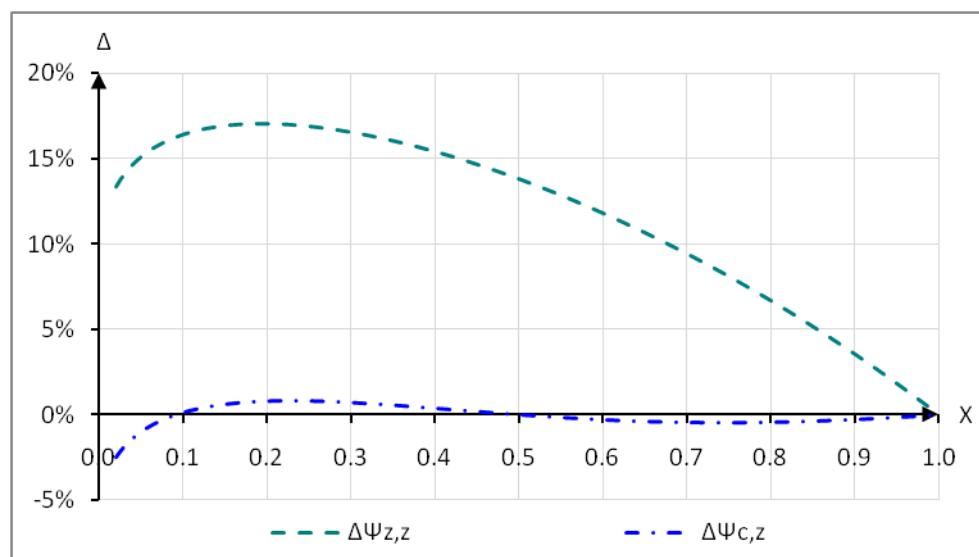
$$M_z(Z) = p_z(Z) \cdot \frac{h^2}{12} \cdot \frac{3 \cdot X^2 \cdot (2 - X)^2 + 4 \cdot X \cdot (2 - X)^2 \cdot \sqrt{X \cdot (2 - X)}}{X \cdot (2 - X) + \sqrt{X \cdot (2 - X)}} \quad (20)$$

3. ПОРЕЂЕЊЕ ЗАНГАРОВОГ И АНАЛИТИЧКОГ РЕШЕЊА

Бездимензионална хидродинамичка сила, $\psi(X) = P_z(X)/P_z(1)$, у функцији бездимензионалне дубине, X , приказана је на Слици 4. Релативно одступање од тачне (аналитичке) вредности, $\Delta\psi$, приказано је на Слици 5.



Слика. 4. Поређење хидродинамичких сила по бездимензионалној дубини X



Слика. 5. Релативно одступање сила:

$$\Delta\psi_{z,z} = (\psi_{z,z}(X) - \psi_z(X))/\psi_z(X), \Delta\psi_{c,z} = (\psi_{c,z}(X) - \psi_z(X))/\psi_z(X)$$

Аналитичко решење $\psi_z(X)$ добијено помоћу једначине (17) приказано је пуном линијом, Зангарово решење, $\psi_{z,z}(X)$, испрекиданом линијом, а нумеричка апроксимација аналитичког решења, $\psi_{z,c}(X)$, описано једначином (21), озанчено је црточкрпна линијом. Поређећи резултате добијене Зангаровим изразом (3) и аналитичко решење (17), може се уочити значајно одступање, изузев у близини слободне површине воде и дна акумулације.

Највећа одступања јављају се на сва 20 % дубине акумулације и достижу релативну грешку од око $\Delta\psi = 17\%$ (Слика 5). Треба приметити да вредности добијене Зангаровим поступком (са константним коефицијентом 0.726) увек премашују вредности аналитичког решења.

С обзиром на природу уоченог неслагања, могло би се закључити да је прорачун Зангаровим изразом увек на страни сигурности. Међутим, за одређене облике узводне контуре бране (Слика 6) вредности

за вертикалну хидродинамичку силу срачунате Зангаровом једначином (3) нису на страни сигурности:

1. На косом делу узводне контуре (Слика 6.1.) помоћу Зангарове једначине (3) се добија већа стабилизујућа вертикална сила него што реално постоји (тј. него помоћу аналитичког решења).
2. Дестабилизујућа вертикална сила на „превису“ (Слика 6.2.) према Зангаровом поступку је мања од стварне вредности.

С обзиром да је аналитички израз (17) релативно компликован, аутори предлажу приближни

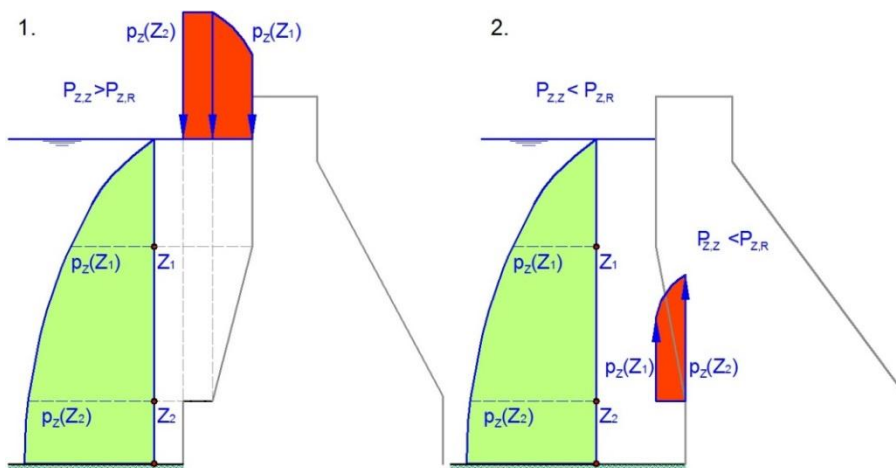
регресиони израз, који даје занемарљива одступања у односу на аналитичко решење:

$$P_z(X) = 0.726 \cdot (a + (1-a) \cdot X^{1/b}), \tag{21}$$

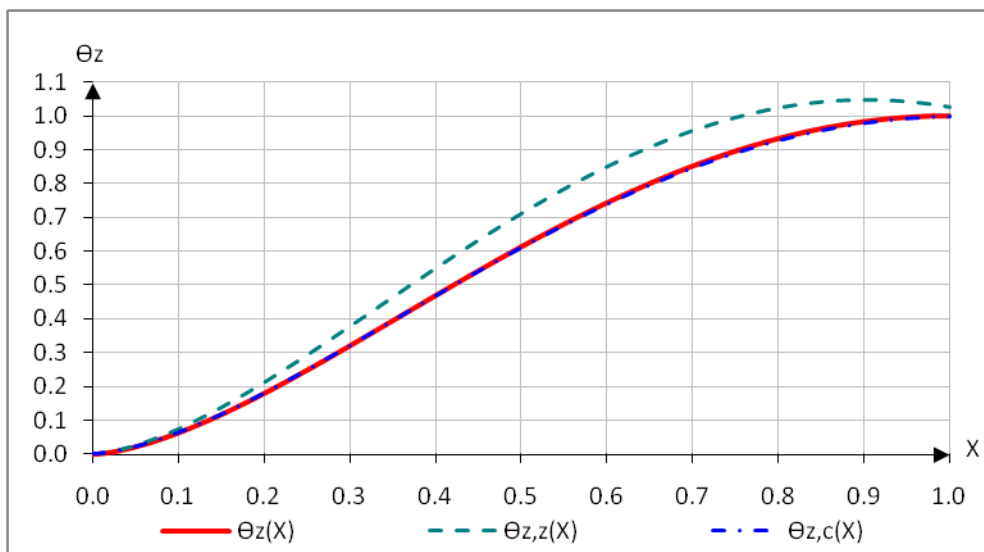
где су a и b константе.

За $a = 0.86$ и $b = 0.345$ највећа одступања од аналитичког решења су мања од 2% и то за најнеповољније случајеве оптерећења, Слика 5.

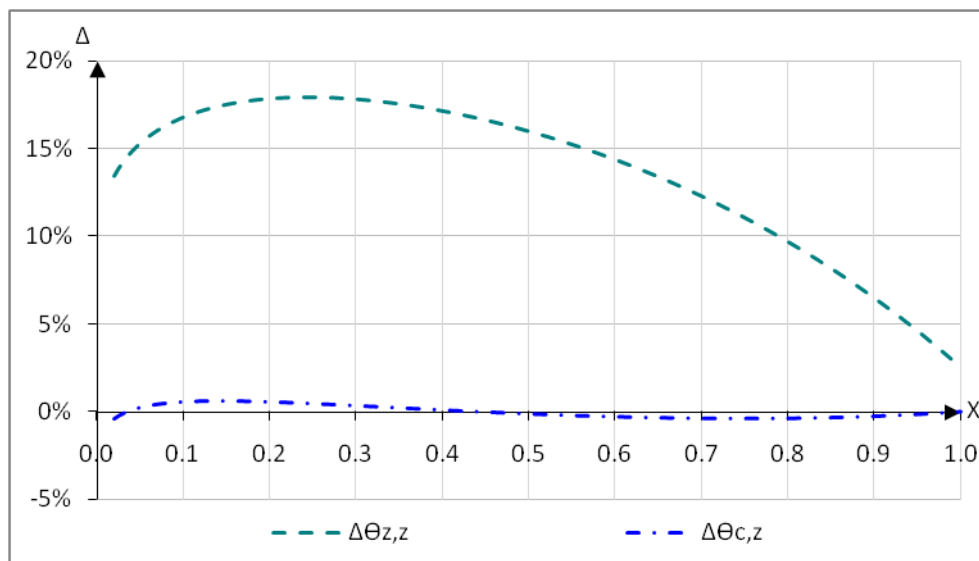
Као и код бездимензионалне силе, уводи се бездимензионални моменат $\theta(X) = M_z(X) / M_z(1)$, у функцији дубине X (Слика 7). Релативна одступања, $\Delta\theta$, приказана су на Слици 8.



Слика 6. Облици узводне контуре код којих прорачун Зангаровим поступком није на страни сигурности



Слика 7. Поређење хидродинамичких момената по бездимензионалној дубини X



Слика 8. Релативна одступања момената:

$$\Delta\theta_{z,z} = (\theta_{z,z}(X) - \theta_z(X)) / \theta_z(X), \Delta\theta_{c,z} = (\theta_{c,z}(X) - \theta_z(X)) / \theta_z(X)$$

Аналитичко решење $\theta_z(X)$ добијено једначином (20) приказано је пуном линијом; Зангаров израз $\theta_{z,z}(X)$, према једначини (4) дат је испрекиданом линијом, а нумеричка апроксимација аналитичког решења, $\theta_{z,c}(X)$, дата једначином (22), помоћу линије црта-тачка. Као и у случају хидродинамичких сила, уочава се велико неслагање између аналитичког решења и Зангаровог поступка.

Слично изразу за силу, приближно решење за моменат може се написати као:

$$M_z(X) = \frac{7}{24} \cdot (c + (1-c) \cdot X^{1/d}) \quad (22)$$

са константама $c = 2.214$ и $d = 1.261$.

4. ЗАКЉУЧЦИ

Анализиран је Зангаров поступак за прорачун сеизмичких хидродинамичких сила на закошену контуру гравитационе бетонске бране.

За одређене облике контуре, вертикалне хидродинамичке силе и моменти, срачунати помоћу оригиналног Зангаровог решења са „константним коефицијентима“, нису на страни сигурности.

Изведени су тачни аналитички изрази, којима је битно унапређена сигурност и прецизност прорачуна сеизмичких хидродинамичких оптерећења.

Предложени су једноставни регресиони изрази, који веома добро апроксимирају аналитичка решења.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Zangar C. N. (1952) "Hydrodynamic Pressures on Dams Due to Horizontal Earthquake Engineering", Monograph No. 11, Bureau of Reclamation.
- [2] Westergard H. M. (1933) „Water Pressure on Dams During Earthquakes“, Transactions ASCE, Vol. 98.
- [3] Петровић, П., Радојевић Д. (1997) "Хидротехничке конструкције примери и примене I", Грађевински факултет Универзитета у Београду, Београд.
- [4] Петровић, П. (2002) "Хидротехничке конструкције други део", Грађевински факултет Универзитета у Београду, Београд.

SEISMIC HYDRODYNAMIC LOAD ANALYSIS

by

Bojan MILOVANOVIC, Anna Ingaita MUGANDA,
Vladan KUZMANOVIC, Ljubodrag SAVIC
University of Belgrade, Faculty of Civil Engineering

Summary

Zangar's method for computation of seismic hydrodynamic loads acting at the inclined contour of a concrete gravity dam, has been reconsidered. Several numerical models are compared with the procedure recommended by Zangar, and a new regression

formula is proposed, that eliminates the observed discrepancies.

Key words: seismic hydrodynamic loads, Zangar's procedure, regression analysis

Redigovano 13.10.2017.