



РД 13663



003093852

COBISS ◉

Univerzitet u Beogradu
Inženjerski fakultet - Beograd

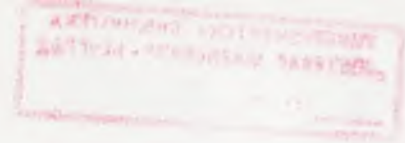
Mirjana Z. Tomičić-Torlaković

STANJE NAPONA I DEFORMACIJA
U ELEMENTIMA SKRETNICE

Doktorska disertacija

Beograd
1990

PD 13663



UNIVERZITET U BEOGRADU
GRADJEVINSKI FAKULTET - BEOGRAD

MIRJANA Z. TOMIČIĆ - TORLAKOVIĆ

S T A N J E N A P O N A I D E F O R M A C I J A
U E L E M E N T I M A S K R E T N I C E

doktorska disertacija



BEOGRAD, 1990.godina

УНИВЕРЗИТЕТСКА БИБЛИОТЕКА
"СВЕТАР МАРКОВИЋ" - БЕОГРАД
93852



Mentor: Prof.Dr Slavko Ranković
Gradjevinski fakultet, Beograd

Članovi
komisije:

Datum odbrane:

Datum promocije:

Doktorat nauka: Tehničke nauke
Oblast - Gradjevinarstvo

STANJE NAPONA I DEFORMACIJA U ELEMENTIMA SKRETNICE

A B S T R A K T

U uvodu istraživanja izloženi su osnovni pojmovi o skretnicama i osobenosti rada skretnica pod točkovima šinskog vozila i usled temperaturnih promena.

Ispitivanje stabilnosti skretnice zavarene u dugi šinski trak usled temperaturnih promena putem proračunskog modela sa nelinearnim vezama otpora i pomeranja pokazuje porast aksijalnih sila u šinama na početku skretnice. Tu se javlja kritični talas izvijanja pri temperaturnoj promeni $t_{kr}=70K$, te je sigurnost skretnice protiv izvijanja dovoljna. Preporučuju se pri ekstremno visokim temperaturama određene mere pri održavanju skretnica, kao i konstruktivne mere za povećanje bočnih i pdužnih otpora na kritičnim mestima.

Rešenje problema proširenja koloseka u menjalici pri naletu točka vozila kod vožnje u odvojak analizirano je na dva primera i dokazuje: jezičak profila Zul-60 pokazuje proširenje koloseka u granicama dozvoljenih, a jezičak domaće proizvodnje od ojačane šine prekoračuje dozvoljeno proširenje koloseka.

Proračun sila udara točka o skretničko srce sproveden je na dinamičkom modelu sa dva stepena slobode rešavanjem sistema nelinearnih diferencijalnih jednačina. Maksimalna sila udara iznosi 737kN i daje kontaktne napone iznad granice plastičnosti. Takvo udarno opterećenje izaziva oštećenje srca skretnice, te se preporučuje upotreba manganskog čelika.

Na taj način je ispitivanjem naponskog i deformacijskog stanja kritičnih delova skretnice ova disertacija doprinela poboljšanju skretničke konstrukcije u cilju osposobljavanja za povećane brzine i opterećenja.

K l j u č n e r e č i: šina, kolosek, skretnica, menjalica, jezičak, srce, dugi šinski trak, stabilnost, otpor, udar

STRESS AND STRAIN STATE IN TURNOUT ELEMENTS

A b s t r a c t

In the introduction of this investigation the main notions about the turnouts and their working characteristics under the vehicle wheels and the temperature changes are presented. The investigation of the welded turnout stability under the temperature increase by means of the mathematical model with nonlinear relationship between the resistances and the displacements shows the increase of the axial forces in the rails at the turnout beginning. The critical buckling wave is pointed out at the same place under the temperature increase $t_{cr}=70K$ and the turnout security toward the buckling is sufficient. Under the extremal high temperature the certain measures for increasing the lateral and longitudinal resistance at the critical parts are recommended.

The solution of the track gage widening in the switch under the wheel attack during the diveding drive is analysing through the examples: tongue profile Zul-60 gives the track gage widening below the limited value and the tongue made of enlarge rail profile shows the exceeding track gage widening.

The calculation of the forces on the switch frog under the wheel impact is carried out by means of dynamic system of two degrees of freedom that leads to two differential equations. The maximum impact force is 737kN and gives the contact stresses that can cause fatigue of the switch frog material and excessive damage through the time. So the manganese steel for the frog is recommended.

In that way, the stress and strain state in critical parts of the turnout, investigated in this thesis, contributes to the improvement of the turnout structure for the increase speed and axle load in modern railroad track.

Key words: rail, track, turnout, switch, tongue, frog, long welded track, stability, resistance, impact

S A D R Ž A J

I	UVOD	
	1.1. Osnovni pojmovi o skretnicama	1
	1.2. Osobnosti rada skretnica	13
	1.3. Cilj istraživanja	20
	1.4. Sadržaj istraživanja	21
II	STANJE TEMPERATURNIH NAPONA I DEFORMACIJA U SKRETNICI ZAVARENOJ U DUGI ŠINSKI TRAK	23
	2.1. Rešenje putem nekih metoda stabilnosti konstrukcija	24
	2.1.1. Primena energetske metode sa primerom	26
	2.2. Rešenje putem proračunskog modela	31
	2.2.1. Elastične karakteristike šinskih oslonaca kod skretnica	33
	2.2.2. Rezultati proračuna na jednom primeru	38
III	STANJE NAPONA I DEFORMACIJA U JEZIČKU PRI VOŽNJI U SKRETANJE	49
	3.1. Rešenje putem proračunskog modela	50
	3.2. Diferencijalne jednačine problema	52
	3.2.1. Rešavanje diferencijalnih jednačina	54
	3.3. Rezultati proračuna na dva primera	62
IV	STANJE NAPONA I DEFORMACIJA SKRETNIČKOG SRCA USLED UDARA TOČKOM	93
	4.1. Dinamički model sa jednim stepenom slobode	94
	4.1.1. Rešenje zadatka oscilovanja sistema točak-srce u slučaju linearnog dinamičkog oscilatora sa primerom	96
	4.1.2. Rešenje zadatka oscilovanja sistema točak-srce u slučaju nelinearnog dinamičkog oscilatora sa primerom	98
	4.2. Dinamički model sa dva stepena slobode sa primerom	102
	4.3. Kontaktni naponi pri udaru točka o skretničko srce	112
V	ZAKLJUČCI	116
	SPISAK LITERATURE	119

I U V O D

1.1. O s n o v n i p o j m o v i o s k r e t n i c a m a
Skretnica je kolosečna konstrukcija koja omogućava vezu koloseka, a time prelaz vozila sa jednog koloseka na drugi bez prekidanja vožnje.

Pokretanje voznih sredstava putem prinudnog vodjenja u obliku određenih kamenih žljebova bilo je poznato još u starom veku; tako su skretnice postojale u staroj Grčkoj. Kasnije je takav oblik prevoza vekovima pao u zaborav. U XIV veku u nemačkoj pokrajini Harc brdjani su koristili drvene šine da bi gurali svoje vagonete za rudu. Kasnije su, gde je potrebno, umetali drvene skretnice.

Sa izgradnjom prvog koloseka i vozila prava epoha železnica morala je izumeti i skretnice, da bi se stvorila mreža železničkih pruga. Prvi planovi za skretnice potiču iz godine 1791. od Engleza Džona Kura.

Činjenica, da su osnove za konstrukciju skretnice sa pokretnim jezičkom, čvrstim glavnim šinama i srcem sa krilnim šinama principijelno ostale skoro 200 godina nepromenjene, govori o odličnom prvobitnom obliku. Postojalo je variranje skretnica samo u detaljima kod različitih železničkih uprava. Izvanredna višestrukost u geometrijskoj i konstrukcijskoj raznolikosti skretnica u raznim zemljama uticala je na razvitak skretnica u Nemačkoj u godinama između 1927. i 1938. Tako je stvoren iz postojećih geometrijskih osnova jedinstven sistem skretnica sa elementima K pričvršćenja koji i danas postoji.

Skretnice se na raznim mestima u železničkoj mreži postavljaju sa različitom svrhom, kao na primer:

a) u stanicama:

- za povezivanje priključnih pruga sa stanicom,
- za međusobno povezivanje staničnih koloseka na razne načine;

b) na otvorenoj pruzi:

- za povezivanje koloseka ili pruga;



c) za specijalne svrhe:

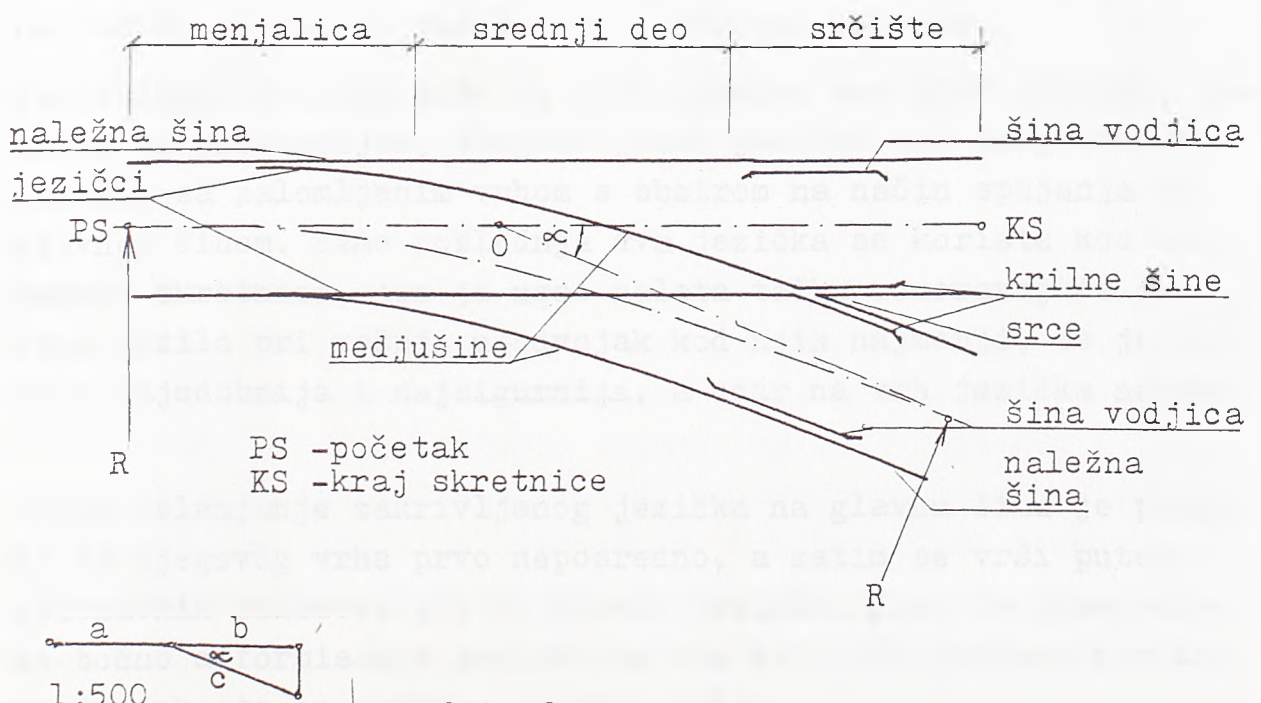
- za medjusobno spajanje i razdvajanje koloseka sa raznim širinama,
- na pristaništima i u drugim skućenim prostorima da se omogući razdvajanje ili spajanje koloseka na maloj dužini ili prelaz drumskih vozila preko skretnica.

Sve skretnice se mogu podeliti na sledeće vrste:

- jednostruke,
- dvostruke,
- ukrsne,
- kombinovane i
- ukrštaji.

U ovom istraživanju će se zadržati na jednostrukim skretnicama, ili tačnije, na jednostrukim prostim lučnim skretnicama. Pod pojmom jednostruka prosta lučna skretnica se podrazumeva ona kod koje je osnovni kolosek u pravcu, a odvojni kolosek je na celoj dužini u krivini.

Sve skretnice se šematski obeležavaju veličinama a, b, c i uglom α umesto koga može da se da nagib $1:n$, a definišu se oznakom vrste skretnice, tipa ugradjene šine, radijusom odvojnog koloseka i uglom ili nagibom skretanja.



slika 1

Pri crtanju skretnice u osnovi crtaju se samo vozne ivice voznih šina i šina vodjica. Tačka O se naziva sredina ili matematički centar skretnice.

Skretnica se sastoji iz tri osnovna dela:

- menjalica,
- srednji deo i
- srčište.

Menjalica se sastoji iz dve glavne (ili naležne) šine, dva jezička, kliznih jastučića, uređaja za osiguranje (zatvarača), postavnog uređaja i ostalog spojnog i pričvrsnog pribora.

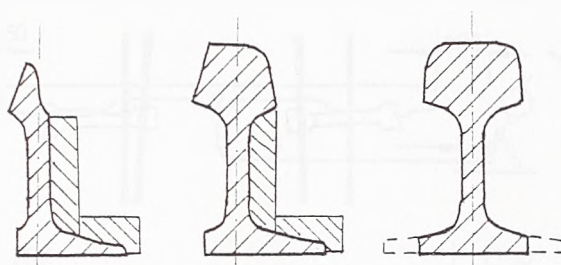
Glavne ili naležne šine su obradjene šine, koje služe kao čvrsti deo menjalice, za priključeni jezičak kao dodatak, oslonac, a za odvojeni jezičak kao vozna šina. Ona u glavnom koloseku je prava, a ona u odvojnog je zakrivljena po radijusu skretnice. Nastavljaju se i u ostala dva dela skretnice.

Jezički su obradjene šine ili specijalni profili koje kao pokretni deo menjalice putem svojih konstruktivnih odlika i svoje pokretljivosti omogućavaju vožnju željenim putem, u pravac ili skretanje. Kada je zakrivljeni jezičak priljubljen uz pravu glavnu šinu, prav jezičak je odvojen od zakrivljene glavne šine za određenu širinu žljeba, koja omogućava prolazak venačka točka, te šinsko vozilo ide u odvojni kolosek,

Zakrivljeni jezičak može da bude izveden kao prav jezičak, jezičak sa presecanjem, tangencijalni jezičak ili tangencijalni jezičak sa zalomljenim vrhom s obzirom na način spajanja sa glavnom šinom. Samo poslednja dva jezička se koriste kod modernih skretnica, jer je ugao naleta točka usmeravajuće osovine vozila pri vožnji u odvojak kod njih najmanji, te je vožnja najudobnija i najsigurnija, a udar na vrh jezička najmanji.

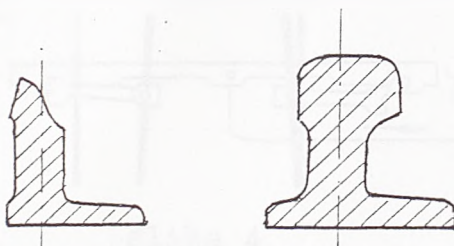
Bočno oslanjanje zakrivljenog jezička na glavnu šinu je počevši od njegovog vrha prvo neposredno, a zatim se vrši putem oslonačkih kalemova sve do korena jezička. Time je onemogućeno bočno deformisanje jezička na tom delu pri prolazu vozila u odvojak, te on zadržava kružni oblik.

Okretanje jezička i uspostavljanje željenog puta vožnje vrši se oko njegovog takozvanog korena, koji predstavlja ili fiktivnu tačku kada se bočno savijanje jezička vrši na račun malog momenta inercije poprečnog preseka oko vertikalne ose, ili mesto gde je nožica preseka bočno sasečena te je presek oslabljen. Poprečni presek ovih elastičnih jezičaka može biti od običnih šina (slika 2), šina specijalnih profila (slika 3) ili od specijalnih profila čiji se vrat suzi na širinu vrata obične šine nedaleko od korena, zavari za šinski presek, pa se na njemu oformi koren jezička sasecanjem nožice.



preseci: blizu vrha blizu korena jezička

slika 2



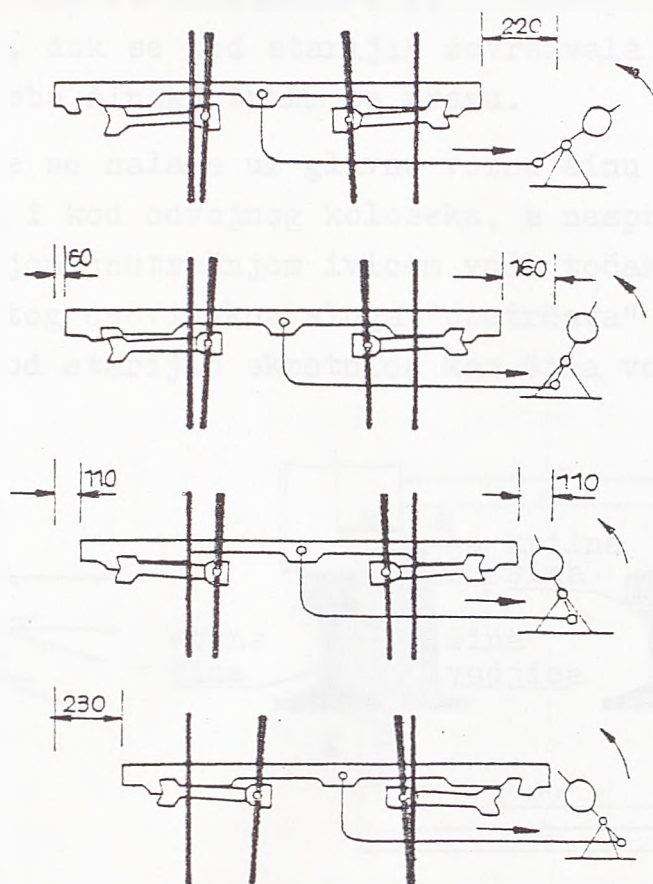
preseci: blizu vrha u korenu jezička

slika 3

Skretnički zatvarači zavisno od smera vožnje čvrsto priljubljuju jedan jezičak uz naležnu šinu, a između druge naležne šine i odvojenog jezička obezbeđuju žljeb za prolaz venca točka. Time omogućuju tačan i siguran položaj jezičaka i bezbedan prolazak šinskih vozila. Od postojećih zatvarača koriste se najčešće šipni (na slici 4 su prikazane faze njegovog rada), dok kukasti i zglobni zatvarači redje.

Šipni zatvarač se sastoji od poteznog šipa, dva uklopnika pričvršćena s donje strane nožice glavnih šina i dva zatvarača koji imaju glavu u obliku lastinog repa, a kraj im je zglobno

vezan za nožicu jezička. Šip je u sredini spojen s poteznom motkom pomoću koje se pokreće mehanički ili električnim pogonom. Kada je, na primer, levi jezičak uz glavnu šinu, glava zatvarača desnog jezička je uklještena između uklopnika i šipa i preko šipa pritiska levi jezičak.



slika 4

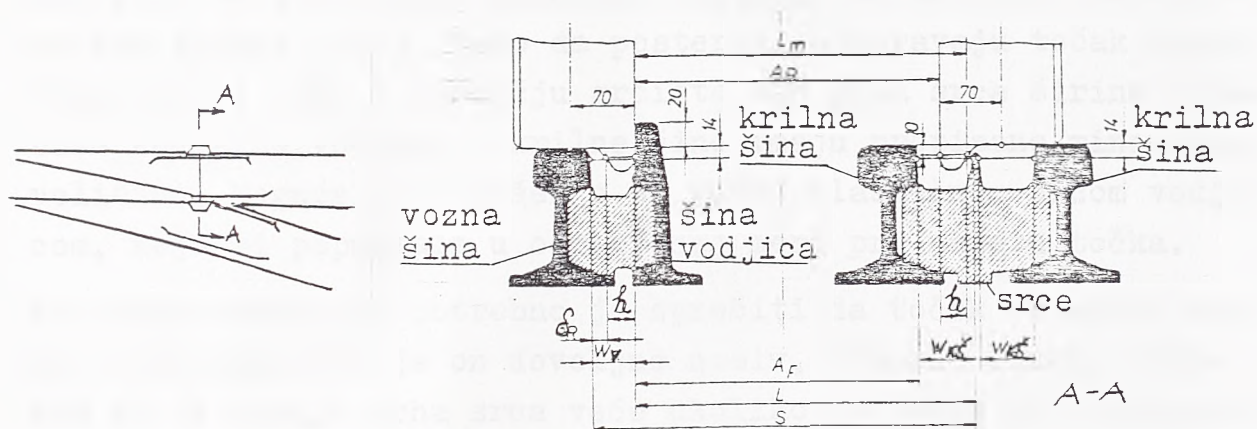
Srednji deo skretnice se sastoji od dve glavne šine i dve međušine. Izradjen je od normalnih šinskih profila koji se pričvršćuju za pragove polazući se prethodno na rebraste podložne pločice bez nagiba.

Iza srednjeg dela ukršta se unutrašnja šina odvojnog koloseka sa unutrašnjom šinom glavnog koloseka pod izvesnim uglom. Što je veći poluprečnik krivine odvojnog koloseka, to je manji ugao međusobnog sečenja ove dve šine. Za prolazak venača točkova šinskih vozila mora u obe šine da postoji dovoljan podužni "kanal". Tako se između šina na putu kotrljanja točkova posle srednjeg dela skretnice javlja žljeb gde točak uopšte nije vodjen i koji se naziva grlom.

Poslednji deo skretnice zove se srčište i sastoji se od vrha srca zajedno sa krilnim šinama, šina vodjica i odgovarajućih dužina glavnih šina, u slučaju nepokretnog vrha srca. Kod pokretnog vrha srca žljeb ne postoji jer ga vrh srca zatvara, pa šine vodjice nisu potrebne.

Kod novijih tipova skretnica krivina odvojnog koloseka se vodi i kroz srce, dok se kod starijih završavala pre srca, a u području srca oba šinska traka su prava.

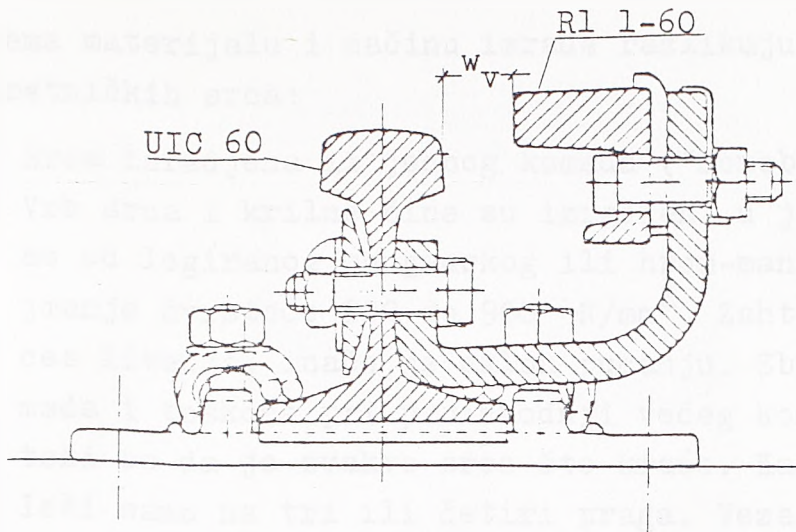
Šine vodjice se nalaze uz glavnu voznu šinu i to spoljnu, i kod glavnog i kod odvojnog koloseka, a naspram srca. Imaju ulogu da svojom unutrašnjom ivicom vode točak na mestu gde drugi točak istog osovinskog sloga "pretrčava" grlo srca (vidi sliku 5). Kod starijih skretnica kao šina vodjica upotreblja-



slika 5

vana je normalna šina povezana sa glavnom šinom zavrtnjima preko ispune (kladica). Kasnije se došlo do šina vodjica podobnog poprečnog preseka (slika 6).

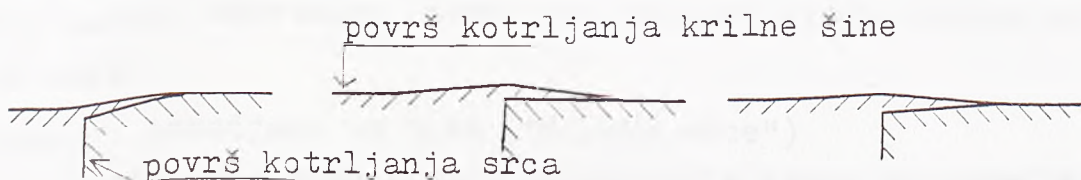
Šine vodjice moraju od glavne šine biti udaljene za tačno određenu veličinu razmaka vozni ivica, odnosno udaljenost unutrašnje ivice šine vodjice i vrha srca je tačno definisana, jer taj razmak odlučuje da li će vozilo ići pravim smerom ili će iskliznuti. Stoga nije dovoljno da se kod pregleda skretnica meri samo širina koloseka u njoj, već se proverava i širina žljeba kod šina vodjica (w_v) i kod krilnih šina (w_{ks}). Da vozilo ne bi sa udarom ušlo u žljeb između krilnih šina i



slika 6

srca, ili između šina vodjica i glavnih šina, ulazna i izlazna grla su pod blagim podužnim nagibom kod modernih skretnica (na primer 1:50), tako da postepeno usmeravaju točak prema vrhu srca i samo u području srčišta oko grla srca širine žljebova kod šine vodjice i krilne šine imaju propisane minimalne veličine. Moguće je i rešenje sa bočno elastičnom šinom vodjicom, koja bi popuštala u određenoj meri pri naletu točka.

Kod svih skretnica potrebno je sprečiti da točak optereti vrh srca pre nego što je on dovoljno nosiv, odnosno širok. Obzirom da je abanje vrha srca veće ukoliko ga točak pre optereti, to je poželjno da točak optereti srce što dalje od vrha. U tu svrhu moguća su tri rešenja kod kojih je zajednička težnja da krilna šina što duže nosi točak (slika 7).



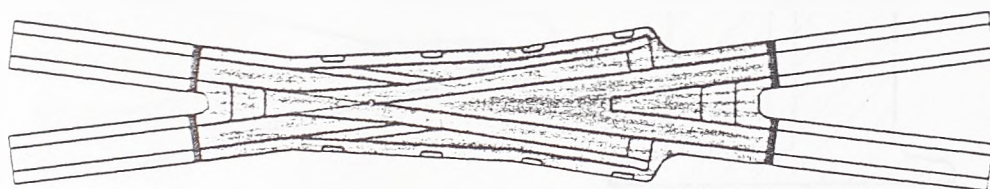
slika 7



Prema materijalu i načinu izrade razlikuju se sledeće vrste skretničkih srca:

- Srca izradjena iz jednog komada ("monoblok")

Vrh srca i krilne šine su izradjeni u jednom komadu. Lije se od legiranog manganskog ili hrom-manganskog čelika, najmanje čvrstoće 800 do 900 N/mm². Zahteva se i strog proces livenja, inače je sklon pucanju. Zbog velike težine komada i teškoća pri proizvodnji većeg komada čeličnog liva, teži se da je ovakvo srce što kraće. Kada je kraće, onda leži samo na tri ili četiri praga. Veza sa priključnim šinama i medjušinom izvedena putem kratkih vezica brzo se labavi. To sve izaziva u koloseku nemirnu vožnju. Potrebno je zastor ispod njega često podbijati. Sledeći problem je što se manganski čelik potreban za povećanje otpornosti na abanje teško zavaruje sa običnim čelikom od koga su susedni delovi skretnice. Austrijska firma VOEST - ALPINA proizvela je austenični čelik od koga se pravi prelazni komad između ove dve vrste čelika (slika 8).



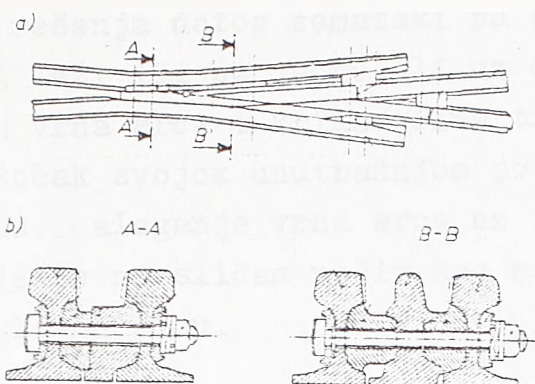
- - običan šinski čelik
- ▨ - manganski čelik ("monoblok" srce)
- ▩ - austenični prelazni deo

slika 8

Težnja ka dužem srcu sa mirnijim položajem u koloseku, kao i razvoj lučnih skretnica, doveli su do različitih oblika složenih srca:

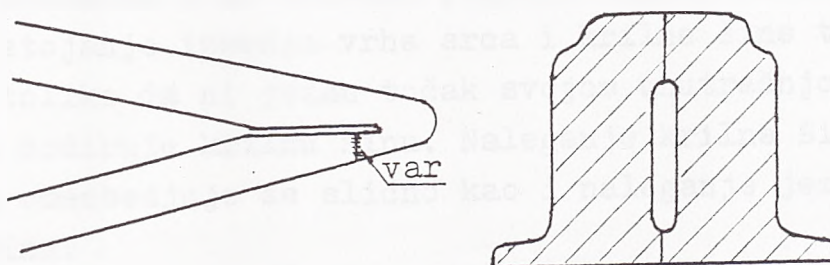
- Srce izradjeno od šina ("šinsko srce")

Sva skretnička srca domaće proizvodnje ovako su izradjena (vidi sliku 9). U grani skretnice gde je teži saobraćaj biće duži, "glavni" vrh, u drugoj grani kraći, "sporedni" vrh. Između glavnog i sporednog vrha ugrađuje se kladica, kao i između vrha srca i krilne šine. Fabrika za proizvo-



slika 9

dnju novih i regeneraciju starih skretnica u Witten-u (Nemačka) spoj dve šine na vrhu srca izradjuje sa podužnom šupljinom u telu srca i poprečnim varom, čime je dužina skoka u tvrdoći materijala vara i osnovnog materijala šine kratka, a time i razlika u abanju minimalna (slika 10).



slika 10

Ova srca su jeftina za proizvodnju ali se dodirne površine kladice i šina brzo abaju, a zavrtnjevi se moraju naknadno pritezati.

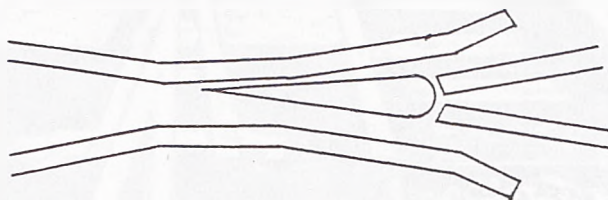
- Srca sa uloženim vrhom

Vrh srca izliven je iz jednog komada, a nekad i kladice. Kako je ovaj deo još kraći od "monoblok" srca, vožnja je nemirnija, pa se redje koristi.

- Pokretna srca

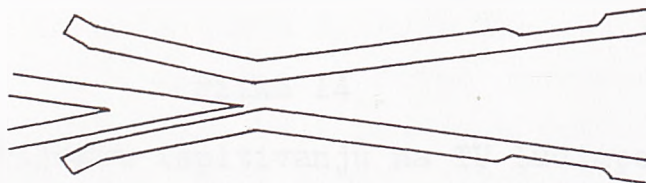
Žljeb između krilne šine i vrha srca ne postoji, te šina vodjica postaje suvišna. Postoji više mogućnosti za zatvaranje žljeba i stvaranje kontinualnog puta kotrljanja točku: ili je vrh srca pokretan, ili su krilne šine pokretne, ili postoje pomerljivi klinovi za zatvaranje žljebova.

Kod prvog rešenja datog šematski na slici 11, vrh srca je pokretan i leži ili uz jednu ili uz drugu krilnu šinu. Žljeb izmedju vrha srca i krilne šine treba da je toliki da ni jedan točak svojom unutrašnjom površinom ne dodiruje krilnu šinu. Naleganje vrha srca uz jednu od krilnih šina obezbedjuje se na sličan način kao naleganje jezička skretnice uz glavnu šinu.



slika 11

Kod drugog rešenja, koje je moguće ostvariti na više načina (jedan je dat na slici 12) zajedničko je da su obe krilne šine pokretne i po potrebi jedna od njih naleže na vrh srca. Rastojanje izmedju vrha srca i krilne šine treba da je opet toliko da ni jedan točak svojom unutrašnjom površinom ne dodiruje krilnu šinu. Naleganje krilne šine uz vrh srca obezbedjuje se slično kao i naleganje jezička uz glavnu šinu.



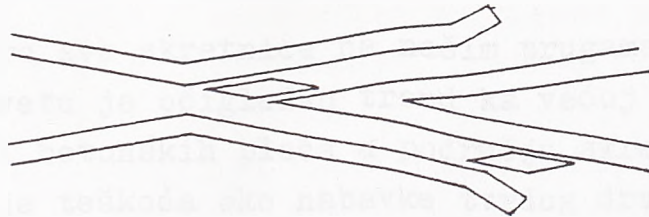
slika 12

Na fotografiji na slici 13 dato je rešenje srca sa pokretnim krilnim šinama firme VCEST - ALPINA.

Kod trećeg rešenja prikazanog na slici 14 vrh srca i krilne šine su pokretni a žljebovi izmedju njih se zatvaraju po potrebi klinovima koji su pomerljivi duž žljebova.



slika 13

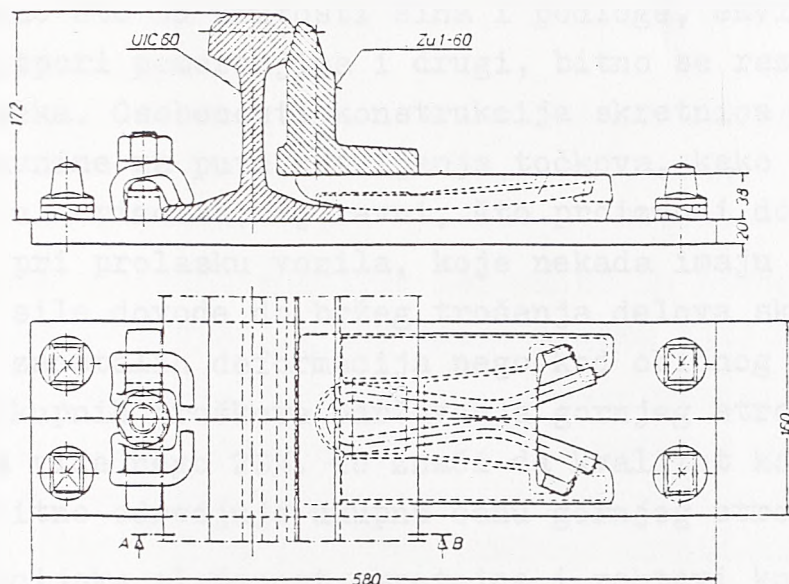


slika 14

Pri laboratorijskom ispitivanju na TU Budimpešte tradicionalno pričvršćenje sistema K dalo je najbolje rezultate kod opita sa dijagramom sila - pomeranje, kod merenja promene širine koloseka i obrtanja poprečnog preseka šine posle dinamičkog opterećenja, kod ispitivanja poduznog otpora i otpora obrtanja šine u odnosu na prag. Međutim to još uvek ne znači da skret-nica isključivo treba da bude opremljena sa K priborom, jer su i drugi načini pričvršćenja, kao na primer razne stezaljke, zadovoljili većini zahteva optimalnog pričvršćenja. Moguće su i kombinacije dva pričvršćenja kao kod pričvršćenja naležne



šine u području jezička, gde se K pričvršćenje primeni sa spoljne strane a elastična stezaljka sa unutrašnje strane naležne šine. Time se dobija elastičnije bočno okretanje glave naležne šine, što vrlo pozitivno deluje na ponašanje pri abanju naležne šine i jezička. Na slici 15 dato je pričvršćenje naležne šine za prag u području jezička putem stezaljki Skl.



slika 15

Mađa su skoro sve skretnice na našim prugama sa drvenim pragovima, u svetu je očigledan trend ka većoj upotrebi betonskih pragova pa i betonskih ploča u području skretnica. Osnovni razlog za to je teškoća oko nabavke tvrdog drveta za pragove, kao i problem nabavke dugih drvenih pragova potrebnih u srednjem delu i srčištu skretnice. Putem upotrebe betonskih pragova u skretnicama se postiže veća ramovska krutost, a time i veća stabilnost; sem toga takav gornji stroj poseduje znatnu otpornost protiv podužnih i poprečnih sila, što deluje posebno povoljno kod skretnica zavarenih u dugi šinski trak.

1.2. O s o b e n o s t i r a d a s k r e t n i c a

Skretnice kao specijalne konstrukcije gornjeg stroja železničkih pruga, predstavljaju mesto prekida kontinualnosti puta vožnje šinskih vozila, pa time i faktor poremećaja u sistemu vozilo - kolosek. Na relativno kratkom potezu koloseka dešava se niz promena njegovih karakteristika. Veličine proračunskih parametara, kao što su krutosti šina i podloge, ekvivalentna masa koloseka, otpori pomeranjima i drugi, bitno se razlikuju od običnog koloseka. Osobnosti konstrukcija skretnica neizbežno stvaraju neravnine na putu kotrljanja točkova, kako u vertikalnoj tako i u horizontalnoj ravni, što proizvodi dopunske dinamičke sile pri prolasku vozila, koje nekada imaju i udarni karakter. Te sile dovode do bržeg trošenja delova skretnica i skupljanja zaostalih deformacija nego kod običnog koloseka. Stoga, od ukupnih troškova održavanja gornjeg stroja na skretnice otpada više nego 20%. To znači da kvalitet konstrukcije skretnica bitno određuje ukupnu cenu gornjeg stroja.

Ta konstrukcijska složenost skretnica i zahtevi koje pred njih stavlja savremeni šinski saobraćaj u obliku većih brzina putničkih vozova i većih osovinskih pritisaka teretnih vozova, podstakli su njihovo proučavanje. U cilju smanjenja troškova održavanja i obnove skretnica pri povećanim saobraćajnim opterećenjima i brzinama, kod oblikovanja skretnica teži se smanjenju naprezanja i trošenja njenih kritičnih delova.

Potreba za neprekidnim istraživanjima sadašnje konstrukcije skretnica i poboljšanja geometrijskih i konstruktivnih odlika bolje će biti shvaćena ako se prethodno upoznaju problemi koji se pri eksploataciji ove kolosečne konstrukcije javljaju.

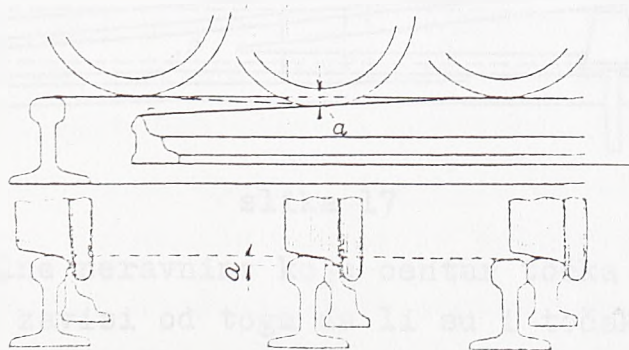
Uprkos svih preduzetih mera pri projektovanju skretničke konstrukcije, njenoj izradi i održavanju tokom eksploatacije, ne može se izbeći negativni uticaj skretnice na vožnju, zbog neminovnog remećenja neprekidnosti kotrljanja točkova vozila. To pobudjuje oscilovanje vozila i povratno dinamičko dejstvo na skretnicu. Uzroci tih poremećaja u kotrljanju su višestruki. Mesta njihovih pojava su istovremeno i najopterećeniji delovi skretnice.

Narušenje stabilnosti položaja delova skretnice po širini koloseka i visini, veličine žljebova, kao i drugi parametri, uslovljavaju uzajamno dejstvo vozila i elemenata skretnice sa pojavom promenljivih sila, ubrzanja i pomeranja. Uzajamno dejstvo vozila i elemenata skretnice je predodređeno sledećim osnovnim osobenostima konstrukcije i geometrije skretnice:

- oblikom geometrijskih (konstruktivnih) dinamičkih neravnina;
- krutošću elemenata i, naročito, reskim promenama krutosti duž skretnice;
- proračunskim parametrima (npr. ekvivalentna masa koloseka);
- uglom naleta točkova na jezičak, kontrašinu i krilne šine;
- odsustvom nadvišenja spoljne šine u odvojkju.

Geometrijske ili konstruktivne neravnine su povezane sa specifičnostima konstrukcije skretnice i samo njoj su svojstvene.

Jedan oblik geometrijske neravnine u vertikalnoj ravni postoji u zoni prelaska točka sa jezička na naležnu šinu i obrnuto. Ona nastaje zbog toga što je vrh jezička niži u odnosu na naležnu šinu (vidi sliku 16). Pri prelazu sa naležne šine na jezičak točak se spušta i kada potpuno predje na jezičak, u svom daljem kretanju počinje da se podiže sve dok se jezičak po visini ne izjednači sa naležnom šinom. Kao rezultat takvog kretanja točak je u vertikalnoj ravni izvršio kretanje po neravnini izazvanoj konstrukcijom same menjalice. Dubina neravnine dostiže i dva milimetra i na medjusobno dejstvo vozila i koloseka pokazuje osetan uticaj. Ovakva neravnina pri kotrlja-

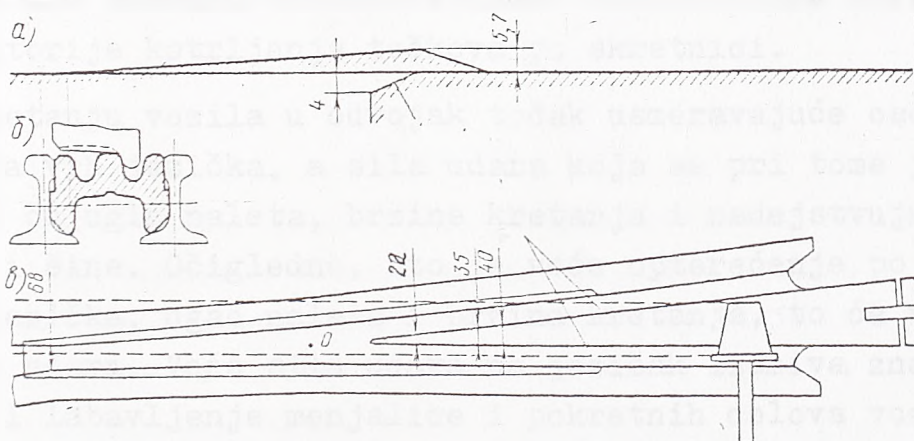


slika 16

nju točka nastaje i pri vožnji u pravac i pri vožnji u odvojak, odnosno postoji na mestu prelaska točka sa naležne šine na krivolinijski jezičak i obrnuto, kao i na mestu prelaska točka sa naležne šine na pravi jezičak i obrnuto. Obrazovanje neravnine pri kotrljanju točka na prelazu sa naležne šine na jezičak uzrokovano je i promenom širine koloseka u predelu menjalice i neravnomernim abanjem jezička i naležne šine. Tada neravnina može dostići dužinu 550 do 850 mm i maksimalnu dubinu 1,5 do 3,5 mm.

I pri kotrljanju točka po srčištu neizbežno se javlja vertikalna neravnina, samo što ima nepovoljnije karakteristike nego na menjalici. Neravnom izazvane dodatne dinamičke sile dovode do stinjenosti srca i krilnih šina.

Pri prelasku sa krilne šine na srce točak postepeno napušta krilnu šinu, obrće se po manjem krugu kotrljanja i sve više se spušta. Da ne bi udario u nedovoljno nosiv vrh srca, ovaj se oblikuje nešto niži od krilne šine i prihvata točak tek kada mu je kotrljajuća površ široka 22mm (slika 17). Potom se točak podiže, kako gornja ivica srca dostiže visinu priključnih šina. Na prelasku sa krilne šine na srce točak je neminovno morao da "preskoči" žljeb koji ih razdvaja.



slika 17

Oblik vertikalne neravnine koju centar točka opiše pri prelasku po srčištu zavisi od toga da li su i točak i srce novi ili istrošeni. Bitno utiče na oblik i veličinu neravnine i tačnost izrade srčišta u fabrici. Usled netačnosti pri izradi narušava se pravolinijski položaj srca i krilnih šina, što izaziva

skretanje putanje kotrljanja točka i u vertikalnoj i u horizontalnoj ravni. Te dodatne neravnine izazivaju i dopunske sile pri kretanju točka.

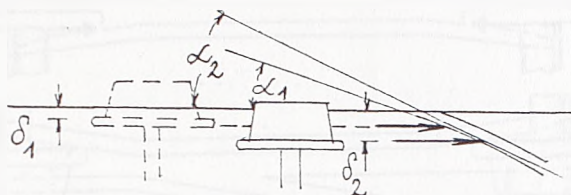
Sem toga, ova neravnina se tokom eksploatacije intenzivno povećava zbog toga što točkovi imaju dodir sa krilnim šinama i srcem po malim kontaktnim površinama. Širina tih površina je ovde dva do šest puta manja nego na normalnim šinama, zbog veće zakrivljenosti kotrljajuće površine šinskih profila. Tako dubina neravnine može dostići desetak milimetara, pa i više, pošto je jednaka zbiru veličina podizanja krilne šine i sniženja vrha srca.

Pošto udari usled vertikalne neravnine u srčištu deluju štetno ne samo na elemente skretnice, već i na vozila, naročito na deonicama sa velikim brzinama zamenjuje se srčište sa žljebovima srčištem sa neprekidnom površinom kotrljanja. Kontinualnost površi kotrljanja ostvaruje se na jedan od načina spomenutih u prethodnom poglavlju (slike 11 do 14).

U zoni skretnice neizbežno se javlja naletanje točka na jezičak, kontrašinu i krilnu šinu u horizontalnoj ravni. To izaziva s jedne strane impulsne horizontalne sile, a s druge strane dovodi do poprečnog pomeranja para točkova, što na račun koničnosti bandaža točkova uvećava horizontalne neravnine trajektorije kotrljanja točkova po skretnici.

Pri kretanju vozila u odvojak točak usmeravajuće osovine naleće na vrh jezička, a sila udara koja se pri tome javlja zavisiće od ugla naleta, brzine kretanja i sadejstvujućih masa točka i šine. Očigledno, što je veće opterećenje po točku, težina jezička, ugao naleta i brzina kretanja, to će veća biti i sila udara. Veća sila udara na jezičak izaziva značajno aibanje i labavljenje menjalice i pokretnih delova voznog parka. Udari mogu biti veoma opasni, jer mogu dovesti do uspona točka na jezičak i iskakanja vozila iz koloseka.

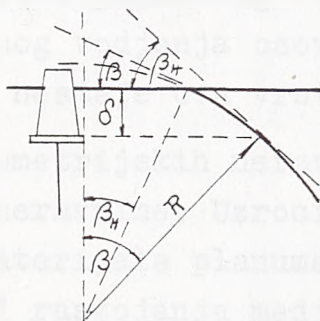
Ugao naleta zavisi i od veličine zazora između venca točkova i šina u momentu udara točka o jezičak, i što je zazor manji, manji je i ugao naleta (vidi sliku 18). Stvarna veličina zazora menja se zavisno od širine koloseka i širine nasadjivanja



slika 18

točkova na osovinu, stepena istrošenosti točkova na istoj osovini, stepena istrošenosti jezičaka i naležnih šina, njihovih elastičnih konstanti, karakteristika vozila itd.

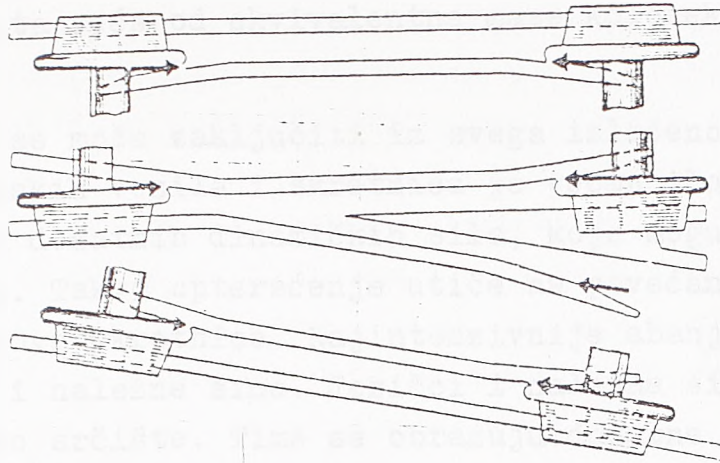
Jedna od mera sniženja veličine ugla naleta točka na jezičak je prelaz sa pravolinijskih na krivolinijske jezičke, što vodi većoj brzini prolaza u odvojak, umanjenju početnog skretnog ugla i povećanju radijusa jezička.



slika 19

Sem u području menjalice, velike horizontalne bočne sile se prenose na elemente skretnice pri prolazu vozila i u području srčišta. Pri kretanju točkova po srčištu nije isključen slučaj naletanja točka na savijene ulazne i izlazne krajeve kontrašina i krilnih šina.

Jedna od mera smanjenja bočnih udara na kontrašine i krilne šine je smanjenje širine koloseka. Pri manjim širinama koloseka biće manji i zazori između točkova i šina, manje krivudanje vozila i, shodno tome, manji uglovi naleta i sile udara točka o krilne šine i kontrašine. Medjutim, prekomerno smanjenje širine koloseka nosi opasnost prolaza postolja vozila



slika 20

u zaklinjenom položaju, koji daje velika međusobna sadejstva vozila i koloseka. Druga moguća mera je smanjenje nagiba zakrivljenosti krajeva i produženje kontrašina i krilnih šina, čime se smanjuje i ugao naleta. Naravno, sa nestankom žljeba u grlu srca upotrebom pokretnog vrha srca ili krilne šine, nestaje potreba bočnog vodjenja osovinskog sloga kontrašinom, te se ona izbacuje i nestaje ova vrsta udara.

Sem pomenutih, geometrijskih neravnina u zoni skretnice nastaju i dinamičke neravnine. Uzroci njihovog nastajanja su:

- nehomogenost materijala planuma, zastora i pragova;
- neravnomernosti rastojanja međupragova i njihove podbije-
nosti;
- nejednake krutosti elemenata po dužini (recimo jezička);
- udvojeni pragovi na spojevima itd.

Ove neravnine se javljaju i van skretnica, uglavnom sa istim uzrocima i većinu ih je moguće izbeći sistematskim održavanjem gornjeg stroja. Prelazom na modernije elemente konstrukcije gornjeg stroja (zavarivanjem šina skretnica u dugi šinski trak, upotrebom armirano-betonskih ploča i roštilja kao podloge i drugo) moguće je isključiti neke uzroke pojave ovih neravnina.

Skretnice se bitno razlikuju od običnog koloseka po veličini proračunskih parametara. Tako je krutost skretnice kao celine za 30 do 40% veća od krutosti koloseka od istih šina i istog

zastora. Ekvivalentna masa koloseka u zoni srčišta može biti i dva puta veća od ekvivalentne mase koloseka na otvorenoj pruži.

Kao što se može zaključiti iz svega izloženog, uzajamno dejstvo šinskih vozila i skretnica je veoma složeno i dovodi do nastanka dodatnih dinamičkih sila, koje mogu imati i udarni karakter. Takvo opterećenje utiče na povećano trošenje kritičnih delova skretnice. Najintenzivnije abanje imaju srčište, jezičci i naležne šine. Jezičci i naležne šine se abaju sporije nego srčište. Time se obrazuju dodatne neravnine, koje kotrljanje točkova po već postojećim geometrijskim i dinamičkim neravninama čine još nemirnijim.

Formu rezultujućih neravnina u srčištu svrsishodno je ocenjivati oblikom i veličinom trajektorija koje opisuju centri točkova pri kotrljanju. Te trajektorije mogu biti pravolinijske, talasaste, u obliku sinusoida i parabola. Najčešće se javljaju dva poslednja oblika trajektorija. Od dubine i nagiba neravnine, odnosno trajektorije kotrljanja, zavisi veličina dinamičkih sila koje deluju na srčište, a takodje i intenzitet razaranja krilnih šina i srca defektima usled zamora materijala i kontaktnih pritisaka. U nekim slučajevima neravnine imaju nagli skok ("stepenicu"), što je naročito nepovoljno. Srčište najčešće otkazuje zbog dostizanja granične veličine abanja i trošenja usled kontaktnih pritisaka i zamora materijala livenih delova srca i krilne šine.

Na naležnoj šini u području uz kontrašinu obično se obrazuju dve neravnine: naspram zone grla srčišta i naspram preseka srca širine kotrljajuće površine 40 do 50 mm. One nastaju na račun poprečnih pomeranja osovinskog sloga izazvanih usmeravajućim delovanjem krilne šine i kontrašine, a takodje i kao rezultat bočnih udara točka pri poprečnim oscilacijama osovinskog sloga.

Veliko abanje naležne šine je primećeno i u oblasti vrha zakrivljenog jezička zbog vodjenja točka pri vožnji u odvojak. Naravno, ono je spregnuto i sa abanjem vrha jezička.

Skretnica je dodatno opterećena, sem silama od šinskog vozila

kao osnovnim opterećenjem i podužnim aksijalnim silama usled temperatura koje odstupaju od temperature pritezanja pričvrstnog pribora, ukoliko je zavarena u dugi šinski trak. Na početku skretnice, u području menjalice, javlja se povećana aksijalna sila u naležnim šinama zbog uvođenja aksijalnih sila glavnog i odvojnog koloseka u skretnicu. Usled temperaturnih promena dolazi i do neometanog podužnog pomeranja slobodnog jezička u odnosu na glavnu šinu, njihov međusobni položaj se remeti, te je potrebna veća sila za prevodjenje jezička skretnice ili čak, u krajnjem slučaju, dolazi do blokiranja skretnice.

Uvođenjem sve većih brzina i zbog želje za povećanje udobnosti i sigurnosti vožnje, skretnice velikih radijusa imaju veću primenu. Naravno da ovu težnju prati i zavarivanje skretnica u duge trakove šina. Sve to utiče na povećanje dužina skretnica, kao i porast temperaturnih naprezanja u njima, te su opasnosti po njenu stabilnost i nepravilnost u radu sve veće.

1.3. C i l j i s t r a ž i v a n j a

Za naše pruge su potrebne skretnice pogodne, s jedne strane, za veće brzine putničkih vozova i, s druge strane, za teretne vozove većih osovinskih pritisaka i većih brzina nego danas. O tim činjenicama se mora voditi računa pri rekonstrukciji postojećih pruga, što je sada prevashodni zadatak, kao i kod izgradnje novih.

U cilju smanjenja troškova održavanja i obnove skretnica pri povećanim saobraćajnim opterećenjima i brzinama, potrebno je preduzeti mere za smanjenje naprezanja i trošenja kritičnih delova skretnice. Iskustva iz eksploatacije ukazuju na to da su najviše napregnuti elementi skretnice: srce, jezičak, naležna šina i kontrašina. Naročit značaj za eksploatacionu jačinu skretnice imaju kontaktna naprezanja koja dosežu oblast graničnih specifičnih pritisaka za visoko manganski čelik što vodi obrazovanju pukotina i razaranju čelika. Veliki značaj za sigurnost vožnje po skretnici imaju njene geometrijske ka-

rakteristike i njihova promenljivost pod točkovima vozila, te je od značaja znati vrednosti mogućih deformacija elemenata skretnice.

Problemi koji se javljaju pri eksploataciji skretnica su veoma kompleksni, a moguće mere za njihovo rešavanje često kontradiktorne. Zato bi težnje modernog šinskog saobraćaja trebalo da nadju svoj odraz u intenzivnijem teorijskom i eksperimentalnom istraživanju i eksploatacionom osmatranju savršenijih konstrukcija skretnica. Kao osnovni cilj proučavanja u ovoj disertaciji se postavlja bolje upoznavanje sa naponskim i deformacionim stanjem kritičnih delova skretnice pod opterećenjem vozilom i temperaturnim promenama.

1.4. S a d r ž a j i s t r a ž i v a n j a

U uvodu istraživanja izloženi su prvo osnovni pojmovi o skretnicama, a zatim osobenosti rada skretnica pod točkovima šinskog vozila i usled temperaturnih promena.

U drugom poglavlju ispitivani su naponi i deformacije u skretnici zavarenoj u dugi šinski trak usled temperaturnih promena. Prvo je pokušano da se dobije rešenje putem neke od metoda stabilnosti konstrukcija, kada se skretnica zamenjuje gredom adekvatnih karakteristika. Potom se prešlo na proračunski model koji skretnicu predstavlja sistemom u ravni sa elastičnim bočnim i podužnim osloncima. Pri tome je uzimana nelinearna veza pomeranje - otpor a konačni uticaji dobijani su superpozicijom uticaja od pojedinih inkremenata temperaturne promene. Rezultati su prikazani na primeru skretnice UIC60 - R500 - 1:12 i date su konstruktivne mere za povećanje stabilnosti skretnice u kritičnim delovima.

U poglavlju III razmatrano je bočno oscilovanje jezička skretnice pod opterećenjem ekscentričnom vertikalnom i bočnom silom od vozila pri vožnji u skretanju. Izvršeno je poredjenje rezultata proračuna na primeru jezička skretnice UIC60 - R500 - 1:12 od blok šine i jezička skretnice S49 - R500 - 1:12 od profila domaće proizvodnje.

U četvrtom poglavlju su ispitivane udarne - dinamičke sile

pri prelasku točka vozila preko žljeba u grlu srca i udara o vrh srca. Prvo je uzet model sa jednim stepenom slobode, gde je srce smatrano krutom podlogom o koju udara točak vozila, a zatim realniji model sa dva stepena slobode, gde osciluje i ko-losek ekvivalentne mase. Rezultati su prikazani na primeru udara točka lokomotive serije JŽ461 o srce skretnice UIC60 - R500 - 1:12.

U poslednjem poglavlju su dati zaključci ovog istraživanja.

II STANJE TEMPERATURNIH NAPONA I DEFORMACIJA I STABILNOST SKRETNICE ZAVARENE U DUGI ŠINSKI TRAK

Kod savremenih tipova skretnica izvršeno je zavarivanje šina u dugi šinski trak u cilju poboljšanja kotrljanja vozila po šinama i smanjenja udarno-dinamičkog dejstva točka na šine. Međutim, zavarivanje skretnica u dugi šinski trak uzrokuje pri temperaturi različitoj od temperature pritezanja pričvrsnog pribora neujednačeno aksijalno (temperaturno) naprezanje skretnice kao celine i preopterećenje pojedinih delova skretnice. Takvo naprezanje skretnice je rezultat konstrukcije same skretnice, pošto se aksijalne sile u četiri šine na jednom kraju skretnice moraju svesti na aksijalne sile u dve šine na drugom kraju skretnice. Ta preraspodela podužnih sila obavi se delimično putem otpora odvođenjem sila u donji stroj, a većinom na račun povećanja aksijalnih sila u glavnim, naležnim šinama na početku skretnice.

Najveći gradijent u dijagramu aksijalnih sila javlja se u području medjušina, pa su tu i najveća podužna pomeranja. Temperature aksijalne sile u medjušinama, putem korenskih kalemova ili čepova u podložnoj pločici, prenose se u naležne šine, pa delom aktiviranjem otpora preko pragova u zastor. Na taj način su jezičci oslobođeni podužnih pomeranja od dilatiranja medjušina. Pošto se nepričvršćeni, jezičci slobodno dilatiraju pri temperaturnim promenama, što može kod ekstremnih temperatura i velikih dužina jezičaka da ometa rad uređaja za prebacivanje.

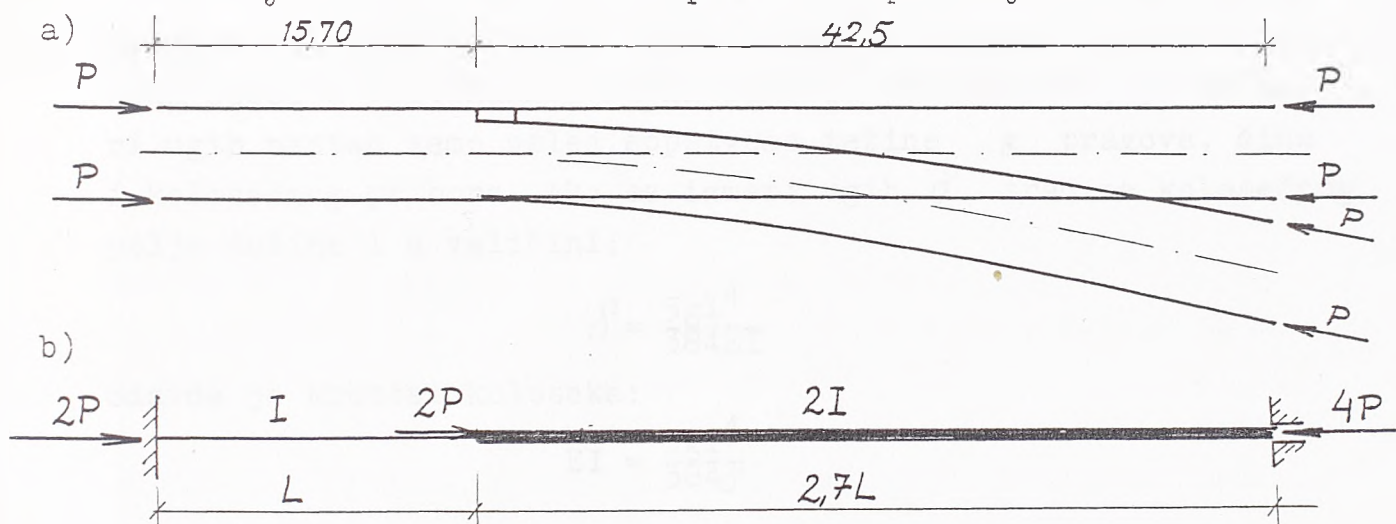
Tu bi ukratko bio opis rada zavarene skretnice pri temperaturnim promenama. Očigledno će se pri prekoračenju kritične sile pritiska u najopterećenijem elementu pojaviti opasnost od bočnog izvijanja skretnice. Napredovanje talasa izvijanja zavisiće od daljeg toka temperaturne promene i veličine aktiviranih otpora.

U ovom poglavlju ponašanje skretnice zavarene u dugi šinski trak pri temperaturnim promenama prvo će pokušati da se reši ana-

litički nekom od poznatih metoda stabilnosti konstrukcije a zatim putem proračunskog modela.

2.1. Rešenje putem nekih metoda stabilnosti konstrukcija

Radi primene neke od poznatih metoda stabilnosti konstrukcije potrebno je skretnicu zameniti linijskim sistemom u ravni, a potom, još uprošćenije, jednim štapom sa skokovitom promenom momenta inercije na mestu početka medjušina (slika 1a i 1b). Pri tome je model u odnosu na skretnicu produžen za izvesnu dužinu pre početka i posle kraja skretnice, kako bi se obuhvatila sadejstvujuća dužina koloseka u prijemu temperaturnih sila a krajevi modela smatrali podužno nepomerljivim.



slika 1

Kako se u dijagramu aksijalnih sila u šinama skretnice usled temperature promene očekuje najveća vrednost baš u delu glavnih šina u predelu oslonačkih kalemova (radovi /24/ i /25/), a tu je i najmanja krutost koloseka za savijanje u horizontalnoj ravni, tu se može i očekivati prvo izvijanje šina skretnice. U ostalom delu skretnice momenat inercije je bar dvostruko veći zbog postojanja četiri šinska profila i ojačanja u obliku oslonačkih kalemova, šina vodjica, srca i drugih delova skretničke konstrukcije. S druge pak strane u tom delu skretnice je manja aksijalna sila u šinama, čak je na nekim delovima i ispod vrednosti u šinama van skretnice.

Dakle, može se zaključiti da se skretnica neće izviti kao jedinstvena greda sa dužinom izvijanja jednakoj svojoj dužini,

već će doći do lokalnog izvijanja u delu na početku, pre uključenja medjušina. Usvojiće se da je dužina izvijanja jednaka rastojanju od početka skretnice do oslonačkih kalemova (kod skretnice UIC60-R500-1:12 $l=15,70\text{m}$).

Krutost koloseka za savijanje u hirizontalnoj ravni koja je merodavna za izvijanje može se uzeti:

$$I = \beta 2I_g$$

gde je: I_g - moment inercije jedne šine oko vertikalne ose,
 β - koeficijent kojim se uzima u obzir ramovska krutost koloseka za savijanje u horizontalnoj ravni i za betonske pragove se uzima 2,5 a za drvene 2,0.

Krutost koloseka se može i meriti ako se izvesna dužina koloseka obesi u vertikalnoj ravni izmedju dva oslonca, pa se meri ugib nastao samo usled sopstvene težine g pragova, šina i kolosečnog pribora. Ako se izmeri ugib δ sredine kolosečnog polja dužine l u veličini:

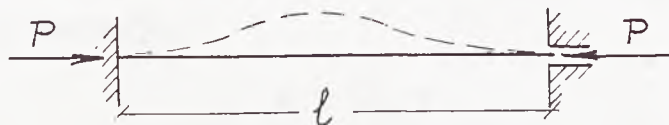
$$\delta = \frac{5gl^4}{384EI}$$

odavde je krutost koloseka:

$$EI = \frac{5gl^4}{384\delta}$$

Sada kada smo definisali dužinu izvijanja i krutost koloseka za savijanje u horizontalnoj ravni, uzmimo zamenjujuću gredu pritisnutu obostrano silom P usled temperaturne promene i , kao najgrublje uprošćenje, zanemarimo bočne otpore. Krajeve grede smatrajmo uklještenim i rešenje za kritičnu silu izvijanja kao u IV-om Ojlerovom slučaju je dato:

$$P_{kr} = 4\pi^2 \frac{EI}{l^2}$$



slika 2

Za skretnicu UIC60 - R500 - 1:12 na drvenim pragovima kritična sila izvijanja bi bila:

$$P_{kr} = 4\pi^2 \frac{21 \times 10^6 \times 2 \times 2 \times 515}{1570^2} = 690172 \text{ N}$$

Iz poznatog izraza za aksijalnu silu u štapu usled temperaturne promene t /K/:

$$P = EF\alpha_t t$$

gde je: F - površina poprečnog preseka dva šinska profila,
 α_t - koeficijent temperaturne dilatacije šinskog čelika $\alpha_t = 1/85000\text{K}$,
 E - moduo elastičnosti šinskog čelika $E = 21 \times 10^6 \text{ N/cm}^2$
dobija se da je kritična temperaturna promena:

$$t_{kr} = \frac{P_{kr}}{EF\alpha_t} = \frac{690172}{21 \times 10^6 \times 2 \times 76,9 \frac{1}{85000}} = 18\text{K}$$

Ako se uzmu drugi uslovi oslanjanja zamenjujućeg kolosečnog štapa (zglavkasti oslonac na levom kraju a uklještenje na desnom zbog naglog porasta karakteristika štapa bi bilo realnije ili oba zglavkasto oslonjena kraja) dobila bi se manja kritična sila izvijanja, te znači da je uzet najgori mogući slučaj.

Kada se uzmu u obzir bočni otpori pri izvijanju kolosečne grede, što je adekvatno izvijanju grede u elastičnoj sredini, problem se može razmatrati na nekom od sledećih načina.

2.1.1. P r i m e n a e n e r g e t s k e m e t o d e

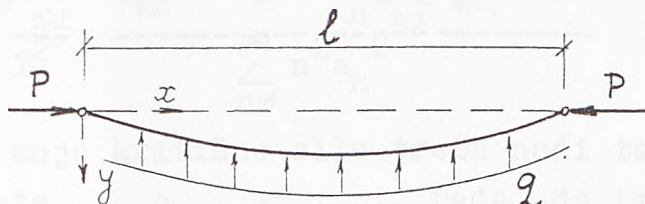
Za slučaj štapa sa više elastičnih oslonaca jednake krutosti i na jednakim odstojanjima, što je ovde slučaj, njihov se uticaj na izvijeni štap može zameniti dejstvom kontinualne elastične sredine. Otpor te sredine, odnosno bočni otpor, proporcionalan je bočnom pomeranju:

$$q = U_b \cdot v$$

gde je: U_b - moduo bočne elastičnosti koloseka (vidi poglavlje 2.3.).

Modulo bočne elastičnosti koloseka je brojno jednak bočnom otporu pri jediničnom bočnom pomeranju po jedinici dužine koloseka.

Kritična sila će se u ovom slučaju odrediti primenom poznatog metoda energije, kako je to uradio S. Timošenko u /37/.



slika 3

Izraz za elastičnu liniju štapa zglavkasto oslonjenog dužine l može se predstaviti redom:

$$y = a_1 \sin \frac{\pi x}{l} + a_2 \sin \frac{2\pi x}{l} + a_3 \sin \frac{3\pi x}{l} + \dots \quad (1)$$

Deformaciona energija savijanja štapa iznosi:

$$E_1 = \frac{EI}{2} \int_0^l (y'')^2 dx = \frac{\pi^4 EI}{4l^3} \sum_{n=1}^{\infty} n^4 a_n^2 \quad (2)$$

Kako je reakcija elastične sredine na element štapa dx : $U_b y dx$, odgovarajuća deformaciona energija sredine je: $(U_b y^2 / 2) dx$. Ukupna deformaciona energija elastične sredine je:

$$E_2 = \frac{U_b}{2} \int_0^l y^2 dx$$

ili ako se y zameni redom (1):

$$E_2 = \frac{U_b l}{4} \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 \quad (3)$$

Rad sile pritiska P na skraćanju štapa je:

$$T = \frac{Pl}{2} \int_0^l (y')^2 dx = \frac{P\pi^2}{4l} \sum_{n=1}^{\infty} n^2 a_n^2 \quad (4)$$

$$\text{Iz uslova: } E_1 + E_2 = T \quad (5)$$

dobija se:

$$\frac{\pi^4 EI}{4l^3} \sum_{n=1}^{\infty} n^4 a_n^2 + \frac{U_b l}{4} \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 = \frac{P \pi^2}{4I} \sum_{n=1}^{\infty} n^2 a_n^2$$

odakle je:

$$P = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \frac{\sum_{n=1}^{\infty} n^4 a_n^2 + \frac{U_b l^4}{\pi^2 EI} \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2}{\sum_{n=1}^{\infty} n^2 a_n^2} \quad (6)$$

Za odredjivanje kritične sile treba naći takvu vezu između koeficijenata a_1, a_2, \dots reda, da izraz (6) bude minimalan. To će se dobiti ako su svi koeficijenti sem jednog (a_m) jednaki nuli, pa je tada elastična linija štapa sinusoida:

$$y = a_m \sin \frac{m\pi x}{l}$$

$$P_{kr} = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \left(m^2 + \frac{U_b l^4}{m \pi^4 EI} \right) \quad (7)$$

Broj polutalasa m izvijene ose štapa zavisi od modula elastičnosti sredine U_b .

Kada je $U_b = 0$, nema otpora, $m = 1$, i to je poznati slučaj, prethodno razmatran, izvijanja štapa samo usled sile pritiska P . I kada je U_b vrlo malo, kod vrlo elastične sredine, opet se uzima $m = 1$ tj. štap se izvija bez prevojnih tačaka. Povećanjem U_b dolazi do slučaja takve elastične sredine, pri kojoj izvijeni štap ima jednu prevojnu tačku u sredini, i pri kojoj se dešava promena od $m = 1$ na $m = 2$. Znači pri toj graničnoj vrednosti U_b , P ima istu vrednost i za $m = 1$ i za $m = 2$:

$$1 + \frac{U_b l^4}{\pi^4 EI} = 4 + \frac{U_b l^4}{4\pi^4 EI}$$

odakle je:

$$\frac{U_b l^4}{\pi^4 EI} = 4$$

Prema tome: za $U_b < \frac{4\pi^4 EI}{l^4}$, $m = 1$

za $U_b > \frac{4\pi^4 EI}{l^4}$, $m > 1$

(8)

U opštem slučaju, da bi se našla vrednost U_b za koju se menja broj polutalasa od m na $m+1$, treba imati u vidu da promena polutalasa za jedinicu ne menja vrednost kritične sile:

$$m^2 + \frac{U_b l^4}{\pi^4 EI} = (m+1)^2 + \frac{U_b l^4}{\pi^4 EI}$$

odakle je:

$$\frac{U_b l^4}{\pi^4 EI} = m^2 (m+1)^2 \quad (9)$$

Iz ove jednačine se može odrediti broj m polutalasa za date dimenzije štapa i vrednost modula elastičnosti podloge. Zatim se po formuli (7) odredi kritična sila izvijanja.

Za posmatranu skretnicu UIC60 - R500 - 1:12 i usvojeni moduo bočne elastičnosti koloseka prema rečenom u poglavlju 2.2.1. (vidi sliku 6).

$$U_b = \frac{85}{0,5} = 170 \text{ N/cm}^2$$

broj polutalasa je:

$$m^2 (m+1)^2 = \frac{170 \times 1570^4}{\pi^4 \times 21 \times 10^6 \times 2 \times 2 \times 513} = 248$$

$$m = 4$$

Kritična sila izvijanja:

$$P_{kr} = \frac{\pi^2 \times 21 \times 10^6 \times 2 \times 2 \times 513}{1570^2} \left(4^2 + \frac{170 \times 1570^4}{4^2 \times \pi^4 \times 21 \times 10^6 \times 4 \times 513} \right) =$$
$$= 5412355 \text{ N}$$

a kritična temperaturna promena:

$$t_{kr} = \frac{5412355}{21 \times 10^6 \times 2 \times 76,9 \frac{1}{85000}} = 142 \text{ K}$$

U literaturi [20] je takodje primenjena energetska metoda za odredjivanje kritične sile izvijanja kod pritisnutog elastično oslonjenog štapa, pa će se prethodni rezultati proveriti i na taj način.

Uvedena je veličina β data izrazom:

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{m^2 + \frac{U_b l^4}{m^2 \pi^4 EI}}}$$

koja se određuje iz gotovih krivih linija za poznatu veličinu: $\sqrt{U_b l^4 / EI}$ i definisan način oslanjanja krajeva štapa. Tada je kritična sila definisana kao:

$$P_{kr} = \frac{\pi^2 EI}{\beta^2 l^2}$$

što je adekvatno formuli (7).

Znači, u uzetom primeru:

$$\sqrt{\frac{U_b l^4}{EI}} = \sqrt{\frac{170 \times 1570^4}{21 \times 10^6 \times 4 \times 513}} = 155$$

te je za slobodno oslonjen štap (slučaj II) iz krivih u tabeli 5.68 (strana 468):

$$\beta = 0,18$$

i kritična sila izvijanja:

$$P_{kr} = \frac{\pi^2 \times 21 \times 10^6 \times 4 \times 513}{0,18^2 \times 1570^2} = 5320000 \text{ N}$$

odakle je kritična temperaturna promena:

$$t_{kr} = \frac{5320000}{21 \times 10^6 \times 2 \times 76,9 \frac{1}{85000}} = 140 \text{ K}$$

što se skoro podudara sa prethodno dobijenim rezultatom.

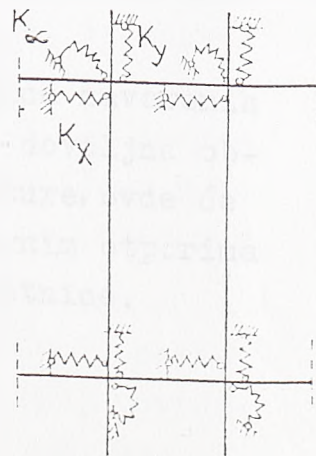
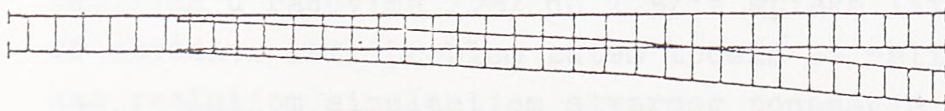
Kao što se vidi iz dobijenih rezultata, kod izvijanja kolo- sečne grede u elastičnoj sredini dobija se znatno viša kri- tična temperaturna promena nego kod kolosečne grede pod de- jstvom samo aksijalne sile pritiska, što se i očekivalo. Me- djutim, tako dobijena kritična temperatura je znatno iznad realne, pošto je uzeta linearna veza bočnog otpora od pome- ranja i nisu uzeti svi otpori koji deluju u koloseku.

2.2. Rešenje putem proračunskog modela

Kao što je poznato, šine nisu spojene sa pragovima kruto kao kod Virendel nosača, niti putem idealnih zglobova kao kod labilne rešetke, već zglobovima sa trenjem. Uobičajeni izraz "kolosečna rešetka" je neadekvatan. Kolosek se može smatrati roštiljnim nosačem sa elastično oslonjenim i uklještenim čvorovima. U skretnici elastična konstrukcija koloseka dobija složeniji oblik.

Zastor kao sredina u kojoj leži skretnica pruža otpore podužnom i bočnom pomeranju skretničke konstrukcije. Osobine zastora kao elastične sredine mogu se prikazati oprugama raspoređenim duž šinsko-pragovske konstrukcije. Na mestu svakog praga duž šina postojaće opruge koje će simulirati otpore podužnom i bočnom pomeranju skretnice, kao i otpor okretanju šine u odnosu na prag u horizontalnoj ravni. Ovi otpori mogu biti usvojeni kao konstantni ili kao nelinearne funkcije veličine pomeranja i ugla okretanja. U drugom slučaju će značiti da će odgovarajuće opruge imati nelinearne karakteristike sila-ugib, odnosno duž skretnice, zavisno od izvršenog pomeranja i obrtanja, karakteristike opruga će biti promenljive.

Za odredjivanje temperaturnih napona i deformacija u elementima skretnice primeniće se model ravanskog linijskog nosača elastično oslonjenog na šinsku podlogu, prikazan na slici 1.



Modelom su obuhvaćene dužine koloseka ispred i iza skretnice od oko polovine dužine same skretnice, tako da se krajevi modela mogu smatrati podužno nepomerljivim. Podužni štapovi modela predstavljaju odgovarajuće šine skretnice, i to: glavne šine i medjušine sa krilnim šinama srčišta. Jezičak nije obuhvaćen modelom, jer je njegovo podužno pomeranje neometeno, te ne utiče na temperaturno naprezanje skretnice kao celine. Korenski kalemovi su prikazani štapovima, koji kruto povezuju medjušine i glavne, naležne šine. Poprečni štapovi modela predstavljaju pragove. Zbog smanjenja broja elemenata u modelu, poprečni štapovi su na dvostrukom medjupragovskom rastojanju ali sa uvećanim karakteristikama poprečnog preseka.

Kod modela sa konstantnim otporima ukupna temperaturna promena se nanosi odjednom na model. Kod modela sa nelinearnim otporima celokupna temperaturna promena se aplicira postupno na model u koracima od, na primer, 10K. Početne neravnine u horizontalnoj ravni neće biti uzimane u obzir.

U slučaju modela sa nelinearnim otporima pri početnom koraku opterećenja delovaće otpori za nulte vrednosti pomeranja i obrtanja. Posle pojedinih koraka opterećenja za sumarne vrednosti deformacija računaju se otpori, odnosno karakteristike opruga, zadaje se sledeći prirast temperature u osi šina i određuje elastična linija skretničkih šina. Pri određenoj ukupnoj temperaturnoj promeni za isti prirast temperature bočna pomeranja skretnice postaće sve manja, te skretnica očigledno teži nekoj stabilnoj ravnoteži i proces izvijanja u horizontalnoj ravni je završen. ta temperaturna promena će se nazvati kritičnom a odgovarajuće aksijalne sile u skretnici kritičnim silama.

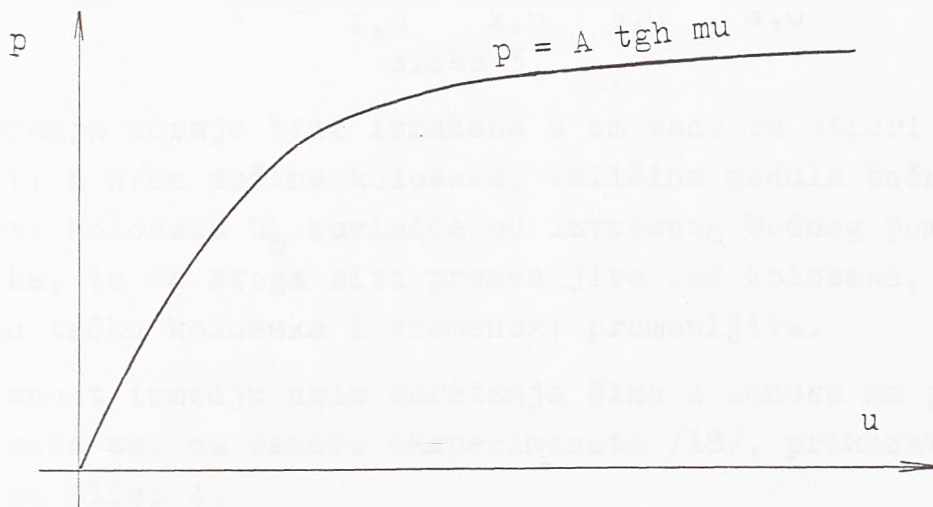
Kako je proračun temperaturnog naprezanja skretnica zavarenih u dugi trak putem modela sa konstantnim otporima dovoljno obradivan u radovima /23/ do /25/ iz spiska literature, ovde će se obraditi isti problem putem modela sa nelinearnim otporima kao realnijom simulacijom stvarnog ponašanja skretnice.

2.2.1. Elastične karakteristike šinskih oslonaca kod skretnica

Elastične karakteristike šinskih oslonaca biće definisane veličinama modula elastičnosti koloseka za podužni i bočni pravac i obrtanje šina u odnosu na prag, pošto se radi o aksijalnom naprezanju skretničkog koloseka, odnosno naprezanju u ravni.

Na veličinu modula podužne elastičnosti koloseka U_p bitno utiče otpor zastorne prizme podužnim pomeranjima pragova. Otpor protiv podužnog pomeranja pragova, odnosno čitavog koloseka, čini otpor trenja donje površine pragova po zastoru i otpor zastora u medjupragovskom prostoru pomeranju pragova. Veza između otpora i podužnih pomeranja je nelinearna po funkciji oblika:

$$p = A \operatorname{tgh} mu \quad (1)$$



slika 2

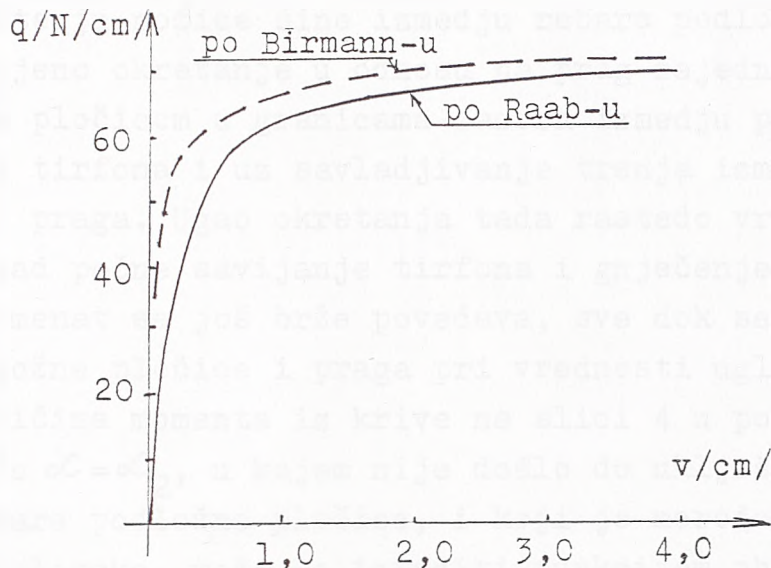
Pri tome pomeranja moraju biti izražena u cm, da bi sračunati otpori bili u N/cm jedne šine. Usled nelinearnosti ove veze modul podužne elastičnosti U_p je promenljiva veličina, zavisna od veličine podužnog pomeranja. Za određenu veličinu pomeranja on je jednak nagibu tangente na krivu otpor - pomeranje.

Modul bočne elastičnosti koloseka U_b je određen prirodnom otpora zastora bočnom pomeranju koloseka. Otpor bočnom pomeranju koloseka ogleda se kao otpor trenja na oslonačkoj površini pragova, otpor trenja na bočnim stranama pragova, kao i

pasivni pritisak dela zastorne prizme na čelo pragova. Zavisnost bočnog otpora koloseka od pomeranja može prema /14/ dovoljno tačno opisati hireboličnom funkcijom oblika:

$$q = B \operatorname{tgh} nv \quad (2)$$

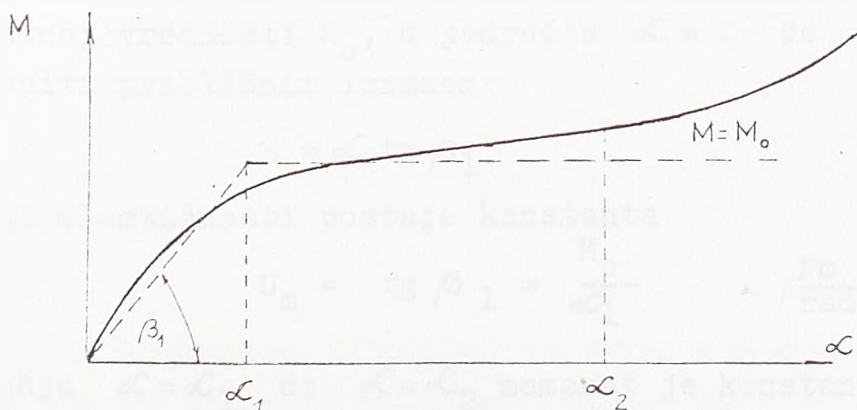
gde koeficijenti imaju tolike vrednosti da bi se kriva što više približila eksperimentalnim krivama Birmann-a i Raab-a /3/.



slika 3

Pomeranja moraju biti izražena u cm kada se otpori žele izračunati u N/cm dužine koloseka. Veličina modula bočne elastičnosti koloseka \bar{u}_b zavisice od izvršenog bočnog pomeranja koloseka, te će stoga biti promenljiva duž koloseka, a za utvrđenu tačku koloseka i vremenski promenljiva.

Zavisnost izmedju ugla okretanja šine u odnosu na prag i momenta može se, na osnovu eksperimenata /18/, prikazati krivom kao na slici 4.



slika 4

Prvo područje ($0 < \mathcal{L} < \mathcal{L}_1$) traje sve dok momenat ne savlada otpor trenja između šinske nožice i podložne pločice, odnosno pričvrstnih pločica. Posle područja prijanjanja u kome ugao \mathcal{L} vrlo brzo dostigne vrednost \mathcal{L}_1 , sledi područje klizanja, gde momenat ima skoro konstantnu vrednost, iako ugao kretanja raste od \mathcal{L}_1 do \mathcal{L}_2 .

Po uklještenju nožice šine između rebara podložne pločice, počinje njeno okretanje u odnosu na prag zajedno sa rebrastom podložnom pločicom u granicama zazora između prečnika rupa u pločici i tirfona i uz savladjivanje trenja između podložne pločice i praga. Ugao okretanja tada raste do vrednosti \mathcal{L}_3 . Najzad, kad počne savijanje tirfona i gnječenje drveta oko njega, momenat se još brže povećava, sve dok se ne deformiše veza podložne pločice i praga pri vrednosti ugla okretanja \mathcal{L}_4 . Veličina momenta iz krive na slici 4 u području ugla $\mathcal{L} = 0$ do $\mathcal{L} = \mathcal{L}_2$, u kojem nije došlo do uklještenja šine između rebara podložne pločice, i koji je merodavan pri izbacivanju koloseka, može se izraziti funkcijom oblika:

$$M = M_0 (1 - e^{-r\mathcal{L}}) \quad , \quad r > 0 \quad (3)$$

Za slučaj drvenog praga, pričvršćenja K sa normalno pritegnutim pričvrstnim vijkom i topolovog umetka između podložne pločice i nožice šine, koeficijenti imaju vrednosti: $M_0 = 800 \text{ Nm}$, $r = 1160$. Uglovi moraju biti izraženi u radijanima, a momenat se dobija u Nm.

Modul elastičnosti obrtanja U_m šine u odnosu na prag je strogo uzevši i ovde promenljiva veličina tokom celog procesa izvijanja koloseka. No, kako se momenat vrlo brzo približava konstantnoj vrednosti M_0 , u području $\mathcal{L} = 0$ do $\mathcal{L} = \mathcal{L}_1$ može se zameniti približnim izrazom:

$$M = \mathcal{L} \text{ tg } \beta_1 \quad (4)$$

te modul elastičnosti postaje konstanta

$$U_m = \text{tg } \beta_1 = \frac{M_0}{\mathcal{L}_1} \quad / \frac{\text{Nm}}{\text{rad}} / \quad (5)$$

U području $\mathcal{L} = \mathcal{L}_1$ do $\mathcal{L} = \mathcal{L}_2$ momenat je konstantan

$$M = M_0 = \text{const}$$

što se u proračunskom modelu ogleda zamenom opruga koncentrisanim momentima M_0 u svim čvorovima kolosečnog rama gde je $\alpha > \alpha_1$.

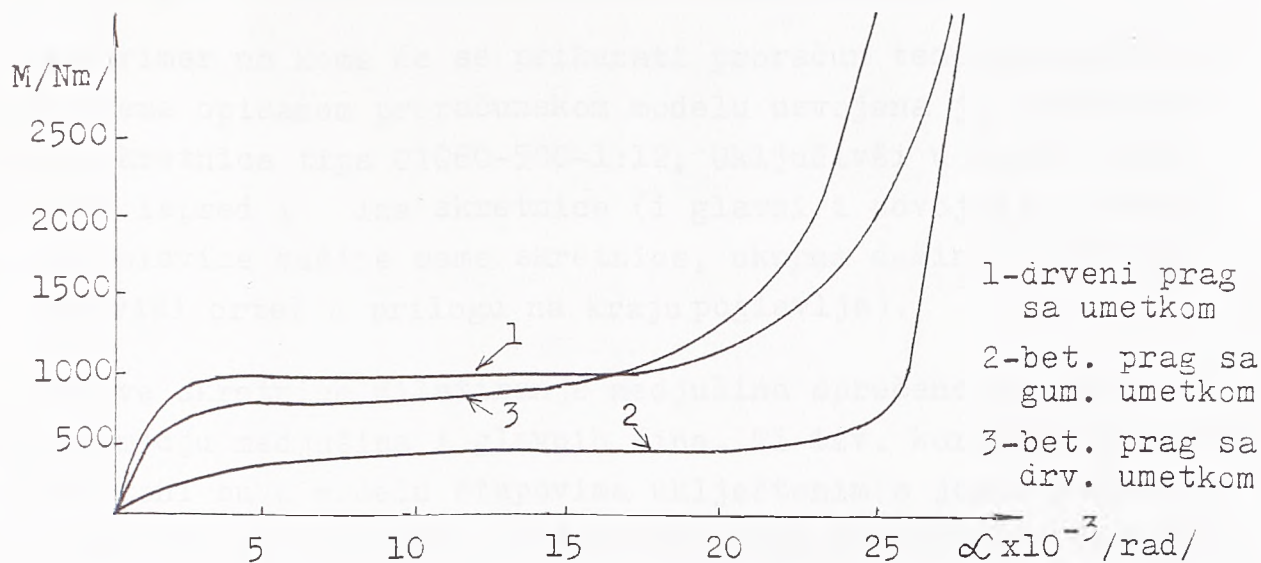
Uočava se da su za utvrđivanje zavisnosti otpor - pomeranje, odnosno obrtanje, upotrebljena merenja sprovedena na običnom koloseku, a ne u skretnici. Sigurno da bi se kod ispitivanja otpora u skretnici dobile nešto drugačije zavisnosti, zbog složenosti koloseka u skretnici. Duž skretnice bi se krive otpor - pomeranje razlikovale usled različite krutosti kolosečne rešetke. Naime, krutost kolosečne rešetke se povećava idući od vrha jezička ka srčištu. U srčištu skretnička konstrukcija ima veliku krutost na savijanje u horizontalnoj ravni zbog prisustva krilnih šina i kontrašina. Sem toga, idući od korena jezička ka srčištu, rastu rasponi pragova, te opada njihova krutost na savijanje.

Naravno da će se otpori zastorne prizme, kao i kod koloseka, razlikovati u zavisnosti naročito od zaprljanosti zastora i stepena održavanja skretnice. Varijacije otpora zastorne prizme pomeranju koloseka mogu se kretati od njegove 50%-tne do 150%-tne vrednosti: u prvom slučaju za zaprljanu zastornu prizmu kod slabo održavanih skretnica, a u drugom slučaju kod tucaničkih oštrobriđnih zrna u dobro održavanoj, čistoj, solidno uvoženoj zastornoj prizmi.

Reaktivni momenat okretanju šine u čvorovima kolosečne rešetke značajno će zavisti od stepena pritegnutosti pričvrsnih vijaka kod pričvršćenja sistema II: ukoliko se za uporednu vrednost za M_0 uzme ona za normalno pritegnute pričvrсне vijke, kod labavo pritegnutih će biti polovina te vrednosti, a kod jako pritegnutih vijaka skoro dvostruka. Isto tako, kod betonskih pragova reaktivni momenat je manji nego kod drvenih, a za gumene umetke blizu dva puta manji nego za topolove (vidi sliku 5).

U području skretničkog srčišta reaktivni momenat okretanju šine u odnosu na pragove ima veću vrednost nego u drugim delovima skretničkog koloseka, jer je i ukupna rarnovska krutost ko-

looseka tu veća.



slika 5

Sigurno da se toliko varijacija parametara koloseka u skretnici ne mogu uzeti u obzir, već da se mora pri proračunu modela operisati sa nekim prosečnim vrednostima.

Složenost konstrukcije skretnice uzeta je u obzir pri proračunu krutosti šinskih oslonaca za poznate module elastičnosti koloseka. Krutost, odnosno konstanta opruge, svakog oslonca u podužnom pravcu određuje se množenjem modula podužne elastičnosti U_p sa pripadajućom širinom koloseka, ili tačnije, pripadajućom dužinom praga s_i :

$$K_x = U_p s_i \quad (6)$$

Ukupna krutost u bočnom pravcu svih oslonaca na jednom pragu dobiće se množenjem modula bočne elastičnosti U_b sa rastojanjem pragovskih štapova $2L$ (L je rastojanje pragova), pa redukcijom sa odnosom dužine odgovarajućeg skretničkog praga a_i i praga u koloseku ($a = 2,6m$). Krutost pojedinih oslonaca u bočnom pravcu na jednom pragu dobija se deljenjem vrednosti ukupne krutosti sa brojem oslonaca na posmatranom pragu (dva van skretnice i u području menjalice skretnice, odnosno četiri u području medjušina i srčišta):

$$K_y = U_b \frac{2L}{2} \frac{a_i}{a} = U_b L \frac{a_i}{a} \quad \text{ili} \quad K_y = U_b \frac{2L}{4} \frac{a_i}{a} = U_b \frac{L}{2} \frac{a_i}{a} \quad (7)$$

2.2.2. P r i m e r: Skretnica UIC 60 - 500 - 1:12

Kao primer na kome će se prikazati proračun temperaturnih sila prema opisanom proračunskom modelu usvojena je prosta lučna skretnica tipa UIC60-500-1:12, Uključivši u model i kolosek ispred i iza skretnice (i glavni i odvojni) u dužini oko polovine dužine same skretnice, ukupna dužina modela je 73m (vidi crtež u prilogu na kraju poglavlja).

Kod ove skretnice dilatiranje medjušina sprečeno je kalemovima između medjušina i glavnih šina. Ti tzv. korenski kalemovi prikazani su u modelu štapovima uklještenim s jedne strane u glavnu šinu, a s druge u medjušinu. Zbog promenljive širine žljeba između glavne šine i medjušine kalemovi imaju različite dužine. Proračun njihove krutosti prikazan je u radu /40/.

Proračunski model čini ramovski sistem u ravni sa 200 čvorova i 322 štapa. Svi čvorovi, sem krajnjih u modelu koji su fiksni, su elastično oslonjeni u ravni modela putem tri opruge. Karakteristike opruga definisane modulima elastičnosti pomeranja, odnosno obrtanja, zavisice od usvojenih funkcija otpor-pomeranje.

Ako za vezu podužnog otpora i podužnog pomeranja prema (1) usvojimo funkciju koja se najviše približava eksperimentalnoj krivcoj:

$$p = 100 \operatorname{tgh} 2u \quad p / \frac{N}{\text{cm}} /, u / \text{cm} /$$

onda će modul podužne elastičnosti koloseka biti:

$$U_p = \frac{dp}{du} = 200 \frac{1}{\operatorname{ch}^2 2u} \quad U_p / \frac{N}{\text{cm}^2} /, u / \text{cm} /$$

Tako će se početna vrednost modula podužne elastičnosti koloseka dobiti za $u=0$:

$$U_p / u=0 / = 200 \frac{1}{\operatorname{ch}^2 0} = 200 \frac{N}{\text{cm}^2}$$

Za vezu bočnog otpora i bočnog pomeranja oblika (2) izabrana je funkcija:

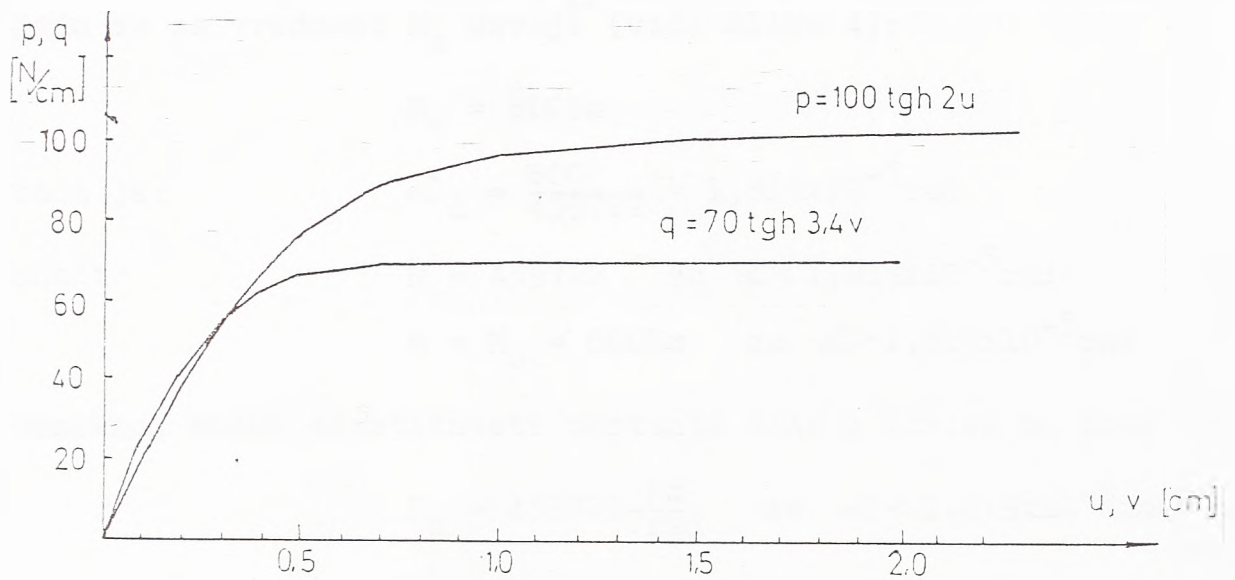
$$q = 70 \operatorname{tgh} 3,4v \quad q \text{ / } \frac{\text{N}}{\text{cm}} \text{ / , } v/\text{cm/}$$

te je modul bočne elastičnosti koloseka:

$$U_b = \frac{dq}{dv} = 238 \frac{1}{\operatorname{ch}^2 3,4v} \quad U_b \text{ / } \frac{\text{N}}{\text{cm}^2} \text{ / , } v/\text{cm/}$$

Za $v=0$ početna vrednost modula bočne elastičnosti koloseka je:

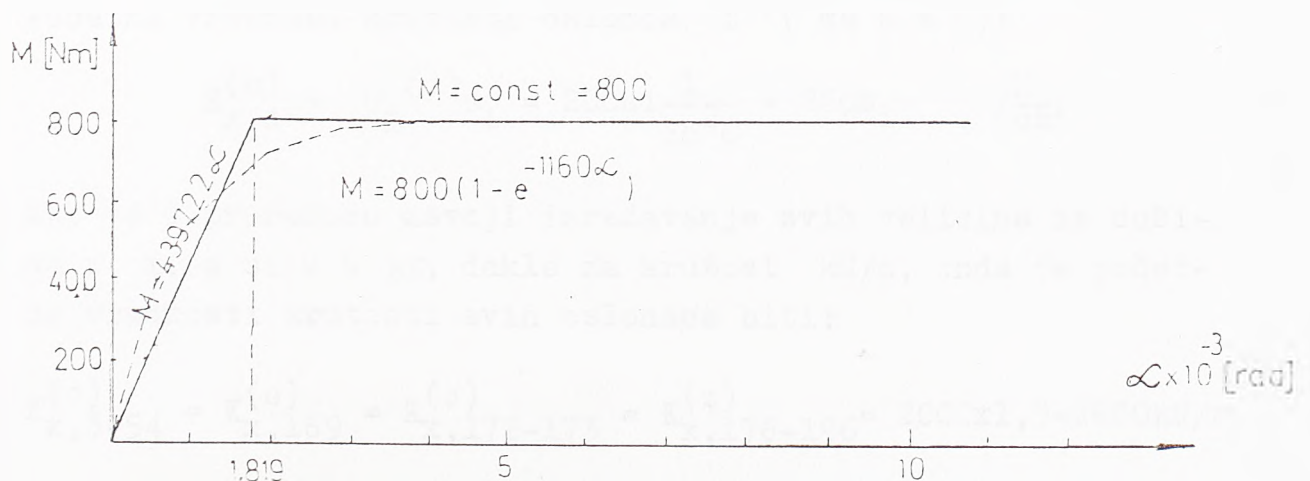
$$U_b/v=0/ = 238 \frac{1}{\operatorname{ch}^2 0} = 238 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2}$$



slika 6

Zavisnost momenta obrtanja šine od ugla obrtanja definisana je sa:

$$M = 800(1 - e^{-1160\varphi}) \quad M \text{ /Nm/ , } \varphi/\text{rad/}$$



slika 7

Prema /18/ za male neravnine koloseka i malu mogućnost pomerljivosti između šinske nožice i rebara podložne pločice može se uzeti da je zamenjujuća prava sa nagibom:

$$t_g/\beta = \frac{M(\alpha)}{\alpha} = \frac{800(1 - e^{-116\alpha \cdot 1,5 \times 10^{-3}})}{1,5 \times 10^{-3}} = 439722 \frac{\text{Nm}}{\text{rad}} = 440 \frac{\text{kNm}}{\text{rad}}$$

i da važi za $\alpha < \alpha_1 = \frac{M_0}{t_g/\beta_1}$.

Kada se za vrednost M_0 usvoji (vidi sliku 4):

$$M_0 = 800 \text{ Nm}$$

tada je: $\alpha_1 = \frac{800}{439722} = 1,819 \times 10^{-3} \text{ rad}$

znači: $M = 439722$ za $\alpha < 1,819 \times 10^{-3} \text{ rad}$

$$M = M_0 = 800 \text{ Nm} \quad \text{za } \alpha > 1,819 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

odnosno, modul elastičnosti obrtanja šine u odnosu na prag je:

$$U_m = 439722 \frac{\text{Nm}}{\text{rad}} \quad \text{za } \alpha < 1,819 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

za veća obrtanja šine u odnosu na prag opruge će biti zamenjene koncentrisanim momentima $M_0 = 800 \text{ Nm}$.

Krutost oslonca i u podužnom pravcu će biti:

$$K_{x,i} = U_p s_i = 200 \frac{1}{\text{ch}^2 2u} s_i = 200 s_i \frac{1}{\text{ch}^2 2u} \quad \text{u } \frac{\text{N}}{\text{cm}}$$

Početna vrednost krutosti oslonca i (za $u = 0$):

$$K_{x,i}^{(0)} = U_p^{(0)} s_i = 200 s_i \frac{1}{\text{ch}^2 0} = 200 s_i \quad \text{u } \frac{\text{N}}{\text{cm}}$$

Ako se u proračunu usvoji izražavanje svih veličina za dužinu u u m , a silu u kN , dakle za krutost kN/m , onda će početne vrednosti krutosti svih oslonaca biti:

$$K_{x,3-54}^{(0)} = K_{x,169}^{(0)} = K_{x,172-173}^{(0)} = K_{x,176-196}^{(0)} = 2000 \times 1,3 = 2600 \text{ kN/m}$$

$$K_{x,55-56}^{(o)} = 2000 \times 1,35 = 2700 \text{ kN/m}$$

$$K_{x,61}^{(o)} = K_{x,64}^{(o)} = 2000 \times 0,6 = 1200 \text{ kN/m}$$

$$K_{x,62-63}^{(o)} = K_{x,70-71}^{(o)} = K_{x,74-75}^{(o)} = K_{x,78-79}^{(o)} = K_{x,82-83}^{(o)} = K_{x,85-92}^{(o)} =$$

$$= K_{x,94-95}^{(o)} = K_{x,98-99}^{(o)} = K_{x,102-103}^{(o)} = K_{x,106-107}^{(o)} = K_{x,110-111}^{(o)} =$$

$$= K_{x,114-115}^{(o)} = K_{x,118-119}^{(o)} = K_{x,122-123}^{(o)} = K_{x,126-127}^{(o)} = K_{x,130-131}^{(o)} =$$

$$= K_{x,134-135}^{(o)} = K_{x,138-139}^{(o)} = K_{x,142-143}^{(o)} = 2000 \times 0,75 = 1500 \text{ kN/m}$$

$$K_{x,69}^{(o)} = K_{x,72-73}^{(o)} = K_{x,76}^{(o)} = 2000 \times 0,65 = 1300 \text{ kN/m}$$

$$K_{x,77}^{(o)} = K_{x,80-81}^{(o)} = K_{x,84}^{(o)} = 2000 \times 0,7 = 1400 \text{ kN/m}$$

$$K_{x,93}^{(o)} = K_{x,96-97}^{(o)} = K_{x,100}^{(o)} = K_{x,146-147}^{(o)} = 2000 \times 0,8 = 1600 \text{ kN/m}$$

$$K_{x,101}^{(o)} = K_{x,104}^{(o)} = K_{x,150-151}^{(o)} = 2000 \times 0,85 = 1700 \text{ kN/m}$$

$$K_{x,105}^{(o)} = K_{x,108-109}^{(o)} = K_{x,112}^{(o)} = K_{x,154-155}^{(o)} = 2000 \times 0,9 = 1800 \text{ kN/m}$$

$$K_{x,113}^{(o)} = K_{x,116}^{(o)} = K_{x,158-159}^{(o)} = 2000 \times 0,95 = 1900 \text{ kN/m}$$

$$K_{x,117}^{(o)} = K_{x,120-121}^{(o)} = K_{x,124}^{(o)} = K_{x,162-163}^{(o)} = 2000 \times 1,0 = 2000 \text{ kN/m}$$

$$K_{x,125}^{(o)} = K_{x,128}^{(o)} = 2000 \times 1,05 = 2100 \text{ kN/m}$$

$$K_{x,129}^{(o)} = K_{x,132-133}^{(o)} = K_{x,136}^{(o)} = K_{x,166-167}^{(o)} = K_{x,170-171}^{(o)} = 2000 \times 1,1 = 2200 \text{ kN/m}$$

$$K_{x,137}^{(o)} = K_{x,140}^{(o)} = 2000 \times 1,15 = 2300 \text{ kN/m}$$

$$K_{x,141}^{(o)} = K_{x,144-145}^{(o)} = K_{x,148-149}^{(o)} = K_{x,152-153}^{(o)} = K_{x,156-157}^{(o)} =$$

$$= K_{x,160-161}^{(o)} = K_{x,164-165}^{(o)} = K_{x,168}^{(o)} = K_{x,174-175}^{(o)} = 2000 \times 1,2 = 2400 \text{ kN/m}$$

Tokom procesa izvijanja skretnice u nekom koraku m krutosti

će se menjati zavisno od ostvarenog podužnog pomeranja, koje se javlja u funkciji $\text{ch}^2 2u$, a početna krutost se javlja kao konstantni množilac:

$$K_{x,i}^{(m)} = K_{x,i}^{(0)} \frac{1}{\text{ch}^2 2u}$$

Krutost oslonca i u bočnom pravcu je:

$$K_{y,i} = U_b \frac{2L}{2} \cdot \frac{a_i}{a} = 238 \frac{1}{\text{ch}^2 3,4v} L \frac{a_i}{a} \text{ gde su dva oslonca na pragu}$$

$$K_{y,i} = U_b \frac{2L}{4} \cdot \frac{a_i}{a} = 238 \frac{1}{\text{ch}^2 3,4v} \cdot \frac{L}{2} \cdot \frac{a_i}{a} \text{ gde su četiri oslonca na pragu.}$$

Početna vrednost krutosti oslonca u bočnom pravcu (za $v=0$):

$$K_{y,i}^{(0)} = 238 \frac{1}{\text{ch}^2 0} L \frac{a_i}{a} = 238 L \frac{a_i}{a} \quad / \frac{\text{N}}{\text{cm}} / \quad \text{odnosno}$$

$$K_{y,i}^{(0)} = 238 \frac{1}{\text{ch}^2 0} \cdot \frac{L}{2} \cdot \frac{a_i}{a} = 238 \frac{L}{2} \cdot \frac{a_i}{a} \quad / \frac{\text{N}}{\text{cm}} /$$

Za različita rastojanja pragova L i dužine pragova a_i , koje su veće od dužine praga u klasičnom koloseku $a=2,6\text{m}$, dobijaju se sledeće početne vrednosti krutosti oslonaca u bočnom pravcu:

$$K_{y,3-32}^{(0)} = K_{y,35-40}^{(0)} = K_{y,43-54}^{(0)} = 2380 \times 0,6 - \frac{2,6}{2,6} = 1428 \text{ kN/m}$$

$$K_{y,33-34}^{(0)} = K_{y,41-42}^{(0)} = 2380 \times 0,625 - \frac{2,6}{2,6} = 1487 \text{ kN/m}$$

$$K_{y,55-56}^{(0)} = 2380 \times 0,6 - \frac{2,7}{2,6} = 1483 \text{ kN/m}$$

$$K_{y,61-64}^{(0)} = 2380 - \frac{0,6}{2} \cdot \frac{2,7}{2,6} = 741 \text{ kN/m}$$

$$K_{y,69-76}^{(0)} = 2380 - \frac{0,6}{2} \cdot \frac{2,8}{2,6} = 769 \text{ kN/m}$$

$$K_{y,77-84}^{(0)} = 2380 - \frac{0,29}{2} \cdot \frac{2,9}{2,6} = 783 \text{ kN/m}$$

$$\begin{aligned}K_{y,85-92}^{(o)} &= 2380 \frac{0,59}{2} \cdot \frac{3,0}{2,6} = 810 \text{ kN/m} \\K_{y,93-100}^{(o)} &= 2380 \frac{0,59}{2} \cdot \frac{3,0}{2,6} = 837 \text{ kN/m} \\K_{y,101-104}^{(o)} &= 2380 \frac{0,59}{2} \cdot \frac{3,2}{2,6} = 864 \text{ kN/m} \\K_{y,105-112}^{(o)} &= 2380 \frac{0,59}{2} \cdot \frac{3,3}{2,6} = 891 \text{ kN/m} \\K_{y,113-116}^{(o)} &= 2380 \frac{0,59}{2} \cdot \frac{3,4}{2,6} = 918 \text{ kN/m} \\K_{y,117-120}^{(o)} &= 2380 \frac{0,59}{2} \cdot \frac{3,5}{2,6} = 945 \text{ kN/m} \\K_{y,121-124}^{(o)} &= 2380 \frac{0,6}{2} \cdot \frac{3,5}{2,6} = 961 \text{ kN/m} \\K_{y,125-128}^{(o)} &= 2380 \frac{0,3+0,29}{2} = 972 \text{ kN/m} \\K_{y,129-136}^{(o)} &= 2380 \frac{0,58}{2} \cdot \frac{3,7}{2,6} = 982 \text{ kN/m} \\K_{y,137-140}^{(o)} &= 2380 \frac{0,58}{2} \cdot \frac{3,8}{2,6} = 1009 \text{ kN/m} \\K_{y,141-144}^{(o)} &= 2380 \frac{0,58}{2} \cdot \frac{3,9}{2,6} = 1035 \text{ kN/m} \\K_{y,145-148}^{(o)} &= 2380 \frac{0,58}{2} \cdot \frac{4,0}{2,6} = 1062 \text{ kN/m} \\K_{y,149-152}^{(o)} &= 2380 \frac{0,58}{2} \cdot \frac{4,1}{2,6} = 1088 \text{ kN/m} \\K_{y,153-156}^{(o)} &= 2380 \frac{0,33+0,302}{2} \cdot \frac{4,2}{2,6} = 1215 \text{ kN/m} \\K_{y,157-160}^{(o)} &= 2380 \frac{0,6}{2} \cdot \frac{4,3}{2,6} = 1181 \text{ kN/m} \\K_{y,161-164}^{(o)} &= 2380 \frac{0,6}{2} \cdot \frac{4,4}{2,6} = 1208 \text{ kN/m} \\K_{y,165-168}^{(o)} &= 2380 \frac{0,6}{2} \cdot \frac{4,6}{2,6} = 1263 \text{ kN/m} \\K_{y,169-172}^{(o)} &= 2380 \frac{0,6}{2} \cdot \frac{4,8}{2,6} = 1318 \text{ kN/m} \\K_{y,173-176}^{(o)} &= 2380 \frac{0,6}{2} \cdot \frac{5,0}{2,6} = 1373 \text{ kN/m} \\K_{y,177-196}^{(o)} &= 2380 \frac{0,6}{2} \cdot \frac{5,2}{2,6} = 1480 \text{ kN/m}\end{aligned}$$

Krutosti će se menjati, odnosno opadaće sa porastom bočnog pomeranja prema funkciji $(ch^{2,3,4v})^{-1}$, a njihove veličine će se dobijati množenjem početne vrednosti krutosti sa ovom funkcijom:

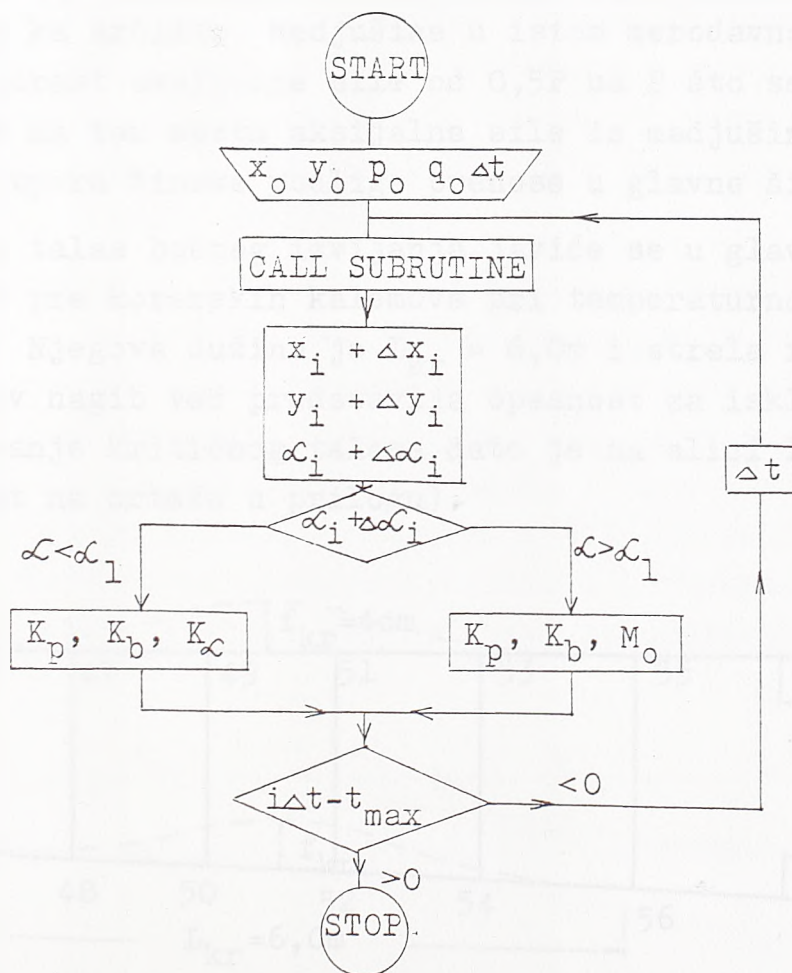
$$K_{y,i}^{(m)} = K_{y,i}^{(o)} \frac{1}{\text{ch}^2 \frac{3,4v}{3}}$$

Kako je zavisnost momenta obrtanja šine u odnosu na prag od ugla obrtanja usvojena elastoplastična, to je krutost svih čvorova na obrtanje konstanta do kritične vrednosti ugla:

$$K_{\alpha,i} = 440 \text{ kNm/rad} \quad \text{za } \alpha < 1,819 \times 10^{-3} \text{ rad}$$

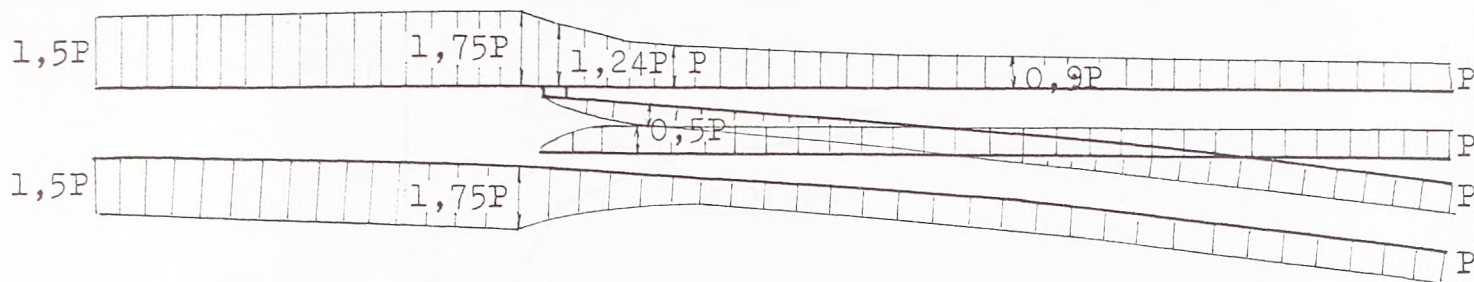
Po prekoračenju tog ugla torzione opruge se zamenjuju momentom $M_0 = 0,5 \text{ kN/m}$.

Proračun uticaja u pojedinim koracima za inkrement prirasta temperature Δt prikazan je u blok šemi na slici. Zapaža se da račvanje nastaje kada oni čvorovi proračunskog modela pri izvijanju dobiju ugao obrtanja $\alpha = \alpha_1 = 1,819 \times 10^{-3} \text{ rad}$ i postaju zglobovi u kojima se torziona opruga zamenjuje koncentrisanim momentom M_0 .



slika 8

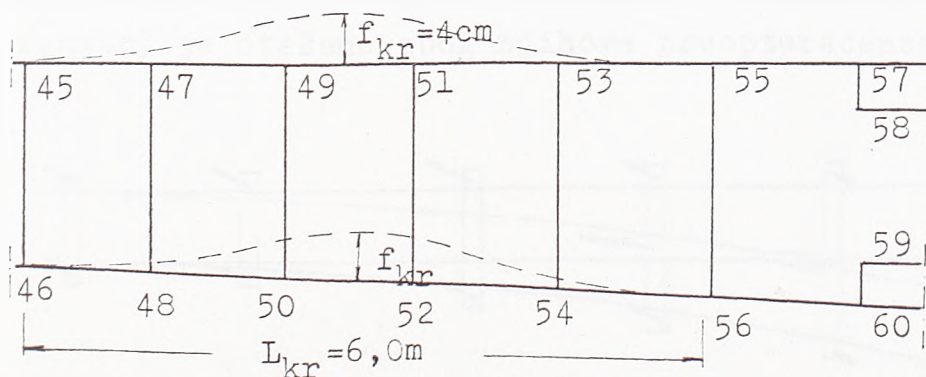
Raspodela aksijalnih sila duž elemenata skretnice po temperaturnoj promeni $t = 70K$ prikazana je na slici 9.



slika 9

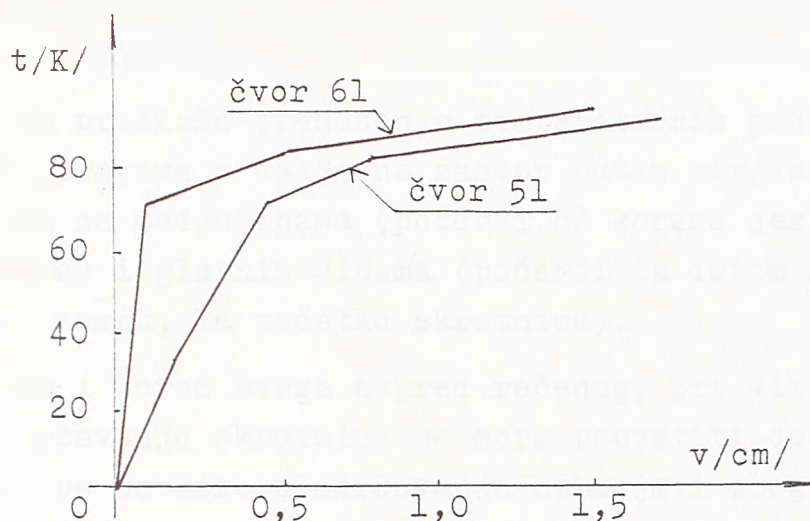
Uočava se nagli porast aksijalne sile u glavnim šinama u području korenskih kalemova do ekstremne vrednosti od $1,75P$, gde je P sila u jednoj šini van skretnice. Ta vrednost sporo opada ka početku modela na $1,5P$, a ka srčištu veoma brzo na vrednost P . Taj veliki inkrement u toku aksijalnih sila znači velika podužna pomeranja u delu glavne šine počevši od korenskih kelemova ka srčištu. Medjušine u istom merodavnom području trpe brz porast aksijalne sile od $0,5P$ na P što se i očekivalo pošto se na tom mestu aksijalne sile iz medjušina putem kalemova i otpora šinske podlige prenose u glavne šine.

Kritični talas bočnog izvijanja javiće se u glavnim šinama u području pre korenskih kalemova pri temperaturnoj promeni $t = 70K$. Njegova dužina je $L_{kr} = 6,0m$ i strela $f_{kr} = 4cm$ tako da njegov nagib već predstavlja opasnost za iskliznuće vozila. Napredovanje kritičnog talasa dato je na slici 10 (pogledati model dat na crtežu u prilogu).



slika 10

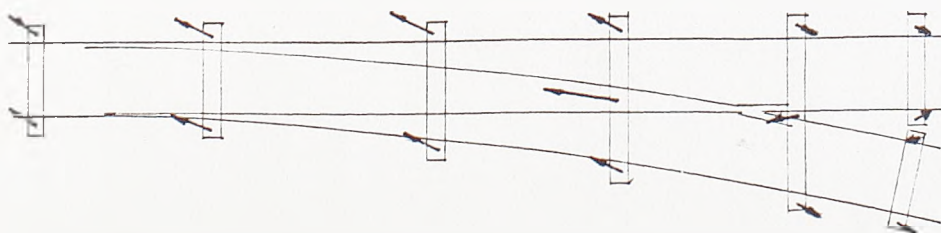
Tok bočnog pomeranja u funkciji od temperaturne promene za nekoliko karakterističnih čvorova modela prikazan je na slici 11.



slika 11

Uočava se izrazita nelinearnost veze bočno pomeranje -temperaturna promena ($v-t$). Pri kraju procesa izvijanja zapaža se da za isti inkrement prirasta temperature, povećava se prirast bočnog pomeranja, odnosno nagib kriva $v-t$ postaje sve manji, što je i usvojeno za kriterijum pojave kritične aksijalne sile i kritičnog talasa izvijanja.

Najveći gradijent toka aksijalnih sila u oblasti skretničke menjalice i na početku medjušina, prouzrokuje pomeranje skretničkih pragova u zastoru duž koloseka i time sprečava konsolidaciju zastora u tim područjima, što dalje vodi smanjenju poprečnih otpora skretničkih pragova a time i stabilnosti koloseka. S druge strane, prihvatanje tih podužnih sila putovanja medjušina putem korenskih kalemova i prenošenje na pragove i zastor, je otežano zbog njihove preopterećenosti (70kN



slika 12

po kalemu). S toga su u oblasti menjalice i medjušina pragovi napregnuti šinskim aksijalnim silama jer ih jezičci ne mogu prihvatiti. Naročito je izraženo savijanje dugih pragova u srednjem delu skretnice. Pomeranje pragova prikazano je vektorski na slici 12.

Otuda se predlaže prenošenje temperaturnih podužnih sila sa šina na pragove a dalje na zastor putem sprava protiv putovanja šina na medjušinama (počevši od korena jezička ka kraju skretnice) i glavnim šinama (počevši na istom mestu ali u suprotnom smeru, ka početku skretnice).

Medjutim i pored svega napred rečenog, pri visokim temperaturama održavanju skretnica se mora posvetiti dovoljna pažnja. Ovde će se te mere u održavanju nabrojati zbog svoje važnosti iako su već poznate:

- Ne sme se dozvoliti pojava podužnih neravnina u glavnim šinama u oblasti menjalice i njima priključnim šinama koloseka u dužini od 30m sa nagibom većim od 2% (npr. neravnina strele 6mm i dužine 6m);
- Izbegavati radove sa podbijačicama bez dinamičkih stabilizatora zato što destabilizuju kolosek zbog opadanja bočnih otpora;
- Izvršiti dobro zasipanje i nabijanje ramena zastorne prizme tucanikom, između pragova izvršiti zbijanje zastora, a zastorna prizma mora biti potpuno ispunjena;
- Obezbediti stabilnu podlogu;
- Čvrsto i pouzdano pritegnuti šinska pričvršćenja.

Ukoliko se žele smanjiti potrebne intervencije na održavanju koloseka, moraju se sprovesti dopunske mere u obliku ugradjivanja sigurnosnih kapa na krajeve pragova u oblasti menjalice.

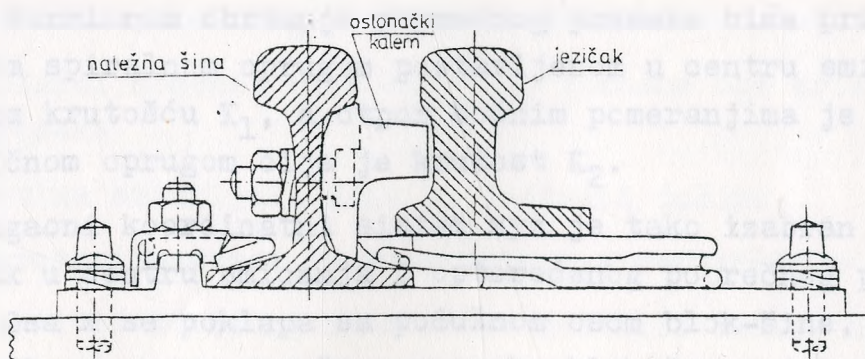
PRILOG
PRORAČUNSKI MODEL
SKRETNICA UIC60 - R500 - 1:12



III STANJE NAPONA I DEFORMACIJE U JEZIČKU PRI VOŽNJI U SKRETANJE

Problem deformacijskog i naponskog stanja skretničkog jezička u području oslonačkih kalemova a usled opterećenja točkom šinskog vozila pri vožnji u odvojak je važan sa stanovišta promene širine koloseka na tom delu skretnice. Bolje upoznavanje mehanizma ponašanja jezička kao i određivanje veličina bočnog pomeranja i obrtanja njegovog poprečnog preseka može doprineti usvajanju takvih rešenja koja obezbeđuju veću sigurnost prolaska vozila kroz skretnicu.

Pri vožnji u skretanje, počev od tačke kada jezičak prihvata vodjenje točka, na unutrašnju bočnu stranu šinske glave jezička deluje horizontalna sila, dok vertikalna ekscentrična sila deluje na kotrljajuću površinu šinske glave jezička. Ove dve sile zajedno proizvode momenat, koji teži da obrne šinski presek. Tome se suprotstavlja torziona krutost poprečnog preseka samog jezička i otpori oslonačkih kalemova u krivini. Kod posmatranog dela jezička nema otpora pričvršćenja na nožicu njegovog poprečnog preseka jer je on samo bočno pridržavan oslonačkim kalemovima, koji mu ograničavaju bočno pomeranje. Isto tako, jezičak slobodno podužno dilatira, te nije aksijalno napregnut pri temperaturnim promenama.

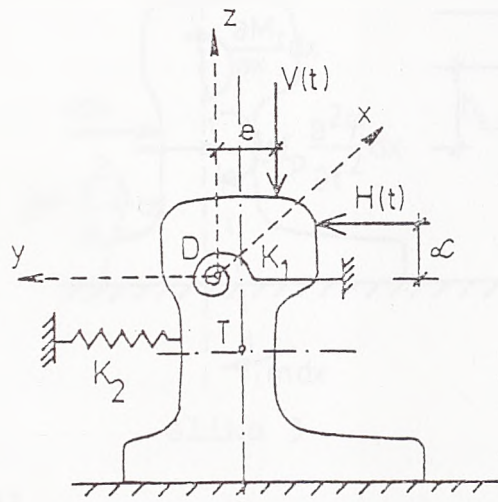


slika 1

3.1. P r o r a č u n s k i m o d e l

Osnovu matematičkog modela za statičku ravnotežu šine pri konstantnoj bočnoj i vertikalnoj sili je razvio još Timošenko 1932. godine /36/. Koristeći sličan model, jednačine dinamičke ravnoteže šine su postavili Torkamani, Bati i Zerembski /42/. U ovom istraživanju je oformljen proračunski model, postavljene diferencijalne jednačine dinamičke ravnoteže jezička od blok-šine i data njihova rešenja za bočna pomeranja i rotacije poprečnog preseka jezička.

Otpori koji će se uzimati u obzir u proračunu su modelirani elastičnim oprugama, kao što pokazuje slika 2. Otpor torzionom



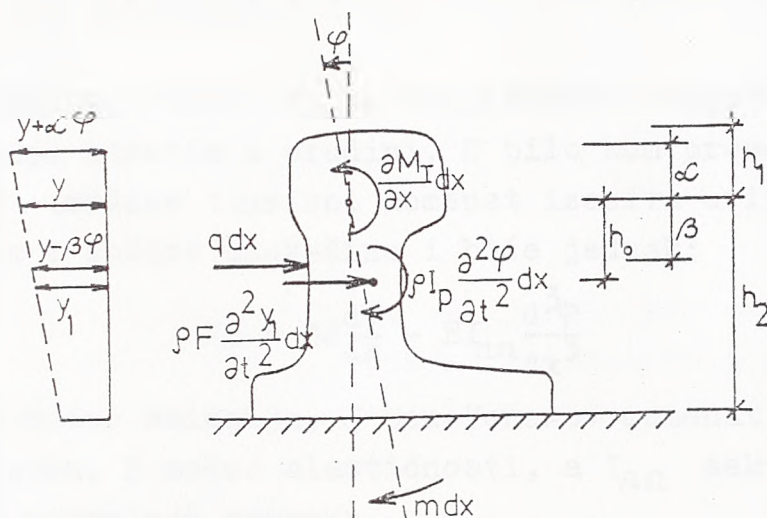
slika 2

i bočnom pomeranju jezička skretnice potiče od krutosti samog poprečnog preseka, bočnih otpora koje pružaju oslončki kalemovi i vertikalnih otpora koje pružaju klizni jastučići. Otpor torzionom obrtanju poprečnog preseka biće prikazan elastičnom spiralnom oprugom postavljenom u centru smicanja s torzionom krutošću K_1 , a otpor bočnim pomeranjima je simuliran elastičnom oprugom čija je krutost K_2 .

Pravougaoni koordinatni sistem xyz je tako izabran da ima svoj početak u centru smicanja D opterećenog poprečnog preseka blok-šine. Osa x se poklapa sa podužnom osom blok-šine, z osa sa vertikalnom osom poprečnog preseka blok-šina, dok se y osa nalazi u ravni upravnoj na xz-ravan.

Oscilacije blok-šine u vertikalnoj ravni su zanemarene, jer nemaju značajniji uticaj na torzione i bočne deformacije. Na taj način se pretpostavlja da je šina oslonjena na krutu osnovu.

Dalamberov princip dozvoljava da jednačine kretanja budu izražene kao jednačine dinamičke ravnoteže, ako se inercione sile nanesu kao spoljno opterećenje. U tu svrhu će se uočiti element šine dužine dx na rastojanju x od opterećenog preseka sa silama koje na njega deluju. Prikazane veličine na slici 3 imaju



slika 3

sledeća značenja:

y - bočno pomeranje centra smicanja poprečnog preseka

y_1 - bočno pomeranje težišta poprečnog preseka

φ - obrtanje poprečnog preseka

F - površina poprečnog preseka blok-šine

I_p - polarni momenat blok-šine oko podužne ose kroz težište preseka

ρ - gustina materijala šine po jedinici dužine

M_T - torzioni momenat izazvan bočnom i vertikalnom silom

m - reaktivni torzioni momenat po jedinici dužine usled zajedničkog dejstva bočnih i vertikalnih oslonaca blok-šine

q - bočni otpor po jedinici dužine usled elastičnog oslanjanja blok-šine na naležnu šinu preko oslonačkih kalemova.

$\rho F \frac{d^2 y_1}{dt^2}$ - inercijalna sila blok-šine nastala pri bočnom pomeranju

$\rho I_p \frac{d^2 \varphi}{dt^2}$ - inercijalni momenat blok-šine nastao pri obrtanju

3.2. D i f e r e n c i j a l n e j e d n a č i n e p r o b l e m a

Uzmimo jezičak dužine 2L sa uklještenim krajevima i sa momentom torzije nanetim u sredini. U bilo kom preseku na rastojanju x od sredine torzioni momenat izaziva uvijanje i savijanje glave i nožice blok-šine i biće jednak:

$$M_T = GJ \frac{d\varphi}{dx} - EI_{\Omega\Omega} \frac{d^3 \varphi}{dx^3}$$

gde je G moduo smicanja, J Sen-Venanov momenat inercije torzije preseka, E moduo elastičnosti, a $I_{\Omega\Omega}$ sektorski momenat inercije poprečnog preseka.

Kako je posmatrani skretnički jezičak deo skretničke konstrukcije, to se on suprotstavlja rotaciji poprečnog preseka. Uzmajuci da je otporni momenat sistema po jedinici dužine, obeležen sa m, proporcionalan uglu obrtanja φ , tada je

$$m = \frac{dM_T}{dx} = K_1 \varphi$$

Otpor bočnom pomeranju šine odredjen je kao

$$q = K_2 (y - \beta \varphi)$$

Sumirajući momenat oko centra smicanja D, dobija se jednačina rotacione ravnoteže:

$$\frac{dM_m}{dx} dx - m dx + (q dx) \beta + \left(\rho F \frac{d^2 y_1}{dt^2} dx \right) h_0 - \rho I_p \frac{d^2 \varphi}{dt^2} dx = 0$$

gde je:

$I_o = I_p + Fh_o^2$ polarni momenat inercije blok-šine oko ose kroz centar smicanja

$y_1 = y - h_o \varphi$ bočno pomeranje težišta poprečnog preseka

Zamenjujući ove veličine u jednačini, kao i izraze za m i q i posle deljenja sa dx , dobija se:

$$\frac{dM_T}{dx} - K_1 \varphi + K_2 (y - \beta \varphi) \beta + \rho F h_o \left(\frac{d^2 y}{dt^2} - h_o \frac{d^2 \varphi}{dt^2} \right) - \rho (I_p + F h_o^2) \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = 0$$

Diferencirajući izraz za M_T po x i zamenjujući ga u prethodnu jednačinu, diferencijalna jednačina rotacije poprečnog preseka dobija oblik:

$$EI_{\Omega} \frac{d^4 \varphi}{dx^4} - GJ \frac{d^2 \varphi}{dx^2} + \rho (I_p + 2F h_o^2) \frac{d^2 \varphi}{dt^2} - \rho F h_o \frac{d^2 y}{dt^2} + K_1 \varphi - K_2 \beta (y - \beta \varphi) = 0 \quad (1)$$

Polazeći od jednačine bočnog savijanja grede usled dejstva statičke horizontalne sile, primena D'alamberovog principa daje jednačinu dinamičke ravnoteže sila u bočnom pravcu:

$$EI_z \frac{d^4 y}{dx^4} + q + \rho F \frac{d^2 y_1}{dt^2} = 0$$

gde je EI_z krutost na savijanje šine u horizontalnoj ravni.

Posle zamene izraza za q i y_1 i manjih transformacija, diferencijalna jednačina dinamičke ravnoteže u bočnom pravcu može da se napiše u sledećem obliku:

$$EI_z \frac{d^4 y}{dx^4} + \rho F \frac{d^2 y}{dt^2} - \rho F h_o \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + K_2 (y - \beta \varphi) = 0 \quad (2)$$

Dve simultane diferencijalne jednačine (1) i (2) određuju torziju i bočno savijanje pod dejstvom vertikalne ekscentrične sile $V(t)$ i horizontalne sile $H(t)$ kao funkcije vremena i prostora. Pri rešavanju tih jednačina sledeći granični uslovi u opterećenom preseku ($x=0$) moraju biti zadovoljeni:

$$\frac{dy}{dx} \Big|_{x=0} = 0 \quad (3a)$$

$$\frac{d\varphi}{dx}\Big|_{x=0} = 0 \quad (3b)$$

$$M_{T_{x=0}} = -EI_{zz} \frac{d^3\varphi}{dx^3}\Big|_{x=0} = \frac{V(t)e^{-\frac{H(t)x}{2}}}{2} \quad (3c)$$

$$T_{x=0} = EI_{zz} \frac{d^3y}{dx^3}\Big|_{x=0} = \frac{H(t)}{2} \quad (3d)$$

Ostali granični uslovi se dobijaju iz zahteva o anuliranju savijanja i torzije u presecima dovoljno udaljenim od opterećenog preseka:

$$y_{x=\infty} = 0 \quad (4a)$$

$$\varphi_{x=\infty} = 0 \quad (4b)$$

$$y'_{x=\infty} = 0 \quad (4c)$$

$$\varphi'_{x=\infty} = 0 \quad (4d)$$

3.2.1. Rešavanje diferencijalnih jednačina

Primenom Galerkinove metode parcijalne diferencijalne jednačine (1) i (2) sa graničnim uslovima (3) i (4) svešće se na sregnute obične diferencijalne jednačine po vremenu.

Nepoznate veličine - bočni ugib i obrtanje poprečnih preseka jezička - predpostaviće se u obliku nizova:

$$y(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n(t) \psi_n(x) \quad (5a)$$

$$\varphi(x,t) = \frac{1}{e_0} \sum_{n=1}^{\infty} b_n(t) \eta_n(x) \quad (5b)$$

gde je e_0 proizvoljna veličina sa dimenzijom dužine, koja omogućava da kasnije oformljeni elementi matrice masa i krutosti budu istih dimenzija. Koficijenti $a_n(t)$ i $b_n(t)$ su nove nepo-

znate, a funkcije $\Psi_n(x)$ i $\eta_n(x)$ se biraju tako da zadovolje granične uslove problema. Na osnovu graničnih uslova (3) i (4) nove funkcije treba da ispune sledeće uslove:

$$\Psi'(0) = 0 \quad (6a)$$

$$EI_z \sum_{n=1}^{\infty} a_n(t) \Psi_n''''(0) = \frac{H(t)}{z} \quad (6b)$$

$$\Psi(\infty) = 0 \quad (6c)$$

$$\Psi''(\infty) = 0 \quad (6d)$$

$$\eta'(0) = 0 \quad (7a)$$

$$\frac{1}{e_0} EI_z \sum_{n=1}^{\infty} b_n(t) \eta_n''''(0) = \frac{H(t)\alpha}{z} - \frac{V(t)e}{z} \quad (7b)$$

$$\eta(\infty) = 0 \quad (7c)$$

$$\eta''(\infty) = 0 \quad (7d)$$

Zahtev da su približna rešenja (5a) i (5b) najbliža pravim rešenjima vodi uslovu ortogonalnosti "greške", koja se dobija kada se približna rešenja zamene u jednačinama (1) i (2), sa probnim funkcijama u čitavoj oblasti. Ti uslovi glase:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\infty} \left[EI_z a_n(t) \Psi_n''''(x) + \rho F \ddot{a}_n(t) \Psi_n(x) - \frac{\rho F h_0}{e_0} \ddot{b}_n(t) \eta_n(x) + K_2 a_n(t) \Psi_n(x) - \frac{K_2 \beta}{e_0} b_n(t) \eta_n(x) \right] \Psi_m(x) dx = 0 \quad (8)$$

(m=1,2,...)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\infty} \left[\frac{EI_{nn}}{e_0} b_n(t) \eta_n''''(x) - \frac{GJ}{e_0} b_n(t) \eta_n''(x) + \frac{\rho}{e_0} (I_p + 2Fh_0^2) \ddot{b}_n(t) \eta_n(x) - \rho F h_0 \ddot{a}_n(t) \Psi_n(x) + \frac{K_1}{e_0} b_n(t) \eta_n(x) - K_2 \beta a_n(t) \Psi_n(x) + \frac{K_2 \beta^2}{e_0} b_n(t) \eta_n(x) \right] \eta_m(x) dx = 0 \quad (9)$$

(m=1,2,...)

Tako je dobijeno 2m simultanih jednačina oblika (8) i (9)

sa $2n$ nepoznatih koeficijenata $a(t)$ i $b(t)$, gde i m i n teži ka beskonačnosti. Za praktičnu primenu i m i n se uzima jednako konačnom broju N , te se tako problem svodi na sistem od $2N$ simultanih diferencijalnih jednačina sa $2N$ nepoznatih vremenski promenljivih veličina: $a_1, a_2, \dots, a_N, b_1, b_2, \dots, b_N$.

Pre integracije u jednačinama (8) i (9), treba izvode četvrtog stepena po x svesti na drugi stepen pomoću parcijalne integracije uz poštovanje graničnih uslova. Tako na primer dvostrukom parcijalnom integracijom prvog člana u jednačini (8) i primenom uslova $6a, b, c, d$, on se svodi na:

$$\begin{aligned} & \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\infty} EI_Z a_n(t) \psi_n''''(x) \psi_m(x) dx = \\ & = EI_Z \sum_{n=1}^{\infty} a_n(t) \left[\psi_n''(x) \psi_m(x) \Big|_0^{\infty} - \psi_n'(x) \psi_m'(x) \Big|_0^{\infty} + \int_0^{\infty} \psi_n''(x) \psi_m'(x) dx \right] = \\ & = EI_Z \sum_{n=1}^{\infty} a_n(t) \left[\int_0^{\infty} \psi_n'(x) \psi_m''(x) dx - \frac{H(t)}{2} \psi_m(0) \right] \end{aligned}$$

Primenom ovog postupka na svaki član jednačina (8) i (9) oni dobijaju mnogo zgodniji oblik:

$$\begin{aligned} & \sum_{n=1}^{\infty} \left[EI_Z a_n(t) S_{n3} + \rho F \ddot{a}_n(t) S_{n1} - \frac{\rho F h_0}{e_0} \ddot{b}_n(t) S_{n4} + K_2 a_n(t) S_{n1} - \right. \\ & \left. - \frac{K_2 \beta}{e_0} \ddot{b}_n(t) S_{n4} \right] = \frac{H(t)}{2} \psi_m(0) \quad (m=1, 2, \dots) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{EI_{nn}}{e_0} \ddot{a}_n(t) S_{n7} + \frac{GJ}{e_0} \ddot{b}_n(t) S_{n6} + \frac{\rho}{e_0} (I_p + 2Fh_0^2) \ddot{b}_n(t) S_{n5} - \right. \\ & \left. - \rho F h_0 \ddot{a}_n(t) S_{n8} + \frac{K_1 + K_2 \beta^2}{e_0} \ddot{b}_n(t) S_{n5} - K_2 \beta a_n(t) S_{n8} \right] = \\ & = \frac{H(t) \xi - V(t) e}{2} \eta_m(0) \quad (m=1, 2, \dots) \end{aligned}$$

gde su za integrale uvedene oznake:

$$\begin{aligned} S_{n1} &= \int_0^{\infty} \psi_n(x) \psi_m(x) dx \\ S_{n2} &= \int_0^{\infty} \psi_n'(x) \psi_m'(x) dx \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 S_{n3} &= \int_0^{\infty} \Psi_n''(x) \Psi_m''(x) dx \\
 S_{n4} &= \int_0^{\infty} \eta_n(x) \Psi_m(x) dx \\
 S_{n5} &= \int_0^{\infty} \eta_n(x) \eta_m(x) dx \\
 S_{n6} &= \int_0^{\infty} \eta_n'(x) \eta_m'(x) dx \\
 S_{n7} &= \int_0^{\infty} \eta_n''(x) \eta_m''(x) dx \\
 S_{n8} &= \int_0^{\infty} \Psi_n(x) \eta_m(x) dx
 \end{aligned}$$

Ako se sumiraju koeficijenti uz nepoznate, dobiće se konačan oblik jednačina:

$$\begin{aligned}
 \sum_{n=1}^{\infty} \left[\rho F S_{n1} \ddot{a}_n(t) + (K_2 S_{n1} + EI_Z S_{n3}) \dot{a}_n(t) - \frac{\rho F h_0}{e_0} S_{n4} \ddot{b}_n(t) - \frac{K_2 \beta}{e_0} S_{n4} b_n(t) \right] = \\
 = \frac{H(t)}{2} \Psi_m(0) \quad (m=1, 2, \dots) \quad (10)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sum_{n=1}^{\infty} \left[-\rho F h_0 S_{n8} \ddot{a}_n(t) - K_2 \beta S_{n8} \dot{a}_n(t) + \frac{\rho}{e_0} (I_p + 2F h_0^2) S_{n5} \ddot{b}_n(t) + \right. \\
 \left. + \frac{1}{e_0} \left\{ (K_1 + K_2 \beta^2) S_{n5} + GJ S_{n6} + EI_{zz} S_{n7} \right\} b_n(t) \right] = \frac{H(t) \alpha - V(t) e}{2} \eta_m(0) \\
 (m=1, 2, \dots) \quad (11)
 \end{aligned}$$

Funkcije $\Psi_n(x)$ i $\eta_n(x)$ u rešenjima 5a i 5b izabraće se u obliku:

$$\Psi_n(x) = \eta_n(x) = e^{-\frac{n\tilde{\pi}x}{L}} \left(\cos \frac{n\tilde{\pi}x}{L} + \sin \frac{n\tilde{\pi}x}{L} \right)$$

njihovi izvodi će biti:

$$\Psi_n'(x) = \eta_n'(x) = -\frac{2n\tilde{\pi}}{L} e^{-\frac{n\tilde{\pi}x}{L}} \sin \frac{n\tilde{\pi}x}{L}$$

$$\Psi_n''(x) = \eta_n''(x) = 2 \frac{n^2 \tilde{\pi}^2}{L^2} e^{-\frac{n\tilde{\pi}x}{L}} \left(\sin \frac{n\tilde{\pi}x}{L} - \cos \frac{n\tilde{\pi}x}{L} \right)$$

$$\Psi_n'''(x) = \eta_n'''(x) = 4 \frac{n^3 \tilde{\pi}^3}{L^3} e^{-\frac{n\tilde{\pi}x}{L}} \cos \frac{n\tilde{\pi}x}{L}$$

Lako se može videti da su sa usvojenim funkcijama svi granični uslovi zadovoljeni.

Ako se sa usvojenim funkcijama sprovedu integracije u integralima S_{n1} do S_{n8} , oni će dobiti vrednosti:

$$\begin{aligned}
 s_{n1} = s_{n4} = s_{n5} = s_{n8} &= \frac{L}{\pi} \frac{m^2+n^2+mn}{(m+n)(m^2+n^2)} \\
 s_{n2} = s_{n6} &= \frac{\pi}{L} \frac{2m^2n^2}{(m+n)(m^2+n^2)} \\
 s_{n3} = s_{n7} &= \frac{\pi^3}{L^3} \frac{4m^3n^3}{(m+n)(m^2+n^2)}
 \end{aligned}$$

Zamencm integrala sa njihovim vrednostima jednačine (10) i (11) dobijaju konačan oblik:

$$\begin{aligned}
 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(m+n)(m^2+n^2)} \left\{ \frac{\rho_{FLe}}{\pi} (m^2+n^2+mn) \ddot{a}_n(t) + e_0 \left[\frac{K_2 L}{\pi} (m^2+n^2+mn) + \right. \right. \\
 \left. \left. + \frac{4m^3n^3\pi^3}{L^3} EI_z \right] a_n(t) - \right. \\
 \left. - \frac{\rho_{Fh_0} L}{\pi} (m^2+n^2+mn) \ddot{b}_n(t) - \frac{K_2 \beta L}{\pi} (m^2+n^2+mn) b_n(t) \right\} = \\
 = \frac{H(t)e_0}{2} \psi_m(c) \quad (12) \\
 (m=1,2,\dots)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(m+n)(m^2+n^2)} \left\{ \frac{\rho_{Fh_0} L}{\pi} (m^2+n^2+mn) \ddot{a}_n(t) - \frac{K_2 \beta L}{\pi} (m^2+n^2+mn) a_n(t) + \right. \\
 \left. + \frac{\rho}{e_0} (I_p + 2Fh_0^2) \frac{L}{\pi} (m^2+n^2+mn) \ddot{b}_n(t) + \frac{1}{e_0} \left[(K_1 + K_2 \beta^2) \frac{L}{\pi} (m^2+n^2+mn) + \right. \right. \\
 \left. \left. + \frac{2m^2n^2\pi}{L} GJ + \frac{4m^3n^3\pi^3}{L^3} EI_{\Omega\Omega} \right] b_n(t) \right\} = \\
 = \frac{H(t)\alpha - V(t)e}{2} \eta_m(c) \quad (13) \\
 (m=1,2,\dots)
 \end{aligned}$$

Jednačine (12) i (13) su obične diferencijalne jednačine. Njihovo rešenje će se dobiti primenom metode sumiranja svojstvenih oblika.

U matričnom obliku jednačine (12) i (13) se mogu napisati:

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{a}(t) \\ \ddot{b}(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a(t) \\ b(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R_{V1} \\ R_{V2} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} R_{H1} \\ R_{H2} \end{Bmatrix} \quad (14)$$

gde su elementi podmatrica dati sa:

$$\begin{aligned}
 M_{11} &= \frac{\rho_{FLe} L}{\pi} \frac{m^2+n^2+mn}{(m+n)(m^2+n^2)} & m=1,2,\dots,N \\
 & & n=1,2,\dots,N
 \end{aligned}$$

$$M_{12} = - \frac{\rho F h_0 L}{\pi} \frac{m^2 + n^2 + mn}{(m+n)(m^2 + n^2)} \quad \begin{array}{l} m=1,2,\dots,N \\ n=1,2,\dots,N \end{array}$$

$$M_{22} = \frac{\rho I}{\pi e_0} (I_p + 2Fh_0^2) \frac{m^2 + n^2 + mn}{(m+n)(m^2 + n^2)} \quad \begin{array}{l} m=1,2,\dots,N \\ n=1,2,\dots,N \end{array}$$

$$K_{11} = \frac{K_2 L e_0}{\pi} \frac{m^2 n^2}{(m+n)(m^2 + n^2)} + \frac{4EI_z e_0^3}{L^3} \frac{m^3 n^3}{(m+n)(m^2 + n^2)}$$

$$K_{12} = - \frac{K_2 \beta L}{\pi} \frac{m^2 + n^2 + mn}{(m+n)(m^2 + n^2)}$$

$$K_{22} = \frac{L}{\pi e_0} (K_1 + K_2 \beta^2) \frac{m^2 + n^2 + mn}{(m+n)(m^2 + n^2)} + \frac{2GJ\pi}{e_0 L} \frac{m^2 n^2}{(m+n)(m^2 + n^2)} + \frac{4EI_z m n}{e_0 L^3} \frac{m^3 n^3}{(m+n)(m^2 + n^2)} \quad \begin{array}{l} m=1,2,\dots,N \\ n=1,2,\dots,N \end{array}$$

$$R_{V1} = 0$$

$$R_{V2} = - \frac{V(t)e}{z}$$

$$R_{H1} = \frac{H(t)e}{z} c$$

$$R_{H2} = \frac{H(t)a}{z}$$

Jednačina (14) se može još sažetije napisati:

$$\tilde{M} \ddot{U}(t) + \tilde{K} U(t) = \tilde{R}_V(t) + \tilde{R}_H(t) \quad (15)$$

gde vektor-kolona $U(t)$ predstavlja $2N$ nepoznatih koeficijenata $a(t)$ i $b(t)$, \tilde{M} i \tilde{K} su generalisane matrice masa i krutosti, a \tilde{R}_V i \tilde{R}_H su vektori opterećenja.

Za rešenje sistema jednačina koristiće se metod sumiranja svojstvenih oblika, pri čemu se sistem od $2N$ simultanih jednačina sa $2N$ nepoznatih svodi na skup od $2N$ nezavisnih diferencijalnih jednačina, svaka sa po jednom nepoznatom.

Sistem se prvo smatra slobodnim i neprigušenim:

$$\tilde{M} \ddot{U}(t) + \tilde{K} U(t) = 0$$

i jednačina sopstvenih vrednosti ima oblik:

$$\left[\tilde{M}^{-1} \tilde{K} - \omega^2 I \right] U(t) = 0 \quad (16)$$

odakle se odrede matrica svojstvenih oblika ϕ i vektor frekvencija ω .

Matrice masa, krutosti i opterećenja se računaju iz odnosa:

$$\tilde{M} = \phi^T \tilde{M} \phi \quad (17a)$$

$$\tilde{K} = \phi^T \tilde{K} \phi \quad (17b)$$

$$Q_V = \phi^T R_V \quad \text{i} \quad Q_H = \phi^T R_H \quad (17c)$$

Jednačina kretanja za svaki ton oscilovanja sa frekvencijom ω_i za usvojeni koeficijent prigušenja ξ_i glasi:

$$\ddot{q}_i(t) + 2\xi_i \omega_i \dot{q}_i(t) + \omega_i^2 q_i(t) = \frac{Q_{iV}(t) + Q_{iH}(t)}{M_i} \quad (18)$$

Nezavisnih jednačina oblika (18) može se napisati $2N$, svaka za po jedan ton oscilovanja. Njihovim rešavanjem dobija se odgovor svakog tona. Pošto se dobije vektor odgovora $q(t)$ u transformisanim koordinatama, odgovor u originalnim koordinatama se odredjuje iz transformacije:

$$u(t) = \phi q(t) \quad (19a)$$

ili konkretnije:

$$\begin{pmatrix} a_1(t) \\ a_2(t) \\ \vdots \\ a_N(t) \\ b_1(t) \\ b_2(t) \\ \vdots \\ b_H(t) \end{pmatrix} = [\phi] \begin{pmatrix} q_1(t) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ q_{2N}(t) \end{pmatrix} \quad (19b)$$

Bočno pomeranje y i obrtanje φ jezička se računa zamenom jednačine (19b) u jednakosti (5a) i (5b):

$$y(x, t) = \sum_{i=1}^N a_i(t) e^{-\frac{j\tilde{\omega}_i x}{L}} \left(\cos \frac{i\tilde{\omega}_i x}{L} + \sin \frac{i\tilde{\omega}_i x}{L} \right) \quad (20a)$$

$$\varphi(x, t) = \sum_{j=1}^N b_j(t) e^{-\frac{j\tilde{\omega}_j x}{L}} \left(\cos \frac{j\tilde{\omega}_j x}{L} + \sin \frac{j\tilde{\omega}_j x}{L} \right) \quad (20b)$$

Pomeranje glave i nožice jezička skretnice se dobija na osnovu geometrijskih odnosa sa slike 3:

$$y_{gl}(x,t) = y(x,t) + h_1 \varphi(x,t) \quad (21a)$$

$$y_{nž}(x,t) = y(x,t) - h_2 \varphi(x,t) \quad (21b)$$

Ako se traži odgovor jezička skretnice u tački nanošenja opterećenja, gde je $x=0$, prethodne jednakosti dobijaju jednostavniji oblik:

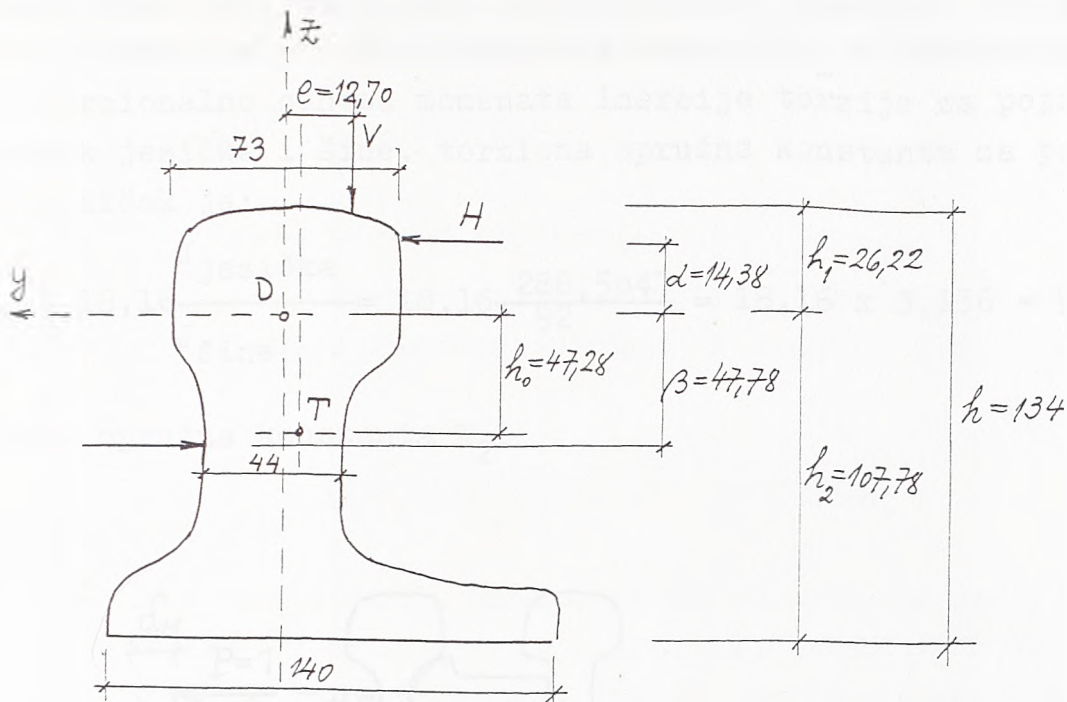
$$y_{gl}(0,t) = \sum_{i=1}^N [a_i(t) + h_1 b_i(t)] \quad (22a)$$

$$y_{nž}(0,t) = \sum_{j=1}^N [a_j(t) - h_2 b_j(t)] \quad (22b)$$

Rešenje problema naprezanja jezička i naležne šine u predelu oslonačkih kalemova pod tačkovima šinskih vozila a pri vožnji u skretanje analizirano je na dva primera: jezičku skretnice UIC60 - R500 - 1:12 od blok šine Zul-60 i jezičku skretnice S49 - R500 - 1:12 od profila domaće proizvodnje.

I P r i m e r: Jezičak skretnice UIC60-500-1:12 -profil Zul-60

a) Karakteristike poprečnog preseka:



Detaljni proračun pojedinih karakteristika poprečnog preseka dat je u prilogu, a ovde su navedene samo njihove vrednosti. Ostale veličine bitne za proračun su ili poznate ili je njihova vrednost usvojena:

$$\begin{aligned}
 F &= 9216 \text{mm}^2 \\
 I_z &= 7635088 \text{mm}^4 \\
 I_y &= 25529240 \text{mm}^4 \\
 J &= 2885047 \text{mm}^4 \\
 I_{\Omega\Omega} &= 56475 \times 10^6 \text{mm}^6 \\
 E &= 210 \text{kN/mm}^2 \\
 G &= 82,8 \text{kN/mm}^2 \\
 \rho &= \frac{78,5 \text{kN/m}^3}{9,81 \text{m/sec}^2} = 8 \times 10^{-12} \text{kNsec}^2/\text{mm}^4 \\
 h_0 &= 47,28 \text{mm} \\
 \alpha &= 14,38 \text{mm} \\
 \beta &= 47,78 \text{mm} \\
 e &= 12,70 \text{mm}
 \end{aligned}$$

Značenja pojedinih veličina su jasna sa slika kao i iz izvodenja sistema diferencijalnih jednačina.

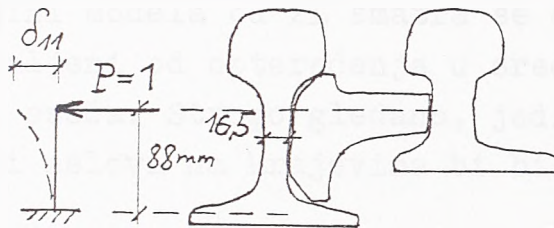
b) Konstante krutosti opruga:

Torziona opružna konstanta K_1 :

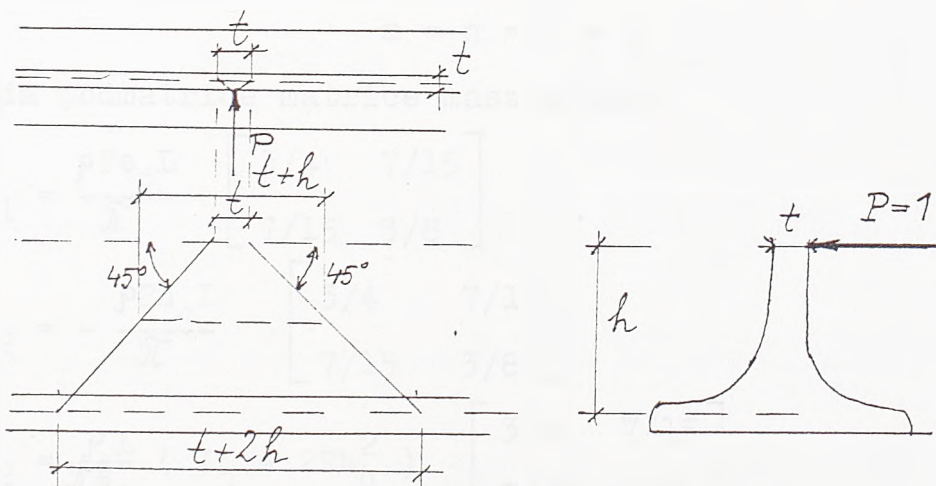
Prema radu /42/ za šinski profil momenta inercije torzije $J = 92\text{cm}^4$ torziona opružna konstanta iznosi: $K_1 = 18,16\text{kN/rad}$, pa proporcionalno odnosu momenata inercije torzije za poprečni presek jezička i šine, torziona opružna konstanta za posmatrani jezičak je:

$$K_1 = 18,16 \frac{J_{\text{jezička}}}{J_{\text{šine}}} = 18,16 \frac{288,5047}{92} = 18,16 \times 3,136 = 56,95\text{kN/rad}$$

Bočna opružna konstanta K_2 :



Rasprostiranje sile



$$I = \frac{(t+h)t^3}{12} = \frac{(16,5+88) \times 16,5^3}{12} = 39119\text{mm}^4$$

$$\delta_{11} = \frac{Ph^3}{3EI} = \frac{1 \times 88^3}{3 \times 210 \times 39119} = 0,02765\text{mm}$$

Krutost jednog bočnog oslonca jezička na mestu oslonackog

kalema je:

$$D = \frac{1}{\sigma_{11}} = \frac{1 \text{ kN}}{27,02765 \text{ mm}} = 36,16 \text{ kN/mm}$$

Za razmak kalemova od 1200mm bočna opružna konstanta je:

$$K_2 = \frac{36,16 \text{ kN/mm}}{1200 \text{ mm}} = 0,03 \text{ kN/mm}^2$$

c) Sadejstvujuća dužina jezička:

Prema radu /42/ dužina jezička L uzeta u analizu, a merena s obe strane od koordinatnog početka u sredini dužine modela, može se uzeti:

$$L = \sqrt[4]{\frac{4EI}{K_2}} = \sqrt[4]{\frac{4 \times 210 \times 7635088}{0,03}} = 2133 \text{ mm}$$

Pri dužini modela od 2L smatra se da su krajevi jezička dovoljno udaljeni od opterećenja u sredini, te da se njegov uticaj tamo ne oseća. Strogo gledano, jedino za beskonačno dug model granični uslovi na krajevima bi bili zadovoljeni.

d) Matrica masa:

Ako rešenje usvojimo u obliku zbira konačnog broja članova N i usvojimo:

$$m = n = N = 2$$

tada podmatrice matrice masa glase:

$$M_{11} = \frac{\rho F e_0 L}{\pi} \begin{bmatrix} 3/4 & 7/15 \\ 7/15 & 3/8 \end{bmatrix}$$

$$M_{12} = - \frac{\rho F h_0 L}{\pi} \begin{bmatrix} 3/4 & 7/15 \\ 7/15 & 3/8 \end{bmatrix}$$

$$M_{22} = \frac{\rho L}{\pi e_0} (I_p + 2 F h_0^2) \begin{bmatrix} 3/4 & 7/15 \\ 7/15 & 3/8 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\rho F e_0 L}{\pi} = \frac{8 \times 10^{-12} \times 9216 \times 1 \times 2133}{\pi} = 0,00050 \text{ kNsec}^2$$

$$\frac{\rho F h_0 L}{\pi} = \frac{8 \times 10^{-12} \times 9216 \times 47,28 \times 2133}{\pi} = 0,002369$$

$$\frac{\rho L}{\pi e_0} (I_p + 2Fh_{00}^2) = \frac{8 \times 10^{-12} \times 2133}{\pi \times 1} (25529240 + 2 \times 9216 \times 47,28^2) = 0,362685$$

$$M = \begin{bmatrix} 0,000037 & 0,000025 & -0,001777 & -0,001105 \\ 0,000025 & 0,000019 & -0,001105 & -0,000888 \\ -0,001777 & -0,001105 & 0,272014 & 0,169253 \\ -0,001105 & -0,000888 & 0,169253 & 0,136007 \end{bmatrix}$$

e) Matrica krutosti :

$$K_{11} = \begin{bmatrix} \frac{3}{4} \frac{K_2 L e_0}{\pi} + \frac{E I_z e_0 \pi^3}{I^3} & \frac{7}{15} \frac{K_2 L e_0}{\pi} + \frac{32}{15} \frac{E I_z e_0 \pi^3}{I^3} \\ \text{simetrija} & \frac{3}{8} \frac{K_2 L e_0}{\pi} + 8 \frac{E I_z e_0 \pi^3}{I^3} \end{bmatrix}$$

$$K_{12} = -\frac{K_2 \beta L}{\pi} \begin{bmatrix} 3/4 & 7/15 \\ 7/15 & 3/8 \end{bmatrix}$$

$$K_{22} = \begin{bmatrix} \frac{3}{4} \frac{(K_1 + K_2 \beta^2) L}{\pi e_0} + \frac{1 G J \pi}{2 e_0 L} + \frac{E I_{rr} \pi^3}{e_0 L^3} & \frac{7}{15} \frac{(K_1 + K_2 \beta^2) L}{\pi e_0} + \frac{8 G J \pi}{15 e_0 L} + \frac{32 E I_{rr} \pi^3}{15 e_0 L^3} \\ \text{simetrija} & \frac{3}{8} \frac{(K_1 + K_2 \beta^2) L}{\pi e_0} + \frac{G J \pi}{e_0 L} + 8 \frac{E I_{rr} \pi^3}{e_0 L^3} \end{bmatrix}$$

$$\frac{3}{4} \frac{K_2 L e_0}{\pi} + \frac{E I_z e_0 \pi^3}{I^3} = \frac{3}{4} \frac{0,03 \times 2133 \times 1}{\pi} + \frac{210 \times 7635088 \times 1 \times \pi^3}{2133^3} = 20,39$$

$$\frac{7}{15} \frac{K_2 L e_0}{\pi} + \frac{32}{15} \frac{E I_z e_0 \pi^3}{I^3} = \frac{7}{15} \frac{0,03 \times 2133 \times 1}{\pi} + \frac{32}{15} \frac{210 \times 7635088 \times 1 \times \pi^3}{2133^3} = 20,42$$

$$\frac{3}{8} \frac{K_2 L e_0}{\pi} + 8 \frac{E I_z e_0 \pi^3}{I^3} = \frac{3}{8} \frac{0,03 \times 2133 \times 1}{\pi} + 8 \frac{210 \times 7635088 \times \pi^3}{2133^3} = 48,56$$

$$\frac{K_2 \beta L}{\pi} = \frac{0,03 \times 47,78 \times 2133}{\pi} = 975,71$$

$$\frac{3}{4} \frac{(K_1 + K_2 \beta^2)L}{\pi e_0} + \frac{1}{2} \frac{GJ\pi}{e_0 L} + \frac{EI_{nr}\pi^3}{e_0 L^3} = 277571,87$$

$$\frac{7}{15} \frac{(K_1 + K_2 \beta^2)L}{\pi e_0} + \frac{8}{15} \frac{GJ\pi}{e_0 L} + \frac{32}{15} \frac{EI_{nr}\pi^3}{e_0 L^3} = 308030,55$$

$$\frac{3}{8} \frac{(K_1 + K_2 \beta^2)L}{\pi e_0} + \frac{GJ\pi}{e_0 L} + 8 \frac{EI_{nr}\pi^3}{e_0 L^3} = 686291,78$$

$$K = \begin{bmatrix} 20,39 & 20,42 & -730,28 & -454,40 \\ 20,42 & 48,56 & -454,40 & -365,14 \\ -730,28 & -454,40 & 277571,87 & 308030,55 \\ -454,40 & -365,14 & 308030,55 & 686291,78 \end{bmatrix}$$

f) Vektor opterećenja:

$$R_V = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -12,7V(t)/2 \\ -12,7V(t)/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -6,35V(t) \\ -6,35V(t) \end{bmatrix} \quad R_H = \begin{bmatrix} H(t)/2 \\ H(t)/2 \\ 14,38H(t)/2 \\ 14,38H(t)/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H(t)/2 \\ H(t)/2 \\ 7,19H(t) \\ 7,19H(t) \end{bmatrix}$$

g) Odredjivanje matrice sopstvenih vektora i frekvencija:

Sistem se smatra slobodnim i neprigušenim

$$\tilde{M} \ddot{U} + \tilde{K} U = 0$$

Jednačina sopstvenih vrednosti

$$[\tilde{M}^{-1} \tilde{K} - \omega^2 I] U = 0$$

vodi uslovu:

$$|\tilde{M}^{-1} \tilde{K} - \omega^2 I| = 0$$

$$K^{-1} = \begin{bmatrix} 153462,33 & -183494,36 & 1004,87 & -1201,73 \\ -183494,36 & 295148,63 & -1201,60 & 1931,55 \\ 1004,87 & -1201,60 & 22,87 & -28,14 \\ -1201,73 & 1931,55 & -28,14 & 45,22 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{M}^{-1}\tilde{K} = \begin{bmatrix} -805625,71 & -5794597,04 & -119937845,60 & -517941048,00 \\ 2285290,00 & 10426181,33 & 261334315,90 & 931089309,80 \\ -7961,26 & -37946,68 & -2508195,14 & -12286346,97 \\ 14941,80 & 65532,43 & 6117947,27 & 22206763,70 \end{bmatrix}$$

Za određivanje matrice sopstvenih vektora i frekvencija primeniće se iterativni postupak.

Sa sračunatim vrednostima proizvoda matrica frekventna jednačina glasi:

$$\begin{vmatrix} -805625,71-\omega^2 & -5794597,04 & -119937845,60 & -517941048,00 \\ 2285290,00 & 10426181,33-\omega^2 & 261334315,90 & 931089309,80 \\ -7961,26 & -37946,68 & -2508195,14-\omega^2 & -12286346,97 \\ 14941,80 & 65532,43 & 6117947,27 & 22206763,70-\omega^2 \end{vmatrix} = 0$$

Pretpostavlja se oblik sopstvenog vektora pa se množi sa $\tilde{M}^{-1}\tilde{K}$ sve dok dve uzastopne iteracije ne postanu zadovoljavajuće bliske. Tako se dobija sopstveni vektor i frekvencija četvrtog tona oscilovanja:

$$\varphi_4 = \begin{vmatrix} A_1(4) \\ A_2(4) \\ A_3(4) \\ A_4(4) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 \\ 1,722 \\ -0,017 \\ 0,029 \end{vmatrix} \quad \omega_4^2 = 22223480 \text{sec}^{-2} \quad \omega_4 = 4714 \text{sec}^{-1} \\ T_4 = \frac{2\pi}{\omega_4} = 0,0013 \text{sec}$$

Koristeći uslove ortogonalnosti i isti iterativni postupak, dobijaju se ostale matrice sopstvenih vektora i frekvencija.

$$\varphi_3 = \begin{vmatrix} A_1(3) \\ A_2(3) \\ A_3(3) \\ A_4(3) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -0,603 \\ 1 \\ 0,002 \\ -0,004 \end{vmatrix} \quad \omega_3^2 = 5661350 \text{sec}^{-2} \quad \omega_3 = 2379 \text{sec}^{-1} \\ T_3 = \frac{2\pi}{\omega_3} = 0,0026 \text{sec}$$

$$\phi_2 = \begin{bmatrix} A_1(2) \\ A_2(2) \\ A_3(2) \\ A_4(2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -214,80 \\ 125,81 \\ -1 \\ 1,36 \end{bmatrix} \quad \omega_2^2 = 27770000 \text{sec}^{-2} \quad \omega_2 = 5270 \text{sec}^{-1}$$

$$T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2} = 0,0012 \text{sec}$$

$$\phi_1 = \begin{bmatrix} A_1(1) \\ A_2(1) \\ A_3(1) \\ A_4(1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -27,77 \\ -239,43 \\ -2,90 \\ -1 \end{bmatrix} \quad \omega_1^2 = 210224 \text{sec}^{-2} \quad \omega_1 = 954 \text{sec}^{-1}$$

$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = 0,0066 \text{sec}$$

h) Normiranje matrica masa, krutosti i opterećenja

Generalisane koordinate se transformišu u normalne sledećom vezom:

$$u = \phi q \quad \text{gde je } \phi \text{ matrica sopstvenih vektora}$$

te se matrice masa, krutosti i opterećenja u normalnim koordinatama dobijaju:

$$M = \phi^T \tilde{M} \phi$$

$$K = \phi^T \tilde{K} \phi$$

$$Q = \phi^T \tilde{R}$$

i one su dijagonalne matrice jer je: $\phi_r^T M \phi_s = 0$ i analogno ostali članovi.

Normirane matrice za četvrti ton oscilovanja:

$$M = 0,00002$$

$$K = 439,40$$

$$Q = 0,447 H(t) - 0,076 V(t)$$

Normirane matrice za treći ton oscilovanja:

$$M = 0,0000069$$

$$K = 39,18$$

$$Q = 0,184 H(t) + 0,012 V(t)$$

Normirane matrice za drugi ton oscilovanja:

$$\begin{aligned}M &= 0,684 \\K &= 1255967,6 \\Q &= -41,91 H(t) - 2,29 V(t)\end{aligned}$$

Normirane matrice za prvi ton oscilovanja:

$$\begin{aligned}M &= 2,522 \\K &= 6929567,2 \\Q &= -161,63 H(t) + 24,76 V(t)\end{aligned}$$

i) Rešenje sistema diferencijalnih jednačina:

Pošto su normirane matrice dijagonalne, jednačine prinudnih neprigušenih oscilacija u normalnim koordinatama glase:

$$M_i \ddot{q}_i + K_i q_i = Q_i \quad i=1, \dots, 2N \quad N=2$$

Kada jednačine podelimo sa M_i i označimo

$$\omega_i^2 = K_i/M_i$$

dobija se:

$$\ddot{q}_i + \omega_i^2 q_i = Q_i/M_i$$

Za sračunate vrednosti jednačine glase:

$$\ddot{q}_4 + 22223480 q_4 = 22350 H(t) - 3800 V(t)$$

$$\ddot{q}_3 + 5661350 q_3 = 26667 H(t) + 1739 V(t)$$

$$\ddot{q}_2 + 27770000 q_2 = -61 H(t) - 5,3 V(t)$$

$$\ddot{q}_1 + 910224 q_1 = -64 H(t) + 10 V(t)$$

Rešenje svake jednačine je:

$$q_i = \frac{Q_i}{K_i} (1 - \cos \omega_i t)$$

odnosno:

$$\{q\} = \begin{Bmatrix} q_4 \\ q_3 \\ q_2 \\ q_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} (0,00102H - 0,00017V) (1 - \cos 4714t) \\ (0,00469H + 0,00031V) (1 - \cos 2379t) \\ (-0,00005H) (1 - \cos 5270t) \\ (-0,00002H) (1 - \cos 954t) \end{Bmatrix}$$

Vraćanje na generalisane koordinate postiže se relacijom:

$$u = \phi q$$

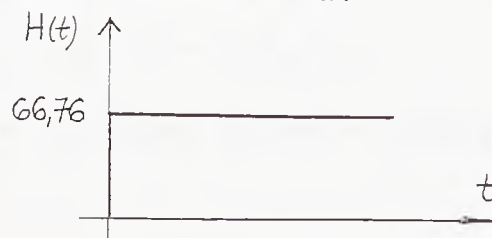
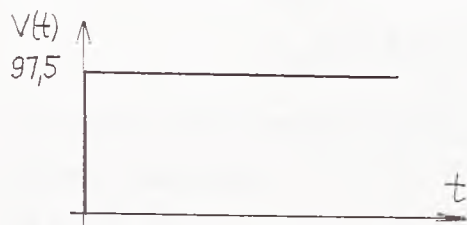
odnosno sa razvijenim vektorima pomeranja:

$$\begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ b_1 \\ b_2 \end{Bmatrix} = [\phi] \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{Bmatrix}$$

ili sa razvijenom i matricom sopstvenih oblika:

$$\begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ b_1 \\ b_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{1(1)} & A_{1(2)} & A_{1(3)} & A_{1(4)} \\ A_{2(1)} & A_{2(2)} & A_{2(3)} & A_{2(4)} \\ A_{3(1)} & A_{3(2)} & A_{3(3)} & A_{3(4)} \\ A_{4(1)} & A_{4(2)} & A_{4(3)} & A_{4(4)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{Bmatrix}$$

j) Rešenje za bočno pomeranje i obrtanje skretničkog jezička za konstantnu vertikalnu i horizontalnu silu:



$$V(t) = V = 97,5 \text{ kN}$$

$$H(t) = H = 66,76 \text{ kN}$$

Rešenja jednačina će glasiti:

$$\{u\} = \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ b_1 \\ b_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -27,77 & -214,80 & 0,603 & -1 \\ -239,45 & 125,81 & 1 & 1,722 \\ -2,90 & -1 & 0,002 & -0,017 \\ -1 & 1,56 & -0,004 & 0,029 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -0,0013 (1-\cos 954t) \\ -0,002 (1-\cos 5270t) \\ 0,345 (1-\cos 2379t) \\ 0,0515(1-\cos 4714t) \end{Bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 0,207 - 0,036 \cos 954t - 0,430 \cos 5270t + 0,207 \cos 2379t + 0,0515 \cos 4714t \\ 0,491 - 0,311 \cos 954t + 0,252 \cos 5270t - 0,345 \cos 2379t - 0,0887 \cos 4714t \\ 0,0056 - 0,004 \cos 954t - 0,002 \cos 5270t - 0,0007 \cos 2379t + 0,0009 \cos 4714t \\ -0,0013 - 0,013 \cos 954t + 0,003 \cos 5270t + 0,0014 \cos 2379t - 0,0015 \cos 4714t \end{bmatrix}$$

Konačno, bočno pomeranje i obrtanje će se dobiti kao sume:

$$y(x,t) = \sum_{n=1}^2 a_n(t) e^{-\frac{n\tilde{\omega}x}{L}} \left(\cos \frac{n\tilde{\omega}x}{L} + \sin \frac{n\tilde{\omega}x}{L} \right)$$

$$\varphi(x,t) = \sum_{n=1}^2 b_n(t) e^{-\frac{n\tilde{\omega}x}{L}} \left(\cos \frac{n\tilde{\omega}x}{L} + \sin \frac{n\tilde{\omega}x}{L} \right)$$

U opterećenom preseku ($x = 0$) će biti:

$$y(0,t) = \sum_{n=1}^2 a_n(t)$$

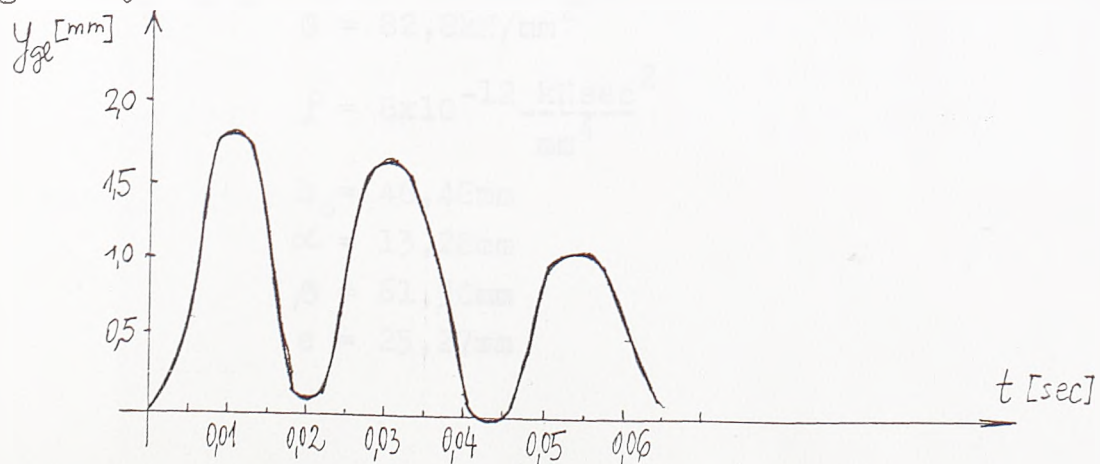
$$\varphi(0,t) = \sum_{n=1}^2 b_n(t)$$

Bočno pomeranje glave i nožice skretničkog jezička je:

$$y_{gl}(0,t) = \sum_{n=1}^2 a_n(t) + h_1 b_n(t)$$

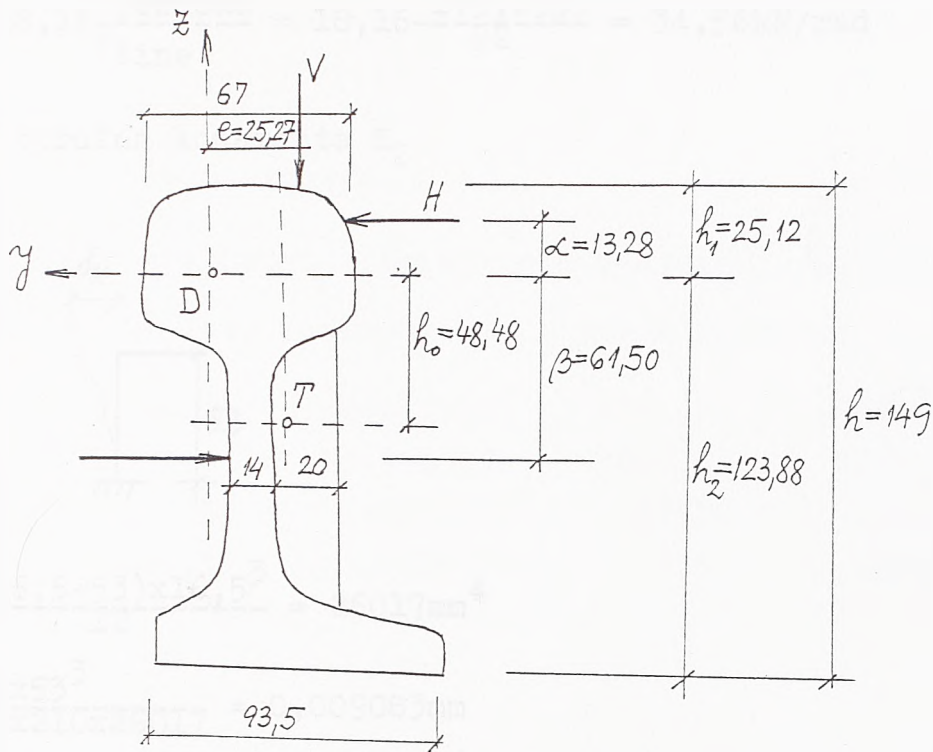
$$y_{nž}(0,t) = \sum_{n=1}^2 a_n(t) - h_2 b_n(t)$$

Za različito vreme dobija se dijagram promene bočnog pomeranja glave jezička:



II P r i m e r: Jezičak skretnice S49-500-1:12 od domaćeg materijala

a) Karakteristike poprečnog preseka:



Detaljni proračun karakteristika poprečnog preseka dat je u prilogu i njihove vrednosti su sledeće:

$$F = 7749 \text{ mm}^2$$

$$I_z = 3088624 \text{ mm}^4$$

$$I_y = 21724694 \text{ mm}^4$$

$$J = 1750993 \text{ mm}^4$$

$$I_{\text{TL}} = 19124 \times 10^6 \text{ mm}^6$$

$$E = 210 \text{ kN/mm}^2$$

$$G = 82,6 \text{ kN/mm}^2$$

$$\rho = 8 \times 10^{-12} \frac{\text{kN} \cdot \text{sec}^2}{\text{mm}^4}$$

$$h_0 = 48,48 \text{ mm}$$

$$\alpha = 13,28 \text{ mm}$$

$$\beta = 61,50 \text{ mm}$$

$$e = 25,27 \text{ mm}$$

b) Konstante krutosti opruga:

Torziona opružna konstanta K_1 :

$$K_1 = 18,16 \frac{J_{\text{jezička}}}{J_{\text{šine}}} = 18,16 \frac{175,0993}{92} = 34,56 \text{ kN/rad}$$

Bočna opružna konstanta K_2



$$I = \frac{(16,5+53) \times 16,5^3}{12} = 26017 \text{ mm}^4$$

$$I_{11} = \frac{1 \times 53^3}{3 \times 210 \times 26017} = 0,009083 \text{ mm}$$

$$D = \frac{1 \text{ kN}}{0,009083 \text{ mm}} = 110,10 \text{ kN/mm}$$

$$K_2 = 110,10 / 1200 = 0,092 \text{ kN/mm}^2$$

c) Sadejstvujuća dužina jezička:

$$L = \sqrt[4]{\frac{4 \times 210 \times 3088624}{0,092}} = 1288 \text{ mm}$$

d) Matrica masa:

$$M = \begin{bmatrix} 0,000019 & 0,000012 & -0,000925 & -0,000575 \\ 0,000012 & 0,000009 & -0,000575 & -0,000462 \\ -0,000925 & -0,000575 & 0,143115 & 0,089049 \\ -0,000575 & -0,000462 & 0,089049 & 0,071557 \end{bmatrix}$$

e) Matrica krutosti:

$$K = \begin{bmatrix} 37,70 & 37,66 & -1740,64 & -1083,07 \\ 37,66 & 89,33 & -1083,07 & -870,32 \\ -1740,64 & -1083,07 & 352595,89 & 385867,30 \\ -1083,07 & -870,32 & 385867,30 & 877801,82 \end{bmatrix}$$

f) Vektor opterećenja:

Isti kao u prvom primeru.

g) Odredjivanje matrica sopstvenih vektora i frekvencija:

Primenjuje se isti postupak kao u prvom primeru.

$$M^{-1} = \begin{bmatrix} 621944,75 & -856577,43 & 4031,38 & -5549,57 \\ -856577,43 & 1345918,53 & -5551,91 & 8715,77 \\ 4031,38 & -4031,38 & 57,09 & -74,50 \\ -5549,57 & 8715,77 & -74,50 & 118,36 \end{bmatrix}$$

$$M^{-1}K = \begin{bmatrix} -9817992,45 & -52631983,77 & -874799799,1 & -3243961597,00 \\ 18618409,97 & 86399794,25 & 1438819020,0 & 5264771841,00 \\ -75791,12 & -341127,02 & -9620463,94 & -42900126,45 \\ 120497,14 & 547256,24 & 19624697,74 & 73578571,66 \end{bmatrix}$$

Iterativnim postupkom dobijaju se matrice sopstvenih vektora i frekvencija:

$$\phi_4 = \begin{bmatrix} A_1(4) \\ A_2(4) \\ A_3(4) \\ A_4(4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1,61 \\ -0,009 \\ 0,015 \end{bmatrix} \quad \omega_4^2 = 123688000 \text{sec}^{-2} \quad \omega_4 = 11121 \text{sec}^{-1} \\ T_3 = \frac{2\pi}{\omega_4} = 0,0006 \text{sec}$$

$$\phi_3 = \begin{bmatrix} A_1(3) \\ A_2(3) \\ A_3(3) \\ A_4(3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,516 \\ -1 \\ 0,004 \\ 0,006 \end{bmatrix} \quad \omega_3^2 = 206772 \times 10^4 \text{sec}^{-2} \quad \omega_3 = 28404 \text{sec}^{-1} \\ T_3 = \frac{2\pi}{\omega_3} = 0,00022 \text{sec}$$

$$\phi_2 = \begin{vmatrix} A_1(2) \\ A_2(2) \\ A_3(2) \\ A_4(2) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -111,86 \\ 178,52 \\ -1 \\ 1,64 \end{vmatrix} \quad \omega_2^2 = 107,92 \times 10^6 \text{sec}^{-2} \quad \omega_2 = 10388 \text{sec}^{-1}$$

$$T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2} = 0,0006 \text{sec}$$

$$\phi_1 = \begin{vmatrix} A_1(1) \\ A_2(1) \\ A_3(1) \\ A_4(1) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 70,53 \\ -116,16 \\ -0,63 \\ 1 \end{vmatrix} \quad \omega_1^2 = 1638 \times 10^4 \text{sec}^{-2} \quad \omega_1 = 4047 \text{sec}^{-1}$$

$$T_1 = 0,00155 \text{sec}$$

h) Normiranje matrica masa, krutosti i opterećenja:

Poznatom vezom: $u = \phi q$ matrice masa, krutosti i opterećenja u normalnim koordinatama imaju vrednosti:

Za četvrti ton oscilovanja:

$$M = 0,0000023$$

$$K = 260,38$$

$$Q = 0,343 H(t) - 0,038 V(t)$$

Za treći ton oscilovanja:

$$M = 0,0000011$$

$$K = 76,97$$

$$Q = -0,256 H(t) + 0,013 V(t)$$

Za drugi ton oscilovanja:

$$M = 0,0144644$$

$$K = 3147469$$

$$Q = 37,93 H(t) - 4,06 V(t)$$

Za prvi ton oscilovanja:

$$M = 0,0597483$$

$$K = 1352938$$

$$Q = -20,155 H(t) - 2,35 V(t)$$

i) Rešenje sistema diferencijalnih jednačina:

Jednačine prinudnih neprigušenih oscilacija u normalnim koordinatama oblika:

$$\ddot{q}_i + \omega_i^2 q_i = Q_i/M_i, \quad \omega_i^2 = K_i/M_i \quad i=1, \dots, 2N \quad N=2$$

sa sračunatim vrednostima glase:

$$\ddot{q}_4 + 123688000 q_4 = 149130 H(t) - 16522 V(t)$$

$$\ddot{q}_3 + 806772000 q_3 = 232727 H(t) + 11818 V(t)$$

$$\ddot{q}_2 + 107920000 q_2 = 2622 H(t) - 281 V(t)$$

$$\ddot{q}_1 + 16380000 q_1 = -337 H(t) - 39 V(t)$$

Rešenja jednačina su:

$$\{q\} = \begin{cases} q_4 \\ q_3 \\ q_2 \\ q_1 \end{cases} = \begin{bmatrix} (0,0013H - 0,00015V) (1 - \cos 11121t) \\ (-0,0033H + 0,00017V) (1 - \cos 28404t) \\ (0,000012H - 0,0000013V) (1 - \cos 10388t) \\ (0,000015H - 0,0000017V) (1 - \cos 4047t) \end{bmatrix}$$

Povratak na generalisane koordinate vrši se vezom: $u = \phi q$

j) Rešenje za bočno pomeranje i obrtanje skretničkog jezička za konstantnu vertikalnu i horizontalnu silu:

Za:

$$V(t) = V = 97,5 \text{ kN}$$

$$H(t) = H = 66,76 \text{ kN}$$

Rešenja jednačina će glasiti:

$$\{u\} = \begin{cases} a_1 \\ a_2 \\ b_1 \\ b_2 \end{cases} = \begin{bmatrix} 70,55 & -111,86 & 0,516 & -1 \\ -116,16 & 178,52 & -1 & 1,61 \\ -0,63 & -1 & 0,004 & -0,009 \\ 1 & 1,64 & -0,006 & 0,015 \end{bmatrix} \begin{cases} 0,072 (1 - \cos 11121t) \\ -0,204 (1 - \cos 28404t) \\ 0,0007 (1 - \cos 10388t) \\ -0,0012 (1 - \cos 4047t) \end{cases}$$

Bočno pomeranje i obrtanje skretničkog jezička u opterećenom preseku će biti:

$$y(0,t) = \sum_{n=1}^2 a_n(t)$$

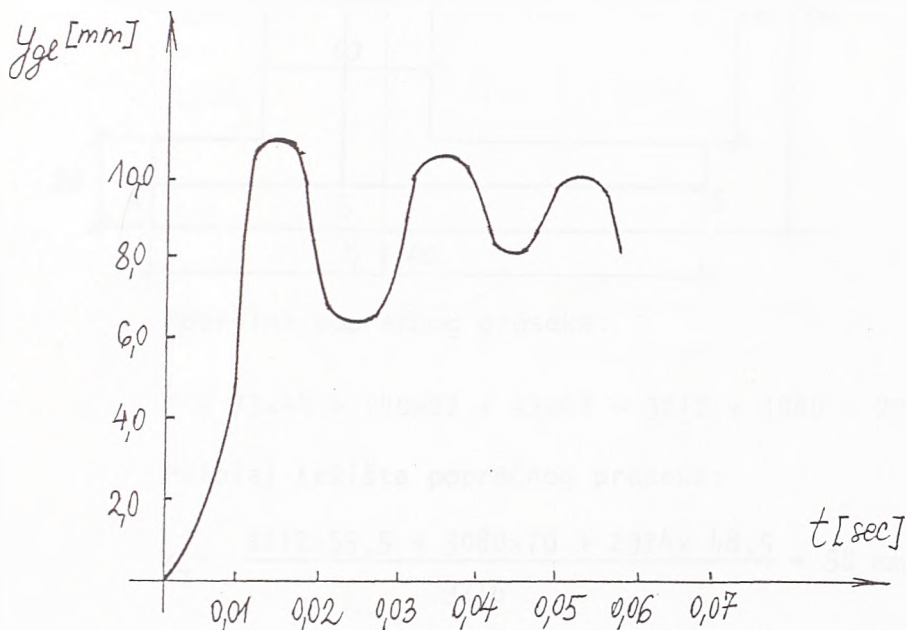
$$\varphi(0,t) = \sum_{n=1}^2 b_n(t)$$

a pomeranje glave i nožice je:

$$y_{gl}(0,t) = \sum_{n=1}^2 a_n(t) + h_1 b_n(t)$$

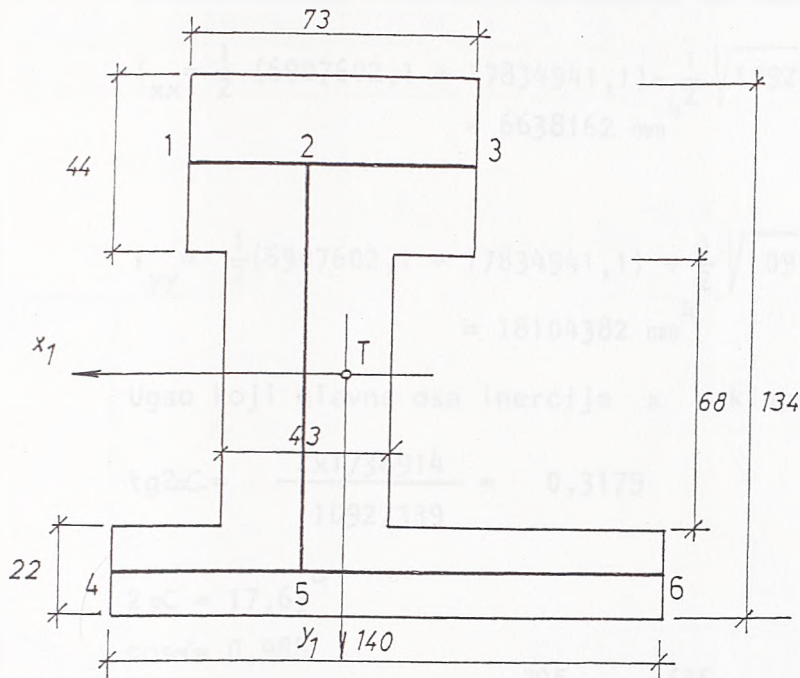
$$y_{nž}(0,t) = \sum_{n=1}^2 a_n(t) - h_2 b_n(t)$$

Dijagram promene bočnog pomeranja glave jezička tokom vremena dat je na slici:



Zaključak je da zbog svoje smanjene visine, šire nožice i većih svih geometrijskih karakteristika, jezičak od blok šine u odnosu na jezičak od šine normalnog profila i sasečene nožice a ojačanog vrata, pokazuje znatno manju rotaciju poprečnog preseka, odnosno manje bočno pomeranje glave. Time je i manje proširenje koloseka pri naletu točka vozila kod vožnje u odvojak. Maksimalno bočno pomeranje glave jezička od blok šine je 1,8mm a jezička od ojačane šine 11mm, te je prva vrednost u granicama dozvoljenog proširenja koloseka, a druga je prekoračila dozvoljeno proširenje koloseka.

PRILOG I: Odredjivanje centra smicanja poprečnog preseka skretničkog jezička Zul-60



Površina poprečnog preseka:

$$F = 73 \times 44 + 140 \times 22 + 43 \times 68 = 3212 + 3080 + 2924 = 9216 \text{ mm}^2$$

Položaj težišta poprečnog preseka:

$$x_T = \frac{3212 \times 55,5 + 3080 \times 70 + 2924 \times 48,5}{9216} = 58 \text{ mm}$$

$$y_T = \frac{3212 \times 112 + 3080 \times 11 + 2924 \times 56}{9216} = 60,5 \text{ mm}$$

Položaj težišta T i polazni koordinatni sistem $x_1 y_1$ u ravni poprečnog preseka prikazani su na slici uprošćenog poprečnog preseka blok-šine.

Momenat inercije $I_{x_1 x_1}$ i $I_{y_1 y_1}$ i centrifugalni momenat inercije $I_{x_1 y_1}$ imaju vrednosti:

$$I_{x_1 x_1} = \frac{44 \times 73^3}{12} + \frac{22 \times 140^3}{2} + \frac{68 \times 43^3}{12} = 6907602,1 \text{ mm}^4$$

$$I_{y_1 y_1} = \frac{43 \times 68^3}{12} + \frac{73 \times 44^3}{12} + \frac{140 \times 22^3}{12} + 73 \times 44 \times 51,5 + 140 \times 22 \times 49,5^2 = 17834941,1 \text{ mm}^4$$

$$I_{x_1 y_1} = 73 \times 44 \times 2,5 \times (-51,5) + 43 \times 68 \times 9,5 \times 140 \times 22 \times (-9,5) \times 49,5 = -1736914 \text{ mm}^4$$

Glavni momenti inercije određuju se tada izrazima:

$$I_{xx} = \frac{1}{2} (6907602,1 + 17834941,1) - \frac{1}{4} \sqrt{10927339^2 + 4 \times 1736914^2} = 6638162 \text{ mm}^4$$

$$I_{yy} = \frac{1}{2} (6907602,1 + 17834941,1) + \frac{1}{4} \sqrt{10927339^2 + 4 \times 1736914^2} = 18104382 \text{ mm}^4$$

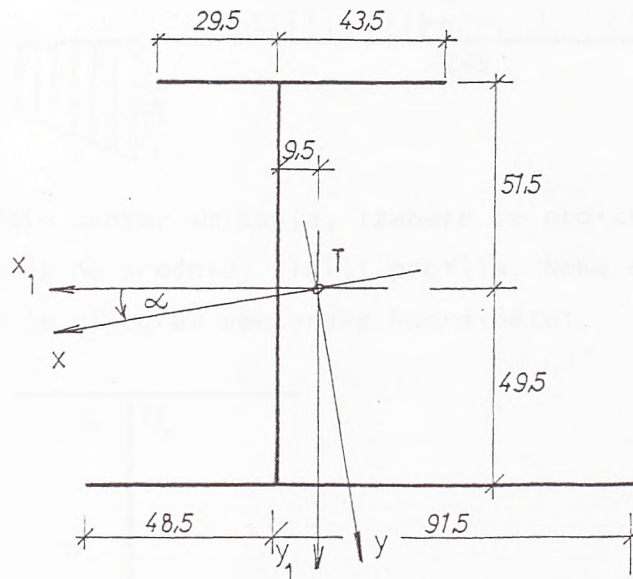
Ugao koji glavna osa inercije x zaklapa sa osom x_1 jednak je:

$$\text{tg} 2\alpha = - \frac{2 \times 1736914}{10927339} = -0,3179$$

$$2\alpha = 17,63^\circ$$

$$\cos \alpha = 0,988$$

$$\sin \alpha = 0,153$$



Koordinate čvorova poprečnog preseka u novom sistemu x, y dobijaju se preko izraza za transformaciju koordinata:

$$x = x_1 \cos \alpha + y_1 \sin \alpha$$

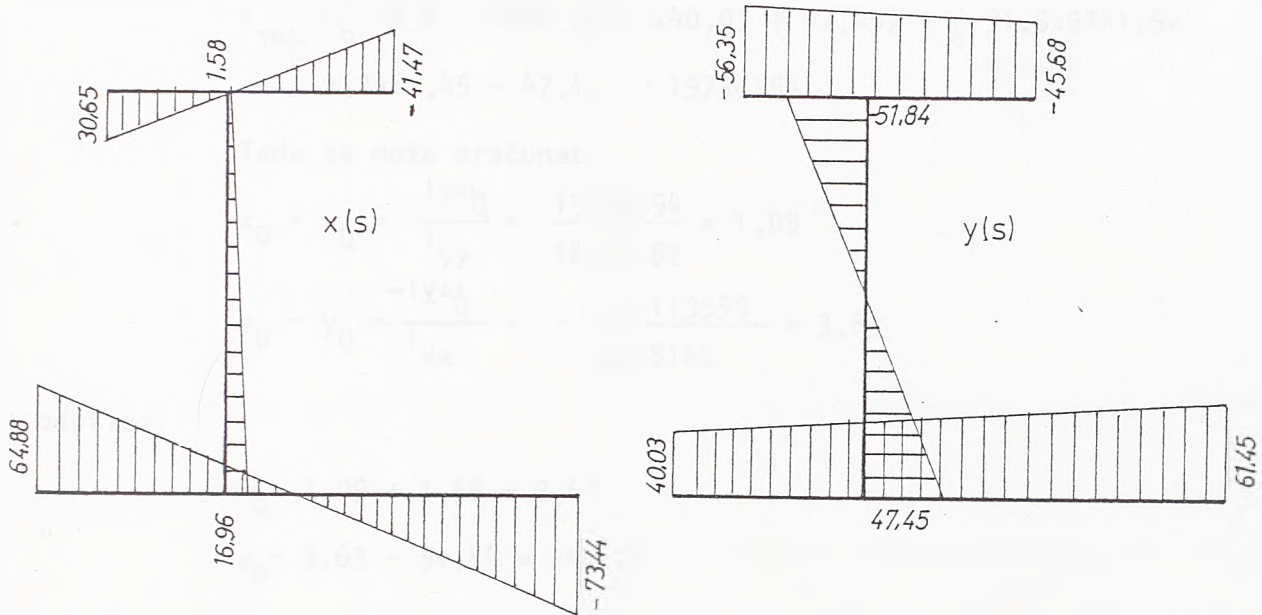
$$y = -x_1 \sin \alpha + y_1 \cos \alpha$$

Stare i nove koordinate date su u tabeli:

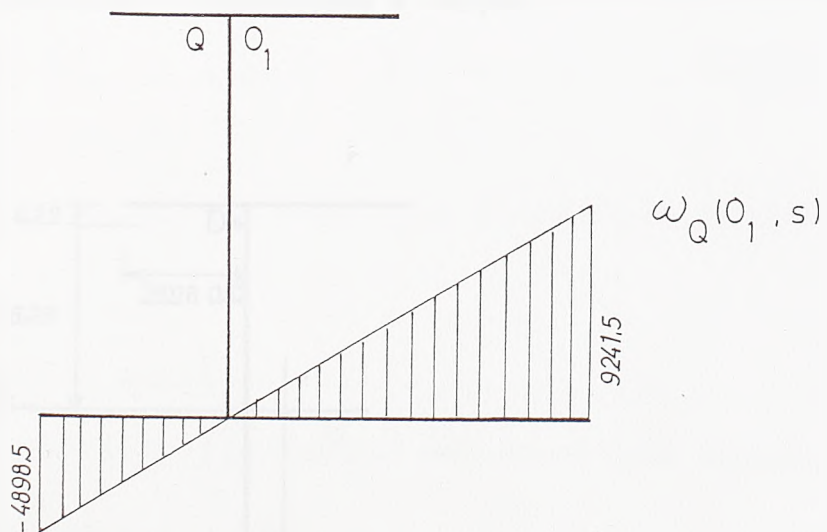
m	x_1	y_1	x	y
1	39,00	-51,50	30,65	-56,35
2	9,50	-51,50	1,58	-51,84
3	-34,00	-51,50	-41,47	-45,68

m	x_1	y_1	x	y
4	58,00	49,50	64,88	40,03
5	9,50	49,50	16,96	47,45
6	-82,00	49,50	-73,44	61,45

Dijagrami $x(s)$ i $y(s)$:



Da bi se odredio centar smicanja, izabere se proizvoljna tačka Q i nulta tačka O_1 proizvoljna na srednjoj liniji profila. Neka se ove tačke poklapaju sa čvorom 2. Tada je dijagram sektorske koordinate:



Sračunajmo sada sektorski momenat krivljenja:

$$I_x \omega_Q = \int_F x \omega_Q dF$$

$$I_x \omega_Q = \frac{1}{6} 48,5 \times (-4898,5) \times (2 \times 64,88 + 16,96) + \frac{1}{6} 91,5 \times 9241,5 \times (2 \times (-73,44) + 16,96) = -24119555$$

kao i sektorski statički momenat:

$$I_y \omega_Q = \int_F y \omega_Q dF$$
$$I_y \omega_Q = \frac{1}{6} 48,5 \times (-4898,5) \times (2 \times 40,03 + 47,45) + \frac{1}{6} 91,5 \times 9241,5 \times (2 \times 61,45 + 47,45) = 19738354$$

Tada se može sračunati:

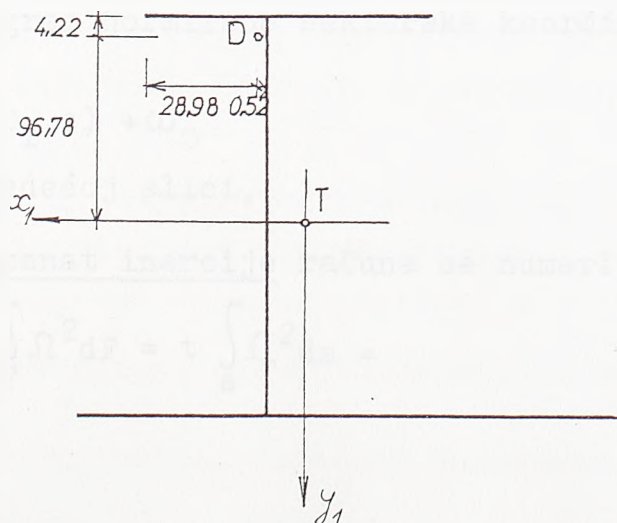
$$x_D - x_Q = \frac{I_y \omega_Q}{I_{yy}} = \frac{19738354}{18104382} = 1,09$$
$$y_D - y_Q = \frac{-I_x \omega_Q}{I_{xx}} = \frac{-(-24119555)}{6638162} = 3,63$$

a odatle:

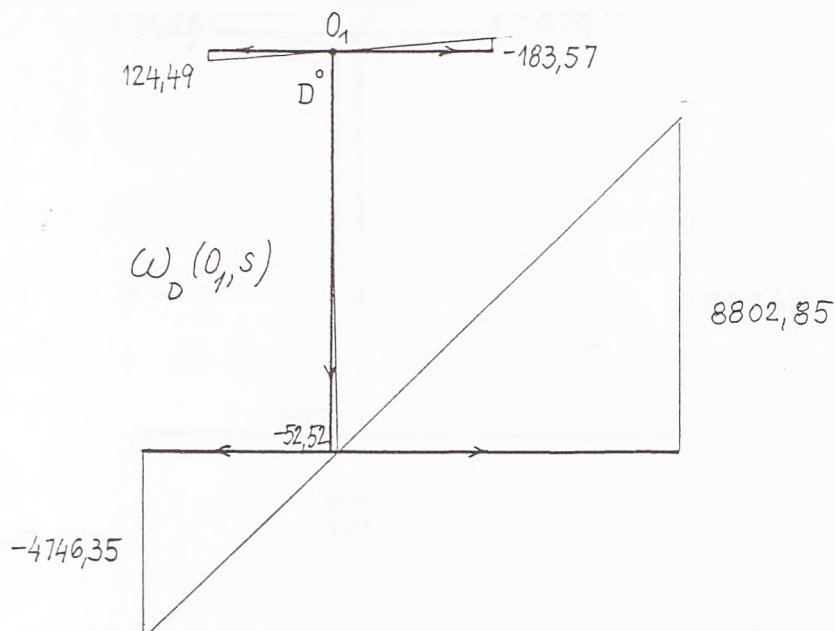
$$x_D = 1,09 + 1,58 = 2,67$$
$$y_D = 3,63 - 51,84 = -48,27$$

Položaj centra smicanja D u odnosu na koordinatni sistem x_1, y_1 dat je:

$$x_{1D} = 2,67 \times 0,988 + 48,27 \times 0,153 = 10,02$$
$$y_{1D} = 2,67 \times 0,153 - 48,27 \times 0,988 = -47,28$$



Dijagram sektorske koordinate $\omega_D(O_1, s)$ u odnosu na centar smicanja D kao pol:



Sada će se sektorski statički momenat sračunati prema obrascu:

$$\begin{aligned}
 S_{\omega_D}(O_1) &= \int_F \omega_D(O_1, s) dF = \int_S t \omega_D ds = \\
 &= 44 \times \frac{1}{2} \times 29,5 \times 124,49 - 44 \times \frac{1}{2} \times 43,5 \times 183,57 - 43 \times \frac{1}{2} \times 101,0 \times 52,52 - \\
 &\quad - 22 \times 48,5 \times \frac{1}{2} \times (4746,35 + 52,52) + 22 \times 91,5 \times \frac{1}{2} \times (-52,52 + 8802,85) = \\
 &= 80794,01 - 175676,49 - 114047,18 - 2560197,1 + 8807207,1 = \\
 &= 6038080,4
 \end{aligned}$$

Za normiranje sektorske koordinate sada treba sračunati konstantu:

$$\begin{aligned}
 \omega_0 &= - \frac{1}{F} \int_F \omega_D(O_1, s) dF = - \frac{1}{F} S_{\omega_D}(O_1, s) = - \frac{6038080,4}{9216} = \\
 &= -655,17 \text{ mm}^2
 \end{aligned}$$

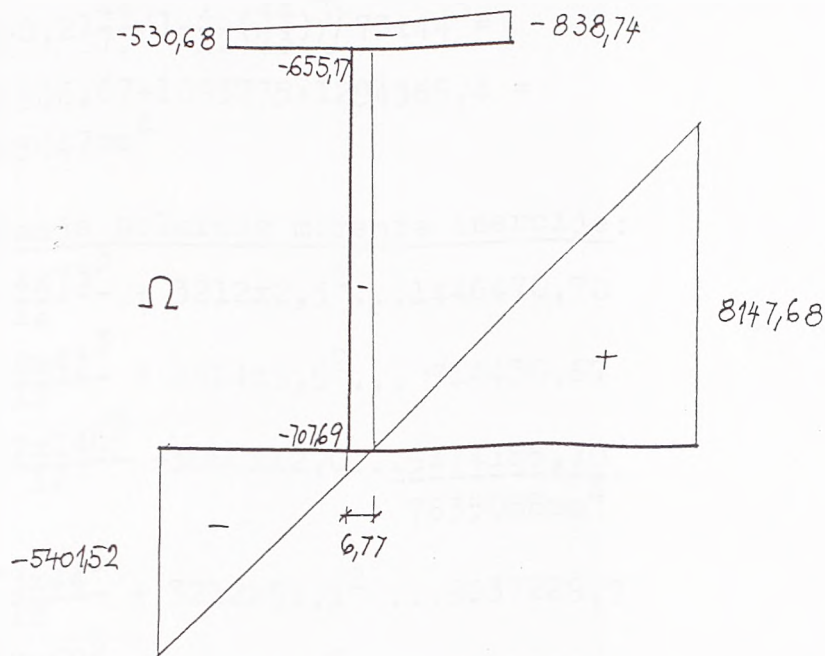
Konačan dijagram normirane sektorske koordinate sračunate po formuli:

$$\Omega = \omega(O_1, s) + \omega_0$$

dat je na sledećoj slici.

Sektorski momenat inercije računa se numeričkom integracijom:

$$I_{\Omega\Omega} = \int_F \Omega^2 dF = t \int_S \Omega^2 ds =$$



$$\begin{aligned}
 &= 44 \times \frac{73}{6} \left\{ -530,68/2 \times (-530,68) - 838,74 / -838,74/2 (-838,74) - 530,68 \right\} \\
 &\quad \dots 1,5313 \times 10^9 \\
 &+ 43 \times \frac{101}{6} \left\{ -655,17/2 (-655,17) - 70769 / -707,69/2 (-707,69) - 655,17 \right\} \\
 &\quad \dots 2,0177 \times 10^9 \\
 &+ 22 \times \frac{140}{6} \left\{ -5401,52/2 (5401,52) + 8147,68 / +8147,68/2 \times 8147,68 - 5401,52 \right\} \\
 &\quad \dots 5,2926 \times 10^{10} \\
 &\quad \dots 56,475 \times 10^9
 \end{aligned}$$

$$I_{\Omega\Omega} = 56475 \times 10^6 \text{ mm}^6$$

Odredjivanje Sen-Venanovog momenta inercije torzije:

Za odredjivanje Sen-Venanovog momenta inercije torzije preseka jezička presek će se pojednostaviti kao za odredjivanje sektorskog momenta inercije. Tada je on dat izrazom:

$$J = \sum \alpha b t^3$$

gde je: b-širina, t-debljina pravougaonog elementa površine preseka, a α je koeficijent dat izrazom:

-za uski pravougaoni element preseka: $\alpha = 1/3$

-za debeli pravougaoni element preseka: $\alpha = \frac{1}{3} - 0,21 \frac{t}{b} / 1 - \frac{1}{12} \left(\frac{t}{b} \right)^4 /$

Za presek jezička brojna vrednost Sen-Venanovog momenta inercije torzije biće:

$$\begin{aligned} J &= \frac{1}{3}140 \times 22^3 + \left\{ \frac{1}{3} - 0,21 \frac{43}{68} / 1 - \frac{1}{12} \left(\frac{43}{68} \right)^4 \right\} 68 \times 43^3 + \\ &+ \left\{ \frac{1}{3} - 0,21 \frac{44}{73} / 1 - \frac{1}{12} \left(\frac{44}{73} \right)^4 \right\} 73 \times 44^3 = \\ &= 496906,67 + 1093775 + 1294365,4 = \\ &= 2885047 \text{mm}^4 \end{aligned}$$

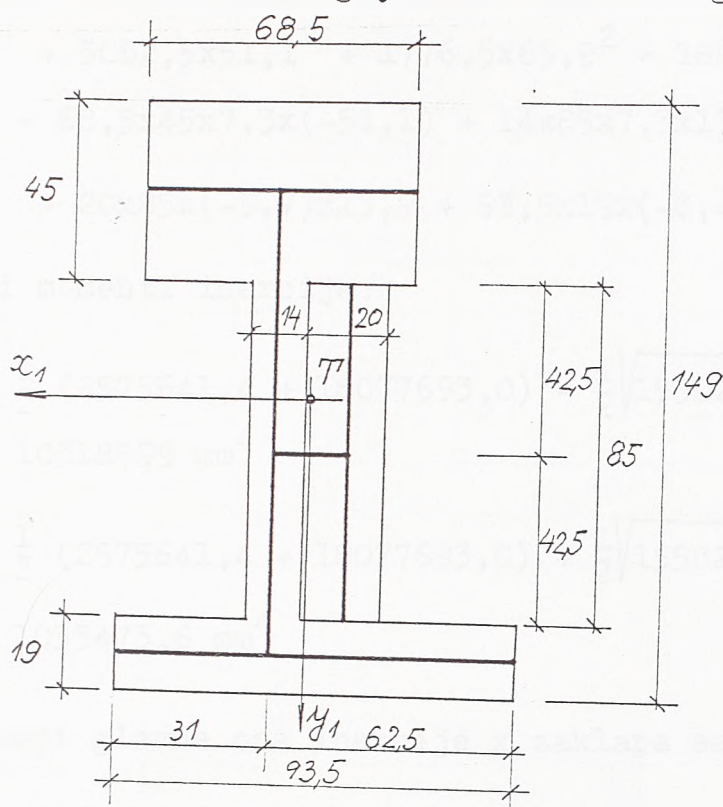
Određjivanje polarnog momenta inercije:

$$\begin{aligned} I_z &= \frac{44 \times 73^3}{12} + 3212 \times 2,5^2 \dots 1446470,70 \\ &\frac{68 \times 43^3}{12} + 2924 \times 9,5^2 \dots 714430,67 \\ &\frac{22 \times 140^3}{12} + 3080 \times 12,0^2 \dots \frac{5474186,70}{7635088 \text{mm}^4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_y &= \frac{73 \times 44^3}{12} + 3212 \times 51,5^2 \dots 9037229,7 \\ &\frac{43 \times 68^3}{12} + 2924 \times 4,5^2 \dots 1185925,7 \\ &\frac{140 \times 22^3}{12} + 3080 \times 49,5^2 \dots \frac{7670996,7}{17894152 \text{mm}^4} \end{aligned}$$

$$I_p = 25529240 \text{mm}^4$$

PRILOG II: Odredjivanje centra smicanja poprečnog preseka skretničkog jezička od domaćeg materijala



Površina poprečnog preseka:

$$F = 68,5 \times 45 + 93,5 \times 19 + 14 \times 85 + 20 \times 85 = \\ = 3082,5 + 1776,5 + 1190,0 + 1700,0 = 7749,0 \text{ mm}^2$$

Položaj težišta poprečnog preseka:

$$x_T = \frac{3082,5 \times 31 + 1776,5 \times 46,75 + 1190 \times 31 + 1700 \times 48}{7749} = 38,3 \text{ mm}$$

$$y_T = \frac{3082,5 \times 126,5 + 1776,5 \times 9,5 + 1190 \times 61,5 + 1700 \times 61,5}{7749} = 75,4 \text{ mm}$$

Momenat inercije $I_{x_1 x_1}$ i $I_{y_1 y_1}$ i centrifugalni momenat inercije $I_{x_1 y_1}$ u odnosu na polazni koordinatni sistem $x_1 y_1$ imaju vrednosti:

$$I_{x_1 x_1} = \frac{45 \times 68,5^3}{12} + \frac{19 \times 93,5^3}{12} + \frac{85 \times 14^3}{12} + \frac{85 \times 20^3}{12} = 2575641,4 \text{ mm}^4$$

$$I_{y_1y_1} = \frac{68,5 \times 45^3}{12} + \frac{93,5 \times 19^3}{12} + \frac{14 \times 85^3}{12} + \frac{20 \times 85^3}{12} +$$

$$+ 3082,5 \times 51,1^2 + 1776,5 \times 65,9^2 = 180776,3 \text{ mm}^4$$

$$I_{x_1y_1} = 68,5 \times 45 \times 7,3 \times (-51,1) + 14 \times 85 \times 7,3 \times 13,9 +$$

$$+ 20 \times 85 \times (-9,7) \times 13,9 + 93,5 \times 19 \times (-8,4) \times 65,9 = -2241726 \text{ mm}^4$$

Glavni momenti inercije:

$$I_{xx} = \frac{1}{2} (2575641,4 + 18077693,0) - \frac{1}{2} \sqrt{15502052^2 + 4 \times 2241726^2} =$$

$$= 10318599 \text{ mm}^4$$

$$I_{yy} = \frac{1}{2} (2575641,4 + 18077693,0) + \frac{1}{2} \sqrt{15502052^2 + 4 \times 2241726^2} =$$

$$= 1033473,6 \text{ mm}^4$$

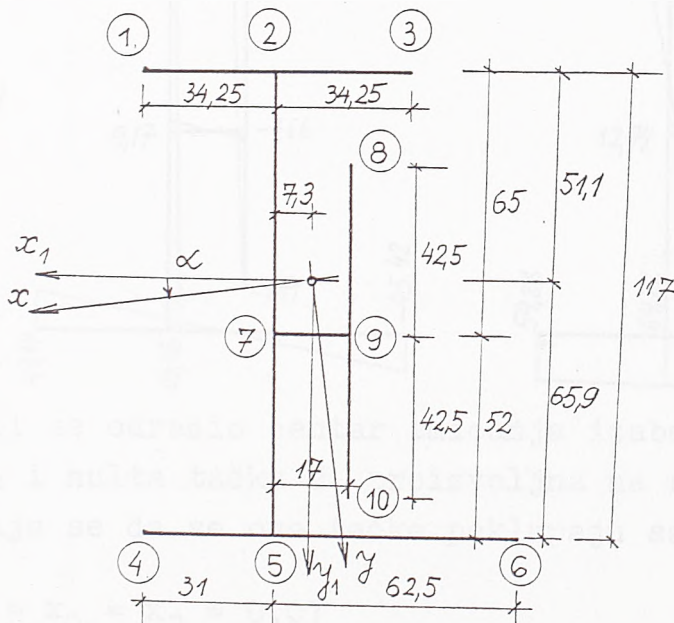
Ugao koji glavna osa inercije x zaklapa sa osom x_1 jednak je:

$$\text{tg} 2\alpha = \frac{2 \times 2241726}{15502052} = 0,2892$$

$$2\alpha = 16,13^\circ$$

$$\cos \alpha = 0,990$$

$$\sin \alpha = 0,140$$



Koordinate čvorova poprečnog preseka u novom sistemu xy dobijaju se preko izraza za transformaciju koordinata:

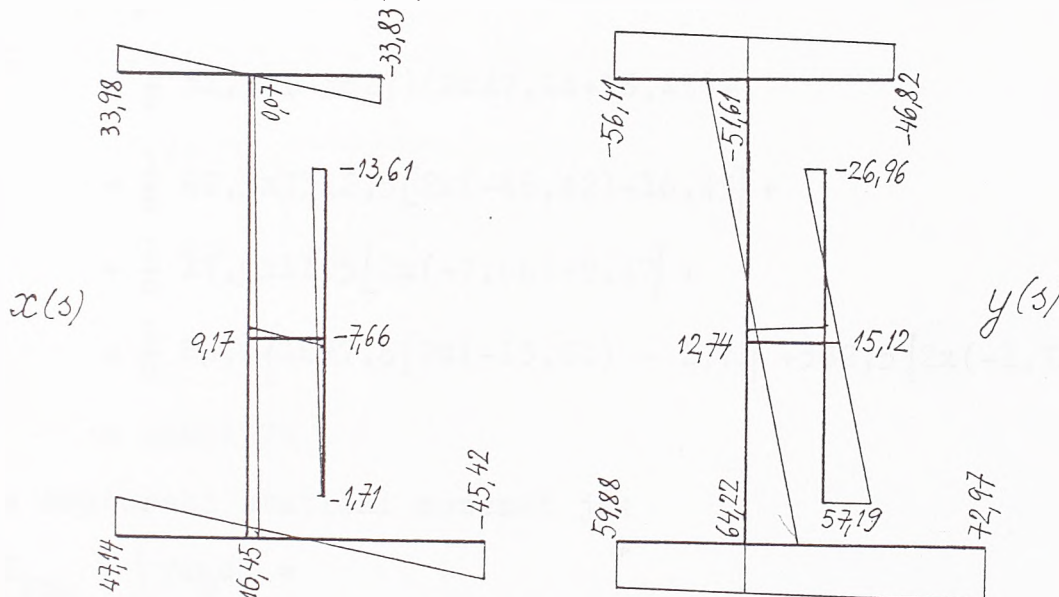
$$x = x_1 \cos \alpha + y_1 \sin \alpha$$

$$y = -x_1 \sin \alpha + y_1 \cos \alpha$$

Stare i nove koordinate date su u tabeli:

m	x_1	y_1	x	y
1	41,55	-51,10	33,98	-56,41
2	7,30	-51,10	0,07	-51,61
3	-26,95	-51,10	-33,83	-46,82
4	38,30	65,90	47,14	59,88
5	7,30	65,90	16,45	64,22
6	-55,20	65,90	-45,42	72,97
7	7,30	13,90	9,17	12,74
8	-9,70	-28,60	-13,61	-26,96
9	-9,70	13,90	-7,66	15,12
10	-9,70	56,40	-1,71	57,19

Dijagrami $x(s)$ i $y(s)$:

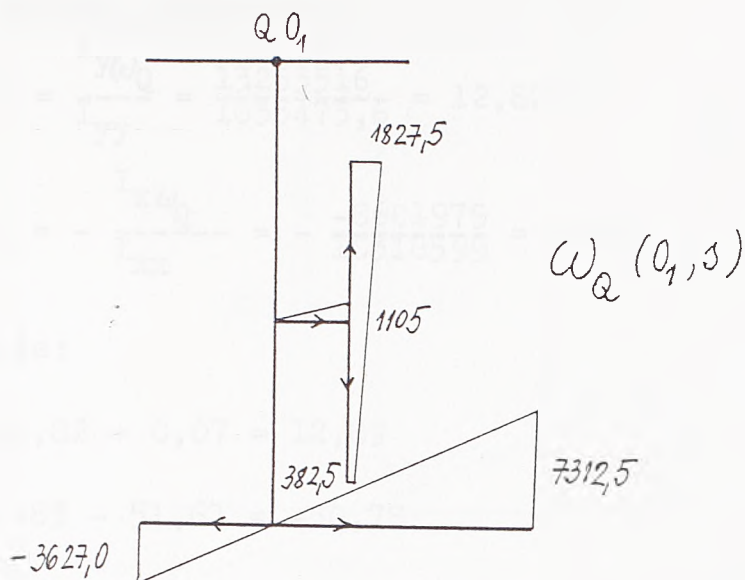


Da bi se odredio centar smicanja izabere se proizvoljna tačka Q i nulta tačka O_1 proizvoljna na srednjoj liniji profila. Usvaja se da se ove tačke poklapaju sa čvorom 2, te je:

$$x_{O_1} = x_Q = x_2 = 0,07$$

$$y_{O_1} = y_Q = y_2 = -51,61$$

Tada je dijagram sektorske koordinate:



Sektorski momenat krivljenja je tada:

$$\begin{aligned}
 I_{x\omega_Q} &= \int_F x\omega_Q dF = \\
 &= \frac{1}{6} 31,0x(-3627)(2x47,14+16,45)+ \\
 &+ \frac{1}{6} 62,5x7312,5[2x(-45,42)+16,45] + \\
 &+ \frac{1}{6} 17,0x1105[2x(-7,66)+9,17] + \\
 &+ \frac{1}{6} 85,0\{1827,5[2x(-13,61) - 1,71] + 382,5[2x(-1,71)-13,61]\} = \\
 &= -8601979
 \end{aligned}$$

a sektorski statički momenat je:

$$\begin{aligned}
 I_{y\omega_Q} &= \int_F y\omega_Q dF = \\
 &= \frac{1}{6} 31,0x(-3627)(2x59,88+64,22) + \\
 &+ \frac{1}{6} 62,5x7312,5(2x72,97+64,22) + \\
 &+ \frac{1}{6} 17,0x1105(2x15,12+12,74) + \\
 &+ \frac{1}{6} 85,0\{1827,5[2x(-26,96)+57,19] + 382,5(2x57,19-26,96)\} = \\
 &= 13253516
 \end{aligned}$$

Tada se može sračunati:

$$x_D - x_Q = \frac{I_{ywQ}}{I_{yy}} = \frac{13253516}{1055473,6} = 12,82$$

$$y_D - y_Q = - \frac{I_{xwQ}}{I_{xx}} = - \frac{-8601979}{10518599} = 0,83$$

A odatle:

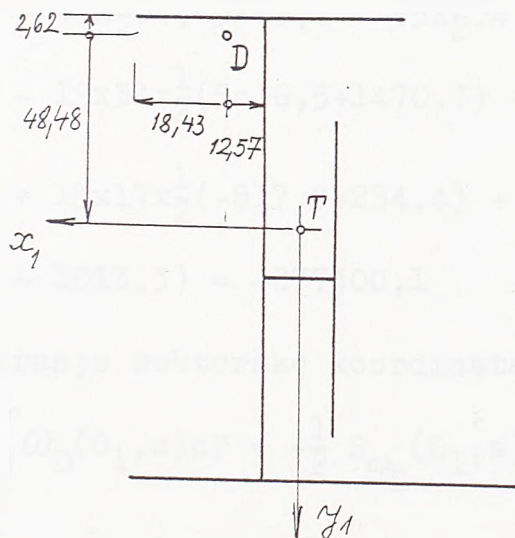
$$x_D = 12,82 + 0,07 = 12,89$$

$$y_D = 0,83 - 51,61 = -50,78$$

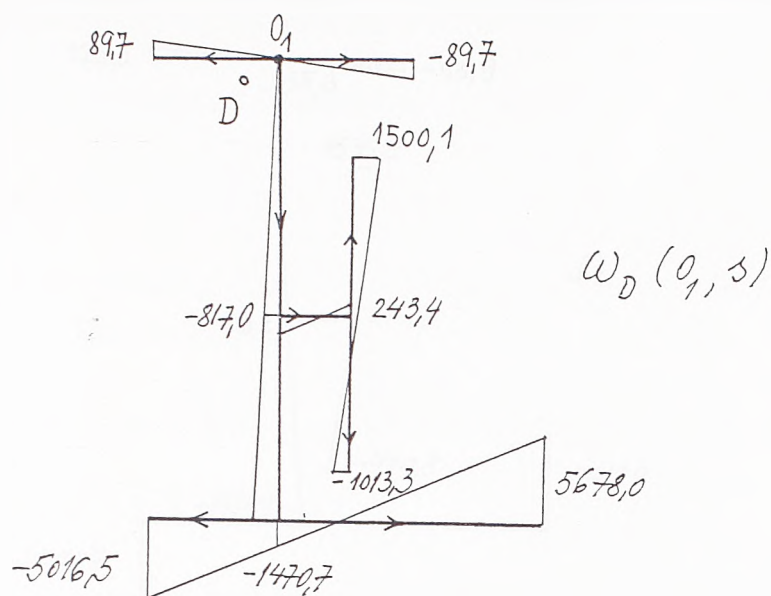
Položaj centra smicanja D u odnosu na koordinatni sistem x_1y_1 je:

$$x_{1D} = 12,89 \times 0,99 - (-50,78) \times 0,14 = 19,87$$

$$y_{1D} = 12,82 \times 0,14 + (-50,78) \times 0,99 = -48,48$$



Dijagram sektorske koordinate $\omega_D(C_1, s)$ u odnosu na centar smicanja D kao pol:



Sektorski statički momenat će se sračunati prema obrascu:

$$\begin{aligned}
 S_{\omega_D(O_1)} &= \int_F \omega_D(O_1, s) dF = \int_F t \omega_D ds = \\
 &= 45 \times \frac{1}{2} \times 34,25 \times 89,7 - 45 \times \frac{1}{2} \times 34,25 \times 89,7 - 14 \times \frac{1}{2} \times 117 \times 1470,7 - \\
 &- 19 \times 31 \times \frac{1}{2} (5016,5 + 1470,7) + 19 \times 62,5 \times \frac{1}{2} (-1470,7 + 5678,0 + \\
 &+ 15 \times 17 \times \frac{1}{2} (-817,0 + 243,4) + 20 \times 42,5 \times \frac{1}{2} (1500,1 + 2 \times 243,4 - \\
 &- 1013,3) = -277400,1
 \end{aligned}$$

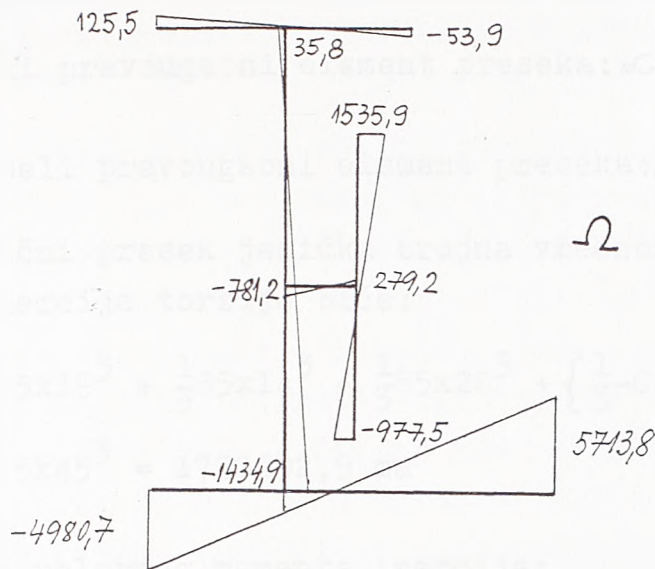
Za normiranje sektorske koordinate treba sračunati konstante:

$$\omega_0 = -\frac{1}{F} \int_F \omega_D(O_1, s) dF = -\frac{1}{F} S_{\omega_D(O_1, s)} = -\frac{-277400,1}{7749} = 35,8$$

Konačan dijagram normirane sektorske koordinate sračunat je po formuli:

$$\Omega = \omega(O_1, s) + \omega_0$$

i prikazan je na sledećoj slici:



Proračun sektorskog momenta inercije:

Sektorski momenat inercije računa se numeričkom integracijom

$$\begin{aligned}
 I_{\Omega\Omega} &= \int_F \Omega^2 dF = t \int_s \Omega^2 ds = \\
 &= 45 \times \frac{68,25}{6} \left[125,5 \cdot 2 \times 125,5 - 53,9 \cdot 53,9 \cdot 2(-53,9) + 125,5 \cdot \right. \\
 &+ 14 \times \frac{117}{6} \left[35,8 \cdot 2 \times 35,8 - 1434,9 \cdot 1434,9 \cdot 2(-1434,9) + 35,8 \cdot \right. \\
 &+ 19 \times \frac{93,25}{6} \left[-4980,7 \cdot 2(-4980,7) + 5713,8 \cdot 5713,8 \cdot 2 \times 5713,8 - 4980,7 \cdot \right. \\
 &+ 15 \times \frac{17}{6} \left[-781,2 \cdot 2(-781,2) + 279,2 \cdot 279,2 \cdot 2 \times 279,2 - 781,2 \cdot \right. \\
 &+ 20 \times \frac{85}{6} \left[1535,9 \cdot 2 \times 1535,9 - 977,5 \cdot 977,5 \cdot 2(-977,5) + 1535,9 \cdot \right. \\
 &= 19124 \times 10^6 \text{ mm}^6
 \end{aligned}$$

Proračun Sen-Venanovog momenta inercije torzije:

Poprečni presek jezička će se pokednostaviti kao za proračun sektorskog momenta inercije i tada je Sen-Venanov moment inercije torzije dat izrazom:

$$J = \sum \mathcal{L} b t^3$$

gde je: b - širina, t - debljina pravougaonog elementa povr-

šine preseka, a \mathcal{L} - koeficijent dat izrazom:

- za uski pravougaoni element preseka: $\mathcal{L} = \frac{1}{3}$

- za debeli pravougaoni element preseka: $\mathcal{L} = \frac{1}{3} - 0,21 \frac{t}{b} \left[1 - \frac{1}{12} \left(\frac{t}{b} \right)^4 \right]$

Za poprečni presek jezička brojna vrednost Sen-Venanovog momenta inercije torzije biće:

$$J = \frac{1}{3} 93,5 \times 19^3 + \frac{1}{3} 85 \times 14^3 + \frac{1}{3} 85 \times 20^3 + \left\{ \frac{1}{3} - 0,21 \frac{45}{68,5} \left[1 - \frac{1}{12} \left(\frac{45}{68,5} \right)^4 \right] \right\} \times 68,5 \times 45^3 = 1750992,9 \text{ mm}^4$$

Proračun polarnog momenta inercije:

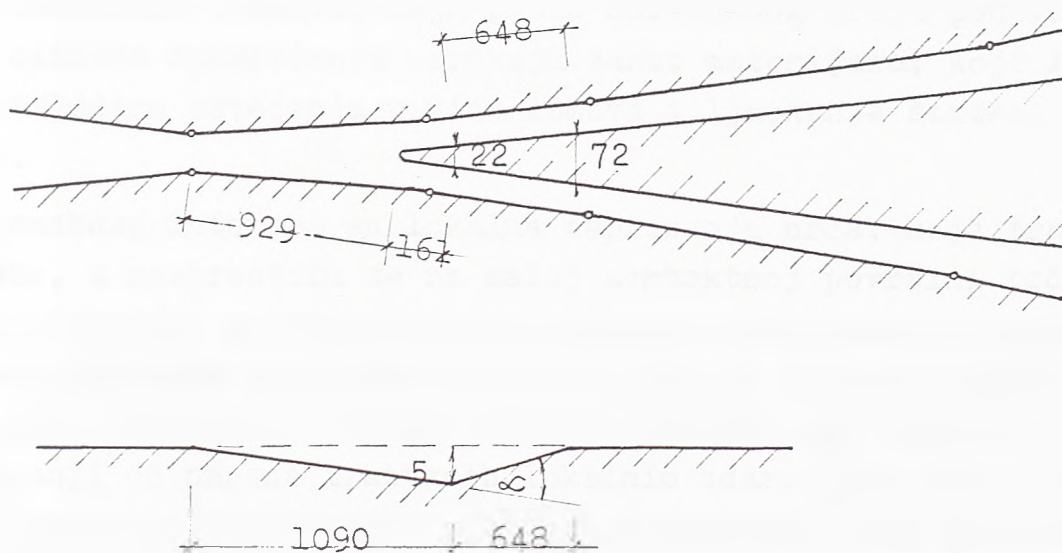
$$I_z = \frac{45 \times 68,5^3}{12} + 3082,5 \times 7,3^2 + \frac{85 \times 14^3}{12} + 1190 \times 7,3^2 + \frac{85 \times 20^3}{12} + 1700 \times 9,7^2 + \frac{19 \times 93,5^3}{12} + 1776,5 \times 8,4^2 = 3088624,4$$

$$I_y = \frac{68,5 \times 45^3}{12} + 3082,5 \times 51,1^2 + \frac{14 \times 85^2}{12} + 1190 \times 13,9^2 + \frac{20 \times 85^3}{12} + 1700 \times 13,9^2 + \frac{93,5 \times 19^3}{12} + 1776,5 \times 65,9^2 = 18636070,0$$

$$I_p = 21724694 \text{ mm}^4$$

IV STANJE NAPONA I DEFORMACIJA SKRETNIČKOG SRCA USLED UDARA TOČKOM

Pri kretanju šinskih vozila po koloseku sa vertikalnim neravninama javljaju se dinamički udari neogibljene mase osovin-
skih slogova na šinu. U području skretničkog srca postoji jedna vrsta vertikalne neravnine pri prelasku točka sa krilne
šine na šinsko srce i obrnuto. Tada dolazi do iznenadnog spu-
štanja, a zatim izdizanja težišta točka zbog bočnog savijanja
krilne šine u grlu srčišta, gde se ukrštaju žljebovi za vož-
nju u pravac i vožnju u odvojak, kao i zbog koničnog oblika
bandaža točka. Najniži položaj točka javlja se pri njegovom
oslanjanju spoljašnjim delom bandaža na krilnu šinu, pa se
prelazak na oslanjanje o skretničko srce ostvaruje postepe-
nim izdizanjem kotrljajuće površine srca. Na taj način se na
putu točka obrazuje trougaona neravnina sa uglom preloma α .



slika 1

Još prema istraživanjima Timošenka najveća dinamička sila
pritiska točka na šinu, pri kotrljanju preko izolovane nerav-
nine koloseka, zavisi u najvećoj meri od količnika neogibljene
mase vozila po jednom točku i zbira te mase i mase gornjeg
stroja i od količnika vremena prelaza točka preko izolovane
neravnine i perioda sopstvenih oscilacija točka. U uprošće-
nim proračunima vrednost prvog merodavnog količnika se zame-

njuje jedinicom, odnosno neogibljena masa vozila po jednom točku se smatra znatno većom u odnosu na masu gornjeg stroja koja sudeluje u udaru. Tada se proračun dinamičkih sila između točka i skretničkog srca sprovodi putem modela sa jednim stepenom slobode. Zbog nepoznavanja sadejstvjujuće mase gornjeg stroja kolosek se smatra krutom podlogom, a masa točka osciluje usled udara o neravninu srčišta. Složeniji oblik rešenja ovog problema je pomoću modela sa dva stepena slobode, kada se mora poznavati ekvivalentna masa gornjeg stroja svedena na poprečni presek šine ispod točka koja prima udar neogibljene mase vozila i osciluje zajedno s njom.

Kratkotrajno delovanje velike sile karakteriše ovakve procese kao udarno - dinamička dejstva između točka i skretničkog srca. Pomoću akselerometra su registrovana ubrzanja neogibljenih masa osovinskog sloga i do 100g. Dinamičke sile udara točka izazivaju ekstremna naprezanja kako u skretničkim srcima tako i u bandažama točkova, koja posle odredjenog broja ponovljenih ciklusa opterećenja uzrokuju zamor materijala, koji ima za posledicu oštećenja u vidu lomova i ljuskanja šinskog čelika.

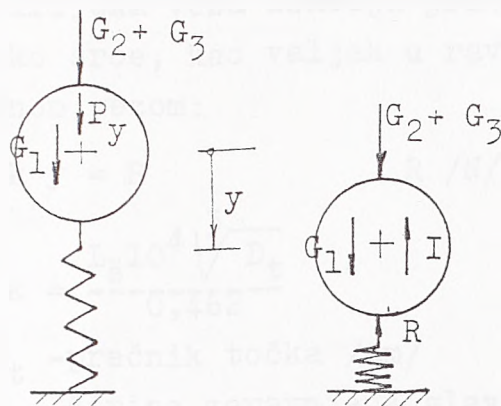
Od posebnog interesa su lokalna naprezanja srca, koja traju kratko, a rasprostiru se na maloj kontaktnoj površini točka i šine. Lokalnom kratkotrajnom naprezanju treba dodati naprezanja usled globalnog savijanja koloseka čije je trajanje znatno duže. Kako su naponi izazvani ugibom koloseka pri savijanju znatno manji od napona izazvanih lokalnim udarom, to je od posebnog značaja istraživanje njihovih vrednosti, radi odredjivanja uticaja na dinamičku jačinu šinskog čelika.

4.1. D i n a m i č k i m o d e l s a j e d n i m s t e p e n o m s l o b o d e

Po jednom točku se prenosi na šinu sem neogibljene težine osovinskog sloga i gibnjeva G_1 i deo težine obrtnog postolja G_2 i deo težine sanduka vozila G_3 , te će statički pritisak po točku iznositi: $P_{st} = G = G_1 + G_2 + G_3$

Točak će se smatrati elastično oslonjenim na skretničko srce,

što je u modelu prikazano oprugom krutosti k . Pomeranju težišta točka u vertikalnom pravcu y odgovara restituciona sila R . Usled preloma vozne površine za ugao α na neogibljenu masu osovinskog sloga m će delovati i impuls $mV\alpha$, gde je V brzina kretanja šinskog vozila.



slika 2

Ako se postojećim silama doda inercijalna sila $I = m\ddot{y}$, tada primena D'Alembert - ovog principa dozvoljava pisanje uslova ravnoteže:

$$m\ddot{y} + R = G \quad (1)$$

Dejstvo impulsa na sistem ogleda se u početnim uslovima:

$$y(t=0) = 0, \quad \dot{y}(t=0) = V\alpha \quad (2)$$

Sa porastom sile kojom točak pritiska šinu raste veličina kontaktnog pritiska, povećava se veličina dodirne površi i smanjuje rastojanje između težišta točka i šine na račun njihovih lokalnih deformacija. Ako je radijus bandaže točka r_t a radijus zaobljenja nove šinske glave r_s , dodirna površ je eliptična i veza između pomeranja i sile prema /9/ nije linearna i data je sa zavisnošću:

$$k^{2/3} y = R^{2/3} \quad \text{ili} \quad ky^{3/2} = R \quad (3)$$

R /N/, y /mm/

gde je:

$$k = \frac{4}{3} \frac{q_k}{2 \frac{1-\nu^2}{E\pi} \sqrt{\frac{1}{2r_t} + \frac{1}{2r_s}}} \quad (3')$$

Veličina q_k se očitava u tablici 5a knjige /9/ za poznati odnos r_s/r_t , μ je koeficijent poprečne kontrakcije, a E modul elastičnosti šinskog čelika.

Kada se vremenom glava skretničkog srca ojede, te postane ravna, dodirna površ prelazi u pravougaonu. Prema eksperimentima Eschmann-a empirijska veza između pritiska i utiskivanja točka u skretničko srce, kao valjak u ravnu čeličnu ploču može se dati linearnom vezom:

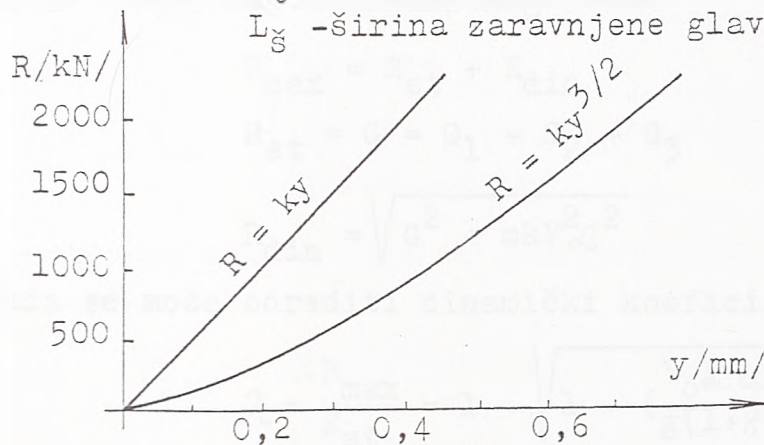
$$k y = R \quad R \text{ /N/ , } y \text{ /mm/} \quad (4)$$

gde je:

$$k = \frac{L_s 10^4 \sqrt[3]{D_t}}{0,462}$$

pri čemu je: D_t -prečnik točka /mm/

L_s -širina zaravnjene glave šine /mm/



slika 3

4.1.1. Rešenje zadatka oscilovanja sistema točak - srce u slučaju linearnog dinamičkog oscilatora

Diferencijalna jednačina (1) u slučaju linearne veze restitucione sile i pomeranja oblika (4) glasiće:

$$\ddot{y} + \omega^2 y = \frac{G}{m} \quad (5)$$

gde je:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Rešenje ove nehomogene diferencijalne jednačine traži se u obliku:

$$y = A \sin \omega t + B \cos \omega t + \frac{G}{k} \quad (6)$$

Primena početnih uslova (2) daje vrednosti konstanti:

$$A = \frac{V}{\omega} \mathcal{L} , B = - \frac{G}{k} \quad (7)$$

te rešenje dobija oblik:

$$y = \frac{G}{k} + \frac{V}{\omega} \mathcal{L} \sin \omega t - \frac{VG}{k\omega} \cos \omega t \quad (8)$$

Kad se predje na konstante C i φ pomoću veza:

$$A = C \sin \varphi, \quad B = C \cos \varphi \quad (9)$$

rešenje se piše u obliku:

$$y = C \cos(\omega t - \varphi) + \frac{G}{k} \quad (10)$$

gde je:

$$C = \sqrt{\left(\frac{G}{k}\right)^2 + \left(\frac{V\mathcal{L}}{\omega}\right)^2}, \quad \text{tg } \varphi = -\frac{V\mathcal{L}}{\omega \frac{G}{k}}$$

Prema (10) sledi:

$$y_{\max} = \frac{G}{k} + C \quad (11)$$

$$R_{\max} = k y_{\max} = G + kC \quad (12)$$

Maksimalna udarna sila točka R_{\max} može se prikazati u obliku zbira statičkog i dinamičkog dela:

$$R_{\max} = R_{\text{st}} + R_{\text{din}} \quad (13)$$

$$R_{\text{st}} = G = G_1 + G_2 + G_3 \quad (14)$$

$$R_{\text{din}} = \sqrt{G^2 + mkv^2 \mathcal{L}^2} \quad (15)$$

Sada se može odrediti dinamički koeficijent:

$$\lambda = \frac{R_{\max}}{R_{\text{st}}} = 1 + \sqrt{1 + \left(\frac{V_0 \mathcal{L} \omega}{g(I+\delta)}\right)^2} \quad \gamma = \frac{G_2 + G_3}{G_1} \quad (16)$$

P r i m e r :

Za lokomotivu serije JŽ461:

$$\gamma = \frac{5125 + 3250}{1375} = 6,0909$$

Neogibljena masa osovinskog sloga po jednom točku:

$$m = \frac{G_1}{g} = \frac{1375}{981} = 1,40163 \text{ daNsec}^2/\text{cm}$$

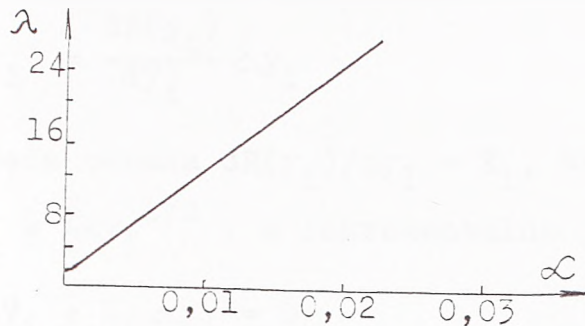
Za sračunatu krutost prema (4): $k=5129606 \text{ daN/cm}$ frekvencija slobodnih oscilacija sistema iznosi:

$$\omega = \sqrt{\frac{5129606}{1,40163}} = 1913,046 \text{ 1/sec}$$

Dinamički koeficijent tada ima vrednost:

$$\begin{aligned} \lambda &= 1 + \sqrt{1 + \left(\frac{16000000}{5600} \frac{1913,046}{891 \times 7,0909}\right)^2 \mathcal{L}^2} = \\ &= 1 + \sqrt{1 + 1493980,928 \mathcal{L}^2} \end{aligned}$$

u funkciji ugla preloma neravnine α , koja je data na slici:



Za skretnicu UIC60 - R500 - 1:12 (vidi sliku 1) ugao preloma iznosi: $\alpha = \frac{5}{1090} + \frac{5}{648} = 0,0123$

a dinamički koeficijent: $\lambda = 16,0673$

Maksimalna sila kojom točak udara u šinu je:

$$R_{\max} = 16,0673 \times 9750 = 156656,033 \text{ daN}$$

Veličina dinamičke sile je:

$$R_{\text{din}} = \sqrt{9750^2 + 1,40163 \times 5129606 \left(\frac{16000000}{3600} \right)^2 \times 0,0123^2} = 146906,124 \text{ daN}$$

Maksimalna udarna sila se može sračunati kao zbir statičke i dinamičke sile:

$$R_{\max} = 9750 + 146906,124 = 156656,124 \text{ daN}$$

4.1.2. Rešenje zadatka oscilovanja sistema točak - srce u slučaju nelinearnog dinamičkog oscilatora

Diferencijalna jednačina (1) uz početne uslove (2) za nelinearnu vezu pomeranja i restitucione sile oblika (3) može se numerički rešiti primenom postupne integracije. Stoga je potrebno diferencijalnu jednačinu napisati u inkrementalnom obliku. Do ovog oblika jednačine se dolazi kada se od jednačine koja prikazuje ravnotežu sila u trenutku t_{i+1} oduzme jednačina ravnoteže sila u trenutku t_i pa se dobije:

$$m\Delta\ddot{y} + \Delta R(y_i) = 0 \quad (17)$$

Ako se funkcija $R(y_i)$ razvije u okolini tačke y_i u Tejlorov red, dobije se:

$$R(y_{i+1}) = R(y_i) + \frac{dR(y_i)}{dy_i} (y_{i+1} - y_i) + \dots$$

pa posle zanemarenja članova višeg reda, može se pisati:

$$\Delta R(y_i) = \frac{dR(y_i)}{dy_i} \Delta y_i$$

Ako se uvede oznaka $dR(y_i)/dy_i = K_i$, to će za vezu oblika (3) biti: $K_i = \frac{3}{2}ky_i^{1/2}$, a inkrementalna jednačina će glasiti:

$$m\Delta\ddot{y}_i + K_i\Delta y_i = 0 \quad (18)$$

Za njeno rešenje prepostaviće se linearna promena ubrzanja u vremenskom intervalu Δt_i , pa je ono u trenutku τ određeno izrazom:

$$\dot{y}(\tau) = \dot{y}(t) + \frac{\Delta\ddot{y}(t)}{\Delta t} d\tau \quad (a)$$

Brzina u trenutku τ određena je formulom:

$$\dot{y}(\tau) = \dot{y}(t) + \int_0^\tau \ddot{y}(\tau) d\tau = \dot{y}(t) + \dot{y}(t)d\tau + \frac{\Delta\dot{y}(t)}{\Delta t} \frac{\tau^2}{2} \quad (b)$$

Za određivanje pomeranja polazi se od formule:

$$y(\tau) = y(t) + \int_0^\tau \dot{y}(\tau) d\tau$$

gde se unošenjem izraza (b) za $\dot{y}(\tau)$, integracijom dobija:

$$y(\tau) = y(t) + \dot{y}(t)\tau + \ddot{y}(t)\frac{\tau^2}{2} + \frac{\Delta\ddot{y}(t)}{\Delta t} \frac{\tau^3}{6} \quad (c)$$

Na osnovu izraza (a), (b) i (c) ispisuju se izrazi za te veličine u trenutku $t+\Delta t$:

$$y(t+\Delta t) = y(t) + \dot{y}(t)\Delta t + \ddot{y}(t)\frac{\Delta t^2}{2} + \frac{\Delta\ddot{y}(t)}{6} \Delta t^2 \quad (d)$$

$$\dot{y}(t+\Delta t) = \dot{y}(t) + \ddot{y}(t)\Delta t + \frac{\Delta\ddot{y}(t)}{2} \Delta t \quad (e)$$

$$\ddot{y}(t+\Delta t) = \ddot{y}(t) + \Delta\ddot{y}(t) \quad (f)$$

Na osnovu izraza (d) i (e) određuje se priraštaj brzine pomeranja:

$$\Delta\dot{y}(t) = \ddot{y}(t)\Delta t + \frac{\Delta\ddot{y}(t)}{2} \Delta t \quad (g)$$

i priraštaj pomeranja:

$$\Delta y(t) = \dot{y}(t)\Delta t + \ddot{y}(t)\frac{\Delta t^2}{2} + \frac{\Delta\ddot{y}(t)}{6} \Delta t^2 \quad (h)$$

Ako se jednačina (h) reši po priraštaju ubrzanja:

$$\Delta \ddot{y}(t) = -\frac{6}{\Delta t^2} \Delta y(t) - \frac{6}{\Delta t} \dot{y}(t) - 3\ddot{y}(t) \quad (19)$$

Posle unošenja (19) u (g) priraštaj brzine je:

$$\Delta \dot{y}(t) = -\frac{3}{\Delta t} \Delta y(t) - 3\dot{y}(t) - \frac{\Delta t}{2} \ddot{y}(t) \quad (20)$$

Unošenjem izraza (19) za priraštaj ubrzanja u jednačinu (18), dobija se sledeća jednačina po priraštaju pomeranja:

$$m \frac{6}{\Delta t^2} \Delta y(t) - \frac{6}{\Delta t} \dot{y}(t) - 3\ddot{y}(t) + K\Delta y = 0$$

$$\left(-\frac{6m}{\Delta t^2} + K\right)\Delta y(t) = \frac{6m}{\Delta t} \dot{y}(t) + 3m\ddot{y}(t)$$

ili pisano kraće:

$$\bar{K}\Delta y(t) = F(t)$$

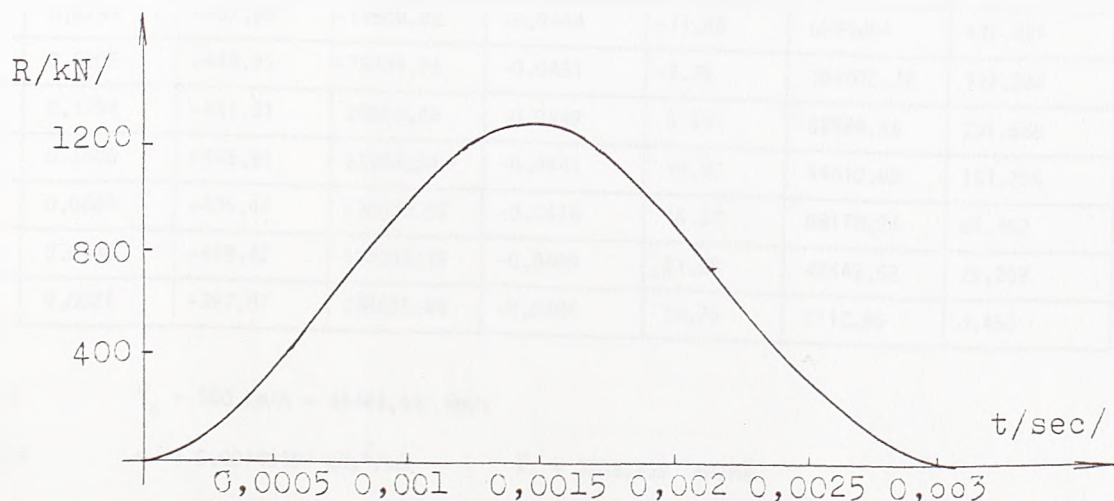
gde su uvedene oznake:

$$\bar{K} = -\frac{6m}{\Delta t^2} + K$$

$$F(t) = \frac{6m}{\Delta t} \dot{y}(t) + 3m\ddot{y}(t)$$

Polazeći od početnih uslova u trenutku $t=0$: $y_0=0$, $\dot{y}_0=V_0 \alpha$,

$\ddot{y}_0 = \frac{G}{m}$ - određuju se veličine K_0 i $F(t=0)$ i vrednosti priraštaja: y_1 , \dot{y}_1 , \ddot{y}_1 a zatim vrednosti te tri veličine u trenutku $t_1 = 0 + \Delta t$. Postupak postepene integracije sa veličinom vremenskog intervala $\Delta t = 0,0001$ sec, a za prvi talas promene sile udara R prikazan je u tabeli 1, a dijagram promene udarne sile na slici 4.



slika 4

tabela 1

t_s	y	\dot{y} mm/s	\ddot{y} mm/s ²	Δy mm	$\Delta \dot{y}$ mm/s	$\Delta \ddot{y}$ mm/s ²	R kN
0,0001	0	546,67	69561,87	0,0550	6,96	0	0
0,0002	0,0550	553,63	69561,87	0,0556	3,63	-66485,00	41,384
0,0003	0,1106	557,26	3076,87	0,0556	-3,93	-66370,00	110,012
0,0004	0,1662	553,33	-63293,13	0,0549	-9,82	-63920,61	217,390
0,0005	0,2211	543,51	-133213,74	0,0535	-18,87	-110958,78	333,561
0,0006	0,2746	524,64	-244172,52	0,0511	-28,71	-85882,44	461,682
0,0007	0,3257	495,93	-330054,96	0,0478	-37,29	-85635,12	596,374
0,0008	0,3735	458,64	-415690,08	0,0436	-47,13	-111329,76	732,366
0,0009	0,4171	411,51	-527019,84	0,0384	-56,18	-69540,48	864,276
0,0010	0,4555	355,33	-596560,32	0,0324	-64,16	-90119,04	1086,336
0,0011	0,4879	291,17	-686679,36	0,0256	-71,18	-50161,92	1093,42
0,0012	0,5135	219,99	-736841,28	0,0182	-77,13	-68876,16	1180,601
0,0013	0,5317	142,86	-805717,44	0,0102	-81,60	-34447,68	1243,920
0,0014	0,5419	61,26	-840165,12	0,0019	-84,77	-15104,64	1279,89
0,0015	0,5438	-23,51	-855269,76	-0,0066	-84,71	16409,28	1286,62
0,0016	0,5372	-108,22	-838860,48	-0,0149	-80,40	69781,44	1263,271
0,0017	0,5223	-188,62	-769079,04	-0,0226	-73,69	64437,12	1211,079
0,0018	0,4997	-262,31	-704641,92	-0,0296	-65,84	92525,76	1133,330
0,0019	0,4701	-328,15	-612116,16	-0,0357	-55,94	105348,48	1043,136
0,0020	0,4344	-384,09	-506767,68	-0,0408	-46,39	85703,04	918,601
0,0021	0,3936	-430,48	-421064,64	-0,0450	-37,51	91993,92	792,273
0,0022	0,4386	-392,97	-329070,72	-0,0408	-25,49	85412,16	660,364
0,0023	0,3078	-418,46	-243658,56	-0,0429	-19,44	98575,68	547,392
0,0024	0,6249	-437,90	-14508,88	-0,0444	-11,05	6924864	437,437
0,0025	0,2205	-448,95	-75834,24	-0,0451	-2,36	104502,72	332,204
0,0026	0,1754	-451,31	28668,48	-0,0449	5,50	52594,56	235,668
0,0027	0,1305	-445,81	81263,04	-0,0441	10,37	44810,88	151,254
0,0028	0,0864	-435,44	126073,92	-0,0428	16,02	68178,24	81,482
0,0029	0,0436	-419,42	194252,16	-0,0409	21,55	42443,52	29,209
0,0030	0,0027	-397,87	236695,68	-0,0386	23,78	2112,96	0,450

$\omega = 0,0123$

$V_0 = 160 \text{ km/h} = 44444,44 \text{ mm/s}$

$G = 97,5 \text{ kN}$

$m = 0,00140163 \text{ kNs}^2/\text{mm}$

$\bar{k}_1 = 3208,429 \text{ kN/mm}$

$\frac{6m}{\Delta t^2} = 840978 \text{ kN/mm}$

4.2. Dinamički model sa dva stepena slobode

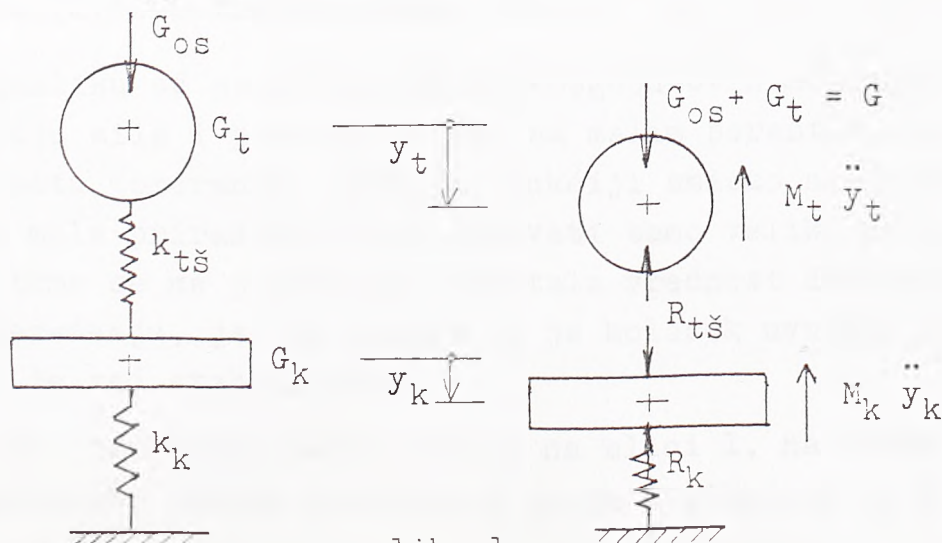
Fosmatra se sistem koga čine deo neogibljene mase vozila koji se prenosi jednim točkom M_t i ekvivalentna masa koloseka M_k koncentrisana u tački kontakta točka i skretničkog srca. Veza ove dve mase prikazana je kontaktnom oprugom krutosti $k_{tš}$ i njom je obuhvaćena mogućnost utiskivanja točka u habajuću površ šina. Naime, lokalna deformacija na kontaktu točka i šine usled pojave velikih udarnih sila pritiska na maloj dodirnoj površini smanjuje rastojanje težišta točka i šine. Kada je bandaža točka radijusa R_t , a šinska glava ima krivinu radijusa R_s , dodirna površ je eliptična. Zavisnost restitucione sile na kontaktu točak - šina od relativnog vertikalnog pomeranja točka u odnosu na težište šine pri udaru $y_t - y_k$ prema Goldsmith-u /9/ nije linearna i glasi:

$$R_{tš} = k_{tš}(y_t - y_k)^{3/2} \quad (1)$$

gde je krutost kontaktne opruge u N/mm data izrazom:

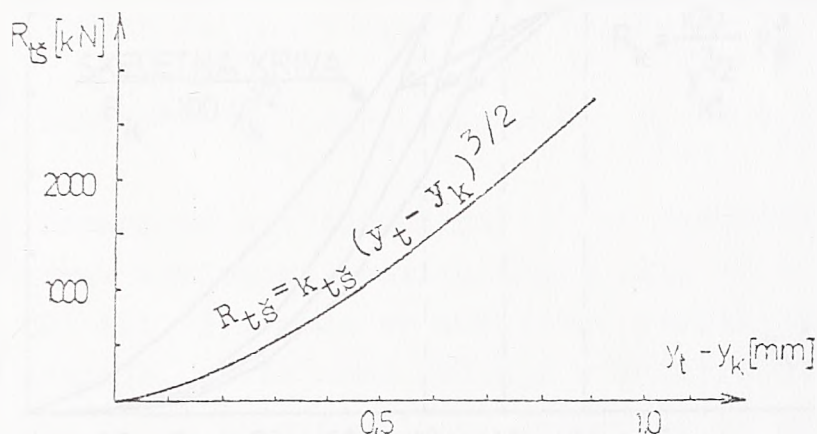
$$k_{tš} = \frac{4}{5} \frac{q_k}{2 \frac{1-\mu^2}{E\pi} \sqrt{\frac{1}{2R_t} + \frac{1}{2R_s}}} \quad R_t, R_s / \text{mm}, E / \text{N/mm}^2 / \quad (1a)$$

Veličina q_k je data u tablici knjige /9/ za poznati odnos R_s/R_t , E je moduo elastičnosti čelika, a μ koeficijent poprečne kontrakcije. Veza (1) je prikazana na slici 2 za vrednost krutosti $k_{tš} = 3000 \text{ kN/mm}$.



slika 1

Oslanjanje ekvivalentne mase koloseka na kontinualno elastičnu podlogu ostvaruje se u modelu putem opruge krutosti k_k . Prema eksperimentalnim podacima navedenim u knjizi /7/ između veličine ugiba šine i sile pritiska na kolosečnu podlogu postoji nelinearna zavisnost. Za slučaj udvostručene šine UIC60 u predelu skretničkog srca ta veza se može analitički izraziti:



slika 2

$$R_k = k_k y_k^{3/2} \quad (2)$$

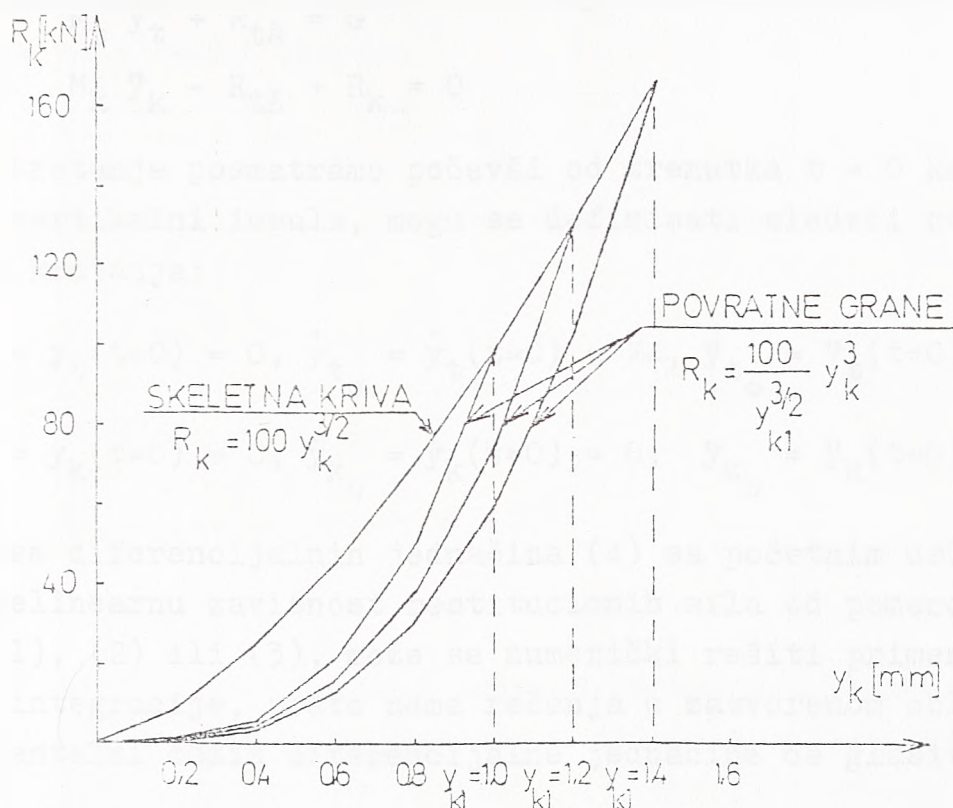
u fazi opterećenja šine točkom, ili:

$$R_k = \frac{k_k}{y_{k1}^{5/2}} y_k^3 \quad (3)$$

u fazi rasterećenja, gde je y_{k1} maksimalni ugib šine. Za vrednost krutosti kolosečne opruge $k_k = 100$ kN/mm i razne maksimalne ugibe skretničkog srca na slici 3 su date osnovna kriva (2) i povratna grana (3).

Za razliku od poznatih Ramberg-Osgood-ovih nelinearnih veza između sila i pomeranja, gde sa malim porastom sile mnogo brže rastu pomeranja, ovde je drukčiji smisao nelinearnosti, kod koje male priraštaje mogu izazvati samo veliki gradijenti sile. Pri tome se ne pojavljuje zaostala vrednost deformacije pri rasterećenju, jer se smatra da je kolosek uvožen, odnosno zastor je već stabilizovan.

Kao što prikazuje skica modela na slici 1, na točak se prenosi negibljena težina osovinskog sloga i gibnjeva G_t i deo težine



slika 3

obrotnog postolja i sanduka vozila G_{OS} , tako da je ukupan statički pritisak na točak $G = G_t + G_{OS}$. Usled vertikalnog udara točka na skretničko srce u trenutku promene pravca kretanja za ugao preloma vozne površi \mathcal{L} , na masu točka M_t će delovati vertikalni impuls $M_t V$, gde je V brzina kretanja šinskog vozila. Dejstvo impulsa na sistem uzeće se u obzir pomoću početnih uslova. Težina ekvivalentne mase koloseka je obeležena sa G_k . Relativnom vertikalnom pomeranju težišta točka u odnosu na kolosek odgovara restituciona sila $R_{t\check{s}}$ prema izrazu (1). Dejstvo kolosečne opruge na masu koloseka prikazano je restitucionom silom R_k datom izrazima (2) i (3). Ako se nabrojanim silama dodaju i inercijalne sile koje deluju na masu točka i ekvivalentnu masu koloseka:

$$I_t = M_t \ddot{y}_t, \quad I_k = M_k \ddot{y}_k$$

primenom D'Alembert-ovog principa mogu se napisati sledeće dinamičke jednačine ravnoteže:

$$\begin{aligned} M_t \ddot{y}_t + R_{t\check{s}} &= G \\ M_k \ddot{y}_k - R_{t\check{s}} + R_k &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

Ako kretanje posmatramo počevši od trenutka $t = 0$ kada se javio vertikalni impuls, mogu se definisati sledeći početni uslovi kretanja:

$$\begin{aligned} y_{t_0} = y_t(t=0) = 0, \dot{y}_{t_0} = \dot{y}_t(t=0) = v_0, \ddot{y}_{t_0} = \ddot{y}_t(t=0) = \frac{G}{M_t} \\ y_{k_0} = y_k(t=0) = 0, \dot{y}_{k_0} = \dot{y}_k(t=0) = 0, \ddot{y}_{k_0} = \ddot{y}_k(t=0) = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

Sistem diferencijalnih jednačina (4) sa početnim uslovima (5) za nelinearnu zavisnost restitucionih sila od pomeranja oblika (1), (2) ili (3), može se numerički rešiti primenom postupne integracije, pošto nema rešenja u zatvorenom obliku. Inkrementalni oblik diferencijalne jednačine će glasiti:

$$\begin{aligned} M_t \Delta \ddot{y}_t + \Delta R_{t\check{s}} &= 0 \\ M_k \Delta \ddot{y}_k - \Delta R_{t\check{s}} + \Delta R_k &= 0 \end{aligned}$$

Ako se funkcija $R_{t\check{s}}$ razvije u Tajlorov red:

$$R_{t\check{s}}(t_{i+1}) = R_{t\check{s}}(t_i) + \frac{dR_{t\check{s}}(t_i)}{d(y_t - y_k)} \Delta(y_t - y_k) + \dots$$

pa posle zanemarivanja članova višeg reda, može se pisati:

$$\Delta R_{t\check{s}} = \frac{dR_{t\check{s}}}{d(y_t - y_k)} \Delta(y_t - y_k).$$

Ako se diferencira izraz (1) za silu $R_{t\check{s}}$ i uvede nova oznaka:

$$\frac{dR_{t\check{s}}}{d(y_t - y_k)} = \frac{3}{2} k_{t\check{s}} (y_t - y_k)^{1/2} = K_{t\check{s}} \quad (7)$$

izraz za priraštaj sile $R_{t\check{s}}$ će glasiti:

$$\Delta R_{t\check{s}} = K_{t\check{s}} \Delta(y_t - y_k)$$

Slično prethodnom, Tajlorov red za funkciju R_k glasi:

$$R_k(t_{i+1}) = R_k(t_i) + \frac{dR_k(t_i)}{dy_k} \Delta y_k + \dots$$

pa je:

$$\Delta R_k = \frac{dR_k}{dy_k} \Delta y_k$$

Diferenciranjem osnovnog izraza (2) za restitucionu silu R_x uvešće se sledeća oznaka:

$$-\frac{dR_k}{dy_k} = \frac{3}{2}k_k y_k^{1/2} = K_k \quad (8)$$

i izraz za priraštaj kolosečne restitucione sile glasi:

$$\Delta R_k = K_k \Delta y_k$$

Sa uvedenim oznakama inkrementalni oblik sistema diferencijalnih jednačina oscilovanja glasi:

$$M_t \Delta \ddot{y}_t + K_{t\check{s}} \Delta (y_t - y_k) = 0 \quad (9)$$

$$M_k \Delta \ddot{y}_k - K_{t\check{s}} \Delta (y_t - y_k) + K_k \Delta y_k = 0$$

Pod pretpostavkom linearne promene ubrzanja u vremenskom intervalu Δt , postupkom prikazanim u radovima /26/ i /28/ dobijaju se sledeći izrazi za priraštaje ubrzanja i brzine bilo točka, bilo koloseka:

$$\Delta \ddot{y}_{t,k}(t) = \frac{6}{\Delta t^2} \Delta y_{t,k}(t) - \frac{6}{\Delta t} \dot{y}_{t,k}(t) - 3\ddot{y}_{t,k}(t) \quad (10)$$

$$\Delta \dot{y}_{t,k}(t) = \frac{3}{\Delta t} \Delta y_{t,k}(t) - 3y_{t,k}(t) - \frac{\Delta t}{2} \ddot{y}_{t,k}(t)$$

Unošenjem izraza za priraštaj ubrzanja u jednačine (9) i njihovim sredjivanjem, dobija se sledeći sistem jednačina po priraštajima pomeranja točka i koloseka:

$$\begin{aligned} \left(\frac{6M_t}{\Delta t^2} + K_{t\check{s}} \right) \Delta y_t - K_{t\check{s}} \Delta y_k &= \frac{6M_t}{\Delta t} \dot{y}_t + 3M_t \ddot{y}_t \\ - K_{t\check{s}} \Delta y_t + \left(\frac{6M_k}{\Delta t^2} + K_{t\check{s}} + K_k \right) \Delta y_k &= \frac{6M_k}{\Delta t} \dot{y}_k + 3M_k \ddot{y}_k \end{aligned} \quad (11)$$

ili u matričnom obliku:

$$\begin{bmatrix} \frac{6M_t}{\Delta t^2} + K_{t\check{s}} & -K_{t\check{s}} \\ -K_{t\check{s}} & \frac{6M_k}{\Delta t^2} + K_{t\check{s}} + K_k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta y_t \\ \Delta y_k \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -\frac{6M_t}{\Delta t} \dot{y}_t - 3M_t \ddot{y}_t \\ -\frac{6M_k}{\Delta t} \dot{y}_k - 3M_k \ddot{y}_k \end{Bmatrix} = 0 \quad (12)$$

odnosno kraće pisano:

$$[D] \{\Delta y\} + \{\Delta\} = 0 \quad (13)$$

Rešenje ove matricne jednačine je:

$$\{\Delta y\} = -[D]^{-1}\{\Delta\} \quad (14)$$

Ako članove matrica D i Δ kraće obeležimo sa:

$$\begin{aligned} A &= \frac{6M_t}{\Delta t^2} + K_{t\dot{s}} \\ B &= \frac{6M_k}{\Delta t^2} + K_{t\dot{s}} + K_k \\ C &= \frac{6M_t}{\Delta t} \dot{y}_t + 3M_t \ddot{y}_t \\ D &= \frac{6M_k}{\Delta t} \dot{y}_k + 3M_k \ddot{y}_k \end{aligned} \quad (15)$$

obrnuta matrica matrice D će glasiti:

$$[D]^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{B}{AxB - K_{t\dot{s}}} & \frac{K_{t\dot{s}}}{AxB - K_{t\dot{s}}} \\ \frac{K_{t\dot{s}}}{AxB - K_{t\dot{s}}} & \frac{A}{AxB - K_{t\dot{s}}} \end{bmatrix}$$

a rešenja jednačina:

$$\begin{aligned} \Delta y_t &= \frac{BxC + K_{t\dot{s}} x D}{AxB - K_{t\dot{s}}} \\ \Delta y_k &= \frac{K_{t\dot{s}} x C + Ax D}{AxB - K_{t\dot{s}}} \end{aligned} \quad (16)$$

P r i m e r: Proračun udara točkova lokomotive serije JŽ461 na srce skretnice UIC60 - R500 - 1:12

U studiji /27/ određena j ekvivalentna masa gornjeg stroja skoncentrisana u tački udara točka o šinu, koja ima istu kinetičku energiju kao masa gornjeg stroja raspodeljena po dužini koloseka. Njena vrednost se menja u funkciji brzine kretanja šinskog vozila, ali neznatno. Na promenu vrednosti ko-

losečne ekvivalentne mase više utiče promena karakteristika šinske podloge. Usvajajući tucanički zastor sa koeficijentom posteljice 110 N/cm^3 , razmak pragova $L = 60 \text{ cm}$ i dva šinska profila tipa UIC60 u području skretničkog srca, u poglavlju A-VI studije su sračunate ekvivalentne mase gornjeg stroja za brzine kretanja vozila 100, 120, 140, 160 km/h. Zbog ujednačenosti njihovih vrednosti za ovo područje brzina, usvaja se srednja vrednost:

$$M_k = 8,8958 \text{ Nsec}^2/\text{cm} = 0,00088958 \text{ kNsec}^2/\text{mm}$$

Električna lokomotiva serije JŽ461 ima sanduk težine 615kN, a oslanja se na dva troosovinska obrtna postolja sa težinama $2 \times 277,5 = 555 \text{ kN}$. Težina šest osovinskih slogova iznosi 165kN. Prema tome, ukupna težina lokomotive iznosi 1170 kN, pa je osovinski pritisak 195 kN, a pritisak jednog točka 97,5 kN. Otuda je masa neogibljenog dela vozila, koga čine osovinski slogovi, a koja se prenosi jednim točkom:

$$M_t = \frac{165000}{12 \times 981} = 14,0163 \text{ Nsec}^2/\text{cm} = 0,00140163 \text{ kNsec}^2/\text{mm}$$

Točak lokomotive ima poluprečnik $R_t = 625 \text{ mm}$, a šina UIC60 poluprečnik zaobljenja kotrljajuće površi glave $R_g = 300 \text{ mm}$. Za njihov odnos $R_g/R_t = 300/625 = 0,48$ iz tablice 5a u knjizi /9/ očitava se $q_k = 0,332$. Za šinski čelik modula elastičnosti $E = 2,1 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$ i koeficijent poprečne kontrakcije prema izrazu (1a) krutost kontaktne opruge točak - skretničko srce iznosi:

$$k_{t\check{s}} = \frac{4 \times 0,332 \times 3,14 \times 2,1 \times 10^5}{6(1-0,29)^2 \sqrt{\frac{1}{1250} + \frac{1}{600}}} = 3208429 \text{ N/mm}$$

Za vertikalnu trougaonu neravninu u području srčišta navedenog tipa skretnice ukupne dužine 1738 mm i strele 5 mm na 1090 mm od početka neravnine ugao preloma vozne površine iznosi:

$$\alpha = 0,0123$$

Početni uslovi za posmatrane vrednosti brzina će glasiti:

$$y_{t_0} = 0 \quad \dot{y}_{t_0}^{100} = 341,67 \text{ mm/sec} \quad \ddot{y}_{t_0} = 69561,87 \text{ mm/sec}^2$$

$$\dot{y}_{t_0}^{120} = 410,00 \text{ mm/sec}$$

$$\dot{y}_{t_0}^{140} = 478,33 \text{ mm/sec}$$

$$y_{k_0} = 0 \quad \dot{y}_{k_0} = 0 \quad \ddot{y}_{k_0} = 0$$

Početne vrednosti izraza $K_{t\check{s}}$ i K_k , uslovno dalje nazivane "krutosti", date izrazima (7) i (8) su:

$$K_{t\check{s}0} = 0$$

$$K_{k0} = 0$$

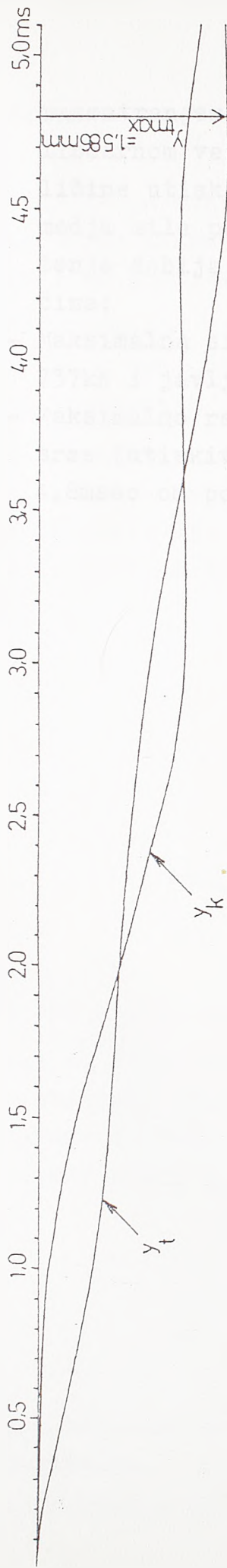
Vremenski interval za postupno rešavanje sistema diferencijalnih jednačina se usvaja $\Delta t = 0,1$ msec.

Polazeći od poznatih početnih uslova po pomeranjima, brzinama, ubrzanjima i krutostima u trenutku $t_0 = 0$, sračunavaju se vrednosti koeficijenata A, B, C i D prema (15) i rešenja jednačina Δy_{t_0} i Δy_{k_0} prema (16). Zatim se sračunavaju prirastaji brzina i ubrzanja prema (10) i sabiranjem sa početnim vrednostima pomeranja, brzine, ubrzanja i krutosti u sledećem trenutku $t_1 = t_0 + \Delta t$.

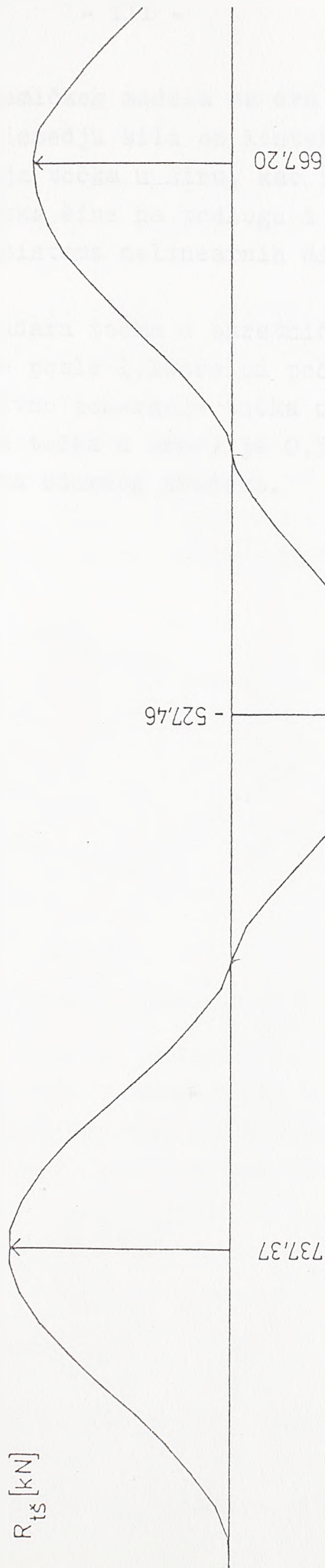
Na taj način se postupnom integracijom dobija vertikalno pomeranje točka, ugibi koloseka, sila udara točka o skretničko srce i sila kojom točak napreže kolosek na savijanje. Integracija je sprovedena za vremenski period od 5,0 msec, odnosno dok vertikalno pomeranje točka nije dostiglo svoju najveću vrednost. Dijagrami posmatranih veličina: pomeranja točka y_t , ugiba koloseka y_k i sila $R_{t\check{s}}$ i R_k prikazani su na slici 4.

Na osnovu sprovedenog proračuna sile udara točka šinskog vozila o skretničko srce pri kotrljanju preko neravnine u grlu srca može se zaključiti sledeće:

- Merodavna analiza naprezanja pri udarno - dinamičkim dejstvima točkova na skretničko srce može se ostvariti samo



$R_{ts} \text{ [kN]}$



$R_k \text{ [kN]}$



slika 4

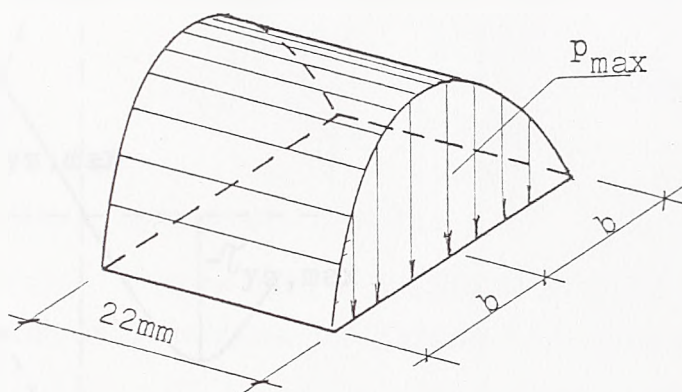
- razmatranjem dinamičkog modela sa dva stepena slobode i nelinearnom vezom između sila na kontaktu točak - šina i veličine utiskivanja točka u šinu, kao i nelinearnom vezom između sile pritiska šine na podlogu i ugiba šine, te se rešenje dobija iz sistema nelinearnih diferencijalnih jednačina;
- Maksimalna sila udara točka o skretničko srce dobija se 757kN i javlja se posle 1,1msec od početka dejstva udara;
 - Maksimalno relativno pomeranje točka u odnosu na skretničko srce (utiskivanje točka u srce) je 0,3mm i dešava se posle 4,8msec od početka udarnog procesa.

4.3. Kontaktni naponi pri udaru točka o skretničko srce

Ovde će se bez mnogo ulaženja u teoriju kontaktnih napona pri sudarima elastičnih tela preuzeti razmatranje iz rada /27/ a koji se zasniva na radu /6/.

Veza između sile udara točka o skretničko srce i utiskivanja točka u srce data je nelinearnom zavisnošću oblika (1) i (1a) iz prethodnog poglavlja.

Pri kretanju točka po skretničkom srcu cilindar poluprečnika R_t kotrlja se po zaravnjenoj površi širine 22mm (vidi sliku 1 iz poglavlja 4.1.). Tada je kontaktna površ pravougaona dužine 22mm, a širine 2b, koju treba odrediti. Veličina b pada



slika 1

u osu y koja se poklapa sa pravcem kotrljanja.

Ako sa \bar{r} obeležimo silu po jedinici širine, polovinu širine kontaktnog pravougaonika i maksimalni pritisak možemo odrediti ako u opšte formule iz rada /27/ unesemo da je poluprečnik šinske glave $R_g = \infty$ pošto je ovde ona ravna:

$$b = 2 \sqrt{2\bar{r} \frac{1-\mu^2}{E\pi} R_t} \quad (1)$$

$$p_{max} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\bar{r}}{2R_t \frac{1-\mu^2}{E\pi}}} \quad (2)$$

gde veličine u izrazima imaju ista značenja kao u prethodnom poglavlju.

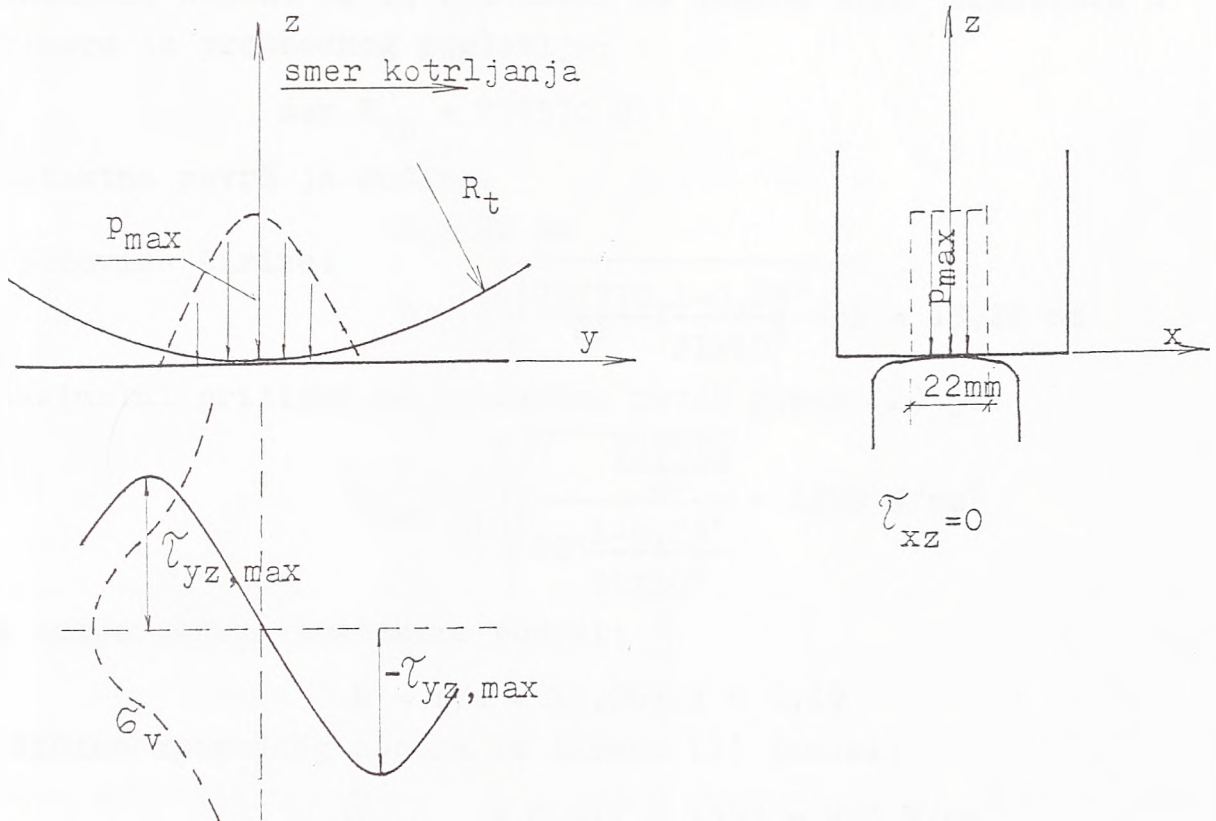
Za proračun napona bitan je količnik širine i dužine kontakt-

ne površi:

$$k = b/a$$

u čijoj funkciji prema dijagramu na slici 2.3 rada /27/ je data veličina uporednog napona:

$$\sigma_{v,max} = T p_{max} \quad (3)$$



slika 2

Ovaj uporedni napon se nalazi u osi simetrije na dubini:

$$z = -\lambda b \quad (4)$$

gde se λ očitava sa dijagrama na slici 2.2 istog rada u funkciji odnosa k .

Ovo je prostorno stanje napona pritisaka sa dominantnim σ_z komponentalnim naponima, koji se pri kotrljanju točka menjaju od 0 do punog iznisa. Sem toga, za ocenu naprezanja materijala treba uzeti u obzir naprezanje promenljivog znaka, koje je izazvano τ_{yz} smičućim naponima. Iz slike 2.5 pomenutog rada za poznati odnos k se očitava količnik $(\tau_{yz}/p_{max})_{max}$.

Odgovarajući uporedni napon, iz uslova plastičnosti Mizesa, se određuje izrazom:

$$\sigma_v, \tau_{\max} = \sqrt{3} \tau_{yz, \max} \quad (5)$$

i javlja se u preseku na y udaljenom od ose kontaktnog pravougaonika, a određuje se iz istog dijagrama.

P r i m e r:

Kontaktne naponi će se sračunati za udarnu silu sračunatu u primeru iz prethodnog poglavlja:

$$\max R_{t\check{s}} = 737370 \text{ N}$$

Kontaktne površ je dužine:

$$a = 22 \text{ mm}$$

a polovine širine:

$$b = 2 \sqrt{\frac{737370}{22} \frac{1-0,29^2}{2 \times 10^4} - 625} = 15,26 \text{ mm}$$

Maksimalni pritisak na kontaktnu površ prema (2) je:

$$p_{\max} = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{737370}{22} \frac{1-0,29^2}{2 \times 10^4} - 625} = 1399 \text{ N/mm}^2$$

Za odnos strana kontaktne površi:

$$k = b/a = 15,26/22 = 0,69$$

veličina uporednog napona iz izraza (3) iznosi:

$$\sigma_{v, \max} = 0,617 \times 1399 = 863 \text{ N/mm}^2$$

a deluje na dubini:

$$z = -0,57 \times 15,26 = -8,70 \text{ mm}$$

Smičući napon je:

$$\tau_{yz, \max} = 0,225 \times 1399 = 315 \text{ N/mm}^2$$

a uporedni napon:

$$\sigma_v, \tau_{\max} = 3 \times 315 = 545 \text{ N/mm}^2$$

i za y je udaljen od ose kontakta:

$$y = 0,852 \times 15,26 = 13,00 \text{ mm}$$

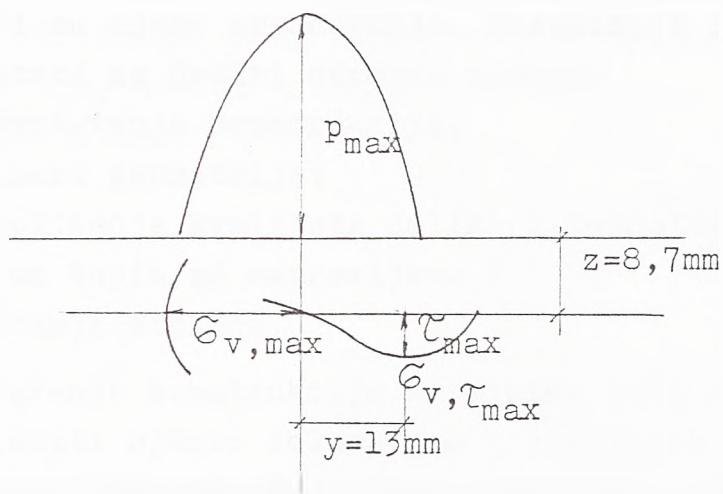
Ako usvojimo da je za skretničko srce upotrebljen čelik zatezne čvrstoće 1100 N/mm^2 granica plastičnosti se uzima:

$$\sigma_{pl} = 2/3 \times 1100 = 733 \text{ N/mm}^2$$

može se zaključiti da je maksimalan pritisak na kontaktnu po-

vrš daleko iznad granice plastičnosti:

$$p_{\max} = 1399 \text{ N/mm}^2 < 733 \text{ N/mm}^2$$



slika 3

Prema tome, posle sprovedene nelinearne dinamičke analize može se zaključiti da na kontaktu točka i skretničkog srca dolazi do naprezanja iznad granice plastičnosti za šinski čelik. Kako je takvo udarno opterećenje ciklično, ono brzo uzrokuje zamor materijala i oštećenja u vidu stinjenosti i lomova vrha srca skretnice, te se preporučuje obavezna upotreba srca od manganskog čelika.

V Z A K L J U Ć C I

Složenost skretničke konstrukcije i zahtevi modernog šinskog saobraćaja za većim brzinama i većim osovinskim pritiscima postakli su njeno proučavanje. Dosadašnja istraživanja mogu se razvrstati na četiri osnovna pravca:

- Usavršavanje konstrukcije;
- Promena geometrije;
- Poboljšanje kvaliteta čelika i tehnologije proizvodnje šina od kojih su napravljene i
- Ojačanje podloge.

Usavršavanje konstrukcije skretnice teži ka obezbedjenju veće stabilnosti njenih delova kao i dovoljnih otpora podužnim i poprečnim pomeranjima. To se ostvaruje povećanjem šinskog profila i odgovarajućim priborom, koji sve udare od vozila treba da primi elastičnom deformacijom.

Promene u geometriji skretnice su usmerene ka ostvarenju što mirnijeg kotrljanja točkova vozila pri vožnji u odvojak i smanjenju bočnih ubrzanja i trzaja, kao i njihovih prekomernih priraštaja i naglog dejstva. To je moguće ostvariti uvodjenjem obrade vozne ivice jezička u obliku parabole ili klotoide, kao i oblikovanjem vrha jezička u obliku klotoide. Mirnije kretanje vozila skretnicom može se obezbediti izbacivanjem spojeva i zavarivanjem skretnica u dugi šinski trak i zatvaranjem žljeba u voznim ivicama u oblasti srca.

Poboljšanje kvaliteta šinskog čelika ogleda se u povećanoj čvrstoći na izvlačenje i pritisak, kao i povećanoj otpornosti na lom i abanje. Na ove osobine se može uticati raznim legirajućim dodacima i svrsishodnom termičkom obradom.

Ojačanje podloge ide ka primeni betonskih ploča.

Da bi se delovalo u bilo kom od pravaca usavršavanja skretnica potrebno je odrediti naprezanje i deformacije sastavnih delova skretnice. Za tu svrhu obično se koriste rezultati eksperimentalnih ispitivanja ili čisto iskustvena zapažanja. Zadovoljavalo se time da dobro zamišljena konstrukcija dobro

funkcioniše, a značajna rezerva povećanja verovatnoće njenog neotkazivanja sadržana je u usavršavanju osobina šinskog čelika. Njeno ponašanje u koloseku je pomno praćeno, a dobijeni rezultati zapažanja dalje korišćeni.

U ovoj disertaciji su razvijeni proraćunski modeli pomoću kojih se mođe utvrditi naponsko i deformacijsko stanje najopterećenijih delova i skretnice kao celine. Ponašanje skretnice pod toćkovima šinskih vozila i usled temperaturnih promena je simulirano putem proraćunskih modela, koji su rešavani nekom od poznatih matematićkih metoda.

Stabilnost skretnice zavarene u dugi šinski trak ispitivana je putem proraćunskog modela u obliku ravanskog linijskog nosaća elastićno oslonjenog na šinsku podlogu. Pri tome su ovde prvi put svi otpori (podužni, boćni i otpor okretanju šine u odnosu na prag) smatrani da nelinearno zavise od adekvatnih pomeranja. Krive linije zavisnosti otpor - pomeranje su analitićki tako odredjivane da se što više približavaju krivama dobijenim merenjima. Krutosti ćvorova modela (boćne, podužne, torzione) tako su se menjale tokom procesa izvijanja da su bile promenljive duž modela zavisno od izvršenog pomeranja, a za utvrdjeni ćvor vremenski promenljive. Uticaji od postupno nanete temperaturne promene su se superponirali. Stoga su aksijalne sile i pomeranja dobijeni ovim modelom realni. Kako se u glavnim šinama na poćetku skretnice javljaju najveće aksijalne sile, a tu je istovremeno i poprećni otpor pragova najmanji, kritićni talas izvijanja se tu i dešava pri temperaturnoj promeni $t_{kr} = 70K$. Ako se za ekstremnu temperaturnu promenu u šinama za naše podneblje usvoji $t_{max} = 50K$, dobija se koefićijent sigurnosti 1,4, te je sigurnost skretnice protiv izvijanja dovoljna.

Za rešenje problema naprezanja jezićka i naležne šine u predelu oslonaćkih kalemova pod toćkovima šinskih vozila pri vođnji u skretanje oformljen je poseban proraćunski model. Uzeti su u obzir boćni i torzioni otpori. Predpostavljeno je da je jezićak vertikalno oslonjen na krutu osnovu, a horizontalno posredstvom kalemova elastićno na naležnu šinu. Postavljene

ne su diferencijalne jednačine dinamičke ravnoteže jezička pri oscilovanju u bočnom pravcu i obrtanju poprečnog preseka. Njihovim rešavanjem su dobijena bočna pomeranja i obrtanja poprečnog preseka jezička, a time proširenje koloseka u menjalici. Na taj način ovom metodom se može za bilo koji zadati poprečni presek jezička kontrolisati širina koloseka usled dejstva sila od pritiska točka i od šinskog vodjenja.

Analiza naprezanja skretničkog srca pri udaru točka vozila o-
vde je razmatrana putem dinamičkog modela sa dva stepena slobode, pri čemu se prvi put uzima da skretničko srce nije kruta osnova o koju udara točak, nego da i ono osciluje. Dakle, sistem čini deo neogibljene mase vozila po jednom točku i ekvivalentna masa koloseka koncentrisana u tački kontakta točka i skretničkog srca. Veza između sile na kontaktu točak - skretničko srce i utiskivanja točka u srce je nelinearna prema Goldsmith-u. Zavisnost sile pritiska srca na kolosečnu podlogu i ugiba srca pri opterećenju i rasterećenju zadata je nelinearnim vezama sličnim Ramberg - Osgood-ovim, ali bez zaostale deformacije. Ako se točak smatra cilindrom a srce zaravnjenom površi poznate širine, kontaktna površ je pravougaona. Njena druga dimenzija zavisi od veličine sile udara. Sistem dve nelinearne diferencijalne jednačine uz poznate početne uslove rešen je postupnom integracijom. Došlo se do saznanja da su kontaktna naprezanja točak - skretničko srce, čak i za dejstvo bezudarnih sila iznad granice plastičnosti za šinski čelik. Za dejstvo udarnih sila kontaktni pritisak je skoro dva puta veći od granice plastičnosti i to za visokovredni šinski čelik. U ovoj disertaciji su rešavani neki aktuelni problemi savremenih skretnica novom metodologijom i došlo se do odredjenih zaključaka, te predstavlja doprinos poboljšanju postojeće skretničke konstrukcije.

Novembar 1990.
Beograd

Muzjara Trauruk - Trauruk

S P I S A K L I T E R A T U R E

- /1/ Albrecht V.G.; Zolotarski A.F.: Sovremenie konstrukcii verhnego strojenja železnodorožnogo puti, Transport, Moskva 1975
- /2/ Berg G.; Henker H.: Weichen, Transpress, Berlin 1986
- /3/ Birmann F.; Raab F.: Zur Entwicklung durchgehend verschweisster Gleise, ETR 8/1960
- /4/ Blank J.P.; Rahn Th.: Die Eisenbahntechnik - Entwicklung und Ausblick, Teil "Neue Weichenbauarten" von O. Morgenschweis, Hestra, Darmstadt 1983
- /5/ Cuba W.: Einfache Herzstücke ohne Lücke und ohne gegenüberliegende Radlenker, CVG 1976
- /6/ Fischer D.; Steiner H.; Schossman R.: Zur Ermittlung der Spannungen im Radüberlaufsbereich von Herzstückspitzen, ETR 7-8/1979
- /7/ Frišman M.A.: Kak rabotaet puti pod poezdami, Transport, Moskva 1975
- /8/ Gesierich W.: Weichen und Kreuzungen, TH Graz
- /9/ Goldsmith W.: Impact, London
- /10/ Hajdin N.: Štapovi sa tankim zidovima i otvorenim profilom, Gradjevinski fakultet, Beograd, 1965
- /11/ Kaess G.: Die Lagestabilität von Weichen in geschweissten Gleisen, ETR 3/1982
- /12/ Kessler W.; Mayer W.; Wurm A. (redakcija): Stand der Entwicklung von Schnellfahrweichen, Projekt "Rad/ Schiene - Technik, neue Technologien und Güterverkehr", ETR 5/1987
- /13/ Miura Sh.; Yanagawa H.: Characteristics of Axial Force in Rail at Turnout Integrated with Continuous Welded Rail, QR of RTRI, vol 30, No 4, '89 Nov
- /14/ Miyai T.; Itda H.; Hosokawa T.; Hamazaki S.: Lateral Ballast Resistance of Operating Line, Quarterly Reports, vol 24, No 4 1983
- /15/ Morgenschweis O.: Aktuelle Fragen aus der Weichenkonstruktion bei der Deutschen Bundesbahn, ETR 1/2 1987
- /16/ Morgenschweis O.: Moderne Weichengestaltung, Teil XI "Die Eisenbahnschiene" von F. Fastenrath, Wilhelm Ernst

- und Sohn, Berlin, München, Düsseldorf, 1977
- /17/ Morgenschweis O.: Weichen und Schienenauszüge in den Neubaustrecken der DB, ETR 7/8 1985
- /18/ Nemesdy E.: Berechnung waagerechter Gleisverwerfungen nach neuen ungarischen Versuchen, ETR 12/1960
- /19/ ORE Frage D72
- /20/ Petersen C.: Statik und Stabilität der Baukonstruktionen, Fridr. Vieweg und Sohn, Wiesbaden 1982
- /21/ Pirker R.: Hartmanganstahl im Weichenbau, ÖVG 1984
- /22/ Povse H.: Weichen für Hochleistungsbahnen, ÖVG 1986
- /23/ Ranković S.; Tomičić M.: Konstrukcije raznih tipova skretnica i dilatacionih sprava vezanih za proizvodno tehničke mogućnosti naše industrije, studija za ZJŽ, Beograd 1984
- /24/ Ranković S.; Tomičić M.: Temperaturbeanspruchung der Weiche insgesamt und einzelner Weichenteile, "Neue Richtlinien der Forschung und Planung von Eisenbahnstrecken", Balatonfüred, 1983
- /25/ Ranković S.; Tomičić M.: Temperaturna naprezanja i deformacije skretnica sa šinama zavarenim u dugačke trakove, VII Kongres građevinskih konstruktera, Cavtat 1983
- /26/ Ranković S.; Tomičić M.: Udarno dejstvo točkova na skretnička srca, simpozijum "Nelinearni problemi dinamike", Arandjelovac 1983
- /27/ Ranković S.: Studija podobnosti skretnice UIC60 - R500 - - 1:12 za brzine do 160km/h po osnovnom koloseku - poglavlje A - IV
- /28/ Ranković S.; Kanjerić C.: Nelinearna dinamička analiza višespratnih okvira, seminar inovacije znanja, Opatija 1983
- /29/ Sato Y.; Miura Sh; Hashimoto Sh; Sato Y.: Characteristics of Lateral Force Acting at Guard Rail on Turnout, QR of RTRI, vol.29, No 2 '88. May
- /30/ Simon W.: Weichen in Schnellfargleisen, ÖVG 1973
- /31/ Siriwardane H.J.; Desai C.S.: Nonlinear Analysis of Track Support Structures, Int.Journal of Num.and Analy. Meth. in Geomechanics

- /32/ Spinelli A.: Amélioration vibratoire des coeurs d'appareils de voie, Revue générale des chemins de fer, 3/89
- /33/ Stier G.: NE - Regelweichen - wirtschaftliche Fahrweegelemente für die nichtbundeseigenen Eisenbahnen, RT+GT, 46, 1986/87
- /34/ Šahunjanc G.M.: Železnodorožnij put, Transport, Moskva 1987
- /35/ Šahunjanc G.M.: Železnodorožnij put, Transželdorizdat, Moskva, 1961, 1969
- /36/ Timoshenko S.P.; Langer B.F.: Stress in Railroad Track, Transactions ASMF, vol 54, 1932
- /37/ Timošenko S.: Teorija elastične stabilnosti, Naučna knjiga, Beograd, 1952
- /38/ Tomičić M.: Stabilnost koloseka u prelaznim krivinama, magistarski rad, Beograd, 1983
- /39/ Tomičić M.; Ranković S.: Izvijanje štapa promenljive krivine u nelinearno otpornoj sredini, III Jugoslovenski simpozijum o teoriji plastičnosti, Plitvice 1983
- /40/ Tomičić M.: Uticaj korenskih kalemova na temperaturna naprezanja i deformacije skretnica zavarenih u dugačke trakove, XVI Kongres teorijske i primenjene mehanike, Bečići, 1984
- /41/ Tomičić M.: Matematičko - mehanički model udara točka o skretničko srce na nelinearno elastičnoj podlozi, Internacionalni kongres GAMM-85, Dubrovnik 1985
- /42/ Torkamani M.A.; Bhatti M.H.; Zerembski A.M.: Dynamic Rail Overturning - modelling, Rail International, 9/80
- /43/ Wojtek F. ("Klöckner Werke AG"): Entwicklung und Bau einer Schnellfahrweiche, TV7847/7 Schlussbericht, Osna-brück, 1982
- /44/ Želnin G.G.; Roman J.S.: Osobenosti rasčetrov vzaimodejstviya podvižnogo sostava i streločnih perevodov pri dviženii na bokovoe napravlenie, Vesnik VNIIŽT 1/88
- /45/ 125 Jahre Bundesbahn Ausbesserungswerk Witten, AW Witten 1988







